

2013

DESARROLLO DE UN SEMIVARIOGRAMA PERIÓDICO
PARA SERIES TEMPORALES DE PRECIPITACIÓN

ING. JORGE ANTONIO PORTILLO MEDINA.



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería

DESARROLLO DE UN SEMIVARIOGRAMA PERIÓDICO
PARA SERIES TEMPORALES DE PRECIPITACIÓN.

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS
(RECURSOS HÍDRICOS Y AMBIENTAL)

Presenta:

Ing. Jorge Antonio Portillo Medina.

Dirigida por:

Dr. Carlos Fuentes Ruíz.

C.U., Santiago de Querétaro, Qro.
Diciembre de 2013



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencia
(Recursos Hídricos y Ambiental)

**DESARROLLO DE UN SEMIVARIOGRAMA PERÓDICO PARA SERIES
TEMPORALES DE PRECIPITACIÓN**

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de:

Maestro En Ciencias
(Recursos Hídricos y Ambiental)

Presenta:
Ing. Jorge Antonio Portillo Medina

Dirigido por:
Dr. Carlos Fuentes Ruíz

SINODALES

Dr. Carlos Fuentes Ruíz
Presidente

Dr. Alfonso Gutiérrez López
Secretario

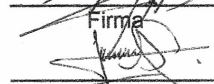
Dr. Carlos Alberto Chávez García
Vocal

Dr. Enrique González Sosa
Suplente

Dr. Eduardo Álvarez Mendiola
Suplente

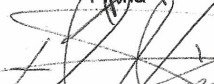
Dr. Aurelio Domínguez González
Director de la Facultad

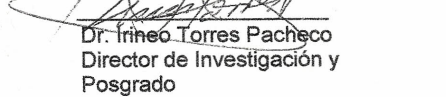

Firma


Firma


Firma


Firma


Firma


Dr. Irineo Torres Pacheco
Director de Investigación y
Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro., Diciembre 2013
México

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es proponer, a partir del análisis de precipitación diaria observada en cuatro estaciones climatológicas en los estados de Chiapas y Tabasco durante el periodo Agosto-Noviembre del 2007 las cuales son C.H. Malpaso, Ocoatepec, Sayula y C.H. Peñitas, el desarrollo de un semivariograma teórico que refleje la periodicidad del semivariograma experimental para series temporales de precipitación, esto para la identificación de valores extremos, su ubicación temporal y la evaluación de la forma de su distribución. El modelo periódico es aplicado a la interpolación geoestadística por krigeado para definir el grado y escala de variación temporal. Se realizó una comparación entre las interpolaciones por krigeado utilizando el semivariograma periódico y algunos semivariogramas clásicos como el modelo exponencial, lineal, semiesférico, etc. El modelo desarrollado se adaptó de mejor manera a las series de precipitación por lo que puede competir y en muchos casos ser mejor que los semivariogramas clásicos, ya que al extraer la serie de parámetros y utilizarlos para la interpolación geoestadística por krigeado los resultados fueron mas favorables, teniendo la gran ventaja de que el modelo desarrollado utiliza una gama de semivariogramas clásicos.

Palabras clave (semivariograma, geoestadística, series temporales de precipitación, valores extremos, interpolación, krigeado, variación temporal).

SUMMARY

The objective of this work is to propose, from the analysis of daily precipitation observed in four weather stations in the states of Chiapas and Tabasco during August-November period of 2007 whom are C.H. Malpaso, Ocotepec, Sayula y C.H. Peñitas, developing a theoretical Semivariogram reflects the periodicity of the experimental Semivariogram for precipitation time series, this for the identification of extreme values temporary location and evaluation of the shape of its distribution. The periodic model is applied to geostatistics interpolation by kriging to define the degree and scale of temporal variation. A comparison was carried between kriging interpolations using the periodic Semivariogram and some classics semivariograms like the exponential model, lineal, semispherical, etc. The developed model was adapted better to the precipitation series so you can compete and in many cases be better than the classical semivariogram, since the extract the parameter series and use them to geostatistical interpolation by kriging the results were more favorable, consideration being the great advantage that the model developed uses a range of classical Semivariograms.

Keywords (semivariogram, geostatistics, precipitation time series, extreme values, interpolation, kriging, temporal variation).

DEDICATORIAS

A mis padres, Jorge Antonio Portillo Jacobo y Virginia Medina Sánchez, he llegado a esta etapa gracias a su constante apoyo; gracias por que a pesar de las dificultades han realizado el máximo esfuerzo para darme lo mejor.

A mis hermanos Cristina y Luis, ustedes han sido un motor para lograr mis propósitos, gracias por su infinita ayuda y fortaleza.

A mi mejor amiga y compañera, Ana Carolina, en honor a tu infinita paciencia, por tu tierna compañía y tu inagotable apoyo. Gracias por compartir mi vida y mis logros.

A mi Director de Tesis, el Dr. Carlos Fuentes Ruíz, agradezco infinitamente todo su apoyo, por compartir desinteresadamente sus conocimientos, experiencia, consejos y por su amistad. Gracias por su ejemplo y su paciencia.

Una dedicatoria muy especial merece la comprensión, paciencia y el ánimo recibidos de toda mi familia y mis grandes amigos.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por darme la oportunidad de alcanzar esta meta, gracias a los profesores e investigadores quienes durante los dos años se esmeraron por dar lo mejor para mi formación de maestro en ciencias, por los conocimientos teóricos y las experiencias vividas.

A mis Sinodales, por su amable aceptación, por su tiempo dedicado y las recomendaciones vertidas en esta investigación: Dr. Alfonso Gutiérrez López, Dr. Carlos Alberto Chávez García, Dr. Enrique González Sosa y Dr. Eduardo Álvarez Mendiola.

Una vez más al Dr. Carlos Fuentes Ruíz, por dirigir esta tesis, por confiar en mí desde el inicio. Agradezco su alto empeño y dedicación profesional, sus aportaciones teóricas. Sin su dedicación y disponibilidad, no hubiera sido posible alcanzar esta meta.

Gracias también a mis queridos compañeros, que me apoyaron y me permitieron entrar en su vida durante estos dos años, conviviendo dentro y fuera del salón de clases.

A todos ellos, muchas gracias.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	i
SUMMARY	ii
DEDICATORIAS	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
ÍNDICE GENERAL	v
ÍNDICE DE TABLAS	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	x
I. INTRODUCCIÓN	1
1.1.- GENERALIDADES	1
1.2.- JUSTIFICACIÓN	3
1.3.- OBJETIVOS	4
1.4.- HIPÓTESIS	4
1.5.- CONTENIDO	5
II. REVISIÓN DE LITERATURA	6
2.1.- INTRODUCCIÓN	6
2.1.1.- ANTECEDENTES	6
2.1.2.- MÉTODOS ESTADÍSTICOS	8
2.1.3.- GEOESTADÍSTICA	9
2.2.- VARIABLE REGIONALIZADA	11
2.3.- MOMENTOS DE UNA VARIABLE REGIONALIZADA	11
2.4.- ESTACIONAREIDAD	12
2.4.1.- ESTACIONAREIDAD ESTRICTA	12
2.4.2.- ESTACIONAREIDAD DE SEGUNDO ORDEN	12
2.4.3.- HIPÓTESIS INTRÍNSECA	13
2.4.4.- PROCESOS CUASISTACIONARIOS	14
2.5.- FUNCIONES DE CORRELACIÓN ESPACIAL	15
2.5.1.- COVARIOGRAMA Y CORRELOGRAMA	15
2.5.2.- EL SEMIVARIOGRAMA	16
2.5.2.1.- SEMIVARIOGRAMA EXPERIMENTAL	17
2.5.2.2.- SEMIVARIOGRAMA TEÓRICO	19
2.5.2.2.1.- MODELO SEMIESFÉRICO	19

	2.5.2.2.2.- MODELO EXPONENCIAL	20
	2.5.2.2.3.- MODELO GAUSSIANO	20
	2.5.2.2.4.- MODELO LINEAL	20
	2.5.2.2.5.- MODELO FRACTAL	21
	2.5.2.2.6.- MODELO EXPONENCIAL GENERALIZADO	22
	2.5.2.2.7.- MODELO COSENOIDAL	22
	2.5.2.2.8.- MODELO UNIPERIÓDICO POTENCIAL	23
	2.5.2.2.9.- MODELO UNIPERIÓDICO POTENCIAL COMPUESTO	25
	2.5.3.- SEMIVARIOGRAMA CRUZADO	25
	2.5.4.- CORRELOGRAMA CRUZADO	26
	2.5.5.- ESTIMACIÓN	27
	2.5.5.1.- TRIANGULACIÓN	27
	2.5.5.2.- DISTANCIA INVERSA	28
	2.5.5.3.- EL KRIGEADO	29
	2.5.5.3.1.- KRIGEADO SIMPLE	31
	2.5.5.3.2.- KRIGEADO ORDINARIO	31
	2.5.5.4.- KRIGEADO UNIVERSAL (KU)	34
	2.5.6.- GEOESTADÍSTICA MULTIVARIADA	35
	2.5.7.- GEOESTADÍSTICA NO LINEAL	37
	2.5.8.- LA SIMULACIÓN GEOESTADÍSTICA	37
	2.5.9.- RESUMEN	38
III.	METODOLOGÍA	40
	3.1.- INTRODUCCIÓN	40
	3.2.- PROGRAMA EXPERIMENTAL	42
	3.3.- PROGRAMA TEÓRICO	43
	3.4.- INTERPOLACIÓN GEOESTADÍSTICA KRIGEADO	47
	3.5.- VALIDACIÓN	51
IV.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	53
	4.1.- SEMIVARIOGRAMAS EXPERIMENTALES	53
	4.2.- SEMIVARIOGRAMA DESARROLLADO	56
	4.3.- INTERPOLACIÓN GEOESTADÍSTICA KRIGEADO	60
	4.4.- COMPARACIÓN ENTRE INTERPOLACIONES	65

4.5.- DISCUSIÓN	78
LITERATURA CITADA	81
A. ANEXOS	87
A1.- PROGRAMACIÓN DE LA INTERPOLACIÓN POR KRIGEADO PARA EL MODELO DE SEMIVARIOGRAMA DESARROLLADO	87
A1.1.- C.H. MALPASO	87
A1.2.- OCOTEPEC	91
A1.3.- SAYULA	95
A1.4.- C.H. PEÑITAS	99

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Página
3.1 Precipitación de 8 días en la estación C.H. Malpaso.	49
4.1 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica C.H. Malpaso.	56
4.2 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica Ocotepéc.	57
4.3 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica Sayula.	58
4.4 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica C.H. Peñitas.	59
4.5 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se utilizaron en la interpolación por krigeado sujetos a la estación C.H. Malpaso.	61
4.6 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se utilizaron en la interpolación por krigeado sujetos a la estación Ocotepéc.	62
4.7 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se utilizaron en la interpolación por krigeado sujetos a la estación Sayula.	63
4.8 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se utilizaron en la interpolación por krigeado sujetos a la estación C.H. Peñitas.	64
4.9 Resultados de las interpolaciones por krigeado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de la precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica C.H. Malpaso.	65
4.10 Resultados de las interpolaciones por krigeado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de la precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica Ocotepéc.	67
4.11 Resultados de las interpolaciones por krigeado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de la precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica Sayula.	68

4.12 Resultados de las interpolaciones por krigado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de la precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica C.H. Peñitas.

70

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
2.1	Parámetros utilizados en el ajuste del semivariograma empírico a modelos teóricos.	19
3.1	Semivariograma Periódico desarrollado.	46
4.1	Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del período agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica C.H. Malpaso.	54
4.2	Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del período agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica Ocotepéc.	54
4.3	Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del período agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica Sayula.	55
4.4	Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del período agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica C.H. Peñitas.	55
4.5	Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Malpaso.	57
4.6	Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Ocotepéc.	58
4.7	Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Sayula.	59
4.8	Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Peñitas.	60
4.9	Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Malpaso.	61
4.10	Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Ocotepéc.	62
4.11	Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Sayula.	63
4.12	Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Peñitas.	64

4.13	Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.	66
4.14	Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica Ocoteppec.	68
4.15	Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica Sayula.	69
4.16	Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.	71
4.17	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.	72
4.18	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.	72
4.19	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma lineal contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.	73
4.20	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica Ocoteppec.	73
4.21	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica Ocoteppec.	74
4.22	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma lineal contra la precipitación real en la estación climatológica Ocoteppec.	74
4.23	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.	75
4.24	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.	75

4.25	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma lineal contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.	76
4.26	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.	76
4.27	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.	77
4.28	Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma lineal contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.	77

CAPITULO 1.- INTRODUCCIÓN

1.1.- Generalidades

La precipitación es una parte importante del ciclo hidrológico, y es un tema que ha cobrado vital importancia en el mundo entero ya que es responsable del depósito de agua dulce en el planeta y, por ende, de la vida en nuestro planeta, tanto de animales como de vegetales, que requieren del agua para vivir.

En ingeniería civil muchas obras son influenciadas profundamente por factores climáticos, por su importancia destacan las precipitaciones pluviales. En efecto, un correcto dimensionamiento del drenaje garantizará la vida útil de una carretera, una vía férrea o un aeropuerto. El conocimiento de las precipitaciones pluviales extremas y en consecuencia el dimensionamiento adecuado de las obras hidráulicas, así por ejemplo los vertedores de excedencias de las presas, garantizará su correcto funcionamiento y la seguridad de las poblaciones que se sitúan aguas abajo.

El cálculo de las lluvias extremas, de corta duración, es muy importante para dimensionar el drenaje urbano, y así evacuar volúmenes de agua que podrían producir inundaciones.

La estadística clásica es todo manejo de datos con la tendencia a definir el comportamiento de los experimentos, procedimientos, controles, etc. que emplee información para obtener conocimiento y marca la diferencia entre decidir y evaluar fenómenos. La estadística es una ciencia que analiza series de datos y trata de obtener conclusiones sobre el comportamiento de estas variables.

Muchos de los modelos estadísticos simples consideran muestras aleatorias, estas presuponen variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas.

La independencia es un supuesto conveniente que hace que la teoría estadística sea más tratable. Sin embargo, los modelos que involucran dependencia estadística son más reales. Así por ejemplo, los modelos de series de tiempo son basados en observaciones de una muestra de variables aleatorias idénticamente distribuidas que son dependientes y ocurren generalmente en tiempos igualmente espaciados.

El análisis de series temporales comprende métodos que ayudan a interpretar este tipo de datos, extrayendo información representativa, tanto referente a los orígenes o relaciones subyacentes como a la posibilidad de extrapolar y predecir su comportamiento futuro.

Los datos espaciales son otro ejemplo de la necesidad de crear modelos que involucren dependencia entre las variables. Existen muchas disciplinas que trabajan con datos recolectados desde diferentes ubicaciones en el espacio, estos son los datos espaciales. La noción de que ellos (al igual que los temporales) pueden estar muy juntos posibilita la correlación de los mismos, o sea no pueden ser modelados como estadísticamente independientes. A diferencia de los datos temporales, en los datos espaciales la dependencia está presente en todas las direcciones, y en general se vuelve más débil cuando las localizaciones de los datos están más alejadas.

La geoestadística es una rama de la estadística que trata fenómenos espaciales (Journel & Huijbregts, 1978). Su interés primordial es la estimación, predicción y simulación de dichos fenómenos (Myers, 1987). Esta herramienta ofrece una manera de describir la continuidad espacial, que es un rasgo distintivo esencial de muchos fenómenos naturales, y proporciona adaptaciones de las técnicas clásicas de regresión para tomar ventajas de esta continuidad (Isaaks & Srivastava, 1989). Petitgas (1996), la define como una aplicación de la teoría de probabilidades a la estimación estadística de variables espaciales.

La modelación espacial es la adición más reciente a la literatura estadística. Geología, ciencias del suelo, agronomía, ingeniería forestal,

astronomía, o cualquier disciplina que trabaja con datos colectados en diferentes locaciones espaciales necesita desarrollar modelos que indiquen cuando hay dependencia entre las medidas de los diferentes sitios. Usualmente dicha modelación concierne con la predicción espacial, pero hay otras áreas importantes como la simulación y el diseño muestral (Cressie, 1989).

Cuando el objetivo es hacer predicción, la geoestadística opera básicamente en dos etapas. La primera es el análisis estructural, en la cual se describe la correlación entre puntos en el espacio. En la segunda fase se hace predicción en sitios de la región no muestreados por medio de la técnica de krigeado (*kriging* en inglés). Este es un proceso que calcula un promedio ponderado de las observaciones muestrales. Los pesos asignados a los valores muestrales son apropiadamente determinados por la estructura espacial de correlación establecida en la primera etapa y por la configuración de muestreo (Petitgas, 1996).

La estructura espacial de correlación que utiliza el krigeado para determinar los pesos es el semivariograma (la mitad de un variograma).

Gutiérrez (2011) muestra que el variograma es la herramienta adecuada para identificar la duración crítica de las tormentas y también es la herramienta matemática utilizada tradicionalmente para representar la variabilidad geoestadística de una medición.

1.2.- Justificación.

Los motivos para efectuar la presente investigación son la necesidad de identificar valores extremos, su ubicación geográfica o temporal, la evaluación de la forma de la distribución y el cálculo de medidas de localización, variabilidad y correlación ya que son muy importantes para establecer los supuestos que son necesarios para la aplicación de la teoría geoestadística y su validez, así definir qué procedimientos de predicción es el más conveniente.

El semivariograma permite responder las siguientes preguntas: ¿Cuál es el patrón espacial o temporal de las variables de interés? ¿A qué escala se repite este patrón espacial o temporal? ¿Existe covariación espacial o temporal entre las distintas variables de interés? ¿Cuál es la mejor representación gráfica de la continuidad de las variables? ¿Cuál es el grado de incertidumbre de esta estimación? Las respuestas a estas preguntas son siempre dependientes de la escala espacial elegida.

El semivariograma es una manera de describir la continuidad espacial o temporal de cualquier fenómeno natural. Con éste se llega a conocer la forma en que varía cualquier variable continua en el espacio o el tiempo a una o varias escalas seleccionadas, con un nivel de detalle que permite cuantificar la variación temporal de la variable o la variación de la misma en distintas direcciones del espacio.

1.3.- Objetivos

- Desarrollar un semivariograma teórico que refleje la periodicidad del semivariograma experimental de las series de precipitación.
- Aplicar el modelo de semivariograma periódico a la interpolación por krigeado de las series de precipitación.
- Comparación entre las interpolaciones por krigeado utilizando el semivariograma periódico y algunos semivariogramas clásicos.

1.4.- Hipótesis

- El cálculo del semivariograma experimental es la herramienta geoestadística más importante en la determinación de las características de variabilidad y correlación espacial o temporal del fenómeno estudiado.
- El semivariograma puede ser ajustado a una función para cuantificar el grado y escala de variación temporal, es la herramienta adecuada para identificar la duración crítica de las tormentas.

- El krigeado presenta ventajas importantes en cuanto a la optimización del análisis y variabilidad en el sentido estadístico de interpolación y extrapolación.
- En un modelo de semivariograma, se presentan parámetros que se pueden extraer del semivariograma experimental, que son los que van a definir la continuidad espacial de la variable de interés y los que van a ser utilizados en la interpolación de puntos no muestreados en el tiempo.

1.5.- Contenido

Los resultados del trabajo de investigación desarrollado se presentan en cuatro capítulos.

En el capítulo 1 se presenta la descripción del problema así como una introducción sobre la precipitación, estadística clásica, geoestadística, etc., también se presenta la justificación, los objetivos y las hipótesis de dicha investigación.

El capítulo 2 contiene una reseña histórica de la estadística clásica y la geoestadística, se define e indica los alcances del enfoque de la geoestadística y antecedentes de investigaciones realizadas, se presentan las herramientas descriptivas y exploratorias de la geoestadística, los conceptos teóricos que la sustentan y las propiedades del variograma.

El capítulo 3 está dedicado a la metodología del trabajo de investigación, desde el programa experimental hasta el programa teórico, se describen los fundamentos de la predicción espacial que se usará en el desarrollo de este trabajo y su aplicación.

En el capítulo 4 se describe el análisis correspondiente con los datos e información obtenida durante la realización del proyecto de investigación y se determinarán los resultados. Se describen las discusiones, tanto positivas como negativas y se indicará el nivel de significancia a la cual se encontraron diferencias entre los distintos modelos.

CAPITULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1.- Introducción

Este capítulo contiene una reseña de la estadística clásica y la geoestadística, se define e indica los alcances de estos enfoques y antecedentes de investigaciones realizadas.

2.1.1.- Antecedentes

La estadística es una rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos numéricos y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimentos y la toma de decisiones.

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o ciertas cosas. Hacia el año 3000 a.C. los babilonios usaban ya pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos en tablas sobre la producción agrícola y de los géneros vendidos o cambiados mediante trueque.

Los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país mucho antes de construir las pirámides en el siglo XXXI a.C. Los libros bíblicos de Números y Crónicas incluyen, en algunas partes, trabajos de estadística. El primero contiene dos censos de la población de Israel y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías. En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a.C. Los griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a.C. para cobrar impuestos.

El Imperio romano fue el primer gobierno que recopiló una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control. Durante la edad media sólo se realizaron algunos censos exhaustivos en Europa.

Los reyes carolingios Pipino, el Breve, y Carlomagno ordenaron hacer estudios minuciosos de las propiedades de la Iglesia en los años 758 y 762 respectivamente. Después de la conquista normanda de Inglaterra en 1066, el rey Guillermo I de Inglaterra encargó un censo. La información obtenida con este censo, llevado a cabo en 1086, se recoge en el Domesday Book.

El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI, y en 1662 apareció el primer estudio estadístico notable de población, titulado *Observations on the London Bills of Mortality* (Comentarios sobre las partidas de defunción en Londres). Un estudio similar sobre la tasa de mortalidad en la ciudad de Breslau, en Alemania, realizado en 1691, fue utilizado por el astrónomo inglés Edmund Halley como base para la primera tabla de mortalidad.

En el siglo XIX, con la generalización del método científico para estudiar todos los fenómenos de las ciencias naturales y sociales, los investigadores aceptaron la necesidad de reducir la información a valores numéricos para evitar la ambigüedad de las descripciones verbales.

En nuestros días, la estadística se ha convertido en un método efectivo para describir con exactitud los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos y físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. El trabajo del experto estadístico no consiste ya sólo en reunir y tabular los datos, sino sobre todo en el proceso de interpretación de esa información.

El desarrollo de la teoría de la probabilidad ha aumentado el alcance de las aplicaciones de la estadística. Muchos conjuntos de datos se pueden aproximar, con gran exactitud, utilizando determinadas distribuciones probabilísticas; los resultados de éstas se pueden utilizar para analizar datos estadísticos. La probabilidad es útil para comprobar la fiabilidad de las inferencias estadísticas y para predecir el tipo y la cantidad de datos necesarios en un determinado estudio estadístico.

2.1.2.- Métodos estadísticos

La materia prima de la estadística consiste en conjuntos de números obtenidos al contar o medir cosas. Al recopilar datos estadísticos se ha de tener especial cuidado para garantizar que la información sea completa y correcta.

El primer problema para los estadísticos reside en determinar qué información y cuánta se ha de reunir. En realidad, la dificultad al compilar un censo está en obtener el número de habitantes de forma completa y exacta; de la misma manera que un físico que quiere contar el número de colisiones por segundo entre las moléculas de un gas debe empezar determinando con precisión la naturaleza de los objetos a contar.

Los estadísticos se enfrentan a un complejo problema cuando, por ejemplo, toman una muestra para un sondeo de opinión o una encuesta electoral. El seleccionar una muestra capaz de representar con exactitud las preferencias del total de la población no es tarea fácil.

Para establecer una ley física, biológica o social, el estadístico debe comenzar con un conjunto de datos y modificarlo basándose en la experiencia. Por ejemplo, en los primeros estudios sobre crecimiento de la población los cambios en el número de habitantes se predecían calculando la diferencia entre el número de nacimientos y el de fallecimientos en un determinado lapso.

Los expertos en estudios de población comprobaron que la tasa de crecimiento depende sólo del número de nacimientos, sin que el número de defunciones tenga importancia. Por tanto, el futuro crecimiento de la población se empezó a calcular basándose en el número anual de nacimientos por cada 1.000 habitantes. Sin embargo, pronto se dieron cuenta de que las predicciones obtenidas utilizando este método no daban resultados correctos. Los estadísticos comprobaron que hay otros factores que limitan el crecimiento de la población.

Debido a que el número de posibles nacimientos depende del número de mujeres, y no del total de la población, y debido a que las mujeres sólo tienen hijos durante parte de su vida, el dato más importante que se ha de utilizar para predecir la población es el número de niños nacidos vivos por cada 1.000 mujeres en edad de procrear.

El valor obtenido utilizando este dato mejora al combinarlo con el dato del porcentaje de mujeres sin descendencia. Por tanto, la diferencia entre nacimientos y fallecimientos sólo es útil para indicar el crecimiento de población en un determinado periodo de tiempo del pasado, el número de nacimientos por cada 1.000 habitantes sólo expresa la tasa de crecimiento en el mismo periodo, y sólo el número de nacimientos por cada 1.000 mujeres en edad de procrear sirve para predecir el número de habitantes en el futuro.

2.1.3.- Geoestadística

La necesidad de acudir a herramientas estadísticas para el análisis de datos en todas las áreas del conocimiento, ha hecho que aparezcan con el correr de los años nuevas metodologías que, no obstante se centran en fundamentos probabilísticos comunes, son específicas para cada una de las diversas disciplinas del saber.

La gran relevancia que tiene actualmente a nivel mundial el tema de recursos hídricos y ambiental ha hecho que los profesionales en estadística encaminen esfuerzos en el desarrollo de nuevas técnicas apropiadas para el análisis de información enmarcada dentro de este contexto.

El estudio de fenómenos con correlación espacial, por medio de métodos geoestadísticos, surgió a partir de los años sesenta, especialmente con el propósito de predecir valores de las variables en sitios no muestreados. Como antecedentes suelen citarse trabajos de Sichel (1947; 1949) y Krige (1951). El primero observó la naturaleza asimétrica de la distribución del contenido de oro en las minas surafricanas, la equiparó a una distribución de probabilidad lognormal y desarrolló las fórmulas básicas para esta distribución.

Ello permitió una primera estimación de las reservas, pero bajo el supuesto de que las mediciones eran independientes, en clara contradicción con la experiencia de que existen “zonas” más ricas que otras.

Una primera aproximación a la solución de este problema fue dada por geólogo G. Krige que propuso una variante del método de medias móviles, el cual puede considerarse como el equivalente al krigeado simple que es uno de los métodos de estimación lineal en el espacio con mayores cualidades teóricas.

La formulación rigurosa y la solución al problema de predicción (estimación en muchos textos geoestadísticos) vino de la mano de Matheron (1962) en la escuela de minas de París. En los años sucesivos la teoría se fue depurando, ampliando su campo de validez y reduciendo las hipótesis necesarias (Samper y Carrera, 1990). De la minería las técnicas geoestadísticas, se han "exportado" a muchos otros campos como hidrología, física del suelo, ciencias de la tierra y más recientemente al monitoreo ambiental y al procesamiento de imágenes de satélite.

Aunque la aplicación de la herramienta geoestadística es bastante reciente, son innumerables los ejemplos en los que se ha utilizado esta técnica en estudios ambientales con el ánimo de predecir fenómenos espaciales (Robertson, 1987; Cressie y Majure, 1995; Diggle *et al.*, 1995).

La columna vertebral del análisis geoestadístico es la determinación de la estructura de autocorrelación entre los datos y su uso en la predicción a través de las técnicas conocidas como krigeado y cokrigeado. Otros temas importantes dentro del estudio de información georreferenciada son el diseño de redes de muestreo (McBratney *et al.*, 1981), la geoestadística multivariada (Wackernagel, 1995) y la simulación (Deutsch y Journel, 1992).

En la actualidad se han utilizado los semivariogramas periódicos para la caracterización geoestadística de la concentración de dióxido de nitrógeno en un área urbana (Chantal de Fouquet 2007), así como para determinar la

variabilidad espacial de las propiedades petrofísicas en afloramientos de tiza en Dinamarca (Peter Frykman 2001) y para el modelado de los patrones espaciales de los bosques en la amazonia derivado de la altura interferométrica (Luciano Dutra 2005).

2.2.- Variable Regionalizada

Una variable medida en el espacio de forma que presente una estructura de correlación, se dice que es una variable regionalizada. De manera más formal se puede definir como un proceso estocástico con dominio contenido en un espacio euclidiano d -dimensional R^d , $Z(x): x \in D \subset R^d$ Si $d=2$, $Z(x)$ puede asociarse a una variable medida en un punto x del plano (Díaz-Francés, 1993). En términos prácticos $Z(x)$ puede verse como una medición de una variable aleatoria (p.ej. concentración de un contaminante) en un punto x de una región de estudio.

Recuérdese que un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias indexadas; esto es, para cada x en el conjunto de índices D , $Z(x)$ es una variable aleatoria. En el caso de que las mediciones sean hechas en una superficie, entonces $Z(x)$ puede interpretarse como la variable aleatoria asociada a ese punto del plano (x representa las coordenadas, planas o geográficas, y Z la variable en cada una de ellas). Estas variables aleatorias pueden representar la magnitud de una variable ambiental medida en un conjunto de coordenadas de la región de estudio.

2.3.- Momentos de una Variable Regionalizada

Sea $Z(x): x \in D \subset R^d$ el proceso estocástico que define la variable regionalizada. Para cualquier n puntos x_1, x_2, \dots, x_n , el vector aleatorio $Z(x) = [Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)]^T$ está definido por su función de distribución conjunta $F[z_1, z_2, \dots, z_n] = P[Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2, \dots, Z(x_n) \leq z_n]$.

Conocidas las densidades marginales univariadas y bivariadas se pueden establecer los siguientes valores esperados (momentos univariados y bivariados):

- $E(Z(x_i)) = m(x_i)$
- $V(Z(x_i)) = E[Z(x_i) - m(x_i)]^2 = \sigma_i^2$
- $C(Z(x_i), (x_j)) = E[Z(x_i) - m(x_i)][Z(x_j) - m(x_j)]$ Función de autocovarianza
- $\gamma(X(x_i), Z(x_j)) = \frac{1}{2}E[Z(x_i) - Z(x_j)]^2$ Función de Semivarianza

2.4.- Estacionareidad

Como la forma en que se presenta la información es muy diversa la geoestadística se construye asumiendo condiciones de estacionaridad. Por lo que es necesario aceptar el cumplimiento de ciertas hipótesis sobre el carácter de la función aleatoria o procesos estocásticos estudiados, llamadas Hipótesis de la Geoestadística. Estas son según Journel y Huijbregts (1978) y David (1977): Estacionaridad Estricta, Estacionaridad de Segundo Orden, Hipótesis Intrínseca y Procesos Cuasiestacionarios.

2.4.1.- Estacionareidad estricta

Se dice que $Z(x)$ es estrictamente estacionaria si la función de distribución de probabilidades de las variables aleatorias regionalizadas $Z(x_i)$ son iguales entre sí, independiente de la localización x_i , lo que requiere que los momentos de distinto orden para cada variable aleatoria regionalizada sean completamente independientes de la localización x_i . Esta condición como su nombre lo indica es demasiado restrictiva al estudiar la mayoría de los fenómenos encontrados en la práctica.

2.4.2.- Estacionareidad de segundo orden

Esta condición es más frecuente en la práctica, la misma exige que:

1.- La media existe y no depende de la localización x_i

$$E\{Z(x)\} = m, \quad \forall x \quad (2.1)$$

2.- La función covarianza $Cov\{Z(x_i) - Z(x_j)\}$ exista y sólo dependa de la longitud del vector $h = x_i - x_j$ o sea

$$C(h) = Cov\{Z(x_i), Z(x_j)\} = E\{Z(x_i), Z(x_j)\} - m^2 \quad (2.2)$$

Esta hipótesis requiere la estacionaridad sólo para la media y para la función de covarianza de la variable aleatoria regionalizada. La segunda condición implica, estacionaridad de la varianza y del variograma

$$Var\{Z(x)\} = E\{[Z(x) - m]^2\} = C(0), \quad \forall x \quad (2.3)$$

$$\gamma(h) = E\{[Z(x)]^2\} - E\{Z(x)Z(x+h)\}, \quad \forall x \quad (2.4)$$

De la ecuación (2.2) se tiene $E\{Z(x)Z(x+h)\} = C(h) + m^2$ y $E\{[Z(x)]^2\} = C(0) + m^2$ en consecuencia:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (2.5)$$

Como se observa en la última expresión $\gamma(h)$ y $C(h)$ son dos herramientas que permiten expresar la correlación entre la variable aleatoria regionalizada $Z(x)$ y $Z(x+h)$ separadas por el vector h .

2.4.3.- Hipótesis intrínseca

Una función aleatoria $Z(x)$ se dice intrínseca cuando:

1.- Su esperanza matemática existe y no depende de la localización x_i ,

$$E\{Z(x)\} = m, \quad \forall x \quad (2.6)$$

2.- Para todo vector h el incremento $[Z(x+h) - Z(x)]$ tiene varianza finita y no depende de la localización x_i ,

$$\text{Var}\{Z(x+h) - Z(x)\} E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = 2\gamma(h) \quad (2.7)$$

Cuando se cumple esta condición se dice que la función aleatoria $Z(x)$ es homogénea. Esta condición se encuentra con bastante frecuencia en la naturaleza, pues existen muchos procesos que no tiene varianza finita y sin embargo, poseen una función variograma finita.

La estacionaridad de segundo orden, siempre implica la condición intrínseca (homogeneidad), sin embargo la relación inversa no siempre se cumple.

2.4.4.- Procesos cuasiestacionarios

En la práctica la función estructural, covarianza o semivariograma, es sólo usada por límites $|h| \leq b$. El límite b representa la extensión de la región en la que el fenómeno estudiado conserva cierta homogeneidad del comportamiento de $Z(x_i)$. En otros casos, b pudiera ser la magnitud de una zona homogénea y dos variables $Z(x)$ y $Z(x+h)$ no pueden ser consideradas en la misma homogeneización de la mineralización sí $|h| > b$. En tales casos, podemos, y verdaderamente debemos, estar satisfechos con una función estructural $C(x, x+h)$ o $\gamma(x, x+h)$, lo que no es más que estacionaridad local (para distancias h menores que el límite b). Esta limitación de la hipótesis de estacionaridad de segundo orden (o la hipótesis intrínseca si sólo el variograma es asumido) a sólo esas distancias $|h| \leq b$ corresponde a la hipótesis de cuasiestacionaridad. Está hipótesis es verdaderamente un compromiso de la escala de homogeneidad del fenómeno y la cantidad de datos disponibles.

En la práctica según son dos las hipótesis que más se presentan: La Estacionariedad de Segundo Orden y la Hipótesis Intrínseca.

El empleo de técnicas geostatísticas requiere la asunción de estacionariedad de segundo orden, es decir, al menos la varianza debe ser igual en las diferentes zonas del área de estudio o de la hipótesis intrínseca (Armstrong y Carignan, 1997; Chica, 1987). Estas condiciones de estacionariedad se asumen en el desarrollo teórico, en la práctica deben ser verificadas en los datos antes de comenzar un estudio geoestadístico, para lo que se puede realizar un análisis estadístico de la información, de modo que se refleje de así el grado de confiabilidad en la aplicación de estos métodos.

La falta de estacionariedad puede deberse bien a la existencia de anomalías en el espacio, bien a la existencia de una tendencia o gradiente espacial cuya dimensión es mayor que el área de estudio. La estacionariedad puede ser un problema a la hora de la interpolación de puntos en el espacio pero no justifica el abandono de la geostatística a favor de otras técnicas de interpolación (como la técnica del inverso de la distancia) ya que son igualmente sensibles a la falta de estacionariedad (Isaaks y Srivastava, 1989).

2.5.- Funciones de Correlación Espacial

La primera etapa en el desarrollo de un análisis geoestadístico es la determinación de la dependencia espacial entre los datos medidos de una variable. Esta fase es también conocida como análisis estructural. Para llevarla a cabo, con base en la información muestral, se usan tres funciones: El semivariograma, el covariograma y el correlograma. A continuación se hace una revisión de los conceptos asociados a cada una de ellas y se describen sus bondades y limitaciones.

2.5.1.- Covariograma y Correlograma.

La función de covarianza muestral entre parejas de observaciones que se encuentran a una distancia h se calcula, empleando la fórmula clásica de la

covarianza muestral, por:

$$C(h) = \text{COV}(Z(x+h), Z(x)) = \frac{\sum_{i=1}^n (Z(x+h) - m)(Z(x) - m)}{n} \quad (2.8)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (Z(x+h) - m)(Z(x) - m)}{n} - m^2 = C(h) \quad (2.9)$$

donde m representa el valor promedio en todo punto de la región de estudio y n es el número de parejas de puntos que se encuentran a una distancia h . En este caso es también válida la aclaración respecto a las distancias dadas en el último párrafo de la página anterior.

Asumiendo que el fenómeno es estacionario y estimando la varianza de la variable regionalizada a través de la varianza muestral, se tiene que el correlograma muestral está dado por:

$$r(h) = \frac{\text{COV}(Z(x+h), Z(x))}{S_{x+h} \cdot S_x} = \frac{C(h)}{S_x^2} = \frac{C(h)}{C(0)} \quad (2.10)$$

Bajo el supuesto de estacionariedad cualquiera de las tres funciones de dependencia espacial mencionadas, es decir semivariograma, covariograma o correlograma, puede ser usada en la determinación de la relación espacial entre los datos. Sin embargo como se puede observar en las fórmulas, la única que no requiere hacer estimación de parámetros es la función de semivarianza. Por esta razón, fundamentalmente, en la práctica se emplea el semivariograma y no las otras dos funciones.

2.5.2.- El semivariograma

La función básica que describe la variabilidad espacial o temporal de un fenómeno de interés se conoce como semivariograma. El semivariograma da respuesta a qué tan parecidos son los puntos en el espacio o el tiempo a

medida que estos se encuentran más alejados (Gallardo, 2006).

El semivariograma como herramienta de estudio fue originalmente desarrollado para el estudio de variables regionalizadas por Matheron (1961). Su aplicabilidad ha sido ampliada al estudio de la evolución de variables en el tiempo, o series de tiempo. En lo sucesivo, la variable en una línea del espacio es tratada como una serie de tiempo.

2.5.2.1.- Semivariograma experimental

En un dominio determinado se toman muestras a una distancia constante, para cada variable analizada, se calcula la varianza encontrada entre todos los pares de puntos separados. También se puede intercalar las distancias entre muestras separadas en diagonal. La representación gráfica de todas las varianzas en función de la distancia que separa a las muestras es el semivariograma, y el cálculo de la varianza entre pares separados por intervalos de tiempo se conoce como semivarianza.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [X(t_i + h) - X(t_i)]^2 \quad (2.11)$$

donde $\gamma(h)$ es la semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo h , $N(h)$ es el número total de pares de muestras separados por un intervalo de tiempo h . $X(t_i)$ es el valor de la variable en el tiempo t_i (o una posición en el espacio); $X(t_i + h)$ es el valor de la variable en un tiempo localizado a una distancia h de t_i .

La gráfica del semivariograma contra el intervalo de tiempo algunas veces no representa todos los intervalos de tiempo posibles. Este aspecto es importante, ya que como regla general sólo se representa en el semivariograma intervalos aproximados a la mitad del intervalo total de tiempo estudiado. La razón se puede encontrar en que el número de pares a intervalos mayores descende y la semivarianza puede llegar a mostrar un

comportamiento errático. Esto lleva a otra regla general: el número mínimo de pares para representar un punto en el semivariograma debe ser superior a treinta. La tercera regla general es que el número de puntos en el tiempo de estudio no debería ser inferior a cincuenta. Estas reglas generales sirven de guía, pero no deben ser tomadas como un dogma insalvable. Se encuentran trabajos publicados con menos de cincuenta puntos en el espacio (aunque no muchos menos), y con semivariogramas que recogen distancias que superan el 50% de la dimensión de la parcela sin mostrar comportamiento anómalo.

Sin embargo, el semivariograma puede ser ajustado a una función para cuantificar el grado y escala de variación temporal. Existen numerosos modelos que se utilizan en geostatística, siendo los más comúnmente usados los modelos esférico, exponencial, gaussiano y lineal.

El ajuste a una función permite extraer una serie de parámetros que son los que van a ser usados para la interpolación geostatística (krigeado) y que definen el grado y escala de variación temporal. Estos parámetros son el rango (a), la pepita (γ_0), la meseta (γ_∞), y la proporción de la varianza explicada por el espacio $\gamma_*(a) = [\gamma(a) - \gamma_0] / [\gamma_\infty - \gamma_0]$, a menudo expresada en porcentaje (ver figura 2.1). El rango es la distancia a la que la semivarianza deja de aumentar. El rango, por tanto, indica la distancia a partir de la cual las muestras son espacialmente independientes unas de otras, y representa el tamaño de grano o mancha que representa la variable (Paramá, 2006). La pepita es la varianza no explicada por el modelo, y se calcula como la intercepción con el eje vertical. Se conoce también como varianza error puesto que la varianza de dos puntos separados por una distancia nula debería ser cero. Es por ello que esta varianza está normalmente indicando variabilidad a una escala inferior a la muestreada. Además, los errores analíticos o de muestreo también contribuyen a la aparición de la varianza error. La máxima semivarianza encontrada entre pares de puntos se conoce como meseta y debe coincidir con la varianza de la población. El parámetro $\gamma_*(a)$ da el grado de variación espacial, y por tanto el grado de incertidumbre a la hora de interpolar puntos en el espacio.

2.5.2.2.- Semivariograma teórico

2.5.2.2.1.- Modelo semiesférico

El modelo semiesférico es el siguiente:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left[\frac{2}{3} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]; & h \leq a \\ \gamma_\infty; & a < h \end{cases} \quad (2.12)$$

donde γ_0 es la pepita, γ_∞ es la meseta y representa el valor del semivariograma en a , llamado rango. Este modelo tiene un comportamiento lineal a distancias de separación pequeñas cerca del origen pero se va aplanando a mayores distancias y alcanza la meseta a una distancia igual al rango.

En la **Figura 2.1** se muestra un esquema para ilustrar las características de los semivariogramas.

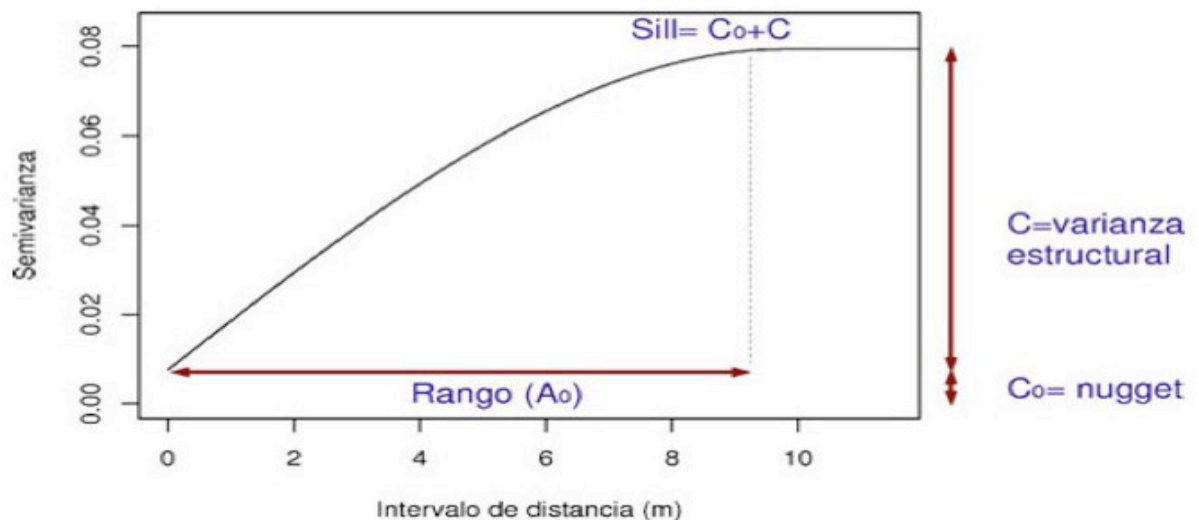


Figura 2.1 Parámetros utilizados en el ajuste del semivariograma empírico a modelos teóricos.

2.5.2.2.2.- Modelo exponencial

El modelo exponencial tiene la siguiente estructura:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_c}\right) \right] \quad (2.13)$$

donde h_c es el tiempo (o distancia) de autocorrelación.

Se debe notar que la meseta se alcanza asintóticamente ($h \rightarrow \infty$). Se define un rango equivalente cuando $[\gamma(a) - \gamma_0] / [\gamma_\infty - \gamma_0] = 0.95$.

2.5.2.2.3.- Modelo gaussiano

El modelo gaussiano se escribe como:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{h}{h_c}\right)^2\right] \right\} \quad (2.14)$$

donde h_c es una escala de tiempo (o distancia) característica. Al igual que el modelo exponencial la meseta se alcanza de manera asintótica; el rango equivalente se define del mismo modo que el precedente.

2.5.2.2.4.- Modelo lineal

El modelo lineal tiene la estructura:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + bh \quad (2.15)$$

donde b es la pendiente de la recta.

El modelo lineal puede ser modificado para incluir una meseta de

manera análoga al modelo semiesférico, a saber:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0)(h/a); & h \leq a \\ \gamma_\infty; & a < h \end{cases} \quad (2.16)$$

2.5.2.2.5.- Modelo fractal

La ecuación que proporciona el comportamiento del semivariograma de una señal fractal puede ser generalizada a todo el dominio del semivariograma experimental de la siguiente manera:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0)(h/a)^{2\alpha}; & h \leq a \\ \gamma_\infty; & a < h \end{cases} \quad (2.17)$$

El significado del exponente es $\alpha = 2 - D$ cuando $h \rightarrow 0$. Sin embargo al aplicar la función a todo el dominio este significado puede perderse.

Es de suma importancia señalar que cuando los semivariogramas observados son bien ajustados por algunos de los modelos teóricos antes expuestos indican que la señal tiene un valor del exponente de Hölder definido. Es decir:

Modelo semiesférico. Cuando $h \rightarrow 0$ el comportamiento de la ecuación (2.12) es $\gamma(h) = \gamma_0 + \frac{3}{2}(\gamma_\infty - \gamma_0)(h/a) + O(h^3)$, cuya comparación con la ecuación (2.17) conduce a $\alpha = \frac{1}{2}$, lo que significa que la señal tiene una dimensión de su gráfico $D = \frac{3}{2}$.

Modelo exponencial. Cuando $h \rightarrow 0$ la ecuación (2.13) se comporta como $\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0)(h/h_c) + O(h^2)$, y la ecuación (2.17) conduce a $\alpha = \frac{1}{2}$, es decir el gráfico de la señal tiene una dimensión $D = \frac{3}{2}$.

Modelo gaussiano. Cuando $h \rightarrow 0$ la ecuación (2.14) se comporta

como $\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0)(h/h_c)^2 + O(h^4)$, cuya comparación con la ecuación (2.17) proporciona $\alpha = 1$, es decir $D = 1$ lo que significa que el gráfico de la señal es una función de Lipschitz y de variación acotada.

Modelo lineal. El modelo lineal corresponde a $\alpha = 1/2$ y en consecuencia el gráfico de la señal tiene una dimensión $D = 3/2$.

2.5.2.2.6.- Modelo exponencial generalizado

Una posibilidad para estimar la dimensión fractal es a partir del ajuste del semivariograma experimental con:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{h}{h_c} \right)^{2\alpha} \right] \right\}; \quad \alpha = 2 - D \quad (2.18)$$

ya que su desarrollo en potencias cuando $h \rightarrow 0$ es el siguiente

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left(\frac{h}{h_c} \right)^{2\alpha} + O(h^{4\alpha}) \quad (2.19)$$

El semivariograma exponencial corresponde a $\alpha = 1/2$, es decir a $D = 3/2$, mientras que el gaussiano a $\alpha = 1$, es decir a $D = 1$. El ruido blanco corresponde a $\alpha = 0$, es decir a $D = 2$.

2.5.2.2.7.- Modelo cosenoidal

Para señales periódicas se puede utilizar el semivariograma cosenoidal:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + \frac{1}{2}(\gamma_m - \gamma_0)[1 - \cos(\omega_0 h)]; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{P} \quad (2.20)$$

donde γ_0 es el valor mínimo, γ_m el valor máximo, P es el período.

Con las variables adimensionales, $\gamma_* = (\gamma - \gamma_0) / (\gamma_m - \gamma_0)$ y $h_* = h/P$ tales que $0 \leq \gamma_* \leq 1$ y $0 \leq h_* \leq 1$, el semivariograma cosenoidal se escribe como $\gamma_*(h_*) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2\pi h_*)]$.

La derivada $\gamma'_*(h_*) = \pi \sin(2\pi h_*)$ se anula en $h_* = \frac{1}{2}K$, donde K es un entero.

2.5.2.2.8.- Modelo uniperiódico potencial

El desarrollo del semivariograma cosenoidal adimensional en potencias de h , alrededor de cero es $\gamma_*(h_*) = \pi^2 [h_*^2 - \frac{1}{3}\pi^2 h_*^4 + O(h_*^6)]$. Si se retiene el desarrollo truncado hasta a cuarta potencia y para satisfacer los límites $\gamma_*(h_*) = \gamma_*(1) = 0$ se cambian los coeficientes entonces se tiene $\gamma_*(h_*) = h_*^2(1 - h_*^2)$, el cual puede representar solamente un periodo.

Con fines de generalidad se escribe $\gamma_*(h_*) = Ch_*^{2\alpha}(1 - h_*^\delta)^{2\beta}$, donde α , β y δ son exponentes positivos. El coeficiente c se relaciona con los exponentes anteriores al considerar que la derivada $\gamma'_*(h_*) = 2Ch_*^{2\alpha-1}(1 - h_*^\delta)^{2\beta-1} [\alpha - (\alpha + \beta\delta)h_*^\delta]$ se anula en $h_*^\delta = \alpha / (\alpha + \beta\delta)$ y corresponde a $\gamma_* = 1$, a saber: $c = (1 + \beta\delta/\alpha)^{2\alpha/\delta} (1 + \alpha/\beta\delta)^{2\beta}$. El semivariograma tiene dos puntos de inflexión que se obtienen anulando la segunda derivada

$$\gamma''_*(h_*) = 2Ch_*^{2\alpha-2}(1 - h_*^\delta)^{2\beta-2} \begin{cases} (\alpha + \beta\delta)[2\alpha + \delta(2\beta - 1)]h_*^{2\delta} \\ -\alpha[4(\alpha + \beta\delta) - (1 - \delta)]h_*^\delta \\ +\alpha(2\alpha - 1) \end{cases}$$

es decir

$$h_*^\delta = \frac{\alpha[4(\alpha + \beta\delta) - (1 + \delta)] \pm \sqrt{4\alpha\beta\delta[2(\alpha + \beta\delta) + \alpha^2(1 - \delta)^2]}}{2(\alpha + \beta\delta)[2\alpha + \delta(2\beta - 1)]}$$

Así, un ciclo se puede representar por el semivariograma uniperiódico potencial:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0) \left(\frac{\alpha + \beta\delta}{\alpha} \right)^{\frac{2\alpha}{\delta}} \left(\frac{\alpha + \beta\delta}{\beta\delta} \right)^{2\beta} \left(\frac{h}{P} \right)^{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{h}{P} \right)^\delta \right]^{2\beta} \quad (2.21)$$

El comportamiento del semivariograma adimensional cuando $h_*^\delta \rightarrow 0^+$, es decir cuando $h \rightarrow 0^+$, es el desarrollo en potencias de h_*^δ ; $\gamma_*(h_*) = ch_*^{2\alpha} [1 - 2\beta h_*^{2\delta} + O(h_*^{2\delta})]$. De donde se infiere claramente que α corresponde al exponente de Hölder con $\alpha = 2 - D$.

El comportamiento del semivariograma adimensional cuando $\eta_* = 1 - h/P \rightarrow 0^+$, o sea $h \rightarrow P^-$, es el siguiente: $\gamma_*(h_*) = c\delta^{2\beta}(1 - h)^{2\beta} \{1 + O[(1 - h)^2]\}$. Considerando que el semivariograma debe tener el mismo comportamiento al inicio y al final de cada periodo, ya que el final de un periodo se junta con el inicio del siguiente periodo, se tiene $\beta = \alpha$. El semivariograma toma la forma:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0)(1 + \delta)^{\frac{2\alpha}{\delta}} (1 + \delta^{-1})^{2\alpha} \left(\frac{h}{P} \right)^{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{h}{P} \right)^\delta \right]^{2\alpha} \quad (2.22)$$

Este semivariograma todavía guarda una cierta asimetría cuando $\delta \neq 1$. El semivariograma totalmente simétrico corresponde a $\delta = 1$ y se escribe como sigue:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0) 2^{4\alpha} \left(\frac{h}{P} \right)^{2\alpha} \left[1 - \frac{h}{P} \right]^{2\alpha} \quad (2.23)$$

En este caso el valor máximo se presenta en $h/P = 1/2$ y los puntos de inflexión en $h/P = \frac{1}{2} \left(1 \pm 1/\sqrt{4\alpha - 1} \right)$.

2.5.2.2.9.- Modelo uniperiódico potencial compuesto

El modelo fractal (2.17) también se puede adaptar para describir un semivariograma uniperiódico de una manera compuesta, a saber:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0) \left(\frac{h}{h_c} \right)^{2\alpha} & ; 0 \leq h \leq h_c \\ \gamma_m & ; h_c \leq h \leq h_f \\ \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0) \left(\frac{P-h}{P-h_f} \right)^{2\alpha} & ; h_f \leq h \leq P \end{cases} \quad (2.24)$$

donde P es el periodo.

2.5.3.- Semivariograma cruzado

La función básica que describe la variabilidad espacial de un fenómeno de interés se conoce como semivariograma. El semivariograma da respuesta a que tan parecidos son los puntos en el espacio a medida que estos se encuentran más alejados (Gallardo, 2006).

Es posible aprovechar la información espacial que contiene otra variable asociada con la primera. De esta forma se puede construir un semivariograma en donde la varianza representada no sea entre puntos de la misma variable sino de una variable con respecto a otra. Esta representación se conoce como semivariograma cruzado. Si el semivariograma cruzado da una estructura interpretable, esta información puede usarse para la predicción de la primera variable en una técnica que se conoce como cokrigado. La información que tiene una variable sobre otra es siempre menor que la que tiene una variable sobre sí misma. El cokrigado puede mejorar el krigado

cuando una de las dos variables haya sido muestreada con menor intensidad que la otra (Gallardo, 2006).

El semivariograma cruzado entre dos variables $X(t)$ y $Y(t)$ se define como:

$$\gamma_{XY}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [X(t_i + h) - X(t_i)][Y(t_i + h) - Y(t_i)] \quad (2.25)$$

Se puede demostrar a partir de la desigualdad de Cauchy-Schwarz que el semivariograma cruzado satisface la desigualdad:

$$\gamma_{XY}^2(h) \leq \gamma_X(h)\gamma_Y(h) \quad (2.26)$$

La modelación del semivariograma cruzado se realiza a través de la modelación de los semivariogramas de cada variable, $\gamma_X(h)$ y $\gamma_Y(h)$, y del que resulta de la suma de las mismas $\gamma_{X+Y}(h)$. Reemplazando X por $X + Y$ en la ecuación (2.11), considerando la ecuación (2.25), se deduce la expresión del semivariograma cruzado a partir de los semivariogramas definidos anteriormente:

$$\gamma_{XY}(h) = \frac{1}{2}[\gamma_{X+Y}(h) - \gamma_X(h) - \gamma_Y(h)] \quad (2.27)$$

La desigualdad (2.26) permite definir la función $I_{XY}(h)$ como:

$$I_{XY}(h) = \frac{\gamma_{XY}^2(h)}{\gamma_X(h)\gamma_Y(h)} \quad (2.28)$$

que satisface la desigualdad $0 \leq I_{XY}(h) \leq 1$.

2.5.4.- Correlograma cruzado

La función de correlación cruzada entre dos funciones f y g es definida por:

$$C_{fg}(h) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [f(t+h) - \langle f \rangle][g(t) - \langle g \rangle] \quad (2.29)$$

y en la versión discreta por:

$$C_{fg}(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [f(t_i + h) - \langle f \rangle][g(t_i) - \langle g \rangle] \quad (2.30)$$

2.5.5.- Estimación

Todo lo expresado hasta aquí tiene un único objetivo, conocer la información disponible para realizar estimaciones (Journel y Huijbregts, 1978; David, 1977; Armstrong y Carignan, 1997), es decir, estimar valores desconocidos a partir, no sólo de los conocidos, sino también de su estructura de continuidad espacial. A diferencia de otra gran variedad de métodos de interpolación que no utilizan estas características y que se emplean actualmente con diferentes fines. Sin pretender hacer una comparación profunda de las características y ventajas de estos métodos, veamos algunos ejemplos.

2.5.5.1.- Triangulación

La triangulación consiste en hacer pasar un plano por tres puntos cercanos y adyacentes al punto donde una variable se desea estimar. La ecuación del plano es:

$$Z = ax + by + c \quad (2.31)$$

Los tres parámetros a, b y c de la ecuación se encuentran mediante la resolución del sistema de ecuaciones (x,y) simultáneas que resulta de la introducción de las coordenadas espaciales de los tres puntos y de los valores de la variable (Z) en los mismos:

$$\begin{aligned}
ax_1 + by_1 + c &= Z_1 \\
ax_2 + by_2 + c &= Z_2 \\
ax_3 + by_3 + c &= Z_3
\end{aligned}
\tag{2.32}$$

Una vez encontrados los parámetros a, b y c se introducen las coordenadas del punto en cuestión para estimar el valor de la variable en el punto. La variable se estima con:

$$\begin{aligned}
Z &= \left[1 + \frac{(y_2 - y_3)(x - x_1) + (x_3 - x_2)(y - y_1)}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)} \right] Z_1 \\
&+ \left[\frac{(x_1 - x_3)(y - y_1) - (y_1 - y_3)(x - x_1)}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)} \right] Z_2 \\
&+ \left[\frac{(y_1 - y_2)(x - x_1) - (x_1 - x_2)(y - y_1)}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)} \right] Z_3
\end{aligned}
\tag{2.33}$$

2.5.5.2.- Distancia inversa

En un punto x_0 la variable es estimada, $Z^*(x_0)$, mediante la combinación lineal de los valores de la variable conocidos en los puntos x_i :

$$Z^*(x_0) = \sum_i \lambda_i Z(x_i) \tag{2.34}$$

Los factores de ponderación son proporcionados por:

$$\lambda_i = \frac{d_{0,i}^{-1}}{\sum_j d_{0,j}^{-1}} \quad , \quad \sum_i \lambda_i = 1 \tag{2.35}$$

donde $d_{0,i}$ es la distancia del i-ésimo punto a l punto en cuestión.

La fórmula de los factores de ponderación se generaliza de la manera siguiente:

$$\lambda_i = \frac{d_{0,i}^{-s}}{\sum_j d_{0,j}^{-s}} \quad , \quad \sum_i \lambda_i = 1 \quad (2.36)$$

$s = 1$ corresponde a la ecuación (2.35).

Estas dos técnicas de estimación utilizan directamente los valores muestreados en el proceso de estimación y refieren pesos de acuerdo a las distancias entre los datos, sin tener en cuenta la continuidad espacial de la información disponible. Veamos ahora el krigado, interpolador de la geoestadística, que sí utiliza los resultados discutidos del análisis estructural.

Inicialmente, Matheron denominó a esta técnica *krigeage* (en francés) que en inglés se convierte en *kriging* y en español se escribe *krigeado*. Este término que tiene su origen en el apellido de D.G. Krige, reconociendo de esta forma su aporte. El krigado es una técnica de estimación que proporciona el mejor estimador lineal imparcial (BLUE, en inglés, Best Linear Unbiased Estimator), (Schaug *et al.*, 1993; Christensen *et al.*, 1993; Abasov *et al.*, 1990), y que además proporciona un error de estimación conocido como varianza de krigado que depende del modelo de variograma obtenido y de las localizaciones de los datos originales (Armstrong y Carignan, 1997; Journel y Huijbregts, 1978; David, 1977; Abasov *et al.*, 1990). Esto brinda la posibilidad de hacer análisis sobre la calidad de las estimaciones (Weerts y Bierkens, 1993; Haas, 1992).

2.5.5.3.- El krigado

Como resultado de los trabajos de búsqueda y exploración de yacimientos minerales, se obtiene información del análisis químico de los testigos de perforación y/o rocas de afloramiento. Cualquiera sea la forma en que se organice esta información, debe ser regularizada, de modo que se obtengan los valores de la característica estudiada (contenido mineral en el caso minero), acompañadas de las coordenadas de las localizaciones

correspondientes.

En términos mineros, el problema de krigado consiste en encontrar la mejor estimación lineal posible del contenido mineral de un panel, teniendo en cuenta la información disponible, mediciones que han sido obtenidas tanto en el interior como externamente al panel que se desea estimar. El krigado consiste en efectuar una ponderación, es decir, atribuir un peso a cada valor observado, los pesos son calculados de manera que minimice la varianza de estimación resultante, teniendo en cuenta las características geométricas del problema (Matheron, 1970). Al minimizar la varianza de estimación se garantiza el uso óptimo de la información disponible (Zhang, 1996).

A partir de los valores muestreados $Z(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$ se desea estimar un valor de la variable $Z(v)$ mediante una combinación lineal de $Z(x_i)$.

$$Z^*(v) = \sum_i \lambda_i Z(x_i) \quad (2.37)$$

donde $Z^*(v)$ es el valor estimado y λ_i son los pesos del krigado, de modo que los λ_i sean obtenidos de tal forma que proporcione un estimador: i) insesgado $E\{Z^*(v) - Z(v)\} = 0$ y ii) de varianza mínima $Var\{Z^*(v) - Z(v)\}$. E es el operador esperanza matemática y $Var\{Z\} = E\{[Z - E(Z)]^2\} = E\{Z^2\} - E^2\{Z\}$.

La geoestadística exige como primera etapa y fundamental el conocimiento del comportamiento estructural de la información, es decir, se debe contar además, con el modelo de semivariograma teórico que refleje fielmente las características de variabilidad y correlación espacial de la información disponible. En el caso minero, particularmente, por la forma en que se presenta la información, de estar condicionada en una dirección por diversos parámetros (Rivoirard y Guiblin, 1997), se debe obtener modelos de variogramas verticales y horizontales, el primero, que caracteriza la correlación espacial en esta dirección, es decir a través de los estratos, y el segundo en los estratos, obteniéndose un modelo conjunto para la estimación de bloques (Pan

y Arik, 1993; Armstrong y Carignan, 1997). Los bloques a estimar son definidos con dimensiones convenientes a la unidad de selección minera, teniendo en cuenta el espaciamiento entre muestras y el alcance estructural, es decir, la distancia hasta la cual las muestras se encuentran correlacionadas espacialmente. Las ecuaciones del krigado se obtienen entonces de acuerdo las hipótesis de la geoestadística que deben ser asumidas y verificadas como ya se indicó.

Teniendo en cuenta las hipótesis de la geoestadística se pueden obtener las ecuaciones del krigado para los siguientes casos: función aleatoria estacionaria de esperanza nula o conocida, método conocido como *krigeado simple*, para una función aleatoria estacionaria de esperanza desconocida, y una función aleatoria intrínseca, método conocido para los dos últimos casos como *krigeado ordinario*. A continuación se presenta el sistema krigado para estos casos:

2.5.5.3.1.- Krigado Simple

El estimador:

$$Z^*(v) = \sum_T \lambda_T Z(x_T) + \mu \left(1 - \sum_T \lambda_T \right) \quad (2.38)$$

El sistema de ecuaciones:

$$\sum_T \lambda_T C(x_i, x_j) = C(v, x_j), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.39)$$

La varianza de krigado:

$$\sigma^2 = C(v, v) - \sum_T \lambda_T C(x_i, v) \quad (2.40)$$

2.5.5.3.2.- Krigado Ordinario

En términos de la covarianza está formado por:

$$Z^*(v) = \sum_I \lambda_i Z(x_i) \quad (2.41)$$

$$\sum_I \lambda_i C(x_i, x_j) - \mu = C(v, x_j), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.42)$$

$$\sum_I \lambda_i = 1 \quad (2.43)$$

$$\sigma^2 = C(v, v) - \sum_I \lambda_i C(x_i, v) + \mu \quad (2.44)$$

En términos del semivariograma está formado por:

$$Z^*(v) = \sum_I \lambda_i Z(x_i) \quad (2.45)$$

$$\sum_I \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(v, x_j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.46)$$

$$\sum_I \lambda_i = 1 \quad (2.47)$$

$$\sigma^2 = \gamma(v, v) - \sum_i \lambda_i \gamma(x_i, v) + \mu \quad (2.48)$$

En todos los casos el sistema puede ser escrito matricialmente de la forma: $K\lambda = C$.

Al sistema krigado es necesario hacer algunas observaciones según Journel y Huijbregts (1978).

1. El sistema krigado tiene solución única si y solo si la matriz de K es definida estrictamente positiva, es decir:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) \geq 0 \quad (2.49)$$

o en términos del semivariograma:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) \geq 0 \quad (2.50)$$

y no existen datos con las mismas coordenadas.

2. El krigeado, el cual es un estimador imparcial, es también un interpolador exacto, es decir, para iguales soportes de observación v_α ($\alpha = 1, 2, \dots, N$) y de estimación V , los valores real Z_α y estimado Z^* son iguales, además de que la varianza de krigeado σ_k^2 es cero.

3. Las expresiones del sistema krigeado y de la varianza de krigeado son completamente generales, es decir, son aplicables cualquiera sean los soportes de observación y estimación y el modelo estructural empleado.

4.- El sistema krigeado y la varianza de krigeado dependen sólo del modelo estructural $C(h)$ o $\gamma(h)$ obtenido y de la geometría del soporte de observación. Esta característica da la posibilidad de que la varianza de krigeado sea usada cuidadosa y convenientemente para el estudio de redes y la clasificación de recursos.

En el proceso de krigeado, la matriz que se obtiene tiene dimensiones de hasta $(N+1) \times (N+1)$, cuando existen muchos datos en el área de influencia definido por los alcances esta matriz es grande, lo que implica tiempo para la solución del sistema, sin embargo (Myers, 1991c), excepto para las localizaciones vecinas de la localización a estimar, los pesos son ceros o próximos a cero, conocido como el efecto pantalla del krigeado. En la práctica, se establece una vecindad de búsqueda para evitar el trabajo con grandes sistemas, el cual es recomendado en la totalidad de la literatura básica de

geoestadística. Todos los sistemas que implementan la estimación por krigeado, permiten la definición de una vecindad de búsqueda, la cual debe ser obtenida con reducciones proporcionales en cada uno de los alcances, o la estimación por cuadrantes u octantes, limitando el número de muestras a usar en el proceso de krigeado. De modo que los pesos asignados a las muestras más lejanas a la localización a estimar y dentro de la vecindad de búsqueda no sean negativos, nulos o próximos a cero. En ocasiones por esta razón se realizan compensaciones por el sistema de krigeado que pueden arrojar pesos negativos y por consiguiente valores negativos en la estimación.

2.5.5.4.- Krigeado Universal (KU)

Uno de los problemas encontrados al modelar semivariogramas según Krajewski y Gibbs (1993) y ASCE Task (1990) es la existencia de tendencia en los datos, es decir, que los valores medidos aumentan o disminuyen en alguna dirección en el área de estudio. Este es el caso de un fenómeno no estacionario, lo que hace imposible la aplicación del krigeado presentado hasta aquí. Con el objetivo de solucionar este problema Matheron propuso dos aproximaciones, primero el Krigeado Universal (KU) (Matheron, 1970), que consiste en extraer de la variable original $Z(x)$ la parte no estacionaria por medio de una componente determinística $m(x)$ que representa la deriva, hasta encontrar la parte estacionaria del fenómeno, obteniéndose un componente estocástico $R(x)$ relacionados por la siguiente expresión:

$$Z(x) = m(x) + R(x) \quad (2.51)$$

Para el componente determinístico se sugiere utilizar una función polinomial de las coordenadas para modelar la tendencia, es decir:

$$m(x) = \sum_{n=0}^K a_n f^n(x) \quad (2.52)$$

donde a_n son coeficientes y f^n es la función que describe la tendencia.

Así pueden obtenerse derivas simples, lineales, cuadráticas, etc., (Jones y Vecchia, 1993; Maisonneuve, 1998). Para una deriva simple el KU se reduce al Krigeado Ordinario (Christensen, 1993; Renard, 1998).

Obteniéndose finalmente el sistema Krigeado Universal.

$$\sum_{\beta=1}^N \lambda_{\beta} \gamma(x_{\alpha}, x_{\beta}) + \sum_{n=0}^K a_n f^n(x_{\beta}) = \gamma(x_{\alpha}, x_0) \quad (2.53)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N \lambda_{\alpha} f^n(x_{\alpha}) = f^n(x_0) \quad (2.54)$$

con varianza de estimación

$$\sigma_{ku}^2 = \sum_{\beta=1}^N \lambda_{\alpha} \gamma(x_{\alpha}, x_{\beta}) + \sum_{n=0}^K a_n f^n(x_0) \quad (2.55)$$

Una variante de krigeado que tiene en cuenta esta situación, fue desarrollada por Goldberger (1962) y descrita por Matheron (1969), para tratamiento de datos débilmente estacionarios y con tendencia. La aplicación de KU puede resultar difícil por la indeterminación de la tendencia y del semivariograma (Carr, 1990; Armstrong y Carignan, 1997; Renard, 1998).

Una aproximación más general es el estudio del modelo de *Funciones Aleatorias Intrínsecas de orden K*, la cual consiste en construir incrementos de orden creciente hasta alcanzar un orden K para el cual dichos incrementos son estacionarios (Christensen, 1990).

2.5.6.- Geoestadística multivariada

Los conceptos presentados hasta aquí, extendidos a más de una variable, se denominan Geoestadística Multivariada (Wackernagel, 1995). Es posible encontrar casos de variables de interés que están insuficientemente muestreadas, pero que se conoce su correlación con otras variables en la zona

de interés. Utilizando esta correlación es posible estimar una variable de interés a partir de la información de la propia variable además de las correlacionadas con ellas (Journel y Huijbregts, 1978; David, 1977; Myers, 1991a; Wackernagel, 1995; Myers, 1991d; ASCE Task, 1990; Christakos y Bogaert, 1996; Almeida y Journel, 1994; Carr y Mao, 1993). Esto es el co-krigeado, una extensión o generalización del krigeado cuando más de una de las variables disponibles guardan relación entre sí. En este caso, se requiere conocimiento no sólo del modelo de semivariograma de cada una de las variables, sino además, del semivariograma cruzado entre las variables (Zhang *et al.*, 1992; Myers, 1991a; D'Agostino y Zelenka, 1992; Pawlowsky *et al.*, 1994; Myers, 1992; ASCE Task, 1990; Myers, 1991a; Carr y Myers, 1990; Wackernagel, 1994). Existen variantes de co-krigeado más generales para la integración de datos (Almeida y Journel, 1994).

En este proceso, se pueden distinguir las siguientes situaciones (Wackernagel, 1995 y 1998):

Isotopía: Se produce cuando todas las variables poseen valores medidos en todas las localizaciones. En este caso no es de interés aplicar el procedimiento multivariado, porque el co-krigeado en este caso puede resultar equivalente al krigeado, se dice variables autokrigeables.

Heterotopía total: Cuando las variables poseen valores medidos en localizaciones diferentes. En este caso no es de interés tampoco aplicar procedimiento multivariado, además, de que no es posible obtener el semivariograma cruzado experimental.

Heterotopía parcial: Esta situación se produce cuando algunas (la mayor parte) de las localizaciones muestreadas poseen valores medidos de todas las variables, un caso importante es cuando las muestras de la variable de interés están incluidas como un subconjunto de las demás variables. En este caso pueden ser calculados los semivariogramas cruzados y resulta ventajoso utilizar el procedimiento co-krigeado.

2.5.7.- Geoestadística no lineal

En ocasiones nos encontramos situaciones con características que las técnicas lineales no permiten modelar, datos con alta asimetría por ejemplo. En estos casos se pueden realizar transformación a los datos, y obtener configuraciones de estos que si pueden ser explicados por el krigado, para lo que se han adoptado variantes como el Krigado Lognormal, Krigado de Indicadores, El Krigado Disyuntivo (Carr y Mao, 1993), El Krigado de Probabilidades (Carr, 1994; Carr y Mao, 1993), etc. La idea de estos procedimientos es realizar transformaciones en los datos originales hasta encontrar homogeneidad en la información, utilizar la técnica Krigado descritas hasta aquí y posteriormente realizar la transformación inversa. Un estudio más detallado en este sentido puede ser encontrado en Chica (1987), Deutsch y Journel (1998), Rivoirard (1991), entre otros.

2.5.8.- La simulación geoestadística

La estimación en Geoestadística por el krigado, como todo proceso de interpolación, ofrece una imagen suave o lisa de la realidad, existiendo aplicaciones en la que interesa algo más que simplemente obtener valores aproximados a una realidad desconocida, es decir, resultaría útil una representación que pueda sustituir la realidad. Con tal intención se propone, la Simulación Geoestadística, a través de la cual se obtienen realizaciones con igual comportamiento espacial que la información observada en las localizaciones muestreadas. La cual puede ser útil para obtener una representación de una de las posibles realizaciones de la realidad de un yacimiento (Lantuéjoul, 1998; Rivoirard, 1998). Esto da la posibilidad de sustituir un yacimiento real por uno simulado y realizar estudio de simulación de explotación, estudio de redes, etc, Un estudio más detallado puede ser encontrado en Lantuejoul (1995), Deutsch y Journel (1998), Cuador *et al.* (2000), Cuador y Quintero (2001), entre otros.

2.5.9.- Resumen

La geoestadística es un conjunto de técnicas usadas para analizar y predecir valores de una variable distribuida en espacio o tiempo. Al contrario que con la estadística clásica los valores de la variable en estudio no se consideran independientes, por el contrario se suponen de manera implícita que están correlacionados unos con otros, es decir que existe una dependencia espacial. Esto nos indica que entre más cercanos estén situados dos puntos en el espacio o dos puntos en el tiempo están más correlacionados y mientras más separados hay menos relación entre estos.

El proceso de estimación de la función que describe la correlación espacial o temporal es conocido como *análisis estructural*. Una vez realizado el análisis estructural, la predicción de valores en puntos no muestrales se puede hacer aplicando la técnica de interpolación *krigeado*.

El análisis geoestadístico en este capítulo está compuesto por tres etapas:

- El análisis exploratorio de los datos.
- El análisis estructural.
- Las predicciones (krigeado).

En la primera etapa se describen los procedimientos empleados para identificar de manera experimental (con base en datos muestrales) la estructura de autocorrelación espacial, para algunas distancias o tiempos dados, de un conjunto de datos de una variable en estudio.

En la segunda etapa se muestra como generalizar dicha estructura para cualquier distancia o tiempo entre los sitios de observación.

Una vez detectada la autocorrelación espacial, la tercer etapa es la predicción en sitios o tiempo de la región de estudio donde no se ha hecho

medición de la variable de interés. Esto es llevado a cabo por medio de alguno de los procedimientos de kriging que fueron descritos en este capítulo.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

3.1.- Introducción

La serie de datos corresponde a la precipitación diaria observada en cuatro estaciones climatológicas en los estados de Chiapas y Tabasco ubicadas en la cuenca de aportación de la planicie Tabasqueña en el periodo de agosto a noviembre de 2007; en dicho periodo ocurrió la gran inundación de Villahermosa y sus alrededores. Las estaciones son: Malpaso, Peñitas, Ocoatepec y Sayula.

La inundación de Tabasco y Chiapas de 2007 fue un evento ocurrido a partir del 28 de octubre de ese año en los estados mexicanos de Tabasco y Chiapas, a causa de crecidas históricas en los ríos que recorren ambas entidades y terminó el 15 de diciembre de 2007. Aunque la emergencia culminó el 27 de noviembre cuando finalizó el rescate de personas, la inundación de la ciudad culminó hasta el 15 de diciembre de 2007, fecha en la que se terminó de extraer el agua de las calles de la ciudad de Villahermosa. Los mayores daños se dieron en la capital tabasqueña, la ciudad de Villahermosa y en el municipio de Ostucán, Chiapas.

La inundación de Tabasco es considerada como el más grave desastre natural enfrentado por el estado mexicano de Tabasco en 50 años, constituido por la inundación de la planicie tabasqueña por los numerosos ríos que la cruzan, el estado de Tabasco es atravesado por los dos ríos más caudalosos de México, el río Usumacinta y el río Grijalva, que junto con otras corrientes sobrepasaron sus máximos históricos a causa de fuertes lluvias ocurridas en su territorio y en las zonas altas del vecino estado de Chiapas, la crisis de la inundación comenzó el 31 de octubre de 2007 al inundarse la capital del estado y principal ciudad, Villahermosa, que en conjunto con las zonas rurales y restantes municipios afectados da como resultado la inundación del 80% del territorio del estado.

Aunque ha llamado menos la atención de los medios de comunicación, el estado de Chiapas también ha padecido las consecuencias de las inundaciones por causa de las fuertes lluvias que han ocurrido en el sureste de México entre octubre y noviembre de 2007. De hecho, las lluvias en el norte de Chiapas provocaron que la Presa Peñitas se desfagara, aumentando de esta manera el caudal del río Grijalva y anegando la llanura tabasqueña, donde se encuentran la ciudad de Villahermosa y otros importantes poblados tabasqueños.

Las lluvias en Chiapas habían estado provocando estragos desde la última semana de 2007, afectando la infraestructura del norte chiapaneco, donde se encuentra el principal sistema hidroeléctrico de México. El 1 de noviembre el gobierno chiapaneco solicitó la declaratoria de *zona de desastre* para 22 municipios del norte de la entidad, misma que fue ratificada por la Secretaría de Gobernación, que liberó recursos del Fondo de Desastres Naturales (Fonden) para paliar los daños causados por las lluvias. El mismo día, sumaban más de 72 mil los damnificados por las lluvias en el norte chiapaneco, y el gobierno esperaba que ascendieran a 100 mil en los días subsecuentes.

En el norte del estado se han desbordado 16 ríos, y hasta el 2 de noviembre se reportaban 2 mil 578 refugiados en albergues de esa entidad. Hasta este mismo día, se reportaba el deceso de un trabajador de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) en el municipio de Chicoasén. El cuerpo de este trabajador de la CFE fue rescatado tres días después en la presa Nezahualcóyotl (Tecpatán). Hasta el 4 de noviembre, se reportaban cuatro muertes a causa de las inundaciones.

El estado de Tabasco es el de mayor complejidad hidrológica de México, por estar constituido por una amplia planicie costera por el que escurren las corrientes provenientes del sur del territorio, particularmente del estado de Chiapas y de Guatemala. De allí provienen los dos principales ríos, el Grijalva y el Usumacinta. Ambos ríos se unen en uno solo antes de su desembocadura; esta región constituye un gran pantanal o ciénega, conocida

como los Pantanos de Centla, de enorme diversidad biológica.

Estos ríos son considerados como maduros, debido a que se encuentran en la zona más baja de su caudal y la planicie por la que corren les permite tener corrientes anchas y lentas, caracterizadas por meandros y división en varios brazos. Éste es el caso del río Grijalva, que en la zona central del estado se divide en varios brazos, conocidos localmente con los nombres de Río Carrizal, Río Samaría y Río Mezcalapa; estos tres ríos convergen en torno a Villahermosa, donde se vuelven a unir y reciben nuevamente el nombre de Río Grijalva. La corriente principal del río Grijalva es represada en el estado de Chiapas en cuatro centrales hidroeléctricas que son las más grandes del país, la última de ellas es la Presa Peñitas, situada en el extremo norte de Chiapas, inmediatamente antes de que el río descienda a la llanura tabasqueña.

3.2.- Programa Experimental

Para las series de precipitación obtenidas en las cuatro estaciones climatológicas se calculó la semivarianza entre todos los pares de datos diarios. La estructura temporal de correlación utilizada fue el semivariograma (2.11).

Se realizó la representación gráfica de todas las varianzas obtenidas en función del tiempo que separa a las muestras (semivariograma experimental).

El número de puntos en el tiempo de estudio fue de noventa y seis datos de precipitación para cada una de las estaciones climatológicas: Malpaso, Ocoatepec, Sayula y peñitas, el número mínimo de pares que representó un punto en el semivariograma realizado fue de cuarenta y ocho. La gráfica del semivariograma contra el intervalo de tiempo no representa todos los intervalos de tiempo posibles, este aspecto es importante, ya que como regla general sólo se debe representar en el semivariograma intervalos aproximados a la mitad del intervalo total de tiempo estudiado, la razón se

puede encontrar en que el número de pares a intervalos mayores desciende y la semivarianza puede llegar a mostrar un comportamiento errático.

Una vez obtenido los semivariogramas experimentales de las cuatro estaciones climatológicas mostrando la varianza de valores de precipitaciones separados por tiempos crecientes se obtuvo la información del comportamiento temporal de la variable de precipitación.

3.3.- Programa Teórico

Se desarrolló un semivariograma teórico el cual refleja la periodicidad del semivariograma experimental.

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left[1 + A \cdot \exp \left[- \left(\frac{h}{\lambda_x} \right)^{2\alpha} \right] \cdot \cos \left[\omega \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha} + \varphi \right] \right] \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha} \right] \right] \quad (3.1)$$

Donde:

- $\gamma(h)$.- Es la semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo h.
- γ_0 .- Semivarianza inicial.
- γ_∞ .- Meseta.
- A .- Amplitud.
- ω .- Frecuencia.
- φ .- Desfasamiento.
- α .- Exponente de Hölder.
- λ .- Tiempo de correlación.

Para el desarrollo de nuestro semivariograma incluimos como caso particular una gama de semivariogramas clásicos, por lo cual en primera instancia observamos el comportamiento de un modelo de semivariograma exponencial generalizado:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{h}{h_c} \right)^{2\alpha} \right] \right]; \quad \alpha = 2 - D$$

Ya que su desarrollo en potencias cuando $h \rightarrow 0$ es el siguiente:

$$\gamma(h) = \gamma_0 + (\gamma_\infty - \gamma_0) \left(\frac{h}{h_c} \right)^{2\alpha} + O(h^{4\alpha})$$

El semivariograma exponencial corresponde a $\alpha = \frac{1}{2}$, es decir a $D = \frac{3}{2}$.

Al agregar a la función un modelo cosenoidal hacemos que esta tenga un comportamiento periódico después de un comportamiento exponencial:

$$\cos \left[\omega \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha} + \varphi \right]$$

En dicha función se incluye el desfaseamiento y la frecuencia de los periodos. Tenemos una función periódica que representa una cantidad que varía en el tiempo y si P es el periodo de repetición básico:

$$\omega = \frac{2\pi}{P}$$

Dentro de la gama de semivariogramas también se cuenta con otra función la cual dependiendo del exponente de Hölder puede ser exponencial al tener $\alpha = \frac{1}{2}$, esférico con $\alpha = 1$ y potencial al tener un exponente de Hölder mayor.

$$\left[1 + A \cdot \exp \left[- \left(\frac{h}{\lambda_x} \right)^{2\alpha} \right] \right]$$

Esta función cuenta con la amplitud la cual se aplicara a los periodos de tiempo.

Para el parámetro λ_x tenemos que:

$$\lambda_x = \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{\frac{1}{2\alpha}}$$

donde:

$$a = \left(\frac{\lambda}{\lambda_x} \right)^{2\alpha}$$

En la función desarrollada:

$$\gamma_x = \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_\infty - \gamma_0} = \left[1 + A \cdot \exp^{-a \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha}} \cos \left[\omega \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha} + \varphi \right] \right] \left[1 - \exp^{-\left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha}} \right]$$

donde:

$$x = \left(\frac{h}{\lambda} \right)^{2\alpha}$$

Por lo que tenemos:

$$\gamma_x = \left[1 + A \cdot \exp^{-ax} \cos[\omega x + \varphi] \right] \left[1 - \exp^{-x} \right]$$

Aplicando la serie de Taylor para series de tiempo:

$$\gamma_x = \left(1 + A \cos \varphi\right) \left(\frac{h}{\lambda}\right)^{2\alpha} - \left[\frac{1}{2} + Aa \cos \varphi + A\omega \sin \varphi + \frac{A}{2} \cos \varphi\right] \left(\frac{h}{\lambda}\right)^{2\alpha} + O^2 \left(\frac{h}{\lambda}\right)^{3\alpha}$$

El semivariograma periódico desarrollado se comporta de la manera periódica siguiente:

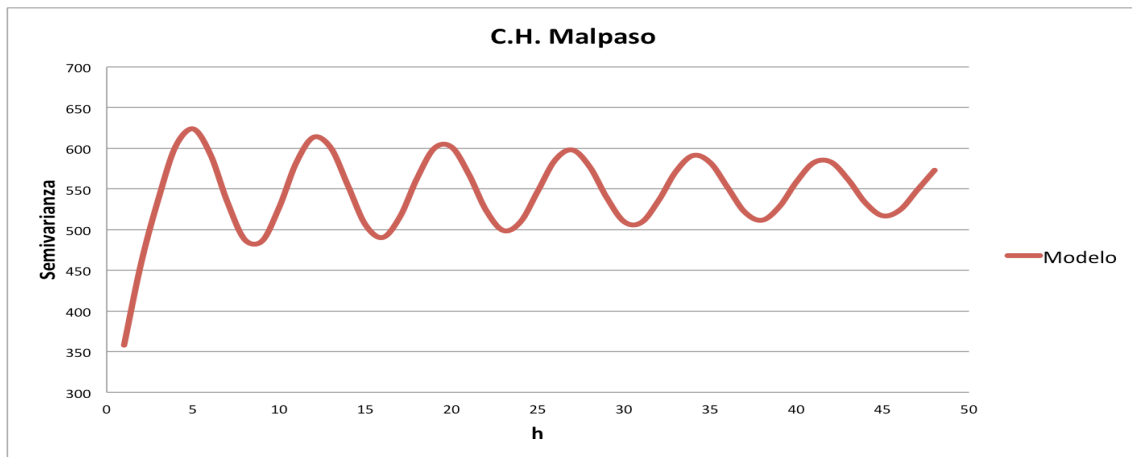


Figura 3.1.- Semivariograma periódico desarrollado.

El semivariograma periódico desarrollado fue ajustado al comportamiento de las series temporales de precipitación.

También se realizaron semivariogramas clásicos como el modelo lineal (2.15), exponencial (2.13), semiesférico (2.12), etc. los cuales al igual manera que el semivariograma periódico desarrollado fueron ajustados al semivariograma experimental de cada una de las cuatro estaciones climatológicas.

Esto nos permitió extraer una serie de parámetros que son los que fueron usados para la interpolación geoestadística de cada uno de los modelos de semivariogramas teóricos, dichas interpolaciones definieron el grado y escala de variación temporal.

La serie de parámetros extraídos son el rango (a), la pepita (γ_0), la meseta (γ_∞), y la proporción de la varianza explicada por el espacio $\gamma_*(a) = [\gamma(a) - \gamma_0] / [\gamma_\infty - \gamma_0]$, a menudo expresada en porcentaje (ver figura 2.1).

3.4.- Interpolación Geoestadística Krigeado

El método geoestadístico de interpolación utilizado para los diferentes modelos de semivariogramas fue el krigeado o kriging en inglés (2.37). A continuación se muestran los pasos que se utilizaron para realizar dicha interpolación.

A partir del conjunto de datos temporales de precipitación muestreados se realizaron las interpolaciones de precipitación en tiempos no medidos utilizando el método de krigeado ordinario (2.45).

Para la ejecución de la interpolación por krigeado se decidió efectuar el programa experimental utilizando las series de datos de precipitación cada dos días, es decir, el día 1, 3, 5, 7 y así sucesivamente llegando hasta el día 95, esto para poder interpolar los días 2, 4, 6, 8, ..., 94, dichos días interpolados nos servirán para comparar los resultados de cada uno de los diferentes modelos de semivariogramas para cada una de las cuatro estaciones climatológicas.

Se decidió una estrategia adecuada en la selección de datos para la interpolación y los pesos, que dependió del grado de similitud entre los valores y considerando la covarianza en función del tiempo que los separa.

Para obtener los pesos resolvimos el sistema de ecuaciones:

$$A\lambda = b \tag{3.2}$$

donde:

$$A = \begin{vmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_1, x_2) & \dots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ \gamma(x_n, x_1) & \gamma(x_n, x_2) & \dots & \gamma(x_n, x_n) & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (3.3)$$

$$\lambda = \begin{vmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \psi(x_0) \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

$$\lambda = \begin{vmatrix} \gamma(x_1, x_0) \\ \gamma(x_2, x_0) \\ \dots \\ \gamma(x_n, x_0) \\ 1 \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Siendo $\gamma(x_i, x_j)$ el valor del semivariograma entre los puntos i y j , λ_i el peso en i y $\gamma(x_i, x_0)$ el semivariograma entre el punto i y el punto a interpolar x_0 .

Para construir la matriz A es necesario evaluar la función del semivariograma periódico desarrollado ajustado para cada distancia dada entre los puntos muestreados.

En este caso contamos con 48 muestras. Así, la primera muestra es x_1 , la segunda x_2 y así sucesivamente hasta 48. Las primeras ocho muestras para la estación de Malpaso son:

h (Días)	C.H. Malpaso (Precipitación)
1	0
3	0
5	6.8
7	0
9	0
11	8.3
13	112.7
15	118.6

Tabla 3.1.- Precipitación en 8 días estación C.H. Malpaso.

Para la matriz A sólo nos interesan los valores de la localización de las muestras, no los de la precipitación. Por ejemplo:

$$\gamma(x_1, x_1) = \gamma(1,1) = \gamma(0)$$

Donde γ es el semivariograma periódico desarrollado ajustado evaluado en $h=0$ que es la distancia de la primera muestra consigo misma. Otros ejemplos:

$$\gamma(x_1, x_2) = \gamma(1,3) = \gamma(2)$$

$$\gamma(x_2, x_4) = \gamma(3,7) = \gamma(4)$$

Finalmente se requiere agregar una fila y una columna finales con 1s y un 0 en la posición de la esquina inferior derecha de la matriz, es decir $A_{25 \times 25} = 0$.

$A\lambda = b$ implica que $A^{-1}A\lambda = A^{-1}b$ por lo tanto:

$$\lambda = A^{-1}b$$

Por lo que se requiere obtener la matriz inversa de A.

Para construir la matriz b utilizaremos las muestras x_1, x_2, \dots, x_n y los valores a los que deseamos interpolar en nuestro caso dichos valores son 2,4, ..., 94.

Recordemos que lo que se usa para calcular b es la posición, no la precipitación.

El siguiente paso consiste en resolver el sistema de ecuaciones $\lambda = A^{-1}b$ que nos permite obtener los valores de la matriz λ . Multiplicamos la matriz inversa de A (A^{-1}) por la matriz de b . Para que la solución del sistema sea insesgada la suma de pesos λ_i debe de ser igual a 1. Esta condición introduce un grado de libertad suplementario en el problema, el cual se introduce, agregando una variable libre λ que es precisamente el multiplicador de Lagrange, con el objeto de minimizar el error de la estimación. Esta es una de las claves de la aplicación y uso del krigado.

Una vez resuelta la matriz de pesos (λ) realizamos la interpolación en el punto elegido (x_0):

$$Z(x_0) = \lambda_1 z(x_1) + \lambda_2 z(x_2) + \dots + \lambda_n z(x_n)$$

Donde $Z(x_n)$ es el valor de la n muestra de precipitación.

El resultado final de la interpolación por krigado es una línea de tiempo con los valores estimados de la variable para cada uno de los modelos de semivariograma y para cada una de las cuatro estaciones climatológicas, con el motivo de hacer comparaciones entre el semivariograma periódico desarrollado y los semivariogramas clásicos normalmente utilizados.

3.5.- Validación.

Como herramientas de comparación entre las interpolaciones por krigeado y el valor real de la precipitación utilizamos los siguientes métodos:

Se realizó la representación gráfica de las precipitaciones obtenidas por el semivariograma periódico desarrollado en función de los días que fueron interpolados comparándola con la precipitación del valor real. Esto se realizó también para cada uno de los semivariogramas clásicos (Lineal, Exponencial, Semiesférico) y para cada una de las cuatro estaciones climatológicas.

Se graficaron también las precipitaciones obtenidas por cada uno de los semivariogramas teóricos contra las precipitaciones del valor real para así establecer la línea de tendencia lineal o regresión lineal para cada una de las gráficas y así conseguimos la ecuación de esta línea de tendencia donde los datos son los componentes comunes de una recta, el primer valor es la pendiente (el grado de inclinación) y el segundo valor es el desplazamiento de la recta con respecto al origen. La r^2 nos indica que tanta relación hay entre las variables, es decir, que tanto se va afectando Y al modificar X, por consiguiente si la r^2 es baja el modelo no es confiable por que no existe una fuerte relación entre X y Y, siempre arroja un valor de 0 a 1, donde 0 indica que no existe ninguna relación entre X y Y y 1 es la máxima relación.

Otra herramienta de comparación fue la del error medio cuadrático (RMSE) el cual esta definido por la siguiente fórmula:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(\phi_i - \phi_{iobs})^2}{N}} \quad (3.6)$$

Donde:

- ϕ_i .- Valor pronosticado para la celda i .
- ϕ_{iobs} .- Valor observado para la celda i .
- N .- Número de valores analizados.

El error cuadrático medio es una forma de evaluar la diferencia entre un estimador y el valor real de la cantidad que se calculó. Mide el promedio del cuadrado del error, siendo el error el valor en la que el estimador difiere de la cantidad a ser estimada.

Una forma simple de pensar en el error cuadrático medio es considerándolo como un criterio para seleccionar un estimador apropiado, en los modelos estadísticos los modeladores deben de elegir entre varios estimadores potenciales. Un error cuadrático medio mínimo indica una variación mínima y por lo tanto indica un buen estimador, un error cuadrático medio de cero significa que el estimador predice las observaciones con una precisión perfecta.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1.- Semivariogramas Experimentales

Las **Figura 4.1** a **Figura 4.4** muestran el semivariograma experimental de las cuatro estaciones climatológicas en las que contamos con series de datos temporales de precipitación (C.H. Malpaso, Ocoatepec, Sayula, C.H. Peñitas) –mencionadas en el capítulo tres–, donde la línea discontinua corresponde al valor de la semivarianza obtenida en función del tiempo que separa las muestras y el número arriba de cada punto indica el número de pares con el que se calcula cada punto del semivariograma experimental.

Para las series de datos temporales de precipitación de las cuatro estaciones climatológicas C.H. Malpaso, Ocoatepec, Sayula, C.H. Peñitas los valores de la varianza poblacional son 588.23, 4697.59, 2543.23 y 1243 respectivamente. Esto nos lleva a obtener desviaciones estándar en C.H. Malpaso del orden de 24.25, Ocoatepec 68.54, Sayula 50.43 y de 35.26 mm. en C.H. Peñitas. El eje de las abscisas representa la variación en el tiempo (agosto-octubre 2007) de la precipitación.

Las figuras también muestran el tiempo en que los valores de la precipitación son superiores a la varianza normal del registro de datos temporales de precipitación con el que contamos en cada unas de las cuatro estaciones climatológicas, esto quiere decir que están mostrando una alteración en los valores medios, en cambio cuando los valores de la precipitación son inferiores a la varianza normal la precipitación no es significativa. En la mayoría de los casos la precipitación es superior a la varianza normal a partir de los 50 días que es cuando las lluvias empezaron a afectar los estados de Chiapas y Tabasco nuestra zona de estudio.

Los semivariogramas experimentales de cada estación nos proporcionan bastante información del comportamiento temporal de la variable, en nuestro caso la precipitación.

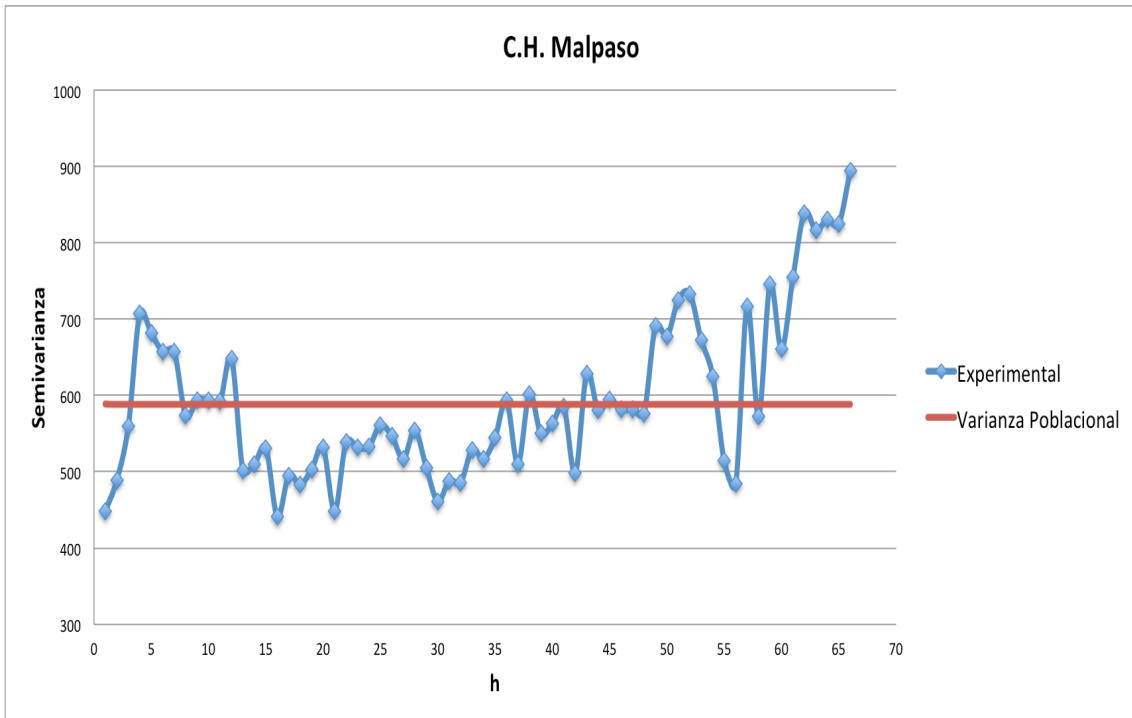


Figura 4.1 Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del período agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica C.H. Malpaso.

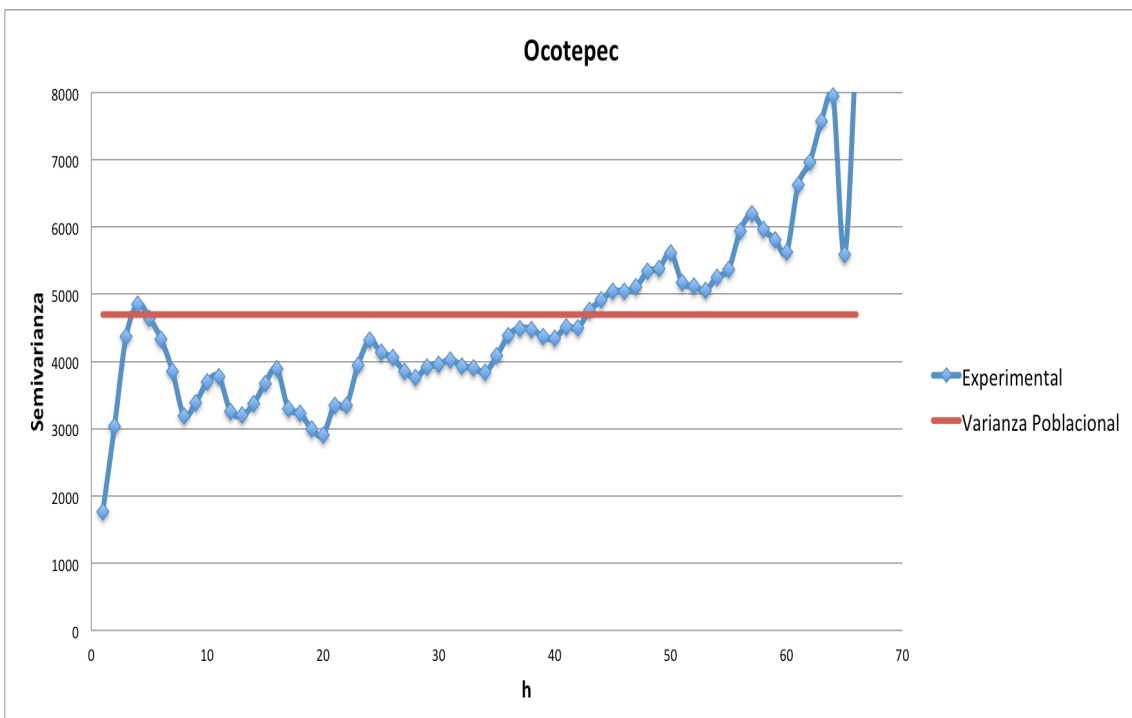


Figura 4.2 Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del periodo agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica Ocotepec.

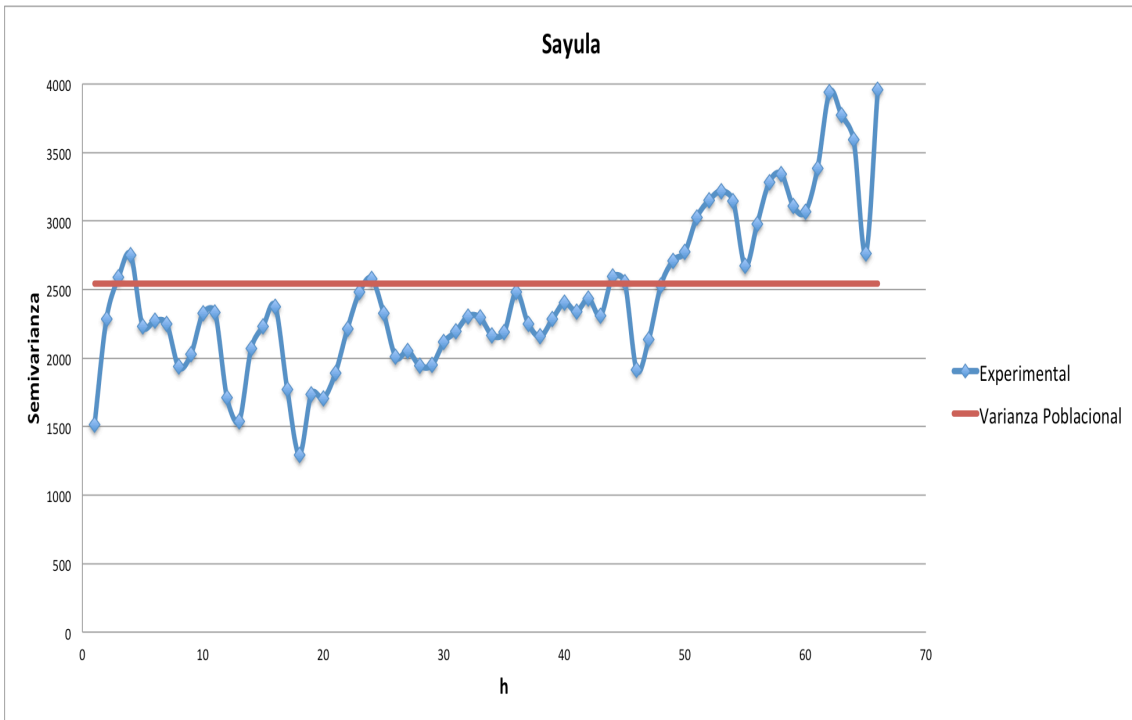


Figura 4.3 Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del periodo agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica Sayula.

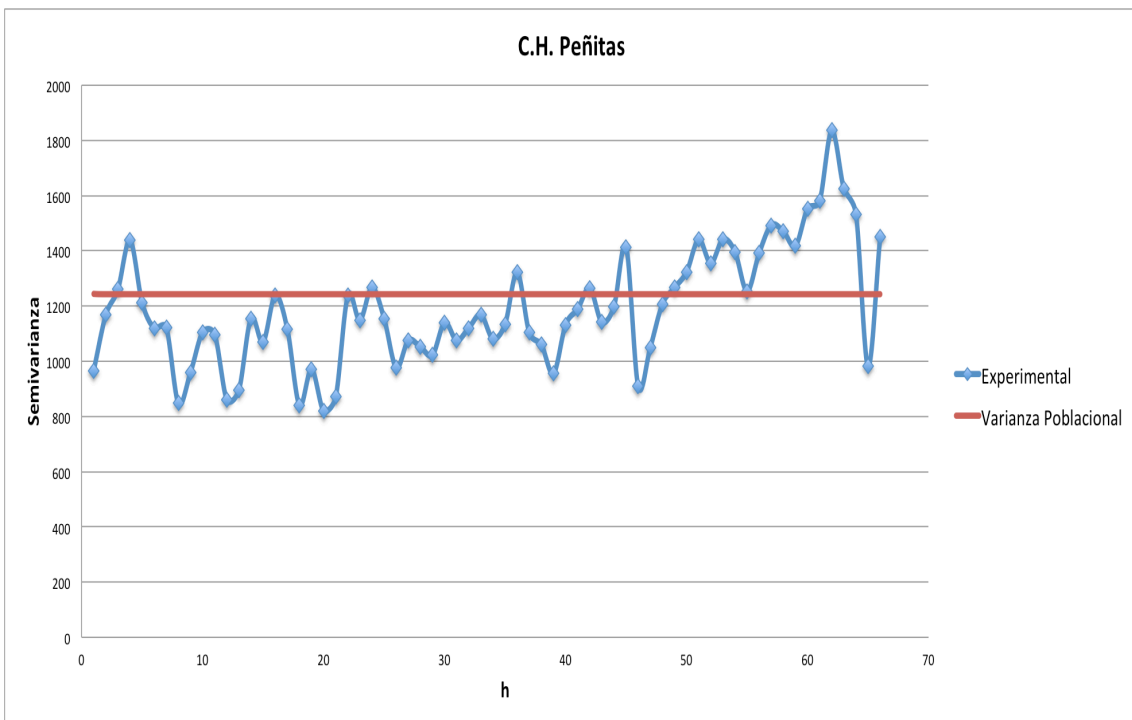


Figura 4.4 Semivariograma experimental para las series de datos de precipitación del periodo agosto a octubre del 2007 en la estación climatológica C.H. Peñitas.

4.2.- Semivariograma Desarrollado

El semivariograma periódico desarrollado se plasma en la **Figura 4.5** a la **Figura 4.8** el cual representa la periodicidad del experimental y corresponde a la línea roja, que muestra la semivarianza obtenida por la fórmula desarrollada en función del tiempo que las separa.

Los parámetros utilizados para dicha fórmula se pueden apreciar en la **Tabla 4.1** a la **Tabla 4.4** para cada estación correspondiente, se trato de optimizar los valores de dichos parámetros en relación con el semivariograma experimental de cada estación climatológica. Estos parámetros son de suma importancia ya que son los que fueron usados mas adelante para la interpolación geoestadística krigeado y que definieron el grado y escala de variación temporal, es el punto mas importante para dicha interpolación geoestadística.

Se observa en la **Figura 4.5** a la **Figura 4.8** como se ajusta al comportamiento de las series temporales de precipitación representada por el semivariograma experimental obtenido en cada una de las cuatro estaciones climatológicas (C.H. Malpaso, Ocoteppec, Sayula y C.H. Peñitas).

C.H. Malpaso	
γ_0	0
γ_∞	510
A	0.3
ω	0.6
α	0.5
λ	0.7
ϕ	-4.2
λx	50

Tabla 4.1 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica C.H. Malpaso.

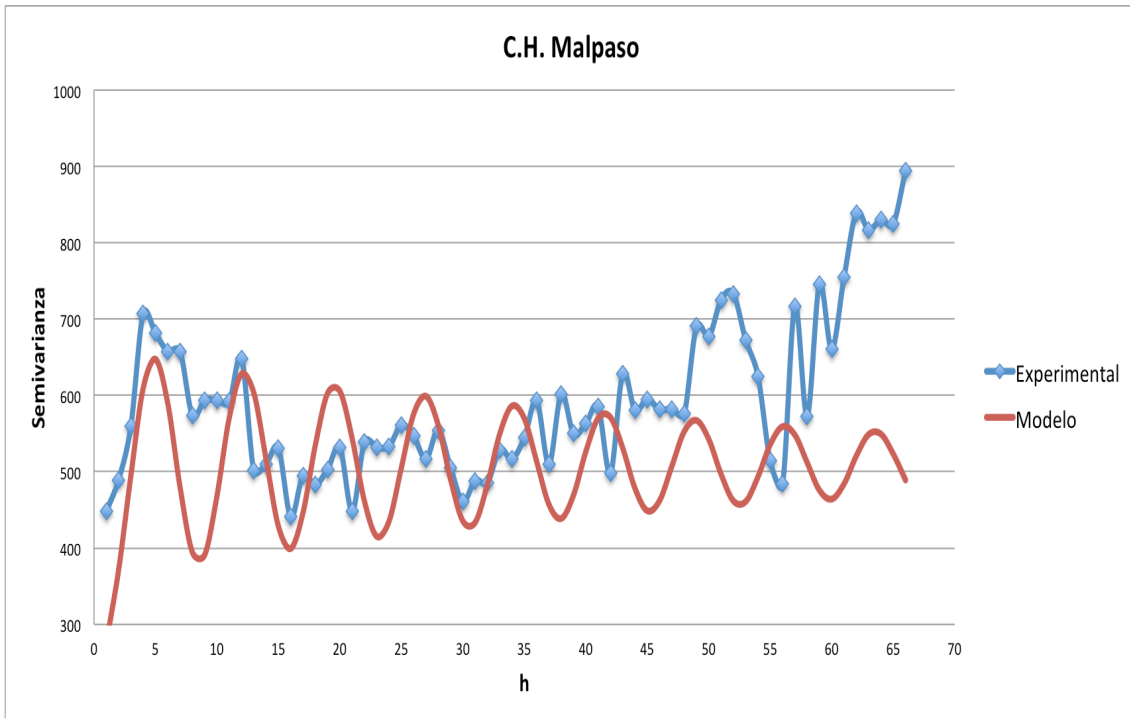


Figura 4.5 Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Malpaso.

Ocotepec	
γ_0	0
γ_∞	3800
A	0.15
ω	0.9
α	0.5
λ	1
ϕ	-3
λx	40

Tabla 4.2 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica Ocotepec.

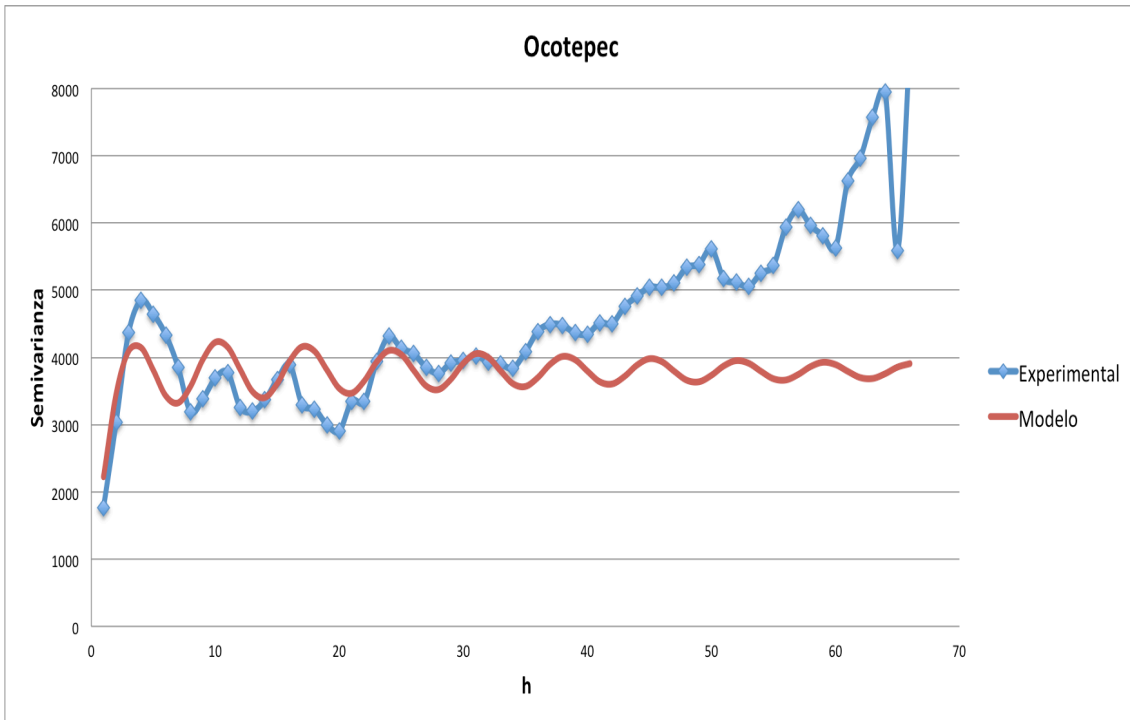


Figura 4.6 Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Ocotepc.

Sayula	
γ_0	0
γ_∞	2100
A	0.2
ω	0.9
α	0.5
λ	1
ϕ	-3
λx	50

Tabla 4.3 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica Sayula.

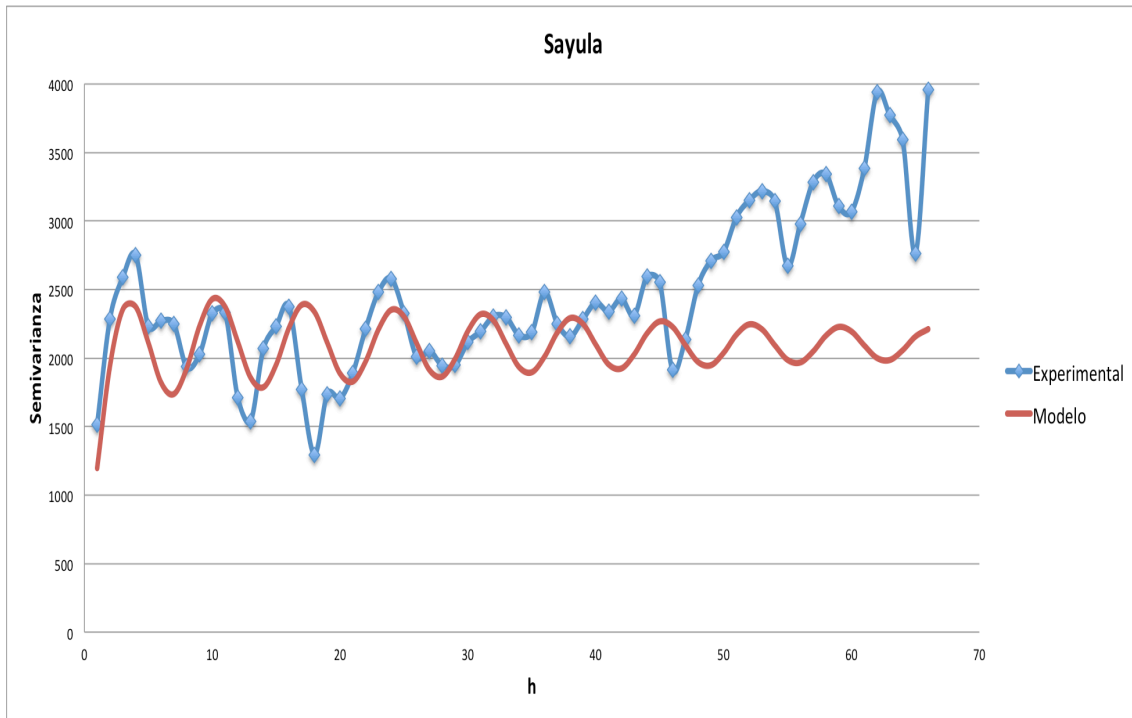


Figura 4.7 Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Sayula.

C.H. Peñitas	
γ_0	0
γ_∞	1100
A	0.15
ω	0.9
α	0.5
λ	1
ϕ	-3
λx	50

Tabla 4.4 Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para la estación climatológica C.H. Peñitas.

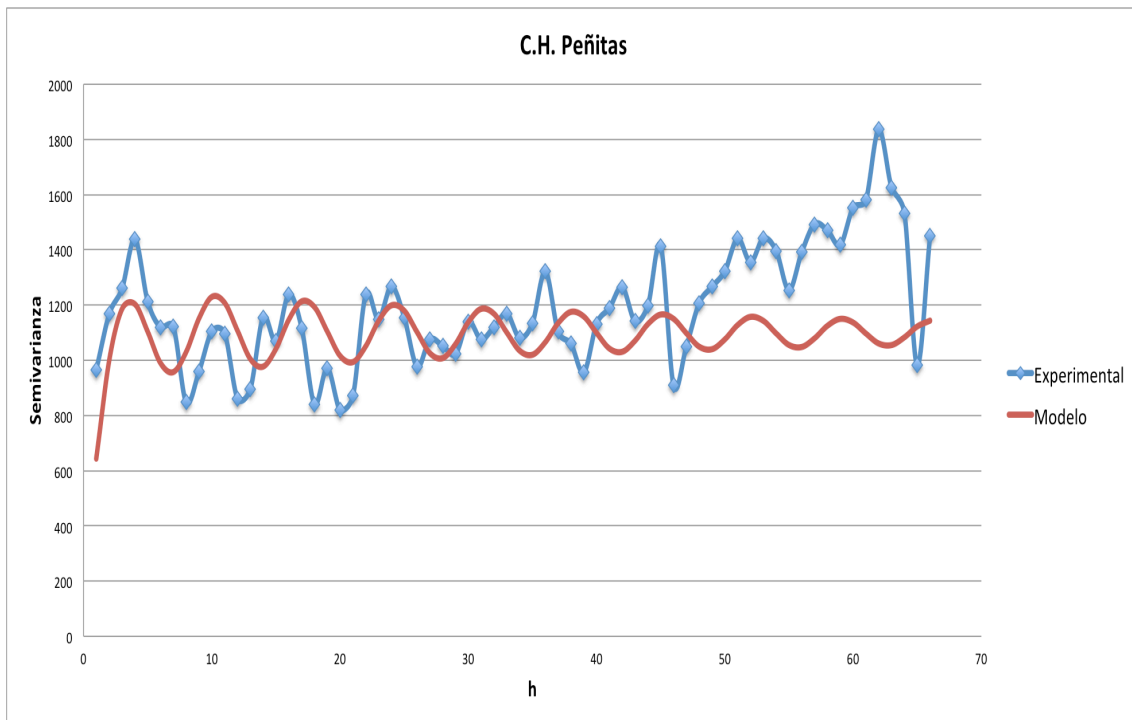


Figura 4.8 Semivariograma periódico desarrollado ajustado al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Peñitas.

4.3.- Interpolación Geoestadística Krigeado

Para utilizar el krigeado método geoestadístico de interpolación se efectuó el semivariograma experimental para cada dos días de cada una de las series temporales de precipitación, es decir, se tomaron en cuenta solo los valores de los días 1, 3, 5, 7, ..., 95 de cada serie –mencionado en el capítulo tres–, así mismo esto también se realizó para el semivariograma periódico desarrollado y los semivariogramas clásicos utilizados, en este caso fueron el modelo exponencial y el modelo lineal, de la **Figura 4.9** a la **Figura 4.12** se observa el proceso antes mencionado, en el cual se puede apreciar a simple vista como se ajustan los modelos teóricos con los experimentales en el cual el modelo periódico desarrollado se aprecia que sigue la tendencia de una mejor manera ya que los semivariogramas experimentales muestran un comportamiento temporal periódico.

En la **Tabla 4.5** a la **Tabla 4.8** se describen los parámetros utilizados para cada uno de los modelos de ajuste, como se menciono anteriormente se trato de optimizar la elección de dichos parámetros lo mejor posible.

Modelo Desarrollado	Modelo Exponencial	Modelo Lineal			
γ_0	0	γ_0	0	γ_0	800
γ_∞	900	γ_∞	875	b	1.5
A	0.1	b	2		
ω	0.5				
α	0.5				
λ	0.9				
ϕ	4				
λx	30				

Tabla 4.5 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se usaron en la interpolación por krigado sujetos a la estación climatológica C.H. Malpaso.

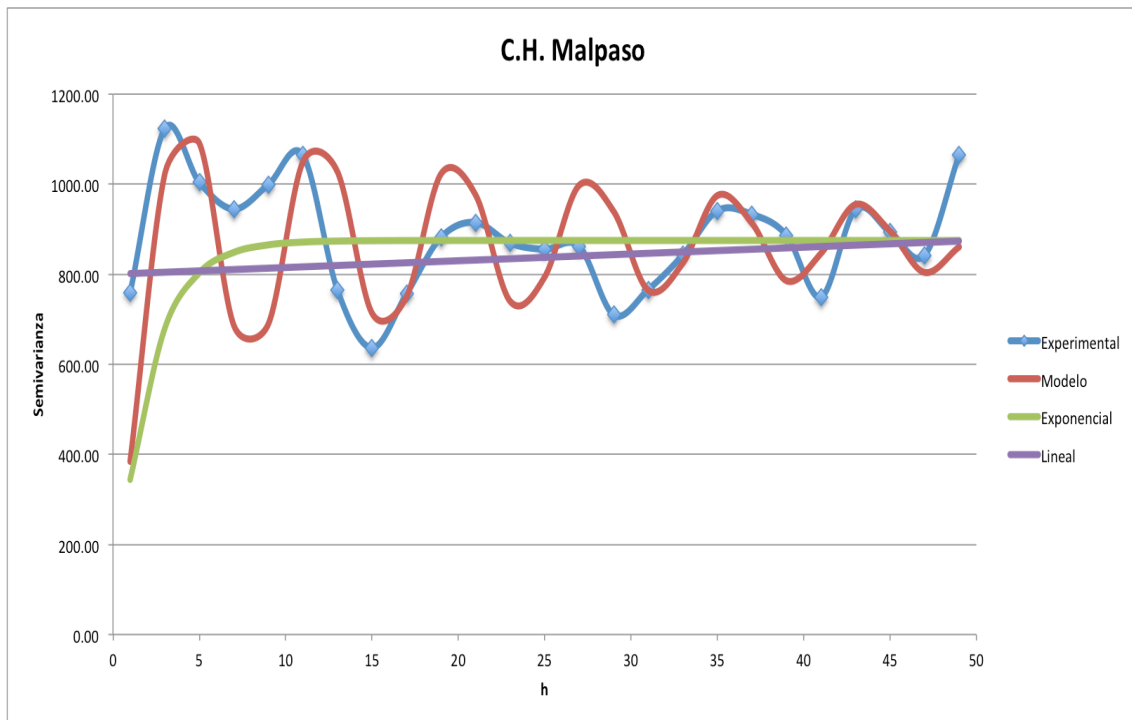


Figura 4.9 Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Malpaso.

Modelo Desarrollado	Modelo Exponencial	Modelo Lineal			
γ_0	0	γ_0	0	γ_0	3500
γ_∞	3500	γ_∞	3500	b	1.5
A	0.6	b	3		
ω	0.75				
α	0.5				
λ	1				
ϕ	-3.45				
λx	40				

Tabla 4.6 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se usaron en la interpolación por krigado sujetos a la estación climatológica Ocotepc.

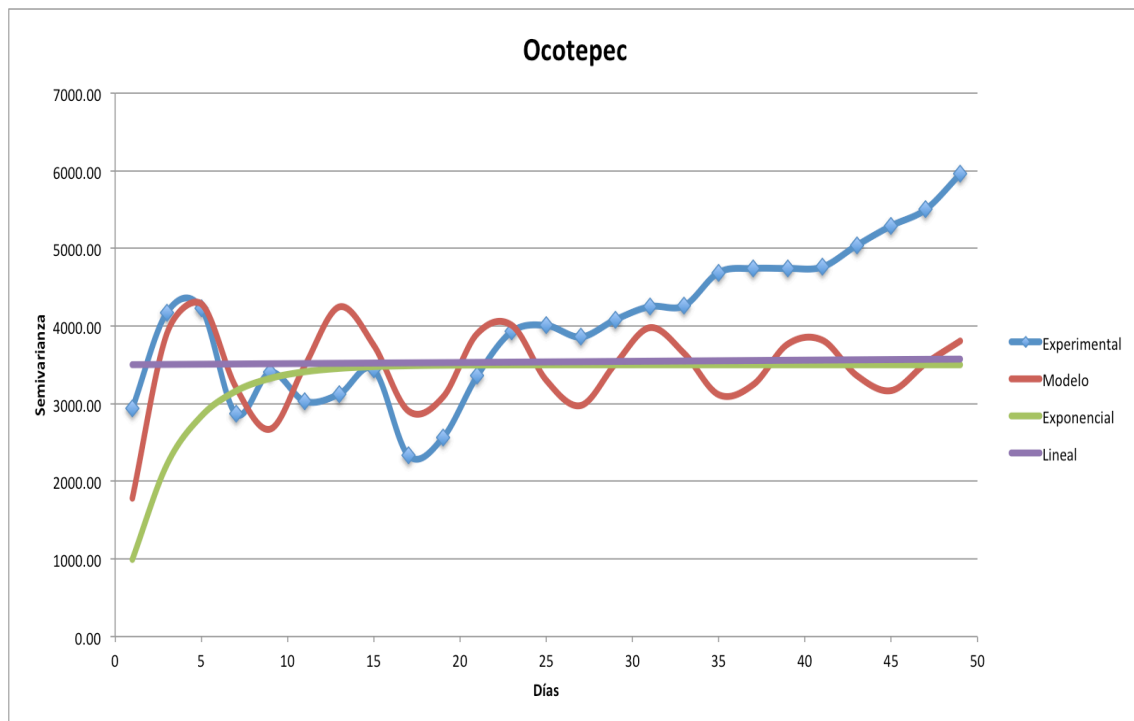


Figura 4.10 Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Ocotepc.

Modelo Desarrollado		Modelo Exponencial		Modelo Lineal	
γ_0	0	γ_0	0	γ_0	2500
γ_∞	2500	γ_∞	2500	b	1.5
A	0.2	b	2		
ω	0.7				
α	0.5				
λ	0.1				
ϕ	-3.5				
λx	40				

Tabla 4.7 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se usaron en la interpolación por krigado sujetos a la estación climatológica Sayula.

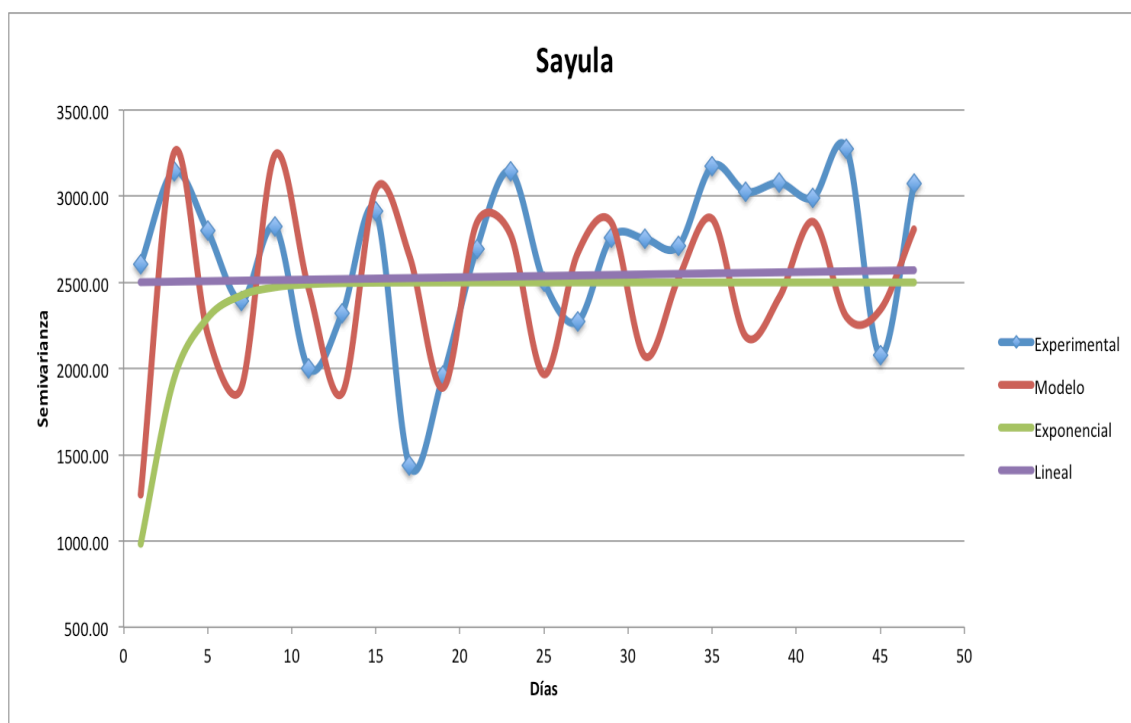


Figura 4.11 Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica Sayula.

Modelo Desarrollado		Modelo Exponencial		Modelo Lineal	
γ_0	0	γ_0	0	γ_0	1400
γ_∞	1400	γ_∞	1400	b	1.5
A	0.2	b	2		
ω	0.7				
α	0.5				
λ	0.1				
ϕ	-3				
λx	90				

Tabla 4.8 Parámetros empleados para los diferentes semivariogramas teóricos que se usaron en la interpolación por krigeado sujetos a la estación climatológica C.H. Peñitas.

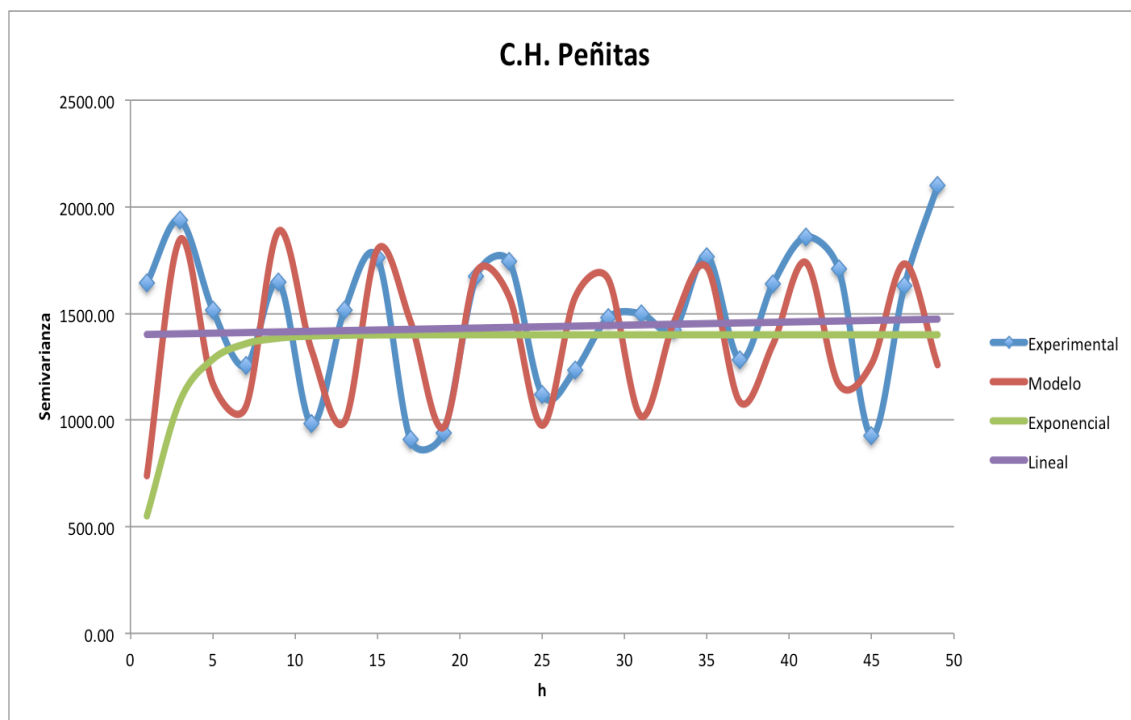


Figura 4.12 Semivariograma periódico desarrollado y semivariogramas clásicos ajustados al comportamiento del semivariograma experimental para la estación climatológica C.H. Peñitas.

La estrategia de selección de los pesos se realizó dependiendo de la semivarianza en función del tiempo que separa a las muestras resolviendo el sistema de ecuaciones (3.2) –mencionadas en el capítulo tres–.

En la **Tabla 4.9** a la **Tabla 4.12** se observa el resultado de esta interpolación geoestadística por kriging donde podemos ver los días que se interpolaron con su valor real de precipitación y la estimación de esta utilizando el modelo propuesto, modelo exponencial y modelo lineal para cada una de las cuatro estaciones climatológicas correspondientes.

4.4.- Comparación entre interpolaciones.

Como herramienta de comparación entre las distintas líneas de tiempo se utilizó el error medio cuadrático (RMSE) (3.6) con esta herramienta se evaluó la diferencia entre el valor real de la precipitación y el valor de las estimaciones, esto para cada uno de los diferentes modelos y estaciones climatológicas, arrojando resultados favorables para el modelo propuesto en tres estaciones climatológicas (C.H. Malpaso, Ocotepc y C.H. Peñitas) y en la otra estación climatológica (Sayula) el resultado más óptimo fue para el modelo lineal, dichos resultados también se pueden apreciar en la **Tabla 4.9** a la **Tabla 4.12**.

Se representaron gráficamente los resultados de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas en las cuatro estaciones climatológicas y los valores reales de precipitación respecto a al tiempo que las separa **Figura 4.13** a la **Figura 4.16**.

C.H. Malpaso				
Días	Valor Real	Modelo Propuesto	Modelo Exponencial	Modelo Lineal
2	0	8.500	9.500	19.609
4	17.2	15.330	13.364	19.829
6	13	15.000	13.242	20.173
8	8	7.110	8.457	20.642
10	0	4.300	1.861	21.266
12	41.3	40.370	37.298	22.019
14	21.1	60.000	81.325	22.482
16	71.7	40.400	36.761	22.248
18	0	2.800	-3.067	21.735
20	0	13.000	11.028	21.385
22	0.7	28.300	25.542	21.136

24	14.6	25.690	24.629	20.850
26	17.4	9.170	4.442	20.524
28	2.2	25.890	38.557	20.286
30	18.7	34.280	39.653	19.844
32	2.1	6.470	2.414	19.200
34	10.3	9.400	8.477	18.700
36	0	15.710	14.141	18.340
38	12.6	21.160	23.378	18.056
40	22.8	12.610	15.310	17.758
42	3.2	10.160	13.881	17.507
44	0	14.750	18.362	17.319
46	0	12.210	11.117	17.169
48	4.9	10.600	13.379	17.113
Error Medio Cuadrático (RMSE)		15.024	19.118	17.443

Tabla 4.9 Resultados de las interpolaciones por krigeado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica C.H. Malpaso.

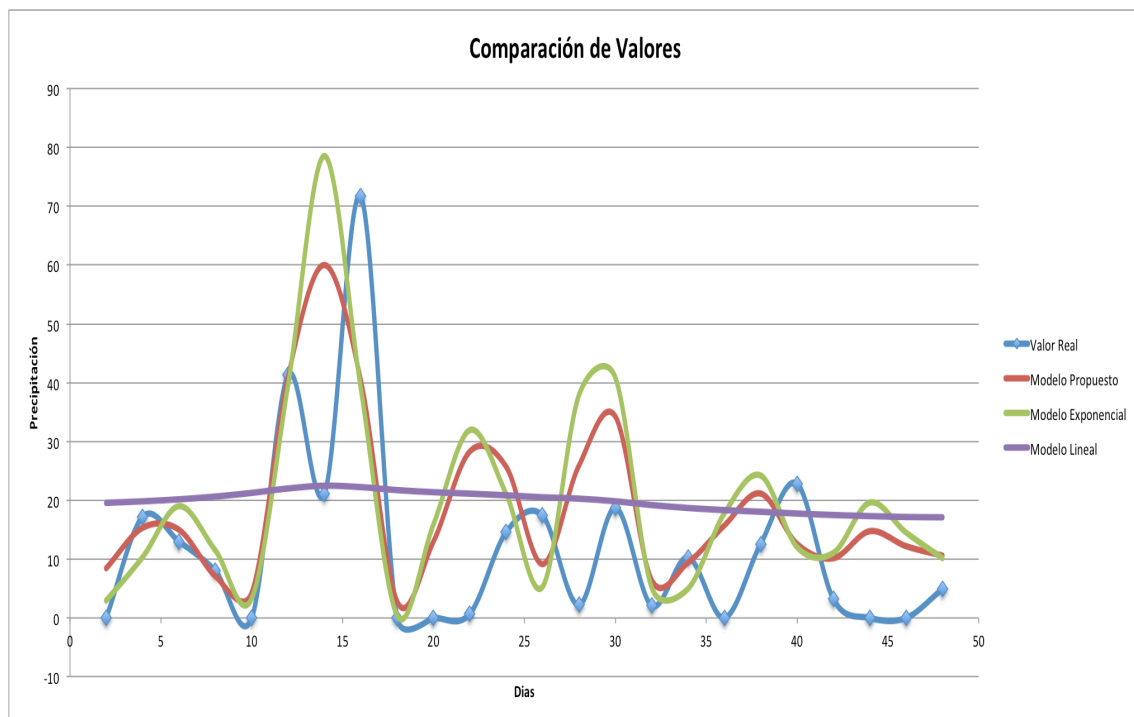


Figura 4.13 Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.

Ocotepec				
Días	Valor Real	Modelo Propuesto	Modelo Exponencial	Modelo Lineal
2	0	0.640	17.156	11.226
4	5.4	21.510	19.902	11.225
6	11.5	14.950	4.041	11.208
8	1.6	-11.810	1.579	11.204
10	51.7	4.000	4.988	11.218
12	138.2	31.000	21.559	11.243
14	4.5	26.390	27.382	11.249
16	34.8	7.760	16.777	11.226
18	0	9.530	6.834	11.192
20	0	16.110	11.711	11.167
22	4	9.360	11.711	11.141
24	2.5	-0.820	1.626	11.113
26	4.2	4.100	3.520	11.103
28	8	19.540	13.605	11.106
30	38.7	12.700	16.919	11.105
32	7.7	1.650	5.793	11.094
34	21	10.580	0.585	11.092
36	32.2	14.690	25.157	11.109
38	67.7	25.494	25.157	11.100
40	13.7	14.860	0.585	11.066
42	6	-14.840	2.005	11.051
44	3.3	8.600	5.793	11.053
46	3	23.330	13.368	11.064
48	1.5	4.190	16.736	11.071
Error Medio Cuadrático (RMSE)		27.683	29.410895	31.498

Tabla 4.10 Resultados de las interpolaciones por krigado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica Ocotepec.

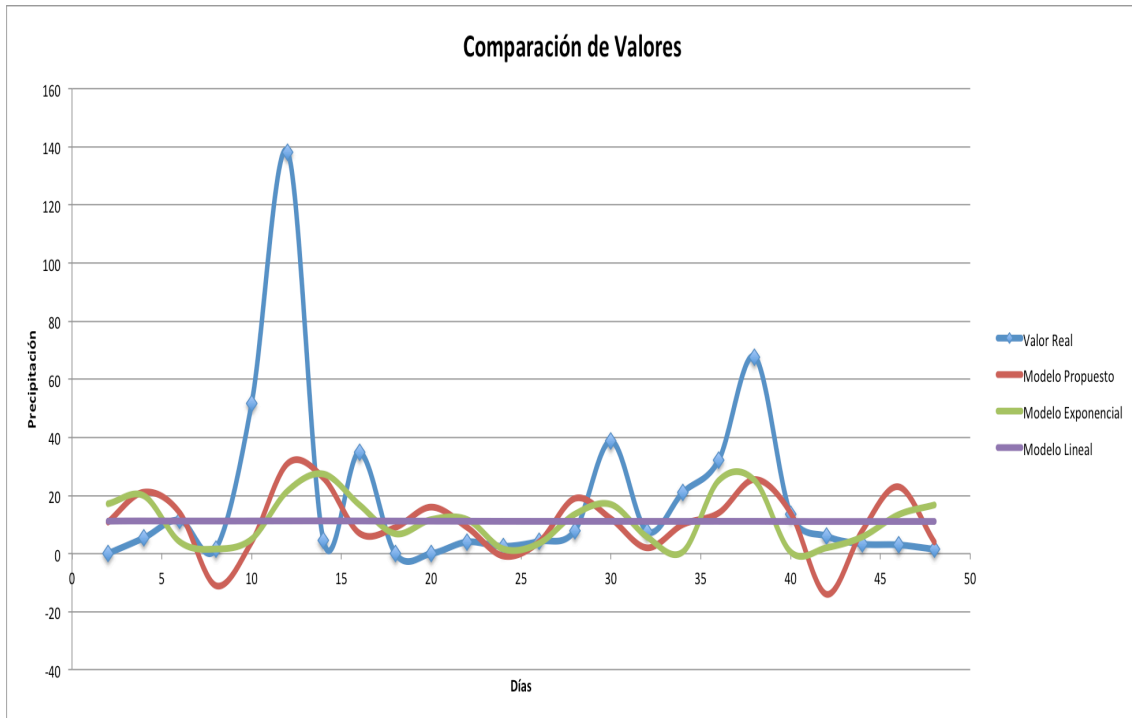


Figura 4.14 Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica Ocoatepec.

Sayula				
Días	Valor Real	Modelo Propuesto	Modelo Exponencial	Modelo Lineal
2	0	15.560	1.651	14.154
4	0	11.010	2.404	14.205
6	5.6	8.860	2.404	14.288
8	49.3	13.950	1.651	14.403
10	11	17.660	31.182	14.553
12	23	19.180	39.473	14.657
14	8.2	17.990	21.338	14.695
16	33.2	13.420	13.046	14.715
18	20	10.960	1.651	14.739
20	2.7	10.570	7.060	14.798
22	2.5	14.290	11.317	14.878
24	20.1	18.470	29.452	14.968
26	11.3	20.210	26.437	15.019
28	1.8	14.310	16.771	15.038
30	17.6	8.300	15.662	15.053
32	3.9	13.790	1.828	15.066

34	62.5	18.860	4.134	15.115
36	7.3	13.190	8.257	15.193
38	11	6.290	5.952	15.290
40	21.1	11.920	1.784	15.411
42	29	21.220	43.154	15.570
44	39.4	25.260	48.342	15.653
46	53.5	16.860	13.667	15.648
48	0.6	4.750	15.078	15.648
Error Medio Cuadrático (RMSE)		16.509	20.828	17.792

Tabla 4.11 Resultados de las interpolaciones por krigeadado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica Sayula.

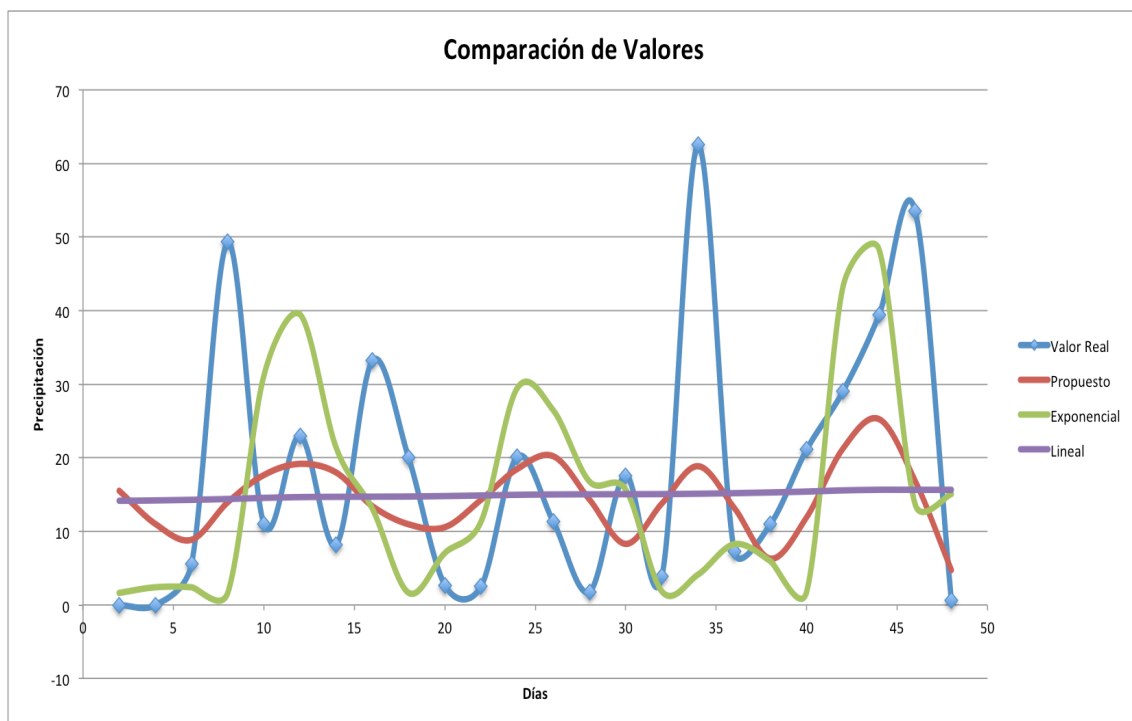


Figura 4.15 Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica Sayula.

C.H. Peñitas				
Días	Valor Real	Modelo Propuesto	Modelo Exponencial	Modelo Lineal
2	0	7.810	2.240	11.423
4	0	12.550	5.920	11.492
6	22	17.460	5.033	11.589
8	29.5	14.460	1.353	11.717
10	19.8	8.690	13.901	11.895
12	5.2	8.210	22.770	12.064
14	37.3	13.570	16.606	12.181
16	14	17.180	7.738	12.276
18	27	13.140	1.353	12.393
20	0	7.640	5.299	12.564
22	2.1	9.850	28.534	12.769
24	13.4	15.060	49.640	12.897
26	13.2	12.890	27.913	12.847
28	0.8	8.540	7.428	12.724
30	15.1	10.010	5.920	12.627
32	0	14.940	1.353	12.561
34	46	17.090	1.353	12.549
36	11.4	13.130	4.102	12.591
38	5.7	7.910	4.102	12.673
40	36.2	9.640	1.353	12.797
42	41.3	17.170	31.771	12.975
44	1.7	15.270	37.801	13.062
46	49.8	9.220	9.600	13.029
48	1.8	7.340	7.736	13.012
Error Medio Cuadrático (RMSE)		15.527	21.684	17.264

Tabla 4.12 Resultados de las interpolaciones por krigeado para los diferentes modelos de semivariogramas respecto a los días interpolados, en comparación con los valores reales de precipitación por medio del error cuadrático medio en la estación climatológica C.H. Peñitas.

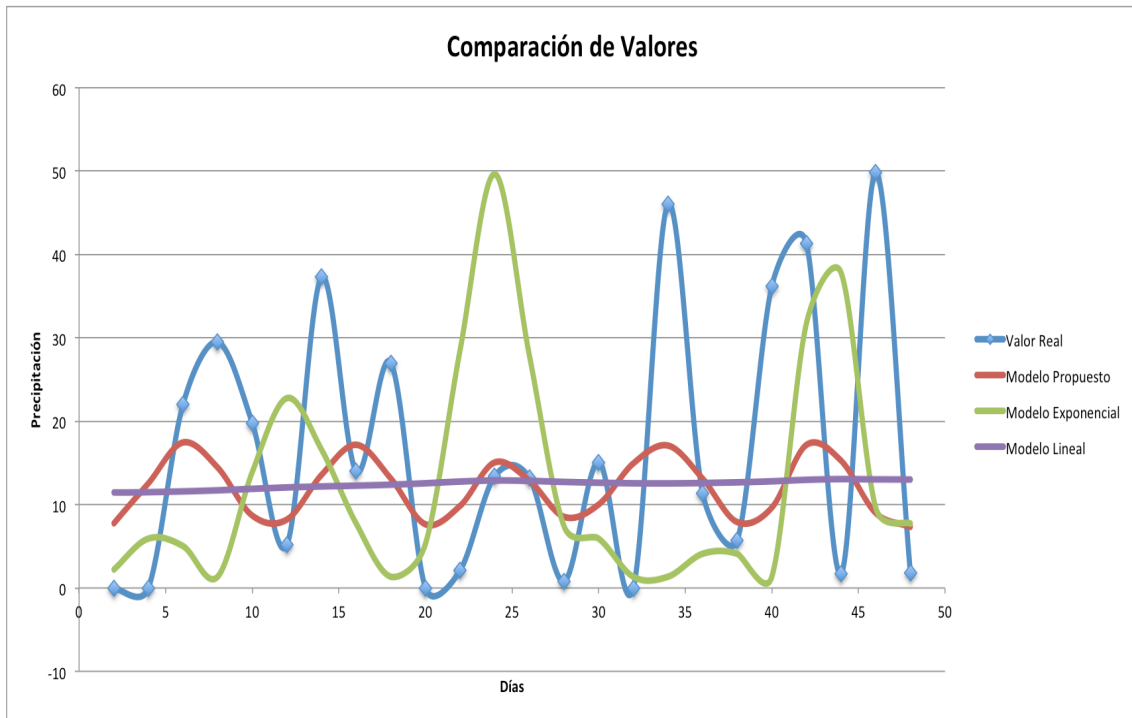


Figura 4.16 Representación gráfica de las líneas de tiempo de precipitación interpoladas para los diferentes modelos de semivariogramas y la línea de tiempo de precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.

En la **Figura 4.17** a la **Figura 4.28** se muestra otra herramienta de comparación donde se graficaron las precipitaciones obtenidas por cada uno de los modelos teóricos contra la precipitación real de cada una de las estaciones, donde se puede observar que en la estación climatológica C.H. malpaso tiene mas relación el modelo propuesto con un R^2 de 0.206 de allí le sigue el modelo exponencial con 0.202 y el modelo lineal 0.167, para la estación de Ocotepc los resultados fueron 0.145 para el modelo propuesto 0.143 para el modelo exponencial y 0.069 para el modelo lineal, en la estación climatológica Sayula los resultados obtenidos fueron 0.194 para el modelo propuesto, 0.026 para el modelo exponencial y 0.092 para el modelo lineal, y por ultimo para la estación de C.H. Peñitas tenemos un R^2 0.131 para el modelo propuesto, 0.005 para el modelo exponencial y 0.012 para el modelo lineal.

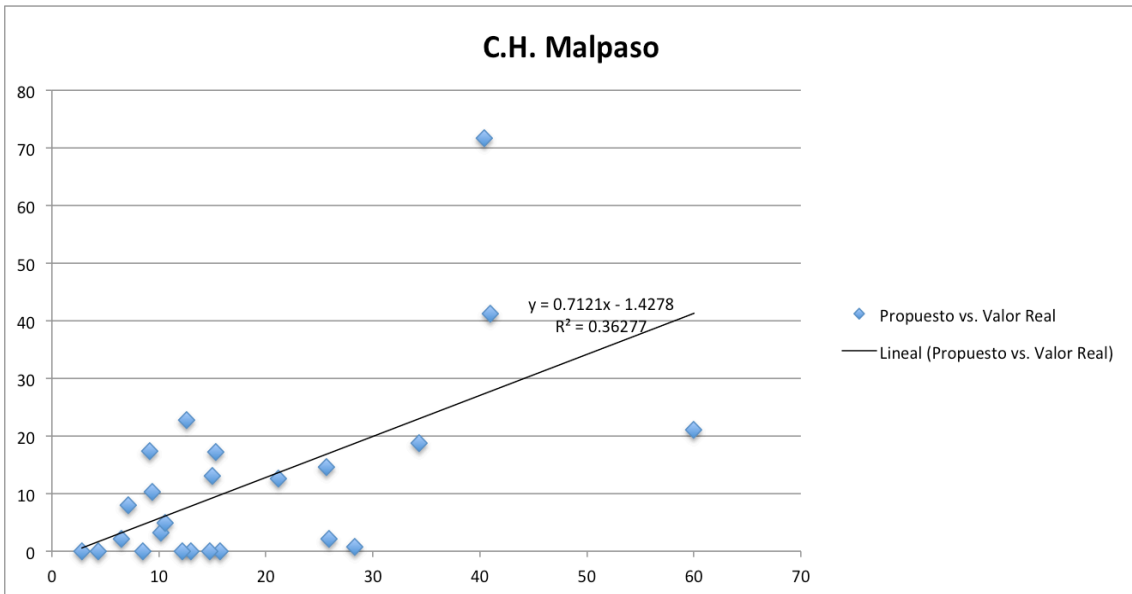


Figura 4.17 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.

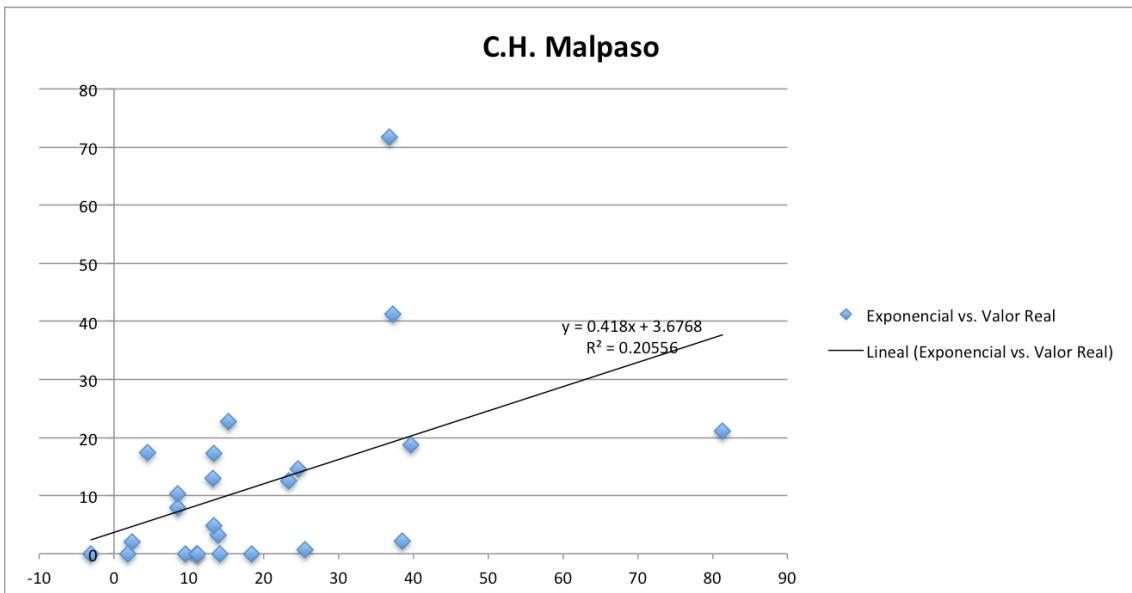


Figura 4.18 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.

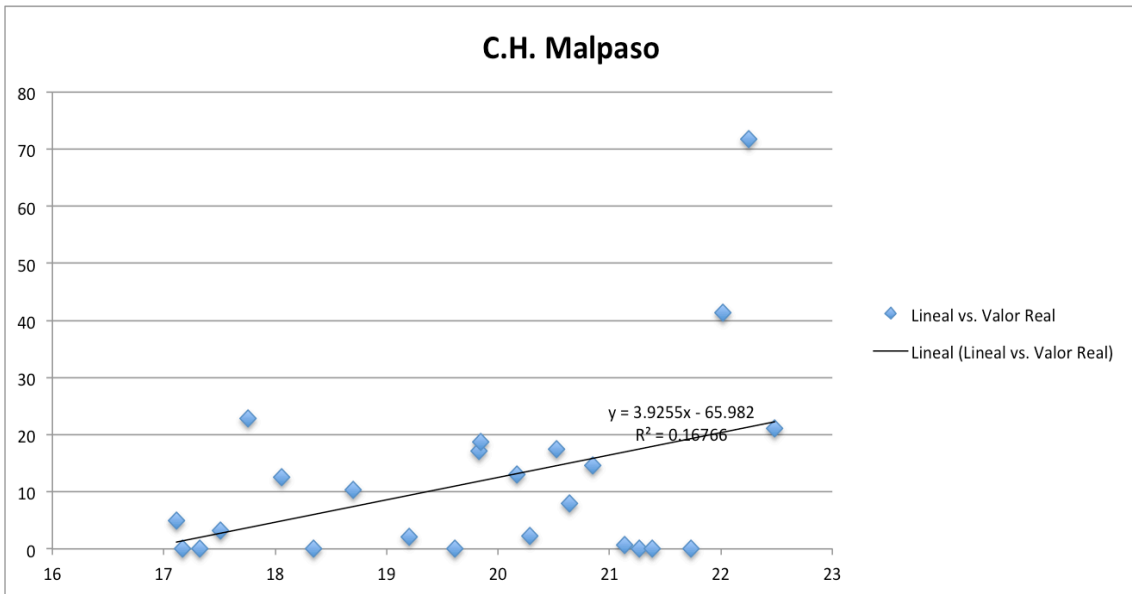


Figura 4.19 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo lineal contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Malpaso.

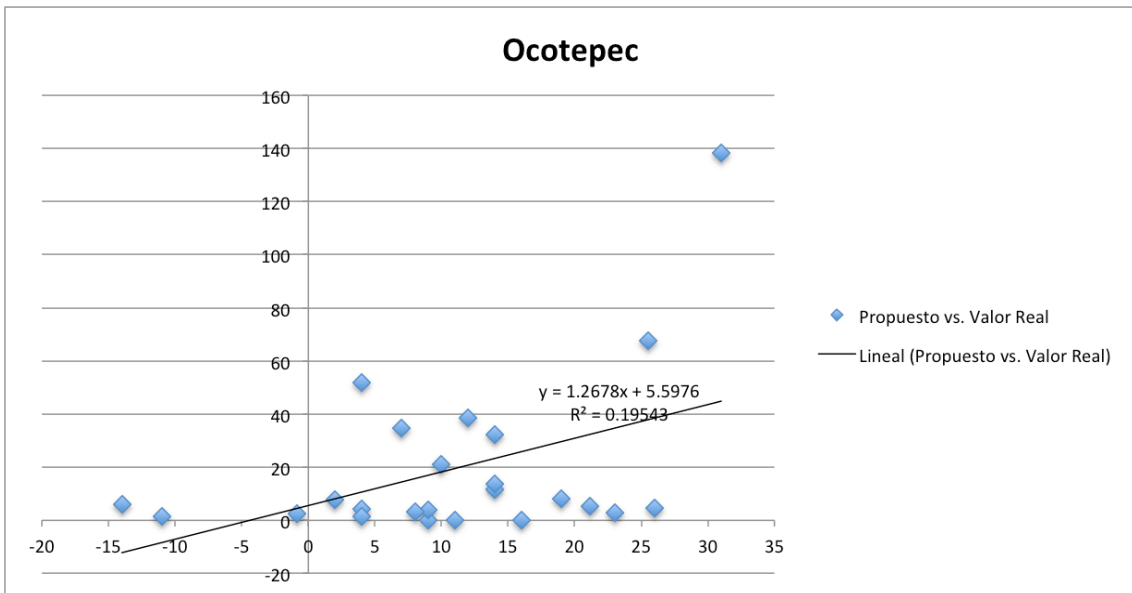


Figura 4.20 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica Ocotepec.

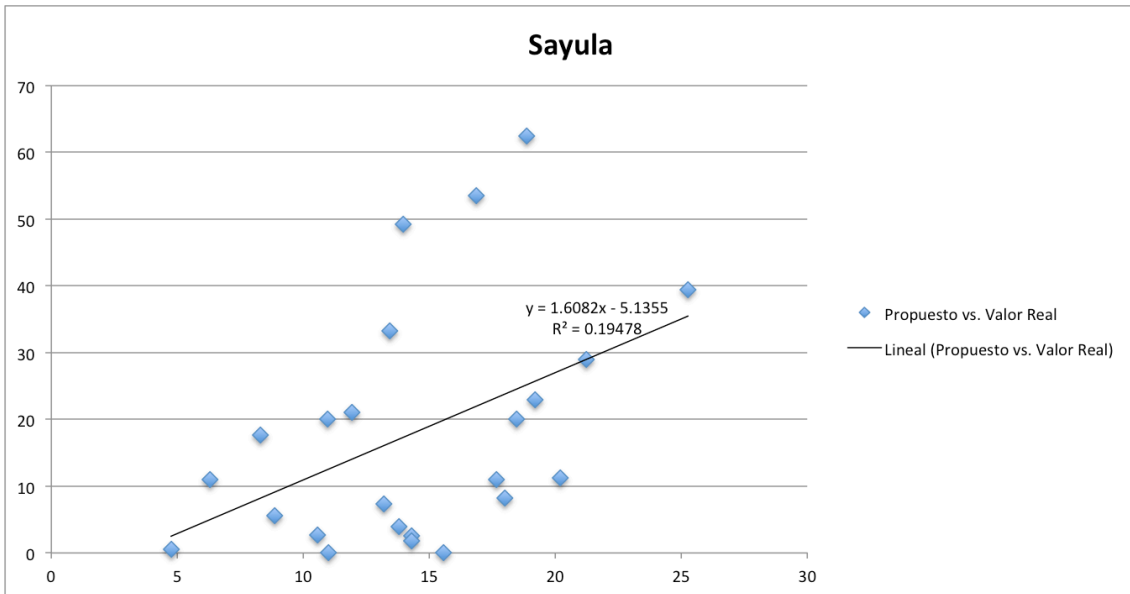


Figura 2.23 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.

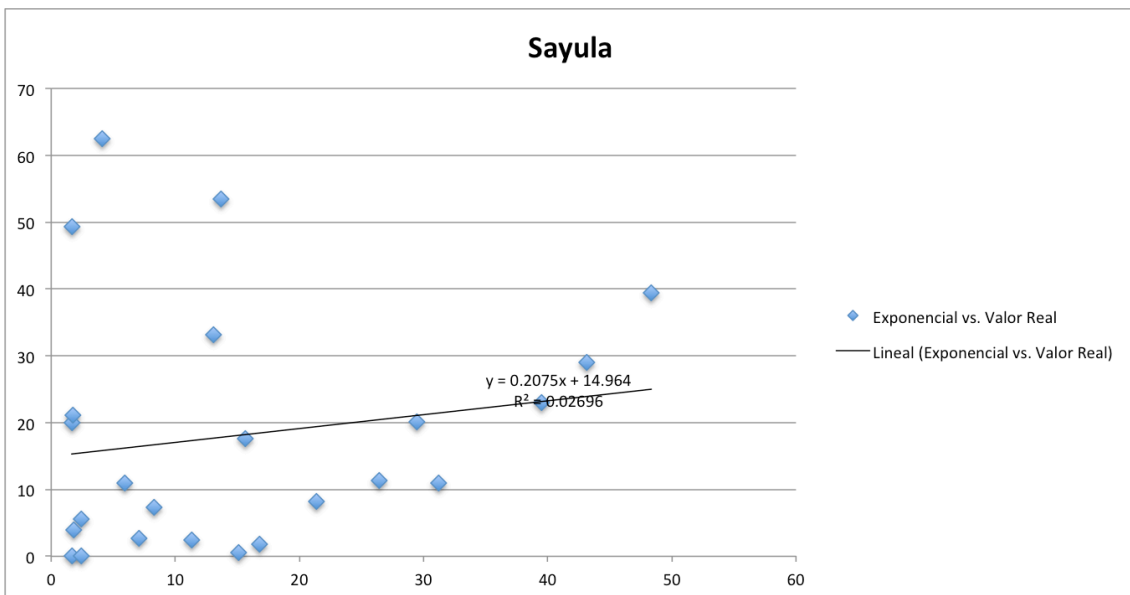


Figura 4.24 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.

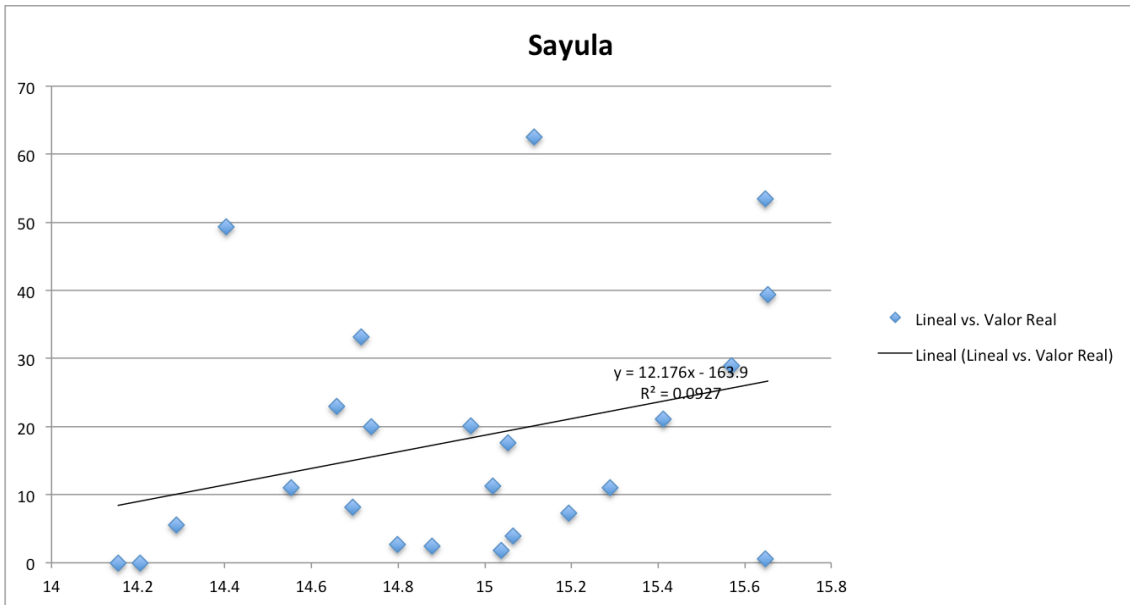


Figura 4.25 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo lineal contra la precipitación real en la estación climatológica Sayula.

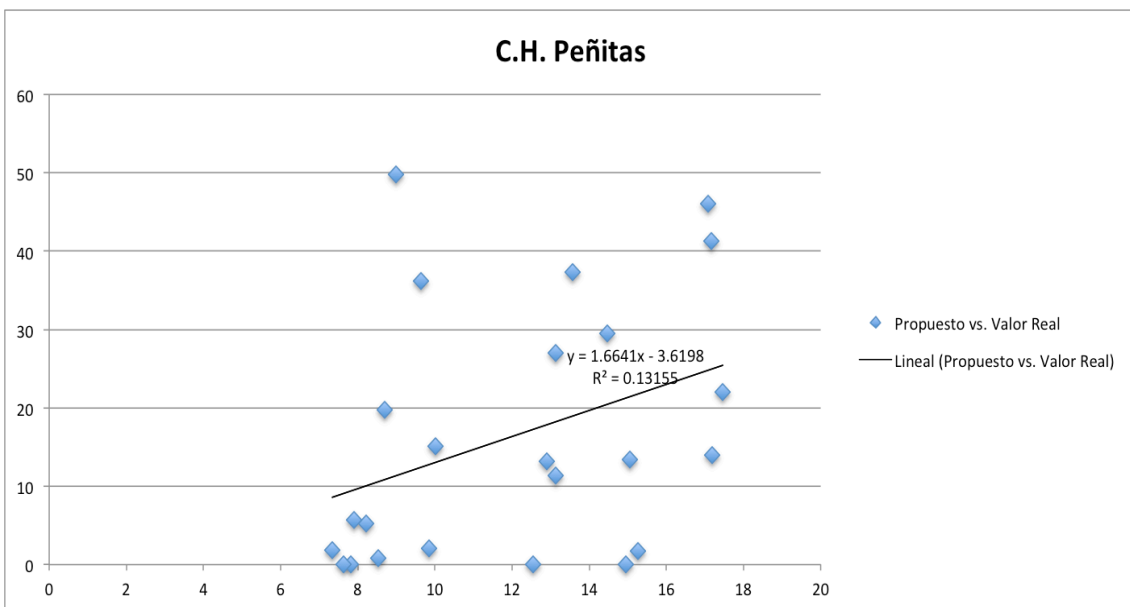


Figura 4.26 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo de semivariograma periódico desarrollado contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.

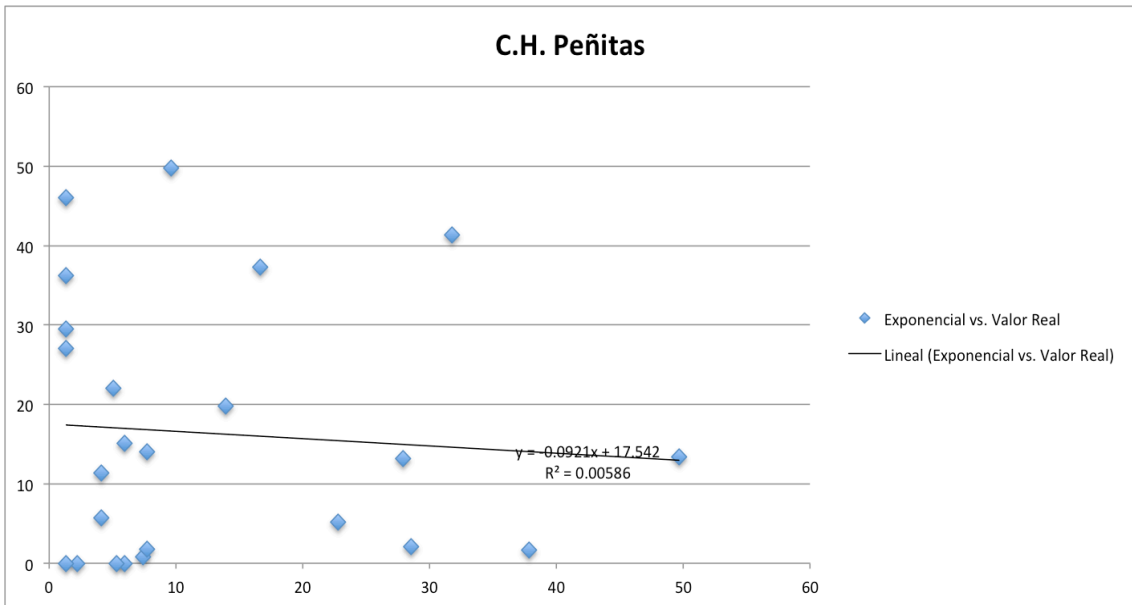


Figura 4.27 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo exponencial contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.

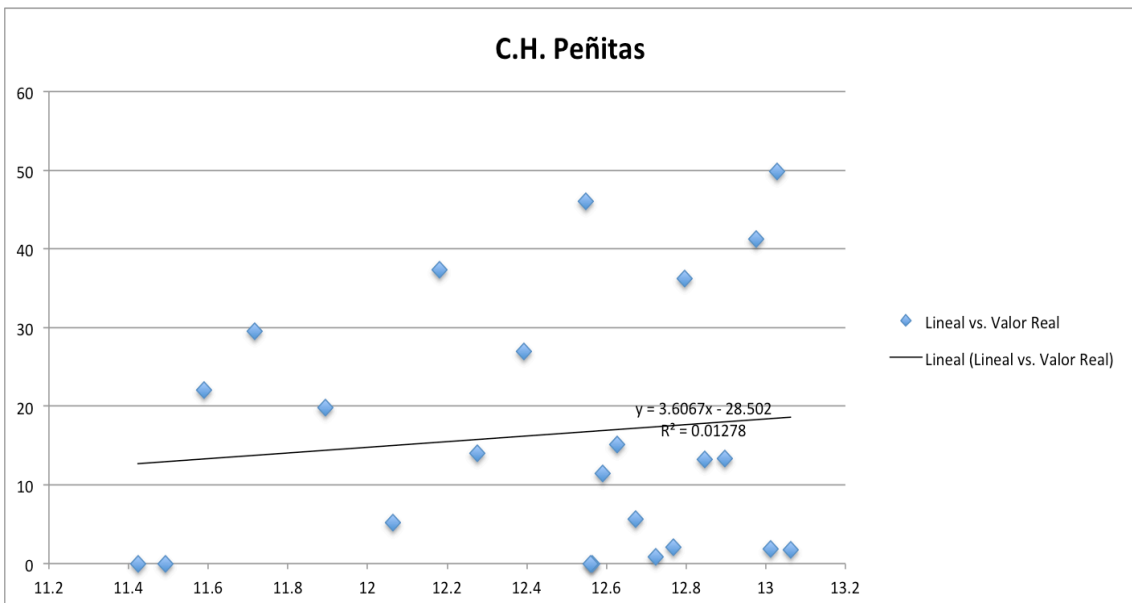


Figura 4.28 Representación gráfica de la precipitación interpolada con el modelo lineal contra la precipitación real en la estación climatológica C.H. Peñitas.

4.5.- Discusión

La precipitación es uno de los componentes mas importantes del ciclo hidrológico si no es que el mas importante ya que es la responsable de depositar la mayor parte del agua dulce en el planeta. La precipitación representada gráficamente mediante el semivariograma da cuenta de la manera en que se describe la continuidad espacial o temporal de esta, con lo cual podemos conocer la forma en que varia a una o varias escalas.

Para realizar la interpolación geoestadística por krigado se hace uso de modelos de semivariogramas teóricos clásicos que son los que ajustan los datos del semivariograma experimental e indican la capacidad predictora que tiene cada punto en función de la distancia que lo separa con otro punto.

En esta investigación se desarrollo un nuevo modelo de semivariograma teórico el cual represento la periodicidad de nuestros semivariogramas experimentales, es decir, se desarrollo un modelo de semivariograma periódico el cual contuvo como casos particulares una gama de semivariogramas clásicos. Se pretendió que fuera mejor que los semivariogramas clásicos ajustando de mejor manera los datos de precipitación de nuestras cuatro estaciones climatológicas y por ende obtener una mejor interpolación de estos datos de precipitación por medio del krigado.

Como vemos en los resultados este modelo de semivariograma periódico desarrollado fue comparado con el modelo de semivariograma exponencial y el modelo de semivariograma lineal que son dos de los modelos mas utilizados para la aplicación del krigado. Los datos utilizados fueron de cuatro estaciones climatológicas (C.H. Malpaso, Ocoatepec, Sayula y C.H. Peñitas) las cuales se encuentran en los estados de Chiapas y Tabasco en el periodo de agosto a noviembre del 2007.

Los resultados muestran que en las cuatro estaciones climatológicas el semivariograma propuesto se adapta de mejor manera a los datos, estos resultados fueron validados por la herramienta del error medio cuadrático el

cual realizo una comparación entre los valores reales de precipitación y los valores interpolados de la precipitación de los tres estimadores, también se utilizo otra herramienta de comparación donde se graficaron las precipitaciones obtenidas por cada uno de los modelos teóricos contra la precipitación real de cada una de las estaciones, obtuvimos su linea de tendencia donde la R^2 nos indica que tanta relación hay entre las variables esto nos indica la mejor relación de los datos.

Se observa en los resultados obtenidos por el semivariograma desarrollado y el semivariograma exponencial una aproximación de los valores interpolados esto es por que dentro de la gama de semiivariogramas clásicos que contiene nuestro modelo propuesto se encuentra el modelo exponencial generalizado.

Estos resultados nos muestran que se cumplieron todos los objetivos, por lo que el trabajo de investigación a logrado desarrollar un semivariograma el cual puede competir contra los semivariogramas clásicos y en muchos casos ser mejor dependiendo del comportamiento de las variables a utilizar.

En la mayoría si no es que en todos los softwares de comportamiento espacial o temporal al realizar la interpolación geoestadística por krigeado solo podemos utilizar los semivariogramas clásicos (esférico, exponencial, gaussiano y lineal) para extraer los parámetros que utilizaremos para la interpolación, con nuestros datos utilizados por ejemplo ningún modelo clásico satisfacería la mejor interpolación de la variable, existiría solo un acercamiento.

Finalmente se señala que ante la falta de datos de precipitación en el país, estos modelos de interpolación geoestadística son de suma importancia para generar datos no muestreados lo cual puede ser de mucha ayuda para detectar la duración crítica de las tormentas y evitar catástrofes como la que sufrieron los estados de Tabasco y Chiapas en el año de 2007 o para la planeación de un correcto dimensionamiento de obras civiles como presas, carreteras, etc., para garantizar su optimo funcionamiento y la seguridad de la población. Por lo que es necesario ir desarrollando mas modelos los cuales

busquen adaptarse mejor al comportamiento de los datos ya sea precipitación, temperatura, minerales, materiales de la corteza terrestre o cualquier fenómeno espacial o temporal y con esto poder encontrar la mejor estructura de correlación dentro de una gama mas variada de modelos a seleccionar.

La precipitación siempre se comporta diferente de un lugar a otro y de un tiempo a otro por lo que no hay ningún modo de predecir cuando tendrá lugar y de que tamaño será pero los eventos de precipitación pasados pueden proporcionar alguna información en cuanto a lo que se podría esperar.

LITERATURA CITADA

- Almeida, A.S. y Journel, A.G., 1994, Joint Simulation of Multiple Variables with a Markov-Type. Coregionalization Model, *Mathematical Geology*, Vol. 26, No. 5, pp. 565-588.
- Armstrong, M., 1994, "Bon Sens et Géostatistique", *Bulletin de Liaison des Anciens Stagiaires du Centre d'Etudes Supérieures des Matières Premières CESMAT*, No.40 Novembre 1994, 8 p.
- Armstrong, M. y Roth, C., 1997, Notas del curso Geoestadística Lineal, en el CFSG "Ciclo de Formación Especializada en Geoestadística", Curso: 1997-98, Centro de Geoestadística de la Escuela Nacional Superior de Minas de Paris, Fontainebleau, Francia.
- Bacchi, B. y Kottegoda, N.T., 1995, Identification and Calibration of Spatial Correlation Patterns of Rainfall, *Journal of Hydrology* 165, Elsevier Science B.V., pp. 311-348.
- Bretherton F. B., R. E. Davis, C. B. Fandry. "A technique for objective analysis and design of oceanographic experiments applied to MODE-73". *Deep-Sea Res.* Vol. 23. 1976. pp. 559-582.
- Carr, J.R., 1990, UVKRIG: A Frotram-77 Program for Universal Kriging, *Computers & Geosciences*, Vol.16, No.2, pp. 211-236.
- Carr, J.R., 1994, Order Relation Correction Experiments for Probability Kriging, *Mathematical Geology*, Vol. 26, No. 5, pp. 605-621.
- Carr, J.R., 1995, *Numerical Analysis for the Geological Sciences*, Prentice Hall Inc, 592p.
- Carr, J.R. y Mao, N., 1993, A General Form of Probability Kriging for Estimation of the Indicator and Uniform Transforms, *Mathematical Geology*, Vol. 25, No. 4, pp. 425-437.
- Carr, J.R. y Myers, D.E., 1990, Efficiency of Different Equation Solvers in CoKriging, *Computers & Geosciences*, Vol. 16, No. 5, pp. 705-716.
- Chantal de Fouquet 2007. Geostatistical characterization of the nitrogen dioxide concentration in an urban area. Part I: Spatial variability and cartography of the annual concentration.
- Cressie, N. & M. M. Majure. 1995. Non-Point Source Pollution of Surface Waters over a Watershed. Programme Abstracts of the third SPRUCE

- International Conference. Merida, Mexico.
- Christakos, G., y Raghu, V.R., 1996, Dynamic Stochastic Estimation of Physical Variables, *Mathematical Geology*, Vol. 28, No. 3, pp. 34-365.
- Christensen, R., 1990, The Equivalence of Prediction from Universal Kriging and Intrinsic Random Function Kriging, *Mathematical Geology*, Vol. 22, No. 6, pp. 655-664.
- Christensen, R., 1993, Quadratic Covariance Estimation and Equivalence of Predictions, *Mathematical Geology*, Vol. 25, No. 5, pp. 541-558.
- Cuador-Gil, J. Q. y Quintero, A., 1999, Análisis estructural: punto de partida de todo estudio geoestadístico. *Revista Minería y Geología*, Vol. XVI, No. 3, pp. 16-22.
- Cuador-Gil, J.Q., Quintero, A., y Estévez, E., 2000, La simulación condicional en Geoestadística. *Revista Minería y Geología*, Vol. XVII, No.1, pp. 47-50.
- David, M., 1977, *Geostatistical Ore Reserve Estimation*, Elsevier, Amsterdam, 364 p.
- Davis J. C. *Statistics and Data analysis in Geology*. Ed. John Wiley and Sons. New York. 1986. pp. 125- 134.
- Deutsch , C. V. & A. G. *Journal*. 1992. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York.
- Deutsch, C.V., 1994, Kriging With String of Data, *Mathematical Geology*, Vol. 26, No.5, pp. 623-638.
- Diggle, P., L. Harper y S. Simon. (1995). *Geoestatistical Analysis of Residual Contamination from Nuclear Weapons Testing*. Programme Abstracts of the third SPRUCE International Conference. Merida, Mexico.
- Dubrule, O. "Comparing Splines and Kriging". *Computers and Geosciences*. Vol. 10. 1984. pp. 327- 33.
- Dubrule, O., 1994, Estimating or Choosing A Geostatistical Model, R. Dimitrakopolous (de.), *Geostatistics for the Next Century*, pp. 3-14.
- Echaabi, J., Trochu, F. y Gauvim, R., 1995, A General Strength Theory for Composite Materials Based on Dual Kriging Interpolation, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.14, pp.211-232.
- Genton, M.G., 1998a, Highly Robust Variograms Estimation, *Mathematical Geology*, Vol. 30, No. 2.

- Genton, M.G., 1998b, Variograms Fitting by Generalized Least Squares Using an Explicit Formula for the Covariance Structure, *Mathematica Geology*, Vol. 30., No. 4. pp. 323-345.
- Goovaerts P. "Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall". *Journal of Hydrology*. Vol. 228. 2000. pp. 113-129.
- Gotway, C.A., 1991, Fitting Semivariogram Models by Weighted Least Squares, Short Note, *Computers & Geosciences*, Vol. 17, No. 1, pp.171-172.
- Haining R. *Spatial data analysis, theory and practice*. Ed. Cambridge University Press. Cambridge (UK). 2003. pp. 181-225.
- Host, G., Omre, H. y Switzer, P., 1995, Spatial Interpolation Error for Monitoring Data, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No. 431, pp. 853-861.
- Isaaks E. H. , R. Srivastava. *Applied Geostatistics*. Ed. Oxford University Press. New York. 1989. pp. 278- 290.
- Isaaks & Co., 1999, SAGE2001, *A Spatial and Geostatistical Environment for Variography*, San Mateo, California, 67 p.
- Jones, R.H. y Vecchia, A.V., 1993, Fitting Continuous ARMA Models to Unequally Spaced Spatial Data, *Journal of The American Statistical Association*, Vol. 88, No. 423, pp. 947-954.
- Journel A. G., C.J. Huijbregts. *Mining Geostatistics*, Ed. Academic Press. London (UK). 1978. pp. 202-515.
- Kiyono, J. y Suzuki, M., 1996, Conditional Simulation of Stochastic Waves by Using Kalman Filter and Kriging Techniques, *Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Mexico, June 23-28, 8 p.
- Krajewski, S. A. y Gibbs, B.L., 1993, *A Variogram Primer*, Gibbs Associates, 93 p.
- Krige, D. G. 1951. A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, 52: 119-139.
- Lamorey, G. y Jacobsom, E., 1995, Estimation of Semivariogram Parameters and Evaluation of the Effects of Data Sparsity, *Mathematical Geology*, Vol.27, No.3, pp. 327-358.

- Lantuéjoul, Ch., 1998, Notas del curso Simulación, en el CFSG "Ciclo de Formación Especializada en Geoestadística", Curso 1997-98, Centro de Geoestadística de la Escuela Superior de Minas de Paris, Fontainebleau, Francia.
- Lebel T. Moyenne spatiale de la pluie sur un bassin versant: estimation optimal, génération stochastiques et gradex des valeurs extremes. Thesis. D. I. USMG, INP. Grenoble (Francia). 1984. pp. 35-198.
- Liebelt P. B. An introduction to Optimal Estimation, Ed. Addison-Wesley. Boston (MA). 1967. pp. 62-102.
- Luciano V. Dutra, Corina Freitas 2005. Modeling Spatial tree patterns in the Tapajos forest using interferometric height.
- Matheron, G. 1962. Traite de Geostatistique Apliquee, Tome I. Memoires bureau de Recherches Geologiques et Minieres, N 24. Editions Bureau de Recherche et Minieres, Paris.
- McBratney, A. B., Webster, R. and Burgess, T. M. 1981. 'The Design of Optimal Sampling Schemes for Local Estimation and Mapping of Regionalized Variables I', Computers and Geosciences. 7(4): 331-334
- Myers, D.E., 1991d, Multidimensional Multivariable Smoothing, Spatial Statistics Imaging, pp. 275-285.
- Myers, D.E., 1992, Kriging, Cokriging, Radial Basic Functions and The Role of Positive Definiteness, Computers Mathematical Application, Vol. 24, No.12, pp.139-148.
- Pan, G. y Arik, A., 1993, Restricted Kriging for Mixture of Grade Models, Mathematical Geology, Vol. 25, No. 6, pp. 713-736.
- Pannatier, Y., 1993, Ms-Windows Program for exploratory variography and variogram modelling in 2D, International Workshop on Statistics of Spatial Processes-Theory and Applications, Bari, Italy 27-30 September 1993.
- Pawlowsky, V., Olea, R.A. y Davis, J.C., 1994, Additive Logratio Estimation of Regionalized Compositional Data: and Application to Calculation of Oil Reserves, Geostatistics for the Next Century, pp. 371-382.
- Peter Frykman 2001. Spatial variability in petrophysical properties in Upper Maastrichtian chalk outcrops at Stevns Klint, Denmark.

- Pitard, F. F., 1994, Exploration of the Nugget Effect, R. Dimitrakopolous (de.) Geostatistics for the Next Century, pp.124-136.
- Renard, D., 1998, Notas del curso Geoestadística No Estacionaria, en el CFSG "Ciclo de Formación Especializada en Geoestadística", Curso: 1997-98, Centro de Geoestadística de la Escuela Superior de Minas de Paris, Fontainebleau, Francia.
- Rivoirard, J. 1991, Introduction au Krigeage Disjonctif et a la Geostatistique non Lineaire, Centre de Géostatistique, Ecole des Minea de Paris, 99 p.
- Rivoirard, J. y Guiblin, P., 1997, Global Estimation Variance in Presence of Conditioning Parameters, E.Y.Baafi and N.A. Schofields (eds) Geostatistics Wollongong'96, Volume 1, pp. 246-257.
- Robertson, G. P. 1987. Geostatistics in Ecology: Interpolating with Know Variance. Ecology 68(3) : 744-748.
- Sahin, A. y Hassan, H.M., 1998, Enhancement of Permeability Variograms Using Outcrop Data, The Arabian Journal for Sciences and Engineering, Vol. 23, No. 1C, pp. 137-144.
- Samper, F.J. & J. Carrera 1990. Geoestadística. Aplicaciones a la Hidrogeología Subterránea. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Universitat Politècnica de Catalunya. Barcelona.
- Schaug, J., Iversen, T. y Pedersem, U., 1993, Comparison of Measurements and Model Results for Airborne Sulphur and Nitrogen Components with Kriging, Atmospheric Environment, Vol.27A, No. 6, pp. 831-844.
- Wackernagel, H., 1994, Cokriging versus Kriging in Regionalized Multivariate Data Analysis, Geoderma, 62, pp. 83-92.
- Wackernagel. H. 1995. Multivariate Geostatistics. An Introduction with Applications. Springer-Verlag, Berlín.
- Weerts, H.J.T. y Bierkens, M.F.P., 1993, Geostatistical Analysis of Over Bank Deposits of Anatomising and Meandering Fluvial Systems; Rhine-Meuse Delta, The Netherlands, Sedimentary Geology, 85, Elsevier Sciences Publishers B.V., pp. 221-232.
- Zhang, R., Myers, D. E. y Warrick, A. W., 1992, Estimation of the Spatial Distribution of Soil Chemical Using Pseudo Cross-Variograms, Soil Science Society of America Journal, Vol. 56, No. 5, pp.1444-1452.
- Zhang, X.F., Van Eijkeren, J.C.H. y Heemink, A.W., 1995, On the Weighted

Least Squares Method for Fitting a Semivariogram Model, Short Note,
Computers & Geosciences, Vol. 21, No. 4, pp. 605,608.

Zimmerman, D.L. y Zimmerman, M.B., 1991, A Comparison of Spatial
Semivariograms Estimators and Corresponding Ordinary Kriging
Predictors, Technometrics, Vol.33, No.1, pp. 77-91.

A.- ANEXOS

A1.- Programación de la interpolación por krigado para el modelo de Semivariograma propuesto

A1.1.- C.H. Malpaso

```
%Estación climatológica C.H. Malpaso
%Serie temporal de precipitación Agosto-Noviembre 2007

clc
clear all
close all

%Lectura de datos de precipitación

Est(:,1)=xlsread('C:\Tesismat\Tabla precip.xlsx', 'C2:C49'); %Malpaso

%Semivariograma experimental
%gamma=Semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo
h

N=length(Est);
gamma=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N

for i=1:N-h
gamma(h,e)=gamma(h,e)+(Est((i+h),e)-Est((i),e))^2;

end

gamma(h,e)=(1/(2*(N-h)))*gamma(h,e);

end

end

%Gráfica semivariograma experimental

figure
plot(gamma(:,1))

%Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para C.H.
Malpaso

%gamma0=Semivarianza inicial
%gammainf=Meseta
%A=Amplitud
%W=Frecuencia
%alp=Exponente de Hölder
%lam=Escala de tiempo característico
%phi=Desfasamiento
```

```

%lamx=Tiempo de autocorrelación

gamma0=[800];
gammainf=[900];
A=[0.1];
w=[0.5];
alp=[0.5];
lam=[0.9];
phi=[4];
lamx=[30];

%Semivariograma periódico desarrollado
%gamma22=Semivarianza para todos los tiempos separados por un
intervalo h

gamma2=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)-1

    gamma2(h,e)=(gamma0(e)+(gammainf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h+1)/2;
    gamma22(hh,e)=gamma2(h,e)

end
end

%Gráfica semivariograma periódico desarrollado ajustado al
semivariograma experimental

figure
hold on
plot(gamma(:,1))
plot(gamma2(:,1))

%Interpolación por krigeado

%Matriz A

for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)

    gamma3(h,e)=(gamma0(e)+(gammainf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h/2);
    gamma23(hh,e)=gamma3(h,e);

end
end

```

```

MA=zeros ((N/2)+2, (N/2)+2)

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j <= i
        MA(j,i)=0;
    else
        MA(j,i)=gamma23(j-i,1);
    end
end

end

MA=MA+MA';
MA((N/2)+2,:)=1;
MA(:,(N/2)+2)=1;
MA((N/2)+2,(N/2)+2)=0;

%Matriz b
b=zeros ((N/2)+2, (N/2)+2);

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j == i
        b(j,i)=gamma22(1,1);

    end
    if i==j-1
        b(j,i)=gamma22(1,1);
    end
    if j>=i+2
        b(j,i)=gamma22(j-i,1);
    end
end

end

end

for j=1:(N/2)
for i=1:(N/2)
    if j == i

    end
    if i==j-1

    end
    if i>j
        b(j,i)=gamma22(i-(j-1),1);
    end
end

end

end

b(:,(N/2)+1)=[];
b(:,(N/2)+1)=[];
b((N/2)+2,:)=1;

```

```

%Lamda=Factor de peso de cada intervalo de tiempo

lamda=zeros((N/2)+2,(N/2));
for i=1:(N/2)
    lamda(:,i)=MA^-1*b(:,i);
end

%Interpolación para los días no muestreados

for i=1:(N/2)
    for j=1:(N/2)
        Inter(j,i)=Est(j,1)*lamda(j,i);
    end
end

```


A1.2.- Ocotepec

```
%Estación climatológica Ocotepec
%Serie temporal de precipitación Agosto-Noviembre 2007

clc
clear all
close all

%Lectura de datos de precipitación

Est(:,2)=xlsread('C:\Tesismat\Tabla precip.xlsx', 'D2:D49'); %Ocotepec

%Semivariograma experimental
%gamma=Semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo
h

N=length(Est);
gamma=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N

for i=1:N-h
    gamma(h,e)=gamma(h,e)+(Est((i+h),e)-Est((i),e))^2;
end
gamma(h,e)=(1/(2*(N-h)))*gamma(h,e);

end

end

%Gráfica semivariograma experimental

figure
plot(gamma(:,2))

%Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para Ocotepec

%gamma0=Semivarianza inicial
%gammainf=Meseta
%A=Amplitud
%W=Frecuencia
%alp=Exponente de Hölder
%lam=Escala de tiempo característico
%phi=Desfasamiento
%lamx=Tiempo de autocorrelación

gamma0=[3500];
gammainf=[3500];
A=[0.6];
w=[0.75];
alp=[0.5];
lam=[1];
phi=[-3];
lamx=[40];
```

```

%Semivariograma periódico desarrollado
%gamma22=Semivarianza para todos los tiempos separados por un
intervalo h

gamma2=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)-1

    gamma2(h,e)=(gamma0(e)+(gamma1nf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*(h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h+1)/2;
    gamma22(hh,e)=gamma2(h,e)

end
end

%Gráfica semivariograma periódico desarrollado ajustado al
semivariograma experimental

figure
hold on
plot(gamma(:,2))
plot(gamma2(:,2))

%Interpolación por kriging

%Matriz A

for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)

    gamma3(h,e)=(gamma0(e)+(gamma1nf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*(h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h/2);
    gamma23(hh,e)=gamma3(h,e);

end
end

MA=zeros((N/2)+2,(N/2)+2)

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j <= i
        MA(j,i)=0;
    else
        MA(j,i)=gamma23(j-i,2);
    end
end

end

```

```

end

MA=MA+MA';
MA((N/2)+2,:) =1;
MA(:,(N/2)+2)=1;
MA((N/2)+2,(N/2)+2)=0;

%Matriz b

b=zeros((N/2)+2,(N/2)+2);

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j == i
        b(j,i)=gamma22(1,2);

        end
        if i==j-1
            b(j,i)=gamma22(1,2);
        end
        if j>=i+2
            b(j,i)=gamma22(j-i,2);
        end
    end

end
end

for j=1:(N/2)
for i=1:(N/2)
    if j == i

        end
        if i==j-1

        end
        if i>j
            b(j,i)=gamma22(i-(j-1),2);
        end
    end

end
end

b(:,(N/2)+1)=[];
b(:,(N/2)+1)=[];
b((N/2)+2,:)=1;

%Lamda=Factor de peso de cada intervalo de tiempo

lamda=zeros((N/2)+2,(N/2));
for i=1:(N/2)
    lamda(:,i)=MA^-1*b(:,i);
end

%Interpolación para los días no muestreados

```

```
for i=1:(N/2)
  for j=1:(N/2)
    Inter(j,i)=Est(j,2)*lamda(j,i);
  end
end
```

A1.3.- Sayula

```
%Estación climatológica Sayula
%Serie temporal de precipitación Agosto-Noviembre 2007

clc
clear all
close all

%Lectura de datos de precipitación

Est(:,3)=xlsread('C:\Tesismat\Tabla precip.xlsx', 'E2:E49'); %Sayula

%Semivariograma experimental
%gamma=Semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo
h

N=length(Est);
gamma=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N

for i=1:N-h
    gamma(h,e)=gamma(h,e)+(Est((i+h),e)-Est((i),e))^2;
end
gamma(h,e)=(1/(2*(N-h)))*gamma(h,e);

end

end

%Gráfica semivariograma experimental

figure
plot(gamma(:,3))

%Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para Sayula

%gamma0=Semivarianza inicial
%gammainf=Meseta
%A=Amplitud
%W=Frecuencia
%alp=Exponente de Hölder
%lam=Escala de tiempo característico
%phi=Desfasamiento
%lamx=Tiempo de autocorrelación

gamma0=[2500];
gammainf=[2500];
A=[0.2];
w=[0.7];
alp=[0.5];
lam=[0.1];
phi=[-3.5];
lamx=[40];
```

```

%Semivariograma periódico desarrollado
%gamma22=Semivarianza para todos los tiempos separados por un
intervalo h

gamma2=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)-1

    gamma2(h,e)=(gamma0(e)+(gamma1nf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h+1)/2;
    gamma22(hh,e)=gamma2(h,e)

end
end

%Gráfica semivariograma periódico desarrollado ajustado al
semivariograma experimental

figure
hold on
plot(gamma(:,3))
plot(gamma2(:,3))

%Interpolación por kriging

%Matriz A

for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)

    gamma3(h,e)=(gamma0(e)+(gamma1nf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e)))))*cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e))))));

    hh=(h/2);
    gamma23(hh,e)=gamma3(h,e);

end
end

MA=zeros((N/2)+2,(N/2)+2)

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j <= i
        MA(j,i)=0;
    else
        MA(j,i)=gamma23(j-i,3);
    end
end

end

```

```

end

MA=MA+MA';
MA((N/2)+2,:) = 1;
MA(:,(N/2)+2) = 1;
MA((N/2)+2,(N/2)+2) = 0;

%Matriz b

b=zeros((N/2)+2,(N/2)+2);

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j == i
        b(j,i)=gamma22(1,3);

        end
        if i==j-1
            b(j,i)=gamma22(1,3);
        end
        if j>=i+2
            b(j,i)=gamma22(j-i,3);
        end
    end

end
end

for j=1:(N/2)
for i=1:(N/2)
    if j == i

        end
        if i==j-1

        end
        if i>j
            b(j,i)=gamma22(i-(j-1),3);
        end
    end

end
end

b(:,(N/2)+1) = [];
b(:,(N/2)+1) = [];
b((N/2)+2,:) = 1;

%Lamda=Factor de peso de cada intervalo de tiempo

lamda=zeros((N/2)+2,(N/2));
for i=1:(N/2)
    lamda(:,i)=MA^-1*b(:,i);
end

```

```
%Interpolación para los días no muestreados

for i=1:(N/2)
    for j=1:(N/2)
        Inter(j,i)=Est(j,3)*lamda(j,i);
    end
end
```


A1.4.- C.H. Peñitas

```
%Estación climatológica C.H. Peñitas
%Serie temporal de precipitación Agosto-Noviembre 2007

clc
clear all
close all

%Lectura de datos de precipitación

Est(:,4)=xlsread('C:\Tesismat\Tabla precip.xlsx', 'F2:F49'); %Peñitas

%Semivariograma experimental
%gamma=Semivarianza para todos los tiempos separados por un intervalo
h

N=length(Est);
gamma=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N

for i=1:N-h
    gamma(h,e)=gamma(h,e)+(Est((i+h),e)-Est((i),e))^2;
end
gamma(h,e)=(1/(2*(N-h)))*gamma(h,e);

end

end

%Gráfica semivariograma experimental

figure
plot(gamma(:,4))

%Parámetros del semivariograma periódico desarrollado para C.H.
Peñitas

%gamma0=Semivarianza inicial
%gammainf=Meseta
%A=Amplitud
%W=Frecuencia
%alp=Exponente de Hölder
%lam=Escala de tiempo característico
%phi=Desfasamiento
%lamx=Tiempo de autocorrelación

gamma0=[0];
gammainf=[1400];
A=[0.2];
w=[0.7];
alp=[0.5];
lam=[0.1];
phi=[-3];
```

```

lamx=[90];

%Semivariograma periódico desarrollado
%gamma22=Semivarianza para todos los tiempos separados por un
intervalo h

gamma2=zeros(N,4);
for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)-1

    gamma2(h,e)=(gamma0(e)+(gammainf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e))))*(cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e)))))));

    hh=(h+1)/2;
    gamma22(hh,e)=gamma2(h,e)

end
end

%Gráfica semivariograma periódico desarrollado ajustado al
semivariograma experimental

figure
hold on
plot(gamma(:,4))
plot(gamma2(:,4))

%Interpolación por kriging

%Matriz A

for e=1:4
for h=1:N/2
    h=(2*h)

    gamma3(h,e)=(gamma0(e)+(gammainf(e)-gamma0(e))*(1+(A(e)*(exp(-
        (h/lamx(e))^(2*alp(e))))*(cos((w(e)*((h/lam(e))^(2*alp(e))))
        +phi(e))))*(1-(exp(-(h/lam(e))^(2*alp(e)))))));

    hh=(h/2);
    gamma23(hh,e)=gamma3(h,e);

end
end

MA=zeros((N/2)+2,(N/2)+2)

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
    if j <= i
        MA(j,i)=0;
    else
        MA(j,i)=gamma23(j-i,4);
    end
end

```

```

end
end

MA=MA+MA';
MA((N/2)+2,:) = 1;
MA(:,(N/2)+2) = 1;
MA((N/2)+2,(N/2)+2) = 0;

%Matriz b

b=zeros((N/2)+2,(N/2)+2);

for i=1:(N/2)+1
for j=1:(N/2)+1
if j == i
b(j,i) = gamma22(1,4);

end
if i==j-1
b(j,i) = gamma22(1,4);
end
if j>=i+2
b(j,i) = gamma22(j-i,4);
end

end
end

for j=1:(N/2)
for i=1:(N/2)
if j == i

end
if i==j-1

end
if i>j
b(j,i) = gamma22(i-(j-1),4);
end

end
end

b(:,(N/2)+1) = [];
b(:,(N/2)+1) = [];
b((N/2)+2,:) = 1;

%Lamda=Factor de peso de cada intervalo de tiempo

lamda=zeros((N/2)+2,(N/2));
for i=1:(N/2)
lamda(:,i) = MA^-1*b(:,i);
end

```

```
%Interpolación para los días no muestreados

for i=1:(N/2)
    for j=1:(N/2)
        Inter(j,i)=Est(j,4)*lamda(j,i);
    end
end
```