

Ma. del Carmen  
Espino Gudiño

**PROCESAMIENTO MORFOLOGICO, ESPACIOS  
COLOR Y QUATERNIONS, CON BIMETRIA DE LA  
IMAGEN Y OTRAS APLICACIONES**

2008



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería

Nombre de la tesis  
**PROCESAMIENTO MORFOLÓGICO,  
ESPACIOS COLOR Y QUATERNIONS,  
CON BIOMETRIA DE LA IMAGEN Y OTRAS APLICACIONES**

Tesis  
Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Doctor en

Ingeniería

Presenta

**Ma. Del Carmen Espino Gudiño**

Santiago de Querétaro a 31 de Octubre de 2008



Universidad Autónoma de Querétaro  
 Facultad de Ingeniería  
 Doctorado en Ingeniería

NOMBRE DE LA TESIS

**PROCESAMIENTO MORFOLÓGICO,  
 ESPACIOS COLOR Y QUATERNIOS,  
 CON BIMETRIA DE LA IMAGEN Y OTRAS APLICACIONES**

Que como parte de los requisitos para obtener el diploma/grado de (o la)

Doctor en Ingeniería

**Presenta:**

Ma. Del Carmen Espino Gudiño

**Dirigido por:**

Dr. Iván R. Terol Villalobos

SINODALES

Dr. Iván R. Terol Villalobos  
 Presidente

Firma

Dr. Gilberto Herrera Ruíz  
 Secretario

Firma

Dr. J. Domingo Mendiola Santibáñez  
 Propietario

Firma

Dr. Efrén Gorrostieta Hurtado  
 Propietario

Firma

Dr. Damián Vargas Vázquez  
 Vocal

Firma

Dr. Gilberto Herrera Ruíz  
 Director de la Facultad

Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval

Director de Investigación y  
 Posgrado

## RESUMEN

Esta investigación se orienta al procesamiento de imágenes a color y al estudio de propuesta de espacios color. Existen una gran cantidad de modelos color tales como Luv, Lab, HSI, HSL, HSV; y un número de esquemas de espacios color tales como HCL, IHSL y Quaternions, disponibles. En la presente tesis un amplio estudio es llevado a cabo, en el cual diferentes espacios color, junto con elementos indispensables para realizar procesamiento de imágenes a color (principalmente procesamiento morfológico) son discutidos. El espacio Luv fue adaptado para el mejoramiento del contraste en imágenes a color usando el concepto de la ley de Weber. Un espacio desarrollado para medir y procesar el color HCL también puede ser usado satisfactoriamente en aplicaciones de procesamiento biométrico. Todo lo contrario, el uso de este último espacio para el mejoramiento de contraste es complicado y no permite ser aplicado bajo el esquema del espacio HCL. Otra propuesta es el IHSL, que es uno de los espacios mejorados del HSL, el cual de acuerdo a los resultados de esta investigación, muestra un comportamiento interesante en el filtrado de la imagen y una satisfactoria segmentación. Finalmente, el estudio realizado sobre diferentes espacios y esquemas del procesamiento de imágenes color, llevo este estudio al concepto de Quaternions. Los cuales permiten un adecuado manejo de los colores por medio de un orden parcial (con procesamiento por canal en RGB, HSL u otros espacios), además de considerar cambios de matiz, saturación e intensidad de acuerdo a la alienación de los grises. Los umbrales pueden ser usados de acuerdo a los requerimientos del usuario.

**Palabras clave:** Procesamiento de imágenes a color, Espacios color, Quaternions, Morfología matemática.

## SUMMARY

This research is concerned with the processing of color images and color space proposals. There is a large amount of color models such as Luv, Lab, HSI, HSL, HSV; and a number of scheme spaces, such as HCL, IHSL and Quaternions, available. In the present thesis, a broad study is undertaken in which different color spaces, together with the essential elements needed to carry out color image processing (mainly morphology processing) are discussed. Luv space was adapted for improving contrast in color images using the Weber's Law concept. A space developed to measure and process HCL color can also be satisfactorily employed for the application of biometric processing. Another proposal is IHSL, one of the improved HSL spaces, which, as a result of this research, shows an interesting behavior during image filtering, as well as a good segmentation. Finally, the study of different spaces and color image processing schemes led to the Quaternion concept. This concept enables the adequate handling of colors by following a partial order (with channel processing in RGB, HSL or other spaces). It also considers variations in hue saturation and intensity, in agreement with gray alienation. Thresholds can be used according to the user conditions.

Keywords: Color image processing, Space color, Quaternions, Mathematical morphology.

**A Dios que me dio a mi familia y  
con la fe hace posible lo imposible**

## AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIAS

*A **Mi Familia** a cada uno de los miembros de mi familia, que durante todo el tiempo del doctorado me han comprendido y sobre todo apoyado en cada uno de mis momentos difíciles. A mi bebé **Chentito Rodríguez** el cual nació con este doctorado. A mi niña **Mariedna S. Rodríguez Espino** que es la niña más comprensiva. A mi **Miguelito Rodríguez Espino** que es mi inspira de cada día. A mi esposo **Vicente Rodríguez H.** por ser tan buen ser humano, noble, comprensivo y trabajador, que ante cualquier circunstancia siempre me ha apoyado. A mi mamá **Sara Gudiño R.** quien me dio la vida, y que con su apoyo y consejos me hace mejora cada día. A mi papá **Miguel Espino H.** que me ha dado tantas enseñanzas de vida, y tanto apoyo.*

*A todos ellos por su amor.*

***Al Dr. Gilberto Herrera Ruíz** que ha buscado siempre un bien para todos, y que es un verdadero ejemplo a seguir, al que admiro y agradezco todos y cada uno de sus consejos e impulsos que me ha dado.*

***A todos mis maestros** los cuales me enseñaron amar la investigación, y con su ejemplo y sabiduría me han formado para poder enfrentar las dificultades profesionales, especialmente al director de esta tesis al **Dr. Iván Terol Villalobos** y a mi tutor en el extranjero el **Dr. Sankit K. Mitra**, que en todo momento me prepararon.*

***A CONACYT** por la beca mixta que me otorgo. Y, aun mejor por el apoyo que me brindo para el desarrollo de mi investigación y estudios, tanto en el extranjero en la **University of California, Santa Barbara** como en la **Universidad Autónoma de Querétaro**.*

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
Resumen	i
Summary	ii
Agradecimientos y dedicatorias	iii
Índice	v
Índice de tablas	viii
Índice de figuras	ix
I. INTRODUCCIÓN	1
II. METODOLOGÍA	4
2.1. METODOLOGÍA DE TRABAJO	4
2.2. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	12
2.3. HIPÓTESIS	12
2.4. OBJETIVOS	12
2.5. RECURSOS MATERIALES Y HUMANOS	13
III. REVISIÓN DE LITERATURA	14
3.1. ANTECEDENTES	14
3.1.1. Francios DAguilon (1567-1617)	14
3.1.2. Isaac Newton (1642-1726)	14
3.1.3. Thomas Young (1773-1829)	16
3.1.4. Helmholtz y Maxwell	17
3.1.5. James Clerk Maxwell (1831-1879)	17
3.1.6. Albert Einstein (1879-1955)	19
3.1.7. William Rowan Hamilton (1805-1865) y los Quaternions	19
IV. ESTUDIOS Y ANÁLISIS PARA PROPUESTAS DEL PROCESAMIENTO A COLOR	23
4.1. ANÁLISIS METODOLÓGICO DE ESPACIOS COLOR	23
4.1.1. Espacio RGB	24
4.1.2. Espacio rgb normalizado	25
4.1.3. Espacio CMY	26
4.1.4. Espacio YIQ	26
4.1.5. Espacio HSI	26
4.1.6. Espacio HSL	28
4.1.7. Espacio HSV	30
4.1.8. Espacio CIE XYZ	32
4.1.9. Espacio CIELAB y CIELUV	36
4.1.10. Espacio CIE 1976 Luv o CIELUV	38
4.2. ESTUDIO DEL ESQUEMA DE QUATERNIONS	43
4.2.1. Definiciones de las operaciones de los Quaternions	43
4.2.2. Identidad y suma	44
4.2.3. Multiplicación	45
4.2.4. Producto de Grassmann	47
4.2.5. El complejo conjugado	48
4.2.6. La Norma	48
4.2.7. Inverso del Quaternion	49

4.2.8.	Fórmula de Euler	50
4.2.9.	Interpretaciones geométricas	50
4.2.10.	Consideraciones algebraicas	50
4.2.11.	La rotación de un Quaternion en 3D	54
4.2.12.	Diferencia de color	56
4.2.13.	Detección de bordes	57
4.2.14.	Gradiente de una imagen	58
4.3.	ANÁLISIS METODOLÓGICO DE MORFOLOGÍA A COLOR	59
4.3.1.	Bases teóricas de Morfología Matemática	59
4.3.2.	Filtros morfológicos básicos	61
4.3.3.	Espacios HSI, HSV, HSL y Morfología	63
4.3.4.	Centro de la ley de gravedad	67
4.3.5.	Espacio CIE XYZ y Morfología	68
4.3.6.	Top-Hat	72
4.4.	ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DEL PROCESAMIENTO MORFOLÓGICO A COLOR	74
4.4.1.	Ordenación del matiz	75
4.4.2.	Inestabilidad de saturación	76
4.4.3.	Aproximación marginal	77
4.4.4.	Aproximación vectorial	78
4.4.5.	Orden por medida de distancia	80
4.4.6.	Orden por una componente	81
4.4.7.	Segmentación de imágenes a color	82
4.4.8.	Segmentación por crecimiento de regiones	83
4.4.9.	Algoritmo de segmentación por agrupamiento del histograma y filtros morfológicos	84
4.4.10.	Algoritmo de segmentación por derivación de umbrales locales en imágenes a color.	85
4.4.11.	Segmentación por contornos	86
4.4.12.	Algoritmo de segmentación jerárquica	87
4.4.13.	Segmentación por repartición del gráfico	87
4.4.14.	Segmentación multiescala	87
4.4.15.	Segmentación semi-automática	88
4.4.16.	Segmentación por racimos	88
4.4.17.	Algoritmo por combinación de morfología 2D de cluster y fusiones	89
4.4.18.	Algoritmo de combinación de cuantización de colores y segmentación espacial (JSEG)	90
4.4.19.	Análisis de la propuesta del procesamiento morfológico a color	90
4.4.20.	Apertura y cerradura por reconstrucción	91
4.4.21.	Análisis de los espacios color	91
4.4.22.	Estudio del espacio IHSL	92
4.4.23.	Coordenadas polares	93
4.4.24.	Normas L2, L1 y la seminorma	93
4.4.25.	Espacio HCL y su transformada inversa	95
4.4.26.	Filtrado morfológico adaptado al espacio HCL	96
4.4.27.	Filtración basada en la distancia morfológica	97
4.4.28.	Descripción de metodología de segmentación	98
4.4.29.	Histograma bivariable normalizado con imágenes en niveles de grises.	99
4.4.30.	Segmentación acromática-cromática y Watershed	100
4.4.31.	Segmentación de imágenes histograma por Watershed	101
4.4.32.	Watershed, waterfalls y funciones críticas para la sobre segmentación	104
4.4.33.	Técnica propuesta para la segmentación	105

V.	RESULTADOS DE APLICACIONES METODOLÓGICAS	110
5.1.	UN APROXIMACIÓN DEL CONTRASTE MULTI-ESCALAS MORFOLÓGICO PARA IMÁGENES A COLOR Y GRISES, CONSIDERANDO LA PERCEPCIÓN VISUAL HUMANA	110
5.1.1.	Prefacio	110
5.1.2.	Espacios color y Mezclas de colores en el espacio u, v, Y	112
5.1.3.	Mejoramiento del brillo	115
5.1.4.	Operadores del contraste, basados en el criterio de proximidad	116
5.1.5.	Operadores contraste multiescala basados en la percepción del criterio visual humano	118
5.1.6.	Representación de aproximación del Contraste Multiescala a través de los residuos del Top-Hat	124
5.1.7.	Mejoramiento del color	132
5.1.8.	Algoritmo de contraste multiescala par imágenes a color usando residuos Top-Hat	133
5.1.9.	Algoritmo del contraste multiescala racional	138
5.1.10.	Discusión	146
5.2.	APLICACIÓN DEL RECONOCIMIENTO BIOMETRICO DE HUELLA DACTILARES	147
5.2.1.	Prefacio	147
5.2.2.	Materiales y Métodos	149
5.2.3.	Captura y pre-procesamiento de imagen de la huella digital a color	149
5.2.4.	Procesos para obtener el diseño biométrico	151
5.2.5.	Resultados experimentales	153
5.2.5.1.	Operación del AFIS	153
5.2.5.2.	Caso de estudio de la imagen a color	154
5.2.5.3.	Caso de estudio de la imagen en niveles de grises	156
5.2.5.4.	Discusiones y resultados	158
5.3.	CAMBIOS DE COLOR PARA EL ESQUEMA DE QUATERNIONS	159
5.3.1.	Prefacio	159
5.3.2.	Simbología a utilizar	161
5.3.3.	Método	162
5.3.4.	Análisis experimental	167
5.3.5.	Discusión	169
VI.	CONCLUSIONES	170
VII.	APÉNDICE	173
7.1.	FUNDAMENTOS PERCEPTUALES DEL COLOR	173
7.1.1.	Luz de onda	173
7.1.2.	Representación del color	175
7.1.3.	El ojo humano	176
7.1.4.	Aberración cromática	180
7.1.5.	La teoría tricromática y procesos opuestos	182
7.1.6.	Las leyes de Grassmann	184
7.1.7.	Luces primarias	185
VIII.	TERMINOLOGÍA	189
IX.	REFERENCIAS	207

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
2.1 Resumen de las transformaciones, características y aplicaciones de los espacios color.....	8
5.1 Tipos de minucias.....	170
5.2 Similitud Estadística.....	174
8.1 Abreviaturas.....	224

## INDICE DE FIGURAS

Figura	Página
2. 1. Representación metodológica .....	5
2. 2. Etapas del procesamiento digital de imágenes.....	9
Figura 3. 1. El color de la teoría de Francios DAguilon (1613) .....	14
3. 2. La descomposición de la luz en los colores del espectro, Fotonostroa (2008). .....	15
3. 3. Círculo de matiz de Newton .....	16
3. 4. Triángulo de Maxwells.....	18
3. 5. El análisis de la cruz muestra el orden del pigmento croma .....	18
4. 1. Cubo RGB unitario.....	24
4. 2. Triángulo representativo de color HSI .....	27
4. 3. (a) Imagen Original; (b) Canal H; (c) Canal S; (d) Canal I .....	28
4. 4. Cono HSL.....	29
4. 5. (a) Imagen Original, (b) Canal H, (c) Canal S, (d) Canal L.....	29
4. 6. (a) Imagen Original, (b) Canal H, (c) Canal S, (d) Canal V .....	30
4. 7. Cuadro comparativo de espacios perceptuales .....	31
4. 8. Una transformación descriptiva de 1931 .....	32
4. 9. Representación gráfica de las funciones calorimétricas CIE 1.931, valores triestímulos espectrales de un estímulo monocromático $E_\lambda$ de flujo radiante unidad. Cálculos realizados con unos estímulos de luces primarias R, G, B monocromáticos y de longitudes de onda $\lambda_R=700$ nm, $\lambda_G=546.1$ nm y $\lambda_B=435.8$ nm, respectivamente. ....	34
4. 10. CIE 1964 xyz diagrama de cromacidad. Los colores primarios XYZ imaginarios son normalizados ...	35
4. 11. Localización del color en el diagrama de cromacidad.....	36
4. 12. CIE 1976 .....	38
4. 13. Distancias de algunos colores perceptualmente iguales, Wright (1969) y Caza (2003) .....	39
4. 14. Triángulo trilinear y el diagrama de cromacidad (a, b línea de mezcla) .....	39
4. 15. Un espacio de excitación de cono normalizado .....	41
4. 16. CIELAB.....	43
4. 17. Correspondencia: <i>Vectores</i> $\leftrightarrow$ <i>Quaternions</i> .....	52
4. 18. Operadores de Quaternion en vectores .....	54
4. 19. Diagrama del análisis de imágenes con Morfología Matemática.....	60
4. 20. Aplicación de la Morfología Matemática .....	61
4. 21. Apertura y cerradura.....	62
4. 22. (a) Imagen Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Dilatado sobre RGB, (d) Imagen Original, (e) Erosionado sobre RGB, (f) Dilatado sobre RGB.....	64
4. 23. (a) Imagen Original, (b) Erosión por canal del espacio HSL tamaño 10, (c) Erosionado canal intensidad, (d) Erosionado canales Saturación e Intensidad, (e) Dilatación por canal del espacio HSL tamaño 10, (f) Dilatación canal de intensidad; (g) Dilatado canales Saturación e Intensidad .....	67
4. 24. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv .....	70
4. 25. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv .....	70

4. 26. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv .....	71
4. 27. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv .....	72
4. 28. Top-Hat por apertura para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-Hat por apertura .....	73
4. 29. Top-Hat por cierre para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-Hat por cierre .....	73
4. 30. Resultado de TOP HAT en una imagen de escala de grises. (a) Top-Hat por apertura. (b) Top-Hat por cierre.....	74
4. 31. Establecimiento de ínfimo en círculo matiz. (a) Matiz de referencia en 0°. (b) Matiz de referencia en 135° .....	76
4. 32. Procesamiento por canal marginal.....	77
4. 33. Procesamiento por canal vectorial.....	78
4. 34. Esquema de procesamiento vectorial para Morfología Matemática en color .....	80
4. 35. Ejemplo de distancia Euclidiana en RGB.....	80
4. 36. Recorrido dentro del elemento estructurante de tamaño 3x3.....	81
4. 37. Ejemplo de histogramas acromático y cromático .....	100
4. 38. SKIZ del conjunto X constituido a partir de las zonas de influencia geodésica IZ.....	102
4. 39. Paradigma de la segmentación morfológica. Watershed controlado por marcadores.....	103
4. 40. Pabellón de la Universidad de Alicante.....	103
4. 41. Segmentación morfológica. (a) Watershed original, sobre segmentación. (b) Watershed controlado por marcadores.....	103
4. 42. Muestra de la uniformidad del espacio HCL, Sarifuddin y Missaoui (2005) .....	105
4. 43. Ejemplo del histograma cromático .....	106
4. 44. (a) Resultado de la técnica de segmentación con histogramas bivariantes en una imagen de muy baja calidad, (b) Pos-procesamiento aplicando Apertura por Reconstrucción (elimina ruido) .....	107
4. 45. (a) Imagen original, (b) Histograma inverso cromático HCL= 525: Color B, ZONAS 8755, (c) Histograma inverso cromático = 525: Color G, ZONAS 7096, (d) Histograma inverso cromático = 525: Color R, ZONAS 17757. ....	108
4. 46. Imágenes de histogramas bivariantes, (a) imagen original, (b) Unión de los dos histogramas, (c) Histograma cromático inverso, (d) Histograma acromático inverso.....	109
5. 1. (a) Mezcla de Color de $C_1$ y $C_2$ en el cubo de color RGB, (b) Mezcla de color $K_1$ y $K_2$ en el espacio CIE-XYZ.....	113
5. 2. (a) R, G, B colores en las coordenadas cromáticas, (b) Triángulo cromático uv, (c) Imagen original, (d) Coordenadas cromáticas de la imagen original.....	115
5. 3. (a) Imagen original, (b) Asignaciones de contraste de dos estados con $\lambda = 30$ , $\beta = 1/2$ , usando la apertura y cerrando morfológica, (c) Asignación de contraste de dos estados, usando la apertura y cerrando por reconstrucción con $\lambda = 30$ $\beta = 1/2$ , (d) Asignación de contraste de dos estados, usando la apertura y cerrando por reconstrucción con $\lambda = 90$ $\beta = 1/2$ , (e) Apertura por reconstrucción con $\lambda = 90$ , (f) Cerradura por reconstrucción con $\lambda = 90$ .....	117
5. 4. (a) Imagen original, (b) y (c) imágenes de salida $\kappa_{\mu,\phi}(f)$ y $\kappa_{\mu_3,\phi}\kappa_{\mu_2,\phi}\kappa_{\mu_1,\phi}(f)$ , respectivamente, (d) y (e) Imágenes de salida binarias procesadas con un umbral de las imágenes de gradientes internas a las imágenes (a) y (c), respectivamente.....	120
5. 5. Ínfimo de regiones ínfimas oscuras y luminosas, (a) Apertura y cerradura morfológica de tamaño 45 (b) Apertura y cerradura por reconstrucción tamaño 55 (obteniendo imágenes de salida multiplicadas por 10) ..	126
5. 6. (a) y (b) Filtros secuenciales alternados $\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{10}\tilde{\gamma}_{10}(f)$ y $\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{10}\tilde{\Phi}_{10}(f)$ , respectivamente, (c) y (d) Imágenes de salida procesadas por $\theta_{\mu}(f)$ con tamaños de $\mu = 90$ y $\mu = 160$ , respectivamente, (e) y (f) Imágenes de salida procesadas por la sucesión de $\Psi_{\mu}(f) = \theta_{\mu}\theta_{\mu-1}\dots\theta_1(f)$ con tamaños de $\mu = 90$ y $\mu = 160$ , respectivamente .....	128

5. 7. (a) Imagen original, (b) y (c) Composición del operador de contraste: $\kappa_{\mu_3, \phi}^{\gamma}$ $\kappa_{\mu_2, \phi}^{\gamma}$ $\kappa_{\mu_1, \phi}^{\gamma}$ (f) con tamaños 15, 45 y 75 y usando el criterio del valor de contraste 1.05 y 1.025, respectivamente, (d) Algoritmo de contraste multiescala con tamaño 15, 45 y 75 y en porcentaje de 1.025 usando aperturas y cerradura morfológica, (e) Aperturas y cerraduras por reconstrucción .....	131
5. 8. (a) Intersección con el triángulo cromático, (b) Triángulo acromático (triángulo pequeño en color gris oscuro) y tres escalas de saturación .....	134
5. 9. (a) Imagen Original, (b)- (d) Aumento de saturación en 30%, 50% y 80%, respectivamente .....	135
5. 10. (a) Imagen original, (b) y (c) Contraste multiescala en regiones luminosas con tamaños 10, 20, 80, y $\phi = 1.025$ , usando tres escalas cromáticas y una escala cromática, respectivamente .....	137
5. 11. (a)-(c) Coordenadas Cromáticas (u, v) de las Figuras 10 (a)-(c), respectivamente.....	137
5. 12. (a) Imagen original de niveles de grises, (b) Algoritmo de contraste multiescala donde se usan escalas 20, 110, 200 y $\phi = 1.025$ , (c), (d) y (e), Algoritmo de contraste racional particular. Porcentaje la Sola escala el algoritmo del contraste racional usando escalas 20, 110 y 200, respectivamente, (f) Algoritmo multiescala usando escalas de 20, 110 y 200.....	141
5. 13. (a) y (b) Gradiente de imágenes de las Figuras 12 (a) y (f), respectivamente.....	143
5. 14. (a) Imagen original, (b) Tres-escalas del algoritmo de contraste multiescala racionales 1.0, (c) Tres-escalas del algoritmo de contraste multiescala racional con criterio 1.125, (d) Multiescala Retinex .....	145
5. 15. (a)-(c) Coordenadas Cromáticas de las imágenes de las Figuras 14 (a) - (c), respectivamente .....	145
5. 16. Arquitectura del Sistema de Identificación de Huellas Dactilares Automáticas .....	154
5. 17. Encriptamiento de la llave .....	154
5. 18. Caso de estudio de la imagen a color.....	156
5. 19. Tres posiciones de la huella digital.....	157
5. 20. Caso de estudio de la imagen en niveles de grises.....	158
5. 21. Diagrama de Bloques para determinar diferencia de colores .....	163
5. 22. Diferencia de color d con el Quaternion rotado en un ángulo de $\pi$ .....	165
5. 23. Imagen a color original.....	167
5. 24. Cambios de color por medio del método propuesto con $\rho=0.018$ .....	167
5. 25. Test con Kolmogorov-Smirnov $\rho$ .....	168
7. 1. Radiación electromagnética.....	173
7. 2. Las ondas electromagnéticas percibidas por el ojo humano .....	173
7. 3. Interpretación del Cennini de iluminación y sombra .....	175
7. 4. Fuente de luz, objeto y sistema visual .....	176
7. 5. Anatomía del ojo humano.....	177
7. 6. Efecto de cámara .....	177
7. 7. Conos y bastones de la retina, Westland S. (2001).....	178
7. 8. Respuesta espectral de los conos S (a), M (b) y L (c) en función de la longitud de onda (400-700nm), Westland S. (2001) .....	178
7. 9. Refracción desigual de luz roja, verde y azul en la retina.....	179
7. 10. Aberración cromática .....	180
7. 11. Distribución de conos en la retina .....	181
7. 12. Distribución de conos y bastones en el ojo humano .....	181
7. 13. Prueba de perceptiva del color .....	182
7. 14. Teoría tricromática .....	183
7. 15. Teoría de procesos opuestos.....	184
7. 16. Verdadero (RGB) y primarias (XYZ) imaginarias con relación al diagrama de cromaticidad.....	186
7. 17. WDW (Wright Coeficientes Cromacidad) .....	186
7. 18. Ejemplo de luces primarias e iluminador de energía .....	187

8. 1 Corrección Gama.....	191
8. 2. 1964 color de XYZ correspondencia de funciones Color de 1964 de CIE correspondencia de funciones para el 10° observador estándar.....	192
8. 3. Filtros espaciales pasa baja.....	194
8. 4. Filtro de la mediana.....	195
8. 5. Filtros pasa alta.....	196
8. 6. Comparación de Filtros Roberts y Frei-Chen con Prewitt y Sobel.....	197
8. 7. Filtros de segunda derivada, Laplaciano 1, 2 y 3.....	199
8. 8. Filtros espaciales: (a) Filtro paso bajo, (b) Filtro paso alto, (c) Filtro paso banda.....	200
8. 9. La reflexión.....	202

## I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha generado una revolución en el uso de la tecnología con la finalidad de poder competir a niveles mundiales. Una de las investigaciones en este ámbito recae principalmente en la Visión Computacional (VC) y en el Procesamiento Digital de Imágenes a Color (PDI-C).

Retomando la historia se encuentra que la colorimetría<sup>1</sup> tiene muchos años de existir, la cual ha sido fuente de inspiración de grandes investigadores como: Aristóteles (384-322 a.C.) que realizó una ordenación del blanco opuesto al negro. Posteriormente otro de los famosos fue Newton con su obra Óptica (1704). Después en 1913 la creación de la comisión Internacional de Iluminación (CIE). En realidad uno de los descubrimientos más relevantes de la historia, fue la descomposición de luz de Newton en 1666, que por medio de un rayo de luz solar traspasando un prisma generó la salida del espectro continuo de colores, tales como el violeta, azul, verde, amarillo, naranja y rojo, Park (1999). Debido a estos descubrimientos se consideraron a esos tonos como colores primarios. Por otro lado, el sistema Munsell en 1915 aportó que los colores se forman por la suma de brillo, tono y saturación.

La percepción de sistema visual humano es un tema sumamente interesante, que algunos autores lo resumen como percepción del mundo en tres-dimensiones (3D). Lo cual naturalmente debería ser desde cuatro dimensiones incluyendo el espacio tiempo, el cual también influye en todos los objetos. Los objetos son percibidos por los ojos humanos a través de la reflectancia que emiten los objetos por medio de las células de la retina, es decir el color es el resultado del procesamiento realizado por el cerebro y los ojos. Con el objeto de facilitar las tareas de detección y reconocimiento de objetos, el procesamiento de imágenes a color está tratando de imitar algunas características del cerebro. En el procesamiento de imágenes uno de los temas de mayor interés, es el

---

<sup>1</sup> Colorimetría es la ciencia que estudia los colores mediante numeraciones, para poder operar con ellos y deducir características de los colores obtenidos mediante mezclas, así como averiguar las cantidades que hay que mezclar y que colores primarios elegir para obtener el color deseado.

El color no solo depende del objeto en sí, sino de la fuente de luz, el color que lo rodea y el sistema visual humano.

resultado de la imagen considerando la reflectancia de luz sobre las propiedades de las materias de los objetos, así como la ejecución correcta de los colores para ser percibidos por los ojos humanos.

Con el paso de los años han surgido diferentes tendencias e investigaciones sobre procesamiento de imágenes digitales; entre ellos están PIPS (Sistemas de procesamiento patrones de información) de los japoneses, UIS (Sistema de entendimiento de imágenes) de los norteamericanos y las investigaciones de los europeos en los años setenta por los profesores G. Matheron y J. Serra en Francia, los cuales han obtenido resultados de la geometría integral y el cálculo de probabilidad para las características y medición de formas, técnica que se le denomina metodología de *Morfología Matemática*<sup>2</sup>. Con la Morfología Matemática se puede obtener la detección de características por medio de bordes, líneas y texturas, que ayudan a definir el esbozo primitivo de la imagen, para después poder proporcionar la clasificación y segmentación de la misma.

Dado que las tendencias actuales serán el procesamiento de imágenes a color y que éste aporta una gran cantidad de información, entonces esta investigación se enfoca a llevar a cabo aplicaciones comunes como mejoras de contraste, segmentación, biometría de la imagen, etc. Sin embargo, diferentes retos se presentan en este tipo de problemas. Por una parte, las variaciones del color con los cambios de iluminación (el problema de la constancia del color). Por otra parte, la selección de un buen esquema de procesamiento de imágenes y en particular la elección del espacio color. Dado existen diferentes espacios color como, los uniformes, los espacios perceptuales y los espacios estándar. En particular los espacios perceptuales como el HSI, HSV, HSL, (Hue - matiz, Saturation – saturación, Intensity - intensidad) son frecuentemente seleccionados para realizar procesamiento de las imágenes (filtrado, segmentación, ...etc.). Y los espacios uniformes tales como Lab. y Luv son utilizados primordialmente para realizar medidas. Mientras, que los Quaternions casi no han sido usados en esta área. De esta manera, en esta tesis se presenta desde los fundamentos teóricos, estudios, y análisis de los factores

---

<sup>2</sup> Centre de Morphologie Mathématique (CMM) de Fontainebleau, Francia.

que determinan la calidad del PID-Cs hasta las aplicaciones del mismo PID-C. Es decir, se considera una solución alternativa el usar diferentes espacios color.

La finalidad es dar alternativas interesantes para el PID-C, donde no se corra el riesgo de eliminar partes esenciales de la imagen, o bien introducir nuevos colores que generen información errónea. Entonces, el procesamiento de imágenes a color se enfocará en mejoras del contraste, en segmentación de imágenes y principalmente en procesamientos morfológicos. Todo el filtrado inicial para adecuar la imagen se realizará sobre espacios perceptuales tomando en cuenta un orden lexicográfico en las transformaciones morfológicas (conservando la propiedad de transformaciones crecientes). En lo que se refiere a la segmentación de imágenes a color, parte del estudio se enfocará a proponer un método de segmentación de imágenes a color considerando por separado la información del matiz y saturación. La información matiz y saturación permite detectar regiones a partir del color. La intensidad y saturación definen el concepto de contraste de una imagen a partir de las formas de cada objeto. Al final, las dos particiones deberán ser fusionadas para obtener una segmentación final. Una vez obtenida la partición final, las medidas de diferentes regiones, pueden ser realizadas sobre el espacio CIELAB y la ley de centro de gravedad. Además, se estudia la opción de Quaternions, con la idea de tener un novedoso esquema, tanto para el procesamiento de imágenes en color, como para las medidas de color de la imagen en RGB (Rojo - Red (R), Verde - Green (G), Azul - Blue (B)) u otro espacio color.

## II. METODOLOGÍA

### 2.1. METODOLOGÍA DE TRABAJO

Para poder analizar las diferentes características de una imagen (forma, estructura, área, superficie, madurez, ...etc.), se empleo el modelo simplificado del método científico que consiste en: (1) Realizar a fondo investigación, (2) Construir una hipótesis, (3) Analizar los resultados y planificar conclusiones, (4) Hacer pruebas de la hipótesis, con pruebas en aplicaciones y bajo diferentes experiencias, (5) Aceptar o Rechazar hipótesis, (6) Re-realizar investigación y/o (7) Realizar informe, E., Norman W. (2005).

En esta metodología se busca valorar diferentes alternativas que hagan posible un apropiado procesamiento de imágenes a color, el cual permitan determinar correctamente las regiones de interés (objetos, bordes, frutos, etc.). Debido a que los espacios a color en procesamiento de imágenes a color es un instrumento importante, que permite analizar y aprovechar toda la información que contiene las imágenes. Actualmente, los recientes trabajos relacionan con esta área usan métodos propias de la metodología de PDI, tales como: reducción de ruido, bordes, adelgazamiento, segmentación de imágenes color, análisis de textura, Morfología Matemática, clasificación, reconocimiento, y muy pocos con las técnicas de los Quaternions aplicada a imágenes a color, Jack y Kuipers (2002), Lukac y Konstantinos (2007).

Por lo anterior, uno de los temas de investigación más interesantes en procesamiento de imágenes es el tratamiento de imágenes a color. Dada la complejidad de las imágenes a color a tratar, en esta tesis, la propuesta de procesamiento de imágenes se enfocará en el procesamiento de estas mismas imágenes. Para llevar a cabo ésta meta, las imágenes a color requieren una transformación de su espacio original (RGB) a otros espacios convencionales como: Espacios a colores oponentes, espacios uniformes o espacios preceptuales, estos últimos basados en el sistema visual humano. Por lo tanto, es necesario, realizar algunas modificaciones para obtener mejores características de las imágenes. Estos nuevos espacios a color en su mayoría se

representan matemáticamente por sistemas no lineales, lo cual hace compleja su apreciación en el espacio a color original. Así mismo, la metodología que se emplea en esta tesis es una conceptualización general que contiene cuatro módulos principales, y se representa en el diagrama de la Figura 2.1.

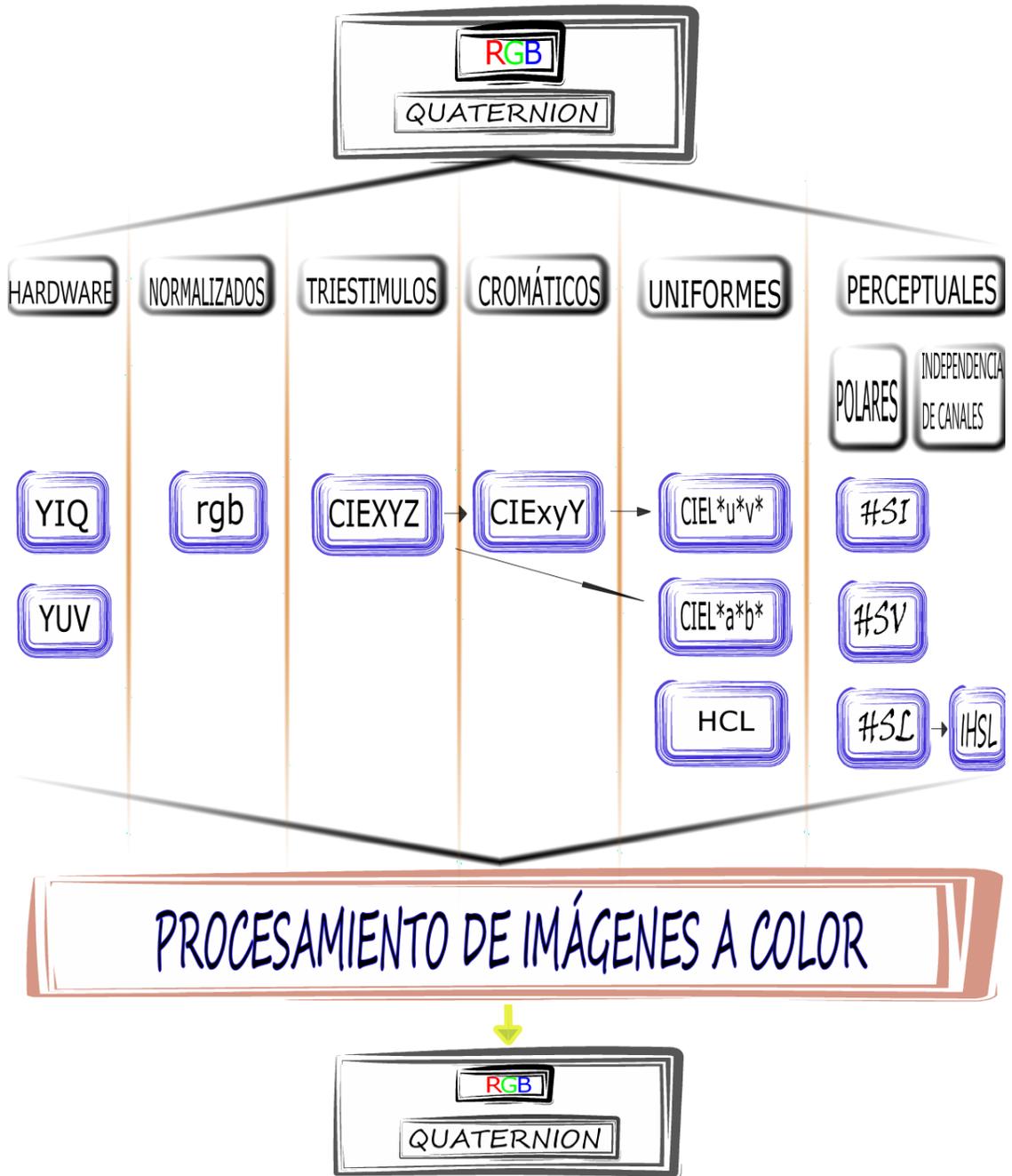


Figura 2. 1. Representación metodológica

El significado general del diagrama de la Figura 2.1 se explica de la siguiente manera: El diagrama se encuentra dividido en cuatro niveles, el primer nivel se refiere al modulo de captura, el segundo nivel representa los diferentes espacios color que se analizaron en esta tesis, el tercero nivel se representa al modulo de PDI-C, y finalmente el cuarto nivel se refiere al despliegue de los resultados obtenidos.

El primer modulo, se refiere a la captura de la imagen color y esta se lleva a cabo por medio de un escáner o cámara fotográfica digital, en la que normalmente utilizan el formato de almacenamiento y despliegue de la misma (en la pantalla de una computadora) el espacio color RGB, esto debido a que este espacio es el estándar de las computadoras, el cual combina las variables de los denominados tres colores primarios: rojo, verde y azul. Teniendo una asignación de 256 niveles para cada uno de ellos, es decir; una gama de 16,777,216 colores diferentes. Así mismo, se muestra en éste primer módulo a los Quaternions, los cuales representa una manera conveniente para el procesamiento de imágenes a color sobre cualquier espacio color. Es importante recordar que los espacios color han sido creados con diferentes propósitos de aplicaciones, entonces dependiendo de la aplicación del espacio color se generaran resultados satisfactorios o erróneos. Con el apoyo de Quaternions se reduce significativamente las operaciones matemáticas, además de que se logran resultados óptimos, Lukac y Konstantinos (2007).

Los diferentes espacios a color empleados en esta tesis son representados en el segundo nivel de la Figura 2.1. Un modelo de color define un sistema de coordenadas tridimensionales y un subespacio en el que cada color es representado por un único punto (llamado pixel). El uso de un modelo de color permite medir y especificar cuantitativamente los colores de una forma normalizada.

Se han propuesto diferentes espacios color, los cuales se pueden agrupar en dos categorías:

- Independientes del dispositivo:
  - CIEXYZ y CIExyY
  - CIEL\*u\*v\* y CIEL\*a\*b\*
  - HCL
- Dependientes del dispositivo:
  - RGB
  - rgb
  - YIQ e YUV
  - HSI, HSB, HSL e IHSL

Los modelos dependientes del dispositivo necesitan especificar un color directamente en el espacio a color de dicho dispositivo. En el caso de los dispositivos que emiten luz (monitores), se puede definir un espacio geométrico aditivo. En los dispositivos que reflejan luz (impresoras), no se puede crear dicho espacio aditivo, sino que se debe utilizar un espacio geométrico sustractivo, en el cual se restan componentes de la luz blanca.

Una de las características importante que deben poseer los espacios a color es que deben ser visualmente uniformes. Es decir, las distancias numéricas entre los colores debe estar relacionada con la capacidad humana para percibir diferencias de colores, en este sentido los Quaternions ayudan considerablemente.

Los formatos de color están basados en un grafo de color de tres dimensiones sobre un cubo, excepto HSI, HSB, HSL e IHSL que usan un modelo cilíndrico o cónico. Y así mismo, cada uno de los espacios color tiene diferentes tipos de transformaciones como se observa en la Tabla 2.1. Por ejemplo, los espacios orientados al Hue (Matiz) tienen una transformación *no-lineal* con respecto al espacio color RGB, de igual manera se observa que el espacio a color IHSL tiene una transformación *proyectiva* con respecto al HSL. También se menciona en la misma Tabla las características y sus aplicaciones más importantes de cada uno de los espacios color.

**Tabla 2.1 Resumen de las transformaciones, características y aplicaciones de los espacios a color**

<b>Espacio Color</b>	<b>Tipo de Transformación</b>	<b>Característica</b>	<b>Aplicación</b>								
XYZ	No-lineal con respecto al RGB	Triestímulo positivo	Cálculos colorimétricos								
RGB		No uniforme Teoría tricromática	Almacenamiento, procesamiento y codificación. Análisis de imágenes.								
YIQ, YUV	No-lineal con respecto al RGB	No uniformes	Transmisión en televisión. Compresión.								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;">CIEXYZ</td> <td>No-lineal con respecto al RGB</td> </tr> <tr> <td>CIExyY</td> <td>Proyectiva con respecto al CIEXYZ</td> </tr> <tr> <td>CIEL*u*v*</td> <td>Proyectiva con respecto al CIExyY</td> </tr> <tr> <td>CIEL*a*b*</td> <td>No lineal con respecto al CIEXYZ</td> </tr> </table>	CIEXYZ	No-lineal con respecto al RGB	CIExyY	Proyectiva con respecto al CIEXYZ	CIEL*u*v*	Proyectiva con respecto al CIExyY	CIEL*a*b*	No lineal con respecto al CIEXYZ		Uniformes	Sistemas industriales de medida del color. Evaluación en las diferencias de color. Análisis de imágenes.
CIEXYZ	No-lineal con respecto al RGB										
CIExyY	Proyectiva con respecto al CIEXYZ										
CIEL*u*v*	Proyectiva con respecto al CIExyY										
CIEL*a*b*	No lineal con respecto al CIEXYZ										
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;">HSI</td> <td rowspan="3">No-lineal con respecto al RGB</td> </tr> <tr> <td>HSV</td> </tr> <tr> <td>HSL</td> </tr> <tr> <td>IHSL</td> <td>Proyectiva con respecto al HSL</td> </tr> </table>	HSI	No-lineal con respecto al RGB	HSV	HSL	IHSL	Proyectiva con respecto al HSL		Orientado al usuario	Percepción humana del color. Multimedia y análisis de imágenes.		
HSI	No-lineal con respecto al RGB										
HSV											
HSL											
IHSL	Proyectiva con respecto al HSL										

Los espacios a color más utilizados en el procesamiento de imágenes son los modelos RGB, HSI, HSB, HSL, y muy recientemente el IHSL. Son pocos los estudios realizados para determinar el espacio a color más apropiado para el procesamiento digital de imágenes, en esto se basa justamente la hipótesis de la presente tesis.

El modulo de procesamiento de imágenes a color consiste básicamente, en la transformación de una imagen del mundo real a un formato digital inteligible por una computadora la cual requiere la utilización de un espacio o modelo de color, para su procesamiento.

Los objetivos fundamentales del procesamiento digital de imágenes son:

- Mejorar la calidad visual de las imágenes para permitir una mejor interpretación humana.

- Extraer información de las imágenes en un formato entendible por la computadora.

El procesamiento digital de imágenes consta de varias etapas como se aprecia en la Figura 2.2, las cuales se ejecutan consecutivamente para obtener los resultados deseados a partir una imagen original.



**Figura 2. 2. Etapas del procesamiento digital de imágenes**

La primera etapa se denomina digitalización y consiste en captar una determinada imagen real mediante cualquier dispositivo adecuado (cámara de video o digital, scanner,...) para tener dicha imagen en un formato digital inteligible por una computadora. Dicho modulo ya se encuentra representado en el primer nivel de la Figura 2.1.

Es relevante mencionar que todo sistema de captura de imágenes produce una cierta degradación con respecto a la imagen original, manifestándose esta degradación en forma de ruido de la imagen.

A la digitalización le sigue una segunda etapa denominada pre-procesamiento de imágenes, cuyo objetivo es contrar-restar la degradación introducida por el sistema de captura, de forma que las siguientes etapas del procesamiento digital de imágenes tengan una probabilidad de éxito mayor que la que se tendría al manipularan directamente la imagen degradada. Las operaciones típicas de esta etapa son la eliminación del ruido y el realce del contraste.

Las técnicas de eliminación de ruido que se utilizaron en esta tesis son:

- Técnicas globales: operan sobre toda la imagen en conjunto
  - Promediado en la adquisición de la imagen.
  - Procesamiento en el dominio de la frecuencia (el filtro de Norbet Wiener). Este filtro permite obtener resultados espectaculares en la mayoría de los casos, González y Woods, (1996). Sin embargo, el alto costo computacional que requiere y la necesidad de conocer previamente las características del ruido hacen que la utilización de este filtro sea prácticamente inviable.
- Técnicas locales o espaciales: analizan de forma individualizada el comportamiento de cada punto de la imagen.
  - Filtros lineales: el valor asignado a un punto de la imagen se obtiene mediante una combinación lineal de los valores de sus puntos vecinos. Por ejemplo, filtros de pasa bajo.
  - Filtros no lineales: utilizan un método no lineal para combinar los valores de los puntos vecinos. Por ejemplo filtro de la mediana y las técnicas basadas en morfología matemática.

En lo referente al mejoramiento de la imagen basada en el realce del contraste se utilizo básicamente técnicas de morfología matemática, así como también el filtro de Volterra, Mitra y Sicuranza, (2001). Este tipo de filtros usan operadores morfológicos que pueden ser aplicados a imágenes binarias, monocromáticos o en color. Estos operadores utilizan pequeñas figuras geométricas denominadas elemento estructural para procesar imágenes.

La segmentación constituye la tercera etapa y tiene como objetivo fundamental la extracción de la información contenida en la imagen. Dicha extracción se debe de realizar mediante una descomposición de la imagen, en unidades o partes que sean homogéneas con respecto a una o más características y que tienen una fuerte relación con objetos o áreas del mundo real.

La utilización del color en el procesamiento digital de imágenes está justificada por diferentes razones, entre las que cabe destacar las siguientes:

- En el análisis automático de imágenes, el color representa un potente descriptor que facilita la identificación de un objeto y su extracción de una escena, González y Woods (2002).
- Una imagen en color suministra más información que una imagen monocromática. Se ha comprobado que los bordes detectados en una imagen monocromática representan el 90% de los bordes detectados en una imagen a color, Lukac y Konstantinos (2007). Hay, por tanto, un 10% de bordes no detectados en una imagen monocromática que pueden ser muy importantes para tareas como puede ser el reconocimiento de objetos en visión artificial.

La salida generada por la segmentación suele ser imágenes binarias. Para que la computadora pueda seguir realizando las siguientes etapas del procesamiento digital de imágenes, se hace necesario describir la salida del proceso de segmentación de una forma adecuada. Por consiguiente, la imagen binaria resultante es el proceso de segmentación, el contorno de los objetos hallados, o las regiones que abarca cada objeto. A esta etapa se le llama clasificación, cuya finalidad es extraer información de la representación elegida, obteniendo las características o descriptores que permiten la posterior clasificación de los objetos. Entre estos descriptores se encuentran el perímetro del contorno, el área, el número de huecos, los puntos más significativos o relevante.

Por último, existen dos etapas denominadas reconocimiento e interpretación. El reconocimiento se encarga de etiquetar los diferentes objetos de la imagen utilizando sus descriptores, de forma que aquellos objetos detectados que representen unos descriptores semejantes se agrupan en una misma clase. Finalmente, la interpretación se encarga de darle significado a los grupos de objetos reconocidos.

Finalmente, el cuarto nivel se refiere a la apreciación en pantalla de los resultados una vez que la imagen a color ha sido procesada, la cual debe realizar su transformación inversa al espacio a color original RGB.

## **2.2. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA**

En la actualidad, la mayoría de los procesamientos de imágenes de VC en México son realizados por medio de procesamiento de escalas grises, lo cual en situaciones como analizar imágenes de enfermedades son fundamental y necesarios los colores, por lo tanto es preciso conocer nuevas técnicas de procesamiento de imágenes en color, para que de esta forma los usuarios finales realicen supervisiones de imágenes por medio de biometría de la misma para obtener productos de mejor calidad.

Ahora bien, para realizar el procesamiento de imágenes en color existe la problemática de operar adecuadamente los colores, debido a que si se cambia un tono por otro se corre el riesgo de perder información relevante. Entonces, estudiar alternativas de esquemas y espacios color para el procesamiento de imágenes considerando la visión humana es una de las temas de interés en las investigaciones actuales.

## **2.3. HIPÓTESIS**

En la actualidad existe una gama muy extensa de espacios color y no es posible determinar cuáles de ellos son los mejores para el procesamiento de imágenes. Considerado entonces, que una buena resolución a este problema es que el procesamiento de imágenes inicie con una adecuada selección del espacio color, el cual se adapta de la mejor manera al problema que se desea resolver, así como también a la técnica del procesamiento de imágenes a utilizar.

## **2.4. OBJETIVOS**

### **Objetivo general**

Proponer técnicas de procesamiento morfológico, segmentación y mejoramiento del contraste de imágenes en color, analizando diferentes espacios color y Quaternions para aplicar la propuesta a diferentes casos de estudio.

### **Objetivos específicos**

- Estudiar los espacios color existente en la literatura y buscar mejoras a dichos espacios considerando la aplicación de interés.
- Estudiar los cambios del color por medio del esquema de Quaternions.
- Proponer algún mejoramiento en el contraste de imágenes color.
- Proponer y desarrollar una técnica de segmentación de imágenes color.
- Aplicar las propuestas, como es el caso de las aplicaciones de la biometría de la imagen.

### **2.5. RECURSOS MATERIALES Y HUMANOS**

#### **Material:**

Cámara KPD-50 Hitachi,

Computadora,

Material Bibliográfico.

#### **Humanos:**

Responsable: M.C. Ma. Del Carmen Espino Gudiño,

Dr. Iván Terol Villalobos.

Colaboradores: Dr. Gilberto Herrera Ruiz,

Dr. Sanjit K. Mitra.

### III. REVISIÓN DE LITERATURA

#### 3.1. ANTECEDENTES

En este capítulo se presenta estudios y análisis que permiten el desarrollo del procesamiento de imágenes a color, por lo que se recomienda leerlo si se desea familiarizarse con la temática. Espero puedan degustar de esta tesis, como yo comencé a disfrutar de esta investigación.

##### 3.1.1. Francios DAguilon (1567-1617)

En la historia encontramos que DAguilon respaldó las ideas de la época medieval que decían que el amarillo, rojo y azul eran los matices básicos o nobles de los cuales todos los otros colores se derivaron y que los colores primarios son imaginarios o imperfectos, como se observa en la Figura 3.1. Entonces, los colores primarios son blancos y negros (luz y oscuridad). Los matices son colores compuestos, verdes, naranja (oro) y púrpura, los cuales son mezclas de los tres colores nobles, MacEvoy (2007).

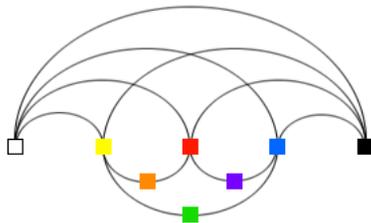
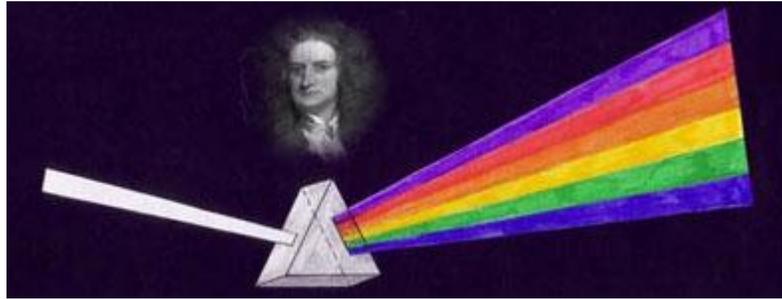


Figura 3. 1. El color de la teoría de Francios DAguilon (1613)

##### 3.1.2. Isaac Newton (1642-1726)

Isaac Newton, quien estableció un principio hasta hoy aceptado: *La luz es color*. En 1665 Newton descubrió que un rayo de luz solar al pasar a través de un prisma, se divide en varios colores conformando un espectro, como se observa en la Figura 3.2. Lo que Newton consiguió fue la descomposición de la luz en un espectro de colores, que son básicamente el azul violáceo, el azul celeste, el verde, el amarillo, el rojo anaranjado y el rojo púrpura. Este fenómeno lo podemos contemplar con mucha

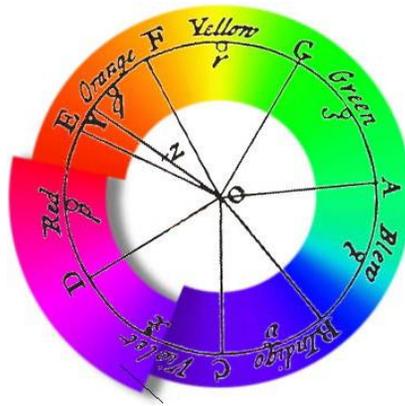
frecuencia, cuando la luz se refracta en el borde de un cristal o de un plástico. También cuando llueve y hace sol, las gotas de agua de la lluvia realizan la misma operación que el prisma de Newton y descomponen la luz produciendo los colores del arco iris, Díaz P. P. (2002).



**Figura 3. 2. La descomposición de la luz en los colores del espectro, Fotonostra (2008).**

Newton afirmó que todos los colores eran sólo sensaciones de la mente. Newton realizó asombrosas observaciones, por ejemplo en 1740 utilizó un espectro para crear un círculo de matiz original (o círculo de colores) sobrepuesto en los matices espectrales y extra-espectrales (no hay ninguna magenta o luz purpúrea en el espectro). Como se aprecia en la Figura 3.3 las mayúsculas se refieren a notas de la escala diatónica. En este diagrama, el centro del círculo (O) es la luz (incolora) blanca, y la circunferencia representa colores (saturados) encendidos de cada matiz espectral. La distancia del centro al borde indica la variedad de colores no saturados, los colores del mundo diario entre matices blancos y puros. Newton declaró que:

*Dos o más colores primarios espectrales combinadas en proporciones específicas (de pesos) producirían un color mezclado localizado entre todos ellos por “El centro de gravedad” (promedio ponderado).*



**Figura 3. 3. Círculo de matiz de Newton**

Los experimentos de Newton con mezclas blancas le condujeron a sus perspicacias más intrigantes. Si se mezclan en proporciones correctas dos matices de los lados opuestos del círculo de matiz se podrían crear un color neutro, MacEvoy (2007).

### **3.1.3. Thomas Young (1773-1829)**

En 1,801, Concibe la luz como un estado vibratorio del éter, aplicando su nuevo concepto de la interferencia inmediatamente de los anillos coloreados de Newton; estos se obtienen, como es bien sabido, al poner en contacto una placa de cristal con una lente de poca curvatura. Como cada color posee su longitud de onda, ésta puede ser determinada considerando los anillos newtonianos.

En 1807, presentó la teoría de la visión del color conocida como de Young-Helmholtz y en 1811 como miembro del staff de médicos del Hospital St. George de London, presenta su descubrimiento sobre el defecto visual del astigmatismo.

Young, en 1820, a través de un experimento usando la difracción logró determinar la longitud de onda de los componentes del espectro luminoso. Con el objeto de explicar la doble refracción descubierta anteriormente por Bartholin, llega a la conclusión de la luz debería ser una onda transversal. Young, con la experiencia de emitir rayos ultravioletas sobre papel cubierto con cloruro de plata logró también explicar la interferencia de la luz dentro de la teoría ondulatoria. Con ello, él fue el

primero en demostrar la hipótesis del reflejo de la luz lanzada sobre medios densos, Díaz P. P. (2002).

#### **3.1.4. Helmholtz y Maxwell**

Adoptaron y reformularon las investigaciones de sus antecesores. Además, reconocieron la existencia de tres tipos de foto-receptores (conos) en el ojo humano, los cuales se sensibilizaban a frecuencias rojas, verdes o azules. Con esta teoría se asume que tres imágenes monocromáticas (verde, roja y azul) son formadas por los conos para ser, posteriormente, transmitidas al cerebro, en donde se forma una imagen cromática por medio de la información aportada por cada monocroma, conocido como mezcla aditiva (*additive mixing*).

#### **3.1.5. James Clerk Maxwell (1831-1879)**

Maxwell J. creó mezclas aditivas del color en dos formas: (1) Haciendo girar un disco con áreas coloreadas (*disco de Maxwell*), (2) Combinando las longitudes de ondas espectrales diferentes por un sistema de prismas; filtros neutros y espejos encerrados en una caja larga, llana (*una caja de Maxwell*, el primer colorímetro moderno). Él demostró que la mayor parte de los colores podrían ser creados por las combinaciones de los tres colores primarios. También, él representó a varios colores por medio de su prisma de las longitudes de onda de 480 nanómetros (nm) violeta azul, 510 nm verde y 650 nm escarlata, MacEvoy (2007) y Díaz P. P. (2002).

Las intensidades de dos luces primarias monocromáticas son ajustadas a la mezcla, con una luz monocromática para empareja una comparación blanca. El método de Maxwell depende del hecho de que un color blanco siempre puede ser producido por la mezcla de un color espectral, con dos de las tres luces primarias aditivas. Maxwell organizó sus resultados en un triángulo equilátero llamado Triángulo de Maxwell (ver Figura 3.4). La posición de un color en el triángulo está en la intersección de las líneas que denotan las cantidades de R, G, B, que pueden ser sustituidos por una mezcla blanca.

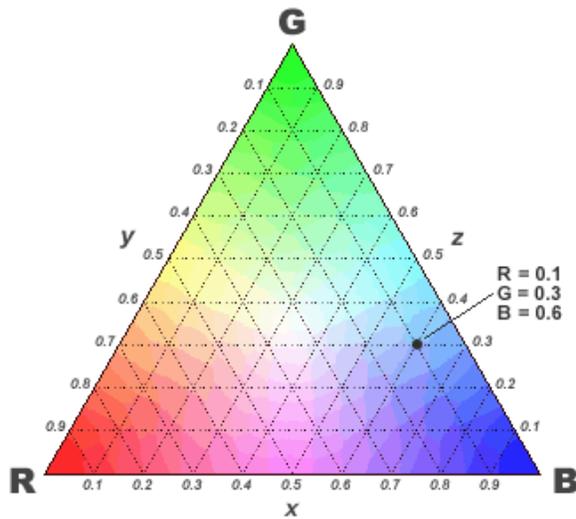


Figura 3. 4. Triángulo de Maxwells

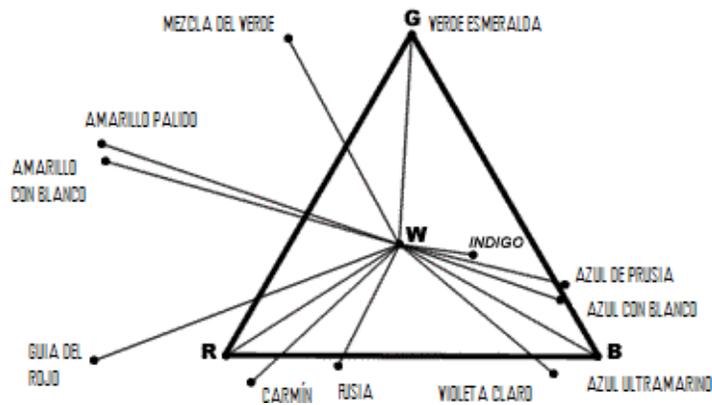


Figura 3. 5. El análisis de la cruz muestra el orden del pigmento croma

En efecto, Maxwell definió colores primarios como conceptos matemáticos imaginarios. Esto fue un paso crucial en el desarrollo de la ciencia de color. Dado que los colores primarios ya no tuvieron que ser verdaderos colores. El sistema de Maxwell de los colores imaginarios, y sus matemáticamente definidas, fue tan útil que se realizó el método estándar para especificar aspectos y mezclas de todos los colores (Figura 3.5).

### 3.1.6. Albert Einstein (1879-1955)

Einstein no recibió el Premio Nobel de Física de 1921 por su teoría de relatividad sino con su explicación sobre el efecto fotoeléctrico, descubierto por Heinrich Hertz en 1887, pero la teoría fue explicada por Albert Einstein en 1905. Más tarde Robert Andrews Millikan pasó diez años experimentando para demostrar que la teoría de Einstein no era correcta, y demostró todo lo contrario. Eso permitió que Einstein y Millikan compartiesen el premio Nobel en 1921 y 1923, respectivamente. En su artículo “Heurística de la generación y conversión de la luz”, explicó el efecto fotoeléctrico, que consiste en la emisión de electrones a través de un material cuando se le ilumina con radiación electromagnética (luz visible o ultravioleta, en general). Este efecto, contradecía las creencias de su tiempo sobre la naturaleza de la luz (esto contribuyó a la teoría subatómica), este trabajo fue conocido como el trabajo que postula los cuantos de luz. De hecho el efecto fotoeléctrico era un fenómeno extraño, aunque común, donde la luz por medio de longitudes de onda emite electrones, además de analizar que el cambio del color de la luz no tenía efecto en el número de electrones emitidos, pero cada electrón tenía una energía mayor o menor, dependiendo del color, Bosch A. (2005), Serway R. A. (1990) y Díaz P. P. (2002).

### 3.1.7. William Rowan Hamilton (1805-1865) y los Quaternions

Los Quaternions fueron descubiertos por el matemático Irlandés William Rowan Hamilton, quien buscaba una manera de ampliar los números complejos (que se pueden interpretar como puntos en un plano) a dimensiones espaciales mayores. Él no pudo hacerlo en 3D (dimensiones), pero lo logro en 4D, por medio de los Quaternions. Según la historia relatada por el mismo Hamilton dicha, el 16 de octubre de 1843, él salía a lo largo del canal real de Dublín con su esposa cuando pensó en la solución, bajo la forma de ecuación  $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ . Inmediatamente, grabó esta expresión en el lateral del puente de Brougham, que estaba muy cerca del lugar. Esto implicó abandonar la ley conmutativa (un paso radical en ese tiempo). El álgebra y las matrices de vector tenían que ser desarrolladas.

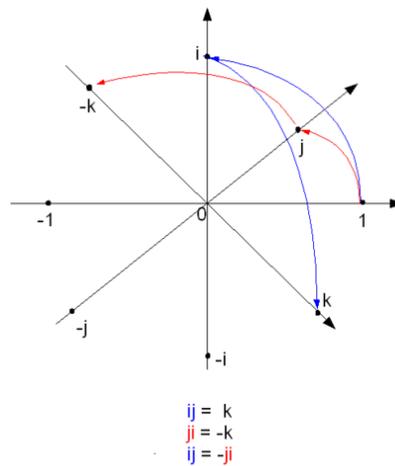
Hamilton en cierto modo había inventado el producto de cruz y el producto punto del álgebra vectorial. Hamilton también describió que el Quaternion como un orden cuádruple (4-tuple) consiste de un número real y de tres unidades imaginarias, mutuamente ortogonales con coeficientes reales, describiendo la primer coordenada como parte escalar, y los tres restantes como la partición del vector. Si dos Quaternions con las parte escalares cero se multiplican, la parte escalar del producto es la negativa en el producto punto de las partes del vector, mientras que la parte del vector del producto es el producto cruz. Hamilton procedió a popularizar Quaternions con varios libros, el último titulado *Los elementos de Quaternions*, y fue publicado poco después de su muerte, Hamilton W.R. (1866).

Los trabajos escritos antes de 1900 sobre Quaternions hamiltonianos clásicos es difícil para los lectores modernos porque la notación usada por los escritores es basada sobre todo la notación y el vocabulario de Hamilton y es diferente a la utiliza en la actualidad. Los Quaternions formaron el tema para una de las primeras asociaciones matemáticas internacionales, la sociedad del Quaternion (1899 - 1913).

En matemáticas, los Quaternions son una extensión no conmutativa de números complejos. Al principio los Quaternions llamaron la atención, debido a que desobedecieron la ley conmutativa  $ab = ba$ . En la actualidad se utilizan para cálculos que implican rotaciones tridimensionales, por ejemplo, la aeronáutica, la robótica, la animación por computadora, y lo más reciente es en el procesamiento de imágenes a color, Kuipers (2002). Así también, los Quaternions son uso frecuente en gráficos de computadora (y análisis geométrico) representar rotaciones espaciales y orientaciones de objetos en espacio tridimensional. Su representación es más compacta que las matrices, y las implementaciones de dichas operaciones son más eficientes en las computadoras que actualmente se disponen. Los Quaternions también son utilizados en la teoría de control, tratamiento de señales, control de actitud, la física, bioinformática, la mecánica orbital, principalmente. Por ejemplo, es común para que los sistemas altitud-control de naves espaciales ordenada en términos de Quaternions. El análisis razonado es ése que combina muchas transformaciones del Quaternion, es decir

combinando muchas transformaciones de matriz. Hay también menos gastos indirectos al usar los Quaternions comparándolos con el uso de matrices de rotación, porque un Quaternion tiene solamente cuatro componentes en vez de nueve, así que los algoritmos de la multiplicación para combinar rotaciones sucesivas son más rápidos, y el resultado es mucho más fácil de renormalizarse.

En lengua moderna, los Quaternions forman un álgebra de división de cuatro dimensiones sobre los números reales. El álgebra de Quaternions es denotada a menudo por  $\mathbf{H}$  (para Hamilton). La álgebra  $\mathbf{H}$  lleva a cabo un lugar especial en análisis puesto que, según el teorema de Frobenius, es uno de solamente tres arcos de división finito-dimensionales que contienen los números reales como sub arcos, como se observa en la Figura 3.24.



**Figura 3. 6. Arcos de división finita**

Hamilton inventó el número híper-complejos llamado de categoría 4 a la que dio el nombre de *Quaternion*. Crucial a esta invención fue su regla famosa:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \tag{3.1}$$

Para tratar con las operaciones en el vector de Quaternion. Y finalmente, si bien pueden definirse los números híper-complejos de categoría 1 a  $n$ , pocas aplicaciones se han encontrado para los números híper-complejos de categoría  $n > 4$ . Pero restringiremos nuestra atención de este punto a los números híper-complejos de categoría 4, a saber, que se satisfacen particularmente bien Quaternions que también se usan para operadores de rotación en una variedad de aplicaciones dinámicas que involucran las rotaciones en procesamiento de imágenes a color, Kuipers (2002).

## IV. ESTUDIOS Y ANÁLISIS PARA PROPUESTAS DEL PROCESAMIENTO A COLOR

### 4.1. ANÁLISIS METODOLÓGICO DE ESPACIOS COLOR

El color puede ser medio por la intensidad de radiación electromagnéticas, manifestado en muchas longitudes de onda discretas en su distribución de energía espectral. Como se ha destacado las tres ondas espectrales de los conos foto-receptores de la retina humana son la luz roja, verde y azul. El ojo humano generalmente *detecta bordes*, por lo que los algoritmos de detección de bordes localizan transiciones agudas de la imagen. Estas transiciones son características de los bordes de los objetos. Una vez que los bordes se detectan se realiza un proceso de segmentación para encontrar características de la imagen. Sin embargo, uno de las preocupaciones en el procesamiento de imágenes sigue siendo la reflexión de luz, el contraste, los cambios pequeños del color y el ruido de las imágenes, y debido a ello se ha generado varios espacios color.

Pero, sin duda una de las mayores preocupaciones sigue siendo la reflexión de luz, la cual se distribuye entre muchos ángulos, así como, la reflexión de interfaz que se confina en ángulos pequeños. Los toques de luz en el tope de la imagen aparecen mucho más brillantez que la reflexión difusa del cuerpo, esto es debido a que la reflexión del cuerpo se distribuye entre muchos ángulos y la reflexión del interfaz se confina en ángulos pequeños, los toques de luz en una superficie aparecen mucho más brillantez que la reflexión difusa del cuerpo, Brian (1995).

Gevers T. y Smeulders A. W. N. (1999b), sugieren medir al color por medio de regiones de color uniforme sobre el triángulo del espacio RGB considerando la reflectancia que reciben los cuerpos y las superficie. Por lo tanto, en el espacio HSI la función del ángulo  $H$  se encuentra entre la diagonal principal y el punto del color del RGB en el plano triangular.

*Nota: Es importante tener una opción de espacio color, donde un canal no dependan de otro. También, hay que tener cuidado cuando los colores se mantienen cerca de la línea  $R=G=B$  (puntos correspondientes a la línea de grises del cubo). De esta manera se pueden manejar la componente de intensidad o luz.*

Examinar diferencias en cambios de color, en los espacios color, permite determinar la utilidad de un espacio color. Uno de los métodos más utilizados para medir la uniformidad de los colores es por medio de las distancias euclidianas o distancias vectoriales, Hill et al. (1997).

Sin embargo, la distancia euclidiana no es siempre un buen discriminador del color, en los diferentes espacios color. Un ejemplo de ello son los espacios polares, donde el matiz (Hue) se maneja por medio de ángulos, y para distinguir los colores es mejor por medio de distancias vectoriales.

#### 4.1.1. Espacio RGB

Este modelo está basado en un sistema de coordenadas cartesiano. Los valores rojo, verde y azul (RGB) se encuentran en tres vértices del cubo; mientras que el cian, magenta y amarillo en los otros tres vértices. El negro en el origen y el blanco en el vértice opuesto al origen, como se observa en la Figura 4.2. Todos los colores se normalizan de forma que el cubo sea unitario en  $[0, 1]$ .

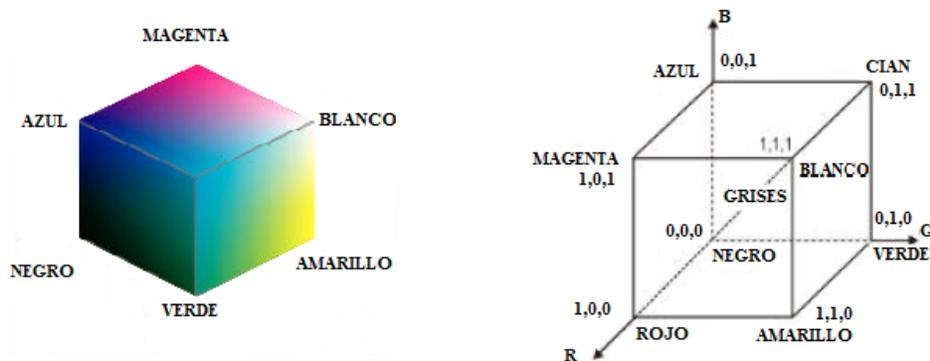


Figura 4. 1. Cubo RGB unitario

Este esquema de color es un *modelo aditivo*, Ebner (2007) y Lukac et al. (2007): las intensidades de los colores primarios se suman para producir a otros colores. Cada punto de color puede representarse como (R, G, B), donde los valores de R, G, B se asignan al intervalo de 0 a 1. Por ejemplo, el vértice magenta se obtiene sumando el rojo y el azul para obtener (1, 0,1), y el blanco en (1, 1,1) que es la suma de los vértices rojo, verde y azul. Las sombras o luces (niveles de grises) se representan a lo largo de la diagonal principal del cubo del origen negro al vértice blanco. Cada punto situado en esta diagonal tiene una contribución igual a cada color primario, de manera que, una sombra de gris en medio del negro y del blanco se representan como (0.5, 0.5, 0.5).

#### 4.1.2. Espacio rgb normalizado

Por su definición se denomina espacio color rgb normalizado (normaliza a RGB), como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} r &= \frac{R}{R+G+B} \\ g &= \frac{G}{R+G+B} \\ b &= \frac{B}{R+G+B} \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$r + g + b = 1$$

Este espacio presenta las siguientes características:

- Es inestable y poco significativo cuando la intensidad es pequeña, además uno de sus componentes es redundante desde que la sumatoria de sus componentes es igual a 1. Debido a esto, el espacio HSI incorpora la intensidad como el promedio de los tres canales RGB.
- No detecta fácilmente cambios de intensidad, debido a que sus componentes r, g, b son dependientes de los canales de RGB, Pajares M. G. y De la Cruz G. J. (2008).

### 4.1.3. Espacio CMY

Muchos dispositivos que depositan pigmentos de colores, como lo son las impresoras a color y las copadoras requieren de una conversión del espacio CMY

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

### 4.1.4. Espacio YIQ

Este modelo se usa en la televisión, y contiene una combinación de valores de RGB, cuya conversión es:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.275 & -0.321 \\ 0.212 & -0.523 & 0.311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

El inverso de esta conversión se realiza por medio de la matriz inversa. Este modelo también puede ser usado para procesamiento de imágenes debido a que separa el componente de reflectancia (Y) de la información de color (I y Q).

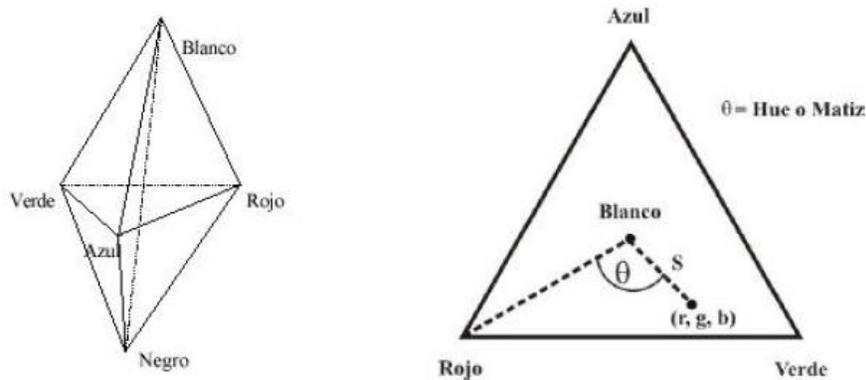
### 4.1.5. Espacio HSI

En muchas ocasiones el color es representado en términos de saturación (Saturation), intensidad (Intensity) y tono o matiz (Hue). El matiz es un atributo que describe la pureza de un color. La saturación es la medida del grado de los colores puros que se diluye con la luz blanca. La utilidad del modelo de color HSI se debe principalmente a dos características:

- (1) La componente de intensidad que separa la información de color.
- (2) Las otras dos componentes están muy relacionadas con la forma en que el ser humano percibe los colores.

Gracias a estas propiedades este modelo es muy apropiado para el desarrollo de algoritmos de procesamiento de imágenes basados en propiedades del sistema de visión humano, Ebner y Lukac et al. (2007). Todo lo contrario con los modelos de color orientados al Hardware (RGB, CMY, YIQ), el modelo HSI está orientado al usuario. Las componentes de estos espacios representan los atributos perceptuales, con los que los seres humanos especifican el color, en términos de: luminancia o intensidad, matiz o tono y saturación. La utilidad de este modelo se basa en que la componente de intensidad (I) se encuentra separada de la información cromática, y las componentes de tono y saturación están íntimamente relacionadas con la forma en que los seres humanos percibimos el color.

La Figura 4.3 muestra el triángulo HSI representativo, así como sus expresiones matemáticas de cada una de sus componentes espectrales:



**Figura 4. 2. Triángulo representativo de color HSI**

La intensidad I de un color está dada por:

$$I = \frac{I}{3(R+G+B)} \quad (4.4)$$

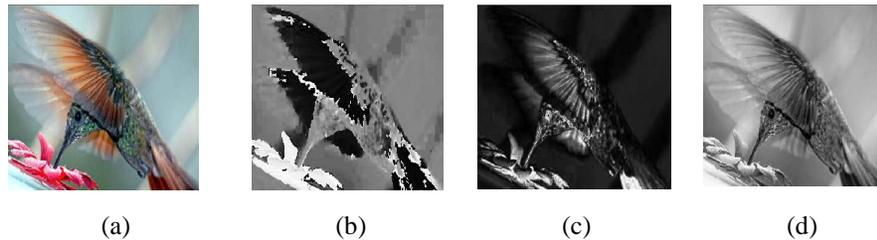
El tono de un color (H) está definida como el ángulo entre la locación de un color dentro del triángulo HSI. Su representación matemática es:

$$H = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{1}{2}[(R-G)+(R-B)]}{\left[ (R-G)^2 + (R-B)(G-B) \right]^{1/2}} \right) \quad (4.5)$$

Esta ecuación genera los valores de H en el intervalo  $0^\circ \leq H \leq 180^\circ$ . Si el azul > verde entonces  $H > 180^\circ$ . Así, siempre que el azul > verde, entonces  $H = 360^\circ - H$ . La saturación de un color está representada por la siguiente ecuación:

$$S = 1 - \frac{3}{(R+G+B)}[\min(R,G,B)] \quad (4.6)$$

Las Figura 4.4. Muestra los diferentes componentes del modelo HSI.



**Figura 4. 3. (a) Imagen Original; (b) Canal H; (c) Canal S; (d) Canal I**

Uno de los ejemplos de utilidad del modelo HSI está en el diseño de los sistemas automáticos, que determinan el grado de maduración de frutas y otros vegetales.

#### 4.1.6. Espacio HSL

Este modelo fue introducido por Tektronics en 1978 y define su nombre a partir de los tres parámetros que consideran: al tono o matiz  $H$ , a la saturación o croma  $S$  (cantidad de blanco) y a la luminancia  $L$  (cantidad de negro en el color). La percepción humana del color trabaja sobre estas tres componentes, Ebner y Lukac et al. (2007). El brillo se corresponde con la apreciación subjetiva de claridad y oscuridad. La saturación se refiere a las longitudes que se suman a las frecuencias fundamentales. Su representación espacial está dada por un cono que contiene en su perímetro los colores azul, magenta, rojo, amarillo, verde y cian, separados  $60^\circ$  uno de otro. Cada punto del perímetro describe un color que es mezcla de los dos adyacentes. El punto que no esté en el perímetro contendrá una mezcla de todos. Por lo tanto, estos puntos describen colores pastel que contienen una cierta cantidad de blanco. La distancia del centro (radio) indica la saturación del color. El brillo (intensidad del color) depende de la altura en el doble cono (Figura 4.5, y es un valor entre 0 y 1).

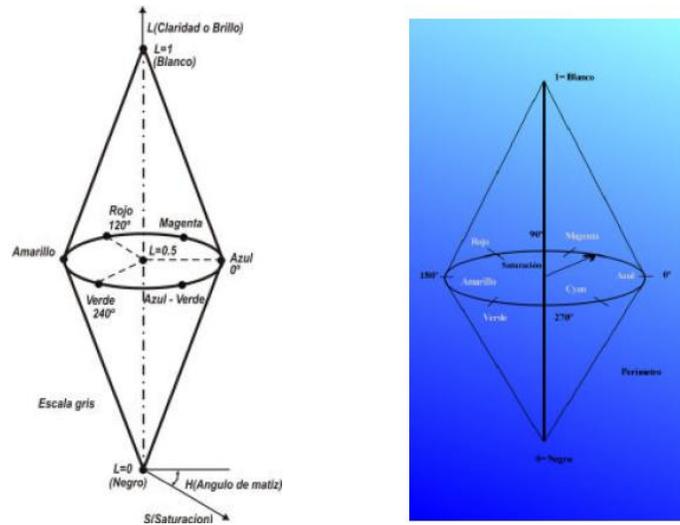


Figura 4. 4. Cono HSL

La transformación del espacio RGB al HSL se define de la siguiente forma:

$$\begin{cases}
 l = \frac{(Max(r, g, b) + Min(r, g, b))}{2} \\
 s = \frac{(Max(r, g, b) - Min(r, g, b))}{(Max(r, g, b) + Min(r, g, b))} \text{ si } l \leq 0.5 \\
 s = \frac{(Max(r, g, b) - Min(r, g, b))}{2 - (Max(r, g, b) + Min(r, g, b))} \text{ si } l \geq 0.5 \\
 h = \frac{(g - b)}{(Max(r, g, b) + Min(r, g, b))} \text{ si } r = Max(r, g, b) \\
 h = \frac{(b - r)}{(Max(r, g, b) + Min(r, g, b))} + 2 \text{ si } g = Max(r, g, b) \\
 h = \frac{(r - g)}{(Max(r, g, b) + Min(r, g, b))} + 4 \text{ si } b = Max(r, g, b)
 \end{cases} \quad (4.7)$$

Las Figura 4.6. Muestra los diferentes componentes del modelo HSL.

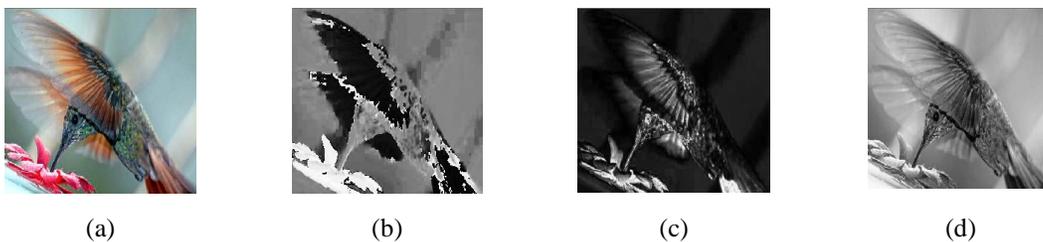


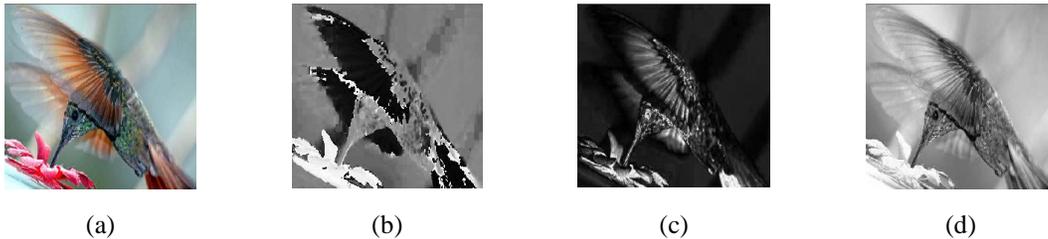
Figura 4. 5. (a)Imagen Original, (b) Canal H, (c) Canal S, (d) Canal L

#### 4.1.7. Espacio HSV

Otro espacio derivado del HSL es el modelo HSV, definido por las siguientes ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \text{Max}(r, g, b) \\ s = \frac{\text{Max}(r, g, b) - \text{Min}(r, g, b)}{\text{Max}(r, g, b)} \\ h = \frac{(g - b)}{(\text{Max}(r, g, b) + \text{Min}(r, g, b))} \text{ si } r = \text{Max}(r, g, b) \\ h = \frac{(b - r)}{(\text{Max}(r, g, b) + \text{Min}(r, g, b))} + 2 \text{ si } g = \text{Max}(r, g, b) \\ h = \frac{(r - g)}{(\text{Max}(r, g, b) + \text{Min}(r, g, b))} + 4 \text{ si } b = \text{Max}(r, g, b) \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Se observó que el matiz (H) es el mismo que en el modelo HSL. La Figura 4.7. Muestra distintos componentes del modelo HSV en la imagen del colibrí.



**Figura 4. 6. (a) Imagen Original, (b) Canal H, (c) Canal S, (d) Canal V**

La Figura 4.8 muestra un cuadro comparativo de espacios perceptuales: HSI, HSL, IHSL, Ebner y Lukac et al. (2007).

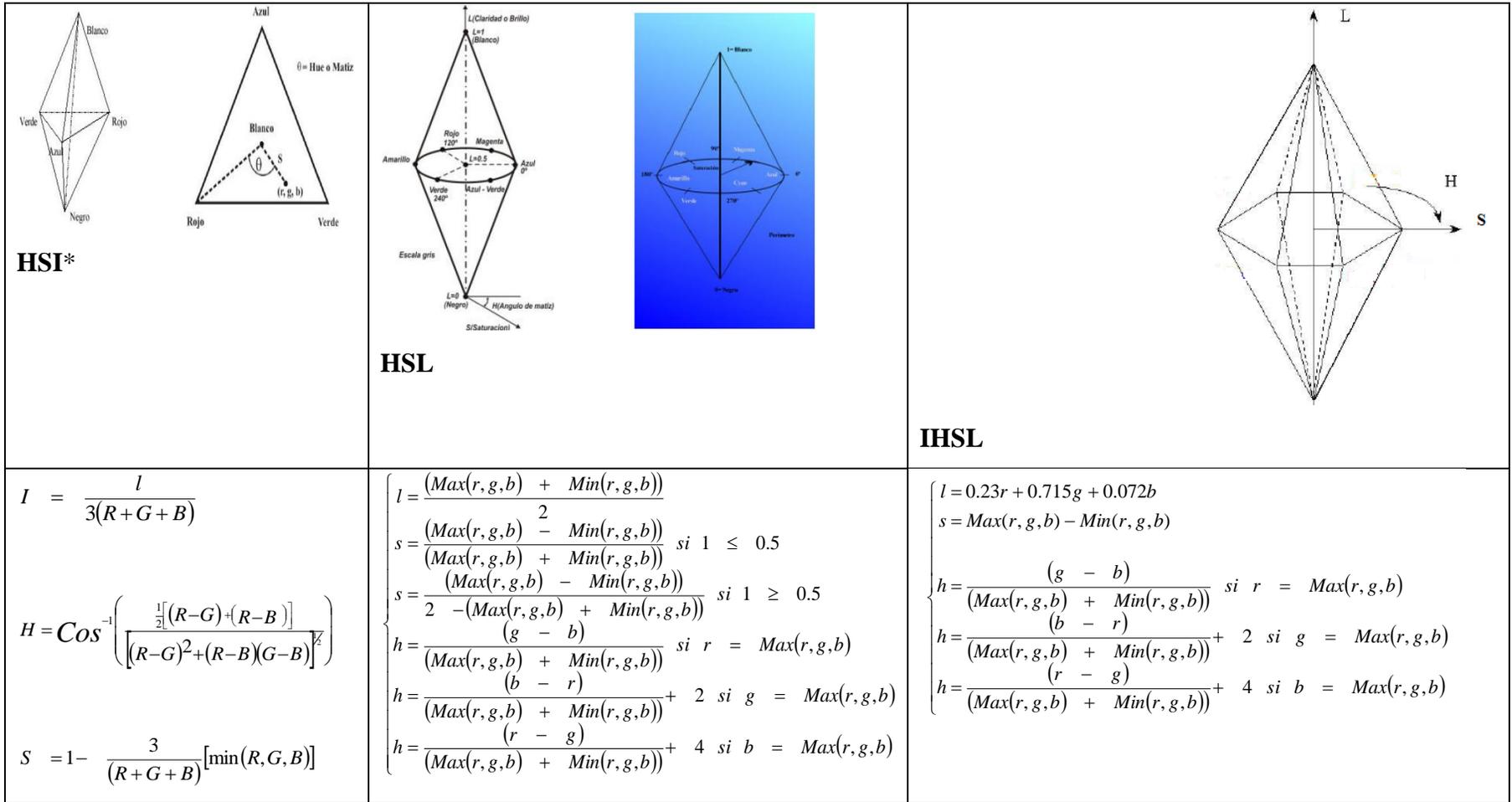


Figura 4. 7. Cuadro comparativo de espacios perceptuales

#### 4.1.8. Espacio CIE XYZ

En el año de 1930 Judd y Macadam propusieron una transformación descriptiva (se muestra en la Figura 4.9). En este espacio se comprime la parte verde del espacio cromacidad y se amplía el azul y el rojo; mientras que al punto blanco es localizado cerca del R y G, líneas que se mezclan.

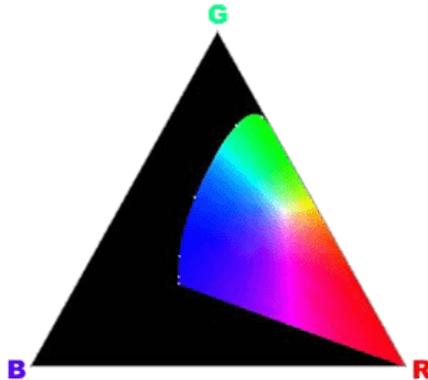


Figura 4. 8. Una transformación descriptiva de 1931

El CIE de 1931 hace el diagrama dentro del triángulo de Maxwell, definido por tres luces primarias imaginarias  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  (*triestímulos*), que producen un espacio en color aproximadamente uniforme. Las transformaciones descriptivas eran sólo una de muchas soluciones al problema de diferencia de colores. Los triestímulos fueron obtenidos por medio de experimentos que activaban áreas de la retina con un ángulo visual de  $2^\circ$ , Ebner y Lukac et al. (2007). En este modelo se introdujeron métodos de caracterización de fuentes de luz de superficies y funcionamiento del sistema visual humano. Sin embargo, este modelo cuenta con dos problemas que especifican el color en términos de triestímulos y en el espacio cromático.

- (1) La especificación del color no es fácil de interpretar en términos de dimensiones psicofísicas de percepción del color, o bien, en brillo, tono y coloración.

- (2) El sistema XYZ y los diagramas de cromaticidad asociados no son perceptualmente uniformes, por lo tanto existe la problemática de diferenciar entre dos estímulos de color.

Es imposible elegir tres colores primarios reales, mediante los cuales se puede conseguir la mayoría de colores mediante las mezclas aditivas, (ver Figura 3.21). Ésta es la razón por la que en un sistema de reproducción del color aditivo real sólo se puede mostrar en una gama limitada, MacEvoy B. (2008).

La matriz de transformación lineal entre el sistema RGB y el XYZ, para valores entre el rango [0,1] se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49000 & 0.31000 & 0.20000 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00000 & 0.01000 & 0.99000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

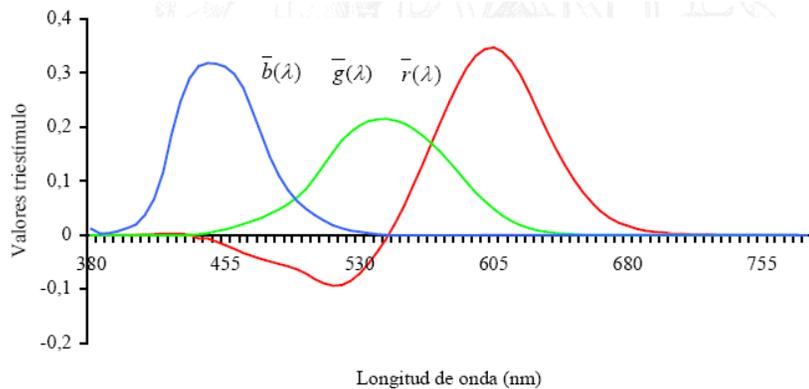
La transformación inversa se define como:

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2405 & -1.5372 & -0.4985 \\ -0.9693 & 1.8760 & 0.0416 \\ 0.0556 & 0.2040 & 1.0573 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Existen otras matrices de transformaciones del RGB al XYZ alternativas. En concreto, la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) en E.U. y la Unión Europea de Radiodifusión (UER) en Europa han normalizado otras conversiones en función del blanco (establecido como referencia). En Lukac et al. (2007) presenta algunas de estas transformaciones.

Para aumentar o disminuir la intensidad el único valor que se modifica es el de (Y), y los canales (x, y) permanecen iguales. El espacio color XYZ se obtiene a partir de una transformación lineal del sistema RGB, que fue introducido por el CIE para evitar los inconvenientes de los triestímulos espectrales R, G y B. Es decir, ciertos colores sólo pueden reproducirse con un valor negativo de estímulo. En este caso, los colores primarios

empleados en XYZ son imaginarios (no representan una luz física), al igual que las funciones de igualación de los colores  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$ ,  $\bar{z}(\lambda)$ , se derivan las transformaciones de los colores primarios R, G y B. La Figura 4.11 muestra claramente la evolución de los valores triestímulo para diferentes colores espectrales considerando los valores negativos.



**Figura 4. 9. Representación gráfica de las funciones calorimétricas CIE 1.931, valores triestímulos espectrales de un estímulo monocromático  $E \lambda$  de flujo radiante unidad. Cálculos realizados con unos estímulos de luces primarias R, G, B monocromáticos y de longitudes de onda  $\lambda_R=700$  nm,  $\lambda_G=546.1$  nm y  $\lambda_B=435.8$  nm, respectivamente.**

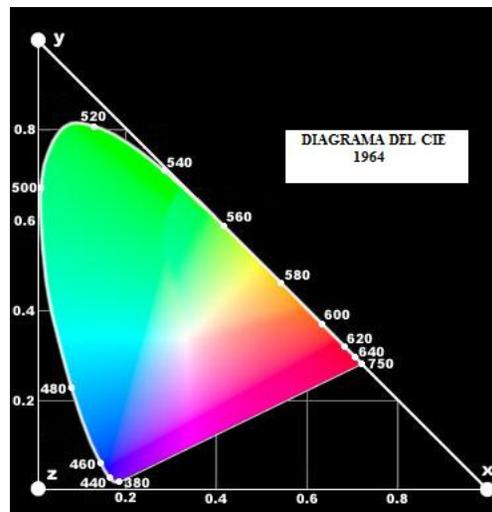
**Axioma del color.** El CIE xyY diagrama de cromacidad lleva a cabo la normalización de los valores de XYZ, por lo que se divide cada resultado en la suma de los valores de XYZ. Entonces, el valor triestímulo contiene diferentes cantidades de rojo, verde y azul para formar un nuevo color denotan por X, Y y Z respectivamente, por medio de las coordenadas cromáticas de:

$$X + Y + Z = 1 \tag{4.11}$$

De donde se deduce que  $z=1-(x+y)$ . De este modo, sólo dos coordenadas son necesarias para describir el proceso de igualación del color. La representación del espectro se consigue en un plano 2D conocido como diagrama de cromaticidad x, y. La Figura 4.12 presenta la forma del diagrama cromático. El diagrama cromático constituye un método de especificación de colores. Todos los colores espectrales que están saturados al 100% se sitúan en el borde del diagrama. Las posiciones de los diferentes colores espectrales (desde el violeta de 380nm al rojo de 780nm) se indican alrededor de la línea curva. Cualquier

punto situado no exactamente en el borde pero si dentro del diagrama representa una mezcla de colores del espectro. La coordenada  $E$  representa al blanco equienergético, el cual es el punto de igualación de energía para los tres colores primarios. A medida que un punto se aleja del borde y se aproxima a  $E$  se añade luz blanca y se hace menos saturados.

**Diagrama de cromacidad.** Para determinar el rango de colores que pueden obtenerse a partir de tres colores primarios, cualesquiera del diagrama, se deben unir los tres puntos mediante sus líneas. Los colores del interior del triángulo son reproducibles por los tres colores primarios elegidos. El cual utiliza la función de  $x$  e  $y$ . Para cada valor de  $x$  e  $y$ , y el correspondiente valor de  $z$  se obtiene de la ecuación  $z = 1 - (x + y)$ . Las posiciones de varios colores del espectro van desde el violeta 380nm al rojo 780nm. Por lo tanto, el diagrama de cromaticidad que se obtiene con el sistema de coordenadas XYZ es lo más extenso.



**Figura 4. 10. CIE 1964 xyz diagrama de cromacidad. Los colores primarios XYZ imaginarios son normalizados**

El CIE considera un sistema de coordenadas artificiales donde todos los valores pertenecen al coeficiente triestímulos, de esta forma a la adaptación de los colores es adecuada. Para las siguientes propiedades de este espacio color, ver el diagrama de cromaticidad de la Figura 4.12.

- Para este sistema de  $XYZ$ , se ha elegido de tal forma que el valor del coeficiente  $Y$  es igual a la luminancia del color que se quiere adaptar. Para un cierto color  $S_1$ , la longitud de onda dominante (matiz) viene dada por el color  $D$  (605 nm).
- Para el color complementario de  $S_2$  es  $D$  (496 nm) o la mezcla de  $S_2$  y  $D$  se produce el blanco de referencia en  $C$ .
- La saturación de  $S_1$  viene dada por la relación  $\frac{CS_1}{CD}$ .
- El color  $S$  es una mezcla de los colores primarios  $S_1$  y  $S_2$ .

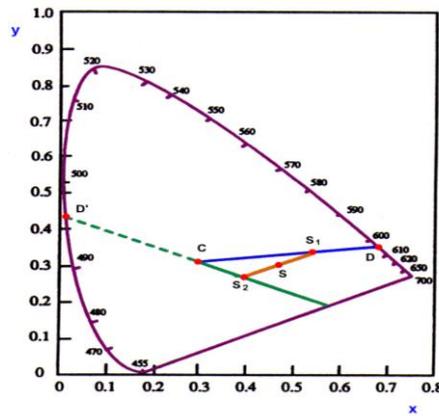


Figura 4. 11. Localización del color en el diagrama de cromacidad

#### 4.1.9. Espacio CIELAB y CIELUV

El CIELUV es una versión muy revisada y ampliada de la transformación descriptiva propuesta por David MacAdam en el año de 1937 y adaptado como un espacio de diferencia de colores por Günterq Wyszecki en el año de 1964. Este se basa principalmente en la mezcla balanceada de dos cromas uniformes (UCS), denotado por  $u$  y  $v$ , obtenido a partir del estándar de triestímulos  $XYZ$ . El CIE UCS cambió la forma, la orientación del diagrama de cromacidad, y la posición del punto blanco, generado entonces por:

$$u_c = 4X_c / (X_c + 15Y_c + 3Z_c) \quad v_c = 9Y_c / (X_c + 15Y_c + 3Z_c) \quad (4.12)$$

Aunque cambia las dimensiones de cromacidad conservan la geometría de tricromática. Es decir, el CIE UCS y CIELUV siguen haciendo validas para las mezclas de color *las Leyes de Grassmann*, Ebner y Lukac et al. (2007).

Con respecto al problema de luminosidad o intensidad  $Y_c$  es usada para ampliar las dimensiones de  $u_c, v_c$ . Además, con el cambio del punto blanco, se centra la cromacidad de la fuente de luz, definida por una nueva versión de valores de triestímulos  $(X_w Y_w Z_w)$ , que son calculados como:

$$L^* = 116 * (Y_c/Y_w)^{1/3} - 16$$

$$u^* = 13L^* * (u_c - u_w) \quad (4.13)$$

$$v^* = 13L^* * (v_c - v_w)$$

Estos ajustes centran el  $u^*$  y  $v^*$  con respecto al punto acromático del origen cartesiano  $u^*v^*$ , incluye una compresión de raíz cúbica para el contraste de resplandor. Estos cálculos aplican a colores percibidos como luces, o como colores muy oscuros con proporciones de luminosidad  $(Y_c/Y_w)$  menores de 0.01.

Definición de croma a través de niveles diferentes del resplandor con la distancia Euclidiana entre la cromacidad del color y el punto blanco:

$$C_{uv} = [u^{*2} + v^{*2}]^{1/2} \quad (4.14)$$

Definición numérica de matiz con un ángulo de matiz medido con relación al punto blanco y la dimensión de  $u^*$ :

$$h_{uv} = \arctan [v^*/u^*] \quad (4.15)$$

La distancia euclidiana  $\Delta E_{uv}$  entre el  $L^*$ ,  $u^*$  y los valores de  $v^*$  de los dos colores similares:

$$\Delta E_{uv} = [(L^*_1 - L^*_2)^2 + (u^*_1 - u^*_2)^2 + (v^*_1 - v^*_2)^2]^{1/2} \quad (4.16)$$

Donde similaridad significa colores que están separados por un valor de  $\Delta E_{uv}$  de 10 o menos.

#### 4.1.10. Espacio CIE 1976 Luv o CIELUV

Antes del año 1960 existían de 13 a 20 fórmulas diferentes para el CIE. Por lo que entonces, en el año de 1976 se adoptaron dos fórmulas diferentes de color *CIELUV* *CIELAB* (ver ejemplo de la Figura 4.13), Ebner y Lukac et al. (2007). Uno de ellos para colores emitidos (*self-luminous*) y el otro para colores de superficies.

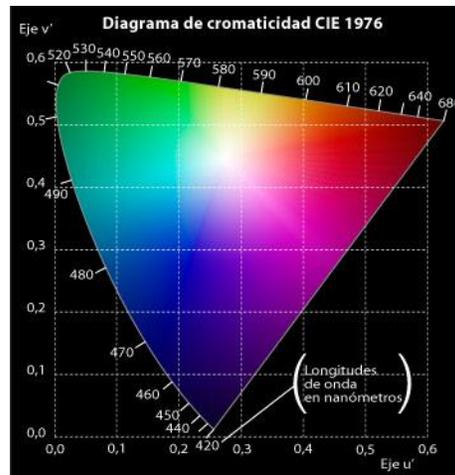


Figura 4. 12. CIE 1976

En el CIE 1976  $L^*u^*v^*$  el resplandor y la diferencia cromacidad entre dos colores, representan las proporcionalidades de diferencias percibida, visto de lado a lado en un campo gris en el resplandor moderado (ver Figura 4.13). El CIELUV proporciona las mismas dimensiones de cromacidad que los  $uv$  (del diagrama de cromacidad uniforme). El cual, representa diferentes cromacidad y aproximaciones entre luces de la luminosidad que son medidas por distancias euclidianas.

Los colores dentro del diagrama simbolizan la posición de aproximaciones del color. El borde superior de la superficie en color atraviesa los matices de luz de longitud de onda monocromática en 750 (700) a 520 nm; el borde diagonal izquierdo completa el espectro de 520 nm, longitud de onda corta, límite visual alrededor de 380 nm. El borde diagonal derecho (llamado línea púrpura) representa el espectromagenta y los matices que son mezclados de luces rojas y violetas. El efecto igualador es muy sensible en la comparación de colores alrededor de los tonos que van del azul al verde, y del azul al rojo. Es decir, existen distancias no precisamente pequeñas entre colores que perceptualmente parecen iguales (ver ejemplificación en Figura 4.14).

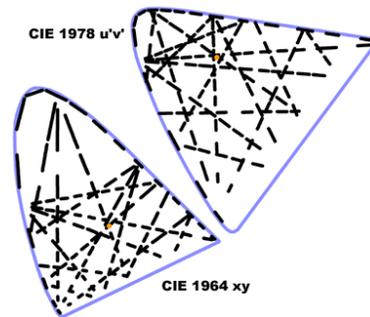


Figura 4. 13. Distancias de algunos colores perceptualmente iguales, Wright (1969) y Caza (2003)

Otro ejemplo que se presenta es por medio del sistema Munsell, el cual en el siglo XX fue usado para identificar problemas de cambios o distancias de colores. La Figura 4.15 muestra mejoras relativas del triángulo de Munsell para colores superficiales.

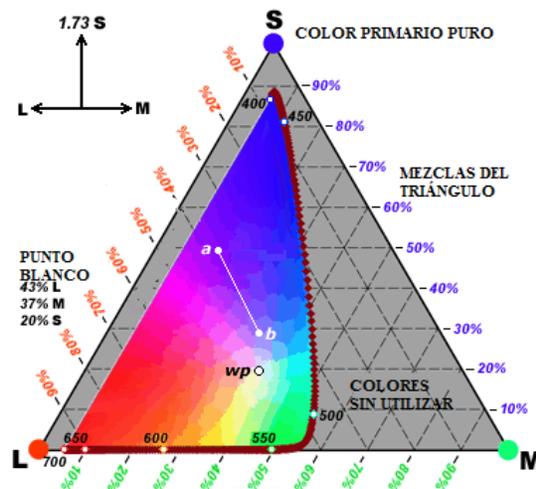


Figura 4. 14. Triángulo trilinear y el diagrama de cromacidad (a, b línea de mezcla)

Cualquier combinación posible de tres salidas de un cono puede ser representada como un punto único dentro del triángulo; la variedad de colores físicamente posibles está contenida dentro del lugar geométrico del espectro.

- Cada esquina del triángulo representa  $L$  puro o primario,  $M$  o salidas  $S$  sin cualquier contribución de los otros dos conos. Los lados del triángulo representan mezclas de sólo dos salidas de cono, sin la contribución del tercer. Cualquier posición dentro del triángulo representa una mezcla de tres salidas de cono.
- Las proporciones de mezcla para cada cono son mostradas a lo largo de los lados del triángulo. Por definición las mezclas trilinear deben sumar el 100 % (la respuesta visual total a blanco), entonces una mezcla del 50 %  $S$  y el 38 %  $L$  (colorean  $a$ ) debe contener en  $M$  el 14 % (por la substracción:  $100-50-38 = 14$ ). Por lo tanto, dos valores de cromacidad únicamente especifican cada color en un diagrama de cromacidad.

Los modelos de color CIELAB y CIELUV son espacios estandarizados por la CIE en 1976 para lograr una representación perceptual uniforme del color. De esta manera, los colores se representan en el espacio a unas distancias proporcionales a las diferencias visuales entre ellos. Es por tanto, un sistema recomendado para mediciones industriales del color de los objetos. La uniformidad del color entre ambos espacios es equivalente.

Centrando el estudio en el espacio CIELAB, se puede comentar que se basa en el modelo de los colores opuestos, La variable  $L^*$ , es una medida de luminancia, mientras que las componentes  $a^*$  y  $b^*$  definen señales de color magenta-verde y amarillo-cian, respectivamente. Un valor negativo de  $a^*$  define un color más verde que magenta, mientras que un valor positivo de  $b^*$  define un color más amarillo que cian. La representación espacial del modelo CIELAB se ilustra en la Figura 4.16.

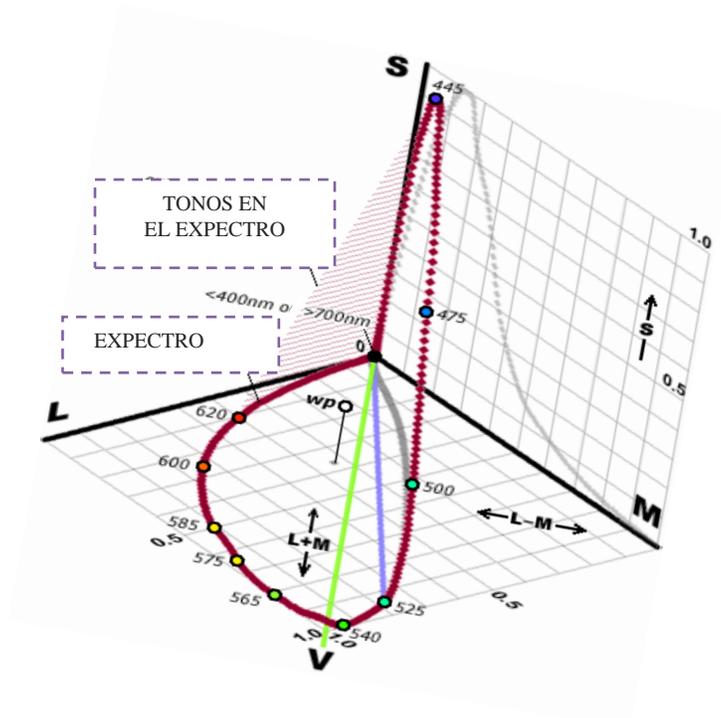


Figura 4. 15. Un espacio de excitación de cono normalizado

El lugar geométrico del espectro (puntos rojos) trazado en tres dimensiones definidas por el cono normalizado fundamental L, M y S. V es la función de eficacia luminosa fotópica.

Este espacio todavía muestra los rasgos del cono fundamentales, el cono de L alcanza su respuesta máxima alrededor de 565 nm, el M cono alrededor de 540 nm, y el cono S alrededor de 445 nm pero ahora en la combinación dinámica. Se puede localizar nuevas señales de este espacio. El función de luminosidad de V (línea verde en el diagrama) es la suma  $L+M$  de L normalizado y M salidas, entonces esto forma una diagonal de L, M de avión. El contraste entre L y M de salidas ( $L-M$ ) forma la diagonal contraria. Al punto blanco producido por un iluminador de energía igual ( $w_p$ ) representa el área proporcional bajo cada cono fundamental. Todas las mezclas extraspectral de los rojos y violado se extienden entre los finales violados y rojos del lugar geométrico del espectro. La transformación del CIE que definen al cono de área igual es Ebner (2007):

$$L(\lambda) = 0.390X(\lambda) + 0.690Y(\lambda) - 0.079Z(\lambda)$$

$$M(\lambda) = -0.230X(\lambda) + 1.183Y(\lambda) + 0.046Z(\lambda) \quad (4.17)$$

$$S(\lambda) = 1.000Z(\lambda)$$

Smith y Pokorny idearon curvas ponderadas demográficas con un grado de observación de 2°, de modo que las funciones  $L$  y  $M$  se sumen a la función de sensibilidad fotópica  $V(\lambda)$ :

$$L(\lambda) = 0.15516X(\lambda) + 0.54308Y(\lambda) - 0.03287Z(\lambda)$$

$$M(\lambda) = -0.15516X(\lambda) + 0.45692Y(\lambda) + 0.03287Z(\lambda) \quad (4.18)$$

$$S(\lambda) = 1.000Z(\lambda)$$

MacLeod y Johnson (1993) presentaron el análisis con un grado de observación estándar de 10°:

$$L(\lambda) = 0.23616X(\lambda) + 0.82643Y(\lambda) - 0.04571Z(\lambda)$$

$$M(\lambda) = -0.43112X(\lambda) + 1.20692Y(\lambda) + 0.09002Z(\lambda) \quad (4.19)$$

El espacio CIELAB también permite especificar estímulos de color en un espacio tridimensional. El eje  $L$  es el de luminosidad (*lightness*) y va de 0 (negro) a 100 (blanco). Los otros dos ejes de coordenadas son  $a$  y  $b$ , y representan variación entre rojizo-verdoso, y amarillento-azulado, respectivamente (ver Figura 4.17). Aquellos casos en los que  $a = b = 0$  son acromáticos; por eso el eje  $L$  representa la escala acromática de grises que va del blanco al negro.

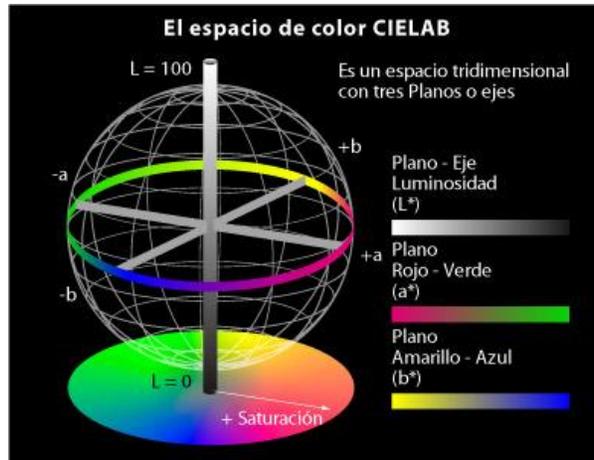


Figura 4. 16. CIELAB

Las proporciones de  $L$ ,  $a$  y  $b$  se obtienen de los valores triestímulos de acuerdo con las siguientes transformaciones:

$$L = 116[(Y/Y_n)^{1/3} - 16, Y_n/1/3]$$

$$a = 500[(X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3}] \quad (4.20)$$

$$b = 200[(Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3}]$$

Donde,  $X_n$ ,  $Y_n$ , y  $Z_n$  son los respectivos valores de  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  con el iluminante que se haya usado para obtener los valores  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  de la muestra; y los cocientes de  $X/X_n$ ,  $Y/Y_n$  y  $Z/Z_n$  son todos superiores a 0,008856, cuando alguno de ellos es menor a esa cifra, se usa un conjunto de ecuaciones levemente distinto, Westland (2001), Ebner y Lukac et al. (2007).

$$S(\lambda) = 0.04056X(\lambda) - 0.01968Y(\lambda) + 0.48619Z(\lambda) \quad (4.21)$$

## 4.2. ESTUDIO DEL ESQUEMA DE QUATERNIONS

### 4.2.1. Definiciones de las operaciones de los Quaternions

Un Quaternion, como el nombre lo dice, puede considerarse como 4-tuplas de números reales, es decir, como un elemento de  $R^4$ . Se escribirá como:

$$q = (q_0, q_1, q_2, q_3) \quad (4.22)$$

Donde  $q_0, q_1, q_2, q_3$  son números reales.

Para los Quaternions primero, se define una parte escalar que sea un número real o escalar,  $q_0$ . Y una parte *del vector*, por ejemplo  $\mathbf{q}$  en el que es un vector ordinario  $R^3$ .

$$\mathbf{q} = iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.23)$$

Dónde  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$  son el elemento esencial ortonormal estándar en  $R^3$ . Se define ahora un Quaternion como la suma de:

$$q = q_0 + \mathbf{q} = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.24)$$

En la suma  $q_0$  es la parte escalar del Quaternion mientras  $\mathbf{q}$  se llama la parte vectorial del Quaternion. Los escalares  $q_0, q_1, q_2, q_3$  se llaman los componentes del Quaternion.

#### 4.2.2. Identidad y suma

Dos Quaternions son iguales si y sólo si tienen exactamente los mismos componentes, es decir:

$$p = p_0 + ip_1 + jp_2 + kp_3 \quad (4.25)$$

y

$$q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.26)$$

Entonces,  $p = q$  si y sólo si

$$\begin{aligned} p_0 &= q_0 \\ p_1 &= q_1 \\ p_2 &= q_2 \\ p_3 &= q_3 \end{aligned} \quad (4.27)$$

La suma de los dos Quaternions  $p$  y  $q$  sobre es definido agregando los componentes correspondientes, eso es:

$$p + q = (p_0 + q_0) + i(p_1 + q_1) + j(p_2 + q_2) + k(p_3 + q_3) \quad (4.28)$$

La suma para Quaternions, definido de esta forma, es exactamente igual para las 4-tuplas de números reales y así se satisfacen las propiedades del campo. Hay también un Quaternion nulo en el que cada componente del Quaternion es 0. Además, cada Quaternion  $q$  tiene un negativo o un lo inverso aditivo,  $-q$  denotado en el que cada componente es el negativo del componente correspondiente de  $q$ . donde, esta suma de Quaternions es asociativa y conmutativa, porque la suma de números reales tiene estas propiedades.

### 4.2.3. Multiplicación

Sea  $c$  es un escalar y  $q$  un Quaternion:

$$q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.29)$$

Entonces el producto del Quaternion  $q$  y el  $c$  escalar se da por:

$$cq = cq_0 + icq_1 + jcq_2 + kcq_3 \quad (4.30)$$

Así multiplicar el Quaternion por el escalar multiplicamos cada componente del Quaternion simplemente por el escalar. Note que el resultado es de nuevo un Quaternion, eso es, el conjunto de Quaternions está cerrado bajo la multiplicación escalar.

El producto de dos Quaternions es más complicado. Debe definirse en base al siguiente producto:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (4.31)$$

$$ij = k = -ji$$

$$jk = i = -kj$$

$$ki = j = -ik$$

Estos productos no son conmutativos. Ahora, usando las reglas ordinarias para la multiplicación algebraica junto con los productos fundamentales anteriores, es fácil (sin embargo algo tedioso) verificar que el producto de Quaternions debe ir como sigue:

$$p = p_0 + ip_1 + jp_2 + kp_3$$

$$q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.32)$$

La expresión puede escribirse ahora como:

$$pq = p_0q_0 - (p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3) + p_0(iq_1 + jq_2 + kq_3) + q_0(ip_1 + jp_2 + kp_3) + i(p_2q_3 - p_3q_2) + j(p_3q_1 - p_1q_3) + k(p_1q_2 - p_2q_1) \quad (4.33)$$

Antes de reescribir esta expresión en un formulario más conciso, es útil utilizar el producto escalar y el producto cruz del álgebra vectorial en tres dimensiones. Si se tiene los vectores:

$$a = (a_1, a_2, a_3) \text{ y } b = (b_1, b_2, b_3) \quad (4.34)$$

Entonces, el producto escalar se da por:

$$a \bullet b = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \quad (4.35)$$

Y, el producto cruzado es:

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = i(a_2b_3 - a_3b_2) + j(a_3b_1 - a_1b_3) + k(a_1b_2 - a_2b_1) \quad (4.36)$$

Usando estos resultados, se puede escribir  $p$  como el producto de dos Quaternions de una forma más concisa:

$$pq = p_0q_0 - p \bullet q + p_0q + q_0p + p \times q \quad (4.37)$$

El producto de los dos Quaternions es otro Quaternion con parte escalar:

$$p_0q_0 - p \bullet q \quad (4.38)$$

Y, la parte vectorial es:

$$p_0q + q_0p + p \times q \quad (4.39)$$

El conjunto de Quaternions es cerrado bajo la multiplicación así como la suma. El producto del Quaternion es asociativo. Además, el producto  $p \times q$  cruzado no es

conmutativo. Y, para el álgebra del Quaternion, ésta es la única salida de las propiedades del campo. El conjunto de Quaternions tiene identidad multiplicativa, a saber, un Quaternion con parte real 1 y parte vectorial 0.

Finalmente, cada Quaternion no-nulo tiene un inverso multiplicativo. Este comentario final completa nuestra justificación que el conjunto de Quaternions es de hecho un anillo no-conmutativo.

#### 4.2.4. Producto de Grassmann

El producto más útil del Quaternion es el producto de Grassmann, que es no conmutativo. En algunas circunstancias el producto de Grassmann puede ser conmutativo y otras anti conmutativa, esto es porque los primeros tres operadores son conmutativos y el producto cruzado es anti conmutativa. La operación se denota generalmente como encadenamiento de un Quaternion con otro.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{AB} = A_t B_t - \vec{A} \cdot \vec{B} + A_t \vec{B} + B_t \vec{A} + \vec{A} \times \vec{B} \quad (4.40)$$

Los componentes de  $Q$ :

$$\begin{aligned} Q_t &= A_t B_t - A_x B_x - A_y B_y - A_z B_z \\ Q_x &= A_t B_x + A_x B_t + A_y B_z - A_z B_y \\ Q_y &= A_t B_y - A_x B_z + A_y B_t + A_z B_x \\ Q_z &= A_t B_z + A_x B_y - A_y B_x + A_z B_t \end{aligned} \quad (4.41)$$

Debe observarse que la parte anti conmutativa del producto es el producto cruz de los vectores  $(\vec{A} \times \vec{B})$ . El resto del producto es la porción conmutativa. Si no hay parte anti conmutativa a sumar, después el producto es enteramente conmutativo. Un ejemplo de un producto conmutativo con un Quaternion es cualquier valor escalar multiplicado por un Quaternion. Características:

- No conmutativo para algún:  $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ .
- Asociativo:  $\mathbf{A(BC)} = (\mathbf{AB})\mathbf{C} = \mathbf{ABC}$
- Distributivo izquierdo y derecho:  $\mathbf{A(B+C)} = \mathbf{AB+AC}$ ,  $(\mathbf{A+B})\mathbf{C} = \mathbf{AC+BC}$

#### 4.2.5. El complejo conjugado

Un concepto del álgebra importante que relaciona al Quaternions, así como a los números complejo ordinario, a saber, es el del *complejo conjugado* del Quaternion. Se define el *complejo conjugado* Quaternion como:

$$q = q_0 + q = q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3 \quad (4.42)$$

Se denotó como  $q^*$ , dado por:

$$q^* = q_0 - q = q_0 - iq_1 - jq_2 - kq_3 \quad (4.43)$$

El complejo conjugado del producto del Quaternions es igual al producto del complejo individual conjuga, en orden inverso. Es decir, dado  $p$  y  $q$  se tiene entonces a dos Quaternions.

$$(pq)^* = q^* p^* \quad (4.44)$$

También, note que para cualquier Quaternion  $q$ , la suma de  $q$  y su complejo conjuga  $q^*$  es un escalar, dado que:

$$q + q^* = (q_0 + q) + (q_0 - q) = 2q_0 \quad (4.45)$$

Donde  $2q_0$  es el escalar.

#### 4.2.6. La Norma

Otro concepto algebraico importante que relaciona a los Quaternions es la *norma* de un Quaternion. La norma de un Quaternion  $q$ , denotó por  $N(q)$  o  $|q|$ , a veces se le llama la *longitud de  $q$* , es el escalar definido por:

$$N(q) = |q| = \sqrt{q^* q} \quad (4.46)$$

Usando nuestra definición del producto del Quaternion, junto con la novedad de que para cualquier vector  $q$  se tiene que  $q \times q = 0$ , y calculando lo siguiente (se tiene  $|q|^2$ ):

$$\begin{aligned}
N^2(q) &= (q_0 - q)(q_0 + q) \\
&= q_0 q_0 - (-q) \bullet q + q_0 q + (-q) q_0 + (-q_0) \times q \\
&= q_0^2 + q \bullet q \\
&= q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = |q|^2
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Esta definición es igual para la longitud de un vector en  $R^4$ . Además que si cada Quaternion tiene norma 1, cada uno de los componentes debe tener valor absoluto menor o igual a 1. Se dicen que tales Quaternions son normalizados.

Finalmente, la norma del producto de dos Quaternions  $p$  y  $q$  es el producto de las normas individuales. Porque se tiene:

$$\begin{aligned}
N^2(pq) &= (pq)(pq)^* \\
&= pqq^* p \\
&= pN^2(q)p^* \\
&= pp^* N^2(q) \\
&= N^2(p)N^2(q)
\end{aligned} \tag{4.48}$$

#### 4.2.7. Inverso del Quaternion

Usando las ideas del complejo conjugado y de la norma del Quaternion, se puede ahora mostrar que cada Quaternion no-nulo tiene un inverso multiplicativo, y se puede desarrollar una fórmula para él. Si se designa el inverso es  $q^{-1}$  se tiene por definición:

$$q^{-1}q = qq^{-1} = 1 \tag{4.49}$$

Ahora bien,

$$q^{-1}qq^* = q^*qq^{-1} = q^* \tag{4.50}$$

Para  $qq^* = N^2(q)$  se tiene:

$$q^{-1} = \frac{q^*}{N^2(q)} = \frac{q^*}{|q|^2} \tag{4.51}$$

Nótese, que si  $q$  es un Quaternion normalizado, eso es,  $N(q) = 1$ , entonces el inverso simplemente es el complejo conjugado:

$$q^{-1} = q^* \tag{4.52}$$

El resultado es análogo al inverso de una matriz de rotaciones donde  $A^{-1} = A^t$ . Esto completa el análisis preliminar de la suma y del producto de Quaternions. No se ha mencionado, sin embargo, cualquier clase de interpretación geométrica de un Quaternion.

#### 4.2.8. Fórmula de Euler

Además, desde el punto general en un círculo según lo dado por la fórmula de Euler:

$$e^{\theta i} = \cos(\theta) + i \sin(\theta) \quad (4.53)$$

El punto general de la esfera 3, de todos los Quaternions de la unidad-longitud es:

$$e^{\theta i_r} = \cos(\theta) + i_r \sin(\theta) \quad (4.54)$$

Donde  $i_r \in H_i$ , y  $\sin(\theta) = \frac{\|r\|}{\|q\|}$ .

#### 4.2.9. Interpretaciones geométricas

Es conocido que los Quaternions representan un rol importante en una forma *alternativa* para un operador de rotación, un rol que es bastante diferente al operador de rotación a través de las matrices. Los Quaternions pueden ser muy eficaces para analizar ciertas situaciones que complican las rotaciones en  $\mathbb{R}^3$ . Detrás de esto, un Quaternion es una 4-tupla mientras una matriz de rotaciones tiene nueve elementos. Así mismo, se especificará el eje y el ángulo de la rotación que este operador representa. Investigando como el álgebra de Quaternions que se desarrollen la sección precedente servirá para poder realizar una interpretación geométrica de una rotación en  $\mathbb{R}^3$ .

#### 4.2.10. Consideraciones algebraicas

Un objeto en  $\mathbb{R}^3$  se puede considerar como un conjunto de puntos en  $\mathbb{R}^3$ . Estos puntos se pueden identificar fácilmente como vectores de  $\mathbb{R}^3$  para que la orientación del objeto que pueda ser estudiada realizando las operaciones adecuadas de estos vectores. Si

se logra esta meta por medio de un operador basada en Quaternions. *Para lograr que los Quaternions  $R^4$  operen en un vector de  $R^3$  se realiza por medio del vector  $v \in R^3$  ajustándolo como si fuera un Quaternion  $q \in R^4$  cuya parte real es nula.*

Para el *Quaternion puro* considérese esta posibilidad, haciendo que  $Q_0$  sea todos los Quaternions puros, subconjunto de  $Q$ . Quizás simplemente es posible identificar los vectores en  $R^3$  con los elementos de  $Q_0$ , y se pueda definir como una *correspondencia uno-a-uno* entre estos dos conjuntos, una correspondencia en donde un vector  $v \in R^3$  corresponde al puro Quaternion  $v = 0 + v \in Q_0 \subset Q$  como se observa enseguida:

$$v \in R^3 \leftrightarrow v = 0 + v \in Q_0 \subset Q \quad (4.55)$$

En la Figura 4.18 se muestra la suma y multiplicación por medio de un escalar. Por ejemplo, la suma de cualquier dos vectores en  $R^3$  corresponde a la suma de cada uno de sus Quaternions puros correspondiente en  $Q_0$ .

Ahora, es factible suponer que el operador de rotación del Quaternions tiene la misma forma que el operador de matriz de rotación. En ese caso, esto significa que un Quaternion representa una rotación  $q \in Q$ , y se puede encontrar la imagen  $w \in R^3$  de algún vector  $v \in R^3$  usando la regla del producto simple:

$$w = qv \quad (4.56)$$

Tal regla, significa que el producto de un Quaternion  $q$  con un vector  $v$  debe ser un vector. Es bastante posible, mientras se tenga una correspondencia uno-a-uno entre  $R^3$  y  $Q_0$ . El producto del Quaternion de ecuación 4.37, en lugar de un vector  $v$  se usa para un Quaternion correspondiente simplemente  $v = 0 + v$ . Para de esta forma determinar algún Quaternion y  $q = q_0 + q \in Q$  un vector que  $v \in R^3$  donde se tiene que:

$$\begin{aligned} qv &= (q_0 + q)(0 + v) \\ &= q_0 \bullet 0 - q \bullet v + 0 \bullet q + q_0 v + q \times v \\ &= -q \bullet v + q_0 v + q \times v \end{aligned} \quad (4.57)$$

Este cálculo muestra que el resultado no necesariamente está en  $Q_0$ . En general, este resultado no corresponde a un vector en  $R^3$ , excepto en el caso especial que  $q \bullet v = 0$  que significa  $q$  y  $v$  son ortogonales. Así no el operador de rotación de Quaternion consista simplemente en un solo Quaternion.

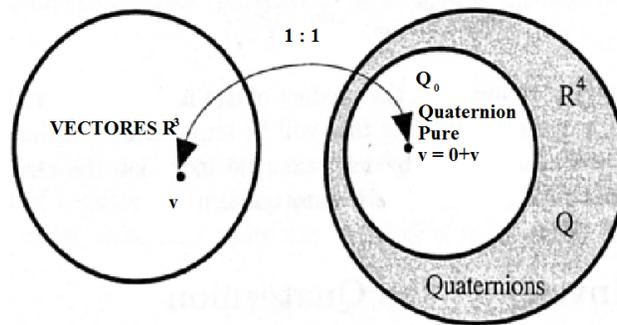


Figura 4. 17. Correspondencia: *Vectores*  $\leftrightarrow$  *Quaternions*

Se debe de prever que cuando se use la notación vectorial en un producto de Quaternion con un vector debe ser representado por su Quaternion puro correspondiente. De esta forma los productos de Quaternion tendrán sentido.

Se supone que dos Quaternions generales, diga  $q$  y  $r$ , elementos del conjunto  $Q$ , y un tercer Quaternion, digamos  $p$  que es un Quaternion puro perteneciente al conjunto  $Q_0$ . Hay seis posibles productos que involucran estos tres Quaternions y para conveniencia los listamos aquí:

$$pqr \quad qrp \quad rpq \quad prq \quad rqp \quad qpr \quad (4.58)$$

Ahora, uno de las propiedades algebraicas de Quaternions es que el conjunto  $Q$  es cerrado bajo la multiplicación (sin embargo el conjunto  $Q_0$  no lo es). Así, el producto  $qrp$  y  $rpq$  son Quaternions y esto significa que estos cuatro productos son los productos esencialmente dobles. Estos productos no son adecuados para definir al operador que se busca. Pero lo que puede ser el  $qpr$ . No obstante, que  $p$  debe ser un Quaternion puro (representando un vector así), no se hace ninguna distinción entre el Quaternions  $q$  y  $r$ .

Si se permitiera  $q = q_0 + q$ ,  $p = 0 + p$  y  $r = r_0 + r$ , no es difícil de verificar, eso según nuestra regla de producto de Quaternion de ecuación 4.37 la parte *real* de este producto triple se da por:

$$-r_0(q \bullet p) - q_0(p \bullet r) - (q \times p) \bullet r \quad (4.59)$$

Usando álgebra vectorial, se puede reescribir la ecuación de la siguiente manera:

$$-r_0(q \bullet p) - q_0(r \bullet p) + (q \times r) \bullet p \quad (4.60)$$

El operador debe ser tal que la salida es un Quaternion puro (es decir, mientras sea representando por un vector).

Sólo supone que se tiene  $r_0 = q_0$ . Esta parte real puede reescribirse entonces de la siguiente forma:

$$-q_0(q + r) \bullet p + (q \times r) \bullet p \quad (4.61)$$

Claramente esta parte real será nula, como es requerido, si el  $r = -q$ . Pero esto significaría que:

$$r = r_0 + r = q_0 - q = q^* \Rightarrow q = r^* \quad (4.62)$$

De esto se obtienen dos productos del Quaternion triples. A saber:

$$qpq^* \quad y \quad q^*pq \quad (4.63)$$

Los dos productos producen un Quaternion puro cada vez que el factor  $p$  es un Quaternion puro. Por lo que se refiere a un vector de la entrada determinado  $v$  se tienen dos posibles operadores de Quaternion de triple-producto entonces definidos por:

$$\begin{aligned} w_1 &= qvq^* \\ y \\ w_2 &= q^*vq \end{aligned} \quad (4.64)$$

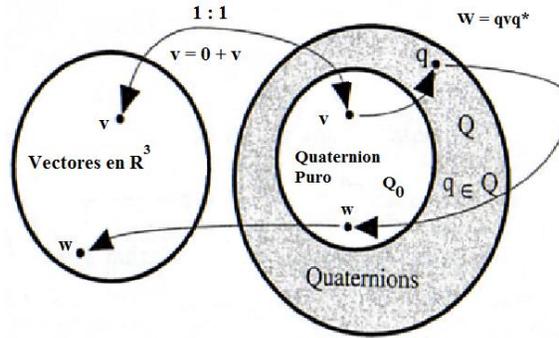


Figura 4. 18. Operadores de Quaternion en vectores

La acción algebraica de la ecuación 4.64 se ilustra en Figura 4.18 y 4.19. Se ha encontrado una manera de tener los operadores basados en Quaternion que toman la forma de vectores.

#### 4.2.11. La rotación de un Quaternion en 3D

La representación en 3D de una imagen  $C$  a través del eje  $\mu$  con un ángulo de  $2\theta$  y haciendo uso de la formula de Euler dada en la ecuación (4.53), se tiene que:

$$R = e^{\mu\theta} = \cos \frac{\pi}{2} + \mu \sin \frac{\pi}{2} = \mu \quad (4.65)$$

Dónde 
$$\mu = \frac{i+j+k}{3}.$$

$\mu$  es un vector unitario en 3D, el cual es representado como un Quaternion puro unitario. En el espacio a color RGB,  $\mu$  representa el eje acromático, cuyos valores son  $R = G = B$ .

Sea  $C = r_i + g_j + b_k$  es la representación de un pixel de la imagen  $C$  a través de un Quaternion puro, dada en la ecuación (4.55). Y haciendo uso de la ecuación (4.64), se tiene que; la rotación tridimensional de  $C$  a través de un ángulo de  $180^\circ$  sobre la línea de los colores acromáticos, y considerando las reglas de multiplicación definidas por Hamilton dadas en la ecuación (4.31), se tiene:

$$Q(RCR^*) = \mu(r_i + g_j + b_k)\mu$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{i+j+k}{\sqrt{3}}\right)(r_i + g_j + b_k) \left(\frac{i+j+k}{\sqrt{3}}\right) \\
&= -\frac{1}{3}(i+j+k)(r_i + g_j + b_k)(i+j+k) \\
&= -\frac{1}{3}[r_i^2 + g_{ij} + b_{ik} + r_{ji} + g_j^2 + b_{jk} + r_{ki} + g_{kj} + b_k^2](i+j+k) \\
&= -\frac{1}{3}[-r + g_k - b_j - r_k - g + b_i + r_j - g_i - b](i+j+k) \\
&= -\frac{1}{3}[(b-g)_i + (r-b)_j + (g-r)_k - (r+g+b)](i+j+k) \\
&= -\frac{1}{3}[(b-g)_i^2 + (b-g)_{ij} + (b-g)_{ik} + (r-b)_{ji} + (r-b)_j^2 + (r-b)_{jk} \\
&\quad + (g-r)_{ki} + (g-r)_{kj} + (g-r)_k^2 - (r+g+b)_i - (r+g+b)_j \\
&\quad - (r+g+b)_k] \\
Q(RCR^*) &= -\frac{1}{3}[-(b-g) + (b-g)_k - (b-g)_j - (r-b)_k - (r-b) + (r-b)_i \\
&\quad + (g-r)_j - (g-r)_i - (g-r) - (r+g+b)_i - (r+g+b)_j \\
&\quad - (r+g+b)_k] \\
&= -\frac{1}{3}\{[(r-b) - (g-r) - (r+g+b)]_i + [(g-r) - (b-g) - (r+g+b)]_j \\
&\quad + [(b-g) - (r-b) - (r+g+b)]_k + [-(b-g) - (r-b) - (g-r)]\} \\
&= -\frac{1}{3}\{[r-b-g+r-r-g-b]_i + [g-r-b+g-r-g-b]_j \\
&\quad + [b-g-r+b-r-g-b]_k + [-b+g-r+b-g+r]\} \\
&= -\frac{1}{3}\{[2r-2g-2b-r]_i + [-2r+2g-2b-g]_j + [-2r-2g+2b-b] \\
&\quad + 0\} \\
&= -\frac{1}{3}\{[-2r-2g-2b+r+2r]_i + [-2r-2g-2b+g+2g]_j \\
&\quad + [-2r-2g-2b+b+2b]_k\} \\
&= -\frac{1}{3}\{[-2(r+g+b)+3r]_i + [-2(r+g+b)+3g]_j \\
&\quad + [-2(r+g+b)+3b]_k\} \\
&= \left[\frac{2(r+g+b)}{3} - r\right]_i + \left[\frac{2(r+g+b)}{3} - g\right]_j + \left[\frac{2(r+g+b)}{3} - b\right]_k
\end{aligned}$$

Y haciendo  $z = \frac{2(r+g+b)}{3}$  se obtiene:

$$Q(RCR^*) = [z - r]_i + [z - g]_j + [z - b]_k \quad (4.66)$$

Finalmente, se requiere solamente de dos multiplicaciones/divisiones y cinco sumas/restas. A diferencia de realizarlo vía matricial, la cual se requieren normalmente de 27 multiplicaciones junto con 24 sumas/restas, para realizar la misma operación. Por lo cual, con esta simplificación se obtiene un enorme ahorro computacional a la hora de implantarlo vía software. Así mismo, el pixel  $C$  y  $RCR^*$  están posicionados uno con respecto al otro, a una distancia igual del eje acromático. De hecho  $C + RCR^*$  podría estar sobre la línea de los grises.

#### 4.2.12. Diferencia de color

Sea  $C_1 = r_1i + g_1j + b_1k$  y  $C_2 = r_2i + g_2j + b_2k$  la representación Quaternion puro de dos pixeles color de la imagen  $C$ . Tomando en consideración la ecuación (4.66), se tiene que:

$$\begin{aligned} C_1 + RC_2R^* = & \left[ r_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - r_2 \right] i + \left[ g_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - g_2 \right] j \\ & + \left[ b_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - b_2 \right] k \end{aligned} \quad (4.67)$$

El cálculo del rotado del Quaternion de  $C_1 + RC_2R^*$ , se realiza a través del empleo de la ecuación (4.63), quedando como sigue:

$$\begin{aligned} Q(C_1 + RC_2R^*) &= \left\langle \frac{2}{3} \left\{ \left[ r_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - r_2 \right] + \left[ g_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - g_2 \right] \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left[ b_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - b_2 \right] \right\} - \left\{ r_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - r_2 \right\} \right\rangle i \\ &+ \left\langle \frac{2}{3} \left\{ \left[ r_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - r_2 \right] + \left[ g_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - g_2 \right] \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left[ b_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - b_2 \right] \right\} - \left\{ g_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - g_2 \right\} \right\rangle j \\ &+ \left\langle \frac{2}{3} \left\{ \left[ r_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - r_2 \right] + \left[ g_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - g_2 \right] \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left[ b_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - b_2 \right] \right\} - \left\{ b_1 + \frac{2}{3}(r_2 + g_2 + b_2) - b_2 \right\} \right\rangle k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \frac{2}{3} \left[ (r_1 + g_1 + b_1) - (r_2 + g_2 + b_2) + 3 \left( \frac{2}{3} \right) (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[ (r_1 - r_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} i \\
&\quad + \left\{ \frac{2}{3} \left[ (r_1 + g_1 + b_1) - (r_2 + g_2 + b_2) + 3 \left( \frac{2}{3} \right) (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[ (g_1 - g_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} j \\
&\quad + \left\{ \frac{2}{3} \left[ (r_1 + g_1 + b_1) - (r_2 + g_2 + b_2) + 3 \left( \frac{2}{3} \right) (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[ (b_1 - b_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} k \\
&= \left\{ \frac{2}{3} [(r_1 + g_1 + b_1) + (r_2 + g_2 + b_2)] - \left[ (r_1 - r_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} i \\
&\quad + \left\{ \frac{2}{3} [(r_1 + g_1 + b_1) + (r_2 + g_2 + b_2)] - \left[ (g_1 - g_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} j \\
&\quad + \left\{ \frac{2}{3} [(r_1 + g_1 + b_1) + (r_2 + g_2 + b_2)] - \left[ (b_1 - b_2) + \frac{2}{3} (r_2 + g_2 + b_2) \right] \right\} k \\
&= \left[ \frac{2}{3} (r_1 + g_1 + b_1) + (r_2 - r_1) \right] i + \left[ \frac{2}{3} (r_1 + g_1 + b_1) + (g_2 - g_1) \right] j \\
&\quad + \left[ \frac{2}{3} (r_1 + g_1 + b_1) + (b_2 - b_1) \right] k
\end{aligned}$$

Haciendo  $z = \frac{2}{3} (r_1 + g_1 + b_1)$  se obtiene:

$$\begin{aligned}
Q(C_1 + RC_2R^*) &= [z + (r_2 - r_1)]i + [z + (g_2 - g_1)]j + [z + (b_2 - b_1)]k \\
&= z + \nabla C
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Donde  $\nabla C = C_2 - C_1$ , el cual denota un gradiente.

Obviamente  $|C_1 + RC_2R^*|$  denota la diferencia de color entre los pixeles  $C_1$  y  $C_2$ .

#### 4.2.13. Detección de bordes

Los puntos de borde, o simplemente bordes son pixeles alrededor de los cuales la imagen presenta una variación brusca en los niveles de gris. En las imágenes en color, es cuando la variación se presenta en  $|C_1 + RC_2R^*|$ . El objetivo consiste en dada una imagen, que puede o no estar corrompida por ruido, localizar los bordes más probables generados por elementos de la escena y no por ruido.

En realidad el término borde se refiere a cadenas de puntos de borde, esto es, fragmentos de contorno, esto no impide que la imagen también pueda contener puntos

aislados que presentan un alto contraste. Existen varias razones que sostienen el interés por los bordes. Los contornos de los objetos sólidos de la escenas, las marcas en la superficies, las sombras, todas generan bordes. Además las líneas de las imágenes, las curvas y contornos son características o elementos básicos para muchas aplicaciones, Pajares y Cruz (2008).

#### 4.2.14. Gradiente de una imagen

El gradiente de una imagen  $f$  en un punto  $(x, y)$  se define como un vector bidimensional dado por la ecuación (4.69), siendo un vector perpendicular al borde.

$$\nabla f(x, y) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

Donde el vector  $\mathbf{G}$  apunta en la dirección de variación máxima de  $f$  en el punto  $(x, y)$  por unidad de distancia con la magnitud y dirección dadas por:

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}; \quad \varphi(x, y) = \tan^{-1} \frac{G_y}{G_x} \quad (4.70)$$

Es una práctica habitual aproximar la magnitud del gradiente con valores absolutos.

$$|G| \cong |G_x| + |G_y| \quad (4.71)$$

Esto se hace por que el valor de la magnitud del gradiente no es tan importante como la relación entre diferentes valores. Es decir, se va a decidir si un punto es un borde según que la magnitud del gradiente supere o no un determinado umbral, pues bien sólo es necesario ajustar dicho umbral para que el resultado de la extracción de bordes sea el mismo tanto que si se calcula la magnitud del gradiente mediante la ecuación (4.69) como si se hace mediante la ecuación (4.71) y sin embargo, esta última ecuación resulta mucho más fácil de implementar, particularmente cuando se realiza vía software.

Para calcular el gradiente (4.69) en imágenes a color, a manera de ejemplo; se considera el filtro clásico de Prewitt con una máscara de convolución de 3x3 en la dirección de bordes horizontales, González y Woods (2002):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Haciendo uso de la representación de Quaternion de dicho filtro sobre el eje acromático del espacio RGB, Sangwine y Ell (2000), se tiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ R & R & R \end{bmatrix} [C] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ R^* & R^* & R^* \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Esta última ecuación se simplifica enormemente haciendo uso de la ecuación (4.66 y 4,67).

### 4.3. ANÁLISIS METODOLÓGICO DE MORFOLOGÍA A COLOR

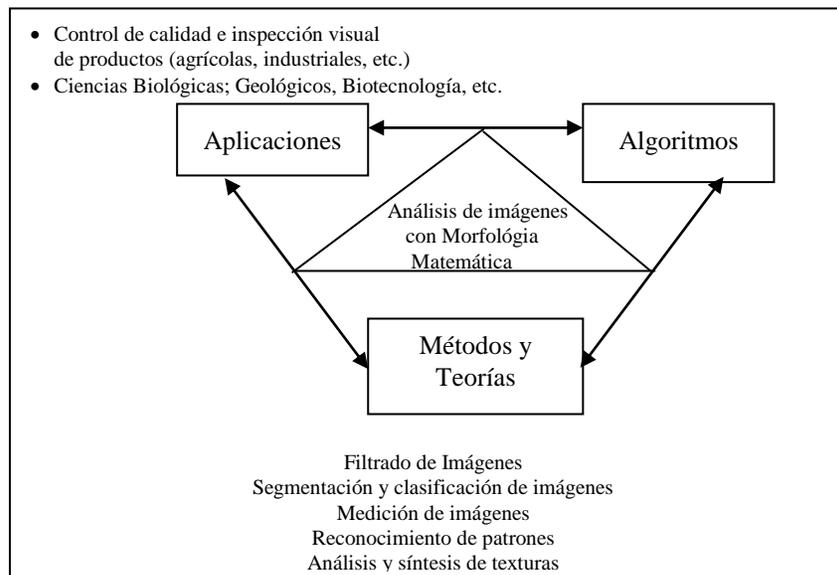
#### 4.3.1. Bases teóricas de Morfología Matemática

Morfología se refiere al estudio de formas y estructuras. Dentro del campo de procesado de imágenes, proporciona una herramienta para la extracción de componentes, es útil en la representación y descripción de la forma de una región. La Morfología Matemática emplea la teoría de conjuntos para representar las formas de los objetos en una imagen. De este modo, las operaciones morfológicas se pueden describir simplemente añadiendo o eliminando píxeles de la imagen binaria original. La Morfología Matemática es una metodología de procesamiento de imágenes que nació en Francia en los 1960s, en el Centro de Morfología Matemática de la Escuela Nacional Superior de Minas de París. Surgió en un estudio de la geometría de poros dirigido por G. Matheron.

La Morfología Matemática se define como la teoría de análisis espacial de estructuras. Etimológicamente, la palabra Morfología proviene de las raíces griegas *morfos* (μορφη, μορφης) que significa forma y de la palabra *logos* (λογος) que expresa tratado, ciencia, estudio o colección. Se utilizó la palabra Morfología para indicar el análisis de la

forma y estructura de los objetos. Y, la palabra Matemática sugiere que el análisis de las imágenes se fundamente en la teoría de conjuntos, la geometría integral y el álgebra lineal. En resumen, la Morfología Matemática es una teoría que se ocupa del procesamiento y análisis de imágenes, usando operadores y funciones basados en conceptos topológicos y geométricos, como se aprecia en las Figuras 4.20 y 4.21.

Los avances de la Morfología Matemática se han basado en una interconexión especial entre la investigación de nuevas metodologías para resolver problemas prácticos, los avances teóricos que fundamentan estas metodologías, el desarrollo de hardware especializado y técnicas de algoritmos eficientes innovadoras que permiten su implementación en computadoras.



**Figura 4. 19. Diagrama del análisis de imágenes con Morfología Matemática**

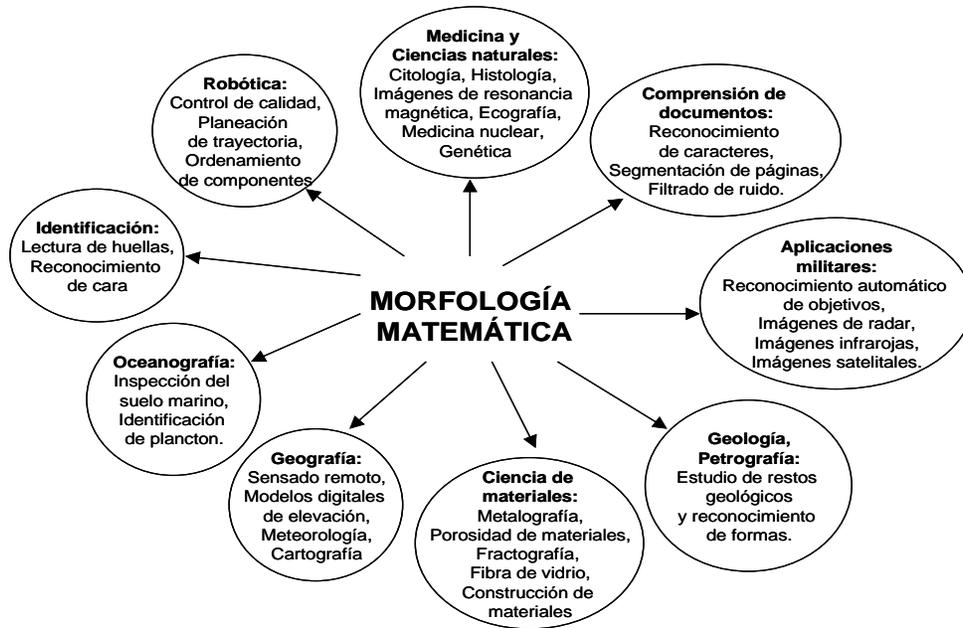


Figura 4. 20. Aplicación de la Morfología Matemática

#### 4.3.2. Filtros morfológicos básicos

Se le llama filtro morfológico a toda transformación creciente idempotente. Los filtros morfológicos básicos son la apertura morfológica  $\gamma_{\mu B}$  y la cerradura morfológica  $\phi_{\mu B}$  por un elemento estructurante  $\mu B$ , con  $B$  el elemento estructurante elemental ( $3 \times 3$  píxeles en este trabajo) conteniendo el origen,  $\hat{B}$  su transpuesto ( $\hat{B} = \{-x : x \in B\}$ ) y  $\mu$  un factor de homotecia. De esta forma, el elemento estructurante de tamaño  $\mu B$  estará formado por un conjunto de tamaño  $(2\mu+1) \times (2\mu+1)$  píxeles. La apertura y la cerradura morfológicas se expresan a partir de la dilatación  $\delta_{\mu B}$  y la erosión  $\varepsilon_{\mu B}$ .

$$\gamma_{\mu B}(f)(x) = \delta_{\mu \hat{B}}(\varepsilon_{\mu B}(f))(x) \quad \phi_{\mu B}(f)(x) = \varepsilon_{\mu \hat{B}}(\delta_{\mu B}(f))(x) \quad (4.74)$$

La erosión y la dilatación están dadas por las ecuaciones:

$$\varepsilon_{\mu B}(f)(x) = \wedge \{f(y); y \in \mu \hat{B}_x\} \quad \delta_{\mu B}(f)(x) = \vee \{f(y); y \in \mu B_x\} \quad (4.75)$$

Donde  $\vee$  y  $\wedge$  son los operadores supremo e ínfimo.

Apertura y cerradura son dos operaciones secundarias de gran importancia, que se usan como base de las operaciones de erosión y dilatación. La apertura de una imagen  $A$  con un elemento estructurante  $B$  se define como la combinación de una erosión seguida por una dilatación. Entonces, la cerradura es la combinación de una dilatación seguida de una erosión.



**Figura 4. 21. Apertura y cerradura**

El principal problema de la apertura y la cerradura morfológicas es la modificación de las estructuras, en particular cuando son utilizadas elementos de estructura de gran talla. La solución a este problema es el uso de las transformaciones por reconstrucción, Soille P. (2003). La noción de reconstrucción es un término muy útil proporcionado por la Morfología Matemática. Las transformaciones por reconstrucción permiten la eliminación de algunas regiones indeseables sin afectar considerablemente las estructuras restantes. Las transformaciones geodésicas son usadas para construir transformaciones por reconstrucción. En el caso binario, la dilatación geodésica de tamaño 1 de una imagen  $g$  dentro de una imagen de referencia  $f$ , está dada por  $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta(g)$ . Para construir una dilatación geodésica de tamaño  $m$ , la dilatación geodésica se itera  $m$  veces. Así:

$$\delta_f^m(g) = \underset{m \text{ veces}}{\delta_f^1 \delta_f^1 \dots \delta_f^1}(g) \quad (4.76)$$

Al construir los filtros por reconstrucción, se iteran las transformaciones geodésicas hasta que se alcanza la estabilidad. La transformación dual de  $\delta_f^m(g)$ , es la erosión geodésica  $\varepsilon_f^m(g)$ , la cual es obtenida iterando  $m$  veces la erosión geodésica de tamaño 1. Considerando las dos funciones  $f$  y  $g$ , con  $f \geq g$  ( $f \leq g$ ). Las transformaciones por

reconstrucción de  $g$  en  $f$  usa dilataciones y erosiones geodésicas, expresadas por  $R(f, g)$  y  $R^*(f, g)$ , respectivamente, y están definidas por:

$$R(f, g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n(g) \quad R^*(f, g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_f^n(g) \quad (4.77)$$

Donde  $\varepsilon_f^1(g) = f \vee \varepsilon_B(g)$  es la erosión geodésica, y  $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta_B(g)$  es la dilatación geodésica obtenida por medio de la erosión y la dilatación morfológicas. Cuando la función  $g$  está dada por la erosión  $\varepsilon_\mu(f)$  o la dilatación  $\delta_\mu(f)$  de la imagen original por un elemento de estructura dado, la apertura y cerradura por reconstrucción se obtienen como sigue:

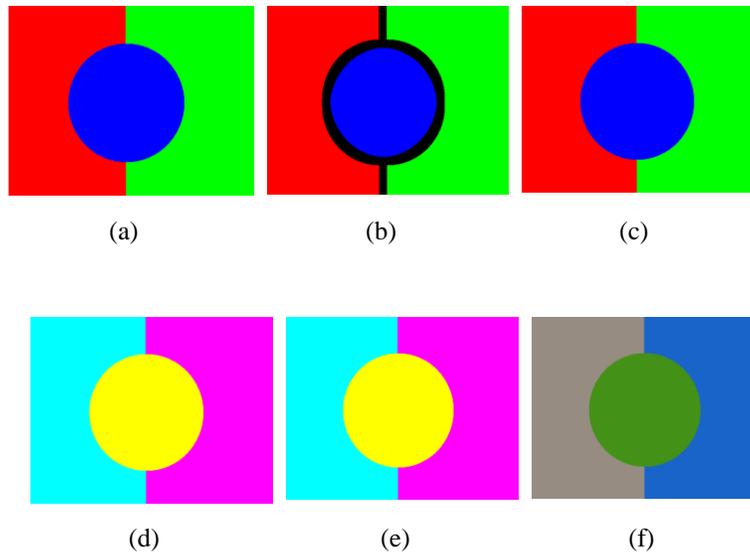
$$\tilde{\gamma}_\mu(f) = R(f, \varepsilon_\mu(f)) \quad \tilde{\varphi}_\mu(f) = R^*(f, \delta_\mu(f)) \quad (4.78)$$

### 4.3.3. Espacios HSI, HSV, HSL y Morfología

Es bien conocido que la representación de imágenes a color por medio de los canales roja, verde y azul en el espacio  $RGB$  es un estándar para propósitos de almacenamiento y despliegue de imágenes. Sin embargo, también es conocido lo inadecuado que es este espacio en tareas de procesamiento, Lukac et al. (2007).

De hecho, como se ilustra en este capítulo, las tres bandas están altamente relacionadas y no permiten separar la cromaticidad y la luminancia (intensidad). Es decir, esta separación es la clave de la percepción visual humana, que ha sido realizada en espacios color tales como HSI y HSV o en espacios uniformes de punto de vista de la percepción establecidos por la CIE, entre ellos están  $L^*u^*w^*$ ,  $L^*a^*b^*$ . El filtrado de imágenes a color es frecuentemente realizado en alguno de estos espacios. A continuación, se analizan algunos de los problemas existentes, tanto en el espacio  $RGB$ , como en el espacio  $HSL$ , Ebner (2007) y Lukac et al. (2007).

Dado que, las tres componentes del espacio  $RGB$  están frecuentemente correlacionadas, se pueden originar nuevos colores en la imagen filtrada. Por ejemplo, considérese la imagen de la Figura 4.23 (a) compuesta por tres componentes conexas.



**Figura 4. 22. (a)Imagen Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Dilatado sobre RGB, (d) Imagen Original, (e) Erosionado sobre RGB, (f) Dilatado sobre RGB**

La imagen contiene tres componentes conexas de color rojo, verde azul con valores  $(255, 0, 0)$ ,  $(0, 255, 0)$  y  $(0, 0, 255)$ , respectivamente. Al aplicar, por ejemplo la erosión morfológica de tamaño 10 usando el espacio RGB, el color negro  $(0, 0, 0)$  que no existe en la imagen se introduce formando ruido (ver Figura 4.23 (b)). Dado que la erosión es aplicada de manera independiente a cada canal, los niveles de gris de los pixeles en cada imagen tienen valores 0 o 255. De esta forma, justo en la unión de las tres componentes conexas el valor cero es introducido. Esto no pasa cuando el espacio HSL es utilizado como se ilustra en la Figura 4.23 (c). En este caso la erosión es aplicada sobre la componente de intensidad (L) la cual tiene valor 255 en todos los pixeles de la imagen, razón por la cual no se ve afectada. Otro ejemplo similar se muestra en la Figura. 4.23 (d). En este caso los valores de las tres componentes son  $(255, 0, 255)$  que corresponde al color cian, el  $(0, 255, 255)$  correspondiente al color magenta y finalmente al color amarillo con valores  $(255, 255, 0)$ . Comentarios similares se pueden hacer cuando la erosión es aplicada usando el espacio RGB, como se muestra en la Figura 4.23 (e) donde se observa que las fronteras de las tres componentes conexas del rojo, verde, azul y negro son introducidas. Todo lo contrario cuando se usa el espacio HSL, no se introducen nuevos colores pero la imagen no se ve afectada en ninguno de sus pixeles (Figura. 4.23 (e)). Finalmente, la Figura 4.23 (f) ilustra un último ejemplo donde diferentes colores son utilizados observando el mismo

comportamiento en el caso del espacio RGB (Figura 4.23 (g)), mientras en la Figura 4.23 (h) se muestra que también en el caso de espacio HSL se introducen nuevos colores.

Cuando la erosión y la dilatación de imágenes a color se aplican, componente por componente de manera separada, sus definiciones son una extensión directa del caso de imágenes en niveles de gris. Sea una imagen color  $f_C = (f_R, f_G, f_B)$ , se tiene que la erosión y la dilatación de imágenes a color están dadas por:

$$\varepsilon_{\lambda B}(f_C) = (\varepsilon_{\lambda B}(f_R), \varepsilon_{\lambda B}(f_G), \varepsilon_{\lambda B}(f_B)) \quad \delta_{\lambda B}(f_C) = (\delta_{\lambda B}(f_R), \delta_{\lambda B}(f_G), \delta_{\lambda B}(f_B)) \quad (4.79)$$

Donde  $\varepsilon_{\lambda B}(f_i)$  y  $\delta_{\lambda B}(f_i)$ , con  $i \in \{R, G, B\}$ , son la erosión y la dilatación definidas anteriormente para el caso numérico. Como es el caso de las imágenes en niveles de gris, la apertura y cerradura de imágenes a color están dadas por:

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda B}(f_C) &= \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_C)) = (\delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_R)), \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_G)), \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_B))) \\ &= (\gamma_{\lambda B}(f_R), \gamma_{\lambda B}(f_G), \gamma_{\lambda B}(f_B)) \end{aligned} \quad (4.80)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\lambda B}(f_C) &= \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_C)) = (\varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_R)), \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_G)), \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_B))) \\ &= (\phi_{\lambda B}(f_R), \phi_{\lambda B}(f_G), \phi_{\lambda B}(f_B)) \end{aligned}$$

En los HSL, HSV, y HSI se puede definir las transformaciones morfológicas de manera similar. Por ejemplo en el caso del HSL se tendrían las siguientes definiciones de la erosión, dilatación, apertura y cerradura:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda B}(f_C) &= (\varepsilon_{\lambda B}(f_H), \varepsilon_{\lambda B}(f_S), \varepsilon_{\lambda B}(f_L)) \quad \delta_{\lambda B}(f_C) = (\delta_{\lambda B}(f_H), \delta_{\lambda B}(f_S), \delta_{\lambda B}(f_L)) \\ \gamma_{\lambda B}(f_C) &= \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_C)) = (\delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_H)), \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_S)), \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_L))) \\ &= (\gamma_{\lambda B}(f_H), \gamma_{\lambda B}(f_S), \gamma_{\lambda B}(f_L)) \quad (4.81) \\ \phi_{\lambda B}(f_C) &= \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_C)) = (\varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_H)), \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_S)), \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_L))) \\ &= (\phi_{\lambda B}(f_H), \phi_{\lambda B}(f_S), \phi_{\lambda B}(f_L)) \end{aligned}$$

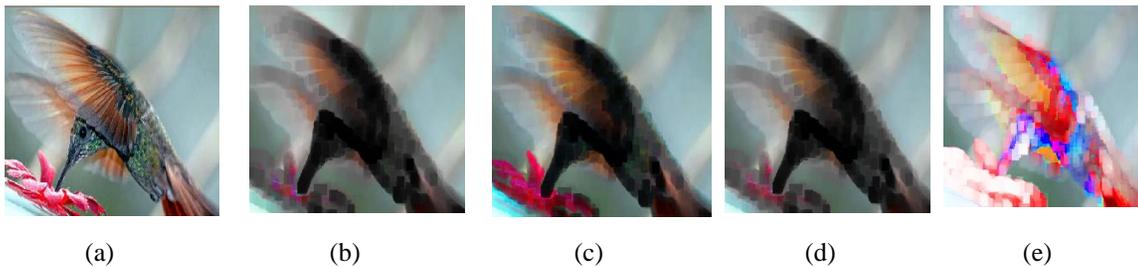
En este caso las transformaciones se aplican sobre los tres canales de manera independiente, las Figuras 4.24 (b) y (d) muestran la erosión y la dilatación de la imagen original. Se puede observar en la dilatación de la imagen la introducción de nuevos colores. Una manera de atenuar este problema es trabajando únicamente sobre la intensidad o la saturación, evitando trabajar sobre el matiz. En este caso las expresiones de las transformaciones morfológicas son aplicadas únicamente sobre la intensidad, y están dadas por:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\lambda B}(f_C) &= (f_H, f_S, \varepsilon_{\lambda B}(f_L)) & \delta_{\lambda B}(f_C) &= (f_H, f_S, \delta_{\lambda B}(f_L)) \\ \gamma_{\lambda B}(f_C) &= \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_C)) = (f_H, f_S, \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(f_L))) \\ &= (f_H, f_S, \gamma_{\lambda B}(f_L))\end{aligned}\quad (4.82)$$

$$\begin{aligned}\varphi_{\lambda B}(f_C) &= \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_C)) = (f_H, f_S, \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(f_L))) \\ &= (f_H, f_S, \varphi_{\lambda B}(f_L))\end{aligned}\quad (4.83)$$

Ecuaciones similares se tendrían en el caso de trabajar sobre la intensidad y saturación.

Las Figuras 4.24 (c) y (f) trabajan sobre intensidad mientras que (d) y (g) trabajan sobre saturación e intensidad.



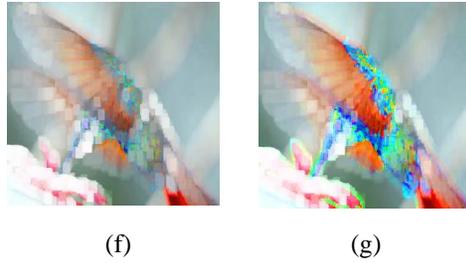


Figura 4. 23. (a)Imagen Original, (b) Erosión por canal del espacio HSL tamaño 10, (c) Erosionado canal intensidad, (d) Erosionado canales Saturación e Intensidad, (e) Dilatación por canal del espacio HSL tamaño 10, (f) Dilatación canal de intensidad; (g) Dilatado canales Saturación e Intensidad

#### 4.3.4. Centro de la ley de gravedad

Ahora considerando el concepto importante conocido como *ley del centro de gravedad de la mezcla aditiva de colores (ley del centro de gravedad de MAC)*. Y, dos colores  $C_1$  y  $C_2$  que serán mezclados de manera aditiva para obtener un tercer color  $C_3$  que se encuentra en la recta que une  $C_1$  y  $C_2$ . De manera más precisa, sean  $C_1=(X_1, Y_1, Z_1)$  y  $C_2=(X_2, Y_2, Z_2)$  dos colores a mezclar y los porcentajes de la luminancia (intensidad) de referencia  $L_Y$  sean:  $Y_1=m_1L_Y$  y a  $Y_2=m_2L_Y$  con  $m_1$  y  $m_2$ . Entonces, el color  $C_3=(X_3, Y_3, Z_3)$  está dado por:

$$X_3 = \left(\frac{x_3}{y_3}\right)Y_3 \quad Y_3 = (m_1 + m_2)L_Y \quad Z_3 = \left(\frac{1-x_3-y_3}{y_3}\right)Y_3 \quad (4.84)$$

Con:

$$x_3 = \frac{x_1 \frac{m_1}{y_1} + x_2 \frac{m_2}{y_2}}{\frac{m_1}{y_1} + \frac{m_2}{y_2}} \quad x_3 = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{y_1} + \frac{m_2}{y_2}} \quad (4.85)$$

Esto permite expresar de manera separada la parte cromática de la imagen por las coordenadas  $(x(\tau), y(\tau))$ , mientras que la parte acromática por  $Y(\tau)$ . De esta forma el filtrado de una imagen  $f$  expresada en la forma  $g = (x_g(\tau), y_g(\tau), Y_g(\tau))$  se realiza de la forma siguiente:

$$x_g(\tau) = \frac{h_x(\tau) * \left( \frac{x_f(\tau)}{y_f(\tau)} \cdot Y_f(\tau) \right)}{h_x(\tau) * \left( \frac{Y_f(\tau)}{y_f(\tau)} \right)} \quad y_g(\tau) = \frac{h_x(\tau) * Y_f(\tau)}{h_x(\tau) * \left( \frac{Y_f(\tau)}{y_f(\tau)} \right)}$$

$$Y_g(\tau) = h_Y(\tau) * Y_f(\tau) \quad (4.86)$$

#### 4.3.5. Espacio CIE XYZ y Morfología

El espacio cromático  $xy$  derivado del CIE-XYZ tiene un inconveniente principal: no es uniforme desde el punto de vista de la percepción visual humana; por ejemplo, distancias iguales entre puntos no corresponden a diferencias iguales de percepción entre los colores asociados a estos puntos. Espacios de coordenadas cromáticas más uniformes tales como el CIE  $uv$  han sido derivados por la CIE. Estos se pueden obtener a partir de las siguientes transformaciones:

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} \quad v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} \quad (4.87)$$

Con esta representación alternativa, puede representarse por sus coordenadas cromáticas y la luminancia  $f = (u'_f(\tau), v'_f(\tau), Y_f(\tau))$ . La transformación inversa está dada por:

$$u' = \frac{9}{4} \left( \frac{u'}{v'} \right) Y \quad Z = \left( \frac{12 - 3u' - 20v'}{4v'} \right) Y \quad (4.88)$$

De esta forma, el esquema de filtrado de Lúchese y Mitra (2000) queda de la forma:

$$u'_g(\tau) = \frac{h_{u'}(\tau) * \left( \frac{u'_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \cdot Y_f(\tau) \right)}{h_{u'}(\tau) * \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)} \quad v'_g(\tau) = \frac{h_{v'}(\tau) * Y_f(\tau)}{h_{v'}(\tau) * \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)}$$

$$Y_g(\tau) = h_Y(\tau) * Y_f(\tau) \quad (4.89)$$

Las transformaciones morfológicas a realizar sobre el espacio  $xyz$  toman en cuenta la mezcla de los colores. De esta forma se define de la manera siguiente:

Para la erosión:

$$u'_g(\tau) = \frac{\varepsilon_{\mu B} \left( \frac{u'_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \cdot Y_f(\tau) \right)}{\varepsilon_{\mu B} \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)} \quad v'_g(\tau) = \frac{\varepsilon_{\mu B}(Y_f(\tau))}{\varepsilon_{\mu B} \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)}$$

$$Y_g(\tau) = \varepsilon_{\mu B}(Y_f(\tau)) \quad (37) \quad (4.90)$$

Para la dilatación:

$$u'_g(\tau) = \frac{\delta_{\mu B} \left( \frac{u'_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \cdot Y_f(\tau) \right)}{\delta_{\mu B} \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)} \quad v'_g(\tau) = \frac{\delta_{\mu B}(Y_f(\tau))}{\delta_{\mu B} \left( \frac{Y_f(\tau)}{v'_f(\tau)} \right)}$$

$$Y_g(\tau) = \delta_{\mu B}(Y_f(\tau)) \quad (4.91)$$

De manera similar para las otras transformaciones Morfológicas.

El uso de la matriz que permite realizar la transformación entre el espacio RGB y el espacio CIE-XYZ puede variar los resultados obtenidos. Por esa razón, dos diferentes tipos de matrices fueron utilizadas en el experimento. Los primeros resultados que se muestran fueron obtenidos usando las matrices para conversión RGB a XYZ, Ebner (2007):

$$\begin{bmatrix} X_f(\tau) \\ Y_f(\tau) \\ Z_f(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49000 & 0.31000 & 0.20000 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00000 & 0.01000 & 0.99000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_f(\tau) \\ G_f(\tau) \\ B_f(\tau) \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

Para la transformación inversa se utilizó:

$$\begin{bmatrix} R_g(\tau) \\ G_g(\tau) \\ B_g(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3647501 & -0.89658 & -0.4686538 \\ -0.515155 & 1.426409 & 0.0887446 \\ 0.005203 & 0.014407 & 1.0092 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g(\tau) \\ Y_g(\tau) \\ Z_g(\tau) \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

Las imágenes en las Figuras 4.25 y 4.26 ilustran las transformaciones erosión y dilatación utilizando un tamaño 10 (21x21 píxeles) procesando las tres componentes en los espacios RGB, CIE xyY y CIE Luv.

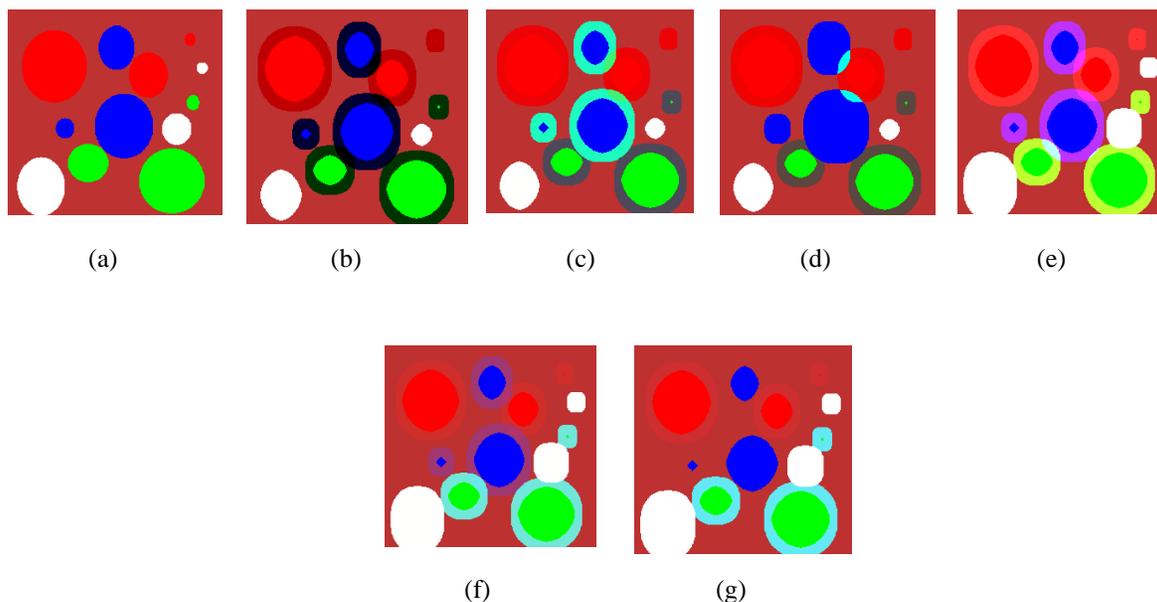


Figura 4. 24. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv

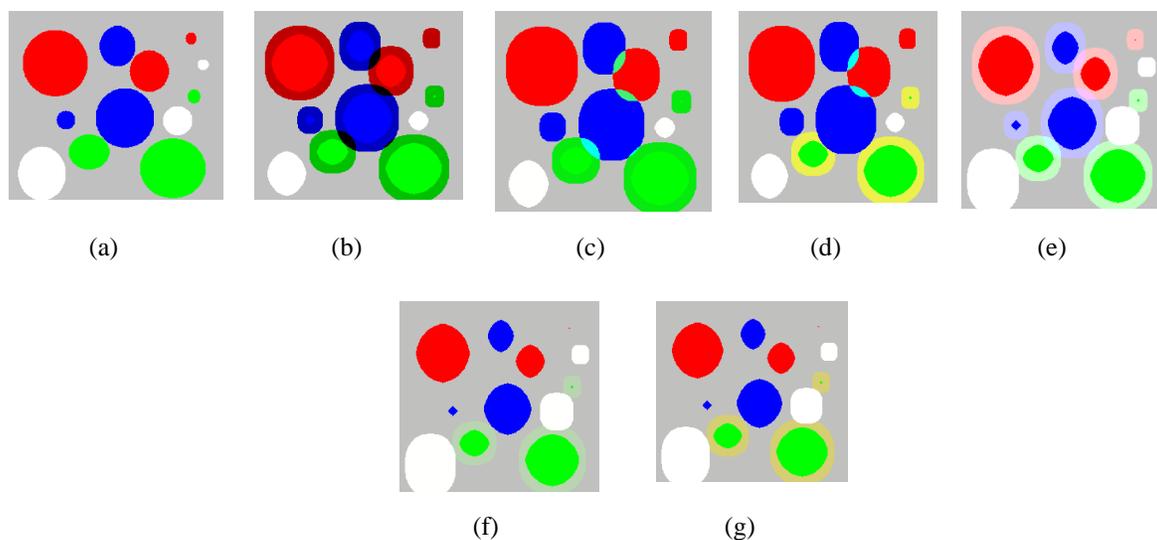


Figura 4. 25. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv

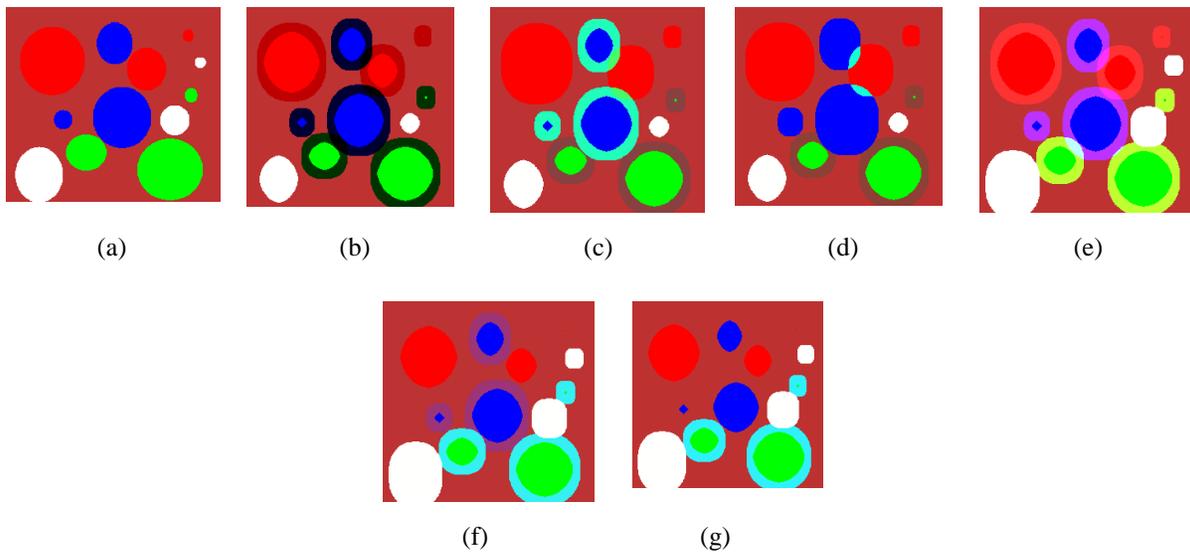
El otro tipo de matrices que se utilizan para la conversión de RGB a XYZ es la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} X_f(\tau) \\ Y_f(\tau) \\ Z_f(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.412453 & 0.357580 & 0.180423 \\ 0.212671 & 0.715160 & 0.072169 \\ 0.019334 & 0.119193 & 0.950227 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_f(\tau) \\ G_f(\tau) \\ B_f(\tau) \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

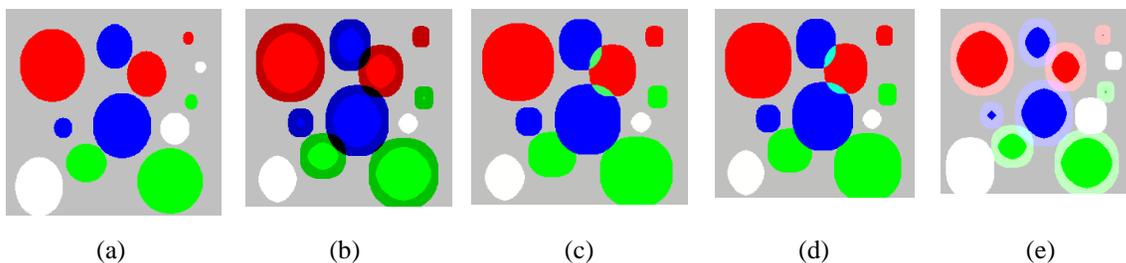
Mientras que para la conversión del espacio XYZ al espacio RGB, la siguiente matriz fue utilizada:

$$\begin{bmatrix} R_g(\tau) \\ G_g(\tau) \\ B_g(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.240479 & -1.537150 & -0.498535 \\ -0.969256 & 1.875992 & 0.041556 \\ 0.055648 & -0.204043 & 1.057311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_g(\tau) \\ Y_g(\tau) \\ Z_g(\tau) \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

Las imágenes en las Figuras 4.27 y 4.28 ilustran las transformaciones erosión y dilatación utilizando un tamaño 10 (21x21 píxeles) procesando las tres componentes sobre los espacios RGB, xyY y CIE Luv, Ebner (2007).



**Figura 4. 26. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv**



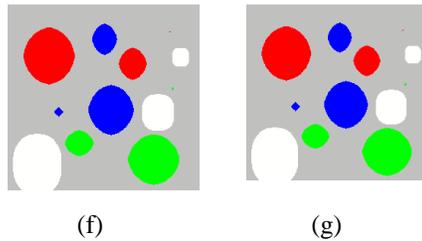


Figura 4. 27. (a) Original, (b) Erosionado sobre RGB, (c) Erosionado sobre xyY, (d) Erosionado sobre CIE Luv, (e) Dilatado sobre RGB, (f) Dilatado sobre xyY, (g) Dilatado sobre CIE Luv

#### 4.3.6. Top-Hat

La técnica Top-Hat descubre aquellas estructuras de la imagen que han sido eliminadas en el filtrado de apertura o cierre, Ortiz (2002). Con la elección de un elemento estructurante de forma, tamaño y orientación adecuada, es posible filtrar la imagen y eliminar determinados elementos en la imagen original. Una operación de diferencia entre el mapa original y el filtrado, aumenta considerablemente el contraste de las zonas eliminadas.

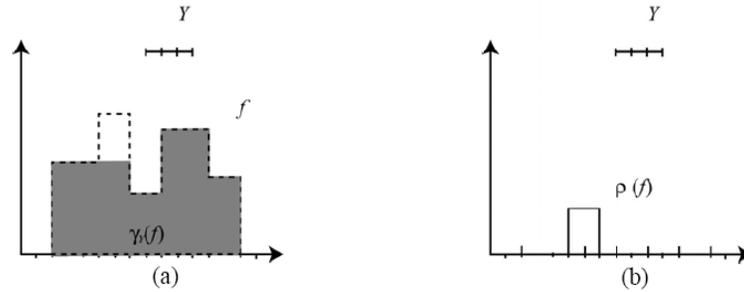
La transformación de Top-Hat es el residuo entre la identidad y la apertura morfológica. Para el caso de conjuntos y funciones, este residuo se define como sigue:

$$\begin{aligned}
 p(X) &= X \setminus \gamma(X) \\
 p(f) &= f - \gamma(f)
 \end{aligned}
 \tag{4.96}$$

Al igual que la apertura, este residuo es una operación anti extensiva e idempotente, pero no creciente. El Top-Hat se conoce también como Top-Hat por apertura o Top-Hat blanco, por destacar los objetos claros que han sido eliminados en la apertura. El hecho de que el Top-Hat por apertura, no sea una operación creciente es obvio por su definición. La idempotencia se demuestra con:

$$p(p(f)) = f - \gamma(f) - \gamma(f - \gamma(f)) = f - \gamma(f)
 \tag{4.97}$$

En la Figura 4.29 se ilustra un ejemplo de Top-Hat por apertura para una señal unidimensional. Se puede observar que se descubre aquella parte no eliminadas por la apertura.



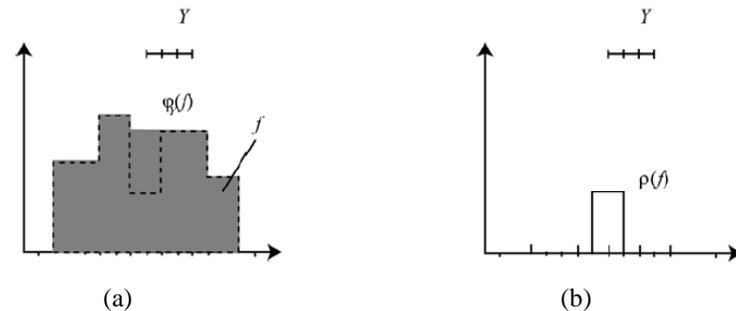
**Figura 4. 28. Top-Hat por apertura para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-Hat por apertura**

Una operación dual al Top-Hat puede definirse como el residuo entre un cierre morfológico y la imagen original. En este caso, la operación suele denominarse Top-Hat por cierre o Top-Hat negro, ya que visualiza los objetos oscuros de la imagen original eliminados en el cierre. Para conjuntos y funciones, este nuevo residuo de Top-Hat puede definirse como:

$$p(X) = \mathcal{O}(X) \setminus X$$

$$p(f) = \mathcal{O}(f) - f \quad (4.98)$$

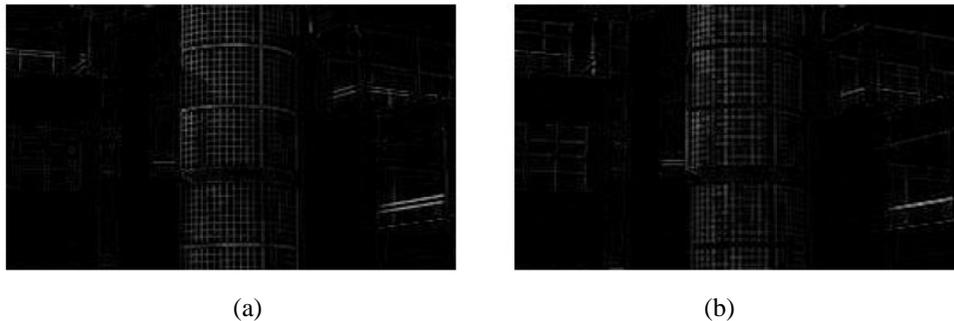
El Top-Hat por cierre, no es creciente ni idempotente. La Figura 4.30 muestra el Top-Hat negro para una señal unidimensional. En este caso, los nuevos valores de la cerradura son descubiertos e identificados.



**Figura 4. 29. Top-Hat por cierre para una señal unidimensional. (a) Señal original. (b) Top-Hat por cierre**

Las transformaciones de Top-Hat son operaciones complementarias entre sí. Estas operaciones también pueden combinarse. La suma del Top-Hat por apertura y el Top-Hat por cierre es en realidad la diferencia entre cierre y la apertura. Tal y como se comentó anteriormente, la elección del elemento estructurante usado en la operaciones de Top-Hat

depende de la morfología de las estructuras a extraer. Por ejemplo, la detección de objetos con brillantez en una imagen se logra con un Top-Hat por apertura con un elemento estructurante de tamaño mayor que los objetos a detectar. La misma utilidad se logra con un Top-Hat por cierre en el caso de objetos oscuros. En la Figura 4.29 se presentan los resultados de los residuos de Top-Hat para la imagen de la Figura 4.30. Se observa una mayor detección de estructuras claras que oscuras, al ser eliminadas en la apertura en mayor magnitud que las oscuras en el cierre.



**Figura 4. 30. Resultado de TOP HAT en una imagen de escala de grises. (a) Top-Hat por apertura. (b) Top-Hat por cierre.**

Los diferentes ejemplos que se pueden proporcionar se observará como las transformaciones de Top-Hat son muy útiles en el realce de imágenes, en la perfecta detección de objetos cuando la iluminación de la imagen no es homogénea, o se pretende mejorar el contraste, Ortiz (2002).

#### **4.4. ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DEL PROCESAMIENTO MORFOLÓGICO A COLOR**

Considerando que la Morfología Matemática se basa en un par de operaciones elementales a partir de las cuales se puede generar cualquier otra operación, entonces es posible descomponer cualquier proceso complejo en un conjunto finito de procesos básicos.

Dados los análisis de procesamiento se deduce que el procesamiento de Morfología Matemática a color requiere la presencia de un orden entre pixeles de la imagen. En la escala de grises el orden de los valores discretos  $0 < 1 < 2 < 3 < \dots < 253 < 254 < 255$  es suficiente

para formar la retícula completa. Una solución al problema de ausencia de orden se puede lograr considerando a las imágenes a color como la composición de tres funciones bidimensionales independientes con valor unidimensional. En el caso del espacio RGB, es conveniente considerar las imágenes como composición de mapas unidimensionales de canales  $C1=R$  (rojo),  $C2=G$  (verde),  $C3=B$  (azul), y por ejemplo para HSI será  $C1=H$  (tono),  $C2=S$  (saturación) y  $C3=I$  (intensidad).

El proceso individual de cada en el espacio color se conoce como procesamiento marginal. Por consiguiente, es necesario tener un criterio de orden de píxeles diferente para cada espacio color, y tratar los datos como vectores inherentes.

En la aproximación marginal como en la vectorial es posible identificar claramente el ínfimo y el supremo siempre y cuando el espacio color posea un orden interno de sus canales individuales. Prácticamente, todos los modelos cromáticos se pueden definir en mapas escalares con un mínimo definido como valor 0, y un máximo que puede ser 100 o 255 (según sea el caso). Sin embargo, un problema surge en aquellos modelos que poseen una componente de matiz. La componente de matiz codifica los valores en grados, de forma que por ejemplo, en el HLS, el valor de  $0^\circ$  corresponde al matiz rojo,  $90^\circ$  corresponde al matiz amarillo verdoso, así hasta volver a  $360^\circ$ . Entonces, estos órdenes se deben definir en grados.

Además, en ausencia de saturación, el matiz es indefinido. Los espacios color basados en atributos perceptuales de visión humana son muy atractivos en procesamiento de imágenes de alto nivel. Sin embargo, estos espacios (HSI, HLS, HSV...) poseen una serie de desventajas para el procesamiento de imágenes como la dependencia de un canal a otro, la ordenación del matiz, con la consideración de matices indefinidos, y la inestabilidad de la saturación, entre otras cosas.

#### **4.4.1. Ordenación del matiz**

El primer problema en Morfología Matemática cromática sobre HSI surge por la ausencia de orden natural en la componente de matiz.

Debido a que el matiz en espacios perceptuales como HSI y HSL es determinado polarmente con un valor angular  $\theta$  en grados oscilante entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$  ( $0$  y  $2\pi$ ) y  $\theta = \theta + 2\pi$ . Entonces, una propuesta muy viable para la ordenación del matiz es por medio de la función distancia (ver Figura 4.32). Hanbury A. y Serra, J. (2001) y Peters II. A. (1997) emplean una función de distancia entre los valores de matiz y un punto de referencia. Para la función distancia se pueden determinar valores de referencia como se muestra en la ecuación 4.99 donde se tiene un ínfimo y un supremo definido con referencia a  $\pi$ , Ortiz (2001a).

$$d(H_i, H_{ref}) = \begin{cases} |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| \leq \pi \\ 2\pi - |H_i - H_{ref}| & \text{si } |H_i - H_{ref}| > \pi \end{cases} \quad (4.99)$$

La Figura 4.32 presenta, sobre el círculo de matiz, el cambio de ínfimo y supremo en la nueva señal de distancia de matiz (el ínfimo se localiza en  $0^\circ$  y el supremo en  $180^\circ$ ). En esta Figura se puede observar que ángulo tiene cada color.

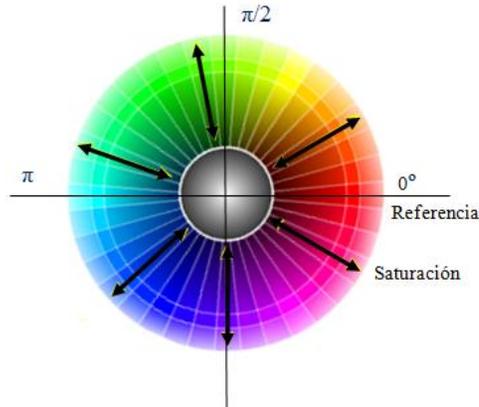


Figura 4. 31. Establecimiento de ínfimo en círculo matiz. (a) Matiz de referencia en  $0^\circ$ . (b) Matiz de referencia en  $135^\circ$ .

#### 4.4.2. Inestabilidad de saturación

La saturación presenta algo de incongruencia, cuando se tiene mucha o muy poca intensidad. Un ejemplo de la presencia de incongruencia es en HSI con los valores de  $(0, 0, 0)$  a  $(0, 0, 1)$ , donde la intensidad tiene un cambio de 0 a 255 pero en el resultado visual

no es percibido. En HLS, la saturación no se comporta de forma geométrica, es decir al incrementar coordenadas en RGB se reduce el valor de saturación. Se aprecia en la saturación una evolución logarítmica que no se corresponde con la Figura bicónica de su representación. De igual forma en el HSV el comportamiento de la saturación no corresponde a la interpretación geométrica, por ejemplo, se producen saltos de saturación de 0 a 255 y a 127 en un solo cambio de valor a acromático, Hanbury (2001b) y Ortiz (2001a).

Una alternativa que es muy usada, es normalizar los valores de saturación en función a la intensidad, luminosidad o valor; con lo cual se logra minimizar discontinuidades en los espacios de matiz que son similares al HSI que sigue la modelo del HSL.

#### 4.4.3. Aproximación marginal

Para el procesamiento de imágenes vía aproximación marginal se divide la imagen en canales individuales, para procesar a cada uno de ellos con el mismo criterio y unir resultados al final del proceso (ver imagen 4.33), Ortiz (1998), Chanussot (1998<sup>a</sup>) y Lambert (1999). Las operaciones morfológicas para tratamiento marginal no presentan cambios significativos con en los caso de escala de grises. Una erosión se representa como:

$$\varepsilon_Y(f_i)(x, y) = \min_{(s,t) \in Y} f_i(x + s, y + t) \quad (4.100)$$

La parte determinante es la función  $f$  que opera en función de  $i \in [1, 2, 3]$ .

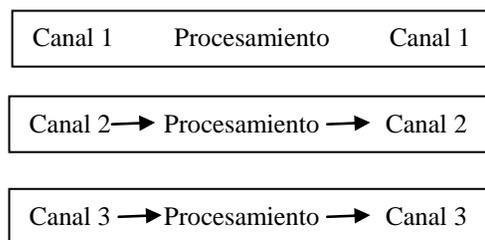


Figura 4. 32. Procesamiento por canal marginal

El efecto los falsos colores se debe al procesamiento individual de cada canal de información, lo que provoca, en algunos casos, la descomposición de los pixel en la imagen.

#### 4.4.4. Aproximación vectorial

Las aproximaciones vectoriales tratan a cada pixel como un vector con el propósito de mantenerlos como un componente individual. Entonces es indispensable considerar diferentes estrategias para obtener ordenaciones uniforme de colores en los diferentes espacios color. El propósito de la aproximación vectorial es lograr un procesamiento morfológico de imágenes satisfactorio. Este proceso se ilustra en la Figura 4.34.

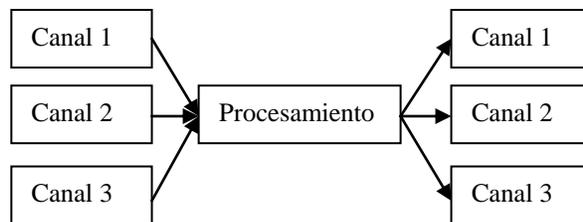


Figura 4. 33. Procesamiento por canal vectorial

La ordenación de datos para diferentes espacios es una tarea difícil. Esto es debido a que hay que encontrar una función adecuada para ordenar, por ejemplo en el caso vectorial se puede definir una función de orden sobre una base  $Z^n$  proyectando un índice de orden en el espacio  $Z$ , Chanussot J., Lambert, P. (1998). De forma que:

$$\forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in Z^3 \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow o(\mathbf{p}) \leq o(\mathbf{q}) \quad (4.101)$$

Para una relación de preorden se define una relación de orden  $\leq$  en un conjunto  $X^n$  con las relaciones binarias de:

- Reflexiva:  $\mathbf{p} \leq \mathbf{p}, \forall \mathbf{p} \in X^n$
- Transitiva:  $\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \text{ y } \mathbf{q} \leq \mathbf{r} \Rightarrow \mathbf{p} \leq \mathbf{r}, \forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}) \in X^n$
- Anti simétrica:  $\mathbf{p} \leq \mathbf{q} \text{ y } \mathbf{q} \leq \mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{q}, \forall (\mathbf{p}, \mathbf{q}) \in X^n$

Una relación binaria en el conjunto  $X$  que es sólo reflexiva y transitiva, no podrá ser relación de orden, sino de preorden.

Si la función de orden definida es biyectiva se asegura la unicidad de ínfimo y supremo, pues existe la función inversa, tal que:

$$\begin{aligned} \text{Ínfimo} &= o^{-1}[\min(o(\mathbf{x}))] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \\ \text{Supremo} &= o^{-1}[\max(o(\mathbf{x}))] \quad \forall \mathbf{x} \in Z^3 \end{aligned} \quad (4.102)$$

Se debe determinar el tipo de ordenación total o parcial. Una relación de orden  $\leq$  en un conjunto  $X^n$  es el total de dos vectores cualesquiera de  $X^n$  que son siempre comparables:

$$\forall (p, q) \in X^n : p \leq q, q \leq p, p = q \quad (4.103)$$

En caso contrario el orden es parcial, definido como tal en el conjunto  $X^n$ , si existen al menos dos vectores que no son comparables.

$$\exists (p, q) \in X^n / \text{ni } p \leq q, \text{ ni } q \leq p \quad (4.104)$$

Las operaciones morfológicas vectoriales deben entonces establecerse para operar con vectores. En morfología a color el elemento estructurante es plano, por lo que las operaciones básicas se limitan a erosiones y dilataciones espaciales en función de un orden. Se denota la erosión vectorial como  $\varepsilon_v$ .

$$\varepsilon_{vY}(f)(x, y) = \min_{(s,t) \in Y} f(x + s, y + t) \quad (4.105)$$

La dilatación vectorial se identificará por  $\delta_v$  y es la dualidad de la erosión. Para toda conversión se debe realizar su inverso para presentar los resultados en RGB. En la investigación y aplicación que se presenta en el capítulo 5 se hace uso de procesamiento morfológico vectorial por medio de Quaternions.

La Figura 4.35 ilustra el esquema vectorial para el procesamiento a color de Morfología Matemática, Talbot (1998), en donde la ordenación permite una indexación para el conjunto de píxeles cromáticos, Lukac et al. (2007).

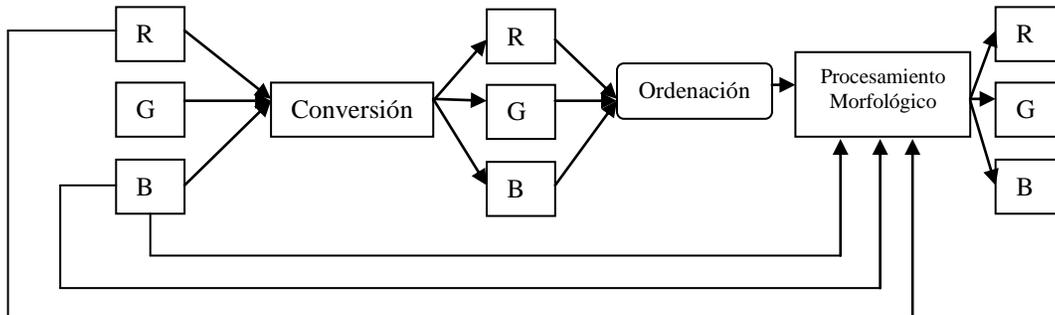


Figura 4. 34. Esquema de procesamiento vectorial para Morfología Matemática en color

Barnett (1976) define diferentes estrategias de ordenación vectorial tanto para preorden como para orden total.

#### 4.4.5. Orden por medida de distancia

Esta ordenación se basa en la distancia euclidiana de un pixel a otro.

$$dis\ tancia = \sqrt{(P_1C_1 - P_2C_1)^2 + (P_1C_2 - P_2C_2)^2 + (P_1C_3 - P_2C_3)^2} \quad (4.107)$$

El método de la distancia es un preorden, ya que por medio de distancia euclidiana no se producen escalares únicos, Deknuydt (1992) y Tremeau (1998). Es decir, pueden existir más de dos distancias Euclidianas iguales (ver Figura 4.37).

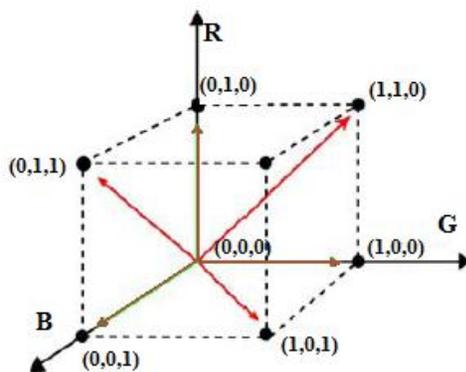


Figura 4. 35. Ejemplo de distancia Euclidiana en RGB

#### 4.4.6. Orden por una componente

La ordenación vectorial por una componente consiste en ordenar vectores por un componente, esto se realiza mediante una comparación escalar. Esta relación es de preorden definida como:

$$\forall (\mathbf{p} = (x, y, z), \mathbf{q} = (x', y', z')) \in Z^3 \quad \mathbf{p} \leq \mathbf{q} \Leftrightarrow x \leq x' \quad (4.106)$$

Donde  $x$  e  $x'$  se corresponden con el componente del vector escalar que define el índice de orden.

El preorden no garantiza la unicidad de ínfimos o supremos. Por la no biyectividad de la función de preorden, la inversa de un índice de orden no es única. Por ejemplo, en el caso de procesamiento vectorial sobre una base cromática RGB, en el caso donde dos valores sean iguales (250,102,15) y (250,123,40), un criterio geométrico resuelve el problema de la unicidad de ínfimo y supremo. Comer, M. y Delp, E. (1999). Es decir, se selecciona como supremo para la dilatación el pixel más cercano al origen del elemento estructurante (si se tiene más de una opción se selecciona el primero encontrado). De la misma manera se realiza para el ínfimo de la erosión. El recorrido para el ordenamiento que se sigue es el que se muestra en el elemento estructurante de la Figura 4.36. Esta alternativa se presenta también en la metodología que se propone de Quaternions.

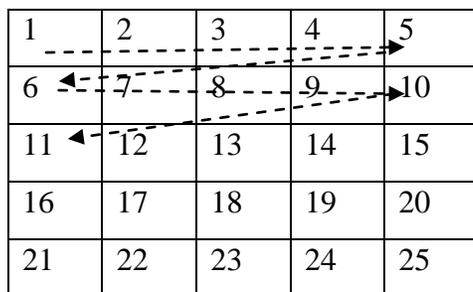


Figura 4. 36. Recorrido dentro del elemento estructurante de tamaño 3x3

Para el espacio RGB esta opción es factible para una aplicación específica, pero para comparar un componente cromática frente a otra no es una muy buena opción. Para otros espacios como HSI, YIQ o L\*a\*b\*, esta opción brinda una mejor definición en el procesamiento de imágenes a color. Pei (1991) hace propuestas de este tipo de ordenación

en el mapa de luminancias como un ordenador. Para la erosión y dilatación solo la luminancia mínima o máxima puede ser sustituida por el centro del elemento estructurante. Lambert (1999) presenta mayor información sobre diferencias de procesamiento vectorial por una componente, y procesamiento marginal.

#### 4.4.7. Segmentación de imágenes a color

Segmentación es un proceso que permite subdividir la imagen en regiones significativas con el fin de extraer información significativa a partir de una escena, Wyszecski y Stiles (1982).

La calidad de la segmentación depende de los criterios para determinar zonas homogéneas. Homogeneidad se define como un grupo de píxeles que tienen características similares y están conectados entre sí, Angulo et al. (2001). Las métricas basadas en medidas de homogéneas varían de acuerdo al tipo de imagen.

$$\bigcup_{i=1}^n S_i = F \quad S_i \cap S_j = \emptyset (i \neq j) \quad (4.108)$$

*S*: son las regiones adyacentes en zonas *i, j*.

En los últimos años se han introducido nuevas métricas para determinar distancias entre los colores, Wesolkowski y Jernigan (1999) las cuales tienden a la segmentación, al análisis, descripción y clasificación de texturas, Kthe (1995), Buzuloiu V. (1996) y Balmilli y Mojsilovic (1999).

Puesto que no hay solución general del problema de la segmentación de la imagen, estas técnicas tienen que ser combinadas a menudo con conocimiento de dominio para solucionar con eficacia un problema de la segmentación de la imagen. Existen diferentes técnicas de segmentación de imágenes, de manera general se puede clasificar de la siguiente forma:

- (1) Crecimiento de regiones.
- (2) Agrupamiento o por histogramas (clustering).

- (3) Por umbralización (Thresholding).
- (4) Jerárquica.
- (5) Detección de contornos.
- (6) Repetición del gráfico.
- (7) Modelo estadístico.
- (8) Segmentación multiescala.
- (9) Segmentación semiautomática.
- (10) Método de racimos.
- (11) Combinación de técnicas.

A continuación se presentan algunos algoritmos de estas segmentaciones, para imágenes a color.

#### **4.4.8. Segmentación por crecimiento de regiones**

Normalmente se utiliza algoritmo de detección, después de haber obtenido el mapa de bordes y el centróide de regiones delineadas, para que este centróide se tome como semillas de crecimiento del color entre regiones. Finalmente, el resultado del algoritmo del crecimiento de la región viene integrado con el resultado de la detección de bordes, Fan y Yau (2001).

Una región se comienza con un sólo pixel. Los pixeles adyacentes se examinan y se agregan recurrentemente a la región si son suficientemente similares a la región. Si un pixel es demasiado diferente a la región actual, se utiliza para comenzar una nueva región. Una variante de esta técnica, propuesta por Haralick y Shapiro (1985), se basa en el medio y la dispersión de la región y la intensidad del pixel candidato, se utilizan una estadística para la prueba. Si la estadística de la prueba es suficientemente pequeña, el pixel se agrega a la

región, recalculando el medio y la dispersión. Si no, se rechaza, y se utiliza el pixel para formar una nueva región, Shapiro L. G. y Stockman G. C. (2001).

#### **4.4.9. Algoritmo de segmentación por agrupamiento del histograma y filtros morfológicos**

Esta técnica es determina por medio de un histograma de la imagen, los picos y los valles del histograma se utilizan para localizar los racimos de la imagen. El color y la intensidad se pueden utilizar como la medida de agrupamiento.

Un refinamiento de esta técnica es aplicar recurrentemente el método de histogramas, el cual busca los racimos en la imagen para dividirlos en racimos más pequeños. Esto se repite con racimos más pequeños hasta que no se formen más racimos.

Una desventaja de los histogramas es que puede ser difícil identificados los picos y valles significativos de la imagen. Esto puede afectar la calidad de la solución final. Para resolver este problema se usa consecutivamente la cromacidad y luminosidad. Previamente, se etiquetan las regiones, y se determinan colores similares con condiciones diferentes de luminancia. Lo que principalmente se utiliza para segmentar es Watershed. También se usa el agrupamiento de histograma. Se agrupan espacios color, después se usa la imagen en escala de grises. Watershed utiliza los máximos locales en el histograma color, y el número de marcas es igual al número de clases. Los pasos que sigue son:

- Pre-procesamiento del histograma. Se usa la dilatación con un elemento estructurado.
- Extracción de marcas. Se consideran los máximos locales de los picos del histograma. El contraste es la diferencia de altura mínima, y la máxima es la amplitud. El contraste es importante para tomar criterios.
- Refinamiento de Watershed. Para quitar el error se utilizan los filtros morfológicos.
- Filtros morfológicos. Se considera etiquetado de erosión. Si un pixel tiene etiqueta  $j$  cualquier vecino tiene etiqueta  $k$ . Donde  $k$  diferente de  $j$  es no asignado. Etiqueta de

dilatación. Si todos los píxeles son  $j$ , ya fueron asignados. Se realizan los pasos  $n$  pasos.

- Clasificación con filtros morfológicos, la idea es dar una coherencia espacial.

Segmentación con información de luminancia. Se utiliza cuando la información cromática no es suficiente. El histograma se obtiene de la segmentación de cromacidad, Hanbury y Serra (2001b).

#### **4.4.10. Algoritmo de segmentación por derivación de umbrales locales en imágenes a color.**

La unión y los umbrales locales determinan regiones. Cada umbral se refiere a regiones específicas. Los pasos del algoritmo son:

- Se usa Watershed con una imagen gradiente de grises.
- Se definen vertientes y diques. Las vertientes son asociadas con mínimos. Y los diques son líneas que separan vertientes.
- RAG es definido como un grafo indirecto  $G = (V, E)$ , donde  $V = 1, 2, \dots, N$ , región representada por  $N$  que son los nodos,  $(i, j) \in E$  que son los vértices. Si  $i, j \in V$   $R_i^{m_i}$  y  $R_j^{m_j}$  son adyacentes.
- Metodología de unión. La función está basada en color y borde. Se usa Hue donde no se considera iluminación con formas y sombras. La magnitud de la gradiente es usada como otras fuentes de información local.
- Orden de Unión. Se encuentra el mínimo de árbol abarcador, se consideran arcos que ya han sido adicionados. Cuando una nueva región surge se da una nueva información de regiones. Dos arcos son paralelos si  $R_i^{m_i}$  fue ya unida con  $R_u^{m_u}$ , respectivamente.
- Información local. El uso de umbrales globales es insuficiente. Las imágenes tienen objetos homogéneos con color y textura que se rodean en el fondo. El cálculo de umbrales locales es basado en información local por información que los rodea.

- Umbral local adaptativo. Se basa en cambios de homogeneidad local de cada región. El umbral determina la región y el tiempo en que se deben unir regiones. La homogeneidad se basa en color. La varianza es una medida de homogeneidad. Se comienza buscando regiones homogéneas hasta encontrar zonas no homogéneas, Navon et al. (1999).

#### 4.4.11. Segmentación por contornos

Consiste en la delimitación de regiones por zonas homogéneas. Los límites y los bordes de la región son estrechamente vinculados, puesto que hay a menudo un ajuste agudo en intensidad en los límites de la región. Las técnicas de la detección de borde se utilizan entonces como técnicas de segmentación. Para dividir un objeto en segmentos de una imagen se siguen discontinuidades determinadas por cierto filtro y/o umbral.

Existen muchas técnicas distintas de segmentación de imágenes dependiendo del tipo de imágenes y de los objetivos deseados. La información relevante de una imagen está contenida en la imagen de los contornos aparentes de los objetos físicos. Si fotografiamos un objeto negro situado en un fondo blanco, podremos identificar este objeto por su silueta que forma una curva cerrada en la cual la intensidad de la luz  $u(x,y)$  cambia bruscamente. Llamaremos a esta curva un contorno. La detección local de un contorno puede hacerse, a priori, usando el gradiente  $\nabla u(x,y)$ . En un punto de un contorno el gradiente posee un módulo grande  $|\nabla u(x,y)|$  y una dirección dada  $v$  por el gradiente normalizado,  $v = \nabla u(x,y)/|\nabla u(x,y)|$ , que indica la dirección perpendicular a la silueta. Pareciera obvio identificar los puntos del contorno como aquellos puntos  $x$  donde el módulo del gradiente  $\nabla u(x,y)$  es grande, Casell y Frangi (2006).

Otras formas de determinar contornos se presentan en la sección 4.2.13 la cual consisten la detección de bordes basados en Quaternions y el apéndice de las cuales están basados los procesamientos espaciales.

#### **4.4.12. Algoritmo de segmentación jerárquica**

Los pasos principales que se siguen en este algoritmo son, Lambert P. y Grecu (2003):

- Se hace la transformación del espacio RGB a HSI.
- Se usa la luminancia de la imagen para segmentar.
- Se usa el tono para segmentar.
- Se usa transformadas logarítmicas para segmentar (cuidado el ruidos y ángulos de las cámaras).Segmentación de algoritmo.
- Se construye un histograma cromático.
- Se agrupan tonos por vectores.
- Se observan tonos y movimientos de espacio.
- Se etiquetan los agrupamientos por vectores.

En aplicaciones como detección de rostros de manera jerárquica se etiqueta tonos de la piel y movimientos de los labios y se realiza una localización de zonas por procesamiento, Lievin M. Luthon (2004).

#### **4.4.13. Segmentación por repartición del gráfico**

En este método la imagen se divide en segmentos y se modela como gráfico. Cada pixel es un nodo en el gráfico, y un borde se forma entre cada par de pixeles. El peso de un borde es una medida de semejanza entre los pixeles. La imagen reparte los segmentos quitando los bordes que conectan los segmentos, Jianbo S. y Jitendra M. (1997).

#### **4.4.14. Segmentación multiescala**

Las segmentaciones de la imagen se computarizan en las escalas múltiples en espacios escalares y se propagan a escalas finas.

Los criterios de la segmentación pueden ser arbitrariamente complejos y pueden considerarse criterios globales o locales. Un requisito común es que cada región se debe conectar en un cierto sentido.

#### **4.4.15. Segmentación semi-automática**

En esta clase de segmentación, el usuario rodea a la región de interés con el ratón de la computadora para aplicar entonces el algoritmo de la trayectoria de los mejores ajustes de acuerdo al borde de la imagen.

#### **4.4.16. Segmentación por racimos**

Esta es una técnica iterativa que se utiliza para repartir una imagen en racimos  $K$ s. El algoritmo básico es:

- Centros del racimo de la selección  $K$ , aleatoriamente o basado en algo heurístico.
- Asignación de cada pixel en la imagen con racimo que reduce al mínimo de la variación entre el pixel y el centro del racimo.
- Recalcula los centros del racimo haciendo un promedio de todos los pixeles en el racimo.
- Repita los pasos 2 y 3 hasta que se logra la convergencia (por ejemplo, ningunos pixeles cambian racimos).

En este caso, la variación es la diferencia ajustada o absoluta entre un pixel y el centro de los mismos racimos. La diferencia se basa típicamente en el color del pixel, intensidad, textura, localización, y/o una combinación cargada de estos factores.  $K$  se puede seleccionar manualmente, aleatoriamente, o por un heurístico.

La calidad de la solución depende del sistema inicial de racimos y del valor *de*  $K$ .

#### **4.4.17. Algoritmo por combinación de morfología 2D de cluster y fusiones**

Se considera a un Histograma multibanda de 2D; que se usa para encontrar umbrales de grupos de pixeles. Para buscar objetos en una imagen se localizan picos en los histogramas (método conocido como multiumbrales). El aspecto vectorial se usa para clasificar los datos multiumbrales. La parte espacial se usa para agrupar la imagen asumiendo que los objetos tienen colores de dominio, Levkowitz y Herman G. (1993).

Los histogramas alrededor de los picos de dominio son considerados centróides. Los centróides son marcadores.

Para la selección de las semillas o centróide se especifica el gradiente de la imagen, donde la iluminación es importante, Kthe U. (1995).

Se usa Watershed con la función distancia para encontrar marcas y proveer el agrupamiento del histograma. El mapeo de la segmentación se realiza por agrupamiento de histogramas (correspondiente a un conjunto de color en la imagen original). Se calculan los histogramas RG, GB y RB y después se realiza la intersección de las tres segmentaciones. Se considera por lo tanto:

- Unión de regiones. Unir regiones adyacentes.
- RAG (Grafos d Regiones Adyacentes). Cuenta con un conjunto de nodos conectados por medio de regiones de la imagen, y ligas que conectan dos nodos vecinos.  $G = (V, E)$ ,  $V = 1, 2, 3 \dots k$  y  $E \subset V \times V$ .  $K = \Theta(G)$ . Cada liga o arco tiene un valor de peso para indicar la similitud de dos regiones adyacentes. Regiones similares tienen un costo mínimo. El RAG une arcos de costos mínimos.
- Criterios de terminación de uniones. Se considera la segmentación considerando regiones homogéneas.
- Refinamiento de Watershed. El RAG produce irregularidades de los límites y se aplican filtros morfológicos de refinamiento, que pueden ser dos erosiones.

#### **4.4.18. Algoritmo de combinación de cuantización de colores y segmentación espacial (JSEG)**

El propósito del método más popular de segmentación automática de las regiones caracterizadas de color y texturas es el *JSEG*. El método se conforma de dos pasos: (1) La cuantización de los colores y (2) La segmentación espacial. En el primer paso el pixel viene subdividido en varias clases siendo basadas exclusivamente en la información del color. En según paso se utiliza el mapa de las clases producidas por el paso anterior y un criterio para estimar la homogeneidad de un patrón de colores-texturas. Se aplica el criterio de una ventana local para cada elemento del mapa de las clases y se produce una J-imagen con valores del mínimo y el máximo corresponde a las fronteras posibles de las regiones. Se procede por lo tanto a un algoritmo de región de crecimiento, que está basado en la información de la J-imagen para que se produzca la segmentación final. Las semillas se seleccionan con diversos criterios de acuerdo a las regiones de diversas características. El propósito es encontrar regiones homogéneas con respecto a la luminosidad y/o tono de la imagen con un determinado umbral, Deng-Wong et al. (1996).

#### **4.4.19. Análisis de la propuesta del procesamiento morfológico a color**

La Morfología Matemática está principalmente basado en transformaciones crecientes, Heijmans (1994), Serra (1988) y Soille (2003). Se llama un transformación  $T$  creciente si para dos conjuntos  $X, Y$ ; tal que  $X \subseteq Y \Rightarrow T(X) \subseteq T(Y)$ . En el caso de nivel gris, la inclusión es substituida por la orden habitual, es decir,  $f \leq g, f(x) \leq g(x)$  para todo  $x$ . Entonces, una transformación creciente  $T$ , si para todo par de funciones  $f$  y  $g$ , con  $f \leq g$   $T(f) \leq T(g)$ . En otras palabras, las transformaciones crecientes conservan el orden. Otra propiedad importante en morfología matemática es la noción idempotente. Una transformación  $T$  es idempotente, si y sólo si,  $T(T(f)) = T(f)$ . El uso de ambas propiedades desempeña un papel fundamental en la teoría de filtrado morfológico. Ahora bien, los filtros morfológicos básicos son la apertura morfológica  $\gamma_{\mu B}$ , y la cerradura morfológica  $\mu_B$  las cuales utilizan un elemento estructurado  $B$ . Los trabajos experimentales fueron y han sido desarrollados con un elemento estructurado cuadrado de 3x3 pixeles ( $B = \{-x: x B\}$ ) y

$\mu$  es un parámetro homotético. Así, la apertura morfológica y cerradura son obtenidas respectivamente, por la ecuación (4.74):

$$\gamma_{\mu B}(f) = \delta_{\mu B}(\varepsilon_{\mu B}(f)) \quad \text{and} \quad \varphi_{\mu B}(\delta_{\mu B}(f))$$

Donde la erosión morfológica  $\varepsilon_{\mu B}$  y la dilatación  $\delta_{\mu B}$  son expresados por  $\varepsilon_{\mu B}(f)(x) = \wedge \{f(y) : y \in \mu \tilde{B}_x\}$  and  $\delta_{\mu B}(f)(x) = \vee \{f(y) : y \in \mu \tilde{B}_x\}$ .  $\wedge$  es el operador infimo y  $\vee$  es el operador supremo.

#### 4.4.20. Apertura y cerradura por reconstrucción

Se hace uso de la apertura y cerradura por reconstrucción definida en el capítulo 4. La noción de reconstrucción es un concepto muy útil proporcionado por la Morfología Matemática. Las transformaciones geodésicas son usadas para construir las transformaciones de reconstrucción, Vincent (1993). Cuando los filtros por la reconstrucción son construidos, las transformaciones geodésicas son iteradas hasta que la idempotencia es alcanzada. Consideren dos funciones  $f$  y  $g$ , con  $f \geq g$  ( $f \leq g$ ). Las transformaciones de reconstrucción de la función  $g$  en  $f$ , usando dilataciones geodésicas y erosiones, expresadas por  $R(f, g)$  y  $R^*(f, g)$ , respectivamente, definidas por:

$$R(f, g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n(g) = \underbrace{\delta_f^1 \dots \delta_f^1}_{\text{Hasta la estabilidad}}(g) \quad (4.108)$$

$$R^*(f, g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_f^n(g) = \underbrace{\varepsilon_f^1 \dots \varepsilon_f^1}_{\text{Hasta la estabilidad}}(g)$$

Cuando la función de  $g$  es igual a la erosión o la dilatación de la función original en la ecuación (4.75), la apertura y la cerradura por la reconstrucción son obtenidos:

$$\tilde{\gamma}_{\mu}(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n(\varepsilon_{\mu}(f)) \quad \tilde{\varphi}_{\mu}(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_f^n(\delta_{\mu}(f)) \quad (4.109)$$

#### 4.4.21. Análisis de los espacios color

El espacio color RGB es un modelo de cubo que especifica colores de una forma directa para despegar colores, es decir lo hace con base a tres canales rojo, verde y azul, pero carece de una percepción intuitiva. Éste es la razón principal de la existencia de los

espacios perceptuales que utilizan Luz, matiz y saturación como HSV, HSL, HSI para especificar el color. En el modelo de HSV, la luz o intensidad (valor) esta dada por el máximo - mínimo entre el R, G y B  $v = \max(R, G, B)$ , mientras la saturación es definida por diferencia entre los valores máximos y mínimos del R, G, B;  $s = (\max(R, G, B) - \min(R, G, B)) / v$ . La luz, llamada el valor en este modelo, da la forma de un sólido hexágono. En el modelo de HSL, la luz es dada por el valor medio entre los valores máximos y mínimos del R, G, y B,  $L = (\max(R, G, B) + \min(R, G, B)) / 2$ , mientras que la saturación es similar a este modelo de HSV, pero normaliza el valor de L:  $s = (\max(R, G, B) - \min(R, G, B)) / 2L$ .

Finalmente, el espacio HSI define la intensidad por el valor medio entre los tres componentes de color  $I = (R+G+B)/3$ . Para definir la saturación, se considera:

$$s = 1 - \min(R, G, B) / I \quad (4.110)$$

#### 4.4.22. Estudio del espacio IHSL

Se han estudiado los espacios HSL, HSV, HSI con el fin de proponer un modelo generalizado, Smith (1978). Uno de los inconvenientes principales de estos espacios es el hecho que la definición de saturación siempre estan unidas a la variable de intensidad o de luz, entonces no hay independencia entre variables como ya lo describió Serra (2002), no hay independencia entre el eje acromático y cromática. Con el fin de poder adaptar un espacio color para el análisis de imagen, Serra (2002) propone tres requisitos previos. Los más importantes de estos son que la luz (intestad o valor) y la saturación deben respetar las norma (L1, L2 y la seminorma). Basado en este estudio varios espacios color fueron propuestos. En particular, un espacio en color llamado IHSL (improve HSL), Angulo y Serra (2005). Recientemente usado para la segmentación de imágenes, definió como sigue:

$$\begin{aligned} h &= (g - b) / \max(r, g, b) - \min(r, g, b) & \text{si } r = \max(r, g, b) \\ h &= (b - r) / \max(r, g, b) - \min(r, g, b) & \text{si } g = \max(r, g, b) \\ h &= (r - g) / \max(r, g, b) - \min(r, g, b) & \text{si } b = \max(r, g, b) \end{aligned} \quad (4.111)$$

$$L = 0.23r + 0.715g + 0.072b \quad (4.112)$$

$$S = \max(r, g, b) - \min(r, g, b)$$

Para la luminosidad se utiliza un valor recomendado por la television de alta definición. Mientras para la saturación se utiliza la seminorma del mínimo y maximo, Serra (2002).

#### 4.4.23. Coordenadas polares

Partiendo del cubo rojo, verde azul RGB, la versión en coordenadas polares está formada por diagonal principal del cubo que va del origen (0,0,0) al punto (1,1,1) y se conoce como eje de grises o acromático ( $c_d$ ), y el plano que le es perpendicular en el origen plano cromático ( $c_p$ ).

#### 4.4.24. Normas L2, L1 y la seminorma

A todo vector asociado  $\alpha$ , positivo o nulo que se aumenta cuando el punto  $c$  se aleja del origen.

$$\alpha(\lambda c) = \lambda \alpha(c) \quad 0 \leq \lambda \quad (4.113)$$

La norma vincula la suma de vectores a la suma de números por medio de las desigualdades triangular:

$$\alpha(c+c') \leq \alpha(c) + \alpha(c') \quad (4.114)$$

Que implica que la norma de un vector medio entre  $c$  y  $c$  no puede ser más grande que la media de las normas  $c$  y  $c$ .

#### Seminorma

Si el vector  $c$  es nulo su norma también lo es. Y cuando esta última no se verifica se llama *seminorma*, Serra (2002a). Para las necesidades de cuantificación se tiene que:

- (1) Los parámetros de intensidad asociados a los vectores  $c$  y  $cp$  sean norma.
- (2) Si dos puntos distintos  $c$  y  $c$  se proyectan sobre el mismo punto  $cp$  del plano cromático estos tienen la misma norma cromática (y misma saturación).

Si no se impone el primer imperativo, se obtiene rápidamente sobre-luminancia y saturación. Si la segunda no se aplica no se puede tratar la luminancia y la saturación como dos variables independientes. Conviene introducir una tercera condición, menos fundamental y sugerida por la práctica: Todo sistema o espacio de imágenes a color debe ser reversible al estándar RGB.

## Norma L2

Es la del espacio Euclidiano, con las longitudes habituales y el teorema de Pitágoras, el cual interpreta la norma en términos de longitud vectorial. El producto escalar acompaña esta herramienta. La norma de los vectores proyectada sobre el eje acromático y el plano cromático respectivamente  $M_2$  y  $C_2$ , ambas normas son escaladas al rango  $[0,1]$ . El ángulo  $\theta$  es llamado  $H_2$  y para vincular la norma de  $c$  a las de sus proyecciones  $c_p$  y  $c_d$  de sus formulas de conversión que son:

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{\sqrt{(r^2 + g^2 + b^2)}}{\sqrt{3}} \\ s_2 &= \frac{3\sqrt{[(2r-g-b)^2 + (2g-b-r)^2 + (2b-b-r)^2]}}{2} \\ h_2 &= \arccos \left[ \frac{r-g/2-b/2}{2} \right] \end{aligned} \quad (4.115)$$

La distancia desde el origen de los arcos del hexágono para un tono dado  $H$ , que es el máximo valor que puede ser tomado por la norma del vector de proyección  $\|c_p\|$  con el tono  $H$ . El sector rojo-amarillo del hexágono es el vértice superior del origen  $(0, 0,0)$  y el vértice izquierdo inferior es proyecta el vector amarillo  $y_p$ .

## Norma L1 (valor absoluto)

$RGB \geq 0$ , la norma L1 del vector  $c_d$  es simplemente la suma de RGB componentes. Como se desea la luminosidad-brillantez para el rango  $[0,1]$ , se considera mediante aritmética de los componentes  $c$  que es:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{(\max + med + \min)}{\sqrt{3}} \\ s_1 &= \begin{cases} \frac{3(\max - m_1)}{2} & \text{si } \max + \min \geq 2med \\ \frac{3(m_1 - \min)}{2} & \text{si } \max + \min \leq 2med \end{cases} \\ h_1 &= k \left[ \lambda + \frac{1}{2} - \frac{3(m_1 - med)}{2s_1} \right] \end{aligned} \quad (4.116)$$

Donde el *Max*, *Min*, *Med* designa el valor máximo, medio y mínimo de RGB. El tono  $h_l$  es una aproximación muy precisa del ángulo. El coeficiente  $k$  determina la unidad de trabajo (vale 60).

$$\begin{aligned}
 \lambda(c) &= 0 \text{ si } r > g \geq b \\
 \lambda(c) &= 1 \text{ si } g > r > b \\
 \lambda(c) &= 2 \text{ si } g > b \geq r \\
 \lambda(c) &= 3 \text{ si } b > g > r \\
 \lambda(c) &= 4 \text{ si } b > r \geq g \\
 \lambda(c) &= 5 \text{ si } r \geq b > g
 \end{aligned}
 \tag{4.116}$$

#### 4.4.25. Espacio HCL y su transformada inversa

Algunos autores prefieren tratar la imagen en los espacios uniformes (Laboratorio, Luv, etc.), ya que las medidas en color son accesibles en estos modelos en color. Sin embargo, en estos espacios se requiere de una calibración según el iluminador y la muestra de dispositivos. Por lo que la propuesta está basada en HCL, recientemente propuesto por Sarifuddin y Missaoui (2005) y el IHSL. Aquí, el interés se enfoca al problema de procesamiento de imágenes y en particular al uso del procesamiento de imágenes morfológico. El espacio HCL es definido como sigue:

$$\begin{aligned}
 L &= (Q \max(r, g, b) + (Q - 1) \min(r, g, b)) / 2 \\
 c &= Q(|r - g| + |g - b| + |b - r|) / 3 \\
 h &= \arctan(g - b) / (r - g)
 \end{aligned}
 \tag{4.117}$$

Donde  $Q = e^{\alpha\gamma}$  permite una afinación de la variación de luminosidad entre un matiz saturado (color) y un matiz que contiene una gran cantidad de  $\alpha = (\min(r, g, b) / \max(r, g, b))(1/Y_0)$ ,  $Y_0 = 10$  y  $\gamma = 3$ .

El parámetro  $\gamma = 3$  es un factor de corrección cuyo valor coincide con el que es usado en el espacio de Lab. En Sarifuddin y Missaoui (2005), los autores investigan el análisis de semejanzas de pixel en color en el espacio HCL y ellos muestran que este espacio en color destaca las ventajas de cada uno de los espacios en color HSL, HSV. Así

como también descarta sus inconvenientes. Los autores muestran que la expresión de croma puede ser simplificadas. Considerese sólo el término  $|r - g| + |g - b| + |b - r|$  y si se toma el orden siguiente de colores  $1 \geq r \geq g \geq b \geq 0$ . Entonces, en esta condición uno tiene  $(r - g + g - b + b - r) = (2r - 2b) = 2 (\text{máximo}(r, g, b) - \text{mínimo}(r, g, b))$ . Similarmente, tomando las diferentes condiciones ( $1 \geq g \geq b \geq r \geq 0$ ,  $1 \geq b \geq r \geq g \geq 0$ , ...) se deduce la expresión de cromacidad por:

$$c = Q (|r - g| + |g - b| + |b - r|) / 3 = (2/3) Q (\text{máximo}(r, g, b) - \text{mínimo}(r, g, b)) \quad (4.118)$$

De hecho, ésta es la expresión más interesante para el croma desde el máximo y el mínimo que es una seminorma que satisface la independencia de la proyección cromática, Serra (2002). Esto significa, que añadiendo a un punto en color  $c$  a una paralela de vector al eje acromático simplemente reduce a la adición de la misma constante a cada componente  $(R, G, B)$  del vector que no modifica el valor del mínimo de máximo. Además, el parámetro  $Q$  introduce un factor de visión humano en esta seminorma. Entonces, el espacio en color es dado por:

$$\begin{aligned} L &= (Q \max(r, g, b) + (Q - 1) \min(r, g, b)) / 2 \\ c &= Q(\max(r, g, b) - \min(r, g, b)) \\ h &= \arctan(g - b) / (r - g) \end{aligned} \quad (4.119)$$

La transformación inversa de HCL a RGB. Se requiere guardar por separado el valor de  $Q$ . Entonces, la transformación inversa calcula de modo siguiente. De croma uno tiene aquel  $\max(r, g, b) - \min(r, g, b) = (C/Q)$  y de luminancia:

$$2L = Q (\max(r, g, b) - \min(r, g, b) + \min(r, g, b)) = Q (C/Q) + \min(r, g, b) \quad (4.120)$$

Entonces, el mínimo  $(r, g, b) = 2L - C$ . Por otra parte, el valor del máximo es directamente calculado de la luminosidad:  $\text{máximo}(r, g, b) = (2L - (1 - Q) \text{mínimo}(r, g, b)) / Q$ . Así, según el sector donde el valor de matiz permanece, uno selecciona los componentes R, G, B correspondiente al máximo y valor del mínimo, y el valor medio es calculado con la definición de matiz.

#### 4.4.26. Filtrado morfológico adaptado al espacio HCL

La filtración a menudo es usada como un sinónimo de eliminación de ruido, porque

su objetivo es separar, y realzar la señal de interés. La filtración morfológica desempeña un papel fundamental no sólo como un instrumento para simplificar la imagen de entrada, sino también para descubrir regiones a fin de aplicar la técnica tradicional de segmentación de imagen llamada Watershed, Beucher y Meyer (1977). Los espacios color a utilizar deben tener como requisito acceso a su transformación inversa. El espacio HCL entonces cumple con este requisito, pero ahí que tener cuidado al utilizar este espacio pues no puede ser usado por todas las técnicas del procesamiento de imágenes. Sin embargo, es posible usar con las transformaciones morfológicas. O bien con filtros que están basados en una orden de obtener la imagen de salida. A continuación se muestra la erosión morfológica y dilatación,

$$\varepsilon_{\mu B}(C)(x) = \wedge \{C(y) : y \in \mu \bar{B}_x\} \quad \delta_{\mu B}(C)(x) = \vee \{C(y) : y \in \mu \bar{B}_x\} \quad (4.121)$$

Suponga que en el punto  $x$  uno tiene  $\varepsilon_{\mu B}(C)(x) = C(y')$  y  $\delta_{\mu B}(C)(x) = C(y'')$ . Así, uno transforma la imagen  $Q$ , según la erosión o dilatación, en el punto  $x$ , por  $Q_\varepsilon(x) = Q(y')$  y  $Q_\delta(x) = Q(y'')$ , respectivamente, que permite calcular el valor del mínimo y del máximo. Es claro, que esto es posible desde que en las transformaciones morfológicas ningunos nuevos valores son creados.

#### 4.4.27. Filtración basada en la distancia morfológica

La Morfología Matemática está basada en la teoría de retículas completa, Heijmans. J. A. M (1994) y Serra (1988). Esto significa, que los operadores morfológicos necesitan un orden total de las estructura de retículas completas. Diferentes propuestas se han dado en Angulo (2005), Hanbury y Serra (1990), Sartor (2001). Mientras en las aproximaciones marginal los componentes en color son tratados independientemente, los vectores son usando por medio de los componentes en color. Se usa una medida escalar que se calcula para la muestras. El uso de una medida de color es elegido para calcular las transformaciones morfológicas. La nueva medida de color se llama DHCL propuesta por Sarifuddin y Missaoui (2005). Esta medida es definida por:

$$D_{HCL} = \left[ (A_L \Delta L)^2 + A_H (C_1^2 + C_2^2 - 2C_1 C_2 \cos(\Delta H)) \right]^{1/2} \quad (4.122)$$

Donde  $A_L$  es una constante de linearización en la luminosidad desde el modelo cónico hasta el modelo cilíndrico,  $A_H$  es un parámetro que ayuda a reducir la distancia entre colores que tienen un mismo matiz. Así, la transacción morfológica básica (erosión, dilatación, abriéndose y cerrándose) son definidas como sigue:

$$\varepsilon_{D,\mu B}(f_c)(x) = \wedge_D \{f_c(y) : y \in \mu \tilde{B}_x\} \quad \delta_{D,\mu B}(f_c)(x) = \vee_D \{f_c(y) : y \in \mu \tilde{B}_x\} \quad (4.123)$$

Donde  $\wedge_D$  y  $\vee_D$  son el ínfimo y el máximo según la orden  $\leq D$ . La apertura y la cerradura son expresados por la ecuación 4.74, como  $\gamma_{D,\mu B}(f_c) = \varepsilon_{D,\mu B}(\delta_{D,\mu B}(f_c))(x)$  y  $\varphi_{D,\mu B}(f_c) = \delta_{D,\mu B}(\varepsilon_{D,\mu B}(f_c))(x)$ , respectivamente.

Ahora, una dilatación geodésica en color y la erosión pueden ser expresadas por  $\delta_{D,f_c}^1 = f_c(x) \wedge_D \delta(g_c)(x)$  y  $\varepsilon_{D,f_c}^1 = f_c(x) \vee_D \varepsilon(g_c)(x)$ , respectivamente. Así, la cerradura en color y la apertura por reconstrucción son definidos por:

$$\tilde{\gamma}_{D,\mu}(f_c) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_{D,f_c}^n(\varepsilon_{D,\mu}(f_c)) \quad \tilde{\varphi}_{D,\mu}(f_c) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_{D,f_c}^n(\delta_{D,\mu}(f_c)) \quad (4.124)$$

#### 4.4.28. Descripción de metodología de segmentación

En la mayor parte de casos, la segmentación de la imagen a color es útil para segmentar la imagen monocroma, porque la imagen a color expresa mucho más rasgos de imagen que la imagen monocromática. Cuando el color es usado como criterio para segmentar imágenes, la opción del espacio color es verdadero desafío desde que existen una gran variedad de espacios color. En esta sección, la segmentación de imagen a color basada en el espacio color de HCL es analizada.

La segmentación en una imagen implica la detección mediante procedimiento de etiquetado determinista o estocástico de los contornos o regiones de la imagen, basados en información de intensidad y/o información espacial.

La simple segmentación supone la determinación de los agrupamientos (clusters) del histograma, lo cual permite una clasificación o umbralización de los píxeles en regiones homogéneas.

Para la segmentación de imágenes a color se necesita inicialmente elegir un espacio color para el procesamiento.

Hanbury y Serra (2002) desarrolló un estudio muestran que muchos de los espacios color actuales HLS, HSV, etc., han sido desarrollados para aplicaciones gráficas inadecuadas para el tratamiento de imágenes. Una representación conveniente debe estar basada en distancias o normas de los vectores y proporciona independencia entre las componentes cromáticas y acromáticas, Serra (2002).

La idea principal es basada en coordenadas polares, con una metodología de agrupamiento morfológico para la segmentación de imágenes a color. Se considera por separado la información cromática y la acromática, para después combinar la información. Este método se basa en la derivación de dos histogramas bivariantes  $h^p_{HS}$  (tono y saturación) y el  $h_{IS}$  (luminancia y saturación).

La segmentación se realiza con regiones homogéneas, la cuales se lleva a cabo mediante Watershed introducido por Watson (1987), desarrollado por Soille (1996) para la partición morfológica de imágenes satelitales variantes, así como otras aplicaciones tales como la detección de caras en imágenes a color.

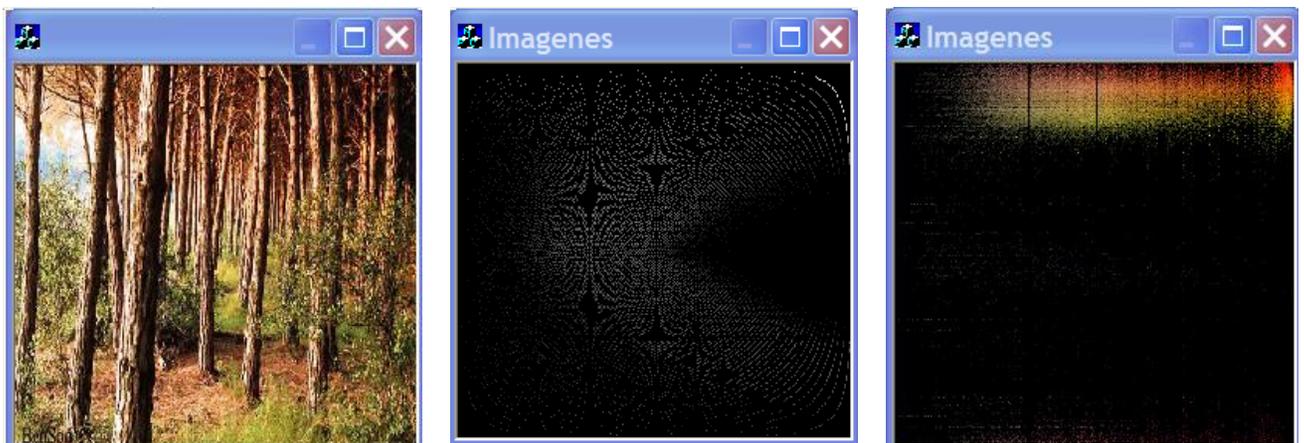
#### **4.4.29. Histograma bivariable normalizado con imágenes en niveles de grises.**

El histograma muestra el número de apariciones en una imagen del pixel  $i$  con un  $x$  valor de grises o colores.

Sea  $f$  una imagen a color, sus componentes en un espacio color tipo HLS son  $(f_H, f_L, f_S)$ . Entonces se definen dos nuevos histogramas bivariantes.

El primero usa los componentes de tono y saturación  $h_{HS}^p$ . La tonalidad es una magnitud angular (con valores de 0 a 360 grados) y la saturación es lineal (con valores de 0 a 1). Lo cual es definido con coordenadas polares.

El histograma  $h_{IS}$  usa los componentes de luminancia y saturación. Ambos histogramas se procesan utilizando operadores morfológicos, por lo que se normalizan para poder representarlos como imágenes de gris. Y, para identificar los agrupamientos correspondientes a la imagen se usa un escalar logaritmo.



(a) Original

(b) Histograma acromático

(c) Histograma cromático.

**Figura 4. 37. Ejemplo de histogramas acromático y cromático**

Se constata que en las imágenes mostradas se detecta fácilmente las manchas homogéneas (clusters).

#### **4.4.30. Segmentación acromática-cromática y Watershed**

Las componentes tono y saturación contienen toda la información a color. De acuerdo a la tonalidad se obtiene el dominio del color del pixel y la saturación se define como cromaticidad de un color, cuando la intensidad de la saturación es muy baja la naturaleza del pixel es acromática (negra, blanco o gris). Los umbrales del componente saturación ayudan a determinar colores cromáticos y acromáticos. Se propone un método por agrupamiento con un umbral óptimo  $u_s$  a partir del histograma de saturación.

Si la saturación es mayor o igual que 20% y la luminancia mayor o igual que 75 % los pixeles se consideran cromáticos-brillantez.

Si la saturación es menor que 29% y la luminancia mayor o igual que 75 %, se puede clasificar como blancos.

Si la luminancia es menor que 25% el pixel es negro y todos los restantes caen en una región se denomina cromática.

Además del umbral de saturación son necesarios dos umbrales de luminancia  $u_{L1}$  y  $u_{L2}$ .

#### 4.4.31. Segmentación de imágenes histograma por Watershed

Las imágenes son consideradas como un relieve topográfico, donde el valor numérico de cada pixel representa la elevación de ese punto. Y, a partir de los mínimos regionales se determina para cada uno de ellos su zona de influencia o cuenca, la división entre cuencas es llamada línea divisoria de aguas. Esta transformación sobre una imagen gradiente sigue los contornos de la misma segmentando de las zonas homogéneas.

Para comprender Watershed se necesita la definición de esqueleto geodésico por zona de influencia (SKIZ), Lantuéoul y Beucher (1981), que genera directamente el concepto de distancia geodésica.

*Sea X un conjunto compuesto por la unión de k componentes conectadas B. La zona de influencia geodésica de cada componente conectada en X se define como:*

$$IZ_x(B_i) = \{p \in X \mid \forall_j \in [1..k] \{i\}: d_x(p, B_i) < d_x(p, B_j)\} \quad (4.125)$$

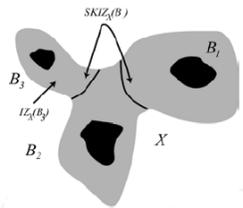
El conjunto  $IZ_x(B)$  es la unión de las zonas de influencia geodésica de las componentes conectadas B:

$$IZ_x B = \bigcup_{i=1}^k IZ_x(B) \quad (4.126)$$

El complemento del conjunto  $IZ_x(B)$  define el esqueleto por zona de influencia geodésica SKIZ:

$$SKIZ_x(B) = X \setminus IZ_x(B) \quad (4.127)$$

Si se presenta todos los puntos equidistantes (en distancia geodésica) a dos componentes del conjunto  $X$ . En la Figura 4.39 muestra un ejemplo de SKIZ.



#### 4. 38. SKIZ del conjunto X constituido a partir de las zonas de influencia geodésica IZ

Watershed se puede definir como SKIZ de los mínimos locales de una imagen.

$$WS(f) = SKIZ f[RMIN(f)] \quad (4.128)$$

El significado de la operación de Watershed es definido por su notación francesa, que significa separación de líneas de agua (ligne de partage des eaux). Esta transformación consiste en simular la inundación de la imagen numérica (vista como un mapa topográfico) a partir de los mínimos regionales. El resultado es un conjunto de contornos que identifican las regiones de la imagen. Un eficaz algoritmo de segmentación por Watershed se define en Soille y Vicent (1990).

En la práctica, el proceso de segmentación morfológica suele partir la imagen gradiente aplicando la transformación de Watershed, pues se pretende identificar los contornos de los objetos y no su zona de influencia. Los mínimos son procedentes en este caso de la imagen gradiente. El resultado en imágenes reales suele conducir al fenómeno de la sobre segmentación, debido a que la presencia de mínimos en esta imagen es bastante alta. Para evitar este inconveniente se pueden eliminar todos los mínimos parasitarios y reemplazarlos por marcadores. El nuevo algoritmo resultante se denomina Watershed controlado por marcadores (ver Figura 4.40). La elección de unos buenos marcadores será clave para obtener buenos resultados.

El Watershed controlado por marcadores reduce el efecto de sobre-segmentación para identificar zonas o regiones de la imagen. En la Figura 4.41 se muestra una imagen en escala de grises. La transformación de Watershed provoca una sobre-segmentación que se puede observar en la Figura 4.42 (a). En la Figura 4.42 (b) se tiene el resultado del Watershed controlado por marcadores, con lo que se obtienen mejoras a la segmentación.

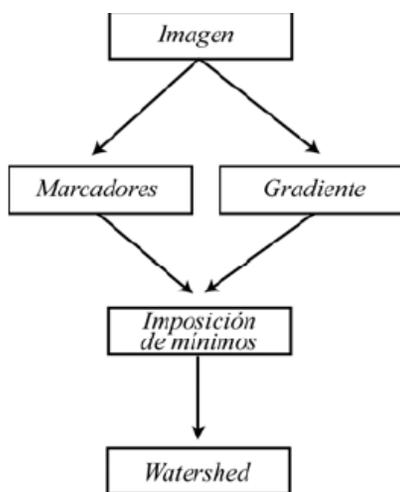


Figura 4.39. Paradigma de la segmentación morfológica. Watershed controlado por marcadores



Figura 4.40. Pabellón de la Universidad de Alicante

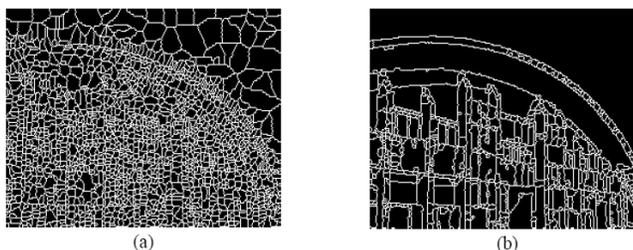


Figura 4.41. Segmentación morfológica. (a) Watershed original, sobre segmentación. (b) Watershed controlado por marcadores

Meyer (1991) propone una extensión del algoritmo básico de Watershed que emplea una imposición de mínimos procedente de marcadores. Asimismo, Beucher y Meyer (1993) presentan un etiquetado que emplea marcadores para controlar el proceso de inundación de Watershed. Un ejemplo de segmentación de texturas usando Watershed por medio de marcadores puede encontrarse en Jeulin y Kurdy (1992). Se puede emplear la capacidad de la reconstrucción geodésica en la simplificación de las imágenes para reducir el número de mínimos regionales y evitar así la sobre-segmentación, Ortuño et al. (2001).

Existe una gran utilidad de las transformaciones geodésicas en otras aplicaciones del procesamiento y análisis de imágenes, como el relleno de agujeros o la interpolación geodésica. Asimismo, se detallan nuevos operadores basados en geodesia, como el Top-Hat por reconstrucción, Meyer F. (1991).

#### **4.4.32. Watershed, waterfalls y funciones críticas para la sobre segmentación**

La segmentación de imagen basada en el uso de la transformación de Watershed-línea divisoria de aguas ha resultado un método de lo más utilizado, Beucher y Meyer (1997). Su inconveniente principal consiste en la sobre-segmentación producida por la transformación de línea divisoria de aguas de ser aplicada directamente en las imágenes para ser segmentadas. Una solución de prevenir esta sobre-segmentación consiste en una selección previa de un conjunto de regiones localizadas previamente para ser extraídas. La sobre-segmentación se puede tratar por medio de la segmentación jerárquica uniendo regiones jerárquicas muy homogéneas. El algoritmo jerárquico llamado waterfall es un algoritmo ampliado de transformación de línea divisoria de aguas. El algoritmo de waterfall puede ser usado con un objetivo similar.

$$\begin{aligned}
 g(x) &= f(x) && \text{si } y & \text{solo si } x \in W(f) \\
 & && y & \\
 g(x) &= 1 && \text{si } y & \text{solo si } x \in W^c(f)
 \end{aligned}
 \tag{4.129}$$

Si existen estanque adyacente donde la altura correspondiente es inferior que la

anterior, las cascadas no serán simétricas y la meseta generada no será mínimo. El proceso de líneas divisoria de aguas, seguido de una reconstrucción de la imagen morfológica es iterado hasta que un juego de zonas homogéneas según el problema de imagen sea conseguido. El método no requiere el ajuste de parámetros. Ilustrar el algoritmo de cascada aplicado a las imágenes a color, la imagen de distancia calculada.

**Nota:** Waterfall y las funciones críticas descritas abajo, son aplicados al gradiente de la imagen calculada por la medida del color, Sarifuddin M. y Missaoui M. (2005).

#### 4.4.33. Técnica propuesta para la segmentación

Primero, se selección los espacio color IHSL ó HCL, debido a que mejoran las distancias o normas de vectores en los colores.

- **IHSL.** Brinda independencia entre las partes cromáticas y acromáticas, para al final combinarlas. Este espacio utiliza el estándar de luminancia de televisión de alta definición (recomendado por Hambury y Serra, 2002). Para la conversión del espacio IHSL (ver ecuación 4.111).
- **HCL.** Es un espacio de percepción uniforme con similitudes de colores. La parte cromática es mezclada con R-G, G-B y B-R. A continuación se presenta la uniformidad de este espacio color, Sarifuddin M. y Missaoui R. (2005). Para la conversión del espacio HCL (ver ecuación 4.117), la Figura 4.43 muestra la uniformidad de este espacio.

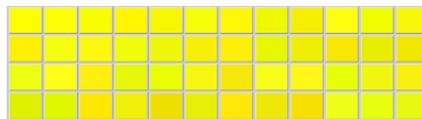
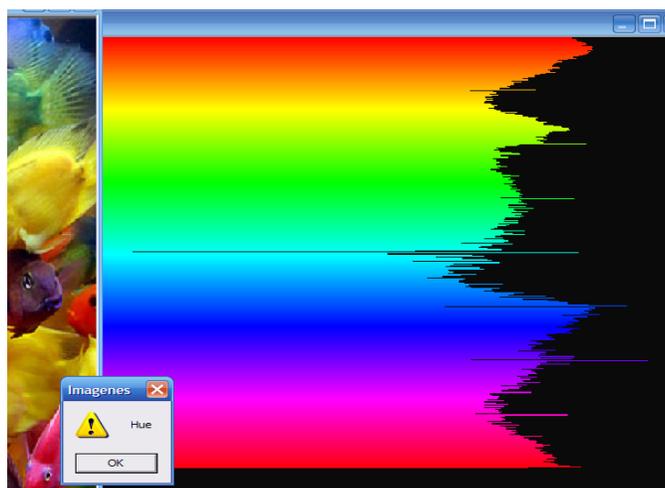


Figura 4. 42. Muestra de la uniformidad del espacio HCL, Sarifuddin y Missaoui (2005)

Segundo, se realiza el pre-procesamiento, y pos-procesamiento para eliminar ruido por medio de la apertura (o cerradura) por reconstrucción. El objetivo de esta paso es mejorar la imagen para detectar primeramente al objeto de interés, como lo puede ser por ejemplo un tomate, para después detectar sus características de calidad o de imperfecciones.

Tercero, se realiza la segmentación de la imagen, para con la imagen segmentada analizar detalles del objeto de interés (por ejemplo el tomate). Existen varios métodos de segmentación como se describió en la sección 4.4.7. Una de las alternativas óptimas y factibles es por medio de la segmentación por Agrupamiento Morfológico de codificación de histogramas bi-variables, esto debido a que se unifica con el espacio IHSL, que fue seleccionado para procesar este tipo de imágenes. Esta segmentación consisten en obtener un histograma cromático de h-HS, (por sus siglas en Inglés: Hue and Saturation) y un histograma acromático de h-LS (por sus siglas en Inglés: Light and Saturation) de la imagen para detectar zonas homogéneas o características de diferentes tonalidades, que se agrupan por colores. Asimismo, se separan las informaciones cromáticas y acromáticas, por medio del histograma inverso de cada histograma bi-variable con el fin de obtener zonas homogéneas.

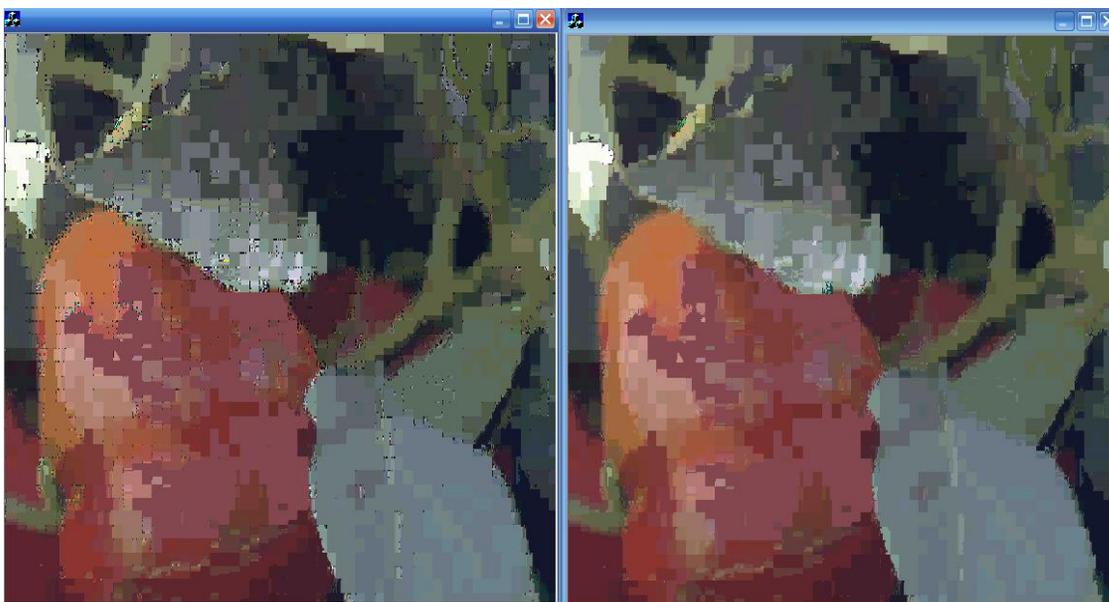


**Figura 4. 43. Ejemplo del histograma cromático de la Figura 4.47**

Quinto, se elimina la sobre-segmentación, para lo cual se hace uso de un de los métodos más usados en segmentación que el *Watershed*. En este punto del procesamiento se realiza un sub-proceso que consiste en filtrar los histogramas, para lograr unir regiones que cumplan con propiedades similares y tonos muy uniformes. Es decir, después de la primera segmentación, ahora las regiones son combinadas, no únicamente por propiedades del píxel, sino también por información del contorno.

Sexto, se comparan y combinan los histogramas bi-variables resultantes de Watershed para obtener la partición final de la imagen. Es decir en la imagen resultante de los histogramas inversos se unen zonas muy parecidas, para después compararlas y unir las para obtener un resultado final.

Séptimo, se realiza un pos-procesamiento por medio de apertura (o cerradura por reconstrucción).



**Figura 4. 44. (a) Resultado de la técnica de segmentación con histogramas bivariantes en una imagen de muy baja calidad, (b) Pos-procesamiento aplicando Apertura por Reconstrucción (elimina ruido)**

#### **Observaciones a considerar en una imagen de tomate.**

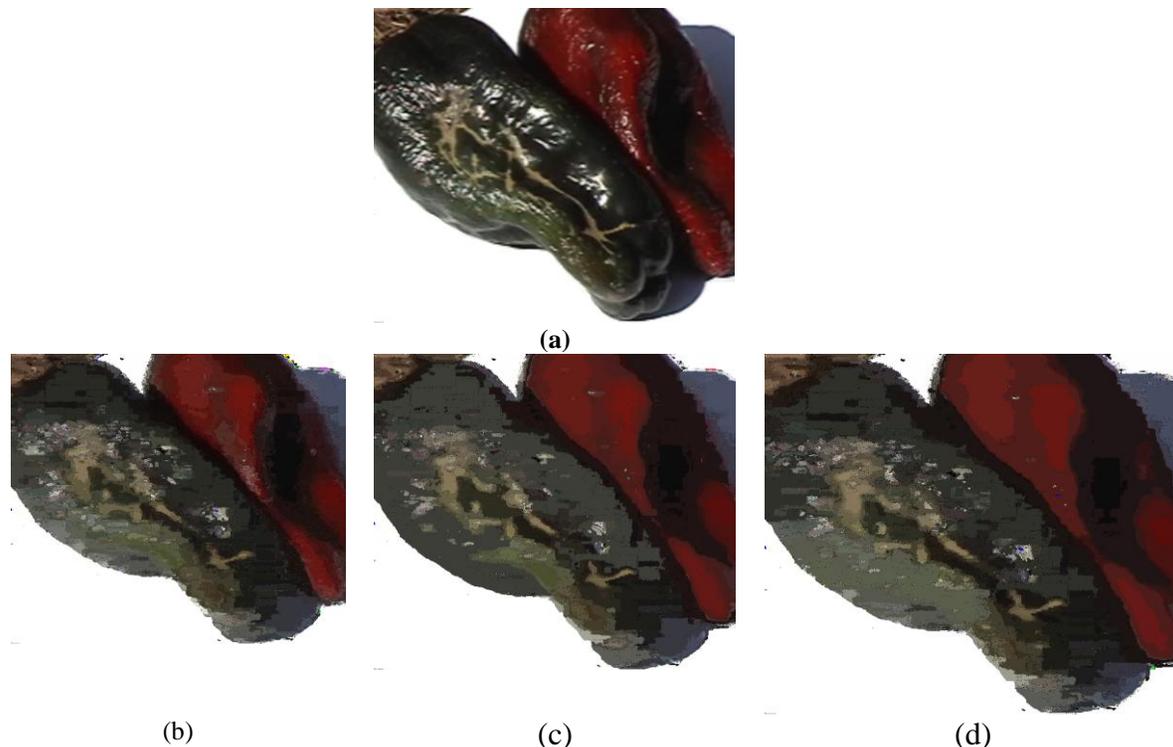
Una imagen de tomate cumplirá con calidad *si solo si* el objeto (en este caso de estudio) es redondo y tiene una uniformidad sin alteraciones bruscas de tonalidades (cercanas al naranja principalmente). Uno de los principales indicadores de calidad es el color, el cual es resultado de la pigmentación de la epidermis de la pulpa. El color da información acerca de las condiciones del cultivo y de la maduración del fruto. El cambio de color de verde a rojo se debe a la descomposición de la clorofila y a la síntesis de licopeno y otros caronoides. Los colores que muestran calidad son naranja uniforme o rojo rosado uniforme, con textura firme y lisa, además de que los tomates deben tener una forma redonda, con un diámetro transversal igual o mayor al eje

longitudinal. Tamaño (que puede ser a escala de la imagen): Tomate grande: mayor a 7.5 cm, tomate mediano de 6 a 7.5 cm, tomate chico de 4 a 6 cm. Con una presentación fresca, seca y limpia.

#### **Tolerancia biométrica del tomate.**

Primera que nada la tolerancia del 9 % para que el problema no cubra el fruto. Segunda siempre que el defecto no forme un círculo alrededor del pedúnculo, o bien, no abarque más de 10% del eje longitudinal. Tercera, que no tenga algún otro problema identificable en 19% Cuarto que no tenga marcas o formas circulares que forman anillos, y su longitud mide un 25% del eje longitudinal del tomate. Quinto, si el tomate tiene varias gamas de colores, texturas, formas, defectos, etc. no tendrá ninguna tolerancia.

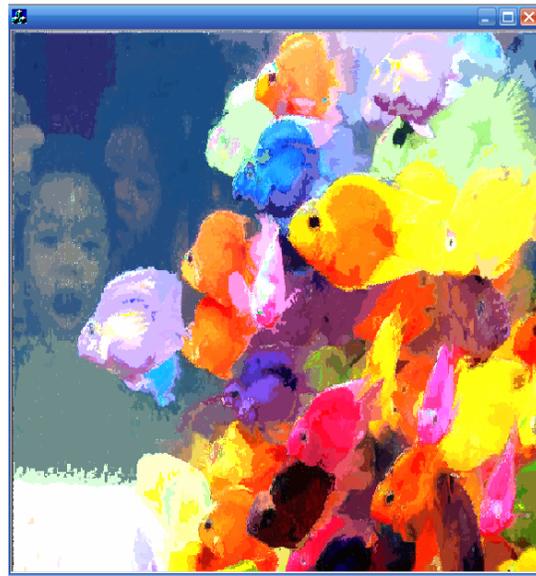
Con ésta segmentación se resaltan importantes e interesantes zonas, que pueden ser adaptadas a varias aplicaciones, ver Figura 4.45 y 4.46 que muestra otros resultados.



**Figura 4. 45. (a) Imagen original, (b) Histograma inverso cromático HCL= 525: Color B, ZONAS 8755, (c) Histograma inverso cromático = 525: Color G, ZONAS 7096, (d) Histograma inverso cromático = 525: Color R, ZONAS 17757.**



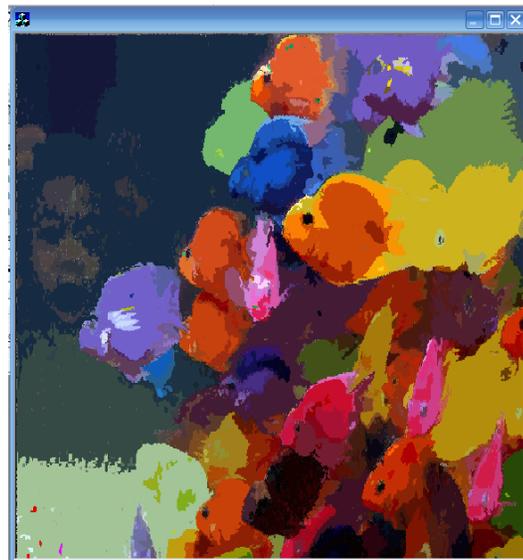
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4. 46. Imágenes de histogramas bivariantes, (a) imagen original, (b) Unión de los dos histogramas, (c) Histograma cromático inverso, (d) Histograma acromático inverso

## **V. RESULTADOS DE APLICACIONES METODOLÓGICAS**

### **5.1. UN APROXIMACIÓN DEL CONTRASTE MULTI-ESCALAS MORFOLÓGICO PARA IMÁGENES A COLOR Y GRISES, CONSIDERANDO LA PERCEPCIÓN VISUAL HUMANA**

#### **5.1.1. Prefacio**

El mejoramiento del contraste representa un papel fundamental en muchas tareas del procesamiento de la imagen. Su objetivo principal consiste en mejorar la apariencia visual de una imagen. Sin embargo, también representa un papel fundamental en otros problemas tales como; prepara una imagen para después segmentarla. Actualmente, existen muchos métodos para mejorar el contraste de una imagen, estos se pueden clasificar en dos categorías: (1) Métodos del dominio espacial, que operan con píxeles, y (2) Métodos del dominio frecuencial.

Este caso de estudio, se enfoca a hacer una propuesta sobre los métodos del dominio espacial, en particular se basa en las técnicas de procesamiento morfológico de imágenes. Dentro de la Morfología Matemática se han presentado pocos trabajos sobre esta temática (S. Mukhopadhyay y B. Chanda, 2000), esto a pesar de existe un soporte teórico para el mejoramiento del contraste propuesta por F. Meyer y J. Serra, (1989). Dicho trabajo se propuso, un orden de actividad sobre retículas completas. Para construir los mapeos de contraste Meyer y Serra usan la apertura y cerradura morfológica como primitivas con un criterio de proximidad para su selección. Contrario al uso de las aperturas y cerraduras morfológicas, este trabajo propone el uso de una clase de filtros morfológicos conexos llamados filtros por reconstrucción, y además un criterio del contraste morfológico para seleccionar la primitiva. El criterio del contraste morfológico se deriva de la bien conocida ley de Weber, la cual ha sido ampliamente utilizada para modelar la percepción visual humana. El uso de los filtros por reconstrucción como primitivas, permite la construcción de métodos del contraste multiescala, por medio de una composición de mapeos de contraste, los cuales introducirán un contraste bien definido a las imágenes. Incluso, la ley de Weber no solamente se usa como un criterio para seleccionar la primitiva, sino que

también se usa para construir mapeos morfológicos de contraste racionales. Es bien conocida la idea atractiva de imitar la visión humana. El número de desarrollos de procesamiento de imágenes, basados en la percepción humana, es demasiado amplio que difícilmente se logra hacer una revisión total en Peli E. (2002). Sin embargo, entre los diferentes trabajos enfocados a modelos visuales y el mejoramiento del contraste, uno de los más interesantes es el realizado en, Toet A. (1992). Toet propone una descomposición multiescala de la imagen, basada en una pirámide de cocientes entre filtros pasa-bajas. Este esquema es muy similar al de las estructuras piramidales entre filtros pasa-bajas o de diferencia Gaussianas. Una primera versión de esta aproximación, fue propuesta por Toet A. (1990), y se basa en el uso de filtros alternados secuenciales que sustituyen a los filtros de pasa bajas. Toet A. (1992) propone una extensión del método multiescala para mejorar el color en las imágenes. Otro interesante método multiescala para el mejoramiento del contraste se deriva de la teoría de retinex (que viene de las palabras retina y corteza cerebral). Dicho método de retinex fue inicialmente introducido por Land (1986) como un modelo de constancia en el color de la percepción humana. Se han desarrollado varios trabajos acerca de mejoramiento de imágenes a color, la mayoría de estos han sido sobre esta noción, Rahman Z. et al. (2004), Barnard K. y Funt B. (1999).

En lo que se refiere al tratamiento de imágenes a color, muchas investigaciones se han realizado en los últimos años muchas, tanto para procesar imágenes a color, como para recuperar colores de las imágenes. Esta parte de la investigación, no sólo se ha centrado en el análisis de los espacios color, sino también para proponer nuevos espacios y esquemas a color, Serra J. (2002), Angulo J. y Serra J. (2005) y Lucchese L. y Mitra S. K. (2004). Como ya es conocido, para representar el color se puede hacer referencia a los espacios perceptuales HSL (matiz, saturación, luminancia), HSV (matiz, saturación, valor) y HSI (matiz, saturación, intensidad), Smith A. R. (1978), Levkowitz H. y Herman G. T. (1993). Estos espacios se usan frecuentemente en procesamiento de imágenes a color, su problema principal es el hecho de que no capturar las diferencias color considerando la percepción del ojo humano. Con el objetivo de tomar en cuenta las diferencias de color considerando la percepción humana, la Comisión Internacional de iluminación (CIE, *Commission Internationale de l'Eclairage*) ha definido dos espacios perceptualmente uniformes; Luv y

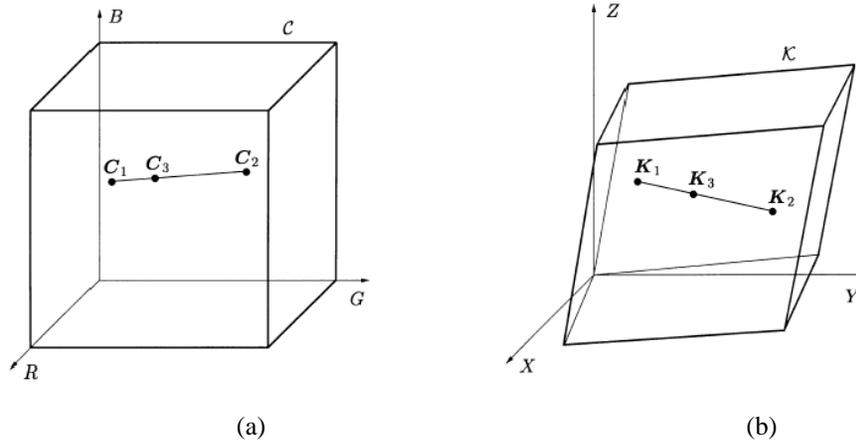
Lab (Luminance:  $L^*$ , Chrominance:  $u^*$ ,  $v^*$ ,  $a^*$ , y  $b^*$ ). La manera de capturar las diferencias de color en estos espacios es más parecida a la visión humana. Por lo que, estos espacios han sido usados también para el procesamiento de imágenes a color, Lucchese L. y Mitra S. K. (2004), Hanbury A. y Serra J. (2002) y Pei S. C. et al. (2004). Hanbury y Serra incorporan el uso de la Morfología Matemática al espacio CIE  $L^*a^*b^*$ , Hanbury A. y Serra J. (2002). En particular, los autores muestran la manera de imponer un orden total, en los vectores del color, usando una función de ponderación y un orden lexicográfico. Por otro lado, Lucchese L. y Mitra S. K. (2004) presentan un nuevo esquema no lineal para el filtrado cromático de imágenes a color. El contenido cromático de una imagen a color es codificado por medio de las coordenadas cromáticas  $uv$  del CIE, mientras que el contenido de las coordenadas acromáticas es codificada como  $Y$ . En el diagrama cromático, los colores son adicionados de acuerdo a la *ley del centro de gravedad de MAC*, Hunt R.W.G. (1987), el cual es generalizado en un esquema de filtrado no lineal para el procesamiento de las dos señales cromáticas, mientras que el canal acromático puede ser procesado con los esquemas tradicionales de filtrados, lineales o no lineales. En L. Lucchese et al. (2001) el mismo concepto, de ley de centro de gravedad es usado para introducir un método de mejoramiento de imágenes a color.

En esta sección se presenta un nuevo esquema, Lucchese L. y Mitra S. K. (2004) y Lucchese L. et al. (2001) para procesar imágenes a color, el cual introduce nuevos métodos morfológicos del contraste multiescala. Los métodos propuestos están basados sobre el criterio del contraste derivado de la ley de Weber. La opción de usar cada uno de ellos, depende de las características del contraste de la imagen original (esto se ilustra por medio de varios ejemplos).

### **5.1.2. Espacios color y Mezclas de colores en el espacio $u, v, Y$**

En esta sección se presentan algunos conceptos del espacio CIE-Luv utilizados para realizar las propuestas. Dado que este espacio fue desarrollado usando la noción de *Diferencia mínima perceptible DMP (JND, del inglés Just Noticeable Difference)*, y que la propuesta es derivada de la ley de Weber, la cual es basada en la noción de DMP, entonces resulta natural utilizar este espacio para desarrollar las propuestas.

En 3D la mezcla aditiva de dos colores, Lucchese L. y Mitra S. K. (2004) puede realizarse de la forma siguiente. Sean  $C_1 = [R_1, G_1, B_1]^T$  y  $C_2 = [R_2, G_2, B_2]^T$  dos colores (dos vectores del espacio 3D) a ser mezclados.



**Figura 5. 1. (a) Mezcla de Color de  $C_1$  y  $C_2$  en el cubo de color RGB, (b) Mezcla de color  $K_1$  y  $K_2$  en el espacio CIE-XYZ**

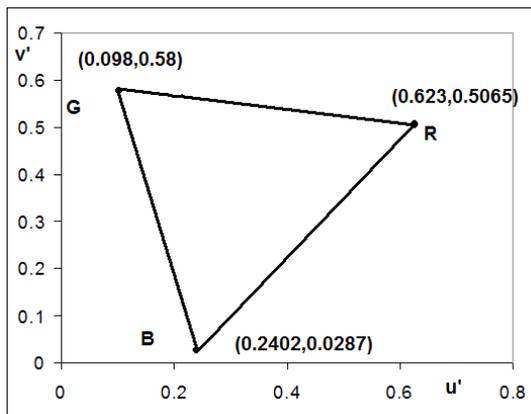
Esta mezcla se ilustra en la Figura. 5.1 (a), donde se obtiene un tercer color por medio de:  $C_3 = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_2$ , con  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Desde un punto de vista geométrico, el color resultante se encuentra sobre el segmento de la recta que une  $C_1$  y  $C_2$ . Por otro lado, para asignar los valores del RGB a las coordenadas  $(u, v)$  del CIE XYZ, se sigue la siguiente transformación lineal:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49000 & 0.31000 & 0.20000 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00000 & 0.01000 & 0.99000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

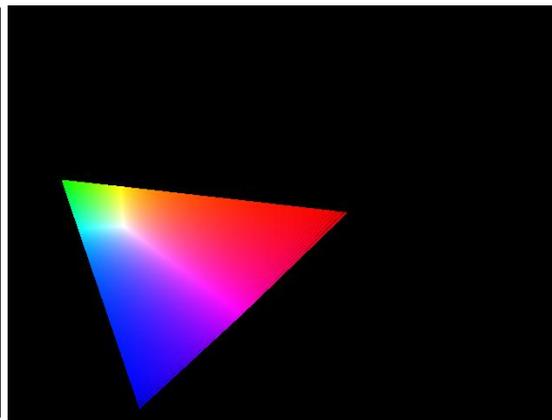
De esta forma, en el espacio CIE XYZ la mezcla de dos colores  $K_1 = [X_1, Y_1, Z_1]^T$  y  $K_2 = [X_2, Y_2, Z_2]^T$  da el color  $K_3 = \alpha K_1 + (1 - \alpha) K_2$ . La Figura 5.1 (b) ilustra la mezcla del color en este espacio. Las coordenadas cromáticas  $(u, v)$  se procesan como sigue:

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} \quad \text{y} \quad v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} \quad (5.2)$$

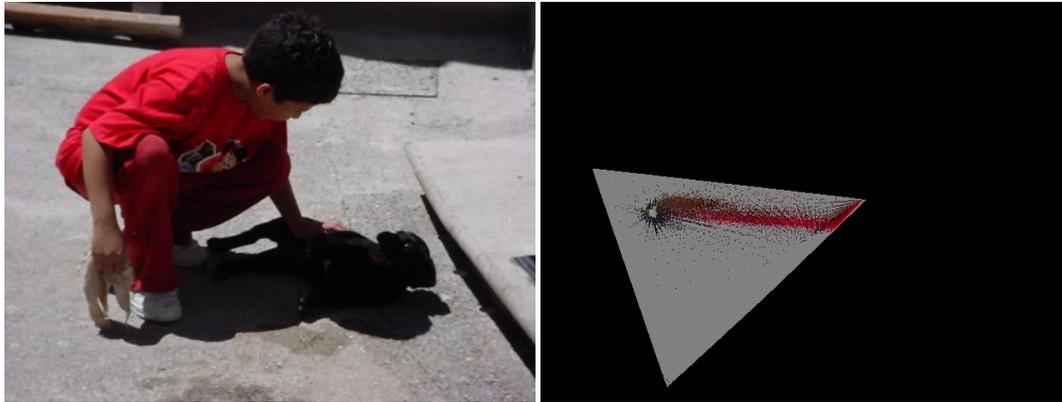
La Figura 5.2 (a) ilustra los tres vértices del triángulo que corresponde a los colores (R, G, B), para el rojo (1,0,0), para el verde (0, 1, 0), y para el azul (0, 0, 1); o bien sin normalización (255, 0, 0), (0,0,255) y (0, 255, 0). Sus coordenadas cromáticas (u, v) se encuentran localizadas en: ( $u'=0.623, v'=0.5065$ ) para (1, 0, 0), ( $u'=0.098, v'=0.58$ ) para (0, 1, 0), y ( $u'=0.2402, v'=0.0287$ ) para (0, 0, 1). La Figura 5.2 (b) ilustra el espacio de coordenadas cromáticas (u, v), mientras que en las Figura 5.2 (c) y (d) se muestra a una imagen y sus coordenadas cromáticas (u, v), respectivamente. Para obtener el diagrama de la Figura 5.2 (d) a partir de la imagen de la Figura 5.2 (c) el siguiente mapeo fue realizado. Se considera que la imagen de la Figura 5.2 (c) tienen tamaño (SX, SY) (en el ejemplo 640 x 480 pixeles) y su origen (0,0) se encuentra en la esquina superior izquierda de la imagen. E, está formada por el mapeo de punto(s) de la imagen en la Figura 5.2 (c) con color (R, G, B) y con coordenadas cromáticas (u, v) que es encuentra localizado en el punto ( $u*SX, v*SY$ ) en la imagen de la Figura 5.2 (d) y, afectando el color original (R, G, B). Para ilustrar el triángulo de coordenadas cromáticas, esta región fue afectada por el valor del nivel de gris (128,128,128).



(a)



(b)



(c)

(d)

Figura 5. 2. (a) R, G, B colores en las coordenadas cromáticas, (b) Triángulo cromático uv, (c) Imagen original, (d) Coordenadas cromáticas de la imagen original

Las fórmulas inversas que permite la transformación de la representación a color (u, v, Y) a CIE XYZ son:

$$X = \frac{9}{4} \left( \frac{u'}{v'} \right) Y \quad Z = \left( \frac{12 - 3u' - 20v'}{4v'} \right) Y \quad (5.3)$$

En Lucchese y Mitra<sup>6</sup> se muestra que la mezcla de color en el (u, v, Y) está dada por:

$$u_3' = \frac{\alpha \left( \frac{u_1'}{v_1'} \right) Y_1 + (1 - \alpha) \left( \frac{u_2'}{v_2'} \right) Y_2}{\alpha \left( \frac{1}{v_1'} \right) Y_1 + (1 - \alpha) \left( \frac{1}{v_2'} \right) Y_2} \quad v_3' = \frac{\alpha Y_1 + (1 - \alpha) Y_2}{\alpha \left( \frac{1}{v_1'} \right) Y_1 + (1 - \alpha) \left( \frac{1}{v_2'} \right) Y_2} \quad (5.4)$$

Donde  $Y_1$  es  $Y_2$  son las intensidades de los puntos  $k_1 = (u_1', v_1')$   $k_2 = (u_2', v_2')$ , respectivamente. En resumen, una imagen se describe por (u, v, Y) y por la mezcla que se lleva a cabo por medio de la ecuación (5.4), la cual expresa la mezcla de colores aditivos por medio de *la ley del centro de gravedad de MAC* del diagrama cromático del CIE uv .

### 5.1.3. Mejoramiento del brillo

La idea de construir operadores del contraste multiescalas se deriva de las propuestas en Terol-Villalobos I. R. (2004). Además de que se considera, la noción de ley de Weber, para tener el criterio de selección de primitivas, que considera el criterio de percepción visual humano. Dado que Y representa el componente de luminancia, y (u, v)

los componentes cromáticos que serán mejorados separadamente, por medio de *la ley del centro de gravedad de MAC*, Hunt R.W.G. (1987). Este tipo de criterio basado en la ley de Weber, permitirá el mejoramiento de imágenes, las cuales contengan una amplia gama de brillo o luz en la escena (ver sección 5).

#### 5.1.4. Operadores del contraste, basados en el criterio de proximidad

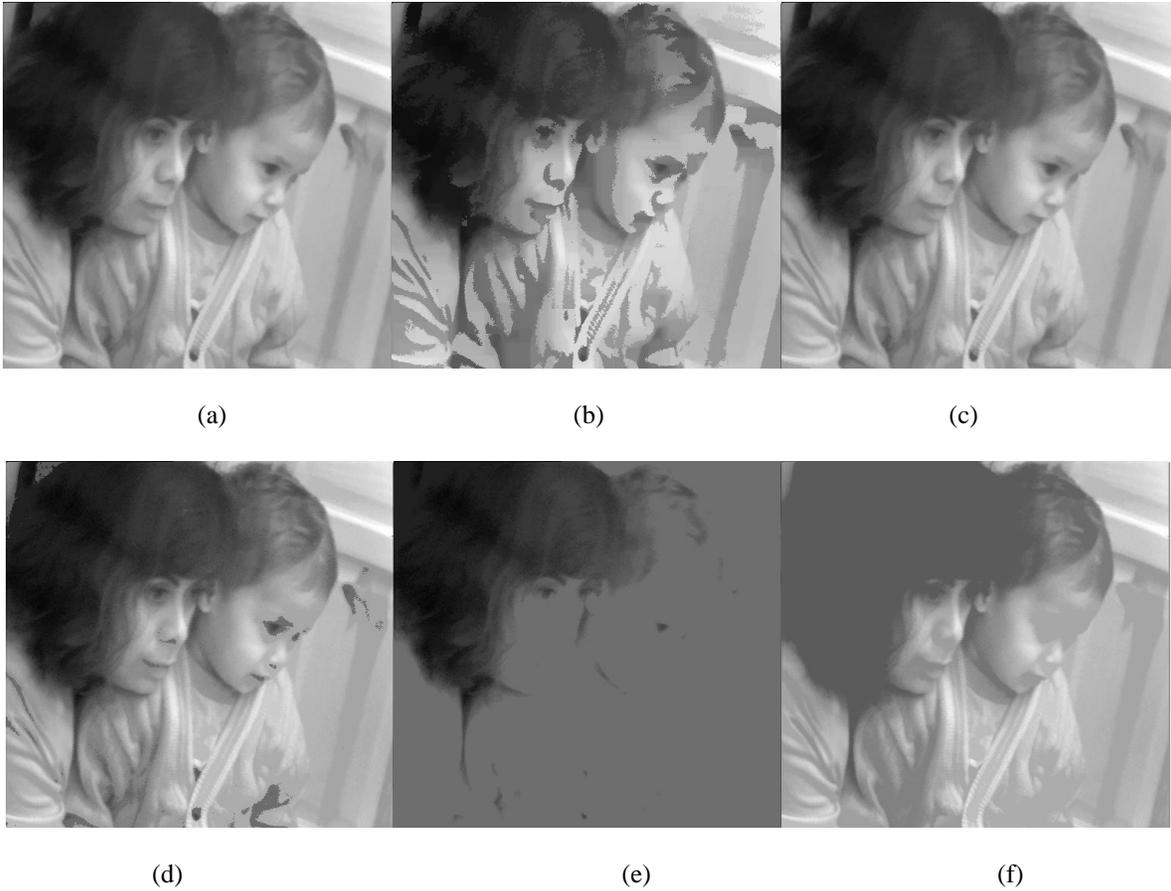
Basado en la estructura retículas, descritas en Serra J. (1988), las mapeos del contraste morfológicos se introdujeron por, Meyer y Serra (1989); donde se expresa que un mapeo  $\psi_1$  es menos activo que un mapeo  $\psi_2$  ( $\psi_1 \prec \psi_2$ ) dentro de la retícula de actividad, cuando  $\psi_2(f)$  cambia más puntos de la función  $f$  que  $\psi_1(f)$ . De esta forma, el orden se expresa como sigue:  $\psi_1 \prec \psi_2 \Rightarrow f \vee \psi_1(f) \leq f \vee \psi_2(f) \wedge \psi_1(f) \geq f \wedge \psi_2(f)$ . Considérese ahora el caso de un mapeo del contraste compuesto por la apertura y la cerradura como primitivas (contraste del dos-estado). Donde el criterio de selección primitiva está dado por el siguiente criterio de proximidad, Meyer y Serra (1989):

$$\rho(x) = \frac{\varphi_\lambda(f)(x) - f(x)}{\varphi_\lambda(f)(x) - \gamma_\lambda(f)(x)} \quad (5.5)$$

Basado en este criterio, el operador del contraste de dos-estados puede ser definido por la expresión siguiente:

$$w_{\lambda,\beta}^2(f)(x) = \begin{cases} \varphi_\lambda(f)(x) & \text{si } 0 \leq \rho(x) < \beta \\ \gamma_\lambda(f)(x) & \text{si } \beta \leq \rho(x) \leq 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

Dado que la cerradura es una transformación extensiva y la apertura anti-extensiva, entonces el operador de la ecuación (5.6) aumenta (stretching) el contraste de la imagen. La Figura 5.3 (b) muestra la imagen obtenida a partir de la imagen original de la Figura. 5.3 (a) que usó el mapeo del contraste de dos-estados. El tamaño del elemento estructurante de la apertura y de la cerradura es de  $\lambda = 30$ , mientras que el valor del criterio utilizado es  $\beta = 1/2$ .



**Figura 5. 3. (a) Imagen original, (b) Asignaciones de contraste de dos estados con  $\lambda = 30, \beta = 1/2$ , usando la apertura y cerrando morfológica, (c) Asignación de contraste de dos estados, usando la apertura y cerrando por reconstrucción con  $\lambda = 30, \beta = 1/2$ , (d) Asignación de contraste de dos estados, usando la apertura y cerrando por reconstrucción con  $\lambda = 90, \beta = 1/2$ , (e) Apertura por reconstrucción con  $\lambda = 90$ , (f) Cerradura por reconstrucción con  $\lambda = 90$**

Este mapeo del contraste tiene algunas propiedades interesantes, particularmente que es una transformación idempotente, que para cualquier par ordenado  $w_{\lambda_2, \beta}^2(f) > w_{\lambda_1, \beta}^2(f)$ , con  $\lambda_2 > \lambda_1$ , el mapeo del contraste satisface la ley de absorción;  $w_{\lambda_1, \beta}^2(w_{\lambda_2, \beta}^2(f)) = w_{\lambda_2, \beta}^2(f)$ . Sin embargo, dado que se usan la apertura y cerradura morfológicas como primitivas, se introducen nuevas estructuras, a la imagen de salida. Esto es una desventaja, debido a que una de las propiedades deseadas, para definir un método multiescala, es que las transformaciones no introduzcan nuevas estructuras. Una solución a este problema es hacer uso de la apertura y cerradura por reconstrucción. Considérese un mapeo del contraste de dos estados basado en la apertura y cerradura por reconstrucción como primitiva. La imagen de salida se muestra en la Figura 5.3 (c) con  $\lambda = 30$  y  $\beta = 1/2$ ,

la cual es muy parecida a la imagen de entrada de la Figura 5.3 (a). Para  $\lambda = 60$  y  $\beta = 1/2$  se encontró un resultado similar. Entonces, el tamaño del parámetro fue incrementado para buscar una modificación al contraste. La Figura 5.3 (d) ilustra la asignación del contraste de dos estados por medio de la apertura y cerradura por reconstrucción, con  $\lambda = 90$  y  $\beta = 1/2$ . Este último operador prácticamente no presentó modificación en las regiones. Esto es uno de los problemas principales cuando se usa la primitiva para construir el mapeo de contraste. Para aumentar el contraste de una región en la imagen, ambas transformaciones, apertura y cerradura, deben modificar las regiones si es necesario, y si no permitir que las regiones permanezcan intactas (criterio de proximidad). Las imágenes de la Figura 5.3 (e) y 5.3 (f) muestra que muchas regiones de la imagen no son modificadas ni por la apertura, ni por la cerradura por reconstrucción. Obsérvese, en particular alrededor de los ojos del niño, donde el contraste si se modificó, debido que ambas primitivas modificaron estas regiones.

Finalmente, la ley de la absorción es una propiedad muy importante en Morfología Matemática, en este caso de estudio, esta propiedad se vuelve una desventaja, debido a que la propuesta de aproximación multiescala es basada en una composición de mapeos del contraste que usa un parámetro del tamaño. Dado este inconveniente inherente a estos operadores de contraste, se proponen otras maneras para construir los mapeos de contraste.

### **5.1.5. Operadores contraste multiescala basados en la percepción del criterio visual humano**

La luminancia de un objeto es independiente a la luminancia de las regiones que lo rodean, pero no así en un objeto que depende de la luminancia de su ambiente (background). Es bien conocida la caracterización de sensibilidad del contraste de percepción visual humana a través de la *ley de Weber*. Según la *ley de Weber* si la luminancia de un objeto  $L$  tiene una *diferencia mínima perceptible DMP* en el background  $L_s$ , entonces  $|L - L_s|/L_s$  es proporcional a una constante (entre 0.02 y 0.03). Ahora bien, tomando una cierta región de la imagen original  $L$  y su valor de la apertura como el fondo  $L_s$ , por ejemplo,  $[f - \gamma_\mu(f)](x)/\gamma_\mu(f)(x)$  o  $[f(x)/\gamma_\mu(f)(x)] - 1$ , este

porcentaje puede ser usada como un criterio visual humano para construir operadores del contraste. La importancia de este criterio consiste en el conocimiento del contraste introducido en la imagen de salida por el operador contraste. Entonces, la imagen tendrá un contraste bien definido si cumple con la siguiente definición:

**Definición 1.** Una imagen  $f$  tiene un contraste bien definido con respecto a un operador contraste ídem-potente  $\kappa$ , si  $f$  pertenece al conjunto de invariantes de  $\kappa$ .

En este caso, esto significa que las regiones de  $f$  pueden ser clasificadas de acuerdo a zonas que verifican el criterio del contraste (de los objetos) y todo lo que forma el background. Por simplicidad se usará el criterio de la función  $f(x)/\tilde{\gamma}_\mu(f)(x)$  y el valor de la constante entre 1.02 y 1.03. Sin embargo, los últimos valores pueden tomar valores mayores para servir como parámetro de filtrado de regiones de bajo contraste. Por consiguiente, el operador del contraste basado en un criterio visual humano se obtiene por:

$$k_{\mu,\phi}^\gamma(f)(x) = \begin{cases} \tilde{\gamma}_\mu(f) & \text{si } f(x)/\tilde{\gamma}_\mu(f)(x) \leq \phi \\ f(x) & \text{otro caso} \end{cases} \quad k_{\mu,\phi}^\varphi(f)(x) = \begin{cases} \tilde{\varphi}_\mu(f) & \text{si } \tilde{\varphi}_\mu(f)(x)/f(x) \leq \phi \\ f(x) & \text{otro caso} \end{cases}$$

(5.7)



(a)

(b)



(c)



(d)

(e)

**Figura 5. 4. (a) Imagen original, (b) y (c) imágenes de salida  $\kappa_{\mu,\phi}(f)$  y  $\kappa_{\mu_3,\phi}\kappa_{\mu_2,\phi}\kappa_{\mu_1,\phi}(f)$ , respectivamente, (d) y (e) Imágenes de salida binarias procesadas con un umbral de las imágenes de gradientes internas a las imágenes (a) y (c), respectivamente**

La imagen en la Figura 5.4 (b) contiene a la imagen de salida del operador  $k_{\mu,\phi}^{\gamma}$  con  $\mu = 32$ . Para logra el mejoramiento de la imagen con el mapeo  $k_{\mu,\phi}^{\gamma}$  (comentario similar para  $k_{\mu,\phi}^{\varphi}$ ), la imagen de la apertura sirve como background para detectar las regiones de tamaño  $\mu$  con un valor del contraste mayor que el parámetro  $\phi$ . Obsérvese, que por construcción, los operadores  $k_{\mu,\phi}^{\gamma}$  y  $k_{\mu,\phi}^{\varphi}$  son anti-extensivo y extensivo respectivamente.

Por otro lado, ambos operadores  $k_{\mu,\phi}^{\gamma}$  y  $k_{\mu,\phi}^{\varphi}$  son transformaciones idempotentes. De esta manera, todo punto  $x$  dentro de la imagen de salida es clasificado dentro de dos clases:

- 1) Aquéllos que verifican el criterio del contraste:

$$k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) = f(x) \Rightarrow k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) / \tilde{\gamma}_{\mu}(k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f))(x) = f(x) / \tilde{\gamma}_{\mu}(f)(x) > \phi \quad (5.8)$$

2) Aquéllos que pertenecen al fondo:

$$k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) = \tilde{\gamma}(f)(x) \Rightarrow \quad (5.9)$$

$$k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) / \tilde{\gamma}_{\mu}(k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f))(x) = \tilde{\gamma}_{\mu}(f)(x) / \tilde{\gamma}_{\mu}(f)(x) = 1 \leq \phi$$

Entonces, se tiene:  $k_{\mu,\phi}^{\gamma} k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f) = k_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)$ .

Esto implica que la imagen de salida tiene un contraste bien definido según el criterio del contraste. Ahora para generar un método de procesamiento multiescala, algunas propiedades importantes son necesarias, tales como la causalidad y preservación de contornos. La causalidad implica que las escalas más ásperas, pueden ser generadas únicamente para que pase escalas finas. Es decir, las imágenes obtenidas contienen cada vez menos detalles; no obstante algunas estructuras son preservadas y otras son eliminadas. Particularmente, las transformaciones no deben crear nuevas estructuras a escalas ásperas. En efecto, si la meta del mejoramiento de la imagen es la segmentación de imágenes, entonces se requiere la preservación de los contornos.

De esta forma, para generar un algoritmo del contraste de multiescala, se aplica por composición la familia de operadores del contraste  $\{\kappa_{\mu_k,\phi}^{\gamma}\}$  considerando un parámetro determinado de escala (tamaño). Ahora bien, si se analiza primero la composición de dos operadores del contraste  $\kappa_{\mu_2,\phi}^{\gamma} \kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f)$  a escalas  $\mu_1$  y  $\mu_2$   $\mu_1 < \mu_2$ . El primer operador, como se expresó anteriormente, define dos regiones compuestas por las zonas que verifican a  $f(x) / \tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x) > \phi$ , y las regiones que forman el fondo  $f(x) / \tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x) \leq \phi$ . Aplicando al segundo operador  $\kappa_{\mu_2,\phi}^{\gamma}$  a la imagen  $\kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f)$  se tiene que:  $\forall x$  tal que  $\kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f)(x) / \tilde{\gamma}_{\mu_1}(\kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f))(x) > \phi$ , entonces  $\kappa_{\mu_2,\phi}^{\gamma}(\kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f))(x) / \tilde{\gamma}_{\mu_2}(\kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f))(x) > \phi$ .

Dado que  $\tilde{\gamma}_{\mu_2}(f) \leq \tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)$ . Entonces, esto significa que las regiones de  $\kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma$ , que verifican el criterio de contraste, son conservadas cuando el segundo operador es aplicado. Por consiguiente  $\kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma$  extrae de  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)$  las regiones de alto contraste, las cuales verifican que  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x)/\tilde{\gamma}_{\mu_2}(f)(x) > \phi$ . La imagen de salida  $\kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma(f)$  estará compuesta por regiones de alto contraste de  $f$  y de  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)$  y algunas regiones de los fondos de  $f$  y  $\tilde{\gamma}_{\mu_2}(f)$ . La imagen en Figura 5.4 (c) ilustra la imagen de salida  $\kappa_{\mu_3, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma(f)$ , con  $\mu_1 = 32$   $\mu_2 = 64$   $\mu_3 = 96$   $\phi = 1.025$ ; mientras que las Figuras 5.4 (d) y 5.4 (e) muestran a las imágenes binarias obtenidas por medio del umbral de 10 a 255 niveles de grises (del gradiente interno), de las Figuras 5.4 (a) y 5.4 (c), respectivamente. El gradiente interno es obtenido por la diferencia aritmética entre la imagen original y la imagen erosionada. Obsérvese que los contornos son mejorados por la composición  $\kappa_{\mu_3, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma(f)$ . En Terol-Villalobos , algunas propiedades que caracterizan a los operadores multiescala son presentadas. Dos de estas propiedades son re-escritas y adaptadas al criterio de contraste. La imagen de salida tendrá un contraste bien definido en cada escala, el cual es expresado por la siguiente propiedad.

**Propiedad 2.** La composición de una familia de operadores contraste  $\{\kappa_{\mu_k, \phi}^\gamma\}$ , con  $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n$ , generan una aproximación del contraste multiescala. Esto significa que las estructuras de la escala  $\mu_i$  de la composición son preservadas. Para un tamaño dado  $\mu_i$ , tal que  $1 \leq i \leq n$ , para todo punto  $x$  se verifica el criterio de contraste,

$$\frac{\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i}(\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma(f))(x)} > \phi \quad (5.10)$$

El porcentaje para la  $n$ -ésima escala también es  $\frac{\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i} (\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f))(x)}$

mayor que  $\phi$ .

Entonces,  $\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x) = \kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)$

Por otro lado, ninguna nueva estructura se introduce, a las escalas más finas, para todo punto  $x$ , tal que:

$$\frac{\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i} (\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f))(x)} = 1, \text{ entonces } \frac{\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i} (\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f))(x)} = 1 \quad (5.11)$$

En otros términos, para todo punto  $x$  de la imagen de salida, se tiene un contraste bien definido en cada escala de la composición de la familia  $\{\kappa_{\mu_k, \phi}^\gamma\}$ . Además, la composición de operadores del contraste no sólo preserva un contraste bien definido en cada escala, sino que también aumenta el contraste de las escalas más finas, como es expresado por la siguiente propiedad.

**Propiedad 3.** En una composición de familia de operadores del contraste  $\{\kappa_{\mu_k, \phi}^\gamma\}$  con  $\mu_1 < \mu_2 < \cdots < \mu_n$ , la relación siguiente puede ser establecida. Dado  $\mu_i$ , tal que  $1 \leq i \leq n$ , y para todo  $x$ :

$$\frac{\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i} (\kappa_{\mu_n, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f))(x)} \geq \frac{\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_i} (\kappa_{\mu_i, \phi}^\gamma \cdots \kappa_{\mu_2, \phi}^\gamma \kappa_{\mu_1, \phi}^\gamma (f))(x)}$$

Pueden expresarse propiedades similares para una familia de operadores del contraste  $\{\kappa_{\mu_k, \phi}^\phi\}$ .

Observaciones que se pueden hacer acerca de las escalas es, que el tamaño es un parámetro fundamental para caracterizar las estructuras en Morfología Matemática, en base a la noción conocida como granulometría ó distribución del tamaño. En este caso, el

parámetro es muy importante, debido a que los algoritmos del contraste multiescalas difieren dependiendo de las características de granulometría de las imágenes. Esto significa que, las escalas dependerán de la aplicación. En Terol-Villalobos (2004) se hace uso de la granulometría para seleccionar los tamaños de primitivas. En este caso la granulometría se obtienen en tres escalas, que se caracterizan por estructuras pequeñas, medias y grandes. Esta selección fue realizada analizando las curvas de granulometría. El usar algoritmos eficientes y pocas escalas para procesar las transformaciones por reconstrucción, para más detalles ver Vincent L. (1993) donde se explica cómo se puede tener una baja complejidad de procesamiento para operadores del contraste de multiescala. Finalmente, la opción del valor de criterio del contraste puede ser establecida por la noción de *JND* o por el problema de filtrado. Esto significa que se puede seleccionar el valor del criterio entre 1.02 y 1.03, o se puede seleccionar un valor mayor para eliminar algunas regiones de bajo contraste indeseables de la imagen. Entonces, el criterio del contraste también puede representar el papel del parámetro de filtrado en los algoritmos del contraste multiescala.

#### **5.1.6. Representación de aproximación del Contraste Multiescala a través de los residuos del Top-Hat**

Esta aproximación puede servir como un paso de pre-procesamiento para mejorar los contornos, para después extraerlos más fácilmente. Esto, no solamente permite el incremento dinámico de niveles de gris; sino también, trabaja de manera separada las regiones de luz y oscuras. En Mukhopadhyay y Chandas (2000) se presenta una aproximación multiescalas dada por:

$$\hat{f} = f + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^m [(\gamma_{\mu_i}(f) - \gamma_{\mu_{i+1}}(f))] - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^m [(\varphi_{\mu_{i+1}}(f) - \varphi_{\mu_i}(f))] \quad (5.12)$$

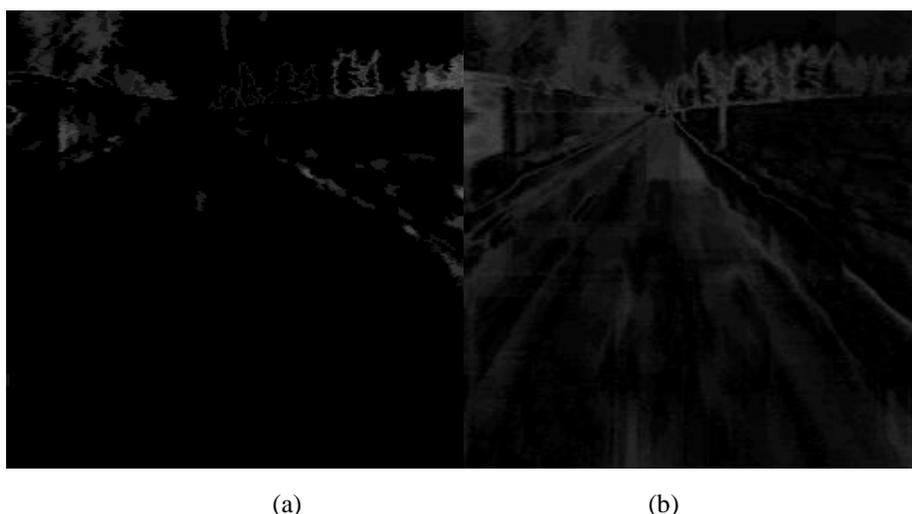
La transformación Top-Hat es dividida en blanco y negro:  $Thw_{\lambda}(f) = f - \tilde{\gamma}_{\lambda}(f)$  y  $Thb_{\lambda}(f) = \tilde{\varphi}_{\lambda}(f) - f$ , respectivamente. Las transformaciones de contrastes multiescala, dadas por la ecuación (5.12) permite incrementar los niveles dinámicos de gris. Analizando este algoritmo y proponiendo un operador contraste que trabaje con regiones luminosas y oscuras, se tienen algunos pixeles del valor  $\hat{f}$  que usaran la ecuación procesada en (5.12)

que puede exceder al rango permitido de los niveles de grises. Los pesos 1/2 deben ser reemplazados por un valor de peso, de tal forma que no más que 1% del total de los pixeles totales sean saturados en intensidad. Esta, interesante aproximación tiene la desventaja de que, debido al uso de aperturas y cerraduras morfológicas, y de los residuos del Top-Hat (o residuos del granulometría  $\gamma_{\mu_1}(f) - \gamma_{\mu_{i+1}}(f)$  y  $\varphi_{\mu_{i+1}}(f) - \varphi_{\mu_1}(f)$ ) se introduzcan nuevas estructuras de escalas más finas, cuando se procesan escalas más ásperas. Por otro lado, es bien conocido que las aperturas y cerraduras morfológicas no preservan formas. Entonces, el algoritmo del contraste multiescala propuesto por Mukhopadhyay y Chanda (2000) no verifica la propiedad de causalidad, sino que al contrario, estas transformaciones tradicionales, de apertura y cerradura por reconstrucción preservan las formas de la imagen y satisfacen la siguiente propiedad, Terol-Villalobos (2004).

**Propiedad 4.** Sean  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}$  y  $\tilde{\gamma}_{\mu_2}$  dos aperturas por reconstrucción con  $\mu_1 < \mu_2$ . Entonces, para toda imagen  $f$ , la diferencia  $[(\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f) - \tilde{\gamma}_{\mu_2}(f))]$  es un invariante de  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}$ , por ejemplo,  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}[(\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f) - \tilde{\gamma}_{\mu_2}(f))] = [(\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f) - \tilde{\gamma}_{\mu_2}(f))]$ .

Un segundo problema que surge, es con los ponderadores usados para incrementar el contraste de las estructuras a cada escala. Estos son seleccionados de manera más o menos arbitraria tomando únicamente en cuenta, el hecho de que el rango de los niveles de grises permitidos, no debe ser excedido. Esto significa que este método no usa ningún criterio del contraste para la selección de los ponderadores. Es bien conocido que el contraste, es una noción compleja que depende de diferentes parámetros. Entre ellos, el tamaño de la región y luminancia de la vecindad de la región (el fondo), los cuales juegan un papel fundamental. El tamaño de las regiones es tomado en cuenta usando diferentes residuos del Top-Hat, y en este proceso, la información de la luminancia del fondo no se usa para tomar una decisión. El último problema reside en el hecho de que existen interacciones entre los Top-Hats. En otras palabras, el valor:  $[\gamma_{\mu_{i+1}}(f) - \gamma_{\mu_i}(f)](x) \wedge [\varphi_{\mu_{i+1}}(f) - \varphi_{\mu_i}(f)](x)$  no es estrictamente cero, para todo punto  $x$ . De esta forma, algunas regiones de las imágenes son mejoradas dos veces, debido a que estas pueden ser clasificadas por dominantes Top-Hats, sobre regiones

claras y oscuras. Este inconveniente puede ser atenuado por medio de aperturas y cerraduras por reconstrucción. Las interacciones entre ambos Top-Hats (regiones claras y oscuras) se ilustran en la Figura 5.5. La Figura 5.5 muestra el ínfimo entre ambos Top-Hats. La primera imagen en la Figura 5.5(a) fue obtenida usando apertura y cerradura morfológicas; la segunda en la Figura 5.5(b) fue obtenida usando la apertura y cerradura por reconstrucción. Obsérvese, que a pesar de que el problema es atenuado, cuando se aplican aperturas y cerraduras por reconstrucción como primitivas, esto no es completamente eliminado.



**Figura 5. 5. Ínfimo de regiones ínfimas oscuras y luminosas, (a) Apertura y cerradura morfológica de tamaño 45 (b) Apertura y cerrando por reconstrucción tamaño 55 (obteniendo imágenes de salida multiplicadas por 10)**

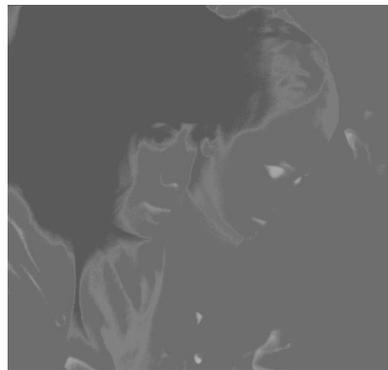
La Morfología Matemática provee de diferentes herramientas que pueden ser usadas para proponer operadores del contraste que permitan trabajar con regiones claras y oscuras y también tomar en cuenta mecanismos de selección de los operadores de la ecuación (5.7). En una primera instancia se podría pensar en el uso de los filtros alternados secuenciales (FAS) por reconstrucción para representar los fondos multiescala. Como es común en Morfología Matemática, un par de FAS puede ser construido por apertura y cerradura. En el primero FAS, se alterna una apertura, seguida de una cerradura, comenzando con un elemento estructurante pequeño procediendo a incrementar el tamaño del elemento estructurante hasta que se alcanza un tamaño deseado. El otro FAS, toma en cuenta el mismo procedimiento alternado, consiste de cerradura seguida de una apertura. Es claro que existen interacciones entre las regiones claras y oscuras, donde se obtiene diferentes resultados con la alternación de dos FAS. Por ejemplo, en las Figuras 5.6(a) y 5.6(b) se

ilustran las diferencias entre las imágenes obtenidas por los FAS  $\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{10}\tilde{\gamma}_{10}(f)$  y la imagen original  $\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{10}\tilde{\Phi}_{10}(f)$  de la Figura 5.4(a).



(a)

(b)



(c)



(d)

(e)



(f)

**Figura 5. 6. (a) y (b) Filtros secuenciales alternados  $\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{10}\tilde{\gamma}_{10}(f)$  y  $\tilde{\gamma}_{66}\tilde{\Phi}_{66}\tilde{\gamma}_{10}\tilde{\Phi}_{10}(f)$ , respectivamente, (c) y (d) Imágenes de salida procesadas por  $\theta_{\mu}(f)$  con tamaños de  $\mu = 90$  y  $\mu = 160$ , respectivamente, (e) y (f) Imágenes de salida procesadas por la sucesión de  $\Psi_{\mu}(f) = \theta_{\mu}\theta_{\mu-1} \dots \theta_1(f)$  con tamaños de  $\mu = 90$  y  $\mu = 160$ , respectivamente**

Este problema es atenuado usando varias escalas al calcular el FAS. Una solución, a este inconveniente es el uso de los filtros morfológicos auto duales. Una de estas transformaciones es el filtro conocido como centro morfológico, propuesto por Serra J. (1988). De manera particular, cuando los filtros por reconstrucción son utilizados, el centro morfológico está dado por:  $\theta_{\mu}(f) = \tilde{\Phi}_{\mu}\tilde{\gamma}_{\mu}(f) \wedge (f \vee \tilde{\gamma}_{\mu}\tilde{\Phi}_{\mu}(f))$ . Sin embargo, el uso de este filtro no asegura que las regiones claras y oscuras sean procesadas de manera separada. Otra alternativa, es el uso de aplanamientos con primitivas  $\tilde{\gamma}_{\mu}$  and  $\tilde{\Phi}_{\mu}$  dado por:  $\theta_{\mu}(f) = \tilde{\gamma}_{\mu}(f) \vee (f^C \wedge \tilde{\Phi}_{\mu}(f))$ . Este operador fue estudiado por Serra J. (2000), donde investigó las nociones de aplanamientos y nivelaciones, realizadas únicamente con aperturas y cerraduras basadas en marcadores. El operador  $\theta_{\mu}(f)$  actúa como una apertura en  $f$  y al interior de  $f^C$  como una cerradura, cuando  $\{\tilde{\gamma}_{\mu}, \tilde{\Phi}_{\mu}\}$  son duales bajo la complementación  $[\theta_{\mu}(f^C)]^C = \theta_{\mu}(f)$ . Esta característica del operador implica que no existe interacción entre los residuos de las regiones claras y oscuras. Efectivamente, considere los Top-Hats de regiones claras y oscuras, obtenidas por:

$$Thw_{\mu}(f) = \begin{cases} f - \theta_{\mu}(f) & \text{si } f - \theta_{\mu}(f) > 0 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases} \quad Thb_{\mu}(f) = \begin{cases} \theta_{\mu}(f) - f & \text{si } \theta_{\mu}(f) - f > 0 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases} \quad (5.13)$$

De esta forma, se obtiene el Top-Hat:  $\text{Thw}_\mu(f)(x) \wedge \text{Thb}_\mu(f)(x) = 0$  para todo punto  $x$ . Sin embargo, este operador presenta algunos problemas como, el que no es idempotente, debido a un efecto de oscilación cuando las regiones claras están rodeadas por regiones oscuras, siendo ambas del mismo tamaño. Es claro que este tipo de configuración, es un caso patológico en imágenes reales. Otro problema, quizás más importante con este operador, se presenta cuando elementos estructurales son grandes; que es precisamente el caso presentado en las ejemplificaciones de este caso. Las imágenes en las Figuras 5.6(c) and 5.6 (d) muestran a las imágenes obtenidas por este operador. En particular obsérvese, que la imagen ilustrada en la Figura 5.6(d) aparece el negativo de la imagen original de la Figura 5.4(a). Este problema puede ser atenuado o eliminado, aplicando por composición operadores del contraste de diferentes escalas (tamaños), por medio elemento estructurante como es el caso de los FAS:  $\Psi_\mu(f) = \theta_\mu \theta_{\mu-1} \bullet \bullet \bullet \theta_1(f)$ . Las imágenes en las Figuras 5.6(e) y 5.6(f) fueron obtenidas por esta secuencia. Un fondo para ambas regiones, claras y oscuras, puede ser obtenido cuando  $\mu$  toma valores tales, que todas las estructuras de las imágenes son removidas, como se ilustra en la Figura 5.6(f). Sin embargo, el costo computacional es un factor limitante en el uso de esta composición. Entonces, debido a los inconvenientes de los operadores auto-duales, en esta investigación se opto por usar, al par de operadores del contraste de la ecuación (5.7) y así combinarlos para obtener un operador que trabaje sobre regiones claras y oscuras. De esta forma, considérese el siguiente residuo:

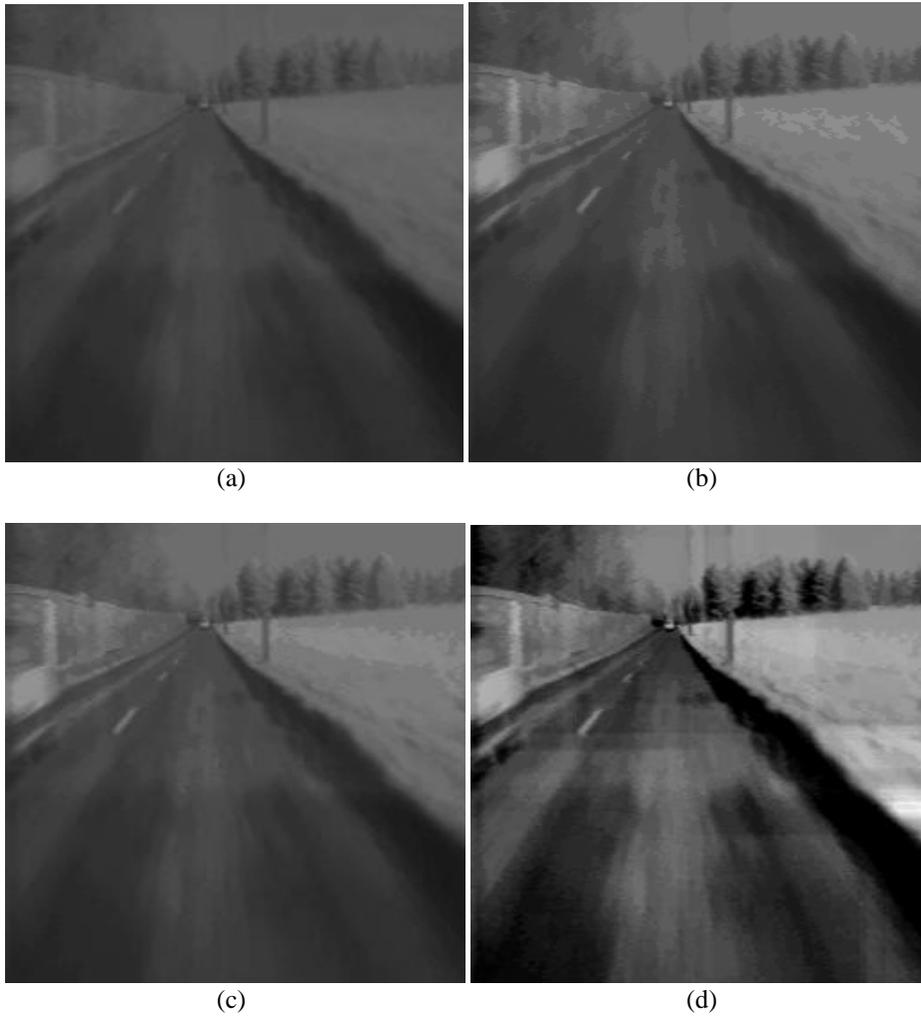
$$a_{\mu,\phi}^\gamma(f)(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f(x)/\gamma_\mu(f) \leq \phi \\ \alpha(x)[f - \gamma_\mu(f)](x) & \text{si } f/\gamma_\mu(f)(x) > \phi \end{cases} \quad (5.14)$$

Obtenido por medio del Top-Hat, y ponderado por  $\alpha(x) = f/\gamma_\mu(f)(x)$ . Obsérvese, que el peso afectando una región depende de su contraste de acuerdo a sus regiones vecinas. Esto significa, que para dos regiones con la misma diferencia con respecto a sus fondos, la región con fondo más oscuro tendrá un ponderador más fuerte. Por consiguiente, las regiones claras serán menos afectadas, que las regiones oscuras. Un operador similar, sobre

regiones oscuras puede ser definido usando la cerradura por reconstrucción. Considérese, ahora los operadores de dos estados definidos por:

$$\kappa_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) = \tilde{\gamma}_{\mu}(f)(x) + a_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) \quad \kappa_{\mu,\phi}^{\phi}(f)(x) = \tilde{\phi}_{\mu}(f)(x) - a_{\mu,\phi}^{\phi}(f)(x) \quad (5.15)$$

La imagen en la Figura 5.7 se muestra, el efecto del uso de diferentes valores del criterio del contraste cuando una composición  $\kappa_{\mu_3,\phi}^{\gamma} \kappa_{\mu_2,\phi}^{\gamma} \kappa_{\mu_1,\phi}^{\gamma}(f)$  de operadores del contraste es aplicada.





(e)

**Figura 5. 7. (a) Imagen original, (b) y (c) Composición del operador de contraste:**  
 $\kappa'_{\mu_3, \phi}{}^\gamma$   $\kappa'_{\mu_2, \phi}{}^\gamma$   $\kappa'_{\mu_1, \phi}{}^\gamma$  (f) con tamaños 15, 45 y 75 y usando el criterio del valor de contraste 1.05 y 1.025, respectivamente, (d) Algoritmo de contraste multiescala con tamaño 15, 45 y 75 y en porcentaje de 1.025 usando aperturas y cerradura morfológica, (e) Aperturas y cerraduras por reconstrucción

Las imágenes de las Figuras 5.7(b) y 5.7(c) fueron obtenidas de la imagen en la Figura 5.7(a) usando valores con los criterios de 1.05 y 1.025, respectivamente. Se observó que algunas regiones claras, que son distinguibles en la imagen original, son removidas, cuando el valor del criterio es 1.05, mientras que las regiones que permanecen (de alto contraste) usan el valor de criterio de 1.025. Cuando el parámetro  $\alpha$  se fija al valor 1 en la ecuación (5.14), se tiene  $\kappa'_{\mu, \phi}{}^\gamma = \kappa_{\mu, \phi}{}^\gamma$  (similar para el otro operador  $\kappa'_{\mu, \phi}{}^\phi = \kappa_{\mu, \phi}{}^\phi$ ). Aplicando por composición dos operadores  $\kappa'_{\mu_2, \phi}{}^\gamma$   $\kappa'_{\mu_1, \phi}{}^\gamma$  (f), el segundo operador  $\kappa'_{\mu_2, \phi}$  no modifica estructuras de alto contraste del primer operador (causalidad). Estos operadores del contraste pueden ser utilizados, ahora para construir un nuevo operador que trabaje sobre regiones claras y oscuras. Sin embargo, otro criterio debe ser utilizado para seleccionar nuevas primitivas. Ahora bien, se puede utilizar el criterio entre la comparación de los criterios derivados de la ley de Weber  $f(x)/\tilde{\gamma}_\mu(f)(x)$  y  $\tilde{\phi}_\mu(f)(x)/f(x)$ , De esta forma, el operador de contraste que trabaja sobre regiones claras y oscuras estará dado por la siguiente expresión:

$$\kappa_{\mu,\mu,\phi}^{\gamma\phi}(f)(x) = \begin{cases} \kappa_{\mu,\phi}^{\gamma\gamma}(f)(x) = \gamma_{\mu}(f)(x) + a_{\mu,\phi}^{\gamma}(f)(x) & \text{si } f(x)/\gamma_{\mu}(f)(x) \geq \phi_{\mu}(f)(x)/f(x) \\ \kappa_{\mu,\phi}^{\gamma\phi}(f)(x) = \phi_{\mu}(f)(x) - a_{\mu,\phi}^{\phi}(f)(x) & \text{otro caso} \end{cases} \quad (5.16)$$

Obsérvese que para  $\alpha(x) = 1$ , se cuenta con un mecanismo de selección, cercano a la ecuación (9). Cuando  $f(x)/\gamma_{\mu}(f)(x) > \phi$  o  $\phi_{\mu}(f)(x)/f(x) > \phi$   $f$  no cambia; se debe seleccionar  $\gamma_{\mu}(f)(x)$  si  $f(x)/\gamma_{\mu}(f)(x) \geq \phi_{\mu}(f)(x)/f(x)$  y  $\phi_{\mu}(f)(x)$  si  $f(x)/\gamma_{\mu}(f)(x) < \phi_{\mu}(f)(x)/f(x)$ . La Figura 5.7 ilustra el comportamiento de este algoritmo multiescala. Mientras que la Figura 5.7(d) fue obtenida de la imagen original usando aperturas y cerraduras morfológicas, la Figura 5.7(e) fue calculada usando aperturas y cerraduras por reconstrucción. Las escalas usadas son 15, 45 y 75, mientras que  $\phi$  toma el valor de 1.025. Se observó, la degradación de la imagen de la Figura 5.7(d) cuando las aperturas y cerraduras morfológicas son utilizadas.

### 5.1.7. Mejoramiento del color

En la presente sección, dos algoritmos multiescala para el mejoramiento del contraste de imágenes a color, son propuestos. Como se expuso en la Sección 5.1.6., la luminancia de la imagen, primeramente, se mejorará a partir de los mapeos de contraste multiescala, posteriormente, la *ley del centro de gravedad de MAC*, Hunt R. (1987) será utilizada para el mejoramiento del color. El mejoramiento del color se realiza, a partir de la modificación de la saturación, tomando en cuenta el mejoramiento efectuado sobre la luminancia. Así, esta propuesta de mejoramiento de color está organizada de la siguiente forma. Puesto que la saturación de la imagen debe ser modificada con el fin de mejorar el color, se debe tener inicialmente un método para incrementar la saturación. Posteriormente, se usan dos métodos para incrementar la luminancia. El primero de ellos es basado, en el método propuesto por la Sección 5.1.6, mientras que el segundo es motivado del método de mejoramiento del contraste llamado Retinex. Este último método está principalmente adaptado para contrastar imágenes que contienen un rango muy amplio de niveles de brillantez.

### 5.1.8. Algoritmo de contraste multiescala par imágenes a color usando residuos Top-Hat

La idea para mejorar la componente saturación, Lúchese L. et al. (2001), en un punto dado  $\kappa_1 = (u_1, v_1)$  en el espacio  $(u, v, Y)$ , consiste en detectar de la intersección de la recta, calculada entre el punto de coordenada cromáticas  $\kappa_1 = (u_1, v_1)$  y el punto de blanco de referencia  $\kappa_0 = (u_0, v_0)$ , con las tres rectas del triángulo de coordenadas cromáticas  $\overline{RG}$ ,  $\overline{GB}$  and  $\overline{BR}$ . Sea  $y = m \cdot x + b$  la ecuación de la recta entre el origen  $\kappa_0 = (x_0, y_0)$  y el punto  $\kappa_1 = (u_1, v_1)$ . Por otro lado, sean:

$$v' = m_{\overline{RG}}u' + b_{\overline{RG}} \quad v' = m_{\overline{GB}}u' + b_{\overline{GB}} \quad v' = m_{\overline{BR}}u' + b_{\overline{BR}} \quad (5.17)$$

Las tres rectas que forman el triángulo de coordenadas cromáticas. De acuerdo a la transformación lineal dada por la ecuación (5.1) que permite transformar los datos del espacio RGB al espacio XYZ, las pendientes y las intersecciones con el triángulo, están dadas por:  $m_{\overline{RG}} = -0.1472$ ,  $b_{\overline{RG}} = 0.5982$ ,  $m_{\overline{GB}} = -3.928$ ,  $b_{\overline{GB}} = 0.9725$ ,  $m_{\overline{BR}} = 1.247$ ,  $b_{\overline{BR}} = -0.2709$ . Considérese, el siguiente ejemplo, donde  $(R_1, G_1, B_1) = (255, 255, 100)$  es el color a ser procesado o de manera normalizada 0 and 1, se tiene  $(R_1, G_1, B_1) = (1, 1, .39)$ . Sus correspondientes componentes en el espacio CIE-XYZ, están dadas por  $(X_1, Y_1, Z_1) = (0.878, 0.99351, 0.3961)$ , mientras que en el espacio uvY  $(u_1, v_1, Y_1) = (0.21, 0.527, 0.3961)$ . De esta forma, el punto  $\kappa_1 = (u_1, v_1) = (0.21, 0.527)$  y al punto blanco de referencia  $\kappa_0 = (0.21, 0.474)$  permanece sobre la línea recta (Línea y)  $y = -14.95x + 3.6219$  (ver Figura 8(a)). Las tres intersecciones con el triángulo están dadas por:

$$\begin{aligned} \kappa_{\overline{RG}} &= \overline{RG} \cap \text{Line}_{-y} = (0.204, 0.568) \\ \kappa_{\overline{GB}} &= \overline{GB} \cap \text{Line}_{-y} = \kappa_{\overline{BR}} = \overline{BR} \cap \text{Line}_{-y} = (0.2402, 0.0287) \end{aligned} \quad (5.18)$$

Para seleccionar la intersección apropiada que permita incrementar la saturación (del punto  $\kappa_1 = (0.204, 0.568)$ ), se calcula el producto interno, esto se ilustra en la Figura 5.8(a). El cual, se calcula entre el punto de coordenadas cromáticas  $\kappa_1 = (u_1, v_1) = (0.21, 0.527)$  y los puntos  $\kappa_{\overline{RG}}$ ,  $\kappa_{\overline{GB}}$  and  $\kappa_{\overline{BR}}$ , tomando al punto blanco como la referencia  $\kappa_0 = (0.21, 0.474)$ . Cualquiera de los tres puntos  $\kappa_{\overline{RG}}$ ,  $\kappa_{\overline{GB}}$  o  $\kappa_{\overline{BR}}$ , cuyo producto interno del valor

más pequeño positivo es seleccionado. Sea  $\kappa_{\overline{UV}}$  el punto seleccionado (en el ejemplo  $\kappa_{\overline{UV}} = \kappa_{\overline{RG}}$ ), entonces es posible incrementar la saturación de un punto  $\kappa_1$  por medio de la relación  $\kappa' = \alpha\kappa_{\overline{UV}} + (1-\alpha)\kappa_1$ , o decrementar la saturación usando  $\kappa' = \alpha\kappa_0 + (1-\alpha)\kappa_1$ , con  $0 \leq \alpha \leq 1$ . La Figura 5.9, muestra la modificación de la saturación para tres porcentajes. La modificación de la saturación de la imagen, fue modificada de acuerdo a la posición del pixel en el espacio de coordenadas cromáticas y con respecto a la intersección con el triángulo de coordenadas cromáticas. Esta distancia es tomada al 100% para  $\alpha = 1$ , y el porcentaje de incremento de la saturación es considerado con respecto al punto de color que está siendo tratado. En la Figura 5.9 (b), cada punto de la imagen es desplazado por 30%. En la Figura 5.9(c) el porcentaje es de 50%; mientras que en la imagen de la Figura 5.9 (d) la saturación se incrementada por 80%. Puesto que los puntos alrededor del blanco de referencia no tienen prácticamente color (son grises), sería un problema incrementarles el color. Por esta razón, los puntos de las vecindades del blanco de referencia son tratados como acromáticos. El pequeño triángulo de gris, en la Figura 5.8 (b) fue seleccionado como triángulo acromático.

Finalmente, para modificar el contraste en las imágenes a color, los mapeos del contraste propuestos en la sección 5.1.6 permiten incrementar la luminancia, lo que permite posteriormente incrementar la saturación en base a la *ley del centro de gravedad*.

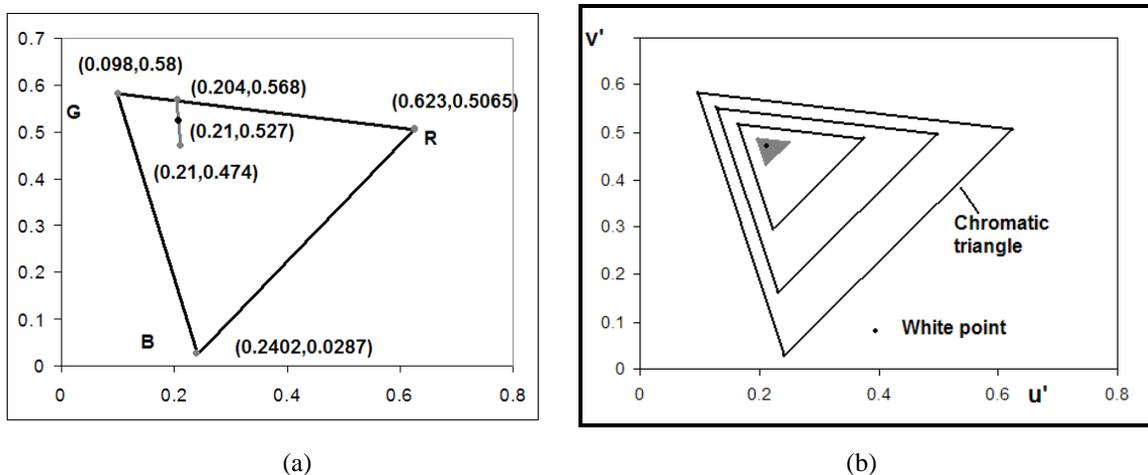


Figura 5. 8. (a) Intersección con el triángulo cromático, (b) Triángulo acromático (triángulo pequeño en color gris oscuro) y tres escalas de saturación



Figura 5. 9. (a) Imagen Original, (b)- (d) Aumento de saturación en 30%, 50% y 80%, respectivamente

Sea  $Y'(u', v') = \kappa'_{\mu_n, \phi} \cdots \kappa'_{\mu_2, \phi} \kappa'_{\mu_1, \phi} (Y)(u', v')$  la componente de la intensidad (brillantez) de la imagen a color obtenida por la composición de los operadores del contraste. La saturación es modificada asignando una nueva intensidad a la coordenada que se interceptan con el triángulo de referencia  $\kappa_{\overline{UV}} = (u'_s, v'_s)$  (saturación pura). Usando la ecuación (5.4) con  $\alpha = 0.5$ , las nuevas coordenadas están dadas por:

$$u'_3 = \frac{u' \frac{Y(u', v')}{v'} + u'_s \frac{Y'(u', v')}{v'_s}}{\frac{Y(u', v')}{v'} + \frac{Y'(u', v')}{v'_s}} \quad v'_3 = \frac{Y(u', v') + Y'(u', v')}{\frac{Y(u', v')}{v'} + \frac{Y'(u', v')}{v'_s}} \quad (5.19)$$

Puesto que el punto extreme de saturación es usado para calcular las nuevas coordenadas, la imagen obtenida estará compuesta de una gran cantidad de colores

saturados. Para evitar este problema, tres escalas fueron definidas sobre el triángulo de coordenadas cromáticas. La escala más grande está dada por el triángulo de coordenadas cromáticas, mientras que las otras dos están definidas entre los triángulos cromático y acromático como ilustrado en Figura 5.8 (b). La Figura 5.10 ilustra el resultado obtenido. Para mostrar el uso de las tres escalas cromáticas, el siguiente experimento fue realizado. Las imágenes de las Figuras 5.10 (b) y 5.10(c) fueron obtenidas por medio de la composición de tres operadores del contraste  $\kappa_{\mu_3, \phi}^{\gamma}$ ,  $\kappa_{\mu_2, \phi}^{\gamma}$ ,  $\kappa_{\mu_1, \phi}^{\gamma}$ , con parámetros  $\mu_1 = 10$ ,  $\mu_2 = 20$ ,  $\mu_3 = 80$ , y  $\phi = 1.025$ . La primera imagen de la Figura 5.10 (b) fue obtenida usando tres escalas para modificar la saturación, mientras que para obtener la imagen de la Figura 5.10(c) solamente utilizó una escala. Obsérvese, que ambos componentes, brillantez y color, fueron obtenidas sin introducir nuevos colores. Sin embargo, la imagen en la Figura 5.10(c) presenta colores, fuertemente saturados que no representan a una imagen real. Finalmente, la Figura 5.11(a) ilustra las coordenada cromáticas de la imagen original de la Figura 5.10(a); mientras que las imágenes de las Figuras 5.11(b) y 5.11(c) muestran el mejoramiento de color de las coordenadas cromáticas de las imágenes de salida Figuras 5.10(b) y 5.10(c), respectivamente.



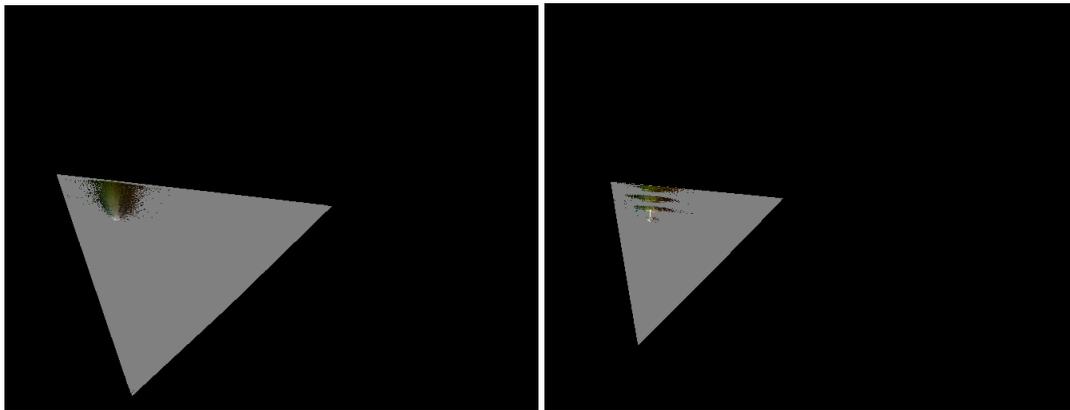
(a)

(b)



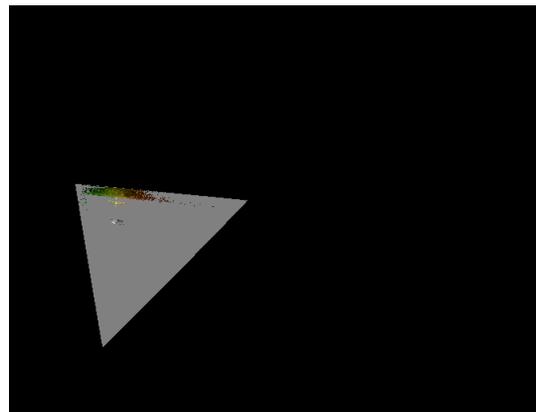
(c)

**Figura 5. 10. (a) Imagen original, (b) y (c) Contraste multiscala en regiones luminosas con tamaños 10, 20, 80, y  $\phi = 1.025$ , usando tres escalas cromáticas y una escala cromática, respectivamente**



(a)

(b)



(c)

**Figura 5. 11. (a)-(c) Coordenadas Cromáticas (u, v) de las Figuras 10 (a)-(c), respectivamente**

### 5.1.9. Algoritmo del contraste multiescala racional

Cuando se trabaja con imágenes de un rango muy amplio de brillantez, es decir, si la luminancia es muy fuerte y las sobras muy profundas (ver Figuras 5.12(a) y 5.14(a)), el método propuesto y aquellos introducidos por Terol-Villalobos (2004) no buscan satisfacer estas condiciones, para mejorar correctamente el contraste. En efecto, los métodos propuestos en la sección 5.1.6 usan la noción de *Diferencia mínima perceptible DMP* para la detección de regiones de la imagen con contraste bien definido. Después, el contraste de estas regiones son mejoradas, al atenuar los niveles de grises de sus regiones vecinas, y en el caso del algoritmo presentado en la sección 5.1.6, también incrementado los niveles de grises de las regiones detectadas. Sin embargo, cuando las imágenes presentan sobras profundas, un incremento muy importante es requerido para mejorar correctamente el contraste, con el riesgo de saturar la brillantez de las regiones correctamente iluminadas, como se ilustra en la Figura 5.12 (b). En este ejemplo del operador contraste  $\kappa'_{\mu,\phi}{}^\gamma(f)(x) = \tilde{\gamma}_\mu(f)(x) + a_{\mu,\phi}^\gamma(f)(x)$  de la ecuación (5.19), usando escalas de 20, 110, 200 y  $\phi = 1.025$ , fue aplicado. En este tipo de imágenes usa una transformación del tipo logaritmo que permite mejorar las regiones oscuras, pero también presenta el problema de saturación de las regiones claras. La para evitar la saturación de la intensidad la propuesta consiste en aplicar localmente la transformación logarítmica. De esta forma, en esta sección se propone un método basado en mapeos morfológicos del contraste que permite mejorar localmente el contraste en forma logarítmica. El algoritmo propuesto en esta sección se deriva del método para mejorar el contraste, conocido como Retinex. El método de procesamiento multiescala Retinex (MSR) ha mostrado ser una técnica efectiva para mejorar el contraste. La idea principal en la teoría Retinex se enfoca al problema de separar la iluminación de la reflectancia. De esta forma, la teoría Retinex trata la compensación de los efectos de iluminación en imágenes. El método MSR se explica de manera sencilla, a partir del algoritmo Retinex a una escala (SSR). Para el SSR, se tiene que en el punto de coordenadas  $(x, y)$ :

$$R(x, y, c) = \log\{f(x, y)\} - \log\{F(x, y, c) * f(x, y)\} = \log \frac{f(x, y)}{F(x, y, c) * f(x, y)} \quad (5.20)$$

$R(x, y, c)$  es la imagen obtenida a partir de  $f$ ,  $*$  denota la convolución, y  $F(x, y, c)$  es la Gaussiana  $F(x, y, c) = Ke^{-(x^2+y^2)/c^2}$  con  $K$  seleccionado de tal forma que  $\iint F(x, y, c) dx dy = 1$ ; la constante  $c$  es la escala. La forma de la expresión Retinex es similar a la diferencia entre Gaussianas (DOG) ampliamente usadas en la visión humana para modelar los campos post-receptores de las neuronas individuales y los procesos perceptuales, Toet A. (1992a). En un estudio realizado por Johnson D. J. et al. (1997) sobre la función logaritmo (ecuación (5.20)) aplicada al cociente de la imagen de entrada y la convolución, se comparan las formas  $R(x, y, c) = \log\{f(x, y)\} - \log\{F(x, y, c) * f(x, y)\}$ . Es decir, se estudio si el logaritmo, debe ser tomado antes o después de la formación de la vecindad. Los autores ilustran que la posición del logaritmo es importante, con la ecuación (5.20) que muestra la forma deseada. También, en el mismo artículo, la forma y tamaño de vecindad (fondo) fue estudiado. Finalmente, el método Retinex a escala fue extendido a la versión multiescala (MSR), Jobson D. J. et al. (1997). El MSR es la suma ponderada de varios SSR con diferentes escalas:

$$R_M(x, y, w, c) = \sum_{n=1}^N w_n R(x, y, c_n) \quad (5.21)$$

$R_M$  es el resultado del MSR,  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ,  $w_n$  es el factor de ponderación del  $n$ ésimo SSR, y  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ , donde  $c_n$  es la escala del  $n$ ésimo SSR con  $\sum_{n=1}^N w_n = 1$ .



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

**Figura 5. 12. (a) Imagen original de niveles de grises, (b) Algoritmo de contraste multiescala donde se usan escalas 20, 110, 200 y  $\phi = 1.025$ , (c), (d) y (e), Algoritmo de contraste racional particular.**

**Porcentaje la Sola escala el algoritmo del contraste racional usando escalas 20, 110 y 200, respectivamente, (f) Algoritmo multiescala usando escalas de 20,110 y 200**

En este caso, para mejorar el contraste de las regiones en una escala dada, en lugar de usar la convolución de la Gaussiana, se usa mejor a la apertura por reconstrucción. Por otro lado, la ley de Weber se utiliza para construir los operadores morfológicos racionales y para detectar las principales regiones y mejorarlas. A nuestro conocimiento, el único trabajo en la literatura que ha usado funciones racionales sobre transformaciones morfológicas fue propuesto por Kogan R. G. et al. (1998). Donde, los autores proponen funciones racionales de la forma siguiente:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^m a_i \left( \frac{MT_1}{MT_2} \right)^i}{\sum_{j=1}^n b_j \left( \frac{MT_1}{MT_2} \right)^j} \quad (5.22)$$

$a$  y  $b$  son constantes. En particular, los autores investigaron el caso donde  $m=1$  y  $n=0$  y tomando las transformaciones  $MT_1$  y  $MT_2$  como la dilatación y la erosión, respectivamente lo que simplifica  $R$ :

$$R = \frac{a_1}{b_0} \left( \frac{MT_1}{MT_2} \right) \quad (5.23)$$

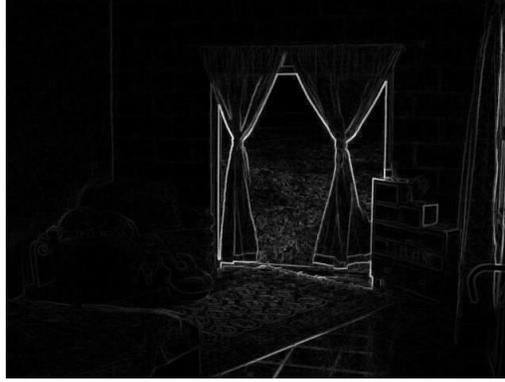
Encontrando, este cociente se obtiene información importante sobre los contornos. En el presente trabajo se está proponiendo, la relación entre la imagen original y la imagen obtenida por la apertura por reconstrucción. Considerando a la ley de Weber para mejorar el contraste de las regiones, usando la apertura como fondo. Y, trabajando sobre una escala, se tiene en el punto  $x$ :

$$R(x, \mu) = \frac{f(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu}(f)(x)} \quad (5.24)$$

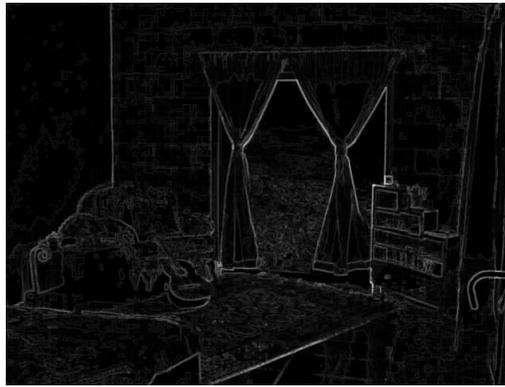
En el caso multiescala, la apertura de la imagen  $\tilde{\gamma}_{\mu_{i+1}}(f)$  a la escala  $\mu_{i+1}$  sirve como fondo para detectar y mejorar las estructuras de la escala  $\mu_i$  en la imagen  $\tilde{\gamma}_{\mu_i}(f)$ . La Figura 5.12 ilustra el algoritmo racional a una escala determinada. La imagen de la Figura 5.12(c) fue obtenida de la imagen original: Figura 5.12(a), usando el cociente  $f(x)/\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x)$  entre la imagen original y la imagen obtenida por la apertura  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x)$ , con  $\mu_1 = 20$ , mientras que la imagen en la Figura 5.12(d) fue obtenida con el cociente  $\tilde{\gamma}_{\mu_1}(f)(x)/\tilde{\gamma}_{\mu_2}(f)(x)$  con  $\mu_1 = 20$  y  $\mu_2 = 110$ . Finalmente, la Figura 5.12 (e) muestra la imagen obtenida por  $\tilde{\gamma}_{\mu_2}(f)(x)/\tilde{\gamma}_{\mu_3}(f)(x)$  con  $\mu_2 = 110$  y  $\mu_3 = 200$ . Usa la notación  $\tilde{\gamma}_0(f) = f$ , donde se obtiene el algoritmo multiescala dado por la ecuación:

$$R_M(x, \mu) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)} \quad \text{with} \quad \tilde{\gamma}_{\mu_0}(f) = \tilde{\gamma}_0(f) = f \quad (5.25)$$

Este algoritmo multiescala racional permite mejorar el contraste de las estructuras de diferentes escalas. En la Figura 5.12 (f) muestra la imagen obtenida por la ecuación (5.25), usando las escalas 20, 110 y 200. Todo lo contrario al algoritmo Retinex, la función logaritmo fue omitido. Es claro que los valores deben ser escalados entre 0 y 255 niveles de gris. Para ilustrar el mejoramiento de los contornos usando este método, las imágenes de las Figuras 5.13(a) y 5.13 (b) muestran los gradientes morfológicos (la diferencia entre el dilatado y el erosionado) de la imagen original y la imagen transformada de las Figuras 5.12(a) y 5.12 (f), respectivamente.



(a)



(b)

**Figura 5. 13. (a) y (b) Gradiente de imágenes de las Figuras 12 (a) y (f), respectivamente**

Se ve que el cociente  $\frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)}$  está directamente ligado con la transformación

por Top-Hat. En efecto, la aplicación del logaritmo sobre el cociente da:

$$\log \frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)} = \log \left\{ \tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x) \right\} - \log \left\{ \tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x) \right\} = \left\{ \tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(\log(f))(x) - \tilde{\gamma}_{\mu_n}(\log(f))(x) \right\} \quad (5.25)$$

Esto significa que la relación  $\frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)}$  es equivalente a aplicar el logaritmo a la imagen original, antes que el Top-Hat sea calculado. Para mostrar las características

multiescala de la propuesta; obsérvese, que la relación  $\frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)}$  entre aperturas por reconstrucción es equivalente a la diferencia de aperturas. De esta forma, de la propiedad (4), esta transformación no introduce estructuras más pequeñas que la escala n-1. Por otro lado, debido al uso de los filtros por transformaciones no se introducen nuevos contornos en la imagen procesada. Finalmente, la ecuación (5.24) o la *ley del centro de gravedad de MAC* es aplica para mejoramiento del contraste de imágenes a color. Las Figuras 5.14 (b) y 5.14(c) ilustran a las imágenes obtenidas por la transformación de la imagen original de la Figura 5.14(a). Es decir, tres escalas fueron aplicadas al componente Y,  $\mu_n \in \{20,110,200\}$ , y la imagen obtenida fue usada para incrementar la saturación. La imagen de la Figura 5.14 (b), fue calculada adicionando todos los valores del cociente mayor o iguales a 1.0. Por el contrario, para obtener la imagen de la Figura 5.14(c), las regiones que no verifican el valor del criterio 1.125, toman valores iguales a 1 en la ecuación (5.24). Este último ejemplo ilustra, el proceso de filtrado de la imagen al incrementar el valor del criterio. Para comparar los resultados, el algoritmo Retinex propuesto por Barnard K. y Funt B. (1999), el cual únicamente trabaja sobre la componente de la luminancia, fue aplicado a la imagen de la Figura 5.14(a). La imagen obtenida por este algoritmo se muestra en la Figura 5.14 (d). Este método produce un suavizado sobre la imagen. Finalmente, las imágenes en las Figuras 5.15(a)-(c) ilustran las coordenadas cromáticas de las imágenes Figuras 5.14(a)-(c), respectivamente.



(a)

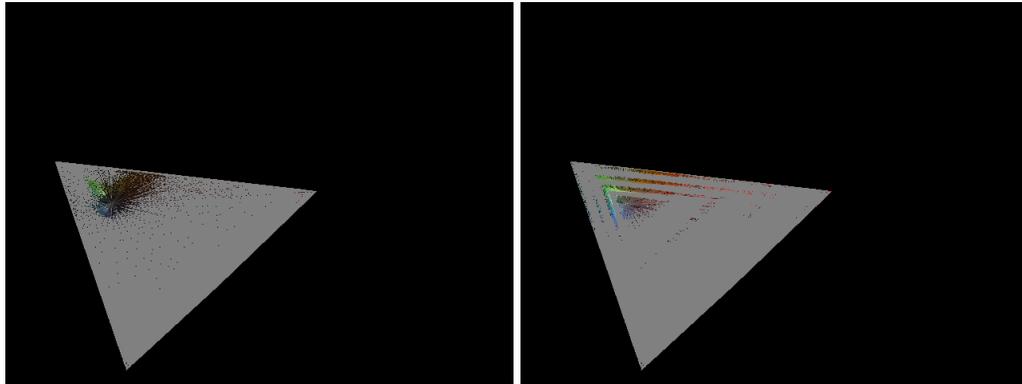
(b)



(c)

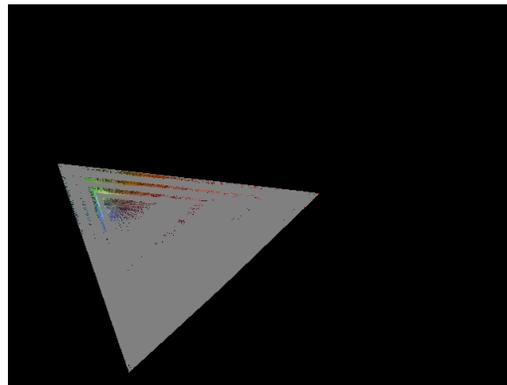
(d)

**Figura 5. 14. (a) Imagen original, (b) Tres-escalas del algoritmo de contraste multiescala racionales 1.0, (c) Tres-escalas del algoritmo de contraste multiescala racional con criterio 1.125, (d) Multiescala Retinex**



(a)

(b)



(c)

**Figura 5. 15. (a)-(c) Coordenadas Cromáticas de las imágenes de las Figuras 14 (a) - (c), respectivamente**

### **5.1.10. Discusión**

En este trabajo, se propone un método del contraste multiescala basado en un criterio visual humano. Los resultados mostraron que la caracterización del comportamiento de la percepción del contraste por medio de la ley de Weber es un concepto muy atractivo y útil. Este tipo de criterio permite la construcción de nuevos mapeos de contraste. Además, los algoritmos multiescala propuestos en el presente trabajo no solamente permiten mejorar la imagen, sino también pueden ser utilizados como herramientas de pre-procesamiento para segmentar imágenes. Finalmente, se propuso en lugar de utilizar Gaussianas, un método derivado de la teoría Retinex. Sin embargo, como en el caso Retinex, una familia de aperturas por reconstrucción fue utilizada. La ley de Weber es también utilizada para construir operadores, pero no es utilizada como criterio para selección de primitivas, sino como constructor de operadores morfológicos racionales. Este último método permite contrastar imágenes que contienen un rango amplio de niveles de brillantez. En ambos métodos, la aplicación de operadores del contraste en escalas menos finas, no solamente introduce un contraste bien definido a diferentes escalas, sino también incrementa el contraste a escalas menos finas.

## **5.2. APLICACIÓN DEL RECONOCIMIENTO BIOMETRICO DE HUELLA DACTILARES**

### **5.2.1. Prefacio**

Hoy en día, las automatizaciones son inevitables y necesarias. Las automatizaciones tradicionales son usadas para controlar el acceso de personal y se basan principalmente en sistemas magnéticos, códigos de barras, o una combinación de ellos. En general los sistemas de seguridad involucran el uso de tarjetas magnéticas, las cuales debe ser llevadas físicamente, corriéndose el riesgo de poder ser robadas, olvidadas, o pérdidas, etc. Por lo que entonces las tarjetas de seguridad son muy vulnerables. Los sistemas biométricos son una mejor solución, Daley et al. (1994). Existen una gran variedad de sistemas biométricos que son usados para diferentes aplicaciones. Las tecnologías biométricas más usadas son: huellas digitales, geometría de la mano, caras, diseños del iris, retina, voz y firma, Boker S. (1994).

Hay varias situaciones en las que los colores son importantes; el punto principal es que los colores pueden ser vistos por los seres humanos y cada color da un tipo diferente de información; es decir, si el color de una imagen se omite, las características de identificación también pueden ser omitidas. El propósito de capturar y preprocesamiento de las imágenes de huellas digitales a colores permite separar las características del fondo plano (background) y del primer plano (foreground), de esta manera la imagen de la huella tendrá información relevante, Allende D. G (1993). El rendimiento de un AFIS frecuentemente es afectado por diversos factores de calidad de la imagen de huella digital, Alonso-Fernández et al. (2005), tales como perdida de información por el color de piel y las condiciones de la piel (por ejemplo. sequedad, humedad, suciedad, cortes temporales o permanentes y cardenales, las manchas en piel), etc. Una imagen de la calidad pobre produce reducción de características y bajo nivel del rendimiento del sistema total. En esta propuesta se recomienda capturar las huellas digitales a color para mejorar el AFIS (I-AFIS). Esta propuesta no deja fuera la opción de imágenes en niveles de grises.

Una huella digital es la representación morfológica superficial de la epidermis de los dedos, la cual se forma en sexto mes del período fetal, permaneciendo invariable durante la vida de la persona, a menos que sufren un accidente, un corte o quemadura. La impresión de la huella digital es la reproducción de la forma de la huella digital en una superficie plana, almacenada en formato analógico en papel o en formato digital en un archivo. En las huellas digitales, las crestas del papilares son estimada como las líneas más oscuras; mientras que en los valles inter-papilares las líneas son más claras. Las huellas digitales poseen un conjunto de líneas que se observan como líneas paralelas; sin embargo, estas líneas se interceptadas y en ocasiones terminan abruptamente. Los puntos de estas terminaciones o bifurcaciones son técnicamente conocidos como minucias (bifurcaciones).

Los típicos sistemas de reconocimiento de huella digital automáticos: el sistema de comprobación de huella digital automático (AFVS, que incluye un inicio de sesión y la huella digital) y el sistema de identificación de huella digital automático (AFIS, que incluyen sólo la huella digital), Ashbourn (2002). En esta propuesta es una aproximación de AFIS. Este tipo de sistemas forman parte de una gran familia de sistemas biométricos, pero es único por sus propias características.

Algunos de los sistemas que se han propuestos son el de Hitchcock, el cual propuso un sistema de binarización dinámico el cual no rindió suficientes resultados, Edba L. F (1997). Ratha llevó a cabo el reconocimiento de huella digital basado en minucias considerando: posición, orientación y tipos de la huella digital, pero desgraciadamente, cuando las imágenes presentan ruido o tiene un grado mínimo de rotación no logran resultados favorables, esto es debido a que la eliminación del ruido se realiza con el método de postprocesamiento, Neumann et al. (2007). Estos trabajos, como otros que han surgido, son diferentes a esta propuesta. Numann hace una comparación (emparejando) de minucias considerando la posición, tipo y orientación de toda la huella, Edba L. F. (1997). Lo cual es no factible porque una simple comparación no es una mejor solución. Por otro lado, Drahanský (2005), consideraron el reconocimiento de las minucias por distancia formando un diseño, pero también tienen en cuenta más que tres minucias que hace el sistema más lento, Yilong (2004). La diferencia de la propuesta de este sistema es que brinda una metodología propia con una alternativa eficaz.

El objetivo es presentar un I-AFIS que permite capturar las huellas digitales y compararlas con las huellas digitales almacenadas en la base de datos, para después tener el acceso e información personal. La comparación de la huella digital es determinada por medio de un diseño biométrico de las distancias Euclidianas entre la triangulación de tres minucias, considerando posición y tipo. Este I-AFIS también se considera encriptar una llave de acceso a por medio de cada canal de color del HCL correspondiente a la piel de cada persona. La idea es brindar un sistema económico, práctico y adaptable a diferentes necesidades de identificación de personas.

### **5.2.2. Materiales y Métodos**

Las imágenes se capturaron con una resolución de 300 x 300 píxeles a 500 pp. Las imágenes fueron analizadas tanto en color y como en gris. Se consideraron cincuenta huellas digitales para crear la base de datos de diferentes estudiantes de la Universidad Autónoma de Querétaro en el 2007; de estas cincuenta, veinte fueron seleccionados para realizar pruebas al azar y tres de ellas se presentan aquí, las cuales se estudiaron minuciosamente. Estas huellas digitales se analizaron en situaciones diferentes de posición y tipo, para obtener los resultados del sistema. Las pruebas se realizaron en un AMD Turión 64 el Procesador Móvil ML-34, con 1024 Mb de memoria. El software de desarrollo fue Delphi versión 5.0.

### **5.2.3. Captura y pre-procesamiento de imagen de la huella digital a color**

Los algoritmos de la transformación de color preparan a la imagen separando características del fondo (background) la zona de interés (foreground). Al usar el color de la huella características invisibles al ojo humano pueden ser distinguidas. Cuando se incorpora en el procesamiento de imágenes el color, el tratamiento de las imágenes es vuelve más complejo, no solamente por los detalles que hay que guardar, sino también porque existen una gran variedad de espacios color a usar.

El primer paso es la capturar de la huella digital para lo cual se utiliza un escáner. Normalmente se obtienen huellas digitales en formato RGB. Sin embargo, el RGB no es muy adecuado para el procesamiento de imágenes por qué no presenta una uniformidad de colores, ni pre-ve una interpretación visual humana. Una representación polar con matiz, saturación y luminancia puede solucionar estos problemas. El HSL es una de las más populares representaciones polares (entre otros están HSI, HSV), Angulo J. (2005). Desafortunadamente estos sistemas fueron desarrollados para aplicaciones gráficas de computadoras, Hanbury y Serra (2005). Uno de los espacios que consideran la percepción visual humana es el espacio de HCL (Matiz, Cromo, Luminancia), y el cual se selecciono en esta propuesta. La parte cromática de este espacio mezclada al Rojo y Verde (R-G), al Verde y Azul (G-B) y al Azul y Rojo (B-R), esto otras muchas cosas más proporcionan mejor uniformidad de colores (ver Figura 4.43), Sarifuddin y Missaoui (2005).

La transformación de coordenadas RGB a matiz, saturación y luminancia es descrito por Levkowitz y Gabor (1993).

El segundo paso es la separación del background del foreground. Debido a que las características de la huella digital se encuentran en el foreground es necesario eliminar al background, para entonces determinar el color de la piel de la huella digital. El foreground es almacenada para analizar cualquier detalle cuando se requerida. La transformación de RGB a HCL tiene su propia formula dependiendo de la mezcla de la parte cromática R-G, G-B o B-R, Sarifuddin y Missaoui (2005). Con la fórmula de transformación del RGB al HCL y otra fórmula que se aplica el promedio de los canales (HCL) del tono de piel se realiza en el encriptamiento de las tres llaves. Si la imagen es en gris el encriptamiento es omitido y se lleva a cabo la triangulación de las tres minucias.

El tercer paso es: (1) Pre-procesar de la imagen dónde se aplican el mejoramiento de contraste, Espino-Gudiño et al. (2007). (2) Igualación de la imagen, González R. C. y Woods R. E. (3) Máximos, Castleman K. R (1996) (4) La imagen en gris, Pérez A. et al. (2005). El propósito principal de este paso es mejorar la apariencia visual de la imagen.

#### 5.2.4. Procesos para obtener el diseño biométrico

El primer paso es filtra a la imagen. Este proceso consiste en eliminar zonas confusas (llamadas ruido). El propósito es obtener información mínima con zonas de la fiabilidad máxima. Para tal efecto, la transformada de Fourier es usando por medio de la ecuación (1 y 2). En este proceso la imagen se transforma a una imagen cuadrada de 256 x 256 pixeles, González y Woods (2002) y Castleman (1996).

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \exp[-i2\pi(ux + vy)/N] \quad (5.26)$$

*for*  $u, v = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Donde  $F(u,v)$  es la transformación de Fourier.

$$f(x,y) = \frac{1}{N^2} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) \exp[i2\pi(ux + vy)/N] \quad (5.27)$$

*For*  $x, y = 0, 1, 2, \dots, N-1$

$f(x,y)$  es la imagen original.

Después, se usa Norbet Wiener, como pasa altas y pasa bajas para mejorar la apariencia de la imagen, González y Woods (2002), Domínguez J. A. (1995) y Baxes (1994).

El segundo paso de este proceso es el binarización, para lo cual se utiliza la ecuación (5.43) dónde la imagen original se transforma a dos colores (negro y blanco), Serrat J. (2000).

$$g(x,y) = \begin{cases} 255 & \text{si } |\Delta f_{ij}| > 0; \text{ is crest} \\ 0 & \text{si } |\Delta f_{ij}| < 0; \text{ is valley} \end{cases} \quad (5.28)$$

El tercer paso es el adelgazar las crestas hasta obtener el ancho de un pixel. El algoritmo que se usa para adelgazar las crestas es basado en el algoritmo de adelgazamiento rápido por caracteres, Edba L. F. (1997). La aplicación de este algoritmo requiere de una imagen binaria, dónde las crestas son representadas por un color y el resto por otro. El algoritmo es aplicado básicamente en dos partes: La primero parte, es analizar los pixeles de la imagen como candidatos a ser eliminados. La segunda parte es eliminar los pixeles, de

tal forma que no rompan la continuidad de la cresta; en general, los píxeles que pertenecen a los bordes son seleccionados. Este algoritmo se repite hasta obtener la identidad.

El cuarto paso es el aplanamiento de crestas. En este paso, una comparación de la última imagen filtrada y la imagen capturada, se realiza para identificar con precisión a las crestas reales y eliminar imperfecciones, Cárdenas G. y Kemper G. (2002).

El quinto paso es el extracto de minucias. Finalmente, los puntos típicos que constituyen el diseño biométrico de la huella digital son extraídos, determinando si cada píxel de la imagen adelgazada pertenece a una cresta (esto se corrobora con respecto a la huella original), verificando así si pertenece a una bifurcación. Los tipos de minucias de la huella digital son determinados de acuerdo a la Tabla 5.1, Lin Hong y Anil K. (1999). En una huella dactilar es común para encontrar entre 70 y 100 minucias, suficientes para determinar la individualidad de cada individuo, Ashbourn J. (2002).

A pesar de la variedad de la minucia, los más importantes son las crestas y las bifurcaciones. Las crestas representan 60.6% de la huella digital y las bifurcaciones 17.9%, Andrew K. et al. (1990). Además, algunas otras minucias típicas pueden expresarse en estos dos términos. Las minucias pueden ser clasificadas en cinco tipos (ver Tabla 5.1).

**Tabla 5.1. Tipos de minucias**

<p><b>1.- Islote:</b> Es una pequeña cresta que no debe de exceder de una extensión de cinco veces el grosor de una cresta (2 ½ milímetro).</p>	
<p><b>2.- Cortada:</b> Es una cresta que nace en uno de los lados y no termina su carrera.</p>	
<p><b>3.- Bifurcación:</b> Es una cresta que se divide en dos ramas, adoptando las dos ramas que se abren en forma arqueada.</p>	
<p><b>4.- Horquilla:</b> Es una cresta que se abre en dos ramas, dando lugar a la formación de un ángulo.</p>	
<p><b>5.- Encierro:</b> Se forma por una cresta que se bifurca y que después se encierra, dando lugar a la formación de una elipse o de un círculo.</p>	

El sexto paso es la comparación del modelo que es basado en los primeros resultados del modelo biométricos, Rodríguez-Hernández V. (1998). Cuando la imagen se captura en color, el área de ruido (sequedad, cortes temporales o permanentes, manchas en piel, el etc.) se omite para coincidir con la huella digital capturada y almacenada en la base de datos. El encriptamiento de la huella se usa como clave para encontrar y verificar rápidamente en la base de datos la identidad de la persona. El modelo biométrico es formado por las distancias de Euclidiana obtenido de tres minutas que forman una triangulación. La distancia Euclidiana del triángulo es hecha usando la ecuación (5.46), Allende D. G. (1993). La triangulación se compara con la triangulación almacenada de la huella de la base de datos. Y si la triangulación se empareja, entonces la huella digital si pertenece a la misma persona registrada en la base de datos. Con estos dos modelos biométricos, el sistema da un índice de similitud. Los valores de similitud pueden estar entre 0% (ningún parecido) y 100% (las huellas son idénticas). Es decir, el sistema compara el modelo biométrico de la huella digital original con las huellas digitales similares de encriptamiento, para determinar entonces la certeza de la identidad de la persona y la huella. El objetivo es determinado si la identidad declarada es real o no.

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (5.29)$$

Where  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  are the bifurcations coordenates

## 5.2.5. Resultados experimentales

### 5.2.5.1. Operación del AFIS

Para la operación del sistema, hay dos fases: a) Fase de inscripción, donde el sistema registra y almacenan a nuevas huellas de personas autorizadas a usar e identifica, b) Fase de identificación, se toma la huella dactilar de cada persona que desea acceder y se realiza la búsqueda de comparación con el modelo biométrico correspondiente almacenado en la base de datos. Este AFIS y la llave encriptada forman el I-AFIS. La Figura 5.16 muestra la arquitectura del AFIS: Fase de la inscripción, Base de datos, Fase de Identificación y el resultado, Ashbourn J. (2002).

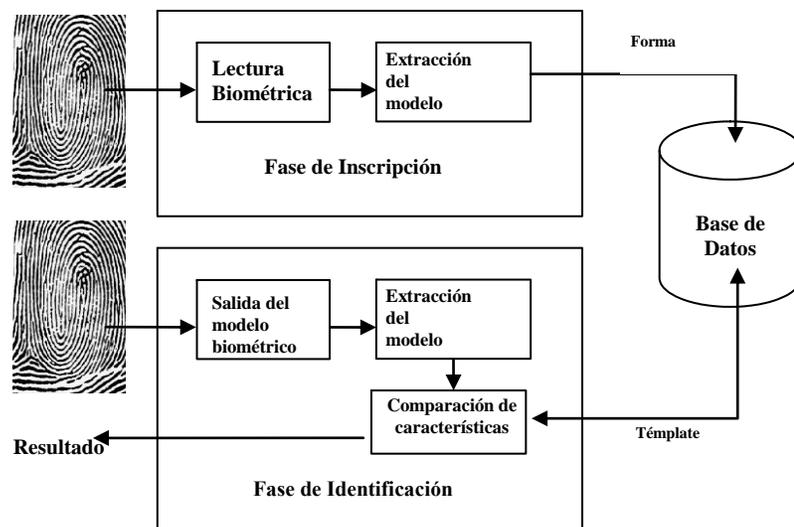


Figura 5. 16. Arquitectura del Sistema de Identificación de Huellas Dactilares Automáticas

### 5.2.5.2. Caso de estudio de la imagen a color

Para las pruebas de ejecución se tomo un ejemplo de tres imágenes digitales seleccionadas de la base de datos, la cual es mostrada en orden a verificar la validez de esta metodología.

El primer paso es encenstras la llave de encriptamiento. Esta llave se determina por el color de piel (ver Figura 5.17).



(a) Imagen original



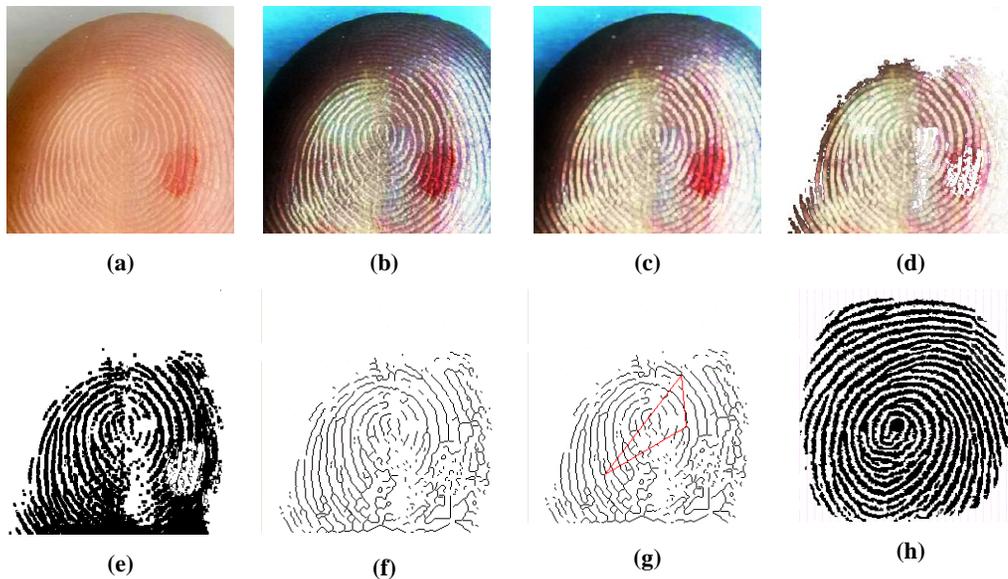
(b) Foreground de la imagen. Color de la piel:

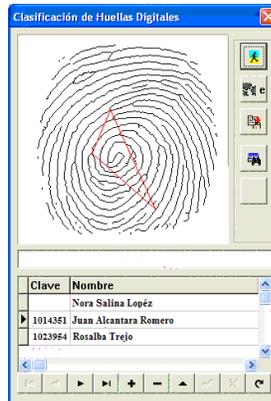
$H=203/2, C=86/2, L=102/2$

(Clave encriptada 101043051)

Figura 5. 17. Encriptamiento de la llave

Figure 5.18 muestra los pasos del caso de estudio de la imagen a color, (a) muestra el mejoramiento de contraste a la imagen original (Figure 5.17 (a)), (b) muestra la igualación del histograma de la imagen, en (c) realiza el primer mejoramiento de bordes por medio de extracción de máximos, (d) muestra la extracción del foreground para calcular el promedio del color de la piel, (e) ilustra la binarización de la imagen, (esta se realiza una vez que se ha reducido el ruido y se han determinado bordes), (f), muestra el adelgazamiento de crestas del un ancho del pixel, y (g) muestra la triangulación gráfica de las tres bifurcaciones opuestas, con el objetivo de encontrar sus distancias para comparar este triángulo con el del modelo biométrico (estas dos huellas tienen un tipo orientación diferente), (h) Finalmente muestra a la huella digital de la base de datos la cual fue comparada con el modelo biométrico, obtenido en (g). (j) encuentra a la persona a identificar, la cual es poseedora de la huella que se extrajo la triangulación (Ver Tabla 5.2 de Similitud Estadística, C 18° para este caso).





(i)

Figura 5. 18. Caso de estudio de la imagen a color

(a) Histograma de Igualación de contraste, (b) Igualación de histograma, (c) Detección de Máximos, (d) Imagen de primer plano, (e) Binarización, (f) Adelgazando, (g) La triangulación gráfica para formar el diseño biométrico, (h) La huella digital de la base de datos, (i) La concordancia del color de piel y el diseño biométrico.

### 5.2.5.3. Caso de estudio de la imagen en niveles de grises

Ahora se ejemplificara el caso de imágenes en niveles de grises, encontrando la similitud estadística por medio del modelo biométrico. Este estudio se realizó considerando tres orientaciones diferentes:  $-20^\circ$ ,  $0^\circ$  y  $+20^\circ$  aproximadamente (ver Figura 5.19). La Tabla 5.2 muestra los detalles de los resultados obtenidos.

Tabla 5.2. Similitud Estadística

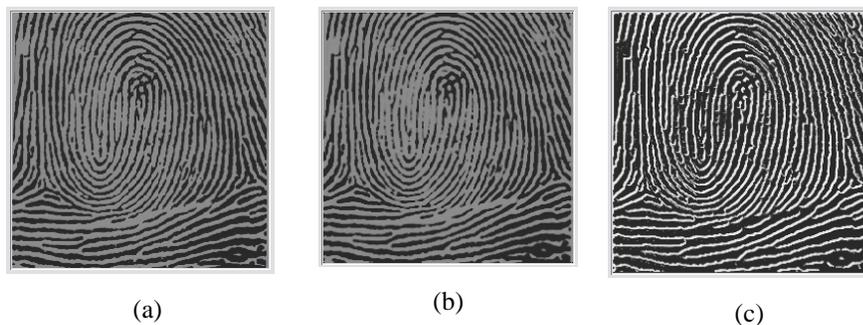
Casos	H_E	d1	d2	d3	H_BD	d'1	d'2	d'3	E1	E2	E3	Similitud Estadística
<b>Grises</b>												
<b>-20°</b>	1096	18	21	29	1096	18	21	29	0	0	0	100%
<b>0°</b>	1096	18	21	29	1096	18	21	29	0	0	0	100%
<b>+20°</b>	1096	18	20	28	1096	18	21	29	0	1	1	97.14%
<b>-20°</b>	1121	34	49	61	1121	34	51	61	0	2	0	98.64%
<b>0°</b>	1121	34	51	61	1121	34	51	61	0	0	0	100%
<b>+20°</b>	1121	35	50	61	1121	34	51	61	1	1	0	98.04%
<b>Color</b>												
<b>+18</b>		34	51	61	1121	33	51	62	1	0	0	98.04%

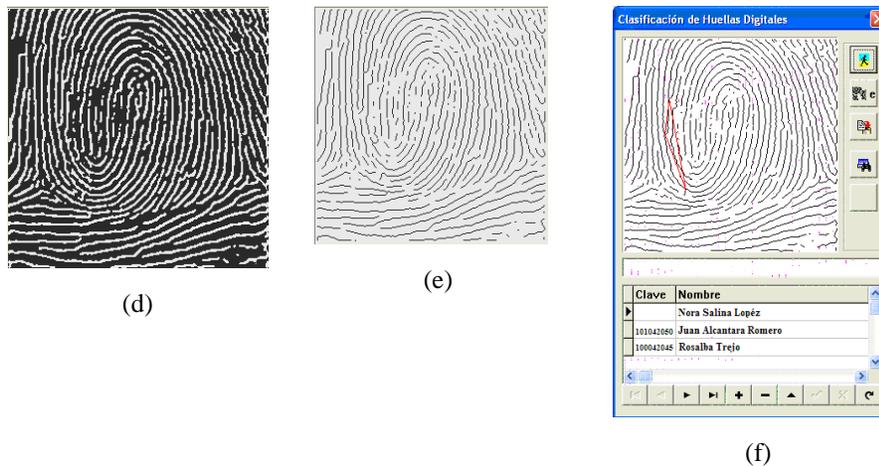
$d1$ ,  $d2$ , y  $d3$  son las distancias Euclidianas (considerando pixeles) del modelo biométrico de la huella digital a ser reconocida. De la misma manera, el  $d1$ ,  $d2$  y  $d3$  son distancias de Euclidianas del modelo biométrico de la huella de la base de datos.  $E1=d1 - d1$ ,  $E2=d2 - d2$ ,  $E2=d2 - d2$ .  $H_E$  son las huellas de entrada y  $H_{BD}$  son las de la base de datos de las huellas digitales.  $C+18^\circ$  es la huella digital a color. . Finalmente, la similitud estadística es el grado de comparación entre ambos modelos.



**Figura 5. 19. Tres posiciones de la huella digital**  
**(a) Huella digital a  $-20^\circ$ , (b) Huella digital en  $0^\circ$ , Huella digital a  $+20^\circ$**

La Figure 5.19 muestra los pasos del caso de la imagen en niveles de grises, (a) muestra la huella digital original, (b) presenta la reducción del ruido llevada a cabo por medio del filtro pasa bajas (aplicado a (a) a través procesamiento frecuencia), (c) muestra el mejoramiento de bordes llevado a cabo aplicando la gradiente unidireccional de (a), (d) muestra la binarización llevada a cabo con el criterio de magnitud de gradiente unidireccional, (e) presenta el adelgazamiento de crestas del ancho de un pixel. Finalmente, (f) ilustra la triangulación gráfica de las tres bifurcaciones opuestas con el objetivo de encontrar las distancias Euclidianas con respecto al modelo biométrico de la base de datos.





**Figura 5. 20. Caso de estudio de la imagen en niveles de grises**  
**(a) Imagen Original, (b) Reducción de radio, (c) Mejoramiento de bordes, (d) Binarización,**  
**(e)Adelgazamiento, (f) Triangulación del modelo biométrico**

#### 5.2.5.4. Discusiones y resultados

Cada técnica biométrica tiene fuerzas y debilidades. La selección de uno de ellas depende de la necesidad que se buscan cumplir en la aplicación. Las huellas digitales poseen uno de los niveles más altos de fiabilidad, por lo que es una de las formas más usadas para identificar personal. Por esta razón cada día se está investigando en mejorar los AFIS. Esta investigación busca colaborar en ideas y mejoras a los AFIS, I-AFIS. Este I-AFIS tiene la posibilidad de adaptarse a un gran número de aplicaciones. Esto es debido a que este sistema presenta características como las siguientes: Universalidad, todas las personas tienen huellas dactilares. Singularidad, no hay ninguna dos personas con una similitud estadística de triangulación de bifurcaciones. Permanencia, estas características no cambian con tiempo. Cuantificación, las huellas digitales admiten las medidas cuantitativas. Entonces, puede decirse que las huellas digitales son casi imposibles alterar (incluso son diferentes en gemelos idénticos), Ashbourn J. (2002) y permanecen inalterados durante toda la vida (incluso con heridas pequeñas). Además, El sistema propuesto es original y puede usarse para identificar o verificar a las personas de manera óptima, debido a que es flexible y puede adaptarse al contexto de varias aplicaciones. Además, cuenta con un método simple para identificar huella dactilares, basado en el cálculo de sólo tres minucias (bifurcaciones). Estas minucias se encuentran, por preferencia, cerca del núcleo de la huella digital y son las que forman la triangulación del modelo biométrico de acuerdo a la distancias de Euclidiana.

Además, las características del color de la huella digital capturada generan información adicional. Esta información adicional (diferente para cada persona) permite crear una llave encriptada para obtener un acceso rápido a la huella digital de la base de datos. Es resaltar que dos de importantes problemas principales que se tienen en la identificación con huellas digitales fueron resueltos por esta metodología, estos son:

- (1) Encontrar una manera adecuada para la binarización de la imagen a color a en niveles de grises.
- (2) La triangulación del modelo biométrico logró resolver problemas de diferentes posiciones, tipos y situaciones de las huellas digitales.

Los resultados obtenidos con similitud estadística fueron satisfactorios, desde que los resultados de las pruebas arrojaron una tasa de aceptación (FA) del 0%, y una tasa de rechazo (FR) del 99%, y la tasa de éxito global (TE) es de:

$$TE = 100\% - (FA + FR)\% = 100\% - (0 + 99)\% = 99\% \quad (5.30)$$

### 5.3. CAMBIOS DE COLOR PARA EL ESQUEMA DE QUATERNIONS

#### 5.3.1. Prefacio

En nuestro universo todo se encuentra formado por partículas, y tal es el caso de los monitores de las computadoras que están formados por píxeles. La representación de píxeles por medio de Quaternions es con la idea de aplicar procesamiento a imágenes a color. Los Quaternions también referidos como números hipercomplejos<sup>3</sup>, son una extensión de números complejos desde 2D a 4D.

Las investigaciones sobre nuevos esquemas de color son de gran relevancia hoy en día, debido a que existen innumerables aplicaciones de imágenes a color. Esto es debido principalmente a la visión humana. En una imagen los tonos, formas, estructuras reflejas

---

<sup>3</sup> Estrictamente; el termino *hypercomplex number* se refiere a más casos generales de n componentes;  $n \geq 2$ , así que, mientras Quaternions son hipercomplejos, no todos los numeros hipercomplejos son Quaternions (S.J. Sangwine, 1998).

diferente información, por lo que si se omiten esta información, se omitirán información de la imagen, Espino-Gudiño M. C. (2007).

El sistema visual humano se concentra en cambios de color, límites o fronteras, ignorando regiones uniformes. Con miras a resolver problemas de tonalidades y de procesamiento los investigadores estudian diferentes esquemas. En este resultado se presenta una nueva método muy prometedor para procesamiento de color en imágenes de bajo contraste, que se basado en preliminares trabajos, Rodríguez-Hernández V. (1998), Sanguina S. J. (1998), Caí C. y Mitra S.K. (2000), Lucchese L. Y Mitra S. K. (2000), Sangwine S. J. y Ell T.A. (2000), Koschan A. y Abidi M. (2005) y Denis P. et al. (2007).

Si se analiza uno de los métodos más usados para medir la uniformidad de los colores se encuentra la Distancia Euclidiana, la cual desafortunadamente no es siempre un buen examinador de diferencia de color, por ejemplo en los espacios polares donde la distancia es basada en ángulos.

El método de diferencia de color que se presenta realiza la comparación de colores sin problemas ya que considera:

- (1) La luz del color, la saturación y la alineación del tono con respecto a la línea de grises.
- (2) Usa el orden parcia para valores del color.
- (3) Considera al umbral de acuerdo al tipo de imagen.

El objetivo de presentar este resultado es dar una nueva opción de aplicar los Quaternions y gradientes tomando en cuenta los términos saturación, intensidad y tonalidad para procesar las imágenes a color. La meta principal es detectar cambios de color siguiendo la uniformidad de los mismos. Es decir, detectar diferencias significativas que puedan ser identificados con fronteras por medio de trasformaciones no lineales y los detectores de gradientes como son Prewitt y Sobel; Koschan A. y Abidi M., (2005).

### 5.3.2. Simbología a utilizar

Un número Quaternion es usualmente representado por la forma, Hamilton W.R. (1866):

$$q = a + b_i + c_j + d_k \quad (5.31)$$

$$\text{Donde } a, b, c, d \in \mathfrak{R} \text{ y } H = \{q \in H \mid q = a + b_i + c_j + d_k\} \text{ es el Conjunto Quaternion} \quad (5.32)$$

Si la parte escalar y vectorial de  $q$  son  $Sq$  y  $Vq$  respectivamente, entonces:

$$Sq = a$$

$$Vq = b_i + c_j + d_k; a, b, c, d \in \mathfrak{R}$$

$$\text{Así: } q = Sq + Vq.$$

$i, j$  y  $k$  son operadores complejos que siguen las reglas de la ecuación 4.40.

El producto de dos Quaternions  $q_1$  y  $q_2$  son no conmutativos a menos que  $Vq_1$  sea paralelo a  $Vq_2$  o si uno de los  $q_1, q_2$  tiene parte vectorial cero, Ward J. P. (1997). Estrictamente, La convolución de Quaternions es no conmutativa. Esto significa que la linealidad puede ser aplicada en una sola dirección. Sin embargo la convolución de dos señales Quaternions no puede ser calculada por el producto de su correspondiente transformación Fourier en la frecuencia del dominio, Pei S.C. (2003).

$$|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \quad (5.34)$$

Donde  $|q|$  es el modulo o norma de un Quaternion.

$$q^* = Sq - Vq \text{ es el conjugado} \quad (5.35)$$

$$\text{Si } q \neq 0, \text{ entonces } q^{-1} = \frac{q^*}{|q|^2} \text{ es el inverso} \quad (5.36)$$

Si  $a = 0$ , entonces  $q$  es pure Quaternion

$$P = \{q \in H \mid q = Vq\} \text{ es el Conjunto de Pure Quaternion} \quad (5.37)$$

$$U = \{q \in H \mid |q| = 1\} \text{ es el Conjunto Unitario del Quaternion} \quad (5.38)$$

Por definición, un Quaternion con una unidad de modulo es llamado Quaternion unitario.

La asociación del ángulo  $\theta$  con el Quaternion  $q$  es:

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{a}{|q|} \\ \sin \theta &= \frac{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}{|q|}\end{aligned}\tag{5.39}$$

Considerando  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ , de acuerdo a la formula de Euler, entonces puede ser representado por la forma polar:

$$\begin{aligned}e^{\mu\theta} &= (\cos \theta + \mu \sin \theta), \quad 0 \leq \theta \leq \pi \\ q &= |q|e^{\mu\theta} \text{ Forma Polar}\end{aligned}\tag{5.40}$$

Donde  $\mu$  es una unidad de Quaternion puro,  $\mu$  y  $\phi$ , son eigenaxis (axis) and eigenangle (faces) respectivamente. El valor de  $\mu$  identifica la dirección de un vector de 3D, Sangwine S.J. y Ell T.A. (2000).

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}(b_i + c_j + d_k) \quad \mu^2 = -1\tag{5.41}$$

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1} \frac{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}{a}, & \text{if } a \neq 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{otherwise} \end{cases}\tag{5.42}$$

Los pasos de la metodología de Quaternions son descritos en la siguiente sección:

### 5.3.3. Método

**Paso 1.** Representación del pixel de la imagen color con Quaternion. Una imagen color RGB puede ser representada usando Quaternions codificando los canales por medio del Quaternion Puro, Cai C. y Mitra S.K. (2000) (ver Figura 5.21). Tal que la función de la imagen  $A$  es dado por:

$$A_{m,n} = R_{m,n}i + G_{m,n}j + B_{m,n}k\tag{5.43}$$

Donde  $R_{m,n}, G_{m,n}, B_{m,n} \in \{0,1,\dots,255\}$  son componentes rojo, verde y azul.

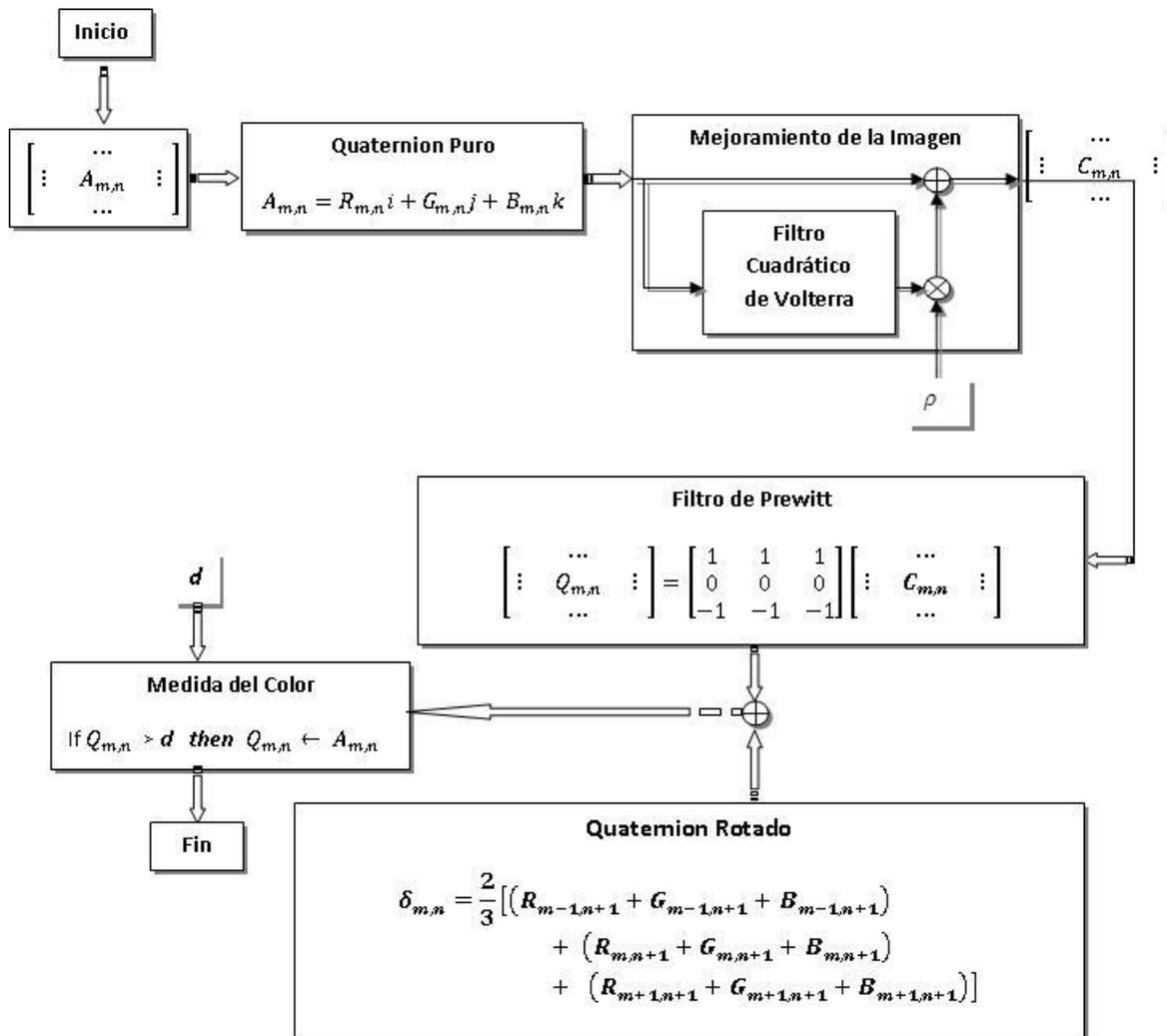


Figura 5. 21. Diagrama de Bloques para determinar diferencia de colores

**Paso 2.** Mejoramiento de la imagen y filtrado de realce de contornos. Para mejorar las imágenes es necesario considera el sistema de visión humano, el cual se concentra principalmente sobre los arcos e ignora las regiones uniformes.

Es importante considerar el sistema de visión humana. Esto es intrínseco en nuestra retina. Conectados directamente los conos y los bastones en la retina se tienen dos capas de procesamiento que ejecutan una operación muy similar a la máscara borrosa, Russ J.C. (2000). Por ejemplo, en la estructura de la Figura 5.23 la imagen de entrada  $A$  es mejorada

a través del mejoramiento de la imagen extrayendo bordes y características (por medio de quadratic Volterra filter), Mitra S. K. (2001), el cual es descrito como:

$$\begin{aligned}
C_{m,n} = & 3A_{m,n}^2 - \frac{1}{2}A_{m+1,n+1}A_{m-1,n-1} \\
& - \frac{1}{2}A_{m+1,n-1}A_{m-1,n+1} \\
& - A_{m+1,n}A_{m-1,n} \\
& - A_{m,n+1}A_{m,n-1}
\end{aligned} \tag{5.43}$$

La salida dependerá de un factor escala que contiene un factor apropiado  $\rho$  que se aplica a la imagen original, Thurnofer S. y Mitra S. K. (1996). El método es efectivo para imágenes de bajo contraste. De acuerdo a la ley de Weber, la diferencia entre brillos es proporcional al porcentaje de intensidad de los pixeles que rodean a otro pixel. En otras palabras el sistema de visión humana distingue detalle más fácilmente en regiones oscuras, donde la porción de brillo genera los detalles.

**Paso 3.** Procesamiento de imágenes con Quaternions. La magnitud de un puro Quaternion se tomará para medir la distancia entre los colores y la rotación que realice el Quaternion. La medida de la distancia estará relacionada tanto con la saturación como con la intensidad. Un vector de espacio 3D es representado por la Unidad de un Quaternion Puro  $\mu$ . Donde  $\theta = \frac{\pi}{2}$  y  $U = e^{\mu\theta} = \mu = \frac{(i+j+k)}{\sqrt{3}}$ .

Por lo tanto  $\mu$  denota a un eje del vector de los grises en el espacio RGB donde  $R=G=B$ , llamado área acromática.  $UCU^*$  denota la rotación de 3D de un vector  $C$  con un ángulo de  $2\theta$  a través del vector gris. El color  $C$  y  $UCU^*$  se posicionan opuestamente a igual distancia del eje de grises uno del otro. El pixel resultante  $C+UCU^*$  se reclina sobre el vector de grises, Lianghai J. y Dehua L. (2007), Sangwine S. J. (2000), Cai y Mitra S.K. (2000). Para dos colores  $C_1 = R_1i + G_1j + B_1k$  y  $C_2 = R_2i + G_2j + B_2k$ . Considerando  $s_q = 0$  y  $\delta = \frac{2}{3}[R_1 + G_1 + B_1]$ , la diferencia entre  $C_1$  y  $C_2$  puede ser determinada por los Quaternions:

$$\begin{aligned}
C_2 + UC_1U^* = & [(\delta + R_2 - R_1)i + (\delta + G_2 - G_1)j + (\delta + B_2 - B_1)k] \\
\text{o} &
\end{aligned} \tag{5.44}$$

$$C_2 + UC_1U^* = \delta + \nabla C$$

Donde  $\nabla C = C_2 - C_1$  denota el gradiente.

**Remarca 1.** Si  $C_1$  y  $C_2$  tiene pequeños cambios o el mismo valor,  $C_2 + UC_1U^*$  reclina cerca del vector de los grises. Y, si la diferencia es mucha,  $C_2 + UC_1U^*$  reclina lejos de el vector de los grises  $\mu$  (ver Figura 5.22), Lianghai Jin y Dehua Li. (2007).

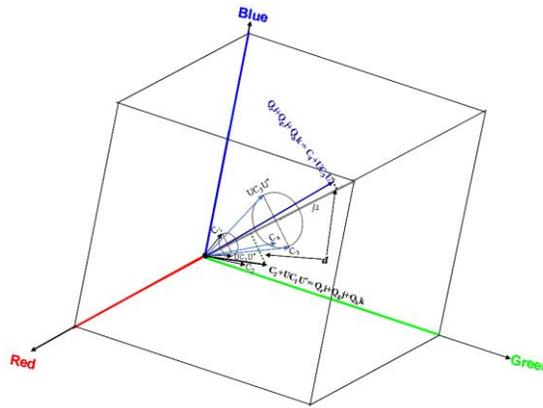


Figura 5. 22. Diferencia de color d con el Quaternion rotado en un ángulo de  $\pi$ .

Considerando el clásico filtro Prewitt con una máscara de 3 x 3 para bordes horizontales se tienen, Baxes G.A. (1994) y Pratt W.K. (2001):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Ahora con la representación de Prewitt en Quaternion y con el eje  $\mu$  del espacio RGB con los valores de pixeles acromáticos, Sangwine S.J. y Ell T.A. (2000):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ U & U & U \end{bmatrix} [C] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ U^* & U^* & U^* \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Ahora se presenta una manera para simplificar el trabajo de procesamiento de imágenes por medio de Quaternions. Para detectar la diferencia de colores del Quaternion rotado y el gradiente se aplica la ecuación (5.44), pertenece a cada pixel de la imagen  $[C]$ .

$$\begin{bmatrix} Q_{n,m} \end{bmatrix} = \delta_{n,m} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{n-1,m-1} & C_{n,m-1} & C_{n+1,m-1} \\ C_{n-1,m} & C_{n,m} & C_{n+1,m} \\ C_{n-1,m+1} & C_{n,m+1} & C_{n+1,m+1} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \delta_{n,m} = & \frac{2}{3}(R_{n-1,m+1} + G_{n-1,m+1} + B_{n-1,m+1}) + \frac{2}{3}(R_{n,m+1} + G_{n,m+1} + B_{n,m+1}) + \\ & + \frac{2}{3}(R_{n+1,m+1} + G_{n+1,m+1} + B_{n+1,m+1}) \end{aligned} \quad (5.46)$$

**Paso 4.** Medidas del color.

**Teorema Porcentaje-Quaternion.** El doble del promedio de los componentes color, es igual al promedio de los componentes resultantes del Quaternion.

Esto significa que la detección del pixel rotado, sobre un promedio entre dos colores y considerando la línea de grises (intensidad), saturación y tono (ver Figura 5.21).

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{Q_r + Q_g + Q_b}{3} \\ \text{Si} \\ a_2 &= \frac{Q_r^2 + Q_g^2 + Q_b^2}{3} \end{aligned}$$

Entonces, la distancia del color rotado con respecto a la línea de grises será:

$$d = \sqrt{(Q_r - a_1)^2 + (Q_g - a_1)^2 + (Q_b - a_1)^2} \quad (5.46)$$

Lo cual se simplifica usando la ecuación del Promedio del Quaternion (Esto es una idea original).

$$d = \sqrt{3(a_2 - a_1^2)} \quad (5.47)$$

Observando la diagonal de grises del cubo RGB es posible observar como puede ser determinada la distancia entre dos colores. Con la experimentación se puede afirmar que si el valor de  $d$  (distancia) entre la línea de grises y la de colores es una distancia corta  $C_2 + UC_1U^*$  o  $C_4 + UC_3U^*$ . Entonces, los cambios de color son pequeños (ver Fig. 2).

En el siguiente ejemplo la selección del umbral es valor pequeño, para obtener un filtro de color gradiente. El pixel  $C_1$  o  $C_2$  es rotado por (5.39) a través del vector de grises, entonces el punto rotado es comparado con el vector de grises por medio del umbral  $d$ , este umbral es determinado de acuerdo al tipo de imagen. Así la distancia es definida desde un color vector a un vector de grises. Una de las características para localizar colores es definida como zonas planas con específicos colores, los cuales no debe exceder el umbral. Esta generación de cambios y bordes son únicamente donde hay cambios notables. De esta manera el utilizar cambios de colores por medio de umbrales permite inspeccionar regiones y objetos dentro de una imagen o escena. Diferentes resultados pueden ser observados usando el método de la propuesta de Quaternions.

#### 5.3.4. Análisis experimental

En el experimento se utilizaron imágenes de 512 x 512 (ver Figura 5.23).

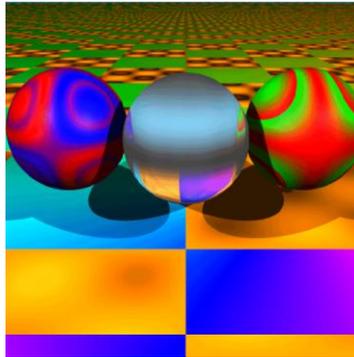


Figura 5. 23. Imagen a color original

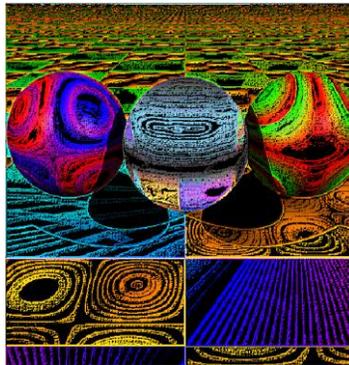


Figura 5. 24. Cambios de color por medio del método propuesto con  $\rho=0.018$

La Figura 5.24 muestra un ejemplo de cambios de color que han sido detectados usando el método propuesto. Se puede observar que los cambios de color son fáciles de detectar. El filtro Sobel Omnidireccional con Quaternions permitió mostrar bordes en todas las direcciones, Baxes G.A. (1994).

Los resultados obtenidos muestran una detección clara de los cambios de color, los cuales son resultado de una combinación de opciones como el uso del filtro Quadratic Volterra por medio del factor  $\rho$  y la medida del color, donde se considera un umbral de acuerdo al tipo de la imagen o lo que se desea observara, dicho umbral se usa con la distancia  $d$ . La función del factor  $\rho$  que estabiliza el procesamiento del filtrado del Quadratic de Volterra. La prueba estadística que se aplicó fue la de *Kolmogorov-Smirnov*, Coss, (1997), obteniendo un grado de certeza del 99% usando la diferencia de datos para cada canal rojo, verde y azul. Las áreas planas son previamente normalizadas entre 0 y 1. Se obtuvieron el rango de valores  $\rho$  de [0.015, 0.025], donde el valor óptimo obtenido fue 0.018 (Ver Figura 5.25).

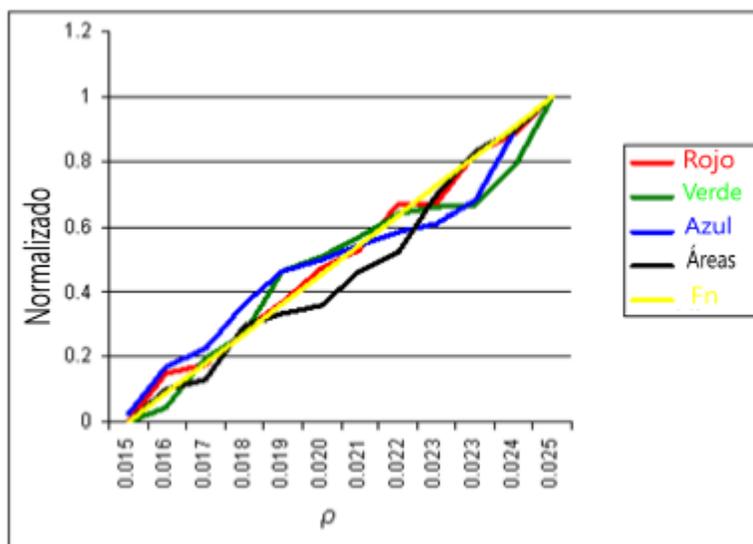


Figura 5. 25. Test con Kolmogorov-Smirnov  $\rho$

### **5.3.5. Discusión**

Con esta investigación se obtuvieron resultados satisfactorios tanto en cálculos matemáticos como en procesamiento de imágenes. Los Quaternions rotados permitieron encontrar por medio de vectores cambios de color en la imagen. La proyección de tres espacios muestra cambios de color con respecto a la línea de los grises. La propuesta de usar umbral considerando el tipo de imagen permitió localizar regiones en la imagen de acuerdo a zonas homogéneas. Dado, que se comparan canal a canal la detección de cambios de color se facilita por medio de Quaternions.

## VI. CONCLUSIONES

La presente investigación se enfocó al estudio y uso de espacios color, esto debido a que una de las problemática reales del procesamiento de imágenes color es encontrar un adecuado espacio color para una aplicación dada. Una de las primer deducciones de este estudio fue que: *La selección del espacio color siempre debe satisfacer al objetivo del procesamiento de imágenes a realizar*<sup>4</sup>. Entonces, con la finalidad de lograr el objetivo principal de esta tesis, se realizaron varios estudios de propuestas de espacios color, tales como: los espacios uniformes (Lab y Luv), los nuevos espacios color o esquemas (HCL, IHSL y Quaternions) y los perceptuales (HSL, HSI, SV, etc.). En consecuencia, e obtuvieron diferentes resultados y argumentos, como es el caso del espacio Luv donde se logran obtener los colores por medio de la noción del centro de gravedad de la mezcla aditiva de colores a través del diagrama de cromaticidad. En particular, se mostró que el espacio Luv se adapta apropiadamente al mejoramiento de imágenes a color usando operadores de contraste morfológicos cuando el criterio para la construcción de estos operadores se basa en la ley de Weber (dado que el espacio Luv se construyó en base a esta misma ley). Por otro lado, los espacios perceptuales (HSL, HSV, HSI) también fueron utilizados, encontrando que estas representaciones de color en términos de matiz, saturación e intensidad (valor o luminosidad), son más frecuentemente utilizadas en el procesamiento de imágenes, debido a que estos modelos son más intuitivos y más simples de contar, es decir no requieren información de calibración. Sin embargo, éstos presentan defectos, como la presencia de singularidades inestables y distribuciones no uniformes en sus componentes. Es decir, estos espacios, no verifican ninguna norma (L1, L2 o el mínimo o máximo de la pseudonorma). Así mismo, los espacios que verifican estas normas han mostrado un comportamiento interesante en el filtrado y segmentación de la imagen, como es el caso del espacio IHSL. Donde además la segmentaciones de imágenes resultantes son satisfactorios, como consecuencia del resultado de la unión de la información cromática y acromática previamente procesadas logran separa la información luminosa de las zonas cromaticas, consiguiendo con ello detectar zonas de interés. El espacio HCL (matiz, croma, luminosidad) es un nuevo espacio color uniforme donde se toma en cuenta el

---

<sup>4</sup> Primera aceptación de la hipótesis

comportamiento no lineal (logarítmico) de la visión humana. Para este caso, un estudio de filtrado y segmentación de imágenes fue realizado obteniendo que el espacio HCL es bien adaptado para el procesamiento de imágenes morfológicas. El proponer un nuevo esquema y el analizar varias alternativas llevó esta investigación a encontrar a los Quaternions, de los cuales se obtuvieron prometedores resultados logrando, por medio de calculos matemáticos, simplificar el procesamiento de imágenes a color, resolviendo adecuadamente el problemas de trabajar con la comparación de colore, esto fue resultado de considera un orden parcial para los colores (usando procesamiento por canal que permite usar Quaternions con RGB, HSL, etc.); además de utilizar los cambios de intesidada, saturación y matiz, de acuerdo a su alineación con el eje de los grises; por último, otra importante consideración es el uso del umbral (establecido por la cantidad de información a observar y el tipo de la imagen) que finalmente determina la existencia de cambios de color por medio de la distancia Euclidiana con resepecto al eje de los grises. El resultado de obtener Quaternions permite hacer un nueva propuesta para procesamiento de imágenes en cuatro dimensiones, tres imaginarios que son producto de nuestra vision (que pueden ser generardos con combinación de rojo, verde y azul; RGB), y una cuarto dimension que es la parte real donde se puede incluir un aspecto de la sensible humano *el tiempo*, dimension inmerso en los otros tres factores, que afecta directamente la colorimetria de todo lo observable. En resumen lo Quaternions tiene una fundamentación matemática para resolver la comparación de colores óptimamente manteniendo una aproximacion visual para el procesamiento de imágenes. Ahora bien, de manera general en las aplicaciones que se presentaron con los diversos espacios color, los resultados obtenidos fueron satisfactorios tanto para filtros morfológicos lineales como para algunos no lineales.

### ***Afirmar o Rechar la Hipótesis***

Con la investigacion y aplicaciones realizadas se conocio que: *Aunque existan una gran variedad de espacios color, no es posible determinar cuál o cuáles de ellos son los mejores para el procesamiento de imágenes. Considerado entonces, que una buena resolución a este problema es que el procesamiento de imágenes debe iniciar con una adecuada selección del espacio color, el cual se adapta de la mejor manera al problema que se desea resolver, así como también a la técnica del procesamiento de imágenes a utilizar*<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Hipótesis

Por consiguiente, al afirmar esta hipótesis, se está testificando que cada problema tiene su propia solución (*It is well known*). Además en esta temática, esta aseveración soluciona el problema de acepción de la existencia de una gran diversidad.

## VII. APÉNDICE

### 7.1. FUNDAMENTOS PERCEPTUALES DEL COLOR

#### 7.1.1. Luz de onda

Existen diferentes tipos de energía como la energía eléctrica, mecánica o luminosa, y todas ellas necesitan un medio de propagación. Por ejemplo, la energía luminosa se transporta por medio de radiaciones electromagnéticas, sin necesidad de un conductor. Las radiaciones electromagnéticas se propagan en forma de dos ondas vectoriales mutuamente acopladas y perpendiculares entre sí. Una onda para el campo eléctrico  $E$  y otra onda para el campo magnético  $B$ , tal como se puede observarse en la Figura 3.6. Según la teoría ondulatoria, la luz se propaga en forma de ondas, que viajan en el espacio libre con una velocidad constante  $c=3 \times 10^8$  metros por segundo. Las longitudes de onda que corresponden a la luz son bastante pequeñas, se usa la medida del nanómetro (nm), que mide una milmillonésima parte de un metro ( $10^{-9}$  metros). Para esta teoría se considera fuente de luz a las radiaciones electromagnéticas cuya longitud de onda varía entre los 380 nm y los 780 nm, o cuya frecuencia oscile entre los  $3,2 \times 10^{14}$  Hz y  $7,7 \times 10^{14}$  Hz, MacEvoy (2008). Como se aprecia en la Figura 3.7.

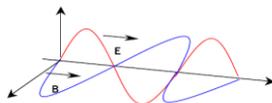


Figura 7. 1. Radiación electromagnética

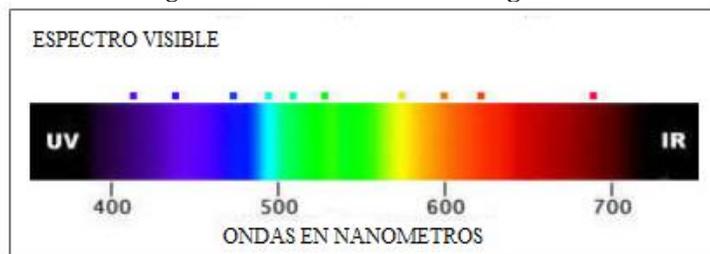


Figura 7. 2. Las ondas electromagnéticas percibidas por el ojo humano

Dado que el propio Isaac Newton mostró como la luz blanca se descompones en una serie de haces luminosos de colores diferentes a través de un prisma óptico. Newton, con este experimento, encontró al espectro de luz diurna, mediante el fenómeno conocido como dispersión de luz o dispersión cromática, cuya explicación física escapaba a su teoría

corpúscular. Mediante la teoría ondulatoria se sabe que cada color es en realidad, una onda electromagnética de frecuencia o longitud de onda determinada, y que al penetrar un prisma óptico, la luz se desvía en direcciones diferentes, debido a que el índice de refracción de este material varía con la frecuencia de la onda penetrante; con lo que el haz diurno (luz blanca) se expande de tal forma que las radiaciones monocromáticas que éste incluye pueden ser distinguidas y observadas por el ojo humano.

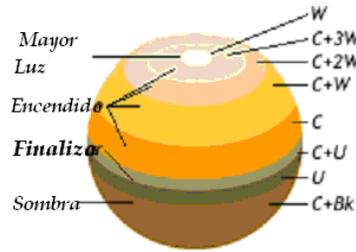
Lo que se percibe como color, es una banda de frecuencia del espectro electromagnético. Si se anexan otras bandas de frecuencia obtenemos ondas de radio o infrarrojos. La radiación infrarroja se encuentra junto a la luz roja, y la radiación ultravioleta junto a la luz violeta. En este intervalo de frecuencias, el ojo humano distingue aproximadamente unos 400,000 colores diferentes.

Lo que se designa como luz blanca es la impresión creada por el conjunto de radiaciones que son visibles por el ojo humano. Cuando se descompone la luz blanca se produce el fenómeno de colores del arco iris, al conjunto de estos, o franja continua de longitudes de onda creada por la luz descompuesta produce un espectro.

Cualquier fuente luminosa como el Sol, focos incandescentes, lámparas fluorescentes, etc., emite todas las frecuencias en el intervalo visible para producir luz blanca. Un objeto sobre el que se incide luz blanca absorbe algunas frecuencias y refleja a otras. La combinación de éstas últimas determinará el color del objeto. Por ejemplo, si se describe a un color como violeta, entonces predominan las frecuencias altas de luz reflejada; es decir, la luz tiene una frecuencia dominante o longitud de onda dominante en el extremo violeta del espectro. A la frecuencia dominante se le nombra color o matiz de luz. Por otro lado, la cantidad de luz o luminosidad es un atributo fundamental del color. El color debe ser explicado como un equilibrio entre la luz reflectante o transmitida y oscuridad absorbida por el material del objeto. Hay dos tipos de mezcla en color, (1) la luz que se relaciona con materiales o atmósfera, y (2) la mezcla de sustancias. Entonces, el color debe ser estudiado considerando el comportamiento de luz.

El Cennini describe un método para modelar formas que rodean la luz (ver Figura 3.8). Esto muestra la variación entre negro o blanco para modelar la intensidad de

iluminación a través del mismo matiz. El pigmento (el matiz) aparecerá puro en la parte más saturada, MacEvoy (2007).



**Figura 7. 3. Interpretación del Cennini de iluminación y sombra**

*C = Color puro, W = Blanco, Bk = Negro, U = Bajo de pintura; después de Kemp (2000).*

### 7.1.2. Representación del color

La representación del color viene dada por tres teorías: El modelo físico del color, el modelo perceptivo del color y la teoría triestímulo (esta última se estudiará en la sección 3.2.4).

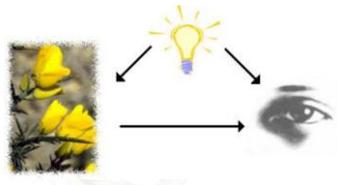
**El modelo físico:** Describe a la colorimetría por medio de del color y de luz. La colorimetría específica tres coeficientes: (1) La longitud de onda dominante, (2) La pureza, y (3) La luminosidad.

**El modelo perceptivo.** Este modelo considera a la distribución de la energía electromagnética emitida y reflejada por un objeto como la representación percibida por el sistema visual humano. Donde la opinión de nuestra mente juega un papel muy importante, Boker (1994). La opinión humana del color se inclina por los aspectos de tonalidad, saturación y luminosidad.

- La *tonalidad* indica el color como puro, tal como: rojo, amarillo, verde, magenta y azul.
- La *luminosidad* se debe a la intensidad de luz, cuanto mayor sea ésta, más brillante se percibirá la fuente de luz. Por ejemplo, un gris claro tiene más brillo que un gris oscuro. Entonces, el blanco es el color más brillante, y el negro el más oscuro.

- La *saturación* hace referencia a la pureza de luz. Los colores claros tienen menor saturación y los oscuros mayor saturación. Por lo tanto la saturación se refiere a las longitudes que se suman a la frecuencia fundamental. Cuanto menos saturado es un color más proporción de blanco tiene obteniendo colores pastel. Cuanto más saturado es un color más colores chillones o eléctricos se tienen.

Para la percepción del color intervienen tres factores: fuente de luz, objeto y sistema visual, como se observa en la siguiente Figura 3.9.



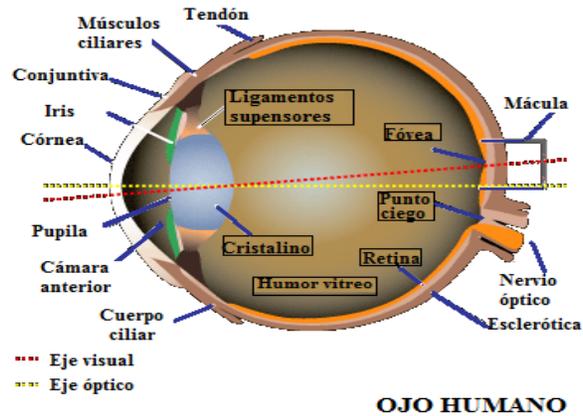
**Figura 7. 4. Fuente de luz, objeto y sistema visual**

En resumen, el color es el producto de luces de onda que son reflejadas o absorbidas por la superficie de un objeto, así los ojos captan las radiaciones electromagnéticas de cierto rango para ser transmitidas al cerebro y poder entonces determinar los colores.

### **7.1.3. El ojo humano**

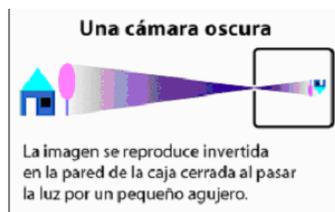
Las percepciones visuales son iniciadas y están fuertemente influenciadas por la estructura anatómica del ojo (Figura 3.10). El ojo constituye un sistema óptico perfecto, formado por córnea, pupila, iris, y retina. De todas estas membranas la más interesante, para la colorimetría, es la retina, ya que en ella se encuentran dos foto-receptores sensibles a la luz: los conos y los bastones, Wyszecki y Stiles (1982).

El ojo es capaz de adaptarse a distintos niveles de iluminación gracias al diafragma formado por el iris que puede cambiar de diámetro, proporcionando un agujero central (la pupila) que varía entre 2 mm (para iluminación intensa) y 8 mm (para situaciones de poca iluminación).



**Figura 7. 5. Anatomía del ojo humano**

La retina es el núcleo del órgano del sentido de la vista. La luz entra en el ojo a través de la córnea y el iris atravesando el lente cristalino antes de alcanzar la retina. La retina recibe una pequeña imagen invertida del mundo exterior, transmitida por el sistema óptico formado por la córnea y el cristalino. El ojo es una pequeña cámara oscura (como se observa en la Figura 3.11). La lente del cristalino altera su forma para enfocar la imagen, Westland S. (2001). En la retina del ojo existen hasta 130 millones de células fotorreceptoras. El número de bastones oscila entre los 110 y 125 millones, mientras que el número de conos es mucho más reducido pues apenas alcanzan los 7 millones. Estas estructuras tienen un tamaño aproximado de 1/500 nm de diámetro, y la diferencia entre ellas radica en su función visual.



**Figura 7. 6. Efecto de cámara**

La retina traduce la señal luminosa en señales nerviosas. La cual está formada por tres capas de células nerviosas. Sorprendentemente, las células fotosensibles conocidas como conos (*cones*) y bastones (*rods*) forman la parte trasera de la retina (ver Figura 3.12). Por esta razón, la luz debe atravesar primero dos capas de células para estimular los conos y los bastones.

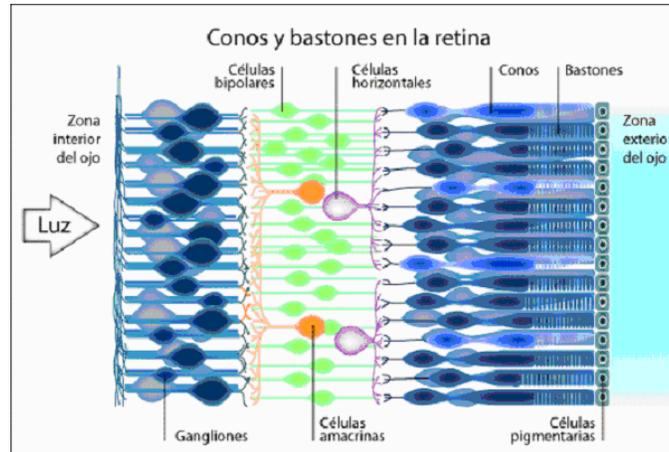


Figura 7. 7. Conos y bastones de la retina, Westland S. (2001)

Los bastones se sensibilizan con bajos niveles de iluminación (visión escotópica), mientras que los conos se activan con altos niveles de luz (visión fotópica) que son los responsables de la visión en color, Fairchild (1998). Para niveles medios de luz. Ambos foto-receptores se sensibilizan. La Figura 3.12 muestra una representación de esto.

Entonces, en la retina existen tres tipos de conos  $L$ ,  $M$  y  $S$ , Lammens (1994), denominados así por la sensibilidad de longitud de onda que recibe cada cono,  $L$  para largos (*Long*),  $M$  para medianos (*Middle*) y  $S$  para cortos (*Short*). Los conos  $L$  son sensibles a tonalidades rojas, los conos  $M$  son sensibles a tonalidades verdes y los conos  $S$  estimulan tonalidades azules (Figura 3.13). La comparación en cantidad de conos  $L$ ,  $M$  y  $S$  es 40:20:1, es decir, existe una cantidad mayor de foto-receptores sensibles al rojo anaranjado que al verde o al azul violeta.

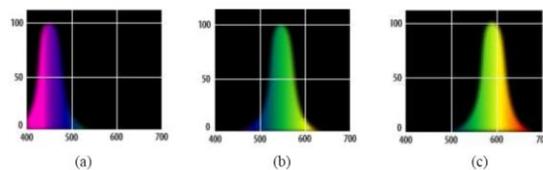
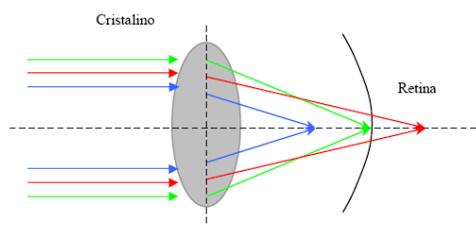


Figura 7. 8. Respuesta espectral de los conos  $S$  (a),  $M$  (b) y  $L$  (c) en función de la longitud de onda (400-700nm), Westland S. (2001)

En las gráficas de la Figura 3.14, la sensibilización de la función de longitud de onda de cada cono se ha representado en una normalización de [0,100]. En la retina, la sensibilización de cada cono no responde realmente a esa magnitud. Los conos azules son

los menos sensibles, y los de mayor respuesta son los verdes y los rojos. Es decir el ojo se excita con un espectro luminoso de energía constante que se denominado espectro equienergético, donde se percibe también al blanco.



**Figura 7. 9. Refracción desigual de luz roja, verde y azul en la retina**

La luz de alta frecuencia (azul) focaliza un punto anterior a la retina, mientras que las bajas frecuencias (rojos) lo hacen en puntos posteriores. Esto tiene como consecuencia que los detalles rojos o azules no puedan distinguirse netamente en una escena. Justo lo contrario de lo que ocurre con los verdes, cuyo punto de convergencia o focalización se sitúa exactamente en la retina, lo que induce a una mayor sensibilización del ojo para estas tonalidades (ver Figura 3.14), F. Nicolás (1988), Baléndez (1996).

Las causas e historia evolutiva del diseño invertido de la retina no se conocen aun, pero es posible que esto se deba a la posición de las células fotosensibles en la zona más posterior a la retina que permiten que cualquier señal luminosa dispersa sea absorbida por las células pigmentarias situadas inmediatamente detrás de la retina, ya que contienen un pigmento oscuro conocido como melanina. Puede también que estas células con melanina ayuden a restaurar químicamente el equilibrio del pigmento fotosensible de los conos y bastones.

La capa media de la retina contiene tres tipos de células nerviosas: bipolares, horizontales y amacrinas. La conexión de los conos y bastones, con estos tres conjuntos de células es compleja, pero las señales terminan por llegar a la zona frontal de la retina, para abandonar el ojo a través del nervio óptico. Este diseño inverso de la retina hace que el nervio óptico tenga que atravesar lo que se conoce como punto ciego (*blind spot*).

Los bastones y conos tienen pigmentos visuales, que son como los demás pigmentos en el sentido de que absorben la luz dependiendo de la longitud de onda. Sin embargo, estos pigmentos visuales tienen la particularidad de que cuando un pigmento absorbe un fotón de energía luminosa, la forma molecular cambia y se libera energía. El pigmento que ha cambiado la estructura absorbe peor la energía y por eso se dice que existe una despigmentación (*bleached*). La liberación de energía por parte del pigmento y el cambio en la forma molecular hacen que la célula libere una señal eléctrica mediante un mecanismo completo, Westland S. (2001).

#### 7.1.4. Aberración cromática

El ojo humano no es capaz de enfocar al mismo tiempo tres zonas del espectro, que es donde se encuentran los picos de absorción óptima de los pigmentos foto sensibles de los tres tipos de conos, ya que la refracción en la cornea y el cristalino son mayores para las longitudes de ondas cortas, que para ondas largas, Westland S. (2001).

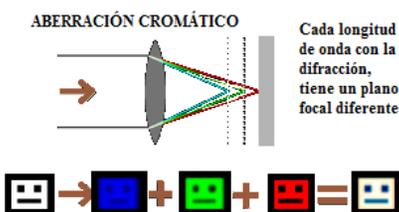


Figura 7. 10. Aberración cromática

Por eso se dice que el ojo no posee corrección de aberraciones cromáticas. Las longitudes de onda de los picos óptimos de sensibilidad de los conos medios y largos están muy próximas, por lo que en el enfoque óptimo del cristalino sobre la retina se encuentran los 560 nm de longitud de onda. Como los conos sensibles a las longitudes de onda más cortas (S) se reciben una imagen levemente borrosa, no hace falta que tengan la misma capacidad de resolución espacial que deben tener los otros dos grupos de conos (medios y largos).

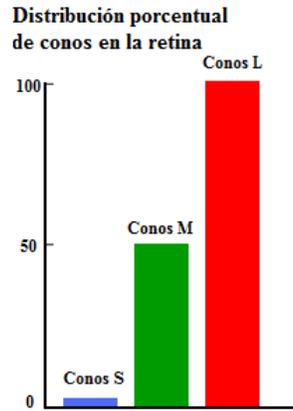


Figura 7. 11. Distribución de conos en la retina

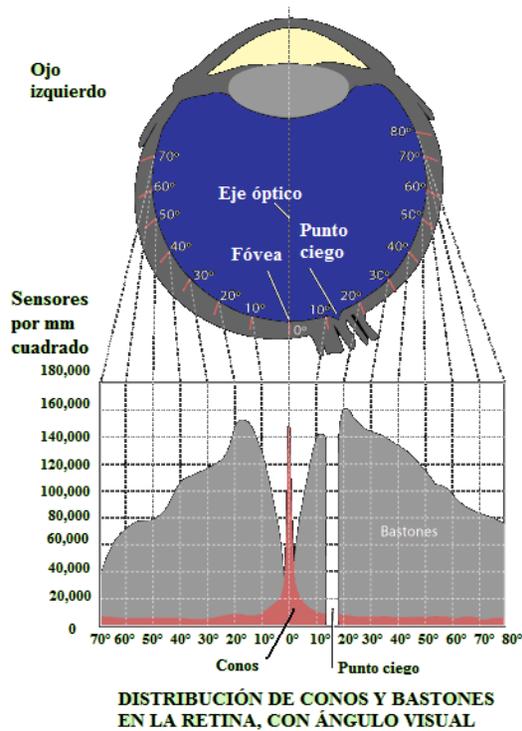


Figura 7. 12. Distribución de conos y bastones en el ojo humano

Además, los bastones y los conos no están distribuidos por la retina de manera uniforme. La parte central de la retina, llamada fovea, sólo tiene conos. En las zonas de la periferia, predominan los bastones. En la fovea, los conos están estrechamente pegados, con una gran densidad. Esta zona es la que proporciona la mayor resolución visual espacial bajo condiciones de visión normales, Westland S. (2001).

### 7.1.5. La teoría tricromática y procesos opuestos

Como la retina contiene cuatro tipos de sensores, se podría creer que las conexiones neuronales llevan cuatro tipos de señales al cerebro, precisamente la corteza visual primaria se sitúa en la zona trasera del cerebro. Sin embargo, la teoría más extendida es que las estructuras neuronales de la retina y post-retina codifican la información del color en sólo tres clases de señales, a las que se suele llamar canales (channels). Conceptualmente, un canal es una ruta de este procesamiento. Por eso, en lo que respecta al sistema visual, podemos decir que la información de los conos se procesa en tres canales separados. Si recordamos que la percepción del color es solamente una de las funciones del sistema visual; entonces, eso quiere decir que hay otros canales responsables de proporcionar otras información sobre el mundo exterior, lo cual permiten percibir las forma, los movimiento y las distancia.

La existencia de canales para el procesamiento de la información de color, ayudan a explicar las dos teorías contradictorias sobre la visión del color, que prevalecieron en el siglo XIX. La teoría tricromática (*trichromatic theory*) y la teoría de procesos opuestos (*oponens colors theory*).

**Teoría tricromática o Triestímulo.** Indica la respuesta del porcentaje de luz absorbida de longitudes de onda por los conos del ser humano, como se observa en la Figura 3.18.

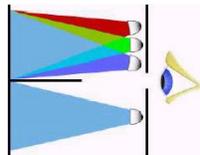
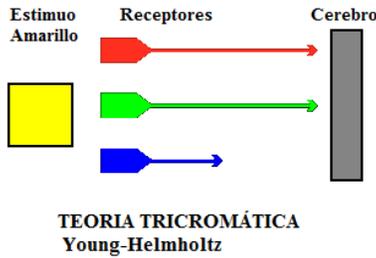


Figura 7. 13. Prueba de perceptiva del color



**Figura 7. 14. Teoría tricromática**

Los valores de triestímulos son cantidades de estímulo determinadas por las propiedades físicas de las luces primarias (ver Figura 3.19). Como consiguiente, las curvas son específicas a la opción actual de las luces primarias usadas: las luces primarias diferentes causan proporciones de correspondencia en color diferentes, que producen valores de triestímulos diferentes, Kuipers (2002). Si la luz es una mezcla de muchas longitudes de onda diferentes, entonces los valores de triestímulos para cada longitud de onda son multiplicados por la intensidad de luz en aquella longitud de onda, y los productos son sumados a través de todas las longitudes de onda, para conseguir los tres valores triestímulos. (Una luz de energía blanca o igual es simplemente la suma de todos los valores para tres curvas.). La teoría tricromática de la visión es esencial para el funcionamiento de muchos procesos de reproducción del color, como la televisión, fotografía o la impresión tricromática, Westland (2001).

**Teoría del proceso opuesto.** La visión en color, propuesta por Hering, parece contradecir la teoría tricromática de Young-Helmholtz, y fue propuesta para poder explicar los fenómenos que no se podían explicar adecuadamente con la teoría tricromática. Un ejemplo de esto sucede con las post imágenes (*after-images*) que aparecen cuando el ojo recibe un estímulo amarillo, que al poco tiempo se elimina y queda una sensación de percepción azulada en el resto de la imagen. Otro es el hecho, contrario a la intuición, de que la mezcla aditiva de luces rojas y verdes da como resultado el amarillo y no una especie de verde rojizo, Westland S. (2001).

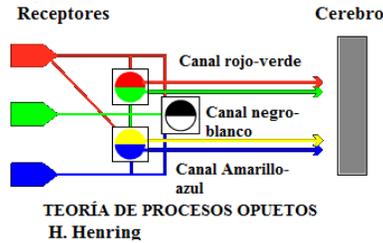


Figura 7. 15. Teoría de procesos opuestos

Hering indicó que el amarillo frente a azul, y el rojo frente a verde eran pares de señales opuestas, como se observa en la Figura 3.20. Esto sirve, para explicar porqué existen psicológicamente cuatro colores primarios: rojo, verde, amarillo y azul, y no sólo tres. Hering también propuso la existencia de una oposición blanca al negro, pero la versión de la oposición de un canal de luminancia se ha abandonado en las versiones más modernas de la teoría.

En la actualidad, se acepta la teoría tricromática y la de los procesos opuestos para describir características esenciales de la visión humana, estas teorías describen las cualidades perceptuales de la visión a color, las cuales se derivan del procesamiento neurológico de las señales receptoras de dos canales opuestos y un sólo canal acromático, Westland S. (2001).

#### 7.1.6. Las leyes de Grassmann

Las leyes de Grassmann se utilizan para la mezcla de los colores por medio de fundamentos sencillos de las matemáticas:

- **Aditividad.** Si una tercera luz es mezclada en cantidades iguales tanto como la luz de prueba, como la mezcla de tres luces primarias, el color permanece sin alterar. En álgebra:

$$\text{Si } x = y, \text{ entonces } x+z = y+z \quad (3.1)$$

- **Proporcionalidad.** Si la luminosidad tanto de luz de prueba, como de las tres luces primarias, de la mezcla que hace juego es aumentada o disminuida por una cantidad proporcional igual (como el 10 %), el color permanece sin alterar.

$$\text{Si } x = y \text{ entonces } x*z = y*z \text{ o } x/z = y/z \quad (3.2)$$

- **Transitividad.** Si la luz de prueba (primaria) se mezcla con una tercera, entonces la luz de prueba primaria puede ser sustituido por esta tercera luz, y tanto las leyes de proporcionalidad como aditividad todavía se cumple.

$$\text{Si } x = y, \quad x = a, \text{ entonces } y=a; \text{ y si también } y = b, \text{ entonces } x = b \text{ y } a = b \quad (3.3)$$

Las *Leyes de Grassmann* significan que un partido en color persiste a pesar de un cambio en color. La luz de prueba y su correspondencia de la mezcla primaria pueden ser hechas más oscuras, brillantez, mezcladas igualmente, con otro color de luz, o sustituidas por una tercera luz de correspondencia, y las dos luces todavía aparecen aunque el color o el resplandor de las luces se hayan cambiado visiblemente, MacEvoy B. (2008).

El último punto significa que todos los colores producidos por la mezcla monocromática de longitud de onda conducen a las luces primarias, que puede ser duplicadas atravesando a la luz blanca por las longitudes de onda múltiples de los filtros de color. O bien, se puede cambiar el color de luces primarias, donde una opción de luces primarias puede ser sustituida por otra.

### 7.1.7. Luces primarias

Las luces de RGB, localizadas en el lugar geométrico del espectro, definen una verdadera gama triangular, que contiene todos los colores tenues, que pueden ser obtenidos por una mezcla directa de las luces del RGB. La cantidad de las luces primarias en la Figura 3.21 mide a qué distancia cromática excede la gama de la mezcla del triángulo RGB. Newton descubrió que cuando se paso a una luz monocromática por un filtro coloreado, ésta no cambia el color de luz, sino que sólo se regula la intensidad.

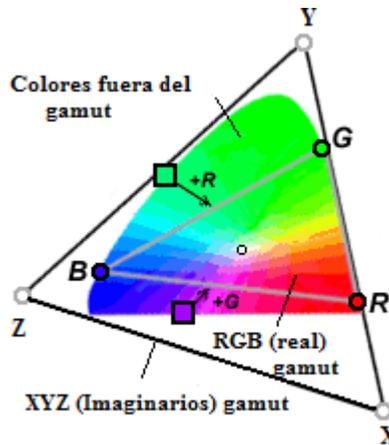


Figura 7. 16. Verdadero (RGB) y primarias (XYZ) imaginarias con relación al diagrama de cromaticidad

El ajuste de *Wright* implica dos acciones:

- (1) Matemáticamente redefinen la luminosidad relativa de las tres luces primarias para cada espectador, de modo que las proporciones de *R* y *G* sean exactamente iguales en el amarillo de 580 nm, entonces las proporciones *G* y *B* son iguales en el verde azul en 488 nm (fuerza de teñido igual).
- (2) Se normalizan a través de todos los espectadores a la luminosidad, de modo que el valor máximo de cada matiz primario puro sea 1.0 (resplandor igual). Esto elimina casi todas las discrepancias de correspondencia del color de los observadores, como se muestra a continuación en la Figura 3.22 en el diagrama WDW que está sujeto al coeficiente de cromacidad, Wyszecki y Stiles (1982).

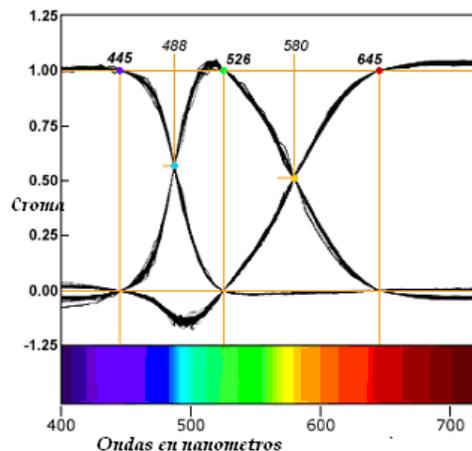


Figura 7. 17. WDW (Wright Coeficientes Cromacidad)

El estándar blanco abstracto es el iluminador de energía igual  $E$ , definido como una distribución de poder espectral absolutamente llano. A menudo es usado como un estándar psicofísico, esto debido a que se producen salida exactamente igual. Este equilibrio blanco requiere proporciones radiantes entre las tres luces primarias aproximadamente de 72.1: 1.4: 1.0 (R: G: B), que producen la luminosidad relativa aproximadamente de 10: 46: 1 (diagrama, WDW).

A pesar de que la luz primaria de longitud de onda corta  $S$ , es visualmente débil como radiantemente débil, es capaz de compensar la saturación alta (matizando la fuerza) de los conos  $L$  y la luminosidad alta de los conos  $M$ , así como las mezclas de  $L+M$ . Si se aplica el método de Newton de suplemento salarial geométrico (a la luminosidad), entonces el centróide  $C$  es localizado considerablemente cerca de luz primaria  $G$ , que da a los conos  $S$  una acción de palanca compensadora. De esta forma las salidas del cono  $S$  son ponderadas para la percepción.

Generalmente, el iluminador de energía no se utiliza para definir al punto blanco en tareas de igualación de color. El iluminador  $E$  tiene un tinte de magenta débil. Sin embargo, los iluminadores que se acercan a la cromacidad de distribuciones de radiantes artificiales o naturales, sobre todo CIE D65, D50 o A, si son usados.

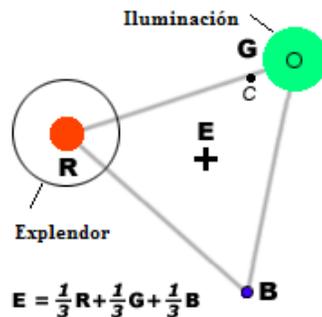


Figura 7. 18. Ejemplo de luces primarias e iluminador de energía

Las áreas de círculo son proporcionales a la luminosidad o resplandor de las luces primarias tricromáticas. Un iluminador de energía igual  $E$ ; y el centróide de la luminosidad que se encuentra en  $C$  (ver Figura 3.23).

#### 7.1.8. Consideraciones para las medidas del color

- **Uniformidad Perceptual.** Los hechos perceptual del color son tremendamente complejos, y muchos modelos han enfatizado en un marco geométrico-lógico que resumió al color de un manera simplificada. Estos sistemas usan la parte visual de los colores para medir a los colores y para rechazar las relaciones subjetivas entre colores, enfatizando un marco para la comunicación entre colores, MacEvoy B (2007).
- **Uniformidad Geométrica.** El objetivo es crear una geometría del color, donde las unidades de medida significan diferencias de colores aparentemente iguales. Las diferencias percibidas del color determinan su geometría y ejemplifican al color físico. El ejemplo moderno clásico es el color de Munsell, y los valores triestímulos de XYZ triestímulos para predecir la identidad de los colores cuando los colores parecen ser el mismo. El diagrama de cromacidad CIE xyY representa realmente la diferencia relativa entre dos colores, si ambos colores son medidos del mismo modo. En general, se hace uso de la diferencia numérica para predecir la diferencia de colores.

Uno de los problemas principales del diagrama CIE xyY es que no es cromáticamente uniforme, Hill et al. (1997). La constancia de cromacidad es perceptualmente diferente. Pero dos colores separados por Yxy (o XYZ) puede parecer casi idénticos (si los colores son verdes o tenues) o muy diferente (si los colores son violados u oscuros). Esto ha sido un obstáculo en la utilización de este espacio, sobre todo después de que los espectrofotómetros se hicieron disponibles en los años 1950, Jain A (1989).

## VIII. TERMINOLOGÍA

**Absorción de luz.** La materia puede absorber la luz debido a una serie de fenómenos que incluyen vibraciones y rotaciones atómicas, efectos de campos ligados (*ligand-fields*), orbitaciones moleculares y transferencia de cargas. Es muy usual que una sustancia concreta sea capaz de absorber ciertas cantidades de energía luminosa. En este sentido, las propiedades de absorción luminosa de los distintos materiales dependen de cuál sea las longitudes de onda que componen una luz dada. La energía que las moléculas de una sustancia absorben se puede disipar en forma de energía cinética o calorífica, si bien a veces puede volverse a emitir, Westland (2001).

**Brillo.** El brillo es determinado por la cantidad de luz o tonos claros en un punto  $f(x, y)$  que se presenta con valores grandes, mientras que menor brillo o tonos oscuros se presenta con valores pequeños. Aumentar el brillo de una imagen significa que la imagen se volverá más clara y el histograma resultante aparece desplazado hacia la derecha en el valor de **brillo**, que es el parámetro que se le pasa a la función. Entonces, disminuir el brillo en la imagen significa que la imagen será más oscura entonces su histograma se desplazara hacia la izquierda dependiendo del parámetro del valor de **brillo**. La expresión que calcula el brillo de una imagen de niveles de grises es la siguiente  $(x, y) = f(x, y) + \text{valor de brillo}$

**CIE** Comisión Internacional de luz, en francés *Commission Internationale de l'Eclairage*.

**Color del pixel.** Está dado por tres componentes (R, G, B) rojos, verdes, y azules percibidos por el ojo humano.

**Coloración.** Atributo de una sensación visual por la que una zona parece mostrar más o menos intensidad de tono, Westland (2001).

**Contraste.** El contraste es la diferencia en características visuales que hace un objeto (o su representación en una imagen) distinguible de otros objetos y del fondo. El contraste es determinado por la diferencia en el color, el brillo del objeto y otros objetos dentro de la misma imagen. Una medida de contraste es contraste de Michelson:

$$\frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}} \quad (8.1)$$

Donde  $L_{\max}$  es el máximo tono de luz y  $L_{\min}$  es el mínimo tono de luz en la imagen, Michelson (1927). La función humana de la sensibilidad del contraste demuestra una forma pasa bajas típicas, Campbell (1968). El ojo humano tiene limitaciones con las frecuencias altas. La visión que se tenga de una imagen depende de varios factores tales como las características de exhibición de la pantalla y la computadora, las características del archivo, etc. El ángulo entre la superficie de la pantalla y la línea de vista del observador también son importantes. Realzar el contraste tiene como objetivo mejorar la calidad de las imágenes, esto se ve reflejado en una expansión de valores a lo largo de todo el histograma. El efecto que se realiza es aumentar el rango dinámico de valores de las intensidades de la imagen a procesar.

**Corrección gamma.** Para corregir la linealidad del receptor de televisión se introduce artificialmente una distorsión opuesta que es la llamada corrección gamma.  $g(x, y) = f(x, y)^{1/\gamma}$ ,  $\gamma$  toma valores entre 0 y 2. El brillo de una imagen puede ser ajustado con una transformada de corrección gamma. Las funciones de corrección gamma son usadas frecuentemente en el procesado de imágenes para compensar respuestas no lineales en sensores de imágenes. La corrección gamma define el grado de intensidad de una imagen: los valores más bajos producen una imagen más oscura mientras que los más altos, una imagen más clara. Un valor de 1.0 se traduce en una transformación nula, un valor gamma menor que 1.0 pero mayor que 0.0 crea curvas exponenciales que oscurecen la imagen. Valores gamma mayores que 1.0 producen curvas logarítmicas que aclaran la imagen.

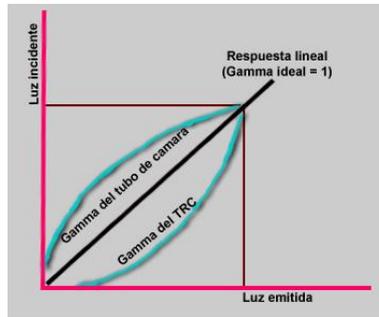


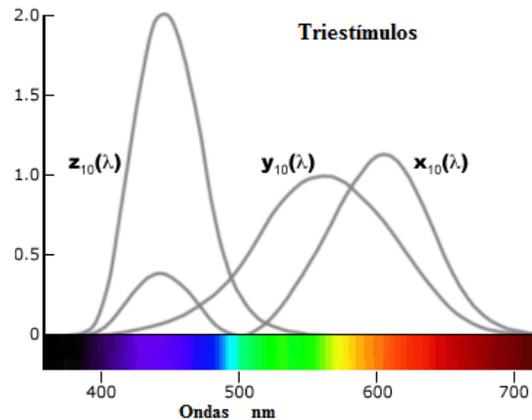
Figura 8.1 Corrección Gama

**Correspondencia en Color Imaginaria de Funciones.** Los valores de triestímulos contienen negativo (restó)  $r(\lambda)$  y  $g(\lambda)$  cantidades para el de longitudes de onda de gama en las mezclas de correspondencia en color originales. Cuando estos valores negativos conceptualmente ascienden al refrán que los pigmentos de foto-receptor a veces emiten más bien que absorben la luz, y cuando ellos son sólo un artefacto del método de saturación máximo con verdaderas luces primarias, una manipulación matemática es aplicada para crear tres nuevas luces primarias **XYZ** (invisibles) imaginarias (como mostrado en el diagrama encima de derecho).

Las nuevas proporciones de mezcla  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$  y  $z(\lambda)$  son encontradas multiplicando el **RGB** triestímulos valores en cada longitud de onda por una matriz de transformación para conseguir el color de **XYZ** correspondencia de funciones:

$$\begin{aligned}
 x_{10}(\lambda) &= 0.341r_{10}(\lambda) + 0.189g_{10}(\lambda) + 0.388b_{10}(\lambda) \\
 y_{10}(\lambda) &= 0.139r_{10}(\lambda) + 0.837g_{10}(\lambda) + 0.073b_{10}(\lambda) \\
 z_{10}(\lambda) &= 0.000r_{10}(\lambda) + 0.040g_{10}(\lambda) + 2.026b_{10}(\lambda)
 \end{aligned}
 \tag{8.2}$$

Es decir las luces primarias **XYZ** son fuera de la gama de todos los verdaderos colores y son por lo tanto invisibles. Ningún color de luz o superficie puede reproducirlos. Sin embargo, su triángulo de mezcla imaginario completamente contiene el espacio cromático de todos los colores verdaderos, visibles, entonces todos los colores pueden ser descritos como la mezcla positiva de las luces imaginarias **XYZ**.



**Figura 8. 2. 1964 color de XYZ correspondencia de funciones**  
**Color de 1964 de CIE correspondencia de funciones para el 10° observador estándar**  
**y las luces primarias XYZ imaginarias, Wyszecki y Stiles (1982)**

Todos los valores negativos han sido quitados, y al punto blanco o el estándar acromático todavía son definidos por un iluminador de energía igual. Los XYZ triestímulos valores son el estímulo fundamental métrico usado en colorimetría.

**Cromaticidad** hace referencia al conjunto de características de color, brillo y saturación. Estas características se utilizan normalmente para describir las diferentes propiedades de una fuente de luz (del modelo perceptivo del ser humano).

**Detección de bordes.** Cada uno de los píxeles en una región es similar con respecto a cierta característica o característica computada, tal como color intensidad, o textura; entonces, donde hay diferencia entre características de intensidad se realza el contraste o el borde, y donde no lo hay se reduce, G. Linda, et al. (2001).

**Dispersión de luz.** Cuando la luz alcanza alguna forma de materia, puede resultar dispersada (*scattered*). Cuando las partículas que causan la dispersión son muy pequeñas (se habla de unos 1.000 nm), la luz se dispersa de acuerdo con la ley propuesta por Rayleigh, según la cual las longitudes de onda más corta se dispersan más que las largas. En el caso de las más largas (de 4.000 nanómetros en adelante), la cantidad de dispersión se produce conforme a las ecuaciones de Fresnel: La cantidad de dispersión depende de la diferencia entre los índices de refracción de la partícula y del medio por el que se dispersa,

y esta diferencia depende a su vez de la longitud de onda. Cuando la luz se dispersa de forma igual por todas partes, se considera que es una dispersión isotrópica, pero eso es inusual. Las propiedades de absorción y dispersión de las partículas son complejas y existen varias teorías para describirlas, incluyendo la teoría Kubelka-Munk de transferencia de radiaciones, Westland (2001).

**Ecualización de una imagen.** La ecualización se realiza trabajando sobre los histogramas acumulados. La ecualización se utiliza cuando toda la imagen tiene las mismas propiedades. Es decir, todo es oscuro o toda es clara. Para obtener el histograma acumulado, Pagola (2007):

$$H(i) = \sum_{k=0}^i h(k) \quad (8.3)$$

Si el histograma es plano, entonces para cada nivel de gris se tiene:

$$G(i') = (i'+1) \frac{NM}{256} \quad \text{Se desea } H(i) = G(i') \quad \text{luego } (i'+1) \frac{NM}{256} = H(i) \quad \text{por lo tanto}$$

$$|i' = \frac{256}{NM} H(i) - 1| \quad i' = \text{parte\_entera} \left( \frac{256}{NM} H(i) - 1 \right) \quad (8.4)$$

### Espacios color nomenclaturas:

**RGB.** Rojo, Verde, Azul.

**CMY.** Cian, Magenta, Amarillo.

**YIQ.** Luminancia, Fase, Cuadrado

**HSI.** Hue, Saturación, Intensidad

**HSV.** Hue Saturación, Valor.

**Filtros de realce.** Elimina zonas borrosas Sharpening.

**Filtros de suavizado o filtrado espacial paso bajo.** Estos filtros atenúan las frecuencias altas y mantiene las frecuencias medias y bajas, el efecto que produce es eliminar los detalles más finos de una imagen. Las máscaras de los filtros pasos bajo deben tener todos sus coeficientes positivos y la suma de ellos debe ser igual a uno, se pueden generar propias máscaras siguiendo estas reglas. Cuanto más grande es la máscara, mayor es el efecto de suavizado y mayor el tiempo de cómputo requerido. Las máscaras de tamaño 3x3 más utilizadas son pasa baja y suavizado:

0	1/10	0	1/16	2/16	1/16
1/10	6/10	1/10	2/16	4/16	2/16
0	1/10	0	1/16	2/16	1/16
Paso Baja			Suavizado		

Otras máscaras pueden ser:

1/12	1/12	1/12	1/8	1/8	1/8
1/12	4/12	1/12	0	2/8	0
1/12	1/12	1/12	1/8	1/8	1/8

**Figura 8. 3. Filtros espaciales pasa baja**

**Filtros espaciales.** Están basados en el espacio de una imagen y pueden ser lineales o no lineales.

**Filtro Media.** De entre la multitud de máscaras de filtro paso bajo destaca especialmente la máscara de *media*, que es la que efectúa el promedio de los valores del entorno. El filtro espacial de media reemplaza el valor de un pixel por la media de los valores del punto y sus vecinos. Su efecto es el difuminado o suavizado de la imagen y se aplica junto con el de

mediana para eliminar ruidos. Este filtro lo se implementa con la siguiente máscara de tamaño 3x3:

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

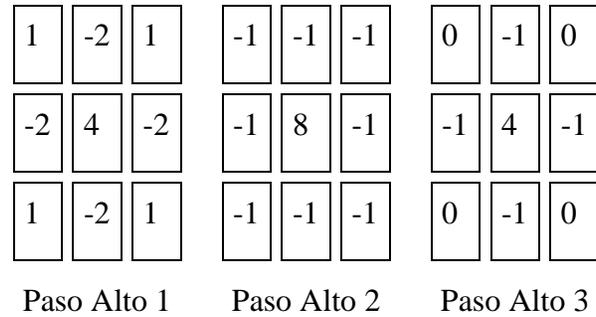
**Figura 8. 4. Filtro de la mediana**

Normalmente el tamaño de la máscara se toma en función de la cantidad de suavizado que se desee aplicar en cada momento. La visualización del resultado es el único medio para saber si se eligió el tamaño adecuado.

Se puede observar que el efecto final del filtro de la media es un suavizado de la imagen por reducción o redistribución del valor de los pixeles. Este filtro tiene el resultado opuesto a los de detección de bordes, donde el objetivo de los filtros es acentuar las diferencias, por esta razón el filtro de la media es un filtro paso bajo. También hay que notar que este filtro no modifica la imagen en las zonas donde el valor de los pixeles es el mismo, en oposición a los detectores de bordes que ponen estas regiones a cero.

**Filtros Pasa Altas (Realce).** Para implementar un *filtro paso alto*, es decir permitir pasar las componentes de altas frecuencias y disminuir las bajas frecuencias, es necesario que el filtro posea coeficientes negativos a los alrededores y positivos en el centro. Así, cuando la máscara se encuentra sobre una zona uniforme, la salida proporcionada por la máscara será 0 o próxima a dicho valor. Normalmente, este tipo de filtro elimina también el término de frecuencia 0 con lo que la imagen resultante deberá tener valores de intensidad negativos. Cuando solamente se consideran los niveles positivos de gris, los resultados del filtrado paso alto necesariamente implican alguna forma de desplazamiento o cambio de escala para que al final los niveles de gris queden dentro del rango.

Las máscaras pasa alto de tamaño 3x3 más utilizadas son las siguientes:



**Figura 8. 5. Filtros pasa alta**

En estas máscaras, llamadas *propriadamente paso alto*, la suma de los coeficientes es cero. Así cuando la máscara está sobre una zona de la imagen de poco contraste o pequeña variación del nivel de gris, la salida de la máscara es cero o muy pequeña. Esto se traduce en zonas uniformes con distintos niveles de gris son pasadas a un mismo nivel (el cero), con lo que se pierde información de la imagen. Además, eliminar los términos de baja frecuencia produce una disminución de la media de los niveles de gris, reduciendo significativamente el contraste global de la imagen. Se pueden diseñar máscaras propias.

**Filtros diferenciales.** Se utilizan para detectar bordes y utilizan diferentes máscaras como los de Laplaciano, Prewitt, Sobel, etc.

Los filtros utilizados para la detección de bordes son *filtros diferenciales*, que se basan en la derivación o diferenciación. Dado que el promediado de los píxeles de una región tiende a difuminar o suavizar los detalles y bordes de la imagen, y esta operación es análoga a la integración, es de esperar que la diferenciación tenga el efecto contrario, el de aumentar la nitidez de la imagen, resaltando los bordes.

**Filtros de Derivada de primer orden.** Muchas técnicas basadas en la utilización de máscaras para la detección de bordes utilizan máscaras de tamaño 3x3 o incluso más grandes. La ventaja de utilizar máscaras grandes es que los errores producidos por efectos del ruido son reducidos mediante medias locales tomadas en los puntos en donde se superpone la máscara. Por otro lado, las máscaras normalmente tienen tamaños impares, de

forma que los operadores se encuentran centrados sobre los puntos en donde se calculan los gradientes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \Delta_x &= \frac{f(x+d_x,y) - f(x,y)}{dx} & \Delta_x &= f(i+1,j) - f(i,j) \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \Delta_y &= \frac{f(x,d_y+y) - f(x,y)}{dy} & \Delta_y &= f(i,j+1) - f(i,j) \end{aligned} \quad (8.5)$$

Los operadores de gradiente común (o gradiente ortogonal) encuentran bordes horizontales y verticales. Estos operadores trabajan mediante convolución. Los operadores de *Prewitt*, *Sobel*,

**Filtros de Roberts y Frei-Chen.** Son operadores dobles o de dos etapas. La detección de bordes se realiza en dos pasos, en el primero se aplica una máscara para buscar bordes horizontales, y en el segundo paso se buscan los verticales, el resultado final es la suma de ambos. Se muestran algunas máscaras de convolución comunes a continuación. Los detectores de fila (horizontales) son  $H_h$  y los detectores de columna (verticales) son  $H_v$ :

	<i>Roberts</i>	<i>Prewitt</i>	<i>Sobel</i>	<i>Frei-Chen</i>												
$H_h$	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	0	0	-1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1
	0	0	-1													
	1	0	-1													
1	0	-1														
1	0	-1														
<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	<table border="1"><tr><td>2</td><td>0</td><td>-2</td></tr></table>	2	0	-2	<table border="1"><tr><td><math>\sqrt{2}</math></td><td>0</td><td><math>-\sqrt{2}</math></td></tr></table>	$\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{2}$	
0	1	0														
1	0	-1														
2	0	-2														
$\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{2}$														
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	1	0	-1	
0	0	0														
1	0	-1														
1	0	-1														
1	0	-1														
$H_v$	<table border="1"><tr><td>-1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	-1	0	0	<table border="1"><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	<table border="1"><tr><td>-1</td><td>-2</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-2	-1	<table border="1"><tr><td>-1</td><td><math>-\sqrt{2}</math></td><td>-1</td></tr></table>	-1	$-\sqrt{2}$	-1
	-1	0	0													
	-1	-1	-1													
-1	-2	-1														
-1	$-\sqrt{2}$	-1														
<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	
0	1	0														
0	0	0														
0	0	0														
0	0	0														
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	<table border="1"><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>	1	2	1	<table border="1"><tr><td>1</td><td><math>\sqrt{2}</math></td><td>1</td></tr></table>	1	$\sqrt{2}$	1	
0	0	0														
1	1	1														
1	2	1														
1	$\sqrt{2}$	1														

Figura 8. 6. Comparación de Filtros Roberts y Frei-Chen con Prewitt y Sobel

**Filtros de derivada de segundo orden.** Los operadores diferenciales del gradiente discutidos en la sección anterior producen una respuesta grande a través de un área donde un borde está presente, esto es especialmente cierto para los bordes de poca inclinación. En cambio los detectores de bordes de la derivada de segundo orden proporcionan una localización mejor del borde. Otra ventaja de los operadores de la derivada de segundo orden es que los contornos del borde detectados son curvas cerradas. Esto es muy importante en la segmentación de imagen. También, no hay respuesta a las áreas de variaciones lineales lisas en intensidad.

El *operador Laplaciano* se define como una *derivada de segundo orden*, por lo cual obtiene resultados superiores a los anteriores y puede trabajar con imágenes donde las variaciones de intensidad no sean suficientemente abruptas para ellos. No obstante presenta una sensibilidad más grande frente al ruido y una ligera incapacidad para determinar la dirección de los bordes.

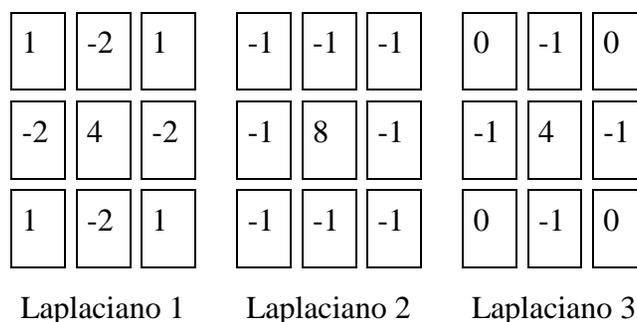
$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \quad (8.7)$$

El laplaciano responde a las transiciones de intensidad, rara vez se utiliza en la práctica para la detección de bordes, pues tiene los siguientes inconvenientes:

- Los operadores basados en la primera derivada son sensibles al ruido en imágenes. El laplaciano aún lo es más.
- Genera bordes dobles.
- No existe información direccional de los ejes detectados.

El Laplaciano es un buen ejemplo de un operador de derivada de segundo orden, se distingue de los otros operadores porque es omnidireccional, es decir, destacará los bordes en todas las direcciones. El operador Laplaciano producirá bordes más agudos que la mayoría de las otras técnicas, estos toques de luz incluyen pendientes positivas y negativas de la intensidad.

El borde Laplaciano de una imagen puede ser encontrado convolucionando con máscaras tales como:

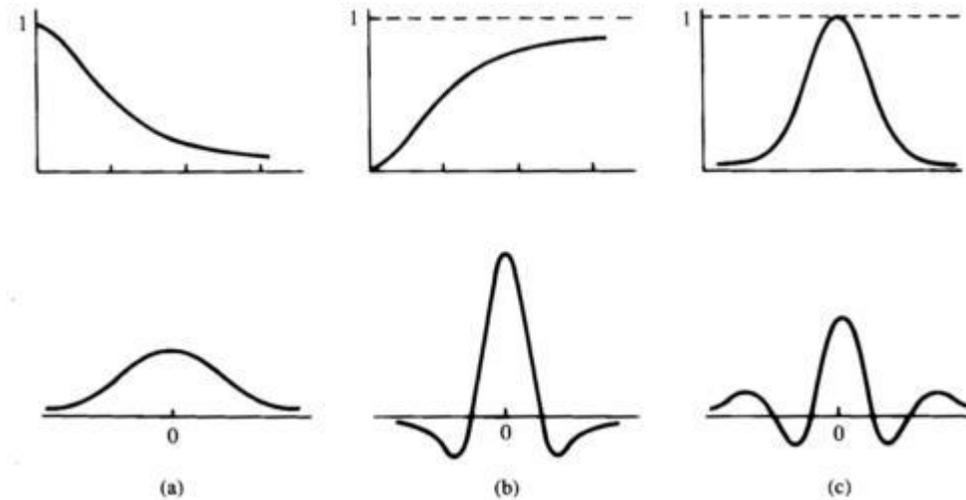


**Figura 8. 7. Filtros de segunda derivada, Laplaciano 1, 2 y 3**

La imagen resultante exhibe un cambio del signo en los bordes de la imagen. Estos cambios de signo son referidos como pasos cero. Después del operador de convolución, la imagen se debe procesar para encontrar que estos pasos cero y para fijar, por consiguiente, los pixeles de la salida.

Como se puede ver, las máscaras del operador Laplaciano coinciden con las máscaras de filtro paso alto vistas anteriormente. Esto se debe a que el Laplaciano detecta los bordes, es decir, las altas frecuencias de la imagen, sin considerar la orientación, por lo que además de utilizarse para la detección de bordes sirve también para el filtrado paso alto de imágenes.

**Filtros lineales.** Estos filtros realizan sus operaciones por medio de máscaras que recorren toda la imagen centrando las operaciones sobre los pixeles que se encuadran en la región de la imagen original que coincide con la máscara y el resultado se obtiene mediante una computación (suma de convolución) entre los pixeles originales y los diferentes coeficientes de las máscaras (Depena,2007). Se clasifican según las frecuencias que dejen pasar: los **filtros paso bajo** atenúan o eliminan las componentes de alta frecuencia a la vez que dejan inalteradas las bajas frecuencias; los **filtros paso alto** atenúan o eliminan las componentes de baja frecuencia con lo que agudizan las componentes de alta frecuencia; los **filtros paso banda** eliminan regiones elegidas de frecuencias intermedias (Depena, 2007).



**Figura 8. 8. Filtros espaciales: (a) Filtro paso bajo, (b) Filtro paso alto, (c) Filtro paso banda**  
**En la parte de arriba filtros con simetría circular**

**Filtros no lineales.** Utilizan las máscaras y se basan directamente en los valores de los píxeles en el entorno en consideración. Unos ejemplos de filtros no lineales habituales son los filtros mínimo, máximo y de mediana que son conocidos como filtros de rango. El filtro de mediana tiene un efecto de difuminado de la imagen, y permite realizar una eliminación de ruido de forma eficaz, mientras que el filtro de máximo se emplea para buscar los puntos más brillantez de una imagen produciendo un efecto de erosión, y el filtro de mínimo se emplea con el objetivo contrario, buscar los puntos más oscuros de una imagen produciendo un efecto de dilatación.

**Fuente de luz e iluminante.** Las expresiones fuente de luz o fuente luminosa (*light source*), e iluminante (*illuminant*) tienen significados concretos y distintos. Una fuente de luz es un emisor físico de radiación luminosa; por ejemplo: Una vela, un foco, etc...Un iluminante es la especificación de una fuente de luz potencial. Todas las fuentes de luz se pueden especificar como iluminantes, pero no todos los iluminantes pueden ver su realización física como fuentes de luz. Los iluminantes se suelen definir en términos de energía relativa tabulada para cada longitud de onda o franja de longitudes de onda. Existen varios iluminantes de amplio uso en la industria del color. Entre ellos están: A, C, D65 y TL84. Los iluminantes A y C fueron definidos por CIE en 1931 para representar las típicas luces de bombillas de tungsteno y de luz solar, respectivamente. Con el tiempo se vio que el

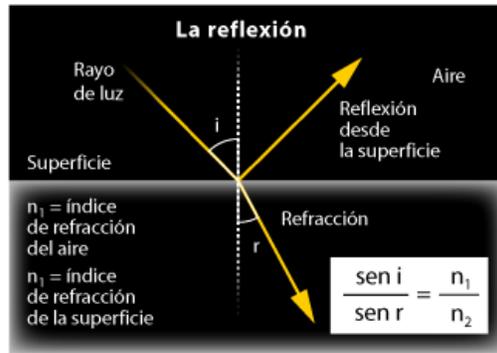
iluminante C fue una representación muy pobre de luz del día, ya que contenía demasiada poca energía en las longitudes de onda más cortas. Por eso fue reemplazada por una serie de iluminantes conocida como clase D (D65, etc....), Westland, (2001).

**Histograma.** Es la representación de frecuencia relativa de los niveles de gris de la imagen. Las técnicas de modificación del histograma de una imagen son útiles para aumentar el contraste de imágenes con histogramas muy concentrados. El histograma proporciona informaciones importantes como la intensidad media y la dispersión de los valores de nivel de gris, siendo esta última, la medida de contraste de la imagen. Cuanto mayor es la dispersión a lo largo del eje de los niveles de gris, mayor es el contraste de la imagen y es entonces cuando el sistema visual humano consigue una máxima respuesta en su apreciación de la imagen. Sea  $u$  una imagen de tamaño  $N \times N$ , la función de distribución del histograma es:  $F_u(l) = (\text{Numero de pixels } (i, j) \text{ tales que } u(i, j) \leq l) / N^2$  Hay histogramas donde se agrupan los datos en clases, y se cuenta cuántas observaciones (frecuencia absoluta) hay en cada una de ellas.

**Iluminación de una superficie.** Cuando la luz alcanza una superficie, pueden pasar dos cosas:

- (1) Un cambio en el índice de refracción hace que la luz se vea reflejada por la superficie. La luz así reflejada se llama reflexión especular (*specular reflection*).
- (2) La luz no se refleja, sino que penetra en la materia. Sin embargo, al atravesar la superficie, el cambio en el índice de refracción del material atravesado reduce algo la velocidad de luz, lo que hace que se desvíe (refracción).

La luz puede atravesar por completo un material. En ese caso se dice que ha sido transmitida.



**Figura 8. 9. La reflexión**

El ángulo de refracción  $r$  se corresponde con el ángulo de incidencia  $i$  y los índices de refracción del aire ( $n_1$ ) y la superficie ( $n_2$ ). Así, si el índice de la superficie es 1,5 y el del aire 1, si el ángulo de incidencia fuera de  $45^\circ$ , el ángulo de refracción sería  $28^\circ$ . La materia también absorba la luz, o la disperse. La luz dispersada o reflejada puede terminar por salir por el frente, la parte de atrás o un costado del objeto iluminado, Westland (2001).

**Imagen binaria.** Es una imagen donde cada pixel está apagado negro o prendido blanco.

**Imagen digital a color.** Es usualmente una imagen de dos dimensiones que se presenta en una pantalla de pixeles  $(x, y)$  con información de color para cada pixel. Por lo general contiene tres canales color para cada pixel que se interpreta como coordenadas en cierto espacio color. El espacio color del RGB se utiliza comúnmente en exhibiciones de la computadora, pero existen otros espacios tales como YCbCr, HSV, CIEXYZ, etc., que se utiliza a menudo en otros contextos. La imagen del color de la representación  $A$  de la imagen del color se almacena generalmente en la memoria como mapa de dos dimensiones de tríos pequeños del número entero; o (raramente) como tres mapas separados de la trama, uno para cada canal. Una imagen color se puede definir como una función:  $f : X \times Y \rightarrow [0, n_1] \times [0, n_2] \times [0, n_3]$  (1) La función  $f$  lleva el valor del color  $[0, n_1] \times [0, n_2] \times [0, n_3]$  en ese punto  $(x, y)$ . Donde  $n_1, n_2, n_3$  es el máximo de tono que pueden tomar los canales color obedeciendo al espacio color de la imagen. Por ejemplo en RGB el valor máximo sería 255. El muestreo de la función de la imagen  $f$  se encuentra entre valores enteros  $Z$  para  $(x, y)$ .

**Imagen de grises.** Es una imagen que está en escala de grises, cuando cada pixel toma un valor de gris.

**Niveles de Grises.** A es cualquier valor del color donde sean iguales los tres componentes R G B. El cual en el espacio HSI es referido como intensidad del pixel.

**Pixel.** Es la representación de un punto en una imagen, el cual contiene un color específico en una posición específica (x, y).

**Colores primarios imaginarios.** El concepto es complejo, pero no es estrictamente necesario comprenderlo para entender o usar las especificaciones de colores. De hecho, CIE podía haber usado tres colores primarios reales como las luces roja, verde y azul, de modo que los valores triestímulos habrían estado representados por R, G y B. Hubo varias razones para la adopción de colores primarios imaginarios. La primera fue que los colores primarios se eligieron, de modo que X, Y y Z fueran siempre valores positivos para todos los estímulos reales posibles. La eliminación de valores triestímulos negativos fueron una precaución bastante ingeniosa en los días previos al uso de ordenadores. La segunda razón fue que los colores primarios se eligieron, de modo que el valor triestímulo Y fuera directamente proporcional a la luminancia de la mezcla aditiva. La tercera fue que los colores primarios  $X=Y=Z$  se eligieron de modo que hubiera una correspondencia con el estímulo equienergético

**Procesamiento de imagen morfológico.** Técnicas de procesamiento de imágenes basada en Morfología Matemática, que se basada en la teoría de conjuntos. Algunas operaciones de son: Erosión, Dilatación, Apertura, Cerradura, Reducción, Adelgazamiento, esqueletización, etc. Combinando esas operaciones se puede tener procesos más complejos tales como detección de las característica, segmentación de la imagen.

**Ruido Gaussiano.** Se caracteriza por tener un espectro de energía constante para todas las frecuencias. Cuando se presenta este problema, el valor exacto de cualquier pixel es

diferente cada vez que se captura la misma imagen. Este efecto, suma o resta un determinado valor al nivel de gris real y es independiente de los valores que toma la imagen. El ruido gaussiano tiene un efecto general en toda la imagen. La intensidad de cada pixel de la imagen se ve alterada en cierta medida con respecto a la intensidad en la imagen original.

**Ruido impulsivo.** Se caracteriza por la aparición de pixeles con valores arbitrarios normalmente detectables porque se diferencian mucho de sus vecinos más próximos. La distribución viene dada por:

$$g(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } r(x,y) < p/2 \\ L - 1 & \text{si } p/2 \leq r(x,y) < p \\ \diamond f(x,y) & \text{si } r(x,y) \geq p \end{cases} \quad (8.8)$$

Donde,  $r(x, y)$  es un número aleatorio con distribución uniforme en (0,1) y  $p$  es la probabilidad de ocurrencia del ruido aleatorio, es decir, el porcentaje de puntos de la imagen que se verán afectados por el ruido impulsivo del total de puntos de la imagen.

El ruido impulsivo tiene un efecto más extremo sobre un subconjunto total de pixeles de la imagen. Un tanto por ciento de los pixeles de la imagen toma arbitrariamente el valor extremo 0 o 255, Depana (2007).

**Segmentación.** Se refiere a dividir la imagen digital en regiones. El objetivo es obtener información de la imagen para que sea analizada. La segmentación detecta objetos, curvas, etc.)

**Tono.** Atributo de una sensación visual por la que una zona parece similar a una o una proporción de los colores perceptibles como rojo, amarillo, verde y azul.

Los sistemas de mezcla de color modernos incluyen el cuarto proceso de tinta (CMYK) sistema en color (desarrollado en 1934), la 14 tinta Pantone <sup>TM</sup> sistema en color, y la seis tinta Hexachrome sistema en color.

**Tabla 8. 1. Abreviaturas**

a. C., a.c.	Antes de Cristo	etc.	Etcétera
C	centígrado (s)	°F	grado Fahrenheit
°C	grado centígrado	CHz	Gigahertz
Cm	centímetro	CHz	Gigahertz
Ln	logaritmo neperiano	°K	grado Kelvin
Mw	miliwatio	kg.	Kilogramo
Mw	megawatio	KHz	Kilohertz
mμ	Milimicra	Km	Kilómetro
N.	Norte	km <sup>2</sup>	kilómetro cuadrado
n.a.	Número atómico	km <sup>3</sup>	kilómetro cúbico
m	Metro	Kw	Kilowatio
m <sup>2</sup>	metro cuadrado	Seg	Segundo
m <sup>3</sup>	metro cúbico	vol.	Volumen
MHz	megahertz	μ	Micra
min.	minuto	μg	microgramo (s)
ml	mililitro (s)	μm	micrómetro (s) (micras(s))
mm	milímetro	μl	microlitro (s)
nm	nanometros	Ω	Ohmio
Ópt.	óptica	° ' " , ,	grados, minutos y segundos de arco
p	página	%	tanto por ciento
pp	páginas		
p.e.	Por ejemplo		

## IX. REFERENCIAS

- Albiol A. y Torres L. (2001).** An unsupervised color image segmentation algorithm or face detection applications. Politechnic University of Valencia, Spain. 1-4.
- Alchanatis L. y Searcy S.W. (1995).** High speed inspection of carrots with a pipelined image processing system. ASAE, Paper no 95-3179, St Joseph, MI, USA.
- Allende D. G. (1993).** Reconocimiento de formas y visión artificial, Addison Wesley, Madrid España.
- Alonso-Fernández F., Fierrez-Aguilar J. y Ortega-García J. (2005).** A review of schemes for fingerprint image quality computation biometrics relab.- ATVS, Escuela Politécnica Superior - Universidad Autónoma de Madrid. Third COST 275 Workshop. Biometrics on the Internet by University of Hertfordshire Hatfield, UK, 3-6, 27-28.
- Angulo J. (2005a).** Marco de Procesamiento en Color Morfológico Unificado en una representación Lum/Sat/Hue. Morphological mathematical: 40 años en, Springer, los Países Bajos, 387–396.
- Angulo J. (2005b).** Morphological color processing based on distances application to color denoising and enhancement by centre and contrast operators. Centre de Morphologie Mathématique- Ecole des Mines de Paris.
- Angulo J. y Serra J. (2003).** Segmentación de imágenes a color utilizando histogramas bivariantes en espacios color en coordenadas polares. Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de París. 1- 10.
- Angulo J. y Serra J. (2005).** Image color segmentation using bivariate histograms in luminance/saturation/hue polar color spaces, Computación y Sistemas, Vol. 8, 4, 303-316.
- Angulo, J., Puente, S., Ortiz, F. y Torres, F. (2001).** Comparative study of vectorial morphological operations in different colour spaces. Proceedings of SPIE, Intelligent Robots and Computer Vision XX, 4572, 259-268.
- Ashbourn J. (2002).** Biometrics advanced identity verification, the complete guide. Springer Verlag London.
- Astola J. y Haavisto P. (1990).** Procesamiento Morfológico de imágenes a color. Aplicación a la Reconstrucción Geodésica. Vector median filters. Proceedings of the IEEE, Nuevo, Y. Vol. 78, 4, 678-689.

- Bajon J. (1986).** Identification of multicoloured objects using a vision module. Proceedings of the 6th RoViSeC, 21-30.
- Baléndez A. (1996).** Fundamentos de Óptica para Ingeniería Informática.
- Balmelli y Mojsilovic. (1999).** Wavelet Domain Features to texture description. IEEE , Vol. 4. 440-444.
- Barnard K. y Funt B. (1999).** Investigations into multi-scale retinex, in color imaging: Vision and Technology, New York: Wiley, 9-17.
- Barrio P. M. (2007).** Universidad Pública de Navarra Campus Arrosadia s/n . Departamento: Automática y Computación. [http://www.ayc.unavarra.es/miguel.pagola/P\\_histograma.htm](http://www.ayc.unavarra.es/miguel.pagola/P_histograma.htm)
- Baxes G. A. (1994).** Digital image processing, principles and applications. John Wiley – Sons, Inc.
- Baxes G. A. (1994).** Digital image processing, principles and applications. John Wiley-Sons, Inc.
- Bello J. (2000).** Alimentos con propiedades saludables. Ed. Mc. Graw Hill.
- Berger C. E. H., Koeijer A.de J., Glas W. y Madhuizen H. T. (2006).** Color separation in forensic image processing. Journal of Forensic Sciences 51(1),100-102.
- Qin-Sheng C., Defrise M y Deconick F. (1994).** Symetric phase only matched filtering of Fourier Mellin transforms for imagen registration and recognition. Pattern Analysis Machine Intelligence IEEE, Vol. 16, 12, 1156-1168.
- Beucher S. y Meyer, F. (1993).** The morphological approach to segmentation: The watershed transformation. Ed. Mathematical morphology in image processing. Cap. 12, 433-481.
- Beucher S. y Meyer F. (1977).** Méthodes danalyse des contrastes à lanalyseurde textures. École des Mines de Paris. Tech. Report CMM No 625.
- Boker S. (1994).** The representation of color metrics and mapping in perceptual color space. Paper, Department of Psychology. The University of Virginia, Charlottesville, Virginia paper 22903.

- Bosch A. (2005).** El universo de Einstein: cómo la visión de Albert Einstein transformó nuestra comprensión del espacio y el tiempo. Barcelona Editor.
- Serway R. A. (1990).** Physics for Scientists & Engineers. Saunders, 1150.
- Brian A. Wandell. (1995).** Foundations of Vision, Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland.
- Brivot R. y Marchant J. A.. (1996).** Segmentation of plants and weeds for precision crop protection robot using infrared images. IEE Proc- Vision, image and signal process Vol. 143, no 2, 118-124.
- Buzuloiu V. y Vertant C. y Popescu. (1996).** Morphological like operators for color images. Proc. 8th EUSIPCO, Trieste, Italy, 165-168.
- Cai C. y Mitra S.K. (2000).** A normalized color difference edge detector based on Quaternion representation. IEEE. 816-819.
- Campbell F. W. y Robson J.G. (1968).** Application of Fourier analysis to the visibility of gratings. J. Physiol.
- Candelas F., Gil P., Ortiz F., Puente S. y Torres F. (2000).** Use of the Hue/Saturation/Intensity Colour Spaces to the morphological processing of colour Images. Proceedings of First International Conference in Graphics and Image Processing, Saint-Etienne, France, 219-224.
- Cárdenas G. y Kemper G. (2002).** Sistema de reconocimiento de huellas dactilares, Universidad Peruana de ciencias aplicadas, 1-4.
- Caselles V. y Frangi A. (2006).** La segmentación de imágenes, el método de los contornos activos geométricos. Departamento de Tecnología, Universitat Pompeu Fabra.
- Castleman K. R. (1996).** Digital Image Processing. Ed. Prentice Hall.
- Celenk M. (1990).** A color clustering technique for image segmentation. Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol. 52, 145-170.
- Chanjira Sinthanayothin y Suthee Phoojaruenchanachai (2003).** Multimedia Simulation of Colour Blindness and Colour Enhancement Assisted Colour Blindness. Nicolai Petkov Michel A. Westenberg, Ed. Springer. Computer Analysis of Images and Patterns. 10<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Groningen, The Netherlands. 270-277.

- Chanussot J. y Lambert P. (1998).** Total ordering based on space filling curves for multivalued morphology. In: Proceedings of the 4th International Symposium on Mathematical Morphology and its Applications, Amsterdam, Nederland, 51-58.
- Cole A. S. (2006).** Is fingerprint identification valid? rhetorics of reliability in fingerprint proponents discourse, Baldy Center for law and social policy and Blackwell publishing Ltd. Vol. 28, 1, 109-132.
- Comer M. y Delp E. (1999).** Morphological Operations for Colour Image Processing, Journal of Electronic Imaging, Vol. 8, 279-289.
- Coos Bu R. (1997).** Simulación un enfoque práctico. LIMUSA. Cromática en Morfología Matemática. Proceedings de XX Jornadas de Automática, Universidad de Salamanca, 95-100.
- Dai, Y. y Nakano Y. (1996).** Face-texture model based on SGLD and its application in face detection in color scene. Pattern Recognition. Vol. 29, 6, 1007-1017.
- Daley W., Carey R. y Thomson C. (1994).** Real-time colour grading and defect detection of food products. Optics in agriculture, forestry and biological processing SPIE. The International Society of Optical Engineering 2345. 403-411.
- Daley W., Carey R. y Thomson C. (1994).** Real-time colour grading and defect detection of food products. Optics in agriculture, forestry and biological processing SPIE. The International Society of Optical Engineering 2345. 403-411.
- Deng-Wong P., Cheng F. y Venetsanopoulos A. (1996).** Adaptive Morphological Filters for Color Image Enhancement. Journal of Intelligent and Robotic System, Vol. 15. 181-207.
- Denis P., Carre P. y Fernandez-Maloigne C. (2007).** Spatial and spectral Quaternionic approaches for colour images. Computer Vision and Image Understanding, ELSEVIER. 74-87.
- Depana A. (2007).** Departamento de Electrónica y Sistemas, Facultad de Informática. Universidad de Caruña. <http://www.des.edu.es/~adriana>.
- Díaz P. P. (2002).** Biografías. <http://www.astrocosmo.cl/biografi.htm>
- Domínguez J. A. (1995).** Thesis, Fourier based methods in CAD, Cranfield Institution of technology, 1.

- Drahanský M. (2005).** Biometric security systems fingerprint recognition technology, Brn University of Techology, departament of intelligent system.
- Ebner M. (2007).** Color Constancy. Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology.
- Edba L. F. (1997).** A fast thinning algorithm for character, Engenharia Electrica UFU, Brasil.
- Elmoataz A., Belhomme P., Herlin P., Schupp S. y Revenu M. (1996).** Automated segmentation of cytological and histological images for the nuclear quantification: And adaptative approach based on Mathematical Morphology. Micrososc. Mircoanal. Microstruct. Vol. 7, 331-337.
- Espino-Gudiño M. C., Rodríguez-Hernández V., Terol-Villalobos I. R. y Herrera R. G. (2007).** Improved AFIS for Color and Gray Image based on Biometric Triangulation. JCS&T Vol. 7, No. 3. 228-234.
- Espino-Gudiño M. C., Santillan I. y Terol-Villalobos I. R. (2007).** Morphological multiscale contrast approach for gray and color images consistent with human visual perception, Optical Engineering Vol. 46, 6, 1-14.
- F. Nicolás. (1988).** Colorimetría. Publicaciones del Instituto Oficial de Radio y Televisión, (R.T.V.E.), Madrid.
- Fairchild M. (1998).** Color Appearance Models. Ed. Addison Wesley.
- Fan J. y Yau D. (2001).** Automatic Image Segmentation by Integrating Color-Edge Extraction and seed regions growing. IEEE Trans. On Image Processing. 1454-1456.
- Foley J. y Dam Van A. (1982).** Fundamentals of Interactive Computer Graphics The Systems programming series. Ed. Addison Wesley.
- Fotonostra. (2008).** Historia del color. <http://www.fotonostra.com/grafico/elcolor.htm>
- Franz E., Gebhardt y Unklesbay. (1991).** The use of local spectral popoerties of leaves as an aid for identifying weed seedlings in digital images, ASAE Vol. 34 no 2. 682-687.
- Gagliardi. (1985).** Machine vision applications in the food industry. Proceedings Vision85 Conference, Detroit, MI, 524-538.
- Gary Pollice, Liz Augustine, Jas Maghur. (1994).** Software Development For Small Teams. Ed. Wesley.

- Gerrard D. E., Gao X. y Tan J. (1996).** Beef marbling and colour score determination by image processing. *Journal of Food Science* Vol. 61, 1, 145-148.
- Gevers T. y Smeulders A. W. N. (1999a).** Color-based object recognition, *Pattern*
- Gevers T. y Smeulders A. W. N. (1999b).** Reflectance-Based Edge Classification.
- Gilabert E. (1992).** Medida del Color, Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia.
- Gonzalez R. C. y Woods R. E. (2003).** Digital image processing, Addison Wesley.
- Gonzalez R. C. y Woods R. E. (1992).** Digital Image Processing, Prentice Hall.
- González R. y Woods R. (1993).** Digital Image Processing. Ed. Addison-Wesley.
- Gordillo J. (1985).** Colour representations for a vision machine. Proc. 2<sup>nd</sup> International Conf. on Machine Intelligence, London. 375-385.
- Grzegors Kukielka y Jerzy Wozniki. (2001).** Hierarchical Method of Digital Image Segmentation Using Multidimensional Mathematical Morphology. Wladyslaw Skarbek, Ed. Springer. Computer Analysys of Images and Patternes. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 581-588.
- Hall, R. (1981).** Ilumination and Color in Computer Generated Imagery. Springer Verlag, New York.
- Hamilton W. R. (1866)** Elements of Quaternions, Longmans, Gree and Co., London.
- Hanbury A. y Serra J. (1990).** Morfología Matemática en el Espacio cielab. *J. Vis. Comm. La Imagen Representa.* Vol. 1, 21-46.
- Hanbury A. y Serra J. (2001a).** A 3d-polar Coordinate Coulour Representation well adapted to image Vienavis. Pattern Recognition and Image Processing group, Viena University of Technology. Viena, Austria. 1-33.
- Hanbury A. y Serra J. (2001b).** Mathematical morphology in the HLS colour space, en los Proceedings of the British Machine Vision Conference 2001, Tim Cootes y Chris Taylor Eds., (2001) 451-460.
- Hanbury A. y Serra J. (2002).** Mathematical Morphology in the Cielab Space. Pattern Recognition and Image Processing group, Vienna University of Technology. *Image Anal Stereol*, 201-206.

- Hanbury A. y Serra J. (2005).** A 3D polar Coordinate Colour Representation Suitable for Image Analysis, Pattern recognition and Image Processing Group. PRIP-TR-77.
- Haney L., Precetti y Gibson H. (1996).** Color matching of wood with a real-time machine vision system. ASEA Paper No 94-35.
- Hatou K., y Hashimoto Y. (2001).** Application for 3D-Model of it to real process system in plant factories. EFITA, Ecole Nationale Superieure Agronomique. 285-300.
- Heijmans. J. A. M. (1994).** Operadores de Imagen Morfológicos. Prensa Académica, Nueva York.
- Hill B., Th. R, y Vorhagen F. W. (1997).** Comparative Analysis of the Quantization of Color Spaces on the Basis of the CIELAB Color-Difference Formula. ACM Transactions on Graphics, Vol. 16, No. 2.
- Hitchcock David C. (2003).** Thesis, Evaluation and combination of biometric authentication systems, University of Florida.
- Hong L. y Jain A. K. (1999).** Classification of fingerprint images, Kangerlussuaq, Greenland, Proceedings of 11<sup>th</sup> Scandinavian conference on image analysis, 7-11.
- Hrechack K. A. y McHugh A. J. (1990).** Automated fingerprint recognition using structural matching, Vol. 23, 8, 893-904.
- Hsu C. y Kuo C. (1994).** Image compression using multiresolution morphological decomposition. Proc. SPIE. Image álgebraand Morphological Image Processing, Vol. 2300, 90-101.
- Hunt R.W.G. (1987).** Measuring Color, Chichester, U.K. Ellis Horwood.
- Jack B. y Kuipers. (2002).** Quaternion and rotation secuencias, A primer with Applications to Orbits, Aerospace, and Virtual Reality. Princeton University Press copyright.
- Jahne B. (2004).** Practical Handbook on image processing for scientific and technical applications. CRC Press.
- Jain A. (1989).** Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall.
- Jain Jang, Kwiju Kim y Yillbyung Lee. (2003).** Efficient Algorithm of Eyes Image Check for Robust Iris Recognition System. Nicolai Petkov Michel A. Westenberg, Ed. Springer. Computer Analysys of Images and Patternes. 10<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Groningen, The Netherlands. 270-308.

- Jeulin D. y Kurdy M. (1992).** Directional mathematical morphology for oriented image restauration and segmentation. Proc. Acta Stereologica, Vol. 11, 545-550.
- Jianbo S. y Jitendra M. (1997).** Normalized Cuts and Image Segmentation, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 731-737.
- Jobson D. J., Rahman Z. y Woodell G. A. (1997a).** A multiscale Retinex for bridging the gap between color images and the human observation of scenes, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 6, 7, 965-976.
- Jobson D. J., Rahman Z. y Woodell G. A. (1997b).** Properties and performance of the center/surround Retinex, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 6, 3, 451-462.
- Jonathan C. W, Chan, Ruth S., DeFries y Jonh R. G. Townshed. (2001).** Improved Recognition of Spectrally Mixed Land Cover Classes Using Spatial Textures and Voting Classifications. Wladyslaw Skarbek, Ed. Springer. Computer Analysys of Images and Patternes. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 217-226.
- Kay G. y Jager G. D. (1992).** A versatile colour system capable of fruit sorting and accurate object classification. Proceedings of COMSIG92, Cape Town. 145-148.
- Kender J. (1976).** Saturation, hue, and normalized color; calculation, digitisation effects, and use. Technical report, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh.
- Kevan P.G. y Backhaus W.K. (1998).** Color Vision: Ecology and Evolution in Making the Best of the Photic Environment in Color Vision. 163-183.
- Kogan R. G., Agaian S. S. y Lentz K. P. (1998).** Visualization using rational morphology and magnitude reduction, Proc. SPIE Nonlinear Image Processing IX, 3387. 153-163.
- Koschan A. (1997).** Segmentation of Color Images for the Minimization of Interreflections. Proc. 4th International Workshop on System, Signals and Image Processing. Poznan, Poland. 191-194.
- Koschan A. y Abidi M. (2005).** Detection and classification of edges in color images. IEEE Signal Processing Magazine, No. 64.
- Krutz, G. W., Gibson, H.G., Cassens, D.L. y Zhang M. (2000).** Colour vision in forest and wood engineering. Landwards 55. 2-9.

- Krzysztof Walczak. (2001).** Image Retrieval Using Spatial Color Information. Wladyslaw Skarbek, Ed. Springer. Computer Analysis of Images and Patterns. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 53-60.
- Kthe. U. (1995).** Primary Image Segmentation. In DAGM-Symposium. 554-561.
- L. Vincent. (1993).** Morphological grayscale reconstruction in image analysis: Applications and efficient algorithms, IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 2, 2, 176-201.
- Lambert H. P. y Grecu (2003).** A quick and coarse color image segmentation. IEEE. ANNECY cedex France. 1-4.
- Lammens J. (1994).** A Computational Model for Color Perception and Color Naming. PhD. Dissertation. State University of New York at Buffalo, NY.
- Land E. (1986).** Recent advances in retinex theory, Vis. Res. Vol. 1, 7-21.
- Lantuéoul C. y Beucher. (1981).** On the use of geodesic metric in image analysis. Journal of Microscopy, 121. 39-49.
- Ledley S., Buas M., Golab T. (1990).** Fundamentals of true-color image processing. Proceedings of 10th International Conference on Pattern Recognition, Atlantic City. 791-795.
- Lee C., Haralick R. y Phillips, T. (1989).** Image segmentation using the morphological pyramid. Proc. SPIE. Applications of Artificial Intelligence VII. Vol. 1095.
- Lee W.S., Slaughter D. y Giles D.K. (1999).** Robotic weed control system for tomatoes, Kluwer Academic in The Netherlands. Vol. 1, 95-113.
- Levkowits H. y Gabor T. H. (1993).** A generalized lightness, hue, and saturation color models, GVGIP: Graphical Models and Image Processing, Vol. 55, 4, 271-285.
- Lezoray O. (2004).** An unsupervised color image segmentation base on morphological 2D clustering and fusion. LUSEC EA 2607, Vision and Image Analysis Group.
- Lianghai J. y Dehua L. (2007).** An Efficient Color-Impulse Detector and its application to color images, IEEE Signal processing letters, Vol. 14, No. 6.
- Liévin M. y Luthon F. (2003).** A hierarchical segmentation algorithm for face análisis. Application to lipreading. Signal and Imagen Laboratory- Grenoble National Polytechnic Institute. 1-5.

- Lievin M. y Luthon F. (2004).** Nonlinear color space and spatiotemporal MRF for hierarchical segmentation of face features in video. *Image Processing, IEEE Transactions on* Vol. 13, Issue 1, 63 - 71
- Lim Y. y Lee, S. (1990).** On the color image segmentation algorithm based on the thresholding and the fuzzy c-means techniques. *Pattern Recognition*, Vol. 23, 9, 935-952.
- Linda G. Shapiro, George C., Stockman. (2001).** *Visión de computadora*, 279-325, Nuevo-Jersey, Prentice-Pasillo.
- Liu J. y Paulsen M.R. (1997).** Corn whiteness measurement and classification using machine vision. In: 1997 ASAE Annual International Meeting Technical Papers, ASAE, 2950 Niles Road, St. Joseph, MI 49085-9659, USA. Paper No. 973045.
- Liu J. y Yang, Y. (1994).** Multiresolution color image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 16, 7, 689-700.
- Livingstone M. y Hubel D. (1988).** Segregation of Form, Color, Movement, and Depth: Anatomy, Physiology, and Perception. *Science* (240). 740-749.
- Locht P., Thomsen, K. y Mikkelsen, P. (1997).** Full color image analysis as a tool for quality control and process development in the food industry. ASAE, 2950 Niles Road, St. Joseph, MI 49085-9659, USA. Paper No. 973006.
- Lucchese L. y Mitra S.K. (2000).** Filtering color images in the xyY color space. In *IEEE International Conference on Image Processing*, Vancouver, Canada, 500-503.
- Lucchese, L. y Mitra, S.K. (2000).** Filtering color images in the xyY color space, in *Proc. Int. Conf. Image Processing (ICIP 2000)*, Vol. III. 500–503.
- Lucchese L. y Mitra S.K. (2004).** A new class of chromatic filters for color image processing. *Theory and applications, IEEE Transaction on Image Processing*, Vol. 13, No. 4, 534-548.
- Lucchese L., Mitra S. K. y Mukherjee J. (2001).** A new algorithm based on saturation and desaturation in the xy chromaticity diagram for enhancement and re-rendition of color images, in *Proc. Int. Conf. Image Processing (ICIP 2001)*, 2, 2001. 1077–1080, Thessaloniki, Greece.
- Lukac R. y Konstantinos N. P. (2007).** *Color Image Processing, Methods and Applications*. CRC Taylor & Francis Group, LLC.

- MacEvoy B. (2008).** Title. Handprint. for general discussion see Bruce MacEvoy Mixing with a color. <http://handprint.com/HP/WCL/>
- Matsopoulos, G., Marshall, S. (1995).** Application of morphological pyramids: fusion of MR and CT phantoms. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 6, 2, 196-207.
- Matsopoulos, G., Marshall, S., Brunt, J. (1994).** Multiresolution morphological fusion of MR and CT images of the human brain. *IEEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing*, Vol. 141, 3, 137-142.
- Meyer F. (1991).** Un algorithme optimal de ligne de partage des eaux. *Proceedings 8th Congress AFCET. Lyon-Villeurbanne*, Vol. 2, 847-859.
- Meyer F. (1992).** Colour Image Segmentation. *Proceeding of the ICIP92*, 303-306.
- Michelson A. (1927).** *Studies in Optics*. U. of Chicago Press.
- Meyer F. (1994).** Topographic distance and watershed lines. *Signal Processing*, 38, 113-125.
- Meyer F. y Beucher S. (1990).** Morphological segmentation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 1, 1, 21-46.
- Meyer F. y Serra J. (1989).** Contrasts and activity lattice, *Signal Process*, 16, 303-317.
- Minkowsky H. (1901).** Uber die begriffe l ange, oberf ache und volumen. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*, Vol. 9, 115-121.
- Mitra S. K. y Sicuranza L. G.(2001).** *Nonlinear Image Processing*. Academic Press.
- Mittal Ankush and Sung Wing-Kin. (2003).** Video Retrieval by Context-Based Interpretation of Time to Collision Descriptors. Nicolai Petkov Michel A. Westenberg, Ed. Springer. *Computer Analysis of Images and Patterns*. 10<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Groningen, The Netherlands. 207-213.
- Morimoto T. y Hashimoto. (2000).** AI approaches to identification and control of total plant production systems. Pergamon, *Control Eng. Practice* 8. 555-567.
- Morimoto T., Takeuchi T., Miyata H. y Hashimoto Y. (2000).** Pattern recognition of fruit shape based on the concept of chaos and neural networks. *Computers and Electronics in Agriculture* Vol. 26, 171-186.

- Morimoto T., Torii Y. y Hashimoto. (1995).** Optimal Control of Physiological processes of plants in a green plant factory. Pergamon, Control Eng. Practice, Vol. 3, No 4. 505-511.
- Mukhopadhyay S. y Chanda B. (2000).** Multiscale morphological approach to local contrast enhancement, Signal Processing, Vol. 80, 4, 685-696.
- Munack A. y Hannover (1997).** Mathematical and Control Applications in Agricultura adn Horticultura. IFAC; Workshop, Hannover, Germany. Pergamon. 137-140.
- Munack, Kacira y Ling P.P. (2001).** Design and Development of an automated and non-contact sensing system for continuous monitoring of plant healt and growth. American society of Agricultural Engineers ISSN, Vol. 44, 4, 989-996.
- Murria James D. y William Van Ryper. (1994).** Graphics File Formats, Ed. O'Reilly y Assiciats, Inc.
- Natale D. y Laureando F. (2000).** Tesis: Algoritmi parametrici per la segmentazione di immagini digitali basati sullanalisi congiunta delle caratteristiche di colore e tessitura. Univeritá Degli studi di Trento. Facolta di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, Dott.
- Neumann C., Champod C., Puch-Solis R., Egli N., Anthonioz A. y Bromage-Grffiths. (2007).** Coputation of likelihood ratios in fingerprint identification for conFigurations of any number of minutiae. Journal Forensic Sci. Vol. 52, No, 1.
- Ortiz F. (2002).** Tesis: Procesamiento morfológico de imágenes en color. Aplicación a la reconstrucción geodésica. Universidad de Alicante.
- Ortiz F. y Torres F. (1999).** Tratamiento y Modelado de la Información. (Manual de Colorimetría).
- Ortuño, J., Malpoca N., Reig S., Matínez R., Desco M. y Santos A. (2001).** Algoritmo Morfológico de Segmentación de Imágenes de Resonancia Magnética Normales Ponderadas en T1. Proceedings de XIX Congreso Anual de la Sociedad Española de Ingeniería Biomédica. 205-208.
- Park J. L. (1999)** <http://dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Electrons/Spectrum-History.html>
- Participante M. y Delp E. (1999)** Operaciones Morfológicas para Imagen a color Pro - cessing. J. Electrón. Representación, Vol. 8, 279–289.
- Pe S. y Chen F. (1991).** Subband decomposition of monochrome and color images by mathematical morphology. Optical Engineering, 30. 921-923.

- Pei S. C., Zeng Y. C. y Chang C. H. (2004).** Virtual restoration of ancient chinese paintings using color contrast enhancement and lacuna texture synthesis, *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 13, 3, 416-429.
- Pei S.C., Ding J.J. y Chang J.H. (2003).** Efficient implementation of Quaternion Fourier transform, convolution, and correlation by 2D complex FFT, *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 51, no. 7, 1941-1953.
- Peli E. (2002).** Feature detection algorithm based on a visual system model, *Proc. of the IEEE*, Vol. 90, 1, 78-93.
- Pérez A., Víctor E. y Ortiz M. I. M. (2005).** Reconocimiento de huellas digitales en escala de grises, Facultad de ciencias de la computación, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Peters I. R. (1995).** A new algorithm for image noise reduction using mathematical morphology. *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 4, 3, 554-568.
- Peters II A. (1997).** Mathematical morphology for angle-valued images. *Proceedings of SPIE, Non-Linear Image Processing*, Vol.VIII, 3026. 84-94.
- Platoniotis K. (2000).** *Color Image Processing and Applications*. Springer-Verlag.
- Potjer F.K. (1996).** Region adjacency graphs and connected morphological operators, in *Mathematical Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing*, P. Maragos, R.W. Schafer, M.A. Butt, Eds., Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 111-118.
- Poynton C. (1996).** *A Technical Introduction to Digital Video*. Ed. Prentice Hall, Toronto.
- Pratt W. K. (2001).** *Digital image processing*. John Wiley & Sons, Inc.
- Pritchard A. (1995).** Achieving brightness-insensitive measurements of colour saturation in colour object recognition. *Proceedings 5th International Conference on Image Processing and its Applications*, Institution of Electrical Engineers, Heriot-Watt University, Edimburg, UK, 791-795.
- Rahman Z., Jobson D. J. y Woodell G. A. (2004).** Retinex processing for automatic image enhancement, *J. Electron. Imaging*, Vol. 13, 1, 100-110.
- Ratha N. K., Karu K., Chen S. y Jain A. K. (1996).** A real-time matching system for large fingerprint databases, *IEEE TPAMI* Vol. 18, 8, 799.

- Robertson A. (1977).** The CIE color-difference formulae. Color research and application, Vol. 2, 1, 7-11.
- Rodieck R. (1993).** The Vertebrate Retina. W.H. Freeman, San Francisco.
- Rodríguez-Hernández V. (1998).** Procesamiento de Huellas Dactilares. Tesis de Maestría en Ciencias de la Computación, Fundación Arturo Rosenblueth, 1998.
- Rodríguez-Hernández V. (1998).** Tesis: Procesamiento de huellas dactilares. Fundación Arturo Rosenblueth, AC. Mexico.
- Ronse C. (1990).** Why mathematical morphology needs complete lattices. Signal Processing, Vol. 21, 129-154.
- Rosenfeld A. y Pfaltz J. (1966).** Sequential operations in digital picture processing. J. Assoc. Comp. Mach, Vol. 13, 4, 471-494.
- Russ J. C. (2000).** The image processing handbook, CRC Press -2<sup>nd</sup> ed.
- Saarinen K. (1994).** Color image segmentation by watershed algorithm and region adjacency graph processing. Proceedings of ICIP94, Vol. 3, 1021-1025.
- Salembier P. y Serra J. (1995).** Flat Zones Filtering, Connected Operators, and Filters by Reconstruction. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 4 (8), 1153-1160.
- Salembier P., Brigger P., Casas J. y Pardas M. (1996).** Morphological Operators for Image and Video Compression. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 5, 6, 881-887.
- Sangwine S. J. (1998).** Colour image edge detector based on Quaternion convolution, Electronics letters, Vol. 34, No. 10.
- Sangwine S.J. y Ell T.A. (2000)** Colour image filters based on Quaternion convolution, IEE Proc-Vis, Image signal process. Vol. 147, No. 2.
- Sarifuddin M. y Missaoui R. (2005).** A new perceptually uniform color space with associated color similarity measure for content-based image and video retrieval. Département d'informatique et d'ingénierie, Université du Québec en Outaouais, Québec Canada, J8X 3X7. 1-8.
- Sartor L. y Semanas A. (2001).** Operaciones Morfológicas en Imágenes a color. J. Electrón. Representación, Vol. 10, 2, 548-559.
- Sartor L. y Weeks A. (2001).** Morphological operations on colour images. Journal of Electronic Imaging, Vol. 10, 548-559.

- Schavemaker J. G. M., Reinders M. J. T., Gerbrands J. J. y Backer E.**, Image sharpening by morphological filters, *Pattern Recognition*, 33, 997-1012.
- Schmitt M. (1989)**. Geodesic arcs in non-Euclidean metrics, application to the propagation function. *Revue d'intelligence artificielle*, Vol. 3, 2, 43-76.
- Serra J. (1988)**. *Image Analysis and Mathematical Morphology. Análisis de Imagen y Morfología Matemática*, Vol. II, Theo-retical avances. Prensa Académica, Nueva York.
- Serra J. (2000)** Connections for set and functions, *Fundamenta Informaticae*. Vol. 41, 147-186.
- Serra J. (2002)** Espaces couleur et traitement d'images, Centre Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris, Nota Interna N-34/02/MM, Fontainebleau, Francia.
- Serra, J. y Salembier P. (1993)**. Connected operators and pyramids. *Proc. of SPIE Image algebra and mathematical morphology*. San Diego, California, USA. Vol. 2030, 65-76.
- Serrat J., López A. y Lloret D. (2000)**. On ridges and valleys. *Pattern Recognition International Conference (15<sup>th</sup>)*.
- Shapiro G. L. y Stockman C. G. (2001)**. *Computer Vision*, 279-325, New Jersey, Prentice-Hall, ISBN 0-13-030796-3
- Sharma G. y Trussell H. (1997)**. Digital Color Imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*. Vol. 7, 6, 901-932.
- Shih F. y Wu H. (1992)**. Optimization on euclidean distance transformation using grayscale morphology. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 3, 2, 104-114.
- Shih T. (1995)**. The reversibility of six geometric color spaces. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 61, 10, 373-405.
- Slaughter D. C., Giles D. K. y Lee W. S. (1999)**. *Robotic Weed Control System for Tomatoes*. Kluwer Academic Publishers. 95-113.
- Sluzek Andrzej. (2001)**. A local Algorithm for Real-Time Junction Detection in Contour Images. Wladyslaw Skarbek, Ed. Springer. *Computer Analysis of Images and Patterns*. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 465-481.

- Smith A. R. (1978a).** Color gamut transform pairs. Computer Graphics SIGGRAPH78 Proceedings, Vol. 12, 2, 12-19.
- Smith A. R. (1978b).** La Gama en Color Transforma Pares, Gráfica Realizada por Ordenador. Computer Gráfica, Vol. 12, 3, 12-19.
- Soille P. (2003).** Morphological image analysis, 2<sup>nd</sup> edition, Springer- Verlag, Heidelberg.
- Soille P. y Ansoult M. (1990).** Automated basin delineation from digital elevation models using mathematical morphology. Signal Processing, 20, 171-182.
- Soille P. y Vicent L. (1990).** Determining watershed in digital pictures via flooding simulations. Proc. SPIE of Visual Communications and Image Processing90. Vol. 1360, Lausanne. 240-250.
- Svisky D. y Polozkov Y. (2001).** The industrial Application of the Irregular 3D- Objects Image Processing in the Compact Reverse Engineering System. Wladyslaw Skarbek, Ed. Springer. Computer Analysys of Images and Patternes. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 457-464.
- Tadhg B. y Da-Wen S. (2002).** Inspection and grading of agricultural and food products by computer vision systems\*/a review. Computers and Electronics in Agriculture, Vol. 36, 193-213.
- Ted G. (1995).** Software Fastgraph for Windows.
- Terol-Villalobos I. R. (2001).** Morphological image enhancement and segmentation, in Advances in Imaging and Electron Physics, Peter W. Hawkes Ed., Vol. 118. Academic Press, 207-273.
- Terol-Villalobos I. R. (2004).** Morphological connected contrast mappings based on tophat criteria: A multiscale approach, Optical Engineering. Vol. 43, 7, 1577-1595.
- Terol-Villalobos I. R. y Mendiola-Santibañez J. (2003).** Image Segmentation Based on Transformations with Reconstruction Criteria. Nicolai Petkov Michel A. Westenberg, Ed. Springer. Computer Analysys of Images and Patternes. 10<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Groningen, The Netherlands. 270-301-308.
- Thurnhofer S. y Mitra S. K. (1996).** A general framework for quadratic Volterra filter for edge enhancement. IEEE Transactions on image processing, Vol. 5, No 6.

- Tian L. (1995).** Knowledge based machine vision system for outdoor plant identification. Ph, D. Dissertation University of California, Davis. 1396-1407.
- Tian L. (2002).** Development of a sensor-based precision herbicide application system. Pergamon, Control Eng. Elsevier-Computer and electronics in agriculture. 133-149.
- Toet A. (1990)** Hierarchical image fusion, *Machine Vision and Applications*, 3, 1-11.
- Toet A. (1992a)** Multi-scale contrast enhancement with applications to image fusion *Optical Engineering*, Vol. 31, 5, 1026-1031.
- Toet A. (1992b)** Multiscale color image enhancement in *Proc. SPIE Int. Conf. Image Processing and its Applications*, 583-585.
- Trahanias P. y Venetsanopoulos A. (1993).** Vector directional filters: A new class of multichannel image processing filters. *IEEE Transactions on Image Processing*. Vol. 2, 4, 528-534.
- Vanhammel I., Sahli H., Pratikakis I. (2000).** Hierarchical multiscale Watershed segmentation of color images. *Proceedings of First International Conference in Graphics and Image Processing*, Saint-Etienne, France, 219-224.
- Vincent. L. (1993).** Reconstrucción de escala de grises morfológica en análisis de imagen: Aplicaciones y Eficient Algoritmos. *Transacción de IEEE en Procesamiento de Imágenes*, Vol. 2, 2, 176–201.
- Vliet V. y Young I. (1989).** A nonlinear laplace operator as edge detector in noisy images. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 45, 2, 167-195.
- Ward J. P. (1997).** Quaternions and cayley numbers, álgebraand applications, Kluwer Academic Publishers, Vol. 403.
- Wesolkowski S. B. (1999).** Color image edge detection and segmentation: A Comparison of the Vector Angle and the Euclidean Distance Color Similarity Measures. Thesis presented to the University of Waterloo in fulfillment Waterloo, Ontario, Canada, 1999.
- Wesolkowski y Jeringan E. (1999).** Color edge detection in RGB using jointly euclidean distance and vector angle. In *Vision interface 99*, Trois-Rivieres. Canada
- Westland S. (2001).** Colourware Ltd. Universidad de Leeds (Gran Bretaña). [http://www.gusgsm.com/mezcla\\_aditiva](http://www.gusgsm.com/mezcla_aditiva).

**Wilson Will. (2000).** Simulating ecological and evolutionary systems in C. Ed. Cambridge University Press.

**Włodzimierz Kasprzak. (2001).** An iconic classification scheme for video-based traffic sensor task. Władysław Skarbek, Ed. Springer. Computer Analysis of Images and Patterns. 9<sup>th</sup> International Conference, CAIP. Warsaw, Poland. 725-732.

**Wobbecke D. M., Meyer, K. y Von Barga. (1995).** Shape features for identifying young weeds using image analysis. ASEA Vol. 30, No.1, 271-281.

**Wysocki G. y Stiles W. (1982).** Color Science: Concepts and methods, quantitative data and formulae. Sec. Ed. John Wiley & Sons.

**Yager N. y Amin A. (2005).** Coarse fingerprint registration using orientation fields, EURASIP Journal on applied signal processing. Vol. 13, 2043-2053.

**Yilong Y., Jie T. y Xiukun Y. (2004).** Ridge distance estimation in fingerprint images: Algorithm and performance evaluation, EURASIP Journal on applied signal processing. Vol. 4, 495-502.