



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Instrumentación y Control Automático

DISEÑO ÓPTIMO DE UNA MICROVIGA PARA MEJORAR SU SENSIBILIDAD POR MEDIO DE ALGORITMOS GENÉTICOS

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

**Presenta:**

Ing. Angel Pérez Cruz

**Dirigido por:**

Dr. Aurelio Domínguez González

SINODALES

Dr. Aurelio Domínguez González  
Presidente

M. C Manuel García Quijada  
Secretario

Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos  
Vocal

Dr. José Antonio Romero Navarrete  
Suplente

Dr. Juan Primo Benítez Rangel  
Suplente

Dr. Gilberto Herrera Ruiz  
Director de la Facultad

Firma

Firma

Firma

Firma

Firma

Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval  
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario  
Querétaro, Qro.  
Octubre 2009  
México

# RESUMEN

La aplicación de los sistemas microelectromecánicos (MEMS) en sensado permite medir variables físicas con frecuencias cada vez más altas; teniendo éstos limitantes en el tamaño de sus partes móviles y amortiguamiento por capa de compresión, mismas que se encuentran relacionadas por el factor Q. En este trabajo se presenta el diseño de una microviga cantilever, por medio de la optimización del factor Q para mejorar la sensibilidad a altas frecuencias de la microviga; proponiendo la incorporación de perforaciones en la microviga. Para evaluar el factor Q se utilizó el método de elemento finito, lo que permitió integrar a la solución modal de la microviga la interacción del fluido circundante mediante un modelo desarrollado a partir las ecuaciones de Navier-Stokes. Dado que la variable a optimizar no es continua se eligió el método de algoritmos genéticos, tomando como variables de diseño la geometría y el número de perforaciones de la microviga. La implementación de este método se combinó con un analizador que determinara las condiciones de trabajo de la viga como es el caso del método de elemento finito. Como primera prueba se demostró que al incluir perforaciones en los diseños convencionales de microvigas se logró aumentar el factor Q; posteriormente resultado de la optimización, se obtuvieron dos diseños con factor Q casi diez veces mayor comparado con los diseños convencionales, lo que representa señales más rápidas y fáciles de detectar. Los diseños obtenidos podrán ser aplicados en la construcción de sensores, por ejemplo, en la detección de masas; para ello es necesario ajustar las variables de diseño a las reglas de diseño de la tecnología MEMS. Por otra parte con este trabajo se inicia el desarrollo de tecnología MEMS en la Universidad Autónoma de Querétaro.

**(Palabras clave:** MEMS, microviga, factor Q, optimización, amortiguamiento de capa)

## SUMMARY

The application of micro electromechanical systems (MEMS) to sensing can measure physical variables with increasingly higher frequencies. It has two principle limitations the size of its moving parts and the squeeze film both of them related by the factor  $Q$ . This work presents the design of a microcantilever beam through the  $Q$  factor optimization to improve the sensitivity at higher frequencies through holes in the microcantilever. To evaluate the  $Q$  factor, finite element method was applied, which integrates the modal solution of microcantilever with the damping model developed from the Navier-Stokes equations. Since the variables to optimize are not continuous, genetic algorithms are applied considering as design variables the geometry and number of holes in the microcantilever. The implementation of this method was combined with the programming of finite element analysis. A first test demonstrated that the incorporation of holes in conventional designs of microcantilevers increased the  $Q$  factor. The result of optimization procedure gives two designs with almost ten times higher  $Q$  factor compared with conventional designs. This is an advantage since it represents sensing signals which are faster and more detectable. The designs obtained can be applied on sensors development, for instance, the detection of mass. To reach this, it is necessary to adjust the variables to the design rules of MEMS technology. Furthermore this work begins with the development of MEMS technology at the Autonomous University of Queretaro.

(Key works: MEMS, microcantilever,  $Q$  factor, optimization, squeeze film)

**A la memoria de mi abuelita  
Quien fue un pilar en mi formación**

# AGRADECIMIENTOS

La base familiar ha sido la clave del mi desarrollo profesional, es por eso que quiero agradecer a mis padres quienes con su cariño y comprensión me han apoyo de forma incondicional; a mis hermanos Rosalía y Rodrigo por el respaldo que me han brindado, a Mónica por compartir su vida conmigo y apoyar todos mi sueños.

También quisiera dar gracias al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el financiamiento otorgado para la realización de mis estudios de posgrado, y a la Universidad Autónoma de Querétaro por cobijarme estos años.

Agradezco a mis profesores por compartir sus conocimientos y brindarme grandes enseñanzas, en especial al mi asesor el Dr. Aurelio Domínguez González por sus valiosas aportaciones en el desarrollo de este proyecto y la confianza depositada en mi. Por último quiero agradecer a Octavio, Liliana, Hiram, Cinthya, Jovanny, Alonso y a mis compañeros del posgrado por su valiosa amistad

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	<b>I</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>II</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	<b>IV</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE CUADRO</b> .....	<b>VIII</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1. ANTECEDENTES.....	2
1.2. JUSTIFICACIÓN .....	3
1.3. OBJETIVO GENERAL .....	4
1.4. OBJETIVOS PARTICULARES.....	5
1.5. HIPÓTESIS.....	5
1.6. PLANTEAMIENTO GENERAL .....	6
<b>2. REVISIÓN DE LITERATURA</b> .....	<b>8</b>
2.1. ESTADO DEL ARTE .....	8
2.2. MICROCANTILEVERS .....	11
2.3. FACTOR Q.....	14
2.4. CAPA DE COMPRESIÓN .....	16
2.5. HERRAMIENTAS DE SIMULACIÓN POR ELEMENTO FINITO .....	18
2.5.1. <i>Análisis por elemento finito</i> .....	19
2.5.2. <i>COMSOL</i> .....	22
2.6. ALGORITMOS GENÉTICOS .....	24
2.6.1. <i>Función Objetivo</i> .....	25
2.6.2. <i>Operadores genéticos</i> .....	29
2.6.3. <i>Algoritmo de Selección</i> .....	31

<b>3. ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO .....</b>	<b>34</b>
3.1. MODELADO 3D .....	35
3.2. MALLADO .....	38
3.2.1. <i>Tipo de elemento</i> .....	38
3.2.2. <i>Implementación</i> .....	39
3.3. PRESOLUCIONADOR.....	41
3.3.1. <i>Material</i> .....	41
3.3.2. <i>Condiciones de frontera</i> .....	42
3.4. SOLUCIONADOR.....	44
3.4.1. <i>Análisis Modal</i> .....	44
3.4.2. <i>Análisis de frecuencias</i> .....	45
<b>4. OPTIMIZACIÓN.....</b>	<b>47</b>
4.1. VARIABLES DE DISEÑO .....	49
4.1.1. <i>Límites</i> .....	50
4.1.2. <i>Restricciones</i> .....	50
4.2. GENERADOR DE POBLACIÓN .....	52
4.2.1. <i>Genes</i> .....	52
4.2.2. <i>Población inicial</i> .....	54
4.3. EVALUADOR .....	57
4.3.1. <i>Modelado genérico</i> .....	58
4.4. PENALIZACIÓN .....	59
4.4.1. <i>Pena de muerte</i> .....	59
4.4.2. <i>Penalización estática</i> .....	60
4.5. REPRODUCCIÓN .....	61
4.6. CRUZAMIENTO .....	63
<b>5. RESULTADOS .....</b>	<b>65</b>
5.1. EFECTO DE LAS PERFORACIONES .....	65
5.1.1. <i>Factor Q</i> .....	66
5.1.2. <i>Frecuencia de resonancia</i> .....	68
5.1.3. <i>Esfuerzos de Von Mises</i> .....	69
5.2. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN.....	70
5.2.1. <i>Evolución del factor Q</i> .....	70
5.2.2. <i>Probabilidad de cruzamiento y reproducción</i> .....	71
5.2.3. <i>Convergencia</i> .....	72
5.2.4. <i>Comportamiento de las restricciones</i> .....	74
5.3. MICROVIGA OPTIMIZADA .....	75

5.3.1. <i>Diseño I</i> .....	76
5.3.2. <i>Diseño II</i> .....	80
<b>6. CONCLUSIONES</b> .....	<b>84</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>86</b>

# ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
3-1	Características físicas del silicio poli-cristalino	42
3-2	Parámetros del modelo de amortiguamiento	43
4-1	Limites de variables de diseño	50
4-2	Generación de cromosomas	53
4-3	Factores de decodificación	55
4-4	Decodificación del gen N	56
4-5	Vector de selección	62
4-6	Repetitividad de los padres	63
5-1	Efectos de perforaciones en diseños analizados	66
5-2	Efecto de posición de las perforaciones	69
5-3	Variables optimizadas	75
5-4	Comparación al diseño I	76
5-5	Comparación al diseño II	80

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1-1	Diagrama a bloques de las etapas del proyecto	6
2-1	Representación esquemática de una viga microcantilever (Lobontiu et al., 2005)	12
2-2	Aplicaciones en detección de masas (Lobontiu et al., 2005)	12
2-3	Modelo equivalente masa-resorte (Rebeiz, 2003)	13
2-4	Curva característica de un sistema resonante (Beeby et al., 2004)	14
2-5	Amortiguamiento por capa de compresión entre placas paralelas. (Gad-el-Hak, 2006)	16
2-6	Estado tridimensional de tensión	20
2-7	Elemento hexaedro	21
2-8	Mallado en análisis por elemento finito (De Silva, 2007)	24
2-9	Diagrama de flujo AG	26
2-10	Función Objetivo	27
2-11	Cruzamiento de punto sencillo	30
2-12	Cruzamiento uniforme	30
2-13	Mutación	31

Figura		Página
3-1	Diagrama de Flujo FEA	35
3-2	Representación geométrica de la microviga	36
3-3	Microviga sin perforaciones	36
3-4	Material removido	37
3-5	Modelo geométrico de la microviga	37
3-6	Elemento tetraedro lineal y cuadrático	38
3-7	Inicialización del mallado	40
3-8	Diferencia en calidad de mallado	41
3-9	Parte fija de la microviga	42
3-10	Análisis en frecuencia	46
4-1	Diagrama de flujo de la optimización	48
4-2	Variables de diseño	49
4-3	Esfuerzos máximos en la microviga	51
4-4	Viabilidad del diseño	51
4-5	Cromosoma	52
4-6	Principio de división de distancias	54
4-7	Función que genera matriz binaria	54
4-8	Decodificación	55
4-9	Generación de diámetros	57
4-10	Evaluador	58

Figura		Página
4-11	Penalización	59
4-12	Penalización estática	60
4-13	Función logarítmica de penalización	61
4-14	Reproducción	62
4-15	Cruzamiento	64
5-1	Diseños propuestos	66
5-2	Comparación de los caso I, II y III	67
5-3	Comparación de los casos I, IV y V	68
5-4	Efecto por separado de las perforaciones	68
5-5	Esfuerzos provocados por las perforaciones	70
5-6	Optimización con $P_c=40\%$ y $P_r=20$	71
5-7	Evolución del factor Q con $P_c=60\%$ y $P_r=10$	71
5-8	Evolución del factor Q con $P_c=60\%$ y $P_r=20$	72
5-9	Evolución del factor Q con $P_c=60\%$ y $P_r=30$	73
5-10	Evolución de los esfuerzos máximos con $P_c=60\%$ y $P_r=30$	74
5-11	Respuesta en frecuencia para las variantes del diseño I	77
5-12	Ancho de banda para las variantes del diseño I	78
5-13	Distribución de la presión diseño IA	78

Figura		Página
5-14	Distribución de la presión diseño IB	79
5-15	Distribución de la presión diseño IC	79
5-16	Respuesta en frecuencia para las variantes del diseño II	81
5-17	Ancho de banda para las variantes del diseño II	81
5-18	Distribución de la presión diseño IIA	82
5-19	Distribución de la presión diseño IIB	82
5-20	Distribución de la presión diseño IIC	83

# 1. INTRODUCCIÓN

La implementación de nuevas tecnologías coadyuvan al creciente desarrollo científico en el mundo, esto debido a la vertiginosa evolución en las áreas de la computación, medicina, bioingeniería, aeronáutica, manufactura, transporte, automotriz, etc. Entre las nuevas técnicas que contribuyen a tales aportaciones se encuentran la micro y nanotecnología.

En la actualidad la microfabricación se ha convertido en la tecnología fundamental para la fabricación de sistemas microelectromecánicos (MEMS), en particular, de sensores y de actuadores miniaturizados. Los MEMS utilizan como bases mecánicas diafragmas, micropuentes o microvigas.

Las microvigas en cantilever son utilizadas como sensores y actuadores en una gama extensa de aplicaciones que incluyen medición de aceleraciones, detección óptica de posición, procesamiento de imágenes, medición y/o pruebas de propiedades físicas en materiales, impresiones superficiales, metrología, metalografía, micro-lubricación, procesos de corrosión, ingeniería celular, entre otros.

Las nuevas aplicaciones de las microcantilevers en la ingeniería moderna requieren de diseños novedosos y efectivos que respondan a altas frecuencias, para así obtener sistemas microelectromecánicos con mayor eficacia y eficiencia.

El presente trabajo muestra el diseño óptimo de una microviga en cantilever con perforaciones cilíndricas, obteniendo una elevada sensibilidad a altas frecuencias. El modelado de la microviga considera un modelo existente de amortiguamiento que actúa sobre el micromecanismo. Este modelo se conjuga con la metodología de Elemento Finito para alcanzar un modelo más completo capaz de describir el comportamiento de todo el sistema. Para el proceso de

optimización se aplica la metodología de Algoritmos Genéticos que junto con el modelo del sistema permitirá encontrar una viga con un factor Q optimizado.

### 1.1. Antecedentes

En el año 1959, Arthur Feynman propuso la posibilidad de manufacturar sistemas ultra-miniatura para una gran variedad de usos, a una escala que involucrara métodos de manipulación en moléculas y átomos (Mahalik, 2006). Tal como lo planteó Feynman, el término "nanotechnology" fue introducido por N. Taniguchi en su artículo: "On the basic concept of nanotechnology" en 1974.

La miniaturización de sistemas evolucionó hacia niveles moleculares, por lo que los diseñadores se enfrentaban a una gran cantidad de problemas aún sin resolver. La investigación y desarrollos tecnológicos en este campo comenzaron desde entonces (Edward, 2001).

Un factor importante en el desarrollo de micro y nanotecnología fue la revolución microelectrónica, que condujo a la producción de chips que procesaban señales y datos cada vez más complejos. Para los años 80s se comenzó a trabajar en ligar las tecnologías microelectrónicas con sistemas de sensado para así crear los llamados microsensores (Gardner et al., 2001).

Las siglas MEMS son el acrónimo de los sistemas microelectromecánicos y fueron acuñadas en los Estados Unidos a finales de los 80s. (Beeby et al., 2004). En el principio de los años 90s los MEMS emergieron con la ayuda del desarrollo en los procesos de fabricación de circuitos integrados (IC), donde los sensores, actuadores y funciones de control se co-fabricaban en silicio (Varadan et al., 2003).

Las microestructuras vibratorias en forma de vigas o placas, fabricadas en silicio por tecnologías microscópicas, recibieron un gran interés puesto que fueron utilizadas como componentes claves en el desarrollo MEMS incluyendo

microsensores y actuadores (Zhang et al., 2004). A finales de los años 90, la mayoría de los dispositivos MEMS, sensores y actuadores eran fabricados usando micromaquinados de silicio (Varadan et al., 2003).

Desde los años 90s y hasta la actualidad el desarrollo de estas nuevas tecnologías de fabricación de sensores microcantilever encontraron una gran aplicación en los campos físicos, químicos, y biológicos (Lu et al., 2001).

Actualmente las microvigas en cantilever son utilizadas para una gran variedad de aplicaciones de sensado, donde la alta sensibilidad y la frecuencia de resonancia son parámetros fundamentales (Hutcherson et al., 2004). Por ejemplo, para sensores con frecuencias centrales en el orden del MHz o aún de GHz (Zhang et al., 2003).

Entre las aplicaciones más recientes de las microcantilevers se encuentran varios sensores de ADN (Belaubre et al., 2004; Cha et al., 2009; Seena et al., 2009; Zhang y Shan 2009); de hidrogeno (Chou et al., 2008); de peróxidos (Lock et al., 2009); de humedad (Shi et al., 2008; Lee et al., 2009); de glucosa (Huanga et al., 2009); de flujo de aire (Ma et al., 2008; Ma et al., 2009; Wang et al., 2009 ); infrarrojos (Huang et al., 2008); de presión (Keskar et al., 2008); térmicos (Wua et al., 2008); por mencionar algunos.

## 1.2. Justificación

Hoy día un factor importante en el diseño de microcantilever es la sensibilidad a la alta frecuencia, relacionada directamente por un parámetro conocido como factor Q; dicho factor depende del amortiguamiento presente en el sistema (Pratap et al., 2007).

La tendencia de los sistemas electromecánicos es tener en un solo encapsulado las funciones de sensado, control y actuación; por lo que es

necesario desarrollar microsensores que tenga alta sensibilidad, lo cual se logra a través de valores altos en el factor Q.

Actualmente el mercado de MEMS es valuado aproximadamente en 7 mil millones de dólares, y se espera que para 2012 aumente a 14 mil millones de dólares (Tolfree y Jackson, 2008). Es por eso la importancia de que el país se integre al desarrollo de estas tecnologías.

Hoy en día las industrias comienzan a introducir este tipo de microtecnologías, sin embargo hasta ahora existen muy pocos desarrollos en el país que contribuyan al diseño y fabricación de MEMS, lo que provoca un rezago tecnológico en el país.

### 1.3. Objetivo general

Diseñar una microviga en cantilever que incremente el factor Q con fin de tener mejor respuesta a frecuencias mayores. Para alcanzar este objetivo se propone reducir el amortiguamiento debido a la capa de aire que se localiza entre la microviga y la base por medio de perforaciones, que en un inicio serán cilíndricas. El cálculo del factor Q será obtenido integrando el modelo de elemento finito de la microviga y el modelo de amortiguamiento del aire. Para la optimización del diseño se aplicaran algoritmos genéticos estableciendo como variables de diseño la longitud, ancho y espesor de la microviga, así como número y diámetro de las perforaciones; para obtener una configuración de la viga con características geométricas idóneas y un valor de factor Q optimizado. Para el caso de las variables de diseño se deberán establecer sus límites superiores e inferiores de tal manera que sea posible fabricar la microviga resultante.

#### 1.4. Objetivos particulares

Para cumplir el objetivo general se plantearon los siguientes objetivos particulares:

- Definir el modelo que será utilizado para emular el amortiguamiento de la capa de compresión, y poder utilizarlo en las simulaciones de análisis por elemento finito (FEA), de la misma manera acotar los rangos que tomarán los parámetros de diseño.
- Desarrollar la programación necesaria que permita, a través de los parámetros de diseño, generar las simulaciones FEA para obtener las respuestas del sistema que relacionen el comportamiento del factor Q.
- Plantear e implementar algoritmos genéticos, basados en las respuestas obtenidas en las simulaciones FEA, para obtener uno o más conjuntos de parámetros de diseño que representen vigas microcantilever con alto factor Q y configuraciones geométricas óptimas.
- Analizar las ventajas y desventajas para cada una de las configuraciones de vigas microcantilever que resulten ser óptimas. Para después elegir la viga más apropiada, y que las otras sirvan como base en el desarrollo de futuras aplicaciones.

#### 1.5. Hipótesis

Al incluir perforaciones en la viga microcantilever se disminuirá el efecto del amortiguamiento en la capa de compresión generada por el aire, con lo que se espera aumentar considerablemente los valores del factor Q de ésta.

La obtención de los parámetros de la viga microcantilever por medio de algoritmos genéticos dará como resultado uno o más conjuntos de parámetros óptimos; estos contarán con valores altos de factor Q y características geométricas deseables, lo que permitirá su uso en diseños y aplicaciones futuras.

### 1.6. Planteamiento general

Para su realización, el presente trabajo se dividió en cuatro etapas que permitieron la realización del mismo, en la Figura 1-1 se muestra el diagrama a bloques de las etapas del proyecto.

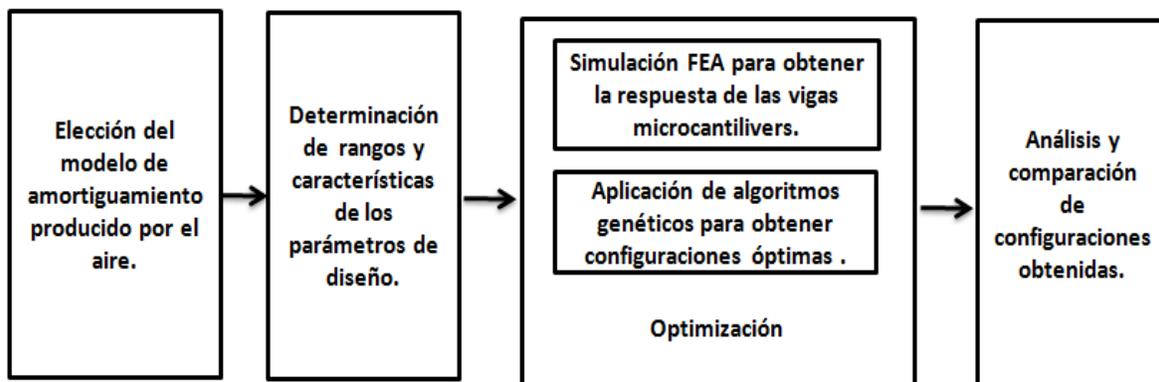


Figura 1-1. Diagrama a bloques de las etapas del proyecto.

Primero se estudiaron los diferentes modelos para el amortiguamiento en la capa de compresión en MEMS, analizando las ventajas y desventajas de cada uno, eligiendo el modelo de Navier-Stokes para ser implementado en los modelos y simulaciones FEA.

Así mismo, se definieron los rangos para las propiedades geométricas de la viga, es decir cual serán los valores mínimos y máximos que éstos podrán tomar en el diseño; también se determinaron las características de los parámetros que dependen directamente de los orificios, como lo son: diámetros, número y distribución de las perforaciones.

A continuación se eligió COMSOL como el software en el cual se realizaron las simulaciones FEA, ya que por medio de este análisis se obtiene la fácil solución de geometrías irregulares a diferencia de la teoría clásica de resistencia de materiales; después se realizaron las rutinas de programación necesarias para efectuar dichas simulaciones, las cuales permitieron obtener resultados tales como: generación automática de mallados, obtención de respuesta en frecuencia y factor Q.

De manera conjunta a las simulaciones FEA se planteó e implementó la programación de algoritmos genéticos; interactuando con los resultados obtenidos en COMSOL; considerando como función de optimización el factor Q tomando en cuenta las restricciones geométricas de la viga. Así, se consiguió obtener generaciones de parámetros idóneas para mejorar la sensibilidad de la viga microcantilever.

Para finalizar se analizaron las ventajas y desventajas de cada una de las configuraciones resultantes, así mismo se comparó dichas configuraciones para que puedan ser utilizadas en futuras aplicaciones.

## 2. REVISIÓN DE LITERATURA

En este capítulo se presentan el estado actual de los desarrollos concernientes a microcantilevers, modelado de amortiguamiento por capa de compresión y factor Q; así como la descripción de los métodos de elemento finito y algoritmos genéticos que se utilizaron en la metodología de este trabajo.

### 2.1. Estado del arte

Uno de los primeros trabajos que contribuyeron al diseño de microcantilevers fue desarrollado por Darling et al (1997); quienes obtuvieron un método, a partir de la función de Green, que permitió describir las fuerzas que resultan en el amortiguamiento de la capa de compresión. El modelo resultante fue computacionalmente compacto, lo que permitió aplicaciones en la simulación de sistemas microelectromecánicos.

Posteriormente Turowski et al (1999) presentaron resultados sobre simulaciones del amortiguamiento del aire en MEMS, considerando el efecto de la capa de compresión y de la disipación viscosa. Basado en la solución numérica en 3D de las ecuaciones de Navier-Stockes y del modelo de circuito equivalente obtuvo resultados que fueron validados incluso para amplitudes grandes de vibración, a diferencia de modelos anteriores que se limitaban a amplitudes pequeñas.

Vemuri et al (2000) incorporaron un modelo que considera los efectos del borde y el tamaño de la viga, los cuales tienden a dominar la dinámica de los MEMS. La precisión de su modelo estaba dentro del 3% para tamaños de viga entre 10um a 100um.

Por otra parte Lu et al (2001) efectuaron estudios sobre el efecto de una capa de recubrimiento a las vigas microcantilevers, descubriendo que ésta causaba cambios

significativos en el amortiguamiento de la superficie y en el factor  $Q$  , así como la relación que guarda el esfuerzo en la superficie respecto al cambio de frecuencia.

Otra aportación importante fue el estudio del amortiguamiento en microestructuras perforadas, para lo cual Veijola et al (2001) propusieron un modelo compacto para los amortiguamientos en las superficies perforadas. Dicho modelo consideró la impedancia del flujo debida a los agujeros perforados en la ecuación modificada de Reynolds, tomando como parámetros la presión del aire y los radios de las perforaciones.

A la par de los descubrimientos respecto al efecto del amortiguamiento Li et al (2003) diseñaron un sensor microcantilever con alto factor  $Q$ , en el cual el actuador y sensor se encontraban dentro de un chip lo que permitió tener la retroalimentación del circuito integrada en el mismo chip.

Continuando con las soluciones propuestas para modelar el amortiguamiento en vigas microcantilevers Nayfeh et al (2003), a partir de la ecuación para fluidos compresibles de Reynolds, encontraron una expresión analítica que permitió simular de manera muy precisa el problema estructural, hidráulico, así como predecir el factor  $Q$  debido al comportamiento del amortiguamiento.

Adicionando estudios al efecto de las perforaciones en microestructuras Bao et al (2003) realizaron modificaciones a la ecuación de Reynolds agregando un término que relacionó el efecto de amortiguamiento que produce el gas al atravesar las perforaciones. Al introducir el concepto de área efectiva de amortiguamiento, las fuerzas para las microestructuras con perforaciones circulares con formas irregulares pudieron ser encontradas. Los resultados obtenidos por el método modificado de Reynolds fueron muy semejantes a los resultados numéricos obtenidos por ANSYS/FORTRAN.

Una aportación importante al modelo anterior fue desarrollada por Zhang et al (2004), quienes caracterizaron el efecto del amortiguamiento en la capa de compresión sobre una viga resonante, basado en la teoría de elasticidad y en la ecuación de Reynolds para capas incompresibles isotérmicas de gas.

Otro efecto sobre vigas microcantilevers fue la inclusión de una capa de recubrimiento. Sandberg et al (2005) presentaron resultados experimentales y discusiones del efecto sobre el funcionamiento y sensibilidad de las vigas microcantilevers al implantar una capa de oro, encontrando que los factores Q de microcantilevers sin recubrimiento fueron mucho más reducidos que los factores Q de microcantilevers con recubrimiento.

De los modelos más recientes para el amortiguamiento del aire se encuentra el empleado por Braghin et al (2006) quienes consideraron al aire como un fluido viscoso, y en el cual observó dos fenómenos: el amortiguamiento del fluido y amortiguamiento de la capa de compresión. Estos dos términos fueron evaluados a través la ecuación simplificada de Navier-Stockes, el modelo fue implementado y los resultados alcanzados fueron muy cercanos a los medidos experimentalmente en el dispositivo.

Un modelo más completo para microestructuras con perforaciones rectangulares fue presentado por Veijola, (2005), el cual se deriva de las expresiones analíticas para la resistencia del flujo de gas para las simulaciones de FEM. Primero realizó simulaciones en 2D con la ecuación de Reynolds para solucionar la resistencia del flujo del aire en el orificio. Después implementó simulaciones en 3D por medio de las ecuaciones de Navier-Stokes para caracterizar el régimen intermedio debajo de la perforación, en la perforación, y en la salida del gas sobre la perforación. Lo que permitió tener un modelo más exacto en la simulación de MEMS.

El concepto de celda perforada fue introducido por Veijola (2006) para derivar modelos analíticos del amortiguamiento en la capa de compresión perforada. La celda de perforación modela el volumen cilíndrico alrededor de una perforación, lo que permite usar solo una ecuación extendida de Reynolds para modelar el amortiguamiento producido por el flujo del gas en el boquete de aire y en las perforaciones.

Uno de los más recientes modelos de amortiguamiento que consideran los efectos de la capa de compresión en las placas perforadas, se encuentra descrito por Feng et al (2006). Su análisis cuenta con la mayoría de los factores importantes en el

diseño de microestructuras: compresibilidad del aire, efectos en los bordes, y la resistencia causada por el flujo de aire vertical que pasa a través de los agujeros perforados. Este análisis se puede utilizar para estimar los efectos del amortiguamiento de la capa de compresión y la rigidez, agregados al sistema.

En años recientes el estudio del amortiguamiento se ha concentrado en modelos numéricos que simulan su comportamiento tales como los presentados por Stolarski (2009); Veijola y Lehtovuor (2009) y Mustafa et al (2009). También recientemente Suijlen et al (2009) han estudiado el efecto térmico en el comportamiento del amortiguamiento

En cuanto a la optimización de MEMS Han et al (2004) utilizaron métodos de gradientes para optimizar dimensiones. Avances significativos en la optimización de sensores se han presentado; como el sensor de inclinación desarrollado por Jung et al (2007) y el sensor infrarrojo diseñado por Smith et al (2007). También se han presentado trabajos de optimización en las dimensiones de microactuadores (Papila et al., 2008; Lannacci et al., 2008). El trabajo más reciente, a diferencia de los anteriores utiliza algoritmos genéticos para optimizar la geometría de un acelerómetro (Coultrate et al., 2008).

## 2.2. Microcantilevers

Las microcantilevers se pueden utilizar en el régimen cuasiestático o estático, si se desea generar o medir deflexiones y/o ángulos; o en el modo oscilante cuando se va a determinar y monitorear las frecuencias. Existen dos categorías principales de microcantilevers.

La primera categoría incluye las configuraciones que son diseñadas para aplicaciones de fuerzas atómicas microscópicas (AFM), donde la flexión hacia afuera del plano de la microcantilever es superpuesta por un movimiento plano de cualquier otra microcantilever, tal movimiento tridimensional puede ser medido por medio de la

extremidad libre que presentan las microcantilever, según lo mostrado en la Figura 2-1 (Lobontiu et al., 2005).

La otra categoría contiene las microcantilevers que se diseñan como dispositivos de detección en usos tales como sensores de masas, la Figura 2-2 ilustra este principio.

En la detección, la microcantilever se desvía de su posición original, esta alteración se puede cuantificar midiendo la deflexión (generalmente en la extremidad de la microcantilever) con medios ópticos, o supervisando el cambio en la frecuencia natural. En ambos métodos, el conocimiento de las características de la rigidez es necesario (Rebeiz, 2003).

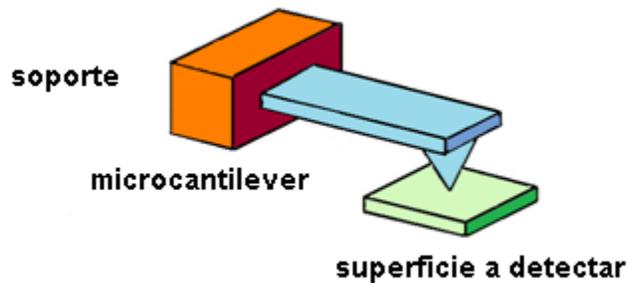


Figura 2-1. Representación esquemática de una viga microcantilever (Lobontiu et al., 2005).

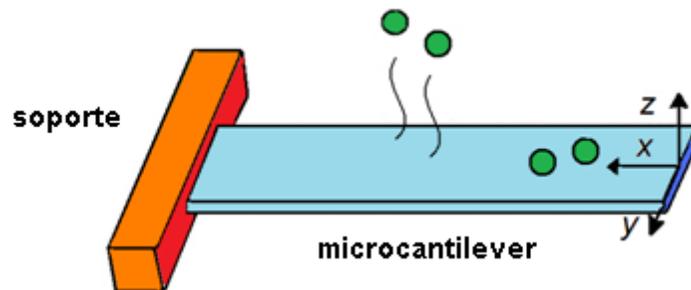


Figura 2-2. Aplicaciones en detección de masas (Lobontiu et al., 2005).

Según lo mostrado en la Figura 2-3, una representación simplificada de la viga puede ser modelada mediante un sistema equivalente masa-resorte. Para tal modelo, la rigidez directa sobre el eje  $z$  tiene que ser calculada directamente o basada conforme a determinaciones previas.

En cuanto a valores comunes de dimensiones de microcantilevers se encuentran trabajos como el de Pourcie et al (2001), quienes realizaron pruebas en microcantilevers de  $500\ \mu\text{m}$  a  $1000\ \mu\text{m}$  de largo con sección transversal de  $20 \times 20\ \mu\text{m}^2$ . Por otra parte, Tringe et al (2004) analizaron un modelo de sensor microcantilever, considerando como dimensiones típicas  $0.9\ \mu\text{m}$  de espesor,  $500\ \mu\text{m}$  de largo y  $100\ \mu\text{m}$  de ancho. Un sensor para detección de masas desarrollado por Lavrik et al (2003), a partir de una microcantilever de  $200\ \mu\text{m}$  de largo,  $50\ \mu\text{m}$  de ancho, y  $1.5\ \mu\text{m}$  de espesor.

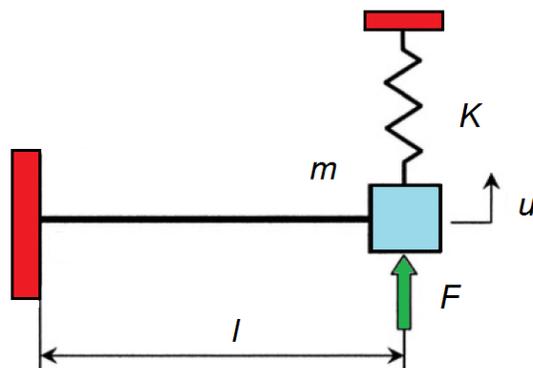


Figura 2-3. Modelo equivalente masa-resorte (Rebeiz, 2003).

Una relación importante entre las dimensiones de microcantilevers fue expuesta por Lu et al (2006), la cual expresa que para vigas cortas, especialmente en las que la relación entre el largo y el ancho es menor a 2, los valores del factor  $Q$  son altos.



Un alto factor Q significa que poca energía es requerida para mantener una amplitud de resonancia constante; también implica que la estructura resonante está bien aislada de sus alrededores, y por lo tanto, la influencia de los factores externos será reducida al mínimo. El factor Q se puede también calcular usando la ecuación (2.2), donde  $f_0$  es la frecuencia de resonancia correspondiente con  $a_{\max}$  (amplitud máxima) y  $\Delta f$  es la diferencia entre las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$ . Las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  corresponden a las amplitudes de la vibración 3 dB por debajo de  $a_{\max}$ .

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (2.2)$$

El factor Q es limitado por varios factores que producen pérdidas de energía en el resonador. Estos amortiguamientos se generan a partir de tres fuentes: la energía pérdida por un fluido circundante ( $1/Q_a$ ); la consumida por el acoplamiento del resonador al soporte ( $1/Q_s$ ) y la disipada internamente dentro del material del resonador ( $1/Q_i$ ). La reducción al mínimo de estos factores maximizará el factor Q según lo mostrado en la ecuación (2.3).

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_a} + \frac{1}{Q_s} + \frac{1}{Q_i} \quad (2.3)$$

Las pérdidas de energía asociadas al factor  $1/Q_a$  son potencialmente las más grandes, y por lo tanto las más importantes de los factores de pérdida. Estas pérdidas ocurren debido a las interacciones del resonador oscilante con el gas circundante.

El amortiguamiento estructural,  $1/Q_s$ , se asocia a la energía disipada por la unión del resonador y su soporte, y se debe reducir al mínimo por medio del diseño estructural.

Por otra parte, el factor  $1/Q_i$  es de importancia fundamental puesto que no afecta solamente al factor Q del resonador, sino que influye directamente en factores como: grado de inmunidad a las vibraciones ambientales, interferencia de estructuras resonantes en derredor y vida útil del dispositivo (Rebeiz, 2003).

## 2.4. Capa de compresión

El amortiguamiento en la capa de compresión se presenta cuando el tamaño de hueco cambia de una manera oscilatoria comprimiendo el fluido contenido en él como se muestra en la Figura 2-5. El fluido, generalmente aire, se atrapa entre la estructura vibrante y el hueco producido por la substracción de material dando por resultado una capa de compresión, que puede reducir considerablemente el factor de calidad del resonador. En algunos casos este amortiguamiento es deseable, pero como con el caso del amortiguamiento de Couette-fluya, es completamente indeseado. Los diseños de MEMS tratan de reducir al mínimo sus efectos y maximizar así el factor Q del dispositivo. Los métodos comunes para disminuir estos efectos de capa de compresión se basan en fabricar agujeros de respiración a través de las placas donde se acumula la presión (Gad-el-Hak, 2006).

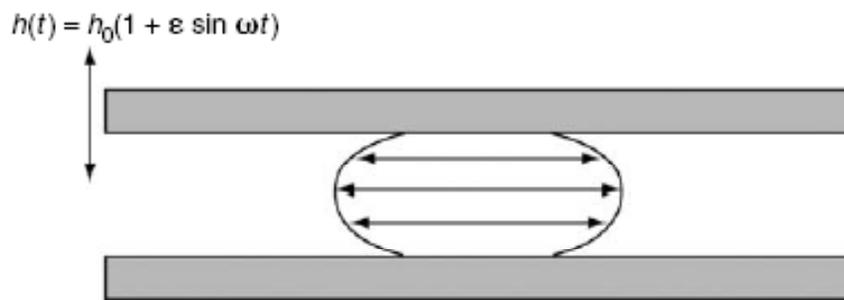


Figura 2-5. Amortiguamiento por capa de compresión entre placas paralelas. (Gad-el-Hak, 2006).

La ecuación de Navier-Stokes, aplicada para el caso de placas paralelas que vibran de manera vertical en forma sinusoidal; fueron la base del análisis que derivó la ecuación de la capa de compresión mostrada en la ecuación (2.4), las variables están normalizadas, de modo que H representa la abertura de la capa,  $\Psi$  es la presión, X y Y son las coordenadas de la placa, T es el tiempo y  $\sigma$  es el número de capa de compresión (Nayfeh et al., 2003). La ecuación (2.5) define el número de capa de compresión, donde  $\mu$  representa la viscosidad del gas,  $\omega$  la frecuencia de oscilación en

el eje  $z$ ,  $L_x$  la longitud de la placa,  $P_0$  la presión del ambiente y  $h_0$  es la separación inicial de las placas (Kwok et al., 2005).

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \Psi H^3 \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left( 6KH^2 \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \sigma \frac{\partial(\Psi H)}{\partial T} \quad (2.4)$$

$$\sigma = \frac{12\mu\omega L_x^2}{P_0 h_0^2} \quad (2.5)$$

Las ecuaciones derivadas previamente pueden ser expandidas para considerar la presencia de agujeros de desfogo en la estructura, esto se puede lograr incorporando en el modelo anterior una condición de frontera distinta ( $\Psi_0$ ), mostrada en la ecuación (2.6), en la ecuación (2.4) para la capa de compresión. (Veijola, 2006).

$$\Psi_0 = \left[ \frac{32 \frac{t}{L_x} \left( \frac{h_0}{L_x} \right)^3 \left( 1 - \left( \frac{L_h}{L_x} \right)^3 \right)}{12 \left( \frac{L_h}{L_x} \right)^4} \right] \left[ \frac{1}{1 + 8 \frac{\lambda}{L_h}} \right] \sigma \quad (2.6)$$

Kim et al en 1999 utilizó otra derivación de las ecuaciones de Navier-Stokes, mostrada en la ecuación (2.7), para modelar la capa de compresión producida por el aire, aplicada en el análisis de microestructuras perforadas.

$$\frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_0}{\partial y^2} = \frac{12\mu}{d_0^3} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (2.7)$$

Para modelar el amortiguamiento por capa de compresión usando la ecuación de Reynolds mostrada en la expresión (2.8), la principal suposición es que el gas en la abertura se considera continuo. La validación de ésta depende de una constante llamada número de Knudsen  $K_n$  definido en la ecuación (2.9), donde  $H$  es la separación entre las dos placas y  $\lambda$  es la distancia o espacio entre dos colisiones sucesivas de las moléculas del gas (Nayfeh et al., 2003). Otro parámetro importante a tomar en cuenta es la viscosidad relativa, la cual se define por la ecuación (2.10).

$$\frac{\partial P}{\partial x} \left( \rho \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial P}{\partial y} \left( \rho \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (2.8)$$

$$K_n = \frac{\lambda}{H} \quad (2.9)$$

$$n_{eff} = \frac{\eta}{1 + 9.638 K_n^{1.159}} \quad (2.10)$$

A partir de la ecuación (2.7) se han desarrollado varios modelos de la capa de compresión en microestructuras. Entre los más sobresalientes se encuentran los desarrollados por Nayfeh et al (2003), ecuación (2.11); Veijola et al (2001), ecuación (2.12) y la desarrollada por Feng et al (2006), ecuación (2.13).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12 n_{eff} \left( H \frac{\partial P}{\partial t} + P \frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{P_0}{12 n_{eff}} \nabla^2 p(x, y, t) - H \frac{\partial p(x, y, t)}{\partial t} = P_0 \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( P H^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( P H^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12 n_{eff} \frac{\partial(\rho H)}{\partial t} \quad (2.13)$$

## 2.5. Herramientas de simulación por elemento finito

El análisis por elemento finito ha surgido en los recientes años como un recurso esencial para los diseñadores mecánicos y estructurales. Su aplicación se ha beneficiado del rápido progreso de la computación, sobre todo en software de diseño asistido por computadora (CAD). Hoy día, un gran número de software de análisis de elemento finito son comercialmente disponibles, y de fácil uso (Nicholson, 2002).

### 2.5.1. Análisis por elemento finito

El análisis por elemento finito (FEA) es una aproximación comúnmente usada para simular una amplia gama de problemas en la ingeniería. El método de elemento finito satisface la solución de ecuaciones diferenciales con condiciones de frontera conocidas, y permite el análisis de geometrías complejas subdividiéndolas en un número finito de elementos más simples. La solución implica el aproximar la función requerida en cada elemento finito, considerando las condiciones de frontera del elemento, y obteniendo los valores nodales de la función para cada elemento particular. Después de considerar equilibrio en los nodos y conocidas las condiciones de frontera globales, se obtiene un sistema de ecuaciones simultáneas. La solución de estas ecuaciones simultáneas implica el uso de álgebra matricial compleja que requiere el empleo de computadoras. Tal poder de procesamiento es fácilmente accesible, incluso las PC's básicas son capaces de solucionar problemas complejos de FEA (Beeby et al., 2004).

#### 2.5.1.1. Elemento Tridimensional

Las expresiones (2.14) (2.15) y (2.16) representan las ecuaciones que gobiernan a un elemento elástico tridimensional.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial z} + f_z = 0 \quad (2.16)$$

Donde los esfuerzos  $\sigma$ , mostrados en la Figura 2-6, están en dirección positiva, y  $f_x$ ,  $f_y$  y  $f_z$  son las fuerzas del cuerpo por unidad de volumen. Por otra parte, la ecuación (2.17) representa la ecuación de esfuerzos del elemento hexaedro, mostrado en la Figura 2-6 (Kwan et al., 1997). Donde  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  y  $[D]$  se definen en las expresiones (2.18), (2.19) y (2.20).

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2.17)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{xz}\}^T \quad (2.18)$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{xz}\}^T \quad (2.19)$$

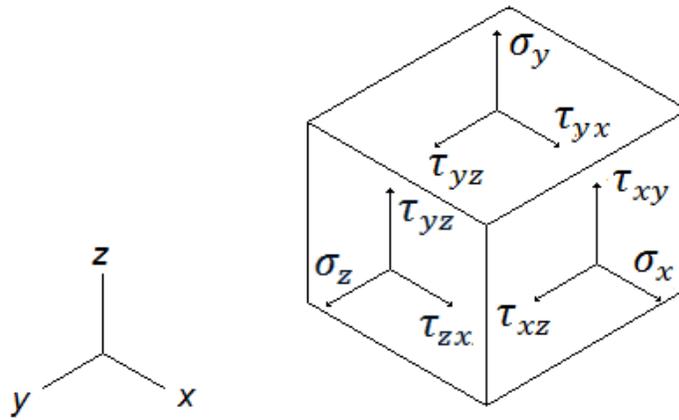


Figura 2-6. Estado tridimensional de tensión.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Definiendo a la matriz B, mostrada en la ecuación (2.21), como la función de forma; y a V como el volumen del elemento hexaedro, se obtiene la matriz de rigidez  $K^e$  representada en la ecuación (2.22).

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial H_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial H_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial z} \\ \frac{\partial H_1}{\partial y} & \frac{\partial H_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial y} & \frac{\partial H_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial y} & \frac{\partial H_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial y} & \frac{\partial H_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial H_1}{\partial z} & \frac{\partial H_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial z} & \frac{\partial H_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial z} & \frac{\partial H_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial z} & \frac{\partial H_4}{\partial y} \\ \frac{\partial H_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial H_1}{\partial x} & \frac{\partial H_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial H_2}{\partial x} & \frac{\partial H_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial H_3}{\partial x} & \frac{\partial H_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial H_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[K^e] = [B]^T [D] [B] V \quad (2.22)$$

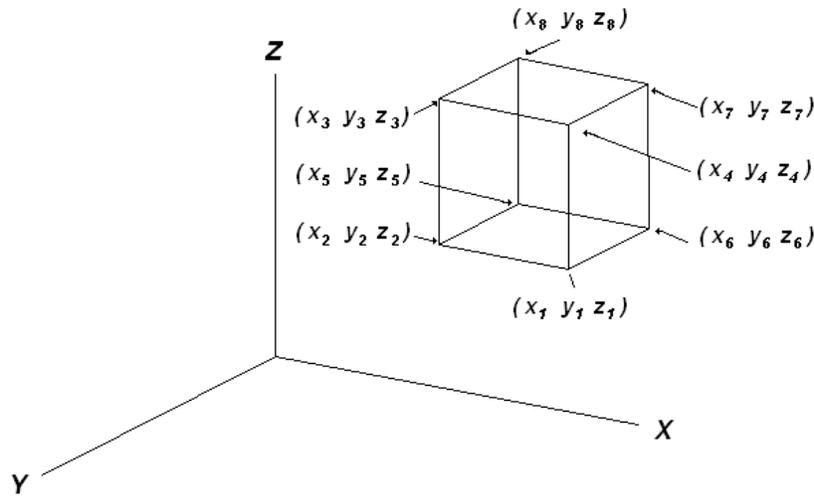


Figura 2-7. Elemento hexaedro.

Para el elemento hexaedro mostrado en la Figura 2-7, la matriz de masas en sistema de coordenadas globales puede ser obtenida a partir de la ecuación (2.23). Después de evaluar la integral en el dominio del volumen, la matriz de masas se puede representar de la forma mostrada en la ecuación (2.24) (Rao, 1999).

$$[M^e] = \iiint \rho [H]^T [H] dV \quad (2.23)$$

$$[M^e] = \frac{\rho V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.23) \quad (2.24)$$

## 2.5.2. COMSOL

Existen muchos paquetes de software comerciales para análisis de elemento finito (FEA) disponibles para el análisis de vibración. Algunos paquetes de software que son utilizados para el análisis de las estructuras genéricas en la ingeniería son: ABAQUS, ADINA, ALGOR, ANSYS, COMSOL, COSMOSWorks, MSC/NASTRAN, DYNA3D, y LS-DYNA (Nicholson, 2002).

El software COMSOL Multiphysics es una herramienta comercialmente disponible capaz de realizar simulaciones estructurales, de vibración (modal, armónico y transitorio), térmicas, acústicas, hidráulicas, electromagnéticas y piezoeléctricas. La principal ventaja con respecto a los otros softwares se encuentra en la posibilidad de generar el análisis desde el editor de Matlab. Normalmente, el FEA por software tiene cinco componentes: planeador, preprocesador, solucionador, y un postprocesador (Beeby et al., 2004).

### 2.5.2.1. Planeador

Esta es una parte muy importante del proceso de análisis. La calidad de los resultados es fuertemente dependiente de la precisión del modelo que representa el problema real que se investiga. Para generar un modelo de elemento finito típico, todos

los factores influyentes deben escrutarse para determinar si sus efectos son considerables o despreciables en el resultado final.

#### *2.5.2.2. Preprocesador*

La fase del preprocesador en general involucra definir el tipo del elemento finito a utilizar, crear la geometría, aplicar una malla, asignar propiedades, aplicar cargas y condiciones de frontera (De Silva, 2007).

La generación de la malla es el proceso de dividir el continuo en varias partes discretas o los elementos finitos. Entre más fina sea la malla, más exacto será el resultado, pero más largo el tiempo del proceso. Por consiguiente, una relación entre la exactitud y la velocidad de la solución normalmente es establecida. La malla puede crearse manualmente o puede generarse automáticamente, o, como en la mayoría de los casos, en una manera combinada.

La red manual es un proceso largo y tedioso para modelos con un alto grado geométrico de complicación, pero con herramientas útiles que surgen en los preprocesadores, la tarea es cada vez más fácil.

Los generadores de la malla automáticos son muy útiles y populares. La malla se crea automáticamente, el único requisito es definir la densidad de la malla a lo largo de los bordes del modelo (Nicholson, 2002). En la Figura 2-8 se muestra un ejemplo del mallado en un modelo por elemento finito.

#### *2.5.2.3. Solucionador*

El solucionador de FEA pueden ser dividido generalmente en tres partes principales: el presolucionador, herramienta matemática, y el postsolucionador. El presolucionador lee el modelo creado por el preprocesador y formula la representación matemática del modelo. Todos los parámetros definidos durante la fase del preprocesador son revisados en este punto, si algo se ha omitido es muy probable que el presolucionador detenga la llamada a la herramienta matemática. Si el modelo es

correcto, el solucionador procede a formar la matriz de rigidez y la matriz de masa para el problema, para después llamar a la herramienta matemática que calcula el resultado. Los resultados se envían a un archivo que puede leerse por el postprocesador.

#### 2.5.2.4. *Postprocesador*

En esta etapa se leen los resultados del análisis y se interpretan. Éstos pueden presentarse como una forma deformada del componente, modo de vibración o frecuencias naturales. La mayoría de postprocesadores proporcionan herramientas de animación (De Silva, 2007).

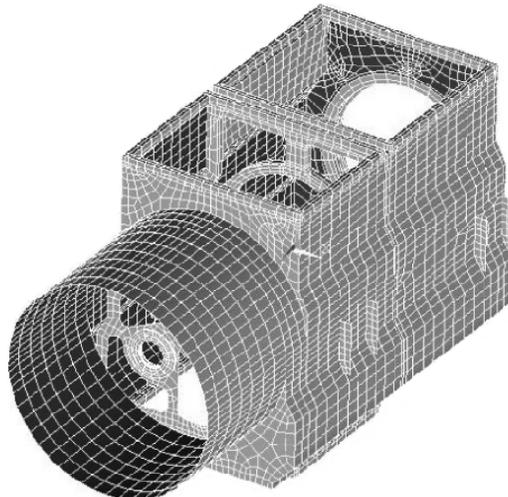


Figura 2-8. Mallado en análisis por elemento finito (De Silva, 2007).

## 2.6. Algoritmos genéticos

Algoritmos Genéticos (GA) se trata de un sistema de representación del conocimiento en el que el aprendizaje se realiza a imitación del proceso de evolución de una especie de seres vivos. Los individuos de esta especie son las reglas, y dependiendo de la adecuación o adaptación de las reglas al entorno, estas pueden verse reforzadas o desaparecer a lo largo del tiempo. Además, durante el proceso de

evolución, los individuos o reglas de una nueva generación pueden sufrir mutaciones, que según el modelo darwiniano se producen de forma aleatoria. Cuando alguna de estas reglas mutada logra una mejor adaptación al medio, sobrevive a sus compañeras peor adaptadas. Sus aplicación fundamental es la optimización de funciones (Goldberg, 1989).

Cada configuración de una solución al problema es representado por una estructura de datos conocido como un individuo. Un individuo tiene dos partes: un cromosoma y una aptitud. El cromosoma de un individuo es compuesto por genes. Los valores que pueden asignarse a un gen de un cromosoma son llamados alelos de ese gen. Un grupo de individuos colectivamente comprende lo que está conocido como una población. Para GA, el tamaño de la población permanece constante para la duración del algoritmo (Olariu, 2006).

Individuos seleccionados de la población actual; llamados padres, son seleccionados basándose en su aptitud; para crear su descendencia. Después de la selección, los operadores reproductores como el cruzamiento y la mutación se aplican a los padres. Esto es análogo a la manera en que se genera la descendencia de los organismos vivientes, una mezcla genética de sus padres. Este proceso se puede observar en la Figura 2-9, en la cual se muestra el diagrama de flujo básico para un algoritmo genético.

### 2.6.1. Función Objetivo

Considerando el problema de optimización de la función  $f(x)$ ; a la ecuación (2.25) se le conoce como función objetivo. Ésta se usa para determinar la aptitud de un individuo (Liu et al., 2003). La Figura 2-10 muestra el proceso en que a través de GA se asigna un valor de aptitud a un individuo. La función objetivo usada en la Figura 2-10 determina la aptitud de un individuo para  $f(x) = x^2$  con  $2 > x > 1$ ; representado en código binario por  $d(ub, lb, l, x) = (ub - lb)decode(x)/2^l - 1 + lb$ , donde  $ub$  denota el límite superior de valor de entrada a la función de evaluación  $f$ , el  $lb$  denota el límite más bajo de valor de la entrada a la función de evaluación  $f$ ,  $decode$  representa el

entero equivalente de la representación binaria, y  $l$  denota la longitud específica del cromosoma (Zilouchian et al., 2001).

$$\text{Maximizar } f(x) \tag{2.25}$$

$$\text{Sujeto a } b_1 \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.26}$$

$$x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}^T \tag{2.27}$$

### 2.6.1.1. Tamaño de la población

El tamaño de la población es el número de individuos que permite la población defendida por un GA. Si el tamaño de la población es demasiado grande, el GA tiende a tomar mucho más tiempo para converger en una solución. Sin embargo, si el tamaño de la población es demasiado pequeño, el GA está en el peligro de convergencia prematura en una solución subóptima. Esto es principalmente porque no puede haber bastante diversidad en la población para permitirle al GA obtener el óptimo local (Liu et al., 2003).

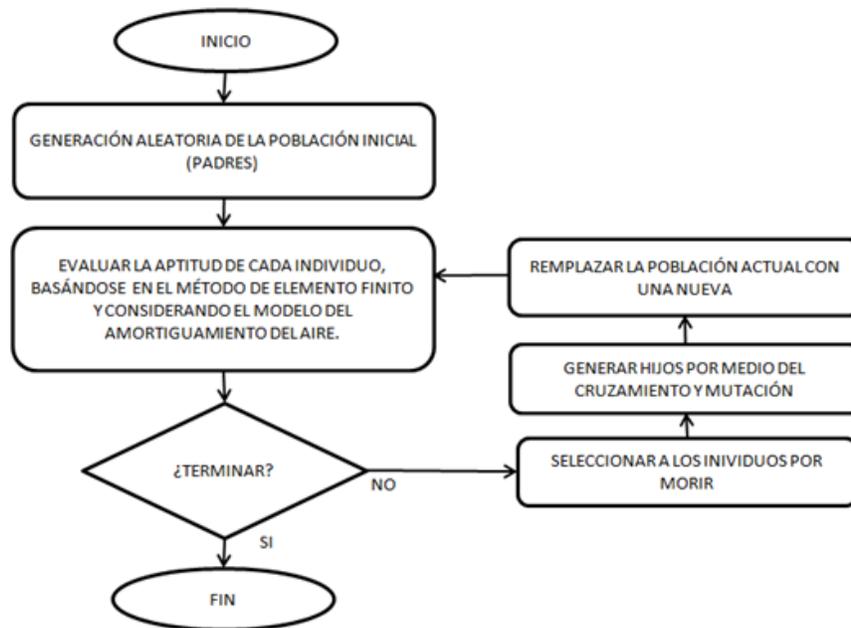


Figura 2-9. Diagrama de flujo AG.

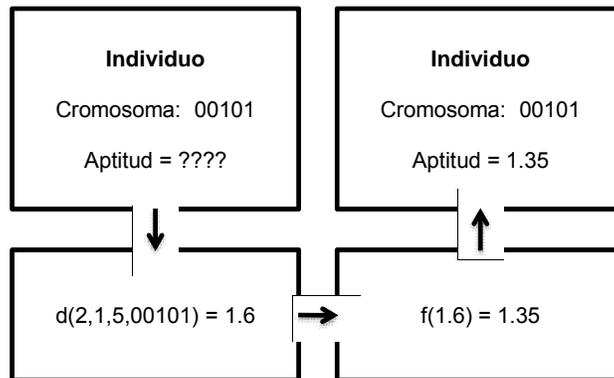


Figura 2-10. Función Objetivo.

### 2.6.1.2. Variables de diseño

Para la función objetivo mostrada en la ecuación (2.25),  $x$  es el vector de parámetros, y es representado tal y como se muestra en la ecuación (2.27). Para GA, los parámetros son representados en código binario o por cromosomas codificados en reales. En los cromosomas de código binario, cada gen tiene dos alelos. En los cromosomas codificados reales, cada variable de un cromosoma es representado por un gen. A estos genes puede asignarse algún valor de  $k$ -valores de alelos. Así, para los cromosomas codificados reales el juego de alelos corresponde al dominio de valores que pueden asignarse a una variable (el gen) (Zilouchian et al., 2001).

### 2.6.1.3. Restricciones

Muchos problemas prácticos contienen una o más restricciones que también deben satisfacerse en la solución obtenida por el algoritmo. Las restricciones normalmente son clasificadas como relaciones de igualdad o desigualdad. Un algoritmo genético genera una sucesión de parámetros simplemente evaluando la función objetivo, y verificando si alguna restricción es violada (Goldberg, 1989). En la ecuación (2.26) se muestran las restricciones para la optimización de la función  $f(x)$ .

#### 2.6.1.4. Funciones de Penalización

Es la técnica más común de incorporación de restricciones en la función objetivo. La idea básica es extender el dominio de la función objetivo a una función sin restricciones de la forma representada en la ecuación (2.28), donde  $\Phi$  es conocida como la función de penalidad y  $r$  representa el coeficiente de penalidad (Goldberg, 1989).

$$\text{Maximizar } f(x) + r \sum_{i=1}^n \Phi [b_i(x)] \quad (2.28)$$

A continuación se representan diversas variantes de la función de penalización:

- **Pena de muerte.** Consiste en asignar una aptitud de cero a un individuo que no sea factible, y tomar el valor de la función de objetivo para los que sí lo sean (Goldberg, 1989).
- **Penalizaciones estáticas.** En esta técnica se definen varios niveles de violación y se elige un coeficiente de violación para cada uno de ellos, de manera que el coeficiente de penalización se incremente conforme se alcanzan niveles más altos de violación de las restricciones. Un individuo se evalúa utilizando la función de penalización mostrada en la ecuación (2.29).

$$\Phi[b_i(x)] = b_i(x) \quad (2.29)$$

- **Penalizaciones Dinámicas.** En esta técnica los factores de penalización cambian con respecto al tiempo. Los individuos de la generación  $t$  se evalúan de acuerdo la ecuación (2.30). Donde  $C$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes definidas por el usuario. Los valores sugeridos por los autores para las constantes son:  $C = 0.5$ ,  $\alpha = 1$  y  $\beta = 1$  ó  $2$ .

$$r\Phi[b_i(x)] = (Ct)^\alpha |b_i(x)|^\beta \quad (2.30)$$

- **Recorrido simulado.** Los coeficientes de penalización cambian cada cierto número de generaciones (cuando el algoritmo ha quedado atrapado en un óptimo local). Los individuos se evalúan usando la ecuación (2.31). Donde:  $\tau$  representa una función de asentamiento y debe ser definida por el usuario. Se sugiere usar:  $\tau_0=1$  y  $\tau_f=0.000001$ , con incrementos conforme a la ecuación (2.32) (Liu et al., 2003).

$$r\Phi[b_i(x)] = \frac{1}{2\tau} b_i(x)^2 \quad (2.31)$$

$$\tau_{i+1} = 0.1\tau_i \quad (2.32)$$

## 2.6.2. Operadores genéticos

La descendencia se crea como resultado de aplicar los operadores genéticos a los individuos seleccionados para ser padres. Hay dos tipos básicos de operadores usados en algoritmos genéticos: el cruzamiento y mutación.

Los operadores de cruzamiento crean la descendencia por la combinación de los cromosomas de los padres seleccionados. La mutación se usa para hacer cambios pequeños al azar a un cromosoma con la finalidad de agregar diversidad a la población.

### 2.6.2.1. Cruzamiento de punto sencillo

El tipo más común de operador de cruzamiento se llama punto sencillo de cruzamiento. En él se toma a dos padres y al azar selecciona un solo punto entre dos genes para cortar ambos cromosomas en dos partes. Éste es conocido como un punto de corte. El operador de cruzamiento toma la primera parte del primer padre y lo combina con la segunda parte del segundo padre para crear el primer hijo. Entonces, de modo similar, el operador del cruzamiento toma la segunda parte del primer padre e integrándose con la primera parte del segundo padre crear un segundo hijo. En la Figura 2-11 muestra un ejemplo del punto sencillo de cruzamiento.

El punto corte en la Figura 2-11 está entre el cuarto y quinto gen. Se combinan los primeros cuatro genes de Padre1 con los últimos tres genes de Padre2 para crear al Hijo1. Para crear al Hijo2, los primeros cuatro genes del Padre2 son combinado con los últimos tres genes del Padre1. Nótese que el punto sencillo de cruzamiento puede generar sólo un subconjunto posible de descendencia por dos padres. Esto es porque sólo pueden cruzarse dos padres en un punto.

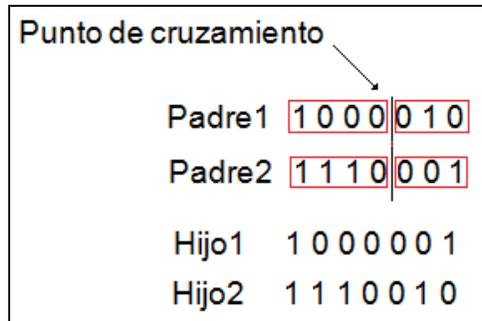


Figura 2-11. Cruzamiento de punto sencillo.

#### 2.6.2.2. Cruzamiento uniforme

Otro tipo de cruzamiento usado en muchos GA se llama cruzamiento uniforme. En el cruzamiento uniforme, el valor de cada gen de un cromosoma es tomado al azar de cualquier padre. En la Figura 2-12 se muestra como el valor de cada gen del hijo 1 se toma al azar de uno de los genes correspondientes de los padres.

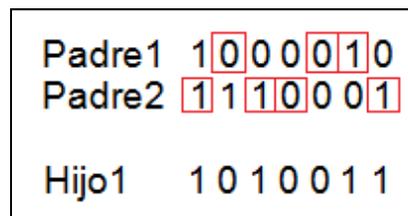


Figura 2-12. Cruzamiento uniforme.

#### 2.6.2.3. Mutación

En la mutación, un gen de una descendencia se altera. En la Figura 2-13, se muestra como se crean el Hijo1 y el Hijo2 vía punto sencillo de cruzamiento y mutación.

El punto de corte está entre el tercer y cuarto gen. Cada gen de cada descendencia se deforma, el Hijo1 tenía un cromosoma 100001, producto del cruzamiento del Padre1 y Padre2, pero su cuarto gen es deformado resulta 1001001. De la misma manera, el Hijo2 era 1110010 pero después de alterar su primer y quinto gen, cambia a 0110110 (Goldberg, 1989).

Padre1	1	0	0	0	1	0
Padre2	1	1	1	0	0	0
Hijo1	1	0	0	1	0	0
Hijo2	0	1	1	0	1	1

Figura 2-13. Mutación.

### 2.6.3. Algoritmo de Selección

Cada GA tiene un subprocedimiento, llamado algoritmo de selección que es la elección de los padres de la población actual a morir para dejar su lugar a los hijos que descendieron y que conformaran la próxima población de los individuos.

La selección de un individuo para volverse padre es principalmente basada sobre la aptitud. Una aptitud buena de un individuo tiene mayor oportunidad de ser seleccionado para ser padre.

La probabilidad que un algoritmo de selección elija a los individuos sobre la media de la aptitud es llamada presión selectiva. La probabilidad de que los individuos por debajo de la media aptitud sean seleccionados se conoce como diversidad del algoritmo de selección.

Si el algoritmo de la selección no proporciona la bastante presión selectiva, la población no convergerá en una solución. Si hay demasiada presión selectiva, la población puede no tener la suficiente diversidad, y converger prematuramente. Hay básicamente tres tipos de algoritmo de la selección: selección proporcionada, selección lineal, y selección de torneo (Zilouchian et al., 2001).

### 2.6.3.1. Selección proporcionada (ruleta)

En la selección proporcionada, los individuos son seleccionados basándose en su aptitud. Su procedimiento es como sigue: Primero se computa  $S$ , la suma de las aptitudes de los individuos en la población. Entonces un número  $P_r$  es seleccionado al azar dentro del intervalo  $[0 S]$ , el cual representa la probabilidad de que el individuo se reproduzca.

Una vez que  $P_r$  ha sido seleccionado al azar, las aptitudes de los individuos escogidos al azar se agregan en una variable  $T$ , obtenida a través de la ecuación (2.33), hasta  $T \geq P_r$ . El individuo cuya aptitud  $T$  causa  $T \geq P_r$ , se selecciona para ser un padre. Para seleccionar otro padre otro  $P_r$  es seleccionado al azar, se inicializa a cero  $T$ , y el proceso es repetido. Este proceso de selección de los padres es similar a girar una ruleta para determinar qué individuo se escoge para ser un padre (Liu et al., 2003).

$$P_r = \frac{T}{S} \quad (2.33)$$

### 2.6.3.2. Selección lineal o de estado uniforme

En la selección de estado uniforme, la población actual de los individuos se ordena del mejor al peor valor de aptitud que se obtiene de la función objetivo. Entonces a cada individuo en la población se le asigna una nueva aptitud, llamada aptitud subjetiva, basada en la aplicación de una función de clasificación jerárquica lineal al conjunto de individuos de la población. La ecuación (2.34) es un ejemplo de una función de clasificación jerárquica lineal donde  $\max$  y  $\min$  representan la máxima y la mínima aptitud subjetiva determinada por el usuario,  $r$  es la formación de un individuo,  $P$  es el tamaño de la población, y  $sf(r)$  es la aptitud subjetiva asignada al individuo por la formación  $r$  de una población .

$$sf(r) = \frac{(P - r)(max - min)}{(P - l)} + min \quad (2.34)$$

Una vez que se asignan los valores de aptitud subjetivos a los individuos en una población, los padres son seleccionados girando una ruleta similar a la usada en la selección proporcionada.

Una ventaja de usar la selección lineal es que la presión selectiva, una vez determinada por el usuario, permanece constante. Sin embargo, una desventaja es que la población debe ordenarse. Otra desventaja es que los individuos con la misma aptitud no tendrán la misma probabilidad de ser seleccionados (Zilouchian et al., 2001).

#### 2.6.3.3. Selección de torneo

En la selección de torneo, un padre es seleccionado comparando al azar  $b$  individuos en la población actual y seleccionando al individuo con mejor aptitud. Un segundo padre puede seleccionarse repitiendo el proceso. La presión de selección por el método de selección de torneo aumenta con los incrementos de  $b$ .

Quizás el método de selección de torneo usado ampliamente es la selección de torneo binario. En la selección de torneo binario,  $b$  es igual a dos. De los tres los algoritmos de selección presentados, la selección de torneo es el método más popular debido a su simplicidad (Zilouchian et al., 2001).

### 3. ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO

En este capítulo se presenta la primer parte de la solución al problema planteado; ésta consistió en realizar el análisis mecánico de la microviga de tal manera que se encontrará una relación para obtener el factor  $Q$ , considerando el efecto de amortiguamiento por capa de compresión; así como también otras variables importantes como lo son esfuerzos máximos y frecuencias naturales.

Sí bien es cierto, la mecánica clásica propone teorías que proporcionan soluciones sencillas para una viga en cantilever; sin embargo al modificar su geometría con la inclusión de perforaciones, estas teorías ya no pueden ser aplicadas. Es por eso que se decidió utilizar el método por elemento finito; puesto que al reducir el problema a pequeños elementos, el cambio en su geometría ya no resulta ser una limitante.

Utilizar software para realizar el análisis por elemento finito representa una gran ayuda en procesos computacionales pesados como los son el mallado, ensamblado y operaciones matriciales. Pero para poder implementar un análisis es necesario saber con qué y cómo se realizará, para poder indicar al software el tipo de análisis que se requiere. Fue necesario plantear de que manera y bajo qué condiciones se realizaría la solución del problema. También fue necesario definir el modelo de amortiguamiento a utilizar, conocer el valor de sus constantes y encontrar la forma de Integrarlo al análisis estructural.

Una vez que se planteó el análisis el siguiente paso fue implementarlo en software para lo cual se utilizó Comsol Multiphysics 3.4 y MatLab 7.0, lo que permitió ligar este análisis con la parte de optimización; y precisamente pensando en el proceso de optimización se implementó una estructura genérica que permitirá una fácil manipulación de variables para poder evaluar cualquier configuración de la microviga.

Para su realización, este análisis se dividió en cuatro etapas tal y como lo muestra el diagrama a flujo presentado en la Figura 3-1, cada una de estas etapas se describe en las siguientes secciones.

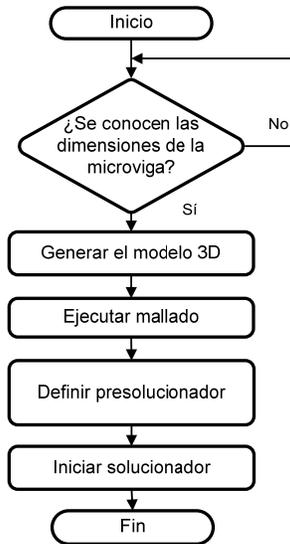


Figura 3-1 Diagrama de Flujo FEA.

Una vez implementado el análisis por elemento finito fue necesario realizar experimentación que comprobara la primera hipótesis plantada en el inicio de este trabajo. Para ello se planteó un análisis que permitiera comparar los efectos causados al introducir perforaciones en diseños convencionales descritos en el capítulo anterior.

A continuación se describe como se planteó y desarrolló el análisis por elemento finito aplicado a la microviga para obtener su factor Q.

### 3.1. Modelado 3D

El punto de partida para cualquier análisis por elemento finito es el modelo 3D; ya que a partir de ahí se extraen las características geométricas de la estructura, y se pueden visualizar simulaciones o resultados del análisis efectuado. En la Figura 3-2 se muestra el modelo geométrico de la microviga, el cual fue realizado en COMSOL como se describe en las siguientes líneas. Ya que el modelo a reproducir consistió en un sólido compuesto, primero se modeló la microviga sin perforaciones, para posteriormente extraerle el número de perforaciones que se requerían.

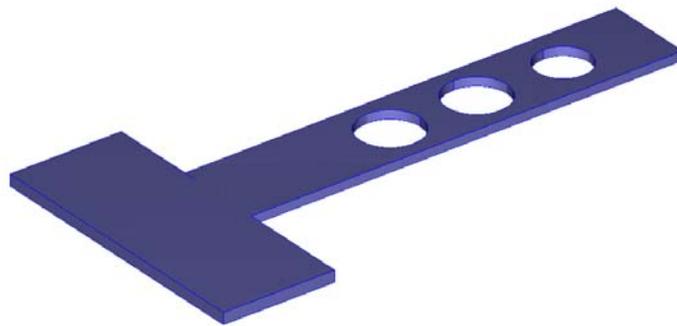


Figura 3-2. Representación geométrica de la microviga.

Para modelar la microviga sin perforaciones se utilizó la instrucción “block3”, a la que se le tienen que definir cuatro parámetros: dimensiones, posición, ejes y rotación. En la dimensión se especifica la longitud (eje x), el ancho (eje y) y espesor (eje z) de éste.

La posición se tiene que definir a partir de las coordenadas donde se colocará la esquina inferior derecha de la microviga, ver Figura 3-3; para la posición de la microviga se definió como coordenadas (0,0,0), el cual será el punto de referencia para ubicar dónde se realizaran las perforaciones. Se definió el vector de orientación como: {0,0,1} que corresponde al sistema cartesiano convencional, obteniendo así la microviga mostrada en la Figura 3-3.

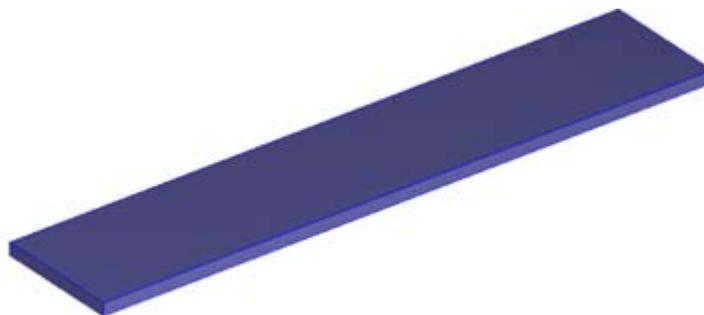


Figura 3-3. Microviga sin perforaciones.

Una vez modelada la microviga fue necesario representar el material que removería para obtener las perforaciones, para lo cual se generaron perforaciones cilíndricas como la mostrada en la Figura 3-4. Para la creación de ésta se utilizó la instrucción “cylinder3”. Al igual que en la microviga, se definieron los parámetros de dimensiones, posición, ejes y rotación; respecto del marco definido anteriormente. Sin embargo los parámetros de dimensión son diferentes, para este caso se deben definir el radio y la altura del cilindro.

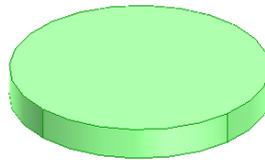


Figura 3-4 Material removido.

El siguiente paso fue efectuar la operación de diferencia entre la microviga y el material por remover; la cual se realizó simplemente efectuando la resta algebraica de los dos sólidos, en la Figura 3-5 se muestra el resultado de esta operación.

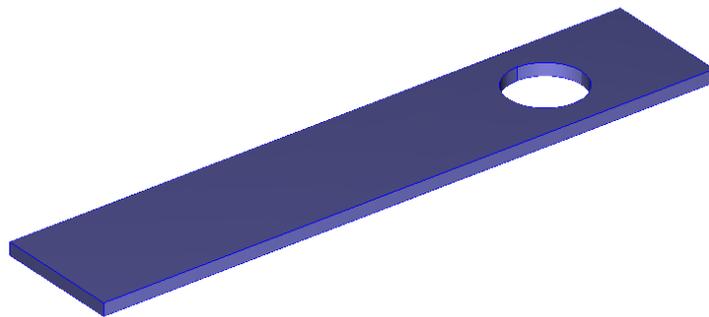


Figura 3-5 Modelo geométrico de la microviga.

Para la implementación de la optimización fue necesario poder evaluar cualquier configuración de las variables de diseño, lo que implicó la inclusión de más perforaciones en la microviga sin perforaciones; sin embargo el proceso fue el mismo, se generaron el número de perforaciones requeridas.

Hasta este punto se logró obtener el modelo 3D de la microviga en función de sus dimensiones y número de perforaciones, culminando así la parte geométrica del problema.

### 3.2. Mallado

Una vez completada la parte geométrica el siguiente paso fue dividir ésta en pequeños elementos, para obtener las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento; de las cuales se puede extraer una aproximación de la solución mecánica de la microviga.

#### 3.2.1. Tipo de elemento

Para discretizar el dominio de la microviga se propuso utilizar el elemento tetraedro, el cual es comúnmente utilizado en software de FEA. Sin embargo este elemento tiene variantes que pueden ser utilizadas, se puede definir al elemento tetraedro como lineal o cuadrático. El lineal cuenta con cuatro nodos, mientras que el cuadrático aumenta a diez nodos como lo muestra la Figura 3-6.

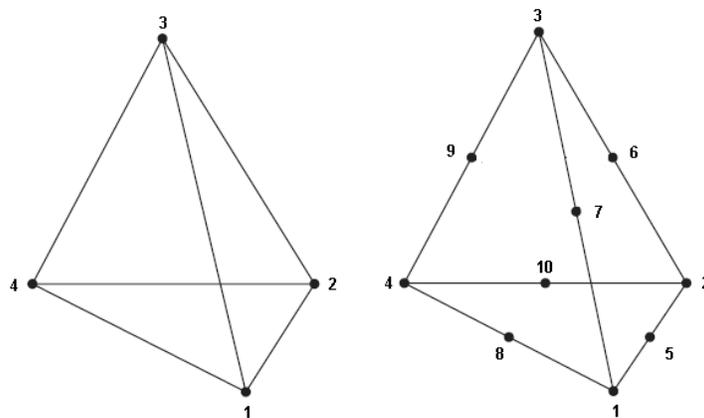


Figura 3-6. Elemento tetraedro lineal y cuadrático.

El aumento de los nodos del elemento trae consigo mayor complejidad en las funciones de forma. Para el elemento tetraedro lineal las funciones de forma se muestran en la ecuación (3.1) para  $H_1 = L_1$ ,  $H_2 = L_2$ ,  $H_3 = L_3$  y  $H_4 = L_4$ . Por lo cual la matriz  $B$  tendría tamaño  $6 \times 12$ , determinando así el tamaño de la matriz de rigidez a  $12 \times 12$ .

$$L_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y + d_i z}{6V} \quad (3.1)$$

Diferente caso sería al usar el tetraedro cuadrático, las funciones de forma cambian, para los cuatro nodos de las esquinas la función de forma es mostrada en la ecuación (3.2).

$$H_i = (2L_i - 1)L_i \quad (3.2)$$

Para los nodos intermedios (5, 6, 7, 8, 9 y 10) las funciones de forma se definen de acuerdo a la ecuación (3.3), en donde los números  $a$  y  $b$  son los números de nodos que definen la arista del nodo en cuestión, por ejemplo para el nodo 4,  $a = 3$  y  $b = 4$ . Para este tipo de elemento la matriz  $B$  se tendría tamaño  $6 \times 40$ , definiendo así el tamaño de la matriz de rigidez a  $40 \times 40$ .

$$H_i = 4L_a L_b \quad (3.3)$$

Analizadas las diferencias las funciones de forma se tomó la decisión de utilizar el elemento tetraedro en su variante cuadrática; pese a que su implementación requirió de mayor costo computacional, el aumento en la precisión fue fundamental para poder contar con mejores los resultados.

### 3.2.2. Implementación

Para comenzar la etapa del mallado fue necesario efectuar una inicialización de la malla, para lo cual se utiliza la instrucción “meshinit”; en la cual se define la

geometría que se le desea aplicar y el tamaño que se desea usar, el software define los siguientes tipos de mallado: extremadamente fino, extra fino, fino, normal, burdo, extra burdo y extremadamente burdo. La Figura 3-7 muestra la inicialización del mallado con tamaño extra burdo para la geometría obtenida en la Figura 3-5.

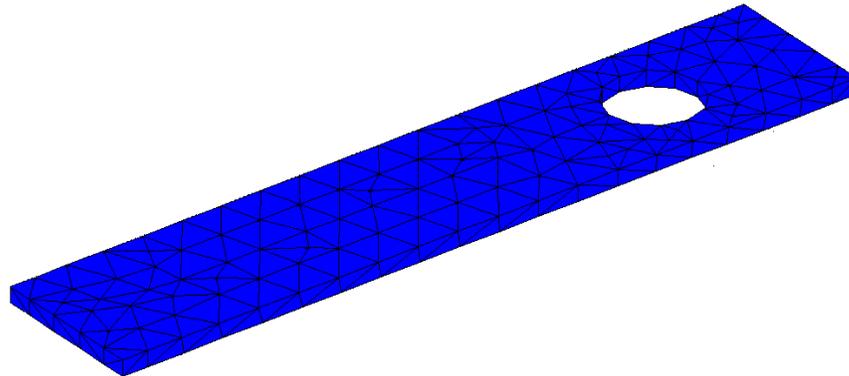


Figura 3-7 Inicialización del mallado.

A la malla inicializada se le aplicó un refinamiento, el cual ajusta los elementos tetraedros en las zonas de las perforaciones para obtener un mallado de mejor calidad que se aproxime más al modelo 3D de la microviga. Para llevar a cabo esta operación se ejecutó la instrucción “meshextend”. Cabe aclarar que esta opción de refinamiento es opcional puesto que si la calidad del mallado es suficiente con la inicialización, no es necesario ejecutar este refinamiento, sin embargo para el caso de la microviga si fue necesario aplicarlo para que las perforaciones circulares quedaran perfectamente definidas.

En pruebas posteriores se tuvieron que hacer algunas correcciones al mallado propuesto inicialmente, ya que dependiendo del tamaño de la microviga por analizar el tamaño del mallado ya no era suficiente para representar lo más semejante la geometría. En la Figura 3-8 se muestra la diferencia en la forma de la perforación al aplicar un mallado burdo y otro fino a una microviga de tamaño  $200\mu\text{m} \times 50\mu\text{m} \times 1.5\mu\text{m}$ .

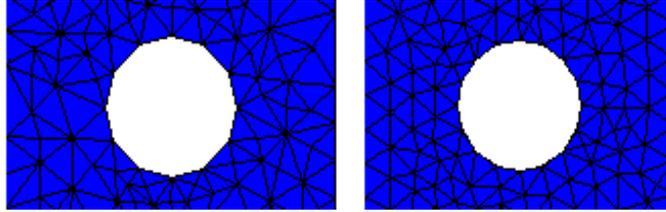


Figura 3-8. Diferencia en calidad de mallado.

De esta manera se obtuvo la etapa del mallado; donde se guardan las coordenadas de los nodos de los tetraedros, representando cada nodo un grado de libertad por analizar. Al determinar la calidad del mallado fina, probablemente para algunas configuraciones sería demasiada calidad, sin embargo fue necesario asegurar que fuera suficiente para cualquier dimensión posible dentro de la optimización.

### 3.3. Presolucionador

Una vez terminado el mallado define los grados de libertad de la microviga, el paso siguiente fue definir los parámetros para la solución problema; tales como el tipo de material de la microviga, las condiciones frontera del problema y el tipo de análisis que se necesitaba aplicar.

#### 3.3.1. Material

Para comenzar la solución del problema fue necesario definir las características físicas del material. Puesto que se debe obtener la matriz de masas y de rigidez, se deben conocer parámetros tales como el módulo de elasticidad y la densidad, entre otros, por lo cual se tuvo que definir el material de la microviga

El material seleccionado fue silicio poli-cristalino, debido a que en la fabricación de MEMS generalmente la capa donde se encuentran las partes móviles es de este material. El Software tiene predefinidos las propiedades físicas de éste, por lo cual se tomaron como base para cargar las variables requeridas en la rutina programada.

Para definir las propiedades del material fue necesario acceder a la estructura “lib.mat{1}.variables” para definir los valores de cada propiedad. Por ejemplo el módulo de Young para el silicio poly-cristalino es de  $160 \times 10^9$  Pa, entonces su definición se hizo de la siguiente manera: “lib.mat{1}.variables. E='160e9[Pa]’”. Siguiendo este proceso se cargó cada una de las propiedades mostradas en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1. Características físicas del silicio poli-cristalino

Variable	Valor
Módulo de Young	$160 \times 10^9$
Relación de Poisson	0.22
Densidad	$2320 \text{ Kg/m}^3$

### 3.3.2. Condiciones de frontera.

Antes de ejecutar el solucionador fue necesario definir las condiciones de frontera del problema a resolver, para ello se utilizó la estructura “bnd”. La primera condición a considerar fue que parte de la microviga sería la fija y cuáles las libres; siguiendo el modelo de la Figura 3-5 se definió como parte fija a la cara vertical inferior tal y como se muestra en la Figura 3-9, mientras que las caras restantes se consideraron móviles.

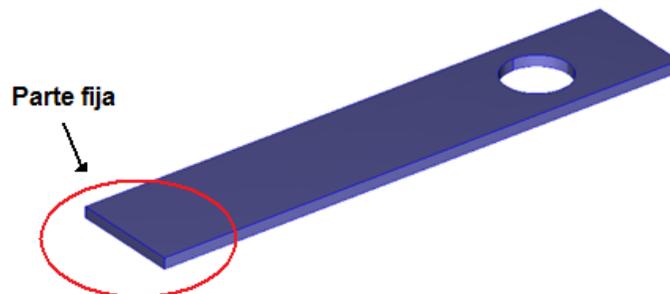


Figura 3-9. Parte fija de la microviga.

Otra condición de frontera que se definió fue las caras en donde actuaría el amortiguamiento de la capa de compresión, para lo cual se estableció la parte inferior de la microviga.

Determinado lo anterior se procedió a declarar estas dos condiciones en la rutina; esto a través de la estructura “bnd.name = {'fijo','default','film damping'}” en la cual se crean tres grupos de condiciones frontera. El grupo fijo representa la cara fija de la microviga; el default describe una cara de movimiento libre y sin amortiguamiento; mientras que film damping emula una cara con movimiento libre y con amortiguamiento de capa. Estas características se definieron con la estructura “bnd.constrcond = {'fixed','free','free’}”.

Una vez definidos estos grupos sólo restó establecer que grupo le corresponde a cada cara, utilizando la estructura “bnd.ind = [1,2,3,3,2,2,2,2,2]” se logró este proceso. La estructura utilizada representa un vector con número de elementos igual al número de caras, así que sólo se determinó a qué grupo pertenecía cada cara; por ejemplo la cara uno está regida por el grupo fijo (1), mientras que la cara tres lo está por el grupo film damping (3).

Tabla 3-2 Parámetros del modelo de amortiguamiento.

Parámetro	Valor
Distancia inicial entre placas ( $h$ )	2e-6 m
Camino libre medio ( $\lambda$ )	70e-9 m
Presión ambiente ( $P_a$ )	101.3e3 Pa
Viscosidad dinámica ( $n$ )	20e-6 Pa s

Por otra parte se tuvo que definir las características del grupo film damping, la principal de ellas fue definir con qué modelo se describiría el comportamiento del amortiguamiento por capa de compresión. El modelo elegido fue el desarrollado más reciente de los que se analizaron, mostrado en la ecuación (2.13); para poderlo implementar fue necesario definir la viscosidad relativa para la cual se determinaron los

parámetros mostrados en la Tabla 3-2 basándose en el trabajo realizado por Veijola en 2006.

Con estos parámetros lo que se realizó en el programa fue integrar la ecuación (2.13), de tal manera que dependiendo de la posición de la microviga se calculara la presión en la cara donde se tiene contacto con el gas. De esta manera se completó la definición de las condiciones frontera para el problema de la microviga.

### 3.4. Solucionador

Para obtener las variables deseadas, factor Q y esfuerzos se realizaron dos tipos de análisis; primero se realizó para obtener los valores característicos correspondientes a los doce primeros modos de vibración; mientras que el segundo se efectuó para obtener los esfuerzos a la frecuencia de resonancia.

#### 3.4.1. Análisis Modal

El objetivo de este análisis fue encontrar los valores característicos de la microestructura para conocer su frecuencia natural y factor Q. A partir de las matrices de masas, rigidez y amortiguamiento se define la ecuación (3.5) para vibraciones libres.

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = 0 \quad (3.4)$$

$$x = \bar{x}e^{-\alpha t} \quad (3.5)$$

$$(\alpha^2 [M] + \alpha [C] + [K])\bar{x} = 0 \quad (3.6)$$

Se propone una solución de la forma mostrada en la ecuación (3.5), la cual al ser sustituida en la ecuación (3.4) da como resultado la ecuación (3.6), conocida como característica, en donde el conjunto de soluciones para  $\alpha$  es llamado eigenvalores amortiguados, y generalmente pertenecen al conjunto de los complejos.

Para calcular la frecuencia natural del sistema se utilizó la ecuación (3.7) en donde sólo se necesita conocer la parte imaginaria de  $\alpha$  para poder calcularla, sus unidades están dadas en Hz.

$$f = \frac{Im(\alpha)}{2\pi} \quad (3.7)$$

Usando los mismos valores característicos se pudo definir el factor Q de la microviga, a partir de la aproximación definida por Nayfeh et al (2003) en donde este factor se relaciona a través del cociente presentado en la ecuación (3.8). En este punto aún no se introduce el cálculo de esfuerzos máximos, puesto que hay cargas aplicadas a la microviga.

$$Q = \frac{Re(\alpha)}{2Im(\alpha)} \quad (3.8)$$

### 3.4.2. Análisis de frecuencias

Como ya se mencionó antes el efecto del cambio en el factor Q se aprecia en la gráfica de respuesta a la frecuencia, en donde un valor alto de factor Q representará una punta más aguda en la resonancia. Por lo cual fue importante considerar este análisis para observar este cambio en la agudeza.

Otro aspecto importante fue la operación de la microviga a frecuencias muy cercanas a la resonancia, lo cual hizo necesario conocer sus esfuerzos máximos en estas frecuencias; puesto que entre más cerca se encuentre de la resonancia, las amplitudes aumentarán provocando mayores esfuerzos concentrados.

Este aumento en los esfuerzos disminuye la vida útil de los resonadores e incluso pueden provocar falla que ocasionen la pérdida total de éste. Considerando el efecto de los esfuerzos sobre la microviga se decidió utilizar la teoría de la energía de distorsión máxima, para esto fue necesario conocer los esfuerzos máximos de Von

Mises. Para obtenerlos se emplea una relación de los esfuerzos en las direcciones x, y, y z mostrados en la Figura 2-6 como se describió en la sección 2.5.1.

Para determinar estos esfuerzos se propuso realizar un análisis excitando a la microviga con una aceleración de 10g con diferentes frecuencias cercanas a la resonancia; de tal manera que se cubriera la zona en la que las amplitudes aumentan debido al efecto de la resonancia, en la Figura 3-10 se representa la zona en la cual se planteó inicialmente realizar el análisis de esfuerzos, considerando 3 Hz antes y después de la frecuencia de resonancia.

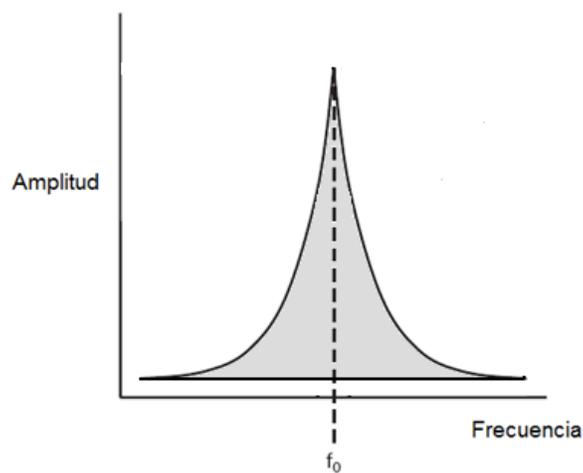


Figura 3-10 Análisis en frecuencia.

El implementar el análisis considerando este barrido de frecuencias implicó un costo computacional pesado; como se mencionará en el capítulo posterior, para la optimización no fue prudente realizar el análisis completo; sin embargo para evaluar la microviga optimizada si fue necesario realizarlo completo.

## 4. OPTIMIZACIÓN

La optimización del factor Q para la microviga cantilever descrita en este capítulo se realizó por medio de algoritmos genéticos. Para efectuarla se tuvo que trabajar de manera paralela el análisis por elemento finito descrito en el capítulo anterior; por ello fue necesario efectuar ambos procesos en un mismo lenguaje de programación.

La idea principal de la implementación de los dos métodos consistió en un programa principal que controlara el proceso de optimización, cuando éste necesitará obtener el factor Q de una configuración particular de la microviga se realizaría una llamada a una estructura FEA. Para ello se utilizaron Comsol Multiphysics 3.4 y MatLab 7.0, debido a la posibilidad de utilizar el primero a través de código en el segundo.

Una vez definidas las herramientas computacionales a utilizar se eligieron las variables de diseño, considerando sólo aquellas que influyen directamente en el factor Q, puesto que la evolución en éstas es lo que permite alcanzar la solución óptima.

El proceso se implementó a partir del diagrama de flujo mostrado en la Figura 4-1, en donde se muestra el camino a seguir para su culminación. Para facilitar la programación cada uno de los procesos involucrados se realizaron en funciones, que controladas por el programa principal permitieron la ejecución del método de optimización.

Como principio del proceso el programa principal hace el llamado a la función “genera población”, la cual es la encargada de obtener la población inicial, es decir el conjunto de pobladores iniciales, conformada de 100 individuos que evolucionarían para mejorar la especie.

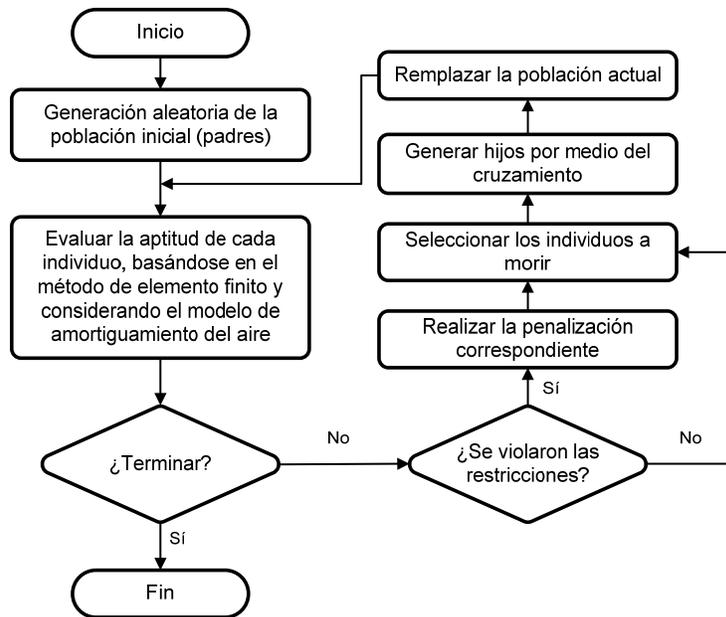


Figura 4-1 Diagrama de flujo de la optimización.

Después se obtuvo la aptitud de cada individuo de la población para ello se utiliza la función “evaluator”, en la cual se obtuvo el valor del factor Q y los esfuerzos máximos de Von Mises a cada poblador, para esto se utilizó el análisis por elemento finito descrito en el capítulo anterior. Se procedió a implementar de manera genérica el FEA considerando el modelo de amortiguamiento de capa de compresión; es decir se programó una estructura básica para poder ser utilizada en cualquier combinación de variables resultantes.

Posteriormente se ejecutó la función de “reproducción”, en la cual de acuerdo con su aptitud se seleccionan los pobladores que morirán; quedando así solamente los individuos que se reproducirán, es decir los padres. Definidos los padres se realizó la reproducción genética de éstos, para ello se hace llamado a la función “cruzamiento”, obteniendo como resultado una población nueva.

Se repitió el proceso hasta 60 iteraciones, con lo cual se obtuvo la solución al problema de optimización. A continuación se describe de manera detallada como se desarrolló la optimización; desde la elección de las variables de diseño hasta la estructuración de cada una de las funciones mencionadas.

#### 4.1. Variables de diseño

En un problema de optimización las variables de diseño son la clave para obtener un buen resultado; por lo cual al tener como objetivo maximizar el factor Q, fue necesario definir, a partir del modelo de la viga mostrada en la Figura 3-2, dichas variables a manipular para afectar de manera satisfactoria este factor.

Las variables de diseño seleccionadas fueron derivadas de la geometría de la viga y características de las perforaciones. De la geometría se definieron el largo (L) y ancho de la viga (W), mientras que de las perforaciones se establecieron el diámetro (D), número de perforaciones (N) y separación entre perforaciones (S), las cuales se pueden apreciar en la Figura 4-2.

El largo y ancho de la viga fueron elegidos ya que estos afectan directamente al amortiguamiento estructural descrito en la sección 2.3; mientras que el diámetro y número de perforaciones influyen en el amortiguamiento por capa de compresión, puesto que entre más perforaciones de diámetros grandes se hagan a la microviga se disminuirá la compresión del gas; por otra parte se eligió la separación entre perforaciones ya que estas influirán directamente en los esfuerzos concentrados en la microviga.

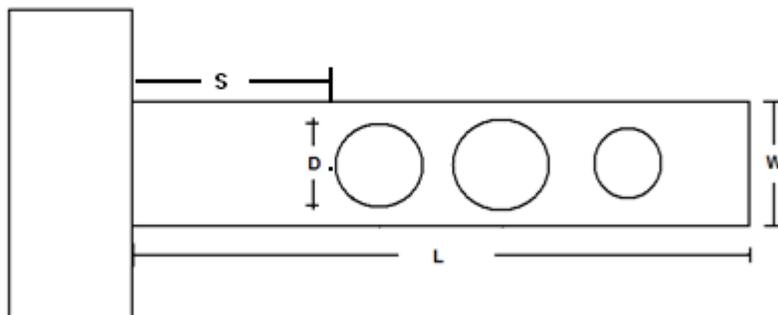


Figura 4-2 Variables de diseño.

#### 4.1.1. Límites

Una vez definidas las variables de diseño fue necesario acotar los límites para éstas, es decir cuáles serían sus valores máximos y mínimos; dichos niveles se basaron en los trabajos mencionados en la revisión de literatura; en la Tabla 4-1 se muestra el límite superior e inferior para cada variable de diseño.

Tabla 4-1. Límites de variables de diseño

Descripción	Límite superior	Límite inferior
Largo de la microviga	500 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$
Ancho de la microviga	100 $\mu\text{m}$	30 $\mu\text{m}$
Diámetro de las perforaciones	0.9 *ancho	1 $\mu\text{m}$
Número de perforaciones	8	1
Separaciones	127/128*largo	1/128*largo

También se puede apreciar en la Tabla 4-1 que tres de las variables de diseño son independientes, número de perforaciones, largo y ancho de la viga. Mientras que el diámetro de las perforaciones es dependiente, pues tiene como límite superior 0.9 del ancho; mismo caso para las separaciones, que dependen directamente del largo. Por lo cual se definieron dos tipos de conjuntos de variables de diseño, las independientes y dependientes.

#### 4.1.2. Restricciones

Otro punto importante que se consideró son las restricciones que se debían implantar, puesto que físicamente existen factores que limitan a las variables. Si bien es cierto que conforme las perforaciones son más grandes el amortiguamiento de capa de compresión disminuirá, sin embargo en este punto se tuvo que plantear la siguiente pregunta ¿hasta qué punto sería posible la fabricación de la viga con estas perforaciones?

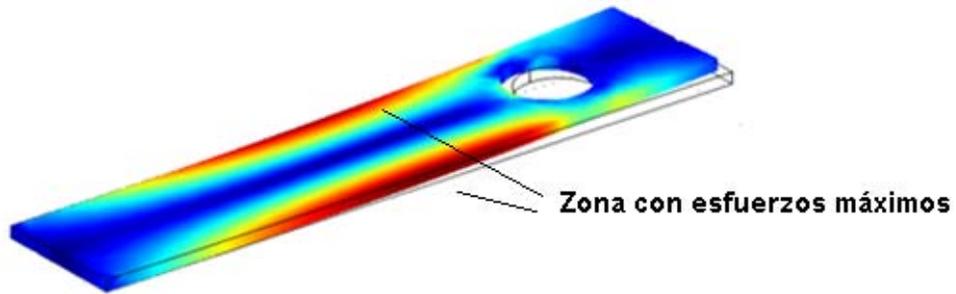


Figura 4-3. Esfuerzos máximos en la microviga.

Por lo que se consideró un factor importante de diseño mecánico que limita el tamaño de las perforaciones, los esfuerzos en la microviga. Puesto que al remover el material los esfuerzos se concentran en áreas más pequeñas como lo muestra la Figura 4-3, lo cual podría ocasionar la falla de la estructura. Por lo anterior se determinó a los esfuerzos como una restricción al problema de optimización.

Otra de las restricciones que se plantearon para las variables de diseño fue la viabilidad del diseño, definida de la siguiente manera: las perforaciones estarán completamente contenidas en la microviga y debe existir separación mínima entre ellas para considerarse un diseño viable, en la Figura 4-4a se muestra un ejemplo de un diseño que es viable y mientras que en la Figura 4-4b se presenta otro que no lo es.

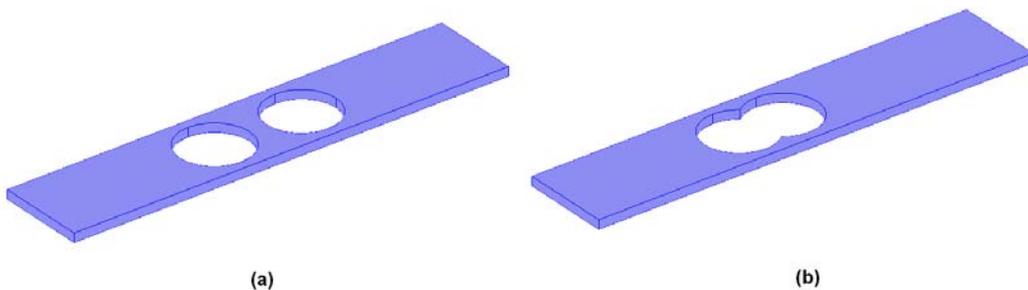


Figura 4-4 Viabilidad del diseño.

De esta manera se definieron las dos únicas restricciones para la optimización, el objetivo fue evitar la reproducción de individuos que violen estas restricciones. Más adelante se presentará como se definió la penalización en ambas restricciones para evitar su propagación.

#### 4.2. Generador de población

Un poblador está representado por un cromosoma (ceros y unos) en los cuales se encuentra la información genética de cada una de las variables (genes); por lo que para generar la población fue necesario definir el tamaño del cromosoma para un individuo, el cual depende directamente de los límites enunciados anteriormente.

L	W	N	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Figura 4-5 Cromosoma.

Entonces, se determinó como cromosoma una cadena formada por 19 genes de acuerdo a lo mostrado en la Figura 4-5; ahora bien después se tuvo que establecer el número de bits para cada cromosoma, como se describe en las líneas siguientes.

##### 4.2.1. Genes

Los genes de las variables de diseño que relacionan la geometría de la microviga son L y W, quedaron determinados de acuerdo a la Tabla 4-2; de tal forma que los nueve primero bits relacionaron el largo de la viga, mientras que los ocho siguientes determinaron su ancho.

El siguiente gen por definir fue el correspondiente al número de perforaciones, el cual resulto ser el más simple, puesto se trata de un conjunto de números enteros del 1 al 8; por lo cual su representación se pudo efectuar con sólo tres bits.

Tabla 4-2. Generación de cromosomas

Variable	Número de bits
L	9
W	8
N	3
D	7
S	7

De manera diferente fue el caso de los genes para los diámetros y separaciones de las perforaciones, puesto que al ser dependientes de las dimensiones de la microviga se tuvo que idear una mejor manera para representar dicha dependencia de estos genes.

La solución a este problema fue el obtener una parte proporcional (A) de una distancia inicial (M); para lo cual primero se divide la distancia M entre 128 partes, después se obtiene un número entre 1 y 128 que represente las divisiones que conformaran a la distancia A. Como se muestra en el ejemplo en la Figura 4-6, donde la parte sombreada sería la parte que representa a la distancia A.

A partir de este principio se encontraron la dependencia de estos genes con la longitud de la viga, más adelante se detallará como se realizó este proceso, por lo pronto se definirá que estos 16 genes tienen siete bits que representan el proceso de división por 128 elementos.

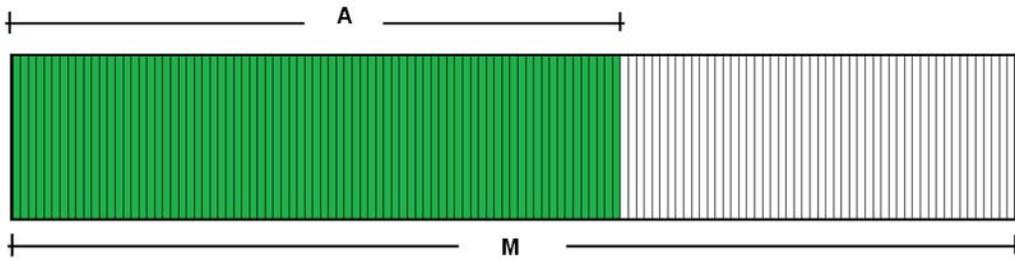


Figura 4-6. Principio de división de distancias.

#### 4.2.2. Población inicial

La población inicial será el conjunto de cromosomas de cada individuo de la población; se representó a ésta por una matriz llamada “binaria” de dimensiones 132 x 100, donde 132 representa el tamaño en bits del cromosoma y 100 el número de pobladores, sus elementos serían solamente ceros y unos.

De acuerdo al procedimiento de algoritmos genéticos, para comenzar con la optimización se debe llamar una función que genere de forma aleatoria esta matriz, para lo cual se tuvo que programar una función llamada “genera población”. Como lo muestra la Figura 4-7, el bloque de esta función, las entradas son los bits del cromosoma y el número de pobladores.

La matriz binaria se obtuvo de manera aleatoria a partir de una distribución normal de elementos entre cero y uno; posteriormente se umbralizó de la siguiente manera: números mayores de 0.5 se fijan a 1, mientras que números menores se transformarían a cero.

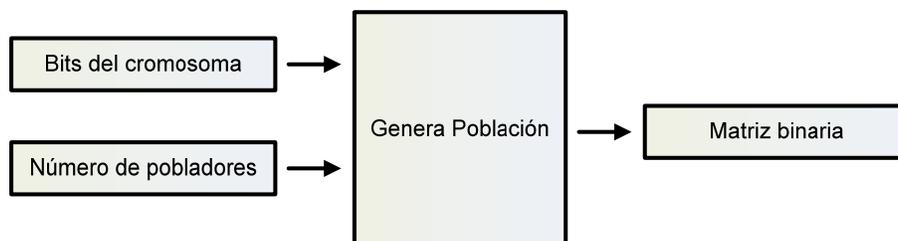


Figura 4-7 Función que genera matriz binaria.

Sin embargo para evaluar la aptitud se deben tener los valores decimales para las variables de diseño; por lo cual se debió definir de qué manera se pasaría de matriz binaria a matriz paramétrica, a esta subfunción se le nombró “decodifica” como se muestra en la Figura 4-8 no es más que un bloque que transforma la matriz binaria a decimal.

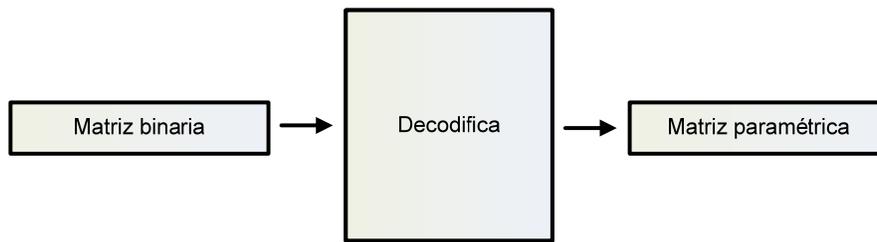


Figura 4-8 Decodificación.

La decodificación para los dos primeros genes se realizó de forma simple, puesto que estos genes no tienen dependencia; para ello se definió un factor que se multiplicaría por el número de bits existente en el gen, dicho factor se calculó como se puede apreciar en la ecuación (4.1).

$$Factor = \frac{(Lim_{max} - Lim_{min})}{2^{NÚMERO DE BITS}} \quad (4.1)$$

La Tabla 4-3 muestra los factores para las dos primeras variables de diseño, obtenidas a partir de su límite superior e inferior.

Tabla 4-3. Factores de decodificación

Variable	Factor
Largo de la viga	0.8789
Ancho de la viga	0.2734

Un ejemplo de la decodificación sería: si el gen del largo de la viga está dado por 011101100, que representa al número 236, se le suma un uno, para descartar el caso trivial cero, entonces se tendría 237 que multiplicado por su factor da por resultado 208.29 um a partir del límite inferior, lo cual da una longitud de 258.29 um. De igual forma se realizó la decodificación del ancho de la viga.

Un caso especial fue el número de perforaciones que al ser de tipo entero, su presentación se determinó por configuraciones binarias, tal como se muestra en la Tabla 4-4.

Tabla 4-4. Decodificación del gen N

Combinación binaria	N
000	1
001	2
010	3
011	4
100	5
101	6
110	7
111	8

Retomando el principio de división presentado en la sección 4.2.1 a continuación se describe como se realizó la decodificación para los diámetros y separaciones.

La Figura 4-6 muestra como se dividió en dos el largo de la viga, a estas dos zonas de se les asignó el nombre A y M; el principio de decodificación para estas variables se basó en que al sumar los diámetros de todas las perforaciones se tendrá el valor de A, mientras que al sumar todas las separaciones existentes entre perforaciones se obtiene la distancia M.

La finalidad fue seccionar la región A en todas las perforaciones, y M en todas las separaciones; Para esto el gen D1 divide el largo L en las regiones A y M; el gen D2

divide la región A en dos; la primera de ellas representará el diámetro de la primera perforación y la distancia restante se seguirá dividiendo de la misma manera, hasta obtener todos los diámetros.

Por ejemplo en Figura 4-9 se muestra una región inicial, al ser afectada por el principio de división antes mencionado se tendrá la primer región sombreada; al ser dividida el área restante se obtendrá otra región sombreada, así se repite el proceso hasta que el número de áreas sombreadas corresponda al número de perforaciones

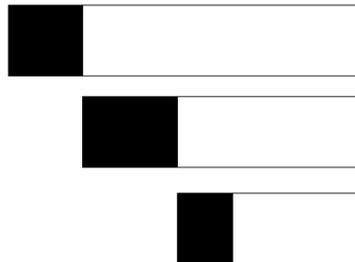


Figura 4-9 Generación de diámetros.

Un caso similar se presentó para la distribución de las perforaciones, en la cual las regiones sombreadas representarían las separaciones entre cada una de las perforaciones.

Sin embargo, la variable definida para las separaciones representadas en la Figura 4-9 está definida desde el extremo fijo de la viga hasta la perforación, por lo que sólo restó realizar los incrementos necesarios para encontrar dichas separaciones.

### 4.3. Evaluador

Esta es una función pilar en el desarrollo del método; se encarga de evaluar la variable por optimizar a cada elemento de la población, para determinar que tan bueno es un cromosoma, característica conocida como aptitud

La finalidad de esta estructura fue programarla de manera genérica, para que sirviera durante las evaluaciones de la población sin tener que realizar algún ajuste en su análisis, y diera así mayor robustez al programa.

Dicha función tiene como entrada la matriz paramétrica y como salida el factor Q y la tensión máxima de Von Misses, como se ilustra en la Figura 4-10. Puesto que se trató de la evaluación completa de la población, las salidas ilustradas son vectores de número de elementos igual al de pobladores, para este caso 100.

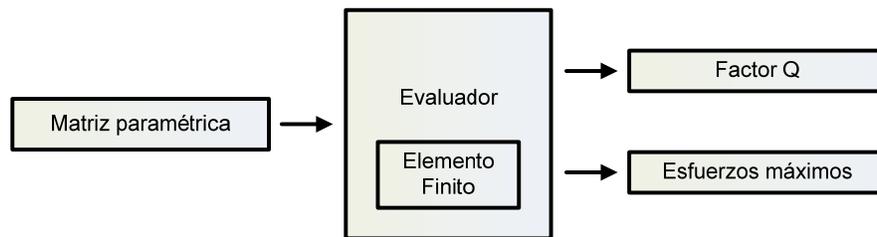


Figura 4-10. Evaluador.

#### 4.3.1. Modelado genérico

Al implementar esta función a partir de la estructura FEA descrita anteriormente se presentó un problema para su ejecución, puesto que la estructura sólo genera un modelo geométrico definido, es decir a partir de un esqueleto que tiene un número fijo de perforaciones a las que sólo se pueden modificar en posición y tamaño.

Por ejemplo si el modelo original tenía tres perforaciones, a partir de él solo se podrían evaluar los cromosomas que tuvieran el gen N con un valor 3, limitando así su capacidad de cálculo.

Por lo cual se generaron esqueletos del modelo geométrico para cada número de perforaciones posibles, conformándose así ocho subfunciones dentro del evaluador, cada una correspondiente a los posibles valores del gen N.

Entonces el evaluador recibe la matriz paramétrica, extrae el gen de número de perforaciones y decide si la configuración es viable, si así lo es determina que

subfunción llamar, a partir de ahí se ejecuta la estructura FEA para completar el análisis y obtener la aptitud de cada poblador, como se describió en el capítulo anterior.

#### 4.4. Penalización

La penalización es también un punto importante a considerar en el proceso de optimización puesto que influye directamente en la reproducción de la especie, si no se penalizara se reproducirían pobladores indeseados lo que daría una solución errónea en la optimización; de ahí la importancia de este proceso en el desarrollo del trabajo.

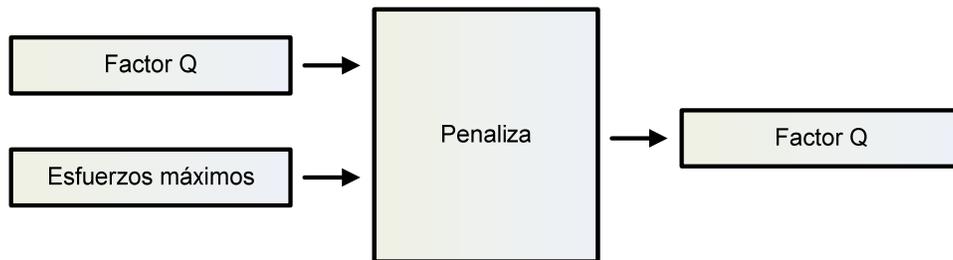


Figura 4-11. Penalización.

La penalización para las dos restricciones planteadas se efectuó sobre el factor Q como se muestra en el diagrama a bloques de esta función de la Figura 4-11; la concerniente a viabilidad del diseño se penalizó con pena de muerte, mientras que a la violación de esfuerzos de Von Misses se le asignó una función estática de penalización.

##### 4.4.1. Pena de muerte

Sólo la restricción de viabilidad fue considerada antes de realizar el análisis FEA, puesto que si la configuración de la viga no era viable no sería necesario ejecutar la estructura FEA; esto significó un ahorro en el tiempo de ejecución del programa. Dicha penalización efectuada es conocida como pena de muerte, debido a que si un individuo viola esta restricción se le asigna un aptitud de cero, para que de esa manera

el individuo no se reproduzca, es decir el cromosoma muera y no afecte a la evolución de la especie.

#### 4.4.2. Penalización estática

Para el caso de la violación de esfuerzos se aplicó una función de penalización como la mostrada en la ecuación (2.29), para determinar el factor de violación se realizó un cociente entre el esfuerzo máximo 7GPa y el violado, con lo cual se obtuvo un factor denominado de penalización. Este factor determinaría la disminución de la aptitud del individuo que comete la violación, para encontrar esta relación se propusieron dos funciones.

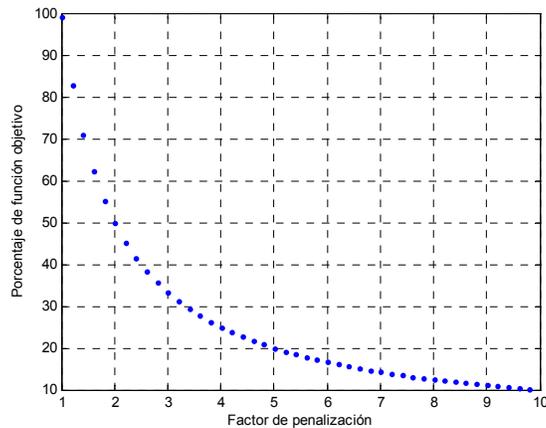


Figura 4-12. Penalización estática.

La primera función fue  $x^{-1}$ , en donde si el factor de penalización es 4 la función objetivo penalizada será el 25% de su valor original. En la Figura 4-12 se representa la penalización en relación al factor de violación; se observa claramente la intención de aplicar esta función, ya que conforme el factor de violación es mayor la aptitud disminuirá cada vez más. Con este efecto se pretende disminuir la probabilidad de reproducirse para un individuo con violación.

Otra función implementada fue  $1-\ln(x)$  en la cual también se disminuye el valor de la aptitud conforme aumenta el factor, sin embargo esta disminución es más lenta que en la anterior función como se puede apreciar en la Figura 4-13. Por ejemplo en el

caso de que el factor sea 4, la función objetivo penalizada con esta función será el 40% de su valor original.

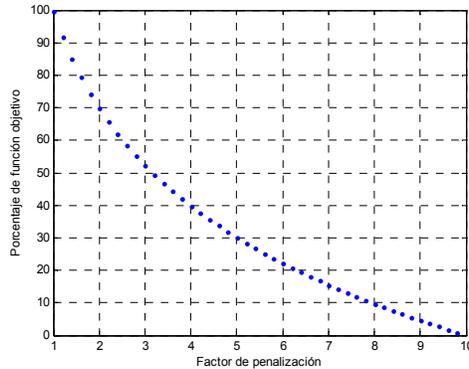


Figura 4-13. Función logarítmica de penalización.

Las dos funciones de penalización tienden a disminuir la función objetivo de individuos con violaciones, una de manera más severa que la otra; por lo cual se tuvo que analizar y desarrollar pruebas para decidir cuál de las dos se aplicaría. En este sentido y llevando el problema a la práctica se concluyó que no se debe permitir violación en los esfuerzos ya que cuando aún se trate de un factor de 1.0001 esto implicaría una estructura en la que se produciría una falla mecánica. Por lo cual se decidió aplicar la primera función de penalización al problema de optimización, para erradicar lo más pronto posible las violaciones en los esfuerzos.

#### 4.5. Reproducción

La importancia de esta función radica en la selección de los individuos más aptos para que se reproduzcan mayor número de veces, y con ello contribuir al mejoramiento de la especie. La entrada de esta función es el factor Q ya penalizado y tiene como finalidad devolver una matriz binaria en la que se encuentren los padres para llevar a cabo la reproducción, así como un vector que defina las parejas de padres que darán como resultado la nueva población como se plantea en la Figura 4-14.

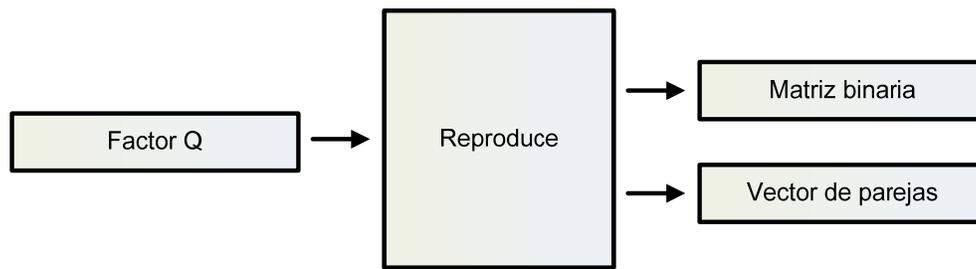


Figura 4-14. Reproducción.

Para la elección de los padres y los individuos que morirán es necesario establecer un criterio de selección que no llevara a clones de manera rápida como algunos de los que ya existen, puesto que esto implicaría un estancamiento de la función objetivo en un máximo local.

El proceso de selección utilizado fue el propuesto por Domínguez en 2005, el cual parte de la definición de la probabilidad de reproducción y define un vector con diez casos para ser comparado contra el producto del número de pobladores y la probabilidad de reproducción, llamado maxgen; como se muestra en la Tabla 4-5.

Una vez que se tiene el maxgen se accede a la matriz binaria y a su respectivo valor de aptitud para ordenarla de mayor a menor, de esta manera se seleccionará a los padres basándose en su aptitud, en donde los padres con mayor aptitud se seleccionarán mayor número de veces que los que tienen menor aptitud.

Tabla 4-5. Vector de selección.

Caso	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
maxgen	2	7	16	30	50	77	112	156	210	275

Según sea el caso que se presente se define la repetitividad de los padres, esto se muestra en la Tabla 4-6. Por ejemplo para el caso III el mejor poblador será padre cuatro veces, el segundo tres, y así sucesivamente; así los espacios ocupados

por los pobladores repetidos permitirán eliminar ese mismo número de pobladores menos aptos.

Tabla 4-6. Repetitividad de los padres.

Caso	Repetitividad
I	[2]
II	[3,2,2]
III	[4,3,3,2,2,2]
IV	[5,4,4,3,3,3,2,2,2,2]
V	[6,5,5,4,4,4,3,3,3,2,2,2,2,2]
VI	[7,6,6,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2]
VII	[8,7,7,6,6,6,5,5,5,5,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,2]
VIII	[9,8,8,7,7,7,6,6,6,6,5,5,5,5,5,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,2,2,2]
IX	[10,9,9,8,8,8,7,7,7,7,6,6,6,6,6,5,5,5,5,5,5,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2]
X	[11,10,10,9,9,9,8,8,8,8,7,7,7,7,7,6,6,6,6,6,6,5,5,5,5,5,5,5,4,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2]

Una vez que se obtuvo la matriz binaria con los padres sólo restó implementar una subfunción que generara aleatoriamente las parejas de padres que darían como resultado los nuevos pobladores.

#### 4.6. Cruzamiento

El tipo de cruzamiento utilizado fue el de punto sencillo como se describió en el capítulo 4.6, para lo cual se necesitó conocer la matriz binaria de los padres y un vector que definiera las parejas que dieran origen a otra matriz binaria de hijos como muestra en la Figura 4-15.

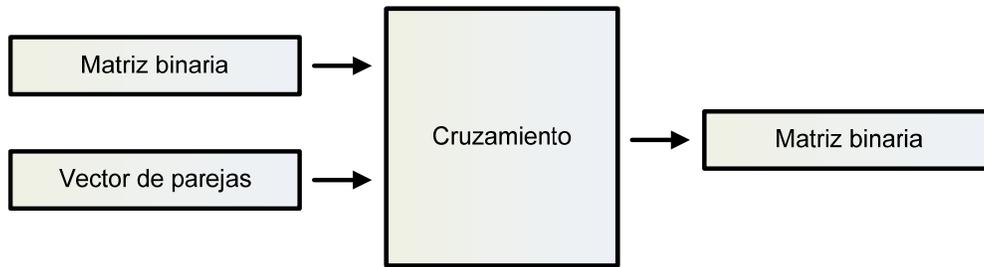


Figura 4-15. Cruzamiento.

Para la implementación de esta función primero se encontró un número aleatorio entre 1 y el número de bits del cromosoma, el cual sería el punto de cruzamiento; posteriormente se dividió cada padre en dos cadenas de bits en este punto, para finalmente efectuar el cruce de cadenas de bits y así completar el cruzamiento

También hay que mencionar que no se realizó el cruzamiento para todos los pares de padres, si no a través de una probabilidad de cruzamiento se determinó cuales si se cruzarían y cuáles no, de esta manera se evitaría una reproducción acelerada lo que daría resultados erróneos en la optimización.

La definición de la probabilidad de reproducción varía conforme al problema de optimización, para definirla se realizaron diferentes pruebas para determinarla, encontrándose que la probabilidad más adecuada para este problema es 60%.

## 5. RESULTADOS

En el presente capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos en este trabajo para comprobar las hipótesis planteadas al inicio. Para esto se presentan tres apartados que analizan aspectos fundamentales de la investigación. En el primero de ellos se analiza el efecto de las perforaciones sobre diseños existentes de microvigas, lo que dará sustento a la primera hipótesis descrita. Para dar soporte a la segunda hipótesis fue necesario analizar el desempeño del método de optimización, por lo cual en el segundo apartado se realiza un análisis sobre éste. Por último en la tercera sección se corrobora la segunda hipótesis haciendo un estudio de los diseños optimizados que se obtuvieron. A continuación se presentan a detalle estas tres secciones.

### 5.1. Efecto de las perforaciones

Antes de comenzar con el proceso de optimización fue necesario validar la primera hipótesis planteada, la cual establece que al introducir perforaciones en una microviga su factor Q aumentará considerablemente. Para llevar a cabo esta validación se propuso un análisis a una microviga cantilever de silicio poly-cristalino, con dimensiones de 200  $\mu\text{m}$  de largo, 50  $\mu\text{m}$  de ancho, y 1.5  $\mu\text{m}$  de espesor; tal como el sensor para detección de masas desarrollado por Lavrik et al (2003).

A partir de este diseño se propusieron cuatro más, los cuales contaron con dos, tres, cuatro y cinco perforaciones como se muestra en la Figura 5-1, donde los diámetros de las perforaciones son de 15  $\mu\text{m}$  y las separaciones entre centros son equidistantes para cada configuración.

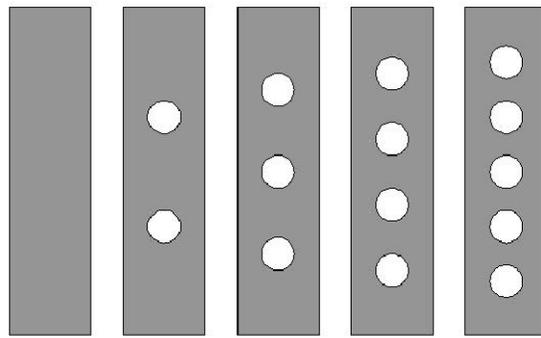


Figura 5-1. Diseños propuestos.

Utilizando la estructura por elemento finito implementada se efectuó el análisis para cada diseño propuesto; del cual se obtuvo el factor Q, frecuencia de resonancia y esfuerzos máximos de Von Mises. Los resultados se muestra en la Tabla 5-1, en donde se puede apreciar que conforme el número de perforaciones aumenta el factor Q y los esfuerzos máximos también se incrementan. En relación a la frecuencia de resonancia, mientras más material se remueve se presenta en ésta una disminución.

Tabla 5-1. Efectos de perforaciones en diseños analizados.

Caso	Perforaciones	Factor Q	Esfuerzo máximo de Von Mises (MPa)	Frecuencia de resonancia (kHz)
I	Sin	8.9544e3	6.214	50.944
II	Dos	23.2247e3	6.803	50.051
III	Tres	34.6528e3	25.41	49.702
IV	Cuatro	49.2615e3	53.82	49.293
V	Cinco	63.0178e3	63.52	49.012

### 5.1.1. Factor Q

Como lo muestra los resultados en la Tabla 5-1 conforme se aumenta el número de perforaciones el factor Q también se incrementa, sin embargo fue necesario demostrar este incremento de acuerdo a la definición del factor Q expresada en la sección 2.3; para lo cual fue necesario obtener las gráficas de respuesta en frecuencia

de cada caso, y así comparar su agudeza para comprobar que la mejora en el factor Q. Por medio del análisis por elemento finito implementado se obtuvieron las respuestas en frecuencia de cada caso.

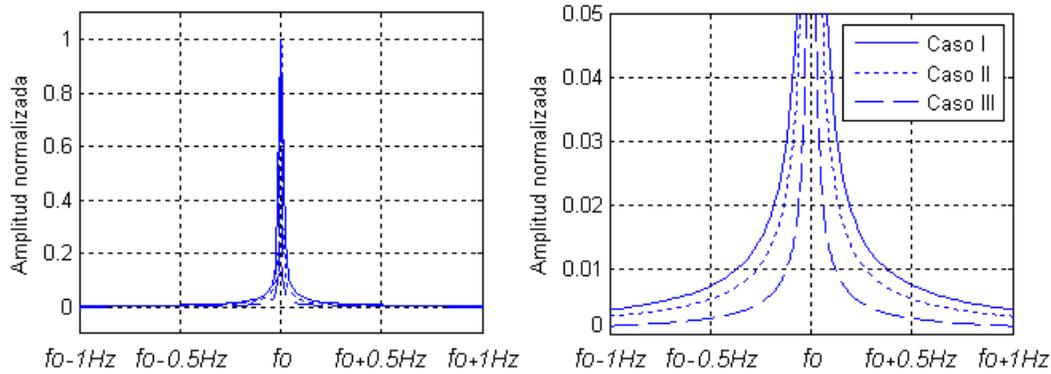


Figura 5-2. Comparación de los caso I, II y III.

Para poder apreciar una mejora con respecto al diseño original se realizaron dos gráficas, para comparar en cada una el diseño original con dos de los diseños propuestos. La primera de estas gráficas se presenta en la Figura 5-2, en la cual se puede apreciar que la diferencia entre la agudeza del caso I y el caso II es considerable; lo que representa menos energía disipada por capa de compresión y un pico de resonancia más distinguible y que puede ser detectado más rápidamente.

Para el caso III también existe un aumento en el valor del factor Q, sin embargo observando la forma su pico de resonancia no se aprecia un cambio significativo comparado con el caso II, mas aun este pequeño aumento si repercute de manera significativa en la energía disipada por el resonador.

La segunda comparativa, entre los casos I, IV y V, se muestra en la Figura 5-3; en donde se puede observar que en los casos IV y V existe un aumento considerable en el factor Q, comparado con los casos II y III. De forma distinta es al comparar los casos IV y V ya que la mejora de Q es menor. Esto indica que si bien es cierto que al introducir más perforaciones el factor Q aumenta, debe existir un límite en el material removido tal que al aumentar las perforaciones el cambio en el factor Q ya no será tan

perceptible. Es por eso la necesidad de obtener el valor óptimo del número de perforaciones, para remover sólo el material necesario y de esta manera no disminuir la rigidez de la microviga.

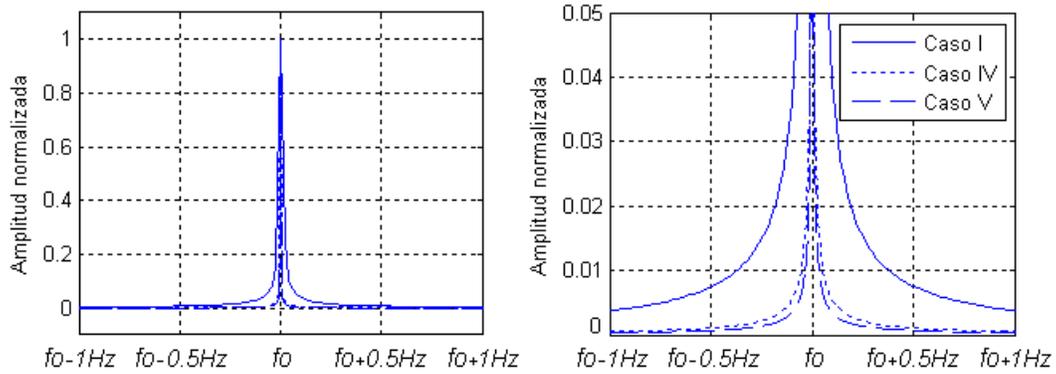


Figura 5-3. Comparación de los casos I, IV y V.

### 5.1.2. Frecuencia de resonancia

La disminución de la frecuencia resultó ser algo contradictoria; puesto que entre más perforaciones se introducían, la masa de la microviga se disminuiría lo que debería provocar un aumento de la frecuencia. Aunque el cambio en la frecuencia también depende de la rigidez de la microviga, la cual es seriamente disminuida por perforaciones cercanas a la parte fija de la microviga. Por lo cual fue necesario determinar qué consecuencia resultó ser la predominante.

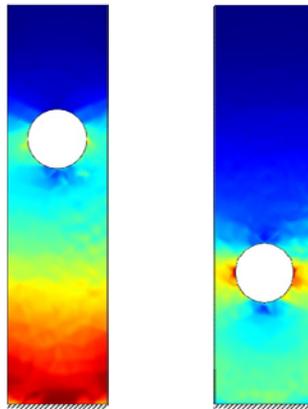


Figura 5-4 Efecto por separado de las perforaciones.

Para comprender la disminución en la frecuencia, se analizó por separado el efecto producido por la localización de las perforaciones. Determinando como referencia el caso de dos perforaciones se realizaron dos análisis más; uno considerando sólo la perforación más cercana a la parte fija, y otro considerando sólo la más lejana, como se muestra en la Figura 5-4.

Tabla 5-2. Efecto de posición de las perforaciones.

<b>Perforaciones</b>	<b>Frecuencia de resonancia (kHz)</b>
<b>Sin orificios</b>	<b>50.944</b>
<b>Sólo orificio más lejano a la parte fija</b>	<b>52.629</b>
<b>Sólo orificio más cercano a la parte fija</b>	<b>46.708</b>

En la Tabla 5-2 se muestran los resultados del análisis efectuado; en donde se encontró que el efecto en la disminución de la masa es más significativo que el de la rigidez, esto para el caso en el que la perforación se encuentra más lejana a la parte fija; obteniéndose una frecuencia mayor a la de la microviga sin perforaciones.

No así para el caso en el que la perforación se encuentra cercana a la parte fija de la microviga; en el cual se hace más evidente la disminución de la rigidez que la de la masa, lo que da como resultado una disminución en la frecuencia de resonancia. Determinándose así que la causa de la disminución de la frecuencia es fundamentalmente al cambio de rigidez provocado por la disminución de material en la microviga.

### 5.1.3. Esfuerzos de Von Mises

En cuanto a los esfuerzos máximos los resultados obtenidos coincidían con lo esperado, puesto que al remover material las cargas se concentran en áreas más pequeñas provocando esfuerzos mayores como se muestra en la Figura 5-5 en donde

los esfuerzos máximos se concentran en las perforaciones más cercanas a la parte fija de la microviga.

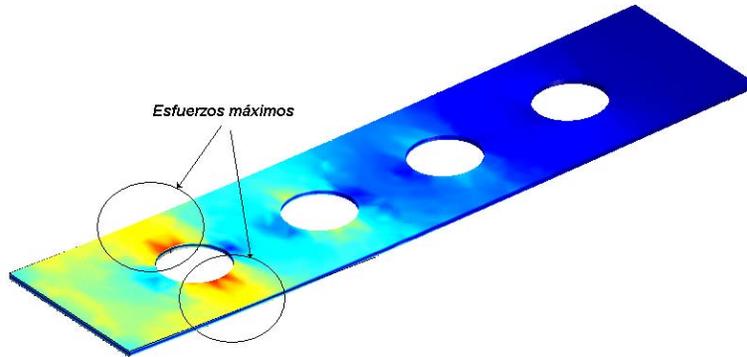


Figura 5-5. Esfuerzos provocados por las perforaciones.

## 5.2. Método de optimización

Comprobado el aumento del factor Q al incluir perforaciones en los modelos convencionales de microvigas; se procedió a evaluar la implantación del método de optimización, para comprobar que sus resultados fueran los correctos. Por ello fue necesario monitorear la evolución del método, a partir de varias características, y así corroborar la veracidad del método de optimización.

### 5.2.1. Evolución del factor Q

El primer punto que se evaluó en la implementación del método de optimización consistió en comprobar que realmente se estuviera maximizando el factor Q. Se realizó una corrida del algoritmo de optimización, se guardó el valor máximo del factor Q en cada generación así como el promedio de éste. La Figura 5-6 muestra como evolucionó el factor Q, lo que permitió comprobar la tendencia de éste a maximizarse.

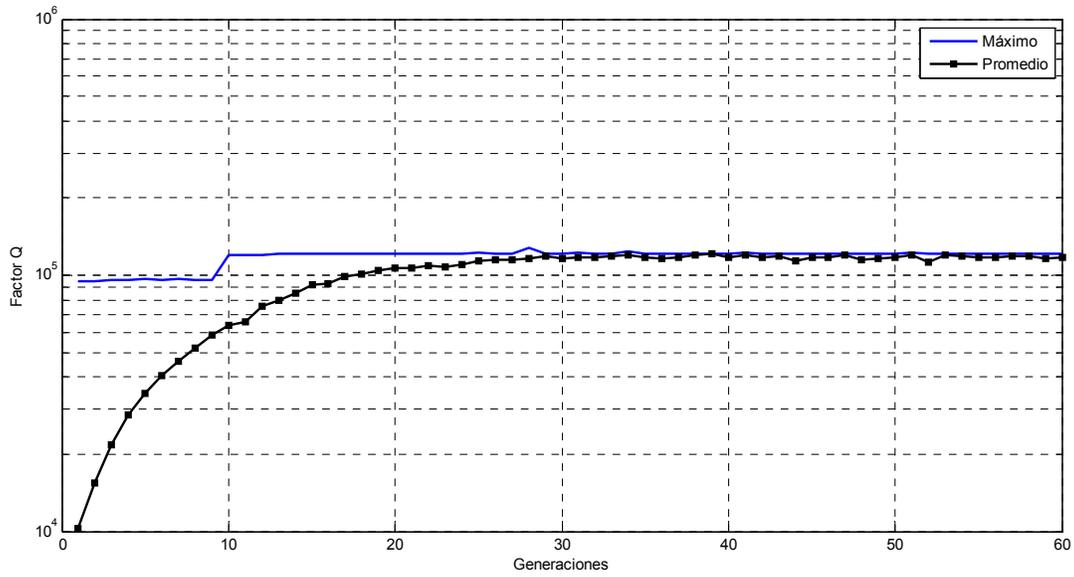


Figura 5-6. Optimización con Pc=40% y Pr=20.

### 5.2.2. Probabilidad de cruzamiento y reproducción

El siguiente parámetro por evaluar fueron las probabilidades de reproducción y cruzamiento, ya que como se mencionó en el capítulo anterior una elección equívoca de ellas puede provocar el estancamiento del proceso de optimización en un máximo local, dando un resultado erróneo del factor Q.

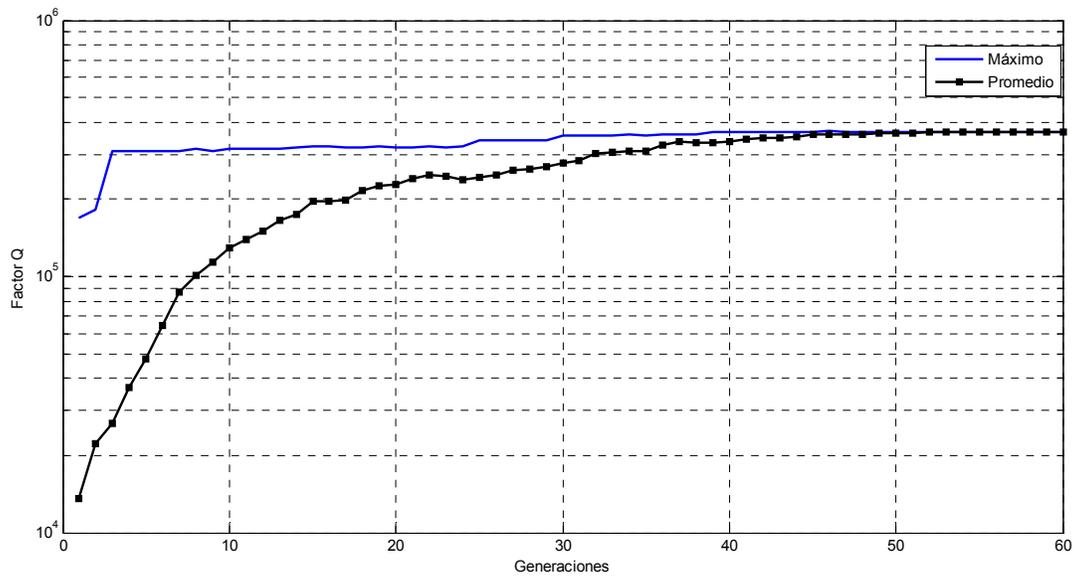


Figura 5-7 Evolución del factor Q con Pc=60% y Pr=10.

Se realizaron pruebas con diferentes probabilidades de cruzamiento; de tal manera que se obtuviera un cruzamiento suficiente para permitir la evolución de la especie, pero que no llevará a clones prematuramente. En la Figura 5-7 se observa el resultado obtenido con una probabilidad de cruzamiento de 60% y una de reproducción de 10%, en la cual el método converge aproximadamente en la generación 50, con un valor máximo del factor Q de aproximadamente  $3.8 \times 10^5$ . De estas pruebas fue que se determinó tomar como referencia una probabilidad de cruzamiento de 60% y una de reproducción de 10%.

### 5.2.3. Convergencia

Con la probabilidad de cruzamiento determinada, el siguiente punto a comprobar fue que al correr varias veces el método de optimización convergiera en el mismo resultado. Al correr el método con las probabilidades de cruzamiento y reproducción de 60% y 10%, respectivamente, se obtuvo el mismo resultado que el presentado en la Figura 5-7.

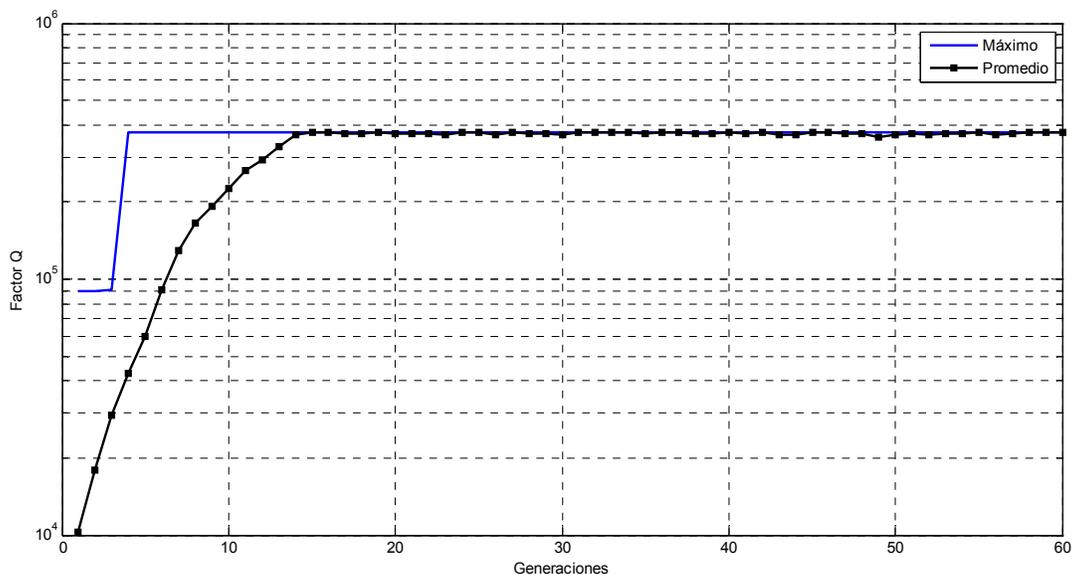


Figura 5-8 Evolución del factor Q con  $P_c=60\%$  y  $P_r=20\%$ .

También se realizaron corridas con otros valores para la probabilidad de reproducción para establecer su efecto sobre la convergencia; en la Figura 5-8 se muestra la evolución del método cambiando la probabilidad de reproducción a 20%, en donde se puede apreciar que el método converge en el mismo valor máximo que para el caso de la probabilidad de 10%. Sin embargo al aumentar esta probabilidad el método converge en aproximadamente en 15 generaciones, que comparadas con las 50 generaciones obtenidas con la probabilidad de 10% representa un tiempo de convergencia mucho menor.

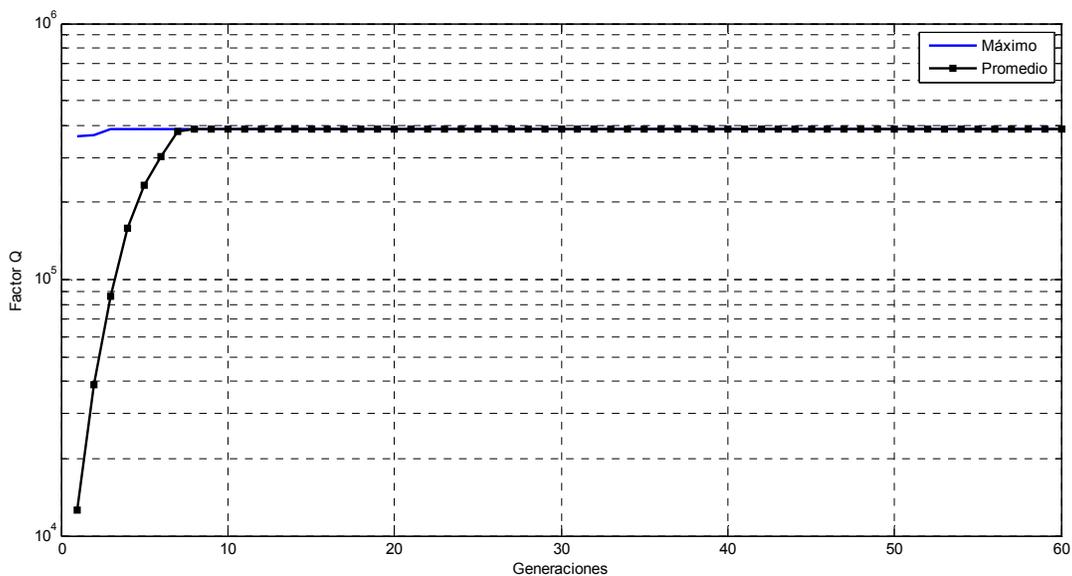


Figura 5-9 Evolución del factor Q con Pc=60% y Pr=30.

Otras probabilidades de reproducción se experimentaron; por ejemplo en la Figura 5-9 se utilizó una probabilidad de 30%, donde la convergencia se dio en la generación 7, y con un factor Q máximo muy cercano al de las anteriores.

Además de que se obtuvo el mismo factor Q máximo con varias probabilidades de reproducción, se puede apreciar otro aspecto importante en el valor máximo del factor Q de la primer generación de cada una de las tres corridas anteriormente presentadas, puesto que en las tres el método empieza de valores completamente diferentes que evolucionan a un mismo valor máximo de factor Q.

#### 5.2.4. Comportamiento de las restricciones

Por último fue necesario monitorear la evolución de las penalizaciones, en particular la referente a los esfuerzos máximos, para verificar si la función de penalización que se implementó mantenía los esfuerzos máximos por debajo de del máximo permisible.

Conforme evolucionaba cada generación, al igual que el factor Q, se guardaron los valores máximos y el promedio de los esfuerzos máximos, para poder determinar si en realidad la penalización implementada cumplía con su cometido. En todos los casos se presentó una disminución en los esfuerzos máximos.

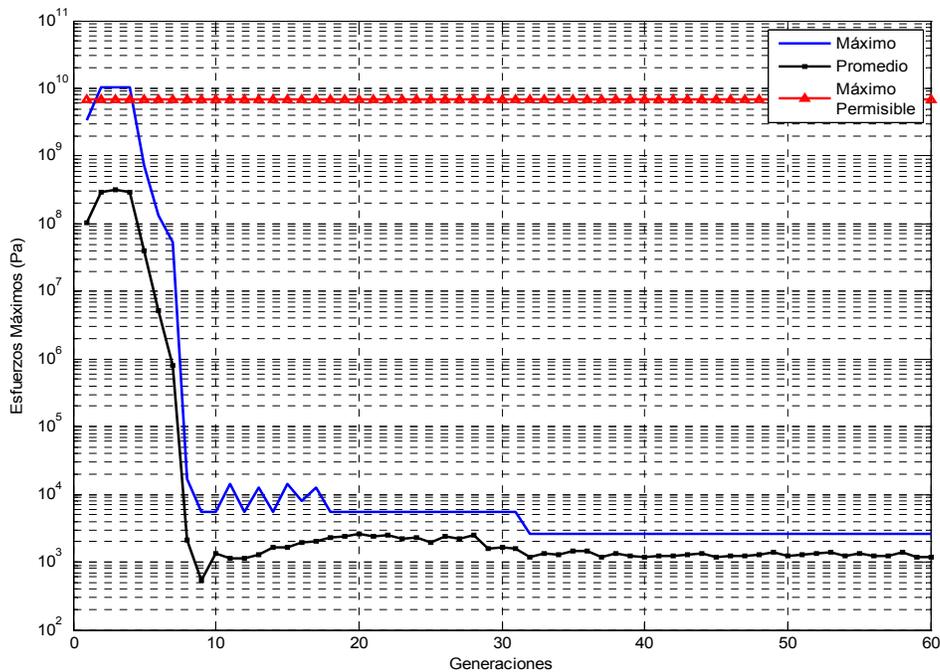


Figura 5-10 Evolución de los esfuerzos máximos con  $P_c=60\%$  y  $P_r=30$ .

La Figura 5-10 muestra la evolución de los esfuerzos máximos para la implementación con probabilidades  $P_c=60\%$  y  $P_r=30$ , en la cual es notorio que en las primeras generaciones existen esfuerzos por encima del máximo permisible. Sin

embargo estos esfuerzos disminuyen conforme evolucionan las generaciones, estabilizándose en un valor aproximado de  $2.8 \times 10^3$  Pa cuando el método converge. De esta manera la función de penalización implementada realiza una buena penalización manteniendo los esfuerzos máximos muy por debajo del máximo permisible.

### 5.3. Microviga optimizada

Después de validar la implementación del método de optimización, se obtuvo finalmente el diseño optimizado de la microviga a través de los valores finales de las variables de diseño. Como resultado final se obtuvieron dos diseños de microvigas, en la Tabla 5-3 se muestran los valores de las variables de diseño que se obtuvieron para los dos modelos resultantes.

Tabla 5-3. Variables optimizadas.

<b>N</b>	<b>L (μm)</b>	<b>W(μm)</b>	<b>D1(μm)</b>	<b>D2(μm)</b>	<b>P1(μm)</b>	<b>P2(μm)</b>	<b>Factor Q</b>
2	52.3438	19.8828	7.4695	11.9172	11.3512	23.3135	375541.43
2	51.1719	11.7188	6.9342	8.8526	8.6414	17.5348	386670.71

Con las dimensiones de los dos modelos obtenidos se tuvo que analizar cada modelo para comprobar los resultados obtenidos, y así establecer las ventajas y desventajas que presenta uno sobre el otro. Sin embargo también fue necesario establecer una comparación contra diseños similares que no contaban con perforaciones, para conocer las aportaciones de éstas en las microvigas.

El primer diseño utilizado para comparar contra los obtenidos fue uno tal que tuviera el mismo largo y mismo ancho, pero sin perforaciones. De acuerdo a lo aseverado el aumento del factor Q se relaciona directamente a la disminución del amortiguamiento por capa de compresión. Entonces al introducir perforaciones el área de contacto del fluido disminuye, por lo cual finalmente se comparó cada diseño

optimizado con otro que no tuviera perforaciones y que representara la misma área de contacto del fluido.

Definidos los dos diseños con los que se compararía a cada diseño optimizado, se tuvo que determinar que parámetros se iban a comparar. Para comparar el factor Q fue necesario extraer las gráficas de resonancia de cada diseño para comprobar la relación que guarda con la frecuencia natural y el ancho de banda. Para comparar el efecto producido por el amortiguamiento de capa de compresión se tuvo que graficar la distribución de la presión en el área de contacto de los diseños. A continuación se presentan las comparaciones realizadas a los diseños optimizados.

### 5.3.1. Diseño I

Por medio del análisis por elemento finito se obtuvieron el factor Q y la frecuencia natural de cada diseño, los cuales se muestran en la Tabla 5-4. En cuanto a factor Q se puede apreciar que el de la viga optimizada es mayor que el de las otras dos, sin embargo la introducción de perforaciones disminuye considerablemente la rigidez lo que provoca la disminución de la frecuencia natural.

Tabla 5-4. Comparación al diseño I.

Diseño 1	Vigas sin optimizar		Viga optimizada (Caso IC)
	Mismas dimensiones (Caso IA)	Misma área (Caso IB)	
L	51.17	46.79	51.17
W	11.71	10.69	11.71
Factor Q	1.23e5	1.54e5	3.81e5
Frecuencia Natural	6.42 MHz	7.66 MHz	6.10 MHz
Ancho de banda	52.19 Hz	49.74 Hz	16.01 Hz
Área	599.2 $\mu\text{m}^2$	499.97 $\mu\text{m}^2$	499.97 $\mu\text{m}^2$

Es claro que los resultados numéricos no dan una buena idea del comportamiento de cada microviga, por eso en la Figura 5-11 se presenta las respuestas de los diseños a frecuencias cercanas a su resonancia; en donde se puede apreciar que la energía disipada por el amortiguamiento es menor en el diseño optimizado lo que indica que tiene un pico de resonancia más agudo, y que será más rápido de detectar en la aplicación de algún resonador.

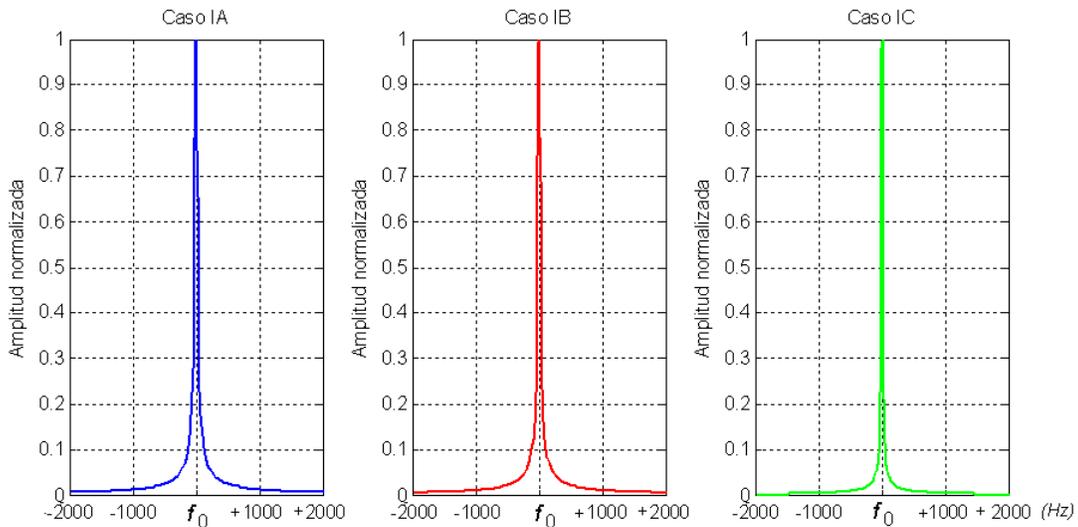


Figura 5-11 Respuesta en frecuencia para las variantes del diseño I.

Para apreciar mejor la diferencia del ancho de banda se presenta la gráfica de la Figura 5-12, en la cual se presenta un ampliación de los picos de resonancia de los diseños, pero ahora graficando las ganancia de las amplitudes tomando como referencia la ecuación (5.1). Se observa que a los 3 dB por debajo se tienen aproximadamente los valores de ancho de banda mostrados en la Tabla 5-4; también se puede apreciar que la diferencia entre los ancho de banda de los diseños sin optimizar y el optimizado es muy amplia. Por lo cual como ya se había mencionado antes esto es lo que permitirá una detección más rápida cuando se aplique al funcionamiento de microresonadores.

$$Ganancia(dB) = 20 * \log \left( \frac{a}{a_{max}} \right) \quad (5.1)$$

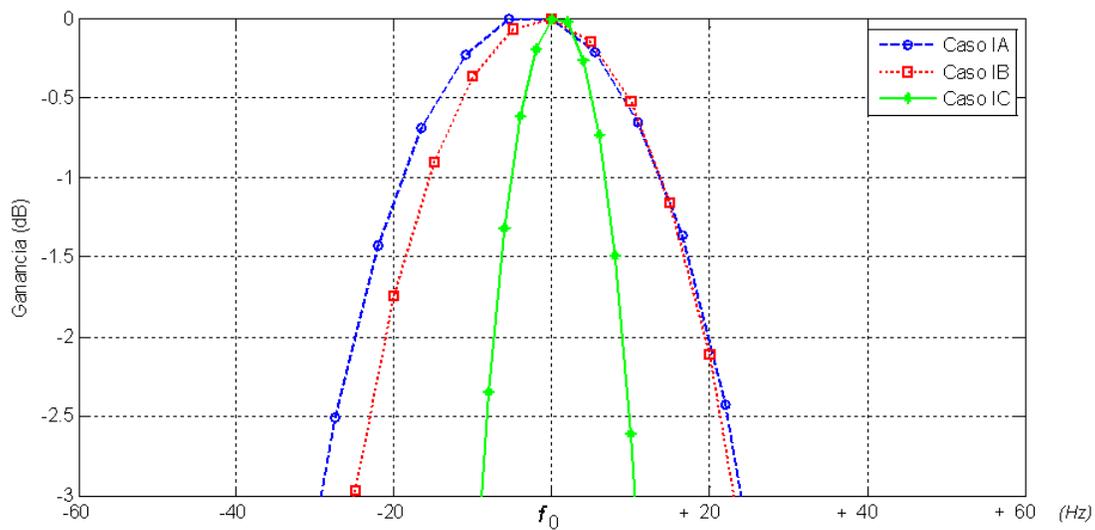


Figura 5-12 Ancho de banda para las variantes del diseño I.

En cuanto a la disminución del amortiguamiento por capa de compresión fue necesario determinar de qué forma cambio la distribución de la presión en el área de contacto con el fluido para los diferentes diseños. En las Figura 5-13 y Figura 5-14 se presentan la distribución de la presión para los diseños IA y IB; se puede apreciar que el máximo de presión, 5.98 Pa para el diseño IA y 5.61 para el IB, se encuentra prácticamente al centro del área de contacto.

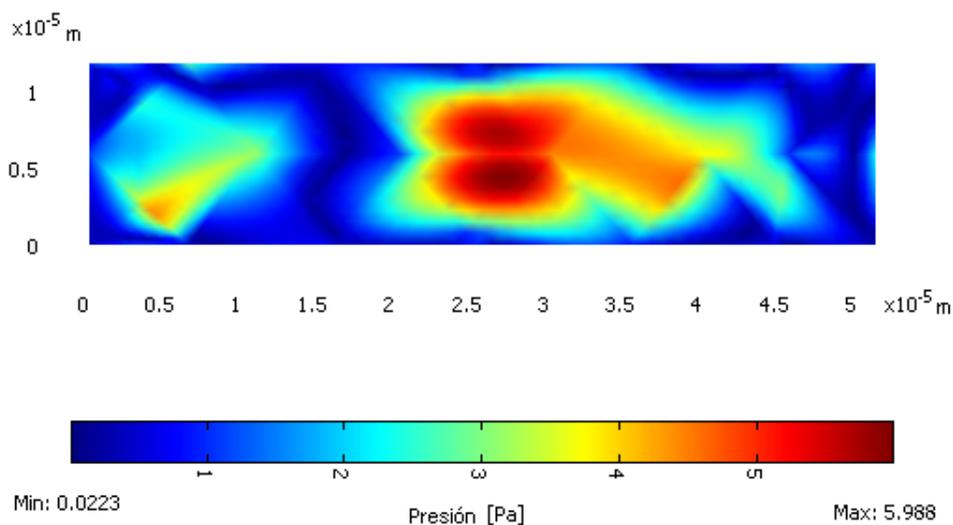


Figura 5-13 Distribución de la presión diseño IA.

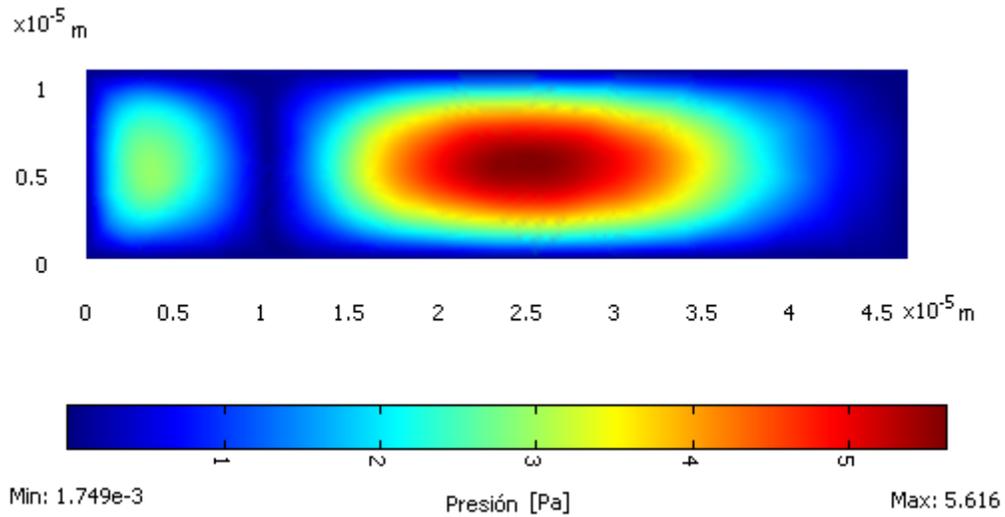


Figura 5-14 A Distribución de la presión diseño IB.

Para el caso del diseño optimizado, la distribución de la presión es mostrada en la Figura 5-15; en donde se puede apreciar una disminución de la presión máxima en el área de contacto, así como un cambio en la localización de máxima presión. Por lo cual se refleja que debido al efecto de las perforaciones hubo una disminución importante en el amortiguamiento por capa de compresión.

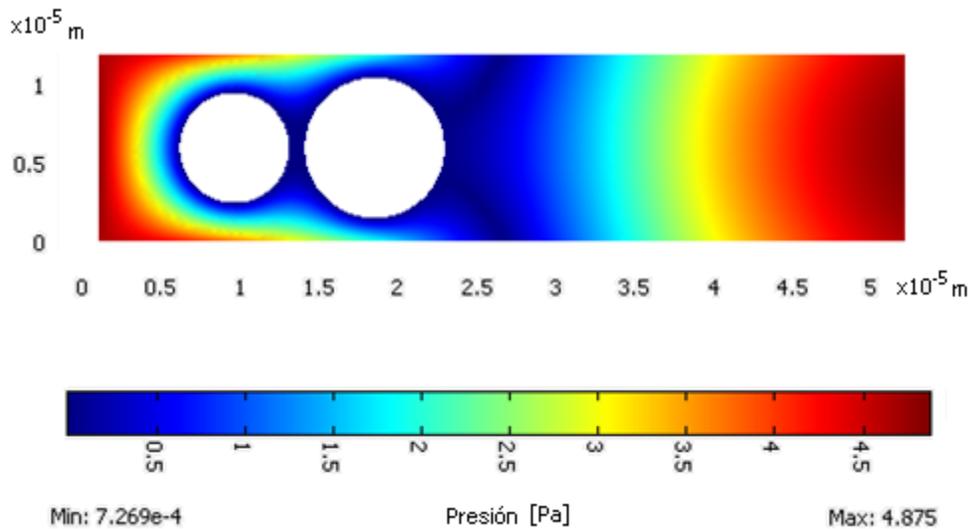


Figura 5-15 Distribución de la presión diseño IC.

### 5.3.2. Diseño II

Al igual que para el diseño I se realizaron las comparaciones contra los diseños no optimizados, los resultados obtenidos al analizar a estos diseños se presentan en la Tabla 5-5. El factor Q del diseño optimizado comparado con los factores de los no optimizados resulta ser más grande que para los anteriores diseños. Lo cual se refleja también al observar el ancho de banda de cada diseño, en dónde la diferencia es de prácticamente 90 Hz.

Tabla 5-5. Comparación al diseño II.

Diseño II	Vigas sin optimizar		Viga optimizada (Caso IC)
	Mismas dimensiones (Caso IA)	Misma área (Caso IB)	
L	52.34	48.99	52.34
W	19.88	18.63	19.88
Factor Q	5.77e4	6.60e4	3.75e5
Frecuencia Natural	6.16MHz	7.05MHz	5.92MHz
Ancho de banda	106.75 Hz	106.81 Hz	15.78 Hz
Área	1040.51 $\mu\text{m}^2$	913.48 $\mu\text{m}^2$	913.48 $\mu\text{m}^2$

Se obtuvo el análisis en frecuencia para estos diseños, a partir de los cuales se generaron las gráficas de la Figura 5-16; en donde al igual que en la comparación anterior, es notoria la diferencia en la agudeza de las tres gráficas. Nuevamente el diseño optimizado cuenta con una mayor agudeza, lo que representa un sistema que tendrá más rapidez de detección que los diseños no optimizados.

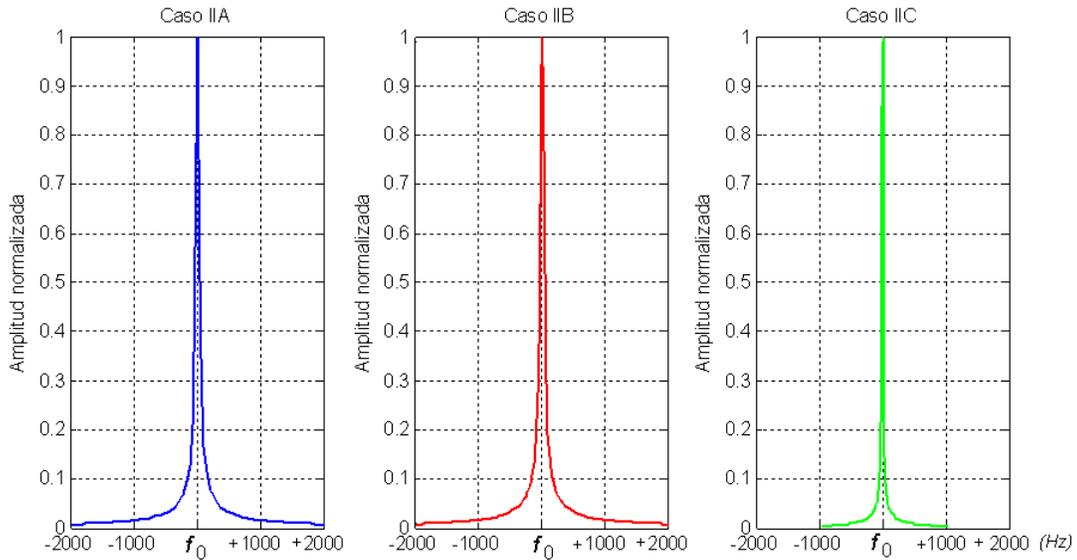


Figura 5-16 Respuesta en frecuencia para las variantes del diseño II.

Para poder verificar la aproximación que se realizó al ancho de banda se hizo la gráfica de ganancia mostrada en la Figura 5-17. En ésta se puede observar que los anchos de banda aproximados son muy cercanos a los que se obtienen gráficamente, y que el diseño optimizado si cuenta con un ancho de banda mucho menor al de los otros dos diseños.

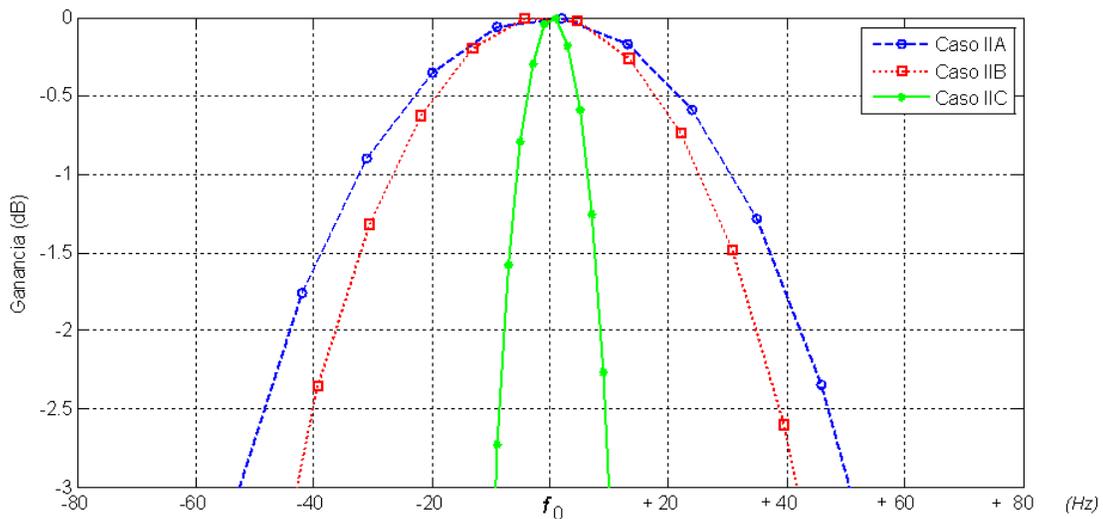


Figura 5-17 Ancho de banda para las variantes del diseño II.

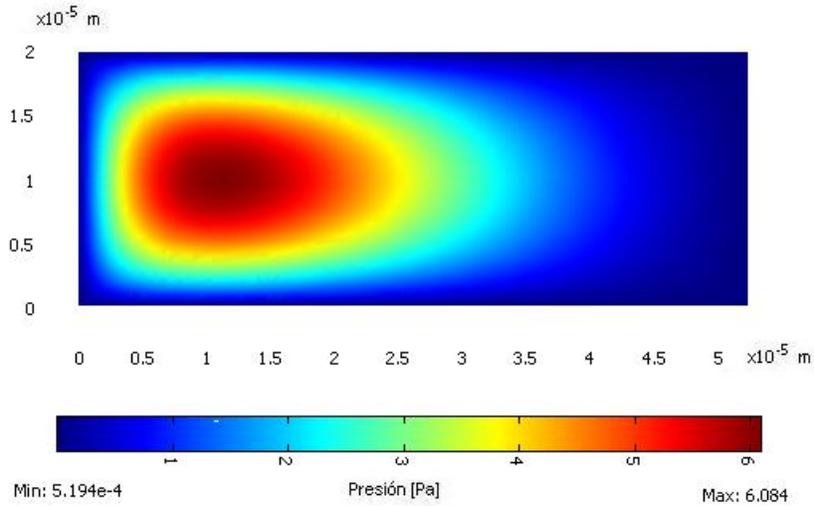


Figura 5-18 Distribución de la presión diseño IIA.

La distribución de la presión también se analizó, en la Figura 5-18 y Figura 5-19 se muestra la distribución de la presión para los diseños no optimizados. La localización del máximo para ambos casos se encuentra cercano a la parte fija de la microviga. Para estas dos superficies la distribución de la presión es muy semejante, sin embargo para el diseño IIB la presión máxima es de 5.721 Pa a diferencia del IIA que tiene como presión máxima 6.084 Pa.

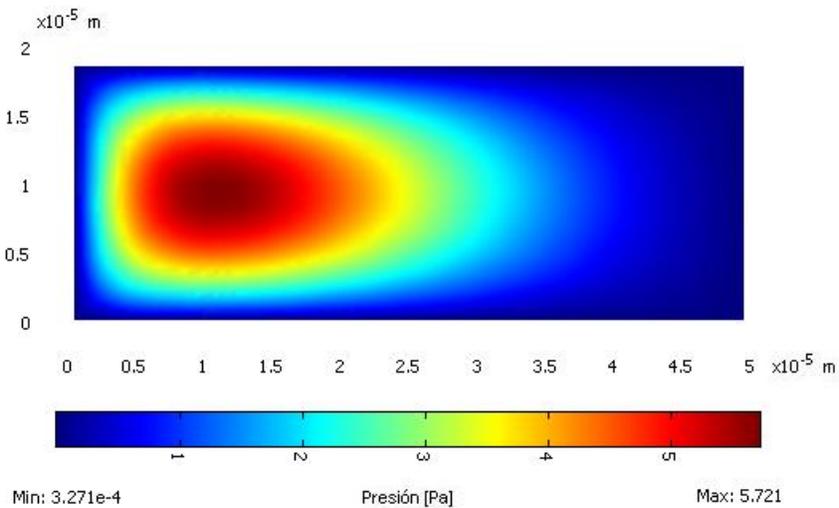


Figura 5-19 Distribución de la presión diseño IIB.

Un efecto diferente ocurre en la distribución de presión del diseño optimizado, mostrada en la Figura 5-20, la presión máxima se mantiene muy similar los otros dos diseños. Sin embargo, aunque la presión máxima no disminuye, la distribución de la presión se concentra en un área muy pequeña dejando la mayor parte del área de contacto bajo la influencia de presiones más bajas.

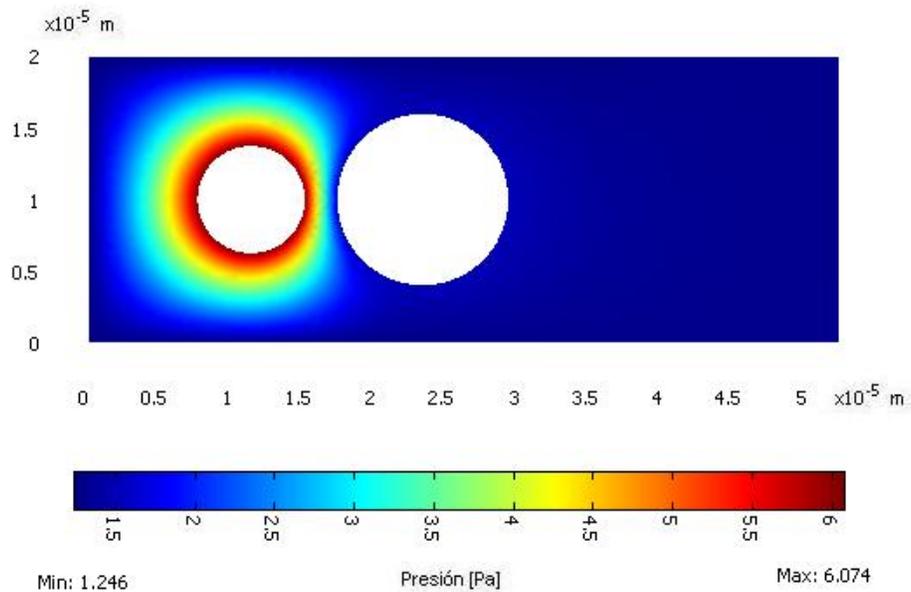


Figura 5-20 Distribución de la presión diseño IIC.

## 6. CONCLUSIONES

Dentro del diseño de sistemas microelectromecánicos una parte esencial es la mecánica computacional, ya que permite el constante desarrollo de microsensores y microactuadores, al permitir incursionar en diseños novedosos que contribuyen a mejorar el desempeño de estos sistemas. Con el estudio de tecnologías MEMS se explora una nueva área de investigación que se puede explotar en la Universidad Autónoma de Querétaro, y con lo que nuestra universidad pueda colocarse dentro de las instituciones a nivel mundial que contribuyan al desarrollo de estas tecnologías.

Se comprobó que al introducir perforaciones en las microvigas se consigue aumentar el factor Q al disminuir el amortiguamiento por capa de compresión, esto se pudo observar al obtener la presión en el área de contacto del fluido. También se tuvo como principal repercusión la disminución de la frecuencia natural debido a la disminución de su rigidez. De la misma forma se presentaron aumentos en los esfuerzos concentrados en las microvigas, mismos que pueden llegar causar daños en la microestructura.

Se incorporó de manera satisfactoria el modelo del amortiguamiento al análisis por elemento finito por medio del software COMSOL, lo que permitió ligar estos dos modelos y así obtener la respuesta de la microestructura considerando el efecto del amortiguamiento por capa de compresión. El análisis por elemento finito permitió evaluar el factor Q de manera eficiente, puesto que durante el proceso de optimización se evaluaron miles de configuraciones de microvigas de diferentes dimensiones y características, esto a partir de la estructura genérica programada. Lo cual no sería posible de evaluar mediante la mecánica clásica.

La implementación del método de optimización fue robusta y permitió una buena evolución de la especie para obtener los máximos esperados. Las probabilidades de reproducción y cruzamiento dieron buen resultado para este problema de

optimización. Mientras que las penalizaciones implementadas permitieron un buen comportamiento de las restricciones.

Como resultado de la evolución del método de optimización se obtuvo un factor Q alto, con las comparaciones del capítulo anterior se demostró que el aumento en el factor Q es producido en mayor parte por las perforaciones incorporadas. También se obtuvieron frecuencias del orden de MHz, ya que la frecuencia natural es proporcional a este factor e inversamente proporcional al ancho de banda. Sin embargo para aplicaciones que requieran frecuencias de operación específicas, se puede fijar esta frecuencia y obtener un factor Q alto minimizando el ancho de banda para esta frecuencia.

Con las comparaciones presentadas en la sección 5.3 se verificó que los diseños obtenidos en realidad representan microvigas mejoradas, y que podrán ser aplicadas en la fabricación tanto de microsensores y microactuadores. Una aplicación probable para las microvigas resultantes podría ser un sensor de detección de masas para alguna aplicación médico-biológica, al ser usada la microviga como resonador se podrán detectar más rápidamente los cambios en la masa; lo que generaría un sensado con mayor sensibilidad a estos cambios de masas. Al diseño resultante aun se le pueden agregar capas de recubrimientos para poder utilizar el efecto piezoeléctrico, lo cual también produciría un cambio en el factor Q de la microviga, y para lo cual se tendrían que usar otro tipo de elementos finitos para poder ser analizados. Finalmente para aplicar los diseños en la fabricación de un sensor es necesario ajustar a las dimensiones a la resolución mínima que ofrece cada tipo de tecnología de microfabricación.

## REFERENCIAS

- Bao, Minhang, Heng Yang and Yuancheng Sun. 2003. Modified Reynolds' equation and analytical analysis of squeeze-film air damping of perforated structures. *J. Micromech. Microeng.* 13:795-800.
- Beeby, Stephen, Graham Ensell, Michael Kraft, Neil White. 2004. *MEMS Mechanical Sensors*. Artech House, Inc. Norwood. ISBN 1-58053-536-4.
- Belaubre, Pascal, Matthieu Guirardel, Véronique Leberre, Jean-Bernard Pourciel and Christian Bergaud. 2004. Cantilever-based microsystem for contact and non-contact deposition of picoliter biological samples. *J. Sensors and Actuators A*. 110:130–135.
- Braghin, Francesco, Elisabetta Leo and Ferruccio Resta. 2006. Modelling of Air Damping in MEMS Inertial Sensors: Comparison Between Numerical and Experimental Results. *Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, 2006. EuroSime 2006. 7th International Conference on Mechanical and Multiphysics*. 1-8.
- Cha, Byung Hak, Sang-Myung Lee, Jae Chan Park, Kyo Seon Hwang, Sang Kyung Kim, Yoon-Sik Lee, Byeong-Kwon Ju and Tae Song Kim. 2009. Detection of Hepatitis B Virus (HBV) DNA at femtomolar concentrations using a silica nanoparticle-enhanced microcantilever sensor. *Biosensors and Bioelectronics*. (In Press).
- Chou, Yen-I, Hsu-Cheng Chiang and Chi-Chuan Wang. 2008. Study on Pd functionalization of microcantilever for hydrogen detection promotion. *J. Sensors and Actuators B*. 129:72–78.
- Coultate, John K, Colin H.J. Fox, Stewart McWilliam and Alan R. Malvern. 2008. Application of optimal and robust design methods to a MEMS accelerometer. *J. Sensors and Actuators A*. 142 :88–96.

- Darling, Robert B., Chris Hivick and Jianyang Xu. 1997. Compact Analytical Models for Squeeze Film Damping with Arbitrary Venting Conditions. Transducers '97, internacional Conference on Solid-State Sensor an Actuators.
- De Silva and W. Clarence. 2007. Computer Techniques in Vibration. Taylor & Francis Group. New York. ISBN:1-4200-5317-5.
- Edward, Sergey. 2001. Nano and- Microelectromechanical Systems. CRC Press LLC. Florida. ISBN 0-8493-916-6.
- Feng, C., Ya-Pu Zhao and D. Q. Liu. 2006. Squeeze-film effects in MEMS devices with perforated plates for small amplitude vibration. J. Microsyst Technol. 13:625-633.
- Gad-el-Hak, Mohamed. 2006. MEMS Applications. Taylor & Francis Group. Florida. ISNB 10: 0-8493-9139-3.
- Gardner, Julian W., Vijay K Varadan and Osama O. Awadelkarim. 2001. Microsensors, MEMS, and Smart Devices. John Wiley & Sons Ltd. England. ISBN 0-471-86109X.
- Goldberg, David E. 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization, an Machine Learning. Addison Wesley Longman, Inc. ISBN: 0201157675.
- Han, J.S. and B.M. Kwak. 2004. Robust optimization using a gradient index: MEMS applications. Struct. Multidisc. Optim. 27:469–478.
- Huang, Shusen, Hu Tao, I-Kuan Lin and Xin Zhang. 2008. Development of double-cantilever infrared detectors: Fabrication, curvature control and demonstration of thermal detection. J. Sensors and Actuators A. 145–146: 231–240.
- Huanga, Xian, Siqi Li b, Jerome S. Schultzc, QianWangb and Qiao Lin. 2009. A MEMS affinity glucose sensor using a biocompatible glucose-responsive polymer. J. Sensors and Actuators B. 140: 603–609.
- Jung, Ho, Chang Jin Kim and Seong Ho Kong. 2007. An optimized MEMS-based electrolytic tilt sensor. J. Sensors and Actuators A. 139:23–30.

- Keskar, Gayatri, Bevan Elliott, Jay Gaillard, Malcolm J. Skove and Apparao M. Rao. 2008. Using electric actuation and detection of oscillations in microcantilevers for pressure measurements. *J. Sensors and Actuators A*. 147:203–209.
- Kim, Eung-Sam, Young-Ho Chao and Moon-Uhn Kim. 1999. Effect of holes and edges on the squeeze film damping of perforated micromechanical structures. Twelfth IEEE International Conference Micro Electro Mechanical Systems. 296-301.
- Kwan, Young W. and Bawg, Hyochoong Bawg. 1997. *The Finite Element Method Using MatLab*. Florida : CRC Prees, 1997. ISBN: 0-8493-9653-0.
- Kwok, Y.Peter, Marc S. Weinberg and Kenneth S. Breuer. 2005. Fluid Effects in Vibrating Micromachined Structures. *J. Micromech Syst*. 14:770-781.
- Lannacci, J., M. Bartek, J. Tianb, R. Gaddi and A. Gnudi. 2008. Electromagnetic optimization of an RF-MEMS wafer-level package. *J. Sensors and Actuators A*. 142: 434–441.
- Lavrik, V. Nickolay and Panos G. Datskosa. 2003. Femtogram mass detection using photothermally actuated nanomechanical resonators. *Phys. Lett*. 82:2697.
- Lee, Dongkyu, Nayoung Shin, Kun-Hong Lee and Sangmin Jeon. 2008. Microcantilevers with nanowells as moisture sensors. *J. Sensors and Actuators B*. 137: 561–565.
- Li, Y., C. Vancura, C. Hagleitner, J. Lichtenberg, O. Brand and H. Baltes. 2003. Very high Q-factor in water achieved by monolithic, resonant cantilever sensor with fully integrated feedback. *Sensors, Proceedings of IEEE*. 809-813 Vol.2.
- Liu, G.R. and X. Han. 2003. *Computational inverse Techniques in Nondestructive evaluation*. CRC PRESS. Washington. ISBN: 0-8493-1523-9.
- Lobontiu, Nicolae and Ephrahim Garcia. 2005. *Mechanics of Microelectromechanical Systems*. Kluwer Academic Publishers. Boston ISBN 1-4020-8013-1.

- Lock, John P., Edward Geraghty, Lawino C. Kagumba and Ken K. Mahmud. 2009. Trace detection of peroxides using a microcantilever detector. *Thin Solid Films*. 517: 3584–3587.
- Lu, J., T. Ikehara, T. Kobayashi, R. Maeda and T. Mihara 2006. Quality factor of PZT thin film transduced micro cantilivers. *IEEE Transactions on Sensors and Micromachines*.
- Lu, P., F. Shen, S.J. O’Shea, K. H. Lee and T. Y. Ng. 2001. Analysis of surface effects on mechanical properties of microcantilevers. *Mater. Phys. Mech.* 4:51-55.
- Ma, Rong-Hua, Chia-Yen Lee, Yu-Hsiang Wang and Hao-Jen Chen. 2008. Microcantilever-based weather station for temperature, humidity and flow rate measurement. *J. Microsyst. Technol.* 14:971–977.
- Ma, Rong-Hua, Po-Cheng Chou, Yu-Hsiang Wang, Tzu-Han Hsueh, Lung-Ming Fu and Chia-Yen Lee. 2009. A microcantilever-based gas flow sensor for flow rate and direction detection. *J. Microsyst. Technol.* 15:1201–1205.
- Mahalik, N. P. 2006. *Micromanufacturing and Nanotechnology*. Springer-Verlag, Berlin. ISBN 3-540-25377-7.
- Mustafa, Muhannad, Nusrat J.Chhanda and M. Mahbubur Razzaque. 2009. A numerical model of an oscillating squeeze film between a rubber surface and a rigid surface. *Tribology Internationa*. (In Press).
- Nayfeh, Ali H and Mohammad Younis. 2003. A new approach to the modeling and simulation of flexible microstructures under the effect of squeeze-film damping. *J. Micromech. Microeng.* 14:170-181.
- Nicholson, David W. 2002. *Finite Element Analysis*. CRC Press. Washington. ISBN: 0-8493-0749.
- Olariu, Stephan. 2006. *Handbook of Bioinspired Algorithms and Applications*. Taylor & Francis Group. Sydney. ISBN: 1-58488-475-4.

- Papila, Melih, Mark Sheplak and Louis N. Cattafesta III. 2008. Optimization of clamped circular piezoelectric composite actuators. *J. Sensors and Actuators A*. 147:310–323.
- Pourcie, Jean, Eric Lebrasseur, Tarik Bourouina, Takahisa Masuzawa and Hiroyuki Fujita. 2001. Microsystem Tool for Microsystems Characterization Profile Measurement of High Aspect-ratio Microstructures. *SPIE proceedings series*. 4592: 244-251.
- Pratap, Rudra, Suhas Mohite and Ashok Kumar Pandey. 2007. Squeeze Film Effects in MEMS Devices. *India : Journal of the Indian Institute of Science*. 87:75-94.
- Rao, S.S. 1999. *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth Heinemann. Massachusetts. ISBN: 0-7506-7072-X.
- Rebeiz, Gabriel. 2003. *RF MEMS: Theory, Design, and Technology*. : John Wiley & Sons. California. ISBN: 0-471-20169-3.
- Sandberg, R, K. Molhave, A. Boisen and W. Svendsen. 2005. Effect of gold coating on the Q-factor of a resonant cantilever. *J. Micromech. Microeng.* 15:2249-2253.
- Seena, V, Anukool Rajorya, Prita Pant, Soumyo Mukherji and V. Ramgopal Rao. 2009. Polymer microcantilever biochemical sensors with integrated polymer composites for electrical detection. *Solid State Sciences*. (In Press).
- Shi, Xiaolei, Qi Chen, Ji Fang, Koday Varahramyan and Hai-Feng Ji. 2008. Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-coated microcantilevers for detection of moisture at ppm level. *J. Sensors and Actuators B*. 129:241–245.
- Smith, P.D., C.R. Chatwin and R.C.D. Young. 2007. Design, optimisation and predicted performance of a micro-machined IR sensor that exploits the squeeze film damping effect to measure cantilever beam displacement. *Optics and Lasers in Engineering*. 45:503–522.
- Stolarski, T. A. 2009. Numerical modeling and experimental verification of compressible squeeze film pressure. *Tribology International*. (In Press).

- Suijlen, M.A.G., J.J. Koning, M.A.J. van Gils and H.C.W. Beijerinck. 2009. Squeeze film damping in the free molecular flow regime with full thermal accommodation. *J. Sensors and Actuators A*. (In Press).
- Tringe, J., D.S. Clague, J.V. Candy, A.K. Sinensky, C. Lee, R.E Rudd and A.K. Burnham. 2004. Model-based processing of micro-cantilever sensor arrays. *J. Micromech Syst.* 15: 1379-1391.
- Turowski, Marek, Zhijian Chen and Andrzej Przekwas. 1999. High-Fidelity and behavioral simulation of air damping in MEMS. Technical Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems. 241-244.
- Varadan, Vijay K., K.J Vinoy and K.A. Jose. 2003. *RF MEMS and Their Applications*. John Wiley & Sons Ltd. West Sussex. ISBN 0-470-84308-X.
- Veijola, Timo and Anu Lehtovuori. 2009. Numerical and analytical modelling of trapped gas in micromechanical squeeze-film dampers. *Journal of Sound and Vibration.* 319:606–621
- Veijola, Timo and Tomi Mattila. 2001. Compact Squeezed-Film Damping Model for Perforated Surface. *Proceedings of Transducers'01.* 1506–1509
- Veijola, Timo. 2005. Analytic Damping Model for a Square Perforation Cell. *Nanotech Conference.* 554-557.
- Veijola, Timo. 2006. Analytic model for perforated squeezed-film dampers. *Design, Test, integration and packaging of MEMS/MOEMS.* 36-41.
- Vemuri, Satish, Gary K. Fedder and Tamal Mukherjee. 2000. Low-Order Squeeze Film Model for Simulation of MEMS Devices. Technical Proceedings of the International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems. 205-208.
- Wang, Yu-Hsiang, Chia-Yen Lee and Che-Ming Chiang. 2007. A MEMS-based Air Flow Sensor with a Free-standing Microcantilever Structure. *Sensors.* 7:2389-2401.

- Wua, Yuehua, Grigory Panaitov, Yi Zhang and Norbert Klein. 2008. Design and fabrication of in-plane resonant microcantilevers. *Microelectronics Journal*. 39: 44–48.
- Zhang, C, G Xu and Q. Jiang. 2004. Characterization of the squeeze film damping effect on the quality factor of a microbeam resonator. *J. Micromech. Microeng.* 14:1302-1306.
- Zhang, Chuanli, Guanshui Xu and Qing Jiang. 2003. Analysis of the air-damping effect on a micromachined beam resonator. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 8: 315-325.
- Zhang, Neng-Hui and Jin-Ying Shan. 2008. An energy model for nanomechanical deflection of cantilever-DNA chip. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 56:2328–2337.
- Zhang, Weibin and Kimberly L. Turner. 2005. Pressure-dependent damping characteristics of micro silicon beam resonators for different resonant. The 4th IEEE Conference on Sensor.
- Zilouchian, Ali and Mo Jamshidi. 2001. *Intelligent Control systems using Soft computing methodologies*. CRC Press. Washington. ISBN: 0-8493-1875-0.