

Eusebio
Eduardo
Hernández

Diseño Mecatrónico Óptimo de Manipuladores
Paralelos a través del Modelado y Simulación

2010



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería

**Diseño Mecatrónico Óptimo de Manipuladores
Paralelos a través del Modelado y Simulación**

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Doctor en

Ingeniería

Presenta

Eusebio Eduardo Hernández Martínez

Dirigido por

Dr. Carlos S. López Cajún

Co-asesor

Prof. Marco Ceccarelli

Querétaro, Qro. Enero 2010



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Doctorado en Ingeniería

Diseño Mecatrónico Óptimo de Manipuladores Paralelos a través del Modelado y Simulación

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Doctor en Ingeniería

Presenta:

Eusebio Eduardo Hernández Martínez

Dirigido por:

Dr. Carlos Santiago López Cajún
Prof. Marco Ceccarelli

SINODALES

Dr. Carlos S. López Cajún
Presidente

Prof. Marco Ceccarelli
Secretario

Juan Carlos Jáuregui Correa
Vocal

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Suplente

Dr. Aurelio Domínguez González
Suplente

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director de la Facultad

Firma

Firma

Firma

Firma

Firma

Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval
Director de Investigación y
Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Enero 2010
México

RESUMEN

Los manipuladores paralelos están llamados a ser parte de la nueva generación de sistemas robóticos, ya que presentan imponderables ventajas sobre sus contrapartes seriales tales como alta rigidez, elevada velocidad de operación y estabilidad dinámica. Para el éxito comercial y en aplicaciones industriales, en estos manipuladores se debe asegurar una precisión elevada. Sin un análisis de error y una estrategia de calibración adecuados, esta importante ventaja solo puede ser potencial. Por esta razón, las investigaciones más relevantes y el estado del arte sobre métodos de calibración de estas estructuras se discuten en este trabajo. Inicialmente se aborda la identificación de sus errores para aplicaciones como máquinas herramienta, después se introduce la cinemática y el concepto de calibración. Adicionalmente, se ha realizado un análisis y evaluación del error para manipuladores paralelos de seis grados de libertad. En particular, un sistema de medición con una configuración de estructura paralela ha sido analizado a través de simulación y pruebas experimentales con el fin de determinar la respuesta de su operación y para analizar algunas fuentes de errores, las cuales se han identificado como las principales. Un procedimiento para la estimación del error fue propuesto para conocer su efecto sobre el posicionamiento del órgano terminal tomando en cuenta los errores en la posición de la base y el órgano terminal. Los resultados numéricos y de pruebas experimentales han sido encontrados usando un modelado y una configuración experimental, respectivamente, con el ánimo de compararlos, así como para caracterizar la respuesta del sistema. Se propone además un método de estimación de error para un manipulador paralelo de alta precisión. El método toma en cuenta las desviaciones para cada actuador, y se comparan los resultados con un método simplificado para el error global. Con este método, la precisión puede ser estimada tomando en consideración los errores individuales de cada componente. También, en esta tesis se introduce el diseño mecatrónico de manipuladores paralelos tomando en consideración estrategias de optimización. Para validar el modelado, que es necesario en la estrategia de diseño mecatrónico, se ha desarrollado la caracterización de la operación de CaPaMan 2bis basada en cálculos de simulación y pruebas experimentales. El diseño cinemático y la operación del prototipo han sido caracterizados por un desempeño adecuado con acciones continuas suaves y una buena habilidad de repetitividad. Los

resultados de comparación muestran que diferentes movimientos prescritos pueden ser desarrollados apropiadamente por el prototipo y el modelado.

(Palabras clave: Manipuladores Paralelos, Calibración, Estimación del Error, Diseño Mecatrónico)

SUMMARY

Parallel manipulators have become part of the new generation of robotic systems, since they have imponderables advantages over their serial counterparts such as high stiffness, high operation speed and dynamic stability. For industrial and commercial success, these structures must ensure a high accuracy. Without an error analysis and an appropriate calibration strategy, this significant advantage can only be potential. For this reason, considerations on positioning error and calibration are analyzed for these structures. Firstly, some of the main investigations on calibration methods of parallel mechanisms are discussed. The identification of errors in these structures applied to machine tools is presented, later the kinematics and the concept of calibration is introduced. In addition, the main characteristics of a cable-based parallel manipulator are analyzed. Operation models and formulations are proposed both for kinematics and statics. In particular, a procedure is proposed for error estimation to know error effects on the end-effector pose. Results of experimental tests and simulations are also compared to show the feasibility and practical efficiency of the system. For a high accuracy parallel robot, a method for estimating its accuracy is proposed. The method takes into consideration measure deviations for each actuator, and the results are compared with a simplified global error method. With this method, the accuracy can be estimated by taking into account the individual errors for each component. In this work, the mechatronic design of parallel manipulator is introduced taking into account strategies for optimization. In order to evaluate a proposed modeling that is needed to the mechatronic design approach, operation performance of CaPaMan 2bis has been investigated through lab experimental tests and numerical simulations. Milli-CaTraSys has been implemented to determine displacements and orientation variations of CaPaMan 2bis end-effector during experimental tests. Several prescribed motions have been simulated and tested under different conditions in order to characterize the system behaviour. In particular, kinematic characteristics are obtained both from experimental tests and numerical simulations. Finally, experiment results and simulation computations have been compared for the purpose of evaluation and design characterization of the modeling and prototype, respectively.

(Key words: Parallel Manipulators, Calibration, Error Estimation, Mechatronic Design)

INDICE

	Página
Resumen	i
Summary	iii
Índice	iv
Índice de Cuadros	viii
Índice de Figuras	ix
1 INTRODUCCION	1
1.1 Formulación del Problema	1
1.2 Objetivos, Marco de la Tesis y Contribuciones del Trabajo	3
1.3 Estructura de la Tesis	4
2 ROBOTS PARALELOS: ESTADO DEL ARTE	6
2.1 Definiciones y Clasificación	6
2.1.1 Breve Historia de los Robots Paralelos	6
2.1.2 Elementos Estructurales y Características	10
2.1.3 Definiciones Importantes sobre Robots Paralelos	12
2.2 Configuraciones de Estructuras Paralelas	16
2.2.1 Problema de Cinemática Inversa	16
2.2.2 Problema de Cinemática Directa	18
2.2.3 Dinámica y Esquemas de Control	19
2.3 Calibración de Robots Paralelos	22
2.3.1 El problema de Calibración	22
2.3.2. Clasificación de los Métodos de Calibración	22
2.3.2.1 Métodos Paramétricos	24
2.3.2.1.1 Calibración con Sistemas de Medición Internos Adicionales	26
2.3.2.1.2 Calibración con Dispositivos Externos	28
2.3.2.2 Métodos Numéricos	35
2.3.3 Influencia en la Funcionalidad del Sistema	36
2.4 Modelado de Error	37
2.4.1 Definiciones de Error	37
2.4.2 Identificación de Fuentes de Error	41

4.3	Método del Diseño Mecatrónico	102
4.3.1	Sistemas Mecatrónicos	102
4.3.2	Proceso Típico de Diseño Mecatrónico	104
4.4	Consideraciones del Diseño	106
4.5	Modelado del Manipulador Paralelo de Cassino	109
4.5.1	El Diseño de CaPaMan 2bis	110
4.5.1.1	Parámetros y Movilidad	110
4.5.1.2	Características de Construcción	112
4.5.2	Modelado Desarrollado para el Prototipo	113
5	UNA METODOLOGÍA DE DISEÑO MECATRÓNICO Y OPTIMIZACIÓN PARA MANIPULADORES PARALELOS	115
5.1	Motivación	116
5.2	Optimización para sistemas Mecatrónicos	117
5.2.1	Consideraciones para el Proceso de Optimización	117
5.2.2	Métodos de Optimización	119
5.2.3	Selección de un Método Adecuado de Optimización	124
5.2.4	Problemas para la Optimización de Sistemas Mecatrónicos	124
5.3	Consideraciones para el Diseño Mecatrónico de CaPaMan 2bis	128
5.3.1	Análisis Cinemático y Evaluación del Modelado	131
5.3.1.1	Un Procedimiento para la Evaluación Numérica y Experimental	131
5.3.1.2	Análisis de los Resultados de la Evaluación Numérica y Experimental	136
5.3.2	Análisis Dinámico por medio de Simulaciones	

Numéricas del Modelado de CaPaMan 2bis	144
5.3.2.1 Análisis de los Resultados de Simulación Numérica	
5.3.3 Análisis Estático por medio de Simulaciones Numéricas del Modelado de CaPaMan 2bis y Milli-CaTraSys	149
5.3.4 Consideraciones para el Enfoque de Co-simulación a través del Modelado	152
CONCLUSIONES	160
LITERATURA CITADA	163
APENDICE A	178
APENDICE B	181
APENDICE C	185
PUBLICACIONES DEL CANDIDATO	190

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
2.1	Una comparativa entre las características principales de los manipuladores seriales y los paralelos, (Ganovsky, 2007)	11
3.1	Distancias medidas desde el origen del marco de referencia fijo a los puntos B_i	58
3.2	Resultados calculados para el error propagado debido a errores en la localización de los puntos B_i y P_j en unidades de 10-3 mm	64
3.3	Resultados calculados para errores de calibración y medición en los transductores LVDTs en unidades de mm	66
3.4	Especificaciones del mecanismo de posición y orientación para enfocar los espejos del GTM	75
3.5	Parámetros de diseño del Hexápodo de alta precisión	79
4.1	Especificaciones de los parámetros de diseño para CaPaMan2bis	111
4.2	Características de los motores MaxonDC RE25 del prototipo CaPaMan2bis construido en LARM, (Maxon Webpage 2008)	112
5.1	Parámetros para movimientos de entrada diferentes en las simulaciones	137
5.2	Alcances máximos y mínimos medidos para los movimientos de CaPaMan 2bis	139
5.3	Valores de entrada para las simulaciones de las trayectorias	145

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
2.1 Primeros robots paralelos, a) Plataforma de movimiento de Gwinnett (Imagen tomada de US patent N 1,789,680) ; b) Robot industrial paralelo para labores de pintura de Willard Pollard (Tomada de US Patent No. 2,286,571)	7
2.2 Plataformas paralelas, a) Plataforma de Gough; b) Simulador de movimiento de Klaus Cappel; c) Plataforma de Stewart	7
2.3 Robots paralelos de los años ochenta, a) Robot Delta de R. Clavel (tomada de US Patent 4,976,582); b) Hexapodo Left Hand de INRIA	8
2.4 Robots paralelos de tres y cuatro grados de libertad, a) Agile Eye de la Universidad de Laval; b) El Generador de Movimientos Schönflies de McGill de la Universidad de McGill; c) CaPaMan de la Universidad de Cassino; b) Versión 2bis de CaPaMan	10
2.5 Ejemplos de robots paralelos, a) Ejemplo de robots planares de 2 y 3 grados de libertad; b) Ejemplo de robots espaciales	15
2.6 Un esquema para la plataforma Gough-Stewart	18
2.7 Esquema típico para el control de robots paralelos	22
2.8 Clasificación ampliada de los enfoques de calibración para robots paralelos, (Last et al., 2007)	24
2.9 Una gráfica para la densidad de probabilidad de los errores	38
2.10 Un esquema de las fuentes de error para máquinas herramienta convencionales	40
2.11 Un diagrama para el caso de un sistema no lineal con una entrada-una salida, a) El sistema simple: una entrada- una salida; b) Un esquema para el problema de propagación no lineal con una entrada-una salida	42
3.1 Prototipo de Milli-CaTraSys construido en LARM en Cassino: a) Vista de frente; b) Vista posterior	46
3.2 Aplicaciones de Milli-CaTraSys: a) Evaluación del espacio de trabajo de la mano robótica del LARM, (Carbone and Ceccarelli, 2008); b) Medición del desempeño de rigidez para el manipulador paralelo de Cassino versión 2bis, (Carbone and Ceccarelli, 2004)	47
3.3 Esquema en 3D de Milli-CaTraSys, con el marco de referencia	48
3.4 Esquemas de la cinemática de Milli-CaTraSys: a) Primera operación de trilateración; b) Segunda operación de trilateración; c) Tercera operación de trilateración; d) Orientación del órgano terminal del sistema Milli-CaTraSys a través del conjunto de ángulos (α y β) ó (γ y δ) y ψ .	49

3.5	Un esquema de las fuerzas actuando sobre un cable de Milli-CaTraSys	51
3.6	Modelado de Milli-CaTraSys y de la guía lineal para ejemplificar su operación en entorno ADAMS: a) Vista general; b) Vista particular con la configuración 3-2-1 de los cables	54
3.7	Modelado para el análisis estático en entorno ADAMS	54
3.8	Esquema de las fuerzas y torques en el órgano terminal de Milli-CaTraSys	55
3.9	Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje X de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal	55
3.10	Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje Y de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.	56
3.11	Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje Z de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal	56
3.12	Torque resultante sobre el eje X para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal	56
3.13	Torque resultante sobre el eje Y para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal	57
3.14	Torque resultante sobre el eje Z para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal	57
3.15	Diagrama de flujo para la propuesta de calibración de Milli-CaTraSys	58
3.16	Un esquema para los errores principales del sistema Milli-CaTraSys: a) Errores sobre los puntos B_i ; b) Errores de medición y calibración de los transductores; c) Errores sobre los puntos P_j	60
3.17	Resultados del análisis de la propagación del error para errores excéntricos de localización de los puntos B_i : a) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.01\text{mm}$; b) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.1\text{mm}$; c) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=1\text{mm}$	63
3.18	Gráfica del error de las medidas de los cables como función de la variación de los radios r_{B1} , r_{B3} y r_{B5} .	64
3.19	Un esquema para el efecto del error Δl_i sobre el posicionamiento del órgano terminal de Milli-CaTraSys	65
3.20	Resultados calculados para errores de calibración y de medición en los transductores, (Δl_i), para dos ejemplos representativos: a) Cuando el plano XY está a una distancia de $z=178\text{mm}$; b) Cuando el plano XY está a una distancia $z=478\text{mm}$	65
3.21	Longitudes calculadas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y : a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6	67
3.22	Desplazamientos calculados del órgano terminal de Milli-CaTraSys sobre el eje Y	68

3.23	Longitudes calculadas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6	68
3.24	Desplazamientos calculados del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z	69
3.25	Configuración para los experimentos con Milli-CaTraSys: a) Una vista general; b) El órgano terminal con la configuración 3-2-1	69
3.26	Longitudes medidas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y durante una prueba experimental: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6	70
3.27	Desplazamientos del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y durante una prueba experimental	71
3.28	Diferencias entre resultados de simulación y experimentales de las longitudes de los cables 1, 3 y 5 para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y	72
3.29	Longitudes medidas de los cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z durante una prueba experimental: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6	73
3.30	Desplazamientos del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z durante una prueba experimental	73
3.31	Diferencias entre resultados de simulación y experimentales de los cables 1, 3 and 5 para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z	73
3.32	Gran Telescopio Milimétrico: a) Vista general; b) Vista ampliada de la posición del espejo secundario, (GTM webpage, 2009)	74
3.33	Modelo CAD del Hexápodo de alta precisión	76
3.34	Esquema cinemático del Hexápodo: a) Esquema general con las seis piernas; b) Posición de las articulaciones sobre la base; c) Posición de las articulaciones sobre la plataforma móvil	77
3.35	Un esquema de la simulación del hexápodo en Matlab: a) Vista general de la estructura y el espacio de trabajo dado; b) Vista de la plataforma móvil posicionada en un vértice del cubo que define el espacio de trabajo	80
3.36	Algoritmo para la solución de la cinemática directa del Hexápodo utilizando Matlab	82
3.37	Diagrama de flujo del procedimiento para la estimación del error	86
3.38	Mediciones experimentales del error para las articulaciones prismáticas del Hexápodo: a) Articulación prismática 1; b) Articulación prismática 2; c) Articulación prismática 3; d) Articulación prismática 4; e) Articulación prismática 5; f) Articulación prismática 6	88
3.39	Valores RMS de las mediciones del error	89
3.40	Comparación entre los enfoques para la evaluación del error	90

4.1	Representación de sistemas multi-cuerpo: (a) Sistemas seriales; (b) Sistemas paralelos	94
4.2	Diagrama a bloques para submodelos en un entorno numérico	97
4.3	Modelo único en el entorno numérico	97
4.4	Mecatrónica, integración sinérgica de disciplinas diferentes	103
4.5	Proceso típico de diseño de prototipos virtuales para la industria automotriz	104
4.6	Diagrama del proceso de diseño mecatrónico tradicional	105
4.7	Diagrama cinemático del manipulador paralelo CaPaMan2bis	111
4.8	Prototipo de CaPaMan2bis construido en LARM	112
4.9	Detalle del modelado: (a) Modelado de una cadena cinemática de CaPaMan2bis; (b) Modelado del motor de corriente directa y del acoplamiento universal	113
4.10	Modelado de CaPaMan2bis: (a) en entorno SolidWorks 2007; (b) en entorno ADAMS	114
4.11	Detalle del modelado de una cadena cinemática de CaPaMan2bis en el entorno ADAMS	114
5.1	Estrategias para la optimización de la planta y controlador	128
5.2	Propuesta de Diseño Integrado a través del Modelado de CaPaMan 2bis	130
5.3	Configuración experimental usando en sistema de medición Milli-CaTraSys	133
5.4	Un esquema de las partes que integran la configuración experimental para los experimentos de CaPaMan 2bis y Milli-CaTraSys en LARM	133
5.5	Modelado 3D de CaPaMan2 bis y Milli-CaTraSys construido en entorno de ADAMS; (a) Vista general del modelo completo; (b) Vista ampliada con el modelado de los cables para Milli-CaTraSys	135
5.7	Posición de la plataforma <i>MP</i> para el movimiento de las tres cadenas: (a) Posición del punto <i>H</i> en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje <i>X</i> ; (c) Posición en el eje <i>Y</i> ; (d) Posición en el eje <i>Z</i>	137
5.8	Orientación de la plataforma <i>MP</i> para el movimiento de tres cadenas: (a) Vista en espacio 3D; (b) Ángulo ϕ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ	138
5.9	Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación numérica para movimiento de tres cadenas: (a) Diferencias en la posición; (b) Diferencias de los ángulos de orientación	138
5.10	Movimiento medido de cuatro ciclos para tres cadenas de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto <i>H</i> en el espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma <i>MP</i> en el espacio tridimensional	139

5.11	Posición de la plataforma <i>MP</i> para movimiento de dos cadenas: (a) Posición del punto <i>H</i> en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje <i>X</i> ; (c) Posición en el eje <i>Y</i> ; (d) Posición en el eje <i>Z</i>	140
5.12	Orientación de la plataforma <i>MP</i> para movimiento de dos cadenas: (a) Vista en el espacio tridimensional; (b) Ángulo ϕ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ	141
5.13	Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación para el movimiento de dos cadenas: (a) Diferencias de posición; (b) Diferencias entre los ángulos de orientación	141
5.14	Movimiento medido de cuatro ciclos de movimiento para dos cadenas de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto <i>H</i> en espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma <i>MP</i> en el espacio tridimensional	142
5.15	Posición de la plataforma <i>MP</i> para el movimiento de una cadena: (a) Posición del punto <i>H</i> en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje <i>X</i> ; (c) Posición en el eje <i>Y</i> ; (d) Posición en el eje <i>Z</i>	143
5.16	Orientación de la plataforma <i>MP</i> para el movimiento de una cadena: (a) Vista en el espacio tridimensional; (b) Ángulo ϕ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ	143
5.17	Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación para el movimiento de una cadena: (a) Diferencias en la posición; (b) Diferencia en los ángulos de orientación	144
5.18	Movimiento medido de cuatro ciclos para una cadena de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto <i>H</i> en el espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma <i>MP</i> en el espacio tridimensional	144
5.19	Simulación del movimiento de las tres cadenas cinemáticas: (a) Coordenadas de la posición del órgano terminal; (b) Ángulo de la orientación del órgano terminal	146
5.20	Simulación del movimiento de las tres cadenas cinemáticas: (a) Torque calculado de la variable de entrada uno; (b) Velocidad angular de la variable de entrada uno (en línea continua) y velocidad lineal de la biela uno (en línea punteada)	147
5.21	Cálculo de las componentes de la fuerza de reacción en la junta esférica uno para el movimiento de las tres cadenas cinemáticas	147
5.22	Simulación del movimiento con únicamente una cadena cinemática: (a) Coordenadas de la posición del órgano terminal; (b) Ángulo de la orientación del órgano terminal	148
5.23	Simulación del movimiento de únicamente una cadena cinemática: (a) Torque calculado de la variable de entrada 1; (b) Velocidad angular de la variable de entrada uno (en línea continua) y velocidad lineal de la biela uno (en línea punteada)	149
5.24	Cálculo de las componentes de la fuerza de reacción en la junta esférica uno para el movimiento de únicamente una cadena cinemática	149
5.25	El diagrama a bloques de ADAMS/Controls, (ADAMS reference manual 2005).	150

5.26	Esquema de control PID clásico	151
5.27	Esquema de control para el controlador PID de CaPaMan 2bis (Briones et al., 2009)	152

1. Introducción

1.1 Formulación del Problema

La ingeniería está encaminada a cubrir las demandas del mercado para la creación de productos tecnológicos con una creciente complejidad. Los productos actuales por lo general involucran la combinación de varios subsistemas. Esta tesis concierne al estudio de los sistemas mecatrónicos, cuyo objetivo puede contemplar la generación de un movimiento controlado. En un nivel general, estos sistemas están compuestos de componentes tales como mecanismos, actuadores, sensores y unidades de control. En la actualidad, se pueden considerar como sistemas mecatrónicos a los vehículos, máquinas herramienta, robots seriales y paralelos. En particular, el estudio de los robots paralelos es un campo que ha despertado un creciente interés en el ambiente académico y científico en los últimos veinte años. Esto debido gracias al enorme potencial que presentan estas estructuras respecto a sus contrapartes seriales y también a la gran cantidad de aplicaciones de desarrollo tecnológico donde se pueden utilizar. Es conocido que la elevada dinámica en un robot con cadenas cinemáticas cerradas se logra debido a su estructura paralela. Debido a las cadenas cinemáticas cerradas que poseen, en los movimientos de los robots paralelos se reduce la vibración por lo cual se mejora su precisión. Además de su concepto modular que hace posible una producción a bajo costo en la fabricación y ensamble de sus partes mecánicas.

Como una consecuencia de las ventajas potenciales de los robots paralelos en los últimos años se han propuesto una cantidad considerable de nuevos diseños o se plantean mejoras a prototipos existentes. Sin embargo debido a la dificultad de plantear modelos teóricos para la cinemática, dinámica y a la complejidad de las diferentes etapas que envuelve el diseño de los robots paralelos, se requiere el uso de nuevos métodos que permitan evaluar los diferentes componentes y al sistema completo para verificar los requerimientos del diseño.

De manera general el proceso habitual para el diseño de un mecanismo ha sido el siguiente: primero se sintetiza el mecanismo, normalmente de forma aproximada.

Posteriormente, se realiza su análisis. Por lo común el mecanismo sintetizado no suele cumplir perfectamente los requisitos de diseño. Por consiguiente, se hace necesario variar el diseño, y volver a realizar el análisis, en un proceso iterativo hasta comprobar que el mecanismo realiza el movimiento deseado, y sus piezas estarán dimensionadas de forma que serán capaces de soportar los esfuerzos a los que vayan estar sometidos.

Hasta antes del surgimiento de la computadora, el proceso iterativo anterior se hacía manualmente y normalmente no se tenía en cuenta si la solución obtenida era la mejor. En muchos casos, las máquinas y mecanismos se iban optimizando gracias a la experiencia adquirida con los resultados anteriores. En los últimos años el proceso iterativo se ha realizado con ayuda de computadoras, que reducen el tiempo de cálculo y permiten añadir la optimización de las diferentes soluciones posibles; algo que no era posible realizar de manera manual, por lo tedioso y costoso en tiempo que resultaba.

Para el análisis y diseño de robots paralelos se requiere un conocimiento interdisciplinario. Por tanto, el estudio y diseño de un sistema, donde varias disciplinas de ingeniería están involucradas requiere un acercamiento holístico. Es decir se refiere a la manera de ver los sistemas en su totalidad, en su conjunto, en su complejidad, pues de esta forma se pueden apreciar interacciones, particularidades y procesos que por lo regular no se perciben si se estudian los aspectos que conforman el todo, por separado. Este método ha sido llamado como diseño mecatrónico y ha sido utilizado comúnmente para el diseño de maquinaria o en la industria automotriz.

Los componentes de un sistema mecatrónico son: la estructura mecánica de soporte, los actuadores y sensores y el control por computadora. Todos estos componentes pueden ser representados en una computadora y optimizados con respecto a su interacción mutua. Este procedimiento puede ser usado para analizar y mejorar sistemas existentes así como crear sistemas nuevos. Los dos pasos principales para el diseño mecatrónico son: primero construir los modelos en cada disciplina, y después el análisis y síntesis del sistema completo. Estos pasos pueden ser realizados en un círculo de optimización.

Actualmente, aún con el avance de herramientas como el diseño asistido por computadora (CAD por sus siglas en inglés); la aplicación del diseño mecatrónico hacia el análisis y estudio de los robots paralelos presenta un desarrollo demasiado incipiente. Por lo anterior, tanto los robots paralelos como cualquier otro mecanismo requieren un método para el desarrollo de prototipos que permita evaluar sus características cinemáticas y dinámicas aún antes de fabricar el prototipo u optimizar uno ya existente sin tener que modificarlo.

De forma paralela a la problemática descrita anteriormente, una pregunta que ha sido de profundo interés en la comunidad científica es ¿cómo mejorar la precisión de los manipuladores paralelos? pues de la misma manera que cualquier robot o máquina de posicionamiento, existen varios factores que provocan la insatisfacción en la exactitud. Tales como la imperfección estructural, errores de manufactura y/o deformación térmica o elástica que degradan la exactitud final de la estructura. Con el objetivo de encontrar y evaluar las fuentes de error de estas y otras clases de errores, un análisis de sensibilidad e identificación de la contribución de estos errores a la inexactitud total es siempre deseable antes de aplicar métodos de optimización.

1.2 Objetivos, Marco de la Tesis y Contribuciones principales del Trabajo

Esta tesis se enmarca dentro de la mecatrónica, entendida ésta como la combinación sinérgica de la mecánica de precisión, de la electrónica y el control; y que se puede definir como la rama de la ingeniería que estudia el diseño y construcción de sistemas mecánicos inteligentes. Dentro del dominio de la mecánica se encuentra la aplicación y el objeto de estudio, el campo de los robots paralelos. Uno de los objetivos de la tesis es analizar y proponer un método de diseño mecatrónico donde se pueda contemplar la optimización de manipuladores paralelos considerando sus características mecánicas.

En esta tesis se describe un proceso con el que se puede llevar a cabo la optimización de robots paralelos aplicando el diseño mecatrónico. La aplicación del método se evalúa considerando el manipulador paralelo de 3 grados de libertad de la Univesidad de

Cassino, Italia (CaPaMan versión 2bis). En primer lugar se estudian sus características cinemáticas y dinámicas. Como en la propuesta del método de diseño mecatrónico se contempla el desarrollo de prototipos virtuales, por lo tanto también se propone y desarrolla su modelado. Con el fin de caracterizar la operación y desempeño del prototipo, se realiza la evaluación numérica y experimental del modelado y prototipo, respectivamente. De manera particular se estudia la cinemática de manipuladores paralelos de tres y seis grados de libertad.

Por otra parte, con la optimización de las diferentes etapas que involucran el diseño y estudio de los robots paralelos con un enfoque del diseño mecatrónico será posible mejorar su precisión final. Así, se presenta un estudio preliminar sobre la identificación y la evaluación de fuentes de error para ejemplos relacionados con robots paralelos. Finalmente, se realiza la propuesta de nuevos enfoques para el análisis exhaustivo del error de posicionamiento de manipuladores paralelos de seis grados de libertad, para un sistema de medición tipo cable de bajo costo y para un hexápodo de alta precisión.

1.3 Estructura de la Tesis

Este trabajo está dividido en seis capítulos. En el primer Capítulo se presentan aspectos fundamentales como: la formulación del problema, los objetivos y el marco de la tesis.

En el Capítulo dos se presenta el estado del arte de los robots paralelos. Éste está compuesto por cuatro partes. En la primera se recogen algunas definiciones importantes, características y la clasificación general para los robots paralelos. También, se presenta un breve estudio cronológico de los principales diseños que han detonado el estudio sobre este tipo de estructuras. En la segunda parte se revisan las dos configuraciones que determinan la cinemática de los robots paralelos, los modelos de la cinemática inversa y directa; además de la dinámica y algunos esquemas de control para estas estructuras. Siendo la precisión de los robots paralelos una parte del objeto de estudio en este trabajo; en la tercera y cuarta parte de este capítulo se profundiza en el estudio del estado del arte de los enfoques de calibración y el estudio del modelado del error para los robots paralelos,

respectivamente. Se propone una clasificación extendida para los enfoques de la calibración de los robots paralelos.

En el Capítulo tres se presenta una contribución al estado del arte, con el análisis y propuesta de un método para el error de posicionamiento y orientación de manipuladores paralelos. Donde también se aborda el procedimiento de calibración de estas estructuras. Este capítulo se divide en dos partes, en la primera parte el análisis se aplica a un sistema de medición con cables llamado como Milli-CaTraSys (Milli-Cassino Tracking System), el cual tiene una arquitectura de un manipulador paralelo. En la segunda parte, se desarrolla un análisis de sensibilidad para un hexápodo de alta precisión; se describe la motivación, el diseño, modelado del error por medio de dos enfoques y los resultados numéricos.

En el Capítulo cuatro se exploran las técnicas actuales para el modelado y simulación, susceptibles de aplicarse a los robots paralelos. El capítulo está dividido en cuatro partes, en la primera se identifican los principales problemas del modelado. En la segunda se abordan las técnicas de modelado multi-dominio. En la tercera parte se escoge y analiza el enfoque de diseño mecatrónico con el ánimo de evaluar su aplicación en los robots paralelos, y por último en la cuarta parte se plasman algunas consideraciones para el diseño.

En el Capítulo cinco se analizan las consideraciones más importantes para la aplicación del diseño mecatrónico en manipuladores paralelos. El capítulo se divide en cinco partes. En la primera y segunda se presentan la motivación y el enfoque propuesto para el diseño mecatrónico, respectivamente. Después, se analizan diferentes estrategias de optimización, proponiendo algunas consideraciones que se deberían tomar en cuenta para aplicarse conjuntamente con el diseño mecatrónico. La aplicación del enfoque propuesto se analiza para el manipulador paralelo de Cassino de tres grados de libertad. En particular para este manipulador paralelo se presenta su diseño, modelado propuesto, simulación numérica y resultados experimentales.

Finalmente, en el Capítulo seis se presentan las conclusiones de esta tesis.

2. Robots Paralelos: Estado del arte

2.1 Definiciones y Clasificación

Con el fin de introducir el estado del arte de los robots paralelos, en esta Sección se presentará brevemente la historia de los robots paralelos. Después se estudiarán sus principales características y estructura y se plantearán sus diferencias respecto a los robots seriales. Antes de introducir una clasificación de este tipo de estructuras, se definirán los conceptos más importantes.

2.1.1 Breve Historia de los Robots Paralelos

Los primeros trabajos teóricos relacionados con las estructuras paralelas aparecieron en los siglos XVIII y XIX, cuando los primeros geómetras franceses realizaron sus estudios sobre los poliedros y sus aplicaciones; (Cauchy, 1813), (Lebesgue, 1867), (Bricard, 1897), (Bricard, 1906) y (Borel, 1908). Ya en la época actual, el primer mecanismo paralelo fue patentado por (Gwinnett, 1931), era una plataforma de movimiento destinada a la industria del entretenimiento, Figura 2.1a). En los cuarenta, (Pollard, 1940) presentaba un ingenioso robot paralelo de 5 grados de libertad con tres ramificaciones, que se muestra en la Figura 2.1b). Esta extraordinaria invención sin embargo nunca fue construida, aunque fue diseñada para labores de pintado automático. Sin embargo, han sido otros mecanismos paralelos los que han logrado mayor reconocimiento general y han contribuido a la aparición de un mayor número de publicaciones sobre este tipo de estructuras.

Por estricto orden temporal, fue el Dr. Eric Gough (un ingeniero de la casa Dunlop Rubber Co., Birmingham, England) quien inventó la plataforma paralela más popular de todas, la cual se muestra en la Figura 2. 2a), (Gough 1947). Diseñó una estructura de tipo hexápodo con lados de longitud variable como plataforma para la comprobación del comportamiento de los neumáticos de la casa Dunlop bajo cargas aplicadas en diferentes ejes. De esta forma intentaba simular el proceso de aterrizaje de un avión. Con lo cual pretendía dar respuesta a la necesidad de una máquina que permitiera determinar las propiedades de neumáticos bajo cargas combinadas.

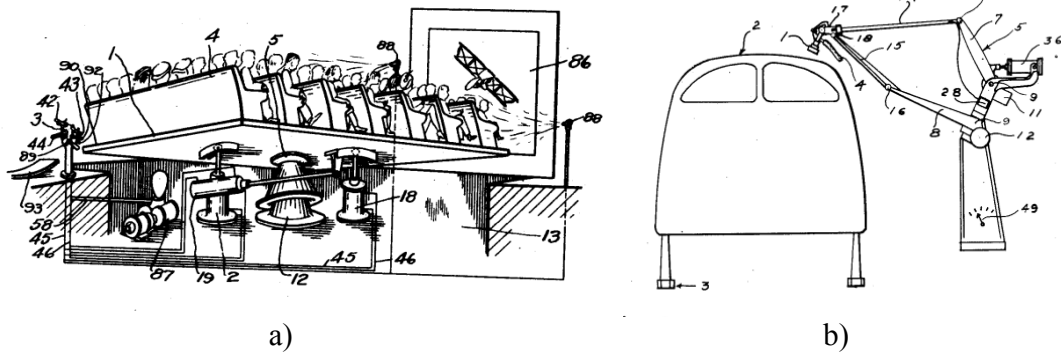


Figura 2.1. Primeros robots paralelos, a) Plataforma de movimiento de Gwinnett (Imagen tomada de US patent N 1,789,680) ; b) Robot industrial paralelo para labores de pintura de Willard Pollard (Tomada de US Patent No. 2,286,571).

Más adelante, el simulador de movimiento de Mr Klaus Cappel que se muestra en la Figura 2. 2b) surgió en 1962 como una solución a la solicitud del Franklin Institute Research Laboratories en Philadelphia para mejorar un sistema de vibración convencional. Después, Stewart presentó un artículo en el que describía una plataforma de movimiento de 6 grados de libertad destinada a trabajar como simulador de vuelo, Figura 2. 2c). El artículo (Stewart 1965) tuvo y tiene una gran influencia en el mundo académico y se considera como uno de los primeros trabajos de análisis de plataformas paralelas. Con estos manipuladores nació la clase de manipuladores octaedros hexápodos conocidos también como hexápodos de posicionamiento.

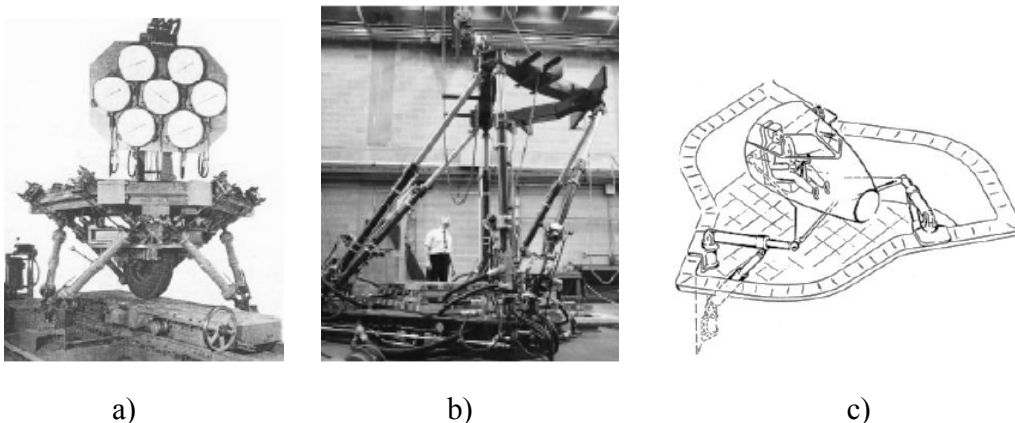


Figura 2. 2. Plataformas paralelas, a) Plataforma de Gough; b) Simulador de movimiento de Klaus Cappel; c) Plataforma de Stewart.

Después de los diseños pioneros expuestos anteriormente, en la década de los ochentas, se comenzaron a demandar robots con baja inercia y alta robustez, rapidez de movimiento y precisión, así como capacidad de manipular grandes cargas. Esto provocó la investigación y el desarrollo de novedosas morfologías con mejores características funcionales. Así, los manipuladores paralelos fueron fuente de gran interés; hasta volverse hoy en día un área de investigación dominante en la robótica con múltiples segmentos de aplicación: desde operaciones de maquinado, asistencia médica, simuladores de aeronaves y aeroespaciales. Después de los inventos creados durante el periodo de 1945-1970, cumpliendo con las necesidades anteriores, comenzaron aparecer nuevos diseños citando a continuación los más famosos.

El robot Delta que se muestra en la Figura 2. 3a) (Clavel R. 1991), fue una ingeniosa idea de Raymond Clavel profesor en la Escuela Politécnica Federal de Lausanne, Suiza que dio inicio a la familia de los robots tipo Delta; empleó paralelogramos como elementos principales de las piernas del robot, permitiendo así tres movimientos de traslación y uno de rotación. El uso de los actuadores montados en la base y elementos de baja masa permite al manipulador lograr grandes aceleraciones en ambientes experimentales y en aplicaciones industriales, lo cual lo hace conveniente para operaciones de tomar y colocar objetos ligeros (10 gr a 1 kg) con elevadas velocidades. En nuestros días, se pueden encontrar robots Delta con muchas aplicaciones, incluyendo operaciones de maquinado industrial.

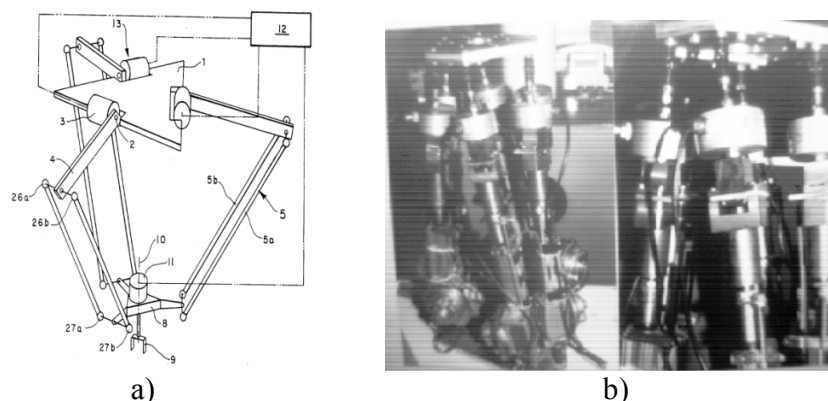


Figura 2. 3. Robots paralelos de los años ochenta, a) Robot Delta de R. Clavel (tomada de US Patent 4,976,582); b) Hexapodo Left Hand de INRIA.

El manipulador paralelo “left hand ” Figura 2. 3b), desarrollado en 1986 en INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique), Francia fue diseñado para servir como una extensión para incrementar la destreza de otros manipuladores, comúnmente seriales.

Un mecanismo paralelo de tres grados de libertad del tipo espacial patentado en 1993 y llamado como “Ojo agíl” fue desarrollado por (Gosselin y Hamel 1994) en el Laboratorio del Robótica de la Universidad de Laval en Canada, Figura 2.4a); destinado principalmente a tareas de orientación rápida como cámara de video. Debido a su baja inercia e inherente rigidez, el mecanismo puede lograr velocidad angular superior a 1000 grados/seg y aceleraciones angulares a mas de 20 000 grados/seg, superando ampliamente al ojo humano.

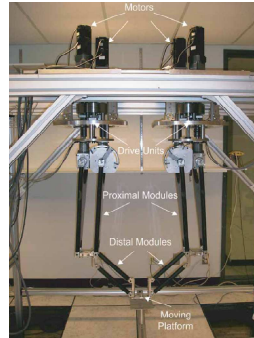
El generador de movimientos Schönflies de la Universidad de McGill es un robot paralelo de cuatro grados de libertad, permite tres traslaciones independientes y rotación sobre un eje de dirección fija. El McGill SMG (McGill Schönflies-Motion Generator) está compuesto de dos cadenas seriales idénticas de cuatro grados de libertad, como se puede observar en la Figura 2.4b).

Otro ejemplo de robot paralelo de tres grados de libertad es el CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator). La versión original consiste de tres cadenas cinemáticas idénticas con tres paralelogramos actuados como entrada y una articulación prismática pasiva sobre éstos, Figura 2. 3c). Esta articulación ha sido cambiada por una rotacional para la última versión llamada como CaPaMan 2bis, Figura 2. 3d).

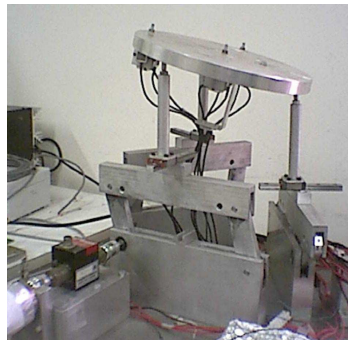
Como es de suponerse estos son sólo algunos ejemplos de la amplia variedad de diseños de manipuladores paralelos que han sido propuestos hasta hoy en día. Existen muchos otros, que pueden ser sujetos de mención o análisis; sin embargo esto nos llevaría más allá del objetivo del presente trabajo.



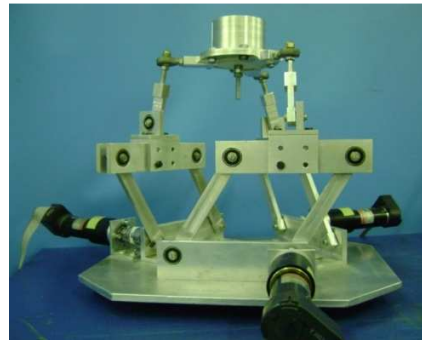
a)



b)



c)



d)

Figura 2. 4. Robots paralelos de tres y cuatro grados de libertad, a) Agile Eye de la Universidad de Laval; b) El Generador de Movimientos Schönflies de McGill de la Universidad de McGill; c) CaPaMan de la Universidad de Cassino; b) CaPaMan versión 2bis.

2.1.2 Elementos Estructurales y Características

Como se introdujo en la sección anterior, mientras durante los años setentas y ochentas la gran mayoría de los desarrollos y aplicaciones industriales se daban para los manipuladores seriales, en los últimos dos décadas ha explotado la investigación en el campo de la robótica paralela. Esto se ha debido principalmente a que numerosas aplicaciones ahora demandan por mayor rigidez, velocidad, elevada precisión y mayor relación carga-peso. El Cuadro 2.1, compara las principales características de los manipuladores seriales y paralelos.

Para los brazos robóticos seriales, el primer cuerpo móvil de la cadena cinemática está conectado a otro cuerpo fijo, llamado base o plataforma fija, mientras el último a un

cuerpo terminal móvil, llamado órgano terminal donde se coloca la herramienta o pinza. De esta manera, en los manipuladores seriales los errores en cada articulación que unen cada elemento de la cadena cinemática abierta a otro son acumulativos respecto a la posición del órgano terminal.

Cuadro 2.1 Una comparativa entre las características principales de los manipuladores seriales y los paralelos, (Ganovsky, 2007).

Característica	Manipuladores Seriales	Manipuladores Paralelos
Espacio de trabajo	Grande	Pequeño
Rígidez	Baja	Alta
Relación carga-peso	Limitada	Alta
Precisión	Limitada	Muy alta
Rapidez	Limitada	Muy alta
Repetitividad	Buena	Muy buena
Rigidez	Limitada	Muy alta

En contraste, en los manipuladores paralelos los errores de posicionamiento debidos a la fricción mecánica son promediados. Además los accionamientos de potencia conectan directamente la base del robot al órgano terminal. Así, los accionamientos de potencia sirven de elementos estructurales y actúan de manera simultánea, lo que les da la capacidad de manipular cargas muy superiores a su propio peso. Por tanto, la relación carga/potencia de estos mecanismos proporciona una alta eficiencia energética.

Sin embargo los manipuladores paralelos presentan otras características que debido a su aplicación pueden considerarse desventajas. Un problema fundamental que presentan es el hecho de que la solución, tanto teórica como numérica, de la cinemática directa generalmente es mucho más complicada. En ocasiones esto obliga a recurrir a sensores redundantes para establecer un lazo de control. El espacio de trabajo suele ser pequeño comparativamente hablando. Además, no es sencillo su cálculo, pues la posición y orientación están fuertemente acopladas. El problema de las configuraciones singulares es más complejo, y debe resolverse específicamente para cada topología. No existe, como ocurre en los robots serie, un modelo dinámico general para los mismos. Esto dificulta el desarrollo de algoritmos de control de carácter general y hace que los robots existentes en la actualidad se controlen de forma desacoplada. Estas características pueden ser

consideradas como campos abiertos a la investigación científica, lo que ha llevado a un crecimiento importante de ésta en los últimos años.

2.1.3 Definiciones Importantes sobre Robots Paralelos

Antes de hacer una descripción de las topologías básicas de robots paralelos dentro de las cuales se encuentran las que serán estudiadas en este trabajo, es conveniente plasmar las definiciones fundamentales de la mecánica y robótica.

Para cualquier cuerpo rígido, con capacidad de moverse en el espacio, su movimiento siempre puede ser descrito por un conjunto de movimientos básicos. Tres movimientos independientes de traslación a lo largo de tres ejes coordenados mutuamente ortogonales y tres movimientos independientes de rotación alrededor de éstos. A estos movimientos básicos independientes se les conoce como grados de libertad del cuerpo rígido y pueden ser representados para cada instante de tiempo por un conjunto de variables independientes (coordenadas) que definen la posición y orientación del cuerpo respecto a un marco de referencia general. El grado de libertad total de un mecanismo lo define el número de coordenadas independientes necesarias para definir su configuración. Además, para un sistema mecánico que representa un conjunto de cuerpos rígidos (como por ejemplo un robot) usualmente se escoge un sistema con coordenadas cartesianas que permita definir la configuración de cada uno de ellos. Estas variables son conocidas como coordenadas generalizadas y proporcionan una descripción de la configuración del sistema. Las coordenadas cartesianas y las coordenadas esféricas o polares son ejemplos de coordenadas generalizadas.

El elemento básico de cualquier sistema mecánico (mecanismo, robot o manipulador) es un cuerpo rígido, aunque algunas veces hay que considerar características de flexibilidad en su análisis. Los cuerpos a su vez están interconectados por juntas o articulaciones, que son dispositivos mecánicos que permiten el movimiento relativo entre los cuerpos conectados a ellas.

De acuerdo a la terminología de la Federación Internacional para la Promoción de la Ciencia de Mecanismos y Máquinas (IFTToMM por sus siglas en inglés), las siguientes definiciones son de interés en este trabajo, (IFTToMM Webpage, 2010):

- Una **cadena cinemática** es un conjunto ensamblado de elementos y articulaciones.
- Una **cadena cinemática cerrada** es una cadena cinemática donde cada elemento está conectado con al menos otros dos elementos.
- Un **mecanismo** es un sistema de cuerpos diseñado para convertir movimientos de, y fuerzas en, uno o varios cuerpos a movimientos restringidos de, y fuerzas en, otros cuerpos.
- Una **máquina** es un sistema mecánico que desarrolla una tarea específica, tal como formación de material, y la transferencia y transformación de movimiento y fuerza.
- Un **manipulador** es un dispositivo para sujetar y mover controladamente objetos.
- Un **manipulador paralelo** es un manipulador que controla el movimiento de su órgano terminal por medio de al menos dos cadenas cinemáticas cerradas yendo de este hacia el marco de referencia.
- Un **robot** es un sistema mecánico bajo control automático que desarrolla operaciones tales como manipulación y locomoción.

Como puede observarse el término robot es más general e incluye la manipulación de objetos. Sin embargo para el área de estudio de este trabajo es más común usar el término manipulador, por consiguiente de aquí en adelante se hará uso de este término. Lógicamente la definición de manipulador paralelo puede entrar en conflicto con los desarrollos sobre robots coordinados que también tienen cadenas cinemáticas cerradas. Sin embargo los manipuladores paralelos simplifican estas cadenas de tal forma que cada una

de ellas dispone, en general de un único actuador, reduciendo así su complejidad y permitiendo canalizar mejor la energía de los actuadores hacia el objetivo de mejorar las prestaciones del manipulador, bien en cuanto a velocidad de movimiento o a capacidad de carga de su órgano terminal.

Con el ánimo de mostrar los componentes que conforman a un manipulador paralelo, en la Figura 2. 5 se presentan dos grandes clases de ejemplos. Dentro del campo de manipuladores paralelos, a la plataforma de la herramienta se le denomina plataforma móvil y es normalmente de menores dimensiones que la plataforma fija.

Merlet ha presentado en (Merlet, 2006) una sub-clasificación importante que puede ayudar a la clasificación y el análisis de los manipuladores paralelos:

- Un **manipulador paralelo generalizado** es un mecanismo de cadena cinemática cerrada cuya plataforma móvil está unida a la base por varias cadenas independientes.
- Un **manipulador paralelo pleno** es un mecanismo de cadena cinemática cerrada, para el cual el número de cadenas es estrictamente igual al número de grados de libertad de la plataforma móvil.
- Un **manipulador paralelo ligero** es un manipulador paralelo, para el cual todos los actuadores están fijos a su base.

Estos últimos presentan un mejor desempeño cinemático y dinámico, debido a que carecen de la influencia de la masa e inercia de los actuadores sobre las partes móviles del mecanismo. Algunos autores han explorado la posibilidad de encontrar formulas que caractericen desde diferentes puntos de vista a los manipuladores paralelos, dando valores numéricos a su paralelismo o movilidad por ejemplo. En la literatura se pueden encontrar por ejemplo, la formula de Gosselin que se aplica a los manipuladores paralelos plenos (Merlet, 2006):

$$p(n-6) = -6 \tag{2.1}$$

donde p es el número de cadenas del manipulador paralelo y n es el número de cuerpos rígidos en cada cadena. La base debe ser considerada como el primer cuerpo rígido y la plataforma móvil como el cuerpo terminal. La mayoría de estas formulas para caracterizar manipuladores paralelos son específicas para un conjunto de arquitecturas, las cuales se definen de acuerdo al número de cadenas, tipo de juntas, grados de libertad, etc.

Existen innumerables configuraciones estructurales para los robots paralelos. Las combinaciones del número de cadenas cinemáticas, tipo de las mismas, restricciones en el movimiento de las articulaciones, etc., hacen prácticamente imposible una presentación sistemática de las estructuras de los robots paralelos. Merlet (2006) ha sido uno de los autores que más ha estudiado estas configuraciones. En principio, y según el tipo de movimientos que son capaces de realizar, se pueden distinguir dos grandes grupos, los robots planares y los espaciales, Figura 2. 5. Los mecanismos planos son aquellos en los que su movimiento se reduce al plano. Por tanto pueden tener 2 o 3 grados de libertad, correspondientes al movimiento de traslación en el plano y a una rotación sobre un eje perpendicular al mismo, Figura 2. 5a).

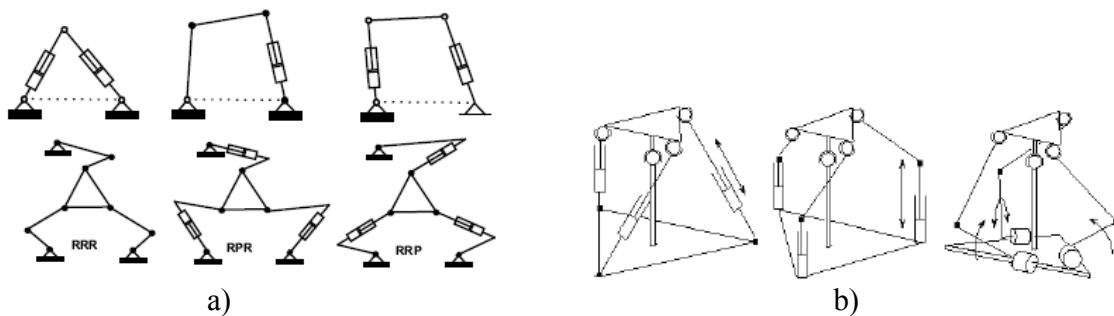


Figura 2. 5. Ejemplos de mecanismos paralelos, a) Ejemplos de mecanismos planos de 2 y 3 grados de libertad; b) Ejemplos de mecanismos espaciales.

Los mecanismos espaciales son aquellos que evolucionan en todo el espacio tridimensional, Figura 2. 5b). Algunos de ellos disponen de los tres grados de traslación, otros tan sólo son capaces de orientar y otros permiten movimientos acoplados. En estos esquemas las uniones de los accionamientos con el órgano terminal y la base se realizan con juntas universales (U) o esféricas (S) que tienen respectivamente dos y tres grados de libertad.

2.2 Configuraciones de Estructuras Paralelas

En esta Sección se revisaran brevemente las dos configuraciones principales para manipuladores paralelos: configuración de posición y orientación. Para definir a estas configuraciones, será introducida una descripción del problema de cinemática directa e inversa. La cinemática directa e inversa juega un papel muy importante dentro de la robótica y conlleva varios aspectos: Diseño, optimización de geometría y desempeño, por citar ejemplos. En esta Sección sólo se describirá la configuración del manipulador como la posición que puede alcanzar su órgano terminal.

Sea $\mathbf{X}=[X_1, \dots, X_n]^T$ el conjunto de coordenadas generalizadas absolutas, que describen la posición y orientación de la plataforma móvil del manipulador paralelo, y $\mathbf{q}=[q_1, \dots, q_n]^T$ el conjunto de coordenadas generalizadas de las articulaciones del manipulador. Debido a la existencia de restricciones de las cadenas cerradas sobre la topología del mecanismo, la relación entre \mathbf{X} y \mathbf{q} se logra a través de un sub-conjunto $\mathbf{q}_u=[q_{u1}, \dots, q_{un}]^T$, el cual contiene coordenadas generalizadas de las articulaciones independientes y que tiene la misma dimensión de \mathbf{X} . El número n representa el número de grados de libertad de la plataforma móvil. Los dos conjuntos de coordenadas son mutuamente dependientes, su dependencia puede ser expresada matemáticamente por un conjunto de ecuaciones no-lineales de la forma:

$$f(\mathbf{X}, \mathbf{q}_u) = 0 \quad (2.2)$$

La formula anterior será usada como punto de partida para el modelado de la cinemática. Como en esta sección el análisis está enfocado a posiciones del manipulador, a continuación se describen de manera general los dos problemas para la cinemática y se definirán las dos configuraciones básicas para manipuladores paralelos.

2.2.1 Problema de Cinemática Inversa

El problema de cinemática inversa (MCI) consiste en encontrar las posibles soluciones para el conjunto \mathbf{q}_u , dando la posición y orientación de la plataforma móvil, es decir el conjunto \mathbf{X} . En el dominio de manipuladores paralelos estas soluciones también son conocidas como posturas del manipulador, es decir la combinación de posición y

orientación. El problema de cinemática inversa de manipuladores paralelos depende de la geometría y tipo de articulaciones. La solución a este problema puede proporcionar una solución única o múltiples soluciones.

Un ejemplo de un método analítico para resolver la cinemática inversa de manipuladores paralelos, propuesta en (Merlet, 2006) que consiste en expresar los vectores $\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i$ formado por los orígenes \mathbf{A}_i y los extremos \mathbf{B}_i de cada cadena cinemática, como función de las coordenadas generalizadas de la plataforma móvil. Este enfoque eventualmente conduce a la forma explícita del problema de cinemática inversa:

$$q_u = g(X) \quad (2.3)$$

La solución de la formulación anterior podría llegar a ser difícil para el caso de manipuladores paralelos con una topología compleja. Pero para los manipuladores paralelos usualmente son idénticos, lo cual simplifica la tarea de cinemática inversa.

El mecanismo paralelo más conocido es la plataforma Gough-Stewart, este manipulador consiste de dos cuerpos rígidos, la base y la plataforma móvil, conectados por seis piernas o extremidades; ver Figura 2. 6. Los actuadores lineales que funcionan de piernas de la plataforma, le proporcionan 6 grados de libertad de posición y orientación relativo a la base, que corresponden a una posición \mathbf{p} y a una matriz de rotación \mathbf{Q} . Una configuración $\mathbf{x}=[\mathbf{p},\mathbf{Q}]$ está asociada a seis variaciones de tamaño c_i de los actuadores lineales medidos por sensores internos, con $1 \leq i \leq 6$. Cada pierna está unida a la base por una junta universal y a la plataforma por una junta tipo bola, de esta manera son 42 parámetros para la cinemática (36 parámetros para los centros de la junta y seis longitudes nominales de las piernas) (Wang y O. Masory, 1993). Adicionalmente, han mostrado que la fuente de error principal en el posicionamiento es debido al limitado conocimiento de los centros de las juntas y que parte del tamaño no está definido por los sensores.

Los modelos cinemáticos son esenciales para el control de robots, y producen las restricciones usadas en la calibración. La cinemática inversa expresa el tamaño de los i -ésimos actuadores como una función de la posición deseada:

$$\|\mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i\| = \|\mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{p}'_i - \mathbf{b}_i\| = c_i \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2.4)$$

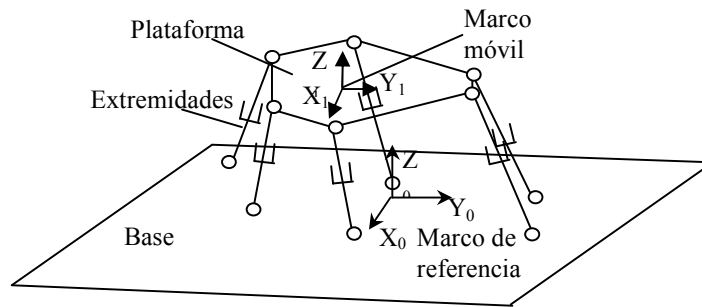


Figura 2. 6. Un esquema para la plataforma Gough-Stewart.

2.2.2 Problema de Cinemática Directa

El problema de cinemática directa (MCD) para los manipuladores paralelos consiste en encontrar las posibles soluciones para la posición y la orientación de la plataforma móvil \mathbf{X} , dando una pose \mathbf{q}_u . Lo cual puede ser encontrado en la literatura de manera explícita como:

$$\mathbf{X}=f(\mathbf{q}_u.) \quad (2.5)$$

Dado que para una topología de un manipulador paralelo esta solución no es única, la tarea de expresar de manera analítica las coordenadas de la plataforma \mathbf{X} como función de \mathbf{q}_u puede ser difícil y tediosa. En la literatura especializada se pueden encontrar diferentes métodos analíticos y numéricos para encontrar las posibles soluciones a este problema. Comúnmente no presentan ventajas en términos de eficiencia computacional lo cual no es adecuado para aplicaciones en tiempo real. Por tanto, recientemente se ha puesto atención especial a los algoritmos computacionales para tratar de cumplir con las especificaciones de las aplicaciones robóticas en tiempo real.

Inicialmente, los esfuerzos estuvieron concentrados en encontrar soluciones para cualquier manipulador paralelo, pero como esto se volvió demasiado difícil, los métodos se desarrollaron para familias enteras de manipuladores paralelos. Es conocido que para la plataforma Gough-Stewart, el modelo de cinemática directa es difícil de calcular ya que consiste en resolver la Ec. (1) para \mathbf{p} y \mathbf{Q} dando \mathbf{c}_i y los parámetros del mecanismo. Se ha encontrado que en general existen arriba de 40 soluciones complejas para la solución de la cinemática directa de este manipulador. Un enfoque sistemático es el propuesto por

Gosselin, (1992) llamado como cinemática directa polinomial, el cual consiste en transformar el problema de cinemática directa en resolver la ecuación característica polinomial de las ecuaciones de la cinemática inversa. En los casos cuando no todas las soluciones son necesarias, se puede hacer uso de los métodos numéricos, siendo el algoritmo de Newton-Raphson representativo de ellos o en su caso técnicas de optimización. Sin embargo la solución podría volverse problemática, si la configuración es singular o en su cercanía. Las configuraciones singulares, al igual que para los manipuladores seriales representan el mayor problema, y ha sido tratado en un gran número de trabajos de investigación. Este tipo de configuraciones se presenta cuando el mecanismo adopta un comportamiento impredecible. Para los manipuladores paralelos, las singularidades comúnmente tratan de evitarse ya que los lleva a una pérdida o ganancia local de grados de libertad.

Hacer aquí un análisis más detallado de las propuestas para resolver la cinemática directa de manipuladores sería una tarea complicada y además no representativa de los múltiples enfoques y diseño que existen, en (Merlet, 2006) se puede encontrar un estudio detallado de estas soluciones.

2.2.3 Dinámica y Esquemas de Control

El análisis dinámico de los robots paralelos es complicado dada la existencia de múltiples cadenas cinemáticas cerradas. Diferentes formulaciones han sido propuestas: Dasgupta y Mruthyunjaya, Do y Yang, Guglielmetti y Longchamp y, Tsai y Kholi proponen la formulación de Newton-Euler, Lebret y Liu, Miller y Chavel, Pang y Shahingpoor, proponen la formulación Langrangiana, y por último Miller, Codourey y Burdet, Tsai, Wang y Gosselin, Zang y Song proponen el principio de trabajo virtual, todas estas referencias se pueden encontrar en (Tsai, 1999).

Do y Yang (1988) solucionan la dinámica inversa de la plataforma de Stewart empleando la formulación de Newton-Euler. El modelo dinámico propuesto asume que las articulaciones no tienen fricción y que las cadenas cinemáticas son simétricas y delgadas (es decir, despreciando los momentos axiales de inercia). Geng et al. (1992) y Liu et al.

(1993) desarrollaron las ecuaciones de movimiento de Lagrange para la plataforma de Stewart, asumiendo ciertas simplificaciones en cuanto a geometría y distribución inercial de la plataforma.

(Dasgupta and Mruthyunjaya, 1998) y (Gosselin, 1996) proponen un modelo dinámico inverso para la plataforma de Stewart, usando la formulación de Newton-Euler. Dasgupta and Mruthyunjaya (1998b) derivaron las ecuaciones de la dinámica en forma cerrada para las plataformas de Stewart 6-UPS y 6-SPS. Más recientemente Liu et al. (2000) proponen las ecuaciones del modelo dinámico directo para la plataforma de Stewart-Gough, empleando las ecuaciones de Kane. Este método considera cada cadena cinemática de la plataforma, como una estructura independiente. El sistema de ecuaciones dinámicas, asociado a la plataforma, estaba formado por las ecuaciones dinámicas de las cadenas cinemáticas independientes y el conjunto de las ecuaciones de restricción entre las mismas. Comparado con el método tradicional de Newton-Euler y la formulación de Lagrange, este proceso de modelado era más directo y sistemático, y las ecuaciones dinámicas finales más concisas.

El control de los robots paralelos es todavía un campo abierto y los trabajos aportados hasta la fecha no son muy rigurosos. Liu et al. (1990, 1992) discutieron varios aspectos prácticos en relación con el control dinámico de robots paralelos. El análisis es aplicado a una plataforma de Stewart dentro de un centro de mecanizado. Sin embargo, la aplicación de su esquema de control en tiempo real está en duda debido a las intensas tareas computacionales implicadas en la solución de la cinemática directa.

Otra estrategia de control dinámico fue desarrollada por Hatip y Ozgoren (1995). Empleaban una plataforma de Stewart para estabilizar el movimiento de un barco. Wang et al. (1995) presentaron un esquema de control basado en redes neuronales y mostraron su superioridad respecto al control cinemático.

Harris (1995) empleó el control cinemático y realizó un análisis sobre la eficiencia computacional entre trayectorias helicoidales y trayectorias en línea recta. Además,

demuestra que en determinadas situaciones, un movimiento de rotación y traslación del órgano terminal entre dos puntos requeriría menos movimiento en los actuadores.

En los robots paralelos rápidos, es necesario resolver el modelo dinámico para llegar a un control satisfactorio. Aún no se han establecido soluciones analíticas, pero, se suelen hacer ciertas simplificaciones que permiten simular el comportamiento dinámico de estas plataformas (Seguchi, 1990), (Reboulet, 1991), (Pierrot et al. 1991, 1994), (Do, 1988).

Reboulet (1992) y Arai (1991) emplean las señales de diferentes sensores de esfuerzo dentro del sistema de control, para una plataforma de Stewart en aplicaciones de ensamblaje y seguimiento de superficies. El modelo de la dinámica y el control de plataformas tipo Stewart teniendo en cuenta la flexibilidad de los actuadores fueron propuestos por Lee y Geng (1993), a través del modelado simplificado de la inercia y la flexibilidad de las cadenas cinemáticas.

Para facilitar el problema de controlar robots paralelos, muchos investigadores están innovando en el tema de síntesis estructural, es decir, intentan diseñar mecanismos paralelos con modelos de cinemática directa analíticos o semianalíticos. Sensores de posición redundantes han sido usados como una manera conveniente para resolver el problema de cinemática directa, y se intenta reducir tanto como sea posible el número de sensores necesarios para resolver tal problema. Sin embargo, para muchas aplicaciones de manipuladores paralelos, resolver el problema de cinemática directa es solo una pequeña parte de la etapa de control, y sirve para obtener conocimiento de la posición actual del robot y no en tiempo real. El esquema típico del esquema de control está representado en la Figura 2. 7. La trayectoria se genera primero en el espacio cartesiano; después, cada localización cartesiana es transformada a un vector de posición en el espacio de las juntas gracias al modelo cinemático inverso; el control (que es, la parte pesada en tiempo real del proceso) es finalmente obtenida en el último espacio; el modelo cinemático directo es frecuentemente implementado como una rutina de interfase hombre-máquina, o sólo corre en una fase de inicialización.

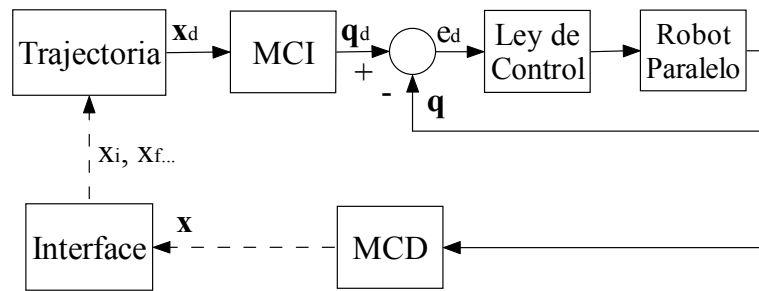


Figura 2. 7. Esquema típico para el control de robots paralelos.

2.3 Calibración de Robots Paralelos

Algunas de las principales investigaciones sobre métodos de calibración para los robots paralelos son discutidas brevemente en esta Sección. Inicialmente, el concepto de calibración para robots paralelos es abordado; para después discutir las principales características de los métodos de calibración existentes. Dentro de los cuales se pueden distinguir dos grandes grupos, los métodos paramétricos y los numéricos. Por último se presenta un análisis de la influencia que tiene la calibración en la funcionalidad del sistema en su totalidad.

2.3.1 El Problema de la Calibración

La principal propiedad de los robots paralelos es tener su órgano terminal conectado a la base a través de varias cadenas cinemáticas. Esto permite al mecanismo soportar grandes cargas, alta velocidad de operación y mostrar una mejor repetitividad, (Merlet, 2002). Sin embargo, su gran número de eslabones y juntas pasivas ofrece un desempeño limitado en términos de precisión, (Wang y Masory, 1993). Por esta razón, los parámetros cinemáticos de este tipo de mecanismos deben ser identificados con el proceso llamado como identificación cinemática o calibración cinemática. El objetivo de la calibración cinemática es determinar los parámetros cinemáticos exactos para mejorar su precisión. En aplicaciones de los robots paralelos como máquina herramienta las estrategias de calibración aún deben ser definidas y consolidadas, (Merlet, 2002).

2.3.2 Clasificación de los Métodos de Calibración

Claramente la configuración de un robot paralelo está relacionada a los parámetros cinemáticos de la estructura a través de las ecuaciones del modelo cinemático. El ánimo de

la calibración es reducir el error de posicionamiento del órgano terminal con una identificación precisa de los parámetros cinemáticos.

La calibración se logra midiendo varias configuraciones del mecanismo e identificando los parámetros cinemáticos correspondientes. El número de ecuaciones dadas por las mediciones tiende a ser menor que el número de parámetros desconocidos. Dado que los datos de medición son generalmente producidos por un sensor, es necesario tomar en cuenta el ruido asociado a este dispositivo. Una parte importante del proceso de calibración es la medición de la posición y orientación de algunas partes del robot. Sensores adicionales han sido usados para estas mediciones; pero la consecuencia de la instalación adicional de objetos extras de medición es la adición de problemas de precisión.

Es conocido que la forma más económica y factible de mejorar la precisión de un mecanismo paralelo es a través de la calibración cinemática. La calibración es crucial para cualquier manipulador autónomo cuando se requiere una gran precisión y si se basa en un modelo matemático preciso, se puede lograr un excelente desempeño de posicionamiento. Hoy en día, una condición necesaria para la introducción de la cinemática paralela en el contexto industrial es el desarrollo de una técnica de la calibración rápida.

La calibración de un manipulador paralelo general engloba normalmente las siguientes tareas:

- 1.- Modelado cinemático de la plataforma para saber la fuente mayor de error.
- 2.- Medición de posición y orientación de la plataforma.
- 3.- Identificación de errores de los parámetros cinemáticos de la plataforma por el uso de datos de medición.
- 4.- Compensación de la precisión de la plataforma por el uso de parámetros de error identificados.

De acuerdo a los puntos anteriores, se han desarrollado una gran variedad de algoritmos de calibración de acuerdo a requerimientos específicos. Por ejemplo, en (Nakagawa et al., 2001) se describe un método para obtener los parámetros cinemáticos de una máquina herramienta del tipo hexapodo usando un dispositivo con telescopio bola-

barra. En (Daney et al., 2005) se propone un algoritmo basado en un método de optimización con restricciones, el cual permite escoger un conjunto de configuraciones de medición. Trabaja seleccionando iterativamente una pose después de otra dentro del espacio del trabajo del robot paralelo. En (Junhong et al., 2007) se propone un enfoque escogiendo una máquina de coordenadas como equipo de medición. Dado que existe una gran variedad de enfoques de calibración de acuerdo a dispositivos de medición y algoritmos específicos a continuación se presenta una clasificación de los métodos de calibración para los robots paralelos. Esta clasificación se puede representar como en la Figura 2. 8.

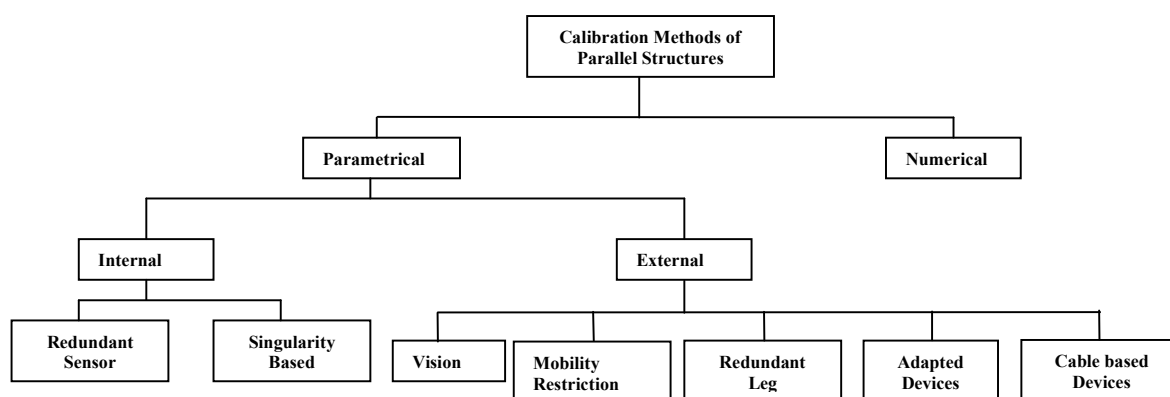


Figura 2. 8. Propuesta de una clasificación ampliada respecto a la de (Last et al., 2007) de los enfoques de calibración para robots paralelos.

2.3.2.1 Métodos Paramétricos

Los métodos clásicos de calibración para los robots paralelos requieren de sensores adicionales para la medición de la posición y orientación de la plataforma y de los valores de las variables de las articulaciones. Después, el problema de calibración se formula en términos de la medición residual, que es la diferencia entre las variables medidas y las calculadas. Hollerbach et al. (1994) concluyó un principio importante para la calibración de manipuladores paralelos: la calibración es posible si el número de sensores de las juntas (incluyendo el equipo de medición), referido como el grado de sensado, excede la movilidad del sistema a calibrar. Así, se define el índice de calibración igual al exceso de sensores sobre la movilidad del mecanismo. Además, establecieron que el índice de

calibración representa el número de ecuaciones independientes por posturas disponibles para la calibración.

Algunos métodos de calibración están basados en el modelo de cinemática directa y provienen directamente de los métodos desarrollados para manipuladores seriales. En tales métodos, se reduce el error no lineal entre la medición de la posición y orientación del órgano terminal y su estimación de la medición de las variables de las articulaciones, (Wang y Masory, 1993). Sin embargo, solo se obtiene una simple evaluación de MCD del robot paralelo. Esto podría llevar a inestabilidades numéricas de la identificación (Daney, 1999); y trasladado al caso de control, este resultado significa que no se puede asegurar la convergencia. En Daney et al. (2006) se elimina la dependencia sobre los parámetros de la posición y orientación para la calibración de un robot paralelo plano; se usa el esquema MCD. Dado que este modelo tiene soluciones múltiples, los autores plantean dos alternativas: se hace uso del álgebra para explicar la relación entre el conjunto de sensores y los parámetros, y la otra consiste en disminuir los errores residuales para una formulación restringida del MCD.

Es conocido que para los robots paralelos, el MCI puede ser fácilmente calculado. Como una consecuencia, es razonable pensar que el método natural para desarrollar la identificación es disminuir un error entre las mediciones de las variables de las articulaciones y sus correspondientes valores, considerando la medición de la posición y orientación del órgano terminal a través del MCI. Last et al. (2005a) presentó el MCI para el robot paralelo HEXA que contiene un número de parámetros geométricos incrementado que también puede ser resuelto de manera analítica. De la misma manera, un enfoque de calibración que habilita la identificación de los errores paramétricos para la geometría de una PKM (Parallel Kinematic Machine) de seis grados de libertad usando un conjunto mínimo de mediciones de la posición y orientación fue sugerido en (Huang et al., 2005). A través de simulaciones, se encuentra que existe una gran correlación entre todos los parámetros en la calibración cinemática de la PKM, la cual se basa en la configuración de la plataforma Gough-Stewart. Sato et al. (2004) propuso usar el conocimiento previo de los parámetros cinemáticos para eliminar la correlación y proporcionar robustez a la

calibración. Con el uso de este conocimiento previo a través de simulaciones, todos los parámetros cinemáticos son identificados en una calibración sin divergencia.

Los enfoques de calibración basados en la cinemática inversa son generalmente más eficientes de manera numérica en muchos algoritmos para robots paralelos, pero están restringidos por la necesidad de mediciones precisas de todas las posturas del órgano terminal, (Khalil y Besnard, 1999). Con la finalidad de reducir los errores paramétricos, algunos estudios llamados como calibración paramétrica han sido desarrollados. Este tipo de calibración trata con errores cinemáticos estáticos o sistemáticos y no permitan la inclusión de disturbios inesperados o fluctuación térmica. Tales errores no repetitivos o geométricos deben ser compensados antes de la calibración cinemática.

2.3.2.1.1 Calibración con Sistemas de Medición Internos Adicionales

Generalmente los métodos de auto calibración hacen uso de sensores adicionales sobre las juntas pasivas y permiten la identificación del espacio de trabajo. En este método, los valores de los parámetros geométricos o cinemáticos se ajustan con el propósito de disminuir el remanente entre los valores medidos y los calculados de las juntas pasivas.

Enfoque con Sensores Redundantes

En el enfoque de sensor redundante es necesario tener uno o más sensores redundantes sobre las juntas pasivas de una manera apropiada, con el fin de incrementar el número de grados de sensado sobre el número de grados de libertad de la estructura, tal que el algoritmo de calibración pueda ser aplicado. El trabajo (Yang et al., 2002) se enfoca en la calibración de la base y herramienta, para esto se usan sensores en las juntas pasivas y la transformación cinemática de la base del robot al marco de la plataforma móvil se calcula con suficiente precisión. Se usa el algoritmo iterativo de mínimos cuadrados para identificar los errores de los parámetros.

En Zhuang y Liu (1996) se propone un método de auto calibración de la plataforma Stewart, se usan tres funciones para la identificación paramétrica usando cinemática directa

e inversa con seis encoders rotacionales. En este mismo enfoque en (Hollerbach, 1994) se presentó la calibración para un robot paralelo redundante de 3 grados de libertad. Se usaron lazos cerrados múltiples en el método de optimización con mínimos cuadrados.

Se ha hecho uso de dos inclinómetros con el fin de calibrar un robot cable de 6 grados de libertad. En (Joshi y Surianarayan, 2003) el método de calibración cinemática necesita las mediciones de la orientación del movimiento de la plataforma usando dos inclinómetros y medición de las juntas prismáticas. Esta aproximación de calibración en línea continua provee mejora en el desempeño sobre los métodos de calibración periódica. También en (Khalil y Besnard, 1999) se presenta un método para la calibración cinemática de robots de 6 grados de libertad usando dos inclinómetros, el modelo de calibración toma en cuenta el error del ángulo entre los ejes del inclinómetro. La estimación de los parámetros se logra usando el algoritmo Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963). Se estudia con simulaciones el número de configuraciones necesarias y el efecto del ruido sobre los datos de los sensores.

Con el uso de sensores adicionales en las juntas pasivas las funciones de control, como calibración, monitoreo del espacio de trabajo y control de posición pueden ser mejoradas. Para explotar el potencial del concepto de sensores en las juntas pasivas, en (Hesselbach et al., 2005) se desarrollan algoritmos para evaluar la información adicional para ciertas funciones de control, también se presenta un estudio para determinar la resolución necesaria de los sensores para una clase de robots paralelos.

Con base en un estudio sobre la relación entre el error de seguimiento proyectado de los ángulos de las articulaciones pasivas, y el error de sensores con posición, Zhang et al. (2007) realizaron la calibración de un robot paralelo plano de dos grados de libertad. De manera similar, en (Yiu et al., 2003) se proponen dos algoritmos de auto calibración de la desviación de los ángulos de las articulaciones. La calibración se realiza utilizando la información redundante sobre todo el espacio de trabajo, y utilizando optimización. En (Ecorchard y Maurine, 2005) se propone auto calibración geométrica para el robot Delta con la compensación de efectos de gravedad no geométricos, usando sensores redundantes.

Para el robot paralelo HEXA, Last et al. (2005b) presenta una técnica de calibración por medio de sensores angulares redundantes sobre las articulaciones pasivas.

Las desventajas de este enfoque de auto calibración son que se necesitan sensores de alta precisión, no es posible montar estos sensores sobre todas las juntas pasivas y algunos parámetros cinemáticos no son independientes del error del modelo, por tanto la pose de la herramienta sobre la plataforma no puede ser calibrada (Zhuang y Liu, 1996). Además, es difícil adicionar sensores extra sobre los mecanismos ya existentes y algunas veces casi imposible cuando existen juntas esféricas.

Calibración basada en Singularidades

Recientemente, Last et al. (2007) presentaron un enfoque de calibración basado en singularidades. Esta técnica permite la estimación de los parámetros sin equipo adicional de medición. La idea básica es obtener información redundante de características particulares cuando ocurre la singularidad. La técnica ha sido validada a través de simulaciones y fue propuesta para una familia entera de manipuladores paralelos planos de tres grados de libertad.

2.3.2.1.2 Calibración con Dispositivos Externos

Los métodos de auto calibración con dispositivos externos de medición pueden ser divididos en cuatro categorías: (1) calibración con visión como dispositivo de medición, (2) el enfoque de restricción de movilidad, (3) el enfoque de pierna redundante, y (4) el enfoque con un dispositivo de medición adaptado.

Calibración con Visión como Dispositivo de Medición

La visión constituye un sensor adecuado y el uso de una cámara externa para la medición de posición y orientación puede ser considerado. Renaud et al. (2002a) estudio el sistema de calibración para una PKM formado de una cámara simple y un tablón externo de calibración generado sobre un monitor LCD. Las mediciones simultáneas de los seis componentes de pose se emplean para la calibración usando el MCI. Precisiones del orden

de 1 micrometro para traslaciones y 0.001° para cada una de las tres rotaciones son obtenidas para un desplazamiento de 400mm. En el trabajo (Renaud et al., 2002b) se usa un criterio de selección de postura para la calibración cinemática, lo cual lleva a considerar la medición del error de amplificación. Este criterio se aplica a la calibración basada en visión de un mecanismo ortogonal. Por el mismo tiempo, Shaoping y Ming (2002) desarrolló un método de calibración sobre la base y la herramienta por medio de sensores ópticos. La medición de posición y orientación se realiza con sistemas de medición comerciales OPTOTRACK 3020.

Para la calibración cinemática de mecanismos paralelos con actuadores lineales en la base, en (Renaud et al., 2005) se usa una cámara sin tener que modificar el mecanismo. Con este sistema, la calibración se puede hacer en línea, el método se desarrolla teóricamente para mecanismos con piernas actuadas linealmente en la base y se aplica experimentalmente a un mecanismo I4.

En (Renaud et al., 2006a) se propone un dispositivo de medición basado en visión, se introduce un dispositivo monocular de medición y de alta precisión, se hace uso del método tradicional usando el modelo cinemático inverso. La calibración y la medición de la precisión se evalúan experimentalmente con un robot H4. La precisión del dispositivo de medición es evaluada sobre el orden de 10 micrometros en posición y 0.0005° grados en orientación. Para este mismo robot, en (Daney et al. (2004) se hace la calibración de acuerdo al método del modelo cinemático inverso.

Adicionalmente Renaud et al., (2006b) proporcionan un método para la identificación completa del modelo físico de un robot paralelo, experimentan con el robot H4. Identifican los parámetros del robot, describiendo los parámetros geométricos y los dinámicos, con lo cual describen los efectos de las masas, inercias y fricción que actúan sobre el comportamiento físico del robot. Para la calibración o identificación cinemática usan dos algoritmos de calibración basados en visión, y usan dos modelos, el modelo implícito o el modelo de la cinemática inversa.

Usando un sistema de captura de movimiento, Van Driel y Carretero (2005) discuten la calibración cinemática para un robot paralelo 3-PRS. Para aplicaciones médicas, Deblaise y Maurine (2005) presentaron un método de calibración simple pero efectivo que está basado en mediciones en una y tres dimensiones con un artefacto de bajo costo y validado en un Surgiscope, la cual es una estructura con base en el robot Delta para neurocirugía. Además, en (Ait-Aider et al., 2006) se propone un método de sensado para ser usado en la identificación dinámica basada en visión. Se usa una cámara, para medir simultáneamente la posición y orientación del órgano terminal del patrón visual calibrado y su velocidad cartesiana usando una sola vista. Se obtienen resultados experimentales y muestran que este sensor presenta buenos resultados prácticos en cuanto a precisión. De acuerdo con MCI, Chao et al. (2006) sugieren una estrategia de calibración que no identifica directamente los errores de los parámetros geométricos, pero encuentra el modelo de control más apropiado tomando en cuenta el error. Después se obtiene el modelo experimentalmente utilizando un laser.

Una técnica de calibración indirecta se plantea en (Dallej et al., 2006) para un robot Gough-Stewart basándose en control por visión. Se estiman los puntos de unión de las piernas del robot sobre la base, que son los parámetros cinemáticos que el control necesita. Se usa una cámara omni-direccional y el método se valida experimentalmente. Existen dos formas de compensar la baja precisión de los manipuladores paralelos, la primera manera es desarrollar una calibración cinemática del mecanismo y la segunda es el uso de una ley de control que sea robusta a errores de calibración. Este último enfoque se aborda en (Andreff y Martinet, 2006), donde se usa visión como un medio de metrología redundante. Este modelado cinemático basado en visión y geometría proyectada se hace a través de observación de las piernas de una plataforma Gough-Stewart y es extendido a las familias Orthoglide y I4L. Esta manera de modelar unifica y simplifica las etapas de identificación y control.

Enfoque de Restricción de Movilidad

La segunda categoría de auto calibración es el enfoque de restricción de movilidad. Usualmente, el número de sensores en un manipulador es igual al número de grados de

libertad. Fijando una o más juntas pasivas, o restringiendo parcialmente el grado de libertad del manipulador, la movilidad del sistema resultante será menor que su número de sensores, consecuentemente el algoritmo de calibración puede ser realizado (Khalil y Besnard, 1999). En el método de calibración presentado en el trabajo anterior se usan sólo las variables de las juntas prismáticas que corresponden a configuraciones donde cada junta universal o esférica es fijada por una instalación mecánica, la cual fija la correspondiente pierna con la base fija o con la plataforma móvil. Las simulaciones muestran que este método puede identificar grandes errores en los parámetros cinemáticos (casi 10% de error sobre los valores nominales). La principal ventaja de este método es que puede ser ejecutado rápidamente sin la necesidad de sensores externos para medir la posición y orientación de la plataforma móvil. Para aplicar este método se deben cumplir dos condiciones: que se utilicen juntas pasivas y que exista la posibilidad de poner una llave mecánica sobre el robot.

En (Sung et al., 2006) se desarrolla un método de calibración global y completamente observable para un manipulador paralelo usando una tabla planar e indicadores digitales. La tabla planar se emplea como una instalación mecánica para restringir el movimiento de la plataforma móvil. Los indicadores digitales son usados como dispositivos de sensado para detectar si el movimiento restringido es satisfecho. Cuando los movimientos restringidos son satisfechos, los desplazamientos de las juntas activas son adquiridos y aplicados para el modelo cinemático para calcular los movimientos teóricos. Para robots paralelos plenos de seis grados de libertad, Ryu and Rauf (2001) sugieren un enfoque que usa un eslabón de tamaño fijo, el cual tiene una articulación esférica en cada uno de sus extremos, para restringir el movimiento del órgano terminal sobre la superficie con orientaciones arbitrarias. Con el mismo método en (Rauf and Ryu, 2001) se presenta la calibración cinemática del robot paralelo HEXA SLIDE.

Lee et al. (2003) desarrollan un algoritmo de calibración adoptando el concepto de operador de restricción, es decir el movimiento entre dos posturas se restringe. Cuando los movimientos restringidos se satisfacen, se adquieren los desplazamientos de las articulaciones activas y se introducen al modelo cinemático para calcular los movimientos

teóricos. Más aún, se emplea un plano simple restringido como un accesorio mecánico para restringir el movimiento, y se usan tres indicadores digitales como dispositivos de sensado para determinar si el movimiento restringido se satisface.

Un dispositivo para identificar todos los parámetros cinemáticos del manipulador HEXA SLIDE fue recomendado por Rauf et al., (2004). El dispositivo consiste de un eslabón con articulaciones universales en ambos lados y equipado con un sensor angular y un inclinómetro biaxial. Se logran identificar todos los parámetros por medio de análisis numéricos del Jacobiano. Sin embargo, imprecisiones intrínsecas del dispositivo pueden deteriorar significativamente los resultados de calibración. Consecuentemente, se propone un procedimiento de medición para prevenir la propagación de imprecisiones a la calibración. Igualmente importante, Dayong y Junwei (2005) proponen un algoritmo como parte del proyecto para desarrollar un método de calibración para el simulador de nave espacial. Para implementar el algoritmo, se construye una ecuación de calibración con la generación de condiciones de restricción del movimiento del órgano terminal en el espacio de trabajo usando una maquina de medición de coordenadas en tres dimensiones.

El mayor beneficio del enfoque de restricción de movilidad es que no requiere de sensores adicionales ni de equipo de metrología; sin embargo es difícil implementar en la práctica ya que requiere un mecanismo para restringir los movimientos del sistema. Este enfoque sufre también la limitación de que la posición y orientación de la herramienta sobre la plataforma no puede ser calibrada, al igual que el enfoque de sensor redundante. Además, algunos errores de parámetros relacionados a las juntas inmovilizadas pueden llegar a ser no observables para el algoritmo de calibración debido a la restricción de movilidad (Rauf et al., 2006). Más aún, tales métodos reducen el espacio de trabajo y por consiguiente la eficiencia de la identificación (Besnard y Khalil, 2001). Para poder aplicar este método, dos condiciones deben ser satisfechas: se emplean las articulaciones pasivas y la posibilidad de poner un mecanismo para restringir el movimiento.

Finalmente, existe un enfoque llamado de instalación fija estándar que se utiliza para mover el órgano terminal a una posición y orientación definida por una instalación

fija. Este método no sufre de las desventajas de los enfoques anteriores, sin embargo toma un considerable esfuerzo montar el órgano terminal sobre la instalación, y se pueden requerir diferentes tipos de instalaciones para diferentes tipos de manipuladores.

Enfoque de Pierna Redundante

Este método utiliza una pierna redundante como dispositivo de medición, es pasivo y sin carga separado de los mecanismos actuados. Utilizando este enfoque, el análisis de error y calibración para una PKM llamado como Cartesian Guided Tripod (CGT por sus siglas en inglés) fue propuesto en (Hsu y Chen, 2004). En (Chiu y Perng, 2004) se usa una pierna redundante con un sensor de desplazamiento, un extremo de la pierna se une a la base de la plataforma a través de una junta tipo bola, mientras el otro extremo es un adaptador de precisión que puede ser unido al eje o a la pinza del órgano terminal. El método de calibración se formula para resolver un conjunto de ecuaciones lineales usando el método iterativo de mínimos cuadrados para minimizar los errores de medición. El método es robusto numéricamente lo que provoca que los errores de los parámetros calibrados se mantengan en el mismo orden de los errores medidos y el procedimiento de calibración puede ser ejecutado automáticamente.

En resumen los dispositivos mecánicos adicionales implementados para la calibración tienen la desventaja que son caros, presentan espacio de trabajo limitado, toma un esfuerzo considerable colocar el órgano terminal sobre la instalación adicional. Además, se requieren diferentes tipos de facilidades para diferentes tipos de manipuladores; pero principalmente es difícil obtener datos de medición precisos. Sin embargo tienen la ventaja de que proporcionan mejor precisión que los métodos con sensores; sobre la pierna redundante hay una pequeña carga y no hay deformaciones por calor. Otro mérito es que al colocar la pierna redundante sobre el centro de la plataforma móvil, el lazo de metrología es mucho más cerrado para la posición de la herramienta en una PKM.

Enfoque con Dispositivos de Medición Adaptados

Para calibrar robots paralelos, algunos dispositivos adaptados han sido propuestos, por ejemplo el sistema de localización por laser (Koseki et al., 1998). En (Wei et al., 2001)

durante las simulaciones de calibración cinemática de un manipulador paralelo 6-PSS, se usa el método indirecto con un calibrador de extensión fotoeléctrico; mientras tanto el método de reagrupación matricial de la matriz Jacobiana se usa para evitar la amplificación del ruido. Chai et al. (2002) proponen el uso de un sistema externo de medición con laser para determinar la precisión de una plataforma Gough-Stewart. Además, Jeong et al. (2002) reportan resultados experimentales y de simulación para la calibración cinemática usando un mecanismo paralelo plano de siete barras con dos grados de libertad y actuado redundantemente. Se estudia el error aleatorio de las articulaciones debido a las fuerzas internas generadas por los actuadores adicionales. La información se adquiere usando un laser tipo bola-barra y los parámetros se identifican usando un algoritmo de optimización. Para las desviaciones constantes de las articulaciones se obtienen mejoras del 25% en la precisión.

Daney (2003) presentó una descripción completa de la plataforma Gough-Stewart modelando un esquema unificado para identificar sus parámetros. Lo interesante de esta formulación radica en que se necesita cualquiera de la información sobre el estado del robot (mediciones o restricciones), sin la necesidad las ecuaciones de restricción para la cinemática. Se compara con los experimentos de otros métodos de calibración, usando medición externa y/o sensores redundantes internos. De acuerdo con estos enfoques, en (Ota et al., 2002) se describe un método de calibración de la PKM que usa un manipulador paralelo tipo HEXAM con base en MCD, el cual identifica los parámetros cinemáticos usando datos medidos de posicionamiento obtenidos con un dispositivo del tipo doble bola-barra (DBB por sus siglas en inglés). En (Oiwa y Kataoka, 2003) se calibra un mecanismo paralelo de tres grados de libertad usando un dispositivo DBB con distancia a la bola fija para una máquina de medición de coordenadas (CMM por sus siglas en inglés). La máquina de coordenadas mide el movimiento de la bola del DBB, y calcula los errores de posicionamiento usando parámetros cinemáticos. Otra CMM fue empleada en (Yu et al., 2006), la ecuación del plano fue medida para lograr la posición de un robot paralelo de seis grados de libertad y sus ecuaciones de error fueron establecidas.

El uso de series de Fourier de bajo orden para transformar los datos de mediciones circulares fue propuesto en (Takeda et al., 2004). Los errores de las trayectorias se miden usando un sistema DBB y se propone un algoritmo para determinar la trayectoria adecuada y el conjunto óptimo de su número. Con el mismo sistema, Huang et al. (2005) tratan la calibración de un mecanismo paralelo de tres grados de libertad. Éste forma el cuerpo principal de un robot reconfigurable híbrido llamado como TriVariant, el cual es una versión modificada del Tricept, logrando integrar la primera de sus tres extremidades en una extremidad pasiva. La función de error de primer orden se formula para enlazar los datos de medición a las fuentes de errores geométricos.

Enfoque utilizando Sistemas de Medición con Cables

La opción de sistemas de medición basados en cables presenta una alternativa adecuada y económica para la identificación de los parámetros cinemáticos sobre manipuladores paralelos. Estos pueden presentar una buena relación entre precisión y bajo costo. En LARM (Laboratory of Robotics and Mechatronics in Cassino, Italia) CaTraSys y Milli-CaTraSys han sido usados para la determinación del espacio de trabajo y análisis de rigidez de manipuladores seriales y paralelos. Adicionalmente, la cinemática de estos sistemas ha sido resuelta de forma cerrada debido a su arquitectura especial aplicando técnicas de trilateración.

2.3.2.2 Métodos Numéricos

Estos métodos pueden ser aplicados para manejar el ruido de entrada y de salida en la calibración. Más aún, estas metodologías pueden ser incluidas dentro de los métodos llamados como de lazo implícito (Wampler et al., 1995). En (Hollerbach y Nahvi, 1995) se emplea el método de mínimos cuadrados para la calibración. Con base en una PKM del tipo 6-TPS, Zhong et al. (2005) estudio la calibración cinemática donde cada parámetro del error fue utilizado, y se construyó la matriz de coeficientes que determina la influencia entre los errores de postura y errores de la estructura por medio de MCI y métodos numéricos.

Un trabajo para redefinir las herramientas matemáticas que ayudan a la calibración fue desarrollado en (Daney et al., 2004), demostrando que los métodos basados en análisis de intervalos pueden ser usados para la certificación numérica de la calibración de manipuladores paralelos. El método proporciona un enfoque en la etapa del sensor para un conjunto de mediciones dadas con relación a incertidumbres, proporcionando una lista de intervalos para los parámetros cinemáticos. Con esto, cualquier solución que corresponde a una configuración satisface las mediciones que pertenecen a estos intervalos. Además, Daney (2004) implementa métodos de eliminación algebraica para una calibración general de la plataforma Gough-Stewart, enfatizando dos enfoques: eliminación algebraica de variables y linealización monomial, los cuales se comparan a las técnicas de optimización numérica clásicas. Con el primero concluye que los métodos de eliminación son una alternativa importante y no requieren de estimación inicial y ninguna hipótesis sobre la distribución del ruido.

2.3.3 Influencia en la Funcionalidad del Sistema

Como el objetivo principal de los métodos de la calibración de robots paralelos es determinar los parámetros cinemáticos exactos con el fin de mejorar la precisión en el posicionamiento, cualquier tarea de posicionamiento del órgano terminal requiere de una identificación precisa y confiable de sus parámetros. La ventaja que presentan los manipuladores paralelos de la no acumulación de errores a lo largo de las cadenas cinemáticas presenta una perspectiva favorable para seguir trabajando sobre los enfoques de calibración. Pues cualquier aplicación comercial requiere de un método de calibración confiable y repetitiva. Conforme al análisis presentado en la Sección anterior, se puede desprender que la mayoría de los enfoques presentan el uso de dispositivos adicionales, y en que su instalación puede resultar difícil. En los mejores casos se presentan resultados con el uso de sistemas caros que aumentan significativamente la relación costo-beneficio del uso de manipuladores paralelos. Por lo tanto, es de claro interés encontrar esquemas que no perjudiquen esta ventaja; estudiando las fuentes de errores principales con el fin de compensación y/o de mejorar sistemas que presenten una buena relación costo-precisión.

2.4 Modelado de Error

En esta Sección se define el error, con el fin de identificar las principales fuentes de error en manipuladores paralelos. Además, se propone un análisis y desarrollo para la propagación del error de sistemas no lineales, como un preámbulo para la propuesta de la evaluación del error en manipuladores paralelo del Capítulo 3.

2.4.1 Definiciones de Error

Antes de definir el concepto de error una especificación muy importante para cualquier manipulador es la precisión de posicionamiento, y la cual involucra dos conceptos distintos, de acuerdo a Merlet, (2006):

- La **precisión absoluta** es definida como la distancia entre la posición deseada y la actual del órgano terminal del manipulador, y
- La **repetitividad** es distancia máxima entre dos posiciones logradas del órgano terminal para la misma posición y orientación deseada desde diferentes puntos de partida.

Varias definiciones de error pueden ser encontradas dependiendo del área considerada. De acuerdo a la terminología de la IFToMM, las siguientes definiciones son útiles en esta sección:

- El **error del sistema** es la diferencia entre el valor deseado y el actual de la variable controlada.
- El **error estructural** es la diferencia, debida a aproximaciones en el diseño, entre la función que genera un mecanismo y la que se requería generara.

Conforme con Ceccarelli, (2004) la diferencia entre el vector de la posición deseada \mathbf{h}_d y el vector \mathbf{h}_i que define la i -ésima posición lograda define el i -ésimo error de posicionamiento en la precisión e_{ai} y que puede ser evaluado como la distancia entre los dos vectores en la forma

$$e_{ai} = |\mathbf{h}_d - \mathbf{h}_i| \quad (2.6)$$

Este error representa un error local y se refiere a la i -ésima medición. Pero debido a la variedad de fuentes de error, usualmente el error es evaluado con bases estadísticas para lograr el punto deseado. De esta manera el error la precisión puede ser evaluada utilizando el valor medio e_{aM} como

$$e_{aM} = \frac{\sum_{i=1}^n e_{ai}}{n} \quad (2.7)$$

O la desviación estándar e_{aS} como

$$e_{aS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{ai} - e_{aM})^2}{n-1}} \quad (2.8)$$

donde las mediciones son repetidas n veces (normalmente se sugiere $n=50$).

Por lo general la precisión se puede definir en términos de la repetitividad y el error del sistema. La pérdida de repetitividad es debido al error aleatorio, el cual no responde a ningún patrón y no puede corregirse, y que es cuantificado por la varianza del número de mediciones. En cambio los errores sistemáticos se determinan por el valor medio. Estos se repiten bajo las mismas condiciones, lo cual permite detectar la fuente y evaluar su comportamiento. Mientras es difícil compensar los errores aleatorios, los errores sistemáticos pueden ser compensados por una calibración adecuada.

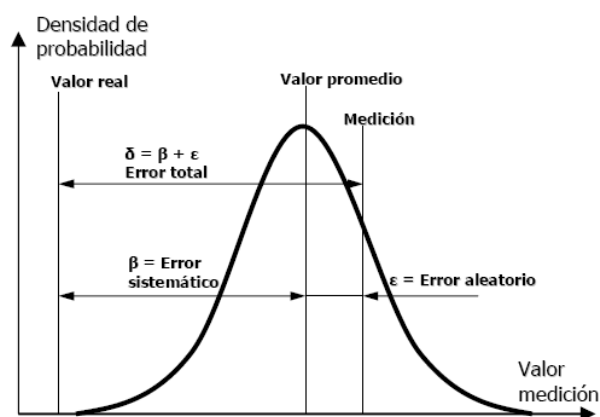


Figura 2. 9. Una gráfica para la densidad de probabilidad de los errores.

En la Figura 2. 9 se puede observar que para una muestra, el error aleatorio es la diferencia entre el valor de dicha medición y el valor promedio representado en la curva por

el valor más probable, es decir el central. El error sistemático es la diferencia entre el valor promedio y el valor real, que si bien existe nadie lo conoce. El error total es entonces la suma del error sistemático y el error aleatorio.

2.4.2 Identificación de Fuentes de Error

Conforme a Ceccarelli, (2004) para propósitos de manipulación en general los principales errores de desempeño se pueden considerar usualmente como:

- Precisión y repetitividad, relacionados como parámetros de movimiento fundamentales;
- Dinámica y capacidad de carga, relacionados al objetivo de la tarea;
- Respuesta de elasticidad, relacionada al comportamiento estático.

Adicionalmente cualquier tarea específica requiere una consideración y evaluación de otros errores de desempeño específicos.

Para un manipulador paralelo de n grados de libertad, el posicionamiento y la orientación global dependen de todos sus actuadores. Para una aplicación como máquina herramienta y al igual que la máquina herramienta convencional, el error global en el órgano terminal o en el final de la herramienta, respectivamente es de vital interés. Este error puede ser ocasionado por tolerancias en la manufactura o errores de ensamble en la construcción del mecanismo paralelo usado para el posicionamiento de una herramienta o posicionamiento en el espacio de trabajo. A elevada velocidad, el control y la precisión juegan un papel importante en el posicionamiento final.

Al igual que cualquier mecanismo manufacturado, existe una desviación de los valores de diseño nominales, los cuales ocurren debido a errores de ensamble o manufactura. Algunos trabajos han sido enfocados en la identificación de errores con el objetivo de mejorar la precisión absoluta de manipuladores paralelos y de sus aplicaciones. Recientemente las estructuras con cadenas cinemáticas cerradas han tenido gran auge en aplicaciones de máquinas herramienta, se les ha denominado como PKMs. La finalidad de la estructura paralela es sujetar la pieza a maquinar o la herramienta. En las PKMs, los factores que se enlistan abajo pueden causar errores de posicionamiento y orientación:

- Errores paramétricos causados por desviaciones geométricas de las partes de la máquina y errores en su ensamble (es decir el proceso de manufactura de los componentes, en el cual existen tolerancias);
- Excentricidad en las articulaciones causado por desviaciones geométricas de las partes articuladas, la cual puede ser causada por el movimiento del mecanismo o contaminación en las articulaciones;
- Deformaciones elásticas de los eslabones y de las articulaciones, los cuales se generan por fuerzas externas o por el desplazamiento del centro de gravedad;
- Deformación elástica del marco de la maquina que soporta el mecanismo, la cual se genera por fuerzas externas o por desplazamiento del centro de gravedad;
- Expansión térmica de los eslabones y del marco, que se causan por fluctuación en la temperatura.

Los últimos cuatro factores pueden ser divididos en dos grandes grupos: errores del mecanismo y deformaciones del marco. En la Figura 2.10 se muestra el error de posicionamiento que afecta a la herramienta para una máquina herramienta convencional; estas fuentes de errores también pueden ser trasladadas a las PKMs y afectar su precisión final. Algunos trabajos han sido realizados con el fin de mejorar la precisión de este tipo de estructuras, Zhuang y Roth (1993) propusieron un método de medición que consiste en una estimación separada de los parámetros de cada pierna.

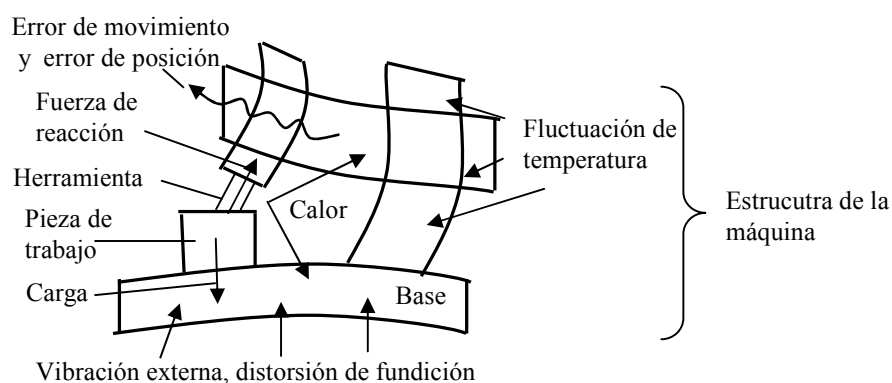


Figura 2.10. Un esquema de las fuentes de error para máquinas herramienta convencionales.

En una máquina herramienta del tipo hexápodo Ziegert (1996) atribuyó la fuente de errores a las incertidumbres del modelo teórico, tales como las coordenadas del centro de la articulación en la base y en la plataforma móvil, tamaño del eslabón en la posición inicial, así como el tamaño de la herramienta. Soons (1997) reportó la medición y el análisis de los errores geométricos en una PKM a través del modelo cinemático inverso y mediciones usando herramientas de metrología convencionales. Uso análisis de variación del modelo cinemático para describir que los errores en la geometría real de los componentes de la máquina generan errores paramétricos en la posición y orientación de la herramienta. En (Rudder, 1997) se presenta el modelado y cálculo del error y análisis de rigidez.

Parenti-Castelli et al., (1998) enfatiza que el comportamiento cinemático y dinámico de una PKM es influenciado fuertemente por errores geométricos de las articulaciones. Además, Iowa and Tamaki (2000) reportaron que la distancia de las articulaciones esféricas localizadas en el final de la pierna (lo cual proporciona el tamaño de la pierna) es fundamental para el posicionamiento preciso de la plataforma. Cui et al. (2005) establecieron el modelado cinemático y del error usando el método de la matriz Jacobiana para el robot TAU, el cual fue propuesto y patentado por Brogandrdh et al. (2002). En este trabajo se introduce el método de aproximación Jacobiana para calcular la cinemática directa usando el método Newton-Raphson. La matriz Jacobiana completa se usa para estimar e identificar los parámetros del modelo. Métodos de compensación del error para PKMs han sido descritos por Oiwa (2005). Se discuten las deformaciones de las articulaciones y eslabones causados por fuerzas externas y calor. Se trabaja con dos tipos de errores que establecen el posicionamiento relativo entre la herramienta y la pieza de trabajo para máquinas convencionales, los errores mecánicos y la deformación del marco del mecanismo.

2.4.3 Propagación del Error

La propagación del error es el problema de encontrar la distribución de una función con variables aleatorias. Comúnmente se obtienen modelos matemáticos de algún sistema de interés en los cuales la salida es función de la entrada y algunos otros componentes del

sistema, y es necesario conocer la distribución de la entrada y los componentes sobre la salida.

Inicialmente será analizado el caso del problema de la propagación del error para un sistema no lineal con una entrada y una salida. La Figura 2. 11 muestra el esquema para el caso en una dimensión del problema de la propagación del error para un sistema no lineal. Considerando este esquema $f(X)$ es una función no lineal.

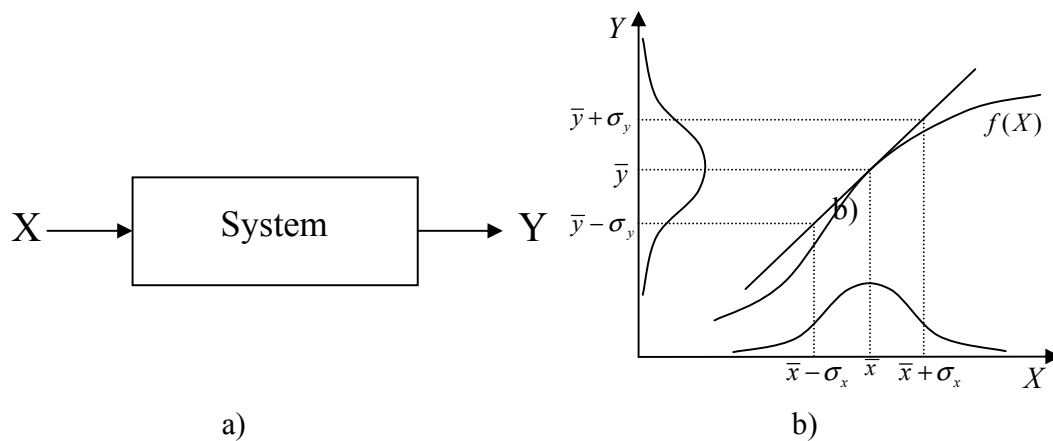


Figura 2.11 Un diagrama para el caso de un sistema no lineal con una entrada-una salida, a) El sistema simple: una entrada- una salida; b) Un esquema para el problema de propagación no lineal con una entrada-una salida.

Para este caso, lo que se desea conocer es la distribución de la salida, que es la función de distribución de Y cuando $Y = f(X)$; donde $f(X)$ y la distribución de la variable $f(X)$ son conocidas. Primero suponer que $f(X)$ es distribuida normalmente con media \bar{x} y desviación estándar σ_x . Entonces, el objetivo es conocer cómo el intervalo $[\bar{x} - \sigma_x, \bar{x} + \sigma_x]$ se propaga a través del sistema $f(X)$. Si aproximamos $f(X)$ por la expansión de primer orden de la serie de Taylor sobre el punto $X = \bar{x}$, se obtiene una relación lineal

$$Y \approx f(\bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial X}_{X=\bar{x}} (X - \bar{x}) \text{ como se muestra en la Figura 2. 6b), con los parámetros } \bar{y} = f(\bar{x}) \text{ y}$$

$$\sigma_y = \frac{\partial f}{\partial X}_{X=\bar{x}} \sigma_x \tag{2.9}$$

El análisis anterior puede ser extendido para un caso general cuando $Y = (X_1, \dots, X_n)$; donde las X_i 's son variables de entrada y Y se puede representar por la expansión de primer orden en serie de Taylor sobre los puntos $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ como

$$Y \approx f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial X_i}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) \right] [X_i - \bar{x}] \quad (2.10)$$

La Ecuación 2.10 es de la forma $Y \approx \mu_0 + \sum_{i=1}^n \mu_i [X_i - \bar{x}]$ con $\mu_0 = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ y $\mu_i = \frac{\partial f}{\partial X_i}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$; esta aproximación es lineal y se puede demostrar que sus parámetros se obtienen como $\bar{y} = \mu_0$ y

$$\sigma_Y^2 = \sum \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_i^2 + \sum \sum \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial f_j}{\partial X_j} \right) \sigma_{ij} \quad (2.11)$$

Donde \bar{y} es la media, σ_Y es la varianza y σ_{ij} es la covarianza. Si las variables son independientes la covarianza desaparece, y el resultado de la varianza aproximada es

$$\sigma_Y^2 = \sum \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad (2.12)$$

3. Un Nuevo Análisis y Estimación del Error de Posicionamiento de Manipuladores Paralelos

En este capítulo se presenta un nuevo análisis y una formulación para el error de posicionamiento y orientación de manipuladores paralelos. El capítulo se divide en dos partes, en la primera parte el análisis se aplica al sistema de medición con cables Milli-CaTraSys, al cual se puede considerar que tiene arquitectura de manipulador paralelo. Después el análisis se formula para un Hexápodo de alta precisión, el cual tiene como objetivo posicionar y orientar el espejo secundario del Gran Telescopio Milimétrico (GTM); se describe la motivación, el diseño, modelado del error y los resultados de la evaluación del procedimiento para la estimación del error.

3.1. Sistema de Medición tipo Cable con Arquitectura Paralela

En el campo de la robótica se hace necesario la medición de posición y orientación del órgano terminal para propósitos de calibración. Usualmente, la calibración se usa para compensar el error de los parámetros con la finalidad de mejorar la precisión. Varios sistemas de medición han sido propuestos para determinar la medición de posición y orientación de cuerpos rígidos móviles. Sin embargo, los métodos de identificación para propósitos de calibración que están disponibles en la literatura usan dispositivos de medición de costo elevado tales como sistemas con laser (Chai et al., 2002), dispositivos de medición basados en visión por computadora (Rauf et al., 2006; Renaud et al., 2006), o sistemas redundantes, los cuales no pueden ser fácilmente implementados (Chiu y Perng, 2004; Rauf y Ryu, 2001; Khalil y Bersnard, 1991; Sung et al., 2006). Adicionalmente, estos sistemas de medición por lo común no pueden medir posición y orientación simultáneamente, tienen limitada precisión o una relación sofisticación-complicación elevada, (Ceccarelli, 2004).

Los sistemas de medición basados en cables son una opción adecuada y económica para la identificación de los parámetros cinemáticos de los sistemas robóticos. De hecho, estos sistemas pueden tener un buena relación entre la precisión esperada y bajo costo. Algunos trabajos ya se han enfocado sobre éste tipo de arquitecturas. Por ejemplo, en

(Won-Jeon, et al., 1998) un mecanismo paralelo con cables fue presentado para la medición de posición y orientación. En el LARM, un sistema de medición basado en cables ha sido estudiado y diseñado desde principios de los noventa. Ha sido llamado como CaTraSys (Cassino Tracking System, por sus siglas en inglés) y ha sido usado para evaluar el espacio de trabajo de robots seriales (Ottaviano et al., 2002). Adicionalmente, una caracterización de sus singularidades y análisis del error ha sido presentado en (Ottaviano y Ceccarelli, 2006; Ceccarelli et al., 2000). Recientemente con base en este sistema, un nuevo dispositivo de medición ha sido desarrollado en LARM, (LARM Homepage; Carbone y Ceccarelli, 2004). Éste sistema, mostrado en la Figura 3.1 ha sido llamado como Milli-CaTraSys y está basado en la configuración 3-2-1 de un manipulador paralelo Gough-Stewart. La cinemática de estos sistemas de medición ha sido solucionada en forma cerrada como un resultado de su arquitectura especial, aplicando la técnica de trilateración con determinantes Cayley-Merger, (Thomas et al., 2005).

3.1.1. Diseño de Milli-CaTraSys

Mili-CaTraSys puede ser considerado como un manipulador paralelo tipo Gough-Stewart con una configuración 3-2-1. Consiste de dos cuerpos rígidos unidos a través de seis cables de longitud variable. Los dos cuerpos rígidos son una plataforma base, y una plataforma móvil que puede ser considerada como el órgano terminal, tal como se muestra en la Figura 3.1a). Debido a los cambios en la longitud de los seis cables y a la posibilidad de medir la longitud de los cables, el órgano terminal de Milli-CaTraSys puede alcanzar y medir diferentes posiciones y orientaciones relativas a la base. Estas medidas tienen un rango limitado a algunos centímetros, lo que lo diferencia principalmente del CaTraSys. Con el uso de Milli-CaTraSys se puede también evaluar los desplazamientos lineales y angulares de conformidad que ocurren en un cuerpo conectado a la plataforma móvil respecto al marco de referencia midiendo sólo distancias lineales. Estas distancias son las longitudes de los cables que son medidas por medio de seis transductores LVDT (Linear Voltage Differential Transducer).

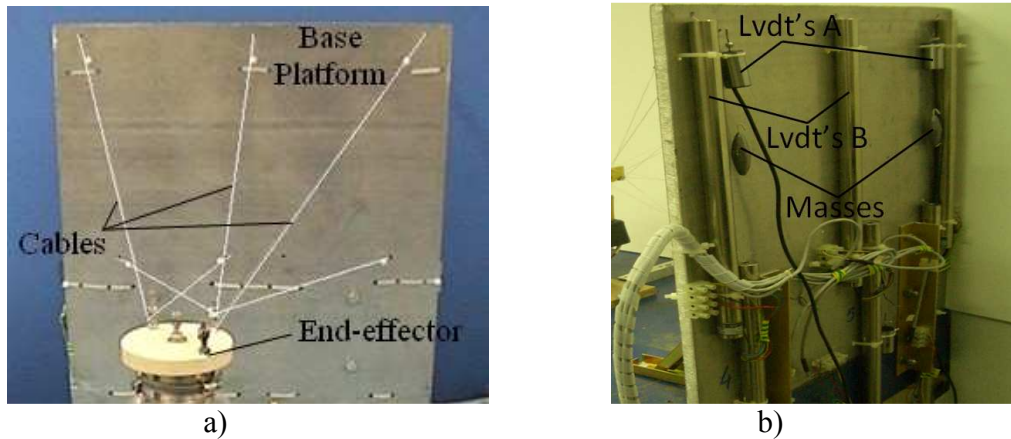


Figura 3.1. Prototipo de Milli-CaTraSys construido en LARM en Cassino: a) Vista de frente; b) Vista posterior.

En la Figura 3.1b) se muestra la localización de los transductores sobre la plataforma fija de Milli-CaTraSys y las masas m_i ($i=1,\dots,6$) que están aplicados sobre el final de los seis cables. Para Milli-CaTraSys se han implementado dos tipos diferentes de transductores con respecto a su capacidad de intervalo de medición. El conjunto de transductores del tipo A, con un rango de 25 mm, ha sido usado para experimentos precisos de rigidez. Los transductores del tipo B tienen un rango más amplio (100mm); por tal razón han sido usados para el análisis del espacio de trabajo de sistemas robóticos. La adquisición de datos y acondicionamiento de señal para los seis transductores están implementados utilizando una tarjeta de adquisición de datos con interface al bus PCI (NI DAQ Acquisition board PCI 6024), seis transductores LVDT (con amplificadores y una alimentación adecuada) y un instrumento virtual en el entorno LabVIEW. El instrumento virtual ha sido desarrollado para medir los datos provenientes de los amplificadores de los transductores. En general, consiste de seis canales para hacer la adquisición de las entradas analógicas y una etapa de filtrado para las seis señales. Después los datos son almacenados en un archivo de datos adecuado. Para una detallada descripción del instrumento virtual ver (Ottaviano et al., 2002).

Las aplicaciones de éste dispositivo de medición incluyen la evaluación del espacio de trabajo e identificación de parámetros de sistemas robóticos multi-cuerpo. Milli-CaTraSys ha sido usado con éxito para la evaluación del espacio de trabajo como se muestra por ejemplo en (Carbone y Ceccarelli, 2008) para el sistema mostrado en la Figura

3.2a). Más aún, Milli-CaTraSys puede ser usado para aplicar una magnitud de torque conocida sobre el órgano terminal del sistema robótico, debido a las masas conocidas que son aplicadas sobre el final libre de sus cables. Como resultado uno puede usar Milli-CaTraSys para analizar características de rigidez de sistemas robóticos como se describe en (Carbone y Ceccarelli, 2004), para el sistema mostrado en la Figura 3.2b).

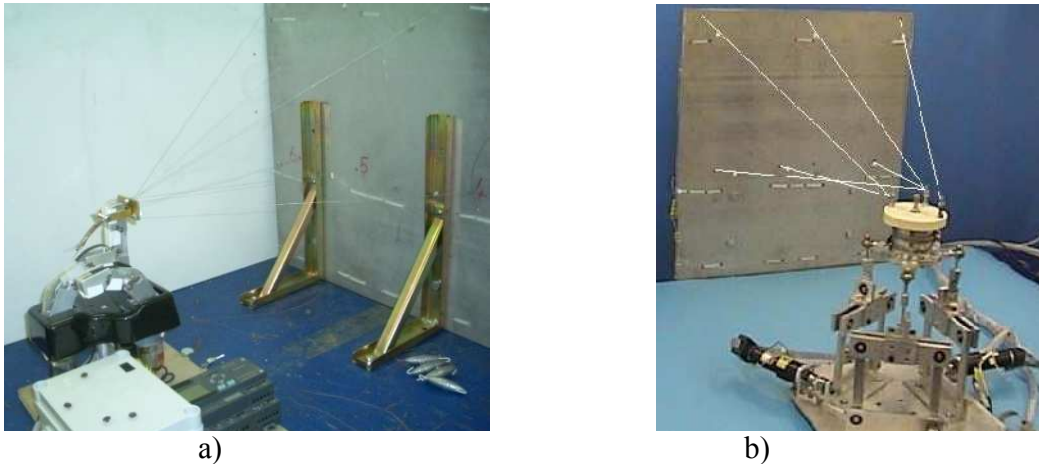


Figura 3.2. Aplicaciones de Milli-CaTraSys: a) Evaluación del espacio de trabajo de la mano robótica del LARM, (Carbone and Ceccarelli, 2008); b) Medición del desempeño de rigidez para el manipulador paralelo de Cassino versión 2bis, (Carbone and Ceccarelli, 2004).

3.1.2. Modos de Operación

Con el uso de Milli-CaTraSys se pueden realizar tareas para la identificación de características cinemáticas y de rigidez. Por lo tanto se pueden reconocer dos modos de operación: la operación cinemática, que es útil para la identificación del espacio de trabajo y de características cinemáticas de sistemas robóticos; y la operación estática, que es útil para entender y aplicar Milli-CaTraSys analizando características de rigidez de otros sistemas. En las dos secciones siguientes se presentan a detalle una formulación para estos modos de operación.

3.1.2.1. Análisis de la Operación Cinemática de Milli-CaTraSys

Considerando el esquema que se muestra en la Figura 3.3, $\mathbf{B}_i(x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi})$ (con $i=1, \dots, 6$) representan los vectores que unen los orígenes del marco de referencia $0XYZ$ con los puntos B_i , los cuales son el comienzo de la longitud de los cables sobre la plataforma

base. De manera similar, $\mathbf{P}_j(x_{P_j}, y_{P_j}, z_{P_j})$ (con $j=1, 2, 3$) representan los vectores que unen el origen del marco de referencia $0XYZ$ con los puntos P_j , los cuales son los puntos de unión de los cables sobre el órgano terminal. El centro del órgano terminal está definido por $\mathbf{C}(x_C, y_C, z_C)$. Las coordenadas de los vectores \mathbf{B}_i son conocidas respecto al marco de referencia $0XYZ$. El modelo de cinemática directa expresa la relación entre la longitud de los cables y la posición y orientación del órgano terminal. La posición del punto P_1 sobre el órgano terminal se puede definir como la posición del punto en el cual tres arcos intersecan. Estos arcos están definidos por tres ecuaciones de esferas

$$l_i^2 = \|\mathbf{B}_i \mathbf{P}_j\|^2 \quad (\text{con } i=1, \dots, 6 \text{ y } j=1, 2, 3) \quad (3.1)$$

donde el operador de norma indica la distancia entre los puntos B_i y P_j . Usando la Ecuación 3.1, las coordenadas de P_1 se pueden obtener por medio del tetraedro con tamaños l_1, l_3 y l_5 . Así, la solución de la Ecuación 3.1 proporciona dos soluciones (p_1 y p_1'), ver Figura 3.4a). Sin embargo, se puede escoger la solución adecuada por el valor positivo.

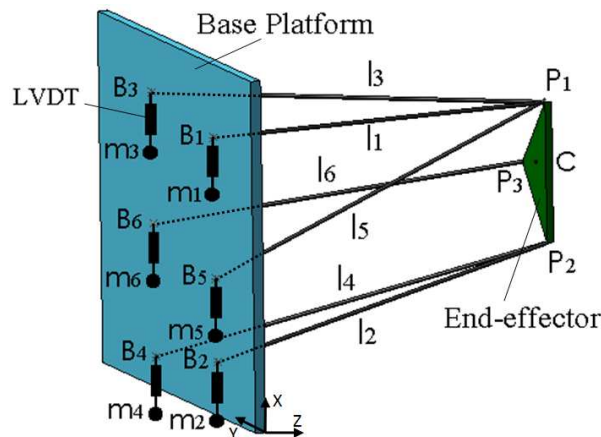


Figura 3.3. Esquema en 3D de Milli-CaTraSys, con el marco de referencia.

Después de operaciones algebraicas, la posición de P_1 se puede calcular a través de los componentes x_{P_1} , y_{P_1} y z_{P_1} como

$$\begin{aligned} x_{P_1} &= H_x \left(-B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4B_1B_3} \right) / 2B_1 + E_x \\ y_{P_1} &= H_y \left(-B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4B_1B_3} \right) / 2B_1 + E_y \\ z_{P_1} &= \left(-B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4B_1B_3} \right) / 2B_1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde

$$\begin{aligned}
 B_1 &= H_x^2 + H_y^2 + 1 \\
 B_2 &= 2H_x(E_x - x_{B3}) + 2H_y(E_y - y_3) - 2z_{B3} \\
 B_3 &= E_x^2 + E_y^2 + A_3^2 - 2E_x x_{B3} - 2E_y y_{B3} B_1
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$H_x = -(Z_{21} + H_y Y_{21}) / X_{21}$$

$$E_x = (A_1 + A_2 - E_y Y_{21}) / X_{21}$$

$$E_y = \frac{-A_1 + A_2}{Y_{32} X_{21}}$$

con $(i, j=1, 2, 3)$ donde $(i \neq j)$

$$A_i = l_i^2 - x_{Bi}^2 - y_{Bi}^2 - z_{Bi}^2$$

$$X_{ij} = x_{Bi} - x_{Bj} \tag{3.4}$$

$$Y_{ij} = y_{Bi} - y_{Bj}$$

$$Z_{ij} = z_{Bi} - z_{Bj}$$

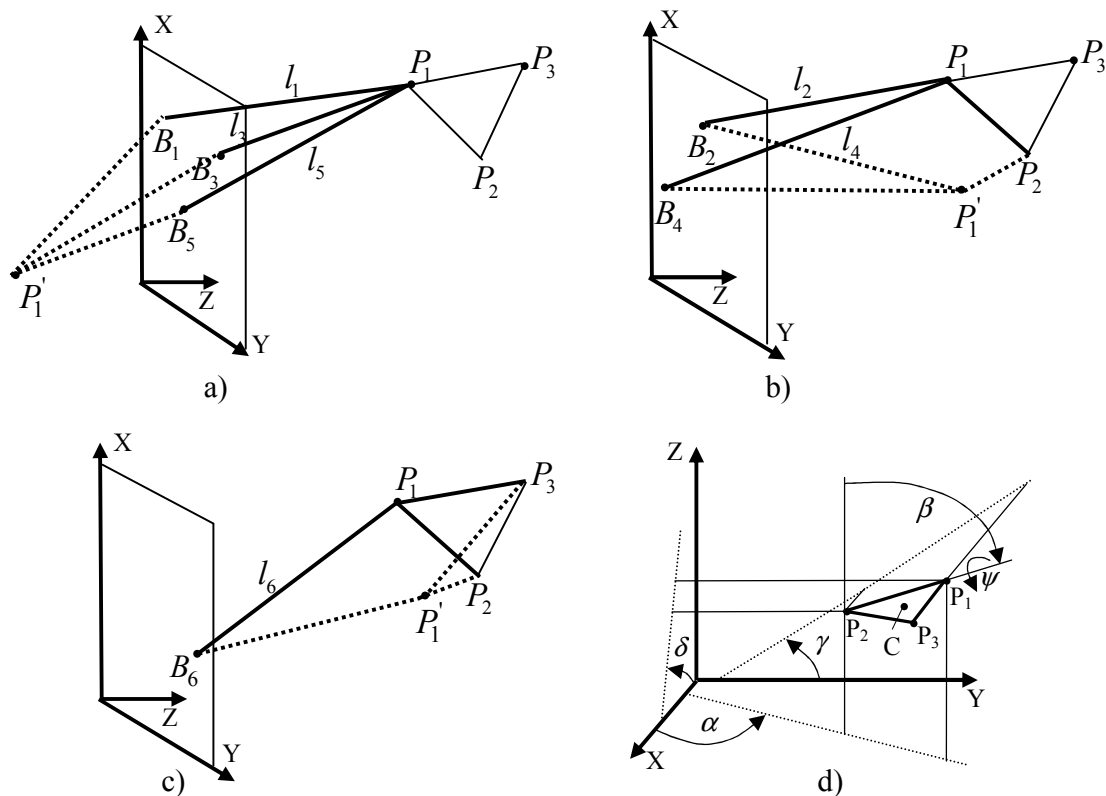


Figura 3.4. Esquemas para la cinemática de Milli-CaTraSys: a) Primera operación de trilateración; b) Segunda operación de trilateración; c) Tercera operación de trilateración; d) Orientación del órgano terminal del sistema Milli-CaTraSys a través del conjunto de ángulos $(\alpha$ y $\beta)$ ó $(\gamma$ y $\delta)$ y ψ .

Después, las coordenadas de P_2 pueden ser obtenidas con el uso de un segundo tetraedro que está definido por la longitud de los cables l_4 , l_2 y la distancia conocida P_1P_2 , ver Figura 3.4b). Finalmente, se puede definir un tercer tetraedro con la longitud del cable l_6 y las distancias conocidas de P_1P_3 y P_2P_3 , ver Figura 3.4c). Las coordenadas de P_1 , P_2 and P_3 pueden ser usadas para calcular la posición y orientación del órgano terminal de Milli-CaTraSys, es decir las coordenadas del punto C y la orientación con los ángulos α , β , y ψ ó γ , δ y ψ como se muestra en la Figura 3.4d) de la forma

$$C (x_c, y_c, z_c) = \left(\frac{x_{P1} + x_{P2} + x_{P3}}{3}, \frac{y_{P1} + y_{P2} + y_{P3}}{3}, \frac{z_{P1} + z_{P2} + z_{P3}}{3} \right) \quad (3.5)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_{P1} - y_{P2}}{x_{P1} - x_{P2}} \right) \quad (3.6)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{z_{P1} - z_{P2}}{\left((y_{P1} - y_{P2})^2 + (x_{P1} - x_{P2})^2 \right)^{1/2}} \right) \quad (3.7)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{z_{P1} - z_{P2}}{y_{P1} - y_{P2}} \right) \quad (3.8)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{z_{P1} - z_{P2}}{x_{P1} - x_{P2}} \right) \quad (3.9)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{z_{P3} - z_S}{\sqrt{(y_{P3} - y_S)^2 + (x_{P3} - x_S)^2}} \right) \quad (3.10)$$

donde el punto $S(x_S, y_S, z_S)$ es el punto medio del segmento definido por los puntos P_1 y P_2 .

El procedimiento mencionado arriba ha sido implementado en entorno Matlab tal que las medidas de los cables l_i ($i=1, \dots, 6$) proveen automáticamente la posición y orientación de Milli-CaTraSys. Como la posición y orientación del órgano terminal de Milli-CaTraSys se define ajustando el tamaño de los cables, cualquier pequeño cambio en la distancia entre los puntos B_i y P_1 resultará en errores de posicionamiento y orientación del órgano terminal.

3.1.2.2 Análisis de la Operación Estática de Milli-CaTraSys

Milli-CaTraSys usa masas conocidas m_i (con $i=1,\dots,6$) sobre el final de los cables con el fin de asegurar que todos los cables están con tensión. De esta manera es posible calcular las fuerzas sobre los seis cables que están dadas por las masas. Notar que el marco de referencia puede ser escogido como en la Figura 3.5. Entonces, las fuerzas que actúan sobre el órgano terminal por medio de cada cable pueden ser escritas como

$$\mathbf{f}_i = f_i \frac{\mathbf{l}_i}{l_i} \quad \text{con } i=1,\dots,6 \quad (3.11)$$

donde el subíndice i denota el i -ésimo cable, f_i denota la magnitud de \mathbf{f}_i y $\frac{\mathbf{l}_i}{l_i}$ denota un

vector unitario en la dirección del i -ésimo cable. \mathbf{T}_1 es el torque que se produce debido al cable uno.

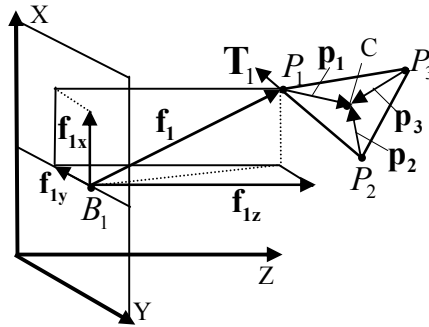


Figura 3.5. Un esquema de las fuerzas actuando sobre un cable de Milli-CaTraSys.

Sumando todas las fuerzas que actúan sobre el órgano terminal, las componentes de $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ pueden ser calculadas como

$$F_x = f_1 \frac{l_{1x}}{l_1} + f_2 \frac{l_{2x}}{l_2} + f_3 \frac{l_{3x}}{l_3} + f_4 \frac{l_{4x}}{l_4} + f_5 \frac{l_{5x}}{l_5} + f_6 \frac{l_{6x}}{l_6} \quad (3.12)$$

$$F_y = f_1 \frac{l_{1y}}{l_1} + f_2 \frac{l_{2y}}{l_2} + f_3 \frac{l_{3y}}{l_3} + f_4 \frac{l_{4y}}{l_4} + f_5 \frac{l_{5y}}{l_5} + f_6 \frac{l_{6y}}{l_6} \quad (3.13)$$

$$F_z = f_1 \frac{l_{1z}}{l_1} + f_2 \frac{l_{2z}}{l_2} + f_3 \frac{l_{3z}}{l_3} + f_4 \frac{l_{4z}}{l_4} + f_5 \frac{l_{5z}}{l_5} + f_6 \frac{l_{6z}}{l_6} \quad (3.14)$$

$$\text{o en forma compacta } \mathbf{F} = \sum_{i=1}^6 f_i \frac{\mathbf{l}_i}{l_i} \quad (3.15)$$

Sumando los torques producidos por las fuerzas sobre el centro C del órgano terminal, los componentes de $\mathbf{T}(T_x, T_y, T_z)$ pueden ser calculados como

$$\begin{bmatrix} T_x & T_y & T_z \end{bmatrix}^T = \mathbf{p}_1 \times (f_1 \frac{\mathbf{l}_1}{l_1} + f_3 \frac{\mathbf{l}_3}{l_3} + f_5 \frac{\mathbf{l}_5}{l_5}) + \mathbf{p}_2 (f_2 \frac{\mathbf{l}_2}{l_2} + f_6 \frac{\mathbf{l}_6}{l_6}) + \mathbf{p}_3 \times f_4 \frac{\mathbf{l}_4}{l_4} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} T_x & T_y & T_z \end{bmatrix}^T = \mathbf{p}_1 \times \mathbf{f}_1 + \mathbf{p}_1 \times \mathbf{f}_3 + \mathbf{p}_1 \times \mathbf{f}_5 + \mathbf{p}_2 \times \mathbf{f}_2 + \mathbf{p}_2 \times \mathbf{f}_6 + \mathbf{p}_3 \times \mathbf{f}_6$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{p}_1 \times (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_3 + \mathbf{f}_5) + \mathbf{p}_2 \times (\mathbf{f}_2 + \mathbf{f}_4) + \mathbf{p}_3 \times \mathbf{f}_6 \quad (3.17)$$

donde \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 , y \mathbf{p}_3 son los vectores uniendo los puntos P_1 , P_2 , y P_3 con el centro del órgano terminal C , como se muestra en la Figura 3.5.

Es posible calcular los desplazamientos $\Delta\gamma$, $\Delta\delta$ y $\Delta\psi$ como las diferencias de los ángulos γ , δ , y ψ antes y después de aplicar el torque externo. Así, los ángulos iniciales entre las fuerzas aplicadas por los seis cables pueden ser escritos como

$$\alpha_{ui} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{x_{P1} - x_i}{\sqrt{(x_{P1} - x_i)^2 + (y_{P1} - y_i)^2}} \right) \quad \text{con } (i=1, \dots, 6) \quad (3.18)$$

$$\delta_{ui} = \text{sen}^{-1} \left(\frac{z_{P1} - z_i}{\sqrt{(x_{P1} - x_i)^2 + (y_{P1} - y_i)^2 + (z_{P1} - z_i)^2}} \right) \quad \text{con } (i=1, \dots, 6) \quad (3.19)$$

Los ángulos calculados a través de las Ecuaciones 3.6-3.10 y las Ecuaciones 3.11-3.17 pueden ser usados para calcular el torque aplicado al órgano terminal $\mathbf{W}_{P1} = (F_X, F_Y, F_Z, T_X, T_Y, T_Z)^T$ sin ningún sensor adicional.

De hecho, la relación entre el vector de masas \mathbf{M}_w que son aplicadas a los cables y el torque \mathbf{W}_{P1} que es debido a estas masas se da calculando el equilibrio estático a través de la matriz \mathbf{A} en la forma

$$\mathbf{W}_{P1} = \mathbf{A} \mathbf{M}_w \quad (3.20)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{g} \begin{bmatrix} c\delta_{u1}c\alpha_{u1} & c\delta_{u2}c\alpha_{u2} & c\delta_{u3}c\alpha_{u3} & c\delta_{u4}c\alpha_{u4} & c\delta_{u5}c\alpha_{u5} & c\delta_{u6}c\alpha_{u6} \\ c\delta_{u1}c\alpha_{u1} & c\delta_{u2}c\alpha_{u2} & c\delta_{u3}c\alpha_{u3} & c\delta_{u4}c\alpha_{u4} & c\delta_{u5}c\alpha_{u5} & c\delta_{u6}c\alpha_{u6} \\ s\delta_{u1} & s\delta_{u2} & s\delta_{u3} & s\delta_{u4} & s\delta_{u5} & s\delta_{u6} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ 0 & 0 & 0 & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ 0 & 0 & 0 & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

donde c se entiende como la función coseno y s para la función seno; g es la aceleración de la gravedad y los términos A_{44} a A_{66} pueden ser escritos como

$$\begin{aligned}
A_{4k} &= ((y_{P2} - y_{P1}) \text{sen} \delta_{uk} - (z_{P2} - z_{P1}) \text{cos} \delta_{uk} \text{cos} \alpha_{uk}); (k = 4, 5) \\
A_{5k} &= ((z_{P2} - z_{P1}) \text{cos} \delta_{uk} \text{sen} \alpha_{uk} - (x_{P2} - x_{P1}) \text{sen} \delta_{uk}) \\
A_{6k} &= ((x_{P2} - x_{P1}) \text{cos} \delta_{uk} \text{cos} \alpha_{uk} - (y_{P2} - y_{P1}) \text{cos} \alpha_{uk}) \\
A_{46} &= ((y_{P3} - y_{P1}) \text{sen} \delta_{u6} - (z_{P3} - z_{P1}) \text{cos} \delta_{u6} \text{cos} \alpha_{u6}) \\
A_{56} &= ((z_{P3} - z_{P1}) \text{cos} \delta_{u6} \text{sen} \alpha_{u6} - (x_{P3} - x_{P1}) \text{sen} \delta_{u6}) \\
A_{66} &= ((x_{P3} - x_{P1}) \text{cos} \delta_{u6} \text{cos} \alpha_{u6} - (y_{P3} - y_{P1}) \text{cos} \alpha_{u6})
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Es importante notar que las masas necesarias para aplicar un torque deseado puede ser calculado con la inversa de la Ecuación 3.20. Así, el uso de Milli-CaTraSys y las Ecuaciones 3.1-3.10 permiten el cálculo de los desplazamientos lineales y angulares, respectivamente. Un algoritmo adecuado en entorno de Matlab puede proveer el torque aplicado como función de la posición y orientación y las masas m_i ($i=1, \dots, 6$) como ha sido experimentalmente validado en (Carbone y Ceccarelli, 2004).

3.1.2.2.1 Simulación Numérica de la Operación Estática

Se ha realizado un modelo de Milli-CaTraSys en entorno ADAMS con el fin de simular el comportamiento estático y comprobar la formulación de la operación estática de las Ecuaciones 3.11-3.17. En la Figura 3.6 se presenta la configuración del modelo implementado para un estudio paramétrico de las capacidades de Milli-CaTraSys. En particular, el órgano terminal de Milli-CaTraSys ha sido unido en simulación a una guía lineal como en la Figura 3.6b) para lograr desplazamientos conocidos. En la Figura 3.7 se muestra el modelo estático considerando seis fuerzas en la dirección de los cables, desde los puntos de unión del órgano terminal hacia los puntos fijos de la base. La magnitud de las fuerzas que actúan sobre el órgano terminal del sistema están dadas por la magnitud de las masas m_i ($i=1, \dots, 6$), las cuales han sido consideradas con un valor de 50gr. El análisis de los resultados de simulación se ha interpretado de acuerdo al modelado de las fuerzas y las componentes del torque resultante sobre el órgano terminal como en la Figura 3.8.

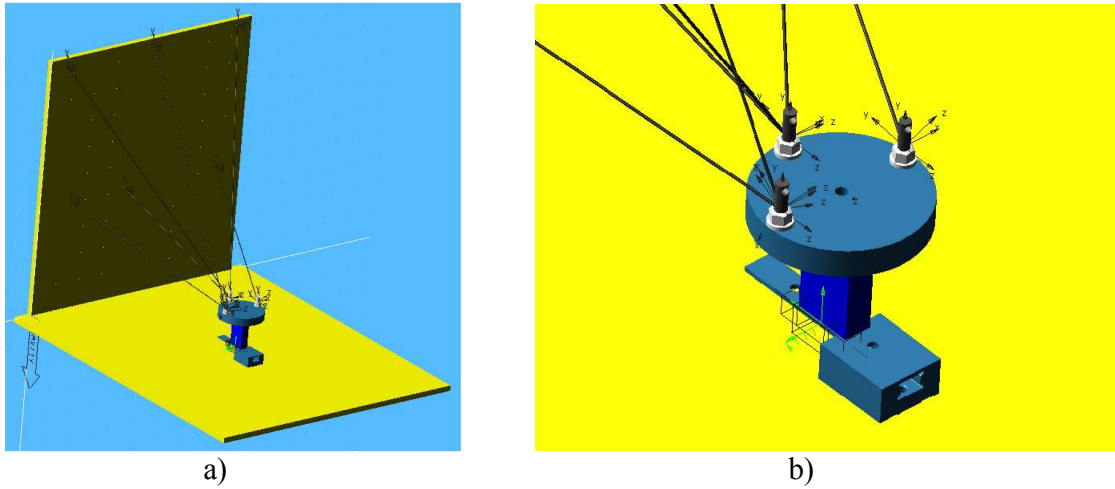


Figura 3.6. Modelado de Milli-CaTraSys y de la guía lineal para ejemplificar su operación en entorno ADAMS: a) Vista general; b) Vista particular con la configuración 3-2-1 de los cables.

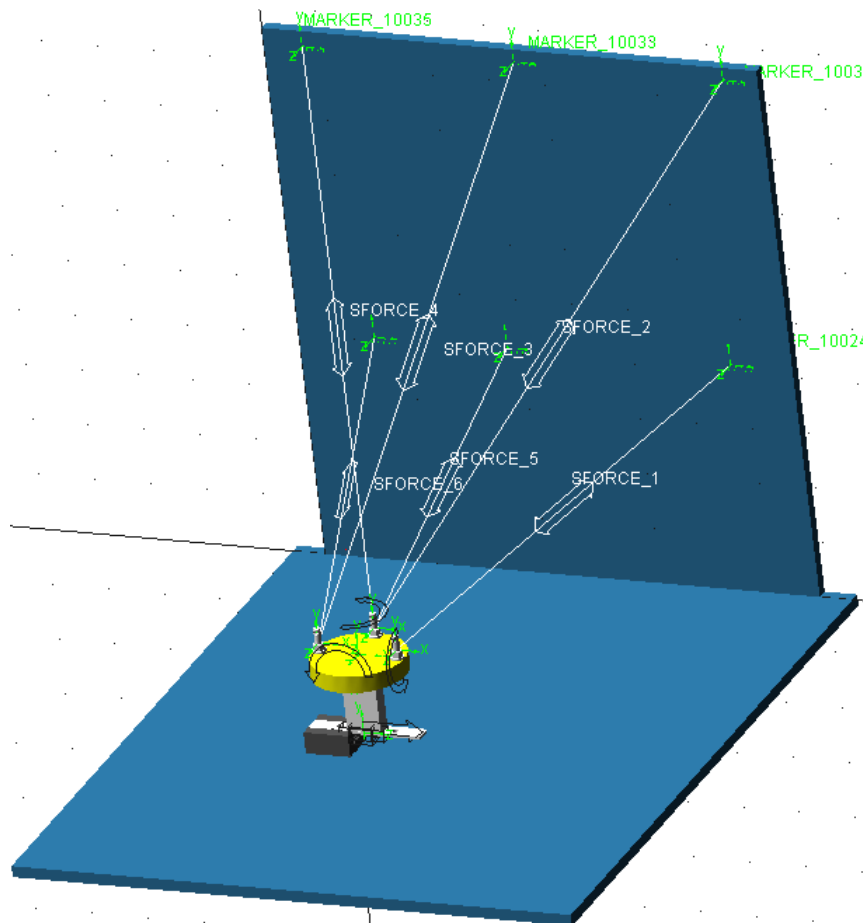


Figura 3.7. Modelado para el análisis estático en entorno ADAMS.

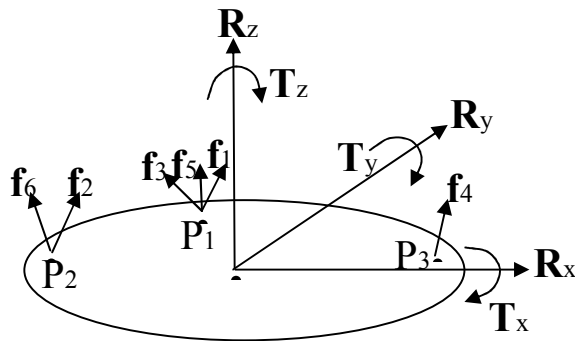


Figura 3.8. Esquema de las fuerzas y torques en el órgano terminal de Milli-CaTraSys.

La simulación del modelo de la operación estática se ha realizado considerando un movimiento paralelo de la guía lineal al eje X . Para este movimiento, en la Figura 3.9 se muestra el valor de la fuerza resultante y de las componentes de las fuerzas calculadas sobre el eje X que se aplican a los puntos P_1 , P_2 y P_3 . En la Figura 3.10 se despliega el valor de la fuerza resultante y de las componentes de las fuerzas calculadas sobre el eje Y que se aplican a los puntos P_1 , P_2 y P_3 . Finalmente, en la Figura 3.11 se muestra el valor de la fuerza resultante y de las componentes de las fuerzas calculadas sobre el eje Z aplicadas a los puntos P_1 , P_2 y P_3 . Para el caso del cálculo del torque aplicado al órgano terminal de Milli-CaTraSys para un movimiento a lo largo del eje X , en la Figura 3.12 muestra la componente calculada respecto al eje X . En la Figura 3.13 se muestra la componente Y calculada del torque aplicado al órgano terminal. Y en la Figura 3.14 se muestra la componente Z calculada del torque aplicado el órgano terminal.

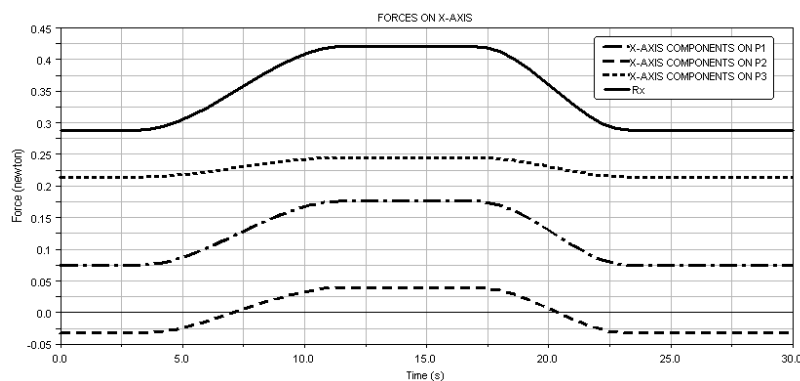


Figura 3.9. Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje X de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

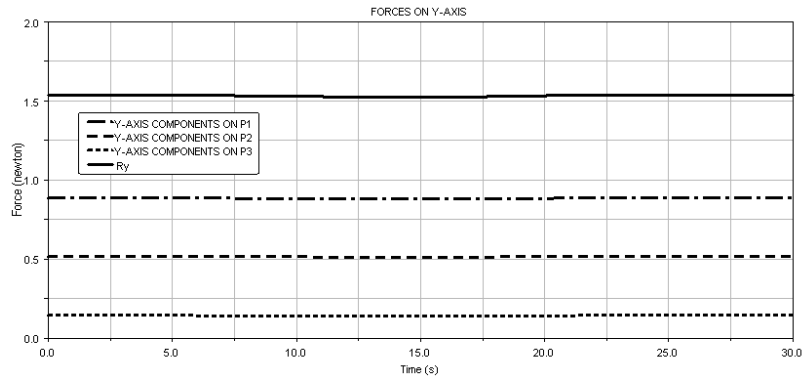


Figura 3.10. Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje Y de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

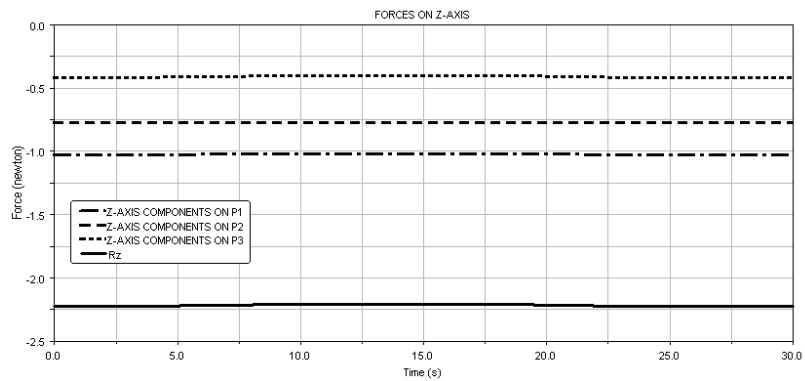


Figura 3.11. Fuerza resultante y componentes de las fuerzas sobre el eje Z de los puntos P_1 , P_2 y P_3 para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

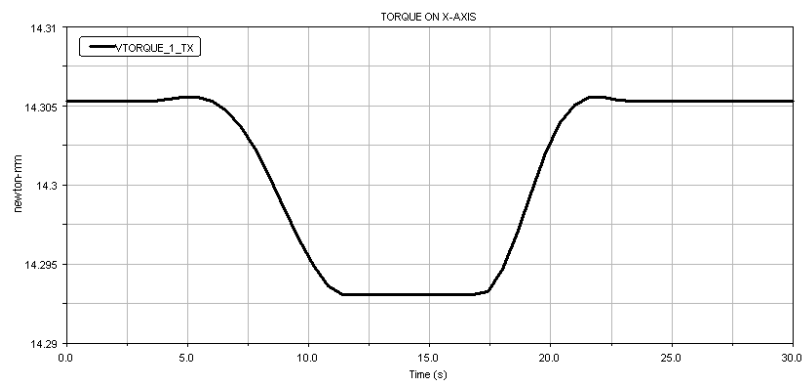


Figura 3.12. Torque resultante sobre el eje X para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

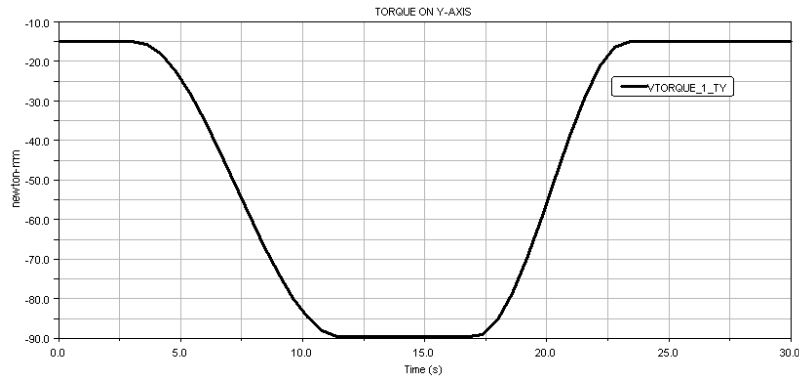


Figura 3.13. Torque resultante sobre el eje Y para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

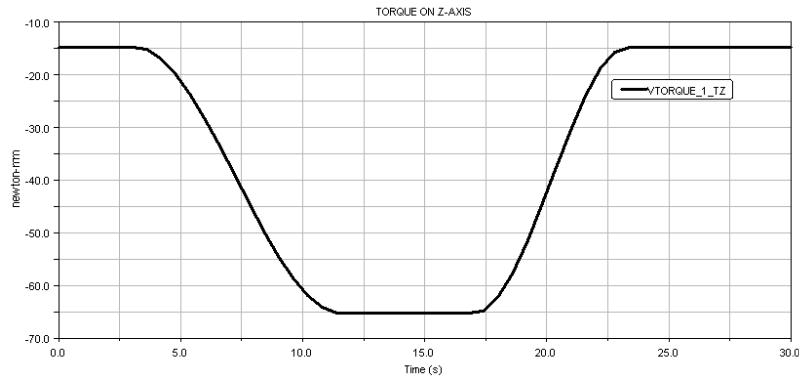


Figura 3.14. Torque resultante sobre el eje Z para un movimiento a lo largo del eje X del órgano terminal.

3.1.3. Procedimiento de Calibración

Para la operación correcta de Milli-CaTraSys es necesario llevar a cabo un procedimiento de calibración, para determinar la configuración inicial para el sistema de medición así como para verificar y reducir los efectos de los errores sistemáticos sobre su precisión. Para la calibración y pruebas experimentales, es posible usar los dos tipos de transductores LVDT. El procedimiento de calibración puede ser simplificado como el propuesto en el diagrama de flujo de la Figura 3.15, donde ϑ_1 y δ_1 son considerados como errores de calibración aceptables en el proceso. Dependiendo del nivel de precisión requerido, estos valores pueden ser minimizados en un proceso iterativo. Primero, para el procedimiento de calibración cada cable ha sido colocado en una posición inicial de referencia. Un instrumento virtual en el entorno de LabView ha sido desarrollado para la adquisición y el procesamiento de señales provenientes de los amplificadores de los

LVDTs. La curva característica voltaje-distancia de cada LVDT se puede definir por su intersección con el eje Y y la pendiente. Después estos valores se definen como el valor de SUM Block y el MULT Block en el instrumento virtual, respectivamente. Adicionalmente, es necesario ajustar la diferencia del voltaje sobre la curva característica del LVDT (Voltaje Offset). La calibración individual de cada LVDT ha sido lograda desplazando los cables a una distancia conocida l_{Ri} . El error de calibración δ_i se define como la diferencia entre la distancia medida l_{Mi} y la distancia conocida l_{Ri} .

La medida experimental de la posición y orientación para el órgano terminal de Milli-CaTraSys requiere mediciones precisas de las distancias desde el origen del marco de referencia a los puntos B_i . Las coordenadas de estos puntos se reportan en el Cuadro 3.1.

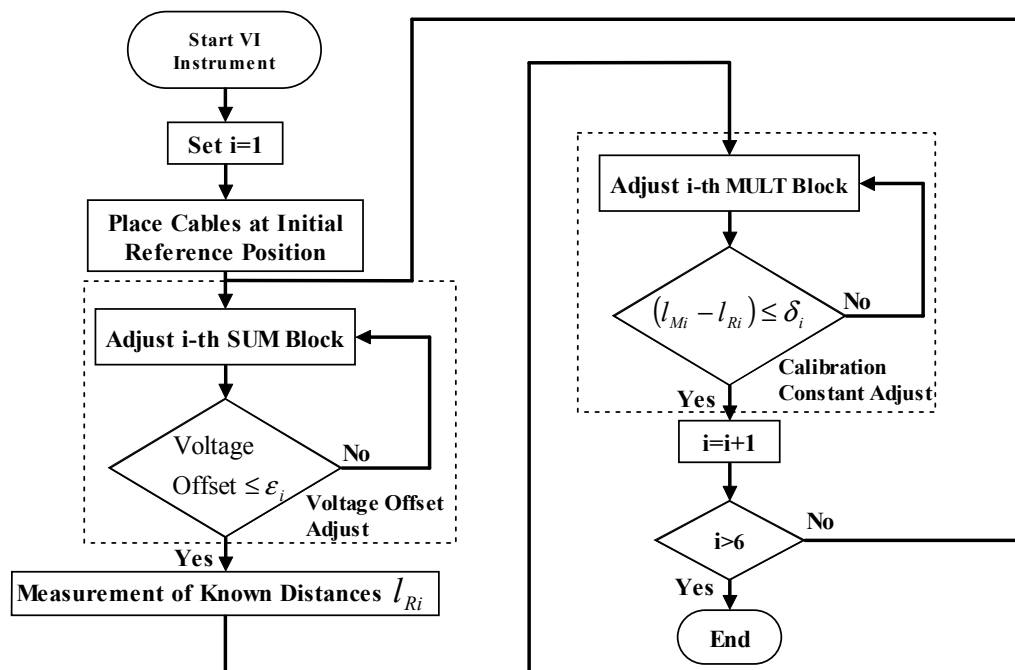


Figura 3.15. Diagrama de flujo para la propuesta de calibración de Milli-CaTraSys.

Cuadro 3.1 Distancias medidas desde el origen del marco de referencia fijo a los puntos B_i .

Punto [mm]	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
Coordenada del eje X	411.0	224.0	35.0	387.0	187.0	68.0
Coordenada del eje Y	469.0	469.0	466.0	207.0	205.0	204.0

3.1.4. Modelado y Efectos del Error de Posicionamiento

En general la precisión se puede definir por medio de la repetitividad y el error, (Ceccarelli, 2004). La pérdida de repetitividad es debido a errores aleatorios y puede ser cuantificado por la varianza de un número de mediciones. Los errores sistemáticos pueden ser caracterizados por su valor promedio. Es conocido, que mientras es difícil compensar errores aleatorios, los errores sistemáticos pueden ser compensados por un proceso de calibración adecuado. Como se mencionó en el análisis cinemático de Milli-CaTraSys, las desviaciones en la posición y orientación son resultados de errores o cambios de las distancias entre los puntos B_i y P_j . Así, de acuerdo a la cinemática, se puede identificar las fuentes de errores principales del sistema Milli-CaTraSys, como se muestra en la Figura 3.16 y que se pueden dividir dentro de tres categorías como:

(i) Error de localización sobre los puntos B_i (con $i=1,\dots,6$) ver Figura 3.16a), que se caracteriza con el radio r_{B_i} y las coordenadas (${}^1\delta x_i, {}^1\delta y_i, {}^1\delta z_i$). Como el origen de los cables se desvía de su posición nominal la longitud actual de los cables es diferente de aquellas nominales que pueden ser calculadas con la Ecuación (3.1). Así, la medición del órgano terminal de Milli-CaTraSys se desviará de los valores reales de la posición si se usan los valores actuales. Estos errores pueden ser causados por imprecisiones durante el proceso de manufactura de la base de Milli-CaTraSys. Sin embargo, dado que los radios r_{B_i} son más grandes que los radios de los cables (para permitir el movimiento libre a través de ellos) el desplazamiento entre los puntos B_i y el centro de los cables puede ser considerado como el factor principal para este tipo de error. Adicionalmente, como el origen de los cables está siempre sobre la base de Milli-CaTraSys, que coincide con el eje Z , un error en la coordenada Z para los puntos B_i se puede despreciar.

(ii) Error de locación en los puntos P_j , que se caracteriza con el radio r_{P_j} y las coordenadas (${}^2\delta x_i, {}^2\delta y_i, {}^2\delta z_i$) con $i=1,\dots,6$. Dependiendo del tipo de unión usada para fijar los seis cables sobre el órgano terminal, una desviación de los puntos P_j de su posición nominal puede ocurrir. En la Figura 3.16c) se muestra un esquema de la desviación de la unión sobre los puntos P_j . En esta categoría de error, el error sobre las componentes de X, Y, Z deberá ser considerado.

(iii) Error de medición y calibración de los transductores, (Δl_i). Debido a que la longitud actual de los cables es medida por medio de seis transductores LVDT, si un error de medición ocurre este afectará el tamaño de la medida. El valor de Δl_i puede ser debido también a la elasticidad de los cables. En adición, un error dinámico puede ocurrir cuando la velocidad de los movimientos sobrepasa el tiempo de respuesta de los transductores. En la Figura 3.16b) el error para las mediciones de los transductores LVDT es considerado y sumado al tamaño nominal del i -ésimo cable. También se debe considerar el error remanente del proceso de calibración que fue presentado en la Sección anterior.

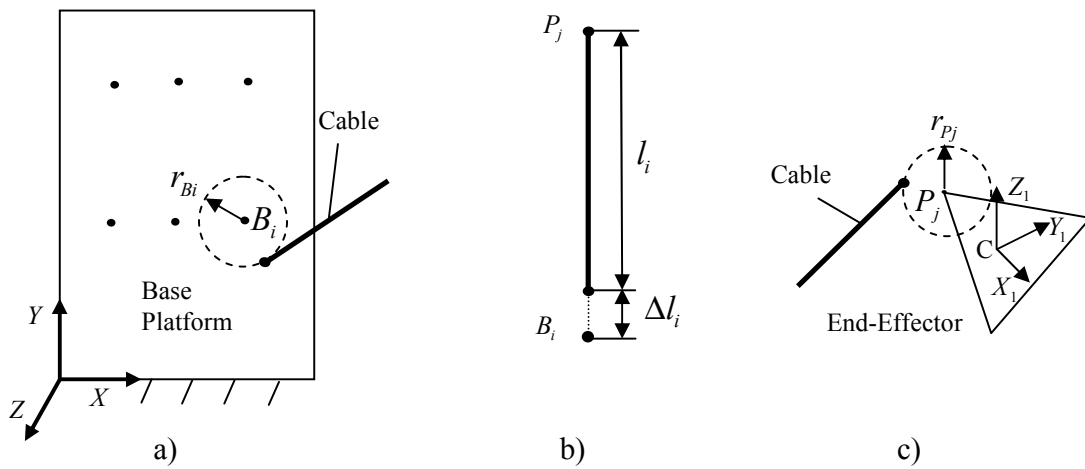


Figura 3.16. Un esquema para los errores principales del sistema Milli-CaTraSys: a) Errores sobre los puntos B_i ; b) Errores de medición y calibración de los transductores; c) Errores sobre los puntos P_j .

El modelo de propagación del error de la Ecuación 2.11 puede ser aplicado a Milli-CaTraSys. Considerando la Ecuación 3.1 como $l_i=f(\mathbf{q}_i)$ donde $\mathbf{q}_i=[x_i, y_i, z_i, x_{P_j}, y_{P_j}, z_{P_j}]$ con $i=1, \dots, 6$ y $j=1, 2, 3$, y $f(\mathbf{q}_i)$ es una función vector con entradas \mathbf{q}_i . El objetivo del análisis es determinar cómo los cables l_i varían debido a pequeños cambios en la posición de los puntos B_i y P_j . Primero, de acuerdo a la Figura 3.16a) y b) se debe considerar la localización de los puntos B_i y P_j a través de sus coordenadas con errores excéntricos de localización (${}^1\delta x_i, {}^1\delta y_i, {}^1\delta z_i$) y (${}^2\delta x_j, {}^2\delta y_j, {}^2\delta z_j$), respectivamente. Las posiciones $(x_i+{}^1\delta x_i, y_i+{}^1\delta y_i, z_i+{}^1\delta z_i)$ y $(x_j+{}^2\delta x_j, y_j+{}^2\delta y_j, z_j+{}^2\delta z_j)$ de los puntos B_i y P_j se usan para calcular las longitudes de los cables en la Ecuación 3.1. De esta manera, para cada uno de los cables la propagación del error se puede escribir como

$$\delta l_i^2 = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial f_i}{\partial q_i} \right)^2 \delta q_i^2 + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \left(\frac{\partial f_i}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial q_j} \right) \delta q_{ij} \quad (3.23)$$

Si las variables q_i son independientes, el valor de la covarianza δq_{ij} puede ser despreciada, y el resultado de la varianza es

$$\delta l_i^2 = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial f_i}{\partial q_i} \right)^2 \delta q_i^2 \quad (3.24)$$

que puede ser explícitamente escrita como

$$\begin{aligned} \delta l_i^2 = & \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_i} \right)^2 \delta x_i^2 + \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_i} \right)^2 \delta y_i^2 + \left(\frac{\partial l_i}{\partial z_i} \right)^2 \delta z_i^2 + \left(\frac{\partial l_i}{\partial x_{P_j}} \right)^2 \delta x_j^2 + \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_{P_j}} \right)^2 \delta y_j^2 \\ & + \left(\frac{\partial l_i}{\partial z_{P_j}} \right)^2 \delta z_j^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

con $i=1, \dots, 6$ y $j=1, 2, 3$ donde

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_i}{\partial x_i} &= \frac{(x_{P_j} - x_i)}{\left((x_{P_j} - x_i)^2 + (y_{P_j} - y_i)^2 + z_{P_j}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{\partial l_i}{\partial y_i} &= \frac{(y_{P_j} - y_i)}{\left((x_{P_j} - x_i)^2 + (y_{P_j} - y_i)^2 + z_{P_j}^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{con } i=1, \dots, 6 \text{ y } j=1, 2, 3 \\ \frac{\partial l_i}{\partial z_i} &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Substituyendo la Ecuación 3.26 en la 3.25 se obtiene

$$\delta l_i^2 = \frac{(x_{P_j} - x_i)^2 (\delta x_i^2 + \delta x_j^2) + (y_{P_j} - y_i)^2 (\delta y_i^2 + \delta y_j^2) + z_{P_j}^2 \delta z_j^2}{(x_{P_j} - x_i)^2 + (y_{P_j} - y_i)^2 + z_{P_j}^2} \quad (3.27)$$

con $i=1, \dots, 6$ y $j=1, 2, 3$. Así en general, la varianza del error de localización de cada cable se puede calcular con la Ecuación 3.27. El procedimiento para la estimación del error que se puede obtener por medio de las expresiones 3.23-3.27, el cual ha sido implementado en

un algoritmo dentro del entorno de Matlab para el caso de tres cables intersecando a un punto. Para completar el análisis en Milli-CaTraSys, el procedimiento puede ser repetido para los otros dos tetraedros que se pueden identificar por medio de los otros cables y líneas conocidas del órgano terminal. La formulación para la propagación del error de la Ecuación 3.27 ha sido calculado para tres cables l_1 , l_3 y l_5 que conectan el punto P_1 a los puntos B_1 , B_3 y B_5 como se muestra en la Figura 3.4a). Los valores de las coordenadas de P_1 han sido extraídos de resultados de simulación para una trayectoria lineal paralela al eje Y para un desplazamiento de 32mm. El punto inicial de la trayectoria ha sido considerado con P_1 en (95.5, 179, 278). La Figura 3.17 muestra la variación calculada para los cables l_1 , l_3 y l_5 como resultado de aplicar el procedimiento de la propagación del error de las Ecuaciones 3.23-3.27 considerando tres variables $\mathbf{q}=[x_i, y_i, z_i]$, para cada cable. En las Figuras 3.17a), b) y c) se reportan resultados de simulación para tres casos representativos, cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.01\text{mm}$, cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.1\text{mm}$ y cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=1\text{mm}$, respectivamente. De estas gráficas, es claro que para valores grandes de los radios r_{Bi} , los valores correspondientes de la magnitud del error propagado se incrementan de manera significativa casi proporcionalmente. Otras simulaciones también se han llevado a cabo para calcular el efecto de la variación de los radios r_{Bi} sobre las medidas de los cables como se muestra en la Figura 3.18. Cabe señalar que cuando más grande es el radio r_{Bi} más grande es el error sobre las medidas de la longitud de los cables δl_i . De hecho, como δl_1 es casi igual a δl_3 y estos son mayores a δl_5 , además como l_5 es mayor a l_1 y l_3 , una distancia de medición mayor produce una menor magnitud del error. En la Cuadro 3.2 se resumen los valores de los errores calculados para errores de localización de los puntos B_i con radios r_{Bi} y puntos P_j con radios r_{Pj} , para estos errores se muestra su efecto sobre la posición del

punto P_1 para tres casos representativos. El efecto máximo de errores en la localización de los puntos B_i y P_j es $878.2e-3\text{mm}$ cuando $r_{Pj}=1\text{mm}$.

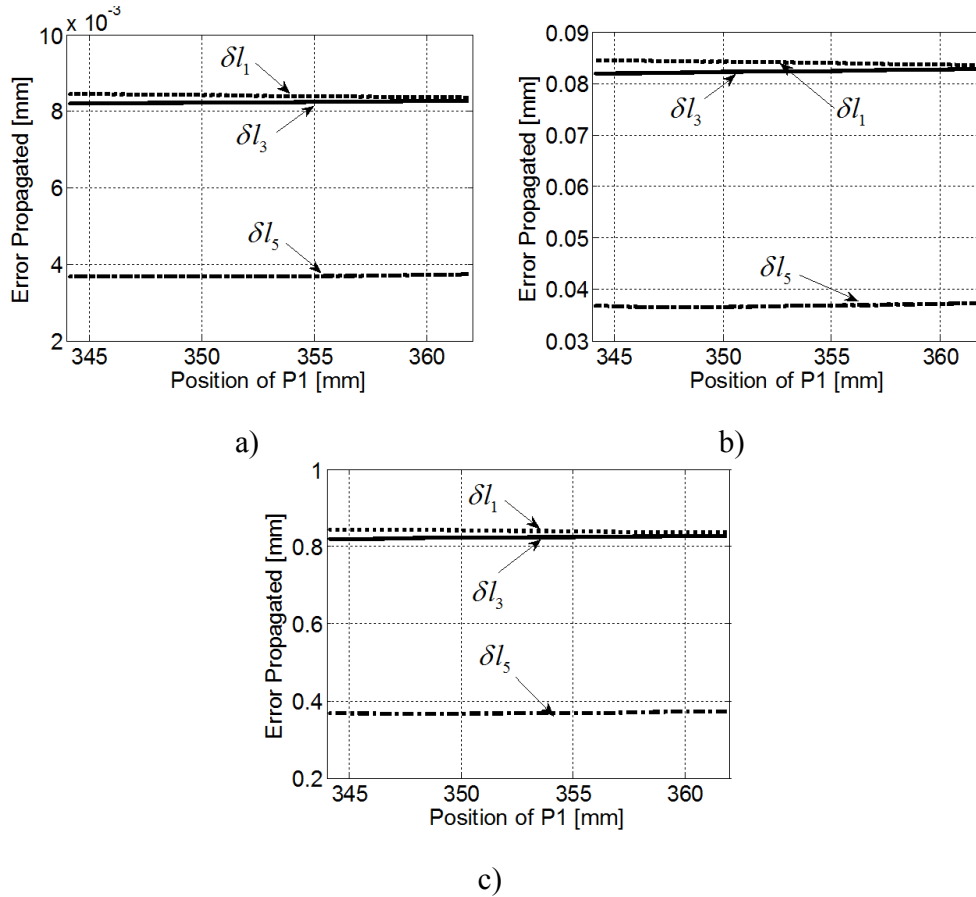


Figura 3.17. Resultados del análisis de la propagación del error para errores excéntricos de localización de los puntos B_i : a) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.01\text{mm}$; b) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=0.1\text{mm}$; c) Cuando $r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=1\text{mm}$.

Para el caso del error de medición de los transductores (Δl_i), el efecto de la localización de P_1 sobre el órgano terminal se muestra en la Figura 3.19 para una arquitectura 3-2-1 como función de incertidumbre en las mediciones l_i . En este esquema se puede observar también que el error Δl_i produce una variación del ángulo del cable φ , que combinado con las variaciones para los seis cables producen un error en la orientación del órgano terminal. Así, un error en la posición y orientación ocurre para cualquier Δl_i , como ha sido estudiado para CaTraSys en (Ceccarelli et al., 2000, Thomas et al., 2005). Cerca de singularidades, pequeños errores en la medición de la longitud de los cables inducen importantes errores en la estimación de la posición y orientación.

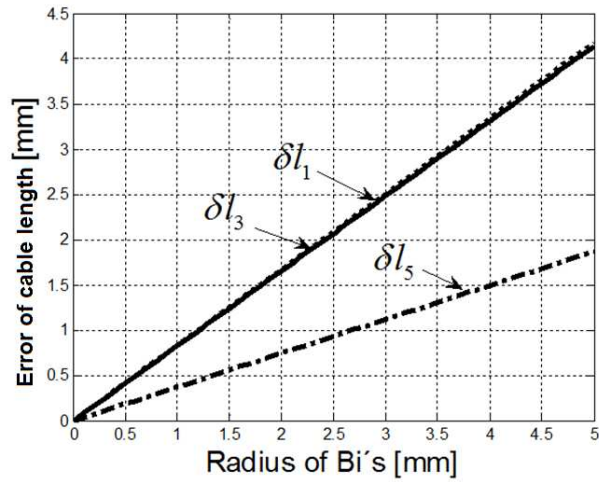


Figura 3.18. Gráfica del error de las medidas de los cables como función de la variación de los radios r_{B1} , r_{B3} y r_{B5} .

Cuadro 3.2. Resultados calculados para el error propagado debido a errores en la localización de los puntos B_i y P_j en unidades de 10^{-3} mm.

Errores	δl_{1MAX}	δl_{3MAX}	δl_{5MAX}	δP_{1XMAX}	δP_{1YMAX}	δP_{1ZMAX}	$ \delta P_1 _{MAX}$
$r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=10$	8.452	8.278	3.74	235.9	235.9	98.42	12.1
$r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=100$	84.52	82.75	37.4	238.3	238.3	93.93	50.25
$r_{B1}=r_{B3}=r_{B5}=1000$	845.2	827.8	374.0	295.7	295.7	46.72	437.3
$r_{P1}=10$	10.0	10.0	10.0	235.9	235.9	106.7	4.672
$r_{P1}=100$	100.0	100.0	100.0	238.0	238.0	176.9	29.84
$r_{P1}=1000$	1000.0	1000.0	1000.0	280.1	280.1	878.2	376.0

En particular, la estimación del error obtenida por trilateración se vuelve relevante cuando el punto P_1 se acerca al plano de la base como contracción del tetraedro hacia una superficie. Una evaluación numérica de este error ha sido calculada para Milli-CaTraSys asumiendo que el punto P_1 barre un área cuadrada paralela al plano XY de la base, a diferentes distancias de la base de Milli-CaTraSys. Los planos XY para el cálculo han sido

escogidos como $79.5 \leq x \leq 111.5$; $179 \leq y \leq 211$; en $z=17.8, 78, 178, 278, 378, 478, 1780$. Los resultados de este procedimiento se reportan en las Figuras 3.20a) y b), con $z=178$ y $z=478$, respectivamente, donde σ_r es la varianza de la mediciones para las longitudes de los cables. El Cuadro 3.3 resume el efecto del error Δl_i sobre la posición del órgano terminal de Milli-CaTraSys para diferentes distancias desde la base. Estos resultados muestran que el error de medición en los cables es más relevante cuando el objeto a ser medido se acerca al plano base de Milli-CaTraSys. Sin embargo, el error de medición puede despreciarse cuando la distancia desde la base de Milli-CaTraSys es grande.

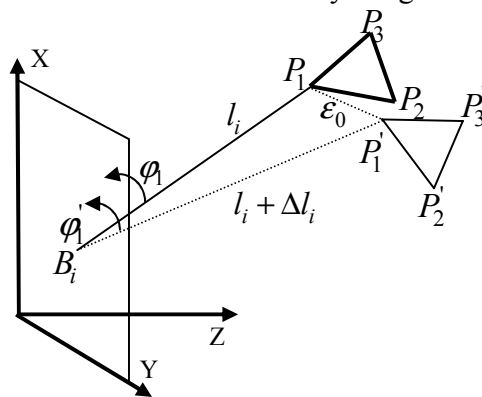


Figura 3.19. Un esquema para el efecto del error Δl_i , sobre el posicionamiento del órgano terminal de Milli-CaTraSys.

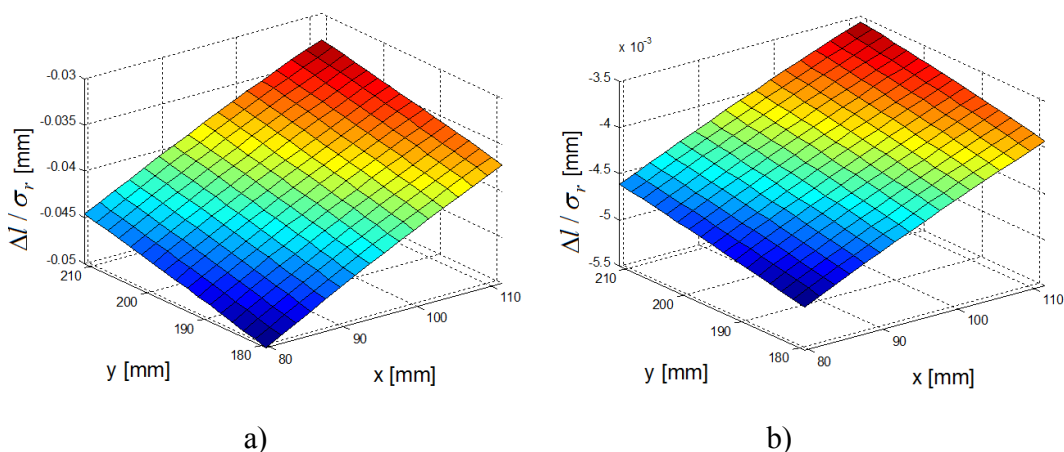


Figura 3.20. Resultados calculados para errores de calibración y de medición en los transductores, (Δl_i), para ejemplos representativos: a) Cuando el plano XY está a una distancia de $z=178\text{mm}$; b) Cuando el plano XY está a una distancia $z=478\text{mm}$.

Cuadro 3.3. Resultados calculados para errores de calibración y medición en los transductores LVDTs en unidades de mm.

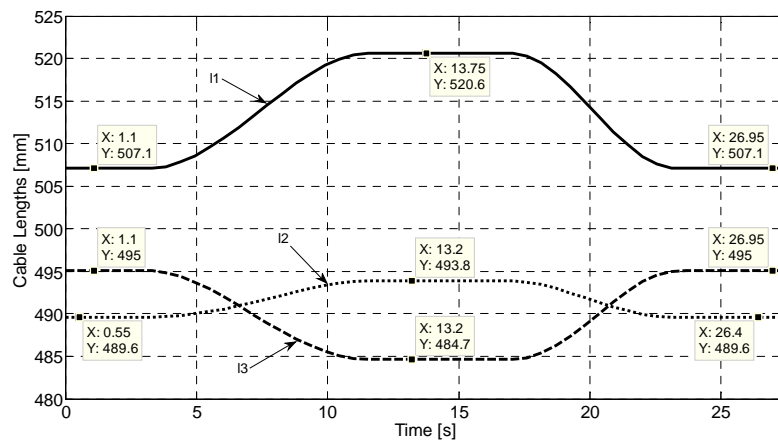
Coordenada Z	17.8	78.0	178.0	278.0	378.0	478.0	1780.0
$\Delta l_{iMAX}/\sigma_r$	-42.4	-0.5204	-0.0499	-0.016	-0.008014	-0.005028	-0.0008056

3.1.5. Simulación y Pruebas Experimentales de la Operación Cinemática

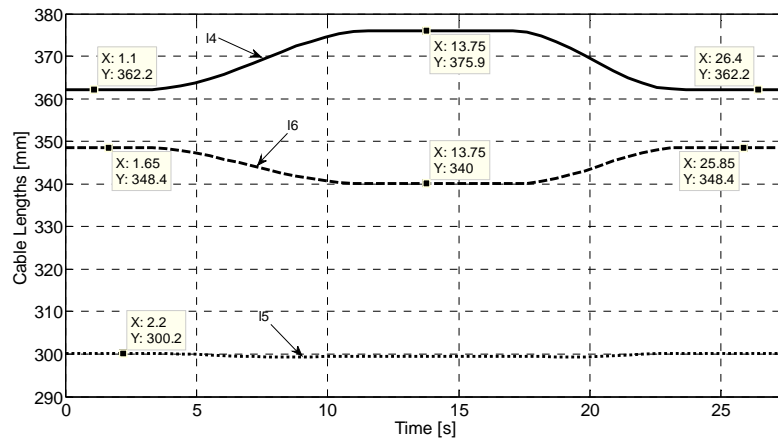
De la misma forma que la operación estática, para la simulación de la operación cinemática se ha realizado un modelado en entorno ADAMS y que corresponde al de la Figura 3.6. La finalidad para la simulación del comportamiento cinemático de Milli-CaTraSys es comparar los resultados de simulación con las mediciones experimentales y caracterizar el funcionamiento. Las simulaciones se han realizado bajo las mismas condiciones durante las pruebas experimentales. La Figura 3.21 muestra la gráfica de las longitudes calculadas de los cables durante un movimiento simulado a lo largo de la dirección Y. En particular, la Figura 3.21a) muestra las longitudes calculadas para los cables 1 al 3, y la Figura 3.21b) muestra las longitudes calculadas para los cables 4 al 6. La Figura 3.22 muestra la gráfica de las coordenadas que han sido obtenidas del modelo en ADAMS.

De manera similar, la Figura 3.23 muestra la gráfica de las longitudes calculadas durante un movimiento simulado a lo largo del eje Z. La Figura 3.23a) muestra las longitudes calculadas de los cables 1 a 3, y la Figura 3.23b) muestra las longitudes calculadas para los cables 4 a 6. Finalmente, la Figura 3.24 muestra las gráficas de las coordenadas del órgano terminal de Milli-CaTraSys para este caso. Los recuadros negros indican resultados muestra con el ánimo de expresar los valores y los cambios durante las simulaciones numéricas que han sido llevadas a cabo. De estos resultados de simulación

numérica es posible tener una referencia para la trayectoria prescrita y para puntualizar que el sistema es capaz de desarrollar el seguimiento de trayectorias suaves con una respuesta adecuada.



a)



b)

Figura 3.21. Longitudes calculadas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6.

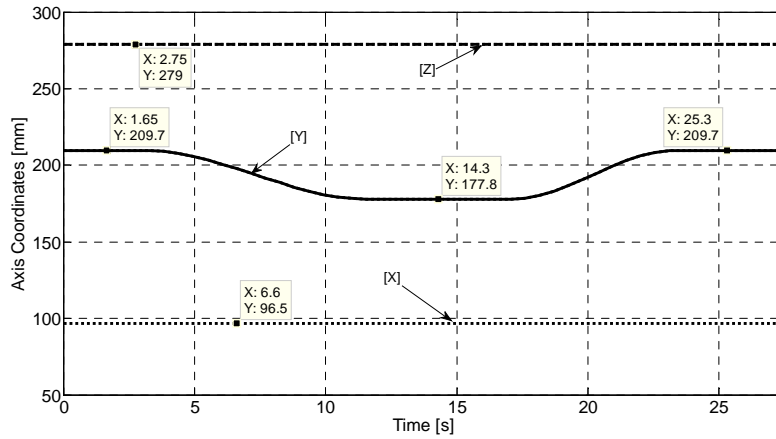
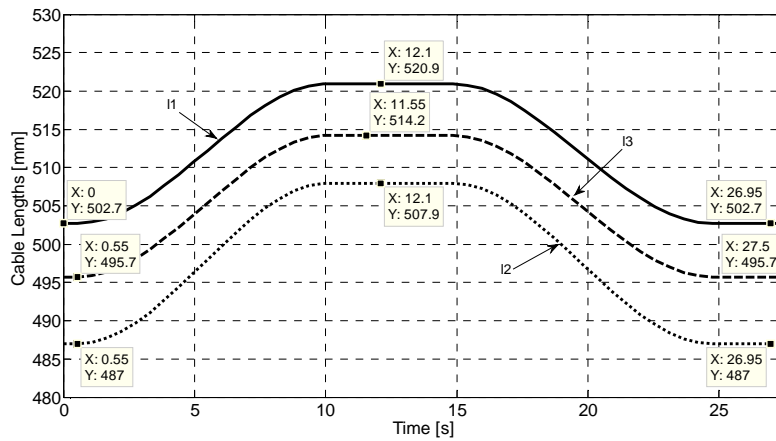
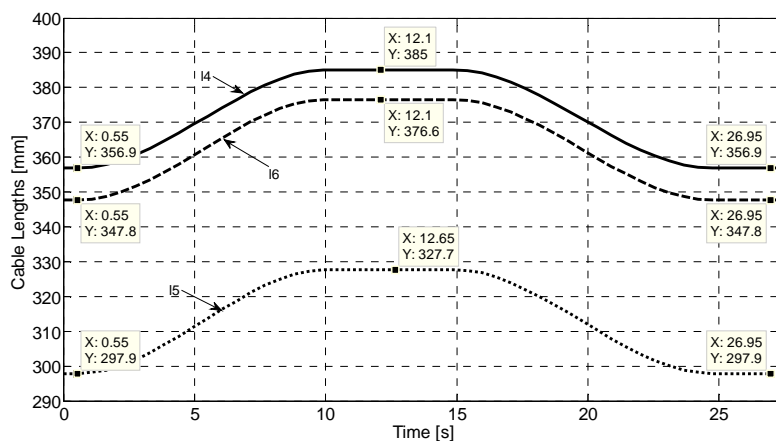


Figura 3.22. Desplazamientos calculados del órgano terminal de Milli-CaTraSys sobre el eje Y.



a)



b)

Figura 3.23. Longitudes calculadas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6.

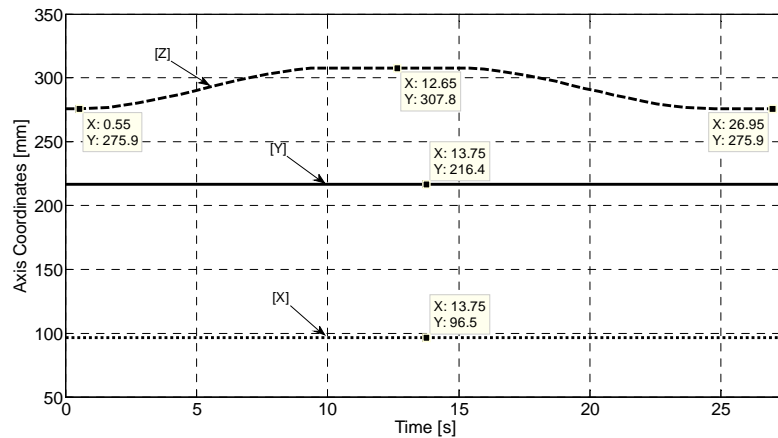


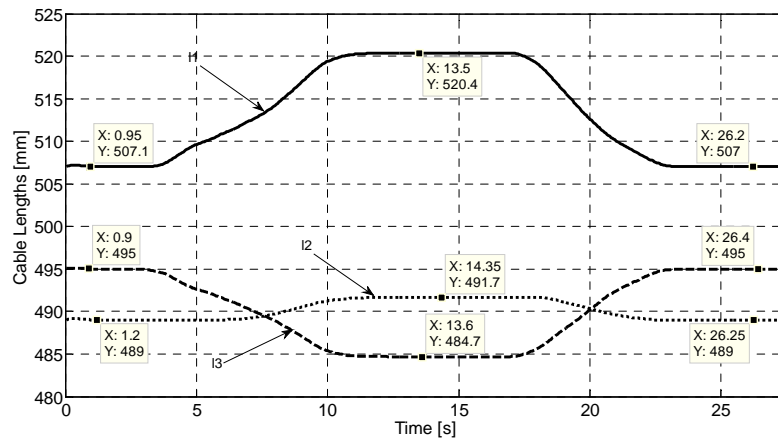
Figura 3.24. Desplazamientos calculados del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z.



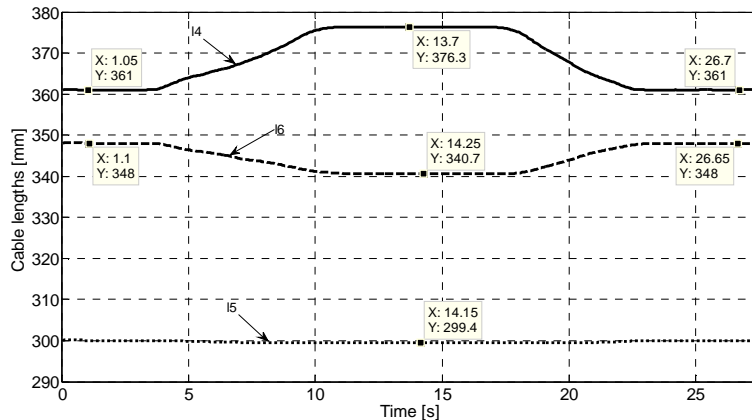
Figura 3.25. Configuración para los experimentos con Milli-CaTraSys: a) Una vista general; b) El órgano terminal con la configuración 3-2-1.

Se ha llevado a cabo pruebas experimentales para validar la formulación propuesta para el error de estimación y para caracterizar el comportamiento de Milli-CaTraSys. Sucesivamente, se han llevado a cabo pruebas experimentales midiendo desplazamientos conocidos a lo largo de los ejes Y y Z , con una guía lineal y con la configuración experimental que se muestra en la Figura 3.25, la cual ha sido también la fuente de información para las simulaciones del modelo en ADAMS de las Figuras 3.6 y 3.7. Los resultados de estas pruebas experimentales han sido reportados en (Hernandez-Martinez et

al., 2008). La configuración para los experimentos incluyen una guía lineal para lograr desplazamientos conocidos como en la Figura 3.25a). El órgano terminal de Milli-CaTraSys ha sido colocado sobre la guía lineal con la configuración 3-2-1 como se puede observar en Figura 3.25b).



a)



b)

Figura 3.26. Longitudes medidas de los seis cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y durante una prueba experimental: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6.

Las pruebas experimentales se han llevado a cabo bajo las mismas condiciones de las simulaciones cuyos resultados se muestran en las Figuras 3.21-3.24. Así, la Figura 3.26 muestra las gráficas de las longitudes medidas de los cables durante una prueba

experimental con un movimiento a lo largo del eje Y . En particular, la Figura 3.26a) y 3.26b) muestran las longitudes medidas de los cables 1 al 3 y 4 al 6, respectivamente. Los recuadros negros indican muestras de resultados con el ánimo de puntualizar los cambios durante la prueba experimental.

Las longitudes medidas de los cables se usan para dar la posición del órgano terminal de Milli-CaTraSys a través de las Ecuaciones (3.1)-(3.5). La Figura 3.27 muestra las graficas de las coordenadas de posición X , Y , Z calculadas a partir de los resultados experimentales de la Figura 3.26. En general, los resultados experimentales muestran una buena repetitividad que se relaciona a través de la posición inicial y final de la trayectoria, y lo cual se puede observar en las graficas. Por ejemplo, en la Figura 3.27 la coordenada Z muestra una diferencia total de 0.3mm que probablemente se ocasiona por un desalineamiento de la guía lineal y otros fenómenos secundarios (como elasticidad y juego mecánico).

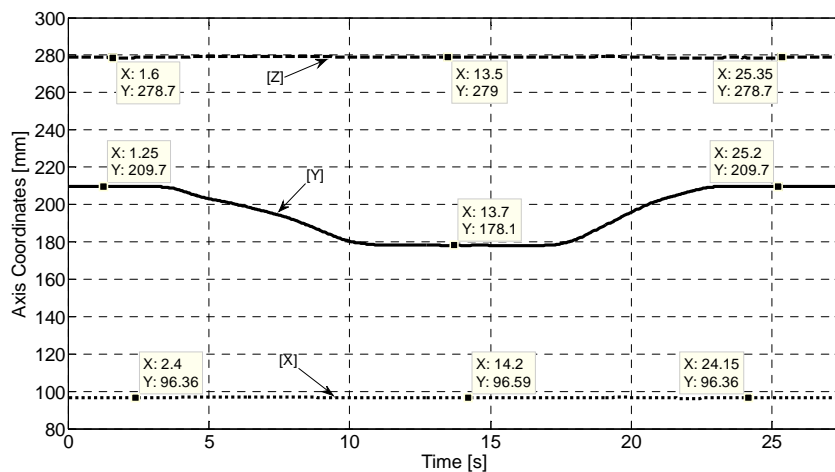


Figura 3.27. Desplazamientos del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y durante una prueba experimental.

La Figura 3.28 muestra las diferencias para los cables 1, 3 y 5 entre los resultados simulados en la Figura (3.21) y los resultados experimentales en la Figura (3.26). Cabe señalar que la magnitud de la diferencia se incrementa cuando la guía lineal está en movimiento, ya que el movimiento de esta no es constante. Sin embargo, se puede observar que la diferencia decrece cuando el sistema está en estado estacionario en el comienzo, mitad y final de la prueba. Esto indica que el sistema tiene un error estático pequeño, pero un error dinámico considerable, del orden de 1 y 1.6 mm.

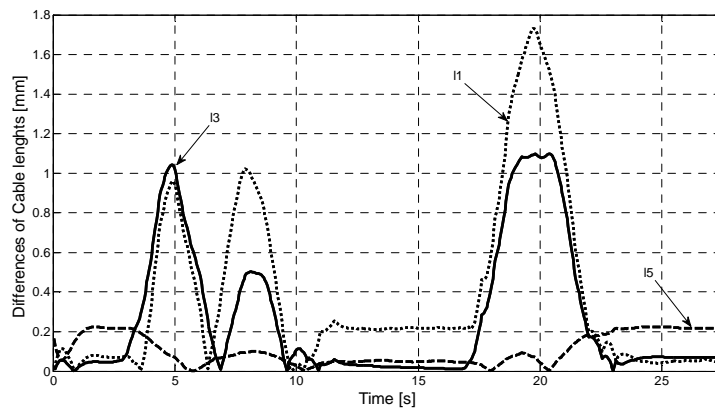
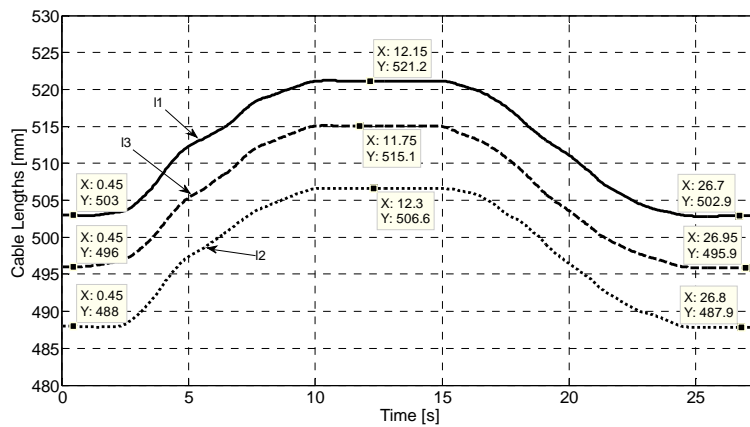
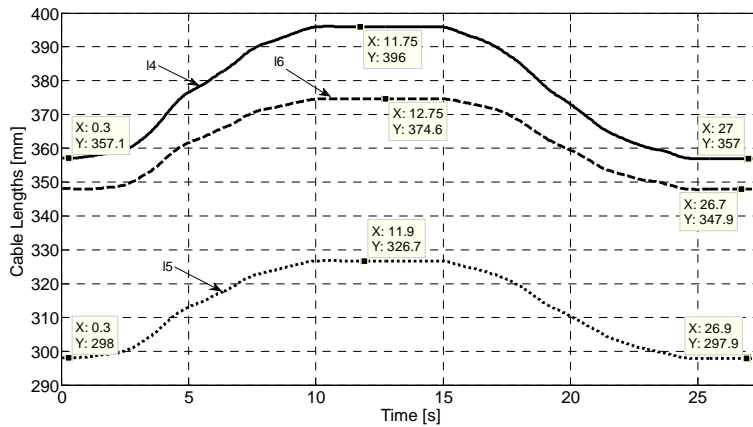


Figura 3.28. Diferencias entre resultados de simulación y experimentales de las longitudes de los cables 1, 3 y 5 para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Y.



a)



b)

Figura 3.29. Longitudes medidas de los cables para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z durante una prueba experimental: a) Cables 1 al 3; b) Cables 4 al 6.

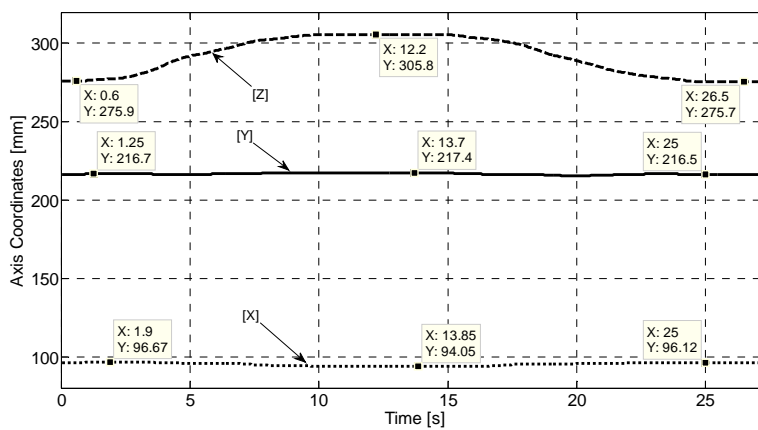


Figura 3.30. Desplazamientos del órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z durante una prueba experimental.

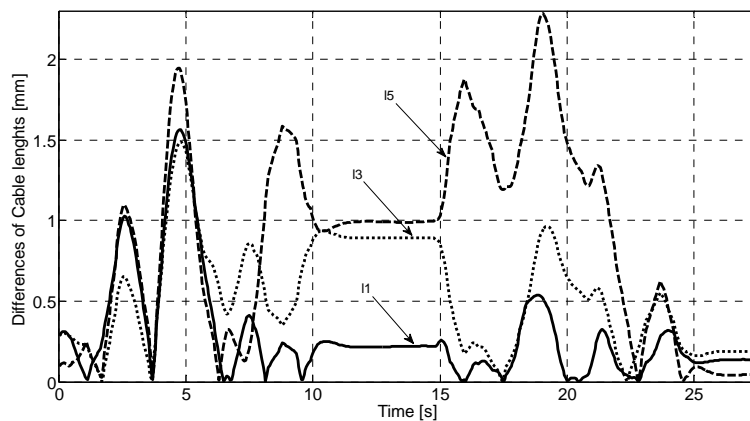


Figura 3.31. Diferencias entre resultados de simulación y experimentales de los cables 1, 3 and 5 para el órgano terminal de Milli-CaTraSys moviéndose a lo largo del eje Z.

3.2. Hexápodo de Alta Precisión

El hexápodo de alta precisión forma parte del desarrollo de uno de los proyectos de investigación de mayor relevancia en la historia de México, el Gran Telescopio Milimétrico, Figura 3.32a). El cual es un proyecto en conjunto entre el INAOE (Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica), Universidad de Massachusetts, USA y el CONACyT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) y está ubicado en el volcán de Sierra Negra en el estado de Puebla. Para detectar las ondas electromagnéticas, el GTM consta de tres espejos que deberán estar perfectamente enfocados, (Irvine et al., 2005). El primario con un diámetro de 50 metros, el secundario con un diámetro de 2.6 metros y el terciario, un ovalo de 0.8 por 1 metro de longitud. El espejo secundario estará montado sobre el hexápodo de alta precisión. La finalidad del hexápodo será mantener enfocado el espejo secundario con el espejo principal, y estará soportado y sujetado al tetrápodo del GMT en la posición que se muestra en la Figura 3.32b).

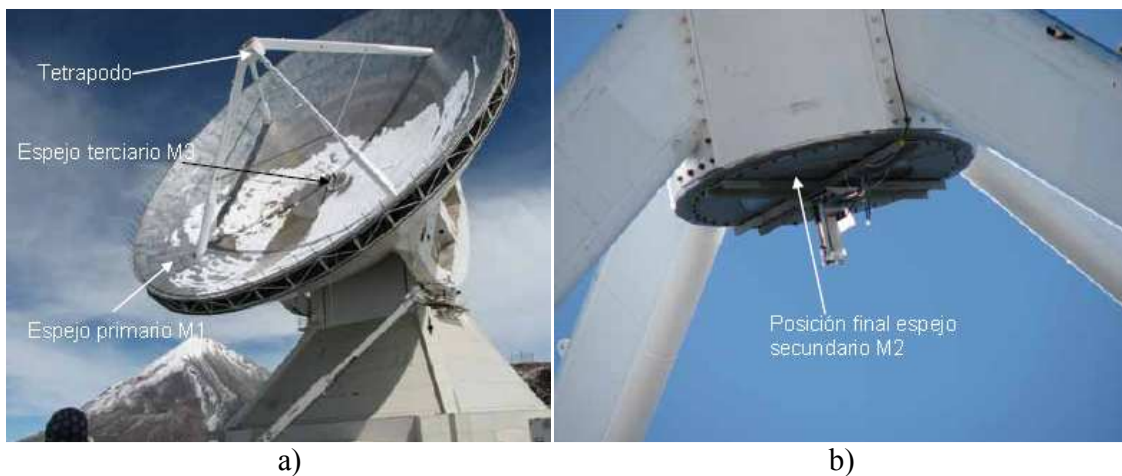


Figura 3.32. Gran Telescopio Milimétrico: a) Vista general; b) Vista ampliada de la posición del espejo secundario, (GTM webpage, 2009).

3.2.1. Motivación

Para el funcionamiento del GTM, las ondas electromagnéticas recibidas por el espejo primario serán condensadas y reflejadas al espejo secundario. El cual las volverá a condensar y las reflejará a su vez al espejo terciario enviándolas a un transductor de señales electromagnéticas-eléctricas para ser transmitidas a la computadora principal del telescopio. El espejo secundario estará posicionado entre los otros dos espejos y deberá mantenerlos

enfocados, por lo cual el espejo secundario deberá estar montado sobre un mecanismo de alta precisión para el posicionamiento y orientación.

Es conocido que para definir un objeto móvil en cierta posición en el espacio tridimensional son necesarios 6 GDL (Grados de Libertad). El diseño del hexápodo se ha realizado con base de una plataforma Gough-Stewart para mantener enfocado el espejo secundario del GTM, dado que esta proporciona tanto 6 GDL como alta precisión de posición y orientación. Una de las razones principales por la que es necesario un mecanismo de alta precisión es que según los cálculos de diseño del telescopio, la forma de la superficie del telescopio y la posición del tetrápodo para el secundario se deformarán bajo el efecto de la gravedad. Además se anticipa que la posición del espejo secundario estará afectada por causas ambientales de la zona de colocación del telescopio (viento y temperatura). Tanto las deformaciones gravitacionales y las debidas al efecto de las condiciones ambientales deberán ser compensadas con el uso de un mecanismo de alta precisión. De acuerdo al diseño del GTM, en el Cuadro 3.4 se despliegan los requisitos que debe satisfacer el mecanismo de posicionamiento y orientación del secundario para mantener enfocados los espejos del telescopio. Por lo anterior, a largo plazo se hace indispensable una identificación adecuada de las fuentes de error del hexápodo que posicionará el espejo secundario. Es importante también realizar una evaluación de los efectos de estos errores con el fin de compensar las deformaciones previstas.

Cuadro 3.4. Especificaciones del mecanismo de posición y orientación para enfocar los espejos del GTM.

Descripción	Especificación
Rango de enfoque	$\pm 40\text{mm}$
Incremento de Enfoque	$-5\mu\text{m}$
Error de Enfoque	$\leq 2\mu\text{m}$
Error de Enfoque (largo plazo)	$\leq 5\mu\text{m}$
Rango Lateral	$\pm 60\text{mm}$
Incremento Lateral	$\leq 5\mu\text{m}$
Error Lateral	$\leq 2\mu\text{m}$
Error Lateral (largo plazo)	$\leq 5\mu\text{m}$
Rango de movimiento Angular	$\pm 2^\circ$
Incremento Angular	$\leq 0.5''$
Error Angular	$\leq 1''$
Error Angular (largo plazo)	$\leq 2''$

3.2.2. Diseño del Hexápodo

El diseño del hexápodo de alta precisión está basado como la estructura de una plataforma Gough-Stewart, (Stewart, 1965). Este término se usa generalmente para designar un manipulador paralelo de 6 GDL compuesto de una plataforma móvil y la otra fija. Para el cual cada una de las piernas es equivalente a una estructura cinemática del tipo UPS (Universal-Prismatic-Spherical). En la Figura 3.33 se muestra un diseño CAD del manipulador paralelo tipo Gough-Stewart y que tendrá la tarea de posicionar y orientar el espejo secundario del GTM.

Sobre la plataforma fija, cada par cinemático consta de una articulación esférica de alta precisión con mínimo juego mecánico. Diseñada mediante un arreglo de rodamientos pre-cargados y de alta precisión. Cada actuador lineal cuenta con un servomotor, un tornillo embalado de alta precisión y cero *backlash*, además de un reductor de velocidad de precisión. Para la unión sobre la plataforma móvil se han empleado articulaciones universales de alta precisión. La plataforma móvil y la base fija están construidas de aluminio.



Figura 3.33. Un modelo CAD del Hexápodo de alta precisión.

3.2.3. Cinemática y Espacio de Trabajo

Como se mencionó anteriormente el manipulador paralelo Gough-Stewart consiste de dos cuerpos rígidos, llamados base y plataforma móvil, la cual está conectada a las base

por seis piernas, Figura 3.34a). Cada pierna es una cadena cinemática serie que provee seis grados de libertad para cualquier posición arbitraria (posición y orientación) del órgano terminal relativo a la base que corresponde al punto de operación, dado como un vector \mathbf{p} y la orientación implícita en la matriz de rotación \mathbf{Q} . Así, el vector de posición y orientación \mathbf{x} puede ser expresado como $\mathbf{x} = [\mathbf{p}, \mathbf{Q}]$ y depende de las variaciones de cada tamaño c_i , para $i=1, \dots, 6$ de la articulación prismática, el cual puede ser medido por sensores internos.

Cada pierna está unida a la base por medio de una articulación universal y a la plataforma con una articulación tipo esférica. Se ha asumido simetría para los puntos de unión a la base. Así, los centros de las articulaciones están localizados sobre la base y sobre la plataforma como se muestra en la Figura 3.34b) y c), respectivamente. Es decir sobre la circunferencia de radio R_b (base) y R_p (plataforma). Los puntos de uniones sea agrupan por pares los cuales están uniformemente espaciados a lo largo del círculo.

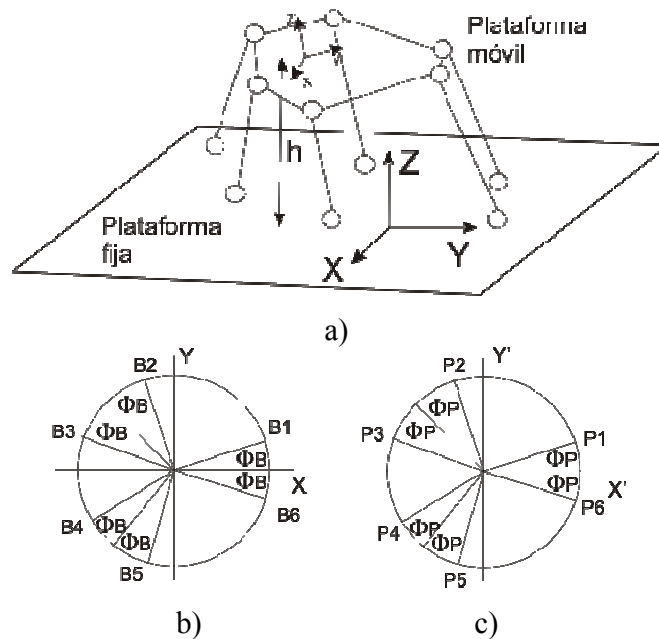


Figura 3.34. Esquema cinemático del Hexápodo: a) Esquema general con las seis piernas; b) Posición de las articulaciones sobre la base; c) Posición de las articulaciones sobre la plataforma móvil.

Los ángulos entre los puntos y la posición promedio de cada uno de los pares a lo largo del círculo están dados por Φ_B (base) y Φ_P (plataforma). Además, los puntos de unión de las piernas sobre la base y sobre la plataforma están denotadas por B_i y P_i para

$i=1, \dots, 6$, están dados por los vectores de posición \mathbf{b}_i y \mathbf{p}_i para $i=1, \dots, 6$, respectivamente, en un marco coordenado fijado a la base del manipulador, mientras los vectores de posición de los puntos P_i en un marco coordenado fijado al marco de la plataforma están dados por los vectores \mathbf{p}'_i para $i=1, \dots, 6$.

Se puede escribir

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} Rb \cos \theta_i \\ Rb \sin \theta_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i=1, \dots, 6 \quad (3.28)$$

donde

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_B \\ \frac{2\pi}{3} + \Phi_B \\ \frac{2\pi}{3} + \Phi_B \\ \frac{4\pi}{3} + \Phi_B \\ \frac{4\pi}{3} + \Phi_B \\ -\Phi_B \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{p}'_i = \begin{bmatrix} Rp \cos \eta_i \\ Rp \cos \eta_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad i=1, \dots, 6 \quad (3.30)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_P \\ \frac{2\pi}{3} - \Phi_P \\ \frac{2\pi}{3} + \Phi_P \\ \frac{4\pi}{3} - \Phi_P \\ \frac{4\pi}{3} + \Phi_P \\ -\Phi_P \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

La posición de cada una de las articulaciones esféricas ligada a la plataforma se puede escribir como:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{p}'_i \quad i=1, \dots, 6 \quad (3.32)$$

restando el vector \mathbf{b}_i en ambos miembros lleva:

$$\mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i = \mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{p}'_i - \mathbf{b}_i \quad i=1,\dots,6 \quad (3.33)$$

Tomando la norma euclidiana en ambos miembros, se puede derivar

$$\|\mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i\| = \|\mathbf{x} + \mathbf{Q}\mathbf{p}'_i - \mathbf{b}_i\| = c_i \quad i=1,\dots,6 \quad (3.34)$$

donde c_i es el tamaño de la i -ésima pierna, es decir, el valor de la i -ésima coordenada de la articulación prismática. Así, la solución del problema de cinemática inversa de la plataforma Gough-Stewart queda completada y puede ser escrita como

$$c_i = \sqrt{U_i^2 + V_i^2 + W_i^2} \quad \text{para } i=1,\dots,6$$

donde

$$\begin{aligned} U_i &= x + q_{11}Rp \cos \eta_i + q_{12}Rp \operatorname{sen} \eta_i - Rb \cos \theta_i \\ V_i &= y + q_{21}Rp \cos \eta_i + q_{22}Rp \operatorname{sen} \eta_i - Rb \operatorname{sen} \theta_i \\ W_i &= z + q_{31}Rp \cos \eta_i + q_{32}Rp \operatorname{sen} \eta_i \end{aligned} \quad (3.35)$$

y donde las variables x, y, z y q_{ij} con $i, j=1,2,3$ son las componentes de las coordenadas cartesianas. El vector \mathbf{x} y matriz \mathbf{Q} con sus componentes son dados de la siguiente forma

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Cuando la posición y orientación de la plataforma son dadas, la solución de la cinemática inversa consiste en calcular las coordenadas de las articulaciones para cada una de las piernas. La solución de la cinemática inversa de un manipulador paralelo de seis grados de libertad es, en la mayoría de los casos, una repetición (seis veces) de la solución de la cinemática inversa de un manipulador serial de seis grados de libertad. En el Cuadro 3.5 se muestran los valores de los parámetros empleados para el análisis cinemático y del espacio de trabajo de la plataforma del hexápodo de alta precisión.

Cuadro 3.5. Parámetros de diseño del Hexápodo

Parámetro	Φ_B	Φ_P	R_p	R_b	h
Valor	54.5°	54.5°	600mm	600mm	1000mm

De acuerdo a los parámetros del Cuadro 3.5 se ha realizado la simulación del Hexápodo en Matlab con el fin de analizar su comportamiento, utilizando el modelo cinemático de las Ecuaciones 3.28-3.36. El código para la simulación y la programación de

las ecuaciones de la cinemática inversa del Hexápodo se muestra en el Apendice B. El espacio de trabajo se ha definido de acuerdo al Cuadro 3.5, el cual proporciona las especificaciones del mecanismo posicionador para el GTM. En la Figura 3.35 se muestra el resultado del modelo cinemático implementado. De acuerdo a lo anterior, el espacio de trabajo del Hexápodo está definido por un cubo con centro en la coordenada del eje Z con valor de 976.345mm. A partir de este valor, las coordenadas X, Y, Z de los vértices del cubo que define el espacio de trabajo están en $\pm 60\text{mm}$, $\pm 60\text{mm}$, $\pm 40\text{mm}$, respectivamente. La Figura 3.35a) muestra el espacio de trabajo para el hexápodo considerando las especificaciones anteriores. En particular, en la Figura 3.35b) se puede observar al centro de la plataforma posicionado en un vértice del espacio de trabajo para una orientación arbitraria.

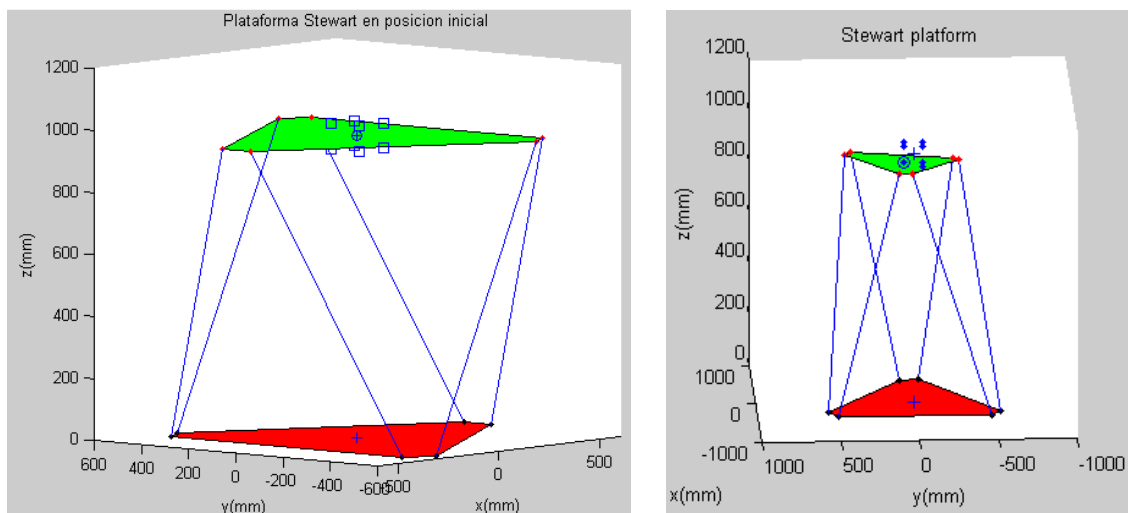


Figura 3.35. Un esquema de la simulación del hexápodo en Matlab: a) Vista general de la estructura y el espacio de trabajo dado; b) Vista de la plataforma móvil posicionada en un vértice del cubo que define el espacio de trabajo.

Es conocido que para la plataforma Gough-Stewart, la cinemática directa es más difícil de calcular ya que consiste en resolver la Ecuación 3.35 para \mathbf{p} , dando los tamaños c_i con $i=1, \dots, 6$, y los parámetros del mecanismo del Cuadro 3.5. Claramente, la configuración del mecanismo paralelo está relacionada a los parámetros cinemáticos de la estructura a través de las ecuaciones del modelo cinemático. Encontrar la posición y la matriz de rotación dando los parámetros y las longitudes de las articulaciones prismáticas presenta

una ventaja práctica para el control de la posición y orientación del manipulador, así como también para el control de la velocidad del órgano terminal. Determinar la posición y orientación del órgano terminal desde las coordenadas articulares es equivalente a resolver el sistema de ecuaciones que se obtienen para la cinemática inversa. Como es conocido este problema conduce a un sistema no lineal de ecuaciones y en general la solución del problema no es única, es decir existen varias formas de colocar el manipulador paralelo con las coordenadas articulares dadas. Es común utilizar métodos numéricos para el cálculo de la solución a sistemas no lineales, en particular este enfoque ha sido ampliamente utilizado para los manipuladores paralelos.

En Matlab, se puede emplear la función `fsolve()` para solucionar este sistema de ecuaciones de la forma $f(x)=0$. A partir de la Ecuación 3.34 se puede observar un conjunto de 6 ecuaciones no lineales con 6 incógnitas. Sin embargo, considerando el hecho de que la matriz \mathbf{Q} de la Ecuación 3.36 es ortogonal (es decir, la magnitud de cada i -ésima columna es igual a 1) se pueden plantear las otras 3 ecuaciones para obtener un sistema no lineal con igual número de ecuaciones y de incógnitas. El algoritmo utilizado para el cálculo de la cinemática directa del Hexápodo se puede simplificar como en la Figura 3.36. Primero se realiza el cálculo de la cinemática inversa para conocer el valor de los tamaños c_i dando las coordenadas cartesianas. Después se piden valores cercanos a la solución para aplicar la función `fsolve()`. Adicionalmente se introduce un factor de error, Δl_i , con el fin de evaluar el efecto de esta variación en cálculo de la solución. El procedimiento se realiza de forma iterativa hasta que se alcanza un valor aceptable para el error, δ , de la función de Matlab.

El procedimiento para la cinemática directa del Hexápodo se ha implementado también en el lenguaje C++, con el fin de no depender de la función `fsolve()` y del programa Matlab; y principalmente para reducir el tiempo de ejecución del algoritmo. Se utilizó la librería de uso libre Minpack (Burton et al., 1980), la cual es una librería que permite la solución de sistemas de ecuaciones no lineales. De entre los autores de la librería se encuentra el creador de Matlab, Jorge Moré. Esta librería contiene la subrutina HYBRD1 cuya función es encontrar un cero del sistema de funciones no lineales con N variables por la modificación del método híbrido Powell (Powell, 1970). Se ha provisto una subrutina

con las funciones no lineales de la cinemática directa del Hexápodo, esta subrutina se despliega en el Apéndice A, que permite observar el conjunto de ecuaciones no lineales que se ha implementado para resolver la cinemática directa del Hexápodo. La implementación de la cinemática directa usando la librería Minpack ha proporcionado las mismas bondades de la función `fsolve()` de Matlab como es la robustez del algoritmo para entregar a la solución; pero principalmente, que el algoritmo converge a la solución aunque la solución inicial propuesta se encuentre demasiado lejos de la solución final.

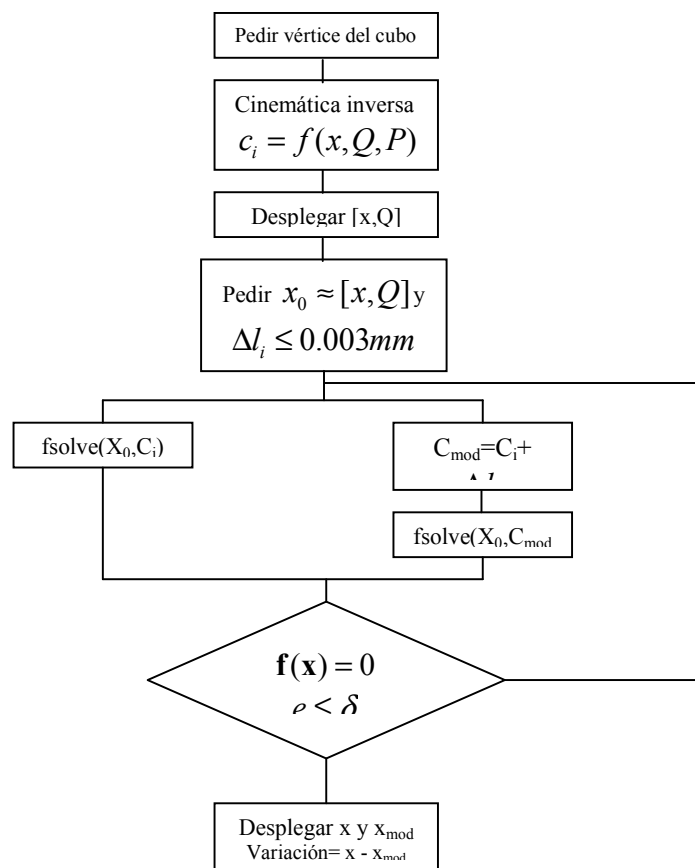


Figura 3.36. Algoritmo para la solución de la cinemática directa del Hexápodo utilizando Matlab.

3.2.4. Enfoque para el Modelado del Error

De acuerdo a las expresiones 3.35 y 3.36 que definen la solución del problema de la cinemática directa del Hexápodo, las distancias nominales c_i son dependientes de la

posición (x, y, z) y la orientación (ϕ, ψ, τ) de la plataforma con respecto al marco coordinado de la base. Es decir, $c_i = f(x, y, z, \phi, \psi, \tau)$. Se puede aplicar un análisis de sensibilidad a las Ecuaciones 3.35 y 3.36, con lo cual se puede determinar cómo varían las distancias debido a pequeños cambios en la posición y orientación de la plataforma. Los parámetros de sensibilidad se pueden definir como las derivadas parciales de c_i con respecto a x, y, z, ϕ, ψ y τ respectivamente, es decir, $\frac{\partial c_i}{\partial q}$, con $q = x, y, z, \phi, \psi$ y τ , para $i=1, \dots, 6$.

Entonces los cambios totales entre los puntos b_i y los puntos p_i sobre la base y la plataforma, $\Delta c_i = \{\Delta c_1 \ \Delta c_2 \ \Delta c_3 \ \Delta c_4 \ \Delta c_5 \ \Delta c_6\}^T$ están dados de manera explícita como $\Delta c_i = \frac{\partial c_i}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial c_i}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial c_i}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial c_i}{\partial \phi} \Delta \phi + \frac{\partial c_i}{\partial \psi} \Delta \psi + \frac{\partial c_i}{\partial \tau} \Delta \tau$ para $i=1, \dots, 6$

$$(3.38)$$

De esta manera, la relación entre los cambios diferenciales de distancia de las seis articulaciones prismáticas y la desviación de la posición y la orientación de la plataforma se puede escribir como

$$\Delta \mathbf{c}_i = \frac{\partial c_i}{\partial \mathbf{q}} \Delta \mathbf{q} \quad (3.39)$$

donde $\Delta \mathbf{q} = \{\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \phi, \Delta \psi, \Delta \tau\}$ son los errores de posición y orientación de la plataforma con respecto al marco coordinado de referencia, y donde $\frac{\partial c_i}{\partial \mathbf{q}}$ es la matriz Jacobiana \mathbf{J} que

se puede escribir como

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial x} & \frac{\partial c_1}{\partial y} & \frac{\partial c_1}{\partial z} & \frac{\partial c_1}{\partial \phi} & \frac{\partial c_1}{\partial \psi} & \frac{\partial c_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_2}{\partial x} & \frac{\partial c_2}{\partial y} & \frac{\partial c_2}{\partial z} & \frac{\partial c_2}{\partial \phi} & \frac{\partial c_2}{\partial \psi} & \frac{\partial c_2}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_3}{\partial x} & \frac{\partial c_3}{\partial y} & \frac{\partial c_3}{\partial z} & \frac{\partial c_3}{\partial \phi} & \frac{\partial c_3}{\partial \psi} & \frac{\partial c_3}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_4}{\partial x} & \frac{\partial c_4}{\partial y} & \frac{\partial c_4}{\partial z} & \frac{\partial c_4}{\partial \phi} & \frac{\partial c_4}{\partial \psi} & \frac{\partial c_4}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_5}{\partial x} & \frac{\partial c_5}{\partial y} & \frac{\partial c_5}{\partial z} & \frac{\partial c_5}{\partial \phi} & \frac{\partial c_5}{\partial \psi} & \frac{\partial c_5}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_6}{\partial x} & \frac{\partial c_6}{\partial y} & \frac{\partial c_6}{\partial z} & \frac{\partial c_6}{\partial \phi} & \frac{\partial c_6}{\partial \psi} & \frac{\partial c_6}{\partial \tau} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Así, los errores de posición y orientación de la plataforma móvil se pueden calcular por la inversa de la matriz \mathbf{J} en la siguiente forma

$$\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1} \Delta \mathbf{c} \quad (3.41)$$

que de manera explícita quedaría como

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \phi \\ \Delta \psi \\ \Delta \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial x} & \frac{\partial c_1}{\partial y} & \frac{\partial c_1}{\partial z} & \frac{\partial c_1}{\partial \phi} & \frac{\partial c_1}{\partial \psi} & \frac{\partial c_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_2}{\partial x} & \frac{\partial c_2}{\partial y} & \frac{\partial c_2}{\partial z} & \frac{\partial c_2}{\partial \phi} & \frac{\partial c_2}{\partial \psi} & \frac{\partial c_2}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_3}{\partial x} & \frac{\partial c_3}{\partial y} & \frac{\partial c_3}{\partial z} & \frac{\partial c_3}{\partial \phi} & \frac{\partial c_3}{\partial \psi} & \frac{\partial c_3}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_4}{\partial x} & \frac{\partial c_4}{\partial y} & \frac{\partial c_4}{\partial z} & \frac{\partial c_4}{\partial \phi} & \frac{\partial c_4}{\partial \psi} & \frac{\partial c_4}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_5}{\partial x} & \frac{\partial c_5}{\partial y} & \frac{\partial c_5}{\partial z} & \frac{\partial c_5}{\partial \phi} & \frac{\partial c_5}{\partial \psi} & \frac{\partial c_5}{\partial \tau} \\ \frac{\partial c_6}{\partial x} & \frac{\partial c_6}{\partial y} & \frac{\partial c_6}{\partial z} & \frac{\partial c_6}{\partial \phi} & \frac{\partial c_6}{\partial \psi} & \frac{\partial c_6}{\partial \tau} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \Delta c_3 \\ \Delta c_4 \\ \Delta c_5 \\ \Delta c_6 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

De acuerdo a Gosselin (1988), se puede obtener una expresión para la matriz Jacobiana \mathbf{J} por la diferenciación de la Ecuaciones 3.35 y 3.36. Sin embargo, se puede hacer uso de la siguiente propiedad del vector de rotación, $\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}$ donde $\mathbf{\Omega} = \mathbf{1} \times \omega$ para obtener la derivada respecto al tiempo de este vector. También, un conjunto de vectores \mathbf{w}_i se pueden definir como

$$\mathbf{w}_i = c_i \mathbf{e}_i = \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

donde \mathbf{e}_i es un vector unitario a lo largo de la i -ésima pierna, desde la base hacia la plataforma. Así, el i -ésimo renglón de la matriz Jacobiana j_i^T se puede escribir como

$$j_i = \frac{1}{c_i} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_i^T, (-\mathbf{W}_i \mathbf{Q} \mathbf{p}_i)^T \end{bmatrix}^T \quad \text{con } i = 1, \dots, 6 \quad (3.44)$$

donde $\mathbf{W}_i = \mathbf{1} \times \mathbf{w}_i$

Después de tener la formulación anterior, la idea para la evaluación del error del Hexápodo de alta precisión ha consistido en investigar si se puede estimar el error a partir del error global de cada pierna y si existe una diferencia significativa para la estimación del error punto a punto. La evaluación punto a punto del error se puede considerar como

$$\varepsilon_p = \left| \Delta \mathbf{q}^T \Delta \mathbf{q} \right|^{1/2} \quad (3.47)$$

De esta forma, en una cierta posición y orientación hay un tamaño correspondiente para cada uno de los actuadores y de manera inevitable existe un valor Δc_i correspondiente. De esta manera usando la Ecuación 3.47 se puede calcular el error de posicionamiento total punto a punto. Para este procedimiento es necesario conocer datos o una función del error del desplazamiento.

El otro enfoque que se utilizó consiste en encontrar el error de posicionamiento considerando para cada pierna del Hexápodo la magnitud de un error global. Es decir, se considera una magnitud fija para el valor del error y no es necesario conocer una función o datos experimentales del error. La principal ventaja sería poder estimar el error a partir de datos de diseño. Si no existen datos experimentales, por ejemplo aún antes de construir algún prototipo, los valores individuales del error se podrían estimar usando una aproximación considerando los errores de manufactura para cada elemento de los actuadores. La evaluación del error de manera global utilizando los valores RMS (root mean squared) de las mediciones se puede calcular como

$$\varepsilon_G = \left| \Delta \mathbf{c}_G \left[\mathbf{J}^{-1} \right]^t \left[\mathbf{J}^{-1} \right] \Delta \mathbf{c}_G \right|^{1/2} \quad (3.48)$$

donde $\Delta \mathbf{c}_G$ es un vector que contiene los valores RMS para cada actuador y que ha sido calculado usando los datos de la Figura 3.38. Es conocido que los valores RMS de un vector de datos discretos se puede calcular como

$$\Delta \mathbf{c}_G = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i)^2}{n}} \quad (3.45)$$

donde d_i es la diferencia entre la posición ideal y la posición real para el punto i , y n es el número de datos a lo largo del desplazamiento del actuador. Por consiguiente, los valores RMS de los cambios diferenciales en la longitudes de las articulaciones prismáticas del Hexápodo puede ser calculado de manera aproximada por

$$\Delta \mathbf{c}_G = \sqrt{\sigma^2 + \mu^2} \quad (3.46)$$

donde σ^2 y μ son la varianza y la media de los cambios diferenciales en la longitud para cada articulación prismática, respectivamente.

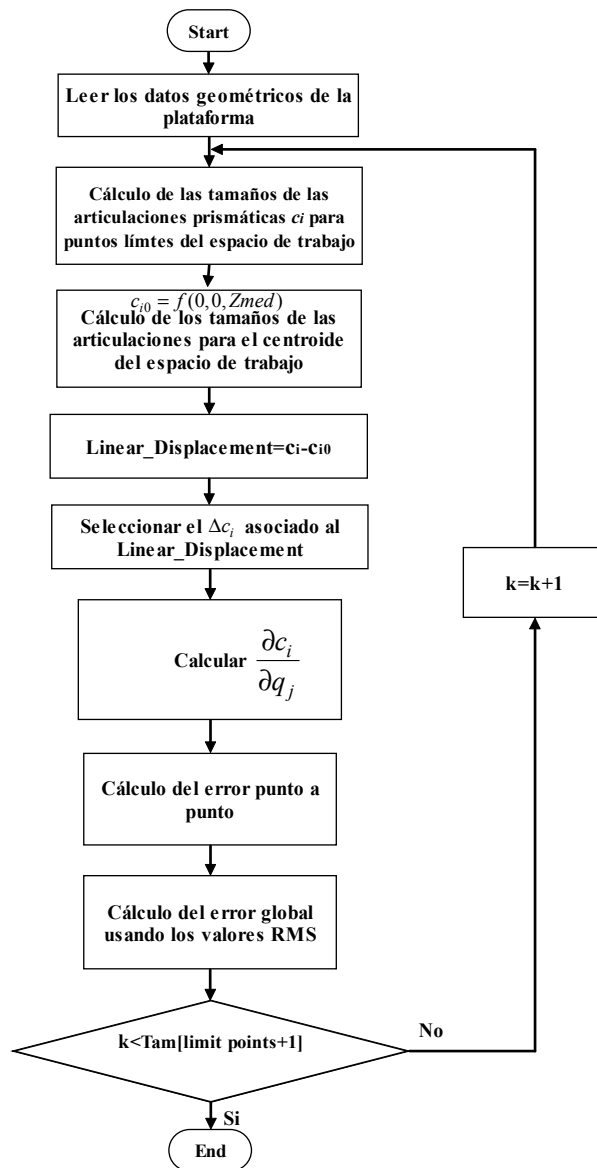


Figura. 3.37 Diagrama de flujo del procedimiento para la estimación del error.

La Figura 3.37 muestra el diagrama de flujo para el procedimiento que se ha implementado para realizar la evaluación del error del Hexápodo. Inicialmente se definen los parámetros de la geometría del Hexápodo. Después se realiza el cálculo de los tamaños para las longitudes de las seis piernas de puntos límites del espacio de trabajo mediante la cinemática inversa. Por simplicidad, se han escogido los vértices del cubo que forman el

rango de enfoque, que se puede observar en la Figura 3.35 b). Se obtienen los seis tamaños de las articulaciones prismáticas para el centro del espacio de trabajo, con el fin de restarlos a los valores de las longitudes de las piernas en los puntos límite y obtener los desplazamientos lineales. Para estos desplazamientos lineales, desde -80 a +80 mm, se han realizado las mediciones de error de las seis piernas que se muestran en la siguiente Sección. Por tanto, el siguiente paso consistió en seleccionar el valor de error Δc_i correspondiente al desplazamiento lineal resultante. Se calcula el Jacobiano y finalmente se realiza el cálculo del error punto a punto y error global con las Ecuaciones 3.47 y 3.48, respectivamente. Los resultados de las simulaciones numéricas del procedimiento anterior se reportan en la siguiente Sección.

3.2.5. Resultados de los Enfoques Propuestos

El modelo del error planteado en la Sección anterior se ha implementado en Matlab para evaluar el error del Hexápodo utilizando mediciones experimentales del error de las seis articulaciones prismáticas. La precisión del sistema de control se logra teniendo un encoder de medición redundante. El sensor de posición principal es un encoder lineal que mide el desplazamiento del actuador. Como se ha requerido alta precisión para la aplicación del telescopio, se ha medido el error individual de cada articulación prismática. Estas mediciones del error se han obtenido utilizando un interferómetro laser con una precisión de 0.1 micras. La Figura 3.38 muestra las diferencias entre las posiciones controladas y las posiciones medidas para las seis piernas del Hexápodo, las líneas negras muestran el valor RMS para éstas mediciones que se han calculado utilizando la Ecuación 3.45. El valor ideal para cada articulación prismática debería ser cero. El origen del desplazamiento es el punto medio de la carrera de cada articulación prismática.

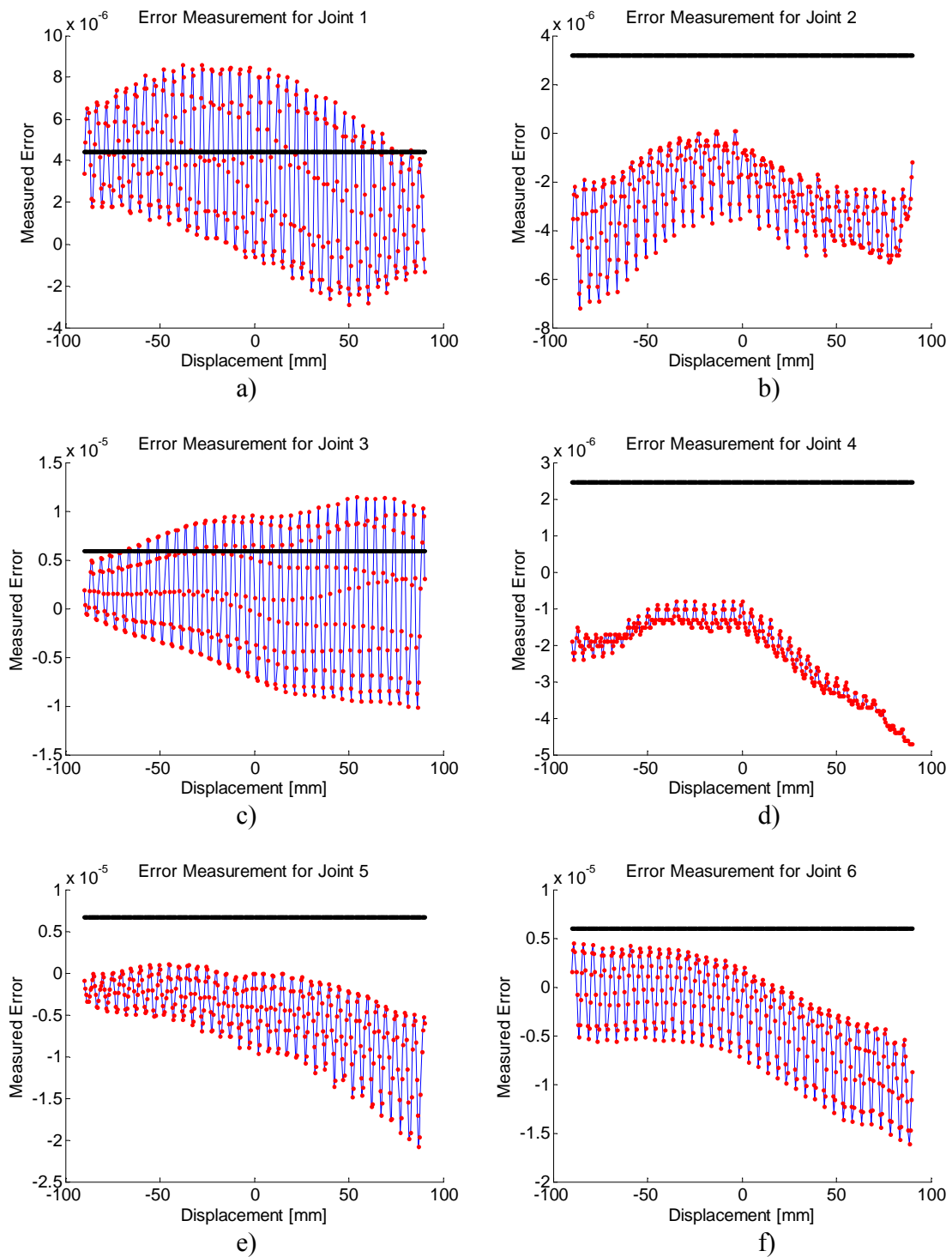


Figura 3.38. Mediciones experimentales del error para las articulaciones prismáticas del Hexápodo: a) Articulación prismática 1; b) Articulación prismática 2; c) Articulación prismática 3; d) Articulación prismática 4; e) Articulación prismática 5; f) Articulación prismática 6.

Con el fin de evaluar los dos enfoques se han seleccionado 20 puntos representativos del espacio de trabajo. Para el primer método (Ecuación 3.47) se calcula el desplazamiento deseado para cada articulación prismática, después se estima la desviación correspondiente Δc_i de los datos de la Figura 3.38 y finalmente se calcula el error total. Para el segundo enfoque (Ecuación 3.48) se usan las mismas posiciones anteriores; entonces se determina la matriz Jacobiana y se usa el error global para cada articulación prismática (Figura 3.39) para después calcular el error total. La Figura 3.40 muestra la comparación de los resultados de los dos enfoques. Se puede observar que el enfoque punto a punto presenta valores más dispersos en comparación que el enfoque para el error global. La razón podría ser que el error global suaviza variaciones locales. Sin embargo, se puede señalar primordialmente que ambos métodos proveen un buen conocimiento sobre la precisión del mecanismo considerándolo como un sistema completo. Sólo con un mapeo exhaustivo del espacio de trabajo se puede lograr una mejor estimación de la precisión del Hexápodo. Pero en muchos casos esto sería laborioso e innecesario y con una estimación global del error para el robot paralelo se pueden obtener aplicaciones científicas con elevada precisión.

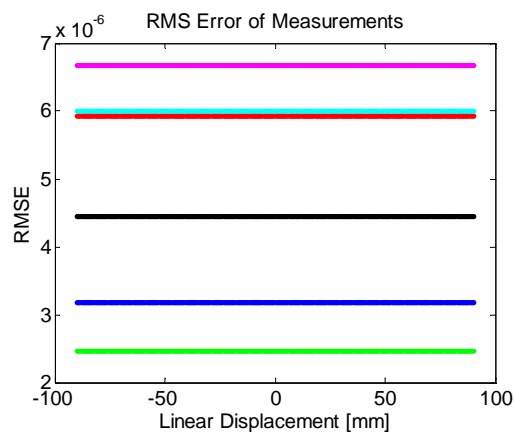


Figura 3.39. Valores RMS de las mediciones del error.

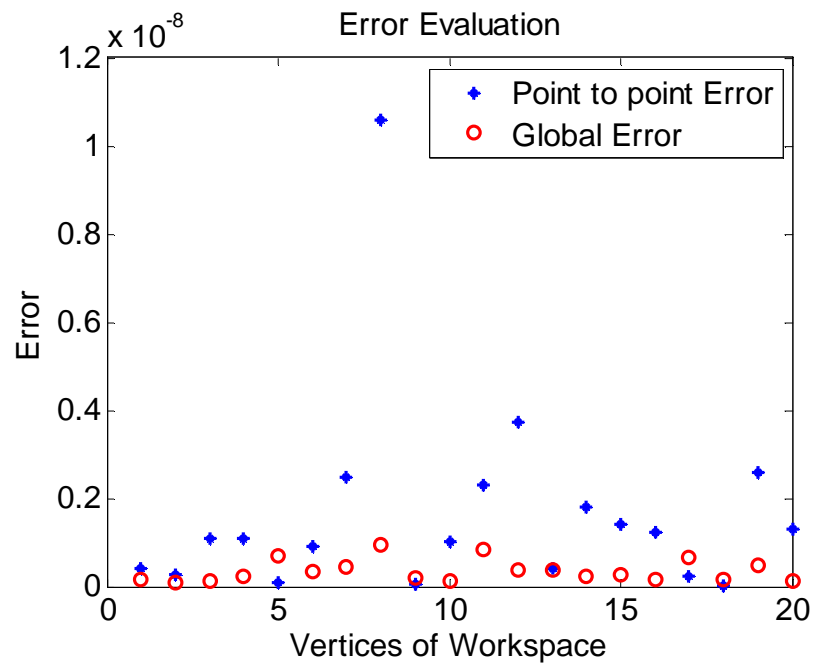


Figura 3.40. Comparación entre los enfoques para la evaluación del error

4. TÉCNICAS DE MODELADO Y SIMULACIÓN

En los campos de la ciencia y la ingeniería, los científicos e ingenieros siempre se han interesado en interpretar, entender, predecir y controlar el comportamiento de los sistemas que ellos estudian. Para lograr su objetivo, los ingenieros están interesados en construir y estudiar una representación simplificada y abstracta del sistema, el cual se denomina como modelo del sistema. Como se puede desprender de la definición anterior, el modelo difícilmente será una representación exacta y predecirá su comportamiento de manera aproximada. Sin embargo, modelos muy precisos pueden ser construidos.

Con la llegada de las computadoras personales, los ingenieros aprovecharon el alto potencial que ofrecen estas máquinas de cálculo. De las teorías físicas que desarrollan los científicos, los ingenieros pueden plantear las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema. Pero usando computadoras se pueden resolver numéricamente estas ecuaciones con la finalidad de predecir cómo el sistema reacciona para diferentes estímulos de entrada. Aquí, pueden distinguirse dos etapas: la primera se puede considerar como la fase de modelado, mientras la fase numérica se puede referir como el proceso de simulación. Tradicionalmente, esta última etapa se implementa sobre computadoras mientras las ecuaciones se escriben de manera manual. Un amplio rango de programas de solución numérica ha sido desarrollado como unidades de software independientes que permiten a los ingenieros la formulación de las ecuaciones. Este proceso se ha visto incrementado en las últimas tres décadas, numerosas herramientas han sido desarrolladas para asistir a los ingenieros el desarrollo de simulaciones durante los procesos de modelado y simulación.

Algunos de estos programas generales de simulación son AcsI o Matlab/Simulink, otros han sido desarrollados para campos específicos de la ingeniería tales como circuitos eléctricos (Pspice) o sistemas mecánicos (Adams, Simpack, Dads, Robotran). Los ingenieros han recurrido a los modelos para varios propósitos. El primero corresponde al uso principal de los modelos, que estos puedan ser usados para la simulación de sistemas (por ejemplo integración de tiempo, equilibrio en estado estacionario, análisis modal, estudio paramétrico, etc.). Cuando se aplica a sistemas que no existen, las simulaciones

ayudan a comprender el comportamiento de nuevos conceptos, o de un sistema existente sujeto a modificaciones. También, los sistemas existentes se simulan para obtener información de cantidades que no son posibles de medir. Segundo, cuando se diseña un algoritmo de control, es necesario tener una cierta representación del sistema a controlar. Cuando es más preciso el modelo, mejor es el diseño del controlador. En este contexto, comúnmente se utilizan modelos linealizados, modelos inversos, análisis modal y respuesta a la frecuencia. Tercero, en los últimos años los procedimientos de optimización se han usado con más frecuencia. Los sistemas optimizados permiten mejores características que los sistemas originales. Debido a las numerosas evaluaciones de las funciones objetivo, en un principio se obtienen representaciones simplificadas de los sistemas. Pero hoy en día, las funciones de optimización envueltas en el proceso pueden ser complejas y puede requerir de un paso preliminar de análisis dinámico. Haciendo necesario ejecutar una simulación de tiempo completo para el sistema.

En los últimos años, gracias al incremento constante del desempeño de las computadoras el modelado ha tomado un lugar preponderante en el proceso de diseño. A esta etapa se le ha llamado como *pre-prototyping*, permitiendo un análisis rápido y barato del sistema. En paralelo, por varios años, los requerimientos para los sistemas tecnológicos han empujado los límites del método de diseño discreto, en el cual cada parte física se diseña independientemente de las otras. Con el fin de conocer los requerimientos de diseño de hoy en día (precisión, reducción de tamaño, bajo costo, etc.), un método de diseño integrado se ha vuelto necesario, tomando en consideración todos los aspectos del sistema al mismo tiempo. Para el caso de los sistemas electromecánicos, lo último se refiere a la disciplina que ha sido llamada como mecatrónica. Las aplicaciones de la mecatrónica se distinguen por el movimiento controlado de sistemas mecánicos que están acoplados por medio de sensores y actuadores. El modelado juega un papel importante para entender cómo las propiedades y desempeño de los componentes mecánicos y sistema afectan el diseño del sistema mecatrónico. Esto permite al modelado del sistema seguir la misma evolución, ir de modelos de elementos específicos -envolviendo solo un dominio físico- al modelado multi-dominio del sistema completo. De esta manera hoy en día la integración en el nivel de diseño se ha extendido sobre la fase de modelado permitiendo a los modelos

multi-dominio, también llamados modelos de multi-dominio físico, un campo de investigación mayor en los últimos años que ha llevado a varios programas en el campo de los sistemas mecatrónicos (20-sim, Dymola, Dynast, DynaFlex, etc.).

La integración en los niveles de diseño y modelado es de importancia especialmente cuando las constantes de tiempo de los diferentes subsistemas tienen el mismo orden de magnitud, y también cuando se consideran sistemas con una integración ajustada. Se pueden considerar algunos ejemplos del amplio rango de aplicaciones para los enfoques de integración, tales como: los microsistemas mecatrónicos; sistemas espaciales, para los cuales se diseñan y controlan grandes y estructuras ligeras flexibles; robots de cirugía médica, que se caracterizan por requerimiento de elevada precisión; últimamente, en el control activo de los sistemas de suspensión y frenado de los automóviles.

Por sistemas electromecánicos, se entiende a los sistemas que envuelven energías eléctricas y mecánicas y a la conversión de una forma hacia la otra. Se consideran sistemas con estructura compleja para los cuales la escritura de las ecuaciones puede ser una tarea tediosa y pesada, haciendo inevitable el uso de programas de computadora durante el proceso de modelado. A este tipo de programas se le ha referido como programas generadores de modelo, los cuales generan las ecuaciones que describen la dinámica del sistema.

Muchos de las aplicaciones industriales electromecánicas se pueden considerar como sistemas mecánicos multi-cuerpo interactuando con convertidores mecánicos. La conversión de la energía eléctrica a energía mecánica se logra por medio de actuadores, también llamados motores, mientras los sensores realizan la tarea inversa, transformar la información mecánica a señales eléctricas.

De acuerdo a la definición de la IFToMM un sistema multi-cuerpo (Figura 4.1) es un conjunto de cuerpos interconectado por articulaciones en la cual toma lugar un movimiento relativo. La constante evolución de la tecnología de las computadoras ha

abierto nuevas perspectivas para el uso de modelos en cada tarea donde se requieren análisis dinámicos.

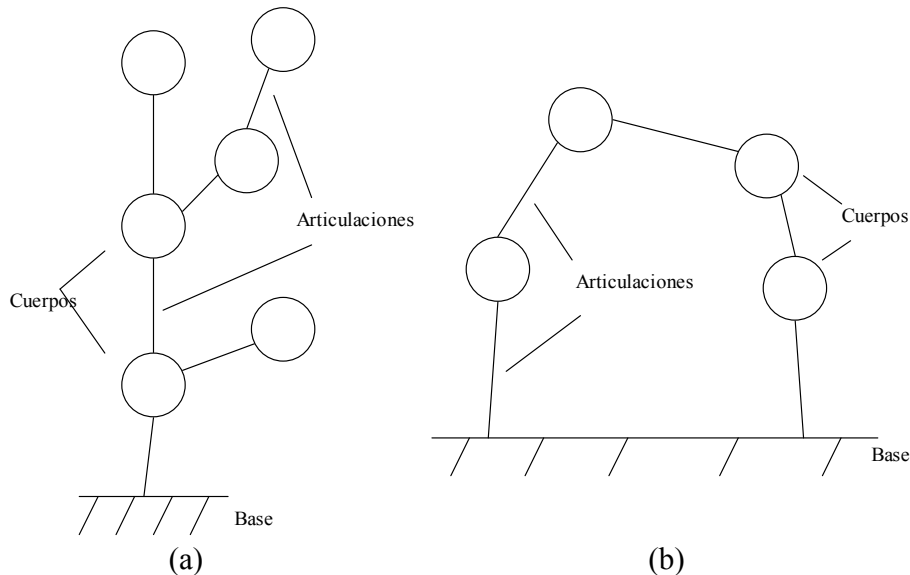


Figura 4.1. Representación de sistemas multi-cuerpo: (a) Sistemas seriales; (b) Sistemas paralelos.

4.1 Problemas del Modelado

Dependiendo de las necesidades, un ingeniero puede usar diferentes tipos de modelos:

Modelos continuos, lo cuales tratan con representaciones del sistema sobre la base de parámetros distribuidos. Estos consideran que la energía se distribuye dentro del sistema (por ejemplo, fluidos, modelos térmicos, etc.). Desde un punto de vista matemático, el comportamiento dinámico de un sistema continuo se determina por ecuaciones derivadas parciales y condiciones de frontera. Los métodos basados en elemento finito son muy comunes para construir modelos continuos en cada campo de la ingeniería. Los modelos continuos dan una predicción del comportamiento del asunto pero requieren de importantes recursos computacionales y así un tiempo de simulación mayor.

Modelos de parámetros globales, los cuales consideran el sistema como un ensamble de componentes intercambiando energía en localizaciones específicas llamadas polos o puertos. Los componentes con dos polos son llamados dipolos. Por ejemplo, las resistencias

eléctricas, fuentes, capacitores e inductores son dipolos eléctricos. El comportamiento de cada componente se determina entonces por ecuaciones algebraicas y/o diferenciales llamadas como ecuaciones constitutivas. Estas ecuaciones se expresan frecuentemente en términos de varios componentes que caracterizan al componente. Junto a las ecuaciones constitutivas, las ecuaciones de interconexión expresan el intercambio de energía que será necesario para construir un modelo. Al contrario de los modelos continuos, los modelos de parámetros globales predicen el comportamiento macroscópico del sistema. Estos requieren pocos cálculos computacionales en comparación con el modelado continuo y son mucho más rápidos, pero no proveen demasiada información.

Estos dos tipos de modelos son muy comunes, y la información que se desea y o el resultado dictará el requerimiento del nivel de modelado.

El comportamiento dinámico de un sistema se puede determinar por al menos un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs por sus siglas en inglés, Ordinary differential equations) en términos de las variables dinámicas s y el tiempo t :

$$\dot{s} = f(s, t) \tag{4.1}$$

La física del sistema puede imponer restricciones entre las variables dinámicas s y el tiempo t , que toman la forma de relaciones puramente algebraicas de la forma

$$g(s, t) = 0, \forall t \tag{4.2}$$

Debido a estas restricciones, las variables dinámicas s no son independientes, y el conjunto completo de ecuaciones puede ser considerado como un conjunto de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAEs por sus siglas en inglés, Differential Algebraic Equations):

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(s, t) \\ g(s, t) &= 0 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Existen numerosos programas de solución numérica para ODEs así como para DAEs. Sin embargo, para algunas aplicaciones no lineales encaminadas en dinámica multi-cuerpo (por ejemplo, dinámica de trenes), la solución de DAEs puede llevar a problemas numéricos tales como la divergencia o pérdida de estabilidad, (Fisette y Vaneghem, 1996). La probabilidad para tales casos cuando se usan programas ODEs es mucho menor gracias a la existencia de algoritmos robustos para estos sistemas de ecuaciones. Por lo tanto, para

aplicaciones con sistemas no lineales es recomendable evitar las ecuaciones DAEs tanto como sea posible, y transformarlas a ecuaciones ODEs por técnicas de reducción de restricciones, en las cuales las restricciones 4.2 se resuelven de manera rigurosa (en un nivel algebraico), analíticamente o en su caso por medio de métodos como el Newton-Raphson.

Para el modelado del sistema, hay que tomar decisiones sobre las ventajas y desventajas de las herramientas de modelado. Las herramientas analíticas proveen una idea general sobre el comportamiento del sistema y puede permitir hacer comparaciones entre sistemas similares basados en la similitud de los modelos. Es conocido que existen analogías dinámicas entre los modelos eléctricos y mecánicos por ejemplo, y se describen estos sistemas usando ecuaciones diferenciales equivalentes. Normalmente se realizan simplificaciones que ignoran no linealidades y comportamiento dependiente del tiempo, las cuales pueden afectar de manera considerable el comportamiento del sistema. Cuando se trabaja con analogías lo más recomendable es declarar explícitamente aquellas consideraciones que se hacen en el proceso de modelado. Por otra parte, las herramientas numéricas no proporcionan la misma idea que las herramientas analíticas, pero entregan otras e ideas más detalladas del comportamiento real del sistema. Estas herramientas se vuelven de gran ayuda para el análisis del equilibrio por ejemplo. Además, la solución numérica de ecuaciones diferenciales no lineales permite el modelado que anteriormente solo era posible con aproximaciones lineales. A continuación se exploran algunas técnicas de modelado de manera más detallada.

4.2 Técnicas de Modelado Multi-Dominio

1. Un modelo se construye de manera independiente para cada dominio físico, y los submodelos se ensamblan en un nivel numérico. Lo anterior puede ser expresado en una representación de diagrama a bloque del sistema como se muestra en la Figura 4.2. La técnica de co-simulación, que involucra varias herramientas de simulación en el mismo proceso, es también parte de esta categoría de técnicas de modelado.

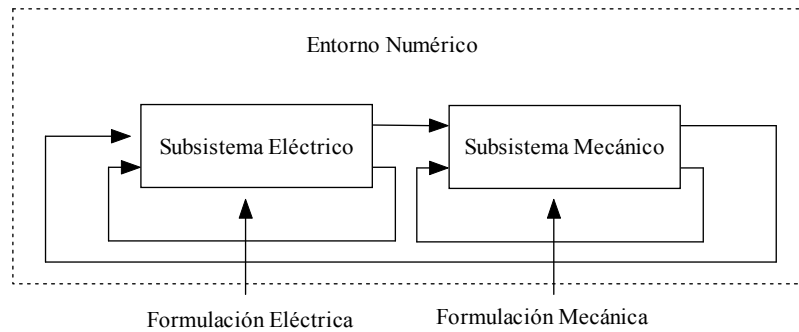


Figura 4.2. Diagrama a bloques para submodelos en un entorno numérico.

2. Un modelo global, constituido de un sistema suficiente el mismo de ecuaciones acopladas, se construye para el sistema entero y provisto para una herramienta numérica. Este modelo puede ser construido usando teorías unificadas, tal como teoría de grafos o el principio de trabajo virtual. Esto se ilustra en la Figura 4.3.

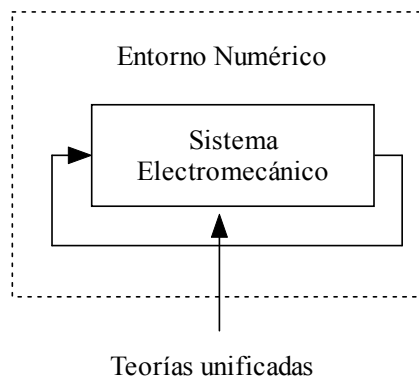


Figura 4.3. Modelo único en el entorno numérico.

Estas teorías están basadas en analogías entre los diferentes campos de la física y se usan para obtener un modelo global del sistema completo.

Estrategias basadas en lenguajes de modelación también llevan a un modelo global, pero no exclusivamente como teorías unificadas. Usando conceptos generales de ecuaciones, objetos y conexiones, un modelo se construye para las diferentes partes del sistema. Por ejemplo, el programa Dymola se basa en el lenguaje de modelación Modelica, el cual usa teoría de grafos Bond, pero cuyos modelos multi-cuerpos son obtenidos con otro enfoque.

En la siguiente sección, la técnica de diagrama a bloques, estrategias basadas en ecuaciones, implementación simbólica y estrategias basadas en lenguajes de modelación serán descritas independientemente debido a las importantes diferencias que aparecen en la implementación de las herramientas correspondientes.

4.2.1. Diagramas a Bloques

En esta estrategia los sub-modelos están conectados dentro del entorno numérico. Los diferentes sub-modelos se generan de manera general usando formalismos y programas optimizados para su campo particular de aplicación, lo cual lleva a sub-modelos eficientes. Los diagramas a bloques ofrecen una buena visualización del sistema como el ensamble de sub-sistemas, pero los resultados de simulación dependen fuertemente sobre cómo los programas numéricos tratan con la interconexión. Los lazos algebraicos, inestabilidad numérica y sincronización entre la evaluación de los bloques son los principales problemas que deben ser tomados en cuenta con esta técnica de modelado. En muchos de los casos, los bloques son evaluados uno después del otro y sus dependencias no son necesariamente tomadas en cuenta en el mismo valor del tiempo t .

4.2.2. Enfoque por medio de Ecuaciones

Varios autores (Hadwitch y Pfeiffer, 1995; Maisser et al., 1997) por ejemplo, han aplicado el principio de trabajo virtual para el modelado de sistemas electromecánicos. Su formulación es una ventaja definitiva para mezclar varias contribuciones de los subsistemas mecánicos y eléctricos. El método implica la selección de un conjunto de coordenadas generalizadas independientes, lo que habilita la descripción de la configuración electromecánica del sistema. Para mecanismos rígidos, este principio lleva a las ecuaciones comunes de Newton-Euler en términos de las coordenadas articulares independientes. Hadwitch y Pfeiffer, 1997 aplican este principio a sistemas rígidos multi-cuerpo interactuando con redes electromecánicas. Para sistemas electromecánicos multi-cuerpo, la formulación de Lagrange puede ser deducida del principio de trabajo virtual. Dentro de las ventajas de la aplicación de este método se pueden encontrar: un modelado electromecánico unificado habilitado para tratar con aplicaciones mecánicas en tres dimensiones y la

solución de restricciones algebraicas y cinemáticas (a veces no lineales) usando métodos robustos. Como desventajas se pueden mencionar: la introducción de variables eléctricas que no tienen sentido físico, la formulación por medio de ecuaciones no es adecuada para la formulación recursiva y que no hay una interpretación física en términos de potencia y energía, sin llevar cabo un procesamiento adicional.

4.2.3. Implementación Simbólica

La implementación en computadoras es un paso inevitable cuando se trabaja en el campo del modelado y la simulación. Hoy en día, los programas generadores de modelos son la única manera de obtener modelos para aplicaciones industriales verdaderas. La dinámica de lo anterior se determina por numerosas ecuaciones DAEs y escribiéndolas a mano sería muy tedioso y sin el interés desde el punto de vista científico. La manera más usual para simular un sistema consiste en usar un paquete numérico (Simpack, Adams, Pspice, Mecano, etc.). Con tales herramientas, una secuencia de instrucciones (usualmente llamadas a otros subprogramas), usando el estado instantáneo del sistema, se escribe y permite calcular (y resolver) el sistema de ecuaciones dinámicas. Este proceso de construir el modelo vía un conjunto de subprogramas ofrece la posibilidad de tratar con muchas aplicaciones diferentes, pero al mismo tiempo, el desempeño del CPU para tales herramientas de propósito general se afecta y es claramente menor que lo que podría ser hecho con programas de aplicación específica, (Fisette, 1994). Esta implementación se basa sobre otro concepto donde la generación de ecuaciones se separa del resto del proceso. El conjunto de ecuaciones completo se escribe con símbolos alfanuméricos dentro de la subrutina (generación simbólica) que puede ser llamado por un programa numérico (análisis numérico). La rutina que contiene todos estos símbolos y las ecuaciones se le denomina modelo simbólico. Se pueden observar algunas ventajas de la generación simbólica, ya que es posible:

-evitar operaciones aritméticas innecesarias tales como $0 \cdot a$ o $0 + a, \dots, a$ siendo una expresión simple o compleja

- simplifica algunas expresiones matemáticas (factorización, simplificaciones trigonométricas, divisiones,...). Por ejemplo, $\frac{a \times b}{b}$ puede ser reemplazado por a , $a+b-a$ por b , etc. Donde a y b son expresiones simples o complejas.
- evitar cálculos múltiples de los mismos términos definiendo variables auxiliares,
- evitar el cálculo de algunas ecuaciones innecesarias (típicamente para modelos recursivos multi-cuerpo),
- generar modelos en diferentes lenguajes (Fortran, C, Matlab, Java, etc.) y también para diferentes entornos de control u optimización. Es conocido que los paquetes comerciales simbólicos (Maple, Mathematica o Maxima) llevan a problemas de memoria cuando el número de ecuaciones para manipular se incrementa. De otra forma, cuando el kernel simbólico de un programa se diseña específicamente para un dominio dedicado (por ejemplo, dinámica multi-cuerpo para el software Robotran), es posible tratar con estos problemas de memoria, aún cuando se consideren aplicaciones complejas (Robotran está habilitado para tratar con más de 100 variables articulares).

Hay dos situaciones extremas representativas de las tendencias en programas de modelado. En la primera familia, los programas tratan con sistemas específicos y pueden ser optimizados para ellos llevando a modelos eficientes, mientras que en la otra familia, estos pueden considerar muchos tipos sistemas pero no pueden ser óptimos para todos de ellos. Programas tales como 20-sim, Matlab/Simulink, Modelica son parte de la primera familia. Herramientas como Pspice, Adams o Robotran son programas especializados, optimizados para su propio campo.

4.2.4 Estrategias basadas en Lenguajes de Modelación

En 1978, Hilding Elmqvist propuso un nuevo método para modelar sistemas físicos diseñando e implementando el lenguaje de modelado Dymola (Elmqvist, 1978). La idea básica detrás del Dymola fue el uso de ecuaciones generales, objetos y conexiones para permitir a los desarrolladores de modelos mirar al modelado desde la perspectiva física en vez de la matemática (Tiller, 2001). Para su implementación, se usaron teoría de grafos y los algoritmos simbólicos se emplearon para transformar el modelo a una forma apropiada para dar soluciones numéricas. Varias herramientas de simulación fueron desarrolladas con

base en el mismo método: NMF, ObjectMath, SIDOPS, etc., y en 1996 Elmqvist inicio un esfuerzo para unificar todos aquellos lenguajes dentro de un lenguaje único de modelado llamado Modelica.

La causalidad asignada a una ecuación nos dice si el miembro derecho afecta al miembro izquierdo, o al contrario. Algunas veces, el mismo conjunto de ecuaciones se puede resolver con diferentes asignaciones de causalidad, llevando a resultados diferentes. Modelica es un lenguaje de modelado que se basa en la presunción de que el comportamiento de cualquier sistema se puede representar por un modelo no causal, lo cual se puede usar para obtener resultados diferentes (por ejemplo, dinámica directa o inversa). Sobre la base de teoría de grafos, Modelica combina ecuaciones constitutivas, que dictan el comportamiento de cada componente del modelo, con ecuaciones conservativas (Tiller, 2001). Después, el análisis de causalidad ayuda a encontrar cómo las ecuaciones pueden ser usadas para obtener los resultados deseados. Esto también puede permitir detectar la presencia de restricciones. Sin embargo, la reducción de restricciones no se considera en Modelica, así que soluciones con DAEs son necesarias.

Desde el punto de vista de los algoritmos, los lenguajes de modelado están basados en la mayoría de los casos en la filosofía de orientación a objetos y uno se puede beneficiar de varias características tales como la inherencia y el modelado jerárquico, y la posibilidad de construir librerías de modelos. De esta manera, hoy en día existen muchas librerías que ayudan al usuario para construir modelos multi-dominio. Modelica puede considerarse como una buena base para la construcción de modelos multi-dominio. Ha sido desarrollada durante los últimos años y la facilidad y disponibilidad de librerías enriquece su uso y reduce el desarrollo de trabajo para ser hecho. Pero al usar librerías hechas por alguien más nos puede forzar a aceptar varias consideraciones y convenciones de implementación decididas por otros, lo cual a veces no es adecuado.

La idea de este lenguaje de modelado es interesante pero tiene varias desventajas. Desde que el modelo se ensambla en diferentes unidades, el número de variables y ecuaciones para ser consideradas se exceden y muchas de estas variables son iguales. De

hecho, en cada nivel, nuevas variables de interacción se definen que corresponden a las variables de las subunidades. Esto se vuelve crítico cuando se consideran sistemas complejos y grandes. Afortunadamente, se usa un método simbólico y se pueden lograr simplificaciones pero el número de variables permanece como problemático. Desde el punto de vista numérico, el uso de soluciones DAEs puede llevar a varios problemas numéricos para aplicaciones altamente no lineales.

4.3. Método del Diseño Mecatrónico

El diseño de un sistema donde varias disciplinas de ingeniería están involucradas requiere un acercamiento holístico. Es decir se refiere a la manera de ver los sistemas en su totalidad, en su conjunto, en su complejidad, pues de esta forma se pueden apreciar interacciones, particularidades y procesos que por lo regular no se perciben si se estudian los aspectos que conforman el todo, por separado. Este método ha sido llamado como diseño integrado o diseño mecatrónico y ha sido utilizado comúnmente para el diseño de maquinaria. Los componentes de un sistema mecatrónico son: la estructura mecánica de soporte, los actuadores así como el control. Todos estos componentes pueden ser representados en una computadora y optimizados con respecto a su interacción mutua. Este procedimiento puede ser usado para analizar y mejorar sistemas existentes así como crear sistemas nuevos. Al aplicar de manera independiente los métodos de diseño y optimización a el diseño mecatrónico no resultará necesariamente en el diseño de un sistema óptimo. Los dos pasos principales para el diseño mecatrónico son: primero construir los modelos en cada disciplina, y después el análisis y síntesis del sistema completo. Antes de abordar más sobre el proceso de diseño mecatrónico es necesario referir la definición de los sistemas mecatrónicos.

4.3.1. Sistemas Mecatrónicos

La palabra Mecatrónica fue probablemente creada por un ingeniero Japonés en 1969 [Kyura, N. and Oho]. En 1996 se propuso una definición preliminar como “Mecatrónica es la integración sinérgica de la ingeniería mecánica con la electrónica y control inteligente por computadora para el diseño y manufactura de productos industriales y procesos”, (Harashima et al., 1996). Actualmente la IFToMM define a la mecatrónica

como “la combinación sinérgica de ingeniería mecánica, eléctrica y tecnología de la información para el diseño integrado de sistemas inteligentes, en particular mecanismos y máquinas”. De esta manera, las definiciones de mecatrónica están de acuerdo a que es un campo interdisciplinario, en el cual todas las siguientes disciplinas actúan de manera conjunta:

Sistemas mecánicos (elementos mecánicos, máquinas, mecánica de precisión),

Sistemas electrónicos (microelectrónica, electrónica de potencia, tecnología de sensores y actuadores), y

Tecnología informática (teoría de sistemas, ingeniería de software, inteligencia artificial).

En la Figura 4.4 se puede observar la forma en que interactúan las disciplinas anteriores.

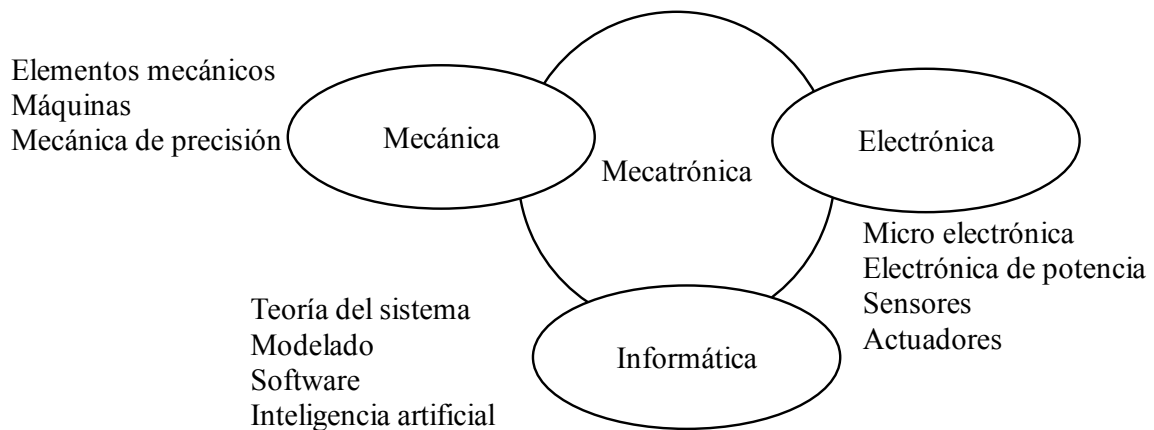


Figura 4.4 Mecatrónica, integración sinérgica de disciplinas diferentes.

Los sistemas mecatrónicos se pueden clasificar en: sistemas mecatrónicos, máquinas mecatrónicas, vehículos mecatrónicos, micro-mecatrónica.

Las sub-divisiones anteriores muestran que la integración con la electrónica conlleva a muchas clases de sistemas técnicos. En varios casos, la parte mecánica del proceso se acopla con una parte eléctrica, térmica, termodinámica, química o informática. Por lo tanto, un sistema mecatrónico en el sentido amplio implica un proceso mecánico y uno no mecánico. Sin embargo, la parte mecánica domina el proceso total.

4.3.2. Proceso Típico del Diseño Mecatrónico

La no existencia de modelos dinámicos analíticos para sistemas mecatrónicos complejos imposibilita el planteamiento de algoritmos de control de carácter general. Es por tanto el tema del control un campo abierto y los trabajos aportados hasta la fecha no son muy rigurosos. Los sistemas de control utilizados en los robots paralelos actuales son de tipo desacoplado formados por un modelo cinemático que genera las referencias para las articulaciones y los servomotores de éstas. En este esquema la solución fácil de la dinámica inversa en robots paralelos simplifica, con respecto a los robots serie, la implantación eficiente de estos sistemas de control. Por lo tanto, esta es un área que debería explorarse ya que se ha reportado que el control genera casi el 70% del error en la precisión de los mecanismos paralelos, Merlet (2002). Por medio del desarrollo de prototipos virtuales se pueden evaluar diferentes controladores con el fin de minimizar este tipo de error. Últimamente, el desarrollo de prototipos virtuales ha sido explorado en la industria automotriz para el proceso de diseño u optimización de diversos componentes de los automóviles. Analizando y mejorando el desempeño del prototipo virtual es posible obtener mejoras considerables en el resultado final. El esquema típico del proceso de diseño para el desarrollo de prototipos virtuales se presenta en la Figura 4.5. Se puede observar que se puede obtener el desempeño de las variables analizando el sistema completo por medio de un prototipo virtual y realizar ajustes aún antes de probar sobre el prototipo físico final. Este mismo enfoque puede ser explorado para los manipuladores paralelos, con la ventaja de que se pueden evaluar diferentes controladores con la finalidad de disminuir el error de posicionamiento final de la estructura.

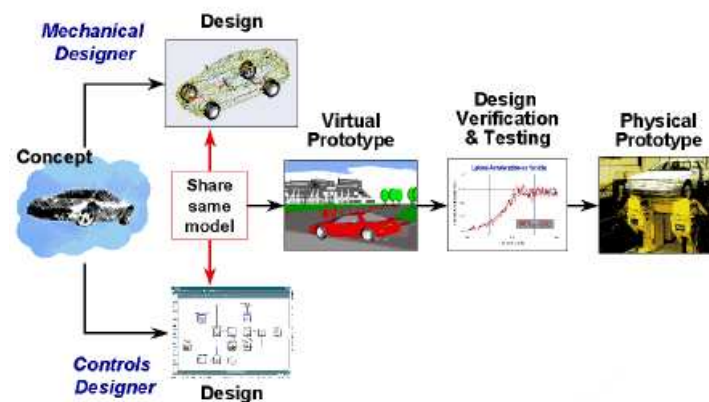


Figura 4.5. Proceso típico de diseño de prototipos virtuales para la industria automotriz (ADAMS Reference Manual 2005).

En las metodologías tradicionales del diseño mecatrónico, la integración del sistema se maneja usualmente en la última etapa de diseño (Figura 4.6). La estructura para ser controlada se diseña primero e independientemente del controlador. Las teorías de control clásicas soportan este enfoque dado que esté más o menos una estructura del proceso fija. Este enfoque secuencial para diseño mecatrónico tiene la ventaja de dividir un problema de diseño largo y complejo, dentro de varios problemas de diseño pequeños. Sin embargo, al despreciar la inclusión de aspectos de la dinámica y el control dentro del diseño del mecanismo resulta en un sistema que no tiene un desempeño dinámico óptimo. Esto podría en el peor de los casos requerir un proceso de rediseño del último sistema electromecánico en el proceso de diseño.

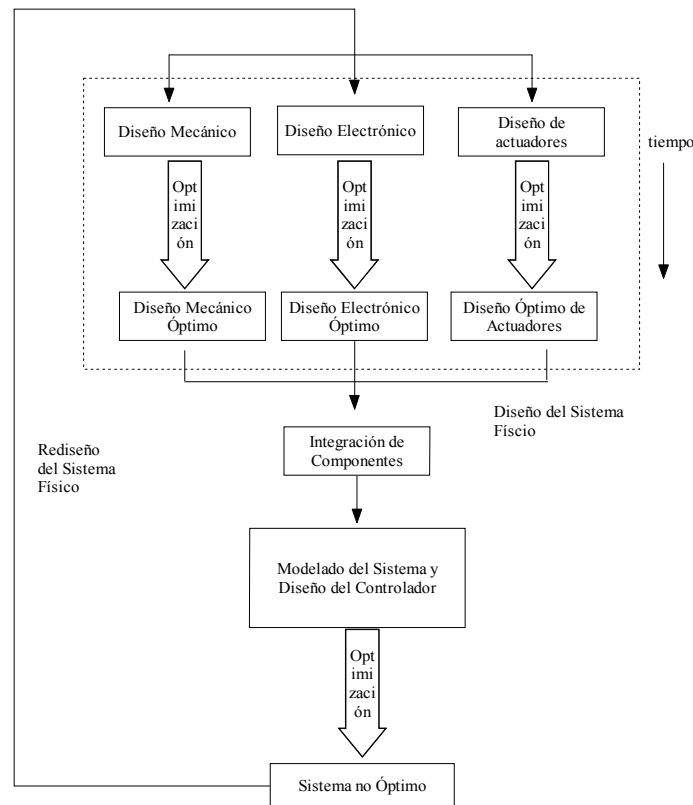


Figura 4.6. Diagrama del proceso de diseño mecatrónico tradicional.

Como se puede observar en la Figura 4.6, no es sólo que la estructura y el controlador estén aislados uno del otro. Las partes mecánicas, actuadores electromecánicos, sensores y la electrónica de control están diseñadas independientemente. Típicamente la

estructura se diseña primero y después se adecúan los motores eléctricos, engranes, sensores y la electrónica de control. Este enfoque de diseño mecatrónico resulta en sistemas que no son óptimos debido a un cierto número de aspectos tales como el peso, tamaño y eficiencia. Para bajos niveles de producción esto no representa demasiado problema, pero para volúmenes de producción altos esto debería ser más efectivo en cuanto al costo. El incremento de la integración entre el diseño de la estructura y el controlador tiene el potencial de acortar el proceso del diseño mecatrónico además de incrementar el desempeño del sistema desarrollado. Adicionalmente, al incrementar la integración del desempeño de la electrónica, electro-mecánica y mecánica llevará como resultado sistemas más compactos, ligeros y eficientes. Las desventajas del desarrollo independiente de componentes mecánicos, eléctricos, electrónicos, control y software, y la integración en la última etapa se ha reconocido en muchas publicaciones, como por ejemplo en (Li et al., 2001; Van Amerongen y Breedveld, 2003; Rothfuss et al., 2002; Schöner, 2004; Thramboulidis, 2005). Sin embargo, el estudio de métodos diseño mecatrónico integrado ha sido relativamente inexplorado.

4.4 Consideraciones del Diseño

Se requieren modelos matemáticos de los procesos para el comportamiento estático y dinámico para varios pasos del diseño de sistemas mecatrónicos, tales como la simulación, diseño del control, y reconstrucción de variables. Hay dos maneras para obtener estos modelos, el modelado teórico que se basa en principios físicos y el modelado experimental, con mediciones de las variables de entrada y salida. Al modelado experimental algunas veces se le llama también como identificación. Tal como se vio al principio del Capítulo, un problema básico del modelado teórico de sistemas mecatrónicos es que los componentes se originan desde diferentes dominios. Existe un dominio de conocimiento específico bien desarrollado para el modelado de circuitos eléctricos, sistemas mecánicos multi-cuerpo, o sistemas hidráulicos, y correspondientes paquetes de software. Sin embargo, una metodología general asistida por computadora para el modelado y simulación de componentes desde diferentes dominios continúa sin desarrollarse.

El diseño mecatrónico es más que sólo la combinación de la electrónica, software, y el diseño mecánico, la característica adicional debe llevar al diseñador mecatrónico la habilidad de optimizar una solución de diseño a través de estos campos. Esto requeriría un entendimiento suficiente de cada uno de estos campos para determinar cuáles porciones de un problema de ingeniería se resuelve mejor en cada uno de estos dominios considerando el estado actual de la tecnología. Esto también requiere la habilidad de modelar el problema y potenciar soluciones empleando técnicas que son independientes en dominio o al menos permiten una comparación fácil de soluciones y herramientas desde dominios diferentes.

Los modelos pueden servir para propósitos diferentes en diferentes puntos del proceso de diseño. De esta manera, decidir cuál herramienta de modelado es más efectiva en las diferentes fases nos lleva a examinar el proceso de diseño mismo. Dado que el propósito es examinar la necesidad del modelado para el proceso de diseño, se puede considerar un modelo simple que involucra varias fases del proceso de diseño. Se puede considerar un proceso de diseño de cuatro fases que consiste de análisis de requerimientos, generación conceptual, análisis y selección, y el diseño detallado. En la primera fase del proceso el diseñador se enfoca en el análisis del problema sin considerar posibles soluciones. En la segunda fase, se generan soluciones conceptuales con la esperanza que una solución aceptable pueda encontrarse para estos conceptos iniciales vía la combinación o modificación de los conceptos o la variación de los parámetros presentes en una de las soluciones conceptuales. En la tercera fase, se evalúan estos conceptos y se escoge el diseño para su implementación. La cuarta fase consiste en identificar el problema de diseño que necesita resolverse para implementar el concepto escogido y aplicar el proceso de diseño para aquellos problemas pequeños.

Las claves para un diseño integrado y una metodología de optimización para sistemas mecatrónicos son el modelado y la simulación. Se requiere una herramienta que habilite el modelado del fenómeno y de las propiedades de todas las aéreas de ingeniería del desarrollo de un proyecto mecatrónico. Para el diseño mecatrónico, es esencial integrar las herramientas de diseño específico tal que el sistema pueda ser diseñado y analizado a

través de los límites de los diferentes dominios. La integración puede realizarse de dos maneras:

- a) creando una herramienta de diseño multi-dominio la cual pueda ser usada para modelar y simular el sistema multi-disciplinario en su totalidad
- b) interconectando herramientas de diseño específico y una base de datos conjunta, que habilite el compartimiento de datos del modelo.

El primer enfoque puede ser útil donde el diseño conceptual se tiene que escoger y optimizar sobre el nivel del sistema. Actualmente existen algunas herramientas de modelado y simulación multi-dominio tales como Dymola o 20-Sim. Sin embargo solo permiten optimización del diseño en un orden bajo y estas herramientas no permiten el modelado de componentes estáticos. Una solución podría ser usar Matlab/Simulink para tratar estos modelos en conjunto con aquellas herramientas. En general, el modelado con una sola herramienta multi-dominio no es factible dado que el número de aspectos diferentes que debe ser analizado en un sistema mecatrónico es grande. No es realista pensar que una sola herramienta pueda cubrir todos los aspectos de subsistemas mecánicos, electrónicos, de control y de diseño de software. Una mejor solución podría ser el segundo enfoque, usando las herramientas de diseño específicas que los ingenieros o diseñadores utilizan. Aquí el punto más importante para tener en consideración es cuidar que cualquier cambio en un dominio pueda ser simultáneamente evaluado en los otros dominios. Además, los problemas surgen del hecho de que diferentes modelos de ingeniería usan diferentes técnicas de modelado durante el trabajo de diseño. Otro aspecto importante de una herramienta de integración es la habilidad para simular el sistema junto a su ambiente. Es necesario acoplar los programas de simulación y modelos en tiempo real para simular el comportamiento de por ejemplo un vehículo con su entorno y subsistemas. A este enfoque se le conoce como co-simulación. El desafío más importante al que se enfrenta la integración con la técnica de la co-simulación es el referente a las diferentes escalas de tiempo que se manejan en los diferentes modelos. Esto llevaría a tiempo de simulaciones no realistas cuando se acoplan diferentes modelos de simulación con diferentes resoluciones de tiempo.

4.5. Modelado del Manipulador Paralelo de Cassino de 3 Grados de Libertad

Como se había mencionado, desde mediados de los noventas, en LARM se ha concebido, estudiado y construido un manipulador paralelo de tres grados de libertad, el cual se ha denominado como CaPaMan, (Ceccarelli, 1997; LARMWebpage, 2008). Para la primera versión de este manipulador, en (Ottaviano y Ceccarelli, 2002) se ha reportado su diseño óptimo para un determinado espacio de trabajo; en (Ceccarelli, et al., 2002) se ha estudiado su dinámica por medio de simulaciones; en (Ottaviano y Ceccarelli, 2006) se han reportado los resultados de la aplicación de este manipulador como simulador de terremotos. Para la segunda versión de este manipulador se ha cambiado la articulación prismática en cada una de las cadenas cinemáticas por articulaciones rotacionales. Para esta versión en (Carbone y Ceccarelli, 2004) se han reportado resultados de rigidez usando este manipulador como ejemplo y aplicando un procedimiento experimental.

En este trabajo se estudia la última versión del manipulador paralelo de Cassino, que se ha denominado como CaPaMan2bis. Para esta versión en (Aguirre, et al., 2003) se ha analizado su cinemática y se han obtenido resultados básicos de la dinámica por medio de formulaciones teóricas y simbólicas. Además, en (Ceccarelli y Carbone, 2005) se ha realizado el análisis numérico y experimental de su desempeño en cuanto a propiedades de rigidez. Todos los trabajos en LARM referentes a la optimización de manipuladores paralelos y seriales se han resumido en (Ceccarelli, 2004); en el cual se aborda el problema de optimización con un solo enfoque para el espacio de trabajo, singularidades y rigidez.

Un aspecto importante que ha quedado pendiente para CaPaMan2bis es la evaluación experimental de los parámetros cinemáticos y propiedades dinámicas. Como un preámbulo, en este trabajo se discuten algunas variables dinámicas que han sido obtenidas por medio de simulaciones. En particular, los resultados se han obtenido por medio del modelado y simulación del manipulador utilizando software comercial. Se han simulado un conjunto de movimientos para las variables de entrada para estudiar la fiabilidad del modelado. En la Sección 4.5.1 se presenta una descripción de la configuración del manipulador, parámetros de diseño y características de construcción del prototipo en

LARM. En la Sección 4.5.2 se presentan los resultados del modelado en entornos de SolidWorks y ADAMS con las especificaciones reales del manipulador.

4.5.1. El Diseño del CaPaMan 2bis

Un diagrama cinemático del manipulador paralelo se muestra en la Figura 4.7. El manipulador consta de una plataforma fija denominada como *FP* y una plataforma móvil, *MP*. La plataforma móvil se conecta a la plataforma fija a través de tres cadenas cinemáticas que son idénticas. En la Figura 4.7 se puede observar también, que cada cadena cinemática del manipulador está compuesta de un paralelogramo articulado, una articulación rotacional *RJ* y una barra de enlace *CB*. El paralelogramo articulado está compuesto por cuatro barras, una de las dos barras verticales está conectada al motor de corriente directa, con el cual se produce el movimiento. La otra barra vertical no está actuada y únicamente da seguimiento al movimiento. Otras dos barras forman el paralelogramo articulado, la inferior es fija sobre *FP* y la superior es móvil. Así, sobre el punto medio de esta última se localiza la articulación rotacional *RJ*, y unida a esta, una barra de tamaño *h*. Esta barra a su vez es conectada a la plataforma móvil *MP* por medio de una articulación esférica, *SJ*. Cada paralelogramo es perpendicular a la plataforma fija *FP*, y forma un ángulo de 60 grados con cada una de las cadenas contiguas.

El movimiento de la plataforma móvil se transmite a través de las juntas pasivas de las tres cadenas cinemáticas; cada cadena cinemática contiene cinco articulaciones pasivas, una esférica y cuatro rotacionales. Este movimiento se genera por tres motores de corriente directa conectados a la articulación rotacional actuada, localizados en la base del paralelogramo respectivo y por consecuencia del manipulador. Esto proporciona al mecanismo movilidad espacial de 3 grados de libertad.

4.5.1.1. Parámetros y Movilidad

Los parámetros de diseño del prototipo construido en LARM son listados en el Cuadro 4.1. De manera particular, los parámetros de diseño de la *k*-ésima cadena cinemática (para $k=1, 2, 3$) son identificados como: a_k , que es el tamaño de la barra sobre el marco de referencia; b_k , que es el tamaño de la barra del paralelogramo conectado al motor;

c_k , que es el tamaño de la barra superior de acoplamiento; d_k , que es el tamaño de la barra de seguimiento del paralelogramo. Las variables cinemáticas son: α_k , que corresponden a cada ángulo de la barra del paralelogramo conectada al motor respectivo, y que representan las variables de entrada. El tamaño de MP y FP están dados por r_p y r_f , respectivamente. El punto central de MP y FP está dado por H y O respectivamente. El punto central de la i -ésima articulación BJ está definido como H_k y O_k es el punto medio de la barra sobre el marco de referencia a_k . El movimiento de la plataforma móvil con respecto a la plataforma fija puede ser descrito considerando un marco de referencia $O-XYZ$, el cual es fijo sobre FP , y un marco de referencia móvil $H-X_pY_pZ_p$, el cual es fijo sobre MP .

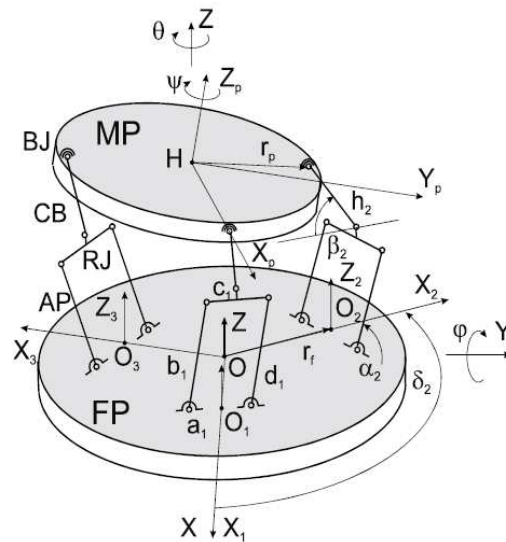


Figura 4.7. Diagrama cinemático del manipulador paralelo CaPaMan2bis.

Cuadro 4.1. Especificaciones de los parámetros de diseño para CaPaMan2bis.

$a_k=c_k$ [mm]	$b_k=d_k$ [mm]	h_k [mm]	$r_p=r_f$ [mm]	α_k [rad]
100	100	50	65	$\frac{\pi}{4} : \frac{3\pi}{4}$

Cada cadena cinemática de CaPaMan2bis tiene dos grados de libertad, debido al movimiento de rotación de la barra de entrada y al movimiento de traslación de la barra de seguimiento del paralelogramo. Por lo cual, el conjunto de las tres cadenas cinemáticas proporciona un total de seis grados de movilidad. Los cuales sumados a los seis grados de libertad que se pueden asignar a la plataforma móvil, genera un total de 12 grados de

libertad. Por otra parte, existen tres restricciones para cada articulación esférica. De esta manera CaPaMan2bis es un manipulador paralelo espacial de tres grados de libertad.

4.5.1.2. Características de Construcción

En la Figura 4.8 se muestra una fotografía del prototipo CaPaMan2bis que ha sido construido y estudiado en LARM. Es importante notar que las partes utilizadas para su diseño y construcción son de bajo costo. En general consiste de tres paralelogramos articulados, tres motores idénticos de corriente directa, marca MaxonDC RE25, articulaciones esféricas y rodamientos comerciales. La plataforma fija, plataforma móvil, barras, y demás partes del prototipo han sido manufacturadas de manera tradicional. En el Cuadro 4.2 se muestran las características básicas de los motores de corriente directa usados para actuar las tres cadenas cinemáticas del prototipo de CaPaMan2bis.

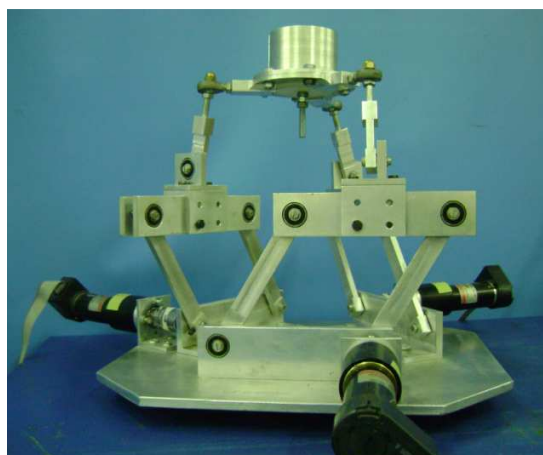


Figura 4.8. Prototipo de CaPaMan2bis construido en LARM.

Cuadro 4.2. Características de los motores MaxonDC RE25 del prototipo CaPaMan2bis construido en LARM, (Maxon Webpage 2008).

Diámetro [mm]	Velocidad Máxima [rpm]	Torque [mN-m]	Potencia [W]	Diámetro [mm]
5	11000	240	20	25

4.5.2 Modelado Desarrollado para el Manipulador

Se ha realizado el modelado de CaPaMan2bis de acuerdo a las dimensiones y especificaciones del prototipo construido en LARM, (Magnifico, 2003). La modelación se ha realizado en entorno de SolidWorks 2007. En la Figura 4.9(a) se puede observar el modelado de una cadena cinemática de CaPaMan2bis que contiene la articulación esférica que conecta el órgano terminal a ésta. Cada cadena cinemática del manipulador se conecta al eje de un motor de corriente directa para generar el movimiento a través de un acoplamiento universal, lo cual se puede observar en la Figura 4.9b), que muestra el modelado de estos componentes.

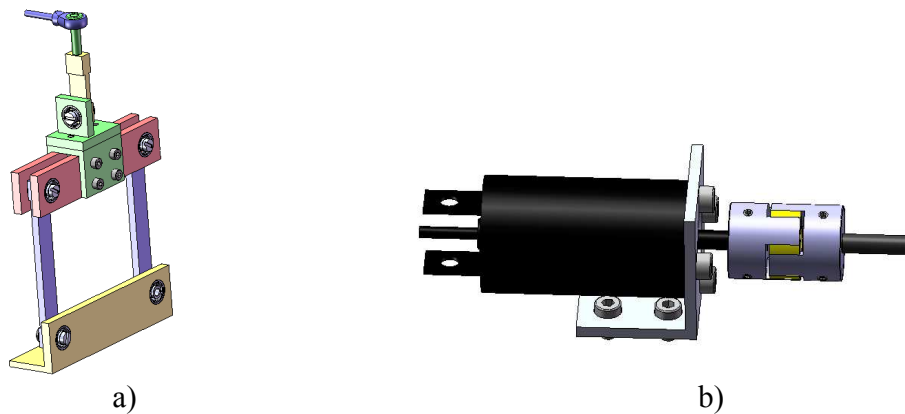


Figura 4.9. Detalle del modelado: (a) Modelado de una cadena cinemática de CaPaMan2bis; (b) Modelado del motor de corriente directa y del acoplamiento universal.

La Figura 4.10(a) muestra el resultado del modelado de CaPaMan 2bis con todos sus componentes en entorno SolidWorks. El órgano terminal del manipulador está compuesto de la plataforma móvil, a la cual en (Carbone et al., 2002) se ha añadido un cilindro para sujetar un taladro; para ésta configuración se ha estudiado su funcionalidad para fines médicos, utilizando el manipulador paralelo como órgano terminal de un manipulador híbrido serie-paralelo. El modelado de CaPaMan2bis en entorno SolidWorks se ha importado desde entorno ADAMS para propósitos de simulación numérica. En la Figura 4.10b) se reporta el resultado en ADAMS de este procedimiento, en ésta figura se pueden observar los diferentes marcos de referencia del modelado; el general, los del punto inicial, centro de masa, y final de cada cuerpo rígido que compone al manipulador.

También, se muestran las articulaciones que se han implementado en el modelado y la fuerza sobre el órgano terminal. En la Figura 4.11 se muestra una vista a detalle de una cadena cinemática de CaPaMan2bis en entorno ADAMS.

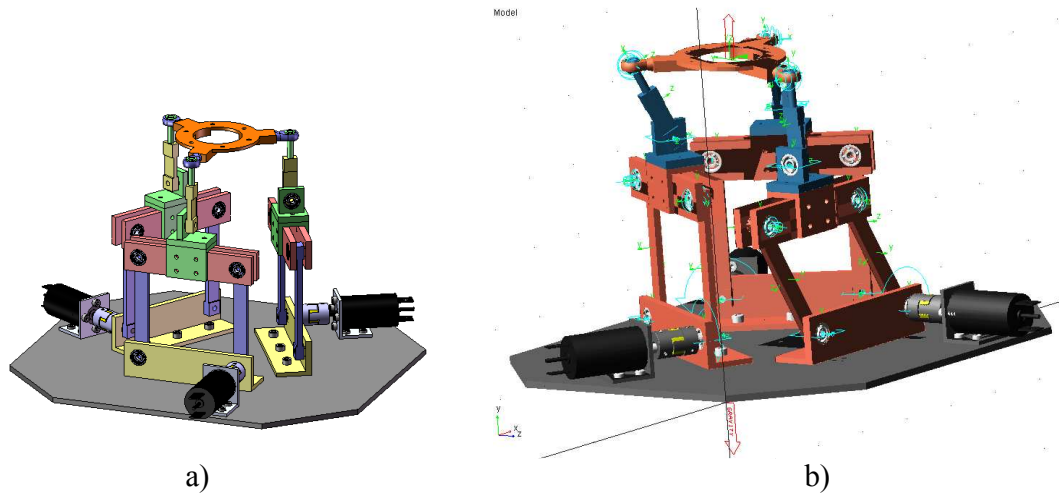


Figura 4.10. Modelado de CaPaMan2bis: a) en entorno SolidWorks 2007; b) en entorno ADAMS.

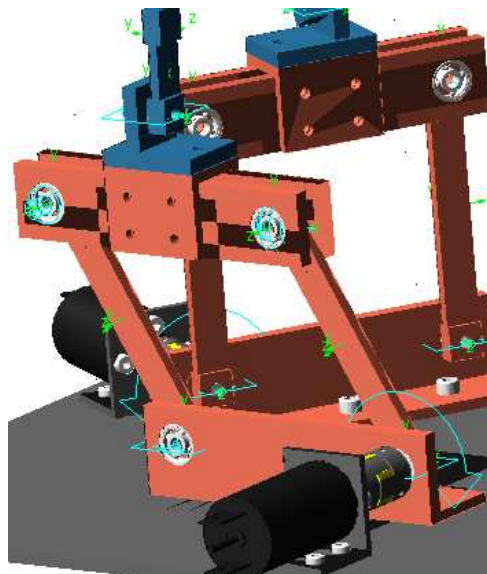


Figura 4.11. Detalle del modelado de una cadena cinemática de CaPaMan2bis en el entorno ADAMS.

5. UNA METODOLOGÍA DE DISEÑO MECATRÓNICO Y OPTIMIZACIÓN PARA MANIPULADORES PARALELOS

Es conocido que la elevada dinámica en los robots con cadenas cinemáticas paralelas se logra debido a las bajas masas que mueven este tipo de estructuras. Además, debido a las cadenas cinemáticas cerradas los movimientos de los robots paralelos están libres de vibración por lo cual se mejora la precisión. Su concepto modular permite una producción de bajo costo en la fabricación de sus partes mecánicas. Debido a estas ventajas, en los últimos años este tipo de estructuras ha recibido un creciente interés por parte de investigadores y centros de investigación que proponen prototipos nuevos o plantean mejoras a estructuras ya existentes. Sin embargo debido a la dificultad de plantear modelos teóricos para la cinemática, dinámica y a la complejidad de las diferentes etapas que envuelve el diseño de los robots paralelos, se requiere el uso de métodos que permitan evaluar los diferentes componentes y al sistema completo para verificar los requerimientos del diseño. Así, el diseño de estas máquinas requiere un método para el desarrollo de prototipos virtuales que permitan evaluar sus características cinemáticas y dinámicas aún antes de fabricar el prototipo u optimizar uno ya existente. En este trabajo se ha seleccionado el método del diseño mecatrónico que se presentó en la Sección 4.3 del Capítulo anterior, el cual permite estudiar a los sistemas como un todo, con un enfoque para el estudio integrado de la parte mecánica y del esquema de control. En este enfoque que también ha sido llamado como diseño mecatrónico, el diseño de la parte mecánica juega un rol muy importante en el diseño del sistema mecatrónico. Debido a que el objetivo final de éste tiene una naturaleza mecánica. Es decir, se debe poner énfasis en que las características mecánicas del diseño y operación de los sistemas mecatrónicos cumplan con los requerimientos de diseño y operación de estos sistemas. Para este fin, en la Sección 5.3.1 se evalúa experimentalmente la respuesta del manipulador paralelo de Cassino, entendido éste como un sistema mecatrónico. Además se analizan y comparan con resultados experimentales las características mecánicas utilizando el modelado desarrollado en el Capítulo anterior.

5.1. Motivación

Es conocido que el modelo dinámico inverso de un robot provee las entradas del actuador, fuerzas o torques, para seguir la trayectoria del órgano terminal. La dinámica inversa se usa en una amplia gama de controladores para estructuras robóticas. Las ecuaciones de Newton-Euler pueden ser usadas para calcular las fuerzas generalizadas para el movimiento dado de un sistema. Cuando la posición, velocidad y aceleraciones están dadas, el objetivo es calcular el torque necesario para cada una de las articulaciones para obtener el movimiento prescrito. Sin embargo las ecuaciones dinámicas de Newton-Euler puede ser una tarea compleja para sistemas muti-cuerpo. Adicionalmente, puede ser computacionalmente laborioso para estructuras paralelas debido a las cadenas cinemáticas cerradas con que cuenta. En estos casos, el uso de software CAD para el uso del comportamiento dinámico de sistemas multi-cuerpo puede ser una manera adecuada para simular la operación, investigar el desempeño dinámico y verificar la viabilidad del diseño (Aguirre et al., 2003).

El desarrollo asistido por computadora de sistemas mecatrónicos implica los siguientes pasos:

1. Especificación constructiva en la etapa de desarrollo de ingeniería usando herramientas CAD y CAE,
2. Construir el modelo para obtener modelos estáticos y dinámicos,
3. Transformación a código de computadora para la simulación del sistema, y
4. Programación e implementación del software final.

Por otra parte, una pregunta que ha sido de profundo interés para los investigadores en el área dedicada a las estructuras paralelas en tiempo reciente es ¿Cómo mejorar la precisión de los manipuladores paralelos? De acuerdo a (Merlet, 2002), mediante la propuesta de una ley de control robusto y optimización múltiple o con un diseño isotrópico se puede mejorar la precisión de este tipo de estructuras. Sin embargo, es conocido que debido a la dificultad de establecer modelos teóricos para la dinámica, es difícil también proponer controladores para estas estructuras. Además, en ocasiones los diseños isotrópicos

de manipuladores paralelos nos son realizables de manera práctica. Así, en este trabajo se intentan ponderar algunas estrategias existentes para la optimización de sistemas mecatrónicos, las cuales se presentan en la siguiente Sección. En particular, se plasman algunas consideraciones para el diseño mecatrónico del manipulador paralelo de Cassino a través del modelado desarrollado.

5.2. Optimización de Sistemas Mecatrónicos

El término de optimización es muy usado en el lenguaje de hoy en día. El fin es mejorar el valor de una función con un enfoque matemático, a esta función se le denomina como función objetivo; con una modificación apropiada de algunos parámetros de entrada, los cuales se denominan como variables de optimización. El proceso de mejorar la función objetivo conlleva la tarea de minimizar o maximizar de acuerdo al caso particular.

5.2.1 Consideraciones para el Proceso de Optimización

Función objetivo

La función objetivo es la función a minimizar o maximizar, y debe escogerse con mucho cuidado ya que define el criterio según el cual el diseñador determina que un resultado es mejor a otro. Debe cumplir los siguientes requisitos:

- Debe tratarse de una función general, que pueda ser aplicada a distintos problemas de optimización.
- Debe representar adecuadamente las características más importantes del sistema estudiado.
- Su formulación debe ser lo más sencilla posible.
- Debe ser sensible a los cambios en las variables de diseño.

El proceso de optimización se puede plantear para una o varias funciones objetivo, a estos procesos se les denomina como optimización simple o optimización multi-objetivo, respectivamente. Sin embargo, si el problema es de optimización multi-objetivo, el problema se puede formular como la suma lineal con un peso específico para varios objetivos. La solución es dependiente de los pesos escogidos.

Otra característica de las técnicas de optimización matemática consiste en el significado de solución óptima. En muchos problemas de optimización, el fin es encontrar un óptimo global, es decir el mejor entre todo el espacio variable. Sin embargo, comúnmente muchas técnicas de optimización locales han sido desarrolladas para entregar la solución óptima la cual es global sólo en su vecindad. Consecuentemente, si un mismo proceso de optimización se ha desarrollado sobre el mismo problema pero con condiciones iniciales diferentes, la solución (si se logra) podría ser un óptimo local diferente.

Algunos métodos especiales han sido desarrollados para tratar con optimización global. Parte de ellos, como por ejemplo los métodos *branch and bound*, tratan con la propiedad de convexidad para algunos problemas de optimización. Cuando un problema es convexo, cualquier solución óptima local es de hecho el óptimo global. Por lo tanto, si el problema de optimización puede ser formulado como un problema convexo, la solución óptima será global (Boyd y Vandenberghe, 2004). Sin embargo, formular o aproximar un problema no convexo por uno convexo es difícil frecuentemente y es la base de muchos métodos como por ejemplo los métodos de programación convexa secuencial.

Otra característica de los problemas de optimización es la relacionada a la formulación de restricciones. Una formulación general de un problema de optimización debería ser:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) & \qquad (5.1) \\ \text{tal que } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 & \\ \text{y } \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 & \end{aligned}$$

en esta formulación, f es la función objetivo, \mathbf{x} es el vector de variables de optimización, \mathbf{g} y \mathbf{h} son las funciones vectoriales involucradas en la desigualdad e igualdad de restricciones. Los problemas sin las restricciones \mathbf{g} y \mathbf{h} se denominan no restringidos mientras que los problemas con las funciones \mathbf{g} y \mathbf{h} son restringidos. Las restricciones que se imponen al problema delimitan el espacio factible del vector solución. El algoritmo de optimización busca el vector de diseño que hace mínima la función objetivo en el espacio factible, sin

violar ninguna de las restricciones dadas. Las restricciones pueden clasificarse para distintos criterios. Según la función que define la restricción:

-Restricciones funcionales, también llamadas de comportamiento. Imponen restricciones sobre algún aspecto del comportamiento de sistema.

-Restricciones conjuntistas. Imponen restricciones a las variables de diseño.

-Según la formulación matemática de la restricción: restricciones de igualdad, restricciones mixtas.

-Según la linealidad de la restricción: restricciones lineales, restricciones no lineales.

-Según la naturaleza de la restricción: restricciones geométricas, de posición, cinemáticas y dinámicas.

En función de la dependencia del tiempo, se establece la siguiente clasificación para las restricciones de comportamiento: restricciones puntuales, limitan el comportamiento del diseño en un único instante de tiempo; restricciones integrales, limitan el comportamiento del diseño en forma integral extendida al tiempo de simulación; restricciones combinación lineal de una restricción puntual y una restricción integral.

5.2.2 Metodos de Optimización

Cuando se trata con métodos de optimización convencionales, se introducen valores iniciales de la variables de optimización y el algoritmo de optimización comienza a partir de ellos para encontrar y obtener la solución óptima. Estos métodos se denominan deterministas, dado que una segunda ejecución con el mismo punto inicial debería mantener la misma solución. Por otra parte, una clase de métodos de optimización ha aparecido con un comportamiento no determinista. Han sido llamados métodos estocásticos. Estos métodos han sido inspirados en la observación de la naturaleza (por ejemplo, selección natural de las especies, comportamiento de colonias de hormigas, etc.). Estos métodos simulan estos procesos naturales sobre poblaciones de individuos usando variables estocásticas. De esta manera, dos ejecuciones consecutivas son normalmente siempre diferentes. Estos métodos consisten en calcular los valores de la función objetivo en un número grande de puntos seleccionados. Los puntos se seleccionan de acuerdo al

criterio de que cada punto en el espacio tiene la misma probabilidad de ser seleccionado. Los mejores puntos se determinan comparando los valores de la función. Debido a que se requiere hacer el cálculo para un número de puntos grande, esta estrategia requiere de considerables recursos de computación. Por otra parte, el óptimo global de la función a optimizar se puede alcanzar más fácilmente. Así, con varios individuos que involucran varias direcciones, se dice que los métodos estocásticos son mejores que los deterministas para explorar el espacio variable. La probabilidad de encontrar el óptimo global es alta pero debería tenerse en cuenta que no se puede garantizar que se logre. Se puede notar entonces que una combinación de los métodos deterministas y estocásticos podría ser viable para tratar algunos problemas de optimización, estos métodos han sido llamados como métodos híbridos.

Los métodos deterministas pueden dividirse en dos grandes grupos: métodos basados en gradiente y métodos de búsqueda directa. Los métodos más comunes son los basados en gradiente, su evolución se determina por el gradiente de la función objetivo hasta un punto estacionario donde el gradiente desaparece. Lo anterior provee un candidato local para la optimización, lo cual se verifica si la matriz Hessian (derivadas de segundo orden) es definida positiva. Existen también métodos de segundo orden que proporcionan una mejor razón de convergencia, es decir la velocidad con la que el algoritmo encuentra la solución. Sin embargo, en muchos problemas, las derivadas de segundo orden no están disponibles y pueden ser aproximadas iterativamente por métodos de Quasi-Newton. Cuando no se tiene información del gradiente de la función objetivo, algunos otros métodos llamados como métodos de búsqueda directa pueden encontrar la solución óptima haciendo un pequeño conjunto de puntos que involucran de manera determinista el espacio variable. Estos métodos, al igual que los estocásticos son útiles cuando la función objetivo es difícil de diferenciar o no es diferenciable o tiene discontinuidades.

Dado que a veces es difícil resolver algunos problemas empleando los métodos de optimización numérica, incluso si estos convergen a un óptimo aceptable en un tiempo razonable, nuevas estrategias han sido desarrolladas. Nuevos métodos han sido propuestos basándose en las leyes de la genética natural, por tal razón han sido llamados como

métodos evolutivos. Estos métodos emplean la generación aleatoria de parámetros de entrada. En general los métodos estocásticos, donde se podrían incluir los métodos evolutivos, optimizan usando funciones con varios parámetros que tienen un comportamiento no determinado, con muchos mínimos o con gradiente desconocido. La diferencia entre los métodos estocásticos y los evolutivos consiste en la estrategia para seleccionar la mejor solución. Bajo condiciones de que no se conozca el óptimo global previamente, no se puede asegurar que se logre éste para terminar con el proceso de optimización. Sin embargo presentan otros beneficios, tales como que estos métodos se pueden aplicar a casi cualquier problema y que pueden salir de un mínimo local. El proceso evolutivo de buscar en el espacio de soluciones tiene que cumplir con los siguientes objetivos de una manera equilibrada:

- Encontrar el mínimo más cercano lo más rápido posible, y
- buscar en el espacio de soluciones potenciales de manera óptima

Han surgido varias estrategias de algoritmos evolutivos, a continuación se describen algunos de los más representativos.

Algoritmo de ascenso a la colina (*Hill climbing Algorithm*)

Este algoritmo es una variante del método del gradiente, pero sin gradiente, donde la dirección del siguiente paso se determina buscando en la vecindad. El algoritmo presenta las mismas desventajas de los métodos de gradiente, en los que es común finalizar en un extremo local sin lograr el mínimo global. La solución inicial se genera aleatoriamente. Para la solución actual, se genera una cierta vecindad usando un conjunto de transformaciones finitas y el mejor mínimo se escoge entre la vecindad. La solución local que se obtiene de esta manera se usa como centro de la nueva vecindad y entonces se repite el proceso de manera iterativa. En el curso del proceso se registra la mejor solución para finalmente ser usada como el mínimo resultante. La principal desventaja de este algoritmo es que después de un cierto número de iteraciones, se puede regresar a un mínimo local por el cual ya se había pasado. Este problema ha sido solucionado corriendo varias veces el algoritmo con valores iniciales diferentes para eventualmente escoger el mejor resultado logrado.

Algoritmo de búsqueda tabu (*Tabu Search Algorithm*)

Este método es usado frecuentemente para solucionar problemas combinatorios y problemas para encontrar un mínimo global. Está basado en el algoritmo anterior, y se intenta eliminar el problema de caer en un mínimo local de manera repetitiva. Para esto se usa una memoria en un tiempo corto, con la cual se recuerdan las transformaciones inversas para transformaciones de soluciones óptimas locales que se usan para nuevos centros de iteraciones. Estas transformaciones inversas son prohibidas cuando una nueva vecindad se crea para una solución actual dada. De esta manera se reduce la posibilidad de caer de nueva cuenta en un mínimo local. Así, con esta modificación el algoritmo busca sistemáticamente en toda el área para encontrar el óptimo global.

Algoritmos genéticos (*Genetic Algorithms*)

Los algoritmos genéticos (AGs) se usan frecuentemente para optimizar los parámetros de sistemas desconocidos cuya descripción matemática es también complicada o desconocida, Lee y Hajela, 1996. La propuesta de esta técnica ha sido asignada a Holland (1975) y Goldberg (1989). Para aplicar algoritmos genéticos es suficiente conocer una función para asignar un peso a cada individuo en la población. Este puede ser el error de la solución para parámetros seleccionados aleatoriamente durante el algoritmo. Dado que el algoritmo está buscando por un valor máximo, el error por el contrario se desea minimizar, debe ser transformado para buscar por un máximo. Esto se puede hacer de varias maneras: restando el error del máximo error que ocurre, calculando el valor invertido del error, o usando otra función de transformación que se acerca a cero cuando el error lo hace también. Se debe poner cuidado para configurar la función de pesos dado que esta consume más recursos que las otras partes del algoritmo. Además de problemas de optimización, los algoritmos genéticos se aplican a las redes neuronales. Ahí, hay una tendencia a utilizar los algoritmos en dos maneras diferentes. Primero para encontrar los pesos adecuados para la red neuronal y segundo cuando se optimiza la estructura de una red neuronal, que es cuando se selecciona el algoritmo o el número de entradas, por ejemplo. Para problemas donde las demás estrategias han fallado los algoritmos genéticos se desempeñan bien, problemas donde el tiempo de cálculo es exponencial o hay una función factorial del número de

variables. Para problemas simples no es una buena idea utilizar estos algoritmos, pues se debe considerar la necesidad de calcular valores de la función para decenas o centenas de cadenas genéticas en una población y la necesidad de evaluar cientos o más de poblaciones durante una corrida simple, lo que lo haría costoso computacionalmente. Sin embargo esta estrategia es interesante dado que no se necesita de formulaciones matemáticas para resolver problemas de optimización complicados. Recientemente se han comenzado a utilizar los AGs para plantear el diseño automatizado de mecanismos simples con cadenas cinemáticas cerradas (Cabrera et al., 2008, Liu y Mcphee, 2005).

Algoritmos de Estimación de Distribución (AEDs)

Estos algoritmos construyen un modelo explícito de probabilidad del cual se simula la población, este modelo es denominado distribución de búsqueda, y es sesgado, de igual manera que en los AGs, para que la masa de probabilidad se sitúe en las regiones más promisorias, a fin de encontrar un mejor estimador del óptimo. Tanto los AGs como los AEDs han sido utilizados exitosamente para la solución de problemas de optimización que no pueden ser resueltos con métodos convencionales, tales como métodos basados en gradiente. Sin embargo, los AEDs tienen como ventajas sobre los AGs: que en general utilizan menos parámetros, lo que representa menor tiempo de puesta a punto del algoritmo y mayor robustez, ya que hay menos variables que impacten sobre el desempeño del mismo, además los AEDs pueden codificar de manera explícita las correlaciones entre las variables de decisión, lo que los hace más efectivos para problemas donde las variables están fuertemente correlacionadas (tales como los *deceptive problems* en la literatura de algoritmos evolutivos). Por último, recientemente se ha encontrado la manera de hacer un uso más eficiente de la información en los AEDs (población) a través del uso de la denominada: distribución empírica de la selección (Valdez et al., 2008), la cual utiliza toda la información de la población para sesgar la distribución de búsqueda. Ambos algoritmos: AGs como AEDs han sido utilizados de manera exitosa para la solución de problemas del mundo real, tales como el diseño automatizado de estructuras (Botello et al., 1999, Valdez et al., 2005) y de circuitos lógicos (Coello et al., 2000), entre otros.

5.2.3 Selección de un Método Adecuado de Optimización

Los métodos de gradiente continúan siendo los más usados. Estos métodos no son adecuados si se requiere encontrar un óptimo global para funciones que tienen muchos mínimos locales. En muchos casos, estos métodos se estancan en mínimos insignificantes alrededor de la solución inicial. Esta deficiencia se resuelve comúnmente repitiendo la selección de la solución inicial de un problema de optimización y tomando el mejor resultado para la solución. El carácter estocástico de este proceso se puede ver como la selección aleatoria de la solución inicial. Después el algoritmo procede sin ningún proceso aleatorio. Entonces los métodos de optimización evolutivos están pensados de aquellos métodos estocásticos en lugar de emplear una cierta estrategia para escoger los puntos iniciales. Las dos principales diferencias entre los algoritmos genéticos y los métodos basados en gradiente son:

- Los algoritmos genéticos no realizan cálculo del gradiente, lo cual puede ser difícil y consume tiempo de manera particular para sistemas grandes, y
- los algoritmos genéticos emplean soluciones generadas aleatoriamente y pueden converger más rápidamente al mínimo global.

5.2.4 Problemas para la Optimización de Sistemas Mecatrónicos

Se pueden distinguir cinco grandes problemas de optimización de sistemas mecatrónicos: optimización geométrica, optimización cinemática, optimización dinámica, optimización multi-diciplinaria y optimización topológica. A continuación se aborda cada una de manera general.

Optimización geométrica: la función objetivo y los parámetros de diseño tienen una naturaleza geométrica. Tales problemas tratan por ejemplo con la síntesis de mecanismos con el objetivo de hacer que el mecanismo siga una trayectoria prescrita o generar una función. Existen muchas publicaciones en la literatura sobre optimización geométrica, particularmente en la síntesis de mecanismos. Por ejemplo, la optimización geométrica de robots ha sido desarrollada para optimizar los límites del espacio de trabajo (Ceccarelli y C. Lanni, 2004). Existen varias clases de problemas para la síntesis de mecanismos: seguimiento de trayectorias o generación de función, por ejemplo.

Optimización cinemática: el proceso de optimización se desarrolla sobre los parámetros de diseño (como por ejemplo, dimensiones o rigidez) que se involucran en una simulación cinemática o algunas veces cineto-estática. Se puede desarrollar para el desempeño cinemático de robots o el comportamiento de una suspensión de un auto, por ejemplo. Aunque este problema de optimización involucra restricciones de ensamblado, estas restricciones no están estrechamente relacionadas a la función objetivo como en la optimización geométrica. Más aún, no se requiere la integración de las ecuaciones de movimiento como en la optimización dinámica. Además, no se modifica la topología y no se involucran otras disciplinas. Comúnmente las aplicaciones de este problema involucran el diseño óptimo de manipuladores paralelos espaciales, donde el objetivo es el acondicionamiento de la matriz Jacobiana, la cual como es conocido proporciona la relación entre la velocidad de la plataforma y las velocidades de las articulaciones actuadas. Este acondicionamiento puede ser expresado con respecto al determinante del Jacobiano, el valor más pequeño o el número acondicionado. Esto ha llevado a varios criterios cinemáticos que pueden ser optimizados: isotropía (Fattah y Ghasemi, 2002, Stocco et al., 2001, Stocco et al., 1998), destreza (Gallant-Boudreau y Boudreau, 2000, Lemay y Notash, 2004), manipulabilidad (Stock y K. Miller, 2003), índice de acondicionamiento (Su et al., 2001, Alici y Shirinzadeh, 2004), índice de movilidad local (Mermertas, 2004), factor de amplificación de error (Ryu y J. Cha, 2003), o propiedades de rigidez (Kim y Tsai, 2003, Sedlaczek y Eberhard, 2006).

Optimización dinámica: la función objetivo depende sobre un modelo del sistema multi-cuerpo cuyas ecuaciones de movimiento se integran para evaluar su desempeño. Un ejemplo típico es la optimización de los parámetros de rigidez y amortiguamiento del modelo simulado de un vehículo. La complejidad de la optimización dinámica consiste en el tiempo de integración de las ecuaciones de movimiento.

Optimización Multi-disciplinaria: Se involucran varios modelos físicos en el cálculo de la función objetivo. Por ejemplo, modelos mecatrónicos que involucran ecuaciones mecánicas, eléctricas y de control pueden ser optimizados; los parámetros de optimización pueden ser dimensiones, parámetros eléctricos o las ganancias de un controlador.

Con la optimización multi-criterio, la función objetivo es un vector. El problema de optimización multi-criterio puede escribirse en cómo encontrar el vector \mathbf{x} para minimizar $f(x)=[f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]$ tal que $g(x) \leq 0$ (5.2)

La optimización multi-criterio tiene que ver con problemas donde existen diferentes puntos de vista. En general hay dos enfoques para resolver problemas de optimización multi-criterio, (Spillers y MacBain, 2009):

- Construir un conjunto Pareto (Sen y Yang, 1998). Esto funciona para el caso cuando el asunto bajo discusión es subjetivo.

- Usando algoritmos evolutivos.

- Reducir el problema de optimización multi-criterio a un problema simple de optimización multi-criterio. Esta no es la manera más común de tratar con problemas de optimización multi-criterio. Muchos de los problemas de diseño en ingeniería tienen muchas facetas que pueden manejarse e incluirse en una función objetivo simple, implícitamente o explícitamente. Formalmente como se mencionó antes, es común formar una clase de sumas de pesos para una función objetivo, esto es

$$f(x) = \sum_{k=1}^{n_1} a_k f_k(x) \quad (5.3)$$

donde los valores a_k son los coeficientes de los pesos. Haciendo este procedimiento se puede volver al problema de optimización simple.

Optimización topológica: se optimizan algunas variables topológicas, pero no se especifica el campo. Probablemente es una de las técnicas más desafiantes en el área de la optimización. Los métodos se han extendido a un amplio rango de aplicaciones tales como diseño de mecanismos o de materiales.

Tomando en cuenta los comentarios anteriores, es claro que la complejidad de la optimización de sistemas multi-cuerpo se incrementa considerablemente cuando se involucran restricciones de lazo cerrado. Tales restricciones corresponden a ecuaciones altamente no lineales para resolver. Esto introduce la existencia de configuraciones

singulares y soluciones múltiples. Algunos autores han mencionado la existencia de soluciones óptimas múltiples locales en la optimización de sistemas multi-cuerpo (Minnaar et al., 2001, Stocco et al., 1998), pero no se ha presentado una discusión de cómo tratar con éstas. Además, dado que existen soluciones múltiples, el problema ahora consiste en encontrar el óptimo global.

Para resolver el problema de optimizar las propiedades seleccionadas de un sistema, las siguientes tareas deben de implementarse:

- una descripción matemática tiene que ser formulada,
- se tiene que analizar en un punto inicial,
- se tiene que especificar la forma deseada de la función objetivo,
- se seleccionan las variables de optimización,
- se tiene que especificar la forma deseada de las funciones de restricción,
- se selecciona el método de optimización,
- el problema matemático resultante de optimización se resuelve y,
- usando el modelo matemático, el resultado tiene que ser transformado de regreso al modelo dinámico (para problemas dinámicos solamente).

El área de diseño integrado y métodos de optimización para sistemas mecatrónicos es un campo relativamente inexplorado. Obviamente, existen muchos métodos publicados para problemas de diseño para dominios de la ingeniería específicos. Métodos que toman el problema de diseño totalmente son raros en la literatura y más aún con aplicación para robots paralelos. Solo algunos métodos de diseño integrado han sido aplicados para problemas de diseño de servo sistemas o para automóviles. En varios trabajos se ha demostrado que el diseño de una estructura y el diseño del controlador necesitan estar integrados con el fin de encontrar un sistema óptimo.

Fathy et al. 2001 identifican cuatro estrategias para la optimización integrada del sistema físico y el controlador: secuencial, iterativo, anidado y simultáneo Figura 5.1. Las dos primeras estrategias solo tienen el potencial de encontrar diseños que son óptimos

dentro de cada dominio, pero sub-óptimos en el nivel del sistema. En cambio, las otras dos estrategias desde la perspectiva del sistema pueden encontrar un diseño óptimo.

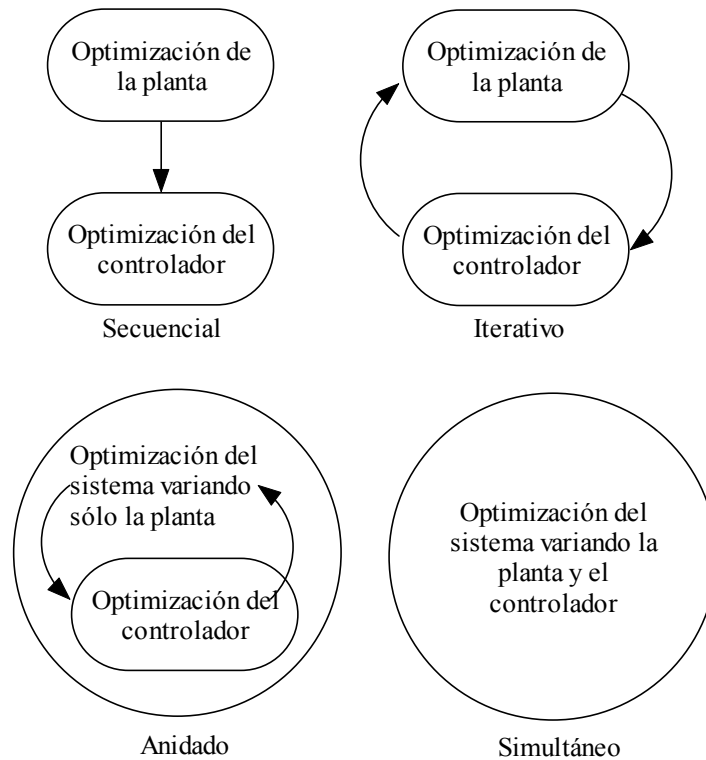


Figura 5.1 Estrategias para la optimización de la planta y controlador.

5.3 Consideraciones para el Diseño Mecatrónico del Manipulador Paralelo de Cassino

En las cuatro estrategias para la optimización de la planta y controlador que se describieron en la Sección anterior, la parte mecánica es de primordial interés para estudiar el sistema mecatrónico en su totalidad. Si se considera la necesidad de encontrar un diseño óptimo que involucre la parte mecánica y el controlador, se deberían considerar las estrategias de optimización en modo anidado o simultáneo. Para cualquier estrategia la parte mecánica involucra las características más importantes del sistema, de esta manera el modelado de la planta definirá la respuesta preponderante del diseño mecatrónico para un manipulador paralelo.

Por otra parte, el modelado puede ser llevado a cabo en dos maneras: Aplicar una herramienta para construir modelos en todas las disciplinas, pero con restricciones. La otra manera es usar herramientas poderosas en cada disciplina y así analizar el sistema entero. En este caso se debe considerar algunas consideraciones del método de solución tal como tamaño del paso de la comunicación o el comportamiento de retroalimentación directa.

En este trabajo se ha considerado la estrategia de co-simulación ADAMS-Simulink para el diseño integrado planta-controlador, se analizan las principales consideraciones que se deberían tomar en cuenta para aplicar esta técnica al manipulador paralelo de Cassino. Se puede realizar una co-simulación de manipuladores paralelos debido a las poderosas herramientas que son ADAMS y Simulink, cada una especializada en su propia disciplina. ADAMS es una herramienta excelente para la parte mecánica y Simulink es una herramienta adecuada para el desarrollo de controladores. La interacción entre estas dos herramientas se puede lograr por medio de la interface ADAMS/Controls la cual es un módulo de ADAMS que permite evaluar esquemas de control en prototipos virtuales (ADAMS reference manual 2005). Las ventajas de ADAMS son:

- Modelado físico rápido de cuerpos rígidos y flexibles
- Características de parametrización extensas
- Animación de resultados de simulación
- Solución de cinemática inversa por medio de “*general point motion*”
- Exportar modelos lineales

En la Figura 5.2 se presenta un esquema para la estrategia de Co-Simulación planteada. Se pueden identificar de manera general dos etapas, la primera involucra la implementación del modelado utilizando la aplicación de ADAMS-Controls y la segunda la implementación del controlador utilizando Simulink. Más adelante en esta Sección se abordaran consideraciones más específicas para estas dos etapas.

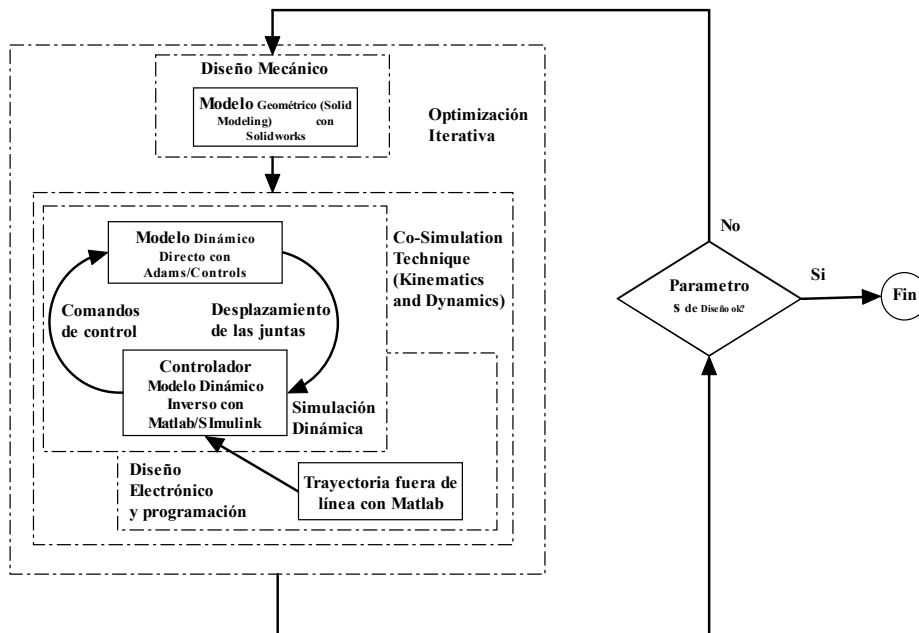


Figura 5.2. Propuesta de Diseño Integrado a través del Modelado de CaPaMan 2bis.

En un prototipo virtual usando ADAMS, una gran ventaja es el cálculo automático de la cinemática inversa y directa. Comúnmente para los manipuladores paralelos este último cálculo no puede ser resuelto de manera analítica. Además, resultados para la cinemática pueden ser comparados con otros muy fácilmente cuando se define la trayectoria del órgano terminal. Para estudiar las características cinemáticas y dinámicas de los manipuladores paralelos esta técnica no ha sido usada muy explotada aún, se puede encontrar referencia a esta técnica en (Callegari et al., 2006), para el modelado de un robot 3-RCC traslacional.

Antes de abordar las consideraciones sobre la estrategia de co-simulación resulta primordial contestar la siguiente pregunta ¿Es adecuado el modelado de CaPaMan 2bis desarrollado y presentado en la Sección 4.5.2? Para responder esta pregunta se realizó la comparación de la simulación numérica utilizando el modelado construido con resultados experimentales con el ánimo de caracterizar la operación y desempeño del prototipo, ésta se desarrolla en la siguiente Sección y se presenta además el análisis de los resultados.

5.3.1 Análisis Cinemático y Evaluación del Modelado de CaPaMan 2bis

Para analizar el comportamiento y desempeño de un sistema mecatrónico utilizando el diseño integrado se puede considerar la parte mecánica como la etapa más significativa del sistema. De esta manera el modelado de la estructura mecánica forma parte importante para el diseño integrado del sistema mecatrónico. En esta Sección se presentan los resultados de la validación del modelado de CaPaMan 2bis descrito en el Capítulo anterior. Los resultados de la simulación numérica utilizando el modelado se han comparado con resultados experimentales. Debido a que nos es posible plantear hasta ahora una formulación analítica para la cinemática de CaPaMan 2bis que se pueda resolver en forma cerrada se ha hecho uso de un instrumento de medición, para medir la posición y orientación del órgano terminal. Se analizan y evalúan numéricamente y experimentalmente características cinemáticas del modelado y una configuración experimental respectivamente. También se presentan algunos resultados referentes a algunas características dinámicas del modelado.

5.3.1.1 Un Procedimiento para la Evaluación Numérica y Experimental

Para esta Sección se analizará la cinemática de CaPaMan 2bis. Como se muestra en la Figura 5.2, si uno se refiere a una pierna simple las coordenadas del centro de la k -ésima articulación se puede escribir como

$$\begin{aligned}x_k &= h_k \cos \beta_k \\y_k &= b_k \cos \alpha_k \\z_k &= b_k \sin \alpha_k + h_k \sin \beta_k\end{aligned}\tag{5.4}$$

La posición y la orientación de la plataforma se pueden obtener en forma cerrada a través de las expresiones (Ceccarelli, 1997)

$$\begin{aligned}x &= \frac{y_3 - y_2}{\sqrt{3}} - \frac{r_p}{2}(1 - \sin \varphi) \cos(\psi - \theta) \\y &= y_1 - r_p (\sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta) \\z &= \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}\end{aligned}$$

$$\theta = \sin^{-1} \left[2 \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3r_p (1 + \sin\phi)} \right] - \psi \quad (5.5)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\sqrt{3} \frac{z_3 - z_2}{2z_1 - z_2 - z_3} \right)$$

$$\phi = \cos^{-1} \left(\pm \frac{2}{3r_p} \sqrt{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_1 z_2 - z_2 z_3 - z_1 z_3} \right)$$

con $(z \geq z_1 \Rightarrow "+"; z < z_1 \Rightarrow "-")$

donde las coordenadas y_k y z_k están dadas por las ecuaciones 5.1. Sin embargo, las coordenadas y_k y z_k no pueden ser calculadas directamente debido a las articulaciones pasivas rotacionales β_k . La solución del problema de cinemática directa para CaPaMan 2bis puede ser muy complejo y la solución en forma cerrada de las ecuaciones algebraicas 5.2 no pueden ser usadas como en CaPaMan (Aguirre et al., 2003). Así, la posición y la orientación del órgano terminal de CaPaMan 2bis se puede lograr por medio de sistemas externos de medición o de simulaciones. El sistema de medición Milli-CaTraSys con una arquitectura basada en cables, que se ha explicado y estudiado en la Sección 2.3, puede ser usado para medir experimentalmente la posición y la orientación de sistemas robóticos. La Figura 5.3 muestra la configuración experimental del sistema Milli-CaTraSys para la medición del movimiento de CaPaMan 2bis. Los seis cables de Milli-CaTraSys han sido fijados sobre el órgano terminal de diseño específico que se instala sobre la plataforma móvil *MP* de CaPaMan 2bis. Estos puntos de fijación han sido acomodados en forma triangular sobre el órgano terminal.

En general, el sistema experimental consiste de dos partes: CaPaMan 2bis y el sistema de medición Milli-CaTraSys. En la Figura 5.4 se muestra un esquema de la configuración experimental para la medición de la posición y la orientación de CaPaMan 2bis en el LARM, y que incluye la computadora que se usa para adquirir y procesar las señales que entregan los seis transductores así como la computadora que maneja y controla los movimientos de los tres servomotores de CaPaMan 2bis. El sistema del prototipo CaPaMan 2 bis consiste de una estructura mecánica como se muestra en la Figura 5.3, a cuyas cadenas cinemáticas se les transmite el movimiento por medio de servomotores

Maxon RE25 de corriente directa, una unidad de control con los amplificadores de los servomotores, y una tarjeta de adquisición de datos de NI. Un programa ha sido desarrollado en el entorno LABView para dar las instrucciones de control y manejar la adquisición de datos.

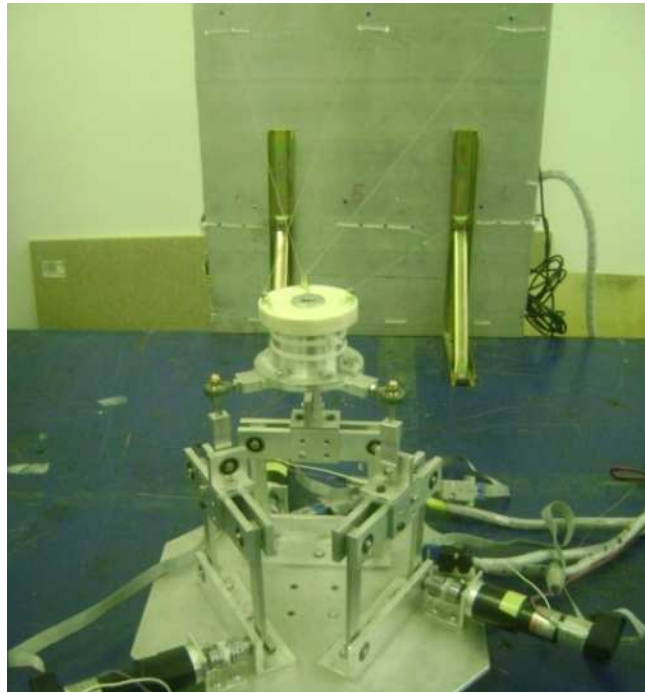


Figura 5.3 Configuración experimental usando en sistema de medición Milli-CaTraSys.

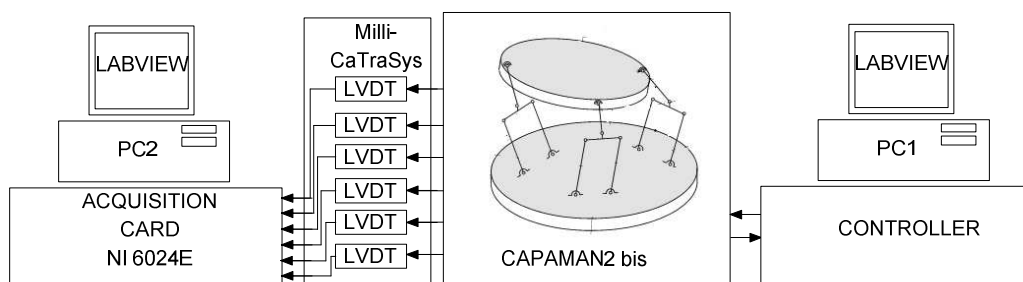


Figura 5.4 Un esquema de las partes que integran la configuración experimental para los experimentos de CaPaMan 2bis y Milli-CaTraSys en LARM.

Con la medición de la longitud de los seis cables de Milli-CaTraSys y usando la técnica de trilateración, la posición y la orientación del órgano terminal de Milli-CaTraSys se puede determinar en el espacio Cartesiano con la formulación que se presentó en la

Sección 3.1.2.1. De igual manera, se requieren procedimientos de calibración para Milli-CaTraSys y CaPaMan 2bis para tener precisión en el control y medición. El procedimiento de calibración para Milli-CaTraSys se ejecuta tal y como el que se presentó en la Sección 3.1.3. Cabe mencionar, que para estos experimentos se ha implementado la formulación de la cinemática directa de Milli-CaTraSys utilizando el enfoque de Thomas et al. (2005). Este enfoque permite la solución de la cinemática directa de sistemas de medición con arquitectura 3-2-1 aplicando la técnica de trilateración con determinantes Cayley-Merger. Se han encontrado algunas ventajas respecto a la formulación que se presentó en las Ecuaciones 3.2-3.10. En aquel enfoque no se necesita resolver el sistema de ecuaciones resultante en función de los tamaños de los cables en forma simbólica y además proporciona información respecto a si el sistema se encuentra cerca o en alguna singularidad. La implementación de este enfoque se muestra en el Apendice C, y representa una contribución de este trabajo pues no se habían comparado anteriormente los dos enfoques para el sistema Milli-CaTraSys.

Durante la calibración, el prototipo de CaPaMan 2bis se instaló sobre la plataforma fija con la base *FP* ortogonal con la plataforma de Milli-CaTraSys tal como se muestra en la Figura 5.3.

Adicionalmente a las pruebas experimentales, se lleva a cabo la simulación numérica de CaPaMan 2bis y Milli-CaTraSys. Para esto, se construyó un modelo 3D de este conjunto en el entorno de simulación dinámica de ADAMS. Este programa es una poderosa herramienta que ha sido usada satisfactoriamente para simular el comportamiento dinámico de vehículos y algunas veces ha sido usado para el diseño de estructuras cinemáticas paralelas. Con el uso de este software, el desempeño cinemático y dinámico de CaPaMan 2bis puede ser investigado a través de un modelado adecuado, como se muestra en la Figura 5.5. Los parámetros de diseño del modelo de CaPaMan 2bis son aquellos del prototipo construido, los cuales están listados en el Cuadro 5.1. Milli-CaTraSys ha sido modelado por medio de un conjunto de seis fuerzas entre los puntos fijos sobre la base de Milli-CaTraSys y los puntos de unión sobre la plataforma *MP* de CaPaMan 2bis. Como se muestra en la Figura 5.5 (b), el torque total aplicado sobre el órgano terminal de CaPaMan 2bis por el efecto de esas fuerzas se modela por medio de una medición adecuada del torque en el centro de la plataforma *MP* de CaPaMan 2bis.

Después de que el modelo de CaPaMan 2bis se define apropiadamente en el entorno de ADAMS, diferentes movimientos de entrada se pueden prescribir para los tres ángulos de entrada α_k con ($k=1, 2, 3$) para simular diferentes movimientos de entrada de la plataforma. Particularmente, los mismos movimientos de entrada se usan durante las pruebas experimentales. El Cuadro 5.3 muestra los movimientos prescritos que han sido usados para los ángulos de entrada α_k durante la simulación.

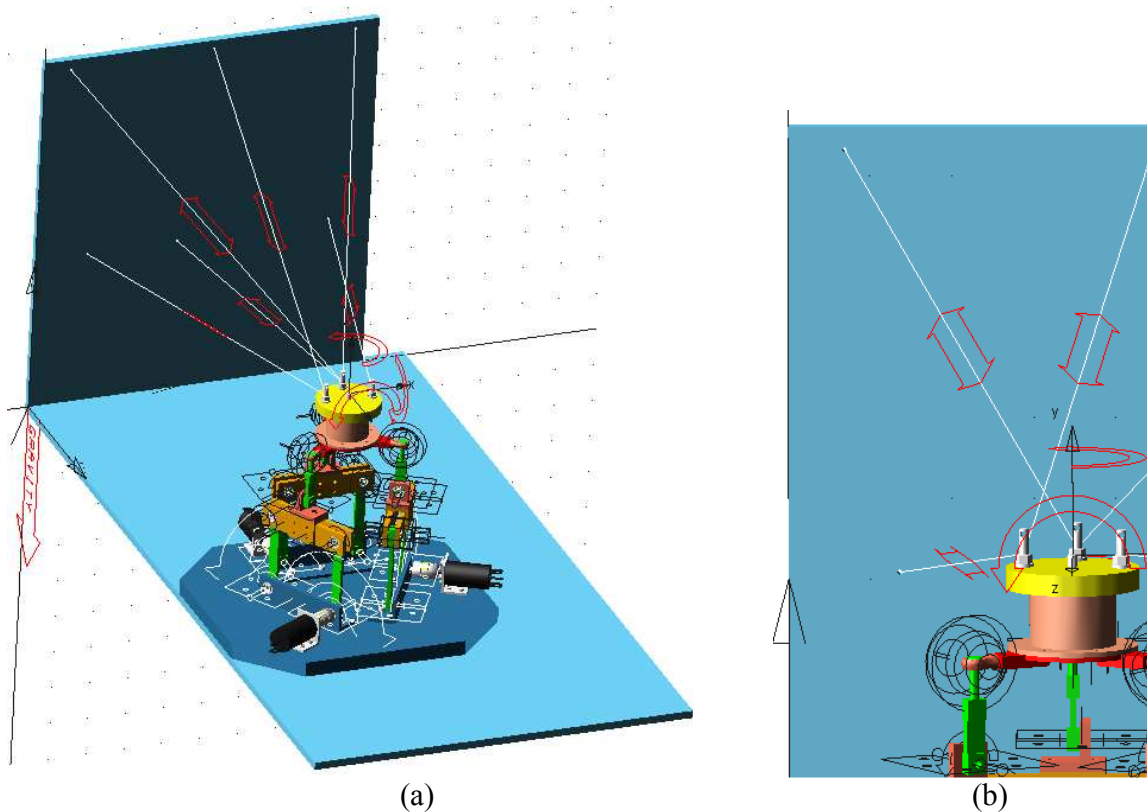


Figura 5.5. Modelado 3D de CaPaMan2 bis y Milli-CaTraSys construido en entorno de ADAMS; (a) Vista general del modelo completo; (b) Vista ampliada con el modelado de los cables para Milli-CaTraSys.

Como se muestra en el Cuadro 5.1, tres diferentes movimientos de entrada han sido prescritos para la simulación. Para cada caso de estudio están dados los valores iniciales y finales de las variables de entrada α_k (con $k=1, 2, 3$) así como el tiempo t_k . Dado que los tres motores Maxon de DC en el prototipo de CaPaMan 2bis entregan una posición y velocidad en lazo cerrado para el algoritmo de control con un elevado desempeño, entonces, una función cubica ha sido usada para producir los ángulos de referencia de entrada para cada ciclo como en (Carbone y Ceccarelli, 2005)

$$\alpha_k = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 \quad (5.6)$$

donde cuatro valores constantes desconocidos c_i ($i=0, 2, 3$) en la ecuación (5.6) se pueden determinar resolviendo el sistema de ecuaciones, las cuales están dadas por los valores de posición y velocidad en los puntos iniciales y finales. En cada caso de simulación, la posición y orientación de la plataforma *MP* se puede calcular en el entorno de simulación seleccionando marcos de referencia y marcadores apropiados. De hecho, funciones de ADAMS han sido construidas para medir correctamente la posición y orientación de la plataforma *MP* en las simulaciones. Adicionalmente, el torque para cada motor también se puede determinar para caracterizar la viabilidad del movimiento prescrito para el prototipo de CaPaMan 2bis.

5.3.1.2 Análisis de los Resultados de la Evaluación Numérica y Experimental

En esta Sección, para cada caso de estudio del Cuadro 5.1, la posición del centro *C* del órgano terminal y los ángulos de orientación de la plataforma *MP* han sido reportados tanto para los resultados de experimentación y cálculos de simulación. En las Figuras 5.7-5.9 se reportan los resultados para el primer caso del Cuadro 5.2. El mismo movimiento ha sido prescrito para las tres cadenas de CaPaMan 2bis. El movimiento de simulación empieza en el punto a_e va hacia b_e y finaliza en c_e . Para un ciclo de movimiento que se describe en la Figura 5.7(a), las diferencias entre las curvas a_e - b_e y b_e - c_e podrían ser debidas a reacciones en las articulaciones y movimientos en el prototipo del mecanismo. Como se muestra en la Figura 5.7 (b), (c) y (d) el desplazamiento es de 2 mm en el eje *X*, 1 mm en el eje *Y* y 5.5 mm en el eje *Z*, respectivamente. En la Figura 5.8(a) se muestran los tres ángulos de orientación φ , θ y ψ en el espacio tridimensional. En las Figuras 5.8(b), (c) and (d) se muestran los ángulos de orientación con respecto al tiempo. La diferencia en la posición es de 2 mm como se muestra en la Figura 5.9(a). Las diferencias podrían ser debido a varias razones tales como errores en el modelado en ADAMS y en los cálculos, errores de calibración en la configuración experimental y errores en el algoritmo de control del sistema CaPaMan2 bis.

Cuadro 5.1 Parámetros para movimientos de entrada diferentes en las simulaciones.

Movimiento:	Condiciones								
	α_{1i} [°]	α_{1f} [°]	t_1 [s]	α_{2i} [°]	α_{2f} [°]	t_2 [s]	α_{3i} [°]	α_{3f} [°]	t_3 [s]
Tres piernas	78	102	4	78	102	4	78	102	4
Dos piernas	80	95	4	100	85	4	90	90	4
Una pierna	78	108	4	90	90	4	90	90	4

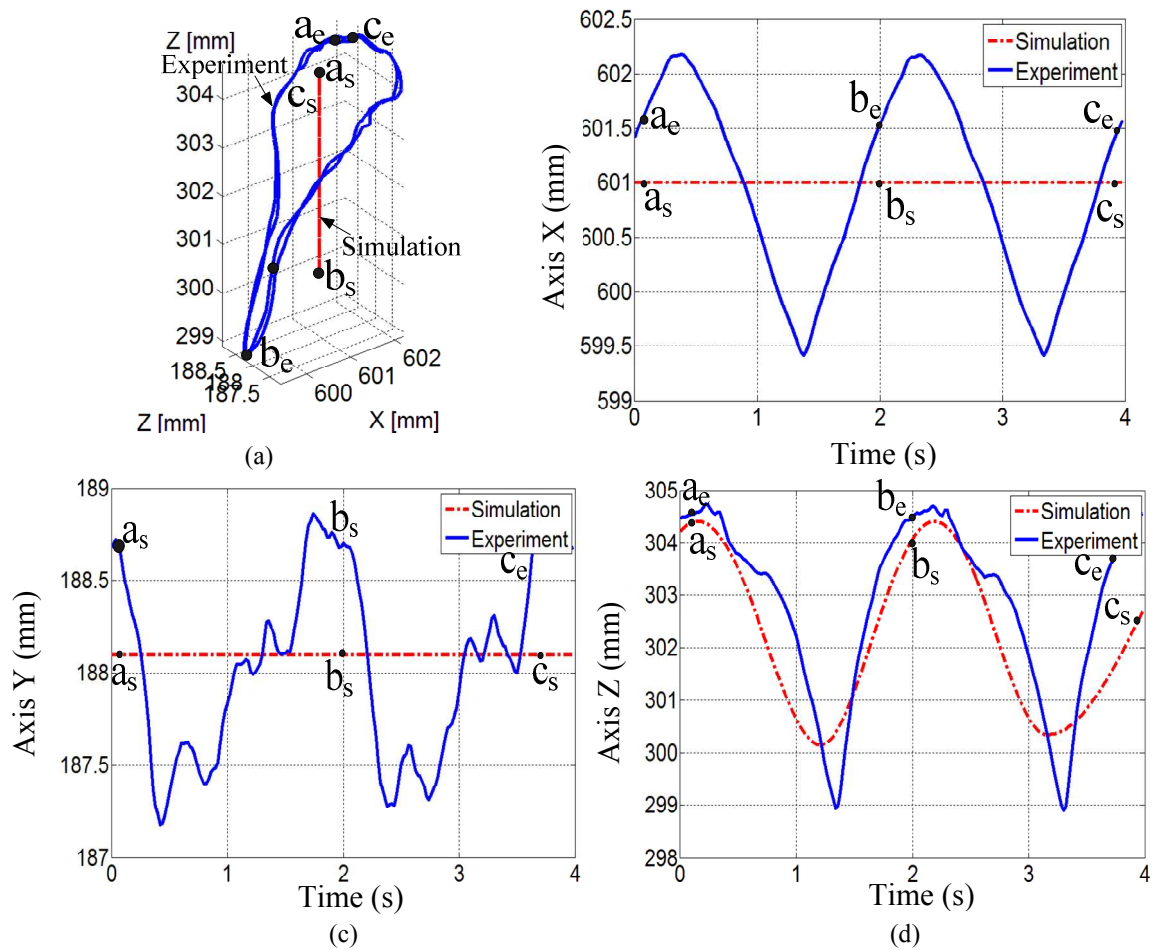


Figura 5.7. Posición de la plataforma *MP* para el movimiento de las tres cadenas: (a) Posición del punto *H* en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje *X*; (c) Posición en el eje *Y*; (d) Posición en el eje *Z*.

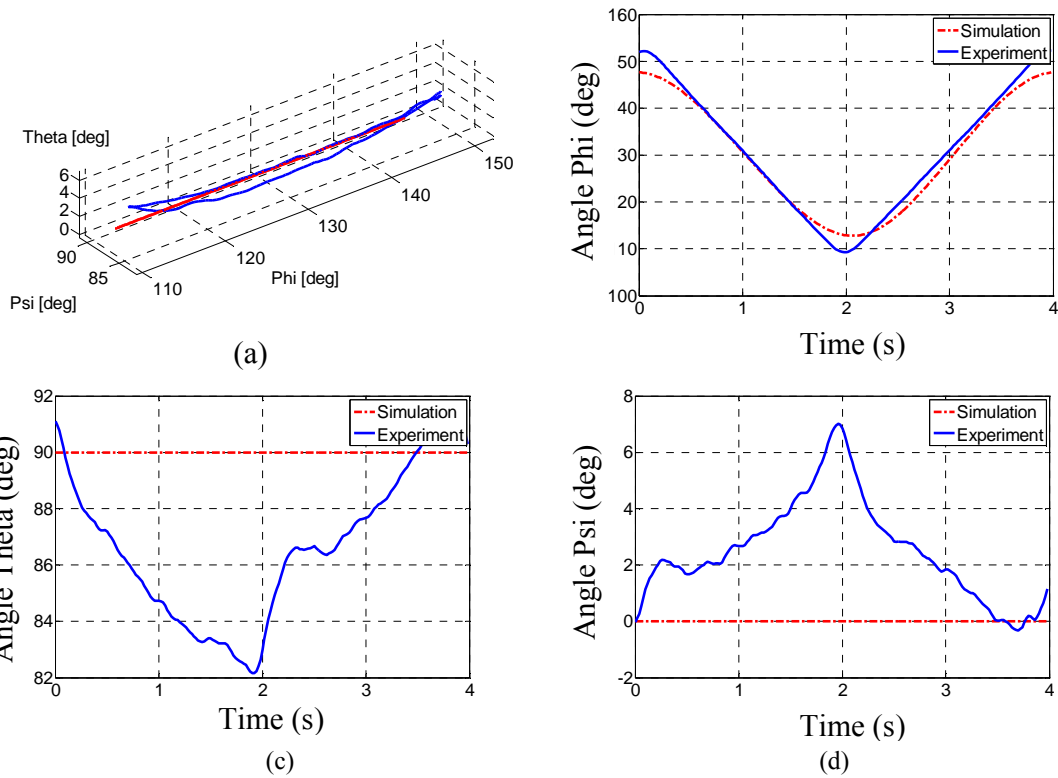


Figura 5.8. Orientación de la plataforma *MP* para el movimiento de tres cadenas: (a) Vista en espacio 3D; (b) Ángulo φ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ .

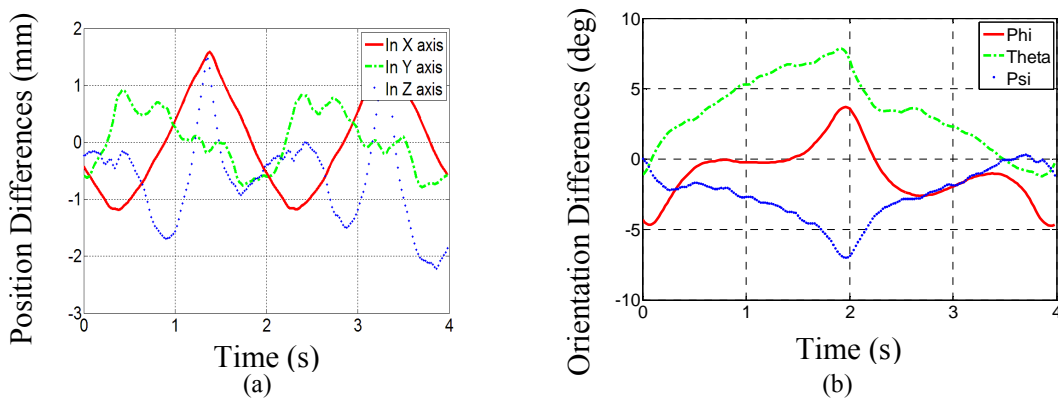


Figura 5.9. Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación numérica para movimiento de tres cadenas: (a) Diferencias en la posición; (b) Diferencias de los ángulos de orientación.

Para cuatro ciclos de movimiento, las Figuras 5.10 (a) y (b) muestran la repetitividad de la posición y la orientación para los experimentos con tres cadenas cinemáticas de CaPaMan 2bis. El movimiento de las tres cadenas de CaPaMan 2bis desde -

12 a 12 grados entrega una salida máxima para el punto *C* sobre la plataforma móvil de casi 5.5 mm en la dirección del eje *Z* con una rotación máxima ϕ sobre el eje *Z* de 42 grados como se muestra en la Figuras 5.7 (d) y 5.8 (b), respectivamente. El Cuadro 5.4 resume los rangos máximos para los movimientos prescritos de CaPaMan 2bis que se describen en el Cuadro 5.2. Para el movimiento de tres cadenas, el prototipo desarrolla casi un movimiento de traslación a lo largo del eje *Z* con un ángulo de rotación ϕ . Entonces, puede observarse que el prototipo muestra una buena habilidad para realizar operaciones precisas para movimientos prescritos. De los resultados de arriba se puede observar que una operación más precisa se puede lograr mejorando las etapas de calibración y la configuración experimental.

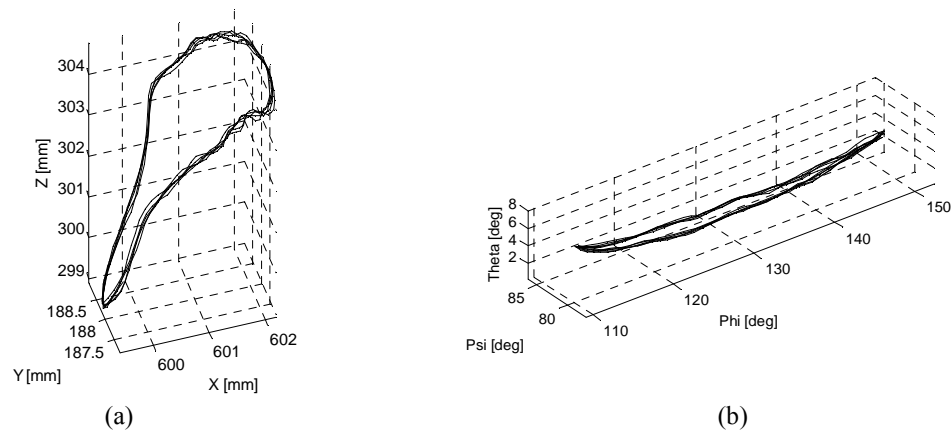


Figura 5.10. Movimiento medido de cuatro ciclos para tres cadenas de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto *H* en el espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma *MP* en el espacio tridimensional.

Cuadro 5.2 Alcances máximos y mínimos medidos para los movimientos de CaPaMan 2bis.

	X_H [mm]		Y_H [mm]		Z_H [mm]		ϕ [deg]		θ [deg]		ψ [deg]	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
Tres piernas	599.5	602.25	187.25	188.75	299.0	304.5	110.0	152.0	82.0	91.0	0.0	7.0
Dos piernas	580.0	610.0	175.80	179.50	297.6	304.3	128.5	132.4	89.0	92.7	-3.0	5.0
Una pierna	581.0	517.0	171.0	187.0	297.5	304.0	118.0	137.5	88.2	93.3	-4.2	3.0

En las Figuras 5.11-5.13 se reportan los resultados para el segundo caso del Cuadro 5.2. Como se muestra en la Figura 5.11 para los resultados experimentales, el desplazamiento es de 30 mm a lo largo del eje X , 3.6 mm en el eje Y y 6.5 mm en el eje Z . La diferencia máxima en la posición es de 6 mm como se muestra en la Figura 5.13(a). Los tres ángulos se despliegan en la Figura 5.12. Los ángulos de orientación φ , θ y ψ están cerca a 130, 90 y 0 grados, respectivamente. La diferencia en los resultados de orientación es de 4.8 grados como se muestra en la Figura 5.13(b).

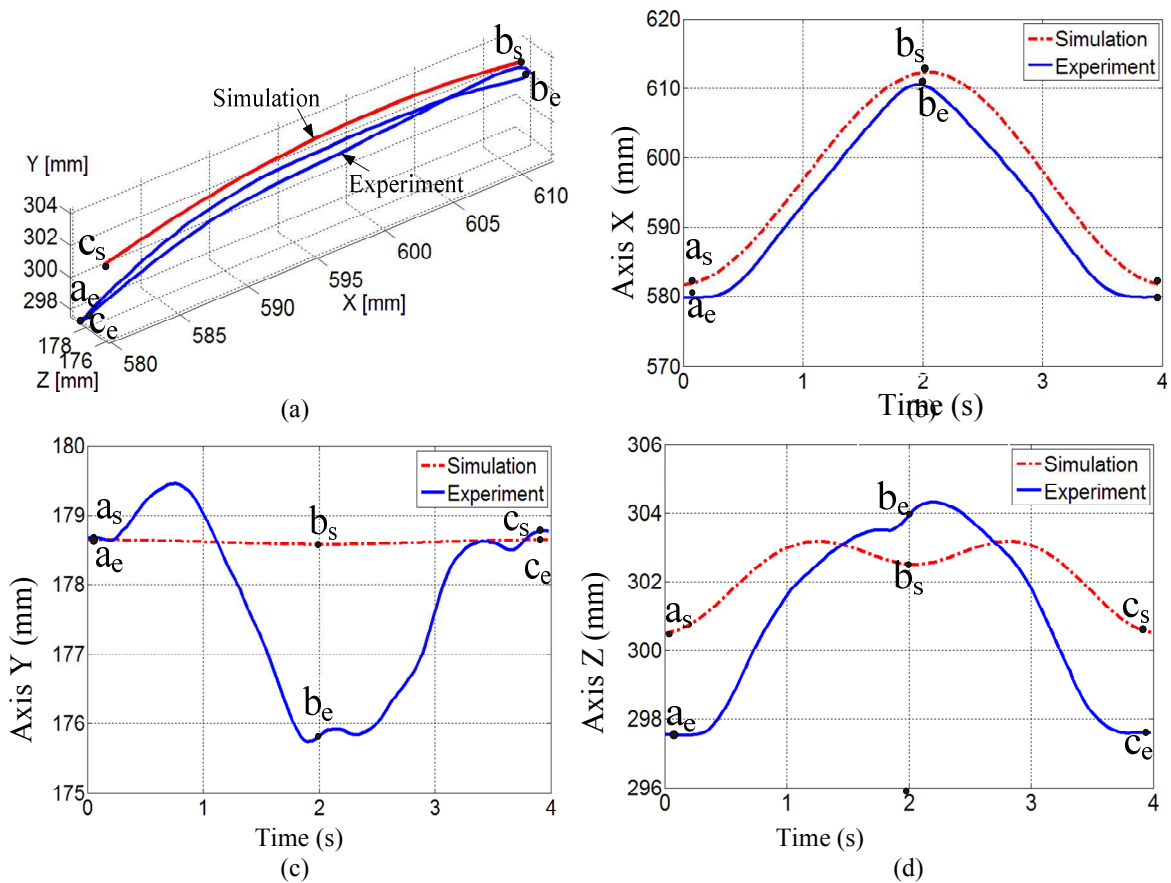


Figura 5.11. Posición de la plataforma MP para movimiento de dos cadenas: (a) Posición del punto H en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje X ; (c) Posición en el eje Y ; (d) Posición en el eje Z .

Para cuatro ciclos de movimiento, las Figuras 5.14(a) y (b) muestran la repetitividad de la posición y la orientación para experimentos con dos cadenas de CaPaMan 2bis. Luego

entonces como se observa, se obtiene un movimiento de casi translación a lo largo del eje X con movimiento de dos cadenas.

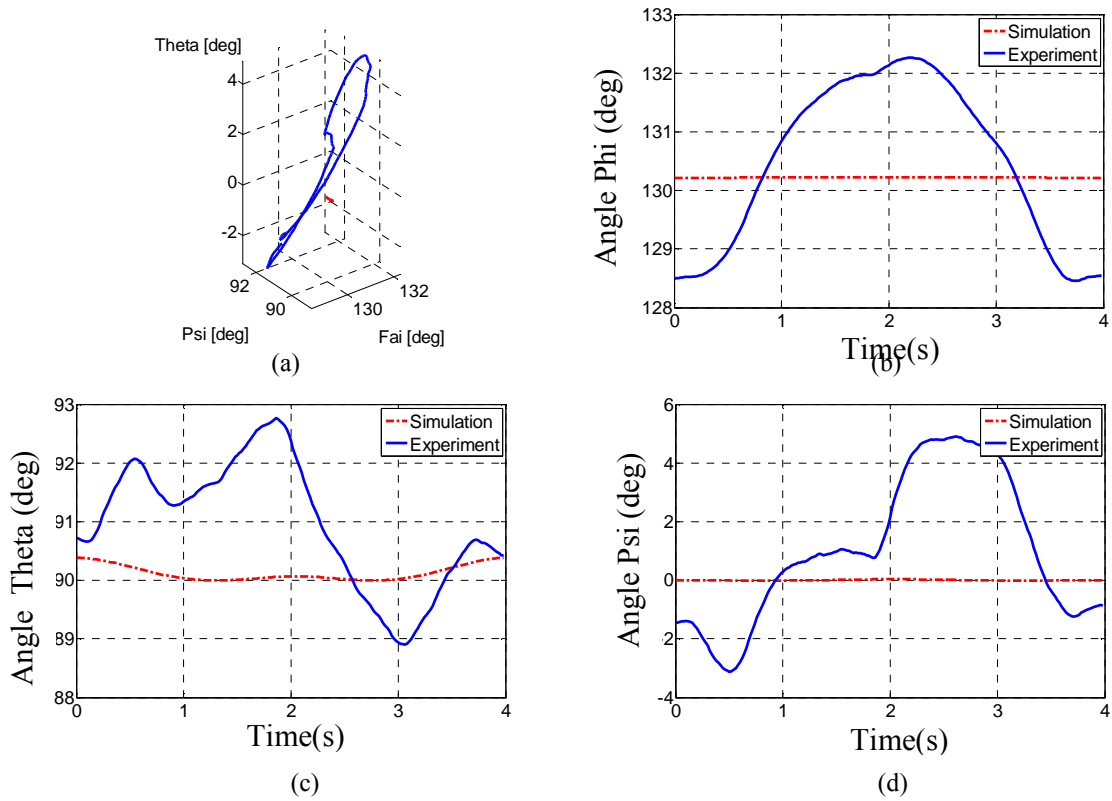


Figura 5.12. Orientación de la plataforma MP para movimiento de dos cadenas: (a) Vista en el espacio tridimensional; (b) Ángulo ϕ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ .

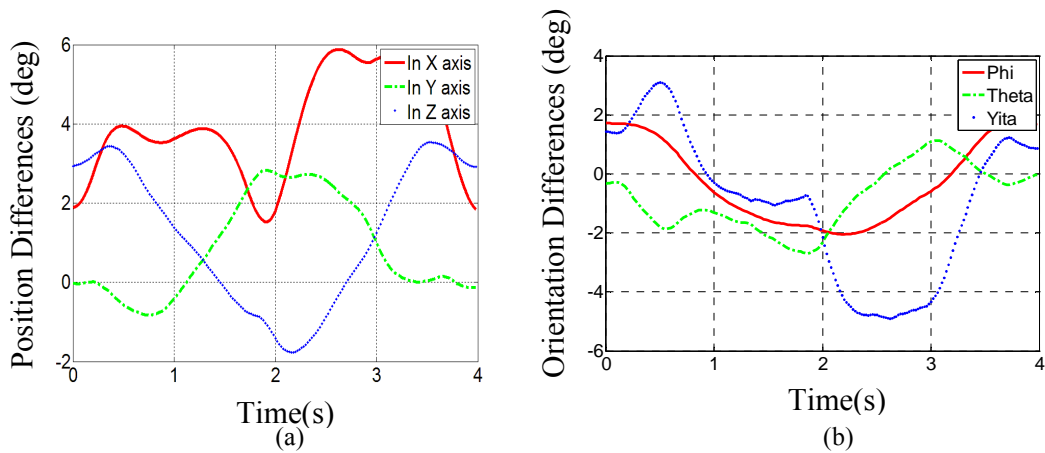


Figura 5.13. Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación para el movimiento de dos cadenas: (a) Diferencias de posición; (b) Diferencias entre los ángulos de orientación.

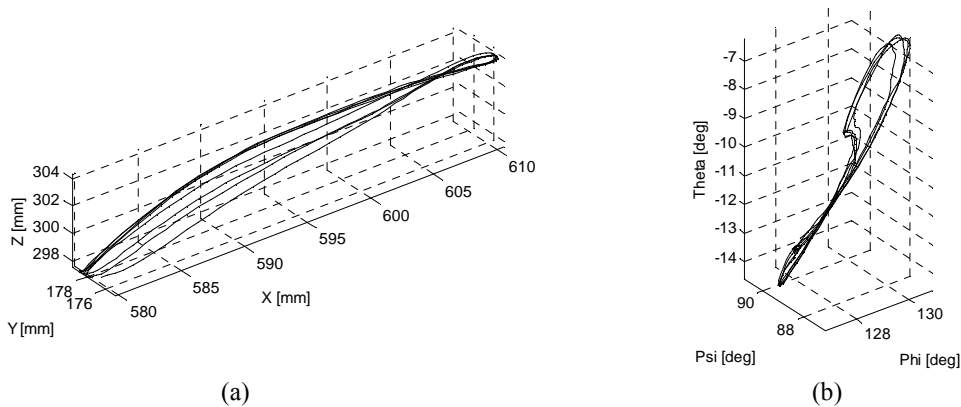
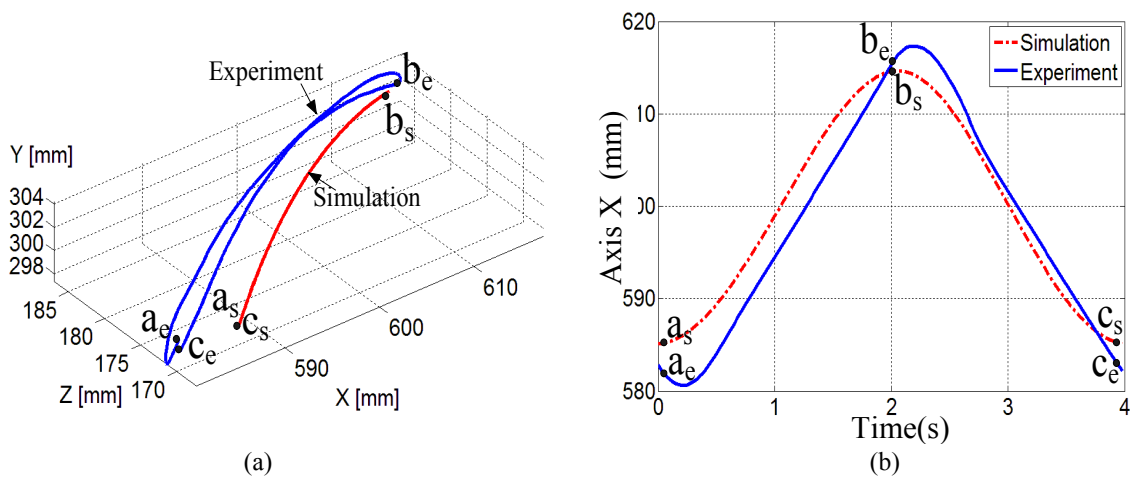
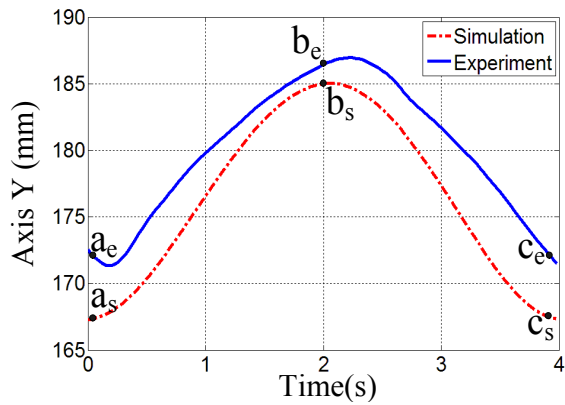


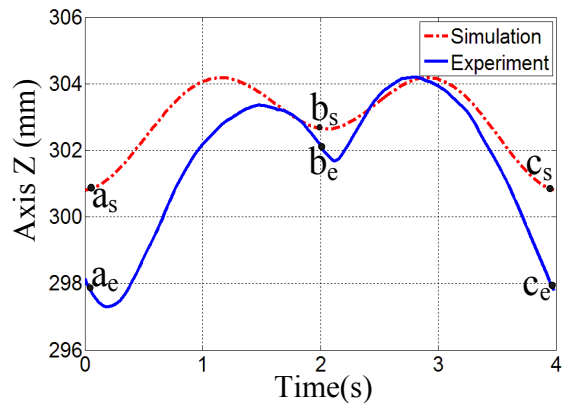
Figura 5.14. Movimiento medido de cuatro ciclos de movimiento para dos cadenas de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto H en espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma MP en el espacio tridimensional.

En las Figuras 5.15-5.17 se reportan los resultados para el tercer caso del Cuadro 5.2. Como se muestra en la Figura 5.15(a) las trayectorias medidas y calculadas del órgano terminal se muestran en el espacio Cartesiano. Las trayectorias correspondientes en los ejes X , Y y Z se muestran en las Figuras 5.15(a), (c) y (d). La Figura 5.16 muestra los ángulos de orientación. La diferencia máxima en la posición entre los resultados experimentales y calculados es de ± 6 mm como se muestra en la Figura 5.17(a). Para cuatro ciclos de movimiento, las Figuras 5.18(a) y (b) muestran la repetitividad de la posición y la orientación para los experimentos con una cadena de CaPaMan 2bis.



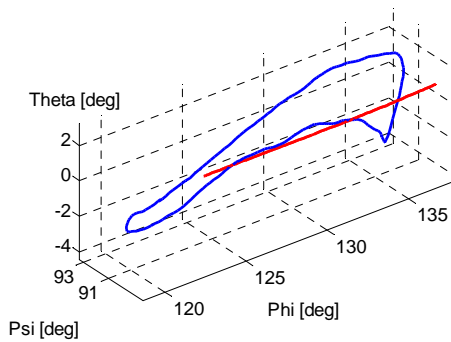


(c)

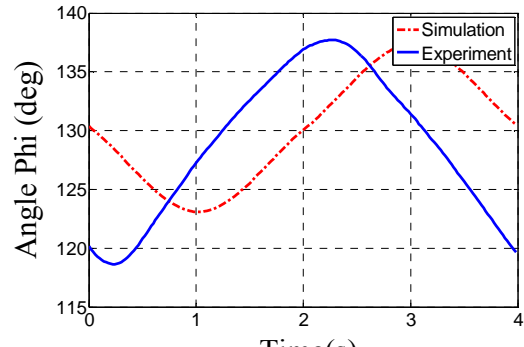


(d)

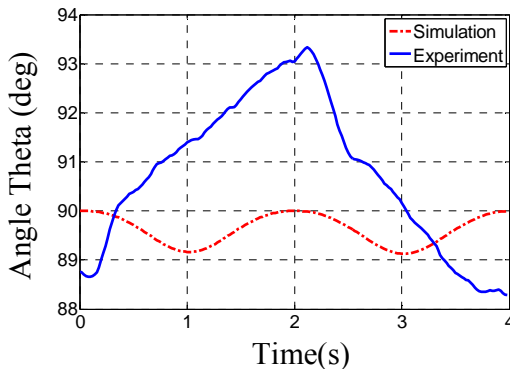
Figura 5.15. Posición de la plataforma *MP* para el movimiento de una cadena: (a) Posición del punto H en el espacio Cartesiano; (b) Posición en el eje X; (c) Posición en el eje Y; (d) Posición en el eje Z.



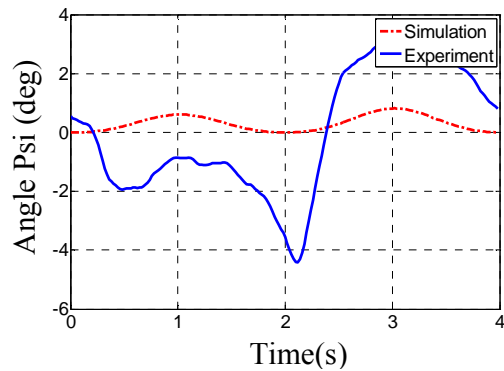
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.16. Orientación de la plataforma *MP* para el movimiento de una cadena: (a) Vista en el espacio tridimensional; (b) Ángulo φ ; (c) Ángulo θ ; (d) Ángulo ψ .

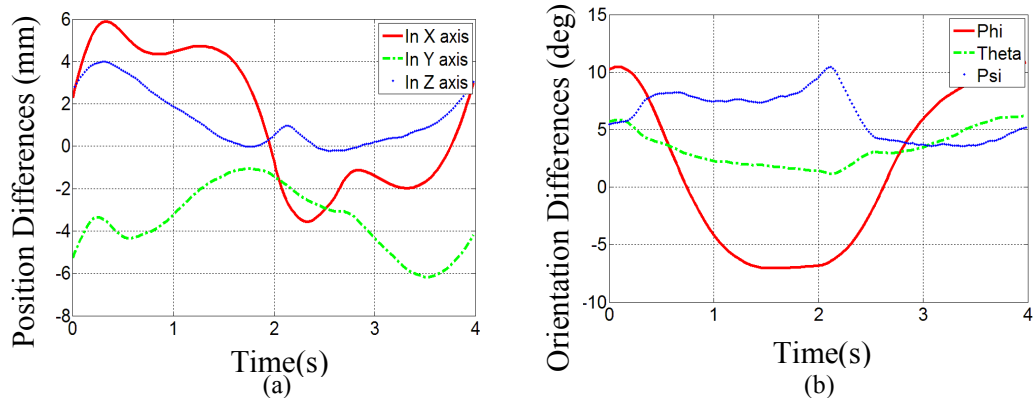


Figura 5.17. Diferencias entre los resultados experimentales y de simulación para el movimiento de una cadena: (a) Diferencias en la posición; (b) Diferencia en los ángulos de orientación.

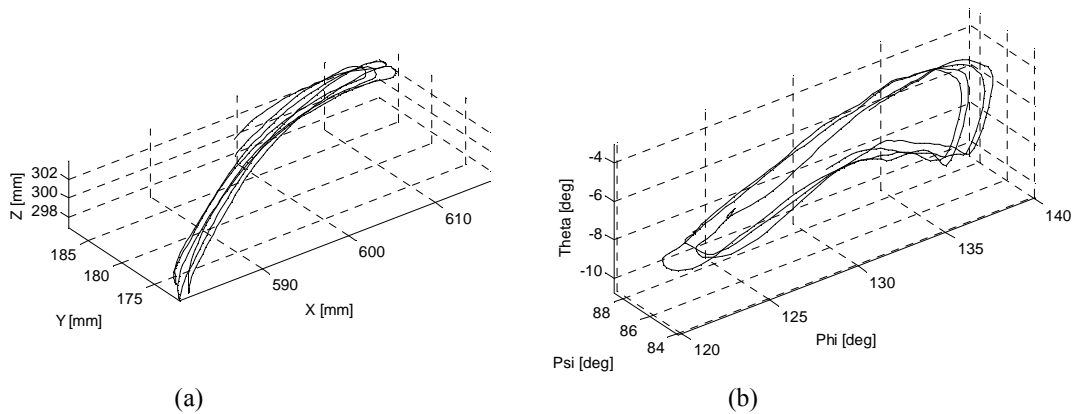


Figura 5.18. Movimiento medido de cuatro ciclos para una cadena de CaPaMan 2bis: (a) Posición del punto *H* en el espacio Cartesiano; (b) Orientación de la plataforma *MP* en el espacio tridimensional.

5.3.2 Análisis Dinámico por medio de Simulaciones Numéricas del Modelado de CaPaMan 2bis

Es conocido que se pueden establecer las ecuaciones dinámicas de un sistema para conocer sus propiedades que resultan debido a un movimiento. Sin embargo, para los mecanismos paralelos este proceso puede resultar complejo y además su solución requiere de considerable tiempo y capacidad computacional. Por lo tanto, la utilización de software comercial capaz de realizar simulaciones numéricas de la parte dinámica puede ser una solución adecuada y práctica para estudiar estos sistemas. Como se mencionó anteriormente ADAMS es una poderosa herramienta para analizar características dinámicas de sistemas mecánicos. Al igual que esta herramienta existen otras, ANSYS por ejemplo, que han sido

utilizadas para proponer y evaluar diseños de robots paralelos de tres grados de libertad; tal como el 3-CPU en (Callegari y Palpacelli, 2008).

5.3.2.1 Análisis de los Resultados de Simulación Numérica

Como se mencionó antes, en este Capítulo se presenta la simulación numérica del modelado de CaPaMan2bis como un primer acercamiento para estudiar las características cinemáticas y dinámicas del prototipo construido en LARM. El análisis de la simulación de las diferentes variables que involucra el modelado de este manipulador paralelo es necesario para establecer estrategias de control adecuadas. Se han simulado dos trayectorias que se definen por un conjunto de variables de entrada. Para la primera trayectoria se produce movimiento sobre las tres cadenas cinemáticas del manipulador. Para la segunda trayectoria se produce movimiento con únicamente una cadena cinemática, y las otras dos se mantienen en posición vertical. El tiempo de simulación que se ha seleccionado es de 100 milisegundos, con el fin de observar la respuesta a una velocidad elevada. Sobre el centro de masa del órgano terminal del manipulador se ha simulado una carga de 5 N. En el Cuadro 5.3 se muestran la posición inicial y final de este conjunto de variables para cada una de las cadenas cinemáticas que definen las dos trayectorias. Los valores de entrada empleados en las simulaciones han sido seleccionados de acuerdo a los parámetros de diseño que se mostraron en el Cuadro 5.1, y que corresponden a los valores límite para cada una de las variables de entrada.

Cuadro 5.3 Valores de entrada para las simulaciones de las trayectorias.

Trayectoria	Cadena 1		Cadena 2		Cadena 3	
	α_{1i}	α_{1f}	α_{2i}	α_{2f}	α_{3i}	α_{3f}
1	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$
2	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$

Para la primera trayectoria, en las Figuras 5.22-5.23 se muestran los resultados de simulación numérica de CaPaMan2bis para la trayectoria donde el punto inicial es 60 grados para cada una de las variables de entrada. Así esta trayectoria se define por $\alpha_1 = \alpha_2 =$

$\alpha_3=60$ grados como configuración inicial y $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=90$ grados como valor máximo para las variables de entrada.

En las Figuras 5.22 (a) y (b) se muestran los resultados de simulación de la trayectoria uno para la posición y orientación del órgano terminal, respectivamente. Para esta última gráfica las variables phi, theta, y psi definen la orientación del órgano terminal. Dado que la plataforma móvil del manipulador permanece horizontal durante la mayor parte de la simulación, se puede observar una orientación constante para dos variables, únicamente la variable theta experimenta una variación de aproximadamente 35 grados.

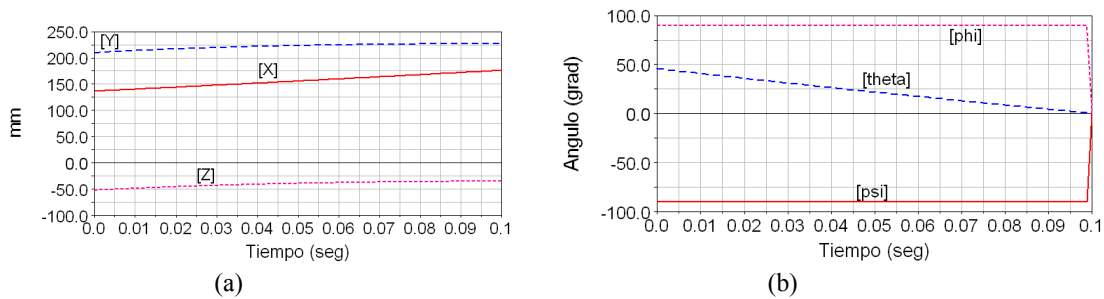


Figura 5.22. Simulación del movimiento de las tres cadenas cinemáticas: (a) Coordenadas de la posición del órgano terminal; (b) Ángulo de la orientación del órgano terminal.

La Figura 5.23(a) muestra el valor de torque para la variable de entrada de la cadena cinemática. Dado que el esfuerzo se reparte entre los tres motores y a que es la misma curva para las otras dos variables únicamente se reporta el resultado para la variable de entrada uno. Se puede observar un valor máximo de 175 newton-mm, y que corresponde al punto inicial de la trayectoria. El torque disminuye hasta llegar a cero, cuando el manipulador llega completamente a la posición vertical. Así, el valor máximo de torque necesario para llevar el manipulador a la posición vertical en 100 milisegundos y moviendo las tres cadenas cinemáticas tiene un valor de 0.175 N-m, el cual está dentro de las especificaciones para los motores de corriente directa mostradas en el Cuadro 5.2.

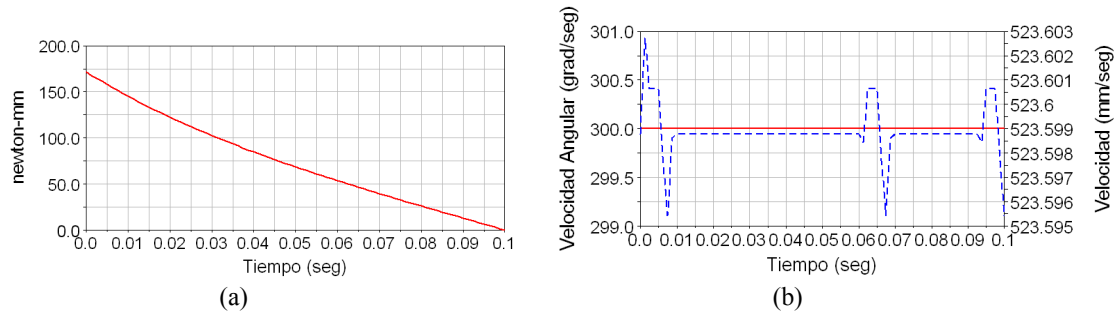


Figura 5.23. Simulación del movimiento de las tres cadenas cinemáticas: (a) Torque calculado de la variable de entrada uno; (b) Velocidad angular de la variable de entrada uno (en línea continua) y velocidad lineal de la biela uno (en línea punteada).

La Figura 5.23(b) muestra la velocidad angular de la variable de entrada y la velocidad lineal que adquiere la biela uno de la cadena cinemática respectiva en función del tiempo. La velocidad angular requerida para llevar al manipulador a la posición vertical en 100 milisegundos es de 300 grados por segundo. Como se esperaba, este valor que equivale a 50 rpm el cual también se encuentra dentro de las especificaciones de los motores de corriente directa.

En la Figura 5.24 se pueden observar las componentes de la fuerza de reacción sobre la junta esférica uno, debido al movimiento de las tres cadenas cinemáticas. En esta gráfica se puede observar que la componente con respecto al eje Y [F_Y] del marco de referencia de la fuerza de reacción permanece constante de manera significativa con un valor negativo de 1.75 newton. Las otras dos componentes presentan una evolución simétrica con valor inicial de aproximadamente 0.625 newton, positivo para [F_Z] y negativo para [F_X], hasta converger a cero newtons en 100 milisegundos.

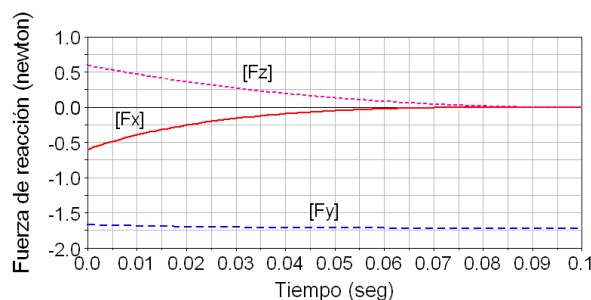


Figura 5.24. Cálculo de las componentes de la fuerza de reacción en la junta esférica uno para el movimiento de las tres cadenas cinemáticas.

Para la segunda trayectoria, el movimiento es debido sólo a la variable de entrada uno, α_1 . La variación de la variable de entrada para simular esta trayectoria es idéntica a la que se reporta en la Figura 8. Las otras dos cadenas cinemáticas permanecen en la posición vertical. En las Figuras 5.25(a) y (b) se puede observar la posición y orientación que adquiere el órgano terminal para la simulación de la trayectoria. Se puede observar una variación de 50 grados para la variable de orientación theta cuando únicamente se aplica movimiento a una cadena cinemática.

En la Figura 5.26(a) se puede observar la variación del valor de torque para la variable de entrada de la cadena cinemática, cuando el movimiento es debido únicamente a una variable de entrada. Se puede observar un valor máximo de 175 newton-mm, y que corresponde al punto inicial de la trayectoria. El torque disminuye hasta llegar a cero, cuando el manipulador llega completamente a la posición vertical.

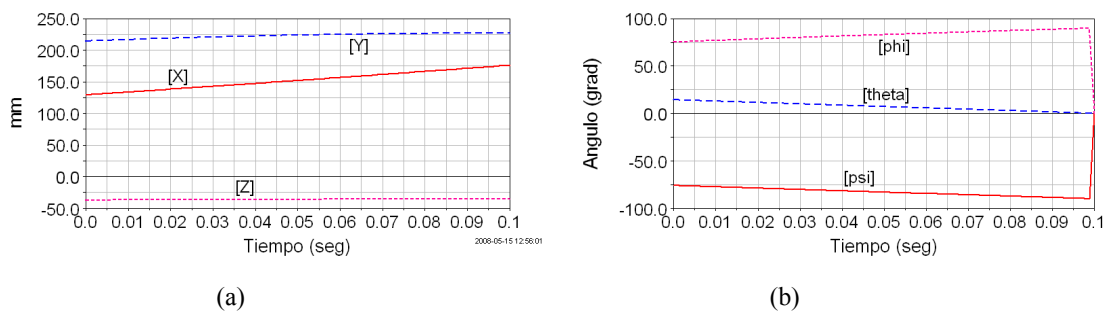


Figura 5.25. Simulación del movimiento con únicamente una cadena cinemática: (a) Coordenadas de la posición del órgano terminal; (b) Ángulo de la orientación del órgano terminal.

En la Figura 5.26(b) se puede observar la velocidad angular de la variable de entrada y la velocidad que adquiere la cadena cinemática en función del tiempo. En este caso la velocidad angular también es de 300 grados por segundo, pero la velocidad que adquiere la cadena cinemática permanece constante para casi todo el tiempo de simulación en 523.59 mm por segundo. Para la fuerza de reacción sobre la junta esférica debido al movimiento de únicamente una cadena cinemática, y que contiene a esta junta esférica, en la Figura 5.27 se presenta la evolución de sus componentes. De manera general se puede asumir que para esta trayectoria las componentes $[F_Y]$ y $[F_Z]$ permanecen constantes en 0 y -1.75 newton, respectivamente. La componente $[F_X]$ de la fuerza de reacción evoluciona

desde un valor inicial de -1.12 newton hasta converger a cero en 100 milisegundos. Se puede observar que en general, las simulaciones realizadas presentan un desempeño adecuado y que el intervalo máximo y mínimo para las variables estudiadas presentan una aproximación adecuada a las características reales del prototipo.

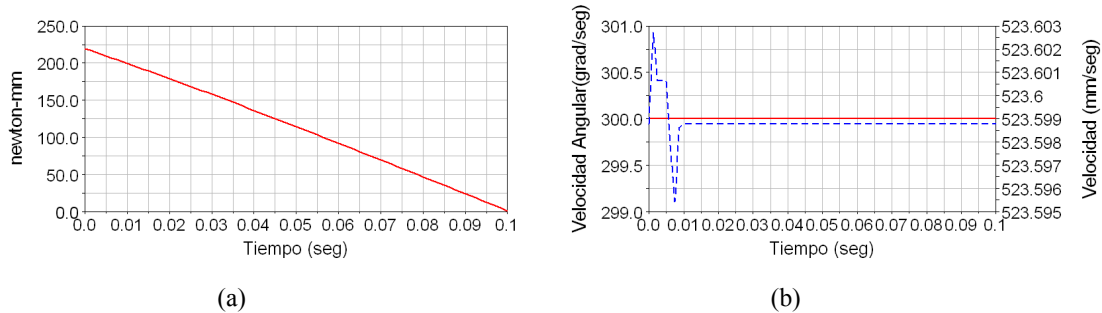


Figura 5.26. Simulación del movimiento de únicamente una cadena cinemática: (a) Torque calculado de la variable de entrada 1; (b) Velocidad angular de la variable de entrada uno (en línea continua) y velocidad lineal de la biela uno (en línea punteada).

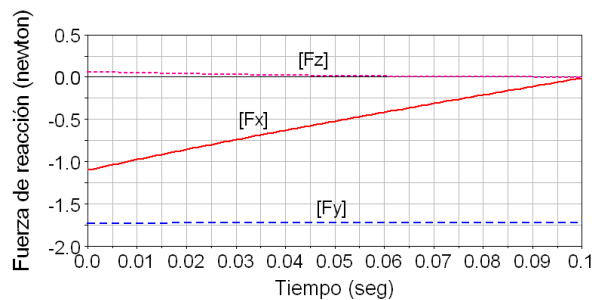


Figura 5.27. Cálculo de las componentes de la fuerza de reacción en la junta esférica uno para el movimiento de únicamente una cadena cinemática.

5.4.3 Analisis Estático por medio de simulaciones Numéricas del modelado de CaPaMan 2bis y de Milli-CaTraSys

De la misma forma que para la operación cinemática, se ha realizado un análisis estático para CaPaMan 2bis por medio de su modelado conectado al de Milli-CaTrasys que se mostró en la Figura 5.5. Como se ha mencionado, el modelado de los cables en ADAMS puede ser complicado, por lo que se han utilizado seis fuerzas para simular el efecto de cada uno de los cables. Debido a que el torque aplicado al órgano terminal de CaPaMan 2bis no puede ser medido directamente, se ha implementado su medición por medio de funciones y algebra de ADAMS solver C++. En las Figuras 5.28-5.30 se muestran los resultados de las fuerzas de reacción calculadas para los ejes X , Y y Z de los puntos H , F y Q sobre la

plataforma *MP* de CaPaMan 2bis para el movimiento con las tres piernas del Cuadro 5.1. En particular las componentes de las fuerzas de las Figuras 5.28-5.30 se muestran en línea continua. Las fuerzas de las Figuras 5.28-5.30 en los puntos *H*, *F* y *Q* se muestran en línea discontinua, línea punteada y línea punteada-discontinua, respectivamente. En la Figura 5.31 se muestran los valores de torques calculados sobre los ejes *X*, *Y*, *Z* en el centro *H* de la plataforma *MP* para el mismo movimiento. Analizando las Figuras 5.28-5.31 para este movimiento, uno puede identificar los componentes del torque W_H aplicado en la configuración vertical de CaPaMan 2bis en el comienzo de la simulación, con valores de $W_H = [-0.0494, -0.0396, 0.6845, 0.56904, -12.7164, -3.236]^T$. Se pueden identificar las componentes del torque aplicado tal y como se representó en la Figura 3.8 y que corresponden también a las componentes del vector de la Ecuación 3.21. El Cuadro 5.4 resume las componentes del torque sobre la plataforma móvil *MP* del manipulador, para tres casos representativos del movimiento simulado. En la Figura 5.31 se muestra la magnitud del torque y las componentes calculadas para el movimiento con las tres piernas de CaPaMan 2bis.

Cuadro 5.4. Magnitud de las fuerzas y torques calculados sobre la plataforma *MP* de CaPaMan 2bis para un movimiento de las tres piernas (Cuadro 5.1).

Tiempo [s]	R_x [N]	R_y [N]	R_z [N]	T_x [N-mm]	T_y [N-mm]	T_z [N-mm]
t=0.0	-0.2494	-0.0396	0.6845	5.6904	-12.7164	-3.236
t=1.76	-0.0414	-0.0446	0.6845	6.4579	8.1556	2.176
t=4.0	-0.0563	-0.0436	0.6845	1.6718	-31.1297	-6.6157

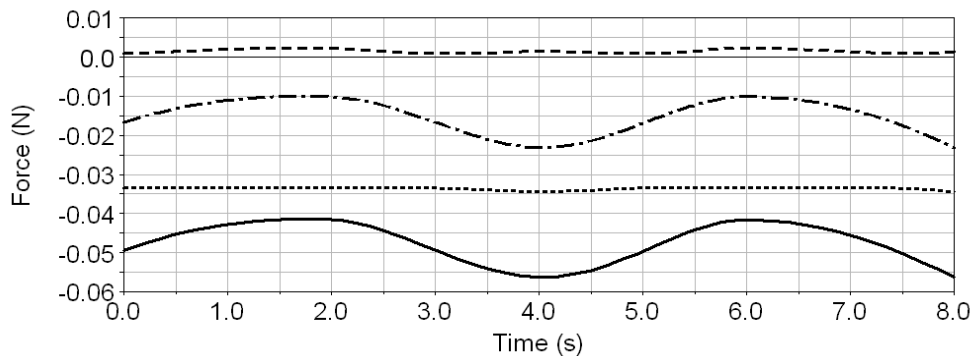


Figura 5.28. Componentes de las fuerzas de reacción sobre el eje *X* en los puntos *H*, *F*, y *Q* de la plataforma *MP* de CaPaMan 2bis para un movimiento de las tres piernas (línea discontinua para el punto *H*; línea punteada para el punto *F*; línea punteada-discontinua para el punto *Q*; la línea continua es para la suma total de las componentes).

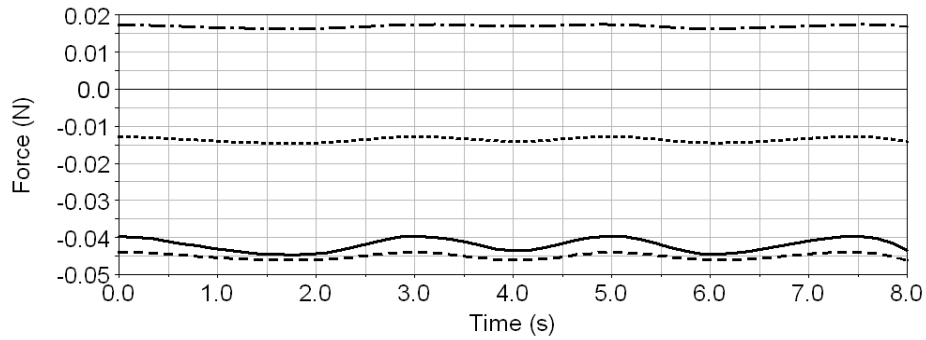


Figura 5.29. Componentes de las fuerzas de reacción sobre el eje Y en los puntos H , F , y Q de la plataforma MP de CaPaMan 2bis para un movimiento de las tres piernas (línea discontinua para el punto H ; línea punteada para el punto F ; línea punteada-discontinua para el punto Q ; la línea continua es para la suma total de las componentes).

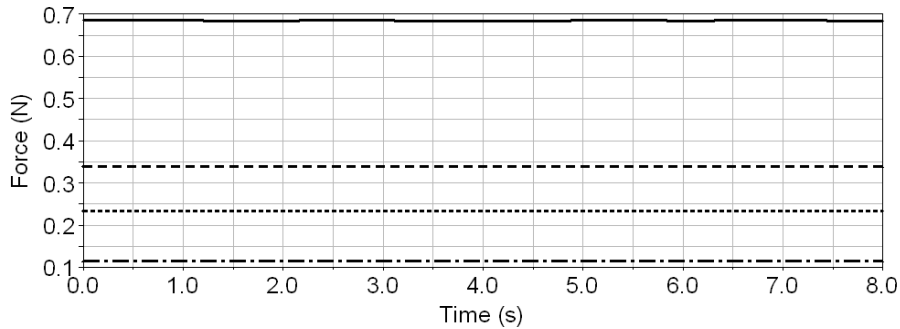


Figura 5.30. Componentes de las fuerzas de reacción sobre el eje Z en los puntos H , F , y Q de la plataforma MP de CaPaMan 2bis para un movimiento de las tres piernas (línea discontinua para el punto H ; línea punteada para el punto F ; línea punteada-discontinua para el punto Q ; la línea continua es para la suma total de las componentes).

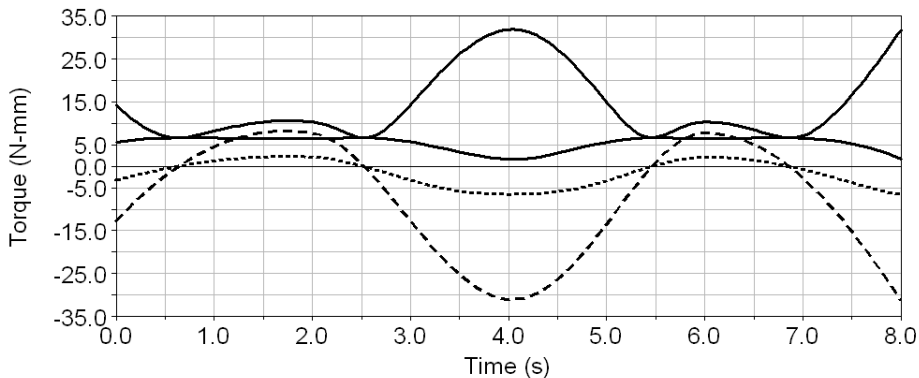


Figura 5.31. Torque calculado sobre el centro H de la plataforma móvil de CaPaMan 2bis para un movimiento con las tres piernas. (La línea punteada es la componente en X ; la línea discontinua es la componente en Y ; la línea punteada-discontinua es la componente en Z ; la línea continua es para la magnitud).

5.3.4 Consideraciones para el Enfoque de Co-simulación a través del Modelado de CaPaMan 2bis

En este trabajo se plasman las primeras consideraciones para el diseño mecatrónico de CaPaMan 2bis. El modelado construido para CaPaMan 2bis ha sido evaluado con el método propuesto en la Sección 5.4.1.1 y el de la Sección 5.4.2. En general se ha observado que el modelado propuesto cumple con el objetivo propuesto, caracterizar de manera apropiada el desempeño real del prototipo. Así, es factible utilizar este modelo para la propuesta de diseño mecatrónico introducida en este trabajo, tomando referencia también de las consideraciones que se han plasmado de las estrategias de optimización con el fin de optimizar el desempeño o el diseño del prototipo. Así, el modelado de CaPaMan 2bis junto a un esquema de control adecuado pueden ser utilizados en la estrategia de co-simulación que se describe en esta Sección.

Como se introdujo en el Capítulo dos, para resolver el problema de control de manipuladores paralelos muchos investigadores están innovando en el área de síntesis estructural, es decir, intentan tratar este tipo de mecanismos con modelos analíticos o semi-analíticos del MCD. Por otra parte, los sensores redundantes han sido usados como una manera para resolver el problema de cinemática directa; reduciendo el número de sensores necesarios, es posible sobrellevar tal problema. Sin embargo, para muchas aplicaciones de manipuladores paralelos, el problema de cinemática directa es solo una parte del problema de control, usado para conocer la posición actual del manipulador, pero no en tiempo real. El problema de control para robots paralelos es el problema que consiste en determinar el registro de las entradas para las articulaciones requeridas para causar en el órgano terminal el movimiento deseado. Las entradas de las articulaciones pueden ser fuerzas o torques para las articulaciones dependiendo del modelo usado para el diseño del controlador. El control de posición y seguimiento de trayectorias son las tareas más comunes para robots manipuladores; dando una trayectoria deseada, se escoge las fuerzas en las articulaciones para seguir aquella trayectoria. El objetivo primordial del control de movimiento en el espacio de las articulaciones es hacer que las articulaciones del robot q sigan en un tiempo dado la posición deseada de las articulaciones q_d .

Es conocido que los controladores PID son de amplia aplicación en la industria, es un controlador de una entrada simple y una salida simple que produce una señal de control que es la suma de tres términos. El primer término K_p es proporcional al error de posicionamiento, el segundo término K_i es proporcional a la integral del error, y el tercer término es proporcional a la derivada del error, como se muestra en la Figura 5.32. El error entre la posición actual y la deseada de las articulaciones se usa como retroalimentación para el control del actuado asociado a cada articulación. El controlador tipo PID se usa usualmente en los manipuladores industriales debido a su fácil implementación y a que requiere un tiempo de cálculo pequeño durante operación en tiempo real. Este enfoque ve a cada actuador del manipulador de manera individual, y esencialmente ignora la naturaleza no lineal y el acoplamiento del manipulador. Estas características han sido tomadas en cuenta para implementar controladores de este tipo en los manipuladores paralelos. Por ejemplo, para CaPaMan 2bis ya se ha presentado un acercamiento para este tipo de controlador con el fin de lograr el control de posición y fuerza del manipulador en tareas de barrenado, (Briones et al., 2009). La Figura 5.33 muestra la posición actual y la retroalimentación del controlador para CaPaMan 2bis. Este controlador consiste de una célula de carga para medir una fuerza externa aplicada sobre el mecanismo. Se realiza retroalimentación de fuerza de una manera simple con la célula de carga. Una interface gráfica y el software de control se han realizado en entorno de Labview. Los resultados de este trabajo muestran un buen comportamiento del sistema en lazo cerrado con el algoritmo de control propuesto.

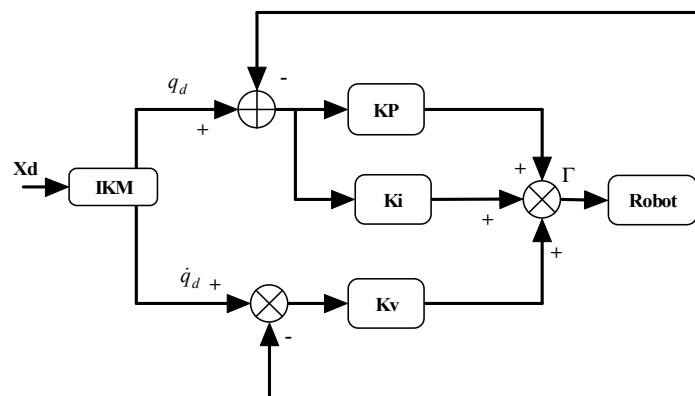


Figura 5. 32. Esquema de control PID clásico.

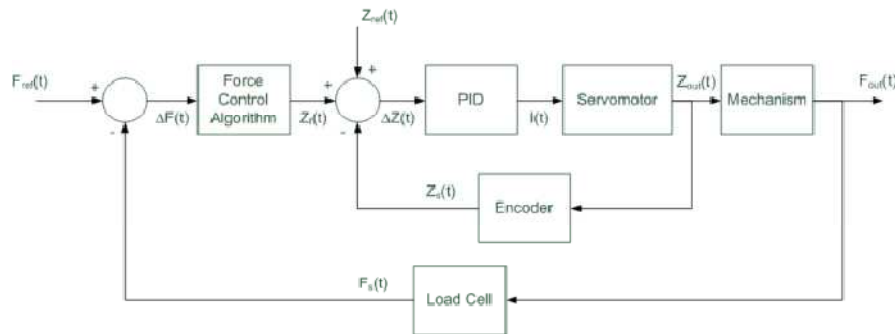


Figura 5.33. Esquema de control para el controlador PID de CaPaMan 2bis (Briones et al., 2009).

Para el modelado y simulación de modelos dinámicos complejos, ADAMS es una herramienta muy útil. Desafortunadamente tiene algunas desventajas con respecto al diseño y evaluación de controladores para estos sistemas. El uso de Simulink sería conveniente para estos propósitos, debido a todas las funciones de control y herramientas de análisis que se disponen, tanto para sistemas lineales como no lineales. El análisis cinemático y la evaluación del modelado de CaPaMan 2bis de la Sección 5.3.1 han demostrado que el modelado propuesto puede caracterizar apropiadamente la operación y el desempeño del manipulador. Así, el modelado presentado en la Sección 4.5.2 complementado con una etapa de control en Simulink puede ser una buena opción para evaluar propuestas nuevas de controladores para CaPaMan 2bis.

Existen cuatro pasos de acuerdo a las especificaciones de ADAMS/Controls para modelar un sistema mecatrónico usando co-simulación mediante ADAMS/Controls y Matlab/Simulink, (ADAMS reference manual 2005). El primer paso para trabajar con ADAMS/Controls consiste en importar el modelo desde ADAMS, el modelo debe ser completado e incluir todas las restricciones, geometrías, fuerzas y mediciones necesarias; la definición de las entradas y salidas a través de la información o inicializar el archivo en ADAMS/View es el segundo paso. Las salidas describen las variables que van a través de la aplicación de control. Las entradas describen las variables que se regresan a ADAMS y, entonces, completan un lazo cerrado entre ADAMS y la aplicación de control; en el tercer paso se construye el diagrama de control a bloques en Simulink. La planta en ADAMS se

importa dentro del diagrama de Simulink. La última etapa es la simulación integrada del modelo mecánico y el sistema de control.

Debido a que no existe hasta ahora una relación de los ángulos de entrada entre la posición y orientación del órgano terminal de CaPaMan 2bis, se ha considerado el seguimiento de una trayectoria utilizando solamente el ángulo de entrada de una sola pierna. Se ha seleccionado el controlador PID para el seguimiento de trayectoria basado en control no lineal tipo par calculado (Craig, 2006). Para el diseño del controlador, se utilizó el modelo matemático de un péndulo invertido, considerando los demás componentes del paralelogramo de entrada de la pierna como una perturbación. Para esto, se ha despreciado la fricción, considerando también que en las uniones de los paralelogramos de entrada del prototipo tienen rodamientos. De acuerdo a lo anterior el modelo matemático se puede simplificar como

$$(I + mL^2)\ddot{\varphi} - mg\text{sen}\varphi = \tau \quad (5.7)$$

donde m , I , g , L son la masa, momento de inercia, constante de gravedad y longitud del centro de masa al punto de aplicación del torque τ del eslabón de entrada, respectivamente. Por lo tanto se puede proponer un controlador de la forma

$$u = (I + mL^2)\alpha - mgL\text{sen}\varphi \quad (5.8)$$

donde

$$\begin{aligned} \alpha &= \ddot{\varphi}_d + K_d\dot{e} + K_p e + K_i \int e \\ e &= \varphi_d - \varphi \end{aligned} \quad (5.9)$$

Las ganancias del controlador se pueden determinar considerando criterios de estabilidad de la siguiente forma

$$\begin{aligned} K_d &= 2\xi\omega_n + p \\ K_p &= 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 \quad \text{con } \xi, \omega_n, p > 0 \\ K_i &= \omega_n^2 p \end{aligned} \quad (5.10)$$

Para el procedimiento de ADAMS/Controls que se describió, en la Figura 5.34 se muestra el primer paso de este procedimiento, la generación y exportación del modelo de la planta en ADAMS con sus respectivas variables de entrada y salida y que fueron modeladas

como variables de estado. El controlador diseñado para el seguimiento de trayectoria de una variable de entrada se muestra en la Figura 5.35, donde se pueden identificar el modelo de la planta de CaPaMan 2bis *adams_sub* que fue importado usando el procedimiento ADAMS/Controls, el bloque de control en Simulink de la Ecuación 5.8 y el bloque para generar la trayectoria deseada. En la Figura 5.36 se muestra a detalle el controlador implementado de acuerdo a la Ecuación 5.8.

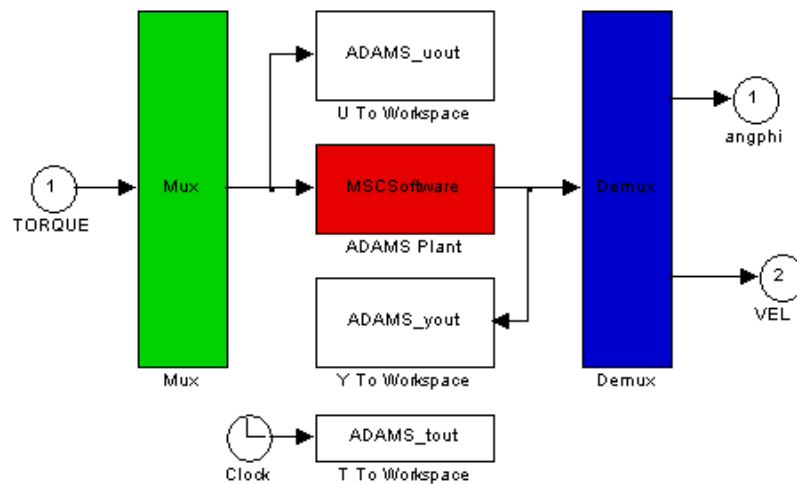


Figura 5.34. El diagrama a bloques de ADAMS/Controls generado a partir del modelado de CaPaMan 2bis.

En las Figuras 5.37-5.38 se reportan los resultados del proceso de co-simulación del CaPaMan 2bis utilizado su modelado y el controlador para el seguimiento de una trayectoria. El desarrollo que muestra la trayectoria de la cadena cinemática de entrada de CaPaMan 2bis respecto a la trayectoria deseada presenta una diferencia considerable, pues es posible que no soporte la masa de toda la cadena cinemática. Los resultados numéricos de la trayectoria simulada se han obtenido para un desplazamiento angular dado en un tiempo de 0.5 s. Las señales de control que se requieren para que la cadena cinemática de entrada siga la trayectoria deseada se reporta en la Figura 5.39, mientras el par requerido para este mismo fin a nivel simulación numérica se reporta en la Figura 5.40. Se puede observar que se necesita de una magnitud del par considerable, esto reforzaría la necesidad de considerar un valor de masa mayor o aumentar la ganancia. Se ha encontrado que se

necesita de un recurso de cómputo considerable para implementar la técnica de cosimulación.

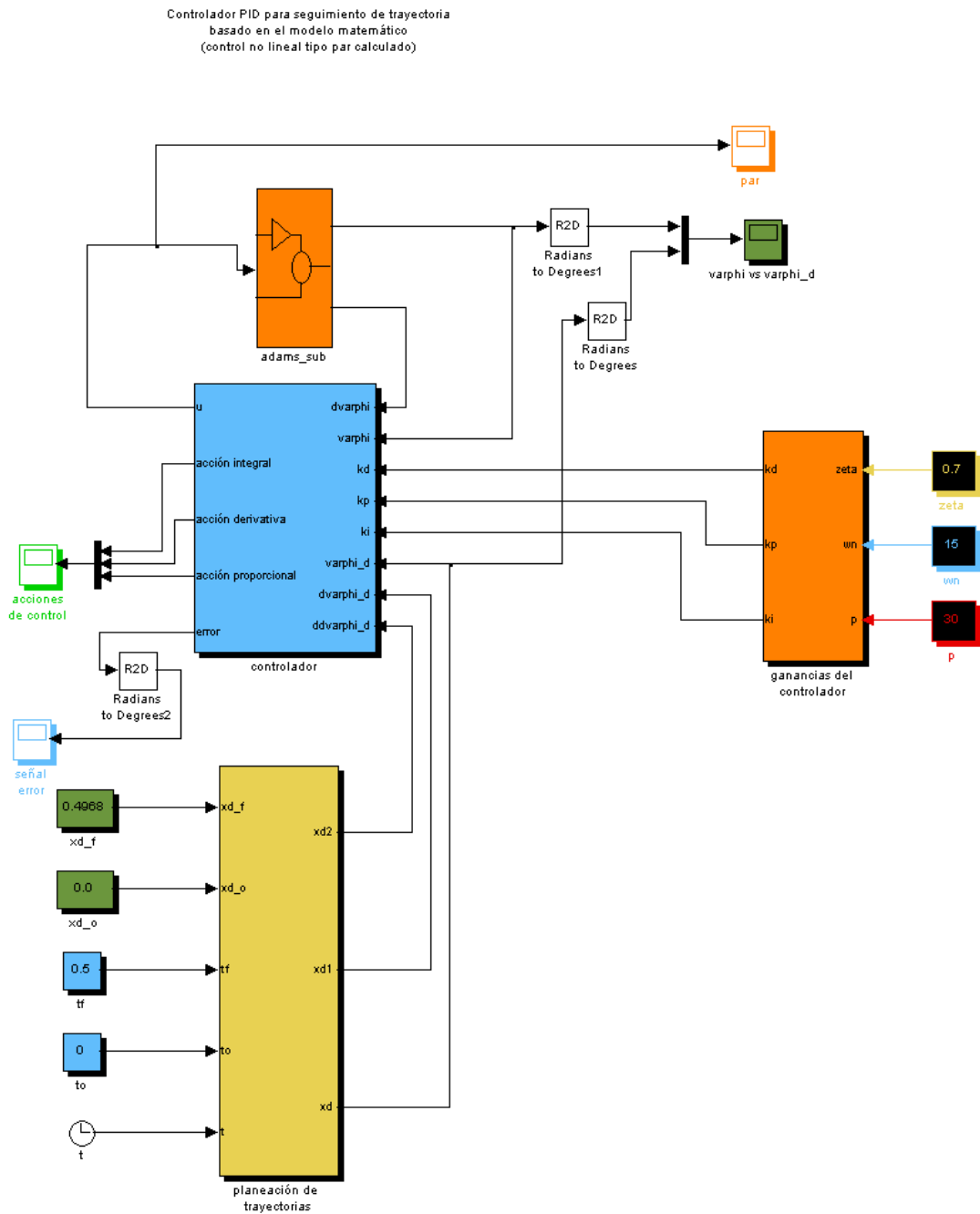


Figura 5.35. El diagrama a bloques en Simulink del controlador propuesto para el seguimiento de una trayectoria de una cadena de entrada de CaPaMan 2bis.

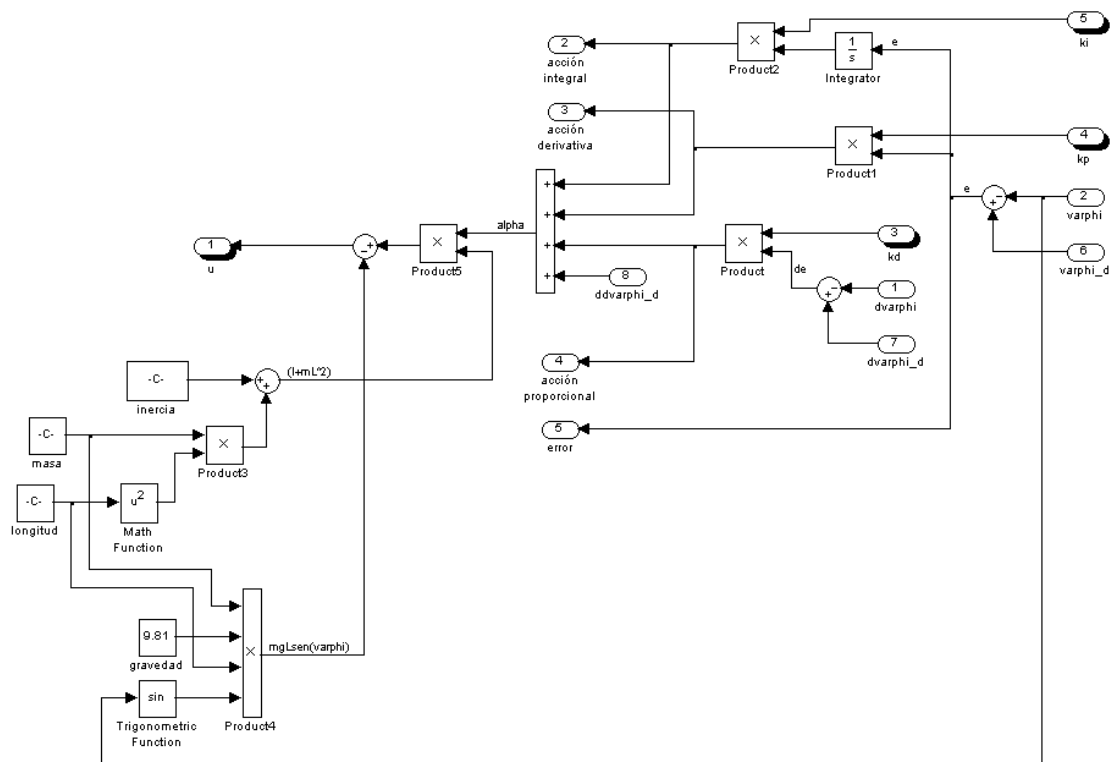


Figura 5.36. Detalle del controlador propuesto para el seguimiento de una trayectoria de una cadena de entrada de CaPaMan 2bis (Ecuación 5.8).

El control de seguimiento de trayectoria propuesto aquí puede ser extendido para las tres piernas de CaPaMan 2bis, para una trayectoria donde se contemple el movimiento de las tres piernas del manipulador por ejemplo. Sólo habría que encontrar una relación entre las variables de entrada y el desplazamiento de la plataforma móvil, e introducir esta trayectoria al bloque que genera la trayectoria. En general, el proceso de co-simulación ha mostrado un buen desempeño para la evaluación numérica del modelado de CaPaMan 2bis integrado con un esquema de control simple. Además, con este procedimiento se podrían evaluar numéricamente nuevas propuestas de controladores para CaPaMan 2bis. Para eventualmente con la obtención de una formulación analítica para el problema de cinemática y con estos resultados numéricos como antecedentes, se obtendrían movimientos controlados en lazo cerrado de la plataforma móvil de CaPaMan 2bis.



Figura 5.37. Señales de control necesarias para que la cadena cinemática de entrada siga la trayectoria deseada.



Figura 5.38. Par de entrada necesario para que la cadena cinemática de entrada siga la trayectoria deseada.

6. Conclusiones

Las estructuras con cadenas cinemáticas paralelas están llamadas a ser parte de la nueva generación de sistemas robóticos. Comúnmente, estas estructuras son alabadas por su elevada precisión, que es debido a que poseen cadenas cinemáticas cerradas y a su característica de no acumulación del error. Desafortunadamente salvo algunos éxitos comerciales, estas ventajas genéricas son sólo potenciales debido a su complejidad, a la dificultad para plantear algoritmos matemáticos y a su calibración. Por lo anterior, en la primera parte de este trabajo se revisaron y estudiaron los métodos de calibración para manipuladores paralelos, entendidos éstos como una parte fundamental para aplicaciones como máquinas herramienta. Adicionalmente, se ha propuesto una clasificación extendida para las estrategias de calibración existentes. Con el mismo enfoque se identificaron las fuentes de error para estas estructuras. En general se encontró que los métodos de calibración más representativos utilizan dispositivos de medición costosos y de difícil instalación. Principalmente hacen uso de sensores redundantes, piernas o dispositivos externos de medición, lo que sería una limitante para una aplicación exitosa de estas estructuras considerando el costo, habilidades para algún operador o el tiempo de instalación. En contraposición a los métodos anteriores, se encontraron algunas estrategias que presentan un buen potencial, tales como las estrategias de calibración basadas en singularidades o haciendo uso de sistemas de medición con cables. Sin embargo, antes de considerar su aplicación también habría que considerar la problemática particular de cada uno de estos métodos.

El sistema de medición Milli-CaTraSys ha sido analizado a través de simulación y pruebas experimentales con el fin de determinar la respuesta de su operación y para analizar algunas fuentes de errores que se han identificado como principales. Un procedimiento de estimación del error fue propuesto para conocer su efecto sobre el posicionamiento del órgano terminal tomando en cuenta los errores en la posición de la base y el órgano terminal. Los resultados numéricos y de pruebas experimentales han sido encontrados usando un modelado y una configuración experimental, respectivamente, con el ánimo de compararlos, así como para caracterizar la respuesta de Milli-CaTraSys. Para los resultados experimentales, la medición de la posición y orientación del órgano terminal de Milli-

CaTraSy se ha obtenido empleando la formulación en forma cerrada del sistema. Los resultados han mostrado un buen desempeño en la operación de Milli-CaTraSys con una precisión satisfactoria considerando características de bajo costo y diseño de fácil operación. Se ha construido un modelo virtual en 3D, los resultados de simulación muestran que este modelo puede ser considerado como un modelo adecuado para simular las características de operación del prototipo de Milli-CaTraSys y para trabajos futuros. Finalmente, el análisis de error ha probado que el sistema de medición puede ser utilizado para aplicaciones que demanden una mejor precisión optimizando su diseño y construcción. Adicionalmente se ha estudiado una estructura paralela basada en el diseño de la plataforma Gough-Stewart y que se utilizará para el posicionamiento del espejo secundario de un telescopio. En particular se han propuesto dos enfoques para estimar el error de este Hexápodo. Para el primer método se considera un error global, que tiene la ventaja de que se puede usar para estimar el error en la etapa de diseño, donde no es posible contar aún con mediciones experimentales del error. De esta manera la precisión del mecanismo se puede estimar considerando el error individual de cada componente. El segundo método proporciona un mejor entendimiento del posicionamiento final del mecanismo. Es útil para establecer esquemas de control que podrían mejorar la precisión del mecanismo, dado que toma en consideración las desviaciones para cada punto. Se encontró que la contribución principal del error proviene de las articulaciones prismáticas. Para el análisis del error se han considerado los parámetros de diseño reales del prototipo y se han usado mediciones experimentales del error. Este análisis y estimación del error de posicionamiento del Hexápodo será útil para establecer una compensación adecuada del error, el cual se ha encontrado que es sistemático y que probablemente se incrementará debido a las condiciones ambientales difíciles debidas a la ubicación del telescopio.

Por otra parte contribuyendo a la etapa de control del Hexápodo, se ha desarrollado e implementado un algoritmo para resolver la cinemática directa del prototipo, utilizando una librería de uso libre y un método numérico el cual emplea un método para la solución de sistemas no lineales de ecuaciones. Esto ha permitido robustez para encontrar la solución de la cinemática directa, permitiendo la convergencia a la solución aún y cuando las condiciones iniciales estén lejos de la solución.

Considerando un mecanismo paralelo de tres grados de libertad, se ha desarrollado la caracterización de la operación de CaPaMan 2bis basada en cálculos de simulación y pruebas experimentales. Se consideraron varios casos de estudio para evaluar el desempeño de la operación del prototipo de CaPaMan 2bis en diferentes condiciones de movimiento. Se han determinado movimientos adecuados de posición y orientación para diferentes modos de operación. El diseño cinemático y la operación del prototipo han sido caracterizados por un desempeño adecuado con acciones continuas suaves y una buena habilidad de repetitividad. Los resultados de comparación muestran que diferentes movimientos prescritos pueden ser desarrollados apropiadamente por el prototipo construido. Adicionalmente, el modelo virtual construido puede simular apropiadamente el comportamiento de CaPaMan 2bis. Consiguientemente el modelado desarrollado puede ser usado como un simulador de movimiento para futuros estudios de mejora o aplicaciones novedosas de la estructura paralela.

En particular, a través la evaluación del modelado propuesto para CaPaMan 2bis se ha demostrado que éste puede ser usado para aplicar la estrategia de diseño mecatronico que se describió en el Capítulo cinco. Así, con el uso del modelado propuesto y de una estrategia de control adecuada se podría optimizar el diseño del manipulador, utilizando las estrategias de diseño integrado en un círculo de optimización tal como se ha descrito.

LITERATURA CITADA

- Ait-Aider O., Andreff N., Martinet P. and Lavest J. 2006. Simultaneous Pose and Velocity Measurement by Vision for High-speed Robots. Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Orlando Florida, pp. 3742- 3747.
- Aguirre, G. Acevedo, M. Carbone, G. and M. Ceccarelli. 2003. Kinematic and Dynamic Analyses of a 3 DOF Parallel Manipulator by Symbolic Formulations, Thematic Conference on Advances in Computational Multibody Dynamics 2003 ECCOMAS, Lisbon, paper: MB2003-010.
- Aguirre, G. Acevedo, M. Carbone G. and Ottaviano E. 2003. Kinematic and dynamic analysis of a 3dof parallel manipulator by symbolic formulations, In: Multibody Dynamics, Lisbon.
- Andreff N. and Martinet P. 2006. Vision-based Kinematic Modeling of Some Parallel Manipulators for Control Purposes. Proceedings of EuCoMeS, the First European Conference on Mechanism Science. Obergurgl, Austria.
- American National Standards Institute ANSI. 1990. American National Standard for Industrial Robots and Robot Systems: Point-to-Point and Static Performance Characteristics – Evaluation. ANSI/RIA 15.05-1-1990, New York.
- Alici, G. y B. Shirinzadeh. 2004. Topology optimisation and singularity analysis of a 3-sps parallel manipulator with a passive constraining spherical joint. Mechanism and Machine Theory, 39:215–235.
- Borel, E. 1908. Mémoire sur les déplacements `a trajectoire sphériques. Mémoire présentés par divers savants, 33(1):1–128.
- Bricard, R. 1897. Mémoire sur la théorie de l’octa`edre articulé. Journal de Mathématiques pures et appliquées, Liouville, tome 3:113–148.
- Bricard, R. 1906. Mémoire sur les déplacements `a trajectoire sphériques. Journal de l’Ecole Polytechnique, 11(2):1–96.
- Botello, S., Marroquin J.L., Oñate E., y J. Horebeek. 1999. Solving structural optimization problems with genetic algorithms and simulated annealing. S. Botello, J.L. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 45, pp. 1069-1084.
- Besnard S. and Khalil W. 2001. Identifiable Parameters for Parallel Robots Kinematic Calibration. International Conference on Robotics and Automation. Seoul, Korea, pp. 2859-2866.

- Boye T., Verl A. and Pott A. 2006. Optimal tolerance, model and pose selection for calibration of parallel manipulators. VDI Berichte. Issue 1956, pp. 267.
- Brogangrdh T. 2002. Device for relative movement of two elements. United States Patent 6425303, July 30.
- Briones-Leon, J. A. Carbone, G. Ceccarelli M. and Castillo-Castañeda E. 2009. Control de posicion y fuerza del robot CaPaMan 2bis en tareas de barrenado, VII Congreso Internacional en Innovacion y Desarrollo Tecnologico, Cuernavaca, Mexico.
- Carbone, G. y M. Ceccarelli. 2005. A Serial-Parallel Robotic Architecture for Surgical Tasks, *Robotica*, Vol. 23, pp. 345-354.
- Chai K. S., Young K. and Tuerley I. 2002. A practical calibration process using partial information for a commercial stewart platform. *Robotica*. Vol 20, issue 3, pp. 315-322.
- Carbone, G., and M. Ceccarelli. 2008. Experimental Tests on Feasible Operation of a Finger Mechanism in the LARM Hand. *Mechanism Based Design of Structures and Machines* 36: 1-13.
- Ceccarelli, M. 2004. *Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ceccarelli, M., Avila-Carrasco, C., and E. Ottaviano. 2000. Error Analysis and Experimental Test of Catrasys (Cassino Tracking System). *IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, Nagoya, Paper SPC11-SP-4.
- Cabrera, J. A., Castillo J. J., Nadal F., Ortiz A. y A Simon. 2008. Synthesis of Mechanisms with Evolutionary Techniques. In *Eucomes 2008: The second European Conference on Mechanism Science*, pp. 167-174.
- Ceccarelli, M., Decio, P. M., Jimenez, J. M. 2002. Dynamic performance of CAPAMAN by numerical simulations. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 37, 2002, pp 241-266.
- Ceccarelli, M., Carbone, G., 2005. Numerical and experimental analysis of the stiffness performances of parallel manipulators. 2-nd Int. Colloquium Collaborative Research Centre 562, Braunschweig.
- Ceccarelli, M. 1997 A New 3 dof Spatial Parallel Mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, 1997 vol. 32, No.8, pp. 895-902.
- Carbone, G., Wolf, A., Ceccarelli, M., Shoham, M., 2002. Application of serial-parallel robot architectures for surgical tasks: a study of feasibility, 5th Israeli Symposium

- on Computer-Aided Surgery, Medical Robotics and Medical Surgery ISRACAS'02, Tel-Aviv.
- Carbone, G., Ceccarelli, M., 2004. A Procedure for Experimental Evaluation of Cartesian Stiffness Matrix of Multibody Robotic Systems. 15th CISM-IFTToMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control, Romansy, Montreal, 2004. CD Proceedings, Paper Rom04-24.
- Callegari, M., Palpacelli, M. and Principi. M. 2006. Dynamics modeling and control of the 3-RCC traslational platform, *Mechatronics* 16:589-605.
- Callegari, M. and Palpacelli, M.2008. Prototype design of a traslating parallel robot, *Meccanica* 43:133-151.
- Carbone, G., and M. Ceccarelli. 2004. A Procedure for Experimental Evaluation of Cartesian Stiffness Matrix of Multibody Robotic Systems. 15th CISM-IFTToMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control, Romansy, Montreal, Paper Rom04- 24.
- Cauchy, A. 1813. Deuxi`eme mémoire sur les polygones et les polyédres. *Journal de l'Ecole Polytechnique*: 87-98.
- Clavel, R. 1991. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté, Ph.D. Thesis, EPFL, Lausanne, Switzerland.
- Coello, C. C., Christiansen, A. D., y Aguirre, A. H. 2000. Towards automated evolutionary design of combinational circuits. *Computers & Electrical Engineering*, 27(1), 1-28. doi:10.1016/S0045-7906(00)00004-5.
- Craig, J. 2006. *Robótica*, tercera edición, Pearson Educación.
- Chao D., Zong G., Liu R. and Yu J. 2006. A novel kinematic calibration method for a 3-dof flexure-based parallel mechanism. *IEEE international conference on intelligent robots and systems*. Beijing, pp. 4660-4665.
- Chiu Y. and Perng M. 2004. Self-calibration of a General Hexapod Manipulator with Enhanced Precision in 5 dof Motions. *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 39, pp.1-23.
- Cui H., Zhu Z., Gan Z. and Brogardh T. 2005. Kinematics Analysis and Error Modeling of TAU Parallel Robot. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. Vol. 21, pp. 497-505.
- Chai, K. S., Young, K., and I. Tuerley. 2002. A Practical Calibration Process using Partial Information for a Commercial Stewart Platform. *Robotica* 20(3): 315-322.

- Chiu, Y., and M. Perng. 2004. Self-calibration of a General Hexapod Manipulator with Enhanced Precision in 5 dof Motions. *Mechanism and Machine Theory* 39: 1-23.
- Dallej T., Hadj-Abdelkader H., Andreff N. and Martinet P. 2006. Kinematic Calibration of a Gough-Stewart Platform using an Omnidirectional Camera. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Beijing China, pp 4666-4671.
- Daney D. 1999. Self calibration of Gough Platform Using Leg Mobility Constrains. *World Congress on Theory of Machine and Mechanism*. Oulu, Finland, pp. 104-109.
- Daney D. 2003. Kinematic calibration of the gough platform. *Robotica*. Vol 21, issue 6, pp. 677-690.
- Daney D. 2004. Algebraic Elimination for Parallel Robot Calibration. *Proceedings of the 11 World Congress in Mechanism and Machine Science*, Tianjin China.
- Daney D., Papegay Y. and Neumaier A. 2004. Interval Methods for Certification of the Kinematic Calibration of Parallel Robots. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. New Orleans, LA. Vol. 2, pp 1913- 1918.
- Daney D., Papegay Y. and Madeline B. 2005. Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence method and Tabu search. *International journal of robotics research*. Vol. 24, issue 6. pp. 501-518.
- Daney D., Emiris I. Z., Papegay Y., Tsigaridas E. and Merlet J. P. 2006. Calibration of Parallel Robots: on the Elimination of Pose-Dependent Parameters. *Proceedings of EuCoMes. The First European Conference on Mechanism Science*, Austria.
- Dayong Y. and Junwei H. 2005. Kinematic calibration of parallel robots. *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Ontario, Vol. 1, pp. 521-525.
- Deblaise D., Baradat C., Maurine P. and Arekelian V. 2004. Improvement of positioning of Delta parallel robot. *XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, Warsaw, Poland.
- Deblaise D. and Maurine P. 2005. Effective geometrical calibration of delta parallel robot used in neurosurgery. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Edmonton, pp. 1313-1318.
- Ecorchard G. and Maurine P. 2005. Self-calibration of delta parallel robots with elastic deformation compensation. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Edmonton, pp. 1283-1288.

- Elmqvist, H. 1978. A structured Model Language for Large Continuous Systems. Ph. D. Thesis, Lund Institute of Technology, Sweden, Departamento d Automatic Control.
- Fissete, P. 1994. Generation symbolique des equations du mouvement de systemes multicorps et application dans le domaine ferroviaire. Ph.D Thesis, Universite catholique de Louvain.
- Fissete, P., Vaneghem, B. 1996. Numerical Integration of Multi-Body System Dynamic Equations Using the Coordinate Partitioning Method in a Implicit Newmark Scheme. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 135, pp. 85-105.
- Ganovski, L. 2007. Modeling, Simulation and Control of Redundantly Actuated Parallel Manipulators. Ph. D. Thesis. Université Catholique de Louvain.
- Gosselin, C. and J. F. Hamel. 1994. The agile eye: a high-performance three-degree-of freedom camera-orienting device. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 781–786, San Diego, California, USA.
- Gosselin, C., Sefrioui, J. and M. J. Richard. 1992. Solution polynomiale au probl`eme de la cinématique directe des manipulateurs parall`eles plans `a 3 degrés de liberté. *Mechanism and Machine Theory*, 27(2):107–119.
- Gwinnett, J. E. 1931. Amusement devices. US patent N 1,789,680.
- Gosselin C. 1988. Kinematics Analysis and Programming of Parallel Robotic Manipulators. Ph.D. Thesis. McGill University, Montreal, Canada.
- GTM webpage. (2009). Disponible en <http://www.lmtgtm.org>.
- Hernandez-Martinez, E., Carbone, G., Lopez-Cajun, C. 2008. Operation Features of Milli-CaTraSys. *The Second European Conference on Mechanism Science, EUCOMES 08*, Cassino, pp. 191-200.
- Hesselbach J, Bier C., Pietsch I., Plitea N., Buttgenbach S., Wogersien A. and Guttler J. 2005. Passive joint-sensors for Parallel Robots. *Mechatronics*. Vol. 15. pp. 43-65.
- Hollerbach J. M., Nahvi A. and Hayward V. 1994. Calibration of a Parallel Robot Using Multiple Kinematics Closed Loops. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. San Diego, CA, pp. 407-413.
- Goldberg, D.E. 1989. *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison–Wesley, Reading, MA.
- Holland, J.H. 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Univ. of Michigan Press, Ann Arbor, MI.

- Hollerbach J. and Nahvi A. 1995. Total Least Squares in Robot Calibration. *Experimental Robotics IV, The Fourth International Symposium*. O. Khatib y J. K. Salisbury, eds., Springer, London, pp. 274-282, Palo Alto, CA.
- Hsu W. and Chen J. 2004. Error analysis and auto-calibration for a Cartesian-guided tripod machine tool. *Int. J. Adv. Manufacturing Technology*. Vol. 24, pp. 899-909.
- Huang T., Chetwynd D. G., Whitehouse D. J. and Wang J. 2005. A general and novel approach for parameter identification of 6 dof parallel kinematic machines. *Mechanism and machine theory*. Vol. 40, issue 2, pp. 219-239.
- Huang T., Hong Z.Y., Mei J.P. and Chetwynd, D.G. 2006. Kinematic Calibration of the 3 dof Module of a 5 dof Reconfigurable Hybrid Robot using a Double-Ball-Bar System. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, pp. 508 – 512.
- <http://robot.gmc.ulaval.ca/en/research/theme103.html>
- <http://www-sop.inria.fr/members/Jean-Pierre.Merlet/Photo/mosaic.html>
- Jeong J., Kang D., Iurascu C. C. and Kim J. 2002. Kinematic calibration for redundantly actuated parallel mechanisms. *Proceedings of the ASME Design engineering technical conference*, pp. 1211-1217.
- Ji J., Zhu Y. and Sun L. 2006. The kinematics calibration of a planar parallel manipulator. *VDI Berichte*. Issue 1956, pp. 295.
- Junhong J., Lining S. and Lingtao Y. 2007. A new pose measuring and kinematics calibrating method for manipulators. *IEEE international Conference on Robotics and Automation*. Roma, pp. 4925-4930.
- Khalil W. and Besnard S. 1999. Self-calibration of Stewart–Gough Parallel Robots Without Extra Sensors. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol. 15 (6), pp.1116–1121.
- Kim H. S. 2005. Kinematic calibration of a Cartesian parallel manipulator. *International journal of control, automation and systems*. Vol 3, issue 3, pp. 453-460.
- Khalil, W., Besnard S. 1999. Self-calibration of Stewart–Gough Parallel Robots without Extra Sensors. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 15(6): 1116–1121.
- Koseki Y., Arai T., Sugimoto K., Takatuji T. and Goto M. 1998. Design and Accuracy Evaluation of high-Speed and High Precision Parallel Mechanism. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Leuven, Vol. 3, pp. 1340-1345.

- Marquardt D. 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. SIAM J. Appl. Math. Vol. 11, pp. 431-441.
- Merlet, J.P. 2006. Parallel Robots. Solid mechanics and its applications, Volume 74. Kluwer Academic Publishers.
- Merlet J. P. 2002. Parallel Robots: Open Problems. ASME Conference DECT. Montreal.
- Mendes-Carvalho, J. C. and Ceccarelli, M. 2001. A Closed-Form Formulation of the Inverse Dynamics of a Cassino Parallel Manipulator," Multibody System Dynamics 5, 185-210.
- Mechanical Dynamics, Inc. ADAMS Reference Manual Version 2005, 2004.
- MSC Company. Getting Started Using ADAMS/Control. 2003
- Magnifico, D. 2003, Progettazione e Validazione Sperimentale di un Manipolatore Parallelo per Applicazioni Chirurgiche, Tesi di Laurea, Dipartimento di Meccanica, Strutture, Ambiente e Territorio, Università degli Studi di Cassino.
- Maxon Webpage. <http://www.maxonmotor.com>, 2008.
- Nakagawa M., Matsushita T., Nashiki M., Kakino Y. and Ihara Y. 2001. A study on the improvement of motion accuracy of hexapod type parallel mechanism machine tool the method of kinematic calibration without gravitational deformation. Journal of the japan society for precision engineering. Vol 67(8), pp. 1333-1337.
- LARM homepage. <http://webuser.unicas.it/weblarm/>, 2009.
- Lewis, E. 1987. Introduction to Reliability Engineering. John Wiley and sons.
- Last P., Hesselbach J. and Plitea N. 2005a. An extended inverse kinematic model of the HEXA-parallel-robot for calibration purposes. IEEE International Conference Mechatronics and Automation. Ontario, Vol. 3, pp. 1294-1299.
- Last P., Budde C. and Hesselbach J. 2005b. Self- calibration of the HEXA-parallel-structure. Proceedings of the IEEE conference on automation science and engineering, IEEE-CASE. Article number 1506801, pp. 393-398.
- Last P., Schutz D., Raatz A. and Hesselbach J. 2007. Singularity based calibration of 3 dof fully parallel planar manipulators. 12th IFToMM World Congress, Besacon, 2007.
- Lee M. K., Kim T. S., Park K. W. and Kwon S. H. 2003. Constraint operator for the kinematic calibration of a parallel mechanism. KSME international journal. Vol 17, issue 1, pp. 23-31.

- LiangZhi F., Elatta A. Y. and Xiaoping L. 2005. Kinematic calibration for a hybrid 5-D manipulator based on 3RPS in-actuated parallel manipulator. *Int. J. Adv. Manufacturing Technology*. Vol. 25, pp. 730-734.
- Last, P. Raatz A. y J. Hesselbach. 2007. Innovative Ansätze zur Kalibrierung von Industrierobotern. *ZWF Robotersysteme* 102(3), pp. 134-138.
- Liu, Y. y J. McPhee. 2005. Automated Type Synthesis of Planar Mechanisms Using Numeric Optimization with Genetic Algorithms. *Journal of Mechanical Design*. Vol. 127, pp.910-916.
- Lebesgue, H. 1867. Octaédre articulé de Bricard. *L'enseignement mathématique*, (13):150–160.
- Lee, J. y P. Hajela. 1996. Parallel genetic algorithm implementation in multidisciplinary rotor blade design, *Journal of Aircraft*, Vol. 33, No.5, pp. 962–969, September–October.
- Oiwa T. and Tamaki M. 2000. Study on Abbe's Principle in Parallel Kinematics. *Proceedings of the 2nd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar*. Chemnitz, Germany, April 2000, pp. 354-352.
- Oiwa T. and Kataoka Y. 2003. A calibration method for coordinate measuring machine using parallel mechanism. *Journal of the japan society for precision engineering*. Vol 69(2), pp. 222-226.
- Oiwa T. 2005. Error Compensation System for Joints, Links and Machine Frame of Parallel Kinematics Machines. *The International Journal of Robotics Research*. Vol. 24, Num. 12, pp. 1087-1102.
- Ota H., Shibukawa T., Tooyama T. and Uchiyama M. 2002. Forward kinematic calibration and gravity compensation for parallel-mechanism-based machine tools. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, journal of multi-body dynamics*. Vol. 216(1), pp. 39-49.
- Ottaviano, E., Ceccarelli, M., Toti, M., Avila-Carrasco, C. 2002. Catrasys a Wire System for Experimental Evaluation of Workspace. *Journal of Robotics and Mechatronics* 14(1): 78-87.
- Ottaviano, E., Ceccarelli, M. 2006. Numerical and Experimental Characterization of Singularities of a Six-Wire Parallel Architecture. *Robotica* 25(3): 315-324.
- Ottaviano, E., Ceccarelli, M., 2006. An Application of a 3-DOF Parallel Manipulator for Earthquake Simulations. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 2006, Vol. 11, No. 2, pp. 240-146.
- Ottaviano, E., Ceccarelli, M. 2002. Optimal design of CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator) with a specified orientation workspace. *Robotica*, 2002 vol. 20, pp 159-166.

- Pollard, W. L. 1942. Position Controlling Apparatus, US Patent No. 2,286,571, June 16
- Parenti-Castelli V., Di Gregorio R. and Lenarcic J. 1998. Sensitivity to Geometric Parameter Variation of a 3 dof Fully-Parallel Manipulator. Proceedings of 3rd International Conference on Advanced Mechatronics (JSME). Okayama, Japan, pp.364-369.
- Rauf A. and Ryu J. 2001. Fully autonomous calibration of parallel manipulators by imposing position constraint. IEEE International conference on robotics and automation. Seoul, Vol. 3, pp. 2389-2394.
- Rauf A., Kim S.-G. and Ryu J. 2004. Complete parameter identification of parallel manipulators with partial pose information using a new measurement device. Robotica. Vol 22, issue 6, pp. 689-695.
- Rauf A., Pervez A., Kim J.-P. and Ryu J. 2005. Automation of calibration experiments for parallel manipulators using a partial pose measurement device. Proceedings of the SICE annual conference. pp. 3558-3563.
- Rauf A., Pervez A. and Ryu J. 2006. Experimental results for kinematic calibration of parallel manipulators using a partial pose measurements device. IEEE Transactions on Robotics. Vol. 22, num. 2.
- Renaud P., Andreff N., Dhome M. and Martinet P. 2002a. Experimental Evaluation of a Vision-Based Measuring Device for Parallel Machine Tool Calibration. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Lausanne, Switzerland. Vol.2, pp 1868- 1873
- Renaud P., Andreff N., Dhome M. and Gogu G. 2002b. Optimal Pose Selection for Vision-based Kinematic Calibration of Parallel Mechanisms. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas Nevada. vol.3, pp. 2223- 2228.
- Renaud P., Andreff N., Martinet P. and Gogu G. 2005. Kinematic Calibration of Parallel Mechanism: A Novel Approach Using Legs Observation. IEEE Transactions on Robotics. Vol. 21, No. 4.
- Renaud P., Andreff N., Lavest J. M. and Dhome M. 2006a. Simplifying the Kinematic Calibration of Parallel Mechanisms Using Vision-based Metrology. IEEE Transactions on Robotics. Vol 22, Num. 1.
- Renaud P., Vivas A., Andreff N., Poignet P., Martinet P., Pierrot F. and Company O. 2006b. Kinematic and Dynamic Identification of Parallel Mechanisms. Control Engineering Practice. Vol. 14. pp. 1099-1109.
- Rauf, A., Pervez, A., Ryu, J. 2006. Experimental Results for Kinematic Calibration of Parallel Manipulators using a Partial Pose Measurements Device. IEEE Transactions on Robotics 22(2): 379- 384.

- Rauf, A., Ryu J. 2001. Fully Autonomous Calibration of Parallel Manipulators by Imposing Position Constraint. IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'01, Seoul, Vol. 3, pp. 2389-2394.
- Renaud, P., Andreff, N., Lavest, J. M., Dhome, M. 2006. Simplifying the Kinematic Calibration of Parallel Mechanisms Using Vision-based Metrology. IEEE Transactions on Robotics 22(1): 12-22.
- Stewart, D. 1965. A platform with 6 degrees of freedom. In: Proc. Of the institution of mechanical Engineers. Vol. 180 (Part 1, 15), pp. 371-386.
- Sung, K. T., Park W., Lee K. 2006. Study on Observability of Parallel-typed Machining Center Using a Single Planar Table and Digital Indicators. Mechanism and Machine Theory 41: 1147-1156.
- Irvine, W., Carrasco E., Aretxaga I. 2005. The Large Millimeter Telescope: Neighbors Explore the Cosmos. INAOE-University of Massachusetts.
- Thomas, F., Ottaviano, E., Ros, Ll., Ceccarelli, M. 2005. Performance Analysis of a 3-2-1 Pose Estimation Device. IEEE Transactions on Robotics 21(3): 288-297.
- Hadwicht, V., Pfeiffer, K. 1995. The principle of virtual work in mechanical and electromechanical systems. Arch. Appl. Mech. 65, 390–400.
- Maisser, P., Enge, O., Freudenberg, G., Kielau, G. 1997. Electromechanical interactions in multibody systems containing electromechanical drives. Multibody Syst. Dyn. 1(3), 281–302.
- Li, Q., Zhang, W. J., Chen, L. 2001. Design for Control – A Concurrent Engineering Approach for Mechatronic Systems Design, IEEE Transactions on Mechatronics, Vol. 6, no 2, pp.161-169.
- Rothfuss, R., Lasa, M., Heinkel, H. M., Tirigari, P. 2002. Systems Engineering in the Design of Mechatronic Systems, International Journal of Vehicle Design, Vol. 28, no 1/2/3, pp 18-36.
- Schöner, H. P. 2004. Automotive Mechatronics, Control Engineering Practice, Vol. 12, pp 1343-1351.
- Thramboulidis, K. 2005. Model-Integrated Mechatronics – Toward a New Paradigm in the Development of Manufacturing Systems”, IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol. 1, No1.
- Tiller, M. 2001. Introduction to Physical Modeling with Modelica. Kluwer Academic Publishers.
- Robotran Webpage. <http://www.prm.ucl.ac.be/robotran/index.html>, 2009.

- Kyura, N. y Oho, H., Mechatronics—an industrial perspective. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1(1):10–15.
- Harashima, F., Tomizuka, M., y Fukuda. 1996. Mechatronics—“What is it, why and how?” An editorial. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 1(1):1–4.
- Fattah, A. y A.M. Hasan Ghasemi. 2002. Isotropic design of spatial parallel manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 21(9):811–824.
- Stocco, L. Salcudean, S.E. y F. Sassani. Fast constrained global minimax optimization of robot parameters. *Robotica*, 16:595–605, 1998.
- Stocco, L.J. Salcudean, S.E. y F. Sassani. 2001. Optimal kinematic design of a haptic pen. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 6(3):210–220.
- Gallant-Boudreau M. y R. Boudreau. An optimal singularity-free planar parallel manipulator for a prescribed workspace using a genetic algorithm. In *Proc. of the IDMME’2000/Forum 2000 CSME Conference*, Montreal, 2000.
- Lemay, J. y L. Notash. 2004. Configuration engine for architecture planning of modular parallel robots. *Mechanism and Machine Theory*, 39:101–117.
- Stock, M. y K. Miller. 2003. Optimal kinematic design of spatial parallel manipulators: Application to linear delta robot. *ASME Journal of Mechanical Design*, 125:292–301.
- Su, Y.X. Duan, B.Y. y C.H. Zheng. 2001. Genetic design of kinematically optimal fine tuning stewart platform. *Mechatronics*, 11:821–835.
- Mermertas, V. 2004. Optimal design of manipulator with four-bar mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 39:545–554.
- Ryu, J. y J. Cha. 2003. Volumetric error analysis and architecture optimization for accuracy of hexaslide type parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 38:227–240.
- Kim, H.S. y L.W. Tsai. 2003. Design optimization of a cartesian parallel manipulator. *ASME Journal of Mechanical Design*, 125:43–51.
- Sedlaczek, K. y P. Eberhard. Using augmented lagrangian particle swarm optimization for constrained problems in engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 32:277–286, 2006.
- Fathy, H. K., Reyer J. A., Papalambros P. Y. y A. G. Ulsoy. 2001. On the Coupling between the Plant and Controller Optimization Problems”, *Proceedings of the American Control Conference*, vol. 3, pp. 1864-1869.

- Minnaar, R.J. Tortorelli, D.A. y J.A. Snyman. 2001. On nonassembly in the optimal dimensional synthesis of planar mechanisms. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21:345–354.
- Ceccarelli, M. y C. Lanni. 2004. A multi-objective optimum design of general 3r manipulators for prescribed workspace limits. *Mechanism and Machine Theory*, 39:119–132.
- S. Boyd y L. Vandenberghe. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- Sen, P. y J.-B. Yang. *Multiple Criteria Decision Support in Engineering Design*. Springer-Verlag, 1998.
- IFToMM Webpage. <http://130.15.85.212/terminology/TerminologyWeb/2057/frames.html>, 2010.
- Rudder F. F. 1997. Thermal Expansion of Long Slender Rods with Forced Convection Cooling Along the Rod Length, report NISTIR 5975, pp. 46.
- Ryu J. and Rauf A. 2001. A new method for fully autonomous calibration of parallel manipulators using a constraint link. *IEEE/ASME International conference on advanced intelligent mechatronics*. Vol. 1, pp. 141-146.
- Sato O., Shimojima K., Furutani R. and Takamasu K. 2004. Artefact calibration of parallel mechanism, kinematic calibration with apriori knowledge. *Measurement science and technology*. Vol 15(6), pp. 1158-1165.
- Shaoping B. and Ming Y. 2002. Kinematic calibration and pose measurement of a medical parallel manipulator by optical position sensors. *7th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. Vol. 1, pp. 419-424.
- Soons J. A. 1997. Error Analysis of a Hexapod Machine Tool. *International Conference and Exhibition on Laser Metrology and Machine Performance*. Huddersfield, W. Yorkshire, UK, pp.12.
- Sung K. T., Park W. and Lee K. 2006. Study on Observability of Parallel-typed Machining Center Using a Single Planar Table and Digital Indicators. *Mechanism and Machine Theory*. Vol. 41, pp. 1147-1156.
- Spillers, W. R. y K. M. MacBain. 2009. *Structural Optimization*. Ed. Springer.
- Takeda Y., Shen G. and Funabashi H. 2004. A DBB-based kinematic calibration method for in-parallel actuated mechanisms using a fourier series. *Journal of mechanical design, transactions of the ASME*. Vol 126(5), pp. 856-865.

- Tang X., Wang J. and Gao M. 2005. Kinematic calibration of a gantry hybrid machine tool based on estimation error and local measurement information. *Int. J. Adv. Manufacturing Technology*. Vol. 26, pp. 382-390.
- Van Driel C. G. and Carretero J. A. 2005. Calibration of the 3-PRS parallel manipulator using a motion capture system. *Transactions of the canadian society for mechanical engineering*. Vol .29, issue 4. pp. 645-654.
- Van Amerongen, J., Breedveld, P. 2003. Modelling of physical systems for the design and control of mechatronic systems, *Annual Reviews in Control*, vol 27, pp 87-117.
- Valdez, S., Botello S., y A. Hernández. 2005. Multiobjective Shape Optimization with Constraints based on Estimation Distribution Algorithms and Correlated Information. In *2005 Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO'2005*, volume 1, pages 749–750, New York, USA, June 2005. ACM Press.
- Valdez, S., Botello S., y A. Hernández. 2008. Numerical Modeling Of Coupled Phenomena In Science And Engineering. Chapter 5. Multi-Objective Topological Optimization of Structures. Taylor & Francis, Routledge, USA.
- Verl A., Croon N., Kramer C. and Garber T. 2006. Force free add-on position measurement device for the TCP of parallel kinematic manipulators. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*. Vol 55, issue 1, pp. 407-410.
- Wang J. and Masory O. 1993. On the Accuracy of a Stewart Platform-Part I: The Effect of Manufacturing Tolerances. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Atlanta. pp. 725-731.
- Wampler C. W., Hollerbach J. and Arai T. 1995. An Implicit Loop Method for Kinematic Calibration and its Application to Closed-Chain Mechanism. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol 11, pp. 710-724.
- Wei S., Liao Q. and Huang J. 2001. Simulation on the kinematic calibration of 6-pss form parallel manipulator. *Machine design and research*. Vol. 17, issue 4, pp. 51-53.
- Won-Jeong, J., Hyun-Kim, S., Keun-Kwak, Y., Smith, C. 1998. Development of a Parallel Wire Mechanism for Measuring Position and Orientation of a Robot End-effector. *Mechatronics*, 8: 845-861.
- Yang G., Chen I. M., Lim K. and Huat Yeo S. 2002. Simultaneous Base and Tool Calibration of a Self-calibrated Modular Parallel Robot. *Robotica*. Vol. 20, No. 4, pp. 367-374.
- Yiu Y., Meng J., Li Z. 2003. Auto-calibration for a parallel manipulator with sensor redundancy. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Taipei, Vol. 3, pp. 3660-3665.

- Yu L. T., Sun L. N., Du Z.J. and Cai H. G. 2006. Three planes method on measuring and compensation of parallel robot. *Journal of Harbin engineering university*. Vol 27, issue 5, pp.671-675.
- Yu X., Chu L., Cen Y. 2007. Kinematics calibration of a 2 dof parallel planar mechanism. *China Mechanical engineering*. Vol 18(6), pp. 634-638.
- Zhang Y., Cong S., Li Z. and Jiang S. 2007. Auto-calibration of a redundant parallel manipulator based on the projected tracking error. 12th IFToMM World Congress, Besacon.
- Zhong S. S., Yang X. J. and Wang Z. X. 2005. Research on calibration method based on 6-TPS type parallel machine tool. *Computer integrated manufacturing systems*. Vol 11(10), pp. 1469-1474.
- Zhuang H. and Roth Z. 1993. Method for Kinematic Calibration of Stewart Platforms. *Journal of Robotic Systems*. Vol.10, num.3, pp. 391-405.
- Zhuang H. and Liu L. 1996. Self-calibration of a Class of Parallel Manipulators. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, pp. 994–999.
- Ziegert J. C. 1996. Volumetric Performance of Hexapod Machine Tools. *Hexapod Machine Tool Users Group Report*, pp.13.

APENDICES

APENDICE A

```
%%Programa principal en Matlab para calcular la
%%Cinemática de la Plataforma Gough-Stewart para un espacio de
%%trabajo dado, como aplicación para el posicionamiento del
%%secundario del telescopio GMT
%%18 abril 2008
%%Ing. Eusebio Eduardo Hernández

zmed=976.345;
ptos=[-60 60 zmed+40;
      -60 60 zmed-40;
       60 60 zmed-40;
       60 60 zmed+40;
      -60 -60 zmed+40;
      -60 -60 zmed-40;
       60 -60 zmed-40;
       60 -60 zmed+40]
for i=1:8,
    [C(i,:),base1,plat1,Q1]=funcioncs(ptos(i,:));
end
C
%%Plataforma Stewart en posición de home
dibhome( [base1,plat1], eye(3), [0;0;zmed],ptos);
axis('square');
axis([-2000 2000 -2000 2000 0 1200]);
xlabel x(mm); ylabel y(mm); zlabel z(mm);
title('Stewart platform in home position');
figure(2);
%Para posicionar la plataforma en uno de los vértices, cambiar la
coordenada
dibhome( [base1,plat1], Q1, [ptos(1,1);ptos(1,2);ptos(1,3)],ptos);
axis('square');
axis([-1000 1000 -1000 1000 0 1200]);
xlabel x(mm); ylabel y(mm); zlabel z(mm);
title('Stewart platform ');

%%Función para calcular los tamaños de las juntas
function [c,base,plat,Q]=funcioncs(ptos)
format long
%%factor de conversión de grados a radianes
fc = pi/180.0
%%Se consideran rotaciones con respecto a un sistema fijo
x-y-z
%%psi giro alrededor de x
%%theta idem pero y
%%fi idem pero z
```

```

%%%%%%%%%%%% Variables de entrada: las coordenadas (en mm) del
%centro de la plataforma movil (x,y,z) y los angulos de rotacion
%psi y theta.
x =ptos(1);
y =ptos(2);
z =ptos(3);
psi = 0;
theta = 0;
fi = 0;
%%%%%%%%%%%% Datos de la plataforma
fibase = 5.5*fc;
fiplat = 54.5*fc;
Rb = 600;
Rp = 230;
%%%%%%%%%%%% Parametro para el despliegue
height=1000;
baseAngles = [ fibase 2*pi/3-fibase 2*pi/3+fibase 4*pi/3-fibase
4*pi/3+fibase -fibase];
platAngles = [ fiplat 2*pi/3-fiplat 2*pi/3+fiplat 4*pi/3-fiplat
4*pi/3+fiplat -fiplat];
%%%%%%%% Elementos de la matriz de rotacion Q.
q11 = cos(theta)
q12 = sin(theta)*sin(psi)
q13 = sin(theta)*cos(psi)
q21 = 0
q22 = cos(psi)
q23 = -sin(psi)
q31 = -sin(theta)
q32 = cos(theta)*sin(psi)
q33 = cos(theta)*cos(psi)
Q = [q11 q12 q13; q21 q22 q23; q31 q32 q33];
u = [q11*Rp*cos(platAngles) + q12*Rp*sin(platAngles) -
Rb*cos(baseAngles) + x]
v = [q21*Rp*cos(platAngles) + q22*Rp*sin(platAngles) -
Rb*sin(baseAngles) + y]
w = [q31*Rp*cos(platAngles) + q32*Rp*sin(platAngles)+ z]
for i=1:6,
    c(i)=sqrt(u(i)*u(i)+v(i)*v(i)+w(i)*w(i));
end

base = [ Rb * cos(baseAngles) ...
; Rb * sin(baseAngles) ...
; zeros(1,6) ];
plat = [ Rp * cos(platAngles) ...
; Rp * sin(platAngles) ...
; zeros(1,6) ]
Return

%%%Función para dibujar la plataforma
function dibhome( model, R, T ,ptos)
R = [R T ; 0 0 0 1];

```

```

b = model(:,1:6); %Se obtienen las primeras 6 columnas del modelo
es decir las coordenadas de la base
p = R*[ model(:,6+(1:6)) ; ones(1,6) ];
bx = b(1,:); by = b(2,:); bz = b(3,:);
px = p(1,:); py = p(2,:); pz = p(3,:);
patch(px,py,pz,[0 1 0]); % dibujo de la plataforma
hold on;
cx1=px(1);
cy1=py(1);
cx6=px(6);
cy6=py(6);
plot3(px(1:6),py(1:6),pz(1:6),'r. '); % juntas de las plataforma
patch(bx,by,bz,'r '); % dibujo de la base
plot3(bx,by,bz,'k. '); %juntas de la base
plot3(0,0,0,'+ ');
%Para dibujar los vertices del cubo
for x=1:8,
    plot3(ptos(x,1),ptos(x,2),ptos(x,3),'. ');
end
    for i = 1:6,
        plot3( [bx(i);px(i)], [by(i);py(i)], [bz(i);pz(i)] );
    end;
hold off;
axis equal;
axis vis3d;
rotate3d on
return

```

APENDICE B

```
//      Driver to solve the Forward Kinematics of a High
//      Accuracy Hexapod by using
//      Minpack library in C++
//      Ing. Eusebio Eduardo Hernandez Martinez
//      22 Oct 2009
//      This product includes software developed by the
//      University of Chicago, as
//      Operator of Argonne National Laboratory.
//      Burton S. Garbow, Kenneth E. Hillstom and Jorge J. More

#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include "cminpack.h"
int fcn(void *p, int n, const double *x, double *fvec, int iflag);
double parametros(double *cis);
int main()
{
    int j, n, info, lwa;
    double tol, fnorm, psi, theta, senpsi, sentheta, pi,
fconv, fconv2;
    double x[12], fvec[12], wa[294];
    double P[3];
    double O[2];
    pi=3.141592653589793;
    fconv= 180/pi;
    fconv2= pi/180;
    n = 12;
    printf("      Initial Position Values Pos[1 2 3]=[X Y Z]\n");
    for (j=1; j<=3; j++)
    {
        printf("Pos[%d]= ", j);
        scanf("%lf",&P[j-1]);
    }
    printf("      Initial Orientation Values Ori[1 2]=[Psi
Theta]\n");
    for (j=1; j<=2; j++)
    {
        printf("Ori[%d]= ", j);
        scanf("%lf",&O[j-1]);
        O[j-1]=fconv2*O[j-1];
    }
x[0]=P[0];
x[1]=P[1];
x[2]=P[2];
x[3]=cos(O[1]);
x[4]=sin(O[1])*sin(O[0]);
x[5]=sin(O[1])*cos(O[0]);
```

```

x[6]=0;
x[7]=cos(O[0]);
x[8]=-sin(O[0]);
x[9]=-sin(O[1]);
x[10]=cos(O[1])*sin(O[0]);
x[11]=cos(O[1])*cos(O[0]);
lwa = 294;
tol = sqrt(dpmpar(1));
info = hybrdl(fcn, 0, n, x, fvec, tol, wa, lwa);
fnorm = enorm(n, fvec);
senpsi=x[8];
sentheta=x[9];
psi=-asin(senpsi);
theta=-asin(sentheta);
printf("\n");
printf("      Final Norm of the Residuals %15.7g\n", fnorm);
printf("      Exit Parameter          %10i\n", info);
printf("\n");
printf("          Final Approximates Solution\n");
printf("      Position and Components of Q Matrix");
for (j=1; j<=n; j++) printf("%s%15.7g",j%3==1?"\n      ":"", x[j-
1]);
printf("\n");
printf("\n");
printf("      Orientation\n");
printf("      Psi=%15.7g\n",psi*fconv);
printf("      Theta=%15.7g\n",theta*fconv);
return 0;
}
int fcn(void *p, int n, const double *x, double *fvec, int iflag)
{
    int Rp;
    int Rb;
    double fc, pi, fibase,fiplat,n1,n2,n3,n4,n5,n6;
    double th1,th2,th3,th4,th5,th6,x4Rp,x5Rp,x7Rp,x8Rp,x10Rp,x11Rp;
    double u1,u2,u3,u4,u5,u6,v1,v2,v3,v4,v5,v6,w1,w2,w3,w4,w5,w6;
    double det71,det72,det73,det81,det82,det83,det91,det92,det93;
    double c[6];
    int one=1;
    if (iflag == 0)
    {
        return 0;
    }
    Rp=600;
    Rb=600;
    pi=3.141592653589793;
    fc= pi/180;
    parametros(c);
    fibase=5.5*fc;
    fiplat=54.5*fc;
    th1=fibase;
    th2=2*pi/3-fibase;

```

```

th3=2*pi/3+fibase;
th4=4*pi/3-fibase;
th5=4*pi/3+fibase;
th6=-fibase;
n1=fiplat;
n2=2*pi/3-fiplat;
n3=2*pi/3+fiplat;
n4=4*pi/3-fiplat;
n5=4*pi/3+fiplat;
n6=-fiplat;
x4Rp=x[3]*Rp;
x5Rp=x[4]*Rp;
x7Rp=x[6]*Rp;
x8Rp=x[7]*Rp;
x10Rp=x[9]*Rp;
x11Rp=x[10]*Rp;
u1=x4Rp*cos(n1)+x5Rp*sin(n1)-Rb*cos(th1)+x[0];
v1=x7Rp*cos(n1)+x8Rp*sin(n1)-Rb*sin(th1)+x[1];
w1=x10Rp*cos(n1)+x11Rp*sin(n1)+x[2];
u2=x4Rp*cos(n2)+x5Rp*sin(n2)-Rb*cos(th2)+x[0];
v2=x7Rp*cos(n2)+x8Rp*sin(n2)-Rb*sin(th2)+x[1];
w2=x10Rp*cos(n2)+x11Rp*sin(n2)+x[2];
u3=x4Rp*cos(n3)+x5Rp*sin(n3)-Rb*cos(th3)+x[0];
v3=x7Rp*cos(n3)+x8Rp*sin(n3)-Rb*sin(th3)+x[1];
w3=x10Rp*cos(n3)+x11Rp*sin(n3)+x[2];
u4=x4Rp*cos(n4)+x5Rp*sin(n4)-Rb*cos(th4)+x[0];
v4=x7Rp*cos(n4)+x8Rp*sin(n4)-Rb*sin(th4)+x[1];
w4=x10Rp*cos(n4)+x11Rp*sin(n4)+x[2];
u5=x4Rp*cos(n5)+x5Rp*sin(n5)-Rb*cos(th5)+x[0];
v5=x7Rp*cos(n5)+x8Rp*sin(n5)-Rb*sin(th5)+x[1];
w5=x10Rp*cos(n5)+x11Rp*sin(n5)+x[2];
u6=x4Rp*cos(n6)+x5Rp*sin(n6)-Rb*cos(th6)+x[0];
v6=x7Rp*cos(n6)+x8Rp*sin(n6)-Rb*sin(th6)+x[1];
w6=x10Rp*cos(n6)+x11Rp*sin(n6)+x[2];
det71=x[4]*x[8]-x[5]*x[7];
det72=x[3]*x[8]-x[5]*x[6];
det73=x[3]*x[7]-x[4]*x[6];
det81=x[4]*x[9]-x[6]*x[10];
det82=x[3]*x[11]-x[5]*x[9];
det83=x[3]*x[10]-x[4]*x[9];
det91=x[7]*x[11]-x[8]*x[10];
det92=x[4]*x[9]-x[8]*x[9];
det93=x[4]*x[10]-x[7]*x[9];
fvec[0]=u1*u1+v1*v1+w1*w1-c[0]*c[0];
fvec[1]=u2*u2+v2*v2+w2*w2-c[1]*c[1];
fvec[2]=u3*u3+v3*v3+w3*w3-c[2]*c[2];
fvec[3]=u4*u4+v4*v4+w4*w4-c[3]*c[3];
fvec[4]=u5*u5+v5*v5+w5*w5-c[4]*c[4];
fvec[5]=u6*u6+v6*v6+w6*w6-c[5]*c[5];
fvec[6]=sqrt(det71*det71+det72*det72+det73*det73)-one;
fvec[7]=sqrt(det81*det81+det82*det82+det83*det83)-one;
fvec[8]=sqrt(det91*det91+det92*det92+det93*det93)-one;

```

```
fvec[9]=x[3]*x[6]+x[4]*x[7]+x[5]*x[8];  
fvec[10]=x[3]*x[9]+x[4]*x[10]+x[5]*x[11];  
fvec[11]=x[6]*x[9]+x[7]*x[10]+x[8]*x[11];  
    return 0;  
}
```


APENDICE C

**%Main program and functions used to compute Direct Kinematics of
%Milli-CaTraSys in Matlab by implementing Federico Thomas Approach
%University of Cassino,Italy
%04/4/2009
%Authors: Ing. Eusebio Eduardo Hernandez and Ing. Conghui Liang**

```
close all;
clear all;
global Variab mm
mm=0; Cut=1;
L2=dlmread('C:\Users\Eusebio Eduardo\Desktop\Simulation\Results
Experiment\Threelegsmotion2.txt');
L1=L2(20000:60000,:);
%Obtain the useful points for experiment data
if(Cut==1)
j=0; M=100;
for i=1:M:40000
    j=j+1;
    L(j,:)=L1(i,:);
end
end
N=round(length(L));
%Computed position of three fixed points on the end-effector
h1=zeros(N,3); h2=zeros(N,3); h3=zeros(N,3); h=zeros(N,3);
Pitch=zeros(1,N); Roll=zeros(1,N); Yaw=zeros(1,N);
Fai=zeros(1,N); Theta=zeros(1,N); Yita=zeros(1,N);
L1=L(:,1); L2=L(:,2);
L3=L(:,3); L4=L(:,4);
L5=L(:,5); L6=L(:,6);
%Plot the cable length
figure(1)
title('The length of Cables');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Length [mm]'); hold on;
plot(L1(:),'r','linewidth',2); hold on;
plot(L2(:),'g','linewidth',2); hold on;
plot(L3(:),'b','linewidth',2); hold on;
plot(L4(:),'b','linewidth',2); hold on;
plot(L5(:),'y','linewidth',2); hold on;
plot(L6(:),'k','linewidth',2); hold on;
grid on; legend('Cable 1','Cable 2','Cable 3','Cable 4','Cable
5','Cable 6');
P1=[0 411 469];
P2=[0 224 469];
P3=[0 34.5 466];
P4=[0 387.0 207];
P5=[0 187 205];
P6=[0 68 204];
%Coordinates of three points
x1=P1(1); y1=P1(2); z1=P1(3);
```

```

x2=P2(1); y2=P2(2); z2=P2(3);
x3=P3(1); y3=P3(2); z3=P3(3);
x4=P4(1); y4=P4(2); z4=P4(3);
x5=P5(1); y5=P5(2); z5=P5(3);
x6=P6(1); y6=P6(2); z6=P6(3);
p1=[x1 y1 z1];
p2=[x2 y2 z2];
p3=[x3 y3 z3];
p4=[x4 y4 z4];
p5=[x5 y5 z5];
p6=[x6 y6 z6];

%Computation for each point
for i=1:N
    %Federico Thomas Approach
    [PuntoA(i,:)]
    PuntoB(i,:)]=trilateracion(p1,p3,p5,L1(i),L3(i),L5(i));
    h1(i,:)=PuntoA(i,:);
    [PuntoA(i,:)]
    PuntoB(i,:)]=trilateracion(p2,p6,h1(i,:),L2(i),L6(i),30*sqrt(2));
    h2(i,:)=PuntoA(i,:);
    [PuntoA(i,:)]
    PuntoB(i,:)]=trilateracion(p4,h1(i,:),h2(i,:),L4(i),30*sqrt(2),60)
    ;
    h3(i,:)=PuntoA(i,:);

    %Position of center point H
    h(i,:)=(h2(i,:)+h3(i,:))/2;
    DeltaX=h1(i,1)-h2(i,1);
    DeltaY=h1(i,2)-h2(i,2);
    DeltaZ=h1(i,3)-h2(i,3);
    DeltX=h3(i,1)-h(i,1);
    DeltY=h3(i,2)-h(i,2);
    DeltZ=h3(i,3)-h(i,3);
    Fai(i)=atan2(DeltaY,DeltaX);
    Theta(i)=atan2(sqrt(DeltaY^2+DeltaX^2),DeltaZ);
    Yita(i)=atan2(DeltZ,sqrt(DeltY^2+DeltX^2));
    %Transform form ZYZ(Euler) angles to RPY(Roll-Pitch-Yaw)angles
    OrientationTransform;
end

%Plot the Computed trajectory of the end-effector
%Position
figure(1)
subplot(2,2,1);
plot3(h(:,1),h(:,2),h(:,3),'k-','LineWidth',2),hold on;
axis equal;
hold on; grid on;
title('Computed trajectory');
xlabel('X [mm]'); ylabel('Y [mm]'); zlabel('Z [mm]'); hold on;
subplot(2,2,2);
plot(h(:,1),'k-','LineWidth',2),hold on;

```

```

title('Computed trajectory');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('X [mm]'); hold on;
subplot(2,2,3);
plot(h(:,2),'k-','LineWidth',2),hold on;
title('Computed trajectory');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Y [mm]'); hold on;
subplot(2,2,4);
plot(h(:,3),'k-','LineWidth',2),hold on;
title('Computed trajectory');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Z [mm]'); hold on;

%Orientation1 angles
figure(2)
subplot(2,2,1);
plot(Fai*180/pi,'k-','LineWidth',2),hold on;
title('Computed Orientation');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Fai [deg]'); hold on;
subplot(2,2,2);
plot(Theta*180/pi,'k-','LineWidth',2),hold on;
title('Computed Orientation');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Theta [deg]'); hold on;
subplot(2,2,3);
plot(Yita*180/pi,'k-','LineWidth',2),hold on;
title('Computed Orientation');
xlabel('Time [sec]'); ylabel('Yita [deg]'); hold on;

%Wirte the cable length to files
Length=zeros(6,N);
Length(1,:)=L1;Length(2,:)=L2;Length(3,:)=L3;
Length(4,:)=L4;Length(5,:)=L5;Length(6,:)=L6;
File=fopen('CableLength_e.txt','Wt');
fprintf(File,'%12.8f %12.8f %12.8f %12.8f %12.8f
%12.8f\n',Length);
fclose(File);
Data=h';
File=fopen('Position_e.txt','Wt');
fprintf(File,'%18.14f %18.14f %18.14f\n',Data);
fclose(File);
Data=h(:,1)';
File=fopen('X_e.txt','Wt');
fprintf(File,'%18.14f\n',Data);
fclose(File);
Data=h(:,2)';
File=fopen('Y_e.txt','Wt');
fprintf(File,'%18.14f\n',Data);
fclose(File);
Data=h(:,3)';
File=fopen('Z_e.txt','Wt');
fprintf(File,'%18.14f\n',Data);
fclose(File);
Data=Fai';
File=fopen('Fai_e.txt','Wt');

```

```

fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);
Data=Theta';
File=fopen('Theta_e.txt', 'Wt');
fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);
Data=Yita';
File=fopen('Yita_e.txt', 'Wt');
fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);
Data=Yaw';
File=fopen('Yaw_e.txt', 'Wt');
fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);
Data=Pitch';
File=fopen('Pitch_e.txt', 'Wt');
fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);
Data=Roll';
File=fopen('Roll_e.txt', 'Wt');
fprintf(File, '%18.14f\n', Data);
fclose(File);

%%%Main function of Federico Thomas Approach
function [punto1 punto2] = trilateracion(p1,p2,p3,l1,l2,l3)
% Se elevan al cuadrado las distancias por comodidad
l1 = l1^2;
l2 = l2^2;
l3 = l3^2;
% Se calculan parcialmente los elementos de la expresión final
v1 = p2-p1;
v2 = p3-p1;
A = 1/(Determinante([p1 ; p2; p3]));
% Producto vectorial de v1 con v2
B = cross(v1,v2);
matriz = [0 D(p1,p3) l1; D(p1,p2) D(p2,p3) l2; D(p1,p3) 0 l3];
C = Bideterminante_trilat(matriz);
matriz = [0 D(p1,p2) l1; D(p1,p2) 0 l2; D(p1,p3) D(p2,p3) l3];
DD = Bideterminante_trilat(matriz);
matriz = [0 D(p1,p2) D(p1,p3) l1;
D(p1,p2) 0 D(p2,p3) l2;
D(p1,p3) D(p2,p3) 0 l3;
l1 l2 l3 0 ];
E = Bideterminante_trilat(matriz);
punto1 = p1 + A * (-C * v1 + DD * v2 + sqrt(E) * B );
punto2 = p1 + A * (-C * v1 + DD * v2 - sqrt(E) * B );

% Calcula el Determinante de Cayley-Menger de p %
% p es una matriz compuesta en sus filas de los vectores p1,...,pn
function [resultado] = Determinante(p)
global Variab mm
% n = Numero de filas, ya que las columnas son las componentes

```

```

% 'x', 'y' y 'z'
n = size(p,1);
for i = 1:n
for j=1:n
matriz(i,j) = D(p(i,:),p(j,:));
end;
end;
matriz = [[0 ones(1,n)]; [ones(n,1) matriz]];
resultado = 2 * (-0.5)^n * det(matriz);
mm=mm+1;
Variab(mm)=resultado;

% Calcula el cuadrado de la distancia euclidea entre dos puntos en
% 3D
% 'p' y 'q' son vectores que apuntan dichos puntos desde el
%origen de coordenadas y estan compuestos de un estructura con
%tres campos x,y,z.
function [distancia] = D(p,q)
delta = p - q ;
distancia = sum((delta).^2);

% Calcula el Bideterminante de Cayley-Menger de p y q %
% p y q son matrices compuestas en sus filas de los vectores
p1,...pn
% y q1,... qn
function [resultado] = Bideterminante(p,q)
n = size(p,1);
for i = 1:n
for j=1:n
matriz(i,j) = D(p(i,:),q(j,:));
end;
end;
matriz = [[0 ones(1,n)]; [ones(n,1) matriz]];
resultado = 2 * (-0.5)^n * det(matriz);

% Calcula el Bideterminante de Cayley-Menger de p y q %
function [resultado] = Bideterminante_trilat(matriz)
n = size(matriz,1);
matriz = [[0 ones(1,n)]; [ones(n,1) matriz]];
resultado = 2 * (-0.5)^n * det(matriz);

```

Publicaciones del Candidato

- [1] Eusebio Hernández-Martínez, Marco Ceccarelli, Giuseppe Carbone, Carlos López-Cajún and J. Carlos Jauregui-Correa. Characterization of a Cable-based Parallel Mechanism for Measurement Purposes. Article in press, Mechanism Based Design of Structures and Machines an International Journal. ISSN: 1539-7742, Septiembre 2010.
- [2] Liang C., Hernández-Martínez E.E., Carbone G., Ceccarelli M., “A Comparison of Simulations and Experimental Tests on Operation Performance of CapaMan2 bis”, IEEE International Conference on Mechatronics and Automation ICMA 2009, Changchun, paper no.640, 2009.
- [3] Hernández-Martínez E., Congui L., Ceccarelli M., López-Cajún C., Carbone G. Experimental and Numerical Characterization of CaPaMan 2bis Operation. Aceptado en Journal of Applied Research and Technology. Octubre 2009.
- [4] Hernández-Martínez E., Carbone G. and López-Cajún C. Operation Features of Milli-CaTraSys. EuCoMeS08, The Second European Conference on Mechanism Science, Springer, Dordrecht, Marco Ceccarelli Ed., ISBN 978-1-4020-8914-5, pp. 191-200, Septiembre 2008.
- [5] Hernández-Martínez E., López-Cajún C. and Jauregui-Correa J. C. Calibration of Parallel Manipulators and its Application to Machine Tools-A State of the Art Survey. Aceptado en Ingeniería Investigación y Tecnología, ISSN: 1405-7743. Junio 2009.
- [6] Eusebio Hernández-Martínez y Carlos López-Cajún. Estado del Conocimiento sobre la Calibración de Manipuladores Robóticos Paralelos. Publicado en 8vo Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica CIBIM, Cusco, Perú, ISBN 978-9972-28885-3-1, Código 1506, 2007.
- [7] Ruiz Emmanuel, Hernandez-Martinez Eusebio, López-Cajun C., Espacio de trabajo y análisis de esfuerzos para un manipulador paralelo plano 3RRR. Memorias XV Congreso Internacional Anual de la SOMIM (Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica) Septiembre 2009, Cd. Obregón Sonora.
- [8] Hernández-Martínez E., Carbone G., y Ceccarelli M. Simulación analítica de un manipulador paralelo de 3 grados de libertad. Publicado en COBIM 08, V Congreso Bolivariano de Ingeniería Mecánica Cúcuta, Colombia, Junio 2008.
- [9] Jauregui-Correa J. C Hernandez-Martínez E., López-Cajún C., Ceccarelli M. Position Error Estimation for Parallel Robots. Enviado a Mechanism and Machine Theory. Enero 2010.