



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Doctorado en Ingeniería

Granulometrías y segmentación de imágenes: Aplicación a la caracterización de micro-estructuras en materiales y huellas digitales.

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener grado de

Doctor en Ingeniería

Presenta:

Luis Alberto Morales Hernández

Dirigido por:

Dr. Ivan R. Terol Villalobos

SINODALES

Dr. Ivan R. Terol Villalobos

Presidente

Dr. Aurelio Domínguez González

Secretario

Dr. Gilberto Herrera Ruiz

Vocal

Dr. Roque A Osornio Ríos

Suplente

Dr. Damián Vargas Vázquez

Suplente

Dr. Gilberto Herrera Ruiz

Director de la Facultad

Firma

Firma

Firma

Firma

Firma

Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval

Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Gro.
Noviembre 2009
México

RESUMEN

La morfología matemática ha tenido un gran campo de aplicación en diferentes ramas de la ciencia. En esta tesis se trabaja la segmentación por watershed, ésta es una poderosa herramienta para la segmentación de imágenes y desde su aparición hace más de 30 años todavía es del interés de muchos investigadores hoy día. Dentro de este trabajo se presenta el buen uso de operadores morfológicos para la segmentación de imágenes con ayuda del watershed, así como el uso de la granulometría, herramienta usada principalmente para determinar la distribución de tamaños, estableciendo criterios de segmentación, criterios de tamaño y orientación. En este trabajo se analizaron imágenes biométricas como las huellas digitales así como metalografías de materiales como la fase perlítica, en las cuales se caracterizó a las estructuras por tamaño y orientación, por medio de lo que se conoce como morfología direccional; a partir de esta metodología se segmentaron como estructuras direccionales. Se plantearon dos conceptos, la función segmento de línea y la función de orientaciones. Con estas dos funciones se tiene toda la información de las estructuras contenidas en la imagen y combinado con el watershed se obtuvo una buena segmentación. Otra aportación de este trabajo fue plantear el análisis de fundiciones nodulares con transformaciones morfológicas; se analizaron dos características sobre esta microestructura la nodularidad y la distribución espacial entre nódulos. La nodularidad se utilizó una variante del esqueleto morfológico, que permitió segmentar partículas nodulares de las no nodulares, sin tener que utilizar índices de forma. Se comparó la metodología propuesta con métodos propuestos recientemente así como con un método de conteo manual basado en la norma ISO 945. La distribución espacial de los nódulos permitió establecer la similitud del comportamiento de los nódulos dentro la matriz ferrítica además se propuso la curva de compacidad y con ello caracterizar por completo la microestructura de las fundiciones nodulares.

(Palabras clave: morfología matemática, morfología direccional, watershed, granulometría, compacidad)

SUMMARY

Mathematical morphology has been used in a wide gamut of applications in different branches of science. In this thesis we cover segmentation by watershed. This is a powerful tool for the segmentation of images, and since its appearance more than 30 years ago, it is still of interest to many researchers today. In this work we present the appropriate use of morphological operators for the segmentation of images with the aid of watershed, as well as the use of granulometry, a tool used chiefly to determine the distribution of sizes, establishing segmentation criteria, size criteria and orientation. We analyze biometric images such as fingerprints, as well as materials metallography as the perlitic phase in which structures were characterized by size and orientation by means of what we call directional morphology; using this methodology segmentation was carried out as directional structures. Two concepts are set forth: the line segment function and the orientation function. These two functions provide all the information on the structures contained in the image; combined with the watershed, a good segmentation was obtained. Another contribution of this work was to propose the analysis of nodular cast iron with morphological transformations. Two characteristics were analyzed on this microstructure: nodularity and the spatial distribution between nodules. Nodularity used a variant of the morphological skeleton which permitted segmentation of nodular particles of the non-nodular without having to use form indexes. The proposed methodology was compared with methods recently proposed, as well as with a manual counting method based on the ISO 945 standard. The spatial distribution of the nodules allowed us to establish the similitude of nodule behavior within the ferritic matrix. In addition, the compacity curve was proposed; it was thus possible to completely characterize the microstructure of nodular cast iron.

(Key words: Mathematical morphology, directional morphology, watershed, granulometry, compacity)

Dedicada a mi familia con profundo amor y gratitud

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar deseo expresar mi agradecimiento a mi asesor el Dr. Iván R. Terol Villalobos por sus invaluable consejos, amable supervisión, perspicacia, animo, apoyo y generosidad. Su amplio y profundo conocimiento, ejemplar orientación y la apertura a mis ideas que me permitió madurar más académicamente. Me siento muy agradecido por haber tenido la oportunidad de trabajar con él.

También quiero agradecer a los distinguidos miembros de mi comité revisor, por su valiosa ayuda y apoyo: Dr. Aurelio Domínguez González, Dr. Gilberto Herrera Ruiz, Dr. Roque A Osornio Ríos y Dr. Damián Vargas Vázquez. En especial quiero dar un especial agradecimiento al Dr. Aurelio Domínguez y al Dr. Gilberto Herrera. Ellos me guiaron y animaron con una excelente asesoría académica.

Nunca acabare de agradecer a mis padres por su eterno amor y animo, su apoyo incondicional en todos los aspectos de mi vida. Además, estoy profundamente agradecido con mis hermanos y hermanas por su amor, animo y apoyo. Al igual agradezco a Conacyt por la beca otorgada para los estudios de doctorado y al Programa FIFI 09 por el equipamiento suministrado. Por último no tengo ninguna duda de que todos mis logros presentados en esta disertación son gracias a la gracia de Dios.

Luis A. Morales Hernández

Universidad Autónoma de Querétaro

Noviembre de 2009

ÍNDICE

RESUMEN II

SUMMARY III

AGRADECIMIENTOS V

ÍNDICE VI

ÍNDICE DE FIGURAS VIII

Capítulo Uno.	1
1. Introducción	1
1.1. Granulometrías y Segmentación para caracterización de micro-estructuras.	1
1.2. Morfología direccional.	2
1.3. La presente tesis.	4
1.4. Contribuciones y publicaciones.	5
Capítulo Dos.	7
2. Introducción al procesamiento de imágenes.	7
2.1. Morfología matemática	8
2.2. Morfología binaria	9
2.2.1. Dilatación binaria	13
2.2.2. Erosión Binaria	15
2.2.3. Apertura y cerradura binaria	17
2.2.4. Cerradura	18
2.2.5. Apertura	19
2.3. Propiedades	19
2.3.1. Dualidad.	20
2.3.2. Invariante a la escala.	20
2.3.3. Conmutatividad y asociatividad.	22
2.3.4. Idempotencia	23
2.3.5. Adjunción	24
2.3.6. Monotonicidad	25
2.4. Desigualdades	25
2.5. Elemento estructural.	26
2.6. Función distancia	27
2.7. Esqueleto.	28
2.8. Morfología matemática en imágenes en niveles de gris	29
2.8.1. Dilatación en niveles de gris	31
2.8.2. Erosión en niveles de gris	31
2.8.3. Apertura y Cierre en niveles de gris	32

2.9. Filtros morfológicos	35
2.10. Residuos	36
2.11. Distancia geodésica	36
2.12. Reconstrucción geodésica	38
2.13. Filtros de imagen	39
2.14. Gradiente Morfológico.	40
Capítulo Tres.	43
3. Granulometrías	43
3.1.1. Espectro de tamaños morfológico.	43
3.2. Granulometrías por cerradura	49
3.3. El espectro de tamaños por erosión	52
3.4. Criterio Granulométrico	53
3.5. Distribución de tamaños por granulometría.	54
Capítulo Cuatro.	61
4. Detección de estructuras direccionales	61
4.1. Transformaciones básicas de morfología direccional.	62
4.2. Funciones morfológicas segmento de línea y de orientaciones	63
4.3. Aplicación de granulometría direccional y estructura por cuadrantes a campos orientados de huellas digitales.	66
4.4. Tamaño y orientación basada en codificación de erosiones direccionales (funciones segmento de línea y orientaciones).	72
4.5. Funciones Segmento de línea y de orientaciones.	75
4.6. Aplicación de supremos de erosiones direccionales en campos orientados de huellas digitales.	78
4.6.1. Apertura conexas de rango-máximo	80
4.7. Algoritmo no parametrizado para construir la función segmento de línea y función orientación así como sus límites de la aproximación.	85
4.8. Los límites del criterio	87
4.9. Segmentación de imágenes usando morfología direccional y la transformación línea divisora de aguas.	90
Capítulo Cinco.	95
5. Segmentación y granulometría en micro-estructura de materiales	95
5.1. Criterio de segmentación	96
5.2. Metodología	97
5.3. Segmentación y clasificación por criterios de circularidad	98
5.4. Compacidad de la Matriz	101
5.5. Resultados	107
5.5.1. Curva de distribución espacial	110
CONCLUSIONES	115
REFERENCIAS	117
Anexo A	124
Anexo B	130
Anexo C	141

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
2-1. a) Conectividad 4 vecinos, b) Conectividad 8 vecinos. El color negro representa los vecinos conectados al pixel gris.....	10
2-2. Dependiendo la conectividad se tienen uno (en 8 vecinos) o dos objetos (en cuatro vecinos). Los objetos están en negro y el fondo blanco.....	10
2-3. Operaciones de conjuntos. a) Dos conjuntos A y B, b) Unión de $A \cup B$, c) Intersección de los conjuntos $A \cap B$, d) Diferencia de conjuntos $A \setminus B$	11
2-4. Píxeles en los bordes de la imagen. A) Relleno con ceros, b) Espejo de bordes.....	13
2-5. Dilatación binaria. Los elementos oscuros representan el objeto. (a) Imagen original, (b) Elemento estructural con origen \otimes , (c) Dilatación de A por el elemento estructural B.....	14
2-6. Dilatación binaria considerando B un elemento estructural cuadrado, los blancos son los píxeles del objeto y el negro representa el fondo.	14
2-7. Erosión binaria. Los elementos oscuros representan el objeto. (a) Imagen original, (b) Elemento estructural con origen \otimes , (c) erosión de A por el elemento estructural B.....	16
2-8. Erosión binaria por B, con B un elemento estructural cuadrado, los blancos son los píxeles del objeto y el negro representa el fondo.....	16
2-9. Cerradura binaria por un elemento estructural B. tipo cuadrado. Donde los píxeles blanco representan los objetos y los negros el fondo.	18
2-10. Apertura binaria por un elemento estructural B. tipo cuadrado. Donde los píxeles blanco representan los objetos y los negros el fondo.	19
2-11. Píxeles conectados llegan a ser desconectados después del escalamiento, para imágenes discretas.....	22
2-12. Descomposición de elemento estructural: $Bc = Bs \oplus Br$	23
2-13. Ejemplos de diferentes elementos estructurales. El origen se marca con una cruz.	27
2-14. Combinación de elementos estructurales.....	27
2-15. Concepto de disco máximo en el plano euclidiano.....	29
2-16. Operadores morfológicos aplicados en una metalografía en niveles de gris. (a) Dilatación, (b) Erosión, (c) Imagen original, (d) Cerradura, (e) Apertura.....	34
2-17. Operaciones para obtener el gradiente por morfología. a) Imagen A, b) Gradiente externo $GBeA$ c) Gradiente interno $GBiA$, d) Gradiente morfológico GBA	42
3-1. Residuos después de aplicar la granulometría. (a) A, (b) γBA , (c) $\gamma^2 BA$, (d) $\gamma^3 BA$, (e) $\gamma^4 BA$, (f) $\gamma^5 BA$, (g) $\gamma^6 BA$, (h) $\gamma^7 BA$, (i) $\gamma^8 BA$, (j) $\gamma^9 BA$, (k) $\gamma^{10} BA$. El elemento estructural B usado es de 3X3 píxeles.....	47
3-2. a) Curva granulométrica, b) Espectro de medidas.....	48
3-3. Espectro de tamaños de la Figura 3-4a.....	50
3-4. Residuos Granulométricos de algunos tamaños. a) Imagen original A, b) Cerradura $n = 1$, c) Cerradura $n = 8$, d) Cerradura $n = 9$, e) Cerradura $n=12$, f) Cerradura $n = 14$, g) Cerradura $n = 19$, h) Cerradura $n = 25$. El elemento estructural es del tipo cuadrado.....	51
3-5. Espectro de tamaños utilizando un elemento estructural tipo línea cambio las orientaciones de 0 a 180°.....	53

3-6. a) Imagen binaria de prueba. b) Apertura de por apertura con $n=14$, c) Apertura de por apertura con $n=19$, d) Apertura de por apertura con $n=21$	55
3-7. Espectro de tamaños generado por las aperturas.	56
3-8. Imagen artificial aleatoria.....	56
3-9. Espectro de tamaños de las estructuras de la imagen aleatoria.....	57
3-10. Imagen artificial con 50 estructuras de diferentes tamaños.	57
3-11. Comparación del espectro de tamaños entre modelo aleatorio y medición granulométrica.	58
3-12. Espectro de tamaños de la imagen C (Figura 3-10) para obtener la compacidad.	59
3-13. Mapeo del espectro de tamaños, el lado izquierdo están las cerraduras y del lado derecho están las aperturas.	60
4-1. Elementos estructurales alargados por $B\theta$ en diferentes orientaciones θ . (a) Orientación 0° , (b) Orientación 45° , (c) Orientación 90° , (d) Orientación 135°	64
4-2. Espectro de tamaños para la Figura 4-3a. se utilizó una recta de tamaño 20 y se hizo de 0 a 180°	65
4-3. Aperturas direccionales de tamaño $n = 20$ a diferentes orientaciones. (a) Imagen de entrada, (b) Apertura direccional con $\alpha = 15$, (c) Apertura direccional con $\alpha=55$, (d) Apertura direccional con $\alpha = 139$	65
4-4. a) Huella digital clase verticilo izquierdo, b) Granulometría direccional tamaño 60, c) Detección del mínimo (112 grados).	68
4-5. Granulometrías direccionales en el primeros nivel de la jerarquía de la estructura de cuadrantes: Q1 y Q2 regiones superiores de los cuadrantes, Q3 y Q4 regiones inferiores del cuadrante.	69
4-6. a) Primera jerarquía de la estructura por cuadrantes, b) y c) Segunda jerarquía de la estructura por cuadrantes, d) Jerarquía final de la estructura por cuadrantes, e) Representación color de la segmentación por estructura por cuadrantes.	69
4-7. a) Granulometría direccional para la primer jerarquía de la estructura por cuadrantes, b) Imagen de entrada, c) Salida de la imagen de la primer jerarquía de cuadrantes d) Segmentación final de cuadrantes representados en color.	70
4-8. a) Huella digital clase verticilo derecho, b) Segmentación final de la huella por cuadrantes, c) Representación en color de la segmentación final, d) Huella digital clase verticilo izquierdo e) Segmentación final de la imagen segmentada en cuadrantes, f) Representación de los cuadrantes en color, g) Huella digital clase verticilo espiral, h) Segmentación final de la imagen segmentada en cuadrantes, i) Representación de los cuadrantes en color.	72
4-9. a) Imagen de huella digital, b) Imagen de fase perlítica.	73
4-10. a) Huella digital, b),c) Apertura direccional a una dirección de 30 grados con tamaño de línea 20 y 30 respectivamente, d) Apertura direccional a una dirección de 50 grados tamaño 30, c),f) y g) Cerradura morfológica tamaño 10 de las imágenes Figura 4-10b), c) y d), Respectivamente.	74
4-11. a) Huella digital, b) Erosión direccional con tamaño 20 a 90 grados, c) Erosión direccional con tamaño 20 a 150 grados, d) Erosión direccional con tamaño 20 a 160 grados, c) Erosión direccional con tamaño 20 a 170 grados, f) Erosión direccional con tamaño 20 a 180 grados.....	75
4-12. a) Metalografía fase perlítica, b) y c) $\text{Sup}\alpha\epsilon_0, 180\epsilon L\lambda, \alpha X$ con $\lambda = 40$ and $\lambda = 60$	76

4-13. a) Imagen de entrada binaria, b) Función segmento de línea, c) Función orientación	78
4-14. Esquema del procedimiento para calcular los campos orientados.(muy pequeña la letra).....	79
4-15. a) Top-hat 4, b) Función distancia, c) Función orientación, d) Dilatación anisotrópica conexa tamaño 4, e) Dilatación anisotropía conexa tamaño 6.	80
4-16. a) Imagen de entrada, b) Apertura morfológica tamaño 1 (3x3 píxeles), c) Apertura de rango-máximo con $\lambda = 8$ y $k = 160$, d) Apertura conexa de rango-máximo con $\lambda = 8$ y $k = 60$	82
4-17. a) Elemento estructural λB_i con $\lambda = 3$ y $ \lambda B_i = 49$ ($\lambda B_i = \lambda B$), b), c), d), e), f), g) Seis diferentes configuraciones de λB_i con $\lambda = 3$ y $ \lambda B_i = 16$, e), f), g) Elementos estructurales compuestos con solo una componente conexa	82
4-18. a) Huella digital clase verticilo espiral, b) Imagen pre-procesada, c) Función de orientaciones, d) Representación de segmentos de línea después del filtrado morfológico basado en rango-máximo (2,7), e) Huella digital clase verticilo espiral, f) Representación de segmentos de línea después del filtrado morfológico basado en rangos-máximos desde la "e", g) Huella digital clase verticilo izquierdo, h) Representación de segmentos de línea después del filtro morfológico basado en rango-máximo desde "g".	84
4-19. a) y b) Erosiones Direccionales, c) y d) Limitaciones del criterio en estructuras rectangulares, e) y f) Limitaciones del criterio en estructuras de disco.	87
4-20. a),b) y c) Imagen original, d), e) y f) Orientaciones principales de las imágenes de entrada.	89
4-21. a) Partición ponderada de catchment basins por orientaciones (ángulos), b) Regiones fusionadas, c) y d) Función orientación y segmentación de imagen representado en color, e) Imagen original binaria, f) Imagen mascara, g) Partición ponderada de catchment basins por orientaciones, h) Partición filtrada por criterio de tamaño, i) Partición segmentada, j) Representación color, k) y i) Componentes conectadas.	93
5-1. Clasificación por forma de grafito en fundiciones de hierro (ASTM A 247).	96
5-2-Modelo de aproximación estereológico para determinar la nodularidad de una fundición. a) Imagen de SEM de microestructura de fundición nodular, b) Criterio estereológico, c) Imagen de microscopio óptico tratada con procesamiento de imágenes.	97
5-3. Clasificación por forma de partículas de grafito (ISO 945).	98
5-4-Metodología de segmentación morfológica nodular.....	98
5-5.- Secuencia de segmentación y clasificación nodular. a) Imagen en niveles de gris, b) $R^*(f, g)$, c) Mínimos de la función R^* , d) Función distancia, e) Transformación LDA, f) Imagen segmentada, g) Segmentación antes LDA, h) Segmentación después de LDA.....	100
5-6. Esqueleto morfológico y bisectriz condicional	101
5-7. Clasificación de los nódulos.....	101
5-8. a) Imagen complemento de los nódulos (matriz), b), c), d) Aperturas morfológicas con tamaños 10, 20 30, respectivamente, e) Residuo entre las aperturas tamaño 10 y 20, f) Residuo entre las aperturas tamaño 20 y 30	103

5-9. a) Imagen complemento de los nódulos (matriz), b), c), d) Aperturas morfológicas con tamaños 10, 20 30, respectivamente, e) Residuo entre las aperturas tamaño 10 y 20, f) Residuo entre las aperturas tamaño 20 y 30	104
5-10. Distribución de tamaños con diferente elemento estructural.	105
5-11. Error de la distribución de tamaños con discos y cuadrados como elementos estructurales.	105
5-12. a) Circulo mas grande incrustado en el espacio nodular entre dos nódulos, b) Cuadrado mas grande incrustado en el espacio nodular entre dos nódulos.	106
5-13. Segmentación y clasificación de la circularidad; (a), (d) y (g) Imágenes originales, (b), (e) y (h) Imágenes segmentadas, (c), (f) e (i) Clasificación de nódulos des pues de aplicar SMN.	108
5-14. a) Imagen original, b) segmentación con el método SMN, c) segmentación sin la etapa de la transformación de watershed.....	109
5-15-Error para cada campo tomado de la muestra.....	110
5-19- a) Campo 1, b) Campo 12 y c) Campo 16.....	111
5-20- Curvas de distribución espacial de los campos seleccionados con una aproximación polinomial de segundo orden.	111
5-21 Curvas de distribución espacial para campos seleccionados y su aproximación a un polinomio de sexto orden.	113
5-22 Curva promedio de los 21 campos analizados de las curvas de distribución espacial y su correspondiente curva de compacidad.	114

CAPÍTULO UNO.

1. Introducción

La morfología matemática data de los años 60 cuando Georges Matheron estudiaba la geometría de los poros y la relación con la permeabilidad (Matheron, 1975). Al mismo tiempo Jean Serra cuantificaba petrográficamente el acero mineral con el fin de predecir las propiedades de laminado (Serra, 1982). Ambos iniciaron el desarrollo de la teoría llamada morfología matemática para imágenes binarias. A través de los años esta teoría se extendió a imágenes en niveles de gris y color.

La teoría de morfología matemática puede ser utilizada en muchos campos del procesamiento de imágenes donde la forma juega un papel importante. Se puede utilizar para la extracción de objetos, filtrar ruido, mejoramiento de bordes, segmentación, análisis de textura, clasificación, descripción de forma y muchas más.

En esta tesis solo abordaremos algunas de estas posibles aplicaciones, como son extracción de objetos por caracterización de forma, segmentación, clasificación aplicada a micro-estructura de materiales y huellas digitales.

1.1. **Granulometrías y Segmentación para caracterización de micro-estructuras.**

La micro-estructura de los metales es crítica para conocer su comportamiento frente a diferentes aplicaciones, por lo que es necesaria la caracterización de parámetros micro-estructurales (Georgiev et al., 1974; Hombogen y Staniek, 1974; Vander, 1984; Maropoulos, 2004). Por ejemplo los nódulos de grafito en una fundición, son un parámetro importante en la ingeniería ya que influye en las propiedades mecánicas tales como esfuerzos térmicos y mecánicos (Ursin et al., 1971), resistencia al impacto (Golovin et al., 1980), comportamiento a la fractura (She y Landes, 1993; Andreiko,

2003). Recientes estudios analizan el proceso de fundición para inducir una distribución y forma de grafito con lo que mejoran las propiedades mecánicas como maleabilidad y ductilidad (Hecht et al., 1999; Guessser et al., 2001; Dawson y Troschel, 2001); para esto es necesario discriminar la forma, al igual que saber la distribución granulométrica que presenta el grafito (Samuelsson y Vomacka, 2003; Dawson y Schroeder, 2004; Krasovskii et al., 2005; Shakhnazarov y Takhtarova, 2006). Actualmente las mediciones para el grafito y tasa de nodularidad son mediciones cualitativas, ya que se tienen cartas patrón, contra las que se compara la estructura del material a analizar (ASTM A247, 2006; AFS 5-J, 1996; JIS Handbook, 1996; SAE Standar, 1999); esto hace que estas mediciones tengan un margen de error importante ya que dependerán de la percepción y criterio del evaluador.

En esta tesis se ha desarrollado técnicas de procesamiento de imágenes basadas en morfología matemática (Morales, 2007d). La aplicación se basa en la norma ISO 945 y tiene la ventaja de que el operador no necesita tener conocimientos amplios de procesamiento de imágenes ya que fue propuesto un modelo híbrido en el que un operador puede hacer correcciones manuales al método tal como las haría de manera tradicional. La aplicación propuesta puede funcionar de manera independiente, sin embargo, está concebida para formar parte de un software de análisis de imágenes, para caracterización de materiales desarrollado de manera modular.

1.2. Morfología direccional.

Por otra parte, en estudios recientes, el problema de segmentación de imágenes conteniendo campos de direcciones es abordado en esta tesis. La determinación de orientaciones es una tarea común en el área de visión por computadora, así como en el procesamiento de imágenes. Sin embargo, es en el tema de reconocimiento de huellas digitales donde las orientaciones de campo han tenido una gran importancia (Cappelli et al., 1999; Zhou y Gu, 2004a, 2004b; Li et al., 2006; Park et al., 2006, entre algunos de ellos). El interés de esta investigación no se dirige al reconocimiento de huellas

digitales, sino que se centra en el hecho de que este tema prácticamente no se ha abordado en la morfología matemática, así como en su aplicación en el área de materiales que forma parte de las líneas de investigación en la Facultad de ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro. Quizás uno de los trabajos más interesantes basado en la morfología direccional fue desarrollado por Soille y Talbot (2001); sin embargo, su objetivo principal se centra en la propuesta de algoritmos eficientes para implementar las transformaciones morfológicas direccionales.

La idea principal del uso de transformaciones direccionales es que de la misma manera en que la visión humana detecta orientaciones en una imagen, la computadora requiere un banco de filtros direccionales, cada uno de ellos sensitivo a alguna dirección preferencial para procesar estructuras orientadas. Esta investigación los primeros estudios llevaron a detectar inicialmente la orientación principal en una imagen usando aperturas y cerraduras direccionales. Posteriormente, esta aproximación global se extendió al caso local utilizando una estructura bastante estudiada en los años 80 llamada en Inglés quadtree (Morales-Hernández et al., 2006). Aunque las orientaciones de campo pueden ser bien codificadas en una estructura quadtree, para ir de una aproximación global a una local, su procesamiento requiere de conocer la estructura de la imagen para proveer de parámetros (tamaños de estructuras) conforme se pasa de nivel en esta estructura jerárquica. Esto llevó a buscar un método más general basado en la *LDA* (Líneas divisoras de aguas). En este nuevo algoritmo, la idea consiste en sintetizar los tamaños de las estructuras, así como sus direcciones preferenciales en dos imágenes. En el capítulo 4 se abordará más sobre estos temas.

Por otra parte, a partir de un estudio de la noción de clase conexa, se buscará establecer el criterio de orientaciones como un criterio conectivo. Esto permitirá, a partir de la noción de segmentación introducida por Serra (2006), determinar un método de segmentación formal. Es claro que la idea que se busca es el de no utilizar la *LDA* para segmentar la imagen, sino un método, como en el caso de las transformaciones con criterios de

reconstrucción, que permita extraer componentes conexas definidas por campos de direcciones.

1.3. La presente tesis.

La organización de la tesis es de la siguiente forma: en el capítulo dos se explica la teoría de morfología matemática, su potencial y posibilidades. Aquí se detallan las diferentes herramientas morfológicas que se usaran a lo de toda la tesis. En este capítulo se discute la morfología binaria y en niveles de gris. A partir de este capítulo se intuyen las soluciones a los problemas tratados en esta tesis.

En el capítulo 3 se estudia la teoría sobre granulometrías. Se expone que son las granulometrías y se introduce el término espectro de tamaños. Se muestra como desde el espectro de tamaños se puede caracterizar una imagen, ya que se derivan varios parámetros, como por ejemplo tamaño, orientación y forma. Y con esta información es posible segmentar la imagen o hacer clasificación de los objetos de la misma.

En el capítulo 4 se investiga la aplicación de la granulometría direccional en el campo de las huellas digitales y materiales. Se propone un criterio de segmentación direccional con ayuda de morfología direccional para detectar direcciones principales en una imagen. Se formalizan las nuevas transformaciones: función segmento de línea y función orientación. Se estudian sus ventajas y limitaciones. Además se propone una metodología para la reconstrucción de huellas digitales. Y en la última parte se muestra la segmentación de estructuras direccionales.

Finalmente en el capítulo 5 se muestra la aplicación de la granulometría en materiales. Se detalla como el criterio de estándares de medición puede ser adaptado por herramientas morfológicas para obtener mejores mediciones. En este capítulo se muestran los criterios de segmentación para determinar las formas de los objetos de acuerdo a un estándar establecido y se propone un nuevo parámetro para el estudio de la metalografías en materiales llamado compacidad, este se analizada por

medio de granulometría y permite determinar la distribución de los objetos en la imagen.

1.4. Contribuciones y publicaciones.

Durante el trabajo de esta tesis varias contribuciones se llevaron a cabo. Las principales contribuciones y extensamente discutidas en esta tesis son las siguientes:

El desarrollo de dos nuevos métodos para la caracterización de huellas digitales. El primero estima las principales orientaciones de las estructuras de crestas y valles. Este método propuesto detecta las direcciones preferenciales en la huella digital, caracterizando a estas como campos direccionales mediante granulometrías direccionales. Esta metodología permite tener una mejor caracterización mediante dos parámetros de las estructuras contenidas en la huella digital, como son el tamaño de las crestas y sus respectivas orientaciones. El segundo método emplea erosiones direccionales para construir dos imágenes que contienen los tamaños y las orientaciones principales. Después es aplicada la apertura conexa de rango-máximo para filtrar la imagen que contiene los tamaños de las crestas con el fin de seleccionar las estructuras principales. Aquí es ilustrado que a partir de esta información es posible reconstruir la huella. Los métodos propuestos son aplicados a las clases típicas de huellas digitales mostrando excelente resultados en la caracterización (Morales et al., 2006d)(Morales et al., 2009).

El desarrollo de dos nuevas funciones morfológicas para la segmentación de estructuras direccionales. Esta aproximación basada en el concepto de función segmento de línea y función orientación. Estas funciones permiten calcular los tamaños de las rectas más grandes en una imagen así como la orientación de las mismas. Con estas dos funciones se puede hacer una segmentación con criterios direccionales (Morales-Hernández et al., 2007c), (Terol-Villalobos et al., 2008).

Caracterización de nódulos de grafito usando la técnica de procesamiento de imágenes conocida como morfología matemática. Dos

parámetros son principalmente estudiados; la circularidad de los nódulos y la compacidad de la matriz. El uso de ambos criterios circularidad y compacidad permite fijar rangos cuantitativos para la forma y distribución espacial de los nódulos dentro de la matriz.

Otras publicaciones relacionadas con esta tesis son seis artículos de congresos internacionales (Morales-Hernández et al., 2006a), (Morales-Hernández et al., 2006b), (Morales-Hernández et al., 2007a), (Morales-Hernández et al., 2007b), como segundo autor en (Benítez-Rangel et al., 2007), (Granados et al., 2007).

Se tienen 3 capítulos de libros (Morales-Hernández et al., 2007d), (Morales-Hernández et al., 2007c) y (Terol-Villalobos et al., 2008) Además se tienen 3 artículos de revista (Morales-Hernández et al., 2009a), (Morales-Hernández et al., 2009b), (Morales-Hernández et al., 2010).

Derechos de autor de sistema: SIMM: Sistema de Procesamiento de Imágenes para el Cálculo de la Granulometría. Número de Registro: 03-2006-060514221100-01. Usuarios: QUIMIR, MABE, INB de la UNAM, CIDETEQ y UAQ.

CAPÍTULO DOS.

2. Introducción al procesamiento de imágenes.

Un imagen puede ser representada como una función $f(x, y)$, con (x, y) las coordenadas de los pixeles (elementos de la imagen) dentro la imagen (Gonzales y Woods, 2002). La función de salida de la imagen es el valor del pixel de la imagen, el cual es un valor lógico de 0 o 1 para imágenes binarias, mientras que para imágenes en niveles de gris la función tiene valores entre 0 y 255 (0, ..., 255). En procesamiento de imágenes se modifica la imagen de entrada por medio de un proceso el cual es diseñado para cumplir una tarea específica, por ejemplo, remover el ruido en una imagen para obtener a la salida una imagen libre de ruido. El procesamiento de una imagen es realizado entonces por una transformación ψ de una imagen de entrada $f(x, y)$ a una imagen de salida $g(x, y)$. Se puede obtener la ecuación entrada-salida (Goutsias y Batman, 2000; Sivakumar y Goutsias, 1997):

$$g(x, y) = \psi(f(x, y)) \quad (2.1)$$

La selección del procesamiento de la imagen puede reducirse a asumir dos propiedades fundamentales:

Lineal (aditividad): el operador Ψ produce el mismo resultado cuando se le aplica a la suma de dos imágenes, o cuando se aplica de manera separada sobre cada una de ella sumando las imágenes de salida.

Invariante a la traslación: el operador Ψ produce el mismo resultado cuando la traslación es aplicada a la imagen o al resultado de la operación.

El operador Ψ es llamado lineal cuando este satisface las siguientes propiedades:

$$\Psi(f_1(x, y) + f_2(x, y)) = \Psi(f_1(x, y)) + \Psi(f_2(x, y)), \quad (2.2)$$

$$\Psi(cf(x, y)) = c\Psi(f(x, y)), \quad (2.3)$$

Donde c es una translación (valor constante). La ecuación 2 es la propiedad de aditividad para el filtro lineal. Esta plantea que la suma de dos

imágenes puede ser procesada por el operador o que el resultado del procesamiento de estas dos imágenes puede ser sumado y que ambos criterios regresan la misma imagen de salida.

Estrictamente hablando, los operadores lineales no pueden ser aplicados a imágenes binarias porque se asume que las imágenes son combinadas por la adición. Esto no es posible en el caso binario, ya que las imágenes binarias solo permiten valores lógicos 0 y 1, por ejemplo $1+1=2$, es un valor de pixel que no existe en imágenes binarias. Los operadores morfológicos fueron especialmente diseñados para imágenes binarias, usando un enfoque de teoría de conjuntos.

A continuación se discute el caso binario, desde la teoría que originalmente fue desarrollada para imágenes binarias. Posteriormente se discute la extensión a imágenes en escala de grises. La teoría usa operadores y funciones basadas en conceptos topológicos y geométricos.

2.1. Morfología matemática

La principal herramienta usada en toda la tesis es la morfología matemática. En este capítulo se exponen la teoría de morfología matemática, su poder y sus posibilidades.

Los fundamentos matemáticos de la morfología son bastante elaborados, pero aquí solamente se introducirán los conceptos necesarios para esta tesis. Las deducciones y pruebas matemáticas están disponibles en Matheron (1975), Serra (1982), Dougherty y Astola (1994), Serra (1989), Serra y Soille (1994), Maragos, et al. (1996), Heijmans (1994), Heijmans y Roerdink (1998). En este capítulo se presentará la morfología matemática en imágenes binarias y niveles de gris. Se utiliza la morfología matemática como una herramienta para diferentes propósitos, en esta tesis se mostrarán diferentes técnicas para determinar la distribución de tamaños de los objetos, clasificar por forma, segmentar con criterios conectivos en diferentes orientaciones entre otras aplicaciones.

Primero se discuten los operadores morfológicos y sus propiedades para imágenes binarias. Posteriormente se busca extender a la morfología en niveles de gris. Finalmente se muestran algunas aplicaciones que pueden ser desarrolladas utilizando morfología matemática.

2.2. Morfología binaria

Morfología Matemática (MM) (Serra, 1982)(Haralick and Shapiro, 1992)(Heijmans,1994)(Soille,2003) es el marco para el procesamiento de imágenes basado en teoría de retículas y geometría aleatoria. Esto data desde 1964 cuando fue introducido por Serra y Matheron (Matheron, 1975)(Serra, 1982)(Serra, 1988). Esta herramienta fue propuesta para analizar estructuras geométricas en imágenes binarias y en niveles de gris. El procesamiento morfológico de imágenes puede simplificar imágenes eliminando objetos irrelevantes, y al mismo tiempo preservando las características de forma esenciales en los objetos.

Las imágenes binarias pueden ser descritas en términos de conjuntos de píxeles de un valor constante. Los píxeles de una imagen pueden ser de valor 1 o 0. Esto es la imagen es únicamente definida para especificar el conjunto:

$$A = \{r | A_f(r) = 1\} \quad (2.4)$$

El vector r es la representación de la coordenada (x,y) . A es el conjunto, mientras que A_f es la función característica de la imagen binaria que está dada en valores 0 o 1 para especificar el pixel. El término imagen binaria es algunas veces intercambiado por el término conjunto. Los píxeles con valor 1 son los píxeles del primer plano (el o los objetos), mientras que el fondo es de valor 0. Cuando una imagen binaria es desplegada, usualmente el color negro y blanco son el fondo y primer plano respectivamente. Un conjunto que representa una imagen binaria puede consistir en varios objetos. Los objetos son áreas conectadas de elementos con pixel valor 1, si el fondo tiene elementos con valor 0.

Se trabaja en el espacio discreto, donde una imagen está representada por píxeles que están alineados en una rejilla. Usualmente esta rejilla es rectangular. Para determinar si dos píxeles son parte del mismo objeto, una regla de conectividad debe ser especificada. Las dos conectividades más comunes son 4 y 8 vecinos, pero también 6 vecinos es posible en una rejilla hexagonal). En el caso de 4 vecinos, un píxel es conectado con otro si el otro píxel es uno de los cuatro vecinos más cercanos a este píxel. Cuando se usa la conectividad de 8 vecinos, entonces también los cuatro vecinos (en las diagonales) de las esquinas más cercanas a las vecindades de estos píxeles son conectadas al píxel. Dos píxeles son parte del mismo objeto si es posible moverse entre los dos píxeles usando un camino de píxeles conectados. En la Figura 2-2 estos son uno o dos objetos negros, dependiendo sobre cual conectividad se utilice 8 o 4 vecinos respectivamente. El píxel izquierdo negro y el píxel negro derecho en la figura son solo parte del mismo objeto si se usa la conectividad 8 vecinos.



Figura 2-1. a) Conectividad 4 vecinos, b) Conectividad 8 vecinos. El color negro representa los vecinos conectados al píxel gris.

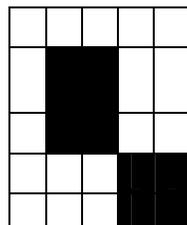


Figura 2-2. Dependiendo la conectividad se tienen uno (en 8 vecinos) o dos objetos (en cuatro vecinos). Los objetos están en negro y el fondo blanco.

El complemento de un conjunto A es definido como:

$$\begin{aligned}
 A^c &= \{r | A_f(r) = 0\} \\
 &= \{r | r \notin A\}
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

La imagen A^c es obtenida desde A por el cambio de los pixeles negros por pixeles blancos y viceversa.

Se utiliza la operación de conjuntos unión (\cup) y la intersección (\cap) y diferencia (\setminus), como se ilustra en la Figura 2-3. El conjunto diferencia de $A \setminus B$ es definida por $A \cap B^c$. Un conjunto vacio es representado por el símbolo \emptyset .

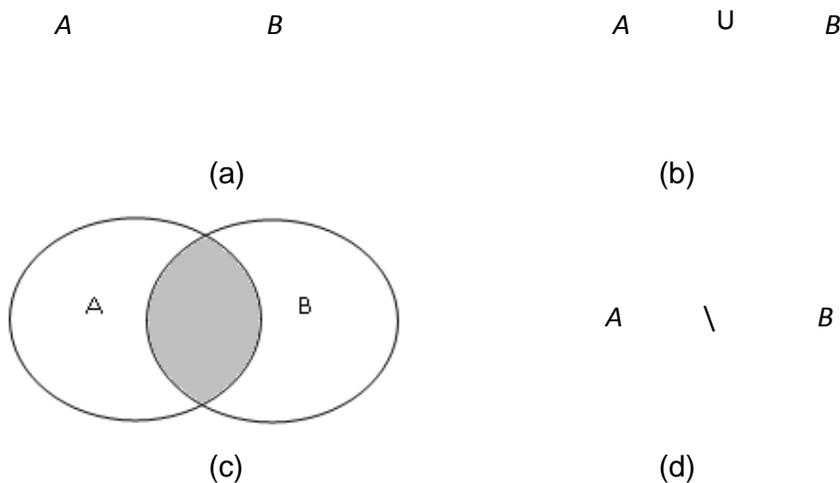


Figura 2-3. Operaciones de conjuntos. a) Dos conjuntos A y B, b) Unión de $A \cup B$, c) Intersección de los conjuntos $A \cap B$, d) Diferencia de conjuntos $A \setminus B$.

La morfología matemática binaria es basada en dos operadores básicos: dilatación y erosión. Estos están definidos en términos del elemento estructural. La ecuación de entrada-salida del procesamiento morfológico de la imagen es denotada por:

$$A' = \Psi_B(A) \tag{2.6}$$

El elemento estructural B es un parámetro importante del operador. Éste es también un conjunto y puede ser pensado como una imagen binaria, aunque es de un tamaño muy pequeño. Por pequeño se entiende una imagen binaria con lados menores a 10 pixeles, mientras la imagen de salida puede tener lados de cientos de pixeles. La función del operador es determinado completamente por B . La forma de este elemento estructural

revela que tipo de formas son importantes, las operaciones morfológicas se realizan por lo regular con elementos estructurales cuadrados.

En la siguiente sección se hará uso de los conceptos de traslación y reflexión. La traslación de B por un vector r es definido como:

$$\begin{aligned} T_r(B) &= \{b | b - r \in B\} \\ &= \{b + r | b \in B\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Una imagen digital es siempre descrita en el interior de un área, definida por pixeles horizontalmente y verticalmente. Esto significa que los pixeles en el interior del área se le asigna un valor, pero los valores de los pixeles exteriores es desconocido. Una traslación de las coordenadas de un determinado pixel puede referirse a un pixel con un valor indefinido. Esto debe ser tomado en cuenta.

Todos los objetos entonces deben estar dentro del área visible de la imagen. Los pixeles fuera del área de la imagen se le puede asignar el valor 0, que es también llamado cero de relleno. Esto tiene la desventaja, de cortar abruptamente los objetos que tocan el borde de la imagen. Se puede generalizar este relleno para otros valores, por ejemplo, para asignar el valor máximo de los pixeles exteriores.

Otra posibilidad es el borde espejo. Los bordes de la imagen funciona como líneas espejo, y los valores del pixel del área visible de la imagen son reflejados. Cambios abruptos de los borde de la imagen son evitados de esta manera, pero nuevos valores no necesariamente representan el valor real de los pixeles indefinidos.

Ambos métodos son visualizados en la Figura 2-4, donde P_{xy} es el valor del pixel. Para la dilatación y la erosión, es necesario asignar un valor a los bordes como se vera mas adelante.

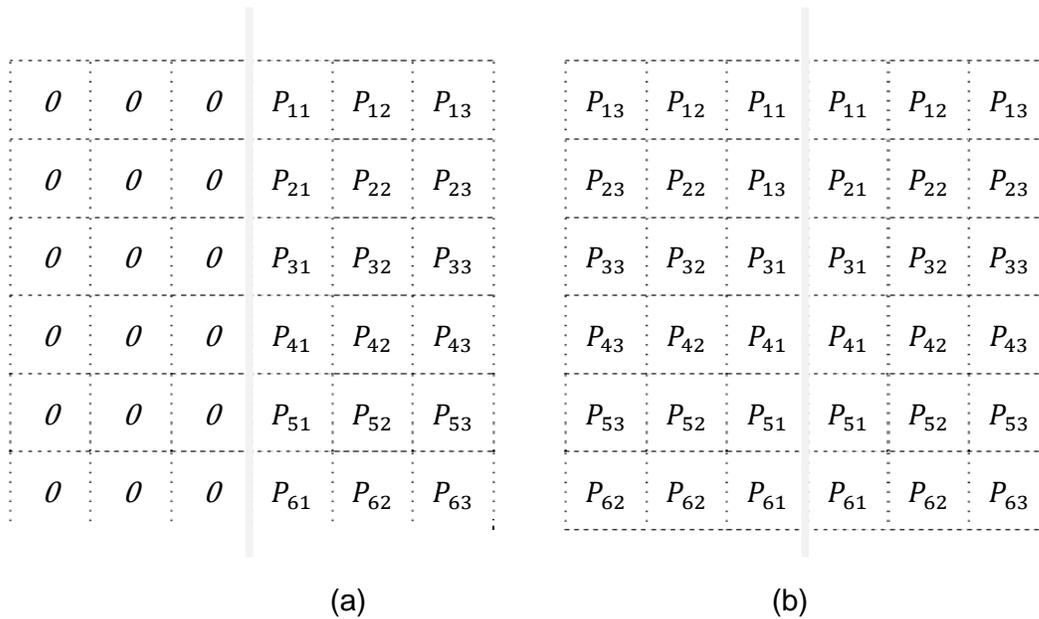


Figura 2-4. Pixeles en los bordes de la imagen. A) Relleno con ceros, b) Espejo de bordes.

Pixeles fuera del área visible se les asigna valores por omisión.

2.2.1. Dilatación binaria

La dilatación binaria, combina dos conjuntos para usar el vector de adición de un conjunto de elementos. Esta adición es llamada la adición de Minkowski. La dilatación se define como:

$$A \oplus B = \{a + b : a \in A, b \in B\} \quad (2.8)$$

La adición de Minkowski es conmutativa, la dilatación es también conmutativa, esto es $A \oplus B = B \oplus A$. En la práctica A es una imagen y B es el elemento estructural pequeño y la operación es siempre descrita como la dilatación de la imagen por el elemento estructural.

La Figura 2-5 muestra el efecto de la dilatación morfológica. La dilatación agrega pixeles al conjunto A . El origen del elemento estructural es posicionado para cada pixel del objeto. Cada pixel que es ahora parte del elemento estructural, será parte de la imagen dilatada.

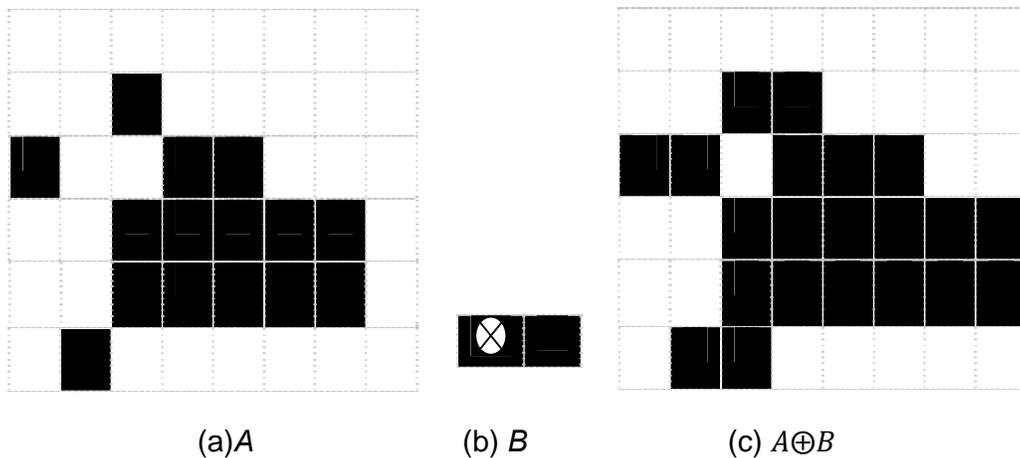


Figura 2-5. Dilatación binaria. Los elementos oscuros representan el objeto. (a) Imagen original, (b) Elemento estructural con origen \otimes , (c) Dilatación de A por el elemento estructural B .

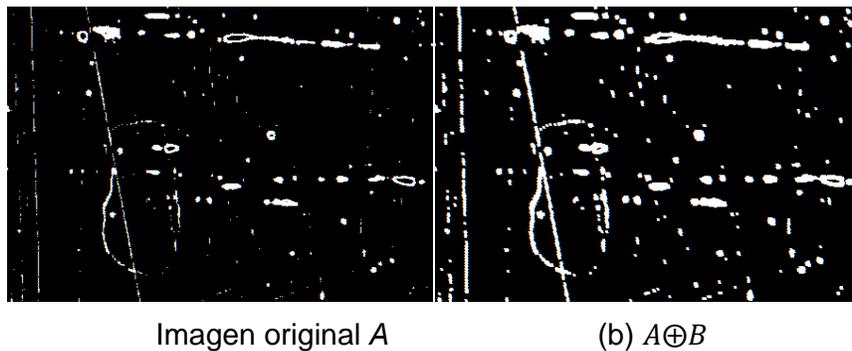


Figura 2-6. Dilatación binaria considerando B un elemento estructural cuadrado, los blancos son los pixeles del objeto y el negro representa el fondo.

Una dilatación agranda los objetos en la imagen, para incrementar el número de pixeles en la imagen. En la Figura 2-6 se muestra el dilatado de una imagen binaria (los pixeles blancos son parte del conjunto) por un elemento estructural cuadrado con tamaño 4. Note que además de ampliar el objeto, los agujeros son rellenos y las líneas del contorno aparecen más nítidas.

La dilatación tiene algunas propiedades interesantes. La primera de todas, es que es distributiva con respecto a la operación de unión. Es también invariante a la traslación, como esta es una propiedad del procesamiento de imágenes, de acuerdo a la ecuación (2.3). Las propiedades distributiva e invariante a la traslación para la dilatación son respectivamente:

$$(A_1 \cup A_2) \oplus B = (A_1 \oplus B) \cup (A_2 \oplus B) \quad (2.9)$$

$$A \oplus T_r(B) = T_r(A \oplus B) \quad (2.10)$$

El operador es también extensivo, lo que significa que el conjunto inicial es parte del dilatado del conjunto:

$$\forall A: A \subseteq A \oplus B \quad (2.11)$$

Este es el caso cuando el origen es parte del elemento estructural ($0 \in B$).

En los ejemplos mostrados, el efecto de los bordes debe tomarse en cuenta. Para la dilatación, todos los pixeles fuera de la imagen son puestos en 0. De esta manera solo los pixeles del objeto son visibles. Por otro lado, los pixeles del borde de la imagen pueden introducir objetos imprevistos no deseados en la imagen.

2.2.2. Erosión Binaria

La erosión binaria es morfológicamente el dual con respecto a la complementación de la dilatación. La erosión está definida en términos de la sustracción de Minkowski:

$$A \ominus B = \{r \mid r + b \in A, \forall b \in B\} \quad (2.12)$$

A diferencia de la dilatación la erosión no es conmutativa. Como con la dilatación, entonces es posible reescribir la erosión, esta vez usando la operación intersección.

$$X \ominus B = \bigcap_{b \in B} X_b = \{x \in E : B_x \subseteq X\} \quad (2.13)$$

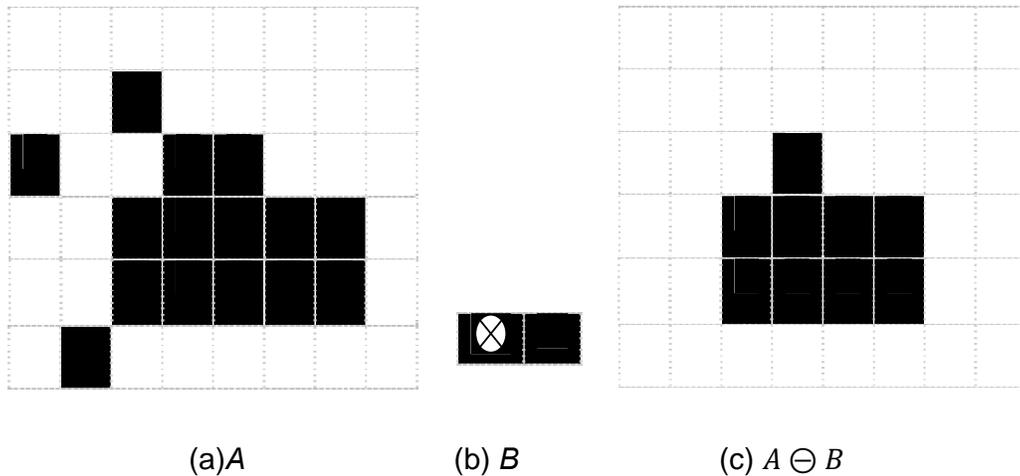


Figura 2-7. Erosión binaria. Los elementos oscuros representan el objeto. (a) Imagen original, (b) Elemento estructural con origen \otimes , (c) erosión de A por el elemento estructural B .

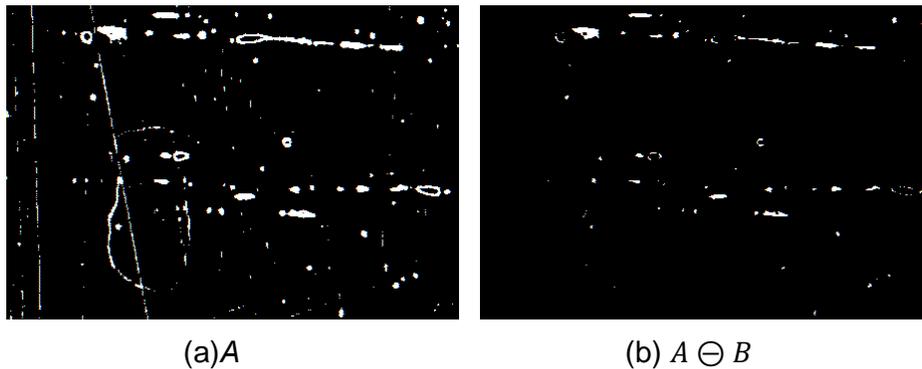


Figura 2-8. Erosión binaria por B , con B un elemento estructural cuadrado, los blancos son los píxeles del objeto y el negro representa el fondo.

Un ejemplo de la erosión se muestra en la Figura 2-7. El elemento estructural es trasladado para cada píxel de la imagen, uno a la vez. Si cada píxel que es parte del elemento estructural trasladado es también parte del objeto, entonces el píxel en la ubicación del elemento estructural será parte de la imagen erosionada.

Una erosión reduce los objetos; también los objetos pequeños desaparecen y los objetos conectados por pequeños puentes tienden a desaparecer (Figura 2-8).

La erosión también cumple las propiedades distributiva e invariante a la traslación, lo cual hace el procesamiento de imagen de acuerdo a la

definición en la sección anterior. Las propiedades distributiva e invariante a la traslación se muestran a continuación:

$$(A_1 \cap A_2) \ominus B = (A_1 \ominus B) \cap (A_2 \ominus B) \quad (2.14)$$

$$A \ominus T_r(B) = T_{-r}(A \ominus B) \quad (2.15)$$

La erosión es creciente:

$$A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow A_1 \ominus B \subseteq A_2 \ominus B \quad (2.16)$$

La erosión es llamado el operador anti-extensivo si para todas las imágenes, la erosión de la imagen de entrada es parte de la misma imagen de salida.

$$\forall A: A \ominus B \subseteq A \quad (2.17)$$

Este es el caso cuando el origen es parte del elemento estructural ($0 \in B$).

En los ejemplos dados, el efecto del borde debe ser tomado en cuenta. Para la erosión, todos los pixeles exteriores de la imagen son el máximo valor que puede tomar el conjunto, tal que para imagen binarias el valor es 1. De esta manera, solo los pixeles predefinidos contribuyen a la erosión. Los pixeles del borde son entonces parte de un objeto grande fuera del área visible. Esto podría dar lugar para preservar estos pixeles del borde, mientras que esto no necesariamente es deseado. Los bordes espejo podrían ser usados pero esto generalmente no se hace. Rellenar los bordes asegura que ningún pixel fuera de la imagen contribuye a la dilatación o la erosión.

2.2.3. Apertura y cerradura binaria

La dilatación y erosión son bloques de construcción primarios para otros operadores morfológicos. Los operadores básicos pueden ser combinados de diferentes maneras. La combinación simple es el encadenamiento de un operador básico con otro. Esta combinación forma operadores morfológicos secundarios.

2.2.4. Cerradura

La cerradura morfológica está definida como una dilatación seguida por una erosión:

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (2.18)$$

Como se ve el mismo elemento estructural B es usado para la dilatación y la erosión. Las operaciones morfológicas se han definido con la notación de Minkowski. La erosión compensa parcialmente el efecto de la dilatación: las líneas del contorno aparecen más nítidas después de la dilatación pero este efecto es parcialmente desecho por la erosión. También el crecimiento de los objetos es cancelado por la disminución que se produce en el paso de la erosión. Generalmente una separaciones estrechas y entrantes delgadas, así como elimina pequeños huecos y rellena agujeros del contorno. La cerradura es entonces un filtro suavizador. La Figura 2-9 muestra un ejemplo

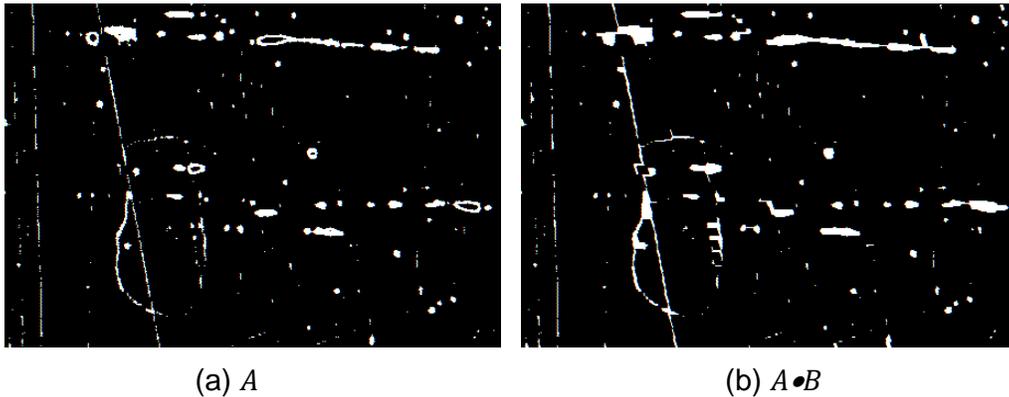


Figura 2-9. Cerradura binaria por un elemento estructural B . tipo cuadrado. Donde los pixeles blanco representan los objetos y los negros el fondo.

Cada cerradura es creciente, extensiva e idempotente, como se expresa a continuación:

$$A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow A_1 \bullet B \subseteq A_2 \bullet B \quad (2.19)$$

$$A \subseteq A \bullet B \quad (2.20)$$

$$A \bullet B = (A \bullet B) \bullet B \quad (2.21)$$

La idempotencia es una propiedad importante. La idempotencia quiere decir que si aplicamos una segunda cerradura con el mismo elemento

estructural producirá la misma imagen, como si solo se aplicara la cerradura una sola vez.

2.2.5. Apertura

La apertura morfológica está definida como una erosión seguida por una dilatación:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (2.22)$$

La dilatación tratará de eliminar la operación de erosión pero los objetos que desaparecen a causa de la erosión no pueden ser recobrados por la dilatación. Al igual que la cerradura, la apertura es un filtro que suaviza la imagen. Un ejemplo de la apertura binaria se muestra en la Figura 2-10.

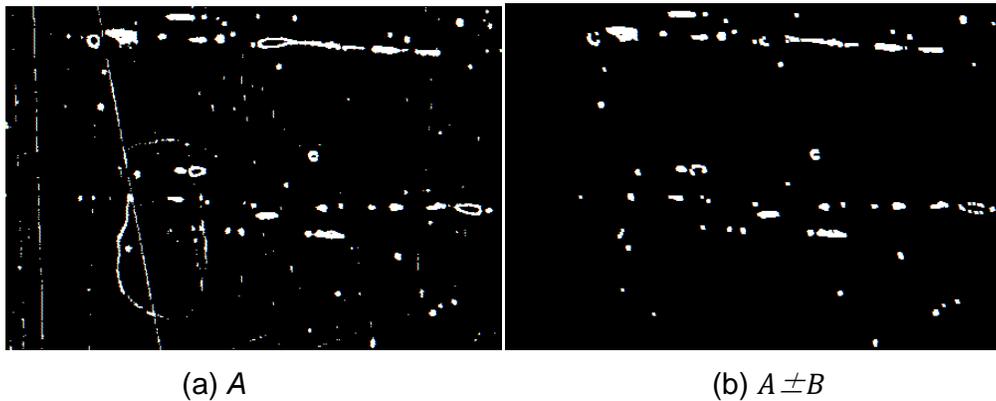


Figura 2-10. Apertura binaria por un elemento estructural B . tipo cuadrado. Donde los pixeles blanco representan los objetos y los negros el fondo.

Todas las aperturas son crecientes, anti-extensivas, idempotentes como se expresa a continuación:

$$A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow A_1 \circ B \subseteq A_2 \circ B \quad (2.23)$$

$$A \circ B \subseteq A \quad (2.24)$$

$$A \circ B = (A \circ B) \circ B \quad (2.25)$$

2.3. Propiedades

En las secciones previas se mencionan algunas propiedades de los cuatro operadores básicos de la morfología matemática. Como la propiedad

distributiva y invariante a la traslación, (anti-) extensivas y idempotentes. Esta sección contiene una lista de algunas propiedades adicionales y la relación entre diferentes operadores.

2.3.1. Dualidad.

Se mencionó que la erosión es la transformación dual (con respecto a la complementación) de la dilatación. Esto es también verdad para la cerradura y la apertura. La erosión puede ser escrita en función de la dilatación, o viceversa, y la apertura puede ser escrita como una función de la cerradura y viceversa. Como consecuencia, la teoría de morfología matemática puede ser descrita en términos de operadores básicos simples. Las relaciones de dualidad (Serra, 1982) son obtenidos usando el complemento del conjunto:

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \check{B} \quad (2.26)$$

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \check{B} \quad (2.27)$$

$$(A \bullet B)^c = A^c \circ \check{B} \quad (2.28)$$

$$(A \circ B)^c = A^c \bullet \check{B} \quad (2.29)$$

La propiedad distributiva existe también para el elemento estructural:

$$A \oplus (B_1 \cup B_2) = (A \oplus B_1) \cup (A \oplus B_2) \quad (2.30)$$

$$A \ominus (B_1 \cup B_2) = (A \ominus B_1) \cap (A \ominus B_2) \quad (2.31)$$

Estas propiedades pueden ser tomadas en cuenta para mejorar el costo computacional de una operación morfológica. Una imagen puede ser procesada con diferentes elementos estructurales pequeños en paralelo en diferentes en procesos de cálculo. Los resultados son combinados usando la propiedad distributiva.

2.3.2. Invariante a la escala.

Las definiciones de morfología matemática y las propiedades son validas para imágenes binarias discretas, así como para imágenes binarias continuas. La invariancia a la escala es una excepción y necesita de dos diferentes definiciones. Primero se define la escala para imágenes continuas.

Las propiedades de homogeneidad se exponen a continuación. La escala en una imagen B con un factor λ es:

$$H_\lambda(B) = \{\lambda b | b \in B, \lambda \neq 0\} \quad (2.32)$$

Con $\lambda \in \mathbb{R}$. Cuando $\lambda = 0$, la escala resultante es el origen 0.

Las siguientes propiedades se mantienen:

$$H_\lambda(B) = \widetilde{H_{-\lambda}(B)} = H_\lambda(\check{B}) \quad (2.33)$$

Para el caso especial $\lambda=-1$ se tiene:

$$H_{-1}(B) = H_1(\check{B}) = \check{B} \quad (2.34)$$

Las propiedades de homogeneidad exponen que el tamaño absoluto no tiene efecto, solo es relativo el tamaño y la forma:

$$H_\lambda(A) \oplus H_\lambda(B) = H_\lambda(A \oplus B) \quad (2.35)$$

$$H_\lambda(A) \ominus H_\lambda(B) = H_\lambda(A \ominus B) \quad (2.36)$$

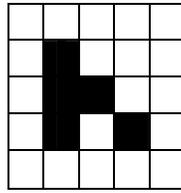
$$H_\lambda(A) \bullet H_\lambda(B) = H_\lambda(A \bullet B) \quad (2.37)$$

$$H_\lambda(A) \circ H_\lambda(B) = H_\lambda(A \circ B) \quad (2.38)$$

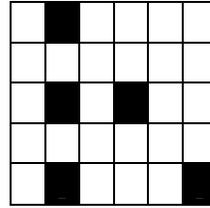
Se considera una imagen discreta entonces otro tipo de escalas se puede aplicar. Primero todos los pixeles de la imagen digital son alineados en una rejilla, entonces los pixeles de la imagen escalada debe tener coordenadas discretas. Por lo tanto λ se restringe a un número entero. En segundo lugar la magnificación de un objeto discreto resulta en un conjunto de pixeles desconectados (Figura 2-11b). Para evitar esto, los objetos deben ser dilatados en vez de magnificada. La definición para escalar por un factor n es cambiada por:

$$nB = \underbrace{B \oplus B \cdots \oplus B}_{n \text{ veces}} \quad (2.39)$$

Cuando $n = 0$ la escala resultante esta en el origen 0.



(a) A



(b) nA , con $n = 2$

Figura 2-11. Píxeles conectados llegan a ser desconectados después del escalamiento, para imágenes discretas.

2.3.3. Conmutatividad y asociatividad.

La adición de Minkowski es una operación conmutativa, lo cual implica que la dilatación es también conmutativa: $A \oplus B = B \oplus A$, como se vio anteriormente. Porque en la práctica A es la entrada de la imagen y B es un elemento estructural pequeño, la regla de conmutatividad no tiene un propósito práctico. A continuación se presentan ecuaciones más útiles. Se plantea el orden en el cual los diferentes elementos estructurales son usados es irrelevante:

$$(A \oplus B_1) \oplus B_2 = (A \oplus B_2) \oplus B_1 \quad (2.40)$$

$$(A \ominus B_1) \ominus B_2 = (A \ominus B_2) \ominus B_1 \quad (2.41)$$

La asociatividad en las ecuaciones es:

$$(A \oplus B_1) \oplus B_2 = A \oplus (B_1 \oplus B_2) \quad (2.42)$$

$$(A \ominus B_1) \ominus B_2 = A \ominus (B_1 \oplus B_2) \quad (2.43)$$

Es importante conocer las reglas de asociación. La ecuación (2.42) expone que la dilatación de una imagen por B_1 y el resultado por B_2 es equivalente a una dilatación de la imagen por un elemento estructural más grande $B_1 \oplus B_2$. El primer cálculo tiene un menor costo computacional que el segundo; una secuencia de operadores morfológicos con pequeños elementos estructurales es más ventajosa que una operación con elementos estructurales grandes. De hecho un algoritmo no optimizado tendría que erosionar o dilatar cada pixel por ejemplo $M \times N$ píxeles. Si el conjunto del elemento estructural B contiene P pixels, entonces el número de operaciones podría ser $MN(P - 1)$. Este elemento estructural B se puede escribir como $B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_p$, tal que se puede descomponer este elemento estructural

dentro de elementos mas pequeños con tamaño $P_i (i = \dots, p)$, entonces el número de operaciones será $MN(\sum_i(P_i - 1))$ el cual a menudo es más pequeño que $MN(P - 1)$.

Un elemento estructural cuadrado 5×5 puede ser descompuesto en 2 elementos estructurales de 3×3 . El número de operaciones decrece de $24MN$ a $16MN$. Para elementos estructurales grandes la diferencia en el número de operaciones es aún más clara.

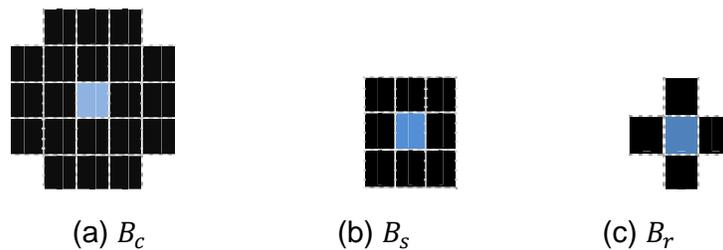


Figura 2-12. Descomposición de elemento estructural: $B_c = B_s \oplus B_r$.

Otro ejemplo es el elemento estructura en forma de círculo. Éste contiene 21 pixeles (Figura 2-12a) y el costo computacional es de $20MN$ operaciones. Si éste se descompone en un cuadrado (9 pixeles, Figura 2-12b) y un elemento en cruz (5 pixeles, Figura 2-12c) entonces el costo es de $12MN$ operaciones.

2.3.4. Idempotencia

La idempotencia es una propiedad bastante utilizada en los operadores secundarios de la morfología matemática básica. Se repiten (2-44) y (2.45).

$$A \bullet B = (A \bullet B) \bullet B \quad (2.44)$$

$$A \circ B = (A \circ B) \circ B \quad (2.45)$$

En consecuencia la idempotencia es la invariancia a la dilatación bajo la apertura y a la erosión bajo la cerradura.

$$A \oplus B = (A \oplus B) \circ B \quad (2.46)$$

$$A \ominus B = (A \ominus B) \bullet B \quad (2.47)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser reescritas de la siguiente forma:

$$A \oplus B = (A \bullet B) \oplus B \quad (2.48)$$

$$A \ominus B = (A \circ B) \ominus B \quad (2.49)$$

Si la cerradura o la apertura de un cierto elemento estructural no tienen ningún efecto sobre la imagen de entrada, entonces la imagen se dice ser respectivamente cerradura- B o apertura- B .

$$A \bullet B = A \quad (2.50)$$

$$A \circ B = A \quad (2.51)$$

Las siguientes propiedades pueden ser generalizadas: en lugar de la combinación de dos conjuntos (una unión o intersección de imágenes o elementos estructurales), más conjuntos pueden ser combinados.

$$(A_1 \cup A_2) \ominus B \supseteq (A_1 \ominus B) \cup (A_2 \ominus B) \quad (2.52)$$

$$A \oplus (B_1 \cap B_2) \subseteq (A \oplus B_1) \cap (A \oplus B_2) \quad (2.53)$$

$$A \ominus (B_1 \cap B_2) \supseteq (A \ominus B_1) \cup (A \ominus B_2) \quad (2.54)$$

$$(A_1 \cup A_2) \bullet B \supseteq (A_1 \bullet B) \cup (A_2 \bullet B) \quad (2.55)$$

$$(A_1 \cup A_2) \circ B \supseteq (A_1 \circ B) \cup (A_2 \circ B) \quad (2.56)$$

$$(A_1 \cap A_2) \bullet B \subseteq (A_1 \bullet B) \cap (A_2 \bullet B) \quad (2.57)$$

$$(A_1 \cap A_2) \circ B \subseteq (A_1 \circ B) \cap (A_2 \circ B) \quad (2.58)$$

2.3.5. Adjunción

Otra forma de la dualidad entre la dilatación y la erosión es la siguiente propiedad:

$$A_1 \oplus B \subseteq A_2 \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2 \ominus B \quad (2.59)$$

La dupla (\oplus, \ominus) es llamada adjunción. Esto explica que la erosión no es exactamente la inversa de la dilatación: al aplicar una erosión y después una

dilatación no es posible recuperar la imagen inicial y viceversa. Si este hubiera sido el caso entonces la cerradura y la apertura serian ambos operadores identidad, ya que estos son una dilatación seguida de una erosión y una erosión seguida de una dilatación respectivamente.

2.3.6. Monotonicidad

Como se vio anteriormente los cuatro operadores básicos son monotónicos tal que estos son enteramente extensivos o no extensivos. Siendo más específico estos son crecientes (no permanecen constantes o disminuyen). Desde el punto de vista del elemento estructural, la dilatación y la erosión son también monotónicos. La dilatación es extensiva pero la erosión es anti-extensiva.

$$B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow A \oplus B_1 \subseteq A \oplus B_2 \quad (2.60)$$

$$B_2 \subseteq B_1 \Rightarrow A \ominus B_1 \supseteq A \ominus B_2 \quad (2.61)$$

2.4. Desigualdades

Una dilatación seguida por una erosión (cerradura) no es lo mismo que una erosión seguida por una dilatación (apertura). Lo mismo se cumple para la combinación de la cerradura con la apertura.

$$(A \circ B) \bullet B \neq (A \bullet B) \circ B \quad (2.62)$$

Si el origen es parte del elemento estructural ($0 \in B$) entonces se tienen algunas relaciones entre los diferentes operadores, estos formarán directamente desde las propiedades extensiva y anti-extensiva.

$$A \ominus B \subseteq A \subseteq A \oplus B \quad (2.63)$$

$$A \bullet B \subseteq A \oplus B \quad (2.64)$$

$$A \circ B \subseteq A \oplus B \quad (2.65)$$

$$A \ominus B \subseteq A \circ B \quad (2.66)$$

$$A \ominus B \subseteq A \bullet B \quad (2.67)$$

En todas las ecuaciones anteriores, es permitido remplazar el elemento estructural B por su contraparte reflexivo \check{B} , en solo uno o ambos lados de la ecuación.

Como una conclusión, se menciona la siguiente relación entre los diferentes operadores, suponiendo que la condición $0 \in B$ se cumple:

$$A \ominus B \subseteq A \circ B \subseteq A \subseteq A \bullet B \subseteq A \oplus B \quad (2.68)$$

Cuando $0 \in B$, la erosión y la apertura son operadores anti-extensivos, la dilatación y cerradura son operadores extensivos. Se puede concluir que para el mismo elemento estructural, la erosión elimina la mayoría de los píxeles, mientras que la dilatación añade más píxeles. Los elementos estructurales pueden ser líneas, simétricos, tener una forma específica, ser inclinados, tener el origen en diferentes posiciones. La forma del elemento estructural se selecciona en función de la tarea que desarrollará.

2.5. Elemento estructural.

El elemento estructural es un conjunto de prueba que escanea la imagen y modifica los píxeles en la base al contenido de la imagen. Al igual que la imagen de entrada, este es binario. La tarea del elemento estructural es modificar la imagen de entrada de cierta manera, y esto toma en cuenta la información local. El elemento estructural es por tanto en muchos de los casos un conjunto muy pequeño con respecto a la imagen de entrada. Un elemento estructural discreto consiste en pocos píxeles (a menudo menos de 10) que son conectados uno con otro. Una imagen discreta tiene ciento o miles de píxeles. Cuando se trabaja con imágenes discretas, el elemento estructural es una pequeña ventana con un conjunto de píxeles con valores puestos a 1 y otros a 0. En la Figura 2-13 se muestran diferentes elementos estructurales.

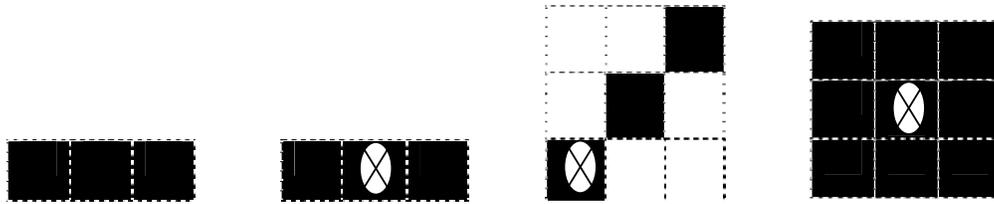


Figura 2-13. Ejemplos de diferentes elementos estructurales. El origen se marca con una cruz.

Las cruces en los ejemplos marcan el origen del elemento estructural. La localización de este es muy importante ya que es la posición de referencia de la ventana del elemento estructural, cuando se mueve sobre los píxeles de la imagen de entrada.

Los elementos estructurales se pueden combinar. Elementos estructurales pequeños y simples pueden ser usados como bloques de construcción para construir elementos estructurales más grandes y complejos. Es posible utilizar en morfología matemática elementos estructurales grandes o utilizar secuencias de pequeños elementos estructurales. Esto es gracias a la propiedad de asociatividad mencionada anteriormente, donde un elemento estructural grande es la dilatación de un elemento estructural más pequeño con otro (o secuencia de dilataciones). En la Figura 2-14 se muestra un ejemplo. La combinación de dos elementos estructurales pequeños (de 3 píxeles) permite obtener un elemento estructural más grande (9 píxeles).

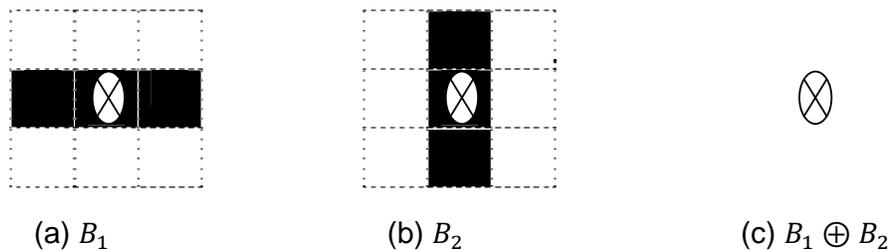


Figura 2-14. Combinación de elementos estructurales.

2.6. Función distancia

Enseguida se muestra una de las herramientas más utilizadas en morfología matemática, llamada función distancia. A continuación se define la función distancia generalizada.

Definición (Función distancia). La función distancia de un conjunto X , es la transformación que asocia a cada elemento $x \in X$, su distancia al complemento de X (X^c) denotado como $d(x, X^c)$.

$$d_x \begin{cases} X \rightarrow \mathbb{Z}^+ \\ x \rightarrow d(x, X^c) \end{cases} \quad (2.69)$$

La función distancia generalizada $d_B(X)$ con respecto a la familia de elementos estructurales $(nB)_{n>0}$ asignando a cada pixel $p \in X$ el tamaño $k > 0$ tal que $p \notin \varepsilon_{kB}(X)$:

$$d_B(X)(p) = \min\{k > 0 | p \notin \varepsilon_{kB}(X)\} \quad (2.70)$$

2.7. Esqueleto.

Calabi y Hartnett (1968), introducen la noción de esqueleto. En especial estos autores utilizan la noción de discos máximas para calcular un esqueleto.

Un disco máximo B incluido en X se dice que es máxima si y solo si no existe otro disco máximo incluido en X y que contiene a B :

$$\forall B' \text{ un disco}, \quad B \subseteq B' \subseteq X \Rightarrow B' = B \quad (2.71)$$

Este concepto se ilustra en la Figura 2-15 y la definición de esqueleto se da a continuación

El esqueleto de discos máximos: el esqueleto $S(X)$ de un conjunto $X \subset \mathbb{Z}^2$ es el conjunto de los centros de los discos máximos.

$$S(X) = \{p \in X | \exists r \geq 0, B(p, r) \text{ es un disco maximo de } X\} \quad (2.72)$$

El esqueleto es una noción intuitiva: el esqueleto de un disco se reduce a su centro del disco, que produce una línea de espesor unitario al recorrer el objeto. El esqueleto también es llamado transformación de eje medio, que proporcionar una descripción de los conjuntos en términos de líneas del ancho de un pixel.

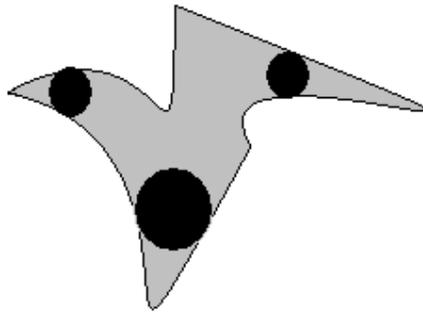


Figura 2-15. Concepto de disco máximo en el plano euclidiano.

En el caso discreto, se denota por nB el disco de radio n en la conectividad considerada:

$$nB = \underbrace{B \oplus B \oplus B \cdots \oplus B}_{n \text{ veces}}, \quad (2.73)$$

Con B igual a un elemento estructural determinado, por ejemplo cuadrado o circular. Lantuéjoul demostró que el esqueleto por discos máximo puede ser obtenido por la siguiente expresión:

$$S(X) = \bigcup_{n=0}^{+\infty} [(X \ominus nB) / ((X \ominus nB) \circ B)] \quad (2.74)$$

El esqueleto por discos máximos puede ser obtenido como la unión de los residuos de las aperturas de X en todas las escalas.

2.8. Morfología matemática en imágenes en niveles de gris

La teoría de morfología matemática fue desarrollada para imágenes binarias. Los operadores morfológicos binarios se pueden considerar operadores lógicos que trabajan sobre imágenes lógicas: un punto en el espacio, tal que un pixel en una imagen discreta es parte del conjunto o no lo es. Esto es equivalente a decir que un pixel tiene un valor lógico de 1 o 0.

En las imágenes en niveles de gris es diferente. Mientras una imagen binaria es representada por los colores blanco y negro, una imagen en niveles de gris consiste de diferentes tonos de gris. En procesamiento de

imágenes el rango de estos valores grises es usualmente entre 0 y 255, tomando solo valores enteros, con 0 siendo el tono más oscuro (negro) y 255 siendo el tono más claro (blanco). Esto es para la imágenes en 8 bit, con $2^8=256$ posibilidades de valores de gris. Una extensión de la teoría de la morfología matemática es entonces impuesta.

Hay que tomar en cuenta que una imagen binaria es un caso especial de una imagen en niveles de gris. Por ello la extensión se da de forma natural. Reemplazando la unión (o función lógica OR) y la intersección (o función lógica AND) con los operadores *max* y *min*, la morfología matemática binaria se puede obtener como un caso específico de la morfología matemática en niveles de gris. Realmente debería ser reemplazado por el supremo y el ínfimo pero estas correcciones matemáticas solo se hacen cuando son usadas imágenes continuas (funciones continuas). Entonces en la práctica del procesamiento de imágenes discretas son usados de preferencia el máximo (*max*) y el mínimo (*min*).

Se reemplazará la notación anterior como se menciona en la Tabla 1.

Al igual, la inclusión se substituirá por el orden usual, es decir $f \leq g \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$ para todo x . Entonces una transformación T es creciente si para todo par de funciones f y g , con $f \leq g \Rightarrow T(f) \leq T(g)$. En otras palabras, una transformación creciente preserva el orden. La propiedad de idempotencia se conserva en el caso de niveles gris. Una transformación T es idempotente si y solo si $T(T(f)) = T(f)$. El uso de las dos anteriores propiedades mencionadas juega un papel importante en la teoría de filtros morfológicos. Ya que se le llama filtro morfológico a toda transformación que es creciente e idempotente. Los filtros morfológicos básicos son como la apertura morfológica $\gamma_{\mu B}$ y la cerradura morfológica $\phi_{\mu B}$.

Tabla 1- Notación		
Operador	Notación de conjuntos	Notación de funciones (imágenes en niveles de gris)
Dilatación	\oplus	δ

Erosión	\ominus	ε
Apertura	\circ	γ
Cerradura	\bullet	φ

2.8.1. Dilatación en niveles de gris

En el caso de funciones o imágenes de niveles de gris, si B es el elemento estructural plano, la dilatación de la función f dentro de la ventana de observación definida por B desplazado de manera que el origen de B esta centrado en x

$$\delta_f(x) = \max\{x_k, k \in B\} \quad (2.75)$$

Donde x_k es el valor que toma la imagen en el punto $x + k$, es decir $f(x + k)$.

2.8.2. Erosión en niveles de gris

$$\varepsilon_f(x) = \min\{x_k, k \in B\} \quad (2.76)$$

Las propiedades más importantes de la dilatación y la erosión son que ambas transformaciones son crecientes y que si el origen del elemento estructural está contenido en él mismo, entonces, son extensivas y anti-extensivas respectivamente. Ambas funciones son además duales, de manera que:

$$\delta_B(f)^c = \varepsilon_B(f^c) \quad (2.77)$$

Tanto la erosión como la dilatación no cumplen con la propiedad de idempotencia. Al aplicar sucesivamente la erosión el nivel de gris de la imagen disminuye.

$$\delta_B(f) \neq \delta_B(\delta_B(f)), \varepsilon_B(f) \neq \varepsilon_B(\varepsilon_B(f)) \quad (2.78)$$

2.8.3. Apertura y Cierre en niveles de gris

La aplicación de dos erosiones sucesivas o de dos dilataciones sucesivas no aporta ningún operador nuevo, como ya se vio anteriormente, pero al igual que en imágenes binarias al aplicar una erosión seguida de una dilatación o viceversa, se obtiene una apertura y una cerradura respectivamente.

La apertura de una función por un elemento estructural B , se denota por:

$$\gamma_B(f) = \delta_B(\varepsilon_{\bar{B}}(f)) \quad (2.79)$$

Si el elemento estructural es simétrico, entonces la transposición del elemento estructural no produce ningún cambio y se puede re-escribir de la siguiente forma:

$$\gamma_B(f) = \delta_B(\varepsilon_B(f)) \quad (2.80)$$

La apertura cumple, entre otras, las siguientes propiedades:

Creciente:

$$f \leq g \Leftrightarrow \gamma(f) \leq \gamma(g) \quad (2.81)$$

Anti-extensiva:

$$\gamma(f) \leq f \quad (2.82)$$

Cerradura. La cerradura de una función f por un elemento estructural B , denotado por $\varphi_B(f)$, se define como:

$$\varphi_B(f) = \varepsilon_B(\delta_{\bar{B}}(f)) \quad (2.83)$$

Si el elemento estructural es simétrico, entonces la transposición del mismo no produce ningún cambio y se puede poner que $\varphi_B(f) = \varepsilon_B(\delta_B(f))$.

La cerradura cumple, entre otras, las siguientes dos propiedades:

Creciente:

$$f \leq g \Leftrightarrow \varphi(f) \leq \varphi(g) \quad (2.84)$$

Extensiva:

$$\varphi(f) \geq f \quad (2.85)$$

Como consecuencia, se puede establecer el siguiente ordenamiento parcial:

$$\gamma(f) \leq f \leq \varphi(f) \quad (2.86)$$

Ambas definiciones se extienden a las funciones. Por brevedad, en ocasiones simplifica la notación de concatenación de funciones, de manera que una sucesión de transformaciones tal como $T_B^1(T_B^2(\dots T_B^n(f)))$ se reescribe como $T_B^1 T_B^2 \dots T_B^n(f)$, e incluso se puede eliminar la notación del elemento estructural y/o la entrada X .

En el caso binario las dos operaciones tienden a suavizar los contornos de los objetos. La apertura elimina las convexidades, mientras que el cierre elimina las concavidades. Asimismo si el objeto tiene dos partes unidas por un mismo istmo de tamaño menor que el elemento estructural, la apertura separará dicho objeto en dos desconectándolos. En el caso de las funciones o imágenes de niveles de gris, como la apertura elimina las convexidades, se traduce en la eliminación de los picos (positivos), y como el cierre elimina las concavidades, se traduce en la eliminación de los valles.

De la misma manera que las operaciones erosión-dilatación son operaciones duales también lo son la apertura y cierre, de la forma siguiente:

$$\gamma_B(f)^c = \varphi_B(f^c) \quad (2.87)$$

Y a diferencia de la erosión y la dilatación, la apertura y la cerradura son idempotentes, es decir:

$$\gamma\gamma = \gamma \text{ y } \varphi\varphi = \varphi \quad \text{Ec. 1}$$

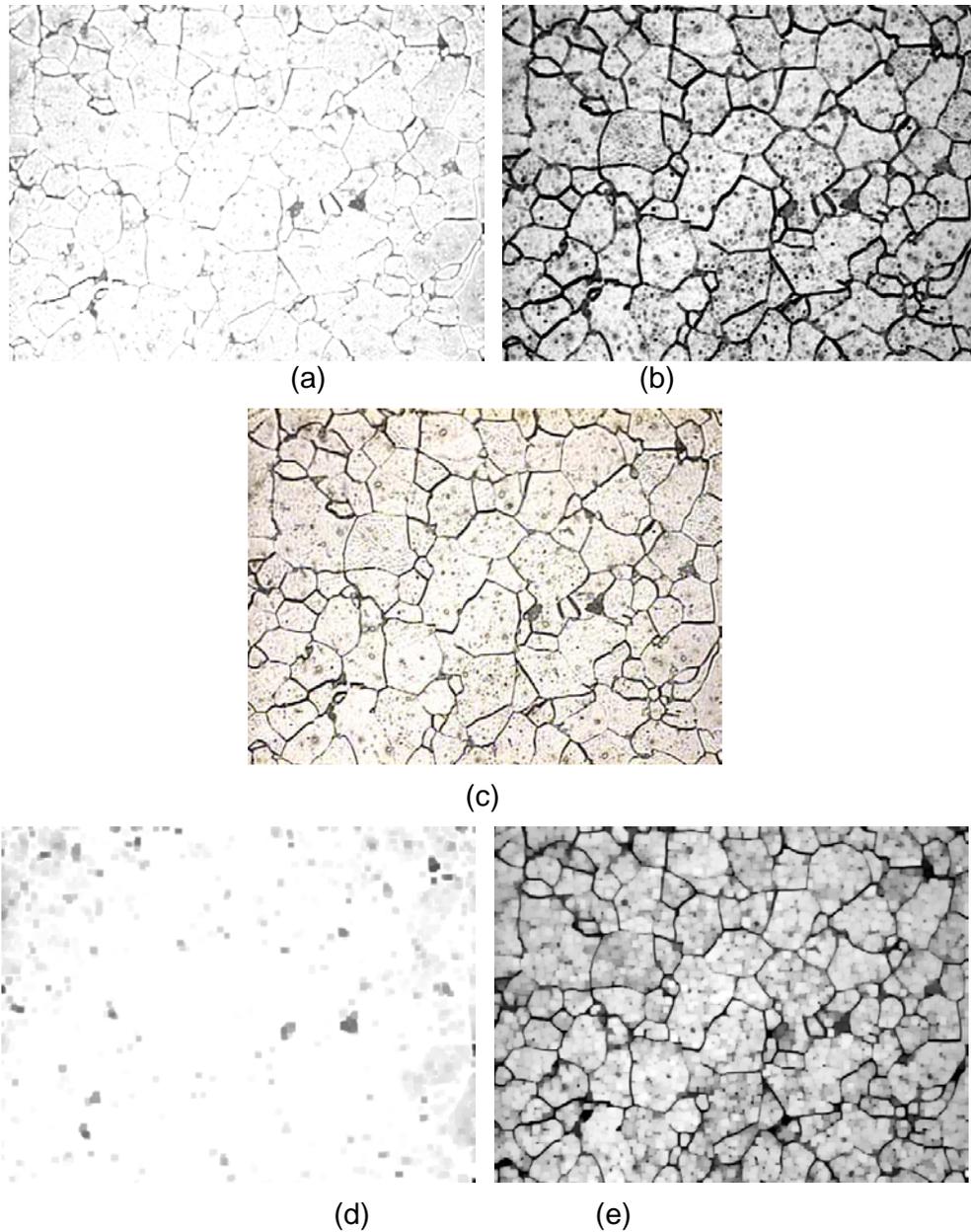


Figura 2-16. Operadores morfológicos aplicados en una metalografía en niveles de gris. (a) Dilatación, (b) Erosión, (c) Imagen original, (d) Cerradura, (e) Apertura.

En la Figura 2-16 se muestra un ejemplo de los cuatro operadores en una imagen en niveles de gris. El crecimiento o reducción de los objetos de la imagen y el llenado de hoyos o la desconexión de líneas delgadas es ahora trasladado al dominio de niveles de gris. Una dilatación hace más brillante una imagen mientras que la erosión oscurece la imagen. Un hueco en una imagen en niveles de gris es un área oscura pequeña alrededor de valores

de gris claros. Una cerradura puede entonces incrementar el valor del nivel de gris de los pixeles del hueco. Lo opuesto pasa con la apertura.

2.9. Filtros morfológicos

El concepto de filtro está extendido en tratamiento de señal clásico y básicamente se refiere a cualquier proceso que un sistema realiza sobre una o varias entradas para generar una o varias salidas. En los sistemas lineales el filtrado va asociado a la convolución de la entrada con una determinada función (continua o discreta) que caracteriza el sistema. En morfología matemática el término filtro es muy preciso, y se sujeta a la siguiente definición:

Definición. Un filtro morfológico es una transformación T creciente e idempotente.

$$\forall f, g \in F, f < g \Rightarrow T(f) < T(g) \quad (2.88)$$

$$f \in F, T(T(f)) = T(f) \quad (2.89)$$

La propiedad creciente es la más importante porque permite mantener el orden de los conjuntos o funciones tras la operación de filtrado.

Las operaciones de dilatación y erosión no son filtros morfológicos porque no son idempotentes. Sin embargo, la apertura y la cerradura definidos anteriormente, si son filtros morfológicos porque cumplen la propiedad de crecientes e idempotentes. De manera general las combinaciones de aperturas y cerraduras dan lugar a filtros morfológicos así como a una familia de transformaciones interesantes según la combinación que se realice concatenando las transformaciones (filtros alternados secuenciales) o realizando las transformaciones en paralelo sobre una misma función de entrada y combinando las salidas mediante el supremo y el ínfimo (por ejemplo el contraste morfológico o el centro morfológico).

2.10. Residuos

La teoría de filtros morfológicos resalta las propiedades de creciente y de idempotencia, pero para este estudio ha sido de mucha utilidad otra familia de transformaciones que estudia la diferencia entre dos o más transformaciones básicas. El concepto común en esta familia de transformaciones es el aspecto de diferencia también llamado residuo.

Entre ellas destacan las transformaciones Top-Hat que en su versión clara o positiva se define particularizando la transformación T_1 a la identidad y la transformación T_2 a la apertura con un determinado elemento estructural B :

$$TH_B^+(f) = f - \gamma_B(f) \quad (2.90)$$

Como la apertura es anti-extensiva el Top-Hat positivo siempre es igual o mayor que cero, quedando extraídos los detalles positivos de la función f que han desaparecido al realizar la apertura. Si se quieren extraer los detalles negativos se puede realizar la versión oscura o negativa del Top-Hat definida como:

$$TH_B^-(f) = \varphi_B(f) - f \quad (2.91)$$

2.11. Distancia geodésica

En las aplicaciones de tratamiento de imágenes asumiendo que se trabaja bajo un espacio euclidiano la distancia entre dos puntos es la longitud del camino rectilíneo que los une. Hay aplicaciones donde el espacio que separa los dos puntos contiene partes que por algún motivo no pueden ser atravesadas por el camino que ambos puntos y consecuentemente la distancia ya no es la distancia euclidiana. Este concepto lleva a definir una nueva distancia llamada distancia geodésica. Cuando tratamos con geodésica se tiene dos conjuntos, uno es el que marca qué partes del espacio pueden ser atravesadas por el camino que une a los dos puntos. El primero se llama marcador y el segundo se le llama máscara geodésica.

Distancia geodésica. En el caso de los conjuntos (morfología binaria) la distancia geodésica $d_M(x, y)$ entre dos puntos $x, y \in M$ donde M (conjunto de \mathbb{R}^2) es la máscara geodésica, es la menor longitud de los caminos posibles que unen a los puntos x e y dentro de M .

Si M está compuesto por dos o más zonas separadas entre sí (componentes no conexas) y los puntos x e y no pertenecen a la misma componente, no habrá camino posible dentro de M que los una. En este caso la distancia geodésica es infinita.

Dilatación geodésica binaria (Soille, 2003). La dilatación geodésica binaria de tamaño n , denotado por:

$$\delta^1(M, X) = \delta_{B_1}(X) \cap M \quad (2.92)$$

$$\delta^n(M, X) = \underbrace{\delta_{B_1}(\delta_{B_1}(\dots \delta_{B_1}(X) \cap M) \dots \cap M)}_{n \text{ veces}} \cap M \quad (2.93)$$

Donde $\delta_{B_1}(X)$ es la dilatación morfológica con un elemento estructural formado por un disco de radio 1 según el tipo de conectividad.

Nótese que la dilatación geodésica de tamaño n no es la dilatación de la dilatación morfológica de tamaño n con M :

$$\delta^n(M, X) \neq \delta^n(X) \cap M \quad (2.94)$$

La erosión geodésica es la transformación dual:

$$\varepsilon^n(M, X) = M - \delta^n(M, M - X) \quad (2.95)$$

Donde para conjuntos $M - X = M \cap X^c$

Para funciones o imágenes en niveles de gris la dilatación geodésica se define de una manera similar, donde ahora la entrada a dilatar es una función y la máscara geodésica es una función mayor.

Dilatación geodésica binaria. La dilatación geodésica binaria de tamaño n , denotada $\delta^n(M, X)$ de un conjunto X incluido en la máscara M se define como:

$$\delta^1(f_M, f) = \inf(\delta_{B_1}(f), f_M) \quad (2.96)$$

$$\delta^1(f_M, f) = \delta^1(f_M, \underbrace{\delta_1(f_M, \dots \delta_1(f_M, f) \dots)}_{n \text{ veces}}) \quad (2.97)$$

La erosión geodésica de funciones se obtiene por dualidad como:

$$\varepsilon^n(f_M, f) = -\delta^n(-f_M, -f) \quad (2.98)$$

2.12. Reconstrucción geodésica

Una aplicación importante de la dilatación geodésica es implementar la operación llamada reconstrucción. En muchas ocasiones a la función a dilatar se le llama marcador. Si la función marcador es menor que la máscara, por definición el resultado de la dilatación geodésica siempre está dentro de alguna componente conexa de la máscara. Si la entrada a dilatar geodésicamente (conjunto o función) es distinta de cero en cada una de las componentes conexas de la máscara o referencia, la dilatación geodésica infinita dará lugar a la reconstrucción exacta de dicha o dichas componentes:

$$\forall X, Y \in P(R^2), X \subset Y \Rightarrow \delta^\infty(X, Y) = Y \quad \text{Ec. 2}$$

En la práctica en vez de infinitas iteraciones, se dilata tantas veces como sea necesario hasta llegar a la idempotencia.

En el caso de funciones, la reconstrucción permite recuperar aquellas regiones de la función referencia marcadas por la imagen marcador. De nuevo la dilatación geodésica infinita en la práctica se reduce al número de iteraciones suficientemente hasta llegar a la idempotencia. Las regiones son reconstruidas de manera que quedan incluidos en cada una de las regiones marcadas con aquellos pixeles que tiene un nivel inferior al máximo de la imagen marcador en cada región marcada. Si la imagen marcador contiene todos los máximos de la imagen referencia.

A partir de la reconstrucción se puede construir una familia de transformaciones morfológicas llamadas transformaciones por reconstrucción definidas como la composición de una transformación morfológica elemental y de la reconstrucción geodésica, por dilatación si la transformación es anti-extensiva, o por erosión si es extensiva.

Transformación por reconstrucción. Sea una transformación morfológica. Se define la correspondiente transformación con reconstrucción asociada a T , T^{rec} , de la siguiente manera:

Si T es anti-extensiva

$$T^{rec}(f) = \delta^\infty(f, T(f)) \quad (2.99)$$

Si T es extensiva

$$T^{rec}(f) = \varepsilon^\infty(f, T(f)) \quad (2.100)$$

Este tipo de transformaciones permite filtrar las imágenes por ejemplo eliminando objetos menores que un cierto tamaño sin modificar los contornos de los objetos, esto es gracias a la reconstrucción. En efecto, si $T(f)$ es la erosión o la dilatación morfológica se obtiene la apertura y la cerradura por reconstrucción expresadas de la forma siguiente:

$$\gamma(f) = \delta^\infty(f, \varepsilon(f)) \quad (2.101)$$

$$\varphi(f) = \varepsilon^\infty(f, \delta(f)) \quad (2.102)$$

2.13. Filtros de imagen

Se mencionó previamente que la cerradura y apertura morfológica son filtros morfológicos.

La cerradura y apertura pueden ser combinadas con el fin de construir nuevos filtros. Una combinación de cerraduras y aperturas, o viceversa, son llamados filtros alternados (FA):

$$\rho(X) = \varphi_{nB}(\gamma_{nB}(X)) \quad (2.103)$$

$$\phi(X) = \gamma_{nB}(\varphi_{nB}(X)) \quad (2.104)$$

Donde n especifica el tamaño del elemento estructural B

Estos filtros alternados pueden usarse para construir una nueva clase de filtros, los filtros alternados secuenciales (FAS):

$$\nu_n(A) = \rho_n \rho_{n-1} \cdots \rho_1(A) \quad (2.105)$$

$$\mu_n(A) = \phi_n \phi_{n-1} \cdots \phi_1(A) \quad (2.106)$$

Estos filtros primero remueven los objetos pequeños con $\rho(A)$ o $\phi(A)$, usando un elemento estructural B . Visualmente esto significa que las áreas pequeños oscuros o brillosos (comparado con los valores de intensidad alrededor de estas) son suavizadas. Todas las sucesiones del filtro $\rho_n(A)$ (o $\phi_n(A)$) en la imagen usando un elemento estructural nB , remueve objetos grandes de la imagen. Este tipo de filtros son buenos removiendo el ruido llamado sal y pimienta en una imagen. Estos filtros se utilizan para suavizar las imágenes. Un filtro alternado ϕ se le aplica a la imagen, lo cual reduce los niveles de gris de los pixeles brillosos aislados. El paso de la cerradura incrementa los valores de los pixeles oscuros aislados. Ambos pasos suavizan la imagen.

2.14. Gradiente Morfológico.

Un gradiente morfológico puede detectar los contornos en una imagen. Si los objetos son regiones de niveles de gris bastante homogéneas, entonces los límites son localizados en la diferencia de altos niveles de gris. Los gradientes morfológicos mejoran esta diferencia de niveles de gris. El operador gradiente morfológico es definido por:

$$G_n(A) = \delta_n(A) - \varepsilon_n(A) \quad (2.107)$$

La resta de los pixeles es la substracción de los valores del nivel de gris. En el caso binario solo se tiene dos valores de niveles de gris presentes, 0 y 1. Cuando la imagen binaria es interpretada como un conjunto en vez de una función, entonces la diferencia “\” es usada. La dilatación toma el valor máximo en los vecinos locales definidos por el elemento estructural, la

erosión da un valor mínimo. La diferencia de la dilatación con la erosión muestra las fronteras del objeto. Niveles de gris altos indican grandes variaciones de los niveles de gris.

El gradiente morfológico externo se define por:

$$G_B^e(A) = \delta_B(A) - A \quad (2.108)$$

Como se ve en la Figura 2-17b el gradiente externo marca los límites exteriores de los objetos.

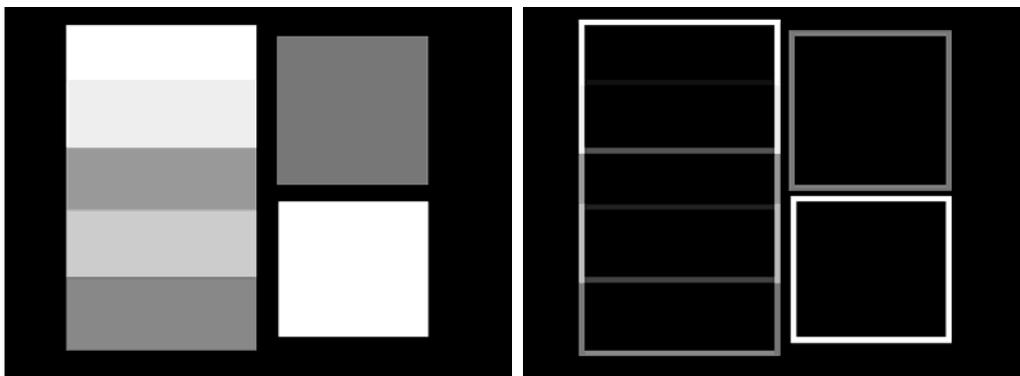
Finalmente el gradiente morfológico interno es definido por:

$$G_B^i(A) = A - \varepsilon_B(A) \quad (2.109)$$

El gradiente interno marca las fronteras internas de los objetos (Figura 2-17c). El gradiente $G_B(A)$ marca ambos límites el exterior y el interior (Figura 2-17d). Para evitar valores negativos de niveles de gris, el elemento estructural debe contener el origen ($0 \in B$). Lo que garantiza la relación $\varepsilon_B(A) \subseteq A \subseteq \delta_B(A)$ sea válida. En la práctica el elemento estructural usado es simétrico (tal que $B = \check{B}$).

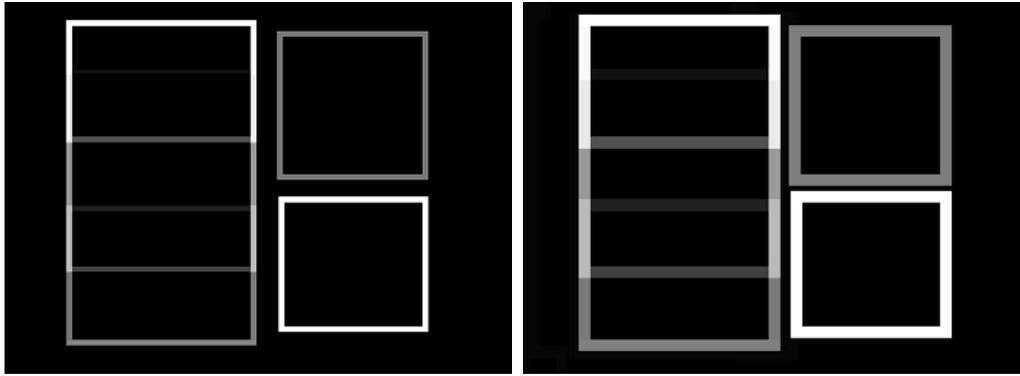
Nótese que el gradiente morfológico es la combinación del gradiente externo e interno:

$$G_B(A) = G_B^e(A) + G_B^i(A) \quad (2.110)$$



(a)

(b)



(c)

(d)

Figura 2-17. Operaciones para obtener el gradiente por morfología. a) Imagen A, b) Gradiente externo $G_B^e(A)$ o c) Gradiente interno $G_B^i(A)$, d) Gradiente morfológico $G_B(A)$.

CAPÍTULO TRES.

3. Granulometrías

En este capítulo se desarrolla la teoría de la granulometría. Se expone que es una granulometría y se introduce el espectro de tamaños morfológico (pattern spectrum en ingles), utilizado por Maragos (1989). Varios parámetros pueden ser derivados desde el espectro de tamaños. Este puede ser usado para extraer propiedades de los objetos de la imagen o para realizar una clasificación.

En los trabajos de (Yuan, 1991; Vincent, 1994b; L  y, 1987, Haralick y Shapiro, 1992) se busca el cálculo eficiente de las granulometrías para poder darle un mayor uso. La granulomet  a es posible que use elementos estructurales en dos dimensiones, tal que estos algoritmos no se restringen a un proceso de línea o columna independientes. Pocas investigaciones se han realizado en el caso de niveles de gris y solo para una dimensión (Vincent, 1994a; Sivakumar et al., 2000). La aplicación en dos dimensiones fue propuesta por Vincent (1995; 2000).

3.1.1. Espectro de tamaños morfológico.

El concepto de granulomet  a es bien conocido en la ciencia de los materiales (Soille, 2003). Una granulomet  a es el proceso de tamizado a través diferentes mallas de tamiz que se incrementan en tamaño. Los objetos más pequeños se filtran primero, posteriormente elementos cada vez más grandes se van filtrando, hasta el final se remueven los elementos más grandes. Los tamices son capaces de clasificar los objetos de la imagen en función de su tamaño. El principio de procesamiento de imágenes es similar.

El proceso de tamizado tiene las siguientes propiedades:

Si se tamiza una sub-muestra de una muestra de tamiz mayor, entonces el tamizado resultante es también una sub-muestra del resultado de la muestra mayor.

El residuo después del tamizado es parte de la muestra de entrada.

Si se tamiza repetidamente usando el mismo tamaño de malla entonces no se filtraran nuevos objetos.

Si se pone atención a estas propiedades, notará que estas son propiedades de la apertura morfológica $\gamma_n(A)$ (para imágenes binarias y en niveles de gris):

$$\text{Creciente: } A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow \gamma_1(A) \subseteq \gamma_2(A)$$

$$\text{Anti-extensiva: } \gamma_B(A) \subseteq A$$

$$\text{Idempotente: } \gamma_B(A) = \gamma_B(\gamma_B(A))$$

Si se utilizan dos tamices de diferentes tamaños de malla, el residuo que se obtiene es de un tamaño más grande que el tamaño de la malla de tamiz que se utilizo. A esto se le llama la propiedad de absorción y en el caso de la apertura esta se formaliza como

$$\gamma_B(\gamma_C(A)) = \gamma_C(\gamma_B(A)) = \gamma_{\max\{B,C\}}(A) \quad (3.1)$$

Donde el $\max\{B,C\}$ significa el elemento estructural que es superconjunto de otro elemento estructural. Lo anterior es equivalente a:

$$B \subseteq C \Rightarrow \gamma_B(A) \supseteq \gamma_C(A) \quad (3.2)$$

La curva granulométrica se define como:

$$CG_{nB}(A) = \text{vol}(\gamma_{nB}(A)), n \geq 0. \quad (3.3)$$

El índice n incrementa el tamaño del elemento estructural. Donde vol es la suma de todos los niveles de gris de la imagen. La curva granulométrica normalizada (CGN) es una curva granulométrica pero con los resultados escalados (divididos) por la suma de los niveles de gris de la imagen original.

$$CGN_{nB}(A) = \frac{\text{vol}(\gamma_{nB}(A))}{\text{vol}(A)}, n \geq 0. \quad (3.4)$$

En la práctica lo que se ve en la curva es la salida del tamiz, no el residuo de este. A esto se le llama espectro de tamaños o espectro de patrones (*ET* o *EP*) o distribución de tamaños.

$$ET_{nB}(A) = vol(\gamma_{nB}(A) - \gamma_{(n-1)B}(A)), \quad n \geq 0 \quad (3.5)$$

Donde la substracción “-” es la diferencia de los valores de nivel de gris de los pixeles. En el caso binario, la interpretación del espectro de tamaños es muy sencilla, el valor del elemento estructural n en el histograma indica entonces la cantidad de pixeles que han sido obtenidos entre la apertura por un elemento estructural nB y el elemento estructural $(n + 1)B$.

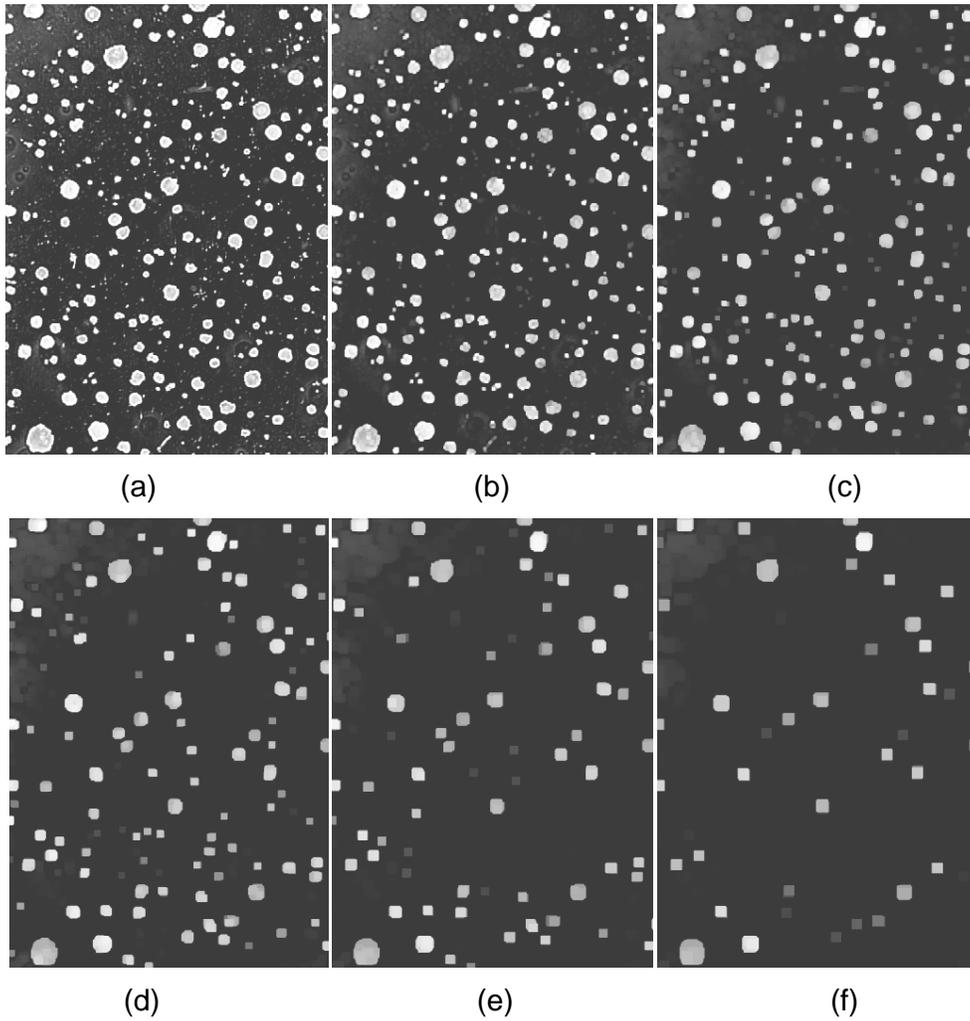
En el caso de las imágenes en niveles de gris, el valor en n en el histograma indica que cantidad de valores del nivel de gris que han sido tamizados a la salida entre la apertura con elemento estructural nB y el elemento estructural $(n + 1)B$. Un valor v puede representar v pixeles que disminuyen en una unidad de valor del nivel de gris, este puede representar un pixel que disminuye v unidades de nivel de gris, pero en general esta es una combinación de ambas. Entonces no se puede decir que con el espectro de tamaños que a un valor de apertura grande cause que muchos pixeles disminuyen en muy poco su valor de nivel de gris n o en muchos pixeles v . Por otro lado, el espectro de tamaños de una imagen en niveles de gris revela cambios ligeros o sutiles en los valores de nivel de gris, mientras en el caso binario estos cambios son realizados después a la binarización de la imagen de entrada, removiendo completamente estructuras (objetos blancos o oscuros). Por ejemplo objetos texturizados producirán otro *ET* que objetos planos, lo cual es usado para propósitos de clasificación.

Se define el espectro de tamaños normalizado, igualmente como para la curva granulométrica (tal que se divide el resultado por la suma de los niveles de gris de la imagen original). Alternativamente se puede definir una normalización del elemento estructural *ET*:

$$ET_{N(nB)}(A) = \frac{\gamma_{nB}(A) - \gamma_{nB+1}(A)}{vol(nB)}, \quad n \geq 0 \quad (3.6)$$

Entonces la distribución de tamaños indica el número de los objetos que son tamizados asumiendo que los objetos tienen el mismo tamaño y forma como la del elemento estructural nB .

La definición del espectro de tamaños dado anteriormente puede también ser definido para funciones continuas o conjuntos (Maragos, 1989).



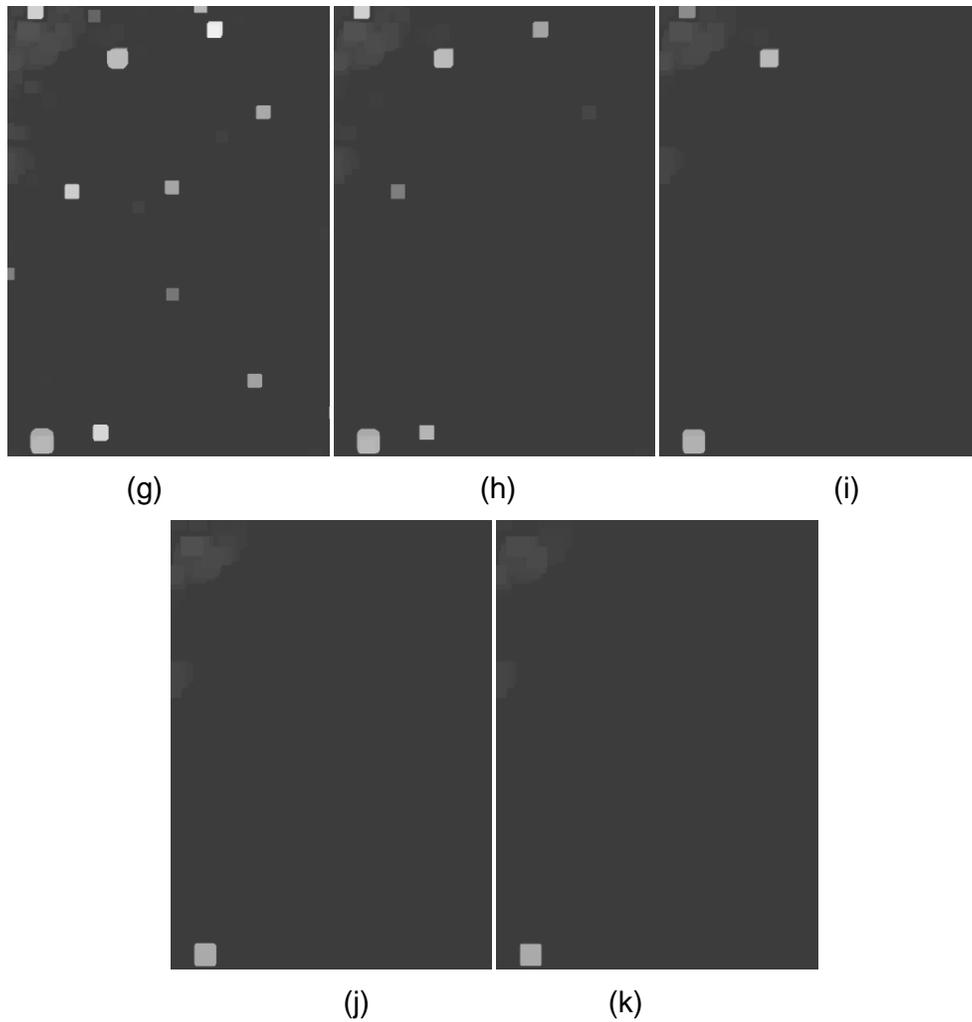
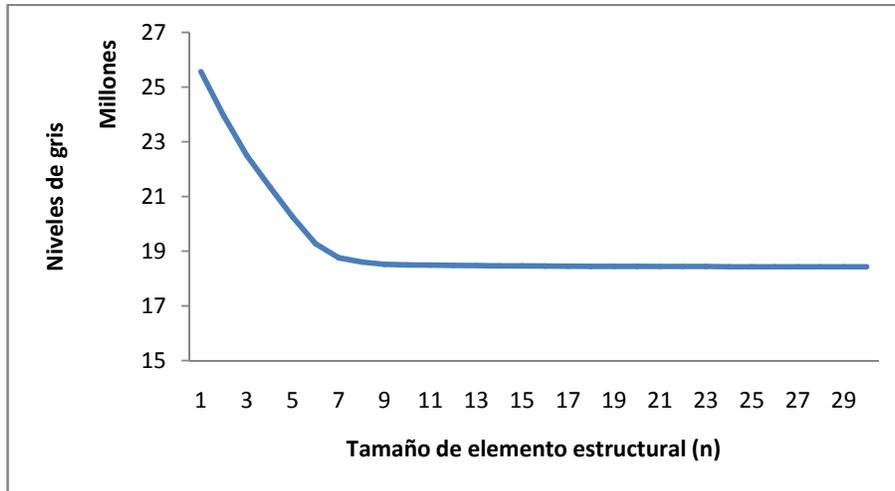
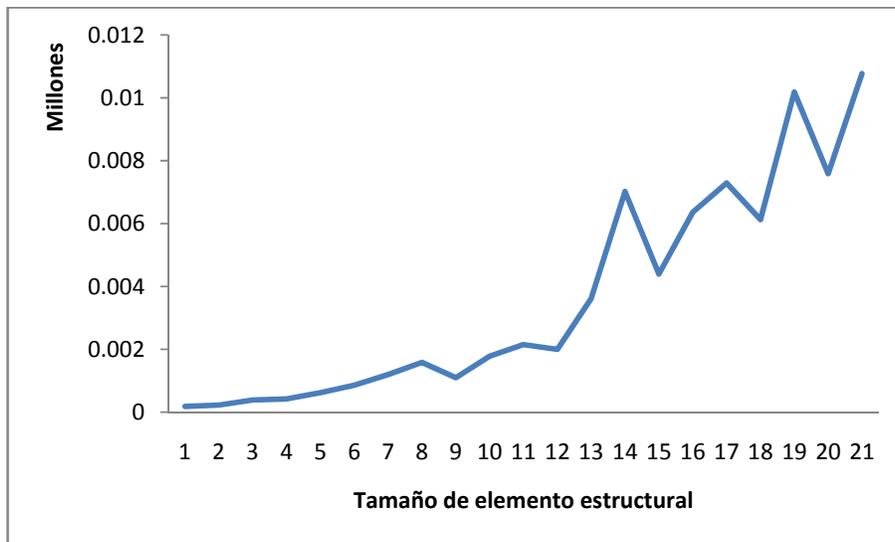


Figura 3-1. Residuos después de aplicar la granulometría. (a) A , (b) $\gamma_B(A)$, (c) $\gamma_{2B}(A)$, (d) $\gamma_{3B}(A)$, (e) $\gamma_{4B}(A)$, (f) $\gamma_{5B}(A)$, (g) $\gamma_{6B}(A)$, (h) $\gamma_{7B}(A)$, (i) $\gamma_{8B}(A)$, (j) $\gamma_{9B}(A)$, (k) $\gamma_{10B}(A)$. El elemento estructural B usado es de 3×3 píxeles



(a)



(b)

Figura 3-2. a) Curva granulométrica, b) Espectro de medidas

En la Figura 3-1 se muestra un ejemplo de aplicación la apertura incrementando el tamaño del elemento estructural a lo que se le llama tamizado, en este ejemplo se utilizó un elemento estructural del tipo cuadrado. En la Figura 3-1a se aplicó una apertura tamaño 1, como se ve desaparecieron los objetos que tienen un tamaño menor a 1; esto se hace sucesivamente hasta llegar a un tamaño 10 donde solo que queda un objeto. En la Figura 3-2 se muestra la curva granulométrica de la Figura 3-1a; la curva granulométrica va decreciendo conforme se incrementa el tamaño del elemento estructural n . La Figura 3-2b muestra el espectro de tamaños de la Figura 3-1a, los picos representan en que tamaños del

elemento estructural se eliminan objetos, lo que indica que hay regiones tiene el tamaño de nB .

3.2. Granulometrías por cerradura

La curva granulométrica, transformación de tamaños sincretizados y espectro de tamaños orientado están definidos en términos de la apertura morfológica. Con estas técnicas se puede detectar y cuantificar los objetos brillosos en un fondo oscuro. Esto es posible al usar el operador de cerradura para medir objetos oscuros en un fondo claro (tal como los hoyos en el interior de los objetos) usando la granulometría por cerradura también llamada anti-granulometría. Esto es porque la cerradura es un operador extensivo. El índice de la curva anti-granulométrica o espectro de tamaños por cerraduras es dado en valores negativos ($-n$). Cuando ambas granulometrías apertura y cerradura son calculadas, la anti-granulometría es mostrada en lados izquierdo (índice negativo) y la granulometría se muestra del lado derecho (índice positivo).

Una curva granulométrica por cerraduras está definida como:

$$CG_{-nB}(A) = vol[\varphi_{nB}(A)], n > 0 \quad (3.7)$$

El espectro de medidas por cerraduras está definido como:

$$ET_{-nB}(A) = vol[\varphi_{nB}(A) - \varphi_{(n-1)B}(A)], n > 0 \quad (3.8)$$

Recordando que dualidad es la relación entre los operadores morfológicos: $\varphi_B(A)^c = \gamma_B(A^c)$ y $\gamma_B(A)^c = \varphi_B(A^c)$. El espectro de tamaños por cerraduras es el espectro de tamaños estándar por aperturas pero para el complemento de la imagen,

$$\begin{aligned} ET_{-nB}(A) &= vol[\gamma_{(n-1)B}(A^c) - \gamma_{nB}(A^c)], n > 0 \\ &= ET_{(n-1)B}(A^c) \end{aligned} \quad (3.9)$$

A continuación se muestra un ejemplo de la curva granulométrica en una imagen en niveles de gris. La imagen es una metalografía de una fundición de aluminio (ver Figura 3-4), en la cual los oscuros representan los

poros de la fundición y los colores claros son la matriz de aluminio. Con este criterio lo más adecuado es aplicar una curva granulométrica por cerraduras; ya que lo que se quiere determinar son los tamaños de poros que están en niveles de gris oscuros, la Figura 3-3 muestra el resultado de aplicar la granulometría por cerraduras a la Figura 3-4a. En el espectro de medidas se puede notar varios crestas, las cuales representan los tamaño de los poros, con ello podemos determinar cuáles son los tamaños que aparecen en la metalografía.

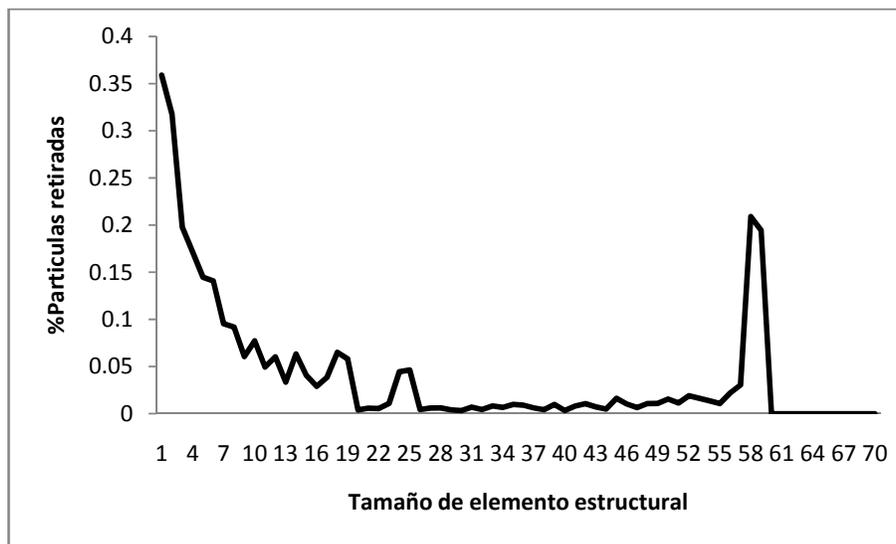
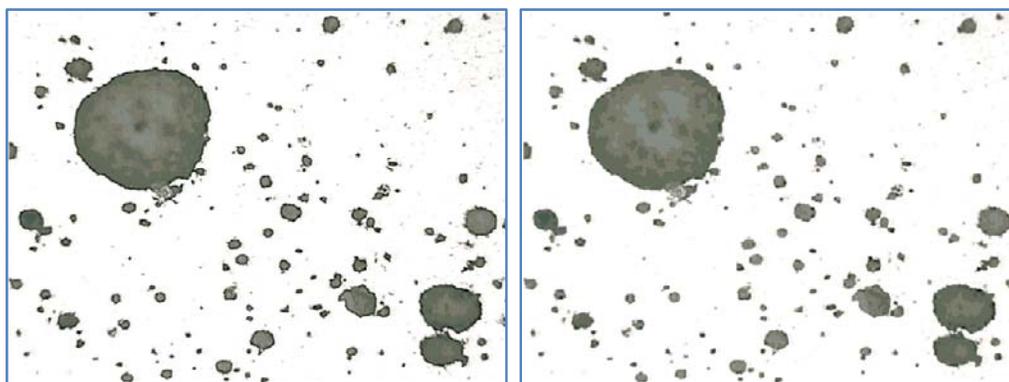


Figura 3-3. Espectro de tamaños de la Figura 3-4a



(a)

(b)

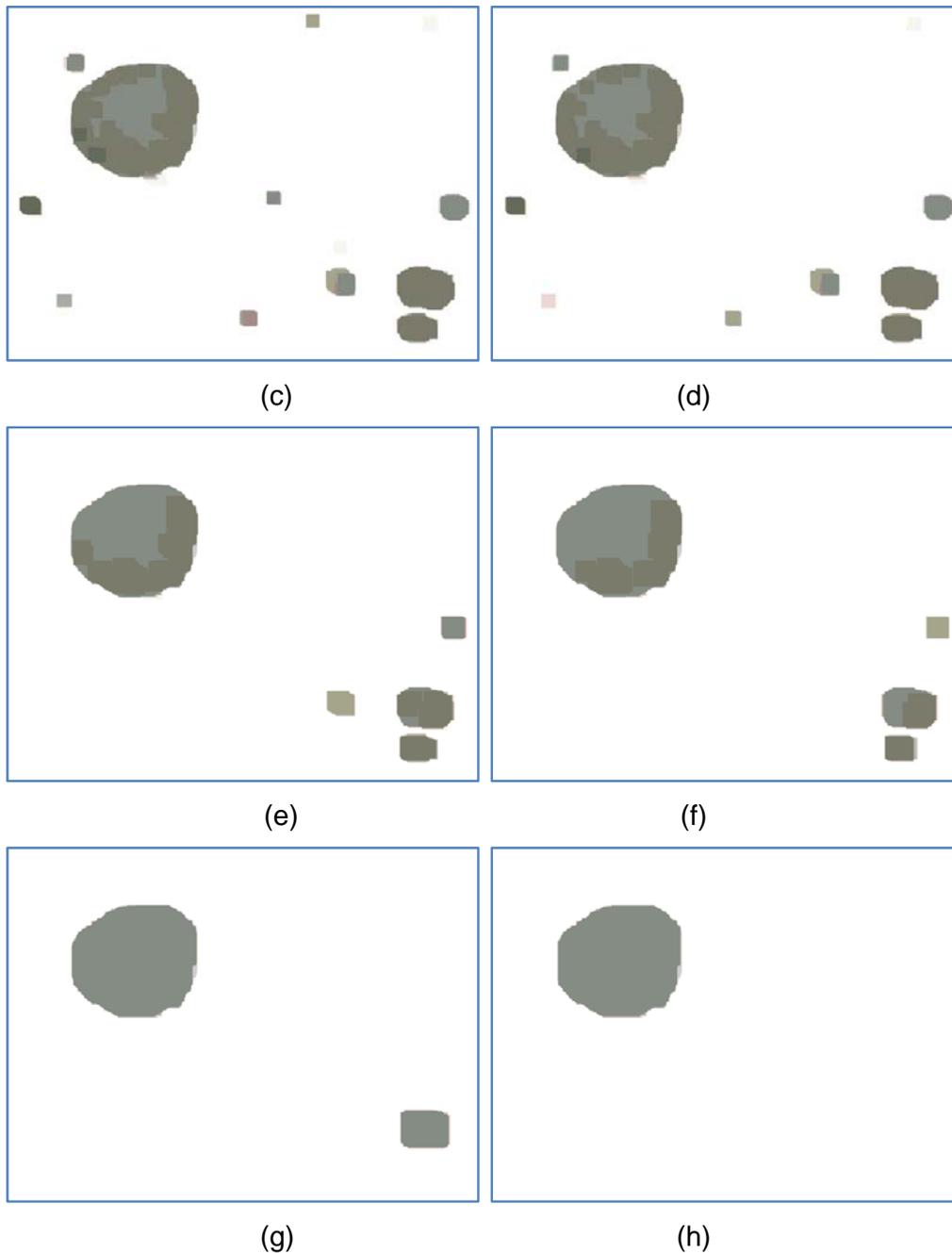


Figura 3-4. Residuos Granulometricos de algunos tamaños. a) Imagen original A, b) Cerradura $n = 1$, c) Cerradura $n = 8$, d) Cerradura $n = 9$, e) Cerradura $n=12$, f) Cerradura $n = 14$, g) Cerradura $n = 19$, h) Cerradura $n = 25$. El elemento estructural es del tipo cuadrado.

Como se ve en la Figura 3-4b el elemento estructural B es el más pequeño que se puede tener y solo elimina objetos o poros muy pequeños que sean de menor tamaño del elemento estructural. En la Figura 3-4c se aplica un elemento estructural tamaño 8 y como se puede notar se han eliminado gran parte de los poros pequeños, esto se reafirma cuando

observamos el espectro de medidas se ve que en 8, 9, 12 y 14 se tienen varias crestas. La Figura 3-4d muestra una cerradura tamaño 9, como se puede observar se eliminaron 6 poros que tienen un tamaño inferior al elemento estructural. En la Figura 3-4e se muestra el resultado de aplicar una cerradura tamaño 12. En la Figura 3-4f se muestra el resultado de aplicar una cerradura tamaño 14, como se puede ver en el espectro de tamaños se eliminó un objeto. La Figura 3-4g y Figura 3-4h son cerraduras tamaño 19 y 25 respectivamente; si se ve el espectro de medidas se tiene en estos valores crestas muy marcadas. El poro residual en la Figura 3-4h tiene un tamaño de 59 es la última cresta en el espectro de medidas.

El espectro de tamaños orientado por cerradura es, para $n > 0$:

$$ETO_{-nB_\alpha}(A) = vol[\min\{\varphi_{nB_\alpha}(A)\} - \min\{\varphi_{(n-1)B_\alpha}(A)\}] \quad (3.10)$$

3.3. El espectro de tamaños por erosión

Se define el espectro de medidas para la erosión (*ETE*) como:

$$ETO_{-nB_\alpha}(A) = vol[\min\{\varphi_{nB_\alpha}(A)\} - \min\{\varphi_{(n-1)B_\alpha}(A)\}] \quad (3.11)$$

La definición es muy similar a la del espectro de tamaños, pero la apertura es remplazada por la erosión. El espectro de tamaños por erosiones (*ETE*) no es del todo una granulometría porque esta no posee todas las propiedades de una granulometría: la granulometría es creciente y anti-extensiva si el origen es parte del elemento estructural ($0 \in B$). Se toma por hecho esta condición. Desafortunadamente, la erosión no es idempotente, entonces la propiedad de absorción no se mantiene.

La interpretación de *ETE* es más abstracta que el *ET*. Mientras que el espectro de tamaños (por aperturas) solo remueve los píxeles que son parte de objetos que son también pequeños, comparados con el elemento estructural usando la transformación de apertura, ahora se filtrarán los píxeles de la imagen para n . En el caso de las imágenes en niveles de gris, los valores decrecen.

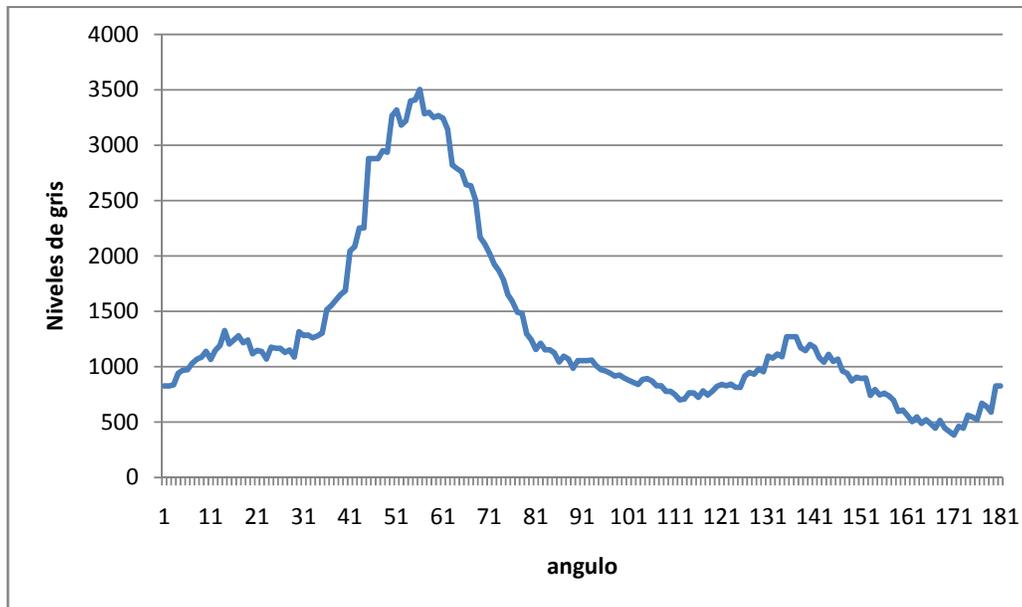


Figura 3-5. Espectro de tamaños utilizando un elemento estructural tipo línea cambio las orientaciones de 0 a 180°.

En la Figura 3-5 se muestra el resultado de aplicar el espectro de tamaños por erosiones en la Figura 3-4a. Los picos muestran donde se tiene mayor cantidad de objetos en la orientación y al tamaño del elemento estructural tipo línea. Esta información será de gran utilidad como se verá en secciones posteriores.

3.4. Criterio Granulométrico

El objetivo en esta parte es definir la granulometría a partir de una partición y hacer notar como con la granulometría segmenta los objetos por tamaños.

Segmentación: Dada una función $f \in F$, en un conjunto arbitrario $A \subseteq E$ y un criterio σ , dado $\{D_i(A), i \in I\}$ son una familia de todas las particiones del conjunto A zonas homogéneas dentro de f de acuerdo a σ . El criterio σ segmenta a la función f cuando,

$$\sigma[f, \{x\}] = 1 \text{ para todo } \{x\} \in P(E);$$

Una familia $\{D_i(A)\}$ es cerrado bajo el supremo no vacío.

Entonces la partición del supremo $\vee D_i(A)$ define la segmentación de f sobre el conjunto A de acuerdo al criterio σ .

En el caso de la segmentación por granulometría el criterio σ se define de la siguiente forma:

$$\sigma[\gamma_\lambda(f), A] = 1 \Rightarrow \sigma[\gamma_\mu \gamma_\lambda(f), A] = \sigma[\gamma_\nu(f), A] = 1 \quad (3.12)$$

Por lo tanto la segmentación de $\gamma_\nu(f)$ es mas grande que $\gamma_\lambda(f)$, por la condición de

$$\gamma_\mu \gamma_\lambda = \gamma_\nu \quad \lambda, \mu \geq 0 \quad (3.13)$$

$$\forall \lambda, \mu \geq 0 \text{ donde se satisface } \nu \geq \sup(\lambda, \mu)$$

La granulometría entonces determina los tamaños de los elementos del conjunto A , la cual usaremos para calcular la distribución de tamaños, utilizando la propiedad de dualidad (Matheron, 1975) en una secuencia cerraduras $\{\varphi_\lambda, \lambda\}$ para estudiar los objetos como el fondo.

3.5. Distribución de tamaños por granulometría.

Las granulometrías son utilizadas para caracterizar formas y tamaños a través de diferentes tamices (elemento estructural). La imagen es considerada como una colección de granos, entonces si un grano individual pasa o no pasa a través del tamiz depende de su tamaño y forma relativa de la malla del tamiz (como se vio en la sección pasada). Incrementándose el tamaño de la malla del tamiz, podrán pasar más granos a través del tamiz.

En la Figura 3-6 se muestra una imagen con un conjunto de $D_i(A)$ (con cuatro sub-conjuntos) y dispersados aleatoriamente. A esta imagen se le aplican una secuencia de aperturas nB a las cuales se les incrementa el tamaño del elemento estructural, en este caso es de tipo cuadrado, el cual es un tamiz que permite pasar o no las estructuras de la imagen.

La relación de orden que se mencionó anteriormente implica que más grande es el tamaño del parámetro n , más grande es la estructura removida. El análisis granulométrico de una imagen binaria o en niveles de gris consiste en asociar cada valor nB con la medida de la imagen $\gamma_{nB}(f)$.

Es posible determinar la función de densidad granulométrica dada por la siguiente expresión:

$$\forall \lambda > 0, PS\gamma(f)(nB) = \frac{m(\gamma_{(n+1)B}(f)) - m(\gamma_{nB}(f))}{m(f)} \quad (3.14)$$

Donde m representa el volumen para imágenes en nivel de gris y el área para imágenes binarias. En la Figura 3-7 se muestra el espectro de tamaños (pattern spectrum en Inglés), en el cual se puede ver fácilmente a que tamaños de nB se encuentran las estructuras, en el caso de la imagen digital las estructuras tienen tamaños de 14 19, 21 y 27. La Figura 3-6 se ve como es la función de tamiz que va eliminando las estructuras por su tamaño.

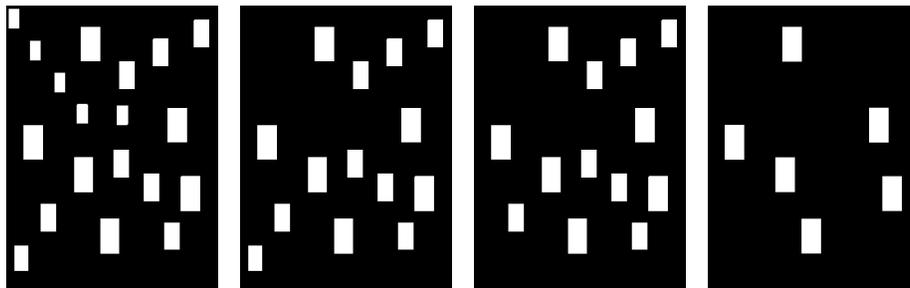


Figura 3-6. a) Imagen binaria de prueba. b) Apertura de por apertura con $n=14$, c) Apertura de por apertura con $n=19$, d) Apertura de por apertura con $n=21$.

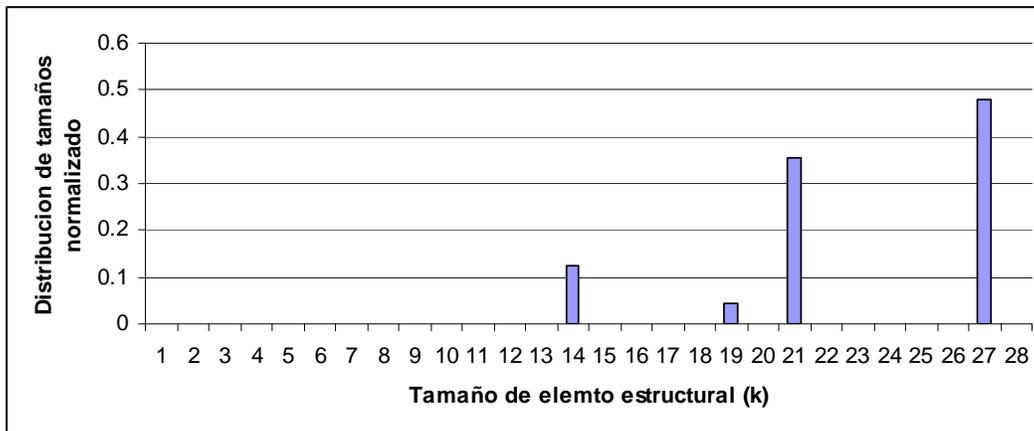


Figura 3-7. Espectro de tamaños generado por las aperturas.

Enseguida se muestra la utilización del espectro de medidas en una imagen con objetos traslapados. Para ello se utiliza una imagen artificial, en la cual se colocaron aleatoriamente objetos de diferentes tamaños con una distribución Gaussiana. En la Figura 3-8 se muestra la imagen resultado de colocar aleatoriamente con una distribución Gaussiana de tamaños a la cual se le aplica el espectro de tamaños.

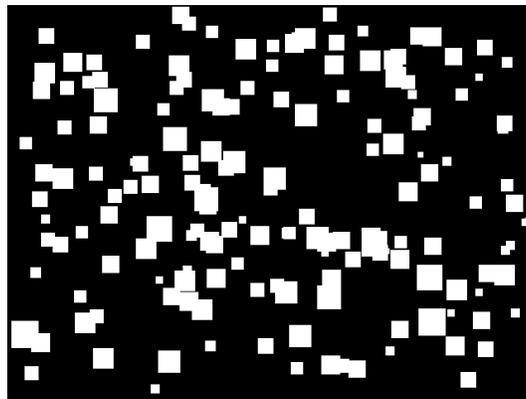


Figura 3-8. Imagen artificial aleatoria.

Utilizando la propiedad de dualidad de la apertura, es posible caracterizar la estructura sólida de la imagen, en la Figura 3-9 se muestra el resultado de aplicar el espectro de tamaños. En el espectro de tamaños se puede ver cuales son los tamaños que predominan en la imagen, y como los objetos fueron distribuidos uniformemente. En este caso, podemos ver que tiene una distribución homogénea en toda la imagen.

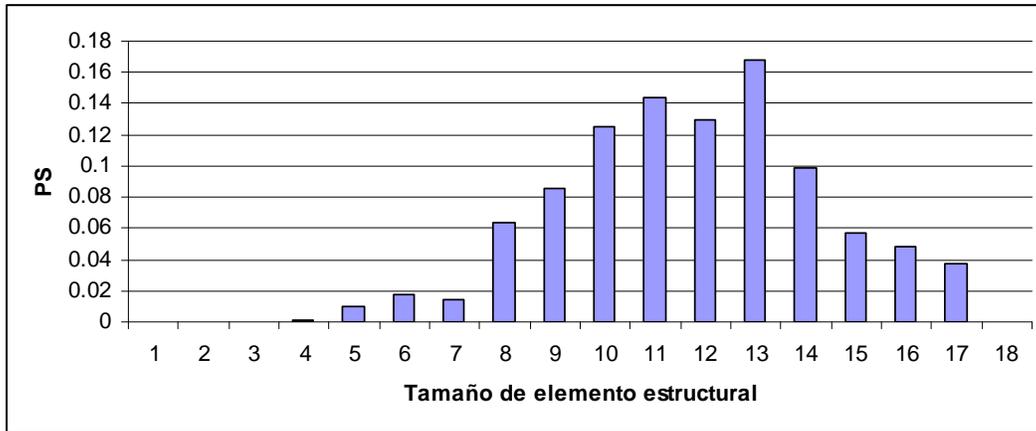


Figura 3-9. Espectro de tamaños de las estructuras de la imagen aleatoria.

A continuación se muestra un modelo aleatorio, donde se colocan 50 objetos cuadrados, a los cuales se les asigna un tamaño aleatorio con distribución Gaussiana. En la Figura 3-10 se muestra un modelo aleatorio, en el cual los cuadrados se pueden traslapar uno con otro. Se obtiene el espectro de tamaños normalizado de la granulometría el cual se compara con los valores asignados para construir el modelo aleatorio (ver Figura 3-11).

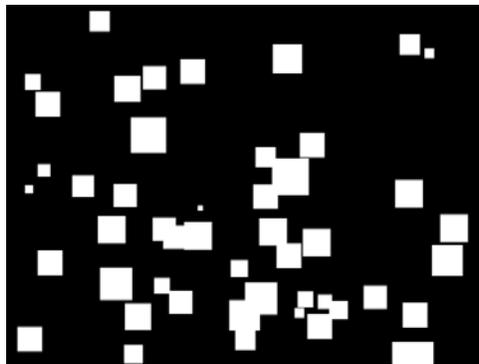


Figura 3-10. Imagen artificial con 50 estructuras de diferentes tamaños.

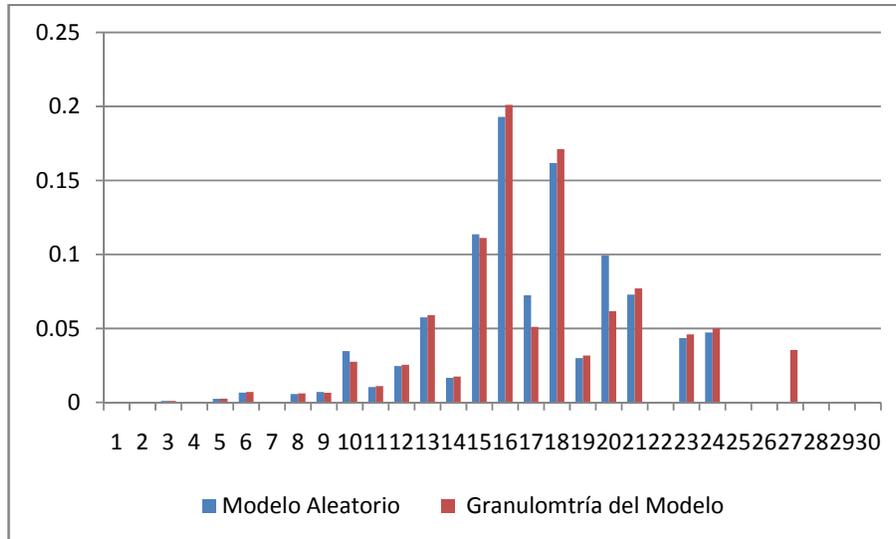


Figura 3-11. Comparación del espectro de tamaños entre modelo aleatorio y medición granulométrica.

La Tabla 2 compara los valores para el modelo aleatorio de la imagen con la granulometría obtenida. El espectro de tamaños permite determinar el espectro para cada campo, así como determinar algunos otros parámetros como la media, desviación estándar, coeficiente de asimetría. Ya que estas se determinan de variables aleatorias como son los campos de observación.

Tabla 2. Medidas estadísticas de comparación de modelo aleatorio vs granulometría.		
	Modelo Aleatorio	Granulometría
Media (μ)	0.037	0.037
S	0.052	0.052
Coeficiente de Asimetría	1.746	2.025

Un punto importante en los materiales es la distribución de las fases en la matriz, pero es también de interés el comportamiento de esta matriz, ya que es fundamental conocer la compacidad del material. Se puede mediante imágenes determinar esta cualidad del material.

Para determinar la compacidad definimos A como la imagen binaria y entonces obtenemos el complemento de la imagen A^c . Donde $C = A^c$ que será la imagen con la cual se trabajará. La compacidad será caracterizada usando una serie de aperturas con elementos estructurales que se

incrementan de tamaño como se describió anteriormente. Es posible caracterizar la estructura sólida de la imagen, en la Figura 3-12 se muestra el resultado de aplicar el espectro de tamaños a la imagen C.

Como se ve en la imagen es posible determinar cuáles son los tamaños que predominan en la imagen, y como los objetos fueron distribuidos uniformemente, se ve que tiene una distribución homogénea en toda la imagen.

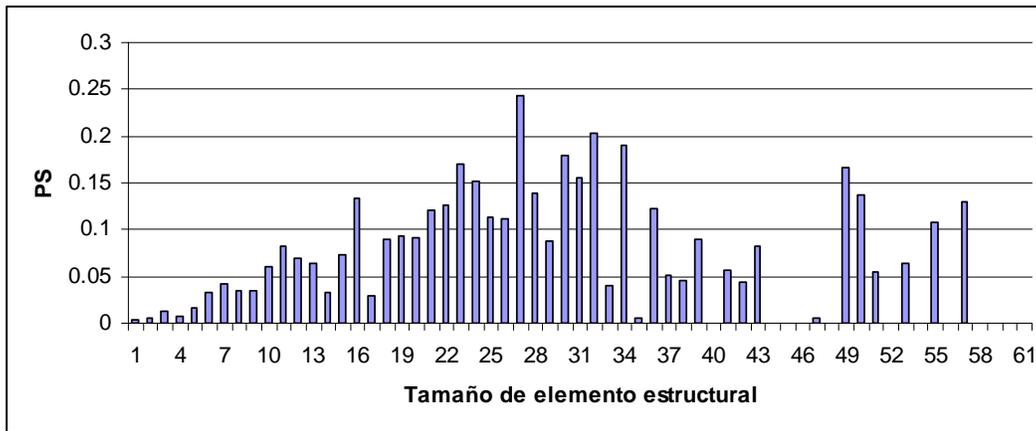


Figura 3-12. Espectro de tamaños de la imagen C (Figura 3-10) para obtener la compacidad.

Por medio de la granulometría se pueden medir los cambios de las condiciones superficiales, y la distribución de las partículas en una imagen sin necesidad de segmentar la imagen.

Es posible entonces tener toda la información de distribución de tamaños de los nódulos y de la compacidad (distribución de tamaños de la fase de interés) en una sola curva, tener la anti-granulometría (cerraduras) del lado izquierdo y las granulometrías (aperturas) del lado derecho.

$$ET_A = \{ET_A(-n), ET_A(n)\} \tag{3.15}$$

En la Figura 3-13 se muestra el mapeo del espectro de tamaños ET_A , donde el lado izquierdo quedan representados los tamaños que predominan al normalizar para las cerraduras y del lado derecho se representa los tamaños normalizados de las aperturas.

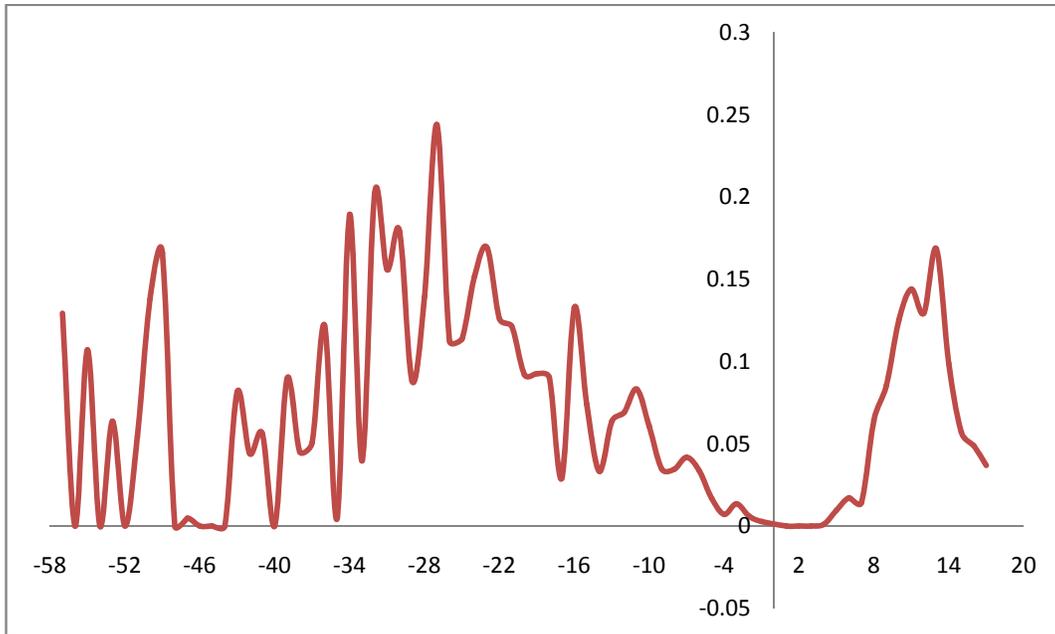


Figura 3-13. Mapeo del espectro de tamaños, el lado izquierdo están las cerraduras y del lado derecho están las aperturas.

CAPÍTULO CUATRO.

4. Detección de estructuras direccionales

Las estructuras anisotrópicas son frecuentemente encontradas en muchas clases de imágenes (materiales, biometría, biología entre otras mas), sin embargo, pocos trabajos de procesamiento de imágenes con el análisis direccional se han llevado a cabo (Oliveira y Leite, 2008; Morales-Hernández et al., 2007d; Bahlmann, 2006; Oliveira y Leite, 2004; Soille y Talbot, 2001; Soille et al., 1996; Breen y Jones, 1996; Droogenboeck y Talbot, 1996; Jones y Soille, 1996; Talbot et al., 1996; Jeulin y Kurdy, 1992; Tuzikov et al., 1992;). Es posiblemente en el campo del reconocimiento las huellas digitales, el cual es hoy el más ampliamente usado para rasgos biométricos para identificación personal, donde el estudio de las estructuras direccionales (llamado campos direccionales) basado en la detección de estructuras direccionales es sujeto activo de investigación (Cappelli y Lumini, 1999; Park et al., 2006; Li J et al., 2006).

De hecho las huellas digitales pueden ser consideradas como una estructura compuesta por un conjunto de segmentos de líneas. Sin embargo, la detección de estructuras direccionales juega un papel fundamental en otros campos (Lee et al., 2006; Bahlmann, 2006; Kass y Witkin, 1987). Lee et al. (2006) propone un método basado en conectividad orientada para segmentar rayos solares, mientras que Kass y Witkin (1987) propone un método para analizar patrones orientados en hojas de madera. Dado el interés en los modelos de orientación de patrones para modelar estructuras direccionales para la caracterización de estructuras, se investiga el uso de la morfología matemática para el modelado de estructuras direccionales.

Como en la visión humana, el procesamiento de imágenes por computadora de estructuras de imágenes orientadas frecuentemente requiere un banco de filtros direccionales o máscaras de plantillas, cada uno de ellos sensible a un rango específico de orientaciones (Soille y Talbot, 2001). En este capítulo se investiga el uso de una aproximación basada en

erosiones direccionales. En la literatura existen varios trabajos para caracterizar estructuras direccionales basadas en el cálculo del gradiente que pueden ser formalizados en términos de morfología matemática. Por ejemplo los trabajos (Bazen y Gerez, 2002; Serra, 1989; Kass y Witkin, 1987). El problema de los gradientes es que estos trabajan en la escala de pixel, estos son sensitivos al ruido y en la etapa final requieren de un mejoramiento de las estructuras direccionales.

La principal idea tratada en esta tesis se enfoca en una aproximación que permita tomar en cuenta todo el contexto de las estructuras contenidas en la imagen. Una aproximación local usa el concepto de función segmento de línea combinado con *LDA*. La función de segmento de línea es calculada desde el supremo de erosiones direccionales. Esta función contiene la información de los segmentos de línea más grandes que pueden ser colocados bajo la estructura. Con el fin de saber sus orientaciones una segunda imagen se define para observar la construcción de la función segmento de línea y su comportamiento. Esta segunda imagen es calculada para detectar la orientación de los supremos de las erosiones direccionales. Estos descriptores locales para el tamaño y orientación del elemento estructural permite la identificación de las estructuras direccionales basada en *LDA*.

4.1. Transformaciones básicas de morfología direccional.

Diferentes elementos estructurales pueden ser usados para calcular el espectro de tamaños. Por ejemplo el espectro de tamaños con elemento estructural cuadrado con tamaño creciente permite saber el tamaño de los objetos en la imagen de acuerdo al tamaño del elemento estructural. Cuando se usa un elemento estructural lineal (orientado horizontalmente, verticalmente, ...), el espectro de tamaños indica cuales son los tamaños de los objetos en una dirección específica. Por ejemplo, si se usa un elemento estructural de una dimensión para calcular el espectro de tamaños revelará el ancho de los objetos pero no su altura. Entonces el espectro de tamaños

depende de la entrada de la imagen y del elemento estructural usada para las aperturas.

4.2. Funciones morfológicas segmento de línea y de orientaciones

Las transformaciones morfológicas direccionales son caracterizadas por dos parámetros. Un elemento estructural L (segmento de línea) depende de la longitud (tamaño n) y por una inclinación (ángulo α) del elemento estructural. Entonces el conjunto de puntos del segmento de línea $L(\alpha, n)$ es calculado por dos conjuntos de puntos para $\alpha \in [0, 90]$. El conjunto de puntos $\{(x_i, y_i)\}$ definido por las siguientes expresiones:

Si $0 \leq \alpha \leq 45$ entonces $y_i = x_i \tan \alpha$ para $x_i = 0, 1, \dots, n \cos \alpha$

Si $45 < \alpha \leq 90$ entonces $x_i = y_i \cot \alpha$ para $y_i = 0, 1, \dots, n \cos \alpha$

Y el conjunto de puntos $\{(-x_i, -y_i)\}$. Esto significa que elemento estructural es un conjunto simétrico $L(\alpha, n) = \hat{L}(\alpha, n)$. Una expresión similar puede ser descrita por $\alpha \in (90, 180]$. Entonces la apertura y cerradura están dadas por:

$$\gamma_{L(\alpha, n)}(A) = \delta_{L(\alpha, n)}(\varepsilon_{L(\alpha, n)}(A))$$

$$\varphi_{L(\alpha, n)}(A) = \varepsilon_{L(\alpha, n)}(\delta_{L(\alpha, n)}(A))$$

Donde la erosión y la dilatación morfológica están dados por:

$$\varepsilon_{L(\alpha, n)}(A) = \min\{Y: y \in L(\alpha, n)(a)\}$$

$$\delta_{L(\alpha, n)}(A) = \max\{Y: y \in L(\alpha, n)(a)\}$$

En el caso de un elemento estructural lineal o por algún elemento estructural anisotrópico (es decir, no es el mismo en todas direcciones), el espectro de tamaños es el resultado de la búsqueda de objetos con una orientación específica. Si se quiere encontrar objetos anisotrópicos pero con

orientación desconocida, se debe usar un espectro de tamaños orientado (ETO):

$$ETO_{L(\alpha,n)}(A) = vol \left[\left(\gamma_{L(\alpha,n)}(A) - \gamma_{L(\alpha,n+1)}(A) \right) \right] \quad (4.1)$$

Con $n \geq 0$. Donde n es el tamaño del segmento de línea con orientación α . Típicamente sólo un conjunto de ángulos discretos es considerado, por ejemplo $\alpha = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ\}$. Si la entrada de la imagen A es interpretada como un conjunto (es decir una imagen binaria), se reemplaza la operación de máximo con una unión.

La Figura 4-1 muestra un elemento estructural y sus versiones rotadas. No es posible obtener el mismo resultado del espectro de tamaños orientado que usando el espectro de tamaños estándar por la combinación de elementos lineales. Por ejemplo, la dilatación horizontal por un elemento estructural vertical resulta en un elemento cuadrado, el cual no es anisotrópico.

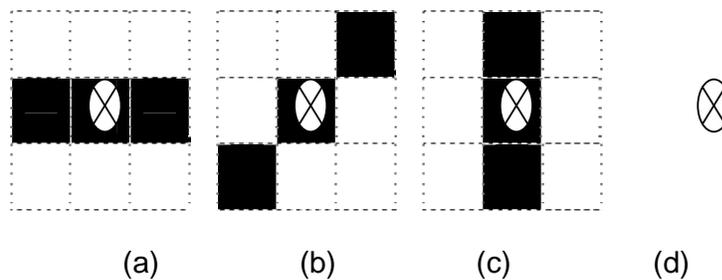


Figura 4-1. Elementos estructurales alargados por B_θ en diferentes orientaciones θ . (a) Orientación 0° , (b) Orientación 45° , (c) Orientación 90° , (d) Orientación 135° .

La diferencia de un espectro de tamaños con elemento estructural cuadrado o un elemento estructural alargado es que el ETO permite encontrar formas anisotrópicas, independientemente de la orientación de las formas.

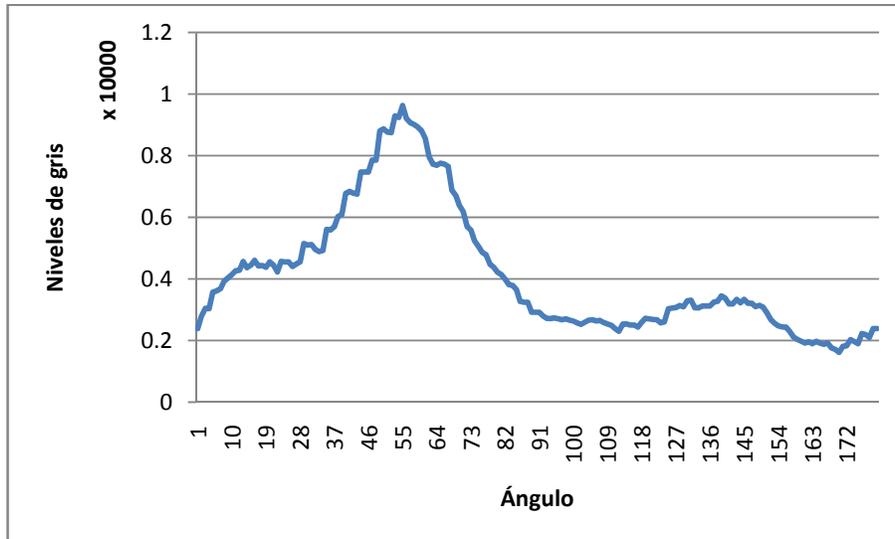


Figura 4-2. Espectro de tamaños para la Figura 4-3a. se utilizó una recta de tamaño 20 y se hizo de 0 a 180°.

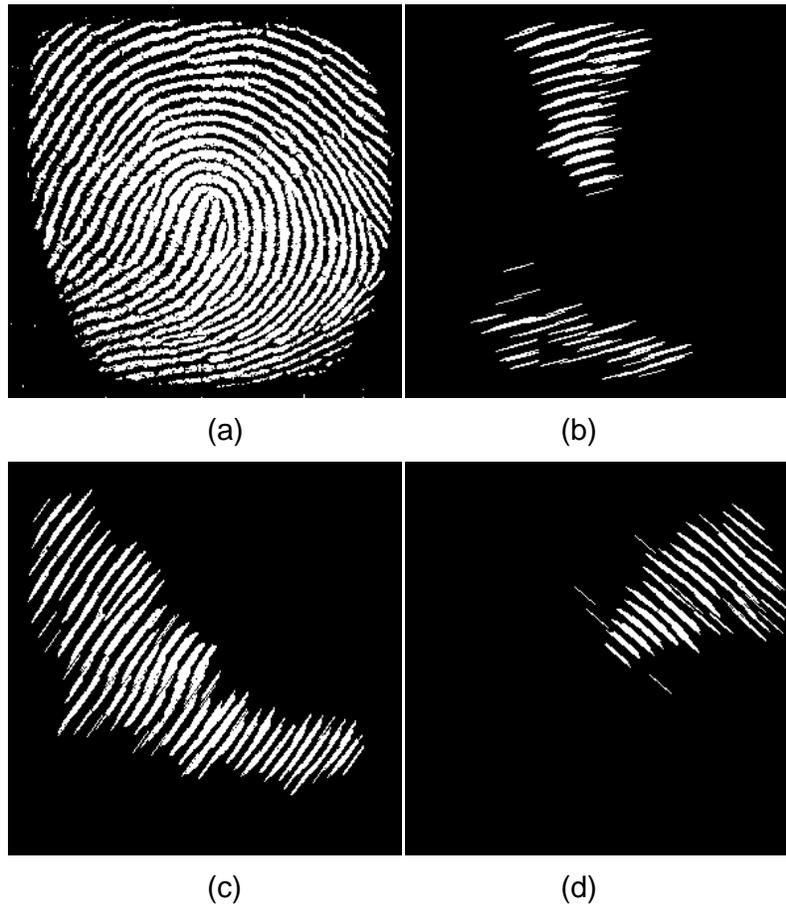


Figura 4-3. Aperturas direccionales de tamaño $n = 20$ a diferentes orientaciones. (a) Imagen de entrada, (b) Apertura direccional con $\alpha = 15$, (c) Apertura direccional con $\alpha=55$, (d) Apertura direccional con $\alpha = 139$.

En la Figura 4-2 se muestra el espectro de tamaños obtenido de la Figura 4-3a. Los picos del espectro de tamaños indican en que tamaño se removieron más objetos, en este caso solo quedarán las estructuras que tengan el tamaño de la recta y la orientación de esta. En la Figura 4-3 se muestran las aperturas para los picos más significativos en el espectro de tamaños. La imagen original se puede reconstruir a partir de los valores más significativos del espectro de medidas.

4.3. Aplicación de granulometría direccional y estructura por cuadrantes a campos orientados de huellas digitales.

En esta sección se aborda la aplicación de la morfología direccional aplicada en huellas digitales para determinar la clasificación de las huellas digitales. De acuerdo a Henry (1900) se tiene 4 clases de huellas digitales: verticilo derecho, verticilo izquierdo, verticilo espiral y verticilo arco.

En morfología matemática un importante trabajo de filtros direccionales fue propuesto por Soille (2001). En esta sección se presenta una metodología que usa el concepto de granulometría direccional y estructura de cuadrantes para la caracterización de anisotropías en las imágenes (específicamente huellas digitales). La Figura 4-4b ilustra la función de distribución de la Figura 4-4a para $n=80$ y $0 \leq \alpha < 180$. El mínimo de esta función permite determinar la dirección de los objetos dentro de la imagen. El mínimo de la Figura 4-4c fue calculado desde la Figura 4-4b usando transformaciones morfológicas en una dimensión. Para llevar a cabo la detección del mínimo la función distribución fue transformada en un intervalo de $[0, 255]$ de números enteros y entonces se utilizaron herramientas comunes de morfología para detectar el mínimo (Soille, 2003).

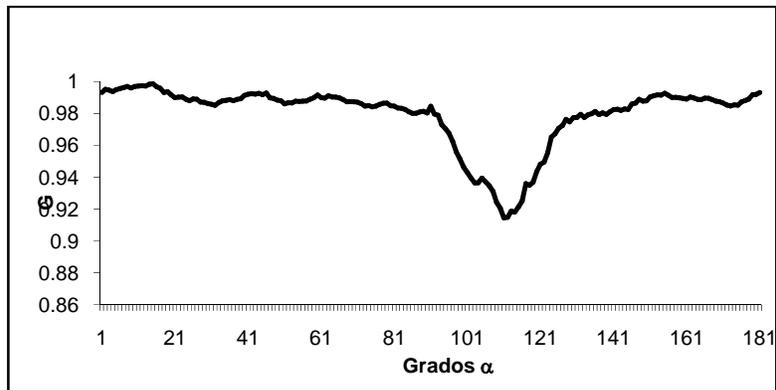
De hecho el mínimo de la imagen puede servir de criterio para ir de una aproximación global a una local por medio de cuadrantes usando la noción de estructura por cuadrantes (Quatree en Inglés). El término estructura por cuadrantes es utilizado para describir clases de estructuras de datos jerárquicas cuya propiedad común es que están basados en el principio de

descomposición recursiva del espacio. El proceso empieza con un cuadrado de 2^n píxeles que es dividido en cuatro zonas. Cada zona cuadrada es estudiada sobre la imagen original usando uno o varios criterios (varianza, valores max-min, etc). Si el criterio de homogeneidad se cumple se le da el valor de la función a todos los puntos de esta región cuadrada; por ejemplo, el promedio del valor de la intensidad en el cuadrado. Para el cuadrante donde no se cumple el criterio de homogeneidad, un proceso similar se desarrolla de manera recursiva, se divide este cuadrante en cuatro. Para los campos orientados es claro que el criterio esta dado solo por una dirección. En este caso el mínimo de la función distribución es empleado como criterio. Si la función de distribución en el cuadrante presenta solo un mínimo principal entonces la región es considerada homogénea. En este caso el valor del pixel de la región es afectado por el ángulo donde fue encontrado el mínimo. De lo contrario si la función distribución del cuadrante presenta varios mínimos entonces la región es dividida en cuatro.

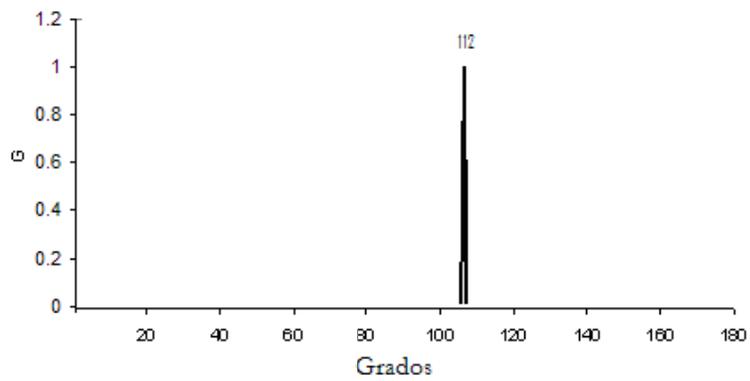
La Figura 4-5 y Figura 4-6 ilustran la aproximación para determinar la orientación de los campos de la imagen. Después de dividir la imagen en cuatro cuadrantes, se calcula la función de distribución como se muestra en la Figura 4-5. En particular se observa que la función de distribución en la Figura 4-5, que corresponde al los cuadrantes de la esquina superior izquierda (Q3) y derecha (Q4), ambos contienen solo un mínimo principal, mientras que los otros dos cuadrantes contiene varios mínimos representativos (Q1 y Q2). Estos dos últimos cuadrantes fueron divididos en cuatro y se volvió a calcular la función de distribución para encontrar el criterio de homogeneidad. La Figura 4-6, muestra los campos orientados en niveles de gris. La Figura 4-6 muestra las orientaciones de la primera jerarquía de la división de los cuadrantes (cuatro zonas cuadradas). Y la Figura 4-6b y Figura 4-6c muestra los cuadrantes superiores divididos en cuatro cuadrantes. Finalmente la Figura 4-6d muestra la jerarquía final. En la Figura 4-6e las regiones fueron afectadas por color para ilustrar mejor los campos orientados. La representación en color fue hecha en el espacio perceptual color HUE.



(a)



(b)



(c)

Figura 4-4. a) Huella digital clase verticilo izquierdo, b) Granulometría direccional tamaño 60, c) Detección del mínimo (112 grados).

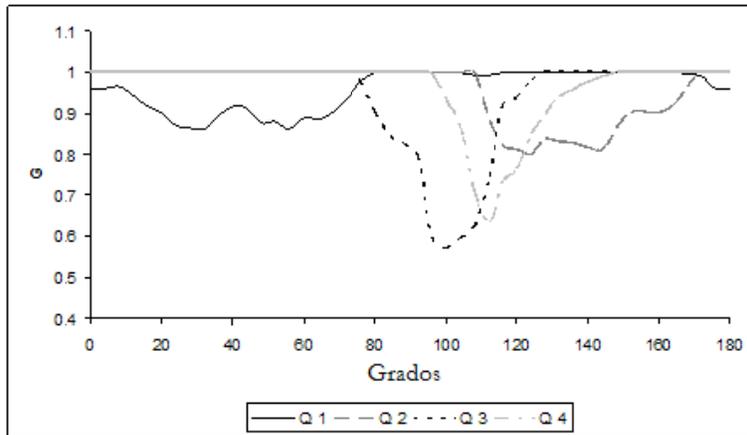


Figura 4-5. Granulometrías direccionales en el primer nivel de la jerarquía de la estructura de cuadrantes: Q1 y Q2 regiones superiores de los cuadrantes, Q3 y Q4 regiones inferiores del cuadrante.

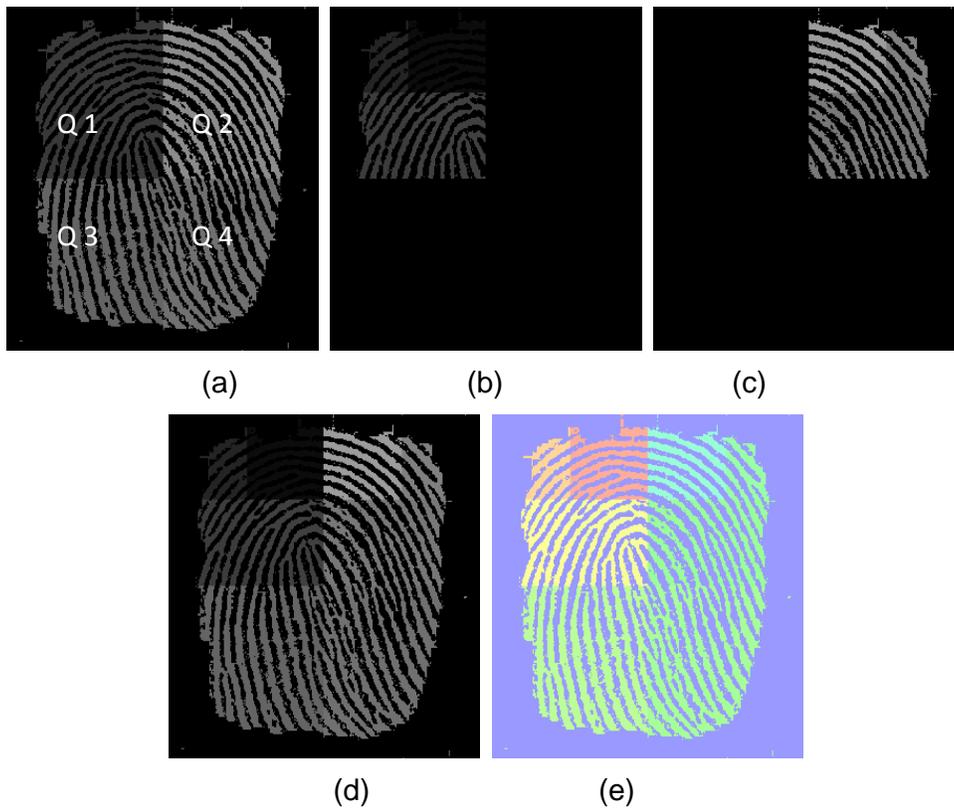
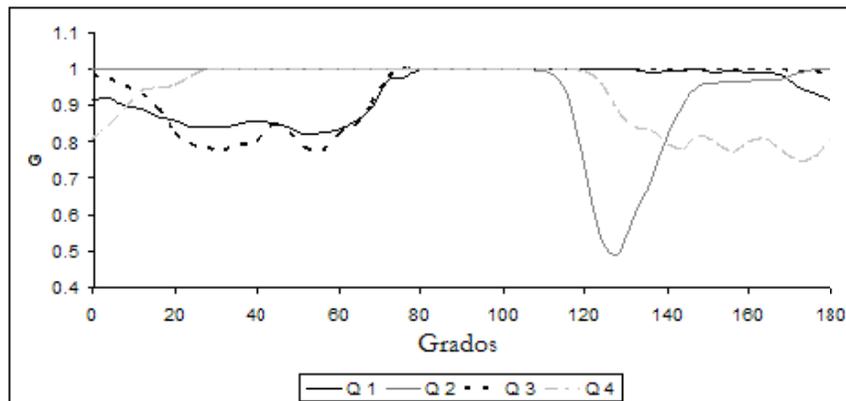


Figura 4-6. a) Primera jerarquía de la estructura por cuadrantes, b) y c) Segunda jerarquía de la estructura por cuadrantes, d) Jerarquía final de la estructura por cuadrantes, e) Representación color de la segmentación por estructura por cuadrantes.

En resumen la granulometría direccional, también llamada espectro de tamaños, permite saber el tamaño y la orientación predominante en un cuadrante a una escala dada. El proceso de la división de la imagen en

cuadrantes se finaliza cuando solo se encuentra un mínimo local en el cuadrante. La imagen es dividida en sub-imágenes con el fin de encontrar la orientación predominante. Entonces se puede reconstruir la huella digital de acuerdo a los cuadrantes ya que cada uno contiene información de tamaño y orientación.

Ahora se muestra la aplicación de la estructura por cuadrantes para las clases de huellas digitales verticilo derecho, verticilo espiral y verticilo arco. Se utiliza un tamaño de elemento estructural $n = 60$ para la función de distribución granulométrica en la Figura 4-7a; el mínimo de esta función permite tomar la decisión de parar el proceso de dividir en cuadrantes o continuar el proceso de división en mas cuadrantes.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4-7. a) Granulometría direccional para la primer jerarquía de la estructura por cuadrantes, b) Imagen de entrada, c) Salida de la imagen de la primer jerarquía de cuadrantes d) Segmentación final de cuadrantes representados en color.

La curva en la Figura 4-7a se calcula desde la región Q2 donde es más notable el mínimo, que de hecho caracteriza la principal estructura

direccional (la más grande) contenida en la imagen. En otras palabras la principal estructura direccional en la huella digital es calculada en la primera jerarquía en el cuadrante Q2. En este ejemplo la información estructural dada por la región de la huella digital permite clasificar como verticilo izquierdo. La Figura 4-7 muestra la imagen del resultado final del proceso de segmentación. Observe que la función granulométrica ilustrada en la Figura 4-7 del cuadrante Q4 que contiene pequeñas variaciones con varios mínimos es correctamente segmentada. En este caso un segundo nivel de jerarquía es requerido para llevar a cabo la segmentación de la región. Esto es el comportamiento global de la primera jerarquía de la estructura por cuadrantes permite extraer las características de clasificación de huellas digitales. La aproximación de una segmentación gruesa a una fina en los cuadrantes permite un mejor entendimiento de las estructuras direccionales en cada nivel de jerarquía basada en las funciones granulométricas.

Ejemplo de segmentación se muestran en la Figura 4-8a y Figura 4-8b las cuales presentan un comportamiento similar como se ilustró anteriormente en la Figura 4-7a. Ambas huellas digitales contienen una estructura direccional principal que es detectada en el primer nivel de jerarquía de la estructura por cuadrantes (la distribución granulométrica presenta un mínimo principal). Esto significa que estas huellas digitales pueden ser clasificadas en jerarquías gruesas de cuadrantes. En el caso de la clase verticilo espiral ilustrada en la Figura 4-8g, la huella digital no contiene solo una estructura principal representado en la función de distribución granulométrica por un mínimo principal. Por ello esta no puede ser clasificada en escalas grandes y en este caso los niveles finos de las jerarquías son requeridos para su clasificación. Estos ejemplos muestran que la evolución jerárquica de la estructura por cuadrantes esta vinculada con características estructurales de huellas digitales.

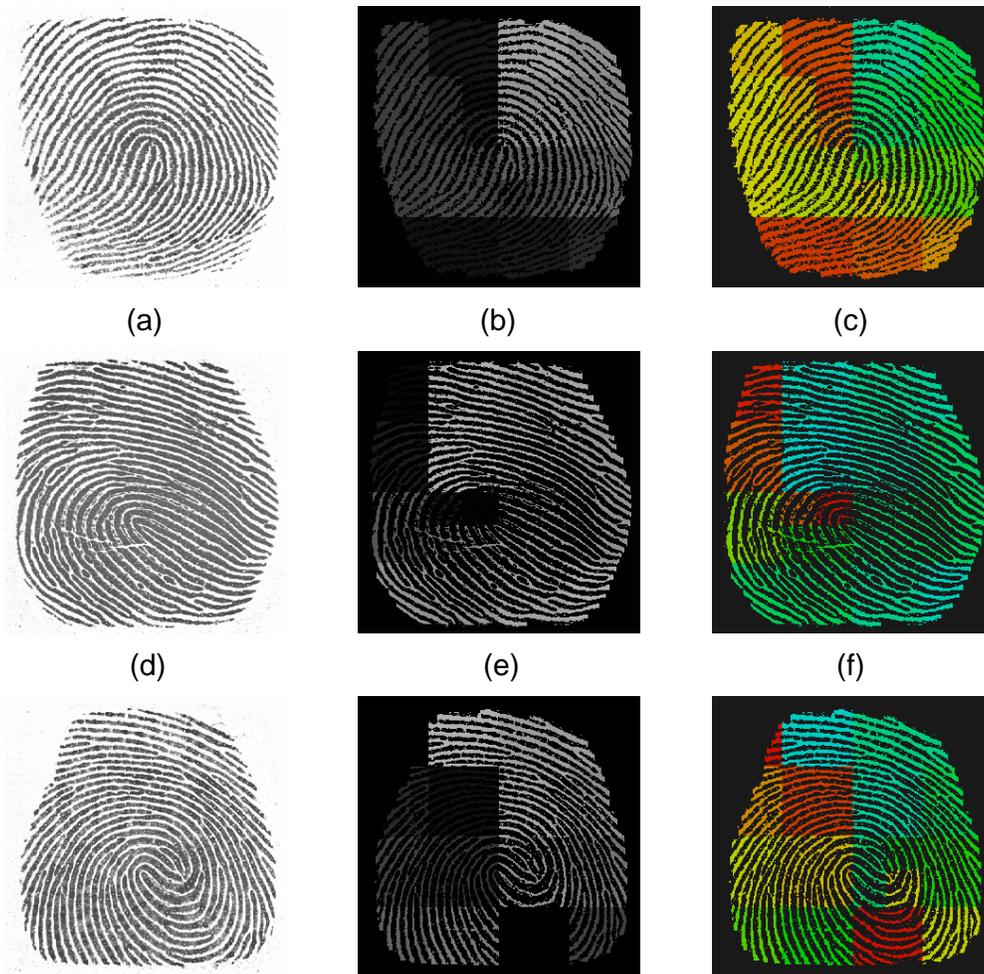


Figura 4-8. a) Huella digital clase verticilo derecho, b) Segmentación final de la huella por cuadrantes, c) Representación en color de la segmentación final, d) Huella digital clase verticilo izquierdo e) Segmentación final de la imagen segmentada en cuadrantes, f) Representación de los cuadrantes en color, g) Huella digital clase verticilo espiral, h) Segmentación final de la imagen segmentada en cuadrantes, i) Representación de los cuadrantes en color.

4.4. Tamaño y orientación basada en codificación de erosiones direccionales (funciones segmento de línea y orientaciones).

En esta sección se buscará un método para detectar las estructuras direccionales de la imagen donde la noción de conectividad juega un papel muy importante para la segmentación de estos. Es bien sabido que la noción de conectividad es la relación de la idea intuitiva de la tarea de segmentación, donde los objetos son divididos en componentes conectadas

dentro de un conjunto de formas elementales que pueden ser procesadas por separado. Entonces el problema recae en determinar que es una componente conectada en una imagen como la que se muestra en la Figura 4-9. Se puede tomar diferentes maneras para introducir tal concepto.

Por ejemplo en la Figura 4-10 algunas estructuras orientadas son determinadas para un proceso de cálculo de agrupamiento, en este caso por una cerradura morfológica. La Figura 4-10(b) y (c) muestran una apertura direccional en la dirección de 30° con tamaños de elemento estructural de 20 a 30, respectivamente. Una estructura jerárquica puede ser introducida por medio de una granulometría. De este modo se introduce la granulometría direccional y una conectividad por medio de cerraduras para extraer algunas agrupaciones que se pueden calcular como estructuras direccionales como se muestra en la Figura 4-10 e y f. No obstante el cálculo de las estructuras direccionales por este método puede ser muy complejo.

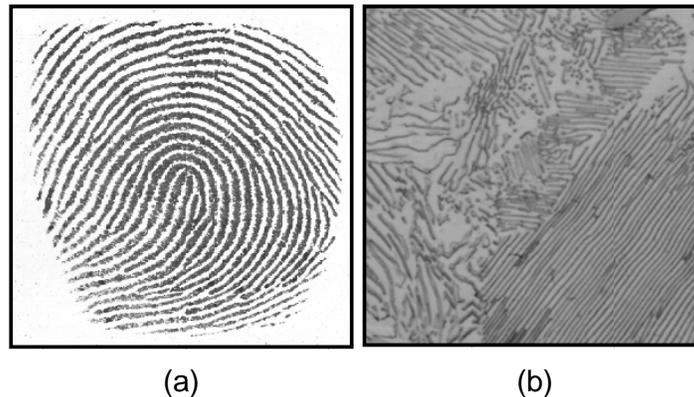


Figura 4-9. a) Imagen de huella digital, b) Imagen de fase perlitica.

Por ejemplo, en las Figura 4-10c y f son las mismas que las Figura 4-10d y g (tal que la intersección entre esta dos imágenes no es el vacío). Teniendo en cuenta esta deficiencia, se busca otro método donde la información de escalas y direcciones de las estructuras de una imagen sea de fácil acceso. Dos funciones que codifican el tamaño y la orientación son introducidas en las secciones siguientes.

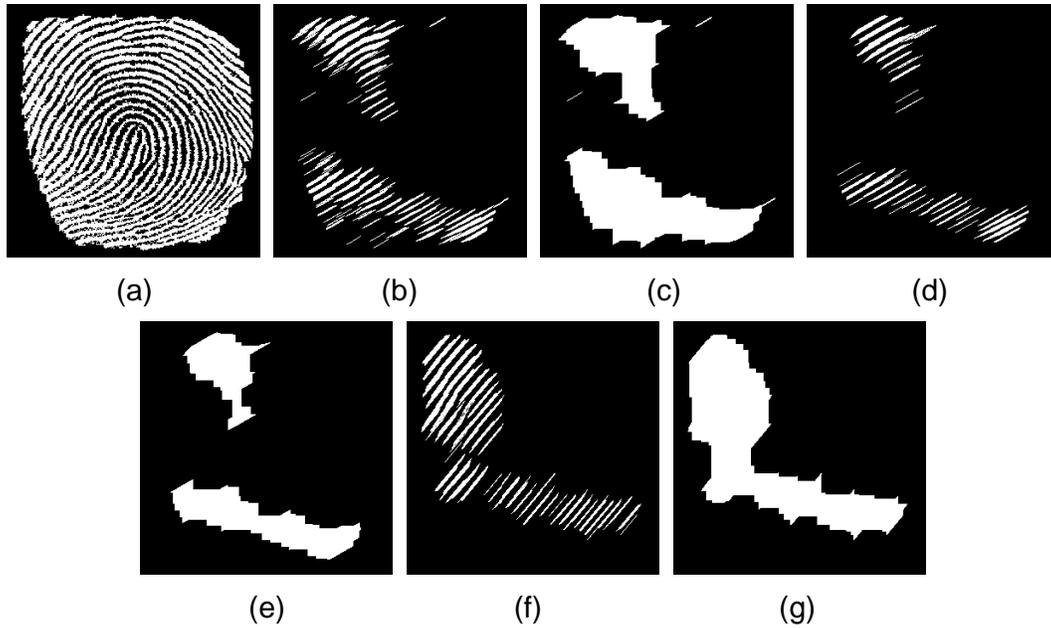


Figura 4-10. a) Huella digital, b),c) Apertura direccional a una dirección de 30 grados con tamaño de línea 20 y 30 respectivamente, d) Apertura direccional a una dirección de 50 grados tamaño 30, c),f) y g) Cerradura morfológica tamaño 10 de las imágenes Figura 4-10b), c) y d), Respectivamente.

Cuando un erosión direccional λ es aplicado en todas las direccionales, algunas de de las salidas de las imágenes de salida a cierta dirección contendrán mas información que otras imágenes en otra dirección, dependiendo de las anisotropías presentes en la imagen.

Por ejemplo en la Figura 4-11b se muestra la erosión direccional tamaño 20 y orientación 90 , donde se ve que no se tienen estructuras a esa dirección, sin embargo, para una erosión tamaño 20 y orientación 150 (Figura 4-11c), mismo tamaño y orientación 160, 170 y 180 (Figura 4-11d, Figura 4-11e y Figura 4-11f) se encuentran un mayor número de estructuras. Entonces la idea de aplicar erosiones direccionales consiste en preservar el máximo de información para todas las direcciones. Para llevar a cabo este objetivo el supremo de las erosiones es calculado. El cual se expresa de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{\lambda}^{sup}(X) = \bigcup_{\alpha \in [0,180]} \varepsilon_{\alpha,\lambda}(X) \quad (4.2)$$

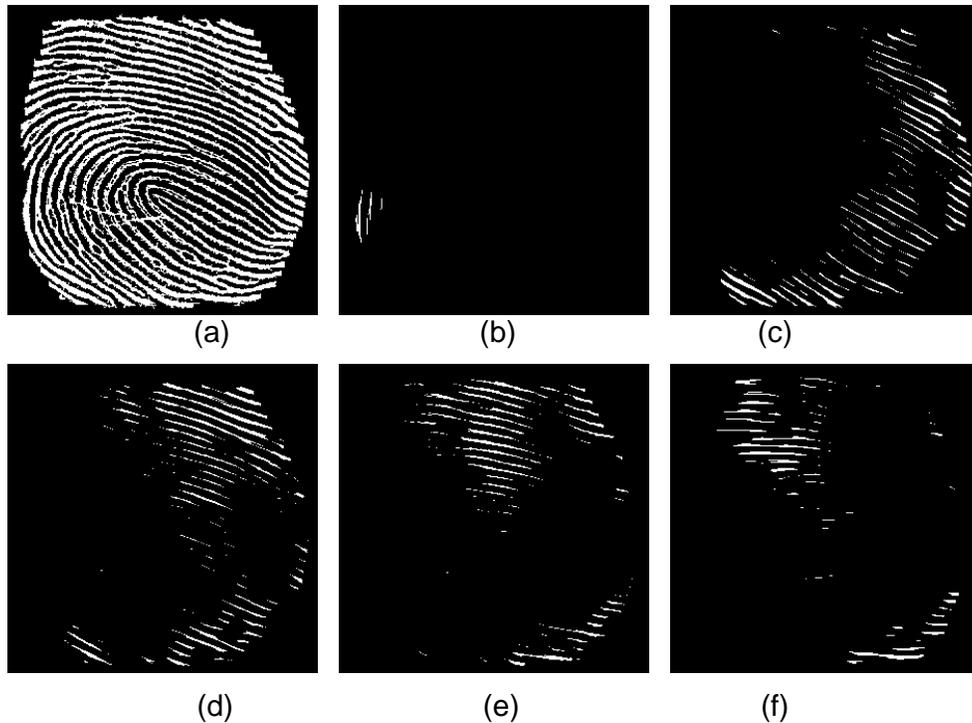


Figura 4-11. a) Huella digital, b) Erosión direccional con tamaño 20 a 90 grados, c) Erosión direccional con tamaño 20 a 150 grados, d) Erosión direccional con tamaño 20 a 160 grados, e) Erosión direccional con tamaño 20 a 170 grados, f) Erosión direccional con tamaño 20 a 180 grados

4.5. Funciones Segmento de línea y de orientaciones.

La idea para codificar el tamaño de elemento estructural proviene de la noción de la función distancia. Hay que recordar que la función distancia $Dx(x)$ es una transformación que asocia a cada pixel x de un conjunto X a una distancia desde el fondo. Se define entonces una nueva función derivada de la noción de función distancia.

Definición: función segmento de línea $Dm_x(x)$ es una transformación que asocia a cada pixel x con un conjunto X la longitud del segmento de línea más grande colocado en un punto x y completamente incluido el conjunto X .

El objetivo de construir esta función consiste en codificar la información de los tamaños de tal manera que la información direccional local puede ser accesada desde cada punto de la función. Esta codificación del tamaño de la información será usada para construir una aproximación local para detectar

estructuras direccionales en una imagen. Esta función se llamara función segmento de línea Dm_x , esta es calculada usando el supremo de erosiones direccionales. Para almacenar la información del tamaño para todos los valores λ una imagen en niveles de gris Dm_x es utilizada.

Suponer X un conjunto dado, se comienza con elementos estructurales pequeños para tomar en cuenta todas las orientaciones para calcular el conjunto $Sup_{\alpha \in [0,180]} \{ \varepsilon_{L(\lambda, \alpha)}(x) \}$. Esto significa que se toman todos los puntos de la imagen que no se remueven por las últimas erosiones direccionales. Entonces se incrementa Dm_x en uno para todos los puntos x pertenecientes al conjunto $Sup_{\alpha \in [0,180]} \{ \varepsilon_{L(\lambda, \alpha)}(x) \}$ y se continúa el proceso de crecimiento de tamaño de elemento estructural hasta que la estructura es completamente removida. Esto significa que el proceso continua hasta que a un valor λ_{max} tal que $Sup_{\alpha \in [0,180]} \{ \varepsilon_{L(\lambda_{max}, \alpha)}(x) \} = 0$. Las Figura 4-12b y c muestran la salida de la imagen calculada desde la imagen original, en la Figura 4-12a para tamaños 40 y 60 respectivamente.

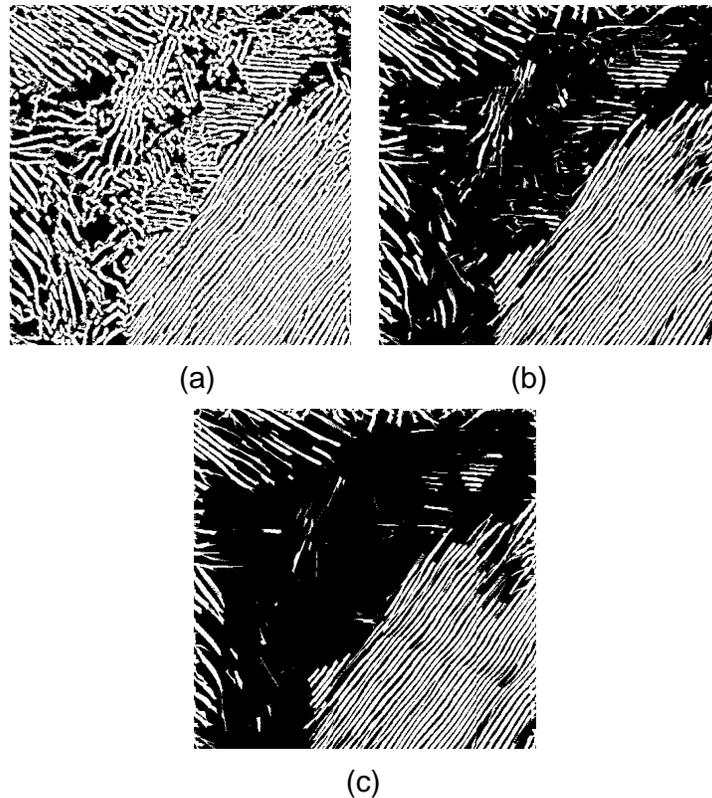


Figura 4-12. a) Metalografía fase perlítica, b) y c) $Sup_{\alpha \in [0,180]} \{ \varepsilon_{L(\lambda, \alpha)}(X) \}$ con $\lambda = 40$ and $\lambda = 60$.

Como se expresó anteriormente los niveles de gris de la función Dm_x son los tamaños de las líneas más grandes que pueden ser incluidas en la estructura. Mientras que para las estructuras que pueden ser consideradas compuestas como un conjunto de líneas como se muestra en las Figura 4-9a y b, si se asume que los máximos de la función Dm_x juega un papel importante ya que estos codifica los tamaños de la líneas que cubren a todo el contexto de la imagen. Con esto se sabe la posición de los elementos estructurales más grandes que pueden ser incluidos completamente en la estructura. Sin embargo, los ángulos de estos elementos estructurales (segmentos de líneas) no son accesibles desde la imagen Dm_x . Con el objetivo de tener codificados los ángulos, se introduce una segunda función asociada a la función segmento de línea.

Definición 2. La función orientación $Om_x(x)$ es una transformación que asocia con cada pixel x de un conjunto X , el ángulo del segmento de línea más grande (simétrico) centrado en el origen, trasladado al punto x y completamente incluido en X .

De esta forma se almacenan las direcciones de los segmentos de línea en un segunda imagen Om_x , llamada función orientación, cuando la función segmento de línea es calculada. Un ejemplo de aplicación real sobre metalografía de fases perlíticas es mostrado en la Figura 4-13. Las imágenes de las Figura 4-13b y c muestran el resultado la función segmento de línea Dm_x y la función de orientaciones Om_x , respectivamente, se calcularon ambas funciones desde la imagen binaria de la Figura 4-13a. Estas funciones pueden ser usadas para calcular los segmentos de línea que caracterizan a la estructura. La función segmento de línea y sus orientaciones asociadas a la imagen contienen los ángulos que servirán para proponer un método para la segmentación de imágenes con estructuras de direccionales.

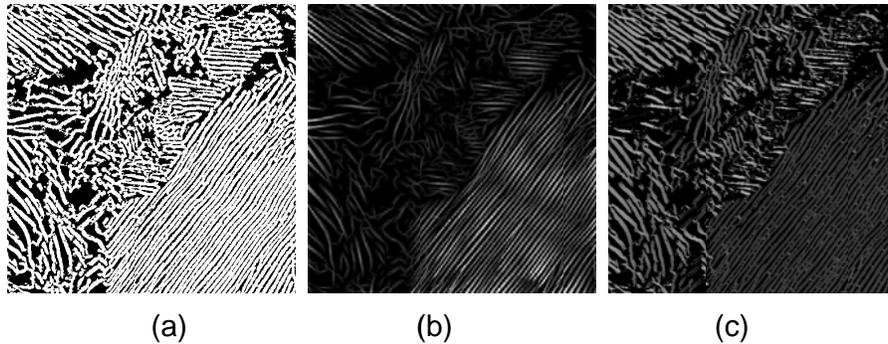


Figura 4-13. a) Imagen de entrada binaria, b) Función segmento de línea, c) Función orientación

4.6. Aplicación de supremos de erosiones direccionales en campos orientados de huellas digitales.

En esta sección, se caracteriza las huellas digitales por medio de una aproximación basada en erosiones. La idea de aplicar erosiones direccionales consiste en preservar los máximos de la información para todas las direcciones. Se almacena la información para todos los valores del tamaño del elemento estructural n , afectando la imagen de salida con un nivel de gris como se hace para construir la función distancia. Esto significa que el procedimiento inicia para $n = 1$ e incrementando en uno para todos los puntos x que pertenecen a $\varepsilon_{\lambda}^{\text{sup}}(X)$. Entonces el procedimiento continúa hasta que el valor de n es máximo tal que $\varepsilon_{\lambda}^{\text{sup}}(X) = 0$.

Desde el punto de vista geométrico, el máximo de esta función son los elementos estructurales máximos (último erosionado). Esto es, las posiciones de los elementos estructurales más grandes que pueden ser completamente incluidos en la estructura son conocidos pero los ángulos de estas estructuras son desconocidos. Para superar este problema una segunda imagen se construye la cual contiene los ángulos del elemento estructura. El esquema en la Figura 4-14 ilustra el proceso para extraer la información direccional de la imagen. El primer paso es realizar un top Top-Hat tamaño 4 a la imagen de entrada (Figura 4-4a) para obtener un imagen binaria (Figura 4-15a). Entonces el supremo de erosiones direccional se calcula para cada tamaño del elemento estructural y en todas direcciones con el fin de obtener

la función distancia y la función orientación ilustrada en la Figura 4-15 y Figura 4-15c respectivamente. Estas funciones son empleadas para calcular el segmento de línea que caracteriza a la estructuras. El máximo de la función distancia es calculado para obtener el lugar geométrico de los elementos estructurales máximos y los valores de la función orientación permite saber la orientación de las líneas.

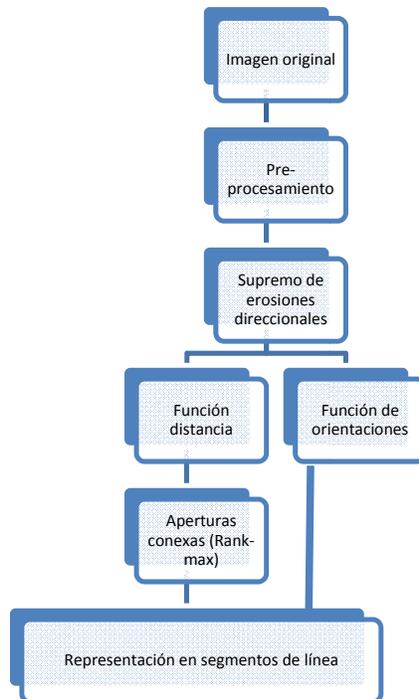
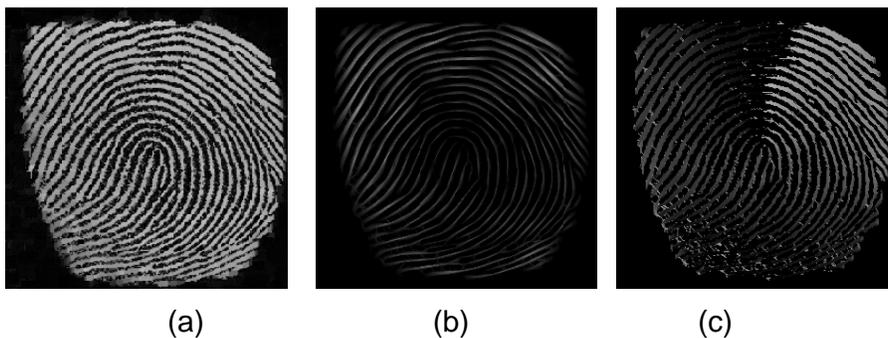


Figura 4-14. Esquema del procedimiento para calcular los campos orientados.(muy pequeña la letra)



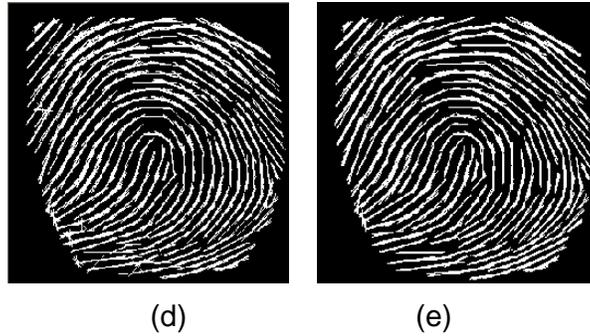


Figura 4-15. a) Top-hat 4, b) Función distancia, c) Función orientación, d) Dilatación anisotrópica conexa tamaño 4, e) Dilatación anisotrópica conexa tamaño 6.

Ya que la información contenida (máximos) en el supremo de erosiones es bastante, un proceso de filtrado es llevado a cabo; se utiliza un filtro de clase conexa de máximo-rango (Rank-max en ingles) aplicado en la función distancia. Para obtener la representación de segmentos de línea como se ilustra en la Figura 4-15d y Figura 4-15e. este proceso se trata en la siguiente sección.

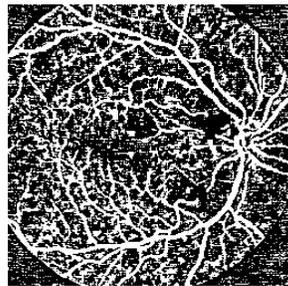
4.6.1. Apertura conexa de rango-máximo

La apertura morfológica presenta algunos problemas cuando las imágenes tienen regiones delgadas. La Figura 4-16b ilustra un ejemplo de apertura morfológica (tamaño 1) aplicada a una imagen que contiene regiones delgadas como se ilustra en la Figura 4-16a. Una solución a este inconveniente consiste en cambiar la apertura morfológica. Es bien conocida la clase de filtros no lineales llamados filtros de rango, que muestran excelentes propiedades de robustez y proporcionan soluciones en muchos casos donde otras transformaciones son inapropiadas. Más aún, los filtros de rango son usados para construir un interesante clase de transformaciones llamados apertura de rango-máximo. Ronse (1986) introduce las aperturas de rango-máximo en conjuntos y funciones como una generalización de la apertura morfológica por un elemento estructural λB . Sea B_k el conjunto de todos los elementos estructurales B_i tales que $B_i \subseteq \lambda B$, y conteniendo k puntos. En el caso binario la apertura de rango-máximo esta dado por:

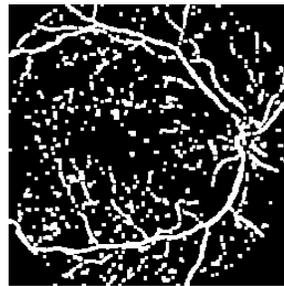
$$\gamma_{\lambda B, k}(X) = \bigcup_i \{ \gamma_{\lambda B_i}(X) : \lambda B_i \subset \lambda B, |\lambda B_i| = k \} \quad \text{Ec. 3}$$

La imagen de salida está compuesta por la unión de imágenes calculadas por las aperturas usando elementos estructurales $\lambda B_i \subset \lambda B$, donde el número de puntos de elementos estructurales es k (cardinalidad k , $|\lambda B_i| = k$). El conjunto de elementos estructurales de tamaño k esta dado por $B_k = \{ \lambda B_i : \lambda B_i \subset \lambda B \text{ y } |\lambda B_i| = k \}$. Figura 4-17a muestra un elemento estructural λB_i con $\lambda = 3$ y $|\lambda B_i| = 49$ ($\lambda B_i = \lambda B$), mientras que las Figura 4-17b-g muestran seis configuraciones de λB_i con $\lambda = 3$ y $|\lambda B_i| = 16$. El origen de estos elementos estructurales se presenta en nivel de gris claro. Los pixeles de color blanco no pertenecen al elemento estructural.

Observe que las configuraciones en las Figura 4-17b-d contiene más de 1 componente conectada mientras que las configuraciones en las Figura 4-17e-g son compuestas solo con una componente conexa. Las aperturas de rango-máximo son más flexibles que la apertura morfológica porque esta preserva las regiones que contiene por lo menos k puntos. Esta transformación de la apertura en una imagen binaria X convertida en el supremo de todas las porciones de esta, el subconjunto es suficientemente grande consecuencia de la traslación del elemento estructural nB . El principal inconveniente de las aperturas de rango-máximo son las interacciones entre las componentes conexas. Este problema trae una degradación de la imagen filtrada. La Figura 4-16a muestra el caso de la apertura de rango-máximo.



(a)



(b)

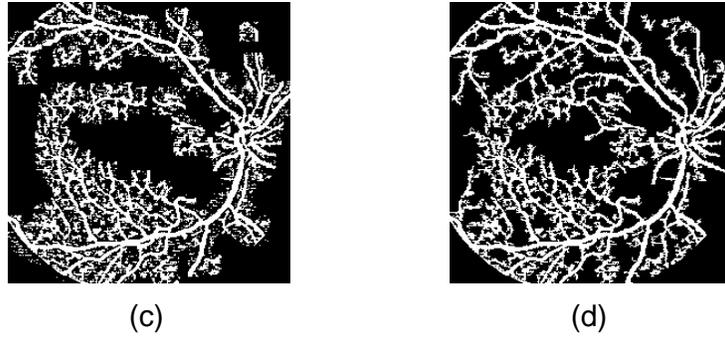


Figura 4-16. a) Imagen de entrada, b) Apertura morfológica tamaño 1 (3x3 píxeles), c) Apertura de rango-máximo con $\lambda = 8$ y $k = 160$, d) Apertura conexa de rango-máximo con $\lambda = 8$ y $k = 60$.

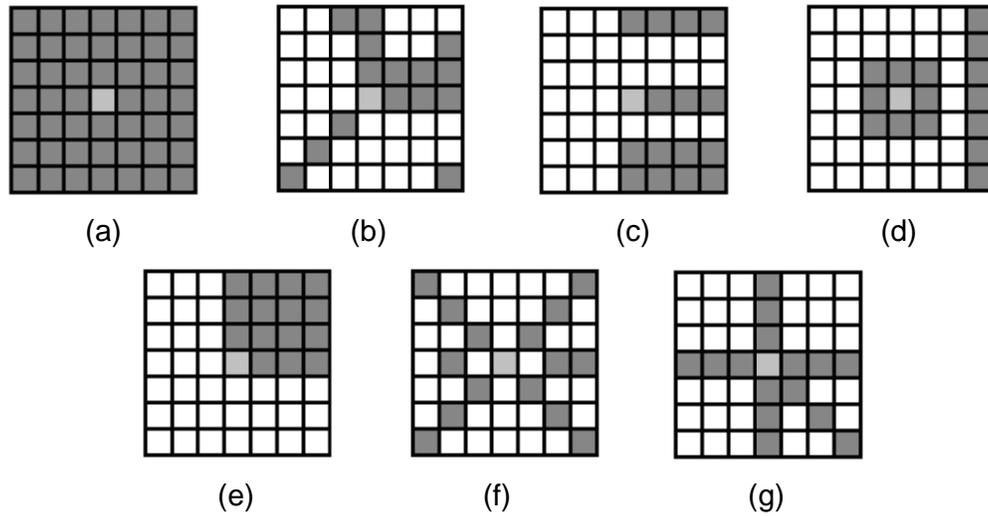


Figura 4-17. a) Elemento estructural λB_i con $\lambda = 3$ y $|\lambda B_i| = 49$ ($\lambda B_i = \lambda B$), b), c), d), e), f), g) Seis diferentes configuraciones de λB_i con $\lambda = 3$ y $|\lambda B_i| = 16$, e), f), g) Elementos estructurales compuestos con solo una componente conexa

Una solución a este problema puede lograrse introduciendo la noción de conectividad. Considere un subconjunto B_{Ck} de B_k que contiene a todos los subconjuntos B_k los cuales incluyen el origen de λB ($B_{Ck} = \{\lambda B_i : \lambda B_i \in B_k \text{ y } \lambda B_i \text{ conexa}\}$). La apertura de rango máximo es definida en el caso binario por:

$$\mathcal{V}_{\lambda B, k}(X) = \bigcup_i \left\{ \gamma_{\lambda B_i}(X) : \lambda B_i \in B_{Ck} \text{ y } |\lambda B_i| = k \right\} \quad (4.3)$$

A diferencia de la apertura de rango-máximo, la conectividad de apertura de rango-máximo procesa independientemente a cada componente conexas. Esto significa que cada componente conectada es invariante a $\tilde{\gamma}_{B,k}$ es en si invariante a $\tilde{\gamma}_{B,k}$. La Figura 4-16d ilustra la imagen de salida basada en aperturas conexas de rango-máximo en el caso de niveles de gris la apertura conexas de rango-máximo es expresado de la siguiente forma:

$$\tilde{\gamma}_{\lambda B,k}(f)(x) = \bigvee_i \left\{ \gamma_{\lambda B_i}(f)(x) : \lambda B_i \in B_{Ck} \text{ y } |\lambda B_i| = k \right\} \quad (4.4)$$

Ahora se presenta el proceso de filtrado para caracterizar las estructuras direccionales de las huellas digitales. Estas características direccionales son construidas partiendo de dos imágenes, la primera de estas imágenes da la información de los tamaños predominantes, mientras que la segunda imagen da la información de las orientaciones preferenciales. Estos dos parámetros permiten calcular un conjunto de segmentos de línea que caracterizan los campos orientados de la imagen. La aplicación de filtros conexas de rango-máximo en la función distancia permite reducir el número de mínimos en la imagen con el fin de obtener una mejor descripción de la imagen con el uso de segmentos de línea como se muestra en la Figura 4-15d y Figura 4-15e. En resumen, este filtro es conexas permite revelar en la salida solo aquellas estructuras que tiene orientación específica y tamaño, las cuales mejor se adaptan a las estructuras.

En las Figura 4-18a, Figura 4-18d, Figura 4-18f y Figura 4-18h se muestran tres ejemplos de aplicación de los filtros de rango conexas. Se lleva a cabo la detección de las orientaciones de las huellas digitales. Se muestra la detección de las orientaciones con y sin filtrado, la función segmento de línea y orientaciones fueron calculados desde imágenes binarias, entonces el segmento de línea fue puesto en cada máximo de la función de segmentos de línea para que tomando en cuenta la dirección dada por la función orientación. En la Figura 4-18b se muestra la representación de segmentos de línea sin el proceso de filtrado. Solo un punto en cada máximo regional fue seleccionado para poner un segmento de línea. A continuación un filtro

morfológico basado en apertura conexa rango-máximo con parámetros $\mu = 2$, $k = 7$ fue aplicada la función segmento de línea para obtener la imagen de la Figura 4-18c, Figura 4-18e, Figura 4-18g y Figura 4-18i. Observe que estas últimas imágenes se filtran con la función segmento de línea por apertura de rango-máximo que permite disminuir el número máximos, para atenuar la complejidad de la información de los máximos.

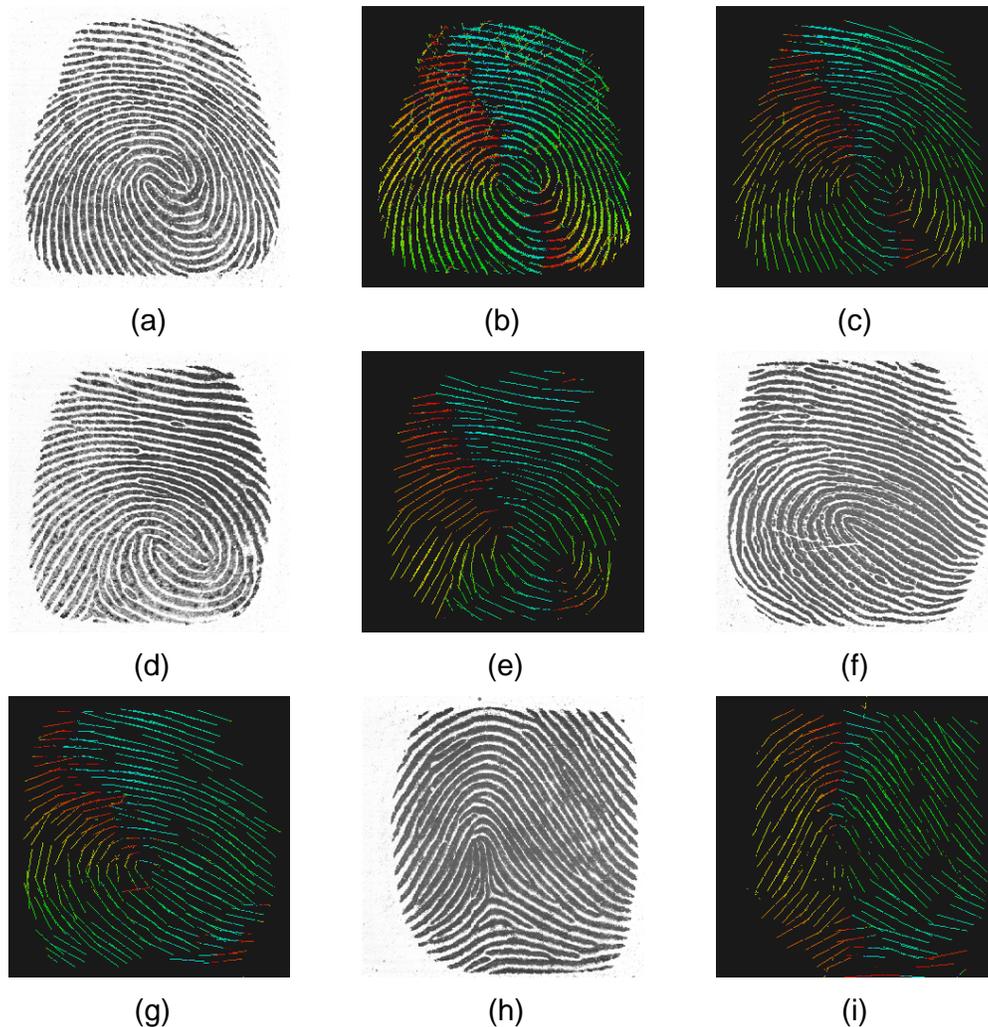


Figura 4-18. a) Huella digital clase verticilo espiral, b) Imagen pre-procesada, c) Función de orientaciones, d) Representación de segmentos de línea después del filtrado morfológico basado en rango-máximo (2,7), e) Huella digital clase verticilo espiral, f) Representación de segmentos de línea después del filtrado morfológico basado en rangos-máximos desde la "e", g) Huella digital clase verticilo izquierdo, h) Representación de segmentos de línea después del filtro morfológico basado en rango-máximo desde "g".

4.7. Algoritmo no parametrizado para construir la función segmento de línea y función orientación así como sus límites de la aproximación.

Dado el número de operaciones para el cálculo de la función segmento de línea y la función orientación es bastante considerable, uno puede suponer que el método es bastante costoso en tiempo de procesamiento. Más aún la construcción de estas funciones requiere ser parametrizado (el elemento estructural más grande) y un ángulo de paso para calcular cada uno de ellos. A continuación se muestra la construcción de estas funciones que no requieren de algún parámetro y que no es costoso en tiempo de cálculo. En primer lugar, con respecto al tamaño del elemento estructural (el tamaño más grande del elemento estructural) este tamaño se fija de acuerdo a la diagonal de la imagen, que es el tamaño del elemento estructural que puede ser incluido en la imagen.

Dadas S_x y S_y como las dimensiones de la imagen, eje vertical y horizontal respectivamente. Por ejemplo para imágenes VGA 640x480, se tiene $L = S_x + S_y = 800$, entonces el tamaño del elemento estructural más grande que contiene esta imagen es de 400 ya que el elemento estructural usado es simétrico. Esto es claro, ya que en pocos casos prácticos las imágenes reales se pueden encontrar estructuras con tales características.

A continuación se requiere fijar el incremento del ángulo para calcular el segmento de línea. De manera práctica se utilizan incrementos entre 5 y 10 grados pero se fijaran valores pequeños por ejemplo de un grado con el fin de mostrar la limitación en el tiempo de cálculo. Entonces se pueden calcular 180 elementos estructurales de tamaño $L/2$ y estos son almacenados en una estructura de datos (lista de listas). Ya que los elementos estructurales usados son simétricos con origen $(0,0)$ solo la mitad de las líneas rectas son almacenadas. De hecho, solo los códigos Freeman son almacenados. Dado $\{L_{si}\}$ con $i \in \{0,1,2,\dots,179\}$ que es la lista que contiene los códigos de Freeman requeridos para construir la mitad del elemento estructural. El

elemento estructural es construido usando la lista de $L_{sj} = \{C_k\}$ con $C_k \in \{0,1,2,3,\dots,7\}$ y estos datos son simétricos $\check{L}_{sj} = \{\check{C}_k\}$ con $\check{c}_k = (c_k + 4) \bmod 8$.

Considere el ejemplo de la Figura 4-19a donde una erosión por segmento de línea es aplicada a la estructura en color gris. El elemento estructural es obtenido desde la lista $L_{sj} = \{0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$ (azul 0 y rojo 1) y $\check{L}_{sj} = \{4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, 4\}$ (verde 4 y amarillo 5). Ahora el cálculo de la erosión en el punto (x, y) de una imagen f marcada por el punto blanco, se comienza por calcular el valor más pequeño entre los puntos $(x - 1, y)$, (x, y) y $(x + 1, y)$. Entonces la erosión tamaño uno esta dada por el ínfimo (la intersección de conjuntos). $\varepsilon_1(f)(x, y) = f(x - 1, y) \wedge f(x, y) \wedge f(x + 1, y)$. A continuación se calcula una erosión tamaño 2 con los siguientes dos puntos del elemento estructural $(x - 2, y + 1)$ y $(x + 2, y + 1)$ y la erosión tamaño uno $\varepsilon_1(f)(x, y)$ esto es $\varepsilon_2(f)(x, y) = f(x - 2, y - 1) \wedge \varepsilon_1(f)(x, y) \wedge f(x + 2, y + 1)$. El procedimiento continua hasta que la ultima parte de los puntos del elemento estructural es tomada en cuenta.

En este ejemplo, uno requiere un elemento estructural grande que remueva el punto (x, y) de la imagen. No obstante, en el ejemplo de la Figura 4-19b, cuando la tercera erosión es aplicada el punto es removido, tal que $\varepsilon_3(f)(x, y) = f(x - 3, y - 2) \wedge \varepsilon_2(f)(x, y) \wedge f(x + 3, y + 3) = 0$

Entonces el procedimiento para este proceso es aplicado a cada punto de la imagen. Es evidente que el hecho de usar el ínfimo (AND operación en el computadora) calcula la erosión y el proceso para cuando ya no es requerido; permitiendo calcular la erosión en una imagen rápidamente. Entonces por ejemplo el cálculo del $Sup_{\alpha \in [0, 180]} \{\varepsilon_{L(\lambda, \alpha)}\}$, se calcula cada punto x de la imagen, el elemento estructural mas largo que no se puede eliminar en ese punto. A continuación la longitud del elemento estructural es usada para afectar la función Dm_x en el punto x . Por ejemplo en el ejemplo de la Figura 4-9b una imagen de tamaño 512x512 pixeles, solo se requieren 5 segundos para calcular el segmento de línea y la orientación de las imágenes usando un incremento de ángulo de un grado, mientras que trabajando con un incremento de ángulo de 5 grados en un intervalo de $[0, 180]$ solo se

requiere de un segundo. Para la imagen de la Figura 4-9a (300x300 pixeles) se requiere menos de dos segundos usando un incremento de ángulo de un grado. La computadora utilizada para realizar estos experimentos es una Laptop con un procesador de 1.59 GHz y 256 MB en RAM.

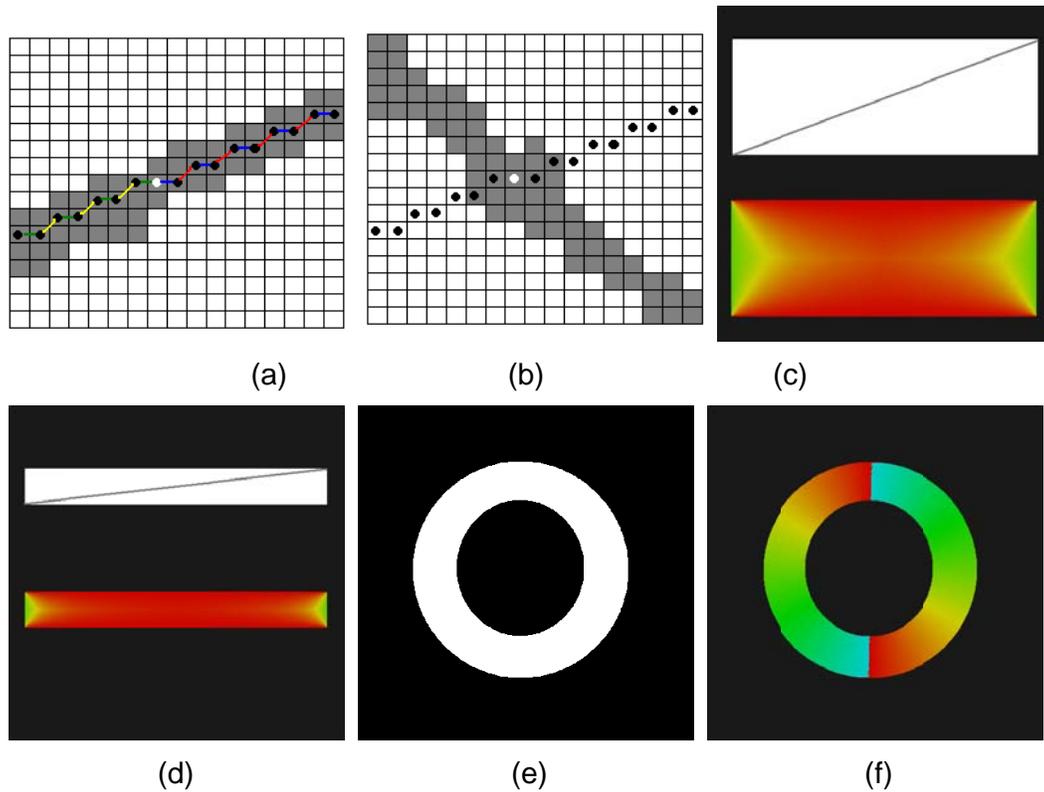


Figura 4-19. a) y b) Erosiones Direccionales, c) y d) Limitaciones del criterio en estructuras rectangulares, e) y f) Limitaciones del criterio en estructuras de disco.

4.8. Los límites del criterio

Se toman algunos ejemplos geométricos para ilustrar algunas limitaciones de la aproximación anteriormente propuesta para extraer características direccionales. El primer ejemplo es el caso de un rectángulo de longitud l y de ancho h como se muestra en la Figura 4-19c y d. el segmento de línea más grande que puede ser colocado dentro del rectángulo son las líneas diagonales $[l^2 + h^2]^{1/2}$ y su ángulo esta dado por $\alpha = \tan^{-1}(h/l)$. Es evidente que l es mayor que h entonces cercano a 0 grados es α ($l \rightarrow \infty$ o $h \rightarrow 0, \Rightarrow \alpha \rightarrow 0$). Se considera un ejemplo donde el rectángulo tiene $l=100$ pixeles. Entonces para $h = 20$, se tiene $\alpha = 11.5$

grados, para $h = 10$, $\alpha = 5.7$ grados, para $h = 5$, $\alpha = 2.8$ grados; otra fuente de error son los extremos del rectángulo, ya que los límites de los ángulo de la línea mas grande (en este ejemplo) tiene un valor de 90 grados.

Más aún los puntos restantes en la línea que cortan el rectángulo a lo largo de la horizontal en $h/2$ cruza por su centro, puede cambiar entre $\alpha = \tan^{-1}(h/l)$ y 90 grados. En las Figura 4-19c y d se muestra dos ejemplos representados en color. Esta desventaja se podría evitar con la aplicación del supremo de aperturas direccionales, más aún el tiempo de cálculo para determinar la línea más grande incluida en la estructura seria bastante considerable. Para ilustrar esto, se recuerda la interpretación geométrica usual de la erosión y apertura. En el caso de la erosión se selecciona el centro del elemento estructural completamente incluido en la estructura, mientras tanto en el caso de la apertura todos los puntos blancos del elemento estructural son elegidos. Esto significa que cuando una apertura es aplicada, los puntos de la imagen son analizados varias veces y no hay la posibilidad de aplicar el algoritmo anteriormente propuesto. Suponemos otro ejemplo geométrico dado por un objeto formado por dos círculos y diferente radio (anular o de anillo de ancho h) como se ilustra en la Figura 4-19e. en el caso de disco, la distancia máxima simétrica está en el punto medio de la unión de dos puntos del círculo (cuerda), la cuerda más grande que atraviesa el centro del disco (el diámetro del disco).

En el caso del anillo el segmento es tangente al interior del círculo y la línea más pequeña es cero, un punto en el exterior del círculo. Entre estos dos extremos existen diferentes cuerdas con el mismo ángulo. Entonces cuando se trabaja con estructuras con una curvatura dada el error de la dirección es más pequeño que en una recta derecha (o sin error cuando la región tiene una forma asimilable a un anillo) como se ilustra en la Figura 4-19f. Sin embargo el máximo de la función distancia seguirá siendo el contorno cerrado (contorno interno) de la estructura.

Los límites de la aproximación se muestran en esta sección, estos se atenúan cuando la imagen está compuesta por estructuras delgadas como se

muestra en la Figura 4-9b o cuando las estructuras tienen una curvatura como en la Figura 4-9a. A continuación se ilustra el funcionamiento de la función segmento de línea y función de orientaciones en varios ejemplos que se muestran en la Figura 4-20. Tres ejemplos de la detección de orientaciones en huellas digitales se llevo a cabo. Para ilustrar la detección de la orientación del segmento de línea y función orientación se calcularon desde imágenes binarias que se obtuvieron de imágenes de entrada como se ilustra en las Figura 4-20a, b y c, entonces el segmento de línea fue puesto en algún máximo de la función segmento de línea para tomar en cuenta la dirección dada por la función orientación como se ilustra en las Figura 4-20d, e y f. solo un punto en cada máximo regional fue seleccionado para colocar el segmento de línea.

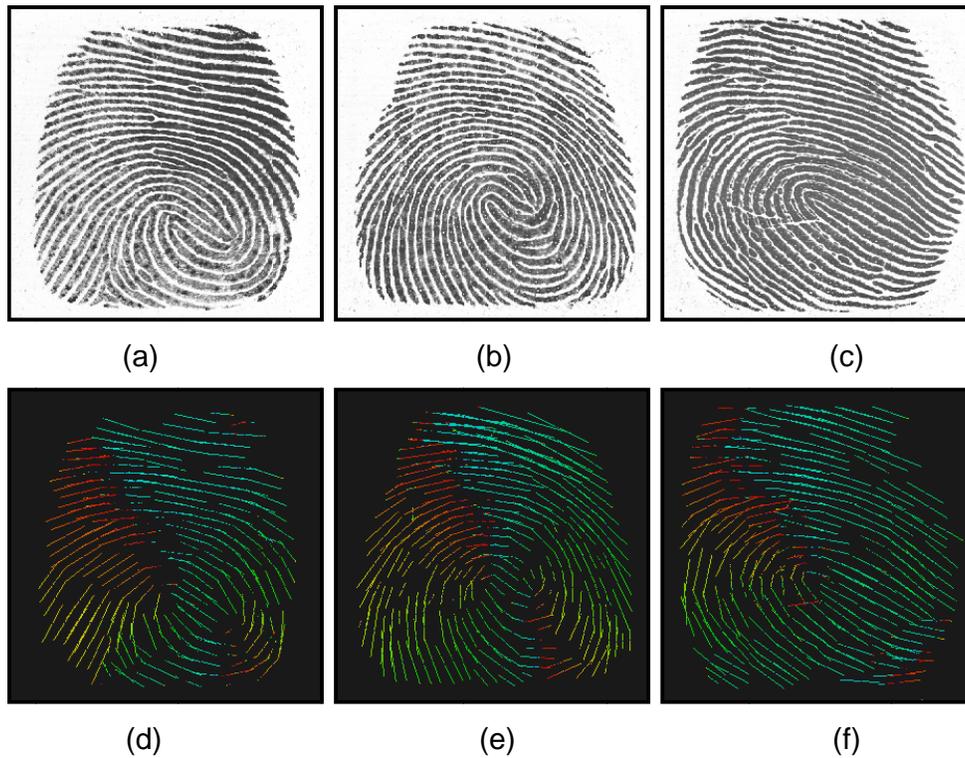


Figura 4-20. a),b) y c) Imagen original, d), e) y f) Orientaciones principales de las imágenes de entrada.

4.9. Segmentación de imágenes usando morfología direccional y la transformación línea divisora de aguas.

La segmentación es uno de los más interesantes problemas en el procesamiento de imágenes y análisis. La meta principal de la segmentación consiste en extraer las regiones de interés en la imagen (Crespo et al., 1997; Meyer y Beucher, 1990; Salembier y Serra, 1982). En morfología matemática el método de líneas divisorias de aguas por marcador es un método usual para la segmentación de imagen (Meyer y Beucher, 1990). En este sentido un método alternativo para la segmentación de imágenes con estructuras direccionales es aplicado.

En lugar de buscar un conjunto de marcadores que señalen las regiones de las líneas divisorias de aguas, se aplican directamente para obtener una partición fina. Entonces el proceso sistemático de unión se aplicará directamente para obtener la segmentación final. Sin embargo para llevar a cabo el proceso de fusión es preferible trabajar con las catchment basins asociadas con la LDA de la imagen. La Figura 4-21a muestra las catchment basins calculadas desde la función segmento de línea invertida que se muestra en la Figura 4-13b y pondera los valores de los ángulo de la función orientación Om_x en la Figura 4-13c.

Con el fin de tomar en cuenta la relación de vecindad de un gráfico de región adyacente (RAG por sus siglas en ingles region adjancency graph) debe ser calculado. El RAG es construido usando catchment basins de la imagen en la Figura 4-21a. Se toma un punto en cada mínimo de la función segmento de línea invertida de cada catchment basin. Los vecinos del grafo en el máximo de la función segmento de línea Dm_x y de la función orientación Om_x sintetiza las estructuras direccionales de la imagen. Una de estas regiones es codificada en un grafo, se puede calcular la dirección de las estructuras basada en el valor del grafo. El siguiente método se usa para reducir el número de regiones se lleva acabo:

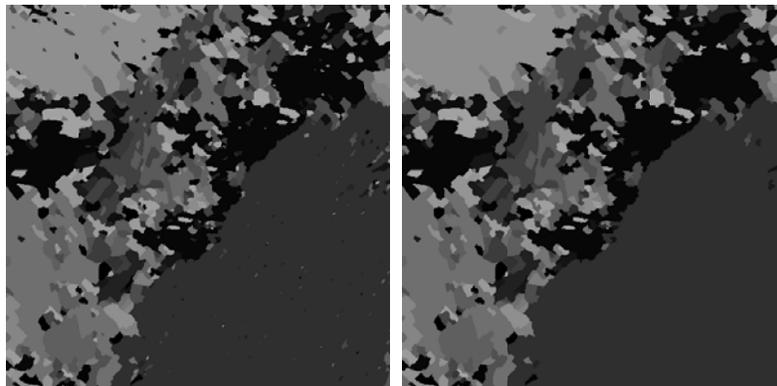
a) A cada borde se le asigna una distancia de orientación entre dos regiones que están separadas.

b) Dos bordes son ordenados en orden creciente

c) Dos regiones separadas por una distancia pequeña son fusionadas.

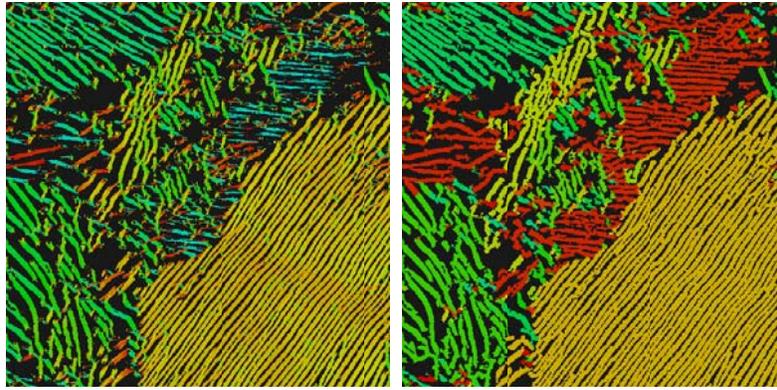
d) Se repite el paso b hasta que el criterio no se satisfaga.

Se ilustra el método para identificar las regiones adyacentes con una similitud mayor o menor de orientación para considerar la imagen en la Figura 4-9, se muestra una metalografía de fase perlítica en acero. Para lograr este objetivo, uno fusiona los vértices (catchment basins) con diferencia de ángulos más pequeña o igual al valor del ángulo $d(R_i, R_j) = |\text{angulo}(R_i) - \text{angulo}(R_j)| \leq \theta$. En la Figura 4-21c se muestra en color la función de orientación de la Figura 4-13, mientras que en la Figura 4-21d se muestra la salida de la imagen después del proceso de fusión usando un criterio de diferencia de ángulo $\theta = 20$. Las intensidades de las regiones que se muestran en las Figura 4-21b y d fueron tomadas para ser proporcionales al valor medio de los ángulos de las regiones fusionadas. Una vez que los granos de las estructuras perlíticas son separadas, es ahora posible calcular algunas medidas (por ejemplo, un estudio granulométrico).



(a)

(b)

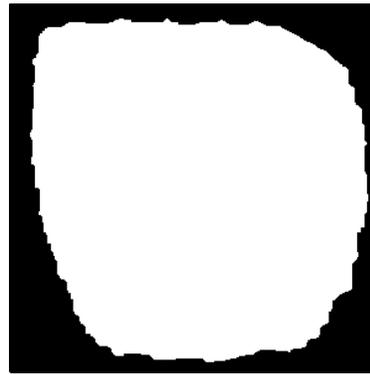


(c)

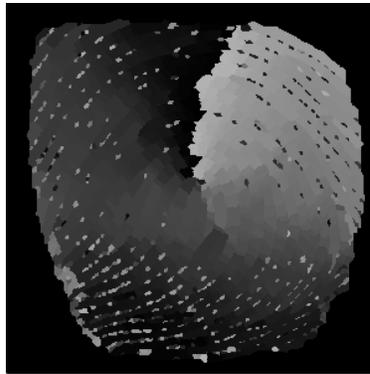
(d)



(e)



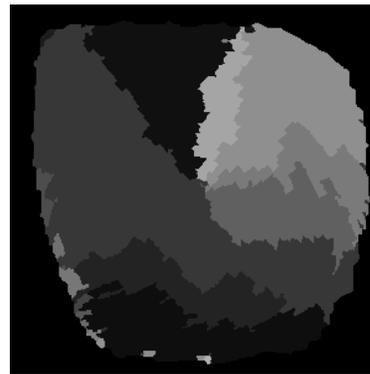
(f)



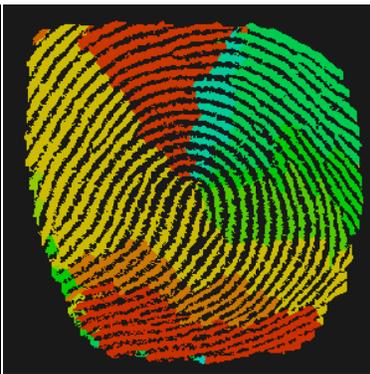
(g)



(h)



(i)



(j)

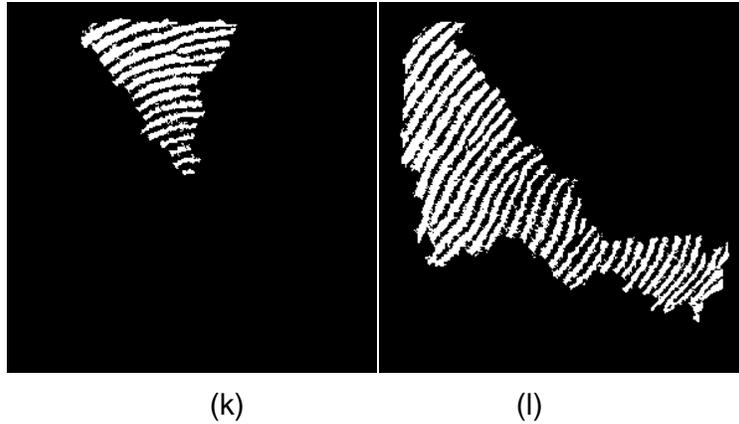


Figura 4-21. a) Partición ponderada de catchment basins por orientaciones (ángulos), b) Regiones fusionadas, c) y d) Función orientación y segmentación de imagen representado en color, e) Imagen original binaria, f) Imagen máscara, g) Partición ponderada de catchment basins por orientaciones, h) Partición filtrada por criterio de tamaño, i) Partición segmentada, j) Representación color, k) y i) Componentes conectadas.

Es evidente que cuando las regiones de una imagen son codificadas bajo la forma de grafo, muchos criterios pueden ser fácilmente introducidos al segmento de la imagen. En la Figura 4-21e se muestra las ventajas de usar la estructura de RAG para el proceso de fusión, ya que la introducción de otro criterio puede mejorar la segmentación final. Sin embargo en este ejemplo en lugar de calcular el catchment basins en toda la imagen, se puede hacer mejor por el cálculo de particiones ponderadas de una manera geodésica. La máscara donde la transformación catchment basins debe ser aplicada está dada en la Figura 4-21f. La última imagen es la salida de la imagen obtenida por la cerradura morfológica tamaño 6 de la imagen original en la Figura 4-21e. Entonces la imagen de la Figura 4-21g es calculada por la transformación catchment basins bajo la máscara.

Ya que existen conexiones delgadas entre una estructura direccional y otra estructura direccional, se observa en la Figura 4-21g pequeñas regiones que no son representativas de la estructura (desde el punto de vista de la segmentación). Un criterio de tamaño fue introducido para remover estas regiones como se ilustra en la Figura 4-21h. Una vez que las regiones son removidas, otros dos criterios pueden ser aplicados para obtener la segmentación final. Dados $\vec{\mu}_i$ y $\vec{\sigma}_i$ son los valores de la media y la varianza en la región R_i . Entonces dos regiones R_i y R_j pueden ser fusionados si la

distancia de la orientación $d_{\vec{\mu}}(R_i, R_j) = |\vec{\mu}(i) - \vec{\mu}(j)| \leq \theta$. Esto significa, que después del proceso de fusión entre regiones es llevado a cabo, entonces el valor de la media es usado para describir la nueva región y un nuevo valor de varianza es calculado.

Sin embargo aunque el criterio de la diferencia de la media es satisfecho, pero una de las regiones tiene una varianza grande ($\vec{\sigma}_i > \tau$ o $\vec{\sigma}_j > \tau$), estas regiones no son fusionadas. La Figura 4-21i y j muestran las imágenes segmentadas, en niveles de gris y color, utilizando un criterio orientación media de diferencia de $\theta = 15$ grados y usando un criterio de varianza $\tau = 6.5$. En la sección anterior se comentó que la noción de conectividad es la unión de la idea intuitiva de segmentación. Bajo esta aproximación las imágenes en la Figura 4-21k y l muestran dos componentes de la imagen original en el Figura 4-21e. Comparando estas componentes conexas con las Figura 4-10e, f y g. desde el punto de vista del reconocimiento de huellas digitales las componentes conectadas muestran la existencia de un punto singular (centro). La mayor componente en la Figura 4-21l describe una separación con la máxima curvatura que permite clasificar a esta huella digital. La imagen en la Figura 4-21i muestra claramente la existencia de un centro.

CAPÍTULO CINCO.

5. Segmentación y granulometría en micro-estructura de materiales

Actualmente para las mediciones metalográficas para el grafito como por ejemplo la tasa de nodularidad son mediciones cualitativas. Existen varios métodos para la determinación de la tasa de nodularidad, el método de JIS, el método ASTM A-247, el método ASF y el método de la SAE (SAE, 1999), todos ellos tienen modelos patrón contra los que hay que hacer la comparación para determinar la nodularidad de nuestra estructura. Por ejemplo las cartas patrón de ASF, nos dan una precisión de $\pm 10\%$; la norma ASTM caracteriza las partículas de grafito por número y letra en metalografías idealizadas para ser comparadas. Permitiendo obtener un estimado de la distribución y tamaño de las partículas de grafito (ver Figura 5-1), lo cual no es confiable para controlar procesos donde la nodularidad es un factor crítico, como en la fundición de monoblocks de motores (Dawson y Schroeder, 2004).

Baron y Lucas (2005) realizan un estudio comparativo de determinación de la tasa de nodularidad por diferentes métodos y diferentes laboratorios, los métodos utilizados fueron el JIS, ASF y método manual. Los resultados no fueron concluyentes, ya que hay mucha dispersión en la determinación, al igual que no muestran una tendencia las mediciones entre laboratorios y aún más entre métodos, la única que se comporta de manera similar es cuando se realiza con procesamiento de imágenes.

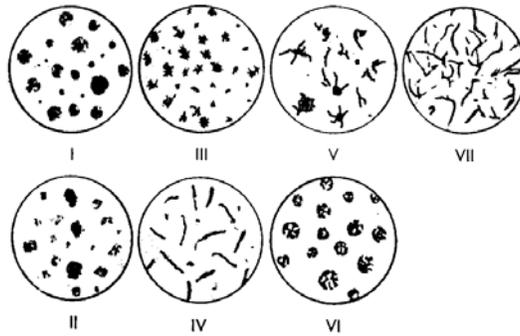


Figura 5-1. Clasificación por forma de grafito en fundiciones de hierro (ASTM A 247).

En este capítulo se desarrolla un método para medir el porcentaje de nodularidad de grafito, la distribución granulométrica, presentes en una fundición de hierro nodular, basado en técnicas de procesamiento morfológico de imágenes. El sistema de procesamiento de imágenes, permite llevar a cabo de forma automática el porcentaje de nodularidad de grafito, eliminando los errores que pueden ser introducidos por el evaluador.

5.1. Criterio de segmentación

Actualmente el cálculo de la nodularidad se determina en base a la aproximación que se hace de cuan esférico son los nódulos. Por ejemplo una muestra de grafito es menos nodular cuando la forma del grafito no tiende a ser una esfera. Esta aproximación está dada por las cartas de comparación de los estándares antes mencionados, los cuales son modelos idealizados. Esto hace que el proceso de caracterización de nodularidad sea impreciso. En conclusión la clasificación de clases de los nódulos depende de la apreciación visual del analista.

En la Figura 5-2a se muestra ejemplo típico de la microestructura vista bajo SEM, donde se puede ver que los nódulos tienen forma esferoidal, estos nódulos tienen un radio de aspecto equiaxial, al hacer un corte en 2 dimensiones como se ve la Figura 5-2b. En la Figura 5-2c. se muestra la estructura de una fundición de acero nodular vista desde un microscopio óptico (imagen en 2-D). Por ello se asume este modelo para obtener la nodularidad de la fundición de acero.

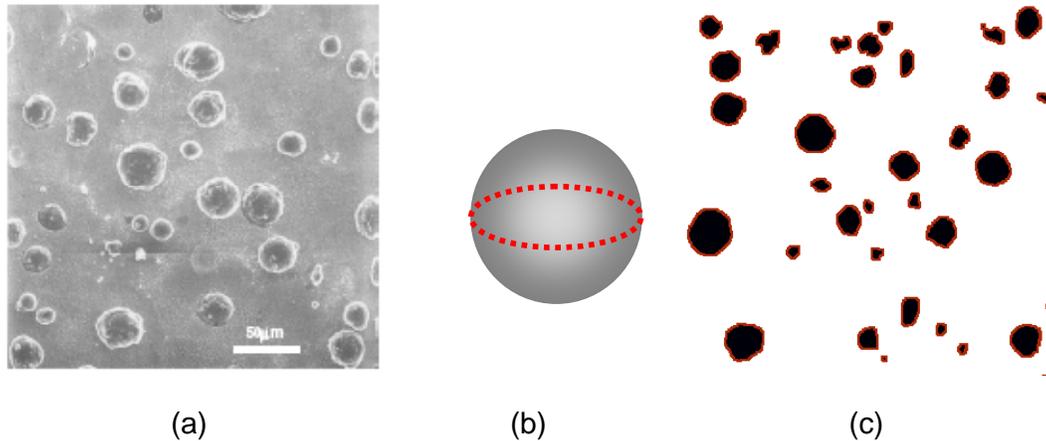


Figura 5-2-Modelo de aproximación estereológico para determinar la nodularidad de una fundición. a) Imagen de SEM de microestructura de fundición nodular, b) Criterio estereológico, c) Imagen de microscopio óptico tratada con procesamiento de imágenes.

5.2. Metodología

La preparación de la muestra se realizó siguiendo la metodología establecida en la norma ASTM E3. Posteriormente, las imágenes fueron adquiridas en un microscopio óptico metalográfico (Nikon epiphot 200), con sistema de video integrado y una tarjeta digitalizadora (Mutech 460). Como se mencionó anteriormente, la determinación de la nodularidad está basada en la percepción de que los nódulos son lo más cercano a un círculo. Las cartas patrón son modelos idealizados de comparación, no se tiene un criterio de circularidad para realizar mediciones cuantitativas que permita tener una mayor confiabilidad al momento de decidir cuando un nódulo es circular o no lo es (es decir pertenece a la clase VI o a otra clase (ver Figura 5-3)).

Cuando se realiza de manera manual esta clasificación, el resultado depende de la percepción visual del evaluador. Sin embargo, un sistema automático basado en técnicas de procesamiento de imágenes no depende del evaluador sino de los criterios que se introduzcan al sistema. Para determinar la circularidad en base a un procesamiento de imágenes, se propone realizar un estudio de la forma de los nódulos utilizando la noción de bisectriz condicional. En lo que concierne a la compacidad, este parámetro

es más complejo dado que involucra características como son la cantidad de nódulos por unidad de área, su distribución de tamaños, así como su distribución espacial dentro de la matriz. La metodología propuesta en el presente trabajo se basa en determinar la distribución de distancias entre nódulos utilizando un estudio granulométrico de la matriz.

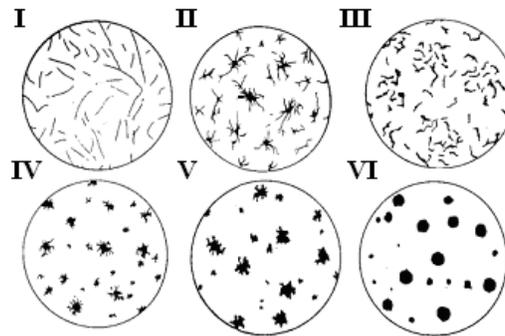


Figura 5-3. Clasificación por forma de partículas de grafito (ISO 945).

5.3. Segmentación y clasificación por criterios de circularidad

El procedimiento de para la determinación de nódulos esféricos se ilustra en la Figura 5-4.



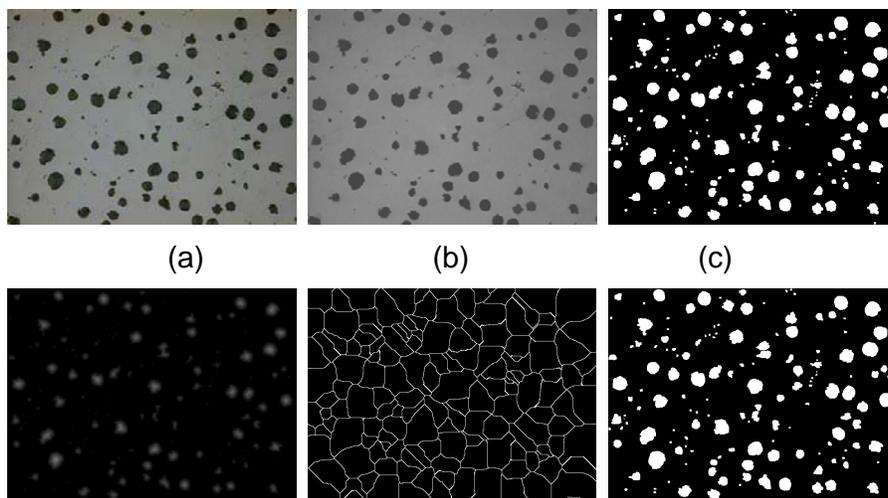
Figura 5-4-Metodología de segmentación morfológica nodular.

El proceso de segmentación de los nódulos se realiza en diferentes pasos. Inicialmente, y con el objetivo de evitar el uso de técnicas basadas en umbrales, Imagen en niveles de grises obtenida de una fundición nodular (Muestra 1) (ver Figura 5-5a) es filtrada. Este filtrado es llevado a cabo mediante los filtros por reconstrucción. Sea f la imagen original, para todo

punto “ x ” de la imagen se obtiene una segunda imagen a partir de la suma $g(x) = f(x) + c$, donde c es una constante que en nuestro caso, después de haber realizado un estudio sobre la totalidad de la imágenes tiene un valor de 70. Posteriormente se realiza la reconstrucción de g en f , i.e. $R^*(f;g)$. La imagen en Figura 5-5b ilustra el resultado obtenido. A partir de esta imagen filtrada se pueden obtener directamente los nódulos calculando los mínimos de la imagen como se muestra en la Figura 5-5c. Observe que los nódulos que tocan los bordes han sido eliminados. Una vez extraídos los nódulos, se procede a separar aquellos que se encuentran conectados.

Se determina entonces la función distancia, ilustrada en la Figura 5-5d de la imagen binaria Figura 5-5c. La función distancia es filtrada por una apertura morfológica seguida de una cerradura, ambas de tamaño 1, para remover ruido de discretización. Enseguida se obtiene la inversa de la imagen y se calcula la transformación conocida como línea divisoria de aguas LDA (watershed en inglés), que es una herramienta fuertemente usada para la segmentación de imágenes en morfología matemática. Se distingue por obtener contornos cerrados al segmentar imágenes (Hugues y Terol-Villalobos, 1992; Manriquez y Terol-Villalobos, 2004).

Se ilustra en la Figura 5-5e. Los contornos de la LDA permiten separar algunos de los nódulos conectados en la imagen original como se muestra en la Figura 5-5f. En las Figura 5-5g y h se ilustra una ampliación de la imagen original y la segmentada.



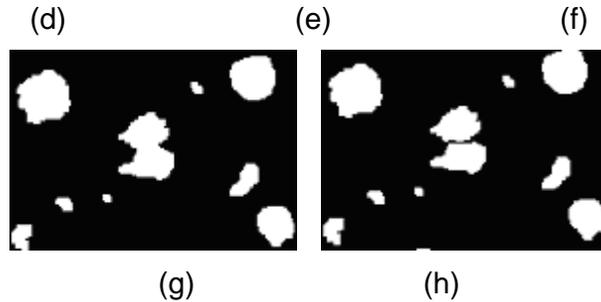


Figura 5-5.- Secuencia de segmentación y clasificación nodular. a) Imagen en niveles de gris, b) $R^*(f, g)$, c) Mínimos de la función R^* , d) Función distancia, e) Transformación LDA, f) Imagen segmentada, g) Segmentación antes LDA, h) Segmentación después de LDA

Después de haber segmentado los nódulos se procede a clasificarlos. Para esto se utiliza el algoritmo de la bisectriz condicional (BC), como método de discriminación para seleccionar cuales nódulos tomar en cuenta para el conteo y cuales no, dependiendo de su morfología. La bisectriz condicional está dada como:

$$S(X) = \cup\{S_i(X), i \in N\} = \cup\{\varepsilon_i(X) \setminus \delta v(\gamma_B(\varepsilon_{i+1}(X)))\}, i \in N \} \quad (5.1)$$

La variable v en el dilatado (δ_v) juega un papel primordial; cuando $v = 0$ obtenemos el esqueleto morfológico. La Figura 5-6b ilustra un ejemplo del esqueleto morfológico obtenido de la imagen en Figura 5-6a. El esqueleto morfológico se ilustra en color negro (puntos negros) sobre-puestos en la imagen original. Para un valor del parámetro $v > 0$ se obtiene el resultado de la Figura 5-6c. Observe que la BC del círculo esta compuesto de una sola región en color negro, mientras que la otra componente que no es similar a un círculo tiene varias componentes (en color negro). De esta forma, la BC permite obtener el esqueleto de cada uno de los nódulos de grafito que hay en la metalografía, los nódulos más cercanos a un círculo tendrán un esqueleto formado por una componente conexa. Aquellos nódulos que su esqueleto sea un conjunto formado por varias componentes conexas no se toma como nódulo para el conteo.

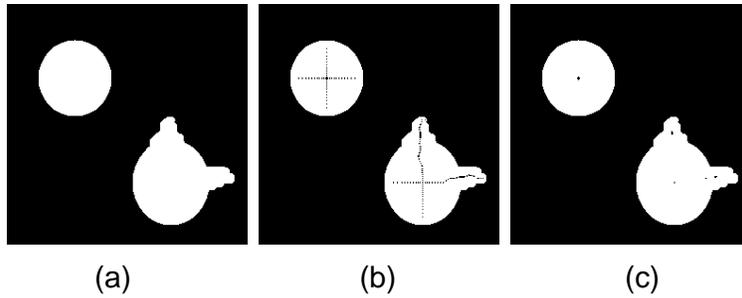


Figura 5-6. Esqueleto morfológico y bisectriz condicional

El criterio para seleccionar un nódulo se basa en el estándar ISO 945, Considerando la clase VI como nódulos. La bisectriz condicional es de gran ayuda ya que para las clasificaciones de I a V obtendremos *BC* con varias componentes conexas. Mientras que los nódulos de clase VI tendrán una componente conexas. La imagen en la Figura 5-7a ilustra los nódulos en gris oscuro mientras que la bisectriz condicional *BC* se muestra en blanco (ver zona ampliada en la Figura 5-7b). Todos los nódulos que tienen una sola componente conexas del la *BC* son extraídos como se muestra en la Figura 5-7c. Esta medición ha sido realizada en trabajos anteriores (Manriquez y Terol-Villalobos, 2004) y no forma parte de este estudio.

En las Figura 5-13c, f, i se muestra el resultado de aplicar este criterio a metalografías de fundiciones nodulares. Como se puede apreciar se eliminaron aquellos nódulos que no cumplen la condición de nodularidad.

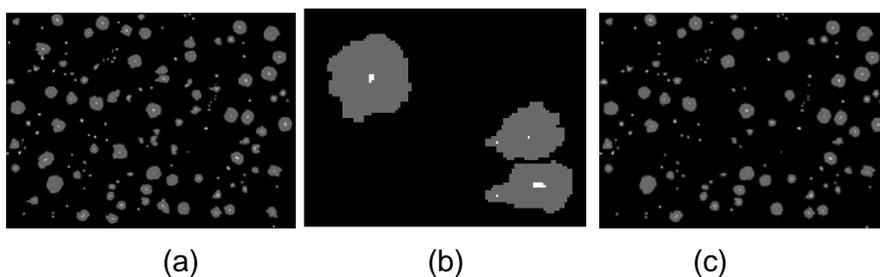


Figura 5-7. Clasificación de los nódulos

5.4. Compacidad de la Matriz

El concepto de compacidad esta relacionado con la uniformidad de la distribución espacial de los nódulos. Este término está relacionado con las distancias entre los nódulos. La morfología matemática provee de diferentes

herramientas para determinar las distancias entre objetos (dilatados, erosionados, función distancia, etc.).

Un parámetro no estudiado en las fundiciones nodulares es la distancia que hay entre las paredes o límite de nódulo a otro nódulo. Este parámetro permitirá relacionar la distribución espacial de los nódulos con propiedades mecánicas del material. El único antecedente de esta medición sería la densidad de nódulos por unidad de área. Este parámetro no permite saber el comportamiento de los nódulos ya que solo se obtiene la cantidad de nódulos pero no relaciona el comportamiento de los nódulos en la fundición, es importante en estas que se tenga una buena distribución espacial, ya que esta distribución se relaciona con una buena distribución de esfuerzos. La distribución de distancias entre las paredes de los nódulos se determina morfológicamente por medio de granulometría. Se calcula una apertura en la metalografía, en la cual el elemento estructural de la apertura solo afectará a los espacios donde el elemento estructural esté completamente incluido; lo cual significará que los nódulos que sean conexos al elemento estructural estarán a una distancia igual al tamaño del elemento estructural (las paredes de los nódulos que tocan al elemento estructural tangencialmente). El tamaño del elemento estructural es entonces la distancia que existe entre el límite de un nódulo y otro, entonces la distribución de distancias entre nódulos es determinada. La distribución de la superficie no-nodular (matriz) es extraída usando operadores morfológicos. Como se describe a continuación.

La noción de granulometría fue introducida por Serra (1982). Definición Granulometría. Una familia de aperturas $\{\gamma_\lambda\}$ con $\lambda \in \{1, \dots, n\}$, es una granulometría si para todo $\lambda, \mu \in \{1, \dots, n\}$ y toda función f , $\lambda \leq \mu \Rightarrow \gamma_\lambda(f) \geq \gamma_\mu(f)$.

En la Figura 5-8 se muestra el efecto de aplicar aperturas de diferentes tamaños (en este caso sobre la matriz del material). Observe en particular en la Figura 5-8d que las estructuras que permanecen en la imagen corresponden a los tamaños más grandes de la estructura (matriz), las

cuales realmente representan las distancias más grandes entre nódulos, contenidos en la matriz. En la práctica, para determinar las granulometrías (distribuciones de tamaños), se determina el residuo entre dos aperturas de tamaños diferentes ($[\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_2}(f)]$). Las imágenes en la Figura 5-8e muestran el residuo entre las aperturas tamaños 10 y 20 (Figura 5-8a y b), mientras que la imagen en Figura 5-8f el residuo entre las aperturas de tamaño 20 y 30 (Figura 5-8b y c) es ilustrado.

De esta manera, se dice que $[\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_2}(f)]$ contiene tamaños más grandes que μ_1 , pero más pequeños que μ_2 . Relacionando el tamaño con la distancia entre nódulos, se puede decir que la imagen en Figura 5-8e contiene zonas con una distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 10 y 20, de la misma forma la imagen en la Figura 5-8f contiene zonas con distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 20 y 30 (de mayor distancia a la de la imagen en Figura 5-8e).

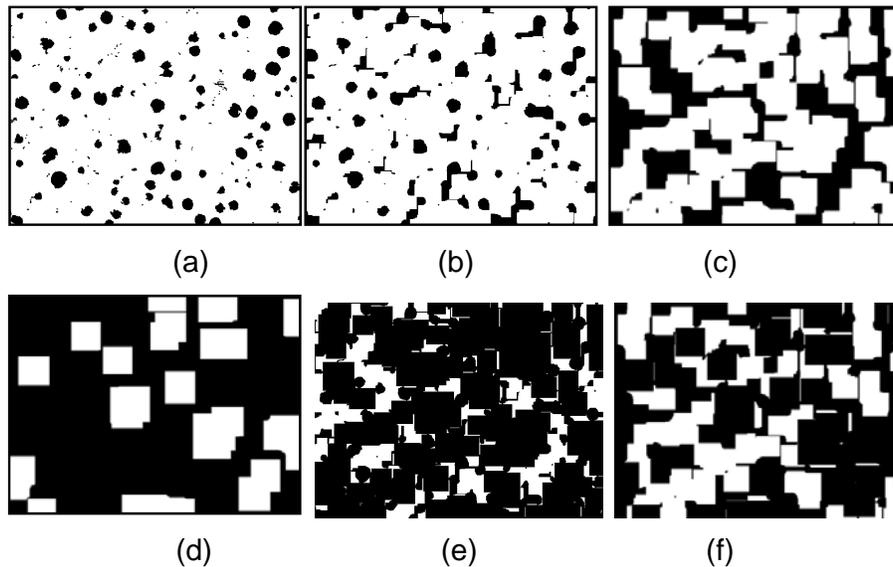


Figura 5-8. a) Imagen complemento de los nódulos (matriz), b), c), d) Aperturas morfológicas con tamaños 10, 20 30, respectivamente, e) Residuo entre las aperturas tamaño 10 y 20, f) Residuo entre las aperturas tamaño 20 y 30

A continuación se muestra el efecto de aplicar las aperturas con elemento estructural de tipo disco en la Figura 5-9 muestra el residuo entre las aperturas tamaños 10 y 20 (Figura 5-9a y b respectivamente), mientras

que la imagen en Figura 5-9f el residuo entre las aperturas de tamaño 20 y 30 (Figura 5-9b y c respectivamente) es ilustrado. De esta manera, se dice que $[\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_2}(f)]$ contiene tamaños más grandes que μ_1 , pero más pequeños que μ_2 . Relacionando el tamaño con la distancia entre nódulos, diremos que la imagen en Figura 5-9e contiene zonas con una distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 10 y 20, de la misma forma la imagen en la Figura 5-9f contiene zonas con distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 20 y 30 (de mayor distancia a la de la imagen en Figura 5-9e). Como se puede notar es más evidente el funcionamiento con elementos estructurales de tipo disco que con elementos estructurales tipo cuadrado.

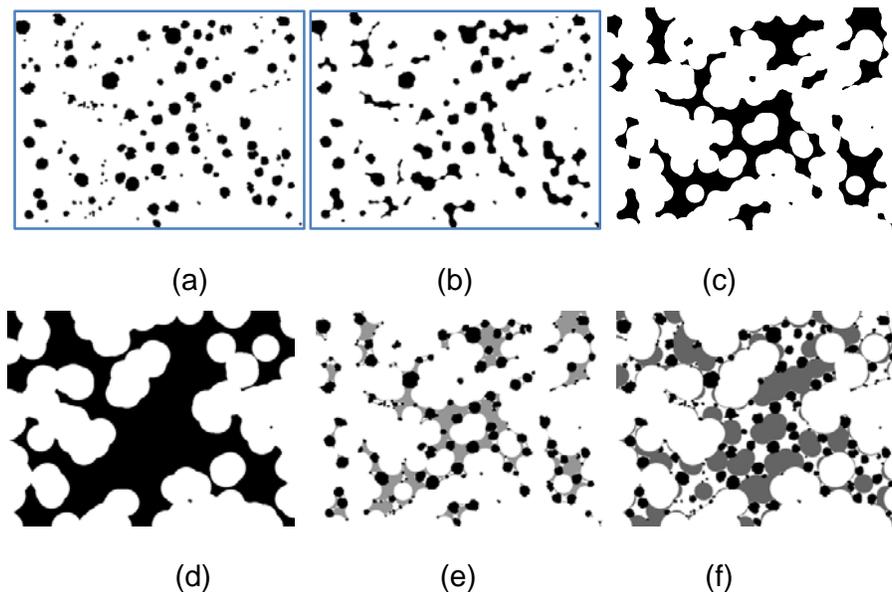


Figura 5-9. a) Imagen complemento de los nódulos (matriz), b), c), d) Aperturas morfológicas con tamaños 10, 20 30, respectivamente, e) Residuo entre las aperturas tamaño 10 y 20, f) Residuo entre las aperturas tamaño 20 y 30

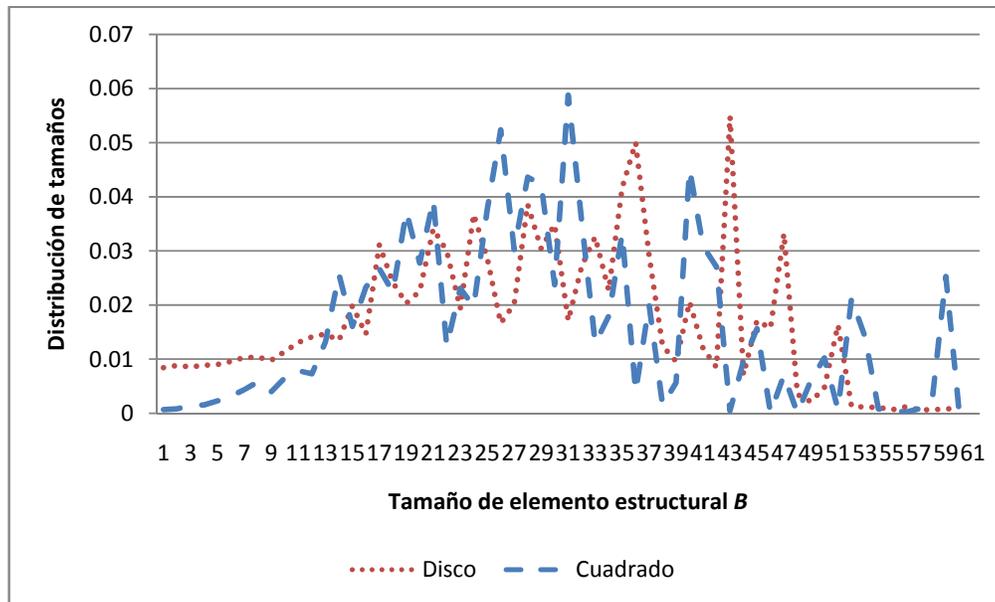


Figura 5-10. Distribución de tamaños con diferente elemento estructural.

La Figura 5-10 muestra la distribución de tamaños para diferentes elementos estructurales en este caso se muestra el resultado de aplicar la granulometría a la Figura 5-9 con un elemento estructural de tipo disco y de tipo cuadrado. Podemos notar que la mayor variación en la tendencia es en los tamaños grandes del elemento estructural.

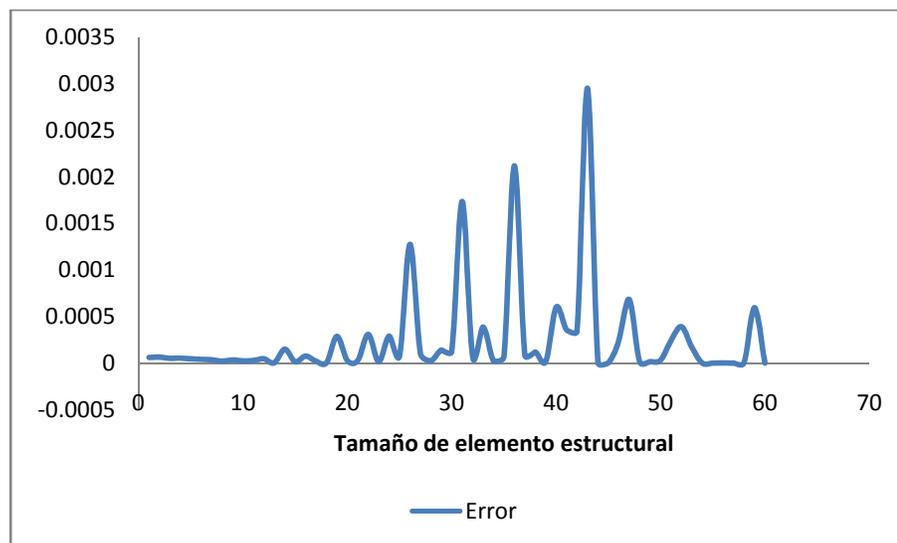


Figura 5-11. Error de la distribución de tamaños con discos y cuadrados como elementos estructurales.

Dado un conjunto A el cual es analizado con dos diferentes elementos estructurales C (cuadrados) y D (discos), se puede considerar un error.

Determinado por la diferencia entre dos distribuciones que describe sus geometrías internas. En la Figura 5-11 se muestra la variación del error entre las dos granulometrías con diferente tipo de elemento estructural.

Como se vio, la función granulométrica enfatiza desde un tamaño pequeño que es el elemento estructural unitario B y va incrementándose por n . Por medio de la función granulométrica se encuentran las distancias entre los nódulos automáticamente sin tener que colocar puntos arbitrarios. Si la función granulométrica es cero, significa que ningún nódulo está a esa distancia a otro nódulo. También se mencionó que al usar el complemento de la imagen y aplicar la función granulométrica se miden los tamaños de los nódulos y su distribución de tamaños.

Por medio de esta función entonces se está caracterizando la distribución de tamaños de nódulos y su comportamiento (distribución espacial) de los nódulos en el material ρ la cual llamamos compacidad. Al aplicar la función granulométrica es posible conocer entonces ambas características en una sola gráfica, en la cual se puede ver el comportamiento de los nódulos y compacidad:

$$PS_A = \{\varphi_A(-n), \gamma_A(n)\}$$

La aplicación de esta función envuelve el uso de las fronteras de los nódulos (contornos cerrados) para evitar problemas.

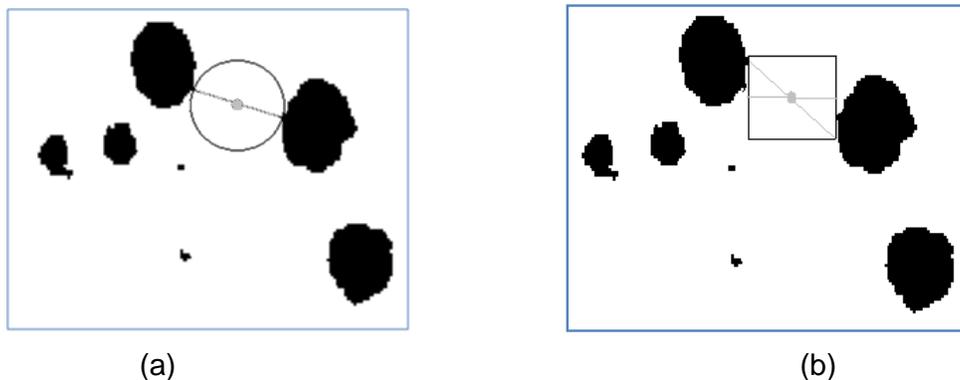
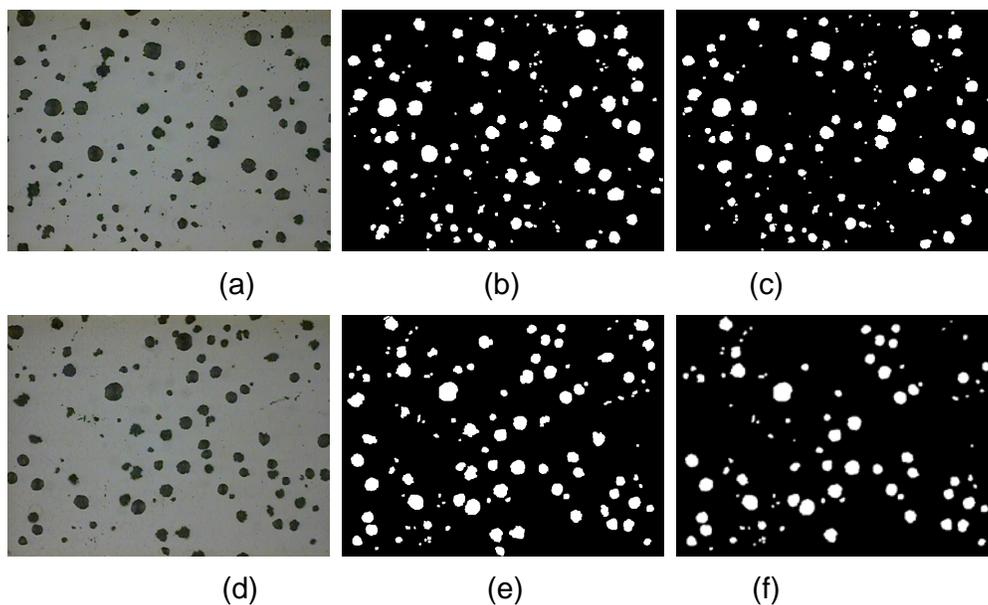


Figura 5-12. a) Círculo más grande incrustado en el espacio nodular entre dos nódulos, b) Cuadrado más grande incrustado en el espacio nodular entre dos nódulos.

En el uso de diferentes elementos estructurales se debe tener cuidado con los puntos de contacto, los elementos estructurales de disco tienen un mejor comportamiento para caracterizar la distancia entre nódulos, ya que su posición atiende a encontrar puntos perpendiculares entre el borde de los nódulos (ver Figura 5-12a), que se traduce en que son objetos invariantes a la traslación y el elemento estructural de tipo cuadrado no siempre encuentra puntos perpendiculares a sus lados, puede tomar dos puntos que formen una diagonal por ejemplo (Figura 5-12b). Como se ve al utilizar cuadrados que se alejarían en los espacios de la matriz ferrítica.

5.5. Resultados

En la Figura 5-13 se muestran otros ejemplos de segmentación y clasificación de nódulos. Esta metodología se basa en la bisectriz condicional (*BC*) permite obtener una buena evaluación del grafito esferoidal. Todas las muestras fueron segmentadas bajo el mismo criterio, el cual muestra una buena segmentación de los contornos para la detección de grafito esferoidal que pertenece a la clase VI del estándar ISO 9451-1



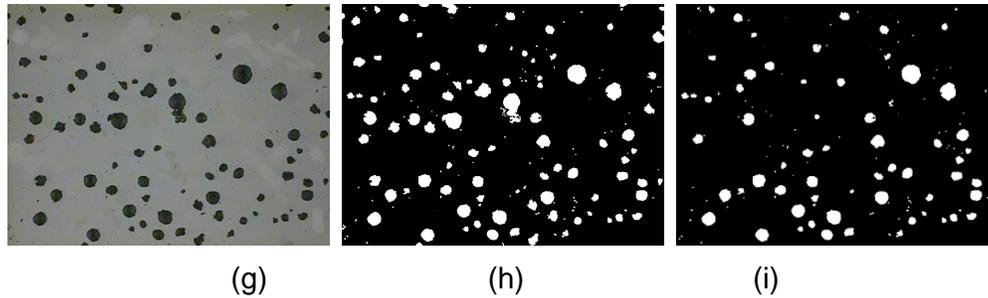


Figura 5-13. Segmentación y clasificación de la circularidad; (a), (d) y (g) Imágenes originales, (b), (e) y (h) Imágenes segmentadas, (c), (f) e (i) Clasificación de nódulos des pues de aplicar SMN.

El porcentaje de nodularidad se calcula con la siguiente expresión:

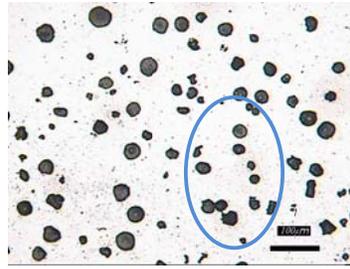
$$\% \text{Nodularidad} = \frac{NE}{N} \times 100 \quad (5.2)$$

Donde NE son los nódulos con forma esferoidal y N son el total de nódulos contenidos en la imagen. En la Tabla 3 se muestra la determinación del porcentaje de nodularidad después de aplicar la metodología de segmentación morfológica nodular (SMN).

Se observa que el porcentaje de nodularidad es muy similar para las muestras 3 y 4 pero es diferente para las muestras 1 y 2.

Se utiliza una fundición nodular diferente (Muestra 2), de la cual se tomaron 21 campos para el análisis. Las mediciones cuantitativas se llevan a cabo usando SMN , a una magnificación de 200X, con un tamaño de pixel de $1.095\mu\text{m}$ el conteo nodular se determino en el espécimen de fundición sin ataque químico. Solo aquellas partículas que tienen un área mayor a 27 pixeles (29.95) fueron contadas. Estructuras menores a esta área son picaduras, inclusiones no metálicas y poros. La esfericidad o conteo nodular se calcula con ayuda de la transformación biselector condicional.

En la tabla se muestran los resultados comparando el método SMN con otros dos métodos, el método reportado por Ruxanda et al. (2002) y el método de Imasogine and Wendt (2004). Los resultados obtenidos muestran una evidente similitud con el método de Ruxanda et al.



(a)



(b)



(c)

Figura 5-14. a) Imagen original, b) segmentación con el método SMN, c) segmentación sin la etapa de la transformación de watershed.

En la Figura 5-14 se muestra otra metalografía de fundición nodular, la metodología propuesta puede segmentar aquellos nódulos que se encuentran traslapados o se tocan los bordes, por ello el número de nódulos circulares se incrementa. Los métodos con los cuales se compara la metodología SMN no distinguen los nódulos traslapados. Como es evidente la metodología muestra valores similares con la metodología de Ruxanda and wendt.

Tabla 3. Porcentaje de nodularidad															
			Partículas		Nódulos circulares			% de nodularidad							
Muestra 2	S	M	N	2	2	3	2	2	0	2	5	9	0	.7	2
	Ruxanda et al.			2	1	5	9	2	0	2	5	9	0	.7	2
	Imasogie y Wendt			2	1	5	9	1	3	9	6	6	4	.6	5

Para asegurar que la estimación del porcentaje de nodularidad es correcta se calculo el valor del error para cada campo con la siguiente expresión:

$$e_i = \frac{(M_i - M)^2}{M_i}$$

Donde

e_i : Error para el campo i

M_i : Valor de la media para los i campos

M : Valor de la media del total de campos analizados.

En la Figura 5-15 se puede ver que el error es mínimo para el porcentaje de nodularidad después del campo 3, esto permite considerar que el número de campos utilizados para calcular la nodularidad de la muestra es apropiado.

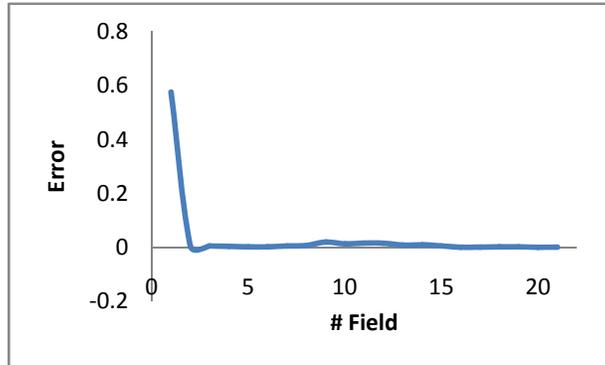


Figura 5-15-Error para cada campo tomado de la muestra.

5.5.1. Curva de distribución espacial

Se utilizo una muestra de fundición en la cual se analizaron 21 campos. Se calculo la distribución de tamaños por aperturas (granulometría) sobre la matriz, lo cual permite determinar la curva de compacidad.

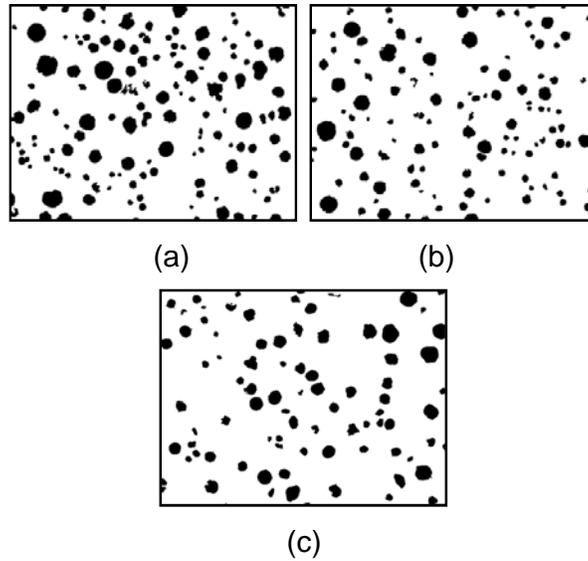


Figura 5-16- a) Campo 1, b) Campo 12 y c) Campo 16.

La Figura 5-17 ilustra tres curvas granulométricas correspondientes a los campos de la Figura 5-16 y sus respectivas aproximaciones polinomiales de segundo grado. Se observa que 2 de las curvas tiene una tendencia similar. Solo una de las curvas, la que representa al campo 16, tiene una pequeña diferencia con respecto al campo 1 y 12, lo cual da evidencia la similitud en su distribución espacial así como una mejor distribución espacial de los nódulos. Que el campo 16.

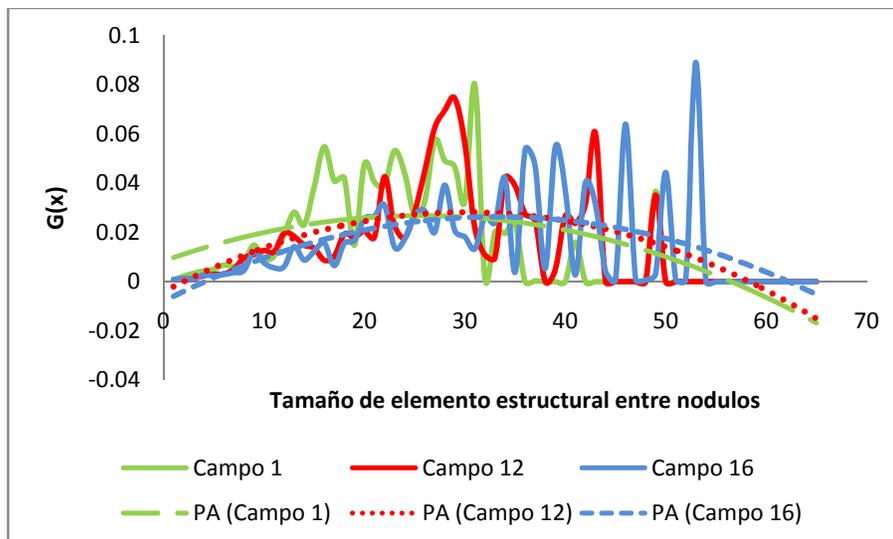


Figura 5-17- Curvas de distribución espacial de los campos seleccionados con una aproximación polinomial de segundo orden.

En la Tabla 4 se muestra el calculo de la media y desviación estándar, estos parámetros estadísticos permiten mostrar las diferencias entre las curvas granulométricas. Como se aprecia el campo 16 presenta una mayor dispersión comparándolo con los otros campos, estos es evidente al tener una desviación estándar mayor que los demás campos. Una dispersión grande en la granulometría se relaciona con una mayor dispersión de la distancia entre nódulos. sin embargo una aproximación de segundo grado para la curva granulométrica no es suficiente para caracterizar la distribución espacial ya que el comportamiento espacial entre nódulos no esta completamente representado. Por esta razón, una aproximación a una curva de sexto orden se llevo acabo (ver Figura 5-18). Se observa la diferencia entre las curvas de regresión para los campos 1 y 12. Mientras las curvas de regresión del campo 1 ilustra una distribución espacial no homogénea debido la corta distancia entre nódulos, la curva de regresión para el campo 12 indica una buena distribución espacial entre nódulos.

Finalmente la curva de regresión para el campo 16 muestra una distribución no homogénea. Sin embargo la media de la distribución espacial de la muestra indica un comportamiento de distribución espacial homogéneo.

Tabla 4. Parámetros estadísticos de las curvas granulométricas			
	Campo 1	Campo 12	Campo 16
Media	23.52	28.35	33.26
Desviación estándar	9.02	10.05	12.27

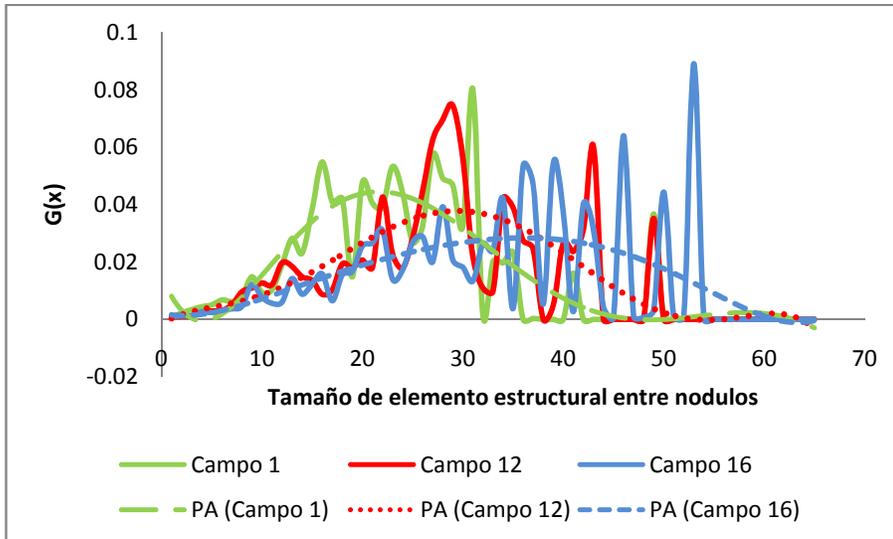


Figura 5-18 Curvas de distribución espacial para campos seleccionados y su aproximación a un polinomio de sexto orden.

La Figura 5-19 muestra la distribución espacial promedio de los 21 campos analizados en una misma muestra. En esta misma se muestra la curva de aproximación polinomial de sexto orden la cual se le nombra en esta tesis como curva de compacidad. Como se aprecia esta tiene una forma similar a la curva normal. El valor promedio del elemento estructural es de 27.41 y el valor de la desviación estándar es de 10.71. es posible decir que la calidad de una fundición nodular es buena cuando la curva de compacidad es cercana a la curva normal.

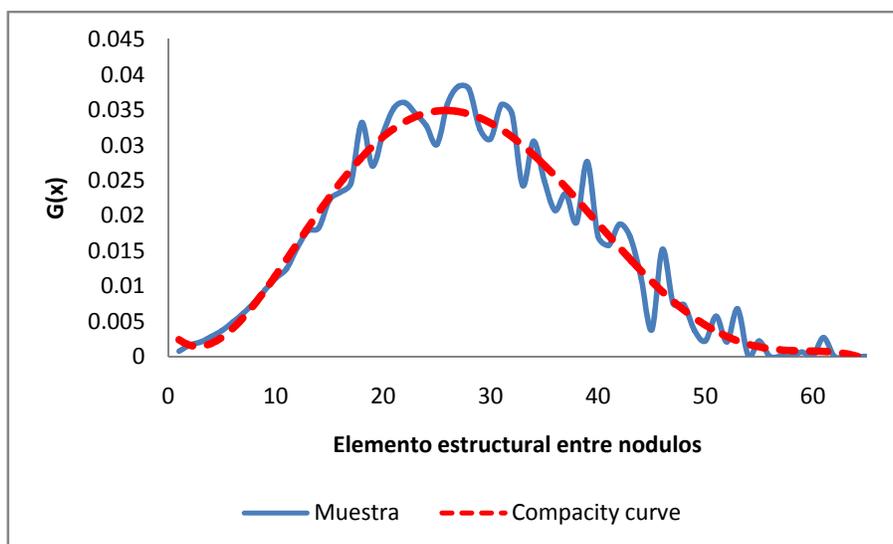


Figura 5-19 Curva promedio de los 21 campos analizados de las curvas de distribución espacial y su correspondiente curva de compacidad.

CONCLUSIONES

En esta tesis se desarrollaron dos nuevos métodos para la caracterización de huellas digitales. El primero estima las principales orientaciones de las estructuras de crestas y valles. Este método se propuso la detección de las direcciones preferenciales en la huella digital, se caracterizó a estas como campos direccionales mediante granulometrías direccionales. Esta metodología permitió tener una caracterización mediante dos parámetros de las estructuras contenidas en la huella digital, como son el tamaño de las crestas y sus respectivas orientaciones. El segundo método que se utilizaron erosiones direccionales para construir dos imágenes, que contienen los tamaños y las orientaciones principales. Después se aplicó la apertura conexa de rango-máximo para filtrar la imagen que contiene los tamaños de las crestas con el fin de seleccionar las estructuras principales. Aquí se ilustra que a partir de esta información es posible reconstruir la huella. Los métodos aquí propuestos son aplicados a las clases típicas de huellas digitales, mostrando excelentes resultados en la caracterización.

Con el desarrollo de dos nuevas funciones morfológicas para la segmentación de estructuras direccionales. La cual está basada en el concepto de función segmento de línea y función orientación. Estas funciones permitieron calcular los tamaños de las rectas más grandes en una imagen así como la orientación de las mismas. Con estas dos funciones se pudo hacer una segmentación con criterios direccionales.

Otra contribución muy importante fue la caracterización de nódulos de grafito usando la técnica de procesamiento de imágenes conocida como morfología matemática. Dos parámetros fueron principalmente estudiados; la circularidad de los nódulos y la compacidad de la matriz. El uso de ambos criterios circularidad y compacidad permitió fijar rangos cuantitativos para la forma y distribución espacial de los nódulos dentro de la matriz.

El estudio de la compacidad espacial de la matriz es un parámetro no estudiado para correlacionarlo con propiedades mecánicas. El estudio aquí mostrado permite tener un parámetro de referencia medible para hacer estudios metalográficos que permitan establecer la calidad de las fundiciones de aceros nodulares.

La determinación de la clase nodular, es la más importante para el análisis de la calidad de las fundiciones de acero dúctil. En este trabajo se mostró que con herramientas morfológicas es posible segmentar esta clase de nódulos de acuerdo a las normas internacionales. Permitiendo conservar estos criterios altamente aceptados por los analistas especializados. El método propuesto mostro gran robustez comparado con el método manual. El método propuesto permitirá hacer un mayor número de muestras siempre bajo el mismo criterio, sin los errores que se producen cuando se hace un análisis que depende del criterio de un observador.

El estudio previamente mencionado fue realizado por medio de estudios granulométricos que permiten obtener varios parámetros de la fundición, como son número de nódulos, distribución de tamaños de nódulos y la compacidad de la matriz. Los resultados que se obtienen permiten tener un mayor entendimiento de la microestructura del material.

REFERENCIAS

- AFS 5-J. 1996. Cast Iron, Quality Control, American Foundry Society, Committee 2000.
- Andreiko I. 2003. "Specific Features of the Fatigue Fracture of Graphite Inclusions in Cast Irons and Steels". *Materials Science*, 39: 129-131.
- ASTM A 247. 2006. Standard Test Method for Evaluating the Microstructure of Graphite in Iron Casting, ASTM International.
- Bahlmann C. 2006. "Directional features in online handwriting recognition". *Pattern Recognition*, 39, 115–125
- Bahlmann, C. 2006. "Directional features in online handwriting recognition". *Pattern Recognition*, 39, 115–125
- Baron O.D. y Lucas G. M. 2005. "Ductile Iron Nodularity Assessment: A Comparison Between Various Manual Procedures and Image Analysis". *Microsc Micronal*, 11, 691-692.
- Bazen, A.M., y Gerez, S.H. 2002. "Systematic methods for the computation of the directional fields and singular points of fingerprints". *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 24, 905–919
- Benítez P. R. J., Morales-Hernández L. A., Domínguez G. A., y Herrera R. G. 2007. Detección Automática del límite de grano usando una aproximación de interceptos. Memorias de Congreso. Tercer Congreso Internacional de Ingeniería. Abril. Querétaro, México.
- Breen E. J. y Jones R. 1996. "Attribute Openings, Thinnings and Granulometries". *Computer Vision and Image Understanding*, 64. 377-389.
- Calabi L. y Hartnett W. E. 1968. "Shape recognition praire fires, convex deficies and skeletons". *American Mathematical Monthly*. 75, 335-342
- Cappelli R., Lumini A., Maio D., y Maltoni D. 1999. "Fingerprint classification by directional image partitioning". *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*, 21, 402-421.
- Cappelli, R., y Lumini, A. 1999. "Fingerprint classification by directional image partitioning". *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, 21, 402–42.

- Crespo, J., Schafer, R., Serra, J., Meyer, F., and Gratin C. 1997. "A flat zone approach: A general low-level region merging segmentation method". *Signal Processing*. 62, 37–60.
- Dawson S. y Troschel W. 2001. "Process control for the production of CGI". *Foundry Trade Journal*, 175, 18-22.
- Dawson S. y Troschel W. 2001. "Process control for the production of CGI". *Foundry Trade Journal*, 175, 18-22.
- Dougherty E. R. y Astola J. 1994. *Introduction to Non-linear Image Processing*. SPIE, Bellingham, Washington.
- Droogenboeck M. y Talbot H. 1996. "Fast Computation of Morphological Operations with Arbitrary Structuring Elements". *Pattern Recognition Letters*, 17, 1451-1460.
- Georgiev M.N., Kosarev L. N., Mezхова N. Y. y Popova L. V. 1974. "Effect of grain size on the resistance of steel to crack propagation", *Metal Science and Heat Treatment*, 16, 142-143.
- Golovin S., Kuzmenko V., Petrushin G., Pismennyi N. y Renne I. 1980. "Damping capacity of cast iron with different shapes of graphite inclusions" *Strength of Materials*, 12, 360-363.
- Gonzalez R. C. y Woods R. E. 1992. *Digital Image Processing*, Addison-Wesley, New York.
- Goutsias J. y Batman S. 2000. Handbook of Medical Imaging. Medical Image Processing and Analysis. SPIE Press Monograph.
- Granados M. H., Morales-Hernández L. A., Delgado R. M. y Ramírez B. C. 2007. Efecto de la austenita retenida sobre el esfuerzo residual en acero SAE 8620 carbonitrurado. Memorias de Congreso. Tercer Congreso Internacional de Ingeniería. Abril. Querétaro, México.
- Guesser W., Schroeder T. y Dawson S. 2001. *Production experience with compacted graphite iron automotive components*, 1th edition, American Foundry Society.
- Haralick R. M. y Shapiro L. G. 1992. Computer and Robot Vision. Addison-Wesley, New York.

- Hecht R., Dinwiddie R. y Wang H. 1999. "The effect of graphite flake morphology on the thermal diffusivity of gray cast irons used for automotive brake discs". *Journal of Materials Science*, 34, 4775-4781.
- Heijmans H. J. A. M. 1994. *Morphological Image Operators*, Academic Press, New York.
- Heijmans H. J. A. M. y Roerdink J. B. T. M. 1998. *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London.
- Henry E. 1900. *Classification and Uses of Fingerprints*. Routledge. London.
- Hornbogen E. y Staniek G. 1974. "Grain-size dependence of the mechanical properties of an age-hardening Fe-1 % Cu-alloy", *Journal of Materials Science*, 9, 879-886.
- Hugues T. y Terol-Villalobos I. R. 1992, "Binary image segmentation using weighted skeletons", *Image Algebra and Morphological Image Processing*. 1769,393-404.
- Jeulin D., y Kurdy M. 1992. "Directional mathematical morphology for oriented image restoration and segmentation". *Acta Stereologica*. 11, 545–550.
- JIS Handbook. 1996. Ferrous Materials & Metallurgy I. Japanese Standards Association.
- Jones R. y Soille P. 1996. "Periodic Lines: Definition, cascades, and application to granulometries". *Pattern Recognition Letters*, 17. 1057-1063.
- Kass, M., y Witkin, A. 1987. "Analyzing oriented pattern". *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 37, 362–385.
- Krasovskii Y., Rudenko V., Litovka V. y Kalaida V. 2005. "Influence of microstructure and manganese content on the mechanical properties of cast irons with spheroidal graphite". *Strength of Materials*, 16, 1001-1005.
- Läy B. 1987. "Recursive algorithms in mathematical morphology". *Acta stereologica*. 6, 691-696.
- Lee, J. K., Newman, T. S., y Gary G. A. 2006. "Oriented connectivity-based method for segmenting solar loops", *Pattern Recognition*, 39, 246–259.
- Li J., Yau W. Y. y Wang H. 2006. "Constrained nonlinear models of fingerprint orientations with prediction". *Pattern Recognition*, Vol. 39, pp. 102-114.

- Manriquez F. y Terol-Villalobos I. R. 2004, "Caracterización de HIPS mediante técnicas de análisis de imágenes", *Revista Mexicana de Física*, 50, 72-74.
- Maragos P. 1989. "Pattern spectrum and multiscale shape representation". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11, 701-716.
- Maragos P., Schafer R. W. y Butt M. A. 1996. *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London.
- Maropoulos S., Ridley N. y Karagiannis S. 2004. "Structural variations in heat treated low alloy steel forgings", *Materials Science and Engineering A*, 380, 79-92.
- Matheron G. 1975. *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York.
- Meyer, F., y Beucher, S. 1990. "Morphological segmentation". *J. Vis. Comm. Image Represent.* 1, 21-46.
- Morales-Hernández L. A., Benítez P. J., Domínguez G. A. y Herrera R. G. 2007b. Medición automática de grafito en aceros de fundición por procesamiento de imágenes. Memorias de Congreso. Tercer Congreso Internacional de Ingeniería. Abril. Querétaro, México.
- Morales-Hernández L. A., Manríquez G F., Terol-Villalobos I.R., Herrera R. G. 2007a. IEEE 5° Congreso Internacional en Innovación y Desarrollo Tecnológico. Memorias de congreso. IEEE 5° Congreso Internacional en Innovación y Desarrollo Tecnológico. Octubre. Cuernavaca, Morelos.
- Morales-Hernández L. A., Manríquez-Guerrero F., Terol-Villalobos I. R. 2007c. Two approaches for orientation segmentation based on directional morphology, *Mathematical Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing*, Editores Gerald Jean Francis Banon, Junior Barrera, Ulisses de Mendonça Braga-Neto.
- Morales-Hernández L. A., Terol-Villalobos I. R, Dominguez-Gonzales A., Herrera-Ruiz G, 2007d. Characterization of Fingerprints using Two New Directional Morphological Approaches, *Advances in Dynamics, Instrumentation and Control*, World Scientific Publishing Co.
- Morales-Hernández L. A., Terol-Villalobos I. R., Domínguez-González A. y Herrera-Ruiz G.. 2006a. Characterization of fingerprints using two new

- directional morphological approaches. Memorias de congreso. The 2006 International Conference on Dynamics, Instrumentation and Control. Querétaro, México.
- Morales-Hernández L. A., Terol-Villalobos I. R., Domínguez-González A., Herrera-Ruiz G., 2009a. New Directional Morphological Approaches for the Characterization of Fingerprints, *Ingeniería, Investigación y Tecnología de la UNAM*, 10, 257-259.
- Morales-Hernández L.A., Terol-Villalobos I.R., Domínguez-González A., Manríquez-Guerrero F. y Herrera-Ruiz G. 2010. Spatial distribution and spheroidicity characterization of graphite nodules based on morphological tools, *Journal of Materials Processing Technology*, 210, 335-342.
- Morales-Hernández L. A., Manríquez-Guerrero F., Terol-Villalobos I. R., Domínguez-González A. y Herrera-Ruiz G. 2009b. *Acta Microscópica*, 18, 174-184.
- Morales-Hernández L.A., Manríquez G. F. y Terol-Villalobos R. 2006b. Segmentación de Fases de Perlita Basada en Transformaciones Morfológicas Direccionales. Memorias de congreso. Octavo Congreso Nacional de Microscopía, Octubre, Acapulco, Guerrero.
- Oliveira M. A., y Leite N. J. 2008. "A multiscale directional operator and morphological tools for reconnecting broken ridges in fingerprint images". *Pattern Recognition*, 41,367-377
- Oliveira, M. A., y Leite, N. J. 2004. "Reconnection of fingerprint ridges based on morphological operators and multiscale directional information. *Proc. of XVII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, 122–129.
- Park C. H., Lee J. J., Smith M. J. T., y Park K. H. 2006. "Singular Point Detection by Shape Analysis of Directional Fields in Fingerprints". *Pattern Recognition*, 39, 839–855.
- Park, C. H., Lee, J. J., Smith, M. J. T., y Park, K. H. 2006 "Singular point detection by shape analysis of directional fields in fingerprints", *Pattern Recognition*, 39, 839–855,
- Ronse C. 1986. "Erosion of narrow image features by combination of local low rank and max filters. *Proceedings of the Second International Conference*

- on Image Processing and its Applications*, London.
- SAE Standard. 1999. *Automotive Ductile (Nodular) Iron castings*. SAE Handbook. SAE International.
- Salembier, Ph. y Serra J. 1982. "Morphological multiscale image segmentation", *Proc. SPIE-Visual Communications and Image Processing*, 1818, 620–631.
- Serra J. 1982. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Academic Press, London.
- Serra J. 1989. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Theoretical Advances, Academic Press, London.
- Serra J. 2006. "A Lattice Approach to Image Segmentation". *J. Mathematical Imaging and Vision*, 24(1), 83–130.
- Serra J. y Soille P. 1994. *Mathematical Morphology and its Applications to Image Processing*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London.
- Shakhnazarov T. y Takhtarova J. 2006. "Dissipative processes during cyclic hardening of spheroidal graphite cast iron". *Russian Metallurgy (Metally)*, 4, 323-328.
- She S. y Landes J. 1993. "Statistical analysis of fracture in graphite". *International Journal of Fracture*, 63, 189-200.
- Sivakumar K, Pastel M, Kehtarnavaz N, Balagurunathan Y y Dougherty E. 2000. A constant-time algorithm for erosions/dilations whit applications to maorphological texture feature computation. *Real-time imaging*, 6 223-239.
- Sivakumar, K., y Goutsias, J. 1997. On the discretization of morphological operators. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 8 , 39–49.
- Soille P. y Talbot H. 2001. "Directional Morphological Filtering". *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, 23,1313–1329.
- Soille P. 2003. *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*. Springer-Verlag, 2nd edicion.
- Soille P., Breen E. J. y Jones R. 1996. Recursive implementation of erosions and dilations along discrete lines at arbitrary angles, *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, 18, 562–567.

- Talbot H., Jeulin D. y Hanton D. 1996. "Image analysis of insulation mineral fibres". *Microscopy, microanalysis and microstructures*, 7,361-368.
- Terol-Villalobos, I. R., Morales-Hernández L. A. y Herrera-Ruiz G. 2008. Directional Structures Detection Based on Morphological Line-Segment and Orientation Functions. LNCS. Science, *Discrete Geometry for Computer*. Berlin: Springer Berlin
- Tuzikov A., Soille P., Jeulin D. y Vermeulen P. 1992. "Extraction of gridpatterns on stamped metal sheets using mathematical morphology". *Proc. Of International Conference on Pattern Recognition*, 1, 425–428.
- Ursin V., Trapeznikov D., Kochetov D. y Anufriev P. 1971. "Concentration of thermal and mechanical stresses in graphites". *Strength of Materials*, 3, 948-950.
- Vander Voort GF. 1984. *Metallography: principles and applications*. New York: McGraw Hill.
- Vincent L. 1994. Fast grayscale granulometry algorithms. Proceedings of the international symposium on mathematical morphology. 265-272, Fontainebleau, France.
- Vincent L. 1994b. 1994. "Fast Opening Functions and Morphological Granulometries". Proceedings of SPIE on image algebra and morphological image processing V. 2300, 253-267, San Diego, California, USA.
- Vincent L. 2000. "Granulometries and opening trees". *Fundamenta Informaticae*. 41, 57-90.
- Yuan, L. P. 1991, Fast algorithm for size analysis of irregular pore areas. Proceedings of SPIE on nonlinear Image Processing II, 1451, 125-136, California, USA.
- Zhou J. y Gu J. 2004a. "A model-based method for the computation of fingerprints orientation field". *IEEE Trans. Image Process*, 13, 821–835.
- Zhou J. y Gu J. 2004b. "Orientation fields of fingerprints with rational complex functions". *Pattern Recognition*, 37, 389-391.

Anexo A

Morales-Hernández L.A., Terol-Villalobos I.R., Domínguez-González A., Manríquez-Guerrero F. y Herrera-Ruiz G. 2010. Spatial distribution and spheroidicity characterization of graphite nodules based on morphological tools, *Journal of Materials Processing Technology*, 210, 335-342.



Spatial distribution and spheroidicity characterization of graphite nodules based on morphological tools

L.A. Morales-Hernández^{a,*}, I.R. Terol-Villalobos^b, A. Domínguez-González^a,
F. Manríquez-Guerrero^b, G. Herrera-Ruiz^a

^a Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, San Juan del Río, Querétaro 76807, Mexico

^b Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica S.C., Pedro Escobedo, Querétaro 76700, Mexico

ARTICLE INFO

Article history:

Received 26 February 2009

Received in revised form 21 July 2009

Accepted 24 September 2009

Keywords:

Spheroidicity

Compacity

Graphite

Conditional bisector

Granulometry

ABSTRACT

In this paper, the concept of compacity curve was introduced to characterize the spatial distribution of nodules which is a stronger concept than the nodular density itself. This notion was defined according to the concept traditionally known as granulometry by openings. The compacity, which is represented by polynomial curve, is obtained by the granulometric function which refers to the mean of the spatial distribution of curves. Furthermore, the nodular spheroidicity was measured in a simple way by using the conditional bisector transformation. Hence, if the conditional bisector of a nodule is composed of only one connected component, then the nodular shape is similar to a circle. Also, it was noted that the proposed methodology can distinguish between overlapping or touching nodules. The spheroidal graphite together with compacity curves allows a better description of the ductile cast iron quality by image analysis. Both criteria have been computed using the basic morphological tools as the opening, erosion and dilation. The metallographic images were obtained from the mechanical parts employed in the automotive industry, and the results were compared with other reported methods. From the compacity curve it is possible to establish that the quality of the ductile iron cast is better when it tend to have a similar shape to the normal curve.

© 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

The knowledge of the microstructure in metals is a critical factor in order to understand better the behavior of cast iron materials under different conditions. Indeed, microstructure characterization is a very important task before the use of a specific metal (Maropoulos et al., 2004). Graphite nodules are features in foundry engineering since they establish mechanical properties such as fracture toughness, impact toughness, yield and tensile strength as demonstrated (Gonzaga and Fernández, 2005). There are research works that have demonstrated that the relationship of the mechanical properties can be determined by the size and shape of nodules. For instance, Karl-Fredrik and Vratko (2009) have studied the behavior of ductility according to the size and shape of casting defects in the microstructure. Xin et al. (2009) have shown the effects of nodules shape relating with the crack initiation and crack propagation rate. Nabil et al. (2009) have investigated how to get a 100% nodular and the relationship between hardness and tensile strength.

On the other hand, recent researches have shown that the space between nodules and nodular distribution can modify the mechanical properties. Jeong-Du and Jueng-Keun (2006) have related the distance between nodules and the fatigue failure. Dommarco et al. (2006) have shown that the behavior of thin wall castings depends on the number of nodules in the microstructure. Stokes et al. (2007) studied the initiation and growth of crack through the space between nodules. Sosa et al. (2009) proposed a relationship between the residual stresses with nodule count. David et al. (2004) showed that the uniform distribution improves thin wall nodular cast. Borrajo et al. (2002) show the distribution of nodules in thin castings depending on the thickness and nodular distribution changes. In the studies of the aforementioned cases, they mention that nodular density is critical.

They use standard methods to evaluate nodularity and nodular density. Nowadays, graphite measurement and the percentage of nodularity are qualitative measurements which are determined by comparing against a pattern of the structure. Each method has a chart pattern in order to do a comparison; for example, the AFS 5-J (2000) reference provides a precision of $\pm 10\%$, whereas the standard ASTM A 247 characterizes graphite particles by numbers and letters in metallographies allowing an estimation of their sizes and distribution. The standard ISO 9451-1 characterizes the particles of graphite into six types (see Fig. 1). For instance, this method cannot

* Corresponding author. Tel.: +5 01 427 274 1244; fax: +5 01 427 274 1244.
E-mail address: luis.morah@yahoo.com (L.A. Morales-Hernández).

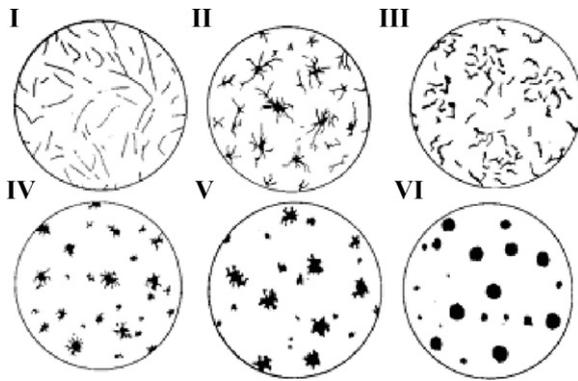


Fig. 1. Graphite particles classified by shape (ISO 9451-1).

be used to control the nodularity in the process of motor monoblock foundry (Dawson and Schroeder, 2004). A comparative study of the nodularity rate using different methods (JIS, manual count and image analysis) was carried out by Baron and Lucas (2005). Due to the assorted data in this study, it was difficult to get to a final conclusion. Moreover, the measurements did not show a trend between the results given by different laboratories or methods. The only method that shows similar results is when the image analysis is applied.

Several papers have been developed to classify the different morphologies of nodules. Li et al. (2000) determined the parameters to describe the nodular shape and incorporate the fractal geometry to get a better description of the irregular geometry of nodules. Ruxanda et al. (2002) proposed to determinate the spheroidicity by established the nodularity relationship area with perimeter. Ohser et al. (2003) provides a number of morphological parameters to classify different graphite flakes with the same six types shown in Fig. 1. Recently, Imasogie and Wendt (2004) established an index to assess the nodular form of compacted graphite iron (CGI), in accordance with international standards. De Santis et al. (2008) developed a quantitative analyzer to determine the nodular degree. They segmented the nodules with the procedure based on a method of active contours; then, they estimated shape parameters as area, eccentricity and solidity.

2. Objective

To classify the degree of spheroidisation is a tough task even for the most experienced engineers. Also, to determine the spatial distribution convert the characterization of the material in a very complex task. Thus, it is highly desirable to apply automatic classification techniques to provide a more objective and quantitative characterization, avoiding the use of the chart pattern. The present paper is aimed to develop a novelty methodology based on morphological image processing to characterize graphite nodules in ductile cast iron. Two parameters are used to characterize the graphite nodules, the nodularity and the spatial distribution which is a different concept from the nodular density. The spatial distribution is represented by a curve instead of the single value. This mean value of the spatial distribution curve will be called as a compacity curve.

Currently, the computation of the nodularity is based on how approximated the nodules shape to a circle are. For instance, a sample of graphite is less nodular when the shape of the graphite nodules does not tend to be a circle. The chart patterns are ideal standard models of comparison. This makes the characterization process of nodularity inaccurate. In consequence, the decision to classify which class of nodule is a criterion that depends on visual perception of the evaluator.

Another measurement is the density of nodules which is defined as the number of nodules per unit area. The chart patterns ASF, allows to estimate how many nodules are per unit area; however, the smallest error is ± 25 nodules and the largest error is ± 100 nodules.

The above works present the nodular density as a number of nodules per square millimeter which is not enough to characterize the nodular spatial distribution. In consequence, it does not have a reliable measurement for all the cases. In the proposed methodology, the spatial distribution of nodules is characterized by a granulometric study made on the ferritic matrix.

3. Methodology

To get appropriate images, the sample preparation defined by the standard ASTM (2001) was followed. The images were acquired with a Nikon epiphot 200 optical metallographic microscope which is equipped with integrated video system and frame grabber (Mutech 460).

To determine the nodularity of nodules, the notion of conditional bisector which determines the skeleton of the nodules was applied. Based on this, when the nodule shape is close to a disk, its skeleton is a point. In an opposite case, the skeleton of nodules of the classes I–V (see Fig. 3) is composed of several segments. Finally, to compute the spatial distribution, the concept of granulometry by morphological openings was applied. The spatial distribution or spatial compacity has not been studied.

3.1. Basic morphological tools

Morphological filters are increasing and idempotent transformations (Serra, 1988; Soille, 2003). While the increasing property expresses that the order is preserved, one says that a transformation T is idempotent if and only if for all function f , $T(T(f)) = T(f)$. The basic morphological filters are the morphological opening $\gamma_{\mu B}$ and the morphological closing $\varphi_{\mu B}$, B is an elementary structuring element (3×3 pixels) that contains its origin. \bar{B} is the transposed set ($\bar{B} = \{-x : x \in B\}$) and μ is an homothetic (scale) parameter. In this work, the homothetic parameter takes only integer values. The morphological opening is an anti-extensive filter and the morphological closing an extensive filter. The morphological opening and closing are given, respectively, by

$$\gamma_{\mu B}(f)(x) = \delta_{\mu B}(\varepsilon_{\mu B}(f))(x) \quad (1)$$

$$\varphi_{\mu B}(f)(x) = \varepsilon_{\mu B}(\delta_{\mu B}(f))(x) \quad (2)$$

where the morphological erosion $\varepsilon_{\mu B}$ and dilation $\delta_{\mu B}$ are expressed as $\varepsilon_{\mu B}(f)(x) = \wedge \{f(y); y \in \mu \bar{B}_x\}$ and $\delta_{\mu B}(f)(x) = \vee \{f(y); y \in \mu \bar{B}_x\}$, where \wedge is the *inf* operator (\vee is the *sup* operator). Another class of filters is composed by the opening and closing by reconstruction. These filters are built using the geodesic dilation and erosion. Where the geodesic dilation and the geodesic erosion of size one are given by $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta_B(g)$ with $f \leq g$ and $\varepsilon_f^1(g) = f \vee \varepsilon_B(g)$ with $f \leq g$, respectively. These basic geodesic transformations, the geodesic dilation and the geodesic erosion of size one, are iterated until idempotence is reached to build the reconstruction transformations defined by

$$R(f, g) = \delta_f^1 \dots \delta_f^1 \delta_f^1(g) \quad (3)$$

until stability

and

$$R^*(f, g) = \varepsilon_f^1 \dots \varepsilon_f^1 \varepsilon_f^1(g) \quad (4)$$

until stability

When the function g is given by the erosion or the dilation it obtained the opening and the closing by reconstruction:

$$\tilde{\gamma}_{\mu B}(f) = R(f, \varepsilon_{\mu B}(f)) \tag{5}$$

$$\tilde{\varphi}_{\mu B}(f) = R*(f, \delta_{\mu B}(f)) \tag{6}$$

3.2. Size distribution by openings

Size distribution is the most widely used parameter to describe the granular structure. In a strict sense, the granulometric analysis consists of measurement of the size distribution of well-separated particles. Mathematical morphological concepts allow this type of analysis to be extended to interconnected sets, using well-defined axioms of size distribution analysis proposed by Serra (1982).

A granulometry is a family of transformations ψ_t , for $t > 0$, such that ψ_t is anti-extensive and increasing for all t , and for all $s, t > 0$

$$\psi_s(\psi_t(f)) = \psi_t(\psi_s(f)) = \psi_{\sup(s,t)}(f) \tag{7}$$

The opening $\gamma_{\mu B}$ by a convex compact set satisfies these three properties. There are two functions associated with the granulometry: the probability distribution function and its derivate, given by

$$F(\mu, f) = \frac{M(f) - M(\gamma_{\mu B}(f))}{M(f)} \tag{8}$$

$$G(\mu, f) = \frac{d}{d\mu} F(\mu, f) \tag{9}$$

where M is the Lebesgue measure. For instance: area or volume.

3.3. Image segmentation

The image segmentation process to extract the nodules is performed according to the following steps: First, the original image (see Fig. 2a) is filtered in order to remove the gray level variations

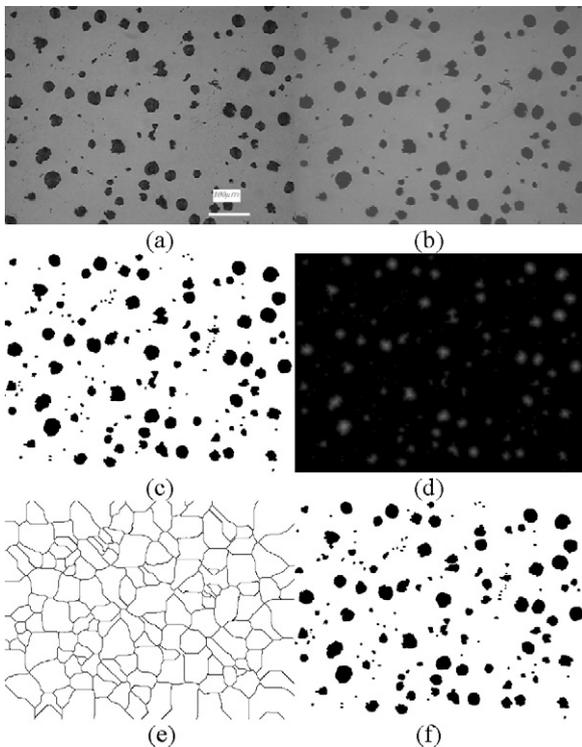


Fig. 2. Image segmentation and classification. (a) Image original, (b) $R^*(f,g)$, (c) minima of the filtered image R^* , (d) distance function, (e) watershed transformation, and (f) segmented image.

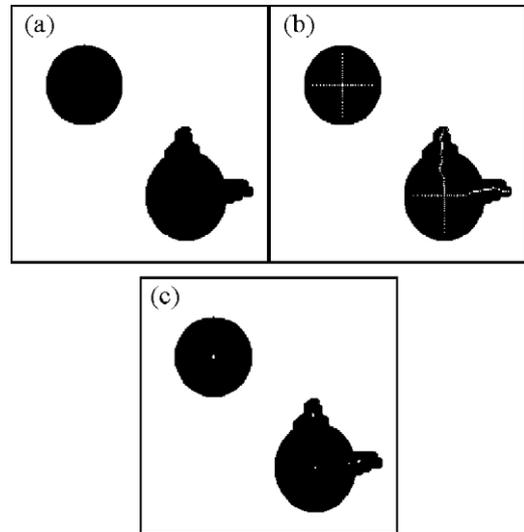


Fig. 3. Morphological skeleton and conditional bisector.

inside the nodules. This filtering process is achieved by the reconstruction transformations. Let f be the original image, for all point “ x ” of the f , a second image is computed by adding a constant value “ c ” to the gray level $f(x)$; i.e., $g(x) = f(x) + c$. The constant value “ c ” was obtained after a careful study of seventy images. Next, a dual reconstruction process of R^* (see Eq. (4)) was made from the marker image g inside the reference f .

Once the image has been filtered (see Fig. 3b), the nodules can be directly extracted by computing the minima of the filtered image as illustrated in Fig. 2c. Observe that those nodules that touch the borders of the image were removed. After extracting the nodules, those nodules that are connected must be separated. To carry out this task, the notion of distance function is applied. It is necessary to first introduce this concept before explaining the way to separate them.

Definition. The distance function of a set X , is a transformation that associates to each point $x \in X$, its distance to the complement of X (X^C) denoted as $d(x, X^C)$.

$$d_x \begin{cases} X \rightarrow Z^+ \\ x \rightarrow d(x, X^C) \end{cases} \tag{10}$$

The image in Fig. 2d illustrates the distance function of the binary image. When the nodules are similar to a disk shape, they are marked by only one maximum at the distance function. However, due to the noise and the fact that not all the nodules have the form of a disk, the distance function of some nodules has several maxima. In order to eliminate this inconvenience, a filtering process is implemented. An alternate sequential filter size 2 is applied to the distance function ($\varphi_{2B} \gamma_{2B} \varphi_B \gamma_B$). Next, the inverse image is computed in order to apply watershed transformation (Talbot and Terol-Villalobos, 1992); Fig. 2e shows the watershed of the filtered distance function. The contours of the watershed enable to separate some connected nodules of the original image as it is illustrated in Fig. 2f. The watershed transformation improves the separation of the nodules that are overlapping.

3.4. Nodules classification by a nodularity criterion

After classifying the nodules as aforementioned, instead of using a shape index, it is proposed the use of a morphological transformation that takes into account the shape. It is known that the skeleton is a powerful tool to represent the shape of objects; however, the application of the conditional bisector is proposed (Serra, 1982)

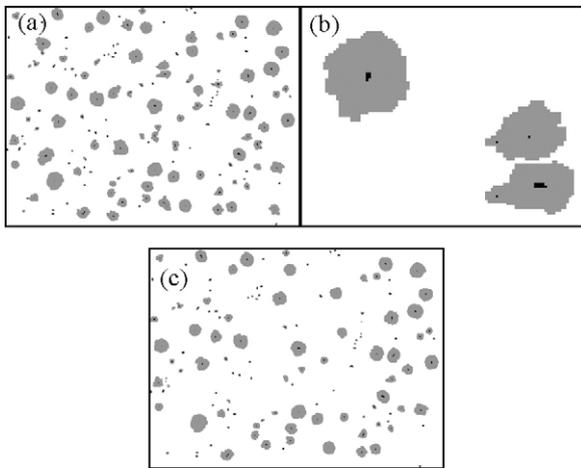


Fig. 4. Classification of nodules type spheroidal.

since the sensibility to the noise can be controlled. The conditional bisector will enable to discriminate the nodules according to their shape. This transformation is given by

$$S(X) = \cup\{S_i(X), \lambda \in N\} = \cup\{\varepsilon_{\lambda B}(X) \setminus \delta_{\nu B}(\gamma_B(\varepsilon_{(\lambda+1)B}(X)))\}, \quad \lambda \in N(11)$$

The parameter ν in Eq. (11) plays a main role. When $\nu=0$, the morphological skeleton is computed. This skeleton is shown in Fig. 3b, which is computed from Fig. 3a. The skeleton is illustrated in white points.

For $\nu=3$, it is computed the conditional bisector as it is shown in Fig. 3c. Observe that the conditional bisector of a spheroidal graphite shape is composed of only one connected component (in white color); whereas, the other nodule, that has not a shape similar to a circle, has four connected components. Thus, the number of connected components of the conditional bisector is used to classify the nodules. The nodules containing only one connected component in the conditional bisector are classified as class VI; otherwise, they belong to other classes. Those nodules that have more than one connected component in the conditional bisector are not taken into account. The criterion for selecting a nodule is based on the standard criterion ISO 945 which takes as nodules those with a shape similar to classes VI. The conditional bisector allows classifying the nodules between the classes I and V and those close to the class VI. The nodules of classes II and V have dendrites that generate several connected components of the conditional bisector. The image in Fig. 4a shows the nodules in gray color whereas the conditional bisector is shown in black, as it can be seen in the zoom of a region containing three nodules in Fig. 4b. All nodules having only one connected component are extracted as illustrated in Fig. 4c.

4. Results

This methodology based on the conditional bisector enables to obtain a good evaluation of the spheroidal graphite. For all the fields, the nodules are segmented under the same criterion, which shows good contour segmentation for the detection of spheroidal graphite that belongs to the classification VI of the standard ISO 9451-1.

4.1. Nodularity

The percentage of the nodularity can be computed by

$$\%Nodularity = \frac{Count\ CN}{Count\ N} \times 100 \tag{12}$$

Table 1
Percentage of nodularity.

Sample	Count N	Count CN	% Nodularity
This work	2232	2025	90.72
Ruxanda et al. (2002)	2159	1976	91.52
Imasogie and Wendt (2004)	2159	1396	64.65

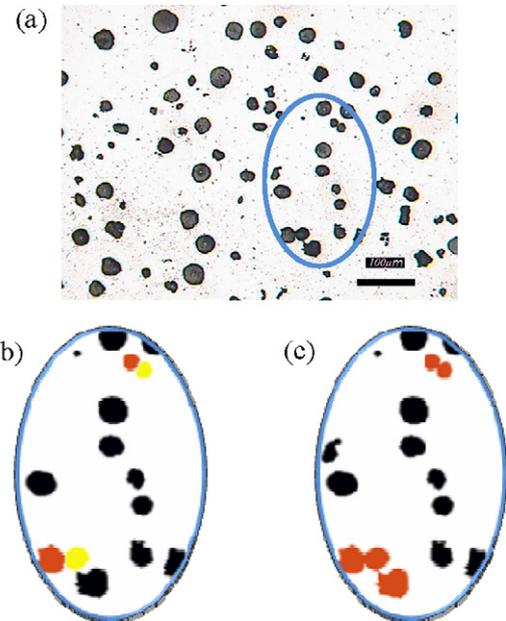


Fig. 5. (a) Image original, (b) specimen segmentation whit MTM, and (c) specimen segmentation without watershed transformation step.

where Count N are all the nodules and Count CN are the spheroidal nodules classified in the class VI. The Table 1 shows the assessment of nodularity (see Eq. (12)) after applying our morphological tools methodology (MTM).

Quantitative metallographic measurements were carried out using the MTM, at a magnification of 200×, with a pixel dimension of 1.095 μm. The nodule counting was determined on unetched “as cast” specimens. Only particles having an area larger than 27 pixels (29.95 μm²) were accounted. Minor structures in this area are commonly pitting, not metallic inclusions and porosity. The spheroidity or nodular count (CN) was calculated from conditional bisector.

Table 1 displays results from three methods. The proposed method is compared with the methods reported by Ruxanda et al. (2002) and Imasogie and Wendt (2004). The results show an evident similarity with the method Ruxanda et al. (2002).

As it can be observed, the proposed methodology in this work can distinguish two nodules that are touching or overlapping between them (see Fig. 5); by this reason, the number of circular

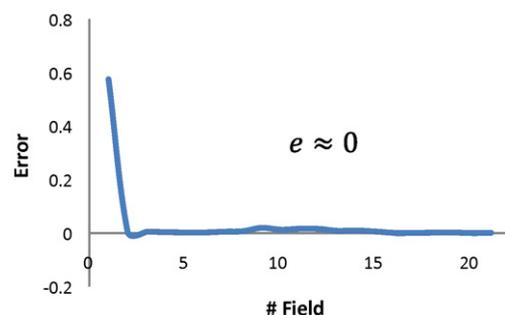


Fig. 6. Error against number of analyzed fields.

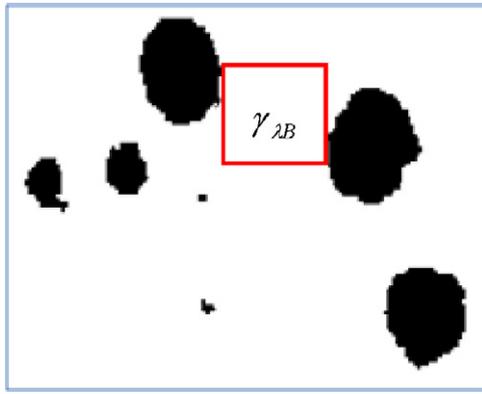


Fig. 7. Characterization of nodular space through an opening.

nodules increases. The other methods do not distinguish the previous cases. Although the number of nodules is bigger, the percentage of nodularity is almost the same with the method published by Ruxanda et al. (2002).

In order to know the number of images required to have a good estimation of the nodularity the following test was carried out.

$$e_i = \frac{(M_i - M)^2}{M_i} \quad (13)$$

where e_i is the error value for i field; M_i is the mean value for i fields. M is the mean value of total fields.

As it is observed in Fig. 6, after getting a percentage of nodularity of the 3th field, the error is minimum which means that the number of analyzed fields is enough. In consequence, the number of analyzed nodules is appropriated.

4.2. Matrix compacity

Usually, the *nodules density* has been defined by the quantity of nodules per unit area; however, this parameter does not permit to know how the nodules are distributed in the sample since the nodules number per unit area is not strictly related to the spatial distribution. Spatial distribution is an important parameter in ductile cast iron because it is related to the stress distribution.

In this paper the spatial distribution of nodules is described as a compacity curve which is a regression curve of the granulometry curves. It is considered that the concept of *compacity* is directly linked to the spatial distribution of the nodules, therefore, they are related to the distances between the nodules. Mathematical morphology provides different tools to determine the distance between objects (dilation, erosion, distance function, etc.). In our case, we prefer to carry out the compacity study by using the granulometry by openings. As aforementioned, this term was first introduced by Serra (1982) and it is defined as

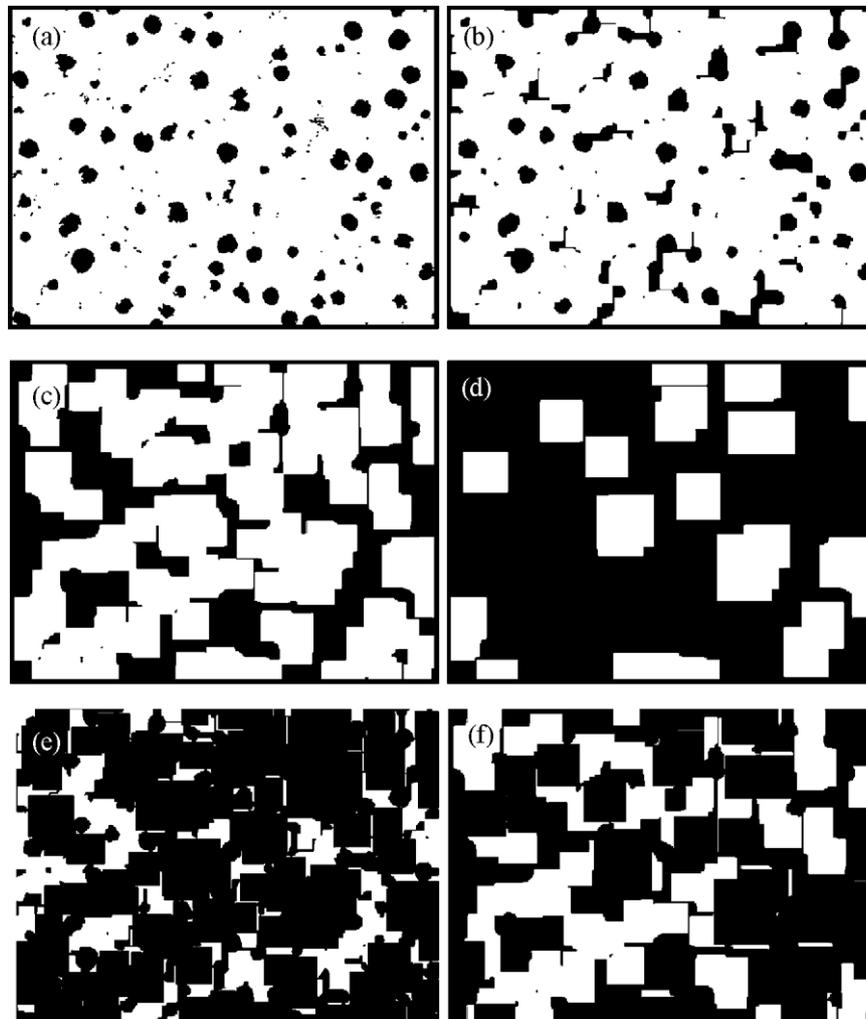


Fig. 8. (a) Metallographic, (b–d) morphological openings with sizes 10, 20, 30, respectively, (e) residue between the openings of sizes 10 and 20, and (f) residue between the openings of sizes 20 and 30.

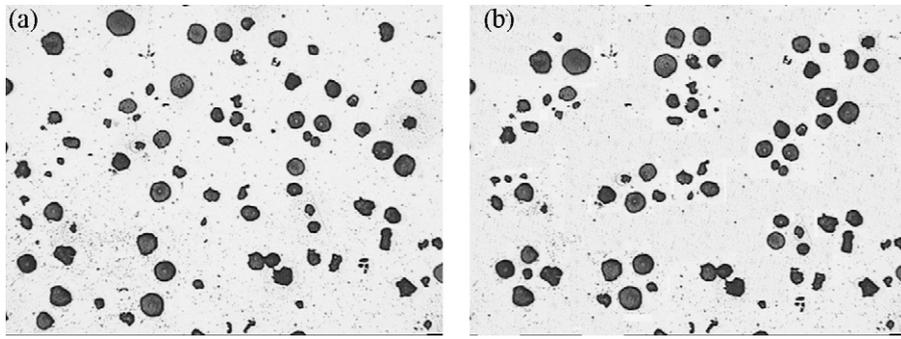


Fig. 9. (a) Original image and (b) modified image.

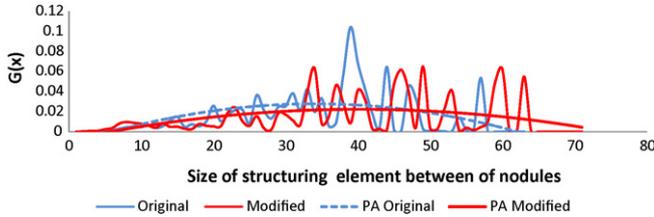


Fig. 10. Spatial compacity (granulometries and polynomial approximations (PA)) for two fields with the same nodular density and nodularity.

Definition 1. A family of openings $\{\gamma_{\lambda B}\}$ or closings $\{\varphi_{\lambda B}\}$ where $\lambda \in \{1, \dots, n\}$, is a granulometry or anti-granulometry respectively, if for all $\lambda, \mu \in \{1, \dots, n\}$ and all function f , $\lambda \leq \mu \Rightarrow \gamma_{\lambda B}(f) \geq \gamma_{\mu B}(f)$ or $\varphi_{\lambda B}(f) \leq \varphi_{\mu B}(f)$ respectively

From a geometrical point of view, the application of an opening γ on the metallographic with a structuring element of size nB only affects the regions where the structuring element cannot be completely included. On the other hand, the residue $\gamma_{\lambda B}(X) - \gamma_{(\lambda+1)B}(X)$ gives the regions where the distance between nodules is strictly equal to the structuring element λB as illustrated in Fig. 7. It can be observed that the structuring element touches the nodules edge.

Therefore, the size of the structuring element gives an estimated of the distance between the nodules.

Thus, the percentage of regions with distance λ is computed by granulometric density function:

$$G_{\lambda B}(X) = \frac{M(\gamma_{\lambda B}(X)) - M(\gamma_{(\lambda+1)B}(X))}{M(X)} \quad (14)$$

with

$$\sum_{\lambda=1}^{size \max} G_{\lambda B}(X) = 1$$

Fig. 8 illustrates the output images computed by openings of different sizes. In this case, the openings are applied on the material matrix. Particularly, observe in Fig. 8d that the remaining structures in the image correspond to the greatest structuring element contained in the matrix structure. The size of this structuring element also corresponds to the largest distance between nodules. Practically, to obtain a size distribution by openings requires to compute the residue between two openings of different sizes ($[\gamma_{\mu_1 B}(f) - \gamma_{\mu_2 B}(f)]$).

The image in Fig. 8e shows the residue between two openings of sizes 10–20 (Fig. 8b and c), whereas, the image in Fig. 8f illustrates

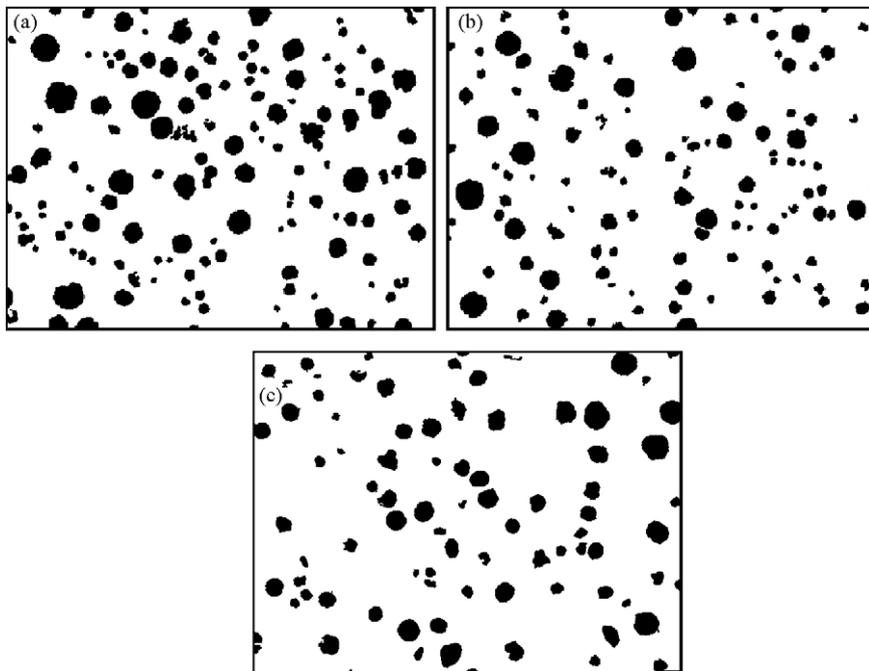


Fig. 11. (a) Field 1, (b) Field 12 and (c) Field 16.

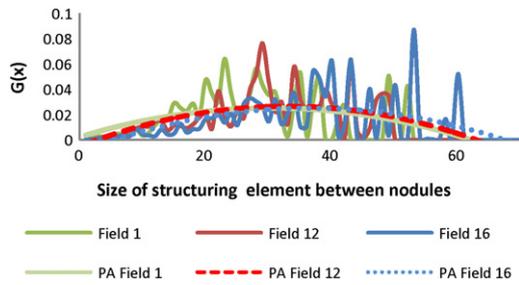


Fig. 12. Spatial distribution curves for selected fields with second-degree polynomial approach.

the residue between the openings of sizes 20 and 30 (Fig. 8c and d). Thus, one says that $[\gamma_{\mu_1 B}(f) - \gamma_{\mu_2 B}(f)]$ contains structures bigger than or equal to $\mu_1 B$ but smaller than $\mu_2 B$. By relating the size with the distance between nodules, it is possible to say that the image in Fig. 8e contains zones with a uniform distance equivalent to the sizes 10 and 20 of the openings. In a similar way, Fig. 8f contains zones with uniform distance equivalent to the sizes 20 and 30 of the openings.

In order to illustrate the use of the granulometry to estimate the spatial distribution, the granulometric density function (14) was applied to images in Fig. 9a and b that are two fields with the same nodular density and nodularity. Image in Fig. 9b (modified image) was computed from image in Fig. 9a (original image) using an image editor. Thus, the nodularity and nodular density are strictly the same. Fig. 10 illustrates the granulometric curves and their respective polynomial approximations (PA) of second-degree of the Images 9a and 9b. As it can be observed, the granulometries and their polynomial approximations spatial distribution of both are so different; in consequence, the spatial distributions are also different. This proves that the spatial compacity curve is very important concept to distinguish the quality of the ductile iron cast.

The computing of the size distribution by openings (granulometry) on the matrix enables the determination of the compacity curve. Fig. 12 illustrates three granulometric curves corresponding to the selected fields shown in Fig. 11 and their respective polynomial approximations of second degree. Observe that two of the three regression curves have a similar trend. Only one of them, representing field 16, has a small difference with respect to fields 1 and 12, which means that these last fields have a better spatial distribution than field 16 (Fig. 12). To illustrate this slight difference between the granulometric curves their mean and the standard deviation values were computed and presented in Table 2.

The curve of field 12 shows a mean value of 28.35 and a standard deviation of 10.05 in the structural element size, whereas the field 1 has mean and standard deviation values of 23.52 and 9.02, respectively. As it can be seen, both fields have a similar sizes scattering. Finally, the mean value of the structural element size in the field 16 is approximately 33, and this field presents a greater dispersion of the sizes expressed by a higher value of the standard deviation than the previous fields (see Table 2). A bigger dispersion in the granulometry is related to a bigger dispersion of the distance between nodules. However, a second degree approximation to the granulometric curve is not enough to characterize spatial distribution since the behavior of the space between nodules is not completely represented. For this reason, an approximation to a sixth-degree curve

Table 2
Statistical parameters from granulometric curves.

	Field 1	Field 12	Field 16
Mean	23.52	28.35	33.26
Standard deviation	9.02	10.05	12.27

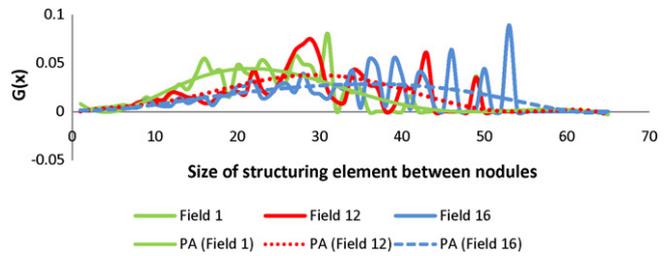


Fig. 13. Spatial distribution curves for selected fields and their sixth-degree polynomial approaches.

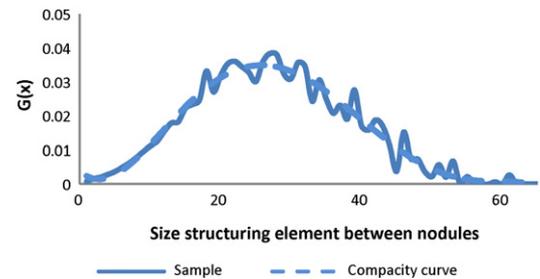


Fig. 14. Mean curve of twenty one spatial distribution curves and its corresponding compacity curve.

is carried out (see Fig. 13). Observe the difference of the regression curves of fields 1 and 12. Whereas the regression curves of Field 1 illustrates a non homogeneous spatial distribution due to the short distance between nodules, the regression curve of Field 12 indicates a good spatial distribution of nodules.

Finally, the regression curve of sixth degree of Field 16 shows again, as in the second degree case, a non homogeneous spatial distribution. Nevertheless, the mean spatial distribution behavior of the sample shows an homogeneous spatial distribution.

Fig. 14 shows the mean of the spatial distribution curves of 21 fields of the same sample. In this figure the polynomial approximation curve of six degrees is also shown which is called in this paper as the compacity curve. It is observed that it has a singular form comparable to a normal curve. The mean value of the structural element size is 27.41 and the value of standard deviation is 10.71. In fact, it is possible to say that a better quality of a ductile iron cast occurs when the compacity curve is close to a normal curve.

5. Conclusions

The present work proposes a methodology to characterize the nodules based on the morphological image processing and also introduces the concept of compacity curve instead of the nodular density. To achieve this, the metallography image was segmented; then, it was classified using the conditional bisector. The results of nodularity are compared with two reported methods. This methodology did not require any parameters such as shape index, roundness index or nodular degree as it is the case of the methods reported.

On the other hand, it was concluded that the nodular density is not a sufficient measurement to determine the spatial distribution of the nodules. Thus, the compacity curve is introduced and evaluated using granulometry by openings. The results of granulometries were presented with spatial compacity curves. From the curves, it was possible to establish that a better spatial distribution of the nodules occurs when the compacity curve of the granulometric distribution data tend to be grouped in the middle of the compacity curve. Thus, it is possible to say that a ductile iron cast could have better quality when the shape of the compacity curve trends to be similar to the normal curve.

Both parameters, the nodularity and spatial compacity curve, enable a better characterization of ductile cast irons which is fundamental to improve the mechanical properties of the materials.

Acknowledgments

The first author acknowledges the government agency CONACyT for the financial support. This work was supported by the government agency CONACyT (58367) and the program FIFI 09.

References

- AFS 5-J, 2000. Cast iron, quality control. American Foundry Society, American Foundry Society, Committee.
- ASTM E3-01, 2001. Annual Book.
- ASTM Standard A247-67, 2006. Annual Book.
- Baron, O.D., Lucas, G.M., 2005. Ductile iron nodularity assessment: a comparison between various manual procedures and image analysis. *Microscopy and Microanalysis* 11, 691–692.
- Borrajó, J.M., Martínez, R.M., Boeri, R.E., Sikora, J.A., 2002. Shape and count of free graphite particles in thin wall ductile iron castings. *ISIJ International* 42, 257–263.
- David, P., Massone, J., Boeri, R., Sikora, J., 2004. Mechanical properties of thin wall ductile iron-influence of carbon equivalent and graphite distribution. *ISIJ International* 44, 1180–1187.
- Dawson, S., Schroeder, T., 2004. Practical applications for compacted graphite iron. *AFS Transactions* 047, 1–9.
- De Santis, A., Di Bartolomeo, O., Iacoviello, D., Iacoviello, F., 2008. Quantitative shape evaluation of graphite particles in ductile iron. *Journal of Materials Processing Technology* 196, 292–302.
- Dommarco, R.C., Jaureguiberry, A.J., Sikora, J.A., 2006. Rolling contact fatigue resistance of ductile iron with different nodules counts and matrix microstructures. *Wear* 261, 172–179.
- Gonzaga, R.A., Fernández, C., 2005. Influence of an appropriate balance of the alloying elements on microstructure and on mechanical properties of nodular cast iron. *Journal of Materials Processing Technology* 162–163, 293–297.
- Imasogie, B.I., Wendt, U., 2004. Characterization of graphite particle shape in spheroidal graphite iron using a computer-based image analyzer. *Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering* 3, 1–12.
- Jeong-Du, K., Jueng-Keun, J., 2006. Effect of super-rapid induction quenching on fatigue fracture behavior of spherical graphite cast iron FCD500. *Journal of Materials Processing Technology* 176, 19–23.
- JIS Handbook, 1996. Ferrous Materials & Metallurgy I Japanese Standards Association.
- Karl-Fredrik, N., Vratko, V., 2009. Analysis of ductile cast iron tensile ductility variation to casting defects and material microstructure. *Materials Science and Engineering A* 502, 54–63.
- Li, J., Lu, L., La, M.O., 2000. Quantitative analysis of the irregularity of graphite nodules in cast iron. *Materials Characterization* 45, 83–88.
- Maropoulos, S., Ridley, N., Karagiannis, S., 2004. Structural variations in heat treated low alloy steel forgings. *Materials Science and Engineering A* 380, 79–92.
- Nabil, F., Aly, A., Moenes, S., 2009. C, Si and Ni as alloying elements to vary carbon equivalent of austenitic ductile cast iron: microstructure and mechanical properties. *Materials Science and Engineering A* 504, 81–89.
- Ohser, J., Sandau, K., Stets, W., Gerber, W., 2003. Image analytical characterization of graphite in grey cast-iron and classification of lamellar arrangement. *Practical Metallography* 40, 454–473.
- Ruxanda, R.E., Stefanescu, D.M., Piwonka, T.S., 2002. Microstructure characterization of ductile thin wall iron castings. *AFS Transactions* 110, 1131–1148.
- Serra, J., 1982. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, vol. 1. Academic Press, New York, pp. 375–377.
- Serra, J., 1988. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, vol. 2. Academic Press, New York, pp. 20–21.
- Soille, P., 2003. *Morphological Image Analysis*, 2nd ed. Springer-Verlag, pp. 207–209.
- Sosa, A.D., Echeverría, M.D., Moncada, O.J., Míngolo, N., Sikora, J.A., 2009. Influence of nodule count on residual stresses and distortion in thin wall ductile iron plates of different matrices. *Journal of Materials Processing Technology* 209, 5545–5551.
- Stokes, B., Gao, N., Reed, P.A.S., 2007. Effects of graphite nodules on crack growth behavior of austempered ductile iron. *Materials Science and Engineering A* 445–446, 374–385.
- Talbot, H., Terol-Villalobos, I.R., 1992. *Proceedings of SPIE Boston, Image Algebra and Morphological Image Processing*, vol. 1769, pp. 393–404.
- Xin, T., Hong, Z., Lu-quan, R., Zhi-hui, Z., Ren-doing, C., 2009. Effects of graphite shape on thermal fatigue resistance of cast iron with biomimetic non-smooth surface. *International Journal of Fatigue* 31, 668–677.

Anexo B

Morales-Hernández L. A., Terol-Villalobos I. R., Domínguez-González A., Herrera-Ruiz G., 2009a. New Directional Morphological Approaches for the Characterization of Fingerprints, *Ingeniería, Investigación y Tecnología de la UNAM*, 10, 257-259.

New Directional Morphological Approaches for the Characterization of Fingerprints

Nuevos métodos morfológicos direccionales para la caracterización de huellas digitales

L.A. Morales-Hernández

*Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería.
San Juan del Río, Querétaro.
E-mail: luis_morah@yahoo.com*

I.R. Terol-Villalobos

*CIDETEQ, Parque Tecnológico Querétaro, Querétaro.
E-mail: famter@ciateq.net.mx*

A. Domínguez-González

*Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería.
San Juan del Río, Querétaro.
E-mail: auredgz@uaq.mx*

G. Herrera-Ruiz

*Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería.
San Juan del Río, Querétaro.
E-mail: gherrera@uaq.mx*

(Recibido: octubre de 2007; aceptado: agosto de 2008)

Abstract

The present paper proposes two methods to characterize fingerprints. The first method estimates the main orientations of the structures of ridges and valleys. This proposed approach detects the preferential directions that characterize the fingerprint as orientation fields using directional granulometries. This approach allows to have a better characterization by means of two parameters; the sizes and the orientations of the structures contained in the fingerprint. In order to achieve the characterization of the fingerprint orientations, the directional morphology is applied to detect the regions of same orientation. Then, the morphological transformations with line segments as structuring elements are applied using a quadtree structure to go from global approach to a local one. The second method uses directional erosions to build two images that contain the sizes and orientations of the fingerprint. Then the rank-max connected opening is applied to filter the image containing the sizes of the ridges in order to select the main structures. Here it is illustrated that the obtained information enables us to reconstruct the directional behavior of the fingerprint. The proposed methods are applied to characterize the four typical classes of fingerprints with excellent results.

Keywords: Characterization, fingerprints, directional morphological, directional granulometries, rank-max connected opening, quadtree.

Resumen

El presente artículo propone dos nuevos métodos para la caracterización de huellas digitales. El primero estima las principales orientaciones de las estructuras de crestas y valles.

Este método propuesto detecta las direcciones preferenciales en la huella digital, caracterizando a éstas como campos direccionales mediante granulometrías direccionales. Esta metodología permite tener una mejor caracterización mediante dos parámetros de las estructuras contenidas en la huella digital, como son el tamaño de las crestas y sus respectivas orientaciones. Para lograr la caracterización de las orientaciones de la huella digital se aplican técnicas de morfología direccional, buscando zonas con la misma orientación. Para la caracterización de las crestas se aplica la morfología matemática mediante segmentos de recta como elementos estructurales usando la metodología de la estructura quadtree para ir de una aproximación global a una local. El segundo método emplea erosiones direccionales para construir dos imágenes que contienen los tamaños y las orientaciones principales. Después es aplicada la apertura conexa de rango máximo para filtrar la imagen que contiene los tamaños de las crestas con el fin de seleccionar las estructuras principales. Aquí es ilustrado que a partir de esta información es posible reconstruir el comportamiento de las estructuras direccionales de la huella. Los métodos propuestos son aplicados a las clases típicas de huellas digitales mostrando excelente resultados en la caracterización.

Descritores: *Caracterización, huellas digitales, morfología direccional, granulometrías direccionales, apertura conexa de rango máximos y cuadrantes.*

Introduction

Fingerprints are today the most widely used in biometric features for personal identification. With increasing emphasis on identity management, automatic fingerprint recognition has commercially received wide attention. Nevertheless, there are still some critical research issues such as fingerprint classification and identification. Both topics play an important role in orientation patterns, which can be defined by a local direction of ridge-valley structures, (Jain *et al.*, 1997a), (Maoi and Maltoni, 1997), (Cappelli *et al.*, 1999), (Jiang and Yau, 2000), (Greenberg and Kogan, 2006).

A typical fingerprint recognition system consists of three main components: (1) orientation field estimation; (2) ridge enhancement and thinning; (3) minutiae extraction (Jain *et al.*, 1997b). Several methods have been proposed to improve the estimation of the orientation field, which can broadly be categorized as filtering-based (Jain *et al.*, 1997b), (Maoi and Maltoni, 1997), (Khan *et al.*, 2005) and model-based (Sherlock and Monro, 1993), (Vizcaya and Gerhardt, 1996). Most of these methods rely on a number of fixed possible templates or filters (Maltoni *et al.*, 2003). Recently, some works for fingerprint orientation field, based on constrained nonlinear models that require optimal estimators has been proposed (Sherlock and Monro, 1993), (Vizcaya and Gerhardt, 1996), (Zhou and Gu, 2004), (Li *et al.*, 2006). However, these methods cannot be applied to accurately approximate real fingerprint orientation

field because do not consider the influence of a singular point.

The main disadvantage of mathematics methods, for instance the Bayesian networks (Dass, 2004), complex polynomials (Zhou and Gu, 2004) and rational polynomials (Sherlock and Monro, 1993), is that they need to know the locations and types of singularities in ridge pattern in order to adjust the system parameters. Singular points are the points in a fingerprint where the directional field is discontinuous. An example of their application is the classification of fingerprints in the Henry classes (1900). The orientation of singular points can be also used to initialize flow lines in the directional field (Kawagoe and Tojo, 1984), (Karu and Jain, 1996), (Chong *et al.*, 1997), (Bazen and Gerez, 2002).

Other researches use the orientation field estimation for different applications. Olivera and Laite (2007) propose extracts the orientation field of an image for reconnecting broken ridges in fingerprints images. Kulkarni *et al.* (2006) apply the orientation field for fingerprint verification using image-based technique in which the variance feature of orientation field is used for matching. The test and trainee fingerprint images are aligned using the obtained orientations using an invariant rotation algorithm. To do it, the first stage is to find the core point. Qi and Wang (2005) combine the global orientation field with minutia where each fingerprint minutia is related with the orientation field. This method use the orientation field estimation algorithm proposed by Jain *et al.* (1997b).

The present paper is focused on the application of mathematical morphology methodology to model orientation fields. Particularly, the study will focus on the characterization of the fingerprints by using directional morphological transformations. Since fingerprints can be considered as a structure composed by a set of line segments, a bank of filters which is composed by directional morphological transformations permit to extract the main orientations of the image. This is similar to the perception of the orientation of line segments by the human brain. In order to achieve an image processing oriented to these image structures, two approaches are investigated in this paper. The first one is a global approach based on the directional granulometries which is computed by morphological openings using directional structural elements also called line segments. This approach allows determining the main directions of the structures by studying the minima of the granulometric density function. In order to define a local approach, a quadtree structure is used to decompose the image with a different resolution that is according to the levels of the tree. Thus, it is possible to obtain a multi-scale local approach to define descriptors that considers the size or scale and orientation.

The second method considers a local approach by using the concept of distance function which is computed by the supremum of directional erosions. Thus, the maxima of the distance function contain the information of the biggest structural elements or line segment that can be placed inside the structure. In order to know the orientations, a second image is computed by detecting the orientation of the supremum of directional erosions. These local descriptors for the size and orientation provide an excellent reconstruction of the orientations and allow describing the model of the fingerprint orientation pattern in a piecewise manner. The main advantage of this algorithm is that it is able to predict orientation in a more efficiently way because the proposed approach does not need to determine the core or delta of the fingerprint.

Some basic concepts of mathematical morphology

Morphological filters are increasing and idempotent transformations (Serra, 1988), (Heijmans, 1994), (Soille, 2003). While the increasing property expresses that the order is preserved, a transformation is idempotent if and only if for all functions f , $(f) = f$. The basic morphological filters are the morphological opening \ominus_B and the morphological closing \oslash_B with a

given structuring element B . B is the transposed set $(B = \{x: x \in B\})$ and λ is an homothetic (scale) parameter. In this work, the homothetic parameter only takes integer values. The morphological opening is an anti-extensive filter and the morphological closing is an extensive filter. These transformations are expressed by the morphological dilation \oplus_B and morphological erosion \ominus_B . Thus,

$$\begin{aligned} \oplus_B(f)(x) &= \bigvee_{y \in B_x} (f)(y) \\ \ominus_B(f)(x) &= \bigwedge_{y \in B_x} (f)(y). \end{aligned} \tag{1}$$

The morphological erosion and dilatation are respectively expressed by: $\oplus_B(f)(x) = \bigvee_{y \in B_x} \{f(y); y \in B_x\}$ and $\ominus_B(f)(x) = \bigwedge_{y \in B_x} \{f(y); y \in B_x\}$, where \bigwedge is the infimum operator and \bigvee is the supremum operator. Another interesting class of filters is composed by the openings and closings by reconstruction. When filters by reconstruction are built, the geodesic dilation and geodesic erosion of size 1 are iterated until idempotence is reached (Soille, 2003). Where the geodesic dilation and the geodesic erosion of size one are given by $\overset{1}{\oplus}_f(g) = f \oplus_B(g)$ with $f \geq g$ and $\overset{1}{\ominus}_f(g) = f \ominus_B(g)$ with $f \leq g$, respectively. When the function g (the marker) is equal to the dilation or to the erosion of the original function by a given structuring element, the closing and the opening by reconstruction are obtained.

$$\begin{aligned} \overset{1}{\oplus}_f(f) &= \lim_n \overset{n}{\oplus}_f(\ominus_B(f)) = \overset{1}{\oplus}_f \overset{1}{\oplus}_f \dots \overset{1}{\oplus}_f(\ominus_B(f)) \\ \overset{1}{\ominus}_f(f) &= \lim_n \overset{n}{\ominus}_f(\oplus_B(f)) = \overset{1}{\ominus}_f \overset{1}{\ominus}_f \dots \overset{1}{\ominus}_f(\oplus_B(f)). \end{aligned} \tag{2}$$

Directional supremum of directional erosions and directional granulometry

In mathematical morphology there are some operators based on the detection of the residues of parametric transformations; for example, the ultimate erosion, the morphological skeleton, the granulometry function and the distance function.

These two last transformations are computed by the difference of successive openings or erosions, respectively. Generally, an associated function is linked to these transformations; for example the density or the distribution functions are related to the granulometry residues. Granulometry (anti-granulometry) was formalized by Matheron (1975), for binary images and extended to complete lattices by Serra (1988). Now, the directional granulometry and a function associated to the directional erosions are presented

Definition 1

A family of openings $\{ \epsilon \}$ (or respectively of closings $\{ \epsilon \}$) where $\{1, \dots, n\}$, is a granulometry (respectively anti-granulometry) if for all $\epsilon \in \{1, \dots, n\}$ and all function f , $\epsilon(f) \subseteq \epsilon(f)$ (respectively $\epsilon(f) \supseteq \epsilon(f)$).

The above definition implies that for greater parameter ϵ ; the opening (closing) becomes more severe. The granulometric analysis of a binary or gray-level image, consists of associate each ϵ value a measure of the image $\epsilon(f)$. When a granulometry study is made based on the openings, two functions are associated to these transformations; the granulometric density function g and its distribution function G given respectively by:

$$g(\epsilon, f) = (Mes(\epsilon(f)) - Mes(\epsilon_{-1}(f))) / Mes(f) \quad (3)$$

$$G(\epsilon, f) = (Mes(f) - Mes(\epsilon(f))) / Mes(f), \quad (4)$$

where Mes represents the volume for gray-level images and the area for binary images.

Since the interest in this paper is to introduce of directional granulometry and a function computed by the supremum of directional erosions in order to characterize the fingerprints, the size of the structural element and the angle (direction) parameters are required to characterize them. Thus, the set of points of a line segment is computed by:

$$\text{If } \theta \in [0, 45] \text{ then, } y_i = x_i \tan \theta \text{ for } x_i = 0, 1, \dots, \cos \theta$$

$$\text{If } \theta \in [45, 90] \text{ then } x_i = y_i \cot \theta \text{ for } y_i = 0, 1, \dots, \sin \theta$$

Then, morphological opening and closing filters are given by:

$$\epsilon_{\theta, \epsilon}(f) = \epsilon_{\theta, \epsilon}(\epsilon_{\theta, \epsilon}(f)), \quad \epsilon_{\theta, \epsilon}(f) = \epsilon_{\theta, \epsilon}(\epsilon_{\theta, \epsilon}(f)), \quad (5)$$

where the morphological erosion and dilation filters are given by:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\theta, \epsilon}(f)(x) &= \min\{f(y) : y \in L_{\theta, \epsilon}(x)\} \\ \epsilon_{\theta, \epsilon}(f)(x) &= \max\{f(y) : y \in L_{\theta, \epsilon}(x)\}. \end{aligned} \quad (6)$$

When a directional erosion size ϵ is applied to an image at all directions, some output computed images for some directions contain more information of the original image depending of the anisotropies presented in the image. Since the objective of applying directional

erosions consists in preserving the maximum of information for all directions, the supremum of the erosions is computed by the following relationship.

$$\sup_{\theta \in [0, 180]} (\epsilon_{\theta, \epsilon}(f)) \cup L_{\theta, \epsilon}(f) \quad (7)$$

Whereas computing the directional density function $g(\epsilon, f)$ one obtains the portion of the structure, for a given direction θ , of size ϵ , the directional distribution function $G(\epsilon, f)$ gives the fraction of the structures greater or equal to the length ϵ in the direction θ .

$$g(\theta, \epsilon)(f) = (Mes(\epsilon_{\theta, \epsilon}(f)) - Mes(\epsilon_{\theta, \epsilon-1}(f))) / Mes(f) \quad (8)$$

$$G(\theta, \epsilon)(f) = (Mes(f) - Mes(\epsilon_{\theta, \epsilon}(f))) / Mes(f). \quad (9)$$

For the sake of simplicity the structuring element is expressed by ϵ , in g and G .

The importance of this function is that it permits the detection of the main structures in a given direction. Thus, instead of fixing the parameter ϵ , the parameter θ was fixed (directional granulometry).

Application of fingerprint orientation field based on directional granulometry and quadtree structure

In this section, the application of quadtree structure is presented for left loop, right loop, worth loop and arch loop classes of fingerprints (Henry, 1900). The left loop fingerprint class is presented in detailed way and for the other cases it is presented only the final results.

In mathematical morphology, an important work for directional filtering was proposed in (Soille *et al.*, 2001). In the present paper a morphological approach that uses the concept of directional granulometries and the quadtree structure is proposed in order to characterize anisotropies in the images.

The figure 1b illustrates the distribution function of the image in figure 1a for $\theta = 80$ and $\theta = 180$. The minimum of this function permits to determine the direction of the main structures. The minimum in figure 1c was computed from the function in figure 1b using morphological transformations in one-dimensional case. To carry out the minimum detection, the distribution function was transformed into the interval $[0, 255]$ in integer numbers and then, the typical morphological tools for detecting minima in mathematical morphology was

applied (Soille, 2003). In fact, the minima of the image will enable to have a criterion to go from a global approach to a local one by the quadtree structure. In the quadtree approach, the coding by regions is made by a homogeneity criterion that enables to discriminate whether a squared region can be considered as a connected component. The process starts with a square of 2^n pixels that is divided in four squared zones. Each squared zone is studied on the original image using one or several homogeneity criteria (variance, max-min values, etc). If the homogeneity criterion is verified, a function value is given at all points of the square region; for instance, the average of the intensity values in the square. For any square that does not verify the homogeneity criterion, a similar procedure is performed in a recursive way by dividing the squared region by four. For orientation fields, it is clear that a homogeneity criterion is given by only one direction. In our case, the minima of the distribution function are employed as criterion. If the distribution function in a squared region presents only a principal minimum, then the region is considered homogeneous. In this case, the pixel values of the region are affected by the angle of the minimum where the minimum was

found. Otherwise, if the distribution function of a square region has several representative minima, then the region is divided by four. The figures 2 and 3 illustrate the approach to determine the orientation field in the image. After dividing the image by four, their distribution functions were computed as illustrated in figure 2. In particular, it is observed that the distribution functions in figures 2, that correspond to the bottom left (Q3) and right (Q4) squares, both contain only one principal minimum, while the other two squares contain several representative minima (Q1 and Q2). Thus, these last two squares were divided by four and their distribution functions were computed to know their directional homogeneity. The image in figure 3 shows the orientation fields (gray level).

Figure 3a shows the orientations of the first hierarchy of the quadtree (four square zones), and figures 3b and 3c illustrate the up squared regions divided by four squared regions. Finally, figure 3d illustrates the final hierarchy. In figure 3e, the regions were affected by a color in order to better illustrate the orientation fields. The color representation is the classical hue definition of the perceptual color spaces.

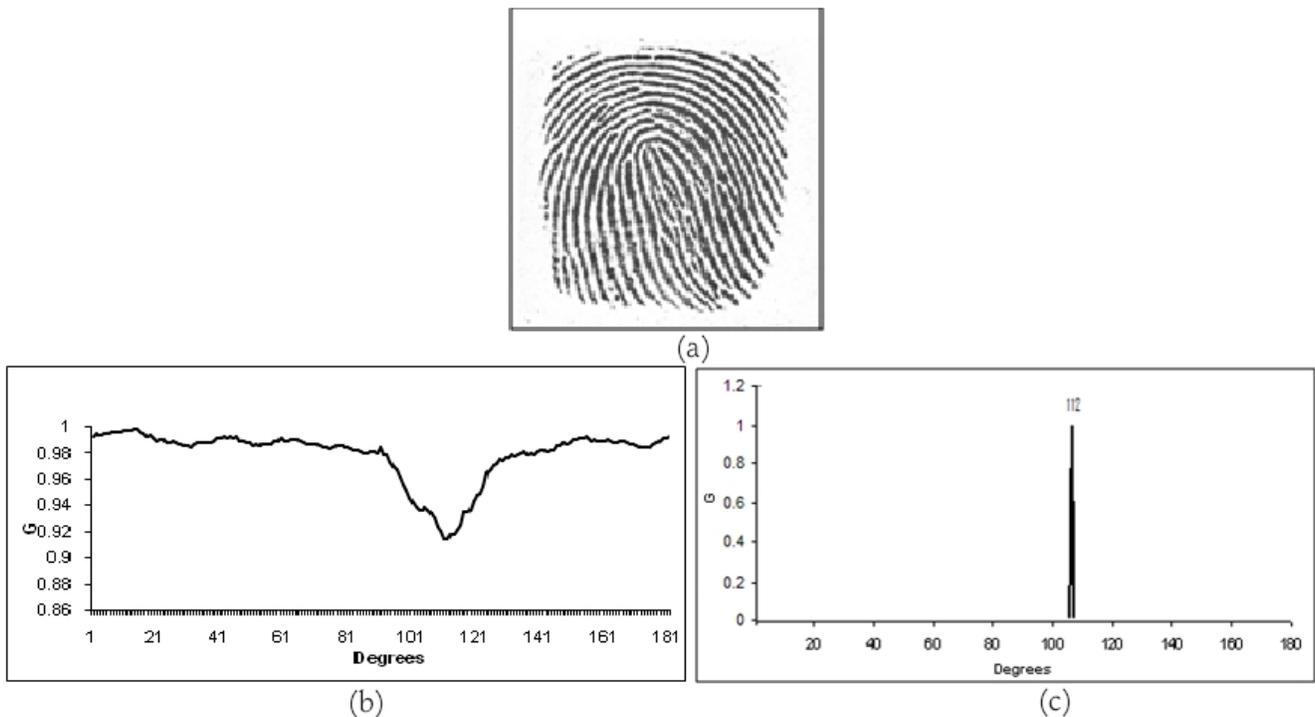


Figure 1. a) Original image of left loop fingerprint class, b) Directional granulometry size 60, c) Minimum detection (112 degrees)

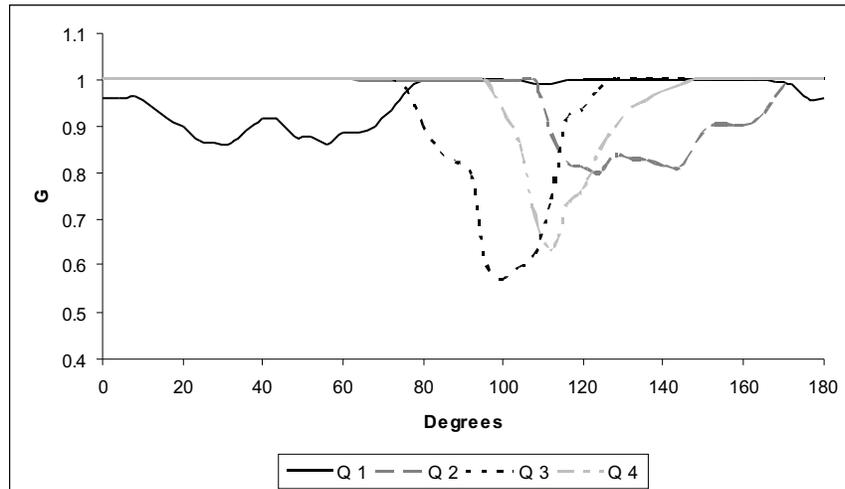


Figure 2. Directional granulometries at first level of the hierarchy: Q1 and Q2 Top squares regions, Q3 and Q4 bottom square regions

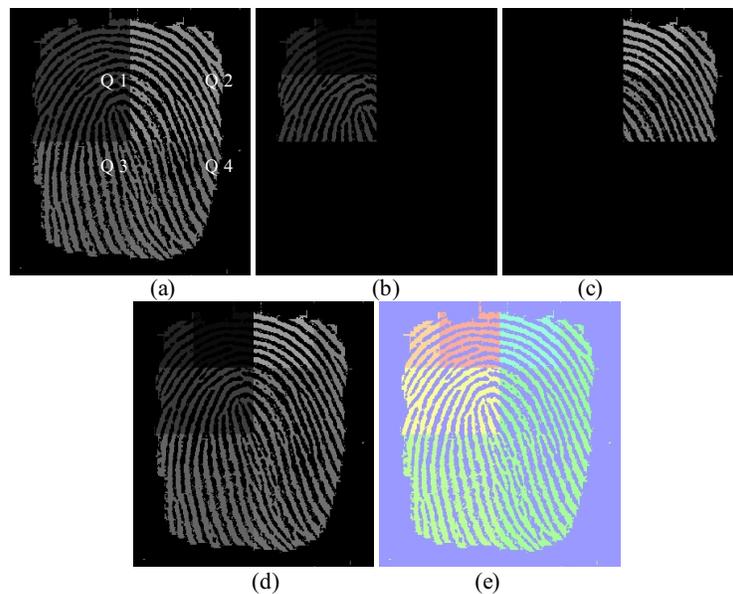


Figure 3. a) First hierarchy of the quadtree, b) and c) Second hierarchy of the quadtree, d) Final quadtree structure, e) Color representation of the quadtree

In summary, the directional granulometry, also called pattern spectrum (Maragos, 1989), allows to know the size and the predominant orientation in the quadtree at a given scale. The process of the image division in square blocks is finished when only one minimum is found. The image is divided in subimages in order to find the predominant orientation. Then, we can reconstruct the fingerprint image according to the

quadtree since each one has the size information and orientation.

Now the application of the quadtree is presented briefly for right loop, worth loop and arch loop classes fingerprints. By assuming a size of 60 on the granulometric distribution function illustrated in Figure 4a; the minima of this function enable us to take the decision to stop the split procedure of the quadtree approach or

to continue the procedure by splitting the square region. The curve in figure 4a computed from the square region Q2 has the most notable minimum, that in fact characterizes the main directional structure (the biggest one) contained in the image. In other words, the principal directional structure in the fingerprint is computed at the first hierarchy of the quadtree Q2. In this example, the structural information given by this region of the fingerprint enables us to classify it as a left loop. Figure 4d shows the output image containing the final result of the segmenting process. Observe that the granulometric function illustrated in figure 4a of the squared region Q4, that contains small variations with several minima is correctly segmented. In this case a second hierarchy level is required to achieve the segmentation of the region. Thus, the global behavior at the first hierarchy of the quadtree structure permits to extract the characteristics to classify the fingerprints. This coarser to finer approach inherent in the quadtree permits to better understand the directional structures at each level of the hierarchy based on the granulometric functions.

In the following, the application of the approach based on the quadtree and the directional granulometry for segmenting images, is shown. Three types of fingerprints are segmented by our method; a right loop, a left

loop and a whorl. The right and left loops examples in figure 5a and 5d present a similar behavior as that illustrated before in figure 4a. Both fingerprints contain a main directional structure that is detected at the first hierarchy levels of the quadtree (the granulometric distribution functions present a main minimum). This means, these fingerprints can be classified at coarser hierarchies of the quadtree. In the case of the class whorl illustrated in figure 5g, the fingerprint does not contain a main structure, represented in the granulometric distribution function by a principal minimum. Thus, it can not be classified at coarser scales, and in this case, the finer levels of the hierarchy are required to classify it. These examples show that the hierarchical evolution of the quadtree is linked to the structural characteristics of the fingerprints.

Application of finger print orientation field based on the supremum of directional erosions

In this section a second approach based on directional erosions to characterize fingerprints is introduced. The idea of applying directional erosions consists in preserving the maximum of information for all directions. To stock the information for all value, a gray level image

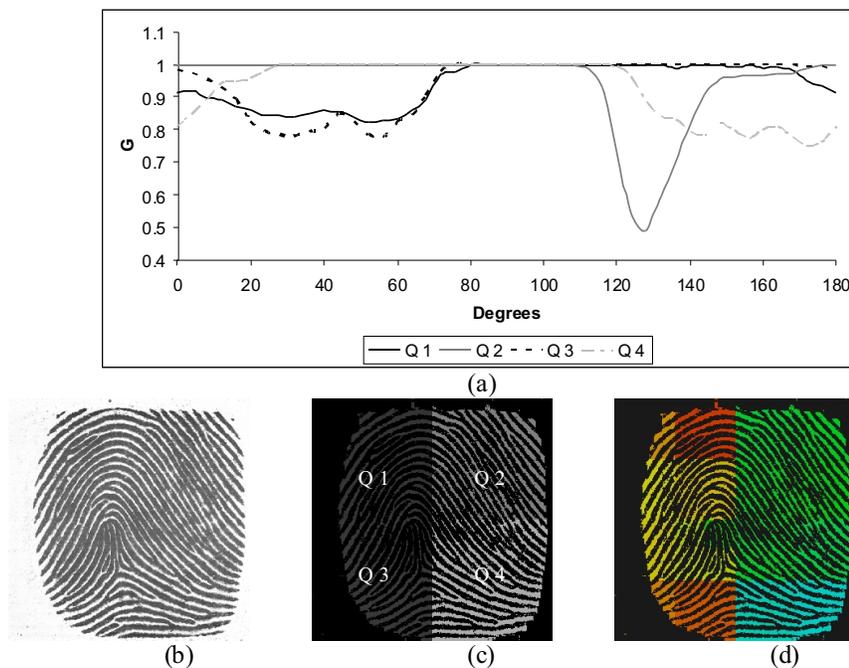


Figure 4. a) Directional granulometry first hierarchy of the quadtree , b) Original image, c) First hierarchy of the quadtree, d) Final quadtree color representation

is used in a similar way that the distance function is built. This means that the procedure is begun for $\epsilon = 1$ by increasing by one all point x belonging to $\text{sup}(x)$. Then, the procedure continues until one has a max value such that $\text{sup}(x) = \text{max}$. The maxima of this function are the loci of maximal structuring elements (ultimate erosions). Thus, the positions of the greatest structuring elements that can be completely included in the structure are known but the angles of these structuring elements are unknown. To overcome this problem, a second image containing the angle of the structuring elements is built. The scheme in figure 6 illustrates the procedure for extracting the directional information of the image. First, the tophat size 4 was computed on the original image (figure 1a) for obtaining a binary one figure 7a (pre-processing). Then, at each size of the structuring element, the supremum of directional erosions for all orientations is computed in order to obtain the distance function and the orientation function illustrated in figures 7b and 7c respectively. Thus, these functions are employed to compute the segment of lines

that characterize the structures. The maxima of distance function is computed by obtaining the loci of maximal structuring elements (ultimate erosions) and the values of the orientation function enable to know the orientation lines.

Since, the number of maxima is too much, a filtering process using a class of rank-max connected filters was carried out on the distance function. For obtaining the line segments representation as illustrated in figures 7d and 7e. This filtering process will be described below.

Rank-max connected opening

The morphological opening presents some problems when images have thin regions. Figure 8b illustrates an example of the morphological opening (size 1) applied to an image containing thin regions as that illustrated in figure 8a. A solution of this inconvenience consists in changing the morphological opening. We know that a class of non-linear filters, called rank filters, exhibit

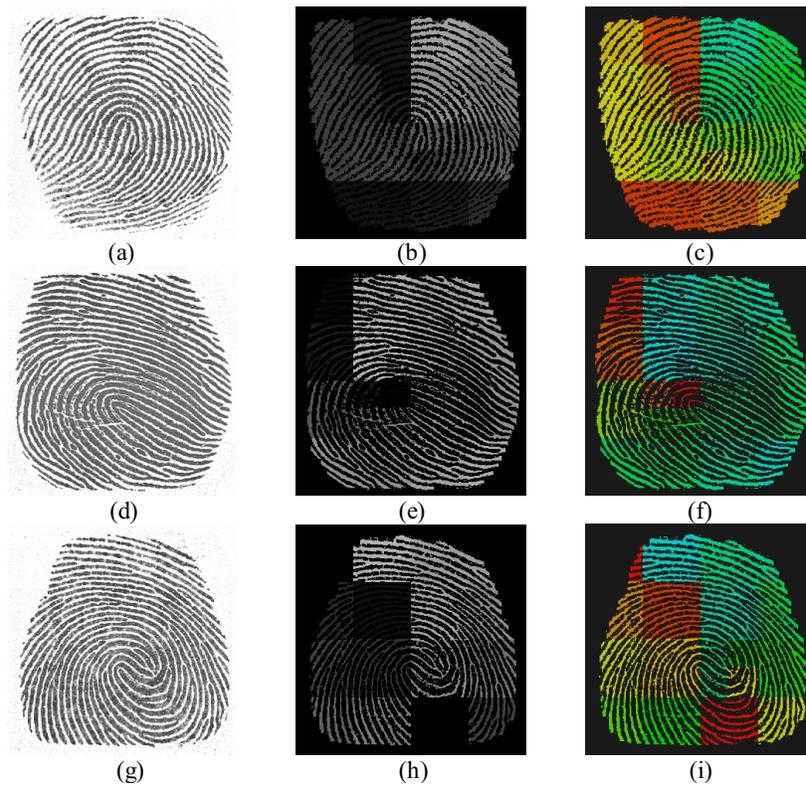


Figure 5. a) Fingerprint type right loop, b) Final hierarchy of the quadtree, c) Final Quadtree color representation, d) Fingerprint type left loop, e) Final hierarchy of the quadtree, f) Final Quadtree color representation, g) Fingerprint type whorl, h) Final hierarchy of the quadtree, i) Final Quadtree color representation

excellent robustness properties and provide solutions in many cases where other transformations are inappropriate. Moreover, rank filters are used to build an interesting class of transformations called rank-max openings. Ronse (Serra, 1988) introduced the rank-max openings on sets and gray-level functions as a generalization of the morphological opening by a structuring

element B . As follow \mathbf{B}_k is the set of all subsets $B_i \subseteq B$ containing k points. In the binary case, the rank-max opening is given by,

$$f_{iB,k}(X) = \bigcup_i \{ B_i(X) : B_i \subseteq B, |B_i| = k \}. \quad (10)$$

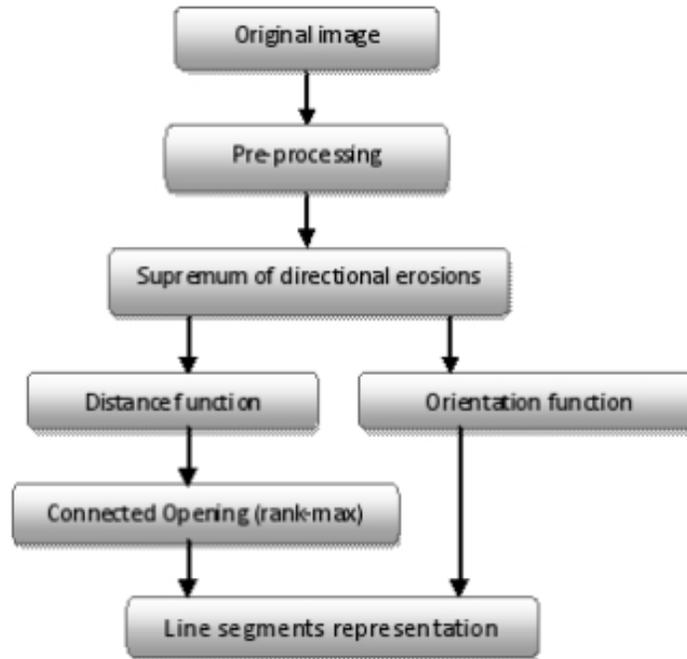


Figure 6. Procedure scheme for computing the orientation field

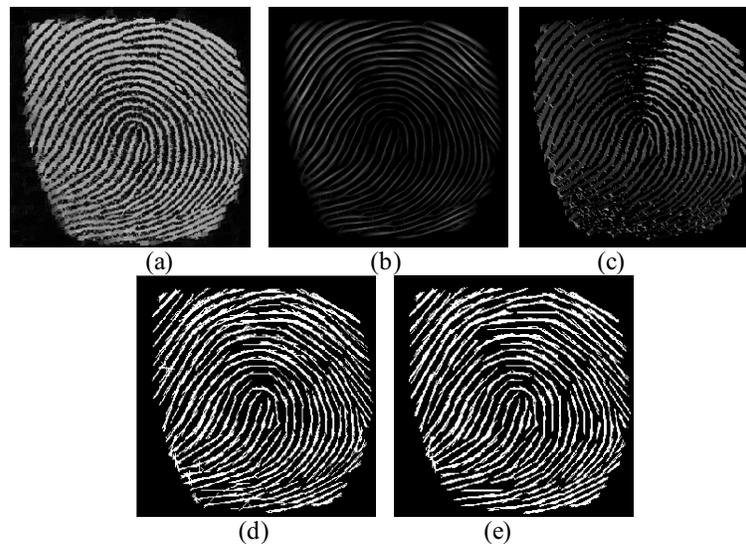


Figure 7. a) Tophat 4, b) Image distance function, c) Image orientation function, d) Image dilation anisotropy connectec 4, e) Image dilation anisotropy connectec 6

The output image is composed by the union of the images computed by the openings using structuring elements $B_i \in B$, where the number of points of the structuring elements is k (cardinality k , $|B_i| = k$). The set of the structuring elements of size k is given by $B_k = \{B_i: B_i \in B \text{ and } |B_i| = k\}$. Figure 9a illustrates a structuring element B_i with $|B_i| = 49$ ($B_i \in B$), whereas figures 9b-9g show six configurations of B_i with $|B_i| = 16$. The origin of the structuring elements is presented light gray color.

The white color pixels do not belong to the structuring element. Observe that the configurations in figures 9b-9d contain more than 1 connected component, while the configurations in figures 9e-9g are composed of only one connected component.

The rank-max opening is more flexible than the morphological opening because it preserves the regions which contain at least k points. This opening transforms a binary image X into the supremum of all portions of it, consisting of "sufficiently large" subset of a translate of B . However, the main drawback of the rank-max opening lies in the interactions between the connected components. This problem leads to a degradation of the filtered image. Figure 8c shows a case when the rank-max opening.

A solution to this problem can be achieved by introducing the connectivity notion. Consider a subset B_{Ck} of B_k containing all connected subsets of B_k which include the origin of B ($B_{Ck} = \{B_i: B_i \in B_k \text{ y } B_i \text{ conected}\}$). The rank max connected opening is defined, in the binary case, by:

$$\tilde{\sim}_{B,k}(X) = \bigcup_i \{B_i(X): B_i \in B_{Ck} \text{ and } |B_i| = k\}. \quad (11)$$

Unlike the rank-max opening, the connected rank-max opening processes independently each connected component. This means, that every connected component of an invariant of $\tilde{\sim}_{B,k}$ is itself an invariant of $\tilde{\sim}_{B,k}$. Figure 8d illustrates the output image based on a rank-max connected opening. In the gray-level case the rank-max connected opening is expressed by:

$$\tilde{\sim}_{B,k}(f)(x) = \bigcup_i \{B_i(f)(x): B_i \in B_{Ck} \text{ and } |B_i| = k\} \quad (12)$$

Now, it is presented the filtering process to characterize the directional structures of the fingerprints. These directional characteristics are reconstructed starting from 2 images; the first image gives the information of the predominant sizes, while the second one gives the information of the preferential orientations.

This enables to compute a set of line segments that characterize the orientation fields of the image. The application of the rank-max connected filter to the distance function enables us to decrease the number of minima in order to obtain a better description of the image by using the segments of lines as illustrated in figures 7d and figure 7e. In summary, this connected filter allows to leave alone the structures that have specific orientation and size, which are better adapted to the structures.

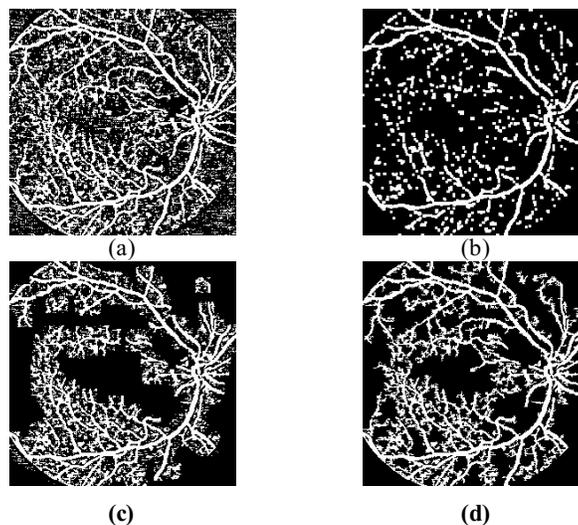


Figure 8. (a) Original Image, (b) Morphological opening size 1 (3x3 píxeles), (c) Rank-max opening with $k=160$, (d) Rank-max connected opening with $k=60$

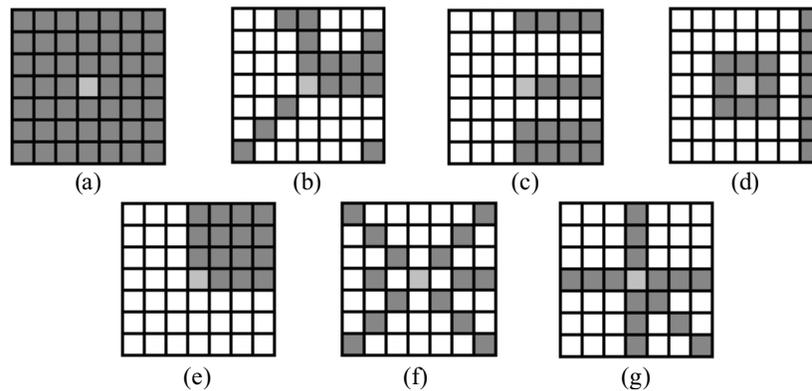


Figure 9. a) Structuring elements B with $|B| = 3$ and $|B_i| = 49$ ($B_i = B$, b), c), d), e), f), g) Six configurations of B_i with $|B_i| = 3$ and $|B_i| = 16$, e), f), g) Structuring elements composed of only one connected component

To better illustrate the performance of this connected filtering process several tree examples figure 10a, 10d, 10f and 10h. Here of orientation detection in fingerprints are carried out. To illustrate the orientation detection with and without filtering process, the line segment and orientation function were computed from the binary images, then a line segment was placed at each maximum of the line segment function by taking into account the direction given by the orientation function. In figure 10b one illustrates the line segments representation without filtering process. Only one point of each regional maximum was selected to place a line segment. Next, a morphological filtering based on a rank-max connected opening of parameters $\mu = 2$, $k = 7$ was applied to the line segments function for obtaining the image in figure 10c, 10e, 10g and 10i. Observe in these last images that the filtered line segments function by a rank-max opening enables us to decrease the number of maxima, then to attenuate the information complexity of the maxima.

Conclusions

In this paper, there were presented two new methods to characterize fingerprints. First some basic concepts were presented in order to explain the proposed methods. The first one is based on the directional granulometries and the notion of quadtree structure. An innovative criterion to discriminate the directional granulometric is applied to the quadtree structure methodology. Thus, it permits to classify the orientation fields at different scales. The proposed homogeneity criterion for selecting the fields at a given hierarchy of the quadtree is specified by the principal minimum (or minima)

of the distribution function of the granulometry. The second proposed method considers a local approach by using the concept of distance function. The maxima of distance function was used for computing the loci of maximal structuring elements and a second function, the orientation function, was used to obtain the angles of the line segments. This pair of local parameters enables to have a good description of the image orientation fields by means of line segments. The regional maxima of the distance function play the main role to detect the principal orientation of the structures. It was shown that with the obtained information, store as the directional fields, is possible to reconstruct the directional behavior of the fingerprint. Indeed, the maxima of the distance function enable us to determine the main structures of the fingerprint while the orientation function provide the directions of these structures. Thus, these local descriptors for the size and orientation provide an excellent reconstruction of the orientations and allow describing the model of the fingerprint orientation pattern in a piecewise manner; this means, it is possible to reconstruct the whole behavior of the ridges shape. This is carried out with only two parameters, size and orientation in some points of the main ridges.

The proposed methods were applied over a set of fingerprints with excellent results, showing robustness for segmenting directional fields. This robustness is due to the fact that our methods extract directional information from multiple scales by taking into account the whole context of the structures contained in the images. Contrary to other methods based on the gradients which are very sensitive to noise and require a final stage to enhance directional fields since they work at pixel scale. Also the main advantages observed against other

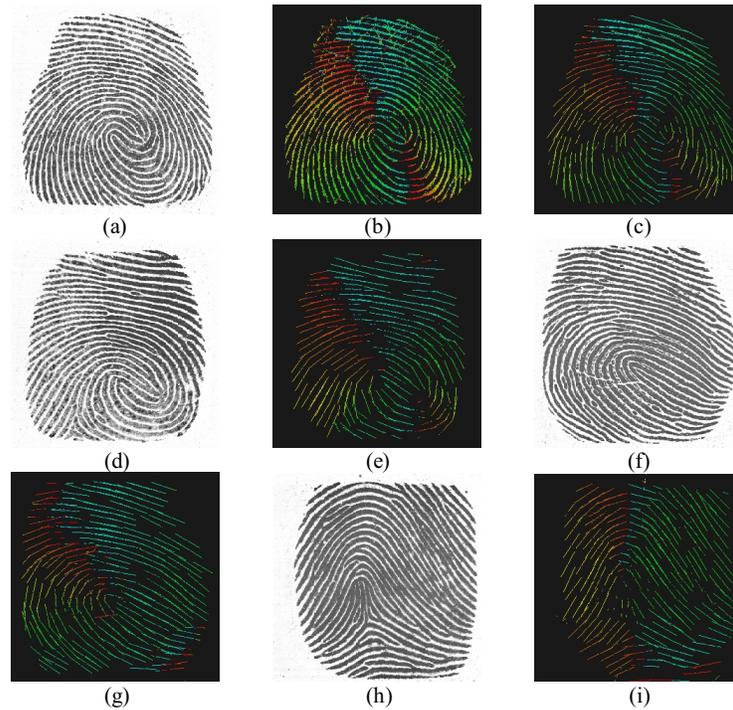


Figure 10. a) Fingerprint type whorl, b) Pre-processing image, c) Orientation function image, d) Line segments representation after a morphological filtering based on a rank-max (2,7), e) Fingerprint type whorl, f) Line segments representation after a morphological filtering based on a rank-max from "e", g) Fingerprint type left loop, h) Line segments representation after a morphological filtering based on a rank-max from "g"

methods that seek the core of the image is that the calculus of the orientation fields are simpler and it is not necessary the detection of the core before compute them.

Acknowledgments

The first author acknowledges the government agency CONACyT for the financial support. Iván Terol would like to thank Diego Rodrigo and Darío T.G. for their great encouragement. This work was supported by de government agency CONACyT (58367) .

References

- Bazen A.M., Gerez S.H. Systematic Methods for the Computation of the Directional Fields and Singular Points of Fingerprints. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 24:905–919. 2002.
- Cappelli R., Lumini A., Maio D., Maltoni D. Fingerprint Classification by Directional Image Partitioning. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 21:402-421. 1999.
- Chong M.M., Ngee T.H., Gay R.K. Geometric Framework for Fingerprint Image Classification. *Pattern Recognition*, 30:1475-1488. 1997.
- Dass S.C. Markov Random Field Models for Directional Field and Singularity Extraction in Fingerprint Images. *IEEE Trans. Image Process.*, 13:1358–1367. 2004.
- Greenberg S., Kogan D. Improved Structure-Adaptive Anisotropic Filter. *Pattern Recognition Letters*, 27:59-65. 2006.
- Gu J., Zhou J., Zhang D. A Combination Model for Orientation Field of Fingerprints. *Pattern Recognition*, 37:543-554. 2004.
- Heijmans J.A.M. *Morphological Image Operators*. Academic Press. 1994.
- Jain A.K., Hong L., Bolle R. On-line Fingerprint Verification. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 19:302–313. 1997a.
- Jain A.K., Hong L., Pankanti S., Bolle R. An Identity-Authentication System Using Fingerprints. *Proc. IEEE*, 85:1365- 1431. 1997b.
- Jain A.K., Pankanti S., Hong L. A Multichannel Approach to Fingerprint Classification. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 21:348–359. 1999.
- Jiang X.D., Yau W.Y. Fingerprint Minutiae Matching Based on the Local and Global Structures. *Proc. of the 15th International Conference on Pattern Recognition*, 2:1038-1041. 2000.

- Karu K., Jain A.K. Fingerprint Classification. *Pattern Recognition*, 17:389-404. 1996.
- Kawagoe M., Tojo A. Fingerprint Pattern Classification. *Pattern Recognition*, 17:295-303. 1984.
- Khan A.U., Khan M.K., Khan M.A. Fingerprint Image Enhancement Using Decimation-free Directional Filter Bank. *International Technology Journal*, 4:16-20. 2005.
- Kulkarni J.V., Patil B.D and Holambe R.S. Orientation Feature for Fingerprint Matching. *Pattern Recognition*, 39:1551–1554. 2006.
- Li J., Yau W.Y., Wang H. Constrained Nonlinear Models of Fingerprint Orientations with Prediction. *Pattern Recognition*, 39:102-114. 2006.
- Maio D., Maltoni D. Direct Gray-Scale Minutiae Detection in Fingerprints. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 19: 27-40. 1997.
- Maltoni D., Maio D., Jain A.K., Prabhakar S. *Handbook of Fingerprint Recognition*. New York. Springer Verlag. 2003.
- Maragos P. Pattern Spectrum and Multiscale Shape Representation. *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11:701-716. 1989.
- Matheron G. *Random Sets and Integral Geometry*. New York. Wiley. 1975.
- Meyer F., Maragos P. Nonlinear Scale-Space Representation with Morphological Levelings. *J. Visual Comm. Image Represent.*, 11:245-265. 2000.
- Oliveira M.A, Leite N.J. A Multiscale Directional Operator and Morphological Tools for Reconnecting Broken Ridges in Fingerprint Images. *Pattern Recognition*, 41:367-377. 2007.
- Qi J., Wang Y. A Robust Fingerprint Matching Method. *Pattern Recognition*, 38:1665–1671. 2005.
- Ratha N., Chen S., Jain A.K. Adaptive Flow Orientation Based Feature Extraction in Fingerprint Images. *Pattern Recognition*, 28:1657–1672. 1995.
- Serra J. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. J. Serra, Ed. Vol. II. New York. Academic Press. 1988.
- Sherlock B., Monro D. A Model for Interpreting Fingerprint Topology. *Pattern Recognition*, 26:1047–1055. 1993.
- Soille P. *Morphological Image Analysis*. Heidelberg. Springer-Verlag. 2003.
- Soille P., Talbot H. Directional Morphological Filtering. *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intel*, 33:1313-1329. 2001.
- Vizcaya P.R., Gerhardt L.A. A Nonlinear Orientation Model for Global Description of Fingerprints. *Pattern Recognition*, 29:1221-1231. 1996.
- Zhou J., Gu J. A Model-Based Method for the Computation of Fingerprints Orientation Field. *IEEE Trans. Image Process*, 13: 821–835. 2004.
- Zhou J., Gu J. Orientation Fields of Fingerprints with Rational Complex Functions. *Pattern Recognition*, 37:389-391. 2004.

About the authors

Luis A. Morales-Hernández. Is a Ph.D. student and professor in the engineering faculty in the Autonomous University of Queretaro (UAQ). He received his B.Sc. in electromechanics engineering and M.Sc. degree in Instrumentation and Control Automatic with commendation from the University Autonomous of Queretaro. His current research interests are image segmentation, granulometries morphological and measured microstructure in metals.

Iván R. Terol-Villalobos. He received his BSc degree from Instituto Politécnico Nacional (I.P.N. México), his MSc degree in Electrical Engineering from Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N. (México), and a DEA in Computer Science from the University of Paris VI (France). He received his PhD degree from the Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris (France). Currently, he is a researcher at Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica (Querétaro, México). His main current research interests include morphological image processing, morphological probabilistic models and computer vision.

Aurelio Domínguez-González. He is an electromechanical engineer graduated from the University Autonomous of Queretaro (UAQ) in Mexico. He studied the M. Sc. in mechanical engineering in the Instituto Tecnológico de Queretaro, Mexico (ITQ) and he received the Ph. D. in mechanical engineering from the Concordia University in Montreal, Canada. Actually, he is professor and researcher of the Engineering Faculty of UAQ. His main current research interests are the structural optimization, automatization of manufacture machines and image processing.

Gilberto Herrera-Ruiz. He received his BSc degree in Electronic System Engineering, his MSc degree in Electrical Engineering and his PhD degree Mechanical Engineering. he is member of the National System of Investigators in the Level II. His is current director of the Faculty of Engineering in the Autonomous University of Queretaro. His main current research interests are automatization of manufacture machines and image processing.

Anexo C

Morales-Hernández L. A., Manríquez-Guerrero F., Terol-Villalobos I. R., Domínguez-González A. y Herrera-Ruiz G. 2009b. Acta Microscópica, 18, 174-184.

CARACTERIZACIÓN DE NÓDULOS DE GRAFITO USANDO LA TÉCNICA DE MORFOLOGÍA MATEMÁTICA

L. A. Morales-Hernández^b F. Manríquez-Guerrero^{a*}, I. R. Terol-Villalobos^a, A. Domínguez-González^b, G. Herrera-Ruiz^b

^aCentro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica S.C. Pedro Escobedo, Querétaro, 76700 México

^bFacultad de Ingeniería Universidad Autónoma de Querétaro San Juan del Río, Querétaro, 76807 México

*Autor de correspondencia: fmanriquez@cideteq.mx, Tel: 01(442)2116016, Fax: 01(442)2116001

Recibido: Febrero 2009. Aprobado: Agosto 2009.

Publicado en línea: Agosto 2009.

RESUMEN

El presente trabajo se enfoca a la caracterización de nódulos de grafito usando la técnica de procesamiento de imágenes conocida como morfología matemática. Dos parámetros son principalmente estudiados; la circularidad de los nódulos y la compacidad de la matriz. El uso de ambos criterios circularidad y compacidad permite fijar intervalos cuantitativos para la forma y distribución espacial de los nódulos dentro de la matriz. Estos parámetros son fundamentales para caracterizar los nódulos de grafito dado que están íntimamente ligados al comportamiento mecánico del material (distribución de esfuerzos). Después de segmentar los nódulos, se establecen los criterios de circularidad y compacidad. Resulta interesante la forma en que se determinan ambos criterios, dado que está basada en transformaciones morfológicas básicas como son la apertura, la erosión y la dilatación. En el caso de la circularidad, esta se determina en función del número de componentes conexas de la bisectriz condicional, lo cual no requiere estrictamente hablando de una medida, mientras que en el caso de la compacidad esta se determina a partir de una granulometría calculada sobre la matriz, debido a que esta depende de la tendencia de la distribución de tamaños en la matriz.

Palabras Claves: Nodularidad, compacidad, grafito, bisectriz condicional, granulometría.

GRAPHITE NODULES CHARACTERIZATION USING MATHEMATICAL MORPHOLOGY TECHNIQUES

ABSTRACT

The present work is focused on the characterization of the graphite nodularity based on the well-known image processing technique called mathematical morphology. Two parameters are mainly studied; the circularity and compacity of the matrix. Both criteria, circularity and compacity enable to fix quantitative ranges to the shape and the spatial distribution of the nodules that are linked to the stress distribution. Once the nodules are segmented, the circularity and compacity criteria are established. The manner of determine both criteria is of great interest since they are computed using the basic morphological transformations; opening, erosion and dilation. In the case of the circularity criterion, the numbers of connected components of the conditional bisector inside each nodule are used to determine this criterion. Strictly speaking, this procedure does not require a measure. Whereas, the compacity criterion is determined by a granulometry study since it depends on the tendency of the size distribution on the matrix phase.

Keywords: Nodularity, compacity, graphite, conditional bisector, granulometry.

INTRODUCCIÓN

La microestructura de los metales es crítica para conocer su comportamiento frente a diferentes aplicaciones, por lo que es necesaria la caracterización de parámetros microestructurales. Por ejemplo el tamaño de grano se relaciona con el límite elasticidad [1,2]. Aún más Georgiev relacionó la propagación de la fractura con el

tamaño de grano. En lo que concierne al presente trabajo, las fundiciones dúctiles, pueden considerarse como un material compuesto, donde la matriz de acero y los nódulos tienen un papel relevante en las propiedades mecánicas, dado que los nódulos son parte integral de la fundición, trabajando como “atenuadores de esfuerzos”, puesto que tienen propiedades diferentes a la matriz. De

tal manera que deben estar presentes en la matriz de acero en una forma homogénea y en una cantidad específica, para obtener un óptimo de las propiedades mecánicas tal es el caso del trabajo de Oluwole and O. Olorunniwo [3], donde establecen un modelo de comportamiento de los nódulos con respecto a la distribución de esfuerzos en la pieza. También, influye en las propiedades mecánicas tales como esfuerzos térmicos y mecánicos [4,5], resistencia al impacto [6], comportamiento a la fractura [7-8], la DIS (Ductil Iron Society) en un proyecto publicado por Richard B. Gundlach, [9], realizaron pruebas experimentales con fundiciones con diferentes grados de nodularidad y su efecto sobre la mejora en diferentes propiedades mecánicas. Recientes estudios analizan el proceso de fundición para inducir una distribución y forma de grafito. Guesser et al. [10], mostraron como al incrementar la nodularidad en la fundiciones se incrementa en un 90% la resistencia a la tensión y en un 40% el modulo elástico. Dawson [11], demostró como en fundiciones de grafito compacto se pueden soportar mayores esfuerzos mecánicos y térmicos a partir del cambio de forma del grafito. Hecht et al. [12], cuantificaron las características geométricas de hojuelas de grafito por medio de análisis de imágenes y relacionó el tamaño de las hojuelas con la difusión térmica.

Por otra parte el conocimiento de la distribución del grafito en la matriz ferrítica ha tomado gran importancia. Por ejemplo, Samuelsson and Vomacka [13], relacionaron la forma y distribución del grafito con propiedades de difusión térmica y propiedades tribológicas para la producción de pistones. Igualmente, Dawson [14], mostró que un incremento en la nodularidad y cantidad de nódulos incrementa el modulo de elasticidad y la resistencia al último esfuerzo. Finalmente, Shakhnazarov [15], analizó como al cambiar la matriz ferrítica en fundiciones de acero esferoidal se mejora la calidad del material. Krasovskii [16], estudió tres diferentes fundiciones nodulares donde correlacionó

la forma y el tamaño del grafito con propiedades mecánicas.

Dada la gran cantidad de referencias arriba mencionadas respecto a la mejora en las propiedades mecánicas, consideramos necesario caracterizar fundiciones nodulares solo para los criterios de circularidad y compacidad y no repetir pruebas mecánicas realizadas por especialistas en la materia, puesto que son parámetros determinantes en la calidad de las fundiciones nodulares.

Actualmente las mediciones para el grafito y la tasa de nodularidad son mediciones cualitativas, ya que se dispone de cartas patrón, contra las que se compara la microestructura del material a analizar; esto hace que estas mediciones tengan un margen de error importante ya que dependerán de la percepción y criterio del evaluador. Existen varios métodos para la determinación de la tasa de nodularidad, el método de JIS, el método ASTM A-247, el método AFS y el método de la SAE [17-20]. Todos ellos tienen modelos patrón contra los que hay que hacer la comparación para determinar la nodularidad de la microestructura. Por ejemplo las cartas patrón de ASF, dan una precisión de $\pm 10\%$; la norma ASTM caracteriza las partículas de grafito por número y letra en metalografías idealizadas para ser comparadas, permitiendo obtener un estimado de la distribución y tamaño de las partículas de grafito, (ver Fig. 1), lo cual no es confiable para controlar procesos donde la nodularidad es un factor crítico, como en la fundición de monoblocks de motores. En [21] se muestra un estudio comparativo de determinación de la tasa de nodularidad por diferentes métodos y diferentes laboratorios, los métodos utilizados fueron el JIS, AFS y procesamiento de imágenes. Los resultados no fueron concluyentes, ya que hay mucha dispersión en la determinación, al igual que las mediciones entre laboratorios no muestran la misma tendencia. El método que se comporta de manera similar es cuándo se realiza con procesamiento de imágenes.

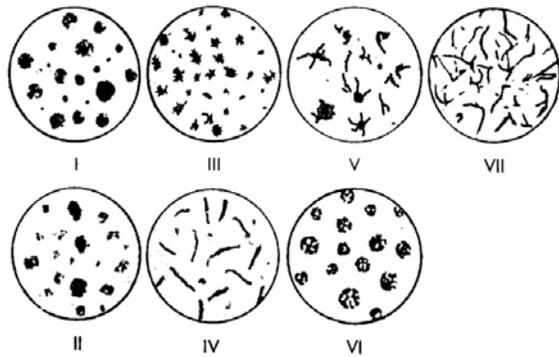


Fig. 1 Clasificación del grafito en fundiciones de hierro según la norma (ASTM A 247).

En el presente trabajo se desarrolló un método para medir nódulos de grafito presentes en una fundición de hierro nodular, basado en técnicas de procesamiento morfológico de imágenes. El sistema de procesamiento de imágenes, permite llevar a cabo de forma automática la medición de los nódulos de grafito, eliminando los errores que pueden ser introducidos por el evaluador.

MATERIALES Y MÉTODOS

Objetivo

La determinación de la nodularidad se basa en la percepción de que los nódulos son lo más cercano a una esfera, de modo que es menos nodular cuando este grafito no tiende a ser circular viendo sólo un plano. El presente trabajo se enfocó al desarrollo de una metodología basada en procesamiento de imágenes para cuantificar nódulos en fundición dúctil considerando los criterios de normas internacionales y definiendo los parámetros, nodularidad y compacidad, para cuantificar los nódulos vía un sistema de procesamiento de imágenes.

Metodología

La preparación de la muestra se realizó siguiendo la metodología establecida en la norma ASTM E3. Posteriormente, las imágenes fueron obtenidas por medio de un microscopio óptico metalográfico Nikon epiphot 200, con sistema de video integrado y una tarjeta

digitalizadora (Mutech 460) y obteniendo imágenes a 200X de magnificación. Como se mencionó anteriormente, la determinación de la nodularidad esta basada en la percepción de que los nódulos son lo más cercano a un círculo. Las cartas patrón son modelos idealizados de comparación, no se tiene un criterio de circularidad para realizar mediciones cuantitativas que permitan tener una mayor confiabilidad al momento de decidir cuando un nódulo es circular o no lo es (es decir pertenece a la clase VI o a otra clase (ver Fig. 2)). Cuando se realiza de manera manual esta clasificación, el resultado depende de la percepción visual del analista.

Sin embargo, un sistema automático basado en técnicas de procesamiento de imágenes no depende del evaluador sino de los criterios que se introduzcan al sistema. Para determinar la circularidad en base a un procesamiento de imágenes, se propone realizar un estudio de la forma de los nódulos utilizando la noción de bisectriz condicional. En lo que concierne a la compacidad, este parámetro es más complejo dado que involucra características como son la cantidad de nódulos por unidad de área, su distribución de tamaños, así como su distribución espacial dentro de la matriz. La metodología propuesta en el presente trabajo se basa en determinar la distribución de distancias entre nódulos utilizando un análisis granulométrico de la matriz.

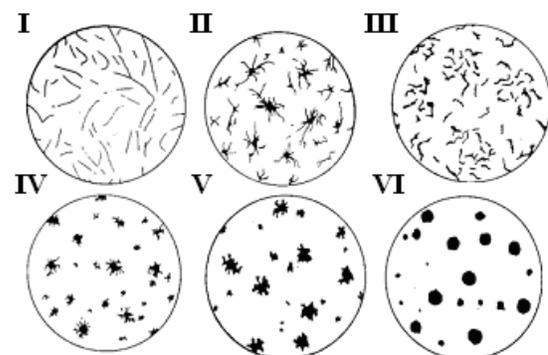


Fig. 2 Clasificación del grafito en las fundiciones de hierro según la norma (ISO 945).

Operaciones Morfológicas Básicas

La morfología se relaciona con la microestructura o la forma de objetos y se utilizan para remover rasgos de forma y tamaño dado. Los filtros morfológicos básicos son la apertura $\gamma_{\mu B}$ y cerradura $\varphi_{\mu B}$ morfológicas usando un elemento estructural μB [22-23]. Donde B es un elemento estructural básico (cuadrado de 3 x 3 píxeles, o recta de 3 píxeles), y μ es un factor de escala. De esta forma el número de píxeles en el elemento estructural μB es de $(2\mu+1)*(2\mu+1)$; por ejemplo para $\mu=2$ el número de píxeles sería de 25. La apertura y cerradura morfológicas se definen de la forma siguiente:

$$\gamma_{\mu B}(f)(x) = \delta_{\mu B}(\varepsilon_{\mu B}(f))(x) \tag{1}$$

$$\varphi_{\mu B}(f)(x) = \varepsilon_{\mu B}(\delta_{\mu B}(f))(x) \tag{2}$$

Donde: $\varepsilon_{\mu B}(f)(x) = \max\{f(y) : y \in \mu B_x\}$ y $\delta_{\mu B}(f)(x) = \min\{f(y) : y \in \mu B_x\}$ son la erosión y la dilatación morfológicas. (\min es el operador mínimo valor y \max es el máximo valor). Otra clase de filtros interesantes, llamados filtros por reconstrucción [24-25], se construyen a partir de las transformaciones geodésicas. En el caso binario la dilatación (erosión) geodésica de tamaño uno de un conjunto Y (marcador) al interior de un conjunto X [25] se define como: $\delta_X^1(Y) = \delta_B(Y) \cap X$ ($\varepsilon_X^1(Y) = \varepsilon_B(Y) \cup X$), dado que en el caso de imágenes numéricas se definen por: $\delta_f^1(g) = \min\{\delta_B(g), f\}$ ($\varepsilon_f^1(g) = \max\{\varepsilon_B(g), f\}$). La transformación por reconstrucción y su transformación dual de un marcador g al interior de f se obtienen iterando las dilataciones y erosiones geodésicas hasta la estabilidad:

$$R(f, g) = \delta_f^1 \dots \delta_f^1 \delta_f^1(g) \text{ y } \tag{3}$$

hasta estabilidad

$$R^*(f, g) = \varepsilon_f^1 \dots \varepsilon_f^1 \varepsilon_f^1(g) \tag{4}$$

hasta estabilidad

En particular cuando el marcador g es igual a la erosión o a la dilatación de la función original se obtienen la apertura y cerradura por reconstrucción:

$$\gamma_{\mu B}(f) = R(f, \varepsilon_{\mu B}(f)) \tag{5}$$

$$\varphi_{\mu B}(f) = R^*(f, \delta_{\mu B}(f)) \tag{6}$$

Segmentación y Clasificación por Criterios de Circularidad

El procedimiento general para la determinación de nódulos esféricos y compacidad se ilustra en la Fig.3.

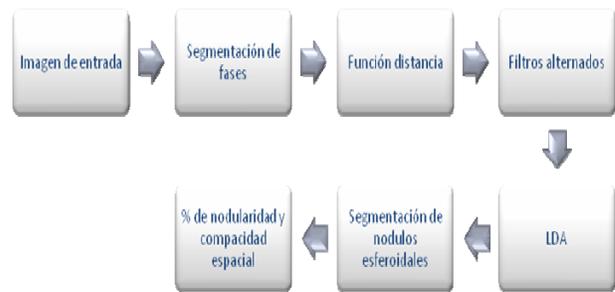


Fig. 3-Metodología de segmentación morfológica nodular. Inicialmente, y con el objetivo de evitar el uso de técnicas basadas en umbrales, la imagen original a 200X (ver Fig. 4(a)) es filtrada. Esto es llevado a cabo mediante el uso de filtros por reconstrucción. Sea f la imagen original, para todo punto “x” de la imagen se obtiene una segunda imagen a partir de la suma $g(x)=f(x)+c$, donde c es una constante que en nuestro caso, después de haber realizado un estudio sobre la totalidad de la imágenes tiene un valor de 60. Se tomaron valores entre 50 a 80 de manera heurística para determinar el valor de c . Posteriormente se realiza la reconstrucción de g en f , es decir, $R^*(f, g)$. La imagen en Fig. 4(b) ilustra el resultado obtenido. A partir de esta imagen filtrada se pueden obtener directamente los nódulos calculando los mínimos de la imagen como se muestra en la Fig. 4(c). Podemos observar que los nódulos que tocan los bordes han sido eliminados. Una vez extraídos los nódulos, se procede a separar aquellos que se

encuentran conectados. Para realizar esta etapa se utiliza la noción de función distancia la cual se define de la siguiente forma:

Función distancia: La función distancia de un conjunto X , es la transformación que asocia a cada elemento $x \in X$, su distancia al complemento de X (X^C) denotado como $d(x, X^C)$. A continuación se muestra la expresión matemática para determinar la función distancia.

$$d_X \left(\begin{matrix} X \rightarrow Z^+ \\ x \rightarrow d(x, X^C) \end{matrix} \right) \quad (7)$$

Se determina entonces la función distancia, ilustrada en la Fig. 4(d) de la imagen binaria Fig. 4(c). La función distancia es filtrada por una apertura morfológica seguida de una cerradura, ambas de tamaño 1, para remover ruido de discretización. Enseguida se obtiene la inversa de la imagen y se calcula la transformación conocida como línea divisoria de aguas LDA (watershed en inglés), que es una herramienta fuertemente usada para la segmentación de imágenes en morfología matemática. Se distingue por obtener contornos cerrados al segmentar imágenes [26] [27]. Se ilustra en la Fig. 4(e). Los contornos de la LDA permiten separar algunos de los nódulos conectados en la imagen original como se muestra en la Fig. 4(f). En las Figs. 4(g) y (h) se ilustra una ampliación de una región de la imagen original y la segmentada, respectivamente.

Clasificación de nódulos por criterio de circularidad.

Después de haber segmentado los nódulos se procede a clasificarlos. Para esto se utilizó el algoritmo de la bisectriz condicional (BC) [27], como método de discriminación para seleccionar cuales nódulos tomar en cuenta para el conteo y cuales no, dependiendo de su morfología. La BC está dada como:

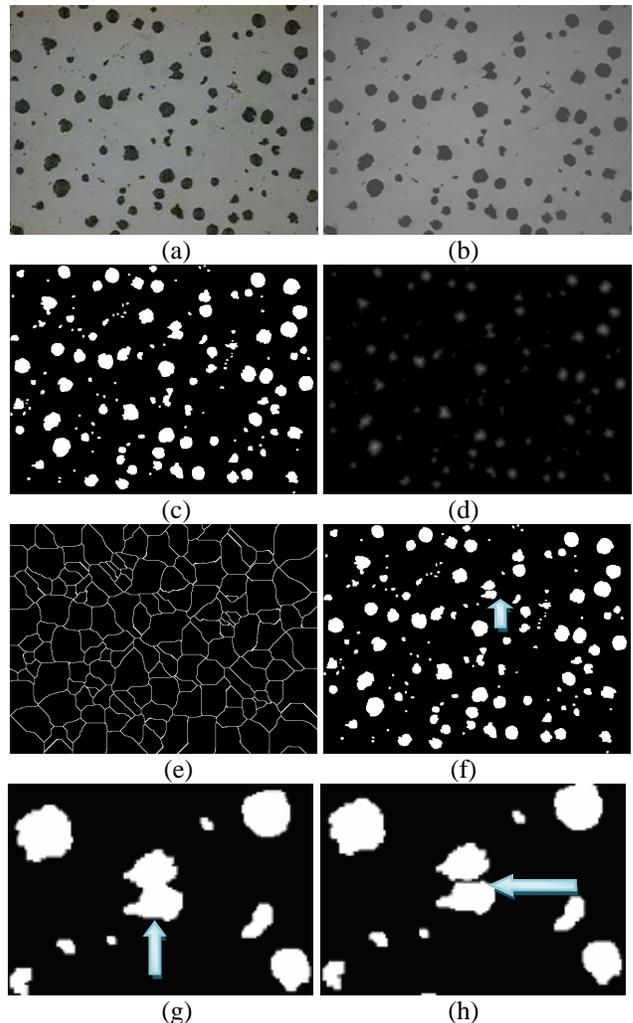


Fig. 4. Secuencia de segmentación y clasificación de la circularidad

$$S(X) = \cup_{i \in N} \{S_i(X)\} = \cup_{i \in N} \{\varepsilon_i(X) \setminus \delta_v(\gamma_B(\varepsilon_{i+1}(X)))\}, \quad (8)$$

La variable v en el dilatado (δ_v) juega un papel primordial; cuando $v = 0$ se obtiene el esqueleto morfológico. La Fig. 5(b) ilustra un ejemplo del esqueleto morfológico obtenido de la imagen en Fig. 5(a). El esqueleto morfológico se ilustra en color negro (puntos negros) sobre-puestos en la imagen original. Para un valor del parámetro $v > 0$ se obtiene el resultado de la Fig. 5(c). Se puede observar que la BC del círculo esta compuesto de una sola región en color negro, mientras que la otra componente que no es similar a un círculo tiene varias

componentes. De esta forma, la BC permite obtener el esqueleto de cada uno de los nódulos de grafito que hay en la metalografía, los nódulos más cercanos a un círculo tendrán un esqueleto formado por una componente conexas. Aquellos nódulos que su esqueleto sea un conjunto formado por varias componentes conexas no se toma como nódulo para el conteo. El criterio para seleccionar un nódulo se basa en el estándar ISO 945, considerando la clase VI como nódulos. La bisectriz condicional (BC) es de gran ayuda ya que para las clasificaciones de I a V se obtendrá una BC con varias componentes conexas. Mientras que los nódulos de clase VI tendrán una componente conexas. La imagen en la Fig. 6(a) ilustra los nódulos en gris oscuro mientras que la bisectriz condicional BC se muestra en blanco (ver zona ampliada en la Fig. 6(b)). Todos los nódulos que tienen una sola componente conexas del la BC son extraídos como se muestra en la Fig. 6(c).

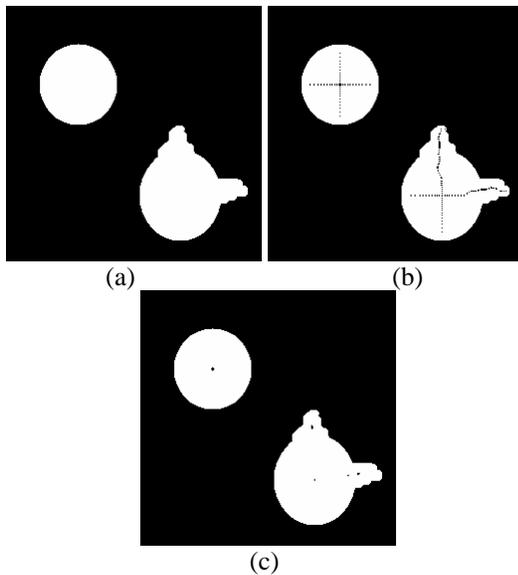


Fig. 5 Esqueleto morfológico y bisectriz condicional

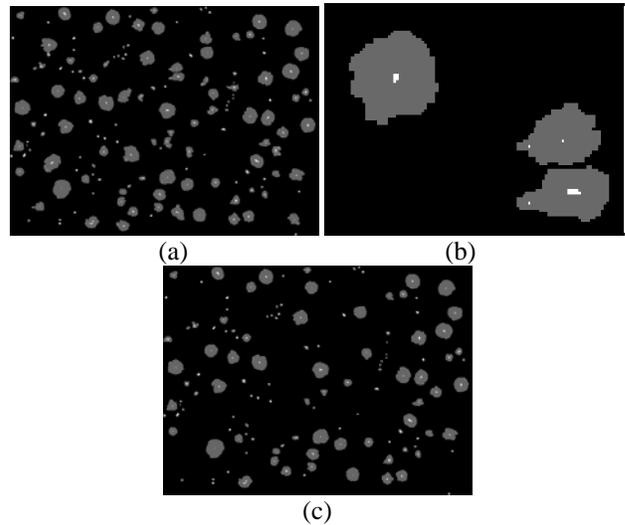


Fig. 6. Clasificación de los nódulos

Compacidad de la Matriz

El concepto de compacidad esta relacionado con la uniformidad de la distribución espacial de los nódulos. Este término está ligado con las distancias entre los nódulos. La morfología matemática provee de diferentes herramientas para determinar las distancias entre objetos (dilatados, erosionados, función distancia, etc.). En este caso se prefirió realizar un estudio granulométrico sobre la matriz usando aperturas morfológicas con el fin de determinar la distribución espacial de los nódulos. La noción de granulometría fue introducida por Serra [26] y se define de la manera siguiente.

Granulometría: Una familia de aperturas $\{\gamma_\lambda\}$ con $\lambda \in \{1, \dots, n\}$, es una granulometría si para todo $\lambda, \mu \in \{1, \dots, n\}$ y toda función f , $\lambda \leq \mu$

$$\Rightarrow \gamma_\lambda(f) \geq \gamma_\mu(f).$$

En la Fig. 7 se muestra el efecto de aplicar aperturas de diferentes tamaños (en este caso sobre la matriz del material). Como se observa en particular en la Fig. 7(d) que las microestructuras que permanecen en la imagen corresponden a los tamaños más grandes de la matriz, las cuales realmente representan las distancias más grandes

entre nódulos, contenidos en la matriz. En la práctica, para determinar las granulometrías (distribuciones de tamaños), se determina el residuo entre dos aperturas de tamaños diferentes $([\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_2}(f)])$. La imagen en la Fig. 7(e) muestra el residuo entre las aperturas tamaños 10 y 20 (Figs. 7(b) y (c)), mientras que la imagen en Fig. 7(f) el residuo entre las aperturas de tamaño 20 y 30 (Figs. 7(c) y (d)) es ilustrado. De esta manera, se dice que $[\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_2}(f)]$ contiene tamaños más grandes que μ_1 , pero más pequeños que μ_2 . Relacionando el tamaño con la distancia entre nódulos, se puede decir que la imagen en Fig. 7(e) contiene zonas con una distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 10 y 20, de la misma forma la imagen en la Fig. 7(f) contiene zonas con distancia uniforme equivalente a los tamaños de aperturas 20 y 30 (de mayor distancia a la de la imagen en Fig. 7(e)).

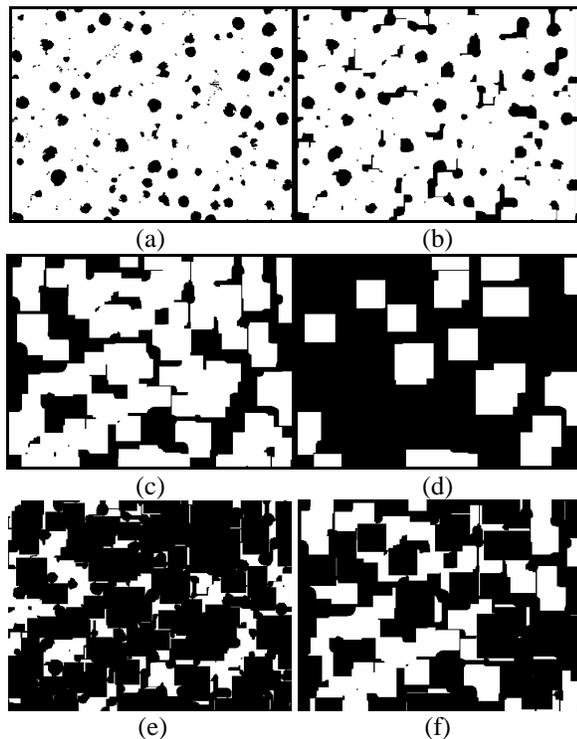


Fig. 7 a) Imagen complemento de los nódulos (matriz), b), c), d) Aperturas morfológicas con tamaños 10, 20 30, respectivamente, e) Residuo entre las aperturas tamaño 10 y 20, f) Residuo entre las aperturas tamaño 20 y 30

RESULTADOS Y DISCUSION

En la Fig. 8 se muestra otros ejemplos de segmentación y clasificación de nódulos. Una vez clasificados los nódulos se puede obtener la distribución granulométrica de los nódulos. Esta medición ha sido realizada en trabajos anteriores [28] y no forma parte de este estudio.

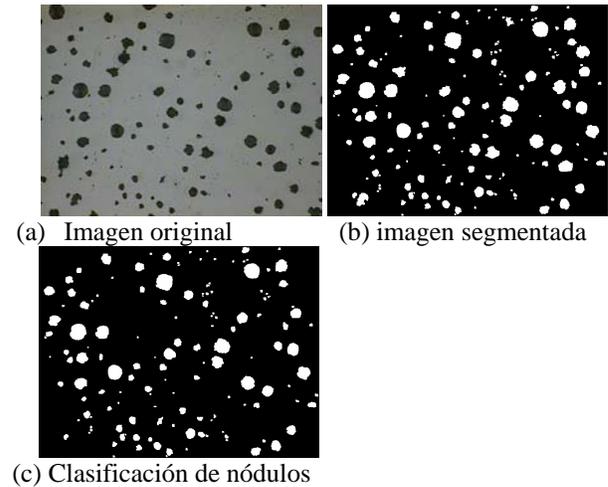


Fig. 8 Segmentación y clasificación de la circularidad; (a), Imagen original, (b) Imagen segmentada, (c) Clasificación de nódulos. (200X).

Una vez segmentada la imagen y determinados los nódulos es posible obtener el porcentaje de nodularidad; este se calcula con la siguiente expresión:

$$\% \text{Nodularidad} = \frac{NE}{N} \times 100 \quad (9)$$

Donde NE son los nódulos que cumplen con el criterio de circularidad y N son el total de nódulos contenidos en la imagen. La **Tabla 1** muestra la evaluación del porcentaje de nodularidad después de aplicar la metodología propuesta en este trabajo a la cual llamamos segmentación morfológica nodular (SMN). Como parte de la validación de éste método, se realizó la determinación del porcentaje de nodularidad utilizando otros métodos como son el método manual, el método de Ruxanda et al. [29], y el método de Imasogie and Wendt [30], encontrando que en la mayoría de las determinaciones es un poco mayor el

resultado, pero puede considerarse dentro de valores equivalentes.

Tabla 1. Determinación de porcentaje de nodularidad por diferentes métodos

Método	SMN [%]	Conteo manual [%]	Ruxanda et al. [%]	Imasogie and Wendt [%]
Muestra 1	85.90	76.54	73.68	61.64
Muestra 2	81.25	80.00	83.54	50.63
Muestra 3	82.4	80.23	87.50	62.02
Muestra 4	82.45	84.00	79.01	64.19

Compacidad de matriz

La distribución de tamaños (granulometría) calculada sobre la matriz permite determinar la compacidad de los nódulos sobre la matriz. En la Fig. 9, se muestran cuatro (4) curvas granulométricas correspondientes a arreglos diferentes de nódulos (Fig.4(a), Fig. 8(a), Fig. 8(b), Fig. 8(c)), y sus aproximaciones polinomiales de orden dos (elipse). Tres de las cuatro granulometrías tienen un comportamiento elíptico. Cuando la tendencia de la distribución de tamaños se aproxima a una elipse indica una distribución espacial uniforme de los nódulos (buena compacidad), mientras que un comportamiento diferente representa una distribución espacial heterogénea de los nódulos (baja compacidad), esto es que hay grupos de nódulos un tanto aglomerados y zonas sin la presencia de nódulos. Esto se muestra en la curva de aproximación elíptica para la muestra 3 (Fig. 8 (c)) que no presenta un comportamiento elíptico (ver Fig. 9); esto se debe a que esta microestructura presenta una distribución espacial no homogénea que se observa entre la mitad superior de la imagen y la mitad inferior de la misma (existe una mayor cantidad de nódulos en la mitad inferior). Todo lo contrario a las imágenes 1 y 2 correspondientes a las microestructuras de la Fig.4 (a) y Fig.8 (a) respectivamente, presentan el comportamiento parabólico indicando la buena compacidad de estas muestras. Finalmente observamos que la Imagen de la Fig. 8(c) (curva de la muestra 4 en la gráfica) es espacialmente menos uniforme como se ilustra en la curva elíptica (en

color púrpura) que corta el eje de los tamaños en un punto mas alejado que las curvas de la muestra 1 y de la muestra 2. La muestra 4 tiene una mayor dispersión con respecto a la muestra 1 y muestra 2, como se puede ver en su curva de aproximación para estas imágenes es similar. Esto se puede observar en la Fig.10 donde se ilustran las curvas granulométricas de las imágenes de las Fig.4 (a) (Muestra 1) y Fig.8 (c) (Muestra 2). La distribución de tamaños de la Imagen de la Fig.8 (c) tuvo una mayor dispersión que la de la Imagen de la Fig.4 (a). Esta mayor dispersión en la granulometría se refleja en una mayor dispersión en las distancias entre nódulos.

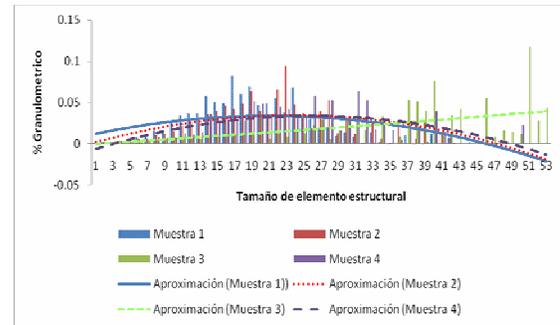


Fig. 9 Distribuciones de tamaños

Igualmente en la figura 11, podemos observar la dispersión granulométrica de la muestra 3 cuando se compara con la de la muestra 1, donde se refleja que hay poca convergencia de las curvas y de esta manera se identifica una baja compacidad en el material.

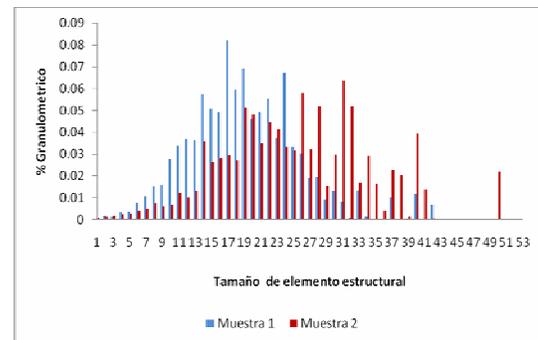


Fig. 10 Distribuciones de tamaños Fig. 4(a) y 8(c).

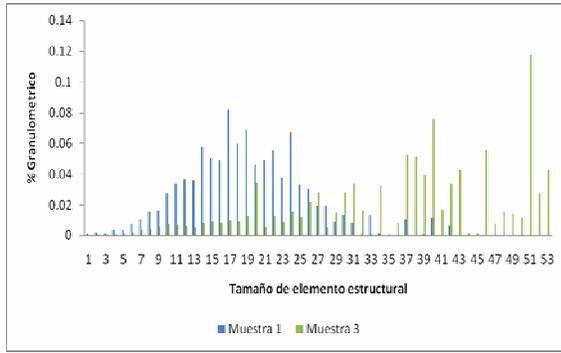


Fig. 11 Distribuciones de tamaños Fig. 4(a) y 8(b).

Se calcularon los valores estadísticos, media, desviación estándar y el coeficiente de variación (CV), los resultados se muestran en la Tabla 2, en la cual muestra el comportamiento de la dispersión de los tamaños de los espacios entre nódulos. La muestra 3 presenta un coeficiente de variación mayor con respecto a las demás muestras indicando de ésta manera que la distribución de tamaños de los nódulos es menos homogénea con respecto a las demás muestras.

Tabla 2. Valores estadísticos

	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4
Media	19.11	22.05	32.83	25.34
Desviación Estándar	6.92	8.02	14.48	9.02
%CV	36.19	36.37	44.09	35.60

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se propuso y desarrolló una técnica de caracterización de nódulos basada en la morfología matemática. Después de segmentar los nódulos, se establecieron los parámetros de circularidad y compacidad. Ambos parámetros se determinaron basándose en transformaciones morfológicas básicas como son la apertura, la erosión y la dilatación. Además el método de segmentación permitió separar aquellos nódulos que se encontraban traslapados o juntos.

En el caso de la circularidad, esta se determinó en función del número de componentes conexas de la bisectriz condicional, lo cual estrictamente hablando no es una medida, sino sólo una relación geométrica. Algo similar

ocurre en el caso de la compacidad, se determinó a partir de una granulometría, ya que esta depende de la tendencia de la distribución de tamaños de nódulos en la matriz. Si el comportamiento de la distribución de tamaños es semejante a una elipse, se considera una buena compacidad.

Finalmente, valores del coeficiente de variación pequeños indicaron distribuciones mas homogéneas, cuando este coeficiente se incrementa se tiene espacios entre nódulos mayores indicándonos una baja compacidad o distribución heterogénea de nódulos.

REFERENCIAS

[1] Georgiev M.N., Kosarev L.N., Mezhova N.Y., Popova L.V. (1974), "Effect of grain size on the resistance of steel to crack propagation", *Metal Science and Heat Treatment*, 16:142-143.

[2] Hornbogen E., Staniek G. (1974) "Grain-size dependence of the mechanical properties of an age-hardening Fe-1 % Cu-alloy", *J. of Materials Science*, 9:879-886.

[3] Oluwole and O. Olorunniwo. (2007) *Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering*, 6(2):79-101.

[4] Maropoulos S., Ridley N., Karagiannis S. (2004) "Structural variations in heat treated low alloy steel forgings", *Materials Science and Engineering A*, 380:79-92.

[5] Ursin V., Trapeznikov D., Kochetov D., Anufriev P. (1971), "Concentration of thermal and mechanical stresses in graphites ", *Strength of Materials*, 3:948-950.

[6] Golovin S., Kuzmenko V., Petrushin G., Pis'mennyi N., Renne I. (1980), "Damping capacity of cast iron with different shapes of graphite inclusions", *Strength of Materials*, 12:360-363.

- [7] She S., Landes J. (1993), "Statistical analysis of fracture in graphite", *Int. J. of Fracture*, 63:189-200.
- [8] Andreiko I. (2003), "Specific Features of the Fatigue Fracture of Graphite Inclusions in Cast Irons and Steels", *Materials Science*, 39:129-131.
- [9] Richard B. Gundlach (2006), DIS Research Project No.37 "Nodularity, its measurement, and its correlation with the mechanical properties of ductile iron" :1-34
- [10] Hecht R., Dinwiddie R., Wang H. (1999) "The effect of graphite flake morphology on the thermal diffusivity of gray cast irons used for automotive brake discs", *J. of Materials Science*, 34:4775-4781.
- [11] Guesser W., Schroeder T., Dawson S. (2001) "Production experience with compacted graphite iron automotive components", *AFS Transactions*, 01-071:1-11.
- [12] Dawson S., Troschel W. (2001), "Process control for the production of CGI", *AFS Transactions*, 175:18-22.
- [13] Samuelsson P., Vomacka P. (2003), "Compacted graphite iron for high performance piston rings", *Shipping World & Shipbuilder*, 1:34-35.
- [14] Dawson S., Schroeder T. (2004), "Practical applications for compacted graphite iron", *AFS Transactions*, 2004. 04-047:1-9.
- [15] Shakhnazarov T., Takhtarova J., (2006), "Dissipative processes during cyclic hardening of spheroidal graphite cast iron", *Russian Metallurgy (Metally)*, 4:323-328.
- [16] Krasovskii Y., Rudenko V., Litovka V., Kalaida V. (2005) "Influence of microstructure and manganese content on the mechanical properties of cast irons with spheroidal graphite", *Strength of Materials*, 16:1001-1005.
- [17] ASTM A247 - 06e1 Standard Test Method for Evaluating the Microstructure of Graphite in Iron Castings (2006):1-4.
- [18] AFS 5-J, *Cast Iron, Quality Control, American Foundry Society. Nodularity Charts*, American Foundry Society", Committee, 200:1-4.
- [19] JIS Handbook (1996) *Ferrous Materials & Metallurgy* Japanese Standards Association:1615-1618
- [20] SAE Standard,(2007), *Automotive Ductile (Nodular) Iron castings*, SAE International: Appendix B
- [21] Baron O.D., Lucas G. M. (2005), "Ductile Iron Nodularity Assessment: A Comparison Between Various Manual Procedures and Image Analysis", *Microscopy and Microanalysis*, 11:691-692.
- [22] J. Serra, (1988), *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Vol. 2, Academic Press, New York",:411-412
- [23] P. Soille,(2003), *Morphological image analysis: Principles and Applications*, 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg,:391-394
- [24] Vincent L. (1993), "Morphological Grayscale Reconstruction in Image Analysis: Applications and Efficient Algorithms", *IEEE Transactions on Image Processing*, 2:176-201.
- [25] Serra J., Vincent L. (1992), "An overview of morphological filtering", *Circuits, Systems and signal Processing*, 11:47-108.
- [26] J. Serra, (1982), *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Vol. 1, Academic Press, New York, 610-614.
- [27] Hugues T., Terol-Villalobos I. R., (1992), Proc SPIE Boston, Binary image segmentation using weighted skeletons, *Image Algebra and Morphological Image Processing*, 1769:393-404.

- [28] Manriquez-Guerrero F., Terol-Villalobos I. R., (2004), “Caracterización de HIPS mediante técnicas de análisis de imágenes”, *Revista Mexicana de Física*, 50:72-74.
- [29] B.I. Imasogie and U. Wendt (2004) “Characterization of Graphite Particle Shape in Spheroidal Graphite Iron using a Computer-based Image Analyzer” *Journal of Minerals & Materials Characterization & Engineering*, 3(1):1-12
- [30] R.E. Ruxanda, D.M. Stefanescu and T.S. Piwonka, (2002), Microstructure characterization of ductile thin wall iron castings, *AFS Trans* 110:1131–1148.