UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Fray Diego Rodríguez y el álgebra en la Nueva España

Tesis

Que para obtener el título de

Licenciado en Matemáticas Aplicadas

Presenta

Julio Cesar Ramos Hipólito

Dirigido por:

M. en C. Roberto Torres Hernández

Querétaro, Qro. Otoño del 2009

Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Dirección

ACUERDO 448/08

C. U. 20 de octubre de 2008

C. JULIO CESAR RAMOS HIPÓLITO
Pasante de la Licenciatura de Matemáticas Aplicadas
Presente.

Con relación a su oficio enviado al H. Consejo Académico de la Facultad en el que solicita titularse bajo la opción de tesis individual; me permito informarle que en la sesión ordinaria del 20 de octubre del año en curso, este cuerpo colegiado acordó aceptar la opción de titulación por lo que deberá trabajar en el tema "**Fray Diego Rodríguez y el Álgebra en la Nueva España**", bajo la dirección del M en C. Roberto Torres Hernández

El Contenido aceptado por el H. Consejo Académico es el siguiente:

Capitulo 1. Biografía.
Capitulo 2. Las ecuaciones cuadráticas en la obra de Fray Diego Rodríguez.
Capitulo 3. Cardano, Tartaglia y las ecuaciones de tercer y cuarto grado.
Capitulo 4. Fray Diego Rodríguez y las ecuaciones de grado superior.

También hago de su conocimiento las disposiciones de nuestra Facultad, en el sentido que antes del Examen profesional deberá cumplir con los requisitos de nuestra legislación y deberá imprimir el presente oficio en todos los ejemplares de su tesis.

Atentamente
"EL INGENIO PARA CREAR NO PARA DESTRUIR"

DR. GILBERTO HERRERA RUIZ
Director

DIRECCIÓN

c.c.p. Archivo

*GHR/DHM.

Centro Universitario
Cerro de las Campanas
Santiago de Querétaro
Qro., México C.P. 76010
01 (442) 192 12 00
Ext. Fax. 6005

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN

En el presente trabajo se estudian algunas partes del manuscrito *Teoría de Equaciones*, escrito alrededor del año 1650, por el padre mercedario Fray Diego Rodríguez.

Particularmente se analizan los métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas y su relación con la fórmula general, así como algunas consideraciones sobre las ecuaciones de grado superior.

Con este modesto trabajo se pretende rescatar el quehacer científico novohispano, cuya herencia es la intensa actividad matemática que vivimos hoy.

INTRODUCCIÓN

En general, son muy pocos los trabajos dedicados a la historia de la ciencia en México, y de estos, todavía son menos los dedicados a la matemática. Aunque hay excelente obras en estos temas, la gran mayoría de ellas son de corte eminentemente histórico. El análisis propiamente matemático del quehacer científico en la Nueva España es casi nulo. Con este antecedente, se hace urgente la necesidad de estudiar los manuscritos y fuentes originales para establecer un marco de referencia sobre el quehacer matemático que se produjo en la época colonial, y así ser consientes de la enorme riqueza y tradición heredada hasta nosotros por estos pioneros que con su saber, iniciaron los cimientos del gran edificio matemático del que disfrutamos hoy.

La presente tesis está dedicada al estudio de algunas partes del manuscrito *Teoria de Equaciones*, escrito alrededor del año 1650, por el padre mercedario Fray Diego Rodríguez.

La elección de esta obra y de este personaje se debe a que el padre Rodríguez fue una personalidad dentro de la vida cultural de su época, además de que no deja de sorprender, hablando ya de la parte matemática, que apenas algunas décadas después de la publicación de la obra de Tartaglia, Fray Diego escribe en esta obra su desacuerdo con algunas partes de la solución a las ecuaciones cúbicas.

En el primer capitulo se bosqueja de manera breve, la biografía y las obras que han llegado hasta nosotros de Fray Diego Rodríguez. Hasta donde sabemos, no se ha conservado un retrato de nuestro personaje.

En el segundo, se describe el manuscrito en sí, su forma, tamaño, número de hojas y algunas muestras digitalizadas de las páginas y de la caligrafía estudiada. Se estudian también algunos ejemplos de la ecuación cuadrática. Se trascriben partes integras del texto original y se analizan a la luz de los métodos y notación actuales.

En el capítulo 3 se presenta el método clásico de Tartaglia para la solución de las ecuaciones de grado tres y cuatro.

En el último capítulo se analizan algunos ejemplos de Fray Diego y comentarios a las ecuaciones de grado superior.

Finalmente, podemos comentar que la historia de la matemática ha sido estudiada por la didáctica de la matemática bajo distintos puntos de vista: desde informaciones históricas que sirven para motivar un nuevo tema, hasta la construcción de secuencias didácticas inspiradas en la progresión histórica seguida en el desarrollo de algunas teorías. En cualquier caso, la historia nos ofrece diferentes situaciones las cuales pueden ser la base de actividades didácticas en el aula e incluso pueden ser utilizadas por el profesor como referencia para anticipar dificultades o errores posibles en el aprendizaje del estudiante.

Ojala este modesto trabajo sea el inicio de la recuperación de nuestro pasado matemático y sirva como aliciente a otros para continuar con este tipo de investigaciones, en esa búsqueda del pasado para entender el presente y soñar nuestro futuro.

Capítulo 1

Biografía

Fray Diego Rodríguez, vida y obra

Algo de su biografía

La biografía de un hombre de ciencia es en gran medida la historia de su obra. No es fácil reconstruir aquella prescindiendo de ésta ni viceversa. A pesar de ello, la mayoría de los estudios que intentan delinear el retrato de un científico tienden casi siempre a divorciar la vida de la obra, poniendo el acento en una de ambas o bien, en el mejor de los casos, exponiendo cada una de ellas por separado. Este enfoque que nos parece convencional y arbitrario es aparentemente difícil de esquinar sobre todo si el biografiado en cuestión dirigió sus esfuerzos hacia el campo de las ciencias exactas, en particular al de las matemáticas, ya que la esfera de abstracción de estas últimas parecería que solo tiene contactos tangenciales con la esfera de la vida del científico que le es devoto. Se diría que las ciencias exactas poseen vida propia y que cada descubrimiento en sus dominios es independiente de la personalidad del hombre que lo realizó. En ello incluso se ha querido ver al notable contraste de las ciencias con las artes ya que estas últimas son expresiones evidentes de la personalidad del creador, quien puede reconocerse e identificarse a través de su obra. En cambio el descubrimiento científico no nos revela a su autor ni su personalidad. Incluso puede darse el caso, cada vez más frecuente, de que un descubrimiento pueda ser hecho simultáneamente por varios investigadores. Bien conocida es la aseveración de Albert Einstein quien sostenía que si Newton y Leibniz no hubiesen existido, tarde o temprano se hubiera descubierto el cálculo integral, pero que si Beethoven no hubiese pasado por este planeta nunca tendríamos la sinfonía en Do menor (quinta sinfonía).

Afortunadamente para los hombres de ciencia, y para aquellos temerarios historiadores que se lanzan por el trillado camino de la semblanza biográfica, existen otros recursos historiográficos, que a la vez que salvan del olvido la vida no siempre apacible de aquél, le permiten a este último distraer sus ocios en la enjundia de la investigación. Estos recursos parten de una premisa que consideramos verdadera: así como la vida de un científico está en su obra, esta sirve a su vez para indicar los caminos que siguió en sus investigaciones, sus titubeos, hallazgos y fracasos; en sus escritos y modos de pensamiento, por abstractos que sean, así como en su actividad científica y en sus inclinaciones, se refleja su personalidad. Además, no debemos subestimar el influjo de los condicionantes externos en la conformación de esta última, pues no se ha dado todavía el caso de que un científico florezca ajeno totalmente a las circunstancias políticas o económicas de la sociedad a la que pertenece. La influencia de estos factores es a menudo decisiva en ciertos aspectos de la labor científica aunque resulta inoperante en otros; sin embargo en ambos casos su presencia debe ser destacada. Por otra parte no se puede negar que las grandes corrientes científicas tienen filiaciones, a veces poco evidentes, con las circunstancias socioeconómicas donde se desenvuelven y a menudo la yuxtaposición de los aspectos cotidianos del quehacer científico de una sociedad con sus condicionantes externos dan la clave del comportamiento de la comunidad de hombres de ciencia que laboran en medio de ella y que son adictos a una determinada corriente de pensamiento científico. En el caso concreto que aquí estudiamos es evidente que en el México colonial de los siglos XVII y XVIII algunas de las corrientes científicas adoptadas por los hombres de ciencia reflejaron una postura sociopolítica definida, su influencia en este aspecto de la Colonia nunca fue de verdadera importancia.

Del grupo de hombres de ciencia novohispanos que florecieron en estos dos siglos destaca un personaje que, tanto por su labor como por sus aportaciones, propicio como ningún otro el desenvolvimiento científico de México. El tiempo ha sido severo con los testimonios acerca de él, pero algunos de sus escritos, aunque dispersos, han sobrevivido y rastros de la existencia de fray Diego Rodríguez pueden ser todavía resaltados. Los escasos datos nos permiten perfilar y recapturar al matemático y astrónomo, quien poseía una peculiar visión del mundo no siempre compartida por sus contemporáneos, lo que seguramente contribuyo a desdibujar su perfil histórico. Éste es posiblemente el aspecto fundamental de su vida y de su obra.

Fray Diego Rodríguez nació -según el cronista mercedario fray Francisco de Pareja- en Atitalac, en el Arzobispado de México, hacia 1596. En los registros de "Bautizos de españoles de la catedral metropolitana", se localiza un acta en la cual se asienta:

En veinte y uno de noviembre de noventa y seis, yo el cura de Aranguren con licencia del doctor Joseph López, bautice a Diego, hijo de Pedro Rodríguez y de Mariana Meprada su mujer, fue su padrino Juan Martín Mieno y Leonor de Valeruejaradra.

Si bien no se tiene absoluta seguridad de que este registro corresponda a fray Diego Rodríguez, es posible que así sea. Sus padres eran españoles y cristianos pero de escasos recursos, lo cual no impidió que lo enviaran a la capital del virreinato a estudiar gramática. Antes de cursar estudios mayores de filosofía ingreso en la Orden de la Merced (establecida desde 1594) en donde profeso el 8 de abril de 1613. Fray Diego Rodríguez cursó los estudios que se acostumbraban en dicha provincia mostrando desde el principio una decidida inclinación por las matemáticas.

Fue nombrado predicador de la Orden y en el año de1623 comendador del convento de Veracruz, cargo que ocupó hasta 1627 en que entró en serias dificultades con el padre visitador de la provincia, quien lo acusaba de peculado. Hecho que impidió que la solicitud para optar al grado de maestro que dirigió al capitulo provincial de 1641 fuese aprobada.

La predisposición de fray Diego Rodríguez a los estudios de matemáticas (en las que tuvo por maestro al padre fray Juan Gómez), hicieron que recayese en él la elección del claustro universitario para erigir la cátedra de astrología y matemáticas. Por mandamiento expedido el 22 de febrero de 1637, y en reconocimiento de su "solicitud y cuidado" en el estudio de las matemáticas, a las que había dedicado "más de treinta años", le fue otorgado el nombramiento de catedrático de matemáticas. Se hacían valer asimismo los "escritos y tratados" que había redactado. El nombramiento fue confirmado por el virrey marqués de Cadereyta el 23 de marzo de 1637 y el día 26 Fray Diego tomó posesión de dicho cargo con un sueldo anual de cien pesos.

La asignatura era obligatoria para los estudiantes de la Facultad de Medicina. La apertura de esta cátedra marca un hito en la historia de la ciencia novohispana. Fue el primer curso que incorporaba a los estudios tradicionales otros de corte totalmente moderno. La proporción de astrología incorporaba difíciles y novedosos estudios de astronomía, trigonometría, geometría, álgebra y cosmografía. En matemáticas se exponía a Euclides y a Juan de Monterregio pero no se excluían los estudios modernos de Tartaglia, Cardano, Bombelli, Neper, Stevin, etc.

Las actividades de fray Diego dentro del claustro universitario fueron de diversa índole. Por sus habilidades aritméticas, fue nombrado contador de la Real y Pontificia Universidad. En 1640 formo parte del "claustro pleno" que vetó un nombramiento arbitrario de virrey marqués de Villena, hecho que violaba los estatutos y que fue origen de un largo y penoso pleito entre las autoridades universitarias y el virrey.

Conoció los problemas que originaba la construcción del desagüe de la ciudad de México, ya que formaba parte de la comisión que en el año de 1637 estudio el informe que sobre el mismo envió a la universidad el marqués de Cadereyta. En estas tareas tuvo un papel relevante ya que, en compañía de otros peritos, realizó una visita al tajo que se estaba abriendo y cúbico los volúmenes de tierra que se necesitaban desalojar.

En 1654 fue terminado el primer cuerpo de la torre oriental de dicho templo y se hizo necesario bajar las pesadas campanas que permanecían en la torre antigua y subirlas a la nueva. Como la labor requería de conocimientos de ingeniería, el virrey duque de Alburquerque, convoco a diversos maestros que fuesen peritos en tales actividades. Fueron presentados cinco proyectos entre los cuales estaba el de fray Diego Rodríguez, el cual salió premiado. Nuestro mercedario se dio a la tarea de construir aparatos de madera necesarios para lograr la maniobra, el 24 de marzo de 1654 iniciaron las obras de descenso y ascenso culminando en el mes de noviembre de dicho año.

Es posible que sus labores en la catedral lo hayan hecho entrar en relación con el "maestro mayor de obras": el arquitecto, bibliófilo y astrólogo Melchor Pérez de Soto, cuyo proceso por practicar la astrología judiciaria varias veces estudiada. En un proceso anterior, que data de 1650, llevado a cabo contra un astrólogo mulato llamado Gaspar Rivero Vasconcelos, fueron mencionados repetidas veces los nombres de Pérez de Soto y de fray Diego Rodríguez; sin embargo el Santo Oficio considero prudente procesar solo al primero, dadas las evidencias acumuladas en su contra.

Fray Diego Rodríguez junto con el medico Gabriel López de Bonilla (mencionado varias veces por Pérez de Soto en su proceso) determinaron la longitud del valle de México. En 1665 fue nombrado comendador del convento de la Merced de México, a los 6 meses renuncio "por que su vejez y continuos achaques lo impedían". A principios de marzo de 1668 cayó enfermo de tarbadillo, enfermedad de la que no logro curarse, falleciendo el 9 de marzo de 1668.

Obras manuscritas e impresas

Fray Diego pertenece a la serie de personajes que, acorde con la época en que vivieron, muestran una gran capacidad para abarcar varios campos y aproximaciones a la ciencia. En el espíritu de cultura barroca, su actividad se caracterizó por un pragmatismo de base teórica, ordenado por la prudencia, que no permitía aun a sus actores salirse de la disciplina y el orden regidos por una organización general que estaba representada por la iglesia y por el estado.

Su vocación profesional se revela tempranamente en las matemáticas y, a partir de ellas, incursiona en campos científicos aledaños que guardan estrecha relación. En ellos aporta conocimientos a la ciencia de los números, a la astronomía, la astrología, la geografía, ingeniería y la gnomónica. En el nivel empírico y de aplicación técnica, incursiona en la instrumentación, mediante la construcción de relojes de sol y de aparatos de ingeniería y astronomía.

Un impreso y seis manuscritos, todos ellos de carácter puramente científico, constituyen la obra de fray Diego Rodríguez.

Obras manuscritas

1. Tractatus Proemialium Mathematices y de Geometría del P. F. Diego Rodríguez Mercedario de Mejico. (119 f.)

2. De los logaritmos y Aritmética del P. F. Diego Rodríguez Mercedario de Mejico. (164 f.)

3. Tratado de la equaciones. Fabrica y uso de la Tabla Algebraica discursiva. Por el P. F. Diego Rodríguez mercedario de mejico. Florencio a mediados del siglo XVII. (157 f.)

4. Tratado del modo de fabricar reloxes Horizontales, Verticales, Orient.s etc. Con declinación, inclinación o sin ella: por senos rectos, tangentes, etc. Para por vía de números fabricarlos con facilidad. Por el P. F. Diego Rodríguez Mercedario Calzado de Mejico. (145 f.)

5. Modo de calcular qualquier eclipse de sol y luna según las tablas arriba puestas del movimiento del Sol y Luna según Tychon. (15 f.)

6. Doctrina general repartida por los capítulos de los eclipses de Sol y Luna que suceden en los 90 grados de eclíptica sobre el horizonte en todas las alturas de polo así septentrionales como meridionales. Por el P. F. Diego Rodríguez del orden de nuestra señora de la Merced Ron. de Cautivos. (70 f.)

Obra impresa

7. Discurso etheorológico del Nuevo Cometa, visto en aqueste Hemisferio Mexicano; y generalmente en todo el mundo. Este año de 1652... Compuesto por el P. F. Diego Rodríguez, del Orden de Nra. Señora de la Merced, Redención de Cautivos y Catedrático en propiedad de Matemáticas en aquesta Real Universidad de México... Con licencia en México, Por la Viuda de Bernardo Calderón, en la calle de San Agustín, donde se venden. (32 f.)

Además de estas obras, fray Diego Rodríguez escribió una obra de mayores alcances sobre los logaritmos, la cual esta perdida.

El esquema general de su obra es el siguiente:

I. Matemáticas "puras"

Geometría: Traducción y comentarios a Euclides. Resolución de triángulos, y cálculos de áreas en función de los lados; círculo, elipse, parábola, hipérbola; perspectiva, dióptrica, catóptrica, óptica.

Aritmética: Numeración, las cuatro operaciones con enteros y quebrados, progresiones aritméticas, raíces cuadradas y cúbicas de cuadrados y cubos perfectos e imperfectos; exponentes, cuadrados, cubos; proporciones, regla de tres; cálculo.

Álgebra: Ecuaciones cuadráticas, cúbicas y de cuarto grado. Logaritmos.

Trigonometría: Funciones trigonométricas, tablas, ecuaciones trigonométricas, tablas logarítmicas de funciones trigonométricas, trigonometría esférica: triángulos esféricos.

II. Matemáticas "impuras"

Gnomónica. Mecánica. Arquitectura. Artes bélicas. Astronomía. Fabricación de astrolabios. Astrología judiciaria. Meteorología. Música. Cosmografía. Geografía. Prosopografía. Geodesia. Magnetismo. Hidrostática. Calendarios.

En la Geometría, analiza las figuras simples y se detiene largamente en el estudio del círculo, la parábola, la elipse y la hipérbola. Incluye problemas geométricos interesantes. Hacia el final inserta un breve tratado de aritmética donde ofrece ciertas nociones sobre raíces y potencias, remitiendo para una mayor expresión en su tratado de algoritmos y aritmética. En está fray Diego da instrucciones para su manejo y demostraciones para ejercitarse. Pasa luego a explicar su aplicación a la resolución de potencias y raíces. Luego redacta las primeras tablas logarítmicas de funciones trigonométricas.

En su tratado de las ecuaciones, desarrolla la solución de ecuaciones cuadráticas, cúbicas y de cuarto grado con las variantes de cada una. Este es el tratado más completo y mejor elaborado de toda su obra.

Escritos astronómicos

A la gnomónica y a la astronomía ramas de las "Matemáticas impuras" concedió particular interés, ya que son disciplinas muy relacionadas entre sí. La exactitud exigida por las mediciones astronómicas requería de relojes precisos (ya que un error en segundos de tiempo equivale a minutos de arco). El intercambio de datos podía permitir determinar la longitud de un sitio. Consiente de esta necesidad fray Diego redacto el Tratado del modo de fabricar relojes, que pretendía una cronometría exacta que le facilitase sus cálculos astronómicos. Los métodos utilizados son principalmente geométricos.

En el año de 1638 logró fijar la longitud del Valle de México con una precisión que ahora nos sorprende. El 20 de diciembre de 1638 ocurrió un eclipse de luna que fue observado por fray Diego Rodríguez y por el medico y astrólogo Gabriel López de Bonilla. Las mediciones astronómicas las incluyo Fray Diego Rodríguez en la última parte de su obra Tratado del modo de fabricar relojes, en donde inserto un interesante esquema del fenómeno. El método que empleo fue el de la diferencia de meridianos usando para ello las tablas astronómicas de Antonio Magini, Tycho Brahe, Kepler, Lansbergio y longomontano. Estas últimas están en su obra Doctrina general repartida por capítulos de eclipses de sol y luna. Los puntos geográficos de referencia fueron Venecia, Graz, Hveen-Uranibourg, Francfort y Roma.

El eclipse se inició a las 6 de la tarde con 37 minutos y dio fin a las 8 de la noche con 36 minutos. Su duración fue entonces de una hora con 36 minutos. El primer contacto no pudo ser observado con precisión por fray Diego debido a los "muy gruesos vapores que estaban en el horizonte", lo que afortunadamente no ocurrió con el último contacto. A efecto de medir con precisión el fenómeno, utilizo varios relojes que, según él, "andaban buenos". A partir de los resultados que obtuvo realizó un primer cálculo trigonométrico, por medio de aproximaciones sucesivas y empleando logaritmos en las operaciones, de la longitud de la ciudad de México, la cual situó a las 7 horas 51' al occidente de Francfort. Un nuevo fenómeno celeste, el eclipse de Sol del 9 de mayo de 1641, observado por un discípulo suyo en Lima, le permitió afinar más sus estimaciones para determinar así, con precisión, la posición geográfica de México, la cual fijo en 6 horas 45 minutos 50 segundos. El resultado de los cálculos obtenidos fue 101°27′30" al occidente del país. Existen otros cálculos sobre la longitud del Valle de México:

Fray Diego Rodríguez (1638) 6h 45′ 50"

Carlos de Sigüenza y Góngora (1690) 6h 48′ 5"

Joaquín Velásquez de León (1762) 6h 47′ 2"

José Antonio Alzate (1786) 6h 42′ 0"

Alejandro de Humboldt (1803) 6h 45′ 42"

Francisco Díaz Covarrubias (1881) 6h 45′ 49" 2

El error de fray Diego es de "ocho décimas de segundo en tiempo o doce segundos en arco".

De la exactitud de esta determinación dio cuenta, a fines del siglo XVII, Sigüenza y Góngora, quien conoció la doctrina de fray Diego y la utilizó en la elaboración de su Libro astronómica y philosophica. Desconocía, sin embargo, los otros cálculos trigonométricos del padre Rodríguez y se aventuro a corregirlo fijándole al Valle de México de 6 horas 45 minutos 5 segundos al occidente del país. En el año de 1859, al hacer un recuento comparativo de las determinaciones de la longitud del Valle de México, realizadas por sabios mexicanos en los siglos XVII y XVIII, Díaz Covarrubias no dejo de sorprenderse ante los resultados obtenidos por el padre Rodríguez más de dos siglos atrás, resultados que habían podido ser superados en todo ese tiempo, en que las técnicas de observación y medición habían alcanzado enormes avances. De hecho para los historiadores de la astronomía mexicana del siglo XIX (Orozco y Berra) no dejo de resultar un misterio el modus operandi de esos astrónomos novohispanos que, con elementos de trabajo muy precarios, habían superado en la exactitud de sus mediciones no sólo a sus colegas europeos, sino también a la numerosa serie de observadores que los sucedieron en México en los siglos XVII y XVIII.

Una lectura de las obras científicas de fray Diego nos lo revela no sólo un sagaz astrónomo práctico, sino también como un notable matemático teórico, para quien la trigonometría esférica era, como él dice, el fundamento de la astronomía de observación y el "alma de las matemáticas". Con esa preparación teórica no es extraño que nuestro mercedario haya logrado un alto grado de excelencia al consagrarse a las "matemáticas aplicadas", en las cuales supo y pudo realizar algunas innovaciones, en particular en esa rama a la que sabemos que le concedió un interés especial, es decir, la gnomónica, a la cual consideraba, como condición de las observaciones astronómicas precisas. Fue entonces a la cronometría matemática a la que fray Diego debió la acuciosidad de sus observaciones y a su pericia trigonométrica, la exactitud de sus cálculos. La combinación de ambas ramas de la matemática, las "puras" y las "impuras o aplicadas", le permitió llegar a los resultados que hemos señalado.

El ambiente científico de la época

Hasta aproximadamente 1640 las matemáticas que se estudiaban en México no eran otras que las del Renacimiento: geometría clásica, álgebra, aritmética y un poco de trigonometría. Lugar relevante ocupaba la ciencia de los números, la cual no dudamos en calificar de "aritmosofía", pues como hereda de la vieja tradición hermético-pitagórica intentaba determinar el papel de los números en la aprehensión de la idea de belleza basada en una armonía o un equilibrio. Desde el punto de vista matemático el mundo de las esferas y los círculos planetarios, era tan armonioso que resultaba fiel retrato de su creador, tal como lo afirmo una y otra vez fray Luis de Granada en su Introducción al Símbolo de la Fe. Asimismo existía una correspondencia entre los conceptos numéricos y las artes. En el siglo XVII Leibniz, inmerso todavía en esta tradición, afirma que la música era un cálculo efectuado por el espíritu sin percatarse de que estaba contando, es decir que la música era una relación numeral "sentida". Con ello retomaba la idea agustiniana y neoplatónica que decía que la esencia del arte estaba en el número, o incluso llego a asegurar que el arte no era si no la expresión más elevada de una aritmética interior e inconsciente. Y en la Nueva España, un monje mercedario, Diego Rodríguez sostenía que la música estaba formada por "series numeradas concretas". En suma, desde el punto de vista de estos matemáticos, la armonía entre macrocosmos y microcosmos, era evidente e incluso aritméticamente demostrable, pues los números eran realidades y no meras abstracciones.

Tanto en Europa como en México los problemas que invalidaban estas teorías empezaron a surgir cuando se difundieron las teorías planetarias de Kepler y el álgebra superior de los italianos de finales del siglo XVI. Esto no quiere decir que la vieja "aritmosofía" abandonara el campo sin más.

La apertura de la cátedra de astrología y matemáticas en 1638, regenteada por el padre Rodríguez, permitió que se difundiera entre algunos intelectuales mexicanos las teorías de Kepler acerca de la verdadera configuración de los espacios celestes. Sus famosas tres leyes planetarias rompían la armonía de los círculos, tan caros a la vieja astronomía, sea tolemaica o copernicana, y le daban al cosmos ya no un centro único, fuera del Sol o la Tierra, sino varios centros, pues las órbitas descritas por los planetas no eran círculos sino elipses, es decir, figuras con dos focos, figuras desdobladas, imágenes en el espejo. Además estas elipses no las formaban los planetas --como en el cosmos de Copernico- siguiendo velocidades uniformes, sino aceleradas. El espacio adquiría fuerza dinámica, era el resultado de vectores que operaban en un espacio no limitado, acaso infinito. Kepler mismo, espantado ante este descubrimiento, afirmó que el pensamiento de la infinitud del universo implicaba un "horror secreto", pues el hombre se sentía errante" en medio de esa inmensidad-decía- a la cual se ha negado todo limite, todo centro, y por ello mismo todo lugar determinado". Pero otros elementos vinieron a sumarse a este desquiciamiento. Si de la cosmología pasamos a la teoría de los números que la sustentaba, el derrumbe será total pues los nuevos descubrimientos algebraicos demostraron la existencia de números que no eran reales ni podían serlo. Y esos números siempre habían existido junto a las series reales que revelaban la armonía del cosmos y la naturaleza del arte. Éstos eran los complicados números imaginarios.

Cuando fray Diego Rodríguez resolvió un cierto caso de la ecuación de tercer grado encontró que existían raíces que no eran reales, es decir que estaban formadas por la raíz cuadrada de un número negativo. Como lo hiciera Descartes por esas mismas fechas, el padre Rodríguez las declaro "falsas" y las rechazo por imposibles. Pero a medida que avanzaba en sus estudios algebraicos se dio cuenta que los números no reales eran difíciles de evitar y --derrotado- terminó, como sus colegas del otro lado del Atlántico, por aceptar su existencia. Así entraron en México los números "imaginarios", es decir aquellos números que no eran reales pero paradójicamente sí existían. Apenas podemos comprender la transformación mental que supuso este descubrimiento. Era la aceptación de la realidad de lo imaginario. Hacia el final de sus voluminosos manuscritos de álgebra el padre Rodríguez capitulaba y aceptaba la existencia de lo que por definición no podía existir. Su solución personal de las ecuaciones de cuarto grado incluye raíces imaginarias. Pero no todos aceptaron tan fácilmente esta revolución en los números que corría paralela a la revolución en los círculos y las elipses planetarias. Leibniz rechazo su existencia cuando afirmo irónicamente que los números imaginarios eran "un excelente y maravilloso refugio del Espíritu Santo, una especie de anfibio entre ser y no ser"; y todavía en el siglo XVIII Euler los describió como "nada, o menos que nada". Los números imaginarios y las elipses planetarias son las dos caras de una misma revolución conceptual que incluso sus realizadores aceptaron con dificultad pero que terminó por imponerse. Ahora bien, es evidente que semejantes postulados no iban a dejar intocadas las ideas estéticas, porque, bien visto, ¿no al hablar de elipses, de desdoblamientos, de espejos, de espacios ilimitados, de la realidad de lo imaginario, estamos hablando de elementos constitutivos del arte barroco? Sin embargo aquellos términos no son categorías estéticas sino matemáticas o astronómicas que los historiadores trasladaron impunemente al mundo de las artes. No es casual que la elipse o la hipérbola (una especie de elipse infinita), sean figuras literarias propias de esta época, ni tampoco es casual que el espacio arquitectónico nos de la impresión de infinitud con sus perspectivas engañosas. Y en el caso especifico del barroco mexicano varios estudiosos lo han caracterizado como una huída hacia lo ficticio, que adquiere a menudo las formas de una fuga musical en donde "lo fáctico trata de alcanzar en desenfrenada carrera a lo imaginado" que a su vez distorsiona lo real. Y estas imágenes repetidas, fatigadas, acaban de adquirir un sentido de verdad y de realidad. Con todas las distancias guardadas, esto podría ser bien el epítome de la difusión de las matemáticas modernas en México en el siglo XVII y no solamente del arte barroco. Así, no es difícil evocar una Nueva España donde los pintores, arquitectos y literatos compartían los presupuestos teóricos que se enseñaban en la cátedra universitaria de matemáticas.

Tanto la cosmología Kepleriana como los números imaginarios tienen también virtudes estéticas, pues la matemática tiene su propia belleza aunque en este caso no sea la belleza clásica provista de una voluntad de equilibrio, sino una belleza peculiar (barroca, inmensa, en vértigo que da la presencia real de lo inexistente). Es por ello que las matemáticas y el arte del siglo XVII parecen sobrevolar los dominios de lo empírico, de los hechos irreductibles y obstinados, y buscan ambos captar intuitivamente lo desconocido.

Las aptitudes de espíritu matemático para evadirse de la realidad física nunca fueron tan obvias como en esta época ese espíritu dejó traslucir su verdadera naturaleza estética al bautizar a los números que antes eran seguras y amadas realidades con nombres tales como números irracionales, complejos, ideales, trascendentes, imaginarios, que nos manifiestan una terminología muy poco científico, que más busca eternizar emociones estéticas que encontrar definiciones claras y distintas. Y es que la intuición artística tiene certidumbres que el empirismo no conoce.

El reloj de Oaxaca

En el claustro del majestuoso convento de Santo Domingo de la ciudad de Oaxaca existe un valioso aunque olvidado testimonio de la historia de la ciencia en México. Se trata de un reloj de Sol construido en el año de 1639 por fray Diego Rodríguez.

Nadie puede negar que la contemplación de un viejo y venerable testigo del pasado como es ese reloj solar, nos permite evocar épocas en que el tiempo se movía más lentamente, la vida era sin duda, menos complicada y donde era más fácil relajarse y meditar. Adosados a los muros de las iglesias o de las casas, los relojes de sol tienen un atractivo único para el historiador que los mira como un símbolo de la caducidad de las cosas y para el científico que los considera como representantes de un momento capital en el desarrollo de la astronomía. Sin embargo, la ciencia de estos relojes no ha sido olvidada y hoy en día son numerosas las personas que cultivan gnomónica, que así se denomina al arte de los relojes de sol.

Estos viejos instrumentos científicos son una especie de intermediarios entre la visible aunque solamente aparente trayectoria del sol y nuestra comprensión indirecta del movimiento real de nuestro planeta. Al ver la sombra de la aguja o gnomon recorrer el cuadrante podemos desde la tierra imaginar al Sol en su camino por el firmamento a lo largo de la eclíptica.

La gnomónica es una ciencia muy antigua. Ya en el siglo XVI había poco que decir o inventar acerca de los relojes solares, pues ese arte varias veces milenario había sido perfeccionado hasta llegar a un estado muy avanzado durante años de la baja Edad Media. Sin embargo, a partir del Renacimiento los fabricantes de relojes fueron lo bastante originales para darle una gran diversidad de formas, pues estaban destinados a adornar todo tipo de paredes, patios, jardineros o fuentes. Los relojes solares adquirieron formas insospechadas: esferas, cubos, cilindros. Incluso llegaron a construirse relojes de sol portátiles y aún se interesaron en hermosos anillos de mano labrados.

Las bases teóricas de la gnomónica son bastante sencillas. Un reloj solar puede ser definido llanamente como un instrumento provisto de una aguja metálica fija que arroja una sombra sobre una superficie en la que existen trazadas unas líneas-hora. La aguja se halla colocada en el punto de convergencia de esas líneas-hora.

Hasta la tercera mitad del siglo XVII se elabora en México un tratado de la gnomónica, el constructor del bello reloj de sol del Convento de Santo Domingo es fray Diego Rodríguez. La obra lleva el titulo Tratado del modo de fabricar reloxes, consta de 145 folios y ha quedado manuscrita. La obra puede dividirse en once secciones, las partes primera a cuarta exponen aspectos teóricos de la gnomónica, la quinta a la novena están destinadas a la construcción de relojes de sol (incluida una descripción del que envió a

Oaxaca) y las dos ultimas secciones abordan un problema concreto: el cálculo de dos eclipses acaecidos en los años 1638 y 1641. La obra fue redactada en varios años y probablemente es el borrador de un texto más grande al que fray Diego denomina "nuestro cartapacio de marca mayor", que posiblemente tenía destinado para la imprenta, y que como todas sus obras matemáticas permaneció inédito o bien se perdió. Los autores que consultó para elaborar su obra no son numerosos, pero sí los más representativos de su época que trataron ese tema. En primer lugar está el jesuita Clavio, autor de una gnomónica dividida en ocho libros publicados en 1581. Este voluminoso y confuso texto, así como el tratado del Astrolabio del mismo autor, fueron leídas por fray Diego. El segundo autor al que acudió fue Oroncio Fineo, de quien dice haber utilizado su obra De solaribus horologiis, para la construcción de sus propios relojes de sol.

Otros autores fueron Andreas Schoner, geómetra de siglo XVI, Adrián Metio de quien tomó los métodos para afinar en cálculo de las latitudes, Johannes Sttoefler astrónomo del siglo XVI cuyas tablas fueron utilizadas por cosmógrafos y navegantes, Antonio Magini cuyas tablas eran muy exactas y las favoritas de fray Diego Rodríguez y por ultimo John Neper el descubridor de los logaritmos.

Los diferentes relojes de sol que se pueden construir sean con declinación o sin ella son: horizontales, verticales, orientales, occidentales y polares, distingue los relojes "estables" o fijos de los "portátiles"; los primeros destinados a un lugar único y a una latitud particular; los segundos adaptables a cualquier latitud. Sus explicaciones acerca de los relojes ecuatoriales, horizontales y verticales son muy amplias, debido a que fueron los que él construyó. Incluso dedicó varias páginas a estudiar los relojes de luna, lo que le permitió explicar las fases lunares, los ángulos de nuestro satélite respecto del sol y como podía ser leída la hora en un reloj de este tipo por la simple adición del tiempo indicado por la sombra lunar en el cuadrante mas el ángulo lunar expresado en horas. Para determinar este último valor elaboró una serie de tablas de conversión y señaló los márgenes de error en cada punto.

Todos los teóricos de la ciencia de los relojes de sol de los siglos XVI al XVIII coincidieron en señalar que la principal dificultad en la construcción de estos instrumentos radicaba en la determinación de la elevación del polo sobre el plano del cuadrante, o sea la latitud y el meridiano del lugar. Fray Diego no fue la excepción, de tal manera que una gran parte de su tratado lo destinó a discutir los métodos para obtener esos valores. Indicó que para la sombra del gnomón de un reloj solar caiga a las doce del día sobre el meridiano del lugar, debería tener un ángulo con respecto al plano horizontal igual al valor de la latitud de la localidad donde se encontraba el reloj, de ahí la importancia de obtener ante todo este último valor. Una serie de cálculos hechos a lo largo de varios años le permitieron fijar con exactitud esa coordenada de la ciudad de México en 19 grados 15 minutos. La longitud resultaba más difícil de obtener y solo fue determinada satisfactoriamente después de que observó los eclipses de 1638 y 1641. Para determinar ambas coordenadas utilizó, presumiblemente varios relojes y cotejó las lecturas hechas en forma simultánea. Además acostumbraba afinar sus resultados combinando tres tipos de cálculos: el hecho a base de tablas previamente elaboradas, el rigurosamente trigonométrico y en el que se aplicaban los logaritmos.

Los eclipses de 1638 y 1641 llenaron una doble función, no solo ayudaron a fijar la longitud sino que además permitieron que fray Diego emprendiera la construcción de una serie de aparatos astronómicos calibrados de acuerdo con las necesidades de los diversos puntos del virreinato donde iban a ser utilizados, uno de ellos es el reloj de Oaxaca.

El eclipse de luna de 20 de diciembre de 1638, debidamente reseñado al final de su manuscrito sobre relojes, nos da una idea clara del modus operandi de fray Diego Rodríguez. Ahí percibimos la complejidad de una observación astronómica en el siglo XVII, que por lo general debía ser hecha por varias personas con diverso instrumental. En el eclipse fray Diego contó con la ayuda del médico Gabriel López de Bonilla y de probablemente algunos discípulos suyos. Según nos dice, utilizó varios relojes ajustados al polo de la ciudad de México y un telescopio, se auxilió con tablas astronómicas de autores reconocidos como Kepler, Magini, Brahe, Longomontano Y Lansberg. Sus puntos de relación fueron Venecia, Graz, Hveen-Uranibourg, Francfort y Roma.

Este nuevo fenómeno que le permitió afinar sus cálculos fue el eclipse de Sol del 9 de mayo de 1641 que un discípulo suyo, Francisco Ruiz Lozano, observó en lima. Este astrónomo peruano había estudiado en México con fray Diego, y llegó a ser cosmógrafo mayor del virreinato de Perú, catedrático de matemáticas en su célebre Universidad y profesor de pilotos y navegantes. Era asiduo corresponsal de nuestro mercedario "por que siempre lo reconocía por su maestro, y como a tal le enviaba a consultar algunas materias que allá se le ofrecían". Una de estas consultas hechas en estrecha colaboración científica entre ambos fue la del eclipse antes mencionado. Fray Diego, apoyado en los valores que obtuvo en 1638, calculo con antelación el de 1641. Le indicó a Ruiz Lozano que se iniciaría a las 11 horas 45 minutos 52 segundos y tendría una duración de 5 horas 52 segundos. Asimismo le señalo la hora precisa del eclipse: las 15 horas 14 minutos 27 segundos y 3.3 décimas, hora de Lima. Asimismo determinó la posición geográfica de esta ciudad, a la cual le asignó una longitud de 6 horas 25 minutos al occidente de Venecia y una latitud de 12 grados 30 minutos.

Sus cálculos son de un rigor notable, hasta el punto de que se permitió corregir al celebre Renacimiento de Navegación de García de Céspedes, obra consultada por los navegantes españoles en sus viajes por el Atlántico y el Pacífico. Esta autor le había fijado a la distancia entre México y Lima un valor de una hora 34 minutos. Al final de sus cálculos fray Diego dibujo un esquema del fenómeno, y le puso el título de Typus Eclipsis; ahí se marcaba la posición de capital peruana, lo que permitió que Ruiz Lozano estuviera en posibilidad de determinar las coordenadas geográficas de los lugares más importantes del litoral de ese reino: puntas, puertos, cabos y de algunos sitios del interior.

Nada de esto hubiera podido ser realizado sin los datos que le proporcionó fray Diego. A su vez el astrónomo peruano le envió a éste sus observaciones del eclipse, lo que le permitió a nuestro mercedario afinar más sus cálculos de 1638 y le abrió la posibilidad de construir instrumentos astronómicos de gran precisión.

A lo largo de su vida fray Diego fue un incansable artífice de instrumentos científicos; ésta parece haber sido una de sus actividades favoritas. Su biógrafo, fray Francisco de Pareja, afirmaba que poseía "muchos instrumentos matemáticos y astronómicos que con sus propias manos fabricaba en su celda, así de astrolabios muy curiosos, como de arcos de perspectiva y globos". En efecto su celda en el bello convento de la Merced, debió estar llena de aparatos científicos, libros, mapas y apuntes personales. Para darnos una idea de lo que debieron contener esos gabinetes de trabajo, podemos acudir a diversos testimonios de la época. Uno de ellos es el inventario de los bienes de un astrónomo e impresor, amigo de fray Diego y autor, de libros sobre meteoros y cometas llamado Juan Ruyz, hijo del célebre Enrico Martínez. Dicho inventario, realizado el 17 de agosto de1675, poco tiempo después de su muerte, nos revela no solo una rica biblioteca científica donde figuraban clásicos de la ciencia mexicana tales como Juan de Barrio, Cepeda y Carrillo, Diego García de Palacios y Enrico Martínez sino también libros de autores europeos, muchos de ellos utilizados por fray Diego, a saber: Stoeffler, Fineo, García de Cespedes, Magini, Sacrobosco, Regiomontano, Chávez, Apiano, Zamora y Poter de Casanate. Asimismo menudeaban lunarios, pronósticos y almanaque ya que Ruyz era autor de ese tipo de obras. En cuanto a los aparatos científicos, había globos celestes, relojes, compases de bronce y acero, imanes, astrolabios de bronce y de madera.

Fray Diego dedicó muchas páginas de su obra sobre los relojes a exponer los métodos de construcción de instrumentos astronómicos. Una sección completa la destinó al estudio del astrolabio, basada en buena medida en el tratado que sobre este instrumento había escrito el jesuita Clavio. Muchos folios están cubiertos de figuras y diagramas de este interesante aparato de medición, del que analizó en detalle los aspectos teóricos. Lamentablemente pocos de estos instrumentos utilizados en la Nueva España han sobrevivido hasta hoy. También estudió estudio esferas armilares, es decir, esa representación a base de anillos de la esfera celeste. Estas últimas eran muy conocidas, y cuando portaban la firma de un astrónomo de renombre, su cotización llegaba a ser muy alta.

Según propia confesión fray Diego construyó por encargo por lo menos una docena de relojes mayores de sol. Entre ellos había cuatro que eran verticales que eran meridicionales y con declinación. Asimismo diseño varios relojes y otros instrumentos científicos para enviarlos al Perú a su discípulo Ryiz Lozano a quien también le envió un grueso manuscrito, hoy perdido, acerca del uso de los logaritmos para que allá se diera la imprenta ya que ni en la Nueva ni en la vieja España había logrado que se imprimiera. Asimismo parece haber construido un reloj de péndulo, sin embargo esto fue una excepción ya que fueron los de sol los que más absorbieron su interés. Para sí mismo construyó varios. Uno de ellos fue descrito en detalle en un capitulo de la tercera parte de su obra sobre relojes. Ahí estudió ese aparato que sabemos estaba colocado en el lado derecho de su celda "mirada desde la calle y no desde dentro". Por sus descripciones sabemos que esa ventana estaba orientada hacia en noroeste. El reloj había sido calculado a la altura de la ciudad de México y era tanto de sol como de luna, ya que fray Diego se preocupó de marcar las posiciones precisas del gnomona al medio día y a la medianoche. Asimismo elaboró una serie de tablas acotadas cada diez días a efecto de obtener lecturas cada vez más precisas en su propio reloj. Porta el sugestivo título Mexicanae civitatis cuius artica subestimatio est 19 grados 15 minutos pro 20 anno post bisextilem et sol in meridiano sucundum Tichonem. También poseía en su cela un reloj de luna, de tamaño menor que el anterior, que menciona solo ocasionalmente.

Otro tipo de relojes que le interesaban en sumo grado eran los portátiles de mano. Estos anillos eran por lo general de oro o de plata. Sus ángulos debían ser hechos a escuadra. Su forma era la de un rectángulo alargado dividido por tres líneas que lo cortaban a lo ancho. El lado inferior del rectángulo era la línea equinoccial y el superior del trópico. Una serie de líneas inclinadas que atravesaban ese rectángulo eran las doce horas. Un par de orificios abiertos en los extremos permitían la entrada de un rayo de sol que señalaba la hora. El rectángulo metálico se cerraba entonces hacia dentro juntando sus dos lados menores. "Adviértase -dice fray Diego- que al cerrar el anillo las horas han de quedar señaladas por la parte de adentro y no por la parte de afuera". En efecto, era necesario quitárselo y colocarlo en un "suspensorio" vertical que lo sujetara junto a los orificios. Entonces el rayo de sol que penetraba por un de ellos marcaba la hora. El orificio del lado izquierdo la señalaba entre el 21 de septiembre y el 21 de marzo y el del lado derecho entre el 21 de marzo y el 21 de septiembre, es decir corría de un lado a otro según los equinoccios de primavera y otoño, acorde con el recorrido del Sol en el horizonte.

Solamente uno entre los muchos relojes construidos por el padre Rodríguez, ha llegado hasta nosotros, de aquí nuestra afirmación de que se trata de un invaluable testimonio para la historia de la ciencia en México. Su historia es bastante singular ya que mientras los relojes y aparatos que poblaban su celda sufrieron los avatares que aquejaron al convento de la Merced durante los últimos doscientos años y se perdieron irremisiblemente, el antiguo reloj de sol de Oaxaca sobrevivió hasta nosotros casi intacto. Su origen tiene que ver con el establecimiento de la orden mercedaria en Oaxaca, la cual desde el año 1601 buscó fundar conventos en Puebla y en Oaxaca con el fin de que ambos "fuesen hospicio donde los religiosos que pasaban de Guatemala a México tuviesen donde descansa de camino tan largo". Con gran empeño los mercedarios persiguieron este designio y lograron tanto la aprobación del virrey, como la de la Real Audiencia, así como la concesión final de Consejo de Indias con la Real Cédula correspondiente. La orden designó para fundarla a fray Baltasar Camacho, quien con gran tenacidad había logrado establecer la de Puebla. El padre Camacho logró la aprobación de los dos cabildos oaxaqueños y fue beneficiario del apoyo casi ilimitado que le brindo el entonces obispo de la vieja Antequera, el dominico fray Bartolomé de Ledesma. Cuando fue establecida una cátedra de Filosofía para los "hijos de ciudad", la orden de Predicadores pidieron que el titular fuera un mercedario.

No es de extrañar entonces que cuando los dominicos festejaran la inauguración de la puerta sur de la iglesia de su nuevo y suntuoso convento, los mercedarios se apresuraran, no sabemos si a petición expresa de aquéllos, a hacer un singular obsequio tan útil como valioso para adornar esa parte del edificio; así que demandaron un reloj solar al matemático de la orden. Ese reloj originalmente debió ser colocado en el costado sur de la iglesia, probablemente adosado a la bella fachada lateral que le da a esa calle, antiguamente llamada la calle del Reloj, que "bajaba muy dilatada al cuerpo de la ciudad", como dice el cronista fray Francisco de Burgoa. Y ahí quedo hasta que fue trasladado al claustro del convento, donde actualmente se halla.

Capítulo 2

Las ecuaciones cuadráticas en la obra de fray Diego Rodríguez

El manuscrito

Empecemos el capítulo con la descripción del manuscrito de Fray Diego Rodríguez que data del siglo XVII y que se encuentra en el Fondo Reservado de la Biblioteca Nacional, al cuidado de la Universidad Nacional Autónoma de México, en la sección de Manuscritos, identificado con la clave MS. 1518.

Tratado de las ecuaciones, por el P.F.Diego Rod^{z}. Mercedario de Mejico.

En total consta de 157 hojas, empastadas con cuero de cabra color claro.

El manuscrito contiene el sello de fuego típico de la época en la parte superior.

Sus medidas son:	Largo 22.7 cm.
	Ancho 17.4 cm.

Las 157 hojas totales de dividen en:

Primer cuaderno	De la 1-8
Apuntes sueltos	De la 9-19
Segundo cuaderno	De la 20-31
Tercer cuaderno	De la 32-80
Apuntes sueltos	De la 81-82
Cuarto cuaderno	De la 83-89
Quinto cuaderno	De la 90-107
Sexto cuaderno	De la 108-118
Séptimo cuaderno	De la 119-130
Octavo cuaderno	De la 131-140
Noveno cuaderno	De la 141-148
Decimo cuaderno	De la 149-157

A lo largo de los cuadernos, fray Diego utiliza algunos símbolos, así como la notación propia de la época. Como estos signos se utilizarán posteriormente, conviene tener una tabla de equivalencias con nuestro simbolismo actual. En las siguientes columnas, la de la izquierda corresponde a la notación moderna y la de la derecha, al manuscrito.

Ecuación	Igualación
La incógnita (x)	Cosa ($\in$)
La incógnita al cuadrado (x^2)	Senso (z)
La incógnita al cubo (x^3)	Sensocubo (c$\in$)
La incógnita a la cuarta (x^4)	Senso de senso (zz)
1, 2, 3, etc.	Número (1,2,3,etc.)

Raíz de un número	Rf
Suma (+)	p
Resta (-)	m
Igual (=)	o
Conjugado	Resiso
Grado o potencia de la igualación	Dignidad

Con objeto de ilustrar la dificultad del trabajo, se presentan cuatro digitalizaciones de cuatro páginas de la obra.

—i—

Modo Curioso y Cierto De tantear si qualquiera ygn. dada tiene por Valor Binomio, O Residuo, y qual sera. &c.

En los Binomios, o Residuos ay dos accidentes q. son preceder el dto. Simple ala raiz. Como. 5 + √. 15. donde el quadrado del 5. es. 25. y el de La raiz es, 15. y asi precede el dto. Simple ala raiz. y lo mismo en su residuo. 5. — √ 15. El segundo es lo contrario del primero preceder La raiz al dto. Simple como en. √ 70. + 6. que el quadrado dela √ es. 70. y el del 6. es. 36. con q. preceda La raiz al dto. Simple. y lo mismo en su residuo. √. 70 — 6. con q. todas Las ygualaciones q. tuvieren su Valor en Binomio, o residuo tendran quatro accidentes, esto es, sus Valores o seran Binomios donde precede el dto. Simple, o lo segundo su residuo. o sera lo tercero Binomio donde La raiz precede al dto. Simple. o lo quarto su residuo. y examinada una ygn. en todos quatro, si lo tiene necessariamte. se a de encontrar con el Valor y no teniendolo en estos quatro no ay q. cansarse en ella.

Estos quatro Valores dichos se reducen a dos tablitas generales q. formaremos, para dellas sacarle Regla Particular a cada ygn. dada o q. se propusiese, por el modo q. se dira. La fabrica destas dos tablitas es La q. tengo dicho en Muchas pts. todas por dos. Simples por q. suponen el Binomio, o residuo conocido, pero aqui que es lo q. se ignora Las pondremos fabricadas con caracteres Algebraicos, y un dto. falso, q. sera el duplo del dto. Simple q. suponemos Al Binomio, o residuo. (A quien llamamos dto. cosico siempre) como si el Binomio q. se ignorase fuesse 3. + √ 7. aquel dto. Simple precede Ala raiz, y su duplo q. es. 6. que sera el cosico falso, y por la diferencia de sus quadrados q. es. 2. (q. es quitado. 7. de. 9.) ponemos siempre. 1. ȼ en Las tablitas, con q. ignorado el √. 7. para expresar La diferencia de los quadrados seria Asi. 9. — 1ȼ. que quiere decir. 7. y para expresar todo el Binomio Asi. 3. + √ b. 9 — 1. ȼ. pero esto no hace al caso sino solo q. por La diferencia de quadrados ponemos siempre. 1. ȼ en Las tablitas, y por dto. falso el duplo del dto. Simple. (cuio nombre propio es dto. cosico Simple. El qual se quadrara, y se llamara quadrado cosico; y se cubicara, y llamara Cubo cosico; y asi por Las demas dignidades conforme, y hasta La mayor que trae La ygualacion q. se propusiere. Aqui pa. explicar estas dos tablas ponemos Asi. 6. por cosico falso, para dellas deducir La Regla Particular de Las ygualaciones. y asi Le ponemos Aqui su quadrado, Cubo, Sensisensico, Relato, y Censicubo cosicos, de q. consta Las sigtes. tablitas.

6	— cosico.
36	— q. cosico
216	— cubo. c.
1296	— zz. cosic.
7776	— ρ. cosic
46656	— zce. cosic

Y bolviendo al pr.º proposito del Modo de sacar los valores par-
ticulares de las ygualaciones supongo vna eqn. de esta suerte
$1.\,88 + 226\,ℨ + 1020\ldots$ ℨ̃ 100. ce. + 15000. y a esta y todas
las sig.tes donde 88. y. ℨ y. ℨ se iguala con a. ce. y d.º sera la sig.te

1.ª ygualacion simple

1.ª Parte. = El d.º q. fuere dado de las cosas; Ytem el producto de los censos por el cosico. y tem el cubo cosico. sumados seran el d.º simple. —— 1.ª p.te

Las cosas seran siempre el duplo del cosico. de esta formada la pr.ª p.te

2.ª Parte = El quadrado cosico se multiplicara por el d.º q. fuere dado de los cubos siempre. y sale el d.º que se a de poner.

Las cosas seran siempre el d.º que tuvieren los cubos de 2.ª p.te

2.ª ygualacion. compuesta

1.ª Parte = El d.º que tuviere [illegible] las cosas se multiplicaran por la mitad del cosico. y tem el d.º q. tuvieren los censos se multiplicara por la mitad del quadrado cosico. Ytem la mitad del cubo cosico. y sumadas todas tres partidas sera el d.º q. se busca

Las cosas desta pr.ª p.te son el d.º q. fuere dado de los censos. y el duplo del quadrado cosico.

tienen mas esta pr.ª p.te siempre censo de censo q. se le pondra al pr.º

2.ª Parte = El cubo cosico se multiplicara siempre por el d.º q. tuvieren los censos. y se tomara la mitad. de esta se le sumara con el d.º que fuere dado en la eqn. y sera el d.º simple.

Las cosas salen multiplicando el cosico por el d.º q. fuere dado de los cubos. y al producto se le añadira su mitad, y seran las cosas.

Esta igualacion 2.ª con el valor de la cosa a de ser ygual con el de la pr.ª q. es el intento, y asi necesariam.te a de ser el valor del d.º simple siendo della racional, porq. no siendolo, no ay q. hacer caso della. pues la pr.ª siendo simple de necesidad a de tener el valor racional en d.º simple para q. la diferencia de los quadrados porque en se puso [illegible] cosa, como sera un Binomio necesito el valor de la cosa [illegible] y porq. todos los valores q. salen en las posibles son irracionales [illegible] enteros y asi no tendra valor dicha ygn. un Binomio donde [illegible] preceda al d.º simple encuentranse pues los valores de ambas ante los cosicos. 34. y 35. en lo demas todo se observe y guarde lo dicho en el primero exemplo p.a formar las ygs. o per saltum por suelta

1.ª ygn.	=	2.ª ygn.
34. — 264.	—	392 — √ 5442
	—	382½ — √ 10087½
35. — 270		

·listas [illegible]

Notas

C. Siempre que fuere dada una eqᵒⁿ de ce + € ≏ ℨ + nº Racional cuio valor sea dᵒ simple, se le conoseran otros dos irracionales en Bi-
nomio uno, y otro en residuo donde precede el dᵒ simple ala raiz. ejemplo
Supongo esta eqᵒⁿ 1 ce + 7 € ≏ 5 ℨ + 2. cuio valor es 2. pues digo que de los
Censos dados que son 5 ℨ, se reste el 2, y quedan 3. cuia mitad es siempre
y el dᵒ simple del Binomio y resto que aqui sera $1\frac{1}{2} + V$. y $1\frac{1}{2} - V$.
La razon es que estas eqᵒⁿᵉˢ tienen tres valores con el racional que sumados
todos tres hasen el numero de los Censos. como aqui 2 y $1\frac{1}{2}$ y $1\frac{1}{2}$ son
cinco. solo resta hallarles el dᵒ con raiz. lo primero se divida de la eqᵒⁿ dos

	3. 3.	9 − 1€ 3
	9/1 €.	27 − 3€ +3€
3	9 − 1€	27 − 6€
1½	4½.	13½ − 1½€
1½	4½ − 1€	13½ − 4½€

Por la regla deste quaderno, y en este quadro se ve. otros dos
con el 3. duplo del $1\frac{1}{2}$ y poner 1 € por divisor de 9.
todo como se ve. Luego, con los cubicos solo se
forma, o con solo los dᵒˢ desta fuente. sean los co-
sicos prᵒ bicubo son 9 − 1€ sumen se les 7. de las
cosas y seran 16 − 1€ a esto ele serviran. los cinco
censos. que multiplicando 3 por 5 hasen 15. y sera
la eqᵒⁿ assi 16 − 1€ ≏ 15. con que queda assi 1 ≏ 1€ con que la diferencia de los
quadrados sera 1. y el Binomio sera $1\frac{1}{2} + V 1\frac{1}{4}$ y el residuo $1\frac{1}{2} - V 1\frac{1}{4}$.
Lo mismo saldra por los dᵒˢ assi. el bicubo es $13\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$€. las 7 cosas
hasen a 3 y ½ multiplicadas 10½ que sumado con el numero del cubo
sera $24 - 4\frac{1}{2}$€. parte prᵃ de la eqᵒⁿ. la 2ᵃ assi los cinco censos a $4\frac{1}{2}$
m. 1€ son $22\frac{1}{2} - 5$€. y quedara assi $24 - 4\frac{1}{2}€ ≏ 24\frac{1}{2} - 5€$. con que
sera $\frac{1}{2}€ ≏ \frac{1}{2}$. con que los 2. de la eqᵒⁿ que estan con los censos se le qui-
tieron. sale pues 1. por valor de la cosa como antes. &ᶜᵃ

C. Y por el contrario a una ygualacion destas con solo el Binomio, o
residuo se conosera el valor racional con solo doblar el dᵒ simple
del residuo, o binomio, y la resta a los censos dados sera el valor racio-
nal. como en la propuesta doblado el $1\frac{1}{2}$ son 3. la resta a 5. son 2. que es
el valor racional. y assi en otras. en esta eqᵒⁿ 1 ce + 40 € ≏ 1 ℨ + 40
claramente se ve que es 1. su valor racional, y que no lo puede tener ni en Bi-
nomio ni residuo porque este 1. restado del de los censos no queda nada
para sobrar como esta dicho. &ᶜᵃ

2ᵃ Tabla por Binomios

C. Bamos pues ala 2ᵃ tablita por Binomios en la misma eqᵒⁿ que atras puesta
1 ce + 1 ℨ ≏ 40 € + 40. servira pues la misma Regla particular
sacada, solo que en cada eqᵒⁿ delas dos las cosas sacadas de la primera
que se pondran en la segunda. y las dela 2ᵃ en la primera por en-
trar en la tablita de menos que assi se pasan ala parte contraria siempre con que
no ay que formar regla de nuevo sino la misma puesta

1ª ygn. — 2ª ygn.

6. — 42 — 1 ξ + 40 — 2 — 126 — 10 ξ + 120 — $\frac{3}{5}$ 20

7 — 56 — 1 ξ + 40 — 16 — 196 — $11\frac{1}{2}$ ξ + 140 — 4 $\frac{2}{23}$

Probando aquestas dos ygnes entre los cubicos falsos 6. y 7. ne-
cessariamte se encuentran. pues antes son imposibles, y des-
pues disparan mucho con que tampoco pueden tener valor en
binomio desta especie pero esta muy cerca del cubico 6. con el
[illegible] 6. con algo menos. [illegible]
go mas. como con el [illegible] muy cerca del 6. con algo menos. [illegible]
ay que conmutarse con los residuos que se ponen [illegible] todas estas ygua-
ciones teniendo valores, un binomio y un residuo [illegible]
[illegible] por binomio, no lo tendran por residuo.

[illegible]

Cr. [illegible]

Siguese la explicacion de la Tabla cubica

Cr. La tabla cubica [illegible] salar Reglas como las puestas [illegible] gene-
ralmte. a las ygualds. se explica para el dicho [illegible]

Las ecuaciones cuadráticas

La presente sección centra su interés en la solución mediante la cual Fray Diego Rodríguez resuelve la ecuación cuadrática. Se ha respetado la redacción y ortografía original:

Es sin duda (como la experiencia mostrará) que el fundamento y orígen de la infinidad de las igualaciones de todas especies de raices, nacen y se originan, de las tres primeras igualaciones compuestas de sensos y cosas y números y asi sus valores de aqui salen y primero lo fueron de estas con que si hubiera arte para cualquier igualación regular o extraña de reducirla a alguna de estas tres (que no hay duda que pueda ser) y se habría hallado la mayor cosa que en matería de álgebra pudiera ser, por lo que de ellas ha de empezar a observar ascendiendo por orden a las demas y descubriremos un oceano invadeable cual tres puertas son aquestas tres igualaciones compuestas donde constará lo que tengo dicho, y me parece con evidencia que si alguna cosa de importancia hemos de sacar a la luz solo ha de ser por este camino y no por otro, baliendonos del camino de las combinaciones que para investigar aposteriori no hay como él y pues la especulación apriori hasta hoy no ha podido apear ni inventar lo que resta del Álgebra en los mayores hombres del mundo razón será que se intenten todos los caminos empesemos pues. ↩

Digo pues que de las tres igualaciones compuestas las dos primeras son como formadas y correlativas y forman un mismo valor de la cosa digo de unos mismos números la primera por resiso y la segunda por binomio pongo el ejemplo. Sea la primera está 1z.p.4 ∈ °1. *Cuadrense la mitad de las cosas que es 2 y será 4, este cuadrado sea de añadir al número 1 y será 5 pues su raíz menos la otra mitad de las cosas será el valor que se busca que será Rf5.m.2. Sea pues la segunda igualación está* 4 ∈.p.1°1z. *Cuadro la mitad de las cosas 2 y será 4 sumo este cuadrado con el número 1 y será 5 pues la raíz de 5 más la otra mitad de las cosas es el valor de la igualación que será Rf5.p.2. Con que entre ambas sean formado un resiso y su binomio culla sifra son 4, por que restando uno de otro son 4, juntas en estas dos igualaciones sea berificado la regla del restar y en ellas mismas se berifica la del sumar en está forma que restando digo sumando una con otra será Rf 20 y el sumar nunca se puede berificar el número simple sino esta en la raíz por que en cuantos binomios y resisos nacen de aquestas dos igualaciones siempre el cuadrado del número simple debe ser menor que el cuadrado de el número con raíz como este Rf5.p.2 si se cuadra el 2 y la Rf5 seran 5 y 4, nunca el cuadrado del número simple sera mayor que el que tiene la raíz y asi cualquier binomio de aquesta calidad nace sin duda de la segunda igualación de cosas y números iguales a sensos y cualquier resiso de aquesta calidad nace de la de la primera igualación de sensos y cosas iguales a números y asi digo que son formadas y correlativas aquestas dos. etc.*

Si traducimos al lenguaje moderno la ecuación de Fray Diego Rodríguez, tenemos:

$$1z.p.4 \in {}^{\circ}1 \;\Rightarrow\; x^2 + 4x = 1$$

Cuadremos la mitad de las cosas (4) y tenemos $\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2 = 4$, luego este cuadrado se ha de sumar con el número 1 y tendremos;

$$1 + 4 = 5$$

La raíz de 5 menos la otra mitad de las cosas $(\frac{4}{2})$ será el valor buscado.

$$\sqrt{5} - \frac{4}{2} \Rightarrow \sqrt{5} - 2$$

Ahora generalizando la ecuación, el método de Fray Diego Rodríguez quedaría:

1.- Sea $x^2 + bx = c$:

Cuádrense la mitad de las cosas: $(\frac{b}{2})^2$

Este cuadrado se ha de añadir al número c: $(\frac{b}{2})^2 + c$

La raíz del resultado anterior menos la otra mitad de las cosas será el valor que se busca: $\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} - \frac{b}{2}$

Traduzcamos al lenguaje moderno la segunda ecuación de Fray Diego Rodríguez $(4 \in .p.1^{\circ}1z)$:

$4 \in .p. 1°1z \Rightarrow 4x + 1 = x^2$

Cuadremos la mitad de las cosas (4) y tenemos $(\frac{4}{2})^2 = 2^2 = 4$, luego este cuadrado se ha de sumar con el número 1 y tendremos;

$1 + 4 = 5$

La raíz de 5 más la otra mitad de las cosas $\left(\frac{4}{2}\right)$ será el valor buscado.

$\sqrt{5} + \frac{4}{2} \Rightarrow \sqrt{5} + 2$

Generalizando la ecuación, el método de Fray Diego Rodríguez queda:

2.- Sea $bx + c = x^2$:

Cuádrese la mitad de las cosas: $(\frac{b}{2})^2$

Este cuadrado se ha de añadir al número c: $(\frac{b}{2})^2 + c$

La raíz del resultado anterior más la otra mitad de las cosas será el valor que se busca:

$\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} + \frac{b}{2}$

Ahora demostraremos que los resultados obtenidos son verdaderos, para esto utilizaremos la formula general y veremos la similitud con está.

La fórmula general dice:

Si $ax^2 \pm bx \pm c = 0$ es una ecuación cuadratica, entonces,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para la primera ecuación $x^2 + 4x = 1$ apliquemos formula general:

Sean a=1, b=4, c=-1

Luego,

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{5}$$

Ahora a la segunda ecuación $4x + 1 = x^2$ le aplicamos la fórmula general:

Sean a=1, b=-4, c=-1

Luego,

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{5}$$

Nótese que fray Diego Rodríguez excluye las soluciones negativas.

Ahora veamos la similitud con la fórmula general:

Sea $x^2 + bx = c$ la primera ecuación.

Apliquemos fórmula general:

Sean a=1, b=1, c=-1, entonces

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4(1)(-1)}}{2(1)} \Rightarrow x = -(\frac{b}{2}) \pm \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$$

Ahora el método de Fray Diego Rodríguez

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + 1} - \frac{b}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{b^2}{4} + 1} - \frac{b}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{b^2+4}{4}} - \frac{b}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{b^2+4}}{\sqrt{4}} - \frac{b}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{b^2+4}}{2} - \frac{b}{2} \Rightarrow x = -\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$$

Sea $bx + c = x^2$ la segunda ecuación.

Apliquemos fórmula general:

Sean a=1, b=-1, c=-1

$$x = \frac{-(-b) \pm \sqrt{(-b)^2-4(1)(-1)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$$

Ahora el método de Fray Diego Rodríguez

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + 1} + \frac{b}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{b^2}{4} + 1} + \frac{b}{2} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{b^2+4}{4}} + \frac{b}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{b^2+4}}{\sqrt{4}} + \frac{b}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{b^2+4}}{2} + \frac{b}{2} \Rightarrow x = \frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$$

Entre las dos ecuaciones sean formado un resiso($\sqrt{5}$-2) y su binomio($\sqrt{5}$+2) cuya sifra son 4, pues restando uno del otro el resultado es 4([$\sqrt{5}$+2-$\sqrt{5}$+2]=4) con lo que se verifica la regla del restar y en ellas mismas se verifica la del sumar en esta forma sumando la una con la otra sera $\sqrt{(20)}$([$\sqrt{5}$+2+$\sqrt{5}$-2]=[$\sqrt{5}$+$\sqrt{5}$]=$\sqrt{(20)}$) y el sumar nunca se puede verificar el número simple sino esta en la raíz, por que en cuantos binomios y resisos nacen de estas dos ecuaciones siempre el cuadrado del número simple debe ser menor que el cuadrado del número con raíz como este: $\sqrt{5}$+2, cuadrando $\sqrt{5}$ y 2 seran 5 y 4, nunca el cuadrado del número simple sera mayor que el cuadrado del número con raíz y asi cualquier binomio de esta calidad nace sin duda de la segunda ecuación(cosas y números iguales a sensos) y cualquier resiso de esta calidad nace de la primera ecuación(sensos y cosas iguales a números).

La primera igualación nace y se origina siguiendo el intento de decir así, haganse o tomense dos números o cantidad de tal calidad que su sifra sea uno, o dos, o tres, etc. y multiplicados hagan otro cierto número o cantidad. Sea este ejemplo, busquemos dos números que su sifra sea 2 y multiplicados hagan 4, sea el primero 1∈, el segundo será 2.p.1∈ multiplicados serán 2∈.p.1z igualados a 4. Así 1z.p.2∈°4 cullo valor será Rf5.m.1 por que es primera igualación. La otra parte será sumandole a está Rf5.m.1 la sifra que disen a de ser 2 y será Rf5.p.1 de donde resulta el binomio de la segunda igualación, de modo que con una sola operación resulta el valor de la primera y segunda igualaciones que esta ultima será 2∈.p.4°1z cullo valor será Rf5.p.1 y así para esto bastará usar de la primera igualación y no de la segunda pues por la primera resultan ambos valores. ↩

Nótese que fray Diego Rodríguez en este ejemplo excluye la manera de resolver las ecuaciones pero es obvio que para llegar al resultado aplica el método ya mencionado.

$$\sqrt{(\tfrac{b}{2})^2+4}-\tfrac{b}{2} \Rightarrow \sqrt{(\tfrac{2}{2})^2+4}-\tfrac{2}{2} \Rightarrow \sqrt{5}-1$$

$$\sqrt{(\tfrac{b}{2})^2+4}+\tfrac{b}{2} \Rightarrow \sqrt{(\tfrac{2}{2})^2+4}+\tfrac{2}{2} \Rightarrow \sqrt{5}+1$$

La tercera igualación de las compuestas que es cuando senso y número se igualan a cosas, por si sola hace lo que la primera y la segunda juntas, y si estas dos sirven para sumar y restar, está tercera sirve para multiplicar y partir y por ello está se engendra un binomio y un resiso de contraria naturaleza que los de la primera y segunda y es que el cuadrado del número simple siempre es mayor que el cuadrado del número con raíz como estas dos, 5.p.Rf15 y 5.m.Rf15 pues sus cuadrados son 25 y 15, mayor el 25 que el 15, con que en estas tres igualaciones se comprenden todas las especies de binomios y resisos que puede aver y en está igualación se saca el valor así. Sea está igualacíon $1z.p.10°10 \in$ *cuadro la mitad de las cosas 5 y será 25 a este cuadrado resto siempre el número de la igualación 10 (no alcontrario nunca que sería imposible tal igualación como si fuera está* $1z.p.30°10 \in$*, digo que esta igualación es imposible por que el cuadrado del 5 que es 25 no se pueden restar 30 y así el número de la igualación debe ser siempre menor que el cuadrado de la mitad de las cosas) y quedaran 15 pues la raíz de 15 más y menos la otra mitad de las cosas son dos valores que tienen siempre aquestas terceras igualaciones que serán 5.p.Rf15 y 5.m.Rf15 y no al contrario Rf15.p.5 y Rf15.m.5 por dos razones la primera y principal por que la mitad de las cosas 5 no se restan ni se suman con la Rf15 sino al contrario, de la mitad de las cosas 5 se suma y se resta la Rf15. La segunda que siempre se debe poner en los binomios y resisos en primer lugar el mayor número como sea dicho.* ↩

Si traducimos la ecuación de Fray Diego Rodríguez ($1z.p.10°10 \in$) al lenguaje moderno tenemos:

$$1z.p.10°10 \in \Rightarrow x^2 + 10 = 10x$$

Cuadremos la mitad de las cosas (10) y tendremos $(\frac{10}{2})^2 = 5^2 = 25$, luego este cuadrádo seá de restar del número de la ecuación (10) y queda $25 - 10 = 15$.

La raíz de 15 sumada y restada de la otra mitad de las cosas (10) es el valor buscado: $5 \pm \sqrt{15}$

Generalizando la ecuación, el método de Fray Diego Rodríguez quedaría:

Sea $x^2 + c = bx$:

Cuádrense la mitad de las cosas: $(\frac{b}{2})^2$

A este cuadrado se le resta siempre el número c: $(\frac{b}{2})^2$ -c

La otra mitad de las cosas más y menos la raíz del resultado anterior será el resultado que se busca: $\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - c}$

Por último demostraremos que los resultados obtenidos son verdaderos, para esto utilizaremos la fórmula general.

La fórmula general dice:

Si $ax^2 \pm bx \pm c = 0$ es una ecuación cuadratica, entonces

$$x = \frac{(-b)\pm\sqrt{(b)^2-4(a)(-c)}}{2(a)}$$

Para la ecuación $x^2 + 10 = 10x$ apliquemos fórmula general:

Sean a=1, b=-10, c=10

luego

$$x = \frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4(1)(10)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{10\pm\sqrt{60}}{2} \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{15}$$

Sean formados un resiso y su binomio de contraria naturaleza que los anteriores pues en estos el cuadrado del número simple siempre es mayor que el cuadrado del numero con raíz, veamos el ejemplo 5+√(15) y 5-√(15) sus cuadrados son 25 y 115 en ambos casos, el 25 mayor que el 15. En los anteriores siempre el cuadrado del número simple es menor que el cuadrado del número con raíz, veamos el ejemplo √5-2 y √5+2 sus cuadrados son 5 y 4 en ambos casos, el 5 mayor que el 4.

Estas igualaciones nacen y se originan de decir, de una dada cantidad se hagan dos tales partes que multiplicando la una por la otra haga otra determinada cantidad, como si digiesen de 10 se hagan dos tales partes que multiplicadas hagan otros 10, diriamos así, que la primera parte era 1∈ y la segunda seria 10.m.1∈ que multiplicadas hacen 10∈.m.1z lo cuál igualaremos al 10 o producto que ha de ser 10∈.m.1z°10 y restandola será 1z.p.10°10∈ tercera de las compuestas, cuadro 5 mitad de las cosas, seran 25 de que restaré el número 10 de la igualación y quederan 15, pues la Rf 15 sumada y restada de 5, que es la otra mitad de las cosas, seran las dos igualaciones de 10 que son 5.p.Rf15 y 5.m.Rf15 que sumadas son 10 que es el número que divide en estas dos partes y multiplicadas hagan 10 que es el número que se pide haga la multiplicación y así decimos que en esta tercera igualación se berifica el multiplicar como aquí al marjen deberia ser igual, en orden a lo que aquí se propone de hacer de un número, dos tales partes que multiplicadas hagan otra cantidad se note y advierta que nunca el número que sea de dividir se podra de él haser dos tales partes que multiplicadas exedan al cuadrado de la mitad que será el 10 la mayor multiplicación de las dos partes que se pueda hacer, será tomar la mitad 5 y cuadrarla y seran 25 y así digo que será imposible de 10 hacer dos tales partes que hagan más que 25 lo cuál dise imposibilidad y multiplicación y así decimos que la igualación 1z.p.30°10∈ era imposible por que de 10 no se pueden hacer dos tales partes que multiplicadas hagan 30 y así el número de la igualación siempre debe ser menor que el cuadrado de la mitad de las cosas por la razon dicha. ↩

Notese que al intento de hacer de un número dos tales partes que multiplicadas hagan otro número aunque propiamente esto toca a la tercera igualación como esta obrado, pero se puede obrar más facilmente y se ahorraran characteres, es obrado así. Sea el ejemplo el mismo dividir 10 en dos tales partes que multiplicadas hagan 10, dividase el 10 siempre así en 5 y 5 y digo que la menor parte es 5.m.1∈ y la mayor 5.p.1∈ que multiplicadas hacen este producto 25.m.1z lo que igualare a 10 así 25.m.1z°10 restando lo diminuto y quitó lo superfluo y será 15°1z que es igualación simple y así sera el valor de la cosa Rf15 esto he de restar de 5.m.1∈ que fue la parte menor y será 5.m.Rf15 resto digo sumola con la otra 5.m.1∈ y será la parte mayor 5.p.Rf15 y si la igualación fuera así 25.m.1z°30 fuera imposible por que restando diminuto seria 25°1z.p.30 superfluo y quedaria así 0°1z.p.30 que es imposible por la razon dicha.

Capítulo 3

Tartaglia, Cardano y las ecuaciones de tercer y cuarto grado

En este capítulo se dan las biografías de Niccolo Tartaglia y Gerolamo Cardano, quienes fueron los primeros en sistematizar la solución de las ecuaciones de grado tres y cuatro. Se presenta también el método algebraico correspondiente.

Niccolo Tartaglia

Niccolo Fontana, llamado Tartaglia, nació en la ciudad de Brescia en 1499 ó 1500. Era hijo de un correo postal llamado Michele Fontana que murió cuando él tenía 6 años, dejando a la familia en la pobreza. La ciudad de Brescia, que había formado parte de las posesiones de los Visconti, señores de Milán, pasó en 1428 a depender de la República Serenísima de Venecia. No obstante, durante el periodo 1509-1513 estuvo en manos de los franceses. Fue éste un periodo muy convulso, con insurrecciones y asedios. Cuando Niccoló tenía doce años, durante un saqueo de la ciudad por las tropas francesas de Gastón de Foix (1489-1512), el joven Niccoló recibió cinco heridas en la cabeza. Una de ellas le perforó la tráquea y le daño las cuerdas vocales hasta tal punto que nunca volvió a poder hablar con normalidad. Esta herida le produjo una especie de tartamudez y le valió el sobrenombre de Tartaglia, es decir el "tartamudo". Probablemente la intención de quienes inventaron para él este apodo era despectiva, pero Niccoló Fontana debió soportarlo durante tanto tiempo que terminó por asumirlo y, haciéndolo suyo, lo utilizó en lugar de su apellido. Sus libros, de acuerdo con la costumbre de la época, aparecían firmados en latín por Nicolaus Tartalea Brixensis, es decir Nicolás el Tartaja de Brecia.

Los cuidados de su madre viuda lograron sanar las heridas y dos años más tarde comenzó a acudir a la bottega de ábaco de un tal Maestro Francesco con intención de aprender el alfabeto y las cuatro reglas. Estos estudios debió abandonarlos a causa de la escasez de medios de su familia. Parece ser que las lecciones se desarrollaban en orden alfabético y la interrupción se produjo cuando estaba aprendiendo la escritura de la letra k, con lo que no llegó a aprender siquiera la inicial de su nombre.

Debió comenzar en esa época sus estudios de matemáticas y debió de progresar en ellos de manera bastante rápida, ya que parece ser que entre 1516 y 1518 se trasladó a Verona donde empezó a trabajar como maestro de ábaco. tenía entonces sólo unos 18 años. En Verona vivió bastantes años, se casó y trabajó en la escuela situada en el palacio Mazzanti, en la Piazza delle Erbe, en pleno corazón de la ciudad. Nada sabemos prácticamente de su familia.

En 1534 un nuevo traslado lo había llevado a la ciudad de Venecia donde impartía lecciones públicas de matemáticas en la escuela anexa a la iglesia de San Zanipolo. Parece ser que también tuvo contacto con los artilleros del importante Arsenal de esta ciudad, interesándose por temas militares.

Murió en 1557 en Venecia en la Calle dello Sturion.

Gerolamo Cardano

Gerolamo Cardano nació en Pavía, ciudad del Milanesado en 1501. Cardano fue siempre una persona consiente de haber nacido para pasar a la posteridad. Fue esto sin duda lo que lo llevó a escribir su vida, contándonos hasta los detalles más personales de ella, con lo que aparenta ser una absoluta sinceridad: las enfermedades que padeció, los presagios que sintió y los vicios más escabrosos que tuvo a lo largo de su vida.

Cardano era hijo ilegítimo de Fazio Cardano, un jurista de prestigio. Su madre, Chiara Micheria, 19 años más joven que Fazio, era viuda. Los conocimientos científicos de su padre fueron reconocidos por Leonardo da Vinci, con el que parece tuvo amistad, que lo nombra en el Códice Atlántico. Fazio se casó con su madre cuando Gerolamo tenía siete años de edad.

Cardano fue criado en un pueblecillo llamado Moirago, trasladándose con su familia después a Millán, donde pasaría el resto de su adolescencia. A los 19 años de edad se trasladó a Pavía y comenzó sus estudios en dicha Universidad. En 1522 hizo algunas sustituciones de profesores en Pavía, enseñando Euclides, dialéctica y metafísica. Tuvo que interrumpir sus estudios en alguna ocasión debido a las guerras imperiales contra el ejército francés de Francisco I. En 1524 se traslado a Padua para continuar sus estudios obteniendo el bachillerato en artes. En la Universidad de Padua ocupó el cargo electivo de rector de los alumnos y, cuando contaba 25 años, obtuvo el grado de doctor en medicina. En 1526 se trasladó a la aldea de Sacco, pueblo situado entre Padua y Venecia, donde empezó a practicar la medicina, regresó a Millán en 1529, con la intención de vivir allí ejerciendo la profesión de médico, pero el Colegio de Médicos de la ciudad rechazó su ingreso por su condición de hijo ilegítimo. Se refugió de nuevo en Sacco y continuó ejerciendo allí la medicina. Poco antes de cumplir 31 años se casó con Lucía Bandereni, que vivía en la misma localidad.

En 1537, rechazado de nuevo por el Colegio de Médicos de Millán, se convierte en médico privado de Francesco Sfondrati, gobernador de Siena, finalmente en 1539, el Colegio de Médicos decide admitirlo en su seno. En 1543 empezó a enseñar medicina en Millán, Cardano se había convertido poco a poco en un médico famoso, cuyo prestigio traspasaba las fronteras italianas. El rey de Dinamarca le ofreció, en 1550, ochocientas coronas al año y los gastos de estancia para él y cinco sirvientes y el forraje para tres caballos a cambio de sus servicios como médico personal, pero lo rechazó.

Volvió a ejercer de nuevo como profesor de medicina en la Universidad de Pavía en 1559, alcanzó la culminación de su carrera docente en 1562. En 1570 la Inquisición encarceló a Cardano durante unos meses bajo la acusación de herejía, le acusaban además de haberse atrevido a levantar el horóscopo de Cristo y haber atribuido los sucesos de su vida a la influencia de los astros.

Murió el 21 de septiembre de 1576 en Roma, el mismo día y año que había predicho.

Solución a la ecuación de tercer grado

Método de Tartaglia

Para resolver la ecuación $x^3 + px = q$ se deben encontrar dos números t y s que verifiquen

$$t - s = q$$

$$t.s = (\frac{p}{3})^3$$

La solución será entonces, de acuerdo con la fórmula de Tartaglia

$$x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{s}$$

Tendremos por tanto que determinar t y s, pero esto no resulta difícil, ya que despejando t en la primera y sustituyendo en la segunda tenemos:

$$t = q + s$$

$$(q + s).s = (\frac{p}{3})^3$$

y operando obtenemos:

$$s^2 + qs = (\frac{p}{3})^3$$

que, puesto que p y q son dos números conocidos positivos, es una ecuación de segundo grado en s.

Consideremos la solución positiva de esta ecuación,

$$s = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4.1(-(\frac{p}{3})^3)}}{2.1} = \frac{-q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}$$

y, por tanto

$$t = q + s = q + \frac{-q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3} = \frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}$$

la solución, por tanto, se obtiene así

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}}$$

Para encontrar la solución de $x^3 = px + q$, $x^3 + q = px$, se procede del mismo modo, es decir, buscando dos números t y s que verifiquen

$$t - s = q$$

$$t.s = (\frac{p}{3})^3$$

Por lo tanto el valor de la x, en estos casos, será:

$$x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{s}$$

Justificación al método de Tartaglia

Sea un cubo de lado $AC = u$. Dividase este lado por un punto intermedio B. De la misma manera dividense el resto de las aristas de este cubo.

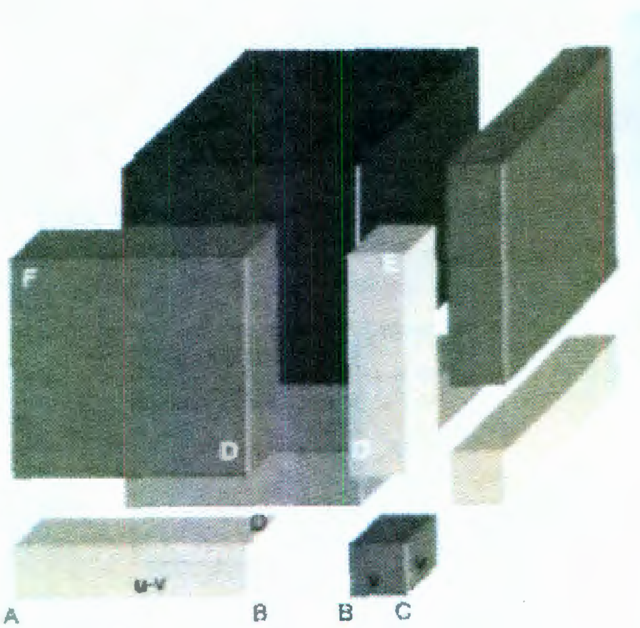
El resultado será:

1 cubo grande de lado AB con volumen $(u - v)^3$.

1 cubo pequeño de lado BC con volumen v^3.

3 prismas que tienen por base el rectángulo AD y por altura BC, y que tienen volumen $3(u - v)v^2$.

3 prismas que tienen por base el rectángulo FD y por altura BC, y que tienen volumen $3(u - v)^2v$.



Como el volumen del cubo grande inicial, de lado u, es u^3, tenemos que ese volumen menos el volumen del más pequeño es $u^3 - v^3$, y es igual al volumen de las 7 piezas restantes, por lo tanto tenemos:

$$(u-v)^3 + 3(u-v)v^2 + 3(u-v)^2v = u^3 - v^3$$

Sacando factor común (u-v) del segundo y tercer término del primer miembro queda:

$$(u-v)^3 + (u-v)[3v^2 + 3(u-v)v] = u^3 - v^3.$$

Desarrollando ahora la expresión en los corchetes obtenemos

$$(u-v)^3 + (u-v)[3v^2 + 3uv - 3v^2] = u^3 - v^3.$$

Simplificando quedará

$$(u-v)^3 + 3uv(u-v) = u^3 - v^3.$$

Si ahora hacemos $x = u - v$ y sustituimos, tendremos:

$x^3+3uvx=u^3-v^3$.

Sea $3uv = p$ y $u^3 - v^3 = q$, de donde,

$uv = (\frac{p}{3})$, si hacemos $u^3 = t$ y $v^3 = s$, tendremos

$t - s = q$

$t.s = (\frac{p}{3})^3$,

y la solución será $x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{s}$

Puesto que $x = u - v$.

Nota: La justificación es la otorgada por Cardano.

Solución a la ecuación de cuarto grado

Método de Ferrari

Veamos ahora el método para resolver las ecuaciones de cuarto grado, descubierto por Ludovico Ferrari y publicado por Cardano en su Ars Magna. Según dice este último, todo empezó con un problema de Zuanne di Tonini da Coi:

"(...)divide 10 en tres partes proporcionales, de modo que el producto de la primera por la segunda hagan 6. Este [problema]fue propuesto por Zuanne di Tonini da Coi, que dijo que no se podía resolver. Yo dije que si se podía, aunque yo aún no sabía cómo. El método [para resolverlo] fue descubierto por Ferrari.

Sea x el término medio, el primero será $(\frac{b}{x})$, donde b tendra el valor de $6x$ para cumplir con la condición de que el primer termino por el segundo sea 6, y el tercero será entonces $\frac{x.x}{\frac{6}{x}} = \frac{1}{6}x^3$. La suma de estos tres terminos debe ser 10, luego se tendrá

$$\frac{6}{x} + x + \frac{1}{6}x^3 = 10$$

Multiplicando la expresión por 6x y ordenándola queda:

$$\left(\frac{6}{x} + x + \frac{1}{6}x^3 = 10\right).6x$$

$$\frac{36x}{x} + 6x^2 + \frac{6}{6}x^4 = 60x$$

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$$

Se le debe sumar ahora $6x^2$ a ambos miembros para a completar un cuadrado perfecto

$$6x^2 + x^4 + 6x^2 + 36 = 6x^2 + 60x$$

$$x^4 + 12x^2 + 36 = 6x^2 + 60x$$

El primer miembro es un cuadrado perfecto, $x^4 + 12x^2 + 36 = (x^2 + 6)^2$.

Desgraciadamente el otro miembro no lo es. Para que lo sea volveremos a sumar a ambos miembros una cantidad de forma que ambos lados sean cuadrados perfectos. Esta cantidad será

$2tx^2 + (t^2 + 12t)$

Tenemos

$x^4 + 12x^2 + 2tx^2 + (t^2 + 12t) + 36 = 6x^2 + 60x + 2tx^2 + t^2 + 12t$

Que, ordenando, queda

$x^4 + (2t + 12)x^2 + (t^2 + 12t + 36) = (2t + 6)x^2 + 60x + (t^2 + 12t)$

Como $(t^2 + 12t + 36)$ es cuadrado perfecto, entonces

$x^4 + 2(t + 6)x^2 + (t + 6)^2 = (2t + 6)x^2 + 60x + (t^2 + 12t)$

$(x^2 + t + 6)^2 = (2t + 6)x^2 + 60x + (t^2 + 12t)$

El primer y segundo miembro son cuadrados perfectos, por tanto el discriminante debe ser igual a cero.

$b^2 - 4ac = 60^2 - 4(2t + 6)(t^2 + 12t) = 0$

Haciendo ahora operaciones obtenemos la ecuación

$$3600 - (8t + 24)(t^2 + 12t) = 0$$

$$3600 - (8t^3 + 96t^2 + 24t^2 + 288t) = 0$$

$8t^3 + 120t^2 + 288t = 3600$

Y dividiendo por 8 obtenemos

$t^3 + 15t^2 + 36t = 450$

Que es una ecuación de tercer grado, que puede ser resuelta mediante la fórmula de Del Ferro-Tartaglia (que se expondrá a continuación), y recibe el nombre de resolvente de la ecuación de cuarto grado de nuestro problema. Encontrados los valores los sustituimos en la ecuación

$x^4 + 2(t + 6)x^2 + (t + 6)^2 = (2t + 6)x^2 + 60x + (t^2 + 12t)$, los dos miembros de la igualdad serán cuadrados perfectos. La raíz cuadrada del primer miembro será $x^2 + (t + 6)$ y la del segundo, un polinomio de primer grado. Obtendremos dos ecuaciones: una igualando la raíz del primer miembro con la del segundo; la otra igualando la raíz del primer miembro con el segundo cambiando de signo. Estas ecuaciones serán de segundo grado y se podrán resolver por la fórmula general.

Método de Del Ferro-Tartaglia

Cardano aborda la resolución de una ecuación cúbica completa, $x^3 + 6x^2 + 20x = 100$, para resolverla se vale de una estrategia, reducir la ecuación anterior a una incompleta del tipo básico, es decir $x^3 + px = q$, resoluble mediante la fórmula de Del Ferro-Tartaglia, aplicando para ello un cambio de variable, que hace desaparecer el término en x^2.

Sea $ax^2 + bx + c = 0$, en ella hacemos la sustitución

$$x = y - (\frac{b}{2a})$$

Se obtiene

$$a(y - \frac{b}{2a})^2 + b(y - \frac{b}{2a}) + c = 0$$

Desarrollando y simplificando, tenemos

$$ay^2 - by + \frac{b^2}{4a} + by - \frac{b^2}{2a} + c = 0$$

En esta última expresión los términos de primer grado se cancelan. Despejando ay^2 en la expresión restante

$$ay^2 = \frac{b^2}{2a} - \frac{b^2}{4a} - c = \frac{2b^2 - b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Dividiendo ahora por a se obtiene

$$y^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a}}$$

Si ahora deshacemos el cambio de variable, obtendremos

$$x = y - \frac{b}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Cardano tuvo la idea de adaptar este cambio de variable al caso de la ecuación cúbica completa de la forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, para lograr eliminar el término x^2, el cambio de variable que propone es $x = y - \frac{b}{3a}$.

Veamos este método mediante el ejemplo de Cardano:

Sea $x^3 + 6x^2 + 20x = 100$

El cambio en este caso será

$x = y - \frac{6}{3} = y - 2$

Llevando a la ecuación, tenemos

$(y - 2)^3 + 6(y - 2)^2 + 20(y - 2) = 100$

Desarrollando

$y^3 - 6y^2 + 12y - 8 + 6y^2 - 24y + 24 + 20y - 40 = 100$

$$y^3 + 8y = 124$$

Que es una ecuación resoluble mediante la regla de Del Ferro-Tartaglia. Una vez resuelta, para calcular x basta deshacer el cambio.

Capítulo 4

Fray Diego Rodríguez y las ecuaciones de grado superior

Sea pues la primera regla de todas aquellas igualaciones de cualesquiera dignidades que sean que imitaren, o tecnificaren de la primera y segunda igualaciones. Sus reglas de conocer el valor de la cosa seran generales sin excepción alguna por que será imposible dexarse de dar dos números cuya sifra sea lo que hace despues de dada si se multiplican haran necesariamente la cantidad que se pidiese sea tan grande o pequeña como si dixesen, dame dos números que su sifra sea multiplo, dos multiplos,etc. y que multiplicados hagan uno, o menos como$\left(\frac{1}{100}\right)$*, o millares, etc. siempre se hallara lo que se siguiere gran propiedad de la primera y segunda igualaciones, de la naturaleza de la primera igualación son todas las de sensocúbo y cosas iguales a números y así la regla que de las igualaciones hallo Tartaglia es general y no se dará igualación de las que se ignore su valor lo que te dise así has. Busca dos tales partes que la sifra de ellas sea el número de la igualación y que multiplicando la una por la otra haga precisamente al cúbo de la tercera parte de las cosas lo demas se dira en su lugar que es de aquí.*

Lo segundo digo por regla general que todas aquellas igualaciones de cualesquiera dignidades que sean que se paresieren, se originaren de la tercera igualación su regla no podra ser general a todas cuantas igualaciones propusieren por que de un número no se podran hacer dos tales partes que multiplicadas hagan tanto como el número de la igualación se exede al cuadrado de la mitad del dicho número que se divide y así no puede ser general la regla que hallo Tartaglia a todas las igualaciones de sensocúbo iguales a cosas y números y sensocúbo y números iguales a cosas que pertenecen a esta tercera igualación de sensos y números iguales a cosas y pongo el ejemplo. Sea esta igualación $1c \in .p. 10^{\circ}9 \in$ *dise Tartaglia que del número 10 se hagan dos tales partes que* *multiplicadas hagan 27 que es el cúbo del tercio de las cosas, lo cúal aqui segun lo dicho es imposible, siendo asi verdad que esta igualacón tiene valor real y fisico que es 2 por que el cúbo será 8 y más 10 son 18 otro tantos en las 9 cosas a dos por que 2 veses 9 son 18 luego no fue regla general la de Tartaglia y lo mismo sucede cuando sensocúbo igual a cosas y números en misma manera.* ↩

De lo dicho corrige con evidencia que cuando de un número sean de hacer dos tales partes que multiplicadas hagan otra que se surge por imposible es una de dos o que del cúbo de la tercera parte se quita alguna cosa como en esta igualación $1c \in .p.18^{o}15 \in$ *seria diciendo has de 18 dos tales partes que multiplicando la una por la otra hagan 125 cúbo del tercio de las cosas menos 44, esto es que multiplicadas hagan 81, que es lo que resta aqui quito 44 de 125 y en tal caso las dos partes de 18 seran 9 y 9 esto es lo uno igual alo otro o puede ser que del número 18 sean de hacer dos tales partes que el cuadrado, o el duplo, o el triplo, o el cúbo, etc. de la una multiplicada por la otra haga el tal número = o ambas cosas juntas que esto es lo alguno esta averiguado y se busca y esta igualación tiene valor fisico que es 3 por que el cúbo de 3 es 27 y más 18 hacen 45 por lo tanto valen 15∈ a 3 que son otros 45 con que queda por vano que Tartaglia no hallo regla general para estas igualaciones y si la hallo no la dijo.* ↩

IGUALACIONES DE SENSO DE SENSO Y SENSO Y NÚMERO ETC.

Para lo que aqui pretendo más seria poner las igualaciones conocidas, como se sacan sus valores, sean pues las primeras de senso de senso con senso y número que falta una dignidad justo en cada una entre número y senso falta la cosa entre el senso de senso y el senso falta el cubo y así estas todas son las que hubieren, sus calidades son regulares y se les conoce su valor, por que son paresidas y nacen de las tres primeras de que hemos tratado. Vamos a la regla general de primera que corresponde a la primera. ↩

SENSO DE SENSO Y SENSO IGUALES A NÚMEROS

Cuando un senso de senso con más sensos se igualan a número, se obra como en la primera igualación. Sea $1zz.p.6z^{o}15$. *Cuadro la mitad de la cantidad mediana que son los sensos y la mitad es 3 y su cuadrado será 9, sumo siempre el número y seran 15 y 9 sumados 24, tomo la raíz de estos 24 y será Rf24 menos la otra mitad de los sensos que* *será Rf24.m.3 esto aqui vale solo un senso que es lo que valia 1 ∈ en la primera de atras. Luego aqui el valor de la cosa será la raíz de todo este resiso Rf24.m.3 que será Rfz(Rf24.m.3) que querra decir que sacando la raíz de 24 y de ella quitando 3 de esto que quedará se sacará la raíz z cuadrada otra ves y será el valor de la cosa y por que así es el modo de sacar raíz cuadrada de un binomio o resiso la pongo aquí.* ↩

Para sacar raíz cuadrada de un cualquier binomio o resiso es necesario advertir lo que atras tenemos dicho de hacer de un número dos tales que multiplicados hagan una cierta cantidad o número de lo cual pondre algunos ejemplos para que en esto no quede duda alguna. Sea el primero, haser de 10 dos tales partes que multiplicadas hagan 17 según se cotise de la operación algebraica obrare así, tomo la mitad del 10 y cuadrolo, seran 25 de ellos resto 17 quedaran 8 saco la raíz de esté y será Rf8 está restola y sumola a los 5 mitad del 10 y sera 5.p.Rf8 y 5.m.Rf8. Segundo ejemplo, de la Rf18 hago dos tales partes que multiplicadas hagan 4 tomo la mitad de Rf18 partiendo por 4 y seran Rf4 $\frac{1}{2}$ *cuadro está y será* $4\frac{1}{2}$ *de aquí resto 4 y quedará* $\frac{1}{2}$ *sacó la raíz de está y quedará Rf*$\frac{1}{2}$ *está restola y sumola a la dicha mitad Rf4*$\frac{1}{2}$ *y seran así las dos partes Rf4*$\frac{1}{2}$*.p.Rf*$\frac{1}{2}$ *y Rf4*$\frac{1}{2}$*.m.Rf*$\frac{1}{2}$*. Sea el tercer ejemplo, hacer de Rf88 dos tales partes que multiplidadas hagan Rf6 tomo la mitad de Rf88 partiendo por 4 y seráRf22 cuadrola y será 22 de esto resto la Rf6 y será 22.m.Rf6 de esto he de sacar la raíz cuadrada que es Rfz(22.m.Rf6) esta raíz se suma y se resta de la mitad Rf22 de suerte que las dos partes seran la mayor Rf22.p.Rfz(22.m.Rf6) y la menor será Rf22.m.Rfz(22.m.Rf6). Estos tres ejemplos vastan para completar todas las dificultades vamos a sacar la raíz cuadrada.* ↩

La regla general de sacar raíz cuadrada de cualquier binomio o resiso es, de la mayor parte de él hacer dos tales partes que multiplicada la una por la otra haga la cuarta parte del cuadrado de la menor y la raíz de estas dos partes sumadas si es binomio o restadas si es resiso será la raíz cuadrada que se busca. ↩

Si traducimos la ecuación de Fray Diego Rodríguez $1zz.p.6z^{\circ}15$

$1zz.p.6z^{\circ}1 \Rightarrow x^4 + 6x^2 = 15$, aplicando el método:

Cuadro la mitad de la cantidad mediana que son los sensos $3^2 = 9$.

A este cuadrado sumo siempre el número: $15 + 9 = 24$

Tomo la raíz de estos 24 y será $\sqrt{24}$ menos la otra midad de los sensos y será $\sqrt{24} - 3$

Luego el valor de la cosa será la raíz de todo este resiso y será $\sqrt{\sqrt{24}-3}$

Generalizando la ecuación y aplicando el método de Fray Diego Rodríguez quedaría:

Sea $x^4 + b^2 = c$:

Cuádrense la mitad de los sensos: $(\frac{b}{2})^2$

Este cuadrado se ha de añadir al número c: $(\frac{b}{2})^2 + c$

La raíz del resultado anterior menos la otra mitad de los sensos será el valor que se busca: $\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} - \frac{b}{2}$

El valor de la cosa será la raíz del resultado anterior $\sqrt{\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} - \frac{b}{2}}$

Para este caso b=6 y c=15, apliquemos el método:

$$\sqrt{\sqrt{(\frac{6}{2})^2 + 15} - \frac{6}{2}} = \sqrt{\sqrt{3^2 + 15} - 3} = \sqrt{\sqrt{9 + 15} - 3} = \sqrt{\sqrt{24} - 3} = \sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{3} - 3}$$

SENSO DE SENSO IGUALES A SENSOS Y NÚMEROS

Cuando el senso de senso se igula a senso y número corresponde está a la segunda de las compuestas y es originada de ella y así en esta resulta el valor de la cosa por más como en la pasada fue por menos pongo por ejemplo esta igualación$1zz°6z.p.15$ *, el valor de la cosa de la igualación se saca así, cuadro la mitad de los sensos que son 6 y su mitad 3 será el cuadrado 9, sumolo con el número 15 y será 24, tomola raíz y será Rf24 sumole la mitad de las cosas y será Rf24.p.3 esto vale un solo senso luego la cosa valdra Rfz(Rf24.p.3) y para responder apropiadamente sacare la raíz cuadrada de Rf24.p.3 que será segun lo dicho Rfz(Rf6.p.Rf3*$\frac{3}{4}$*).p. Rfz(Rf6.m.Rf3*$\frac{3}{4}$*) y esto vale la cosa en esta igualación.*

Si traducimos la ecuación de Fray Diego Rodríguez ($1zz°6z.p.15$):

$1zz°6z.p.15 \Rightarrow x^4 + 6x^2 = 15$, aplicando el método:

Cuadro la mitad de los sensos (6) que será $3^2 = 9$

A este cuadrado sumo siempre con el número: $9 + 15 = 24$

Tomo la raíz de estos 24 y será $\sqrt{24}$ más la otra mitad de los sensos y será $\sqrt{24} + 3$

El valor de la cosa será la raíz de todo este binomio y será $\sqrt{\sqrt{24} + 3}$

Generalizando la ecuación y aplicando el método de Fray Diego Rodríguez quedaría:

Sea $x^4 = bx^2 + c$:

Cuádrense la mitad de los sensos: $(\frac{b}{2})^2$

Este cuadrado se ha de añadir al número c: $(\frac{b}{2})^2 + c$

La raíz del resultado anterior más la otra mitad de los sensos será el valor que se busca: $\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} + \frac{b}{2}$

El valor de la cosa será la raíz del resultado anterior

Para este caso $b = 6$ y $c = 15$, apliquemos el método: $\sqrt{\sqrt{(\frac{b}{2})^2 + c} + \frac{b}{2}}$

$$\sqrt{\sqrt{(\frac{6}{2})^2 + 15} + \frac{6}{2}} = \sqrt{\sqrt{24} + 3} = \sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3}$$

SENSO DE SENSO Y NÚMEROS IGUALES A SENSOS

Esta igualación de senso de senso y número igual a sensos correspondiente a la tercera de las compuestas nace y se origina de ella y así está como aquella tiene dos respuestas.

Sea está igualación $1zz.p.40^{\circ}16$ *para sacar el valor de la cosa procederemos así, la mitad de los sensos 8 se cuadran y seran 64, de que restamos el número 40 de la igualación y quedará 24 tomo su raíz que será Rf24 está por una parte la sumo y por otra la resto de 8 mitad de los sensos y salen 8.p.Rf24 y 8.m.Rf24 estos son sus dos valores no de la cosa sino de un senso y así un valor de la cosa será Rfz(8.p.Rf24) y el otro será Rfz(8.m.Rf24), o sino para responder mejor saco la raíz cuadrada así del binomio cuadrado, como del resiso cuadrado desta suerte el binomio es 8.p.Rf24, de su mayor parte que es 8 hago dos tales partes que multiplicadas hagan la cuarta parte del cuadrado de Rf24 su cuadrado será 24 y su cuarta parte será 6, hago pues 8 dos tales cosas que multiplicadas hagan 6, cuadro pues la mitad de 8 que es 4 y seran 16 de aquí restare el 6 y quedaran 10 saco raíz y será Rf10 esta por su parte la sumo y la resto de 4 mitad del 8 y será la mayor parte 4.p.Rf10 y la menor 4.m.Rf10 sacole su raíz a cada una y será Rfz(4.p.Rf10) y Rfz(4.m.Rf10) sumolas por que es valor del binomio que si fuera resiso se restara como esta dicho y será Rfz(4.p.Rf10).p.Rfz(4.m.Rf10) este es el valor el otro será el resiso de este Rfz(4.p.Rf10).m.Rfz(4.m.Rf10) con lo que bastara.*

Si traducimos la ecuación de Fray Diego Rodríguez ($1zz.p.40^{\circ}16$):

$1zz.p.40^{\circ}16 \rightarrow x^4 + 40 = 16x^2$ aplicando el método:

Cuadro la mitad de los sensos(16) que será $8^2 = 64$

A este cuadrado resto siempre con el número: $64 - 40 = 24$

Tomo la raíz de estos 24 y será$\sqrt{24}$ la sumo y la resto de la otra mitad de los sensos y será $8 \pm \sqrt{24}$

El valor de la cosa será la raiz de todo este binomio y será $\sqrt{8 \pm \sqrt{24}}$

Generalizando la ecuación y aplicando el método de Fray Diego Rodríguez quedaría:

Sea $x^4 + c = bx^2$:

Cuádrense la mitad de los sensos: $(\frac{b}{2})^2$

Este cuadrado se ha restar al número c: $(\frac{b}{2})^2 - c$

La raíz del resultado anterior se sumará y se restará de la otra mitad de los sensos, será el valor que se busca: $\sqrt{\frac{b}{2} \pm ((\frac{b}{2})^2 - c\ )}$

El valor de la cosa será la raíz del resultado anterior $\sqrt{\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - c}}$

Para este caso b=16 y c=40, apliquemos el método:

$$\sqrt{\frac{16}{2} \pm \sqrt{(\frac{16}{2})^2 - 40}} = \sqrt{8 \pm \sqrt{24}}$$

$$\sqrt{8 + \sqrt{24}} = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{6} + 4}$$

$$\sqrt{8 - \sqrt{24}} = \sqrt{2}\sqrt{4 - \sqrt{6}}$$

Bibliografía

[1] Casalderrey, Francisco Martín. *Cardano y Tartaglia. Las matemáticas en el renacimiento italiano*. Nivola

[2] Rodríguez, Diego. *Tratado de las Equaciones*. Manuscrito. Biblioteca Nacional de México. MS 1518.

[3] Rodríguez-Sala, María Luisa. Del estamento ocupacional a la comunidad científica. UNAM. (2004)

[4] Trabulse, Elías. El círculo roto. Fondo de Cultura Económica.

[5] Trabulse, Elías. Historia de la ciencia en México (versión abreviada). Fondo de Cultura Económica.