



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería



Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

METODOLOGÍA PARA EVALUAR EL DESEMPEÑO DE CENTROS DE
INVESTIGACIÓN MEDIANTE LA APLICACIÓN DE MODELOS
MATEMÁTICOS.

CASO DE ESTUDIO: LOS PRINCIPALES CENTROS DE INVESTIGACIÓN
DEL AGUA EN MÉXICO.

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el título de
Licenciada en Matemáticas Aplicadas

Presenta:

Irma Molina Flores

Dirigida por:

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera
Presidente

Firma

MDM. Carmen Sosa Garza
Secretario

Firma

Dr. Eric Moreno Quintero
Vocal

Firma

M. en C. José Antonio Altamirano Corro
Suplente

Firma

Dr. Gilberto Herrera Ruiz
Director de la Facultad de Ingeniería

Septiembre 2010



RESUMEN

En el presente trabajo se propone una metodología para evaluar el desempeño de centros de investigación. La metodología se sustenta en dos herramientas matemáticas utilizadas para la toma de decisiones, el Proceso de Jerarquía Analítica (PJA) que es un método multicriterio y el Análisis Envolvente de Datos (AED) utilizado ampliamente para la medición de eficiencias. Para el caso de estudio que nos ocupa: los principales Centros de Investigación del Agua en México se consideraron nueve indicadores de desempeño y cuatro instituciones competidoras. Con éstos se formaron siete criterios y cuatro alternativas, respectivamente; a los cuales se les aplicó el PJA. Se obtuvo una jerarquización de los centros de investigación, según su desempeño, en una escala de proporción. Se analizaron las cifras obtenidas utilizando el AED, obteniendo la evaluación del desempeño de cada uno. La combinación PJA-AED permitió calcular la eficiencia de los centros de investigación incorporando juicios de valor subjetivo a una jerarquización basada en datos objetivos.

Palabras clave: Proceso de Jerarquía Analítica, Análisis Envolvente de Datos, Eficiencia, Métodos Multicriterio.

SUMMARY

In this paper we propose a methodology for assessing the performance of research centers. The methodology is based on two mathematical tools used for making decisions, the Analytic Hierarchy Process (AHP) which is a multicriteria method and the Data Envelopment Analysis (DEA) used widely to measure efficiencies. In the case of study in question: the main Water Research Centers in Mexico were considered utilizing nine performance indicators and four competing institutions, from these seven criteria and four alternatives, respectively. After the AHP was applied to them a hierarchy of research centers according to their performance on a scale of proportion was obtained. The figures obtained were analyzed using the DEA, in order to carry out the performance evaluation of each. AHP-DEA combination permitted to incorporate both quantitative and qualitative variables for efficiency assessment.

Key words: Analytic Hierarchy Process, Data Envelopment Analysis, Efficiency, Multicriteria Method.

DEDICATORIAS

A mis padres, quienes me dieron educación y su apoyo incondicional para estudiar una carrera.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todos mis maestros de la Lic. en Matemáticas Aplicadas que me hayan brindado sus conocimientos y hayan sido mis guías durante la carrera, especialmente a la Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera, directora de esta tesis y a los maestros: MDM. Carmen Sosa Garza, Dr. Eric Moreno Quintero y M. en C. José Antonio Altamirano Corro, mis sinodales, por su valiosa aportación. Así mismo a quienes me facilitaron la base de datos de los indicadores de desempeño de los cuatro Centros de Investigación del Agua en México que analicé.

ÍNDICE

RESUMEN.....	i
SUMMARY	ii
DEDICATORIAS.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
ÍNDICE	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS.....	vii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Planteamiento general.....	7
1.3. Hipótesis.....	8
1.4. Objetivos	8
1.5. Justificación.....	8
2. REVISIÓN DE LITERATURA.....	11
2.1. Estado del Arte	11
2.1.1. Aplicaciones del Proceso de Jerarquía Analítica	11
2.1.2. Aplicaciones del Análisis Envolvente de Datos.....	14
2.1.3. Aplicación Combinada del Proceso de Jerarquía Analítica y el Análisis Envolvente de Datos.....	18
3. METODOLOGÍA	22
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	56
5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS.....	59
6. BIBLIOGRAFÍA.....	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Estructura jerárquica del problema: la evaluación del desempeño de los Centros de Investigación del Agua.....	47
Figura 2. Prioridades de los criterios 1 - 7 con respecto al objetivo: evaluar el desempeño de los CIA. Y la razón de inconsistencia de la matriz de comparación por pares de los criterios (Tabla 10).	49
Figura 3. Prioridad global de cuatro alternativas con respecto al objetivo: evaluar el desempeño de los CIA.....	52

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Escala de comparación binaria de los atributos.	24
Tabla 2. Consistencia aleatoria de acuerdo al tamaño n de una matriz A	26
Tabla 3. Fuentes de variación del modelo AED.	29
Tabla 4. Correspondencia entre primal y dual.....	36
Tabla 5. Principales indicadores de desempeño de los Centros de Investigación.....	44
Tabla 6. Indicadores de desempeño. Caso de estudio: Los Centros de Investigación del Agua.....	45
Tabla 7. Cifras de los indicadores de desempeño de los cuatro Centros de Investigación, actualizados al año 2009.	46
Tabla 8. Años de antigüedad de cuatro Centros de Investigación del Agua.....	47
Tabla 9. Promedios de las alternativas de decisión por criterio.....	48
Tabla 10. Matriz de comparación por pares, de los criterios.	48
Tabla 11. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C1..	49
Tabla 12. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C2..	50
Tabla 13. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C3..	50
Tabla 14. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C4..	50
Tabla 15. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C5..	50
Tabla 16. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C6..	51
Tabla 17. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C7..	51
Tabla 18. Vectores de prioridades para cuatro centros de investigación.....	51
Tabla 19. DMUs, INPUTS y OUTPUTS.	52
Tabla 20. Eficiencia Input-Orientada de un Modelo DEA-BCC con Factores Indeseables. ...	53
Tabla 21. Valores de Holgura de un Modelo con Factores Indeseables.....	54
Tabla 22. Proyección Eficiente de un Modelo con Factores Indeseables.....	54

1. INTRODUCCIÓN

Las empresas, instituciones, dependencias y organizaciones que otorgan un bien o servicio en beneficio de la sociedad, buscan la optimización de sus recursos. Para ello es importante evaluar su desempeño mediante el análisis de datos objetivos, basado en indicadores de desempeño establecidos, que les permita identificar sus debilidades y fortalezas, así como áreas de oportunidad y detectar estrategias de éxito en los competidores.

1.1. Antecedentes

El desarrollo de una metodología que evalúe el desempeño de una organización perteneciente a algún sector económico (educación, finanzas, transporte, telecomunicación, agricultura, etc.), es un tema que ha ocupado a muchos investigadores. Sin embargo, la literatura revisada no reporta estudios de evaluación del desempeño de centros de investigación.

Diferentes metodologías han sido creadas mediante la combinación de dos o más métodos para evaluar a una organización o a varias organizaciones. Uno de esos métodos, el Proceso de Jerarquía Analítica (PJA), hace posible establecer una clasificación relativa de las alternativas de decisión con poca información sin que éstas se hayan cuantificado con exactitud y considerando juicios de valor subjetivo. La metodología del Análisis Envolvente de Datos (AED), basada en la programación lineal, mide la eficiencia relativa de unidades productivas que se desempeñan de forma similar.

El Proceso de Jerarquía Analítica requiere que el decisor exprese en qué medida una alternativa es preferida sobre otra empleando una escala de tipo verbal cuantitativa o gráfica. El método facilita la interpretación de estos juicios comparativos para estimar las preferencias del decisor y establecer una clasificación relativa de las alternativas de decisión y garantiza que la ordenación es coherente

con sus preferencias reales (Piñeiro, 2002). Este método fue desarrollado por Thomas Saaty en 1980 y se clasifica como una técnica multiatributos para la toma de decisiones.

La metodología del Análisis Envolvente de Datos parte para su resolución del conocimiento de la cantidad de los recursos consumidos (inputs o entradas) y de la cantidad de las producciones generadas (outputs o salidas) por cada unidad productiva o de toma de decisión. A las unidades de toma de decisión se les denomina DMUs (Decision Making Units) haciendo referencia al hecho de que tienen libertad para modificar la cantidad de sus inputs y outputs.

El primer paso del AED consiste en definir el conjunto de posibilidades de producción del problema, es decir, identificar los posibles puntos de operación admisibles. Las dos alternativas más frecuentes son las tecnologías denominadas rendimientos a escala constantes, ver Charnes, Cooper y Rhodes (1978), y rendimientos a escala variables, ver Banker, Charnes y Cooper (1984). La primera de las tecnologías considera como punto de operación admisible del problema cualquier combinación lineal de las producciones de las DMUs observadas, mientras que en la tecnología de rendimientos a escala variables sólo se consideran admisibles las combinaciones lineales convexas (Villa et al., 2005).

Un modelo del Análisis Envolvente de Datos es el desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (AED-CCR) en 1978. Banker, Charnes y Cooper (BCC) modificaron el modelo AED-CCR y en 1984 publicaron su modelo AED-BCC. En el capítulo 3 se presentarán ambos modelos.

Varios investigadores han trabajado con ambas metodologías, el PJA y el AED; sus casos de estudio se mencionan en la revisión de la literatura presentada en el capítulo 2. En el presente trabajo, se usaron dichos métodos y se desarrolló una metodología que evalúa el desempeño de los centros de investigación, (caso particular: los cuatro principales centros de investigación del agua de México); que se describe en el capítulo 3. Los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología desarrollada y la discusión de los mismos se presentan en el capítulo 4. Las

conclusiones y prospectivas para desarrollos y aplicaciones posteriores, se describen en el capítulo 5.

El indicador de desempeño consiste de una variable cualitativa o cuantitativa que proporciona una base simple y confiable para evaluar logros, cambios o desempeño. Es una unidad de información medida por tiempo que ayuda a mostrar los cambios ocurridos en una o varias áreas. Un centro de investigación mide su desempeño con indicadores particulares tales como: investigadores de tiempo completo y miembros del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), alumnos graduados (becarios) y número total de alumnos; todos éstos pertenecen al área de recursos humanos; el indicador de ingresos por proyectos (en millones de pesos) que pertenece al área de recursos financieros; los indicadores de artículos en revistas indizadas, informes técnicos y número total de proyectos realizados contratados y proyectos realizados concluidos, del área de producción científica y tecnológica. Los indicadores son medidos por periodos determinados, generalmente de un año.

Para analizar y evaluar el desempeño de la Facultad de Ingeniería de la UAQ es necesario considerar sus centros de investigación y resulta interesante recurrir al uso de una metodología confiable que permita calcular la eficiencia de los mismos, incorporando juicios de valor considerando una jerarquización basada en datos objetivos, con ponderaciones de inputs y outputs que permitan generar el índice de eficiencia.

A continuación se presentan los cuatro principales centros de investigación del agua en México, su origen, función y misión. Se aplicará la metodología a dichos centros, entre los cuales se encuentra el CIAQ que pertenece a la Facultad de Ingeniería de la UAQ.

Centros de Investigación del Agua en México

Existen principalmente cuatro centros de investigación del agua, con capacidad técnica para resolver temas relacionados con el agua en México, que están dedicados a enfrentar los retos nacionales y regionales relacionados con el

recurso agua; hacer investigación y desarrollo tecnológico para proteger el recurso y asignarlo de manera eficiente y equitativa entre los usuarios.

Dichos centros de investigación son: el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (II UNAM), el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), el Centro Interamericano de Recursos del Agua (CIRA) y el Centro de Investigaciones del Agua-Querétaro (CIAQ); con una antigüedad al año 2009 de cincuenta y tres, veinte, quince y dos años, respectivamente.

El Instituto de Ingeniería de la UNAM



El Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México es un centro de investigación en diversas áreas de la ingeniería. En 1955 el II UNAM inició sus actividades como una asociación civil. En 1956, se integró a la Universidad Nacional Autónoma de México y se instaló en Ciudad Universitaria de la Ciudad de México. En 1959 se consolidó como la División de Investigación de la ahora Facultad de Ingeniería de la UNAM. En 1976 el Instituto de Ingeniería se convirtió en una entidad académica universitaria integrada al Consejo Técnico de la Investigación Científica de la UNAM.

La misión del II UNAM es contribuir al desarrollo del país y al bienestar de la sociedad a través de la investigación en ingeniería y de la formación de recursos humanos.

El Instituto de Ingeniería se ha desarrollado y crecido exclusivamente en Ciudad Universitaria, Coyoacán, México D.F. Sin embargo, la creciente presencia de la UNAM en el país ha potenciado las capacidades locales de docencia, investigación y extensión de la cultura, el Instituto de Ingeniería instaló una Unidad Académica en el campus de la UNAM ubicado en Morelia, Michoacán. Unidad

constituida por académicos de la Subdirección de Hidráulica y Ambiental. (<http://www.ii.unam.mx>).

EL IMTA

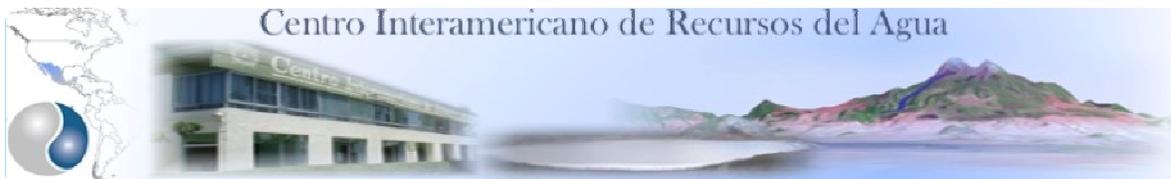


El Instituto Mexicano de Tecnología del Agua es un organismo público descentralizado del gobierno federal, con personalidad jurídica y patrimonio propios, coordinado sectorialmente por la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (DOF, 30 de octubre de 2001).

Su misión es producir, implantar y diseminar conocimiento, tecnología e innovación para la gestión sustentable del agua en México. La cual cumple mediante: la investigación científica (básica y aplicada), el desarrollo, adaptación y transferencia de tecnología, la innovación en los diferentes aspectos de la gestión de los recursos hídricos, la formación de recursos humanos calificados; y la prestación de servicios tecnológicos, de capacitación, de consultoría y asesoría especializadas, de información y de difusión del conocimiento, científico y tecnológico.

Se ubica en: Paseo Cuauhnáhuac No. 8532, Col. Progreso, C.P.62550 Jiutepec, Morelos. (www.imta.gob.mx).

EL CIRA



El Centro Interamericano de Recursos del Agua es una institución dedicada a la docencia, la investigación y la difusión del conocimiento sobre el recurso agua; con sus programas de formación de recursos humanos y desarrollo de investigación básica y aplicada, contribuye a la solución de la problemática que existe alrededor del líquido vital.

El CIRA cuenta con tres cuerpos académicos especializados en: hidrología, tratamiento de aguas y control de la contaminación y gestión integrada del agua. De ellos se desprenden diferentes líneas de investigación encaminadas a la preservación y cuidado de los recursos hídricos.

Se ubica en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de México. Cerro de Coatepec s/n. Ciudad Universitaria, C.P. 50130. Toluca, Estado de México, México. (<http://cira.uaemex.mx>).

EI CIAQ



En el año 2005 la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) se consolidó como el principal asesor en materia tecnológica relacionada con el sector agua de gobierno del estado de Querétaro. En el año 2007

expandió sus actividades con la creación de un programa, para fortalecer la innovación, investigación y educación en materia de ingeniería de recursos hídricos, fundando el Centro de Investigaciones del Agua-Querétaro (CIAQ) de la Universidad Autónoma de Querétaro.

Actualmente, el CIAQ es un centro especializado en investigación, innovación y desarrollo tecnológico en México que atiende los requerimientos del país, particularmente de la Región Centro, referentes al sector agua.

Su misión es realizar investigación y desarrollo tecnológico de alto nivel, prestar servicios de asesoría especializada y consultoría, formar recursos humanos, capacitar y transferir conocimiento en el campo de la ingeniería de recursos hídricos; a fin de contribuir a la solución de los problemas nacionales del sector agua.

Se encuentra ubicado en la Facultad de Ingeniería de la UAQ. Centro Universitario s/n, Col. Las Campanas, Querétaro, Qro.
(<http://www.uaq.mx/ingenieria/posgrado/recursoshidricosyambiental>)

1.2. Planteamiento general

Para el caso de estudio de este trabajo de tesis se tiene un registro interno del CIAQ con cifras anuales de los indicadores de desempeño. Éste da la idea de cuál ha sido su desempeño en las diferentes actividades que realiza y también se conocen los resultados anuales obtenidos por las organizaciones afines; el II UNAM, el IMTA y el CIRA.

El CIAQ programa sus actividades por periodos de duración variable y dependiendo de sus áreas. La evaluación de los resultados obtenidos anualmente permite conocer en general el grado de aprovechamiento de sus recursos y nivel de competencia alcanzado.

Las estadísticas de los centros de investigación del sector agua, basadas en los indicadores, permiten evaluar su desempeño. Para ello existen diferentes

métodos, según sea el objetivo del analista y los datos de los que disponga. En este trabajo se combinaron dos metodologías que se sustentan en modelos matemáticos, el Proceso de Jerarquía Analítica y el modelo AED-BCC.

1.3. Hipótesis

Es posible desarrollar un modelo basado en el Proceso de Jerarquía Analítica y en el Análisis Envolvente de Datos que, aplicado a diversos indicadores de centros de investigación, permite evaluar de manera confiable el desempeño de los mismos.

1.4. Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es:

Crear una metodología para evaluar de manera confiable el desempeño de centros de investigación.

Los objetivos particulares son:

- Analizar las cifras de los indicadores de las diferentes actividades del CIAQ, mediante la aplicación de modelos matemáticos, con relación al desempeño de los tres más importantes centros de investigación del agua a nivel nacional.
- Generar una metodología susceptible de ser aplicada a organizaciones similares que cumplan con las condiciones establecidas, como son el CEDIT (Centro de Diseño e Innovación Tecnológica) y el CIBCOP (Centro de Investigación en Biosistemas bajo Condiciones Protegidas), los otros dos centros de investigación de la Facultad de Ingeniería de la UAQ.

1.5. Justificación

El conocimiento del funcionamiento, el buen manejo y el análisis de las

estadísticas de los indicadores de desempeño de un centro de investigación son necesarios para que alcance su visión. Es deseable saber cuál ha sido el desempeño alcanzado mediante la evaluación del mismo con respecto a la competencia. En la competencia, cada centro de investigación tiene un marco de referencia a considerar con el propósito de formar parte éste y llegar a ser mejor.

Se considera de suma importancia el que las organizaciones y dependencias cuenten con una metodología para evaluar su desempeño en general. Tal es el caso de los centros de investigación del agua. En este trabajo se llevó a cabo la aplicación del modelo propuesto en los cuatro más importantes centros de investigación mencionados, a fin de analizar las cifras de los indicadores de sus diferentes actividades. Los indicadores de desempeño fueron previamente determinados, por mencionar los principales: investigadores de tiempo completo y miembros del SNI, número total de alumnos y alumnos graduados (becarios), ingresos por proyectos (millones de pesos), artículos en revistas indizadas, informes técnicos y total de proyectos contratados y proyectos concluidos.

La evaluación del desempeño, también sirve de base para la planeación de actividades de cada centro de investigación de manera que se aprovechen al máximo los recursos propios y se mejoren los indicadores de desempeño.

El CIAQ tiene la visión de ser un centro de excelencia en materia de investigación y desarrollo tecnológico en el campo de la ingeniería de recursos hídricos en México; contar con el reconocimiento internacional mediante proyectos de investigación, aplicación y generación de nuevo conocimiento en áreas relacionadas con el agua y generar tecnologías de punta en beneficio de la sociedad, para contribuir a la solución de los problemas nacionales e internacionales del recurso agua.

Los indicadores que se consideraron en el presente trabajo contribuyen significativamente en la evaluación del desempeño y los logros obtenidos, en el diagnóstico de la evolución del CIAQ y en la mejora continua. Un buen control de la gestión contribuye al logro de objetivos, cumpliendo con la misión. Los indicadores y

metas influyen en la toma de decisiones sobre la base de datos concretos, confiables, que favorecen el desarrollo de la mejora continua en la gestión.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

En este capítulo se hace un análisis del estado del arte sobre el uso de ambas metodologías. Se presenta, la recopilación y análisis de los artículos existentes en la literatura en los cuales se aplicaron las dos metodologías citadas en empresas e instituciones que prestan servicios a diferentes sectores económicos.

2.1. Estado del Arte

De un análisis realizado sobre el trabajo de varios investigadores, referente a la aplicación del proceso de jerarquía analítica (sección 2.1.1), el análisis envolvente de datos (sección 2.1.2) y de ambas metodologías (sección 2.1.3), se destaca lo siguiente:

2.1.1. Aplicaciones del Proceso de Jerarquía Analítica

Este método es ampliamente utilizado para empresas e instituciones que prestan servicios. Coincidiendo con Piñeiro (2002) ello se debe a su flexibilidad y su claridad para el entendimiento del decisor: el usuario se ocupa únicamente de la responsabilidad que le incumbe como gestor, es decir la generación y comparación de alternativas. No interviene en el proceso de conversión de estos juicios en factores numéricos ni en su posterior manipulación matemática, que se confían a las aplicaciones informáticas que soportan la herramienta y en el caso de las decisiones de grupo, al coordinador de la sesión de trabajo.

Una estructura jerárquica se construye para la precalificación de los criterios y las alternativas dentro del sistema. Mediante la aplicación del proceso analítico jerárquico, los criterios son priorizados y las alternativas son organizadas en orden descendente de manera que el mejor sistema puede ser seleccionado (García y Lamata, 2009).

La técnica del proceso de jerarquía analítica fue desarrollada por Thomas Saaty en 1980 y tradicionalmente se clasifica como una técnica multiatributos para la toma de decisiones. Es una técnica de decisión empleada para resolver problemas socioeconómicos, que incorpora factores sociales, culturales y otras consideraciones no económicas en el proceso de toma de decisiones.

La metodología seguida por el PJA, es utilizada para la evaluación de los siguientes problemas, por mencionar algunos: el uso de bio-combustibles (Korkmaz, Gökçen y Çetinyokuş, 2008); los factores externos en la gestión de una fuga de agua (Delgado, Pérez, Izquierdo y Mora, 2010); los métodos de producción de hidrógeno (Pilavachi, Chatzipanagi y Spyropoulou, 2009); las inversiones en tecnología de la información (Piñeiro, 2002); la ampliación de las políticas nacionales de inmunización, contra las principales enfermedades que se pueden evitar mediante la vacunación, en Corea (Shin et al., 2009).

También, es utilizada, en la toma de decisiones concerniente a la inversión de tecnología avanzada en agricultura (García et al., 2006); en la selección del sitio para la expansión de venta de cantera de piedra caliza (Dey y Ramcharan, 2008), o de un sistema de limpieza para el mantenimiento de motores diesel (García et al., 2009). Así como para la clasificación de: los componentes de costos de operación de servicio completo de las compañías aéreas de bajo costo (Berrittella, 2009). Además, en el análisis de sensibilidad de los cambios tecnológicos, económicos y evaluación de la sostenibilidad de las plantas eléctricas (Chatzimouratidis et al., 2009); también en la evaluación económica, que incluye todos los gastos ocasionados por la existencia de fugas y los beneficios derivados de su control (Delgado et al., 2010). Estas aplicaciones son descritas a continuación.

García et al. (2006), presentaron la aplicación de un modelo multicriterio para la toma de decisiones en la inversión de tecnología avanzada en agricultura (tractores), el cual está basado en el Proceso de Jerarquía Analítica e integra en el análisis cinco criterios de evaluación: el costo, la potencia, la flexibilidad, la comodidad y la seguridad; mismos que integran en una estructura jerárquica para

evaluar 3 alternativas de solución. Para el análisis de la información contó con la colaboración de un campesino del Estado de Colima, México. Al final de la evaluación lograron formular un modelo multicriterio que integra criterios tangibles e intangibles, superando las críticas realizadas a las técnicas económicas de flujo descontado o de valor presente.

Dey y Ramcharan (2008), a través de un proceso de selección, llevaron a cabo la expansión de las operaciones del servicio de venta de cantera de piedra caliza para apoyar la producción de cemento en Barbados. Su estudio reveló que, en un marco integrado, utilizar el PJA puede ayudar a seleccionar un sitio para el proyecto de ampliación de venta de cantera de piedra caliza.

García et al. (2009), utilizaron el método de PJA como un método potencial de toma de decisiones para el uso en los procesos de la gestión del mantenimiento y en la evaluación del impacto ambiental. Realizaron una selección de un sistema de limpieza de piezas para el mantenimiento de motores diesel.

Berritella (2009), en este trabajo, llegó al resultado de que el PJA puede ser utilizado para obtener una clasificación de los componentes de los costos de operación de servicio completo y las compañías aéreas de bajo costo, teniendo en cuenta diferentes puntos de vista: financiero, administrativo y operativo.

Chatzimouratidis et al. (2009), presentan un análisis de sensibilidad a partir de un trabajo previo que ellos mismos realizan (una evaluación sustentable, económica y tecnológica de diez tipos de plantas de energía usando el PJA con nueve criterios) en donde hacen modificaciones sustanciales a las evaluaciones globales y a las clasificaciones de las plantas de energía. Trabajan con cuatro escenarios alternativos (conjuntos de criterios de pesos) en comparación con el escenario de referencia (trabajo previo presentado por los autores) basado en los criterios de ponderación subjetiva. Sus resultados mostraron que la prioridad a la "tecnología y la sostenibilidad" favorece las plantas de energía renovable, mientras que la prioridad a la "economía" favorece en mayor medida a los criterios de las plantas de energía nuclear y en menor medida a los cuatro tipos de plantas de

energía de combustibles fósiles.

Delgado et al. (2010), consideran un nuevo enfoque de la evaluación económica, que incluye todos los gastos ocasionados por la existencia de fugas y los beneficios derivados de su control. Reconocieron que el valor propio más grande y el vector propio de la matriz de criterios, al aplicar el proceso de jerarquía analítica, tienen la información necesaria para trabajar con decisiones complejas que involucran la dependencia y la retroalimentación. Sus decisiones las analizan en el contexto de los beneficios, oportunidades, costos y riesgos. Presentan un método para mejorar la consistencia de las comparaciones y cómo la consistencia puede ser afectada por la subjetividad. Llegaron a la conclusión de que los gerentes de abastecimiento de agua y las autoridades deberían cambiar la dirección de las políticas puramente económicas basadas en el control de fugas pasivas frente a las nuevas políticas sociales y ambientales que consideren las acciones más proactivas.

2.1.2. Aplicaciones del Análisis Envolvente de Datos.

Diferentes modelos del análisis envolvente de datos evalúan el desempeño de un conjunto de entidades llamadas unidades de toma de decisión (DMUs, por sus siglas en inglés -Decision Making Units-), mediante la eficiencia relativa del conjunto de DMUs (Cook, Wade y Zhu, 2005).

Los autores citados a continuación aplicaron en su método de estudio el Análisis Envolvente de Datos con el propósito de evaluar la eficiencia de organizaciones, evaluar el rendimiento de productos, analizar la eficiencia técnica de recursos materiales, obtener medidas de crecimiento productivo en instituciones, analizar el funcionamiento de organizaciones, asignar recursos, mejorar la eficiencia ecológica de un tipo de fábrica, estimar la eficiencia técnica de una serie de centros de educación, estudiar la eficiencia relativa en el uso de los recursos de un sector o hacer una aproximación con las diversas clases de los modelos AED con inputs y/o outputs indeseables para obtener una presentación unificada de los mismos.

Goñi (1998), aplica la técnica AED para la evaluación de la eficiencia de los equipos de atención primaria del Servicio Navarro de Salud en España. Los resultados obtenidos de su análisis le son de gran utilidad a los gestores de la organización, permitiéndoles establecer medidas en cada equipo para incrementar su eficiencia. Así mismo, los gestores pueden analizar todas las prácticas organizativas que realizan las unidades eficientes y aplicarlas en las unidades ineficientes.

Sunder (2002), en su trabajo de tesis presenta cinco modificaciones de la técnica AED tradicional para dar un resultado más realista y de fácil comprensión sobre la eficiencia productiva considerando outputs deseables e indeseables. Los modelos se enfocan en los siguientes problemas: (i) dependencia tecnológica entre outputs deseables e indeseables; (ii) la adopción de las preferencias del fabricante sobre el rendimiento de los inputs (insumos), outputs (productos) deseables e indeseables y finalmente (iii) los objetivos de la producción conflictiva a través de la formulación de la programación por metas junto con el AED, abreviado como GoDEA.

Elkins (2003), usó el modelo AED tradicional y el modelo del análisis envolvente de datos dinámicos. Aplicó ambos modelos al caso de estudio del desempeño de seis empresas en la industria de servicios de almacenamiento de carga. Los dos modelos, la variante del modelo AED, que recoge las insuficiencias principales y la aplicación dinámica del AED los ilustra con ejemplos que se aplican a las empresas de servicios de almacenamiento de carga.

Graham (2004), examinó el concepto de la eficiencia ambiental y cómo puede usarse para evaluar el rendimiento de los lácteos de granjas australianas, utilizando excedentes de nitrógeno, derivados de aplicaciones excesivas de fertilizante, como un input perjudicial.

Reichmann (2004), analizó la eficiencia técnica de 118 bibliotecas universitarias, seleccionadas aleatoriamente, de ciudades de habla alemana (en Austria, Alemania y Suiza) y ciudades de habla inglesa (en Estados Unidos, Australia y Canadá), usando el AED. El índice de eficiencia fue calculado con los inputs

personal de la biblioteca (de tiempo completo) y material de biblioteca y como outputs el número de suscripciones a publicaciones periódicas, número total de circulaciones, horarios de apertura por semana y material adicional. De las bibliotecas universitarias analizadas 10 son eficientes. Sin embargo, comparando los índices de eficiencia de grupos específicos, no existen diferencias significativas entre las bibliotecas de los países de habla inglesa y los de habla alemana o entre las bibliotecas universitarias pequeñas y grandes.

Carrington, Coelli y Prasada (2005), obtienen medidas de crecimiento productivo en universidades australianas, aplicando el AED a datos anuales relacionados con 35 universidades durante el periodo 1996-2000. La discusión se enfoca en el desafío conceptual inmerso en la evolución de las cifras del rendimiento universitario que contabilizó tanto la cantidad como la calidad del servicio otorgado.

Villa, Lozano y Adenso (2005), presentan una aplicación del AED para analizar el funcionamiento de los municipios asturianos en España relacionados con la cantidad de vidrio reciclado. Las entradas son el número de contenedores de vidrio asignados a cada municipio, la población y el número de bares y restaurantes establecidos. Usaron una orientación de salida agregada, es decir, el modelo utilizado sólo requirió que la solución no se excediera del total de contenedores existentes. El objetivo de la autoridad regional fue asignar los contenedores disponibles para maximizar la cantidad total de vidrio reciclado por todos los municipios.

Güemes (2008), presenta una metodología para desarrollar un modelo de asignación óptima de recursos basado en la eficiencia de cada universidad considerada en su caso de estudio. Trabaja con el fondo de recursos asignado a 34 Universidades Públicas de México. Su método de estudio fue desarrollado utilizando el análisis envolvente de datos. El modelo describe la eficiencia del rendimiento de las universidades basada en inputs (número total de profesores de tiempo completo, número total de personal administrativo, total de gastos menos financiamiento base y gastos totales de operación) y outputs (número total de alumnos inscritos en

licenciatura y técnico superior, número total de alumnos de licenciatura en el área de ciencia y tecnología, número total de alumnos egresados, número de alumnos titulados en licenciatura, número de alumnos graduados en licenciatura (sin estar titulados), número de alumnos graduados en maestría y especialidades, número de alumnos matriculados en el programa doctoral, número total de alumnos matriculados y número de investigadores miembros del SNI).

Hua et al. (2008), dirigen la mejora de la eficiencia ecológica de un sistema que consiste de DMUs homogéneas y relativamente independientes. Su caso de estudio es realizado con 32 fábricas de papel localizadas a lo largo del río Huai en China.

Murias, Martínez, Miguel y Rodríguez (2008), estiman la eficiencia técnica de una serie de centros de educación secundaria de Galicia en España. Definieron una función de producción educativa para analizar la eficiencia de 89 centros gallegos de educación secundaria utilizando la variante Banker & Morey del Análisis Envolvente de Datos.

Londoño (2009), aplicó, al sector de telecomunicaciones para los países de medianos ingresos, el modelo AED con rendimientos constantes a escala (AED-CCR) y el modelo AED con rendimientos variables a escala (AED-BCC). Estudió la eficiencia relativa en el uso de los recursos del sector de las telecomunicaciones.

Liu, Meng, Li y Zhang (2010), comentan en su artículo que los modelos del AED con inputs y outputs indeseables han sido discutidos en la literatura y destinados a alguna aplicación en particular. Ellos los retoman, presentan la investigación que hicieron para construir un modelo AED con datos indeseables de una forma sistemática. Primero describen bajo un supuesto cómo medir el rendimiento en presencia de inputs y outputs indeseables y después discuten las diferentes combinaciones con los supuestos y las formas de medición. Proponen una aproximación que permite obtener de forma unificada los diferentes modelos AED con inputs y/o outputs indeseables.

El propósito del presente trabajo es proponer una metodología para evaluar el desempeño de centros de investigación, tomando como caso particular los principales centros de investigación del agua en México y considerando indicadores de desempeño de los mismos. Para ello, la revisión de la literatura realizada permite determinar que con el AED y con el PJA, metodologías utilizadas de manera independiente, se consigue dicho propósito. Los autores referidos en la presente sección trabajan con organizaciones, centros de educación, recursos materiales o productos (DMUs) para evaluar la eficiencia en los mismos.

Esta investigación abarca la aplicación combinada de dicha herramienta matemática y el PJA por lo que a continuación se presenta un análisis bibliográfico de las diferentes aplicaciones de ambas herramientas: el PJA y el AED.

2.1.3. Aplicación Combinada del Proceso de Jerarquía Analítica y el Análisis Envolverte de Datos.

Los autores citados en este capítulo son sólo algunos de los que aparecen en la vasta literatura. Hay más de 100 artículos en los cuales se trabajó con el PJA y AED por separado o combinando ambas metodologías. El PJA usa la información y experiencia para estimar magnitudes relativas a través de comparaciones por pares, es decir se sirve de datos subjetivos en tanto que el AED utiliza datos objetivos.

El modelo combinado PJA/AED incorpora un conjunto de criterios cualitativos y cuantitativos, ofrece un análisis más detallado y un estudio a fondo de casos de estudio particulares, como son: diseño de la distribución de una planta; la optimización y mejora del sistema de trenes; el diseño y eficacia de los controles internos de una empresa; el análisis sobre el rendimiento organizacional para industrias múltiples; por mencionar algunos casos. Con tal combinación se obtiene un nuevo modelo que evalúa de manera más precisa el desempeño de las DMU's.

Yang y Kuo (2003), resuelven un problema de diseño de la distribución de una planta aplicando el PJA y el AED. En la metodología propuesta las medidas del

rendimiento cualitativo fueron ponderadas con el PJA; utilizando el diseño asistido por computadora generan 18 alternativas posibles (diseños de la distribución de una planta), con tres criterios. Tales ponderaciones fueron consideradas como las medidas del rendimiento cuantitativo para evaluar la eficiencia de las DMUs con el AED; considerando a las 18 alternativas como DMUs y a los tres criterios como outputs, sin inputs. Entonces el AED lo utilizaron para resolver un problema de diseño con objetivos múltiples.

Trigo (2006), presentó cómo las metodologías AED y PJA, que suelen usarse separadamente, pueden combinarse en un único modelo que evalúe el desempeño de varias entidades; dándole una calificación global que combine tanto los valores objetivos como los valores subjetivos del evaluador. La técnica descrita sería de utilidad inmediata en la evaluación del desempeño gubernamental o de entidades sin fines de lucro.

Azadeh, Ghaderi y Izadbakhsh (2008), realizan una simulación integrada por computadora, primeramente, para verificar y validar el sistema a estudiar (sin mencionar el lugar donde se ubica). En segundo lugar con la metodología del proceso de jerarquía analítica determinan el peso de los criterios cualitativos (inputs o outputs). Finalmente, con el modelo AED resuelven el modelo multicriterio para identificar las alternativas y el mecanismo que optimiza el sistema objeto de estudio. El modelo integrado lo aplican a la programación de los trenes de carga y pasajeros que viajan en una pista principal, que abarca cincuenta estaciones. Según su análisis, estudios previos usan la simulación y el AED basados en variables cuantitativas para la identificación de los escenarios más eficientes; mientras que su estudio considera tanto variables cuantitativas como cualitativas para la evaluación de la eficiencia, la optimización del rendimiento y mejora del sistema de trenes, con el AED y el PJA. Esto es muy importante para los sistemas, en algunas de sus medidas de rendimiento, que son de carácter cualitativo tales como ferrocarriles y sistemas de producción.

Sueyoshi, Shang y Chiang (2008), desarrollaron un modelo multicriterio que

ayude a identificar las unidades de negocios más críticas pertenecientes a una corporación. Con dicho modelo los recursos de la auditoría interna podrán ser utilizados de forma eficaz y eficiente. La auditoría interna determina si los procesos contables y sistemas están trabajando según lo previsto. Se concentra en los datos contables y evalúa los negocios mediante la asistencia financiera y operativa y el examen al cumplimiento. Evalúa el riesgo de pérdida de activos, los procesos de negocios e identifica las oportunidades para mejorar la eficiencia y la eficacia. Este estudio explora el potencial de la aplicación del Análisis Envoltante de Datos y el Proceso de Jerarquía Analítica para determinar las unidades de negocios que necesitan de auditoría.

Tseng y Lee (2008), propusieron un modelo AED/PJA que ayuda a investigar la importancia asociada con las variables de rendimiento organizacional y prácticas de recursos humanos. Examinaron el rendimiento organizacional para industrias múltiples.

En los casos de estudio mencionados en esta sección, se desarrolla un modelo multicriterio que evalúa el desempeño y la eficiencia de entidades, además optimiza el rendimiento mediante la identificación de las unidades críticas; los autores mencionados consideran que su modelo combinado incorpora una gama muy amplia de criterios cualitativos y cuantitativos. Hace un análisis más detallado y proporciona un estudio a fondo.

A fin de que los resultados se ajusten mejor a la realidad o a las preferencias de la comunidad implementan mediante el PJA un juicio de valor a las restricciones que se añaden. Las medidas del rendimiento cuantitativo (valores objetivos) se trabajan con el AED.

Cuando se consideran juicios de valor de uno o varios individuos hay que encontrar una manera de purificar los juicios de valor de incoherencias que suelen ocurrir incluso cuando el que juzga es una sola persona. Es aquí donde el PJA puede hacer una contribución fundamental al modelo AED (Trigo, 2006).

La evaluación del desempeño con una metodología que combina el PJA con el AED, permitirá evaluar la eficiencia incorporando juicios de valor subjetivo a una jerarquización basada en datos objetivos. Tal metodología se describirá en el capítulo siguiente.

3. METODOLOGÍA

Como ya se mencionó, el PJA y el AED tienen numerosas aplicaciones en el sector servicios, debido a que ambas metodologías tienen un sustento matemático que las respalda y sirven para la evaluación del desempeño de empresas e instituciones. En este capítulo son detalladas por separado y se presenta la aplicación de las mismas al caso de estudio de los centros de investigación antes mencionados. También se describe el software que se utilizó en este trabajo.

3.1. Proceso de Jerarquía Analítica.

El proceso de jerarquía analítica está basado en la innata habilidad humana de usar la información y experiencia para estimar magnitudes relativas a través de comparaciones binarias. Dichas comparaciones son usadas para construir razones a escala en una variedad de dimensiones tangibles (aspectos físicos del servicio o que se ofrece en el servicio) e intangibles (aspectos relativos a la interacción social con el usuario o a “como se presta el servicio”, por ejemplo la fiabilidad, la capacidad de respuesta, la seguridad y la empatía). La organización de estas dimensiones en una estructura jerárquica o en red permite llevar un proceso sistemático para organizar el razonamiento y ayudar a la intuición, descomponiendo el problema en sus partes constitutivas más pequeñas.

El PJA consiste en la descomposición de un problema complejo en jerarquías de criterios y alternativas, que se colocan en niveles. El objetivo principal se coloca en el primer nivel, los criterios, sub-criterios y alternativas de decisión se listan en los niveles descendientes de la jerarquía.

La importancia o ponderación de los atributos (criterios, sub-criterios y alternativas) se estima por medio de comparaciones binarias entre éstos. Esta comparación se lleva a cabo usando la escala cuantitativa definida por los elementos del conjunto S ,

$$S = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\}$$

En el caso de n atributos la ponderación resultante de la comparación binaria del elemento i con el elemento j , es colocada en la posición a_{ij} de la matriz A de comparaciones binarias,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Los valores recíprocos de estas comparaciones son colocados en la posición a_{ji} de A , con la finalidad de preservar la consistencia del juicio. El analista debe comparar la importancia relativa de un atributo con respecto a un segundo, usando la escala de comparación binaria para los mismos mostrada en el Tabla 1. Es decir, si el atributo 1 fue calificado con fuerte dominancia sobre el atributo 2, entonces en la posición a_{12} se coloca un 5 y recíprocamente en la posición a_{21} se coloca 1/5.

Una matriz $A = (a_{ij})$, de $n \times n$ elementos, es consistente si $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$, $i, j, k = 1, \dots, n$. Para una matriz consistente A , se tiene que $A^k = n^{k-1}A$.

Según Saaty (2006), una vez que se han ingresado los juicios correspondientes en la matriz de comparaciones binarias, el problema se reduce al cálculo de eigenvectores y eigenvalores principales, los que representan las prioridades relativas y el índice de consistencia del proceso respectivamente.

Importancia	Definición
1	<i>i</i> y <i>j</i> son igualmente importantes
3	<i>i</i> es ligeramente más importante que <i>j</i>
5	<i>i</i> es fuertemente más importante que <i>j</i>
7	<i>i</i> es muy fuertemente más importante que <i>j</i>
9	<i>i</i> es absolutamente más importante que <i>j</i>
2, 4, 6, 8	Valores intermedios

Tabla 1. Escala de comparación binaria de los atributos.

Considerando que en su forma normalizada, las matrices A y A^k tienen el mismo eigenvector principal se procede como sigue para obtenerlo:

1. Se eleva al cuadrado la matriz de comparaciones binarias sucesivamente.
2. Se calcula la suma de las filas y se normaliza, resultando un vector columna.
3. Se detiene el cálculo cuando la diferencia entre los eigenvectores, los vectores columna resultantes del paso 2, de dos cálculos consecutivos resulte ser un número pequeño cercano al cero y con un grado de precisión de cuatro decimales.

Resolviendo la siguiente ecuación se obtienen, también, los eigenvectores y eigenvalores:

$$A * w = \lambda * w$$

Donde:

A es la matriz de comparaciones binarias (juicios de importancia/preferencia de un atributo sobre otro).

$\lambda_{máx}$ es el eigenvalor principal máximo de la ecuación característica de A .

w es el eigenvector principal correspondiente a A , que es positivo y único.

En resumen, una vez que el problema complejo se descompuso en jerarquías con el objetivo principal en el primer nivel, los criterios, sub-criterios y alternativas de decisión en los niveles descendientes de la jerarquía; se enfrentan todos los criterios en una matriz de comparaciones binarias. Luego se calcula la matriz de prioridades relativas de los criterios y el índice de consistencia, es decir los eigenvectores y eigenvalores principales.

A continuación, se trabaja con las alternativas, se comparan todos los pares de las alternativas para determinar la deseabilidad relativa con respecto a cada criterio. Y se forman las matrices de comparación binarias que muestran las preferencias para las alternativas usando cada uno de los criterios. Luego se calcula la matriz de prioridades relativas de las alternativas con respecto a cada criterio y el índice de consistencia, esto con los eigenvectores y eigenvalores principales de las matrices de comparación binarias.

La matriz formada con los eigenvectores que determinan la prioridad relativa de las alternativas con respecto a cada criterio, va a ser multiplicada por el vector columna, dado por el eigenvector de las prioridades relativas de los criterios considerados, obteniéndose un vector columna que determina la importancia relativa de las alternativas en relación al objetivo del proceso de decisión.

Para calcular el vector columna que contiene la clasificación de prioridad global para cada alternativa se efectúa el producto de la matriz de vectores de prioridades de las alternativas con respecto a los criterios considerados por el vector columna de eigenvectores de pesos de las alternativas de decisión.

El PJA incorpora en el análisis un índice de consistencia IC y una razón de inconsistencia RI , para medir la calidad de los juicios emitidos por el analista. Una estimación del grado de inconsistencia, la cual indica el grado de incoherencia que se comete al calificar la importancia relativa de los criterios y alternativas de un problema.

El índice de consistencia IC y la razón de inconsistencia RI se calculan con la siguiente expresión:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad RI = \frac{IC}{CA}$$

Donde:

CA : es la consistencia aleatoria.

IC : es el índice de consistencia.

λ_{\max} : es el eigenvalor promedio de la matriz A .

n : es el tamaño de la matriz A .

RI : es la razón de inconsistencia.

La matriz positiva A tiene un $\lambda_{\max} \geq n$, con igualdad si y sólo si la matriz A es consistente. Se tiene que $IC \geq 0$ ó $IC = 0$ sí y sólo sí A es consistente.

La razón de inconsistencia RI de una matriz de comparaciones por pares es una razón del índice de consistencia IC y el correspondiente valor de la consistencia aleatoria CA de la Tabla 2, este último es estimado del promedio del IC de 50,000 matrices recíprocas positivas generadas de manera aleatoria (Saaty, 2006).

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CA	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.4	1.45	1.49	1.52	1.54

Tabla 2. Consistencia aleatoria de acuerdo al tamaño n de una matriz A

La Tabla 2 muestra las CA para diferentes números, n , que representan la cantidad de unidades e indican el tamaño de la matriz de comparaciones binarias.

Cálculo de la razón de inconsistencia:

1. Calcular λ_{\max} : multiplicar $AW = \lambda_{\max} W$; dividir cada componente de AW por la componente correspondiente de W , obteniéndose λ_{\max} .
2. Se procede al cálculo del IC , de acuerdo con la expresión anterior.

3. IC se divide entre el valor de la consistencia aleatoria CA .
4. Se calcula la razón de inconsistencia RI dividiendo el índice de consistencia IC entre la consistencia aleatoria CA .

La razón RI es una medida de la relación del error cometido por el analista y el error aleatorio, este debe ser menor a 0.1 ó al 10%. Un $RI < 0.1$ es considerado aceptable. En caso de que sea mayor, el analista debe hacer sus juicios nuevamente.

La inconsistencia que se presenta en una matriz A se puede pensar como un ajuste necesario para mejorar la consistencia de las comparaciones, pero los ajustes podrían no ser tan grandes como los juicios mismos, tampoco tan pequeños para que sean usados sin una consecuencia. Así la inconsistencia podría ser del orden de la magnitud más pequeña. En una escala de cero a uno, la inconsistencia podría ser de alrededor del 10%. El requisito del 10% no puede ser tan pequeño como del 1% o el 0.1% sin trivializar el impacto de la inconsistencia. La inconsistencia en sí misma es importante porque sin ésta, el nuevo conocimiento que origina un cambio no podría ser aceptado. Suponiendo que todo conocimiento debe ser coherente en contradicción con la experiencia que requiere una revisión continua de la comprensión. El objeto de desarrollar un rango de amplio alcance dependerá de admitir cierta incoherencia. Considerando el índice de inconsistencia aleatorio para diferentes valores de n , un 10% es distribuido proporcionalmente multiplicándolo por cada valor del IA . Esos porcentajes son sugeridos por los valores IA . En otras palabras, si IA es igual a 1 para todo n , podríamos permitir un 10% en todos los casos. Sin embargo, para $n = 3$ y 4, los valores son 0.52 y 0.89 y para $n \geq 5$ éste es más grande que en ambos casos. Por convención se requiere una razón de consistencia del 5% y 8% para $n = 3$ y 4 respectivamente y del 10% para todos los valores de $n \geq 5$.

3.2. Análisis Envolvente de Datos

El concepto de eficiencia se relaciona con la economía de recursos. Con frecuencia se define la eficiencia como la relación entre los resultados obtenidos (outputs) y los recursos utilizados (inputs). Numéricamente se puede obtener una puntuación de eficiencia (relativa) como una relación entre el output e input, llamada eficiencia técnica. El AED emplea modelos de programación lineal a fin de determinar pesos y calcular la puntuación de eficiencia para cada DMU. Los únicos requisitos son, que las DMUs conviertan inputs en outputs, ambos similares y cuantificables. Simultáneamente son analizados los múltiples inputs y outputs en sus unidades físicas naturales en lugar de tener que convertirlos (reducir o transformar) a un denominador común. El algoritmo permite identificar el conjunto de DMUs eficientes e ineficientes, relativamente (Coll y Blasco, 2006).

El Análisis Envolvente de Datos es una técnica no paramétrica que permite determinar la eficiencia relativa de un conjunto de unidades de toma de decisión. Una DMU se utiliza para hacer referencia a una institución u organización que se evalúa y permite construir una frontera eficiente, de forma tal que las DMUs que la determinan son denominadas eficientes y aquellas que no pertenecen a la frontera se consideran ineficientes. Una DMU será eficiente si y sólo si no es posible incrementar las cantidades de productos (outputs) manteniendo fijas las cantidades de insumos utilizadas (inputs), y tampoco es posible disminuir las cantidades de insumos empleadas sin alterar las cantidades de producto obtenidas (Cooper, Seiford y Zhu, 2004).

El método seguido por el AED permite comparar cada DMU ineficiente con aquellas que son eficientes, a fin de establecer la cuantía, en términos absolutos o relativos, de la reducción de entradas (inputs) y/o incremento de las salidas (outputs), que la unidad ineficiente debería de promover para convertirse en eficiente.

La formulación del modelo AED presenta varias fuentes de variación, como se puede ver a continuación en el Tabla 3 y de las cuales se hablará en este trabajo en diferente orden:

AED	CCR	BCC
Formulación	Primal	Dual
Orientación	Input (Mín)	Output (Max)
Rendimiento a escala	Fijo	Variable (creciente y decreciente)

Tabla 3. Fuentes de variación del modelo AED.

Los rendimientos a escala

Los rendimientos a escala caracterizan la tecnología de la producción, vista ésta como un conjunto de procedimientos que especifican los inputs y el modo en que han de combinarse para obtener un determinado conjunto de outputs. También indican los incrementos de la producción que son el resultado del incremento de todos los factores de producción en el mismo porcentaje, pueden ser constantes, crecientes o decrecientes:

1.- Rendimientos constantes a escala: cuando el incremento porcentual del output es igual al incremento porcentual de los recursos productivos o inputs.

2.- Rendimientos crecientes a escala (o economías de escala): se dice que la tecnología exhibe este tipo de rendimientos cuando el incremento porcentual del output es mayor que el incremento porcentual de los inputs.

3.- Rendimientos decrecientes a escala (o deseconomías de escala): cuando el incremento porcentual del output es menor que el incremento porcentual de los inputs.

Si $f(cX) = c^t f(X)$, $t=1$ implica rendimientos constantes a escala, $t > 1$ rendimientos crecientes y $t < 1$ rendimientos decrecientes; donde $f(X)$ es la tecnología de producción, X es un vector de inputs y c un escalar.

La orientación del modelo AED

El modelo AED tiene tres posibles orientaciones basadas en el análisis de la eficiencia: AED orientado a inputs, AED orientado a outputs y AED orientado a inputs y outputs (Charnes, et al 1980):

1.- Orientado a Inputs: las DMUs son consideradas para producir una cantidad dada de outputs con la menor cantidad posible de inputs (los inputs son controlables), mientras se permanece en la frontera de posibilidades de producción. Una unidad no es eficiente si es posible disminuir cualquier input sin alterar sus outputs.

2.- Orientado a Outputs: las DMUs son consideradas para producir con una cantidad dada de inputs la mayor cantidad posible de outputs (los outputs son controlables), permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción. Una unidad no puede ser caracterizada como eficiente si es posible incrementar cualquier output sin incrementar ningún input y sin disminuir ningún otro output.

3.- Orientado a Inputs y Outputs: las DMUs son consideradas para producir la combinación óptima de inputs y outputs (ambos, inputs y outputs son controlables).

En consecuencia, una unidad será considerada eficiente, si y sólo si no es posible incrementar las cantidades de outputs manteniendo fijas las cantidades de inputs utilizadas ni disminuir las cantidades de inputs empleadas sin alterar las cantidades de outputs obtenidas (Charnes et al., 1981). El modelo AED orientado a inputs y outputs es llamado modelo aditivo. En éste la unidad es eficiente aditiva sí y sólo si el modelo es AED-BCC eficiente.

En las siguientes subsecciones se describen los modelos AED-CCR (en forma fraccional, multiplicador y envolvente) y AED-BCC, así como los factores indeseables donde se muestra un modelo que mide la eficiencia utilizando dichos factores. Este

último modelo se obtuvo a partir del modelo AED-BCC en su forma envolvente que se dedujo del dual del modelo AED-CCR.

3.2.1. Modelo AED-CCR en sus tres formas.

El modelo de programación lineal conocido como el modelo AED fue desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (CCR) en 1978 para calcular la medida de eficiencia de cada DMU perteneciente a un conjunto de datos correspondientes a unidades productivas que se desempeñan de forma similar. Éste se conoce con el nombre de modelo AED-CCR, inicialmente, presentado como un modelo fraccional; problema para el cual se genera un número infinito de soluciones (Charnes, et. al., 1994). El modelo AED-CCR fraccional fue linealizado siguiendo la transformación lineal de Charnes y Cooper (1962), obteniéndose un problema lineal equivalente conocido como modelo AED-CCR en forma multiplicativa.

Posteriormente al modelo AED-CCR en forma multiplicativa, un programa lineal original (programa primal), se le asoció otro programa lineal (programa dual), que se utilizó para determinar la solución del problema primal. Tal programa dual asociado a dicho modelo recibe el nombre de modelo AED-CCR en forma envolvente. Los modelos mencionados se presentarán en las siguientes secciones.

3.2.1.1. Modelo AED-CCR Forma Fraccional.

El modelo AED-CCR determina el mejor conjunto de pesos para cada DMU en consideración.

La eficiencia técnica (relativa) de cada DMU se define, extendiendo el concepto dado al inicio de la sección 3.2, como la razón de la suma ponderada de las salidas (outputs) y la suma ponderada de las entradas (inputs).

$$\text{Eficiencia técnica} = \frac{\text{suma ponderada de los output}}{\text{suma ponderada de los input}}$$

La formulación matemática del modelo DEA-CCR en forma fraccional lineal, para la k-ésima DMU, se muestra a continuación:

$$Max E_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \quad (1)$$

s.a.

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

Donde:

La función objetivo es

$Max E_k =$ maximizar la eficiencia técnica de la DMU k – *ésima*

Los parámetros son

y_{rj} = la cantidad del output r – *ésimo* para la j – *ésima* DMU

x_{ij} = la cantidad del input i – *ésimo* para la j – *ésima* DMU

s = el número de outputs

m = el número de inputs

n = el número de DMUs

Las variables de decisión son

u_r = el peso asignado para el output r – *ésimo*

v_i = el peso asignado para el input i – *ésimo*

La función objetivo maximiza la eficiencia técnica de la DMU usando los pesos u_r y v_i asignados para los output e input, respectivamente. Los pesos determinados por el modelo son tales que la medida de eficiencia de la DMU en consideración sea máxima y éstos aplicados a otras DMU de la muestra hagan que su medida de eficiencia no exceda a la unidad.

Con el modelo de programación lineal, las variables de decisión y los pesos que maximizan la eficiencia técnica de la k -ésima DMU (E_k), están objetivamente determinados. La primera restricción requiere que las eficiencias de la DMU no excedan a la unidad. Las siguientes dos restricciones requieren que los pesos asignados sean no negativos.

Una DMU es considerada relativamente ineficiente si su índice de eficiencia (E_k) es menor que la unidad. Esto es, sus outputs podrían incrementarse sin incrementar sus inputs o inversamente sus inputs podrían decrecer sin decrecer sus outputs. En este contexto, “relativamente” significa que la eficiencia técnica es una medida comparativa basada en el conjunto de DMUs utilizadas en el modelo. Por tanto una DMU podría ser relativamente eficiente y podría haber DMUs más eficientes no contenidas en el modelo. Esas otras DMU que podrían no estar incluidas, podrían o no existir. Posiblemente sí existieran y los datos pudieran ser obtenidos entonces podrían ser incluidos. Sin embargo, los cambios en la DMU relativamente eficiente podrían resultar convirtiéndola en una unidad más eficiente. Estos cambios convertirían unidades ineficientes en unidades relativamente eficientes.

La formulación original (programa fraccional) fue modificada para eliminar las DMU débilmente eficientes. Las DMU débilmente eficientes tienen uno o más pesos asignados igual a cero en la solución y son ineficientes. Por tanto otras restricciones se agregaron para asegurar que los pesos fueran estrictamente positivos.

3.2.1.2. Modelo AED-CCR Forma Multiplicador.

El modelo DEA-CCR en forma fraccional fue linealizado por Charnes y Cooper (1962) con una transformación lineal que selecciona la solución (μ, δ) para

que $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{i0} = 1$. Realizando el siguiente cambio de variable:

$$\begin{aligned}\mu_r &= t u_r \\ \delta_i &= t v_i \quad \text{para } t > 0 \\ t &= \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}\end{aligned}$$

Sustituyendo en el modelo (1), se obtiene el programa lineal equivalente, conocido como modelo AED-CCR en forma multiplicativa:

$$\text{Max } E_k = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rk} \quad (2)$$

s.a.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^m \delta_i x_{ik} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} &\leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ \mu_r, \delta_i &\geq \varepsilon > 0 \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, s\end{aligned}$$

La función objetivo es

$$\text{Max } E_k = \text{maximizar la eficiencia de la DMU } k\text{-ésima}$$

Los parámetros son

y_{rj} = la cantidad del output r -ésimo para la j -ésima DMU

x_{ij} = la cantidad del input i -ésimo para la j -ésima DMU

s = el número de outputs

m = el número de inputs

n = el número de DMUs

Las variables de decisión son las siguientes

μ_r = el peso asignado para el output r -ésimo

δ_i = el peso asignado para el input i -ésimo

La suma ponderada de los inputs de la función objetivo del modelo (1) fue normalizada a la unidad $\sum_{i=1}^m \delta_i x_{ik} = 1$; ésta se conoce como restricción de normalización. La condición de no negatividad ($u_r, v_i \geq 0$) del modelo fraccional (1) fue sustituida por una condición de positividad estricta ($u_r, v_i \geq \varepsilon > 0$), donde ε es un infinitésimo no arquimediano.

Un infinitésimo no arquimediano es un valor positivo menor que cualquier número real positivo. Al restringir los pesos a ser positivos y mayores que ε se asegura que ninguna de las variables es omitida por alguna DMU, es decir se evita que la unidad sea caracterizada incorrectamente como eficiente al obtener en la solución óptima para algún peso u_r y/o v_i el valor cero, o bien que el correspondiente input y/o output sea obviado (Coll et al., 2006).

El programa lineal obtenido es acotado por la presencia de la segunda restricción, los pesos para los inputs están determinados. La segunda restricción restringe la asignación de pesos para los inputs, donde la diferencia entre la suma ponderada de los pesos de los outputs y la suma ponderada de los pesos de los inputs podría ser menor a cero.

Este modelo es conocido como modelo multiplicador debido a que es desarrollado a partir de un programa fraccional y las variables para los inputs y outputs son multiplicadas por su peso correspondiente.

3.2.1.3. Modelo AED-CCR Forma Envolvente.

El programa lineal AED-CCR en su forma multiplicativa es un programa primal y su correspondiente programa dual es utilizado para introducir el modelo AED-CCR dual orientado a input y con retornos a escala no creciente. Este último es el modelo AED-CCR en forma envolvente. Modelo que servirá para obtener el modelo AED-BCC, que se utilizará en el presente trabajo para crear una metodología que evalúe el desempeño de un Centro de Investigación.

Para todo programa lineal original (programa primal) existe otro programa lineal asociado, denominado programa dual, que puede ser utilizado para determinar la solución del problema primal. Existe una variable dual por cada restricción primal y una restricción dual por cada variable primal. En el Tabla 4 se presenta la correspondencia entre primal y dual.

Restricción primal Modelo (2)	Variable dual Modelo (3)	Restricción dual Modelo (3)	Variable primal Modelo (2)
$\sum_{i=1}^m \delta_i x_{ik} = 1$	θ	$\theta x_{i0} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0$	$\mu_r \geq \varepsilon$
$\sum_{r=1}^t \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \delta_i x_{ij} \leq 0$	$\lambda_j \geq 0$	$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}$	$\delta_i \geq \varepsilon$

Fuente: Cooper et al (2000).

Tabla 4. Correspondencia entre primal y dual.

Considerando la correspondencia entre primal y dual, se obtiene el programa lineal dual del modelo AED-CCR en su forma multiplicativa.

$$\begin{aligned}
 \min \theta &= \theta^* & (3) \\
 \text{s.a.} & \\
 \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j &\leq \theta x_{i0} & i = 1, 2, \dots, m \\
 \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j &\geq y_{r0} & r = 1, 2, \dots, s \\
 \lambda_j &\geq 0 & j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

Donde $\theta=1$ es la solución factible, el valor óptimo $\theta^* \leq 1$. Si $\theta^* = 1$ entonces los niveles actuales de input no podrán ser reducidos (proporcionalmente), indicando

que la DMU_o analizada está en la frontera. De otra forma si $\theta^* < 1$, entonces la DMU_o analizada es dominada por la frontera. El valor óptimo θ^* representa la medida de eficiencia de la DMU_o, $k = 0$.

Al modelo AED-CCR dual orientado a input y con retornos a escala no creciente, en la metodología AED, se le llama modelo en forma envolvente:

$$\min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (4)$$

s. a.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Donde

θ = escalar que indica la puntuación de eficiencia de la unidad que se está evaluando

x_{ij} = cantidad de input i que consume la j -ésima unidad, $x_{ij} \geq 0$

y_{rj} = cantidad observada de output r , producidos por la j -ésima unidad,

$y_{rj} \geq 0$

s_i^- , s_j^+ = holguras para el input i y el output j

ε = número infinitesimal no arquimediano

λ_j = variable de intensidad que AED asigna a cada unidad de toma de decisión, de acuerdo al cálculo de las combinaciones lineales entre inputs y outputs,

que permiten definir la convexidad. También llamada peso, λ_j identifica los puntos de referencia de una unidad ineficiente con respecto a la frontera eficiente que puede ser alcanzada si la j -ésima unidad de toma de decisión reduce proporcionalmente los inputs por el escalar θ .

Se suponen valores no cero para aquellas unidades de toma de decisión que se encuentran en la frontera y representan un referente para las unidades ineficientes observadas. La identificación de la frontera eficiente ocurre sobre la base con la cual la unidad de toma de decisión es comparada.

El modelo divide las unidades de toma de decisión en dos grupos, eficiente ($\theta_0 = 1$), e ineficiente ($\theta_0 < 1$), mediante la identificación de la eficiencia de los datos. Si $\theta = 1$, entonces la unidad de toma de decisión bajo evaluación es un punto frontera, es decir no hay otra unidad de toma de decisión que esté operando más eficiente que ésta. Si $\theta < 1$, entonces la unidad de toma de decisión bajo evaluación es ineficiente, es decir dicha unidad de toma de decisión puede incrementar sus niveles de output o disminuir sus niveles de input.

La restricción $\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$, en el modelo envolvente, determina un tipo retorno a escala no creciente de una frontera eficiente. (Cook et, al., 2005).

3.2.2. Modelo AED-BCC.

El modelo CCR supone rendimientos constantes a escala. Es decir, si una actividad es factible, la producción cambia con la misma proporción que el cambio en los insumos. Banker, Charnes y Cooper (BCC) modificaron el modelo AED-CCR y en 1984 publicaron el modelo AED-BCC. El modelo BCC sigue rendimientos variables a escala, es decir, la determinación de si las operaciones se llevaron a cabo en las regiones de rendimiento creciente, constante o decreciente a escala. Esto se logra en el modelo BCC introduciendo, por separado, una nueva variable. Esta nueva variable se agrega en el programa lineal dual del modelo AED-CCR agregando otra restricción.

La forma envolvente del modelo AED-BCC es el dual del modelo AED-CCR, pero agregando la siguiente restricción

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

El modelo AED con rendimiento variable a escala y orientado a input consiste en un programa lineal AED-BCC orientado a input sujeto a $s + m + 1$ restricciones:

$$\min \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (5)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, s;$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Donde

θ es un escalar que indica la puntuación de eficiencia de la unidad que se está evaluando,

x_{ij} es la cantidad de input i que consume la j -ésima unidad, $x_{ij} \geq 0$.

y_{rj} es la cantidad observada de output r , producidos por la j -ésima unidad,

$y_{rj} \geq 0$.

u_r es el peso asignado para el output r -ésimo.

v_i es el peso asignado para el input i -ésimo.

s_i^- y s_j^+ indican las holguras para el input i y el output j ,

ε es un número infinitesimal no arquimediano y

λ_j es una variable de intensidad que AED asigna a cada unidad de toma de decisión, de acuerdo al cálculo de las combinaciones lineales entre inputs y outputs, que permiten definir la convexidad. También llamada peso, λ_j identifica los puntos de referencia de una unidad ineficiente con respecto a la frontera eficiente que puede ser alcanzada si la j -ésima unidad de toma de decisión reduce proporcionalmente los inputs por el escalar θ .

Se suponen valores no cero para aquellas unidades de toma de decisión que se encuentran en la frontera y representan un referente para las unidades ineficientes observadas. La identificación de la frontera eficiente ocurre sobre la base con la cual la unidad de toma de decisión es comparada.

La restricción $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ es una restricción de convexidad en el modelo envolvente. (Cook et al, 2005).

El modelo divide las unidades de toma de decisión en dos grupos, eficiente ($\theta_0 = 1$) e ineficiente ($\theta_0 < 1$) mediante la identificación de la eficiencia de los datos. Si $\theta = 1$, entonces la unidad de toma de decisión bajo evaluación es un punto frontera, es decir no hay otra unidad de toma de decisión que esté operando más eficiente que ésta. Si $\theta < 1$, entonces la unidad de toma de decisión bajo evaluación es ineficiente, es decir dicha unidad de toma de decisión puede incrementar sus niveles de output o reducir sus niveles de input.

Si la solución óptima $(\theta^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ del modelo (5), obtenida mediante un proceso de dos fases, satisface que $\theta^* = 1$ y $s^{-*} = 0$, $s^{+*} = 0$ entonces la DMU_0 es llamada eficiente.

3.2.2.1. Factores Indeseables en el Modelo AED-BCC.

Los outputs e inputs indeseables y deseables son un subconjunto del conjunto de outputs e inputs respectivamente. Las palabras indeseable y deseable se utilizan como sinónimos de las palabras malo y bueno, respectivamente. Algunos

outputs indeseables que se presentan en la práctica son los productos defectuosos, los contaminantes en las industrias, las complicaciones en los procedimientos operacionales en los hospitales e instituciones médicas, el pago de impuestos de las empresas, etc. Estos outputs indeseables están presentes en el conjunto de los outputs y forman parte de: las unidades de producción, el número de procedimientos operacionales, el número de clientes, el ingreso generado, etc. Los inputs indeseables corresponden a recursos de diversa índole que serán aprovechados al máximo hasta ser agotados (material o productos a reciclar, entre otros). En las instituciones educativas o que prestan servicios se busca aprovechar al máximo los recursos con los que se cuentan.

Los inputs y outputs indeseables, también deben considerarse en la medida de la eficiencia de la producción y el rendimiento, pues son parte del proceso de la producción. Si se excluyen, la evaluación de la eficiencia será una medida puramente técnica del sistema aislado, sin considerar la interacción del sistema con el ambiente que lo rodea y tampoco el impacto de las políticas de decisión sobre el sistema. (Sunder, 2002).

Cuando no hay inputs y outputs indeseables en el rendimiento de las DMUs, los modelos del AED que incrementan la eficiencia están basados en el incremento o disminución de los outputs e inputs respectivamente. Pero en muchos problemas de aplicación los inputs cuyos resultados se incrementan y se reducen en su eficiencia se trabajan con inputs indeseables (Koopmans, 1951). Tal resultado, en la operación, sugiere clasificar a los inputs como inputs deseables e indeseables para incrementar la eficiencia. Incrementar y disminuir los outputs deseables e indeseables para reducir e incrementar la eficiencia, respectivamente.

3.2.2.2. Medida de la Eficiencia Utilizando Factores Indeseables.

En un modelo AED con orientación input, la eficiencia de la DMU bajo evaluación es obtenida mediante la disminución y el aumento de los inputs deseables e indeseables, respectivamente. Y similarmente, los outputs deseables se incrementan y los outputs indeseables se reducen en un modelo AED con orientación

output. Farrell et al., (1989) introdujo un modelo para incrementar y disminuir los outputs deseables e indeseables, respectivamente. Su modelo presenta un problema, su modelo es no lineal. El método $[TR\beta]$ fue introducido por Ali y Seiford (1990) simultáneamente para incrementar los outputs deseables y disminuir los outputs indeseables, pero las medidas de la eficiencia dependen del valor β .

Existen métodos directos e indirectos por considerar, que usan outputs indeseables en el AED. En los métodos indirectos, los inputs y outputs indeseables en cada DMU cambian a inputs y outputs deseables con una función decreciente monótona. Y las DMUs eficientes son evaluadas usando modelos del AED estándar. Koopmans (1951), Farrell (1989) y Golany and Roll (1989) introdujeron los métodos $[ADD]$, $[WD]$ y $[MLT]$, respectivamente, para medir la eficiencia con outputs e inputs indeseables; en los últimos métodos los outputs indeseables se reducen solamente cuando los outputs deseables decrecen. En métodos directos, hay algunas suposiciones en el conjunto de posibilidades de producción, que permiten obtener inputs y outputs apropiados.

Se tienen varias técnicas que consideran en el modelo a los inputs y outputs indeseables de forma conjunta. Cuando se consideran outputs e inputs indeseables en la metodología AED, el programa lineal se modifica. De acuerdo con Zhu (2009), cuando algunos inputs necesitan incrementar su valor en lugar de disminuirlo para mejorar su rendimiento se consideran los inputs x_{ij}^I y x_{ij}^D , inputs de incremento (inputs indeseables) e inputs de decremento (inputs deseables) respectivamente. Luego el input x_{ij}^I se multiplica por “-1” y se determina v_i de tal forma que $\bar{x}_{ij}^I = -x_{ij}^I + v_i$ sea positivo. Basándonos en el modelo (5) obtenemos el siguiente programa:

$$\begin{aligned}
& \min \tau && (6) \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^D \leq \tau x_{io}^D \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{x}_{ij}^I \leq \tau \bar{x}_{oi}^I \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.
\end{aligned}$$

Donde x_{ij}^I es incrementado y x_{ij}^D es reducido para mejorar el rendimiento de la unidad de toma de decisión. La eficiencia de la unidad de toma de decisión analizada es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_{i0}^D = \tau^* x_{i0}^I - s_i^{-*} \\ \hat{x}_{i0}^I = v_i - (\tau^* x_{i0}^I - s_i^{-*}) \\ \hat{y}_{r0} = y_{r0} + s_r^{+*} \end{array} \right\} \quad (7)$$

Los modelos (6) y (7) forman parte de la metodología que se está desarrollando en el presente trabajo de tesis para la evaluación del desempeño de los centros de investigación, pues el método DEA-BCC orientado a outputs o inputs no muestra la eficiencia real para las cuatro DMUs.

3.3. Indicadores de Desempeño

Los centros de investigación del agua incluyen en su misión: realizar investigación y desarrollo tecnológico, prestar servicios de asesoría especializada y consultoría, formar recursos humanos, capacitar y transferir conocimiento; así como atender la formación de recursos humanos y difundir los resultados de sus investigaciones, entre otras actividades. El financiamiento de proyectos de

investigación con gobierno, con empresas e industrias les provee de recursos económicos.

Los indicadores de desempeño que se proponen para evaluar los Centros de Investigación, contribuyen significativamente en el diagnóstico integral de la gestión, en la mejora continua y en la identificación de logros, fortalezas y debilidades para la obtención y logro de objetivos (ver Tabla 5).

Recursos Humanos	
Nivel del personal académico	
Doctorado	
Maestría	
Licenciatura	
Investigadores	
De tiempo completo	
Miembros del SNI	
Alumnos	
Graduados	
Total de alumnos	
Recursos financieros	
Ingresos por proyectos	
Recursos materiales (equipamiento)	
Laboratorios	
Área total	
Área para modelos físicos	
Unidades de equipo básico	
Biblioteca	
Journals especializados en línea	
Ejemplares en consulta	
Producción científica y tecnológica	
Artículos en revistas indizadas	
Artículos en congresos	
Libros y capítulos	
Informes técnicos	
Proyectos realizados	
Contratados en el extranjero	
Concluidos	
Que atienden pobreza extrema	
Estados de la república atendidos	
Total contratados	
Otros	
Servicios otorgados	
Convenios	
Cursos impartidos al exterior	
Presentaciones en congreso	
Distinciones y reconocimientos	

Tabla 5. Principales indicadores de desempeño de los Centros de Investigación.

De los indicadores de desempeño enlistados en la Tabla 5 se consideran para el caso de estudio de esta tesis los indicadores enlistados en la Tabla 6. Éstos contribuyen significativamente en el diagnóstico integral de la gestión y en la mejora continua de los Centros de Investigación del Agua considerados.

Recursos humanos
Investigadores:
De tiempo completo
Miembros del SNI
Alumnos:
Graduados (becarios)
Total de alumnos
Recursos financieros
Ingresos por proyectos (millones)
Producción científica y tecnológica
Artículos en revistas indizadas
Informes técnicos
Proyectos realizados:
Total contratados
Concluidos

Tabla 6. Indicadores de desempeño. Caso de estudio: Los Centros de Investigación del Agua.

En la Tabla 6 se presentan tres áreas: Recursos humanos, Recursos financieros y Producción científica y tecnológica; de las que se consideraron los indicadores: investigadores de tiempo completo y miembros del SNI, alumnos graduados (becarios) y número total de alumnos, en el área de Recursos humanos; ingresos por proyectos (millones de pesos), en el área de Recursos financieros; artículos en revistas indizadas, informes técnicos y proyectos realizados total contratados y proyectos realizados concluidos, en el área de Producción científica y tecnológica.

3.4. Caso de estudio: Los principales Centros de Investigación del Agua en México

La metodología propuesta se aplicó a los Centros de Investigación del Agua mencionados previamente y se denotarán I_1 , I_2 , I_3 e I_4 .

Se consideraron los indicadores de desempeño de la Tabla 7, para los cuales se tienen cifras del año 2009. Las cifras dan la idea de cuál ha sido el desempeño en las diferentes actividades que realizan y el crecimiento anual con respecto a los logros obtenidos de los cuatro Centros de Investigación del Agua; sin embargo, la metodología propuesta permite medir su desempeño con respecto a todos los integrantes del grupo.

Indicadores	CENTROS DE INVESTIGACIÓN DEL AGUA			
	I_1	I_2	I_3	I_4
Recursos humanos				
Investigadores:				
De tiempo completo	31	45	21	9
Miembros del SNI	7	6	7	5
Alumnos:				
Graduados (becarios)	35	2	20	4
Total de alumnos	70	60	40	12
Recursos financieros				
Ingresos por proyectos (millones)	122	46	12	26
Producción científica y tecnológica				
Artículos en revistas indizadas	61	3	4	5
Informes técnicos	123	26	18	6
Proyectos realizados:				
Total contratados	25	47	9	12
Concluidos	24	35	7	4

Tabla 7. Cifras de los indicadores de desempeño de los cuatro Centros de Investigación, actualizados al año 2009.

Se trabajaron los datos de la Tabla 7 con el Proceso de Jerarquía Analítica. Éste opera sobre tres principios: la descomposición del problema, el juicio comparativo y la síntesis o composición de prioridades (Saaty, 1980). El problema para el caso de estudio que nos ocupa se concibió de forma analítica como una

estructura jerárquica en cuya cúspide se halla el objetivo del proceso de decisión; el tramo intermedio está integrado por los criterios; y en la base se sitúan las alternativas de decisión (Figura 1).

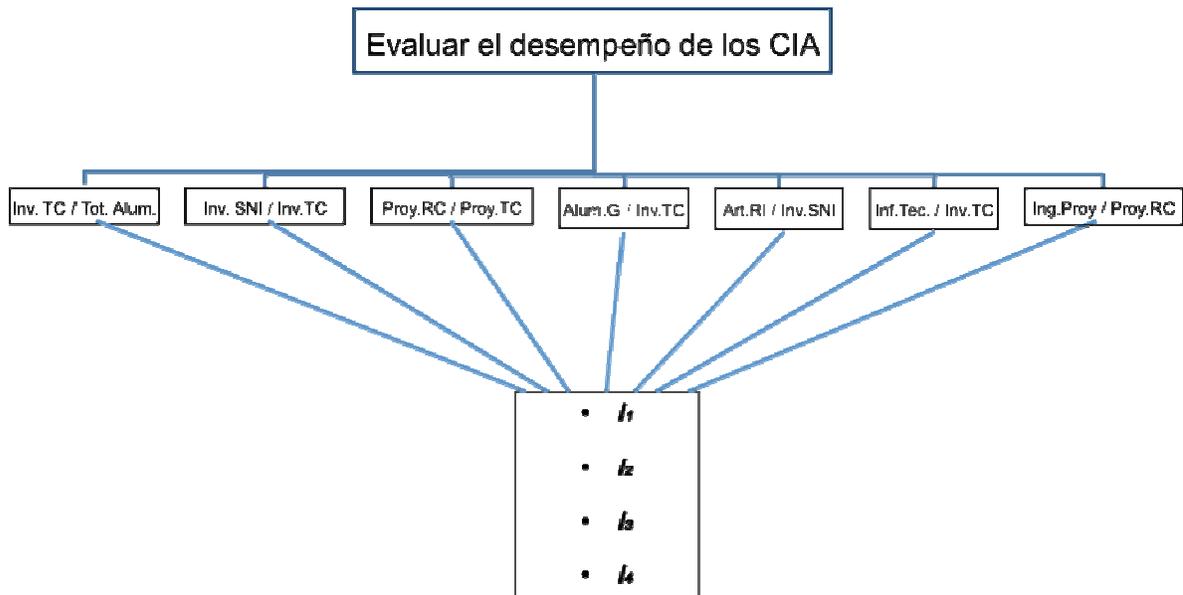


Figura 1. Estructura jerárquica del problema: la evaluación del desempeño de los Centros de Investigación del Agua.

Para generar los criterios se formaron indicadores relativos de desempeño y a su vez cifras relativas, resultado de los cocientes de los indicadores correspondientes (Tabla 9), considerando que los años de antigüedad de los cuatro centros de investigación difieren entre sí, al menos con cinco años; según se muestra en la Tabla 8.

Centro de Investigación	I_1	I_2	I_3	I_4
Años de antigüedad	53	20	15	2

Tabla 8. Años de antigüedad de cuatro Centros de Investigación del Agua.

C _j	Criterios\Alternativas de decisión	<i>l</i> ₁	<i>l</i> ₂	<i>l</i> ₃	<i>l</i> ₄	Promedio
1	Inv. TC / Tot. Alum.	0.44	0.75	0.53	0.75	0.62
2	Inv. SNI / Inv. TC	0.23	0.13	0.33	0.56	0.31
3	Proy. RC / Proy.TC	0.96	0.74	0.78	0.33	0.70
4	Alum G / Inv. TC	1.13	0.04	0.95	0.44	0.64
5	Art. RI / Inv. SNI	8.71	0.50	0.57	1.00	2.70
6	Inf. Téc. / Inv. TC	3.97	0.58	0.86	0.67	1.52
7	Ing.Proy. / Proy. RC	5.08	1.31	1.71	6.50	3.65

Tabla 9. Promedios de las alternativas de decisión por criterio.

A cada criterio le corresponde una cifra que es el promedio de las alternativas de decisión (Tabla 9), en nuestro caso de estudio. En la comparación de criterios por parejas se utilizaron dichos promedios.

Al comparar los criterios dos a dos se calculó el valor absoluto de su diferencia y se sumaron dos unidades; la cifra resultante se redondeó. Se procedió de esta manera a fin de obtener una cifra resultante que se encuentre en la escala de comparación binaria del Cuadro 3 y determinar el valor de importancia del criterio más importante de ambos (la metodología del PJA es flexible en este aspecto).

En cada nivel los elementos se compararon por parejas para establecer su importancia en relación al nivel superior de la jerarquía (principio de juicio comparativo). En primer lugar se enfrentaron todos los criterios de la matriz, obteniendo la matriz de comparación por pares (Tabla 10). Luego se calcularon las prioridades de los criterios (Figura 2).

Criterios	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
C ₁	1.00	2.00	0.50	0.50	0.25	0.33	0.20
C ₂	0.50	1.00	0.50	0.50	0.25	0.33	0.20
C ₃	2.00	2.00	1.00	2.00	0.25	0.33	0.20
C ₄	2.00	2.00	0.50	1.00	0.25	0.33	0.20
C ₅	4.00	4.00	4.00	4.00	1.00	3.00	0.33
C ₆	3.00	3.00	3.00	3.00	0.33	1.00	0.25
C ₇	5.00	5.00	5.00	5.00	3.00	4.00	1

Tabla 10. Matriz de comparación por pares, de los criterios.

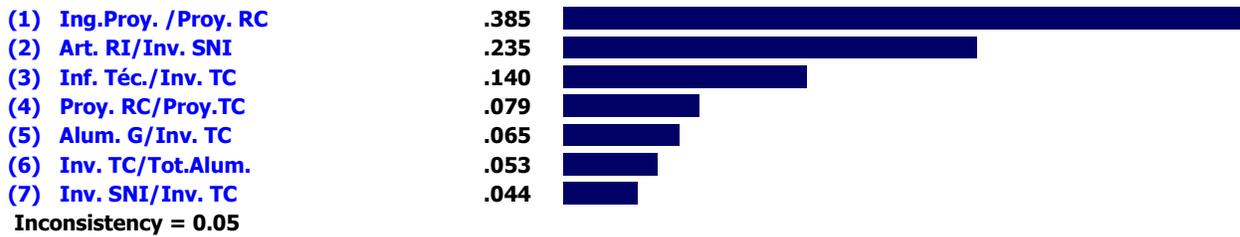


Figura 2. Prioridades de los criterios 1 - 7 con respecto al objetivo: evaluar el desempeño de los CIA. Y la razón de inconsistencia de la matriz de comparación por pares de los criterios (Tabla 10).

El vector columna de eigenvectores de la matriz de comparación por pares, de los criterios W_c (Tabla 10), que se muestra a continuación, contiene la asignación de pesos relativos para los criterios.

$$W_c = \begin{bmatrix} 0.053 \\ 0.044 \\ 0.079 \\ 0.065 \\ 0.235 \\ 0.140 \\ 0.385 \end{bmatrix}$$

A continuación, se compararon todos los pares de las alternativas para determinar la deseabilidad relativa de cada criterio. Las tablas 11 a 17 forman las matrices de comparación por pares que muestran las preferencias para las alternativas (los cuatro centros de investigación del agua) usando cada uno de los criterios.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	0.50	0.50	0.50
I_2	2	1	2	0.50
I_3	2	0.50	1	0.50
I_4	2	2	2	1
RI = 0.050				

Tabla 11. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C1.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	2	2	0.5
I_2	0.5	1	0.5	0.5
I_3	0.5	2	1	0.5
I_4	2	2	2	1
RI = 0.050				

Tabla 12. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C2.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	2	2	3
I_2	0.5	1	0.5	2
I_3	0.5	2	1	2
I_4	0.33	0.5	0.5	1
RI = 0.030				

Tabla 13. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C3.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	3	2	3
I_2	0.33	1	0.33	0.50
I_3	0.50	3	1	3
I_4	0.33	2	0.33	1
RI = 0.050				

Tabla 14. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C4.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	9	9	9
I_2	0.11	1	0.50	0.33
I_3	0.11	2	1	0.50
I_4	0.11	3	2	1
RI = 0.040				

Tabla 15. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C5.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	5	5	5
I_2	0.2	1	0.5	0.5
I_3	0.2	2	1	2
I_4	0.2	2	0.5	1
RI = 0.050				

Tabla 16. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C6.

Alternativa	I_1	I_2	I_3	I_4
I_1	1	6	5	0.33
I_2	0.17	1	0.50	0.14
I_3	0.20	2	1	0.14
I_4	3	7	7	1
RI = 0.050				

Tabla 17. Matriz de comparación de las alternativas por pares, con respecto al criterio C7.

En la tabla 18 se tienen los vectores de prioridades para los cuatro centros de investigación con respecto a los siete criterios C1-C7. Así como la prioridad global para cada alternativa y la razón de inconsistencia general.

Centros de Investigación (alternativas)	Vectores de Prioridades (relevancia para cada criterio)							Prioridad Global
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	
I_1	0.138	0.276	0.418	0.439	0.741	0.616	0.291	0.453
I_2	0.276	0.138	0.191	0.104	0.052	0.087	0.054	0.088
I_3	0.195	0.195	0.271	0.311	0.080	0.174	0.079	0.134
I_4	0.391	0.391	0.120	0.146	0.127	0.123	0.576	0.325
RI General = 0.05								

Tabla 18. Vectores de prioridades para cuatro centros de investigación.

La prioridad global para las alternativas asigna los pesos siguientes, en orden decreciente y la razón de inconsistencia a la matriz de la tabla 18 formada por los vectores de prioridades (Figura 3):



Overall Inconsistency = .05

Figura 3. Prioridad global de cuatro alternativas con respecto al objetivo: evaluar el desempeño de los CIA.

El eigenvector de pesos de las alternativas de decisión, W_A , muestra la estimación de la importancia relativa de las alternativas, en relación al objetivo del proceso de decisión.

$$W_A = \begin{bmatrix} 0.453 \\ 0.088 \\ 0.134 \\ 0.325 \end{bmatrix}$$

Los siete vectores de prioridades, C_1 - C_7 de la Tabla 18, se trabajaron con el programa lineal (6) de la metodología del AED-BCC para inputs indeseables en el software DEAFrontier®. Que permite evaluar el desempeño de los cuatro centros de investigación, DMUs.

En la Tabla 19 se concentraron los inputs y outputs para las DMUs con su respectiva puntuación.

DMU	INPUT			OUTPUT			
	Inv. TC / Total de Alumnos	Inv. SNI / Inv. TC	Ingreso x Proy. / Proy. Realiz. / Concl.	Alumnos Graduados / Inv TC	Art. Rev. Indiz. / Inv. SIN	Inf. Técnicos / Inv TC	Proy. Realiz. Concl. / Proy. TC
I_1	0.138	0.276	0.291	0.439	0.741	0.616	0.418
I_2	0.276	0.138	0.054	0.104	0.052	0.087	0.191
I_3	0.195	0.195	0.079	0.311	0.080	0.174	0.271
I_4	0.391	0.391	0.576	0.146	0.127	0.123	0.120

Tabla 19. DMUs, INPUTS y OUTPUTS.

Se desearía que el número de Inv. SNI / Inv. TC como la cantidad de Ingreso x Proy./ Proy., aumente, pero la eficiencia de los centros de investigación se vería afectada. Así que se clasificaron a ambos inputs, Inv. SNI / Inv. TC e Ingreso x Proy./ Proy. Realiz. Concl., como indeseables para no afectar la puntuación de eficiencia. Debido a que el input número de Inv. TC / Total de Alumnos no tiene margen de maniobra por las características de los centros de investigación del agua, pues el número de plazas que se ofertan anualmente no es grande, se clasificó como deseable.

Los tres inputs de la Tabla 19 fueron clasificados de la siguiente manera:

Inputs Indeseables: Inv. SNI / Inv. TC e Ingreso x Proy./ Proy. Realiz. Concl.

Inputs Deseables: Inv. TC / Total de Alumnos.

La Tabla 20 enlista por separado los inputs, outputs, inputs indeseables (undesirable inputs) e inputs deseables (desirable inputs); así como la eficiencia obtenida con el modelo DEA-BCC input-orientado con factores indeseables aplicado a los datos de la Tabla 19.

Inputs	Outputs
Inv. TC/Total de Alumnos	Alumnos Graduados / Inv TC
Inv. SNI/Inv. TC	Art. Rev. Indiz. / Inv. SNI
Ingreso x Proy. /Proy. Realiz Concl.	Inf. Técnicos /Inv TC
	Proy. Realiz. Concl/Proy. TC

Undesirable Inputs:	<i>Input-Oriented Efficiency with Undesirable Factors</i>			Optimal Lambdas			
Inv. SNI/Inv. TC Ingreso x Proy. /Proy. Realiz Concl.	<i>DMU No.</i>	<i>DMU Name</i>	<i>Efficiency</i>	with Benchmarks			
Desirable Inputs:	1	I_1	1.00000	1.000	I_1		
Inv. TC/Total de Alumnos	2	I_2	0.85438	0.613	I_1	0.387	I_4
	3	I_3	0.91678	0.839	I_1	0.161	I_4
	4	I_4	1.00000	1.000	I_4		

Tabla 20. Eficiencia Input-Orientada de un Modelo DEA-BCC con Factores Indeseables.

Los valores de holgura de la Tabla 21 para los inputs y outputs de los cuatro centros de investigación del agua son el complemento a la caracterización de la eficiencia o ineficiencia.

DMU No.	DMU Name	Input Slacks			Output Slacks			
		<i>Inv. TC / Total de Alumnos</i>	<i>Inv. SIN / Inv. TC</i>	<i>Ingreso x Proy. / Proy. Realiz. Concl.</i>	<i>Alumnos Graduados / Inv TC</i>	<i>Art. Rev. Indiz. / Inv. SIN</i>	<i>Inf. Técnicos / Inv TC</i>	<i>Proy. Realiz. Concl. / Proy. TC</i>
1	I_1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	I_2	0.00000	0.00000	0.12555	0.22173	0.45163	0.33841	0.11179
3	I_3	0.00000	0.00000	0.13335	0.08078	0.56205	0.36255	0.09898
4	I_4	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Tabla 21. Valores de Holgura de un Modelo con Factores Indeseables.

La siguiente Tabla 22 contiene la puntuación de eficiencia para los inputs y outputs, después de que se aplicó el modelo (7).

DMU No.	DMU Name	Efficient Input Target		
		<i>Inv. TC / Total de Alumnos</i>	<i>Inv. SIN / Inv. TC</i>	<i>Ingreso x Proy. / Proy. Realiz. Concl.</i>
1	I_1	0.13800	0.27600	0.29100
2	I_2	0.27600	0.32046	0.40118
3	I_3	0.19500	0.29453	0.33693
4	I_4	0.39100	0.39100	0.57600

DMU No.	DMU Name	Efficient Output Target			
		<i>Alumnos Graduados / Inv TC</i>	<i>Art. Rev. Indiz. / Inv. SIN</i>	<i>Inf. Técnicos / Inv TC</i>	<i>Proy. Realiz. Concl. / Proy. TC</i>
1	I_1	0.43900	0.74100	0.61600	0.41800
2	I_2	0.32573	0.50363	0.42541	0.30279
3	I_3	0.39178	0.64205	0.53655	0.36998
4	I_4	0.14600	0.12700	0.12300	0.12000

Tabla 22. Proyección Eficiente de un Modelo con Factores Indeseables.

3.5. Software Expert Choice® y el DEA Frontier®

En la literatura se encuentra más de un software que trabaja con las metodologías del PJA y AED. Dos de estos son el Expert Choice® y el DEA Frontier®, los cuales se utilizaron para resolver el presente trabajo. Ambas herramientas presentan los resultados de una forma estructurada y en caso de la segunda herramienta con una representación gráfica.

- El Expert Choice® está basado en el Proceso de Jerarquía Analítica, permite tener un acercamiento estructurado, también gráfico, y llevar un proceso que considera prioridades y toma de decisiones.
- El DEA Frontier® fue desarrollado por Joe Zhu. Consiste de una serie de modelos de AED y es un complemento de Microsoft® Excel que utiliza el Solver de Excel y el Visual Basic para Aplicaciones (VBA).

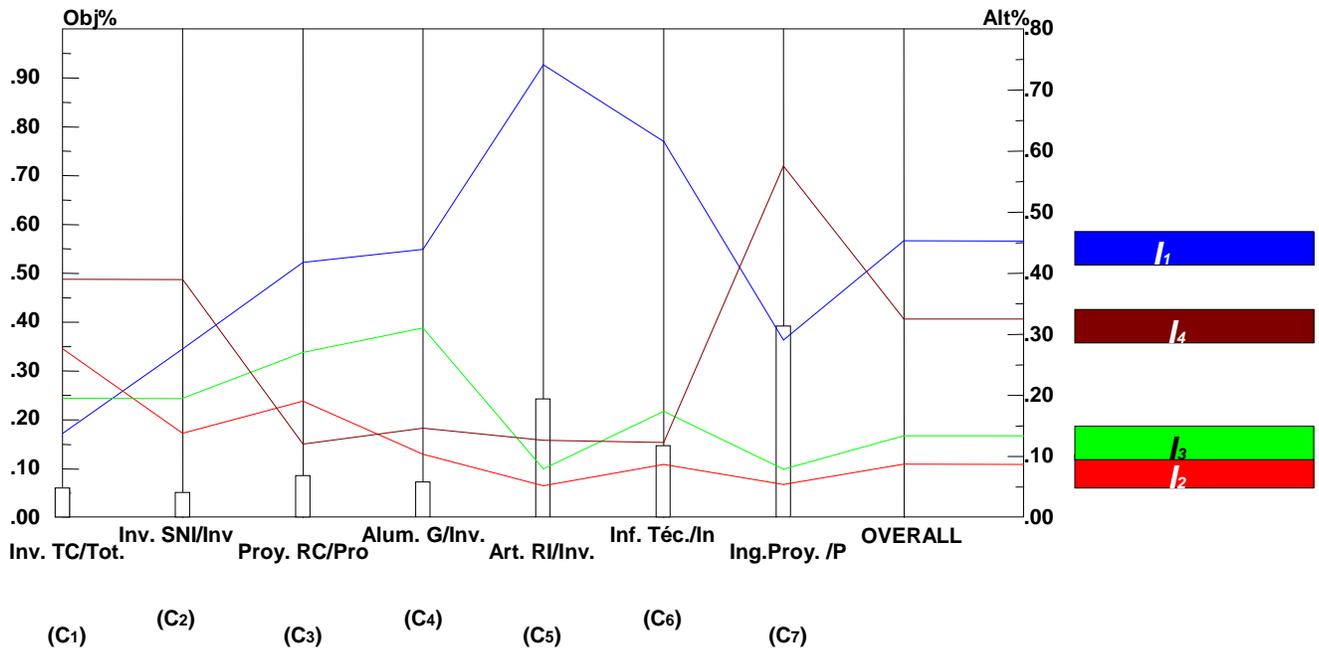
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología del PJA a las matrices de las tablas 10 a 17, con la ayuda del software Expert Choice®; y la metodología del AED-BCC orientada a input con factores indeseables a la matriz de vectores de prioridades para los cuatro centros de investigación de la Tabla 19, con la ayuda del software DEA Frontier®. Así como la discusión de los mismos.

La estimación de la importancia relativa de cada criterio, vector W_c , asigna el mayor peso al criterio de ingresos por proyecto realizado concluido, el peso que le sigue es para el criterio de artículos en revistas indizadas por investigador miembro del SNI, el peso siguiente es para el criterio de informes técnicos por investigador de tiempo completo y en orden decreciente están los cuatro criterios faltantes: proyectos realizados concluidos por proyecto contratado, alumnos graduados por investigador de tiempo completo e investigadores de tiempo completo por alumno, (Figura 2); los cuales tienen la ponderación más baja.

La razón de inconsistencia igual a 0.05, inferior al 0.10 ó 10%, determina la confianza razonable en la coherencia de la matriz de comparaciones por pares de los criterios (Tabla 10) y la estabilidad de la estructura de preferencias (Saaty, 2006).

La siguiente representación gráfica de los vectores columna W_C y W_A , con barras y líneas quebradas de colores respectivamente, representa la sensibilidad del rendimiento para las cuatro alternativas y los siete criterios con respecto al objetivo: evaluar el desempeño de los Centros de Investigación del Agua (CIA). Brevemente se hace una descripción del mismo: el gráfico tiene en su base los criterios C_1 - C_7 , una escala izquierda en % de los pesos de los criterios, una escala derecha en % de los pesos de las alternativas y en el eje horizontal las cuatro alternativas.



Gráfica 1. Sensibilidad del rendimiento para cuatro alternativas y siete criterios con respecto al objetivo: Evaluar el desempeño de los CIA.

En la gráfica 1 se aprecia la ponderación de las cuatro alternativas con respecto a los criterios C₁-C₇. El Centro de Investigación del Agua *I*₁ es el mejor ponderado con el mayor peso en los criterios C₃-C₆, mientras que el centro de investigación *I*₄ le sigue en ponderación con el mayor peso en los criterios C₁, C₂ y C₇. El centro de investigación *I*₃ tiene el tercer lugar en ponderación con respecto a *I*₁ y *I*₄, destacando en los criterios C₃, C₄ y C₆ después del centro *I*₁. El cuarto lugar es para *I*₂, quien tiene un peso considerable en el criterio C₁, después de *I*₄. En el mismo gráfico, el criterio con mayor peso es el C₇ seguido por el criterio C₅, a quien le sigue el criterio C₆.

Desde el punto de vista del rendimiento, el centro de investigación más deseable es el *I*₁ con los criterios: C₅, artículos en revista indizada por investigador de tiempo completo (0.741), seguido del criterio C₆, informes técnicos por investigador de tiempo completo (0.616). En segundo lugar está el *I*₄ con el criterio C₇, ingreso por proyecto por proyecto realizado concluido (0.576). Estas prioridades son una estimación relativa de las preferencias reales de los Centros de Investigación del Agua, inferida de los juicios emitidos en las comparaciones por pares previas (Tabla 18).

Los resultados de la aplicación del modelo DEA-BCC input-orientado con factores indeseables a los datos de la Tabla 19, se discuten a continuación.

Los dos centros de investigación que presentan la solución óptima al programa lineal del modelo (6) son I_1 y I_4 , con $\tau^* = 1$ que determina la puntuación de eficiencia para ambos centros. Sin embargo, I_2 y I_3 son los centros ineficientes con una puntuación de 0.854 y 0.916, respectivamente, menor que uno (la puntuación de eficiencia). Éstos tienen su conjunto eficiente de referencia, formado por I_1 y I_4 . Los centros I_1 con una puntuación del 0.613 y I_4 con una puntuación del 0.387 como conjunto de referencia del centro I_3 para mejorar; los centros I_1 y I_4 con una puntuación del 0.839 y 0.161 respectivamente, forman el conjunto eficiente de referencia para el centro I_2 . Tales puntuaciones nos dicen que el centro I_1 es el referente que más aportación tiene en los inputs y outputs considerados, además siendo un centro eficiente contribuye con una puntuación más alta a la eficiencia de los centros I_2 y I_3 seguido por el centro I_4 .

Las DMUs eficientes, I_1 y I_4 , presentan un valor de holgura igual a cero $s_i^{-*} = s_r^{+*} = 0$, para todos sus inputs y outputs. Las DMUs ineficientes, I_2 y I_3 , presentan un valor de holgura igual a cero, es decir son eficientes en los inputs: número de investigadores de tiempo completo por alumno y número de investigadores por investigador de tiempo completo; sin embargo, tienen un valor de holgura positiva y distinta de cero en el input ingresos por proyecto por proyecto realizado concluido, así como en sus cuatro outputs. Estas holguras distintas de cero forman parte de la caracterización a la ineficiencia de los centros I_2 y I_3 . Ambos centros alcanzarán la eficiencia en su desempeño cuando el valor de su puntuación sea igual al presentado en la Tabla 22, después de aplicar el modelo (7).

5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS

El modelo aquí desarrollado, basado en las metodologías del PJA y el AED-BCC input orientado con factores indeseables, permitió evaluar el desempeño de los cuatro principales Centros de Investigación del Agua de México: I_1 , I_2 , I_3 e I_4 . Considerando siete indicadores de desempeño, tres inputs y cuatro outputs.

Los resultados obtenidos en el capítulo 4 determinan a los Centros de Investigación del Agua I_1 e I_4 , como eficientes con un buen desempeño en al menos tres de los siete criterios considerados. Los Centros I_2 e I_3 tuvieron una caracterización de ineficiencia en su desempeño, con respecto a los mismos criterios de desempeño. No es de extrañarse que de los resultados muestren que el centro de investigación I_1 sea el centro de investigación más eficiente, debido a su antigüedad, sin embargo para los otros tres centros es interesante destacar que el I_4 es uno de los mejores clasificados, siendo el de menor antigüedad.

La combinación PJA-AED hizo posible la incorporación de juicios de valor subjetivos a las cifras de los criterios y alternativas para establecer una jerarquización basada en una comparación binaria usando una escala cuantitativa. Además permitió evaluar la medida de los inputs y outputs considerados para determinar la eficiencia del desempeño de los centros de investigación. En este caso de estudio no se consideró la antigüedad de los centros de investigación, que se sugiere tomar en cuenta en un estudio posterior.

Uno de los limitantes que se tiene al aplicar la metodología desarrollada es que se necesita tener información que no siempre está disponible, pero cuando se obtiene se puede analizar con esta metodología que resulta confiable ya que tiene un sustento matemático.

No obstante que algunos autores (Drake y Howcroft, 1994) sugieren que el número de DMUs consideradas al aplicar el AED debe ser aproximadamente igual al doble de la suma del número de inputs y outputs, al considerar cuatro DMUs (Centros de Investigación del Agua) se pudieron corroborar los resultados obtenidos con el PJA. Para el caso de estudio de esta tesis se trabajó con cuatro centros de

investigación debido a que el número de centros de investigación especializados en el sector Agua, en nuestro país, es reducido. Quedará por confirmar la respuesta si se tuvieran más DMUs, es decir un número mayor de Centros de Investigación.

La metodología PJA/AED aquí desarrollada se puede aplicar a centros de investigación en general es decir a todos los centros de investigación del país, mientras los indicadores a considerar sean comunes.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Ali, A.I., Seiford, L.M., 1990. Translation invariance in Data Envelopment Analysis. *Operational Research Letters* 9, 403-405.
- Azadeh, A., S.F. Ghaderi & H. Izadbakhsh. 2008. Integration of DEA and AHP with computer simulation for railway system improvement and optimization. *Applied Mathematics and Computation*. 195: 775.
- Banker, R.D., A. Charnes & W.W. Cooper. 1984. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. 30: 1078.
- Berritella, M., L. L. Franca & P. Zito. 2009. An analytic hierarchy process for ranking operating costs of low cost and full service airlines. *Journal of Air Transport Management*. 15 (5): 249-255.
- Charnes, A., & W. W. Cooper. 1962. Programming with Linear Fractional Functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3/4): 181-185.
- Charnes, A., W. W. Cooper & E. Rhodes. 1978. Measuring efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6): 429-444.
- C Charnes, A., W. W. Cooper & E. Rhodes. 1981. Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27(6): 668-697.
- Carrington, R., T. Coelli & D.S. Prasada. 2005. The performance of Australian universities: conceptual issues and preliminary results. *Economic Papers*. 24 (2): 145-163.
- Chatzimouratidis, A.I., & P.A. Pilavachi. 2009. Sensitivity analysis of technological, economic and sustainability evaluation of power plants using the analytic hierarchy process. *Science Direct. Energy Policy* 37: 788-798
- CIAQ. Centro de Investigaciones del Agua-Querétaro. Disponible en: URL: http://www.uaq.mx/ingenieria/posgrado/recursos_hidricos_y_ambiental
- CIRA. Centro Interamericano de Recursos del Agua. Disponible en: URL: <http://cira.uaemex.mx>
- Coll, V. y O.M. Blasco. 2006. Evaluación de la eficiencia mediante el análisis envolvente de datos. *Introducción a los modelos básicos*. 197.

- Cook, D. Wade, & J. Zhu. 2005. Modeling performance measurement, applications and implementation issues in DEA. Springer Science. Boston, USA.
- Cooper, W., L. Seiford & K. Tone. 2000. Data Envelopment Analysis. A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software. P. 979. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Cooper, W., L. Seiford & J. Zhu. 2004. "Handbook on Data Envelopment Analysis", Kluwer Academic Publishers.
- Delgado, X., R. Pérez, J. Izquierdo & J. Mora. 2010. An analytic hierarchy process for assessing externalities in water leakage management. Mathematical and Computer Modelling. 1-9.
- Dey, P.K., & E.K. Ramcharan. 2008. Analytic hierarchy process helps select site for limestone quarry expansion in Barbados. Journal of Environmental Management. 88(4): 1384-1395.
- Drake, L., & Howcroft, B. 1994. Relative efficiency in the branch network of a UK Bank: An empirical study. Omega: International Journal of Management Science, 22, 83-90.
- Elkins, T.T. (2003). Multiple criteria, multiple objective & dynamic data envelopment analysis with the freight service business. UMI MICROFILMED Number 3080562. Newark, New Jersey.
- Erbetta, Fabrizio & M. Cave. 2006. Regulation and efficiency incentives: evidence from the England and Wales water and Sewerage industry. Working Paper 8, HERMES.
- Farell, R., Grosskopf, S., Lovel, C.A.K., Pasurka, C., 1989. Multilateral productivity comparisons when some outputs are undesirable: A nonparametric approach. The Review Economics and Statistics 71, 90-80.
- García, JL, S.A. Noriega, J.J. Díaz y J. de la Riva. 2006. Aplicación del proceso de jerarquía analítica en la sección de tecnología agrícola. Agronomía Costarricense. Nota Técnica 30(1). 107-114.
- García, M.S. y M.T. Lamata. 2009. Selection of a cleaning system for engine maintenance based on the analytic hierarchy process. Computers & Industrial Engineering. 56 (4):1442-1451.
- Golany, B., Roll, Y., 1989. An application procedure for DEA. Omega: The International of Management Science 17, 237-250.

- Goñi, L. S. 1998. El análisis envolvente de datos como sistema de evaluación de la eficiencia técnica de las organizaciones del sector público: aplicación en los equipos de atención primaria. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXVII, No. 97, p. 979. España.
- Graham, M. 2004. Environmental efficiency: meaning and measurement and application to australian dairy farms. Presented at the 48th Annual AARES Conference, Melbourne, Victoria.
- Güemes, C. D. 2008. A DEA Decision Making Model for Higher Education Funding. VDM Verlag Dr. Müller. USA.
- Hua, Z., P. He, Y. Bian. 2008. Improving Eco-Efficiency of a System through Allocation of Non-Discretionary Input. *Information and Management Sciences*, Vol 19, Number 1: 75-91.
- IIUNAM. Instituto de Ingeniería, UNAM. Disponible en: URL: <http://www.ii.unam.mx>
- IMTA. Instituto Mexicano del Tecnología del Agua. Disponible en: URL:<http://www.imta.gob.mx>
- Koopmans, T.C., 1951. Analysis of production as an efficient combination of activities. In: Koopmans, T.C. (Ed), *Activity Analysis of production and allocation*. Cowles Commission, Wiley, New York, 33-97.
- Korkmaz, I., H. Gökçen & T. Çetinyokuş. 2008. An analytic hierarchy process and two-sided matching based decision support system for military personnel assignment. *Information Sciences*. 178 (14): 2915-2927.
- Liu, W.B., W. Meng, X.X. Li & D.Q. Zhang. 2010. DEA models with undesirable inputs and outputs. *Annals of Operations Research*, 173: 5-24.
- Londoño, L. J. Sierra y Y. P. Giraldo. 2009. Análisis envolvente de datos -DEA-: Una aplicación al sector de telecomunicaciones de países de medianos ingresos. *Ecos de Economía*, 28 (abril): 53. Medellín.
- Murias, P., F. Martínez, J.C. Miguel y D. Rodríguez. 2008. Un estudio con análisis envolvente de datos de la eficiencia de los centros de educación secundaria gallegos. XVI Jornadas SEPUMA-IV Encuentro Internacional.
- Papalexandrou, M.A., P.A. Pilavachi, and A.I. Chatzimouratidis. 2008. Evaluation of liquid bio-fuels using the Analytic Hierarchy Process. *Process Safety and Environmental Protection*. 86 (5): 360-374.

- Pilavachi, P.A., A.I. Chatzipanagi & A.I. Spyropoulou. 2009. Evaluation of hydrogen production methods using the Analytic Hierarchy Process. *International Journal of Hydrogen Energy*. 34 (13): 5294-5303.
- Piñeiro, C. 2002. La evaluación de inversiones en tecnologías de la información. Aplicaciones a la teoría de la decisión multicriterio. *Revista Galega de Economía*. 12 (1): 1-18.
- Reichmann, G. 2004. *Measuring University Library Efficiency Using Data Envelopment Analysis*. Libri, Germany. 54: 136-146.
- Saaty, T.L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw Hill. New York.
- Saaty, T.L. 2006. *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with The Analytic Hierarchy Process (Vol. VI of The AHP Series)*. RWS Publications, U.S.A. 478.
- Shin, T., CB Kim, YH Ahn, HY Kim, BH Cha, Y Uh, JH Lee, SJ Hyun, DH Lee & UY Go. 2009. The comparative evaluation of expanded national immunization policies in Korea using an analytic hierarchy process. *Vaccine*. Vol. 27 . No. 5: 792-802.
- Sueyoshi, T., J. Shang & W.-CH. Chiang. 2008. A decision support framework for internal audit prioritization in a rental car company: A combined use between DEA and AHP. *European Journal of Operational Research*. 199: 219–231.
- Sunder, K. 2002. Undesirable outputs in data envelopment analysis: various approaches. Tesis de grado maestría.
- Trigo, L. & S. Costanzo. 2006. DEA-AHP. Cómo combinar dos metodologías de toma de decisiones. *IESA*. 30.
- Tseng, Y. & T.-Z. Lee. 2008. Comparing appropriate decision support of human resource practices on organizational performance with DEA/AHP model. *Expert Systems with Applications*. 36: 6548–6558.
- Villa, G., S. Lozano y B. Adenso. 2005. Reasignación de contenedores de vidrio en los municipios asturianos. *Revista de estudios regionales* 72: 191-211.
- Yang, T. & C. Kuo. 2003. A hierarchical AHP/DEA methodology for the facilities layout design problem. *European Journal of Operational Research* 147: 128-136.
- Zhu, J. 2009. *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: DEA with spreadsheets and DEA Excel Solver*. Second edition. Springer, USA.