

**EL APRENDIZAJE DE LA LOGICA MATEMATICA
Y SU INFLUENCIA EN EL RAZONAMIENTO**

T E S I S

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

MAESTRO EN DOCENCIA DE LAS MATEMATICAS

Presenta

MARIA ROSA HERNANDEZ MONDRAGON

Dirigida por el M. en C.

JORGE MARTINEZ SANCHEZ.

SINODALES

M. en C. JORGE MARTINEZ SANCHEZ

Presidente

Firma

DR. ALEJANDRO DIAZ BARRIGA

Secretario

Firma

M. en C. JOSEFINA ONTIVEROS Q.

Vocal

Firma

M. en C. ALEJANDRO PADILLA G.

Suplente

Firma

M. en C. ANTONIO AGUSTIN O.

Suplente

Firma

Coordinador de la Maestría

Director de Estudios de Posgrado

Centro Universitario

Querétaro, Qro. a 21 de Agosto de 1991

MEXICO

No. Per H55106

TS

Clas. 511.3

H557a

*En verdad, no es la menor de las
tareas del lógico indicar las
trampas que pone el lenguaje en el
camino del pensador.*

GOTTLOB FREGE.

*A mis padres, por todos los sacrificios
efectuados con motivo de mi
superación.*

*A Paco , por alentar mi esfuerzo con su
cariño y confianza.*

Agradecimientos:

El estudio de la maestría en Docencia de las Matemáticas es sin duda alguna una de las mayores satisfacciones de mi vida académica pues las experiencias vividas y los conocimientos adquiridos durante esa etapa motivaron un cambio fundamental en mi actitud personal y docente. Por lo anterior, siento la necesidad de agradecer a todos los que fueron mis maestros, por haber contribuído con su tiempo y esfuerzo en mi formación.

Muy especialmente a mi Director de Tesis, Mtro. Jorge Martínez Sánchez por la paciencia y comprensión con la que fue guiando cada uno de mis pasos en la elaboración del presente trabajo.

A los doctores Emilio Lluís Riera, Alejandro Díaz Barriga y César Rincón, quienes constituyen el pilar fundamental de este posgrado; mi agradecimiento por su ejemplo y enseñanzas asimismo mi reconocimiento por el apoyo invaluable que han dado a la enseñanza de las matemáticas en la Universidad Autónoma de Querétaro.

Mi sincero agradecimiento al maestro Alejandro Padilla por haber alentado en mí el espíritu de superación y de lucha en los momentos difíciles.

Finalmente deseo agradecer al Ing. Jesús Pérez Hermsillo y al Ing. Salvador Guzmán Rodríguez por la confianza que tuvieron en mi trabajo y las facilidades que siempre me brindaron para estudiar el posgrado.

INDICE

Introducción	1
I. El Problema de Investigación.	
A. Planteamiento del Problema y sus Antecedentes.✓	4
B. Objetivos.	7
C. Hipótesis de Investigación.✓	8
II. Marco Teórico✓	
A. Aspectos Lingüísticos y Psicológicos.	
1. Lenguaje.	9
2. Lenguaje Lógico.	11
3. La Interpretación del Discurso.	12
4. El Desarrollo del Lenguaje y la Epistemología Genética.	14
5. El Pensamiento Formal y la Lógica Natural.	16
6. Lógica Operatoria.	18
B. Aspectos Matemáticos.	
1. Lógica Clásica y Lógica Moderna.	21
2. Lógica de Proposiciones.	23
III. Metodología.✓	
A. Muestra.	31
B. Procedimiento.	31
IV. Contenido del Curso de Lógica	37
V. Análisis	
A. Presentación de Resultados.	62
1. Etapa I. Primera entrevista.	66
2. Etapa II. Segunda entrevista.	110

3. Tabla comparativa de ambas entrevistas.	144
4. Gráficas.	145
B. Interpretación.	151
C. Conclusiones.	172
VI. Consideraciones Finales	176
Anexos	177
Anexo 1. La entrevista inicial. ✓	
Anexo 2. Protocolos de las dos entrevistas. ✓	
Bibliografía.	

INTRODUCCION

La enseñanza de las matemáticas ha sido considerada como uno de los aspectos más delicados dentro de la enseñanza de las ciencias llamadas exactas. Esto ha motivado que algunas instituciones educativas dediquen actualmente grandes esfuerzos en torno a la rama de la educación en matemáticas, orientando esos esfuerzos, por una parte a la formación de los docentes en dos caminos principales: el conocimiento de la materia y el conocimiento de los aspectos psicopedagógicos relacionados con su enseñanza.

La maestría en docencia de las matemáticas de la Universidad Autónoma de Querétaro representa una alternativa de orientación al docente que preocupado por el fracaso sistemático de muchos alumnos en las diferentes ramas de las matemáticas, busca responder a interrogantes como las siguientes: ¿Cuáles son los principales factores que afectan al aprendizaje de las matemáticas en un determinado nivel?, ¿Cuáles son los obstáculos que tiene que vencer un alumno para tener éxito en un curso de matemáticas?, ¿El diseño de los planes de estudio es el adecuado para permitir alcanzar los objetivos del curso?, etc.

Es a partir de algunos cuestionamientos como los anteriores y de la reflexión sobre la propia práctica docente como surge la inquietud por la elaboración de la presente investigación.

Se seleccionó para ella; el curso de Matemáticas I de la Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro porque la experiencia ha indicado que es uno de los más conflictivos, tal vez por ser un curso del primer semestre de preparatoria en el cual se pretende introducir al alumno a un diferente nivel de construcción del conocimiento matemático, en el cual la justificación y la coherencia lógica son determinantes, además por ser un curso que requiere para su estudio de procesos de abstracción hasta ese momento desconocidos por muchos de los alumnos, entre ellos es de especial interés el razonamientos hipotético-deductivo. Se eligió el discurso lógico de los estudiantes como objeto de estudio buscando encontrar si existe alguna variación entre los discursos que se

elaboran espontáneamente y los que surgen ante planteamientos similares pero que han sido precedidos por cierta instrucción en lógica matemática, también se pretendió investigar los principales tipos de diferencias existentes entre los discursos de distintos sujetos, los obstáculos principales con los que el estudiante se enfrenta en la construcción de su discurso, la importancia e influencia del lenguaje en la construcción del mismo, etc. Las preguntas anteriores fueron orientando el estudio, el cual se efectuó desde una perspectiva piagetiana y estuvo fuertemente apoyado en la experiencia docente.

El trabajo se dividió en seis capítulos: en el primero se presenta el problema de investigación, como un estudio del razonamiento lógico que en forma particular pretende analizar el discurso lógico elaborado por algunos sujetos que cursan el primer semestre del bachillerato, teniendo como objetivos principales:

- Comprobar que existen diferencias en los discursos elaborados por distintos sujetos cuando intentan dar una conclusión para un conjunto de premisas dadas.
- Verificar que el discurso lógico de los sujetos se modifica después de recibir el curso de lógica matemática.
- El tercer objetivo consiste en la investigación de los principales obstáculos lingüísticos que enfrenta el estudiante al intentar construir argumentaciones.

El problema del razonamiento lógico ha sido de interés para numerosos investigadores, que lo han abordado desde distintos enfoques, se mencionan en el primer capítulo algunos de los trabajos realizados sobre el tema del razonamiento lógico.

En el segundo capítulo se presenta el soporte teórico para el desarrollo del trabajo, se consideraron por una parte aspectos lingüísticos y psicológicos y por la otra conceptos matemáticos relativos a la lógica simbólica, éstos últimos especialmente importantes para el diseño del curso.

El tercer capítulo contiene la metodología con la cual se desarrolló la investigación, que puede resumirse en el siguiente esquema:

1. Diseño y prueba del instrumento.
2. Entrevista previa al curso de Lógica, en la cual se observaron las formas espontáneas de construcción del discurso lógico que condujo al sujeto a su conclusión.
3. Curso de lógica, para cuya elaboración se consideró el Plan de estudios vigente en la Escuela Preparatoria de la Universidad Autónoma de Querétaro y cuyo contenido en forma sintetizada se presenta en el cuarto capítulo, donde se consideran principalmente los conceptos básicos contenidos en el programa.
4. Una segunda entrevista similar a la primera, con la intención de comparar los discursos para analizar posibles modificaciones motivadas por el curso.

El quinto capítulo contiene el análisis de la información recabada, el cual se efectuó independientemente para cada una de las entrevistas, en ambos casos se consideraron tres distintos niveles de análisis:

-El primero de ellos exclusivamente cualitativo permitió una clasificación inicial de los sujetos de acuerdo al tipo de conclusión que dieron: incorrecta, correcta o parcialmente correcta.

-Para el segundo nivel se clasificaron las principales conductas observadas durante cada una de las entrevistas y se agruparon los sujetos que las presentaron.

-Con la clasificación anterior se estructuraron cuatro categorías que constituyen un nivel más general de análisis, en ellas, pueden identificarse los principales errores cometidos por los sujetos, así como el tipo de dificultades que más frecuentemente enfrentan al tratar de encontrar una conclusión.

Posteriormente se efectuó la interpretación de los resultados anteriores considerando tres diferentes enfoques: lingüístico, psicológico y matemático.

En el sexto capítulo se presentan las conclusiones y consideraciones finales.

EL PROBLEMA DE INVESTIGACION.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y SUS ANTECEDENTES.

En la enseñanza de las matemáticas, frecuentemente se plantea la existencia de problemas en torno al razonamiento matemático, especialmente en su aspecto lógico. Muchos investigadores han hecho esfuerzos por esclarecer esas dificultades, lo cual ha permitido la elaboración de numerosos trabajos cuyos distintos enfoques han contribuido para tener un mayor conocimiento de los aspectos que intervienen en el problema mencionado.

Indiscutiblemente se considera a Piaget como uno de los que mayores aportaciones han hecho en el estudio del razonamiento. Al fondo de los resultados que obtuvo está la teoría sobre los períodos del desarrollo de la inteligencia desde el niño hasta el adulto: períodos sensoriomotor, preoperatorio, operatorio concreto y operatorio formal. Cada período se diferencia por una organización cada vez más compleja que el individuo hace de los elementos que entran en juego en un problema determinado.

Piaget describió las estructuras de conjunto características de los períodos operatorios del pensamiento del niño, y para tal descripción eligió el lenguaje de la lógica y la matemática moderna, constituyendo así la llamada Lógica Operatoria. Esta última aparece como una construcción intermedia entre la lógica natural de los sujetos y la lógica formal, con un objetivo primordialmente psicológico.

"A partir de algunos estudios de Piaget, se ha considerado que el razonamiento lógico puede describirse a partir de dieciséis combinaciones binarias de las cuatro asociaciones posibles de dos proposiciones y sus negaciones." ¹

Al margen de la discusión de la validez de la interpretación en términos del Cálculo proposicional que hizo Piaget de sus resultados, éstos arrojaron nuevas luces sobre la problemática del razonamiento lógico, y motivaron el inicio de diversos estudios

¹ *Eduardo Mancera*. Los aspectos no deductivos de la deducción en Matemáticas. UNAM.

sobre problemas relacionados con este tipo de razonamiento; entre los cuales se pueden observar algunos relativos al fracaso escolar en el campo de las matemáticas, como la investigación realizada por Luis Radford ² sobre los factores involucrados en el hecho de que individuos que según su edad (período de las operaciones formales) no deberían encontrar dificultad en contextos deductivos, procedan erróneamente al enfrentarse a problemas en los que interviene el razonamiento lógico, especialmente en torno a la incomprensión de demostraciones y al desarrollo de razonamientos equivocados. En la búsqueda de los obstáculos que ocasionan tales dificultades encontró deficiencias en relación a la distinción entre condición necesaria y condición suficiente en una implicación.

Su trabajo fue planteado en un contexto algorítmico, para evitar al máximo la introducción de factores relativos al lenguaje, dado que el objetivo principal fue el demostrar que, más allá de éste, existen realmente dificultades propias al razonamiento lógico en adolescentes.

En su reporte, Radford señala que un curso tradicional de lógica tanto como sistema formal o como modelo de éste (tablas de verdad) no conduce a mejoramientos sensibles en problemas sobre el razonamiento y dado que los alumnos no pueden abandonarse a la lógica natural propone como posible solución el cambio hacia una lógica semiformal. La lógica semiformal se distingue de la lógica formal en que las proposiciones tienen un contenido, no son vistas en función de su forma y se diferencia de la del discurso o del lenguaje en que el universo del discurso es fijado con exactitud desde el principio.

La organización de los enunciados durante el razonamiento matemático constituye también un aspecto importante por el papel que juega en la elaboración de demostraciones. En otro estudio realizado también por Radford³, él subraya el predominio que se ha dado en la enseñanza de la matemática moderna a la explicitación de las reglas que permiten el encadenamiento de las expresiones, y

² Luis Radford. Razonamiento lógico e interpretación de enunciados implicativos.

³ Luis Radford. Organización lógica de enunciados en una demostración.

también establece que los resultados escolares muestran que desde el punto de vista cognoscitivo el reconocer las reglas no es suficiente para que el individuo arme una demostración. Según Radford durante el razonamiento los enunciados se organizan de acuerdo a dos categorías, que operan de manera conjunta:

Categoría Lingüística, que se apoya en reglas de funcionamiento del lenguaje natural.

Categoría Lógica en donde se encuentran los criterios que rigen el encadenamiento de los enunciados (reglas de inferencia).

En matemáticas las reglas de inferencia pueden llegar a explicitarse, mientras que en el lenguaje natural esas reglas permanecen en general implícitas.

El razonamiento matemático también puede considerarse como una habilidad que permite al sujeto enfrentarse al planteamiento y solución de problemas de diversa índole.

José Ramón Ulloa enfocó su estudio sobre el razonamiento hacia la relación existente entre la habilidad de razonamiento verbal y la habilidad de captar la estructura formal de un problema matemático. El definió dichas habilidades de la siguiente forma:

"Habilidad de razonamiento verbal: consiste en comprender conceptos expresados en palabras, abstraer para generalizar y pensar en forma organizada."

"Habilidad de captar la estructura formal de un problema matemático es aquella mediante la cual se abstrae la *forma matemática* de un material dado"⁴

Ulloa establece que ambas habilidades son tipos de razonamiento abstracto y que aunque son distintas se ha observado que están fuertemente relacionadas en el sentido de que "La habilidad de razonamiento verbal es una condición necesaria aunque no suficiente del desarrollo de la habilidad de captar la estructura formal de un problema matemático", incluso establece que: "un alto grado de desarrollo de la habilidad matemática corresponde a un alto grado de desarrollo de la habilidad verbal, mientras que, a un grado bajo de

⁴ José Ramón Ulloa H. Razonamiento verbal y estructura formal del problema matemático. CINVESTAV, IPN. p. 1.

desarrollo de la habilidad verbal, corresponde un grado bajo de desarrollo de la habilidad matemática." ⁵

En un sentido estricto puede considerarse que existen ciertas diferencias entre los términos Argumentación y Razonamiento.⁶

Por otra parte Mancera señala en otro trabajo⁷ que el construir argumentaciones en matemáticas requiere de habilidades relacionadas con los procesos de generalización, de análisis y de síntesis. Asimismo él señala la existencia de otro tipo de dificultades subyacentes en la estructura de la argumentación y en la capacidad del individuo para considerar simultáneamente fenómenos antagónicos, como lo son la deducción y la inducción. También establece que muchas dificultades corresponden a distorsiones en el razonamiento debido a la influencia de interpretaciones particulares de los conectivos lógicos y de factores externos entre los que se encuentra la influencia del contenido.

OBJETIVOS.

Los estudios anteriores muestran algunos de los diferentes enfoques que se han dado al estudio del razonamiento lógico. Un aspecto importante a considerar es el que se presenta en este trabajo, el cual está orientado precisamente hacia el discurso lógico que establece un sujeto al tratar de obtener una conclusión para una serie de premisas dadas.

El estudio pretende comprobar que existen diferencias entre los discursos lógicos de distintos sujetos, identificar cuáles son estas diferencias y cómo se modifican los discursos después de recibir

⁵ José Ramón Ulloa H. Razonamiento verbal y estructura formal del problema matemático. CINVESTAV, IPN.

⁶ Argumentación.- se distingue del razonamiento lógico en el sentido de que ésta puede efectuarse con el manejo de varios factores no se restringe como el razonamiento lógico, en ella es importante la relación emisor - receptor , es útil para transmitir convicciones o simplemente para deliberar sobre algún tema o justificar algo. Olerón citado por Eduardo Mancera. Los aspectos no deductivos de la deducción en matemáticas.

⁷ Eduardo Mancera. Dificultades inherentes a la argumentación en matemáticas. UNAM.

cierta instrucción en el campo de la lógica.

El estudio se hace considerando implicaciones y disyunciones en lenguaje natural; a este respecto Ducrot señala que muchos enunciados, especialmente los de tipo implicativo, al ser formulados en términos del lenguaje común son leídos e interpretados por el sujeto como estilos lingüísticos y no como estilos lógicos; por ello el trabajo pretende asimismo establecer cuáles son los principales obstáculos de tipo lingüístico con que se enfrenta un sujeto al desarrollar su razonamiento, pues si bien el lenguaje no es realmente una dificultad propia del razonamiento, puede intervenir y muchas veces llegar a impedir el éxito de los sujetos en la realización de argumentaciones y demostraciones.

Por otra parte, "dado que la verbalización representa el hecho de poner el pensamiento en palabras y requiere que el sujeto organice su pensamiento, el escuchar a otros asegura la oportunidad de contemplar en cierta forma, su pensamiento y permite considerar las implicaciones de su entendimiento"⁸.

HIPOTESIS DE INVESTIGACION.

De acuerdo con lo establecido anteriormente, las hipótesis de investigación son:

- 1) Existen diferencias en el discurso lógico de los sujetos.
- 2) El discurso lógico de los sujetos se modifica después de recibir instrucción en Lógica Matemática.
- 3) Existen factores de tipo lingüístico que obstaculizan la elaboración de razonamientos válidos.

⁸ Pirie Schwarzenberger, *Mathematical Discussion and Mathematical Understanding*.

MARCO TEORICO

A. ASPECTOS LINGÜÍSTICOS Y PSICOLÓGICOS

1. LENGUAJE

El lenguaje es un instrumento de expresión que permite representar contenidos conceptuales por medio de símbolos orales, o símbolos en representación de símbolos orales. Los símbolos que forman el lenguaje se encuentran estructurados por medio de una serie de reglas o leyes, en virtud de las cuales los símbolos primitivos van formando otros cada vez más complejos: palabras, oraciones, etc. Los lenguajes pueden emplearse sin penetrar en el conocimiento de su estructura y en las leyes que lo determinan. Sin embargo, para un manejo adecuado del lenguaje se requiere, además de conocer los símbolos, estudiar su forma de organización y las reglas lógicas que lo determinan, así como su significado y también las emisiones verbales como actos del habla. Tales estudios están a cargo de la sintaxis, semántica y pragmática respectivamente. Las tres son ramas de la semiótica o semiología.

Al respecto, Léo Apostel (1979) establece:

"En la novena página de su *Introduction to Semantics*, Rudolf Carnap expone: Si en una investigación nos referimos únicamente a quien habla, o en términos más generales, a los usuarios del lenguaje, atribuimos la investigación a la pragmática. Si hacemos abstracción de los usuarios del lenguaje y sólo analizamos las expresiones y sus significaciones, nos encontramos en el dominio de la semántica. Y finalmente, si hacemos abstracción de las significaciones para analizar de manera exclusiva las relaciones entre expresiones, entramos en la sintaxis."¹

¹ Léo Apostel, *Tratado de Lógica y Conocimiento Científico* (dirigido por Jean Piaget, Vol. II.) p. 153

El lenguaje nos permite representar las experiencias en una forma simbólica, desempeña un importante papel pues constituye nuestro medio de comunicación, pero la comunicación también requiere que la codificación de nuestras experiencias a través del lenguaje tenga un significado socialmente compartido tanto por el receptor como por el transmisor, lo cual no siempre resulta sencillo ya que la codificación simbólica depende de experiencias distintas, que incluyen diferencias en edad, genéticas, ambientales y factores culturales.

La habilidad para comunicarse requiere el conocimiento de los procesos de codificación y decodificación del lenguaje. Una característica adicional que ayuda a transmitir el significado es nuestro conocimiento del mundo, en particular cuando se encuentran ambigüedades en el lenguaje natural, en esos casos dicho conocimiento agregado al conocimiento del lenguaje nos permite salvar las ambigüedades.

El lenguaje humano se presenta en distintas variedades, las cuales constituyen las diferentes lenguas, éstas conforman el modo de hablar de un pueblo y representan una institución del lenguaje articulado; la lengua por estar reducida a leyes, normas o sistemas es propia de los seres humanos.

La lengua es considerada como un sistema de signos cuyas unidades componentes son los signos lingüísticos² al servicio de los hablantes con el fin de comunicarse. El signo lingüístico es una unidad compuesta por:

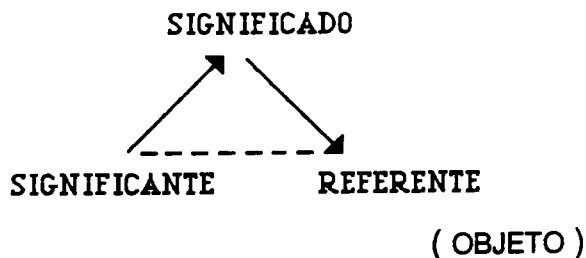
-Significante o imagen acústica.-es el sonido que constituye la parte del signo lingüístico perceptible por el sentido del oído. Millán (1973) distingue: "No es el sonido mismo sino una imagen acústica."³

-Significado o imagen conceptual.-es el contenido, la idea que despierta en la mente el estímulo de escuchar el significante. Es la imagen conceptual.

² Saussure emplea el término signo lingüístico en lugar de palabra o nombre para evitar imprecisiones, (citado por Antonio Millan, El Signo Lingüístico) p. 11.

³ Antonio Millan. El Signo Lingüístico. p. 11.

Relación entre los elementos del signo lingüístico:



Se puede decir que dado que la lengua es un convenio, un acuerdo común inconsciente y colectivo, la relación entre el significado y el significante es convencional.

Todorov ⁴ (1982) dice del discurso:

"El discurso es una manifestación concreta de la lengua, el cual se produce a diferencia de ésta en un contexto particular, en él además de los elementos lingüísticos intervienen las circunstancias y elementos de su producción como el tiempo, lugar, interlocutor y las relaciones existentes entre éstos. Por lo anteriormente mencionado, se dice que en un discurso no se forman frases como en la lengua sino enunciados".

2. LENGUAJE LOGICO

En el estudio del razonamiento el objeto al que se refiere la lógica en forma directa es el lenguaje, pues es a través de los distintos tipos de lenguaje como se expresan los pensamientos y razonamientos, esto hace que exista una estrecha relación entre la lógica y el lenguaje.

Debido a las numerosas similitudes con las estructuras y funciones del lenguaje, algunos autores han llegado a considerar a la lógica y en general a la matemática como un lenguaje. La gran importancia de la matemática considerada así no radica únicamente en su capacidad para describir muchos de los fenómenos de carácter cuantitativo que ocurren a nuestro alrededor, sino que también constituyen un lenguaje capaz de describir y hacer comprensible la matemática misma.

⁴ Tzvetan Todorov . Simbolismo e Interpretación. p. 16.

La lógica puede considerarse como un lenguaje, con un vocabulario propio que incluye las llamadas partículas lógicas o conectivos lógicos⁵. Estos conectivos están presentes en todos los lenguajes discursivos y considerando que los lenguajes de las ciencias son lenguajes discursivos, el lenguaje lógico adquiere un carácter universal y en cierta medida básico en muchas ciencias.

Ferrater y Leblanc, (1980) aclaran: "La teoría de la jerarquía de lenguajes distingue entre un lenguaje, usualmente llamado lenguaje objeto y el lenguaje de este lenguaje, generalmente llamado metalenguaje."⁶

Considerada como un lenguaje la lógica puede entenderse en dos sentidos:

a) Como el sistema de signos lógicos, el cual, está a la base de todo discurso.

b) Como la serie de metalenguajes en los cuales es posible hablar acerca de los signos lógicos.

La semiótica puede considerarse como un metalenguaje. Sintaxis, semántica y pragmática son las tres ramas de la semiótica.

Cuando el lenguaje estudiado es el lenguaje lógico, la sintaxis llamada por ello algunas veces sintaxis lógica, estudia los signos y las relaciones de los signos entre sí, independientemente de lo que designan y significan; la semántica que opera en un nivel menos abstracto y formal que la sintaxis estudia la relación entre los signos con los objetos designados, esta relación es en este caso la relación de verdad; en un nivel aún menos abstracto y formal se encuentra la pragmática que se ocupa de las significaciones.

3. LA INTERPRETACION DEL DISCURSO

La significación entendida en su acepción más amplia surge de manera diferente en la lengua y en el discurso. En este último pierde ambigüedad, se particulariza en lo relativo al contexto y se le llama

⁵ 'Si...entonces', 'y', 'no', etc.

⁶ José Ferrater Mora y Hugues Leblanc . Lógica Matemática. p. 16

sentido, y constituye aquello que el autor quiso decir al usar una secuencia particular de signos.

Todorov, (1982) señala:

"Se dice que todo proceso psíquico contiene dos fases o dos aspectos, aquellos que Piaget llama acomodación y asimilación. El psiquismo humano posee, en todo momento, ciertos esquemas que le son propios. Al enfrentarse a acciones o situaciones extrañas para él, reacciona por una parte adaptando los esquemas antiguos al nuevo objeto (acomodación) y por otra, adaptando el nuevo hecho a los esquemas antiguos (asimilación). El proceso interpretativo también contiene esas dos fases. En primer lugar se debe distinguir aquello que requiere una interpretación. En una primera etapa reconocemos el hecho nuevo, adaptándonos a él (acomodación), luego se suprime la novedad y la no integrabilidad, sometiéndolas precisamente a la interpretación es decir, asociando hasta que la secuencia dada de signos se ajuste a unos esquemas ya construídos (asimilación)."⁷

La producción y la recepción de los discursos obedecen a un principio de pertinencia, según el cual, si un discurso existe es porque debe haber una razón para ello. Cuando a primera vista un discurso particular no obedece a ese principio, la reacción espontánea del receptor consiste en buscar si, mediante una manipulación determinada, este discurso podría revelar su pertinencia. A esa manipulación según establece Todorov (1982): "se le puede nombrar en un sentido particular, interpretación"⁸.

Es relativamente fácil establecer lo que no es pertinente y motiva la interpretación, pero es muy difícil establecer con certeza cuando un enunciado es lo suficientemente pertinente y no autoriza la interpretación.

El campo de lo interpretable siempre corre el riesgo de extenderse. Estas extensiones se justifican, en lo que concierne a la interpretación, por la referencia a un marco ideológico.

⁷ Tzvetan Todorov . Simbolismo e Interpretación. p. 27

⁸ *Ibid.*

4. EL DESARROLLO DEL LENGUAJE Y LA EPISTEMOLOGÍA GENÉTICA

Para Piaget el desarrollo psíquico, que se inicia al nacer y concluye en la edad adulta consiste esencialmente en una marcha hacia el equilibrio, el cual es considerado como un equilibrio móvil. El distingue en el desarrollo seis períodos o estadios que marcan la aparición de estructuras construídas sucesivamente:

1º De los reflejos, 2º De las Percepciones y los hábitos, 3º Sensorio-motor, 4º Preoperatorio, 5º Operatorio concreto y 6º Operatorio Formal.

Piaget (1984) establece:

"Al término del período sensorio-motor, hacia un año y medio o dos años, aparece una función fundamental para la evolución de las conductas posteriores y que consiste en poder representar algo (un "*significado* " cualquiera: objeto, acontecimiento, etc.) por medio de un "*significante* " diferenciado y que sólo sirve para esa representación: lenguaje, imagen mental, gesto simbólico, etc." ⁹

Se usa la expresión: "función semiótica " para designar los funcionamientos referentes al conjunto de los significantes diferenciados. Esta función presenta una unidad notable, a pesar de incluir a las imitaciones diferidas, al juego simbólico, los dibujos, las imágenes mentales y el lenguaje.

Piaget (1984) afirma: "La función semiótica engendra dos clases de instrumentos: *los símbolos*, que son "motivados", es decir, que presentan, aunque significantes diferenciados, alguna semejanza con sus significados; y los signos, que son arbitrarios o convencionales"¹⁰, pero por esto último, necesariamente colectivos . El lenguaje aparece aproximadamente al mismo tiempo que las otras formas del pensamiento semiótico. Este desempeña un papel muy importante, ya que, contrariamente a los otros instrumentos semióticos que son construídos por el individuo en la medida de sus necesidades, el lenguaje es elaborado por completo socialmente y contiene de antemano, para uso de los individuos que lo aprenden, un

⁹ Jean Piaget. Psicología del niño. p. 59

¹⁰ Jean Piaget. Psicología del niño. p. 64

conjunto de instrumentos cognoscitivos (relaciones, clasificaciones, etc.) al servicio del pensamiento. Algunas investigaciones realizadas por H. Sinclair muestran que el lenguaje no constituye la fuente de la lógica, sino que está estructurado por ella, es decir, las raíces de la lógica pueden encontrarse en la coordinación general de las acciones (comprendidas las conductas verbales), en función del progreso de las acciones, se estructura el pensamiento, incluso verbal, hasta constituir las operaciones lógico-matemáticas.

Con la aparición del lenguaje, las conductas resultan profundamente modificadas, tanto en su aspecto afectivo como en su aspecto intelectual. Sus consecuencias esenciales para el desarrollo mental son: el intercambio y la comunicación entre individuos, lo cual marca el inicio de la socialización de la acción y la interiorización de la palabra, es decir la aparición del pensamiento propiamente dicho, que tiene como soportes el lenguaje interior y el sistema de signos; y por último, y sobre todo, una interiorización de la acción como tal, que puede así reconstruirse en el plano intuitivo de las imágenes y de las "experiencias mentales".

El niño liga sus conversaciones con las acciones materiales, hasta alrededor de los siete años, al principio los niños no saben discutir entre sí y se limitan a confrontar sus afirmaciones contrarias. durante estas primeras conversaciones, el niño además de hablar con los demás, habla constantemente a sí mismo, mediante monólogos variados que acompañan sus juegos y sus acciones. Piaget (1985) menciona: "Las operaciones de la inteligencia infantil son únicamente concretas, es decir, no se refieren más que a la realidad en sí misma y, especialmente, a objetos tangibles que pueden ser manipulados y sometidos a experiencias efectivas"¹¹ .

El pensamiento del niño se aleja de lo real, al ir sustituyendo los objetos ausentes por representaciones hasta lograr finalmente un razonamiento en el plano del lenguaje y de enunciados verbales, lo cual marca la aparición del pensamiento formal en el que las operaciones lógicas comienzan a ser transpuestas del plano de la manipulación concreta al plano de las meras ideas, expresadas en un

¹¹ *Jean Piaget. Seis estudios de Psicología.*p. 95

La aparición del pensamiento lógico representa la culminación de un proceso de formalización de las acciones constitutivas de la inteligencia, es decir, puede entenderse como la culminación del proceso de construcción originado por los procesos naturales de la inteligencia de los niños y adultos. El decir que la ciencia de la lógica prolonga el proceso natural de abstracción presente en el sujeto, como lo establece Castorina (1982):¹² "plantea la existencia de una lógica natural propia del sujeto, construída espontáneamente a partir de las coordinaciones de las acciones y cuyo desarrollo posibilita la ciencia de la lógica".

En contraposición a la lógica natural se encuentra la lógica formal. Las inferencias de la lógica natural y las inferencias específicas de la lógica formal presentan diferencias que las hacen irreductibles unas a otras. Lo cual no significa que sean incomparables, ya que las construcciones más abstractas y formalizadas de los lógicos se apoyan en última instancia, en las estructuras lógicas naturales que las posibilitan. Las siguientes son las principales diferencias que existen según Castorina entre la lógica natural y la lógica formal.

"1) Los mecanismos inferenciales de la lógica natural son más sencillos que los de la lógica formal, la cual contempla cadenas de inferencias extensas y de acuerdo con reglas lógicas especificadas de antemano.

2) Los razonamientos e inferencias propios de la lógica natural no se apoyan exclusivamente en la estructura formal de los mismos, sino que la aceptación o rechazo de las inferencias depende de los contextos de significación en que éstos se dan.

3) La lógica natural rechaza aquellas verdades lógicas que por su simplicidad parecen obvias, mientras que en los sistemas formales éstas son elementos fundamentales en toda demostración.

¹² José Antonio Castorina y Gladys Palau. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. p.16

4) En la lógica natural frecuentemente se usan inferencias no estrictamente deductivas, en cambio en los sistemas lógicos formales el mayor peso sigue estando en la lógica deductiva, aun a pesar del desarrollo de la lógica que incluye sistemas lógicos no clásicos, como las lógicas inductivas, combinatorias, modales, etc."¹³

La lógica natural ha pesar de estar más débilmente estructurada que la lógica formal, ha sido importante para ésta última, porque los mecanismos constitutivos de la lógica natural han permitido el desarrollo de los de la lógica formal.

6. LOGICA OPERATORIA

La reconstrucción de las acciones sensoriomotrices mediante la función semiótica, constituye una acción interiorizada, y se denomina operación. Las operaciones constituyen estructuras de conjunto, Piaget describe las estructuras de conjunto de la lógica natural de los sujetos mediante el lenguaje lógico-matemático, por medio de la lógica operatoria.

Las operaciones hipotético-deductivas se constituyen cuando el sujeto razona sobre proposiciones consideradas como hipótesis y en forma independiente de su contenido, se integra así una nueva estructura conocida como grupo INRC, la cual intenta describir los mecanismos operatorios fundamentales de transformación de las operaciones proposicionales. Estas transformaciones son cuatro: inversión, reciprocidad, correlatividad e identidad.

Los elementos de estas transformaciones son las 16 operaciones interproposicionales, las cuales se muestran en la tabla I, en ella se distingue el tipo de operación, nombre y el símbolo para identificarla:

¹³ José Antonio Castorina y Gladys Palau. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. p.124.

Tabla I

OPERACIONES INTERPROPOSICIONALES

OPERACIÓN EN FORMA NORMAL DISYUNTIVA	NOMBRE DE LA OPERACION	SIMBOLO
1. 0	Contradicción lógica.	
2. $p \wedge q$	Conjunción	" $p \wedge q$ "
3. $\neg p \wedge q$	No implicación recíproca	" $q \not\rightarrow p$ "
4. $p \wedge \neg q$	No implicación	" $p \not\rightarrow q$ "
5. $\neg p \wedge \neg q$	Negación conjunta	" $p \downarrow q$ "
6. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$	Afirmación de q respecto de p	" $q[p]$ "
7. $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	Afirmación de p respecto de q	" $p[q]$ "
8. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Bicondicional o equivalencia	" $p \leftrightarrow q$ "
9. $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	Disyunción exclusiva	" $p \oplus q$ "
10. $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Afirmación de $\neg p$ respecto de q	" $\neg p[q]$ "
11. $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Afirmación de $\neg q$ respecto de p	" $\neg q[p]$ "
12. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$	Disyunción inclusiva	" $p \vee q$ "
13. $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Implicación recíproca	" $q \rightarrow p$ "
14. $(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Incompatibilidad	" p/q "
15. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Implicación material	" $p \rightarrow q$ "
16. $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Afirmación completa	" $p * q$ "

Castorina y Palau (1982) muestran las relaciones existentes entre las dieciséis operaciones binarias interproposicionales y las cuatro transformaciones en la siguiente tabla¹⁴ :

¹⁴ José Antonio Castorina y Gladys Palau. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. p.115

Tabla II

TRANSFORMACIONES DE LAS OPERACIONES BINARIAS INTERPROPOSICIONALES

	Operación directa	Inversa	Recíproca	Correlativa
1	0	p^*q	0	p^*q
2	$p \wedge q$	p/q	$p \downarrow q$	$p \vee q$
3	$q \hookrightarrow p$	$q \rightarrow p$	$p \hookrightarrow q$	$p \rightarrow q$
4	$p \hookrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \hookrightarrow p$	$q \rightarrow p$
5	$p \downarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \downarrow q$
6	$q[p]$	$\neg q[p]$	$q[p]$	$q[p]$
7	$p[q]$	$\neg p[q]$	$\neg p[q]$	$p[q]$
8	$p \leftrightarrow q$	pwq	$p \leftrightarrow q$	pwq
9	pwq	$p \leftrightarrow q$	pwq	$p \leftrightarrow q$
10	$\neg p[q]$	$p[q]$	$p[q]$	$\neg p[q]$
11	$\neg q[p]$	$q[p]$	$q[p]$	$\neg q[p]$
12	$p \vee q$	$p \downarrow q$	p/q	$p \wedge q$
13	$q \rightarrow p$	$q \hookrightarrow p$	$p \rightarrow q$	$p \hookrightarrow q$
14	p/q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \downarrow q$
15	$p \rightarrow q$	$p \hookrightarrow q$	$q \rightarrow p$	$q \hookrightarrow p$
16	p^*q	0	p^*q	0

Finalmente se muestra la interrelación existente entre las cuatro transformaciones¹⁵ :

$$NR = RN = C$$

$$RC = CR = N$$

$$NC = CN = R$$

$$NRC = RCN = CNR = I$$

Estas transformaciones se aplican sobre el conjunto de las 16 operaciones binarias proposicionales, por lo que se dice que son transformaciones sobre operaciones. El grupo INRC y las 16 operaciones binarias constituyen las dos estructuras lógicas o modelos con las cuales Piaget intenta describir los procesos del pensamiento.

¹⁵ José Antonio Castorina y Gladys Palau. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. p.118

ASPECTOS MATEMATICOS

1. LOGICA CLASICA Y LOGICA MODERNA

A menudo se opone la lógica de Aristóteles y la lógica filosófica a la lógica moderna, que puede considerarse como una rama de la matemática.

J.B. Grize (1979) establece:

"Aristóteles dice de la lógica que su asunto es la demostración; Santo Tomás estima que es el arte que dirige el acto mismo de la razón, arte por el cual procedemos por orden, fácilmente y sin error en este acto, y Church, lógico contemporáneo, escribe que se preocupa por el análisis de los enunciados o de las proposiciones, así como por el de las pruebas; la atención recae sobre la forma por abstracción del contenido"¹⁶.

J.B. Grize (1979) considera todo lo anterior en la siguiente idea: " la lógica trata del razonamiento y de una manera más particular, de la demostración o de la prueba"¹⁷.

Posteriormente Leibniz concibió la lógica moderna en dos formas: como una lengua artificial desprovista de toda ambigüedad y la de una manipulación ordenada de los símbolos.

A fines del siglo XIX y comienzos del presente se establecieron relaciones sistemáticas entre la lógica y la matemática, principalmente mediante las obras de Boole, quien realizó la primera forma matemática de la lógica y constituyó el álgebra de la lógica como "un método que se basa en el empleo de símbolos cuyas leyes generales de combinación se conocen y cuyos resultados admiten una interpretación coherente"¹⁸; Frege también intervino en el fortalecimiento de las relaciones entre ambas ciencias al iniciar la fundamentación lógica de las matemáticas. Por otra parte, también contribuyeron al desarrollo de la lógica: Georg Cantor, creador de las teorías de los conjuntos, Peano y finalmente Whitehead y Russell éstos últimos creadores de la obra Principia Mathematica.

¹⁶ J.B. Grize, Tratado de Lógica y Conocimiento Científico (dirigido por Jean Piaget) Vol. II, p. 13.

¹⁷ Ibid.

¹⁸ Ibid.

En años recientes y gracias a las investigaciones de Kurt Gödel, David Hilbert y Alfred Tarski, entre otros, ha sido posible formular una teoría explícita de la inferencia, adecuada para manejar los casos paradigmáticos de razonamiento deductivo, en matemáticas y en las ciencias empíricas.

La lógica formal por oposición a la lógica natural considera que la validez de una expresión está determinada por reglas que sólo retienen su forma. La lógica formal comprende tanto a la lógica simbólica como a la no simbólica. La lógica tradicional o clásica representa un modelo de lógica formal no simbólica ya que toma sus reglas del razonamiento del lenguaje cotidiano, sin usar símbolos especiales.

La palabra simbólica designa a la lógica que emplea símbolos, generalmente matemáticos, el empleo de símbolos puede hacerse desde dos distintos enfoques: el primero utiliza símbolos para designar proposiciones y el segundo también considera símbolos pero desprovistos de toda significación. El estudio del primer enfoque se hace desde un punto de vista semántico, en el segundo caso la lógica se presenta como un cálculo y su estudio comprende un aspecto sintáctico.

La lógica simbólica moderna (desde Leibniz en adelante) que incluye inferencias asilogísticas y silogísticas, actualmente ha llegado a ser esencial tanto para lógicos filosóficos como para la comprensión general de la matemática y algunas de sus aplicaciones, dado que la matemática hace uso frecuente de la lógica, el desarrollo de ambas ha estado estrechamente ligado.

La lógica matemática representa un acercamiento metodológico de la Lógica a la matemática, el cual se realiza aceptando un simbolismo apropiado que permite representar los discursos por fórmulas, en las cuales se pone de manifiesto la estructura lógica del discurso como una integración entre las partes de éste y los términos: si, entonces, y, o, no, algunos, todos, cada, algún, etc, éstos aparecen en forma de operaciones de un cálculo especial cuyas reglas de uso constituyen la lógica tratada con un método matemático.

La lógica matemática está íntimamente relacionada con la inferencia en general, y se distingue de las diferentes ramas especiales de la matemática principalmente por su generalidad. Russell¹⁹ dice que su objeto de estudio está formado por tres grandes cuestiones:

- *El cálculo de proposiciones.*
- *El cálculo de clases.*
- *El cálculo de relaciones.*

2) Lógica de Proposiciones.

Con el término proposición se designa una expresión de la cual tiene sentido inequívoco decir si es verdadera o falsa.

Las proposiciones se representan con letras minúsculas, consideradas independientes de un significado o sentido y susceptibles de tomar dos valores, verdadero (V o 1) y falso (F o 0), el valor de verdad de una proposición es la asociación de la proposición con 1 o 0. Verdadero y falso son considerados conceptos primitivos.

En algunas ocasiones la determinación del valor de verdad de las proposiciones es una cuestión extralógica que corresponde al dominio de las ciencias particulares, mientras que en otras el valor de verdad depende únicamente de la estructura lógica.

Por ejemplo la determinación del valor de verdad de la proposición: "El agua se congela a 0 °C a la presión atmosférica" pertenece a la Física, mientras que la expresión "el oro es un metal precioso y el oro no es un metal precioso" es falsa en virtud de su estructura lógica y se dice que es ésta una expresión lógicamente falsa.

El cálculo de proposiciones tiene entre sus objetivos principales el formar proposiciones lógicamente verdaderas y lógicamente falsas.

En el cálculo de proposiciones, éstas se combinan entre sí para volver a dar proposiciones, por lo que se considera un cálculo interproposicional y se le llama *Lógica de proposiciones*.

¹⁹ *Bertrand Russell*, Ciencia y Filosofía 1897-1919. p.

El cálculo que analiza las proposiciones se llama intraproposicional. Este cálculo es considerado como una ampliación del cálculo de proposiciones, cuenta con medios de expresión propios que permiten introducir el equivalente de las palabras "todos" y "alguno" y se conoce como *Lógica de predicados*.

En el estudio del cálculo proposicional con la finalidad de salvar las ambigüedades del lenguaje normal se tratará con proposiciones cuyo significado y estructura interna se ignora. Se estructura así una lógica carente de significados llamada lógica simbólica, en ella las proposiciones llamadas atómicas o simples son las letras p, q, r, ..., p₁, p₂, p₃, ..., a partir de éstas proposiciones se pueden formar otras llamadas proposiciones compuestas o moleculares usando los operadores o conectivos lógicos, siguientes:

Conectivo	símbolo
no	\neg
y	\wedge
o	\vee
Si, entonces	\rightarrow
Si y sólo si.	\leftrightarrow

Los cuatro últimos conectivos de la tabla anterior, se usan para enlazar dos proposiciones atómicas, a diferencia del primero que se agrega a una sola proposición atómica para formar una proposición molecular.

De acuerdo a lo anterior se define:

Proposición simple o atómica. Son las proposiciones de la forma más simple, que no contienen conectivos lógicos.

Proposición compuesta o molecular. Son proposiciones formadas por proposiciones simples y uno o más conectivos lógicos.

Las proposiciones se distinguen de acuerdo a su forma de la manera siguiente:

Nombre de la proposición	Forma
Negación	$\neg A$
Conjunción	$A \wedge B$
Disyunción	$A \vee B$
Condicional	$A \rightarrow B$
Bicondicional	$A \leftrightarrow B$

Donde A y B representan proposiciones simples o compuestas.

La forma de las proposiciones moleculares construídas depende del término de enlace empleado, no del contenido de la proposición o proposiciones componentes. Es decir la forma de la proposición se conserva si se sustituyen las proposiciones componentes por otras cualesquiera.

Las proposiciones compuestas pueden resultar ambiguas debido a la manera en la que los símbolos se asocian si no se introducen paréntesis como auxiliares en la notación. Así se debe escribir $(A \rightarrow B) \rightarrow C$ o $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ y no solamente $A \rightarrow B \rightarrow C$, sin embargo el uso de paréntesis puede reducirse si se asigna cierta jerarquía a los conectivos lógicos $\leftrightarrow, \rightarrow, \wedge, \vee, \neg$. Así al escribir $A \rightarrow B \wedge C$, se debe interpretar $A \rightarrow (B \wedge C)$ y $C \leftrightarrow A \wedge B \rightarrow C$ significa $C \leftrightarrow [(A \wedge B) \rightarrow C]$, $\neg A \vee B$ significa $(\neg A) \vee B$ en lugar de $\neg (A \vee B)$. Para cada proposición simple se asume que ésta puede ser verdadera o falsa pero no ambas, esto no significa que se requiera considerar su constitución o el análisis de los hechos a los que hace referencia, es decir, se asume simplemente la existencia (en lógica binaria) de dos posibilidades: puede ser verdadera o falsa. La asignación de un valor de verdad para proposiciones compuestas no es arbitraria, depende del valor de verdad de las proposiciones simples componentes y de los conectivos presentes en la proposición molecular, dicha asignación se efectúa usando las cinco definiciones, dadas en las tablas siguientes:

A	$\neg A$
1	0
0	1

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Así, $A \wedge B$ es verdadera sólo cuando tanto A como B son verdaderas, $A \vee B$ es falsa solamente cuando ambas son falsas, $A \rightarrow B$ es falsa para el caso de que A sea verdadera y B sea falsa, finalmente $A \leftrightarrow B$ es verdadera para los casos en que A y B tengan el mismo valor.

Las tablas de verdad constituyen una representación del valor de verdad de una proposición compuesta para cada uno de los valores de verdad posibles de sus componentes. Una proposición que siempre sea verdadera independientemente del valor de sus componentes se dice que es una tautología.

El análisis de los valores de verdad de proposiciones compuestas complejas puede facilitarse si las expresiones se transforman en otras formas equivalentes llamadas formas normales, las que se caracterizan por no contener los símbolos \rightarrow y \leftrightarrow y porque el símbolo \neg sólo aparece afectando a proposiciones simples. Las formas normales más usadas son la conjuntiva y la disyuntiva. Una expresión tiene la forma normal disyuntiva cuando está formada por una disyunción de conjunciones de proposiciones simples o negaciones. Una expresión tiene la forma normal conjuntiva, cuando además de ser normal es la conjunción de disyunciones entre proposiciones simples o sus negaciones.

Generalmente no se distingue entre proposición simple y compuesta, es decir, el término proposición puede referirse a una o a la otra, ambos tipos de proposiciones constituyen lo que frecuentemente se denomina fórmulas proposicionales, una fórmula es una expresión que contiene un número finito de proposiciones simples: p, q, r, etc, y un número finito de operaciones lógicas: $\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$, en una combinación correcta; también puede serlo cualquier proposición

simple. Las fórmulas proposicionales se representan por las letras A, B, C, ..., A₁, A₂, A₃, ...

Se dice que una fórmula es una tautología si y sólo si su valor de verdad es verdadero, independientemente de que los valores de verdad de sus proposiciones componentes sean falsos o verdaderos.

Entre las tautologías importantes en Lógica están las siguientes:

1. Ley del tercero excluído.

$$A \vee \neg A$$

2. Ley de Contradicción.

$$\neg (A \wedge \neg A)$$

Cuando una proposición de la forma $A \rightarrow B$, es una tautología, se dice que A implica lógicamente a B y se escribe: $A \Rightarrow B$.

La equivalencia es una relación entre fórmulas que establece que las fórmulas equivalentes tienen idénticos valores de verdad independientemente de los valores de verdad asignados a sus proposiciones componentes. Es decir, A es equivalente a B, si y sólo si $A \leftrightarrow B$ es una tautología lo cual se representa por $A \Leftrightarrow B$.

El tratamiento axiomático del cálculo de proposiciones, consiste en establecer un grupo de fórmulas siempre verdaderas, y algunas reglas operatorias que permitan combinar estas fórmulas. Dichas fórmulas y reglas constituyen los axiomas del cálculo proposicional y deben ser tales que toda expresión obtenida de ellos sea siempre verdadera por estructura (tautología). El proceso de combinar fórmulas para obtener otras nuevas mediante las reglas contenidas en los axiomas se llama **deducción lógica**.

Algunas tautologías que juegan un papel importante en los procesos de deducción son las siguientes:

1. Leyes de Identidad.

$$A \Rightarrow A, A \Leftrightarrow A$$

2. Ley de contradicción.

$$\neg (A \wedge \neg A)$$

3. Ley del tercero excluído.

$$A \vee \neg A$$

4. Ley de doble negación.

$$A \Leftrightarrow \neg(\neg A)$$

5. Leyes de simplificación.

$$5a. (A \wedge B) \Rightarrow A$$

$$5b. A \Rightarrow (A \vee B)$$

6. Leyes de conmutación.

$$6a. (A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A)$$

$$6b. (A \vee B) \Leftrightarrow (B \vee A)$$

$$6c. (A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$$

7. Leyes de asociación.

$$7a. [(A \vee B) \vee C] \Leftrightarrow [A \vee (B \vee C)]$$

$$7b. [(A \wedge B) \wedge C] \Leftrightarrow [A \wedge (B \wedge C)]$$

$$7c. [(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C] \Leftrightarrow [A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)]$$

8. Leyes de distribución.

$$8a. [A \wedge (B \vee C)] \Leftrightarrow [(A \wedge B) \vee (A \wedge C)]$$

$$8b. [A \vee (B \wedge C)] \Leftrightarrow [(A \vee B) \wedge (A \vee C)]$$

$$8c. [(A \rightarrow (B \wedge C))] \Leftrightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)]$$

$$8d. [(A \rightarrow (B \vee C))] \Leftrightarrow [(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)]$$

9. Leyes de transitividad. Constituyen la expresión simbólica de los que la lógica clásica llama silogismos hipotéticos.

$$9a. [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \Rightarrow (A \rightarrow C)$$

$$9b. [(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)] \Rightarrow (A \leftrightarrow C)$$

10. La llamada ley del dilema o silogismo disyuntivo.

$$[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C)] \Rightarrow (B \vee D)$$

11. Leyes de dualidad o de De Morgan.

$$11a. \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$$

$$11b. \neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$$

12. Leyes de transportación.

$$12a. (A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$12b. (A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \leftrightarrow \neg A)$$

13. Ley de la condicional-conjunción.

$$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$$

14. Ley de la condicional-disyunción.

$$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$$

15. Modus Ponens.

$$[(A \rightarrow B) \wedge A] \Rightarrow B$$

16. Modus Tollens.

$$[(A \rightarrow B) \wedge \neg B] \Rightarrow \neg A$$

La lógica dedica mucha atención al estudio de cómo unas fórmulas lógicas pueden derivarse de otras. Esta derivación es en lógica, de naturaleza puramente formal y recibe el nombre de **deducción**. Por medio de ésta se muestra que una determinada fórmula, llamada **conclusión**, resulta de una o varias fórmulas, llamadas **premisas**,²⁰ éstas constituyen las fórmulas que se afirman como fundamentos o razones para la aceptación de la conclusión. La **inferencia** es una actividad en la que se afirma una fórmula sobre la base de otra u otras fórmulas aceptadas como el punto de partida del proceso. La inferencia permite que a partir de premisas verdaderas se obtengan sólo conclusiones que son verdaderas. El proceso por el cual se establece que la conclusión se sigue de las premisas recibe el nombre de **razonamiento**, por ello puede decirse que el razonamiento es la clase especial de pensamiento llamada inferencia. Para derivar una cierta conclusión a partir de unas premisas se utilizan ciertas reglas, llamadas **reglas de inferencia**, Suppes considera dos criterios principales para la construcción de estas reglas²¹:

"1. Dado un conjunto de premisas, las reglas de deducción lógica deben permitirnos inferir *solamente* las conclusiones que lógicamente se siguen de las premisas.

2. Dado un conjunto de premisas, las reglas de deducción lógica deben permitirnos inferir *todas* las conclusiones que lógicamente se siguen de las premisas".

²⁰ "Premisa y conclusión son términos relativos, en el sentido de que la misma proposición puede ser premisa en un razonamiento y conclusión en otro, Toda proposición puede ser premisa o conclusión dependiendo del contexto. Es una premisa cuando se supone en un razonamiento, para demostrar alguna otra proposición. Es conclusión cuando se presenta en un razonamiento en el que se pretende demostrarla basándose en las otras proposiciones que se suponen." *Irving Copi* . Lógica Simbólica

²¹ Suppes Patrick. Introducción a la Lógica simbólica

PRINCIPALES REGLAS DE INFERENCIA

<p>1. Modus Ponendo Ponens</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \\ \hline \therefore B \end{array}$	<p>2. Modus Tollendo Tollens</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \neg B \\ \hline \therefore \neg A \end{array}$	<p>3. Modus Tollendo Ponens.</p> $\begin{array}{l} A \vee B \\ \neg A \\ \hline \therefore B \end{array}$
<p>4. Silogismo Hipotético</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline \therefore A \rightarrow C \end{array}$	<p>5. Silogismo disyuntivo o dilema constructivo.</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \\ \hline \therefore B \vee D \end{array}$	<p>6. Dilema Destructivo.</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ \neg B \vee \neg D \\ \hline \therefore \neg A \vee \neg C \end{array}$
<p>7. Simplificación</p> $\begin{array}{l} A \wedge B \\ \hline \therefore A \end{array}$	<p>8. Conjunción</p> $\begin{array}{l} A \\ B \\ \hline \therefore A \wedge B \end{array}$	<p>9. Adición</p> $\begin{array}{l} A \\ \hline \therefore A \vee B \end{array}$

METODOLOGIA

A. MUESTRA.

La muestra de la investigación se conformó por estudiantes del primer semestre de bachillerato de la escuela preparatoria de la Universidad Autónoma de Querétaro. Por razones prácticas se seleccionó un grupo de esta institución, del cual participaron voluntariamente 31 alumnos, cuyas edades oscilaron entre 15 y 20 años. La mayoría de ellos de 16 como lo muestra el siguiente cuadro.

Edad	Número de sujetos
15	7
16	13
17	6
18	4
19	-
20	1

B. PROCEDIMIENTO.

La investigación se diseñó en tres etapas:

Primera etapa: Una entrevista inicial.

Segunda etapa: Curso de Lógica (siguiendo el programa vigente en la institución).

Tercera etapa: Una entrevista final.

1. El instrumento.

Inicialmente se pensó que el discurso lógico de los sujetos podría ser observado durante la solución de un problema de tipo

rompecabezas, se seleccionó el siguiente, tomado del libro Matemáticas Contemporáneas de Britton y Bello¹ :

En Villa Lógica viven cuatro hombres: El Sr. Delgado, el Sr. Moreno, el Sr. Franco y el Sr. Rubio. Uno de ellos es delgado, otro moreno, otro franco y el otro rubio, pero ninguna de las características corresponde con su nombre. Un lógico intenta determinar quién es quién y obtienen la información siguiente, la cual es parcialmente correcta.

- a) El Sr. Delgado es rubio***
- b) El Sr. Moreno es delgado.***
- c) El Sr. Franco no es rubio.***
- d) El Sr. Rubio no es franco.***

Si se sabe que tres de las cuatro posibilidades son falsas, ¿quién es el moreno?

El problema fue sometido a prueba con un grupo de quince sujetos de la misma institución, la mayoría de ellos pertenecientes al grupo con el que se realizó el experimento, los resultados obtenidos mostraron que el nivel de dificultad era muy superior a lo esperado; los sujetos atacaban el problema desde su experiencia personal, introduciendo frases que reflejaban sus creencias y ningún sujeto hizo uso de un procedimiento de la lógica formal para resolver el problema, al ver esto, y con la esperanza de que resultara de alguna utilidad para ellos, se les ayudó con algunas sugerencias las cuales eran aceptadas en un primer momento, pero inmediatamente después eran abandonadas para volver al tratamiento inicial, ayudados de sus experiencias personales.²

Al observar las dificultades que implicaba este planteamiento se pensó en pedir a los sujetos que a partir de conjuntos formados por dos o tres premisas trataran, de ser esto posible, de obtener una conclusión. Se seleccionaron seis problemas, con la siguiente forma:

¹ Britton y Bello, Matemáticas Contemporáneas.

² En el anexo 1 se presentan algunos ejemplos de estas entrevistas.

$$1. \quad A \rightarrow B$$

$$A$$

$$2. \quad A \rightarrow B$$

$$\neg B$$

$$3. \quad A \vee B$$

$$\neg B$$

$$4. \quad A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$C \rightarrow D$$

$$5. \quad A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$6. \quad A \vee B$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow D$$

El nuevo instrumento se sometió a prueba, encontrándose que con este nuevo planteamiento sí se daba una discriminación entre los sujetos.

Cada problema, escrito en una tarjeta, estaba formado por proposiciones escritas en un lenguaje muy sencillo, buscando que no les representara esto una dificultad adicional. Las frases incluidas en las tarjetas son consideradas proposiciones porque al inicio de la entrevista se establece el supuesto de que los sujetos de los que se hace mención en ellas son conocidos, incluso en el caso en el que se utilizan pronombres suponemos conocido al sujeto al que se refiere el pronombre.

Las tarjetas presentadas en la primera entrevista fueron las siguientes:

Tarjeta 1

<p>Si Lety aprende inglés, irá a Londres Lety aprende inglés</p>
--

Tarjeta 2

<p>Si Jesús cumple su promesa, su familia será feliz La familia de Jesús no es feliz</p>
--

Tarjeta 3

José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace
sopa de verduras
La mamá de Paty no hace sopa de verduras

Tarjeta 4

Si no llueve hoy, podré salir a pasear
Si puedo salir a pasear entonces iré al cine
Si voy al cine entonces compraré palomitas

Tarjeta 5

Si me aumentan el sueldo, no renuncio al trabajo
Si no renuncio al trabajo, estaré tranquilo

Tarjeta 6

Luis estudia mucho o copia en el examen
Si Luis estudia mucho, se cansa
Si Luis copia en el examen, el maestro lo castiga

Las tarjetas presentadas en la segunda entrevista, fueron elaboradas con la misma forma básica que las primeras, sólo se introdujo una modificación en el sentido de que en algunos casos las premisas contenían mas negaciones que en el caso anterior, esto se hizo para que el sujeto no se encontrara con proposiciones exactamente iguales a las anteriores, pero que sin embargo, sí fueran equivalentes en cuanto a la forma general dada anteriormente.

Tarjeta1

Si no ingreso a la universidad entonces tendré que trabajar
No ingreso a la universidad

Tarjeta 2

Si me enfermo entonces no iré a clases
Iré a clases

Tarjeta 3

Compro un pantalón o salgo con mis amigos
No salgo con mis amigos

Tarjeta 4

Si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza
Si tiene dolor de cabeza entonces no puede leer
Si no puede leer entonces no hará la tarea

Tarjeta 5

Si tengo flojera, no voy a la fiesta
Si no voy a la fiesta, me duermo temprano

Tarjeta 6

El camina hasta su casa o toma el camión
Si toma el camión, llegará temprano
Si camina hasta su casa, llegará cansado

2. La entrevista.

Las entrevistas fueron conducidas individualmente, realizadas en su totalidad por el investigador. Se empleó el método de exploración clínico, a cada sujeto se le pidió que dijera en voz alta todo lo que pasara por su mente, con la intención de obtener la mayor información posible sobre las hipótesis que planteaba para resolver el problema y su forma de estructurar un razonamiento. Las entrevistas fueron grabadas en su totalidad, para tener registradas las verbalizaciones del sujeto; al inicio de la entrevista a todos se les proporcionó papel y lápiz por si querían hacer alguna simbolización o representación gráfica durante la misma.

Se presentaron una a una las tarjetas que contenían los problemas y se pidió al sujeto leer cada tarjeta cuidadosamente y de ser posible obtener una conclusión de lo que ahí le decían. Cuando él daba su conclusión se le preguntaba ¿cómo le había hecho?, o ¿por qué daba esa conclusión?, para tratar de saber ¿cómo había surgido ésta?, y ¿qué tanta seguridad tenía el sujeto en su conclusión?. En algunas ocasiones se le sugería una conclusión y se le preguntaba si creía que fuera o no correcto concluir así y la razón.

No se estableció un límite de tiempo para las entrevistas, se dejó al sujeto en libertad total en este sentido.

Los protocolos se conformaron con la traducción de las respuestas del sujeto a la Lógica Simbólica.³

3. El Curso

Concluída la primera etapa, que consistió en la entrevista inicial; se trabajó con los alumnos durante diez y seis sesiones de clase, cubriéndose totalmente los puntos que incluye la segunda unidad del programa de Matemáticas I.

Una vez concluído lo anterior se efectuó la segunda entrevista.

³ En el anexo 2 se incluyen los protocolos. Los protocolos están formados por las premisas y conclusiones que fueron dando los sujetos.

CURSO

PRESENTACION

El curso de lógica-matemática fue diseñado, como ya se ha mencionado anteriormente, siguiendo los contenidos del programa de la materia de Matemáticas I, siguiendo los objetivos de la segunda unidad del mismo.

El diseño también se hizo considerando que por ser Matemáticas I, un curso del primer semestre de bachillerato, representa para el alumno un primer contacto con el mundo de las matemáticas a nivel de educación media y que por ello debe ser sensiblemente diferente en contenido y forma a lo que conoció hasta este momento, sin que esto implique necesariamente un nivel de dificultad tal que le presente a las matemáticas como algo inaccesible, es por ello que no se aborda la lógica desde un punto de vista formal, sino que se mantiene un lazo con el mundo conocido por el sujeto. "el mundo de los enunciados"

Se presenta a continuación una síntesis del contenido del curso impartido al grupo de alumnos con el que se efectuó el experimento.

En dicha síntesis se muestran principalmente las definiciones y algunos ejemplos, es importante aclarar que los temas no se presentaron exactamente como se estipula en ella, pues hubo algunas variaciones en la metodología del curso debidas a consideraciones didácticas tales como las siguientes:

- Introducción de ejemplos o situaciones concretas que motivaran e hicieran más accesibles las definiciones presentadas.
- El planteamiento de preguntas y ejercicios cuya finalidad era tratar de conocer el grado de avance en la comprensión de los temas.
- La adición de explicaciones alternativas ante la manifestación de duda o incomprensión por parte de los alumnos.

Salvo estos aspectos relativos a la forma como se desarrolló el curso, se mantuvo invariante el contenido y orden de los temas incluidos en la siguiente síntesis.

INTRODUCCION

El término Lógica se deriva de la palabra griega "logos", la cual significa razonamiento o discurso. Los antiguos griegos suelen ser considerados los iniciadores del estudio de los procesos del razonamiento humano. Los principios descubiertos por ellos fueron sistematizados, primero, por Aristóteles (384-322 A.C.); y el tipo de razonamiento aristotélico constituye la lógica tradicional que ha sido estudiada y enseñada desde su época hasta nuestros días. El estudio moderno de la lógica se basa en las investigaciones de hombres como Leibniz (1647-1716) y George Boole (1815-1864). Se atribuye al primero el haber concebido a la Lógica como una lengua artificial desprovista de toda ambigüedad y al segundo la realización de la primera forma simbólica de la lógica, las obras de Boole "El análisis matemático de la lógica" y "Una investigación sobre las leyes del pensamiento" plasma un método basado en el empleo de símbolos cuyas leyes de combinación se conocen y cuyos resultados pueden interpretarse de manera coherente.

En la actualidad se considera que la Lógica es una ciencia que investiga, desarrolla y establece los principios fundamentales y los métodos necesarios para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto. Ocupándose en general de las relaciones legítimas que puedan encontrarse entre proposiciones supuestas o aceptadas y otras inferidas como conclusiones de las primeras.

Conceptos Básicos.

Definición.

Proposición.- es un enunciado declarativo que puede considerarse como verdadero o falso pero no como ambas cosas al mismo tiempo. Esta capacidad de ser clasificadas como verdaderas o falsas hace que las proposiciones difieran de las preguntas órdenes o exclamaciones.

Ejemplos de proposiciones:

- 4 es par.
- Los perros son mamíferos.
- En el continente Americano hay tres países.

Ejemplos de enunciados que no son proposiciones:

- ¡Bravo!
- ¡Cállate!
- ¿Crees que llueva!
- Adiós

Definición.

Proposición compuesta o molecular.

Las proposiciones pueden combinarse utilizando las palabras : y, o, implica; si y sólo si, llamados conectivos para formar otras proposiciones; al hacerlo se obtienen las llamadas proposiciones compuestas.

Proposición simple o atómica.- *es una proposición que no contiene conectivos lógicos, ya no puede descomponerse en otras proposiciones más sencillas.*

Ej. de proposiciones simples

- Ayer llovió.
- Hoy es jueves.
- 5 es mayor que 10.

Ej. de proposiciones compuestas.

- La tierra es un planeta y gira alrededor del sol.
- Si saco 5 en el examen final entonces repruebo el curso.
- 2 es par o 5 es número primo.

Notación

- Proposiciones.

Se usan letras minúsculas: p, q, r, ... , p₁, p₂, p₃, ... , etc. para simbolizar las proposiciones simples.

- Conectivos lógicos:

Conectivo	símbolo
no	\neg
y	\wedge
o	\vee
Si, entonces	\rightarrow
Si y sólo si.	\leftrightarrow

Ejemplos:

<u>Proposición</u>	<u>Simbolización.</u>
1) Bogotá está en Colombia.	p
2) El es guapo y lo invitaré a cenar. p: El es guapo q: Lo invitaré a cenar.	$p \wedge q$
3) Si Luis gana la carrera entonces obtendrá una medalla. p: Luis gana la carrera q: El obtendrá una medalla.	$p \rightarrow q$
4) Si no obtengo la beca entonces no voy al extranjero. p: Obtengo la beca q: Voy al extranjero.	$\neg p \rightarrow \neg q$
5) Eres puntual o nos vamos solos. p: eres puntual q: Nos vamos solos	$p \vee q$
6) Es un triángulo si y sólo si tiene tres lados. p: Es un triángulo q: Tiene tres lados.	$p \leftrightarrow q$

En los ejemplos anteriores se considera que la simbolización de la proposición es una representación de la misma, pero no es la proposición; sin embargo, esto no siempre es conveniente, especialmente en situaciones en las que nuestro lenguaje es ambiguo. En lógica simbólica no ocurre esto, las proposiciones simples son las letras p, q, r, s, \dots , etc. y las compuestas surgen de la introducción de conectivos lógicos, esto se establece en la lógica simbólica en la siguientes definiciones:

Definición

*Una **proposición simple** es una letra minúscula o una letra minúscula con un subíndice numérico.*

Una **proposición compuesta** es una expresión con alguna de las siguientes formas: $\neg A$, $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$, en donde A y B pueden ser proposiciones simples o compuestas.

Con el término proposición se denominan ambos tipos de proposiciones y se usan letras mayúsculas A , B , C , etc. para simbolizarlas.

Las proposiciones se identifican según su forma en:

Proposición	Forma
Negación	$\neg A$
Conjunción	$A \wedge B$
Disyunción	$A \vee B$
Condicional	$A \rightarrow B$
Bicondicional	$A \leftrightarrow B$

En la escritura de las proposiciones es conveniente tener en cuenta los siguientes puntos:

- Las proposiciones compuestas: disyunción, conjunción, condicional y bicondicional deben estructurarse por el conectivo lógico correspondiente y una proposición simple o compuesta a cada lado del conectivo, en el caso de la negación debe escribirse el conectivo antes de la proposición.
- Considerar la jerarquía de los conectivos lógicos para representar e identificar el tipo de proposición involucrada.

La jerarquía es la siguiente, de mayor a menor: \leftrightarrow , \rightarrow , \wedge o \vee , \neg .

-Uso de paréntesis.-es frecuente encontrar proposiciones que por contener varios conectivos lógicos, requieren del uso de paréntesis, los cuales muestran cómo está agrupada una proposición y señalan el conectivo dominante.

Ejemplos:

- | | |
|---|---------------|
| 1. $(p \wedge \neg q) \vee \neg r$ | Disyunción |
| 2. $p \wedge \neg q$ | Conjunción |
| 3. $(q \vee (\neg s)) \rightarrow (\neg p)$ | Condicional |
| 4. $\neg (p \wedge \neg q)$ | Negación |
| 5. $(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg r)$ | Bicondicional |

Valor de Verdad de las Proposiciones.

En lógica binaria a cada proposición se le puede asociar uno de dos valores posibles V o 1 (para verdadero) o bien F o 0 (para falso) a los cuales se les llama valores de verdad.

Para las proposiciones simples el valor de verdad puede ser V o F, o considerando la notación numérica 1 o 0.

Definición

El valor de verdad es una asociación de una proposición con el 1 o con el 0.

En el caso de las proposiciones compuestas el valor de verdad depende completamente del valor de verdad asociado a las proposiciones simples que la componen, dicha asignación se hace considerando las siguientes definiciones.

Definiciones.

1. Negación. Si la proposición es verdadera su negación es falsa, mientras que si la proposición es falsa su negación será verdadera.
2. Disyunción. Para que una disyunción sea verdadera, se requiere que por lo menos una de las dos proposiciones componentes sea verdadera.
3. Conjunción. La conjunción es verdadera, solamente cuando A y B sean ambas verdaderas.
4. Condional. En la condicional la proposición A es llamada antecedente o hipótesis y la proposición B consecuente o tesis. De acuerdo a lo anterior decimos que la condicional es falsa sólo en el caso que el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso.
5. Bicondional. La proposición bicondional es verdadera para los casos en que los valores de verdad de sus proposiciones componentes sean iguales.

Las definiciones anteriores se pueden representar también en forma de cuadros conocidos como tablas de verdad.

Tablas de verdad.

Las tablas de verdad para cada uno de los conectivos se definen como sigue:

1. Tabla de verdad del \neg :

A	$\neg A$
1	0
0	1

2. Tabla de verdad del \vee :

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

3. Tabla de verdad del \wedge :

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

4. Tabla de verdad del \rightarrow :

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

5. Tabla de verdad del \leftrightarrow :

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Las definiciones anteriores, en forma de cuadros, son conocidas en lógica como tablas de verdad y se utilizan para establecer el valor de verdad de proposiciones compuestas.¹

Tablas de verdad de proposiciones compuestas.

Definición.

Una tabla de verdad es una representación del valor de verdad que le corresponde a la proposición compuesta para cada posibilidad de valores de verdad que tengan las proposiciones simples involucradas.

Las tablas de verdad pueden elaborarse fácilmente considerando los siguientes puntos:

1. Determinar el número de proposiciones simples componentes.
2. El número de renglones de la tabla corresponde al número de combinaciones posibles de valores de verdad de las componentes, se calcula con la siguiente fórmula 2^n donde n es el número de proposiciones simples.
3. Asignar valores empezando por las proposiciones que se encuentran entre paréntesis, para ello se van colocando las proposiciones en columnas.
4. Una vez efectuadas todas las asignaciones. El valor de verdad se encontrará en la última columna.

El procedimiento se ilustra con la elaboración de la tabla de verdad para las proposiciones a) $\neg(p \wedge s)$ y b) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

¹ El orden de los renglones en realidad carece de importancia. Lo que ha de cuidarse es que estén presentes todos los posibles valores de verdad de las proposiciones simples.

a) Como $\neg(p \wedge s)$ tiene dos proposiciones simples 'p' y 's' el número de renglones es $2^2=4$

p	s
1	1
1	0
0	1
0	0

La siguiente columna comprende la determinación del valor de verdad de $p \wedge s$ porque se encuentra entre paréntesis:

p	s	$p \wedge s$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Se coloca a continuación otra columna para establecer el valor de verdad de $\neg(p \wedge s)$

p	s	$p \wedge s$	$\neg(p \wedge s)$
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

La tabla de verdad de la proposición $\neg(p \wedge s)$ es:

p	s	$\neg(p \wedge s)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

b) Como la proposición $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ está formada por tres proposiciones simples, sustituyendo en la fórmula se tiene $2^3=8$, es decir, se requieren ocho renglones para escribir todas las combinaciones de los posibles valores de las proposiciones simples.

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Se agrega una columna para cada una de las proposiciones que se encuentran entre paréntesis:

-Una columna para establecer el valor de $p \wedge q$

p	q	r	$p \wedge q$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

-Y una columna más donde se colocan los valores posibles para $p \wedge r$.

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0

La cuarta y la quinta columnas son auxiliares para la elaboración de la tabla, que finalmente puede presentarse como sigue:

p	q	r	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Diferentes formas de expresar la condicional.

La proposición condicional puede expresarse en nuestro lenguaje en cualquiera de las siguientes formas:

"A implica B"	"Dado A entonces se sigue que B"
"Si A entonces B"	"B, si A"
"A sólo si B"	"B es condición necesaria para A"
"Si A, B"	"B siempre que A"
"El que A implica que B"	
"B cuando A"	
"A es condición suficiente para B"	

Ejemplo: Expresar en cada una de las formas enunciadas anteriormente la condicional: Si es triángulo entonces tiene tres lados.

Ser triángulo implica tener tres lados.

Es triángulo sólo si tiene tres lados.

Si es triángulo, tiene tres lados.

El que sea triángulo implica que tiene tres lados.

El ser triángulo es condición suficiente para que tenga tres lados.

Dado que es triángulo entonces se sigue que tiene tres lados.

Tiene tres lados, si es triángulo.

Tener tres lados es condición necesaria para que sea triángulo.

Tiene tres lados siempre que sea triángulo.

Tiene tres lados cuando es triángulo.

Variantes de la condicional.

Considerando la condicional $A \rightarrow B$ se define:

- Su **inversa** es la implicación $\neg A \rightarrow \neg B$.
- Su **conversa o recíproca** es la implicación $B \rightarrow A$.
- Su **contrarrecíproca o contrapuesta** es la implicación:
 $\neg B \rightarrow \neg A$.

Ejemplo: Si p es "Estudias mucho" y q es "apruebas el curso", la recíproca, la contrapuesta y la inversa de la proposición $p \rightarrow q$ son:

- a) Recíproca: Si apruebas el curso entonces estudias mucho.
- b) Contrapuesta: Si no apruebas el curso entonces no estudias mucho.
- c) Inversa: Si no estudias mucho entonces no apruebas el curso.

Tautología, Contradicción y Contingencia.

Las tablas de las proposiciones hasta ahora analizadas contienen tanto valores verdaderos como falsos, pero existen otras proposiciones cuyas tablas sólo contienen valores verdaderos, o sólo valores falsos, como las siguientes:

a) $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

b) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$(p \vee q)$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$
1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0

Lo anterior constituye un criterio que permite distinguir tres tipos de proposiciones.

a) $p \vee (q \wedge r)$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

b) $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$(p \vee q)$	$(p \vee r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0

Al ver las tablas de verdad podemos comprobar que son iguales, por ello podemos escribir: $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$.
 Otros ejemplos de proposiciones equivalentes son las siguientes:

1. $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$
2. $[(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$
3. $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
4. $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Definición.

Se dice que la proposición A implica tautológicamente a la proposición B (lo cual se representa como $A \Rightarrow B$) si y sólo si la condicional $p \rightarrow q$ es una tautología .²

Leyes que rigen las proposiciones.

Las proposiciones lógicas obedecen ciertas leyes básicas, algunas de ellas se muestran a continuación:

1. Leyes de idempotencia.

a. $p \wedge p \Leftrightarrow p$

b. $p \vee p \Leftrightarrow p$

2. Leyes conmutativas.

a. $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$

b. $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

c. $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$

3. Leyes asociativas.

a. $[(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$

b. $[(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

c. $[(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \Leftrightarrow [p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)]$

4. Leyes distributivas.

a. $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

b. $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

c. $[(p \rightarrow (q \wedge r)) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)]$

d. $[(p \rightarrow (q \vee r)) \Leftrightarrow [(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)]$

5. Ley de la doble negación.

$p \Leftrightarrow \neg(\neg p)$

² $A \Rightarrow B$ También puede leerse "De A se sigue B ", " B se sigue de A " o bien " B es consecuencia lógica de A "

6. Leyes de simplificación.

a. $(p \wedge q) \Rightarrow p$

b. $p \Rightarrow (p \vee q)$

7. Leyes de De Morgan.

a. $\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

b. $\neg (p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

8. Equivalencias entre condicionales.

La condicional y su contrarrecíproca son equivalentes.

a. $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

La inversa y la recíproca de una condicional son equivalentes.

b. $(\neg p \rightarrow \neg q) \Leftrightarrow (q \rightarrow p)$

Las leyes anteriores pueden utilizarse para demostrar la equivalencia de proposiciones cuando no se desea hacerlo por el método de las tablas de verdad.

Ejemplo:

Utilizando las leyes anteriores demostrar que

$$\neg p \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \wedge (\neg p \vee q)$$

$$\neg p \vee (\neg p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee q) \quad \text{Por la ley distributiva (4b)}$$

$$\Leftrightarrow \neg p \wedge (\neg p \vee q) \quad \text{Por la ley de idempotencia (1a)}$$

RAZONAMIENTOS

Definición.

Un razonamiento es el proceso por el cual se establece que la conclusión se sigue de las premisas.

La lógica formal desde sus orígenes, con Aristóteles hasta el presente, se ha ocupado de establecer métodos tendientes a determinar la validez de los razonamientos o inferencias deductivas.

Para conseguirlo investiga la relación de consecuencia lógica existente entre las premisas y la conclusión de un razonamiento. Si las premisas implican lógicamente la conclusión, o lo que es análogo si la conclusión es una consecuencia lógica de las premisas se dice que el razonamiento es válido o correcto. Si el razonamiento es correcto, las premisas implicarán lógicamente la conclusión independientemente de que ellas sean verdaderas o falsas.

Definición.

*Se dice que se efectúa un **razonamiento válido** cuando se encuentra una conclusión que es consecuencia lógica de las premisas, es decir, si se tienen las proposiciones $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ y la conclusión B y se cumple que de la conjunción de las premisas se sigue la conclusión, lo cual se puede escribir :*

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n) \Rightarrow B.$$

Lo único que garantiza un razonamiento válido es que si las premisas son verdaderas, la conclusión será necesariamente verdadera. Puede decirse en forma general que la validez de un razonamiento es independiente de la verdad o falsedad de sus enunciados y depende de la forma lógica del mismo.

Un razonamiento es inválido si puede darse el caso de que las premisas sean todas verdaderas y la conclusión sea falsa.

Los siguientes son ejemplos de razonamientos simples:

	Simbolización
a) Si hoy es domingo, entonces iré al futbol. Hoy es domingo.	$p \rightarrow q$ p
\therefore Iré al futbol	$\therefore q$

p: El número es par. q: Es impar.

b) El número es par o impar.
El número no es par.

$p \vee q$

$\neg p$

\therefore El número es impar.

$\therefore q$

p: El libro es un diccionario. q: Es un libro útil.
r: Es caro.

c) Si el libro es un diccionario, es un libro útil.
Si es un libro útil entonces es caro.

$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

\therefore Si el libro es un diccionario entonces es caro. $\therefore p \rightarrow r$

p: Viajamos en avión. q: Llegamos a tiempo.

d) Si viajamos en avión entonces llegamos a tiempo.
No llegamos a tiempo

$p \rightarrow q$

$\neg q$

\therefore No viajamos en avión.

$\therefore \neg p$

Como puede observarse los razonamientos se escriben como arreglos verticales en los que se escribe una premisa en cada renglón, al finalizar la lista de premisas, una línea horizontal e inmediatamente después la conclusión correspondiente.

Métodos de Razonamiento Válidos.

1. Método Inductivo: Es el método por medio del cual a partir de un número de observaciones particulares, se concluyen leyes generales.
2. Método Deductivo: Es el método que conduce a partir de ideas generales, a obtener una particular.
3. Método Analógico: La conclusión obtenida empleando este método tiene el mismo nivel de particularidad o generalidad que los supuestos considerados.

Deducción Lógica

Una vez conocidas las formas de las proposiciones y teniendo los elementos suficientes para la simbolización de las mismas, es posible iniciar el estudio de una de las partes fundamentales de la Lógica a la cual se le conoce como deducción lógica.

Primero estableceremos de manera intuitiva la noción de deducción: *La deducción constituye el paso lógico por medio del cual partiendo de un conjunto de proposiciones llamadas **premisas** obtenemos una proposición llamada **conclusión**.*

Antes de dar una definición de deducción es conveniente conocer algunas formas de razonamientos válidos que debido a su gran importancia se identifican con un nombre particular y se conocen en general como *reglas de inferencia*.

Reglas de Inferencia

<p>1. Modus Ponendo Ponens</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \\ \hline \therefore B \end{array}$	<p>2. Modus Tollendo Tollens</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \neg B \\ \hline \therefore \neg A \end{array}$	<p>3. Modus Tollendo Ponens.</p> $\begin{array}{l} A \vee B \\ \neg A \\ \hline \therefore B \end{array}$
<p>4. Silogismo Hipotético</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline \therefore A \rightarrow C \end{array}$	<p>5. Silogismo disyuntivo o Dilema constructivo.</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \\ \hline \therefore B \vee D \end{array}$	<p>6. Dilema destructivo.</p> $\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ \neg B \vee \neg D \\ \hline \therefore \neg A \vee \neg C \end{array}$
<p>7. Simplificación</p> $\begin{array}{l} A \wedge B \\ \hline \therefore A \end{array}$	<p>8. Conjunción</p> $\begin{array}{l} A \\ B \\ \hline \therefore A \wedge B \end{array}$	<p>9. Adición</p> $\begin{array}{l} A \\ \hline \therefore A \vee B \end{array}$
<p>10. Reducción al absurdo.</p> $\begin{array}{l} \neg A \rightarrow (B \wedge \neg B) \\ \hline \therefore A \end{array}$		

Estas reglas corresponden a formas de razonamiento elementales cuya validez es fácil de establecer mediante tablas de verdad. Con su ayuda es posible construir pruebas formales de validez para una gran variedad de razonamientos más complicados.

Determinación de la validez de un razonamiento.

Se define una prueba formal de que un razonamiento determinado sea válido, como una sucesión de proposiciones cada una de las cuales, o bien, es una premisa del razonamiento dado, o bien se deduce de las premisas precedentes mediante un razonamiento válido elemental, tal que la última proposición de la sucesión es la conclusión del razonamiento.

Para probar la validez de un razonamiento podemos seguir varios métodos:

1. Usar la definición, es decir, revisar si la conjunción de las premisas implica tautológicamente a la conclusión.
2. Revisar si el razonamiento puede ser inválido, es decir, establecer si es posible que siendo verdaderas todas las premisas se obtenga una conclusión falsa.
3. Organizar las premisas de tal forma que puedan aplicarse las reglas de inferencia, para ir obteniendo conclusiones intermedias, a partir de las cuales por aplicación de las reglas de inferencia pueda obtenerse la conclusión.

Ejemplo. Determinar, empleando los tres métodos, la validez del razonamiento siguiente:

Si no sabes nadar, no puedes ir a la alberca.

No sabes nadar.

\therefore No puedes ir a la alberca

Si usamos la simbolización:

p: Sabes nadar.

q: Puedes ir a la alberca.

El razonamiento puede representarse: $\neg p \rightarrow \neg q$

$\neg p$

$\therefore \neg q$

a) Revisaremos si la conjunción de las premisas implica tautológicamente la conclusión es decir si $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge \neg p \Rightarrow \neg q$.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge \neg p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Como $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ es tautología, el razonamiento es válido.

b) empleando el segundo método que consiste en considerar las premisas verdaderas y verificar que en ese caso la conclusión también lo sea:

Partimos de considerar verdadera la segunda premisa, es decir $\neg p$ es verdadera, después analizamos la primera premisa $\neg p \rightarrow \neg q$ la cual también es verdadera pero como sabemos que $\neg p$ es verdadera y la condicional también lo es, puede afirmarse a partir de la tabla de la verdad de la condicional que en el caso en que el antecedente sea verdadero y condicional sea verdadera es porque el consecuente también lo es, por lo tanto $\neg q$ es verdadero, pero $\neg q$ es la conclusión. Con el anterior análisis hemos probado que si las premisas del razonamiento son verdaderas, la conclusión también lo es, por lo tanto es válido el razonamiento.

c) También se puede analizar la validez del razonamiento por el tercer método que en este caso es directo:

$\neg p \rightarrow \neg q$	Si comparamos el razonamiento	$A \rightarrow B$
$\neg p$	dado con la regla de inferencia #1	A
_____	vemos que ambos tienen la misma	_____
$\therefore \neg q$	forma.	$\therefore B$

Por ello podemos decir que el razonamiento es válido porque la conclusión se sigue de las premisas por el Modus Ponens.

Como ya se ha mencionado, el método de las tablas de verdad es apropiado para someter a una prueba de validez un razonamiento, sin

embargo, en la práctica, no siempre resulta sencillo su empleo, especialmente en el caso de que sea grande el número de premisas que lo componen.

Un ejemplo de lo anterior se tiene en el siguiente razonamiento:

- 1) $a \rightarrow b$
- 2) $b \rightarrow c$
- 3) $c \rightarrow \neg d$
- 4) $e \rightarrow d$

$$\frac{}{\therefore a \rightarrow \neg e}$$

En donde puede aplicarse el tercer método para obtener conclusiones parciales:

$a \rightarrow b$	De las dos premisas se sigue $a \rightarrow c$
$b \rightarrow c$	por Silogismo Hipotético.

$$\frac{}{\therefore a \rightarrow c}$$

$a \rightarrow c$	A partir de la conclusión anterior y
$c \rightarrow \neg d$	la tercera premisa se concluye
	por Silogismo Hipotético : $a \rightarrow \neg d$

$$\frac{}{\therefore a \rightarrow \neg d}$$

$a \rightarrow \neg d$	Finalmente entre la conclusión parcial
$\neg d \rightarrow \neg e$	anterior y la última premisa concluye
	$a \rightarrow \neg e$ utilizando la misma regla de
	inferencia.

$$\frac{}{\therefore a \rightarrow \neg e}$$

Como sí se obtuvo la conclusión esperada se dice que el razonamiento es válido.

Cuando se encuentra una conclusión a partir de un conjunto de premisas dado se dice que se efectúa una deducción.

Definición.

Deducir una proposición a partir de un conjunto de premisas es construir una lista de proposiciones en la que la última premisa es la proposición a deducir, las proposiciones de la lista pueden ser:

- a) hipótesis o premisas.*
- b) una consecuencia inmediata obtenida por alguna de las formas de razonamiento o reglas de inferencia, a partir de las premisas establecidas anteriormente.*
- c) Una proposición equivalente a una de las que aparecen en la lista.*
- d) La conjunción de dos o más premisas de que aparecen en la lista.*
- e) La disyunción de una de las premisas de la lista con alguna otra proposición.*

Definición.

Una deducción es un conjunto de proposiciones, de las cuales una se llama conclusión y las demás se llaman premisas: $(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n) \Rightarrow q$ donde p_1, p_2, \dots, p_n , y q son proposiciones; p_1, p_2, \dots, p_n se llaman premisas, y q , conclusión.

Ejemplo.

Proporcionar una conclusión válida haciendo uso de todas las premisas siguientes:

- 1) $p \rightarrow q$ A partir de las premisas 1 y 2 obtenemos
- 2) $q \rightarrow r$ $p \rightarrow r$,
- 3) $\neg s \rightarrow \neg r$

- 4) $p \rightarrow r$ Cambiamos la tercera premisa por su
 - 5) $r \rightarrow s$ equivalente $r \rightarrow s$, con ésta y la conclusión
- _____
 $\therefore p \rightarrow s$ parcial anterior podemos deducir la
conclusión
del razonamiento.

ANALISIS

PRESENTACION DE RESULTADOS

PRIMERA ETAPA

Los resultados obtenidos se analizaron a varios niveles:

1. A un primer nivel se observó lo que ocurrió con los sujetos en cuanto a su comportamiento a lo largo de la entrevista, se hizo una clasificación de acuerdo a las respuestas proporcionadas desde un punto de vista exclusivamente cualitativo, en el cual se efectuó una separación de los sujetos en tres grupos:

Grupo 1. En este grupo fueron incluidos los sujetos que no pudieron obtener alguna conclusión a partir de las premisas mostradas en las tarjetas, así como los que dan respuestas equivocadas, es decir, aquellos cuyas respuestas no constituyen conclusiones válidas. En este grupo se hizo una subclasificación que atiende fundamentalmente a la forma en la que se desarrolló la entrevista, teniéndose dos grupos:

Subgrupo A. Se colocaron en él los sujetos que contestaron mal, pero con una gran seguridad en su conclusión, por lo que ya no fueron cuestionados al respecto.

Subgrupo B. En este grupo se colocaron los sujetos cuyas respuestas manifestaron el no entendimiento de la pregunta, así como los sujetos que aún después de explicarles nuevamente la intención de la tarjeta, no pudieron concluir o bien obtuvieron conclusiones equivocadas.

Grupo 2. En este grupo se incluyó a los sujetos que cambiaron totalmente la conclusión obtenida, durante el transcurso del interrogatorio, ya sea porque dieron inicialmente una respuesta sin que se mostraran muy convencidos de ella y al preguntarles la razón por la cual habían concluido de esa forma, volvían a revisar el contenido de la tarjeta, para finalmente dar una conclusión distinta. También en este caso se hizo una subclasificación dependiendo de si el cambio era para corregir un error inicial en la respuesta o bien era para caer en un error después de una respuesta inicial correcta .

Subgrupo A En este grupo se colocó a los sujetos que contestaron bien inicialmente y durante el desarrollo de la entrevista dudaron para después cambiar la conclusión y dar finalmente una respuesta errónea.

Subgrupo B Se clasificaron en este grupo los sujetos que contestaron inicialmente mal, pero a lo largo de la entrevista fueron modificando sus respuestas llegando a obtener al final la conclusión correcta.

Grupo 3. A él pertenecen los sujetos que contestaron correctamente, es decir, los que a partir de las premisas dadas obtuvieron una conclusión válida. Para lo cual no requirieron de ayuda adicional. De este grupo se hizo una subclasificación atendiendo a la forma en que se condujo la entrevista:

Subgrupo A Pertenecen a este grupo los alumnos que inicialmente contestaron bien pero asumieron una actitud de inseguridad en su respuesta, por ejemplo aquellos que al terminar de dar su conclusión permanecían en silencio o continuaban observando con atención la tarjeta, mostrando así actitud de duda, en esos casos se les preguntaba si estaban seguros de que la conclusión fuera ésa o bien si querían agregar algo más o cambiar la conclusión, pero todos ellos reafirmaron su conclusión después de ser interrogados.

Subgrupo B Pertenecen a este grupo los sujetos que mostraron una gran seguridad en su respuesta y dieron por finalizado el interrogatorio referente a esa pregunta con una respuesta en apariencia definitiva. Por la actitud que mostraron, ya no se les cuestionó.

Con la clasificación anteriormente descrita, puede observarse fácilmente cómo se encontraban los sujetos en la primera etapa de la investigación, con la finalidad de presentar la información de una manera más objetiva se muestra a continuación una tabla (Tabla I) basada en dicha clasificación, que resume los resultados obtenidos para la primera entrevista.

TABLA I. Respuestas obtenidas en la Primera Etapa

Pregunta Sujeto	1	2	3	4	5	6
1	2b	2b	1b	2b	1b	1a
2	2b	3b	3a	1b	2b	1b
3	2b	3b	2a	2b	2b	1b
4	3a	3b	1a	1b	1b	1b
5	2b	2b	1b	1b	1b	1b
6	3b	1b	2b	1b	1b	1b
7	2b	3b	1b	1b	1b	1b
8	2b	3b	3a	3a	1a	1b
9	3b	3b	1a	1b	1b	1b
10	1b	1b	1b	1b	3b	1b
11	2b	3b	1a	2b	2b	1b
12	3b	3b	2a	1b	2b	1a
13	3b	3b	1a	1b	1a	1a
14	3b	1b	2a	1b	2b	1b
15	3b	3b	2b	1b	1b	1b
16	1b	2b	1b	1b	1b	1b
17	3b	3b	3a	1b	2b	1b
18	2b	3b	1b	1b	1b	1b
19	3b	1b	1b	1b	1b	1b
20	2b	2b	1a	1b	2b	1b
21	2b	3b	3a	1b	1b	1b
22	2b	1a	3b	1b	2b	1b
23	2b	2b	2a	1b	3b	1a
24	2b	3b	2a	1b	1b	1b
25	1b	3b	1b	1b	3b	1b
26	2b	2b	1b	1b	1b	1b
27	3a	3b	1a	1b	1b	1b
28	1b	1b	2b	1b	1b	1b
29	2b	3b	1a	1b	1b	1b
30	2b	3b	3b	2b	3b	1b
31	2b	1b	1b	1b	1a	1b

La clasificación se hizo de acuerdo a la siguiente clave:

- 3- Los alumnos que contestaron bien
- 2- Los alumnos contestaron regularmente en el sentido de que cambiaron su respuesta inicial en el curso del interrogatorio.
- 1- Los alumnos contestaron mal.

Cada nivel se dividió en dos categorías: a y b

- 3a Contestaron bien y después del interrogatorio mantuvieron correcta su respuesta.
- 3b Contestaron bien y ya no se les cuestionó por la seguridad que mostraron al dar su respuesta.
- 2a Contestaron bien y al interrogarles cambiaron y su respuesta fue incorrecta.
- 2b Contestaron mal inicialmente y al interrogarles cambiaron a una respuesta correcta.
- 1a Contestaron mal y ya no se les preguntó
- 1b Contestaron mal y al preguntarles se confunden y continúan dando respuestas equivocadas.

Observando la tabla anterior pueden obtenerse algunas afirmaciones acerca de lo ocurrido en la primera entrevista, de las cuales se registran las siguientes:

1. El mayor número de respuestas correctas correspondió a las preguntas 2 y 1 respectivamente, diez y ocho sujetos estuvieron en el nivel 3 para la pregunta 2 mientras que diez contestaron correctamente en la pregunta 1.

2. En la pregunta 1 fue donde hubo el menor número de sujetos que dieron conclusiones equivocadas.

3. El mayor número de sujetos que cambiaron sus respuestas durante la entrevista correspondió a la pregunta 1, fue muy notorio que al inicio de la entrevista y ante la primera tarjeta los sujetos no sabían qué era exactamente lo que tenían que contestar, una vez que se volvía a leer cuidadosamente el problema y se les explicaba la intención del ejercicio, contestaban correctamente.

4. En las preguntas: 3, 4, 5 y 6 se observó un mayor número de conclusiones equivocadas, la mayoría de las cuales quedaron en la categoría 1b, es decir, aún después de la explicación correspondiente continuaron confundidos y concluyeron equivocadamente.

5. En la pregunta 6 todos los sujetos concluyeron equivocadamente y en su mayoría quedaron en el nivel 1b. Esto indica que aparentemente el nivel de dificultad fue superior en esta pregunta.

2 A un segundo nivel se analizó el tipo de conductas observadas y las respuestas dadas por los sujetos mientras buscaban la conclusión para cada una de las tarjetas. Se seleccionaron las conductas más frecuentes presentadas, para cada una de las preguntas.

Se muestran a continuación los tipos de conducta observados más frecuentemente durante la primera entrevista, para cada una de las preguntas y se introducen algunos de los diálogos para ejemplificar cada caso.

Primera Entrevista

Pregunta #1

Si Lety aprende inglés, irá a Londres
Lety aprende inglés.

Utilizando la siguiente simbolización:

p: Lety aprende inglés

q: irá a Londres

Se puede representar el contenido de la tarjeta y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$p \rightarrow q$$
$$p$$
$$\therefore q$$

Para esta pregunta se observaron los siguientes tipos de conductas:

0. NO CONCLUYE.

-Como por ejemplo en el caso de Guillermina con quien se mantiene el siguiente diálogo:

" De la primera ¿qué piensas?

Es que no es necesario ir a Londres si aprende inglés ¿Esa es la conclusión que quiere?

Yo quiero una conclusión de ambas.

Si Lety aprende inglés entonces irá a Londres. Lety aprende inglés.

¿Qué crees que pase con Lety?

Tal vez irá a Londres.

¿Tal vez?

Si Lety aprende inglés tal vez vaya a Londres, si quiere, si va.

¿Qué necesitarías para poder concluir algo seguro?

Tal vez conocer mejor a Lety, para saber si ella quiere ir a Londres y si está aprendiendo inglés.

Si suponemos que la información que te dan ahí debemos creerla ¿cuál sería la conclusión?

No entendí la pregunta.

O sea, vamos a suponer que si Lety aprende inglés entonces irá a Londres y que Lety aprende inglés, ¿qué crees que pase con Lety?

Pues, que puede, o sea que, mmm, o sea que, si Lety va a Londres, aprende inglés.

¿Y crees que vaya a Londres?

No sé, es que necesitaría conocerla para saber si quiere ir a Londres, si esa es su meta ir a Londres y aprender inglés..."

1. INTRODUCE PROPOSICIONES ADICIONALES esta introducción se efectuó a dos niveles: premisas y conclusión.

Para ilustrar esta conducta tenemos:

A Joel en la parte de introducción de proposiciones adicionales en las premisas y a Juan quien introduce otras proposiciones en la conclusión.

-Joel dice: ***"Si Lety aprende inglés, sí puede ir a Londres; si le proponen que aprendiendo inglés la llevan a Londres, o sea, si le ponen esa condición.***

Pero si nada más es así, pues no porque puede ir a muchas partes... "

-Mientras que al preguntarle a Juan :

"¿qué conclusión obtendrías de ahí?

contesta: ***Que se va a poder comunicar con la gente de allá."***¹

2. CONSIDERA $p[q]$, es decir, establece la proposición: "Lety aprende inglés" como independiente de "Lety irá a Londres", en el lenguaje de la lógica operatoria este punto se refiere a la afirmación de p respecto de q , es decir, $(p \wedge q) \vee (-p \wedge q)$ y se simboliza por $p[q]$.

-Como ejemplo de esta conducta se tiene a Emerith:

"De las dos proposiciones tú debes sacar una conclusión, si esto es posible.

Ah!, entonces ya entendí.

Entonces mi conclusión es que el que Lety aprenda inglés no tiene nada que ver con que vaya a Londres. Puede aprender y no ir o tal vez sí vaya. "

3. CONSIDERA LA AFIRMACION DE q RESPECTO DE r , $q[r]$ donde r es una proposición que el sujeto introduce, en el caso de Angélica es la proposición Lety puede aprender inglés.

"Lety puede o no puede aprender inglés, y sí puede ir a Londres."

¹ Nota. Esta conducta se encuentra en otros de los ejemplos presentados en este apartado.

4. CONCLUYE CON UNA IMPLICACION: $p \rightarrow q$. Esta implicación es precisamente una de las premisas.

Para ejemplificar este caso tenemos a Linda y a Guadalupe.

-Con Linda se da el siguiente diálogo:

"Esta es la primera.

Entonces aquí la conclusión es: si Lety aprendió inglés, sí irá a Londres."

-Y en el caso de Guadalupe:

"Entonces, considerando la información que tenemos si Lety aprende inglés ¿qué va a pasar?

Que sí puede ir a Londres. Se concluye: si aprende inglés, sí irá a Londres."

5. CONCLUYE $q \rightarrow p$.

Como ejemplo se tiene el diálogo con Fernando:

"Fíjate en las dos frases: Si Lety aprende inglés entonces irá a Londres. Y luego dice Lety aprende inglés.

Ah! Si Lety va a Londres entonces Lety aprende inglés."

6. CONSIDERA $\neg p \rightarrow \neg q$.

En este caso Guadalupe establece el siguiente razonamiento:

"Aquí dice si Lety aprende inglés, entonces irá a Londres; y dice Lety aprende inglés, entonces por conclusión, sería que Lety sí irá a Londres y por el contrario, si Lety no aprende inglés entonces no irá a Londres."

7. NIEGA : $p \rightarrow q$.

Esto se ejemplifica con los siguientes casos:

-Odilón dice:

"No solamente porque aprende Inglés puede ir a Londres."

-Y Victoria establece:"

"Si Lety aprende inglés entonces irá a Londres, yo digo que está mal.

No por aprender inglés va a ir a Londres, ¿qué tal si no tiene recursos económicos para ir? "

Pregunta #2

Si Jesús cumple su promesa, su familia será feliz
La familia de Jesús no es feliz

Utilizando la siguiente simbolización:

p: Jesús cumple su promesa **q:** su familia será feliz

Se puede representar el contenido de la tarjeta y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}$$

$$\frac{\quad}{\therefore \neg p}$$

Las principales conductas observadas fueron:

1. INTRODUCE PROPOSICIONES ADICIONALES.

-Victoria analiza así la situación planteada en esta pregunta:

"Si Jesús cumple su promesa, ...¿Qué clase de promesa es?"

Cualquiera, no conocemos a Jesús no sabemos qué prometió,

**Si Jesús cumple su promesa entonces su familia será feliz.
La familia de Jesús no es feliz.**

Que la familia de Jesús no es feliz y necesitan que Jesús cumpla su promesa .

¿Qué podrías concluir de ahí?

Pero, pues que tal vez la familia tiene otros problemas y que no necesariamente Jesús tiene que cumplir la promesa y ya con eso podrá ser feliz.

O sea que si te dan esa sola información ¿no podrías concluir?

Pues no.

No necesariamente porque la familia de Jesús sea feliz quiere decir que Jesús cumple su promesa.

Ahora si sabemos que la familia de Jesús no es feliz ¿qué crees que haya pasado?.

Pues que Jesús no cumple su promesa, y la familia no tiene otros problemas.

Suponemos que sí es ese el caso.

Entonces que Jesús no cumple."

-O como Araceli con quien se tuvo el siguiente diálogo:

"Si Jesús cumple su promesa entonces su familia será feliz, la familia de Jesús no es feliz. La familia de Jesús va a ser feliz cuando él cumpla su promesa, o sea, él va a cumplir.

¿La va a cumplir?

Sí.

Aquí te dice que la familia de Jesús no es feliz.

Dice: La familia de Jesús no es feliz.

Pues si no la cumple nunca van a ser felices.

¿Y tú crees que la familia de Jesús no es feliz?.

Pues si no la cumple nunca van a ser felices.

Me imagino que Jesús es ...digamos... podría ser que el le dijera pues es necesario que cumpla la promesa de estudiar, para que ustedes sean felices o por ejemplo yo ya no seré vago, o trabajaré para no causarles a ellos problemas."...

-O lo que dijo Juan Francisco:

"Aquí por ejemplo ¿qué promesa se refiere?

No sabemos.

Yo puedo poner un ejemplo...

Sí.

Por ejemplo problemas que tenga en su vida, con su familia.

En realidad no sabemos qué promesa sea.

Aquí para que la familia de Jesús sea feliz es necesario que cumpla lo que se propone, su palabra."

-Finalmente se ilustra lo que ocurrió con Oscar B.

"Arriba dice: Si Jesús cumple su promesa, su familia será feliz, o sea que si Jesús por decir...¿qué promesa tendría? ... que le va ha echar ganas al estudio. Si él le echa ganas al estudio, su familia será feliz, pero aquí dice que la familia de Jesús no es feliz quizá porque Jesús no le echó ganas al estudio."

2. INTRODUCE **q[r]** donde r es una proposición ajena a las premisas.

En este caso Guillermina cambia el nombre del sujeto en las premisas y dice:

"La familia puede ser feliz aunque Luis cumpla o no cumpla."

3. CONCLUYE $p \rightarrow q$.

Para ilustrar este caso se consideran dos ejemplos:

-Primero Eduardo, quien dijo:

"La conclusión de este es: la familia de Jesús es feliz, si Jesús cumple su promesa.

¿Por qué?

Porque aquí dice la familia de Jesús no es feliz.

¿Y porque crees que no sea feliz?

Porque Jesús no cumple su promesa.

Entonces ¿cuál será tu conclusión?

Si Jesús cumple su promesa, su familia será feliz.

Eso es lo que dice ahí, pero la conclusión ¿cuál sería?

La familia de Jesús será feliz, si él cumple su promesa."

-En segundo lugar Francisco, con quien se tuvo el diálogo siguiente:

"Si Jesús cumple su promesa su familia será feliz. La familia de Jesús no es feliz.

Que al cumplir la promesa entonces su familia será feliz.

Ahora, sabemos que la familia de Jesús no es feliz.

Al cumplir Jesús la promesa entonces su familia será feliz.

¿Esa sería tu conclusión?

Sí. "

4. CONSIDERA $q \rightarrow p$

-Juan Francisco al respecto estableció.

"Aquí para que la familia de Jesús sea feliz es necesario que cumpla lo que se propone, su palabra.

Para que su familia sea feliz necesariamente tiene que cumplir su promesa."

5. CONSIDERA $\neg p \rightarrow \neg q$

Se ilustra este tipo de respuesta con dos diálogos

-Con Omar:

"A ver, leamos las dos frases ...,

Ahora saca una conclusión

Que si Jesús cumple su promesa... porque...

si no la cumple, su familia no es feliz.

-O en el caso de Fernando quien dice:

"Entonces, o sea, sería: la familia de Jesús no es feliz, si Jesús no cumple su promesa."

6. INTRODUCE $q \rightarrow p$

Para ilustrar ese caso se considera de nuevo un fragmento del diálogo con Victoria.

"O sea que si te dan esa sola información ¿no podrías concluir?"

Pues no.

No necesariamente porque la familia de Jesús sea feliz implica que Jesús cumple su promesa."

7. CONCLUYE $\neg q$

-Gerardo es uno de los que concluye $\neg q$:

"Entonces Jesús no cumplió su promesa, aquí mismo dice que será feliz su familia, si Jesús cumplió su promesa pero como no la cumplió, se concluye que la familia de Jesús no es feliz."

-Juan también concluye $\neg q$:

"Si Jesús cumple su promesa su familia será feliz, la familia de Jesús no es feliz. Puede ser que Jesús no haya cumplido su promesa .

¿Puede ser?

Tal vez él no haya cumplido su promesa.

¿Pero es seguro?

Es, o sea él no cumplió su promesa y por eso se puede concluir que su familia no es feliz."

-Finalmente se tiene el razonamiento de Guadalupe:

"Aquí dice: Si Jesús cumple su promesa su familia será feliz. La familia de Jesús no es feliz.

Aquí se tiene que Jesús no cumplió su promesa por lo tanto la familia de Jesús no es feliz."

8. CONCLUYE $p \vee \neg p$

-Para ilustrar este caso también es útil el diálogo con Omar:

"Ahora saca una conclusión..."

Que si Jesús cumple su promesa... porque ... si no la cumple, su familia no es feliz.

Pero hasta ahí, ¿no sabemos si la ha cumplido o no la ha cumplido?

Todavía no, puede o no cumplir la promesa."

Pregunta #3

José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras.
La mamá de Paty no hace sopa de verduras.

Utilizando la siguiente simbolización:

p: José toma un curso de matemáticas
sopa

q: La mamá de Paty hace
de verduras.

Se puede representar el contenido de la tarjeta y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

Las conductas observadas fueron las siguientes:

0. NO CONCLUYE

En este caso la única que no pudo obtener una conclusión fue Guillermina, ella efectuó el siguiente razonamiento:

"O sea, que José tal vez sí esté tomando un curso de matemáticas.

¿Por qué?

Bueno, es que también necesitaríamos conocerlo...

Pero, tú ahorita me dijiste que tal vez sí esté tomando el curso, ¿por qué?

Es que aquí dice La mamá de Paty hace sopa de verduras o José toma un curso de matemáticas, es como si estuviera afirmando que sí lo está tomando

Pero, dice: José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras y luego dice la mamá de Paty no hace sopa de verduras, entonces ¿cuál sería la conclusión?

Que José no toma un curso de matemáticas y la mamá de Paty tampoco hace sopa de verduras porque también podría hacer sopa de otra cosa.

Entonces, ¿José toma o no toma curso?

Pues no se, necesitaría conocerlo bien y preguntarle si lo está tomando o no, porque aquí no nos dice nada acerca de

lo que está haciendo, algo que nos afirme sí está tomando el curso.

O sea, que con esa información no podemos concluir.

Ajá."

1. INTRODUCE PROPOSICIONES ADICIONALES.

-Odilón introduce proposiciones adicionales al texto en el momento de ir armando su razonamiento, y a pesar de que se le indica que está agregando cosas que no estaban en el texto original él mantiene su postura:

"Si sabemos que ella no hizo sopa de verduras ¿qué va a pasar con José?

El va a tomar su curso de matemáticas porque a él le interesa.

¿Porque a él le interesa?

Sí, yo creo que por eso lo toma.

Pero aquí no dice eso.

No, pero yo creo que sí. "

-Oscar también introduce otra proposición en este caso con una función explicativa; pero la introducción de esa proposición motiva un error porque Oscar inicialmente contesta bien y después cambia su conclusión:

"Aquí nada más sería que José toma su curso de matemáticas.

¿Por qué crees eso?

O sea si él toma el curso de matemáticas, entonces quizá le va a ir mal en matemáticas.

Pero de lo que nos dice aquí.

Quiere decir que José no tomó el curso de matemáticas."

2. INTRODUCE p[q]

-Juan razonó de la siguiente forma:

"Aquí no le entiendo: José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras. ¿Esto también viene relacionado?.

Son dos afirmaciones ¿Qué podemos concluir de ambas?

Aquí dice que la mamá de Paty no hizo sopa de verduras.

¿Y qué pasa con José?

Sigue tomando un curso de matemáticas.

¿Tú crees que siga tomando su curso?

Sí, porque no tiene nada que ver con lo que dice aquí de la mamá de Paty.

Entonces tu conclusión sería...

Que José sigue tomando su curso de matemáticas y no importa que la mamá de Paty haga o tal vez no haga sopa de verduras.

¿O sea que sí la hace o no la hace él de todas formas va a seguir tomando su curso?.

Sí.

-También se incluye en este grupo la respuesta de Odilón:

" Luego, dice aquí que la mamá de Paty no hace sopa de verduras.

O sea, por eso, porque ya sea que las haga o no, él va a tomar el curso de matemáticas. "

-Francisco José no solamente introduce independencia entre las dos proposiciones afirmando una respecto de la otra sino que su razonamiento no muestra un proceso lógico sino más bien la influencia en su conclusión de sus creencias personales: "**José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras, por lo tanto José sí toma su curso.**

¿Por qué?

Porque no está relacionado con el otro, o sea, dice la mamá de Paty hace sopa de verduras y José no es hermano o algo de la mamá de Paty o de Paty, por lo tanto la mamá de Paty puede hacer sopa de verduras o no hacerla independientemente de que José tome o no el curso.

¿Y luego?

José toma su curso de matemáticas.

¿Sólo dices que José toma el curso porque crees que no son parientes o hay alguna otro razón?

Que no se relaciona lo de tomar el curso, o sea lo del estudio con la comida. Por eso José toma el curso y la mamá de Paty puede o no hacer sopa.

¿Entonces, José toma el curso?

Sí, porque no depende de comer ni de hacer sopa. "

3. CONCLUYE $p \wedge q$.

Esta es la interpretación que normalmente se da al conectivo o, en español, se incluye aquí porque muchos de los sujetos marcaban una distinción al establecer "es uno o el otro, no pueden ser los dos", aunque de acuerdo al contenido de la tarjeta ello sí podía ocurrir.

-Guadalupe interpreta la disyunción de la tarjeta como una disyunción exclusiva:

"Bueno, aquí dice José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras y abajo dice la mamá

de Paty no hace sopa de verduras, por lo tanto José va a tomar un curso de matemáticas. Porque dice que es una o la otra cosa."

-Gerardo efectúa una interpretación similar a la de Guadalupe:

" Dice: José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras, entonces José toma un curso de matemáticas.

¿Por qué?

Porque aquí está diciendo José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras y como tiene la "o", o sea, una de las dos entonces José toma un curso de matemáticas."

Y finalmente Emerith:

"Es que dice José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras.

O sea cualquiera de las dos.

O sea que José está tomando su curso de mate o sea aparte.

¿Por qué piensas que aparte?

Por que dice "o" o sea cualquiera de las dos o sea que uno hace..., toma su curso y la otra ya no quiso hacer su sopa.

¿Ahora ya me entendió?

4. CONCLUYE $\neg p$

-Se ilustra este tipo de conducta con el planteamiento de Linda:

"Aquí dice José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras.

Entonces José no tomó el curso."

-También puede considerarse aquí el diálogo con Victoria:

" O sea que es necesario que José tome el curso de matemáticas para que la mamá de Paty haga sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras, entonces José no tomó su curso de matemáticas.

A ver otra vez.

José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras.

La mamá de Paty no hace sopa de verduras. Parece que si José toma un curso de matemáticas, la mamá de Paty hace sopa de verduras, luego aquí dice la mamá de Paty no hace sopa de verduras entonces José no tomó su curso de matemáticas."

-Y Finalmente el razonamiento de Alfredo: *"José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras.*

La mamá de Paty no hace sopa de verduras, por lo tanto José no toma curso de matemáticas.

¿Esa sería tu conclusión?

Sí. "

5. CONCLUYE $p \wedge \neg q$

Los respuestas incluídas en este apartado concluyen con una conjunción entre una de las premisas que es $\neg q$ y la conclusión correcta que es p .

Algunos ejemplos de razonamientos que conducen a esta conclusión son los que se muestran a continuación.

-Emerith:

"... ¿tu conclusión cuál sería?

José está tomando su curso y la sopa ya no la hizo la señora."

-Abraham:

"¿Cuál es tu conclusión?

José toma su curso y la mamá de Paty no hace sopa de verduras ."

Y finalmente el argumento elaborado por Liliana: " **Aquí está cambiando de tema porque dice José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. O sea, aquí vienen dos, dice que la mamá de Paty no hace sopa de verduras entonces nada más José tomó su curso de matemáticas y la mamá de Paty no hizo sopa de verduras.**

¿Cómo?

Aquí esta diciendo o José toma un curso o la mamá de Paty hace sopa de verduras, aquí dice que entonces José toma un curso de matemáticas y la mamá de Paty no hizo la sopa de verduras.

O sea, nada más queda esto.

¿Me puedes explicar otra vez?

Dice, José toma un curso de matemáticas o a mamá de Paty hace sopa de verduras o sea que dice o José toma el curso o la mamá de Paty hace la sopa de verduras entonces aquí la conclusión es que José está tomando el curso de matemáticas porque aquí dice o haces esto o haces lo otro. Entonces lo que quedó es que...

José está tomando el curso de matemáticas y la mamá de Paty no hace sopa de verduras.. "

6. CONCLUYE $\neg p \wedge \neg q$

Para ilustrar esto, se toma un fragmento del diálogo con:

-Guillermina, quien establece ésta como conclusión intermedia:

" Pero, dice: José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras y luego dice la mamá de Paty no hace sopa de verduras, entonces ¿cuál sería la conclusión?

Que José no toma un curso de matemáticas y la mamá de Paty tampoco hace sopa de verduras porque también podría hacer sopa de otra cosa."

-También la conclusión de Arturo sirve para ilustrar este caso:

"Entonces tu conclusión ¿cuál sería?

La de que José no tomó el curso de matemáticas y la mamá de Paty no hizo sopa de verduras."

7. INTRODUCE IMPLICACIONES

-Oscar con su razonamiento ilustra la introducción de implicaciones:

"Este está más complicado. O sea que José toma curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. La mamá de Paty no hace sopa de verduras. Si su mamá de Paty hace sopa de verduras entonces, por supuesto que José toma curso de matemáticas y si su mamá no hace sopa de verduras entonces, por supuesto que José no va a tomar curso de matemáticas ."

-También Eduardo introduce una implicación cuando dice: "***Porque dice aquí José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras. Entonces si la mamá de Paty hace sopa de verduras José toma un curso de matemáticas.***

" y también cuando más adelante establece:

" ¿Cuál sería la conclusión?

Que no lo toma, porque si la mamá de Paty no hace sopa de verduras, José no toma el curso de matemáticas. "

8. INTRODUCE NO IMPLICACIONES (\dashv)

-Puede ilustrarse este caso con la conclusión de Irma: "***O sea, nada más sería que José toma un cursos de matemáticas porque yo pienso que no es necesario que la mamá de Paty haga sopa de verduras para que José tome el curso de matemáticas. "***

-Arturo establece:

El que José tome un curso de matemáticas, no es motivo para que la mamá de Paty haga sopa de verduras...

-Y también con la argumentación de Odilón:

" Que no se sabe si José toma el curso de matemáticas; la mamá de Paty hace sopa de verduras pero entonces no sólo porque la mamá de Paty haga sopa de verduras José va a tomar el curso de matemáticas.

Pero, la mamá de Paty no hace sopa de verduras.

O sea que..., por eso, José toma el curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras, pero no solamente porque la mamá de Paty haga sopa de verduras él va a tomar su curso. O sea, aquí eso es lo que yo entiendo, que no solamente porque José tome el curso, por eso la mamá de Paty va a hacer sopa de verduras. "

Pregunta # 4

Si no llueve hoy, podré salir a pasear
Si puedo salir a pasear entonces iré al cine
Si voy al cine entonces compraré palomitas

La simbología utilizada para esta pregunta fue la siguiente:

p: Llueve hoy
r: iré al cine

q: podré salir a pasear
s: compraré palomitas

Se puede así, representar el contenido de la tarjeta y la conclusión por:

$$\begin{array}{l} \neg p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow s \end{array}$$
$$\therefore \neg p \rightarrow s$$

Para esta pregunta se dieron respuestas donde aparecen diversas conductas:

0. NOCONCLUYE

-Como ejemplo de este tipo de conducta está la de Roberto:

"Respondo si va a salir entonces va a ir al cine, o sea si debe ir o no debe ir o ¿cómo?"

Qué crees que pase, más bien, ¿cómo darías una conclusión con toda esa información?

No sé, porque no sé si vaya a llover o no.

¿No podríamos sacar una conclusión?

Por ejemplo, si yo digo si no llueve compro palomitas ¿crees que esté bien?

No.

¿Por qué no?

Bueno, puede ser que sí.

¿De qué depende?

De que llueva.

Pero yo digo si no llueve compro palomitas.

Depende de que llueva y de uno.

O sea que con esa sola información no podemos concluir a menos que supiéramos si va a llover o no va a llover.

Sí. "

-Las respuestas de Abraham también pueden ilustrar esto

¿Podemos decir que si no llueve comprará palomitas?

¿Si llueve hoy ?

No, si no llueve hoy compraré palomitas.

Si él quiere ¿o no?

Sólo considera esa información.

Si llueve, no, si no llueve compraré palomitas y si llueve

¿Por qué no las puedo comprar?

Si no llueve o llueve puede comprar palomitas.

¿Cuál es tu conclusión?

Que si no llueve hoy comprará palomitas no tiene nada que ver con que llueva o no llueva maestra.

Nada, por lo tanto mi conclusión es neutro.

¿Neutro?

Sí, neutro.

1. INTRODUCER PROPOSICIONES ADICIONALES.

-Se muestra aquí un fragmento del diálogo con Oscar:

" Aquí dice si no llueve podré salir a pasear y si llueve no salgo.

No, aquí te dice si no llueve entonces podré salir a pasear. Si puedo salir a pasear entonces iré al cine. Si voy al cine entonces compraré palomitas.

¿De qué depende que compre palomitas?

Porque está en el cine viendo la película.

¿Tu crees que sea válido decir como conclusión: si no llueve compraré palomitas? ¿o no?

Yo digo que sí está bien, porque si él quiere salir a comprar palomitas y si el cine está a la esquina de su casa, sí puede uno ir, pero si llueve no. "

-Liliana dijo:

" Pues no precisamente debe comprar palomitas.

No, no porque no solamente porque no va a llover va a comprar palomitas. Puede comprar otra cosa, chocolates, chicles. "

-Joel estableció: **" Pero no es seguro porque si no llueve no implica que compre palomitas, pero si no llueve también puede comprar chocolates. "**

Pero con la sola información que te dan ahí ¿qué crees que pase?
Que si no llueve, sí las compra.

2. CONSIDERA q[p].

-Al respecto con Araceli se estableció el siguiente diálogo:

" Entonces si no llueve...

El podría realizar todo esto, salir a pasear, ir al cine, y comprar palomitas que es lo que desea.

O sea, si él tiene bastantes ganas de comer palomitas puede salir a pasear aunque esté o no esté lloviendo.

¿Puede salir aunque esté lloviendo?

Sí ."

3. CONSIDERA s[r], r[s], r[p]

-Victoria muestra un ejemplo de esta respuesta:

"Si no llueve sí irá, comprará palomitas, si nada más en el cine las puede comprar porque si las puede comprar en otra parte...

¿Esa sería tu conclusión?

Sí,

¿Puedo concluir que si no llueve compro palomitas?.

Sí, pues si no llueve, podrá comprar palomitas en el cine o en otro lado, entonces sí. "

Ella afirma que las palomitas se pueden comprar en el cine o en otro lado, es decir, está afirmando (comprar palomitas) respecto de ir al cine .

-Juan Francisco afirmó r con respecto a p cuando dijo: **"No, porque bien podría ir al cine, aunque llueva o no llueva ... "**

4. CONSIDERA s[p]

-Juan Francisco afirmó s respecto de p al decir: **" ... Puede comprar las palomitas, aunque llueva o no llueva ."**

-Eduardo también lo hizo :

"Ahora si yo te digo: si no llueve compraré palomitas, como conclusión, ¿crees que esté bien?

No, porque aunque llueva o no, yo puedo comprar palomitas."

5. CONCLUYE $p \rightarrow s$

-Oscar V. durante su razonamiento incluye la siguiente afirmación:

" Sí se puede decir: si llueve, compraré palomitas "

6. CONCLUYE $\neg p \rightarrow s$ (por él mismo, sin ayuda).

-El diálogo con David ilustra esto:

"Sería que si no llueve puede hacer todo.

Específicamente ¿qué pasaría si no llueve?.

Podría ir al cine y comprar palomitas, es decir si no llueve puede comprar palomitas."

7. INTRODUCE $p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$

-Omar estableció: " **Que si no llueve hoy no podré salir porque si llueve el no podrá salir, de la primera salen las otras dos ¿si me entiende?; si no llueve, pero, si llueve no podrá salir, ni ir al cine, ni comprar palomitas; no podrá ir a esas dos partes. "**

-Victoria en este punto afirmó: "**O sea que si llueve no va a poder ir al cine, o sea no va a poder ir a pasear y a donde se va a ir a pasear es al cine, y en el cine no va a comprar palomitas, no va a poder hacer nada de eso si llueve. "**

-Mientras que Guadalupe concluyó: "**Entonces la conclusión sería que si llueve no podré hacer todo eso. O sea no salgo a pasear, no podré ir al cine y mucho menos voy a poder comprar palomitas. "**

8. CONCLUYE $p \rightarrow (\neg q \wedge r \wedge s)$

-Abraham razonó de la siguiente manera:

"Si no llueve hoy podré salir a pasear, si puedo salir a pasear, entonces iré al cine , si voy al cine compraré palomitas.

O sea, que si llueve hoy, no va a poder salir a pasear pero sí puede ir al cine y comprar palomitas.

¿Si llueve?

Sí, "

9. CONCLUYE $\neg p \rightarrow (q \wedge s)$

Un fragmento del diálogo con Victoria donde se aprecia esta conclusión es el siguiente:

" O sea que si llueve no va a poder ir al cine, o sea no va a poder ir a pasear y a donde se va a ir a pasear es al cine, y en el cine no va a comprar palomitas, no va a poder hacer nada de eso si llueve.

¿Eso sería lo que tú concluyes? ¿ Y si no llueve?

Si no llueve sí irá a pasear y comprará palomitas, si nada más en el cine las puede comprar porque si las puede comprar en otra parte...

¿Esa sería tu conclusión?

Sí. "

10. CONCLUYE $\neg p \rightarrow (r \wedge s)$

Esta conclusión se ilustra con los razonamientos siguientes:

-Liliana: **"Si no llueve hoy. O sea aquí está planeando lo que va a hacer entonces la conclusión sería que si no llueve hoy pues va a ir al cine y va a comprar palomitas en el cine."**

-David:

"Específicamente ¿qué pasaría si no llueve?.

Podría ir al cine y comprar palomitas..."

11. CONCLUYE $\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$

Los siguientes alumnos ejemplifican esta conclusión:

-Liliana: **"Aquí dice si no llueve hoy voy a ir a pasear, al cine y voy a comprar unas palomitas ... ¿sí?, ¿no? "**

Ella lo hizo al inicio de su razonamiento como una primera conclusión.

-Rodrigo también tuvo ésta como conclusión intermedia: " ¿Y si no llueve qué pasa?

Sí va a poder salir a pasear y todo, es decir, irá a pasear, al cine y comprará palomitas "

12. TRANSFORMA IMPLICACIONES (\rightarrow) EN NO IMPLICACIONES (\nrightarrow)

-Arturo transformó las premisas de la siguiente forma:

"No porque no llueva irá al cine, podrá salir a pasear. O sea dice si no llueve hoy podré salir a pasear, yo diría que no porque no lloviera no podría ir a pasear. "

-Juan Carlos dijo:

" Sería ilógico de que si no llueve, va a salir, y si va a salir va al cine y si va al cine tienen que comprar palomitas, es ilógico. "

13. CONCLUYE $\neg p \rightarrow s$

Esta conducta a pesar de ser la misma que la del apartado 6, se distingue de éste porque aquí se agrupa a los sujetos que al proponerles como conclusión: $\neg p \rightarrow s$, después de que ellos ya habían efectuado un razonamiento, la aceptaron, como ejemplo se tiene:

-El razonamiento que efectúa Odilón, el cual inicialmente transforma las premisas, luego obtiene conclusiones erróneas, pero finalmente acepta $\neg p \rightarrow s$ como conclusión:

"O sea que,..., dice que.... Que si no llueve él pude hacer lo que quiere, o sea por decir hoy en este día si no llueve yo podría hacer lo que tengo pensado porque dice que si no llueve podría salir a pasear y ya saliendo a pasear, se basa en eso de que si puedo salir a pasear, voy al cine, o sea, que la idea es de que si no llueve él podrá hacer lo que desea hacer.

¿Lo que desea hacer?

Sí

Y específicamente ¿qué es lo que desea hacer?

Pues... ir a pasear...

¿Qué crees que pase con él si no llueve?

¿Si no llueve o si llueve?

Si no llueve.

Por eso, si no llueve él... dice que si no llueve él podrá salir a pasear, o sea podrá hacer lo que tiene pensado, aquí dice que si puede salir a pasear, puede ir al cine y si va al cine entonces comprará palomitas.

O sea que, si llueve pues no podrá salir y no hará lo que el tiene pensado hacer.

¿Tú crees que compre palomitas?

Pues eso si está medio difícil.

¿No crees que compre palomitas?

Pues no, porque no solamente cuando uno va al cine uno puede comprar palomitas, puede uno comprar palomitas sin ir al cine.

Y, de acuerdo a lo que dice ahí, ¿Comprará o no comprará palomitas?

Pues sí.

¿Sí compra palomitas?

Sí.

¿Crees que yo pueda concluir de esto: Si no llueve compro palomitas?

Pues sí, porque dice que si va al cine compra palomitas o sea si no llueve va al cine, sí se puede concluir eso. "

-La entrevista con Joel muestra algo parecido a lo que ocurrió con Odilón; él después de muchas dudas acepta al final la conclusión propuesta:

"¿Tengo que sacar las últimas dos?

No, una conclusión de las tres.

La primera si no llueve hoy entonces podré salir a pasear, yo digo que sí; la otra dice: si puedo salir a pasear, iré al cine, aquí si no porque puede uno ir a muchos lugares, es decir, salir, ir al cine o a otro lado; si voy al cine entonces compraré palomitas, sí, porque es lo tradicional.

Bueno, ahora fíjate en esta sola información y dime: ¿de qué depende que compre palomitas?

De que no llueva y de que vaya al cine.

¿Podría ser válido que yo dijera: si no llueve hoy compraré palomitas como conclusión?

Yo creo que faltaría ir al cine. Yo digo que no está bien. O pudiera ser probable.

Pero no es seguro porque si no llueve no implica que compre palomitas, pero, si no llueve puede comprar chocolates.

Pero con la sola información que te dan aquí ¿qué crees que pase?

Que si no llueve, sí las compra."

14. CONCLUYE $\neg p \rightarrow s$

La mayoría de los sujetos obtuvo esta conclusión, ya fuera como conclusión intermedia durante su razonamiento o como conclusión final. Se muestran a continuación algunos ejemplos:

- Jerónimo:

"¿Cómo podrías darme una conclusión de todo esto?

Que al no llover ella entonces puede salir a pasear y si sale a pasear, puede ir al cine y si está en el cine, ella puede comprar palomitas.

Entonces, ¿tú crees que se pueda decir que si no llueve comprará palomitas?

¡No!, necesariamente tiene que ir al cine, o, no, al salir a pasear ya puede comprar palomitas, pero yo no puedo decir que si no llueve compro palomitas."

- Alfredo:

"¿Podemos decir que si no llueve comprará palomitas?

No, tendría que salir a pasear. "

- Juan Carlos:

Entonces ¿qué pasa?

Pues que no va a llover.

¿Qué no va a llover?

O que sí va a poder salir.

¿Dime cuál de las dos es tu conclusión?

O sea, que no va a llover.

¿Por qué crees que no llueva?, o ¿simplemente se te ocurrió?

¡No!, necesitaría ver si estuviera el cielo nublado, porque el cielo está nublado, si llueve.

¿Tu crees que esté bien si yo digo: si no llueve hoy comprará palomitas ?

No."

- Juan:

" Ahora, fijándonos únicamente en la información que nos dan aquí.

¿Qué crees que pase?.

Que a lo mejor sí hace todo lo que está ahí.

¿A lo mejor?

Sí

¿No es seguro?

No, porque pueden ir al cine y no comprar palomitas o sea no es necesario comprar las palomitas si uno entra al cine.

Entonces ¿ podemos decir si no llueve hoy comprará palomitas como conclusión?

No, porque puede ser que llueva y uno compre las palomas.

Bueno ¿cómo interpretas si voy al cine comprará palomitas?

Como que es posible que compre palomitas. "

15. CONCLUYE $p \rightarrow s$

Nuevamente el diálogo con Oscar B. ilustra este caso:

"Y si una conclusión fuera: si no llueve hoy entonces comprará palomitas, ¿crees que esté bien?

Es ilógico, porque no por el simple hecho de que llueva va a comprar palomitas. "

16. CONCLUYE s

Jerónimo concluye así:

"Entonces, ¿que conclusión darías?

Que compra palomitas "

17. CONCLUYE $\neg p$

-Fco. José obtiene ésta como conclusión inicial: " ***Si no llueve hoy podré salir a pasear, si puedo salir a pasear voy al cine, si voy al cine entonces compro palomitas. Por lo tanto no llovió.*** "

-Belem también concluye que no llovió ($\neg p$)

" ***Si no llueve hoy podré salir a pasear, si puedo salir a pasear entonces iré al cine...***

Si voy al cine entonces compraré palomitas.

Si voy al cine, compraré palomitas, por lo tanto es que no va a llover.

¿No va a llover?

¿Por qué crees que no llueva?

Porque va a ir al cine y aquí dice si no llueve hoy podré salir a pasear, sí salió a pasear; por lo tanto, no llovió.

¿Esa es tu conclusión?

Sí. "

18. CONCLUYE $\neg p \wedge (q \wedge r \wedge s)$

Se muestra a continuación una parte del razonamiento de Arturo quien obtiene esta conclusión en la parte intermedia y al final del mismo :

"No, pero vamos a considerar esa información, pensando que está bien, ¿cuál sería la conclusión?

Que no llovió y pudo ir a pasear y al cine y en el cine compra palomitas.

¿De qué depende que compre palomitas?

De que vaya al cine.

Ahora, ¿tu crees que yo pueda concluir: Si no llueve hoy compraré palomitas?.

¡No!

¿Por qué?

Porque, no porque no llueva las va a comprar.

Entonces por favor dime tu conclusión de nuevo.

Que no llueve, y se va a ir a pasear y al cine y en el cine comprará palomitas. "

Pregunta # 5

Si me aumentan el sueldo, no renuncio al trabajo.
Si no renuncio al trabajo, estaré tranquilo.

La simbología usada para este caso es la siguiente:

p: Me aumentan el sueldo. **q**: Renuncio al trabajo.

r: Estaré tranquilo.

Con la cual queda:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Las conductas observadas durante la búsqueda de una conclusión para lo mostrado en esta tarjeta fueron:

1. INTRODUCE PROPOSICIONES ADICIONALES

-La respuesta de Odilón fue la siguiente:

" O sea, que si a él le aumentan, para..., o sea, el gana muy poquito no, en su trabajo, si le dan un aumento no se sale del trabajo y si no lo deja podrá estar..., más que nada eso nos da una idea de que podrá estar tranquilo con su familia porque muchas veces el dinero sirve para estar uno tranquilo porque lo necesita y si no tiene uno piensa que ¿qué va a hacer? y él nos dice que si no renuncia al trabajo estará tranquilo, pero, si no le aumentan el sueldo yo pienso que el sí renunciaría y no estaría tranquilo. Pero dice que si no renuncia al trabajo estará tranquilo, pero si no se lo aumentan no.

Y ahora, ¿Si le aumentan el sueldo que va a pasar con él?

Pues se queda ahí trabajando, no renuncia al trabajo.

Y ¿qué más?

Pues él estaría tranquilo porque tendrá más, pues ya ve que en la familia muchas veces se necesita dinero, pues para todo ¿no?. Y él ya estará tranquilo porque ya le va a alcanzar para más. "

-Victoria también en su intento por explicar mejor la situación planteada introdujo una serie de proposiciones:

"Esta persona estará intranquilo porque el salario que le dan pues no le es suficiente para satisfacer todas sus necesidades, entonces si le aumentan el sueldo, más bien,

podría mejorar su situación y entonces ya estaría tranquilo.

La conclusión sería entonces... ¿Cuál?

Que le aumenten el sueldo para poder estar tranquilo, aunque en caso de que no tenga otras preocupaciones que no sean por eso. "

- Araceli explicó así la situación:

No necesariamente tendría que renunciar a su trabajo sólo por el aumento de sueldo porque también podría ser que si pidiera el aumento del sueldo dependiendo del jefe lo podrían correr.

Si pensamos solamente en lo que te dicen aquí ¿qué crees que pase?

Yo pienso que sí estará tranquilo porque él seguirá en su puesto de trabajo porque él para estar tranquilo necesita no renunciar a su trabajo. "

-Guillermina argumentó lo siguiente:

"Aquí la conclusión sería que si le van a aumentar el sueldo, pues él sí va a estar tranquilo, ahí mismo en el trabajo, o sea, si no le aumentaran el sueldo tendría que salirse del trabajo y no iba a estar tranquilo porque no iba a tener trabajo y entonces si le aumentan el sueldo tal vez pueda estar tranquilo por eso.

¿Pero no es seguro?, ¿O por qué dices tal vez?

Porque tal vez no pueda estar tranquilo porque tal vez tenga problemas en su caso.

Y, si sólo nos basamos en esta información, ¿qué crees que pase?

Que sí va a estar tranquilo, porque sí va a tener un buen sueldo y un trabajo seguro."

- Una parte del razonamiento que hizo Belem es el siguiente, en él se puede observar cómo introduce proposiciones donde afirma que el sujeto de la tarjeta es mujer, agrega además que no está contenta en el trabajo porque no la tratan como ella quisiera, y desea que la corran, etc.:

"Entonces, ¿podríamos decir: si me aumentan el sueldo estaré tranquilo, como conclusión?.

¡No! porque si le aumenten el sueldo ella no tiene porque estar tranquila.

Ella lo que quiere es no trabajar porque dice si no renuncio al trabajo estaré tranquilo, si no renuncio, no , sí...

¿Sí?, ¿qué?

Sí, porque si le aumentan, lo que quiere es que la corrieran o sea que renunciará porque no le gusta el trabajo.

Definiciones:

- **Tautología.**- se dice que una proposición es tautología si siempre es verdadera independientemente del valor de sus componentes.

- **Contradicción.**- una proposición es contradicción si todos sus valores de verdad son falsos independientemente del valor de sus componentes.

- **Contingencia.**- es una proposición para la cual puede ser verdadera o falsa, para los distintos valores de sus componentes.

Es conveniente aclarar que es la forma en la que se estructura la proposición la que la hace ser una tautología o bien una contradicción y no el valor de verdad de sus componentes.

Proposiciones Equivalentes.

Para establecer cuándo dos proposiciones son equivalentes es necesario primero considerar la siguiente definición.

Definición.

Se dice que las tablas de verdad de dos proposiciones compuestas son iguales, si ocurre que para cada uno de los posibles valores de las proposiciones simples que la forman, los valores asociados correspondientes para las proposiciones compuestas son iguales.

Definición.

Se dice que dos proposiciones A y B son equivalentes, si sus tablas de verdad son iguales. Lo cual se denota mediante $A \Leftrightarrow B$.

Ejemplo: Las proposiciones $p \vee (q \wedge r)$ y $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ son equivalentes, lo cual puede comprobarse haciendo sus tablas de verdad.

¿Tú crees que no le gusta el trabajo?

O no le gusta como se comportan con ella.

¿De dónde sacas eso, Belem?

Solo fijate en esta información, y dime tu conclusión.

Que sí le aumentaron el sueldo porque... sí...

¿Porque sí?

... - silencio-

Entonces no le aumentaron el sueldo porque ella si no renuncia al trabajo estaré tranquilo o sea que ella lo que quiere es no renunciar.

¿Esa es tu conclusión?

Sí. "

2. AFIRMA $p[q]$ ó $r[p]$.

- Por ejemplo cuando Gerardo dijo:

"Lo que yo entiendo es que si le aumentan el sueldo no renuncia al trabajo y si no renuncia estará tranquilo le aumenten o no le aumenten, ¿no?, ..."

3. CONCLUYE $p \rightarrow (r \vee \neg r)$

La respuesta de Guillermina es útil para ejemplificar esta conducta:

"Aquí la conclusión sería que si le van a aumentar el sueldo, pues el sí va a estar tranquilo, ahí mismo en el trabajo, o sea, si no le aumentaran el sueldo tendría que salirse del trabajo y no iba a estar tranquilo porque no iba a tener trabajo y entonces si le aumentan el sueldo tal vez pueda estar tranquilo por eso.

¿Pero no es seguro?, ¿O por qué dices tal vez?

Porque si le aumentan el sueldo entonces tal vez pueda estar tranquilo o puede ser que no esté tranquilo... porque tal vez tenga problemas en su casa "

4. CONCLUYE $r \rightarrow p$

-Victoria concluyó así:

"Entonces necesitarían aumentarle el sueldo para que esté tranquilo, o sea que , si él está tranquilo entonces le aumentaron el sueldo. "

- La conclusión final la estructuró así Joel :

" De la información que tienes ahí, ¿cuál sería tu conclusión?.

Que es necesario que le aumenten en el sueldo para que esté tranquilo. "

5. CONCLUYE $p \rightarrow \neg q$

Para ilustrar este tipo de conclusión están los siguientes diálogos:

- Irma:

" Si me aumentan el sueldo, no renuncio al trabajo, si no renuncio estaré tranquilo.

Si me aumentan el sueldo, no renuncio.

¿Esa sería la conclusión?

Sí.

No vas a considerar la otra frase.

No. "

- Roberto:

"Considerando solamente esa información ¿qué podrías concluir?

Si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo."

6. CONCLUYE $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$

- Fco. José concluyó:

" Entonces, ¿tú qué crees que ocurra si le aumentan el sueldo?

O sea, si le aumentan el sueldo, no va a renunciar y va a estar tranquilo."

- Guadalupe inicialmente concluyó:

" Aquí dice si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo, si no renuncio al trabajo, estaré tranquilo. Entonces si me aumentan el sueldo, no renuncio y estaré tranquilo."

7. INTRODUCE $p \leftrightarrow r$

-Belem en su razonamiento estableció:

"Entonces, ¿podríamos decir: si me aumentan el sueldo estaré tranquilo, como conclusión?

¡No! porque porque si le aumenten el sueldo ella no tiene por qué estar tranquila. "

8. INTRODUCE $\neg p \leftrightarrow \neg q$

-Arturo dijo al inicio de su respuesta a esta pregunta:

"No porque no le aumentan el sueldo entonces no renuncia al trabajo y si no renuncia al trabajo estará tranquilo. No porque no le aumentan no va a renunciar. "

9. INTRODUCE $\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$

Se puede ejemplificar esto con la conclusión que obtiene Alfredo:

"Dice, si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo, si no renuncio al trabajo, estaré tranquilo.

Si no me aumentan el sueldo, renunciaré al trabajo y estaré intranquilo.

¿Esa sería tu conclusión?

Sí. "

10. CONCLUYE p

Entre los que concluyeron así está Omar:

" ¿Cuál será tu conclusión?

Que le aumenten el sueldo, porque así ya no renuncia al trabajo y estará tranquilo en su trabajo. "

Y también Gerardo:

"Lo que yo entiendo es que si le aumentan el sueldo no renuncia al trabajo y si no renuncia estará tranquilo le aumenten o no le aumenten, ¿no?, se me revuelve mucho.

¿Qué puedes decir de eso?. Fíjate dice: si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo. Si no renuncio al trabajo, estaré tranquilo.

¿Que podemos concluir de esto?

Que le aumentaron el sueldo..."

11. CONCLUYE q

Con este tipo de conclusión están:

-Angélica: " ***Aquí no estaría tranquilo porque no le subieron el sueldo; la conclusión es que renunció. "***

-Francisco: " ***Con el aumento que le dan no ha sido lo necesario, por medio de él va a renunciar a su trabajo como no le dan lo necesario, él va a renunciar."***

12. CONCLUYE r

-Jerónimo:

" Aquí la conclusión es está tranquilo, porque dice que al aumentar el sueldo él no renuncia al trabajo y al no renunciar estará tranquilo. "

Araceli y Liliana obtienen ésta como conclusión final:

-Araceli:

" Yo pienso que la conclusión es que él sí estará tranquilo porque el seguirá en su puesto de trabajo porque él para estar tranquilo necesita no renunciar a su trabajo."

-Liliana:

" ¿Cuál sería tu conclusión?

Va a estar tranquilo porque va a tener su trabajo y con más sueldo."

13. Concluye $\neg p$

Los que dan este tipo de respuesta son: Arturo y Angélica.

- El siguiente es un fragmento del diálogo con Arturo:

...vamos a fijarnos únicamente en la información que tenemos y la conclusión que obtendríamos sería...

Que no le aumentaron el sueldo al trabajo.

¿Esa sería tu conclusión?

Sí.

Si yo te digo: si me aumentan el sueldo estaré tranquilo, ¿crees que eso esté bien?

Sí.

¿Por qué?

Porque se lo están aumentando y la conclusión sería si no renuncia al trabajo estará también tranquilo.

¡Ay!. ¡ya me hice bolas!

Ah, fue porque no le aumentaron el sueldo, eso sería la conclusión.

¿Cómo?

Dice: si no renuncio al trabajo estaré tranquilo, fue porque no le dieron el aumento de sueldo. Porque está diciendo si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo, si se lo hubieran aumentado no renunciaba, pero como no se lo aumentaron, si no renuncia al trabajo estará tranquilo.

Entonces, ¿cómo queda la conclusión?.

Que no le aumentaron el sueldo.

Mientras que Angélica estableció lo siguiente como una conclusión intermedia:

Dice: si me aumentan el sueldo no renuncio, si no renuncio estaré tranquilo o sea, se concluye que no le aumentaron.

14. INTRODUCE $\neg q$

Entre los que mostraron esta conducta están:

- Linda:

O sea, que si aquí no le aumentan el sueldo, renuncia; digo, el sueldo, no renuncia y así va a estar tranquilo y si no le aumentan va a renunciar y va a estar intranquilo.

¿Cuál es tu conclusión?

Que no renuncie.

¿Por qué concluyes que no renuncie?.

Porque no es lógico que vaya a renunciar a su trabajo.

-Roberto:

Considerando solamente esa información ¿qué podrías concluir?

Si me aumentan el sueldo, no renuncio al trabajo.

¿Esa sería tu conclusión ?

Sí, se puede concluir que no va a renunciar.

15. CONCLUYE $\rightarrow r$

Algunos ejemplos de los que concluyen así están dados por:

-Joel

A ver ahora éste. ¿Cuál sería tu conclusión?

Sería... Yo digo que no va a estar tranquilo.

¿Por qué?

Porque cómo va a estar tranquilo si no le aumentan el sueldo y uno tienen necesidades que satisfacer y entonces no le va a alcanzar por lo tanto no va a estar tranquilo.

¿Tu crees que no está tranquilo?

Yo digo que no está tranquilo.

-Juan Carlos:

O sea aquí no está tranquilo porque no le aumentaron el sueldo.

La conclusión sería ¿cuál?

La conclusión sería que renunció, porque no le aumentaron el sueldo.

16. INTRODUCE $p \wedge \neg q$

Introducen $p \wedge \neg q$ como conclusión inicial e intermedia Abraham y Juan Francisco:

-Abraham E.

Si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo, si no renuncio al trabajo estaré tranquilo.

Pues es lógico, que sí me aumentan y no renuncie.

Sí, pero, ¿cuál es la conclusión?

Pues que no renuncia a su trabajo y esté tranquilo porque le aumentaron el sueldo.

-Juan Fco.

Finalmente ¿cuál sería tu conclusión?

Que no renuncia, ya que además le han subido el sueldo.

17 INTRODUCE $\neg q \wedge r$

Omar y Angélica están entre los que introducen $\neg q \wedge r$.

-Omar

¿Cuál será tu conclusión?

Que ya no renuncia al trabajo y estará tranquilo en su trabajo.

¿Así quedaría tu conclusión?

Sí, que le aumenten el sueldo, porque así ya no renuncia al trabajo y estará tranquilo en su trabajo.

-Angélica.

¿Cuál sería tu conclusión?

Yo creo que sí se lo aumentaron porque aquí dice si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo, si no renuncio al trabajo estaré tranquilo. Entonces no renunció y está tranquilo, porque sí se lo aumentaron.

Pregunta # 6

Luis estudia mucho o copia en el examen.
Si Luis estudia mucho, se cansa.
Si copia en el examen, el maestro lo castiga.

La simbología utilizada para esta pregunta fue la siguiente:

p: Luis estudia mucho. **q:** Copia en el examen.
r: Se cansa **s:** El maestro lo castiga.

Con esto, se puede representar el contenido de la tarjeta y la respuesta esperada por:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow s \end{array}$$

$$\therefore r \vee s$$

En esta la pregunta se presentaron ocho tipos de conducta principalmente.

0. No concluye.

Rodrigo no pudo obtener alguna conclusión a partir del contenido de tarjeta.

Aquí necesitaríamos saber si Luis va a estudiar o va a copiar, porque hay dos opciones, copia o estudia. Si copia lo castigan, si estudia se cansa. Necesitaríamos saber si va a copiar o va a estudiar.

¿Qué crees que pase con Luis?

Yo creo que mejor va a estudiar aunque se canse, es preferible.

¿Cómo quedaría tu conclusión?

Se puede cansar o estudiar o lo castigan si copia.

Pero no se puede saber, porque necesitaríamos saber qué va a hacer.

¿Con la información que te dan no puedes concluir?

No.

1. Entre los que introducen proposiciones adicionales están:

-Joel.

Aquí la conclusión sería que Luis estudiará mucho para que no lo castigue el maestro, porque si no lo castiga es porque sí estudió, o sea sí se va a cansar pero a cambio de eso tendrá su recompensa.

-Guillermina.

La conclusión sería si Luis no estudia y copia en el examen, no va a pasar bien y si el maestro lo ve copiando lo va a castigar.

-Juan.

Puede haber dos opciones, aquí mismo las están planteando: Si Luis estudia mucho o copia en el examen. Si Luis estudia mucho se cansa. Si Luis copia en el examen el maestro lo castiga. O sea, si Luis estudia mucho, tal vez se canse pero si al estudiar mucho él ya va a tener conocimientos de lo que el maestro le vaya a preguntar en el examen y si Luis no estudia y copia en el examen y si el maestro lo castiga, le quitará el examen o lo deja sin hacer examen.

2. Consideran la afirmación de una proposición respecto de otra.

-David.

O sea que a Luis le conviene estudiar para que el maestro no lo castigue. Por eso se puede concluir que Luis estudia aunque se canse o no se canse.

-Roberto.

Bueno no, o sea, si estudia mucho se cansa, ..., más bien estudia se canse o no.

3. Entre los que concluyen introduciendo conjunciones están:

-Araceli

Pues estudia mucho o copia en el examen, o sea está hablando de que Luis estudia mucho o copia en el examen.

Si Luis estudia mucho se cansa, si Luis copia en el examen el maestro lo castiga. O sea que mi conclusión sería que Luis no estudiara mucho pero tampoco copiara en el examen

¿Es esa una conclusión o estás dando un consejo?.

No, éso es lo que yo pienso como conclusión ya de todo.

-Fco. José.

Luis estudia mucho y abajo dice si Luis estudia mucho en el primero dice o copia en el examen y abajo dice si copia en el examen. Por lo tanto, Luis no copia en el examen, se cansa mucho y el maestro no lo castiga.

-Oscar.

Luis estudia mucho o copia en el examen. Yo digo que si estudia mucho no copia.

Primero veamos todos y de ahí sacas, si es posible, una conclusión.

Ya entendí maestra.

O sea si Luis no copia por supuesto que estudia mucho y si no estudia mucho y se cansa por supuesto que va a copiar porque se va a aburrir y si copia y el maestro lo ve copiando, lo castiga.

Entonces ¿cuál es tu conclusión?

Que el maestro lo castigue y repruebe el examen.

-Guadalupe.

Bueno aquí dice Luis estudia mucho o copia en el examen o sea una de dos si estudia, se va a cansar mucho pero no lo va a castigar el maestro, porque no va a copiar en el examen y no lo va a castigar el maestro.

¿Cuál sería la conclusión?.

Que no va a copiar y no lo va a castigar el maestro.

4. Concluye disyunciones.

Entre los que concluyen introduciendo disyunciones se tiene a:

-Jerónimo.

¿Qué concluyes que le ocurra a Luis?

O estudia o lo castigan.

-Roberto.

¿Qué puede ocurrir?

Pues cualquiera de las dos cosas: que estudie o que copie.

-Rodrigo.

¿Cómo quedaría tu conclusión?

Se puede cansar o estudiar o lo castigan si copia.

5. Concluye implicaciones.

Algunos de los sujetos que concluyen introduciendo implicaciones son:

-Joel.

Aquí la conclusión sería que Luis estudiará mucho para que no lo castigue el maestro, porque si no lo castiga es porque sí estudió, o sea si se va a cansar pero a cambio de eso tendrá su recompensa.

-Omar.

¿Cuál es tu conclusión?

Que no copie para que no lo puedan castigar, porque si no copia, no lo castigan.

-Francisco.

Bueno, el último

Si no estudia mucho tendrá forzosamente que copiar porque no va a saber nada en el examen.

¿Qué le puede pasar a Luis?

Reprobarlo si no estudia, solo que copiando por medio de otro compañero, lo pase.

Pero con la sola información que te dan aquí.

Al no estudiar y copiar, el maestro lo castiga.

6. Concluye sólo con una proposición simple.

Algunos sujetos formaron su conclusión solamente con una proposición simple. Esto ocurrió en casos como los siguientes:

-Linda.

Pero con esta sola información dime ¿qué concluirías?

Que sí estudia.

-Angélica.

Considerando la información que te dan aquí solamente, dime ¿Qué crees que pase con Luis?

Pues se cansó.

-Juan Francisco.

Copió.

Por lo tanto, el maestro lo va a castigar .

-Belem.

¿Qué conclusión podríamos obtener de las tres frases?

Lo reprobaría.

¿Lo reprobaría?

Sí.

7. Transforma las hipótesis.

-Victoria.

Si no copia quiere decir que sí estudió; porque si copia, el maestro lo castiga. Luego si Luis no estudia tendrá que copiar en el examen para poder pasarlo bien, pero el maestro se va a dar cuenta y lo va a regañar, lo va a castigar.

-Angélica, quien a las premisas agrega el hecho de que Luis sí estudió como lo indica el siguiente fragmento:

Entonces aquí sería que sí estudió, porque aquí dice: Si Luis estudia mucho, se cansa, y dice que sí estudió.

-Juan Fco. El asume como hipótesis el hecho de que Luis copió como se se observa en el siguiente fragmento:

Copió.

Por lo tanto, el maestro lo va a castigar .

¿Tú crees que lo castiga y no pasa?

Yo pienso que si lo va a castigar porque copió, porque aquí no nos da una respuesta; yo me imagino que lo va a reprobar porque aquí no hay una respuesta donde diga que la verdad pasó el examen.

Digamos, si estuviera una respuesta donde dijera que pasó el examen tal vez no lo castiguen.

Con la información total obtenida durante la primera entrevista se elaborará una tabla para cada pregunta (Tablas II-VII), en ellas se registran por un lado los tipos de conducta observados y por el otro los sujetos que presentaron cada tipo de conducta.¹

¹ Para los casos que se define la conducta de manera muy general, se utiliza la siguiente columna para la descripción más específica de dicha conducta.

Al final de cada tabla, hay una columna donde se agrupan las respuestas dadas por el alumno, que no corresponden a ninguno de los tipos anteriores.

PREGUNTA #1

TABLA II

PRIMERA ENTREVISTA

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	tipo	9	10	11	12						
Sujeto																				
1								*												
2						*														
3			*																	
4																				
5								*												
6																				
7						*			*	$(q \rightarrow p) \wedge p$										
8		*							*	$p \wedge r$										
9					*															
10						*			*	$p \wedge q \rightarrow p$ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$										
11		*	*		*															
12																				
13																				
14																				
15																				
16	*					*		*	*	$q \vee \neg q$										
17																				
18																				
19																				
20			*						*	$(p \rightarrow \neg q) \wedge p[q]$										
21		*		*					*	$q[r]$										
22					*		*		*	$q \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$										
23		*							*	$r \rightarrow (q \vee \neg q)$										
24		*							*	$q \leftrightarrow p, p \wedge q$										
25					*	*														
26						*			*	$p \wedge q$										
27																				
28		*			*															
29								*												
30																				
31		*							*	$q \leftrightarrow p$										

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Considera $p[q]$

3 Considera $q[r]$

4 Concluye $p \rightarrow q$

5 Concluye $q \rightarrow p$

6 Considerar $\neg p \rightarrow \neg q$

7 Negar la implicación $p \rightarrow q$

8 Otra

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	tipo	10	11	12	13	14						
Sujeto																						
1		*																				
2																						
3																						
4																						
5		*					*															
6		*				*				*	q											
7								*														
8																						
9																						
10						*				*	$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge \neg p)$											
11																						
12																						
13								*														
14									*													
15																						
16			*							*	$p \wedge \neg q, \neg q \wedge (p \vee \neg p)$											
17								*														
18																						
19					*	*			*													
20		*						*		*	$p \wedge q$											
21																						
22								*														
23		*						*														
24								*	*		$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)$											
25						*		*														
26		*																				
27					*																	
28				*																		
29																						
30																						
31				*				*														

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Introduce q[r]

3 Concluye $p \rightarrow q$

4 Considera $\neg q \rightarrow p$

5 Considera $\neg p \rightarrow q$

6 Introduce $\neg q \leftrightarrow p$

7 Concluye q

8 Concluye $p \vee \neg p$

9 Otras

10 Introduce q[p]

11 Introduce $q \rightarrow \neg p$

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7		8		9					
Sujeto																	
1		*	*							*	$p \leftrightarrow q, q \leftrightarrow p$						
2								*	$p \rightarrow \neg q$								
3				*		*											
4						*											
5					*			*	$q \rightarrow p, p \rightarrow q$								
6			*			*		*	$p \rightarrow (q \vee \neg q)$								
7				*		*											
8																	
9					*												
10						*						*	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p)$				
11																	
12			*														
13					*												
14						*				*	$p \leftrightarrow q$						
15		*						*	$\neg q \rightarrow r$								
16	*	*					*										
17				*													
18							*			*	$p \leftrightarrow q$						
19					*												
20					*			*	$p \rightarrow q, \neg q \rightarrow \neg p$								
21																	
22				*													
23		*			*			*	$p \rightarrow r$								
24			*									*	$p \wedge (q \vee \neg q)$				
25								*	$\neg q \leftrightarrow p, p \leftrightarrow [q] \wedge [p] \leftrightarrow p$								
26		*					*										
27					*												
28				*													
29					*												
30				*				*	$\neg q \rightarrow p$			*	$(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$				
31					*			*	$\neg q \rightarrow p$								

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Considerar $p[q]$

3 Establecer $p \vee q$

4 Concluye $\neg p$

5 Concluye $p \wedge \neg q$

6 Concluye $\neg p \wedge \neg q$

7 Introduce implicación

8 Introduce no implicación

9 Otras

PREGUNTA # 4

TABLA V

PRIMERA ENTREVISTA

conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Tipos		
1		*		*										*			*			*	$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r)$		
2		*													*		*			*	$(q \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow s)$		
3			*											*						*	$p \rightarrow (q \wedge r)$		
4	*				*				*											*	$(\neg p \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (q \wedge r)]$		
5				*				*		*										*	$\neg p \rightarrow s [r]$		
6		*	*									*								*	$\neg p \rightarrow r$		
7		*									*	*			*					*	$(\neg p \rightarrow s) \vee (\neg p \rightarrow t)$		
8		*					*				*												
9								*				*								*	$(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$		
10	*													*	*					*	$(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)$		
11		*	*											*	*					*	$(\neg p \wedge r) \rightarrow s$		
12																	*	*					
13												*			*					*	$(\neg p \wedge q) \rightarrow s$		
14											*				*					*	$\neg p \rightarrow (r \wedge s)$		
15		*											*	*				*					
16		*											*	*						*	$\neg p \wedge (s \vee \neg s), (\neg p \wedge q \wedge r) \rightarrow s$		
17											*									*	$(s \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$		
18													*	*					*				
19								*						*						*	$\neg p \rightarrow r, r \rightarrow s$		
20		*				*		*												*	$p \vee \neg p$		
21		*			*										*								
22				*				*				*			*					*	$q \wedge s$		
23														*	*					*	$(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow r), q \wedge r \wedge s$		
24			*											*						*	$p \wedge s$		
25		*										*								*	$\neg p \rightarrow (s \vee t), \neg p \rightarrow w$		
26		*	*	*	*															*	$q[p] \wedge (r \wedge s)$		
27	*																		*	*	$(\neg p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow r)$		
28					*			*							*					*	$r \wedge s$		
29	*													*	*					*	$p \vee \neg p, s \vee \neg s$		
30														*						*	$(s \wedge r) \rightarrow q, q \wedge r$		
31					*						*				*								

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Considera q[p]

3 Considera s[r], r[s], r[p]

4 Considera s[p],

5 Concluye p → s

6 Concluye ¬p → s (solos)

7 Introduce p → (¬q ∧ ¬r ∧ s)

8 Concluye p → (¬q ∧ r ∧ s)

9 Concluye ¬p → (q ∧ s)

10 Concluye ¬p → (r ∧ s)

11 Concluye ¬p → (q ∧ r ∧ s)

12 Transforma → en ↔

13 Concluye ¬p → s

14 Concluye ¬p → s

15 Concluye p → s

16 Concluye s

17 Concluye ¬p

18 Concluye ¬p ∧ (q ∧ r ∧ s)

19 Otras

conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
1		*											*						*	$(\neg q \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow \neg r)$		
2													*						*	$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)$		
3													*		*				*	$(\neg q \rightarrow r)$		
4																	*	*	*	$(p \leftrightarrow r) \wedge r$		
5		*			*																	
6		*											*						*	$p \leftrightarrow q, r \rightarrow \neg q$		
7		*											*									
8																*						
9		*		*											*							
10																*						
11					*											*						
12							*												*	$\neg p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow r$		
13									*													
14					*																	
15												*				*						
16		*		*									*									
17			*								*								*	$p \wedge (p \rightarrow r)$		
18			*		*			*					*									
19									*									*	*	$(\neg q \rightarrow p) \wedge r$		
20															*			*	*	$\neg q \rightarrow r$		
21												*	*		*			*	*			
22						*																
23																			*	$q \rightarrow r$		
24		*																	*	t_4		
25				*															*	$r \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$		
26													*				*					
27		*						*		*									*	t_5		
28		*										*						*	*	$p \rightarrow t_3$		
29					*										*			*	*	$(p \rightarrow \neg q) \vee (\neg p \rightarrow q)$		
30																			*			
31																		*	*	$\neg q \rightarrow (r \wedge p)$		

0 No concluye p[q]

1 Introduce prop. adicionales

2 Afirma una prop. respecto de otra.

3 Concluye $p \rightarrow (r \vee \neg r)$

4 Concluye $r \rightarrow p$

5 Concluye $p \rightarrow \neg q$

6 Concluye $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$

7 Introduce $p \leftrightarrow r$

8 Introduce $\neg p \leftrightarrow \neg q$

9 Introduce $\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$

10 Concluye p

11 Concluye q

12 Concluye r

13 Concluye $\neg p$

14 Introduce $\neg q$

15 Concluye $\neg r$

16 Introduce $p \wedge \neg q$

17 Introduce $\neg q \wedge r$

18 Otras

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7	tipo	a	b	c
Sujeto												
1						*	$(\neg q \wedge \neg s) \rightarrow p$					
2		*				*	$p \vee s$					
3						*	$p \rightarrow (r \wedge \neg q \wedge \neg s)$	*	$q \rightarrow \neg r$		*	
4				*	$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow s)$			*		*		
5		*				*	$p \rightarrow \neg s$	*	$\neg q \rightarrow p$			
6				*	$\neg p \wedge \neg q$							
7		*				*	$t \rightarrow p$	*	$p \wedge q$			
8		*			$t[r]$	*	$\neg s \rightarrow t[r]$	*	q			
9		*	*					*		*		
10		*		*	$s \wedge (\neg t_1 \wedge \neg t_2)$							
11		*				*	$p \rightarrow q$					
12				*	$\neg q \wedge r \wedge \neg s$							
13				*	$(p \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow \neg s)$			*	$(q \rightarrow \neg r) \wedge s$			
14				*	$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \wedge q) \rightarrow s$			*	$\neg q \rightarrow \neg s$			*
15		*				*	$s \vee \neg s \vee t_2$					
16		*		*	$\neg p \wedge q \wedge s$							
17		*		*	$(p \rightarrow t_1) \wedge (q \rightarrow s)$							
18		*		*	$(\neg r \rightarrow \neg p) \wedge (q \rightarrow \neg p)$							
19				*	$(q \rightarrow s) \wedge (\neg q \rightarrow \neg s)$	*	$\neg s \rightarrow \neg q$	*	$(q \rightarrow s) \wedge (\neg q \rightarrow \neg s)$			*
20		*		*	$s \wedge t_3$							
21								*	$(p \rightarrow r) \wedge r$			
22				*	$r \wedge \neg s$			*			*	*
23		*				*	$t_3 \rightarrow p$	*	$(p \rightarrow \neg s) \wedge (q \rightarrow t_1)$		*	
24	*							*	$p \rightarrow (r \vee \neg r)$			
25	*					*	$(r \vee p) \vee (q \rightarrow s)$					
26								*	$q \wedge \neg p \wedge r$			
27		*						*				
28		*				*	$(\neg p \wedge q) \rightarrow s$	*	$\neg p \rightarrow q$			
29			*	r		*	$p \vee q$	*	$\neg p \wedge \neg q$			
30		*		*	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow t_3)$							
31						*	$\neg p \rightarrow (s \wedge q)$	*		*		

0 No concluye

1 Introduce proposiciones adicionales

2 Considera independencia entre p, q, r y s

3 Concluye conjunciones

4 Concluye disyunciones

5 Concluye implicaciones

6 Concluye solo una prop. simple

7 Transforma las hipótesis

a. $p \rightarrow \neg q$

b. $p \rightarrow \neg s$

c. $\neg q \rightarrow \neg s$

Del análisis de las distintas respuestas proporcionadas surgió una clasificación más general de las conductas, ésta conduce a otro nivel de análisis de resultados.

③ Para el tercer nivel se efectuó una clasificación de las conductas de los sujetos en cuatro categorías:

0 No concluye	I Introduce proposiciones adicionales
II Transforma las premisas	III Transforma la conclusión

Tales categorías surgieron de la observación de las diferentes conductas de los sujetos durante la entrevista, y de alguna manera sintetizan las tablas elaboradas para el nivel anterior.

En la **categoría 0** se introdujo a los sujetos que no pudieron obtener alguna conclusión, ya fuera porque a su juicio hacía falta información o bien por algún otro motivo. También están en esa categoría los que obtuvieron una conclusión, pero la consideraron solamente como una posibilidad por lo que manifestaron finalmente la imposibilidad de obtener una conclusión definitiva.

La **categoría I** surgió de la observación de que en el transcurso de la entrevista muchos sujetos efectuaron cambios en las premisas, esos cambios consistieron desde la simple sustitución de una palabra, como un adjetivo, verbo o un nombre, por alguna otra relacionada; hasta la introducción de proposiciones totalmente ajenas al contexto original, cuya utilidad como proposiciones sólo era como hipótesis explicativas o para manifestar a través de ellas la postura personal del entrevistado. Algunos sujetos no hicieron distinción entre lo escrito en la tarjeta y lo que ellos estaban agregando, al hacerles notar que estaban agregando otras consideraciones, que no estaban entre las frases originales, ellos aseguraban que a pesar de eso, ellos creían que así ocurría, o bien, las olvidaban de momento, pero después volvían a considerarlas para dar su conclusión. Se realizó, en esta categoría una subdivisión, relativa al lugar donde se efectuó la introducción:

a) EN LAS PREMISAS

La introducción de proposiciones adicionales en las premisas tiene una diferente interpretación que la que se hace en la conclusión. Para algunos de los que introducen proposiciones adicionales en las premisas, esas proposiciones tienen utilidad explicativa, y les sirven de ayuda para obtener una conclusión.

En otros casos la introducción de dichas proposiciones, cambia a tal grado el contexto del problema original que confunde al sujeto y ya no logra obtener la conclusión deseada.

b) EN LA CONCLUSIÓN

La mayoría de los que introducen proposiciones diferentes en este nivel obtienen como conclusión final algo totalmente distinto a lo esperado.

La **categoría II** surgió de la observación de que los sujetos efectuaban transformaciones en las premisas. Estas transformaciones no se refieren a cambios de palabras o de proposiciones sino a la transformación de las operaciones proposicionales. La estructura conocida como grupo INRC pretende describir los mecanismos operatorios fundamentales de estas transformaciones, es con base en lo anterior como se efectuó una subdivisión de esta categoría en:

a) Transformación Ajena. En esta categoría se agruparon las transformaciones, que al efectuarse sobre las premisas, no tienen relación directa con las premisas, pueden obtenerse las nuevas proposiciones a través de las anteriores por alguna regla de simplificación de la lógica.

b) Transformación Errónea. En esta categoría se agruparon todas las transformaciones erróneas efectuadas sobre las premisas. Teniendo en cuenta que los errores pueden ser debidos a distintos factores, y partiendo del supuesto de que hay errores como producto de una estrategia inadecuada o bien, errores que surgen de un manejo equivocado en las operaciones efectuadas.

Se consideraron dos clases de transformaciones erróneas:

Piagetiana. Como ya se ha mencionado Piaget mostró que en el nivel en que se constituyen las operaciones hipotético-deductivas, se construye una nueva estructura, como resultado de la fusión de las estructuras de inversión y de reciprocidad del pensamiento concreto, esta estructura se conoce como grupo INRC, la cual, pretende hacer una descripción de los mecanismos de transformación de las operaciones proposicionales. Estas transformaciones son cuatro: *inversión, reciprocidad, correlatividad e identidad*. Los elementos de estas transformaciones no son ya proposiciones simples sino las 16 combinaciones binarias.

En esta investigación se trabajó básicamente con dos operaciones: la condicional o implicación material y la disyunción inclusiva.

Integran este apartado las premisas dadas por sujeto que pueden obtenerse a partir de las premisas originales mediante transformaciones de las operaciones binarias que las constituyen, las transformaciones a las que se hace referencia son precisamente las que están incluidas en el grupo INRC. Estas transformaciones son erróneas, pero resultan interesantes por la relación que tienen con la proposición esperada, ya que a partir de la proposición original puede obtenerse la nueva mediante una simple transformación. Esto permite plantearse algunas preguntas para futuras investigaciones sobre el papel que juegan estas transformaciones en la obtención de la conclusión: ¿cómo las utiliza el sujeto durante su razonamiento?, ¿tienen algún papel especial?, ¿intervienen, en las compensaciones que va efectuando el sujeto a lo largo de su argumentación?, etc.

Transformación no piagetiana. Son transformaciones erróneas que efectuaron los sujetos durante la entrevista, son erróneas porque no es posible mediante alguna operación de la lógica, encontrar los resultados dados por los sujetos. Los sujetos que efectúan estas transformaciones muestran un desarrollo complejo y en muchas ocasiones totalmente alejado de los argumentos que se elaborarían utilizando las reglas de inferencia lógica más elementales.

La **categoría III** agrupa a los sujetos que efectuaron transformaciones en sus conclusiones, ya fueran éstas las obtenidas durante la búsqueda de una conclusión definitiva, llamadas conclusiones intermedias, o bien, las transformaciones efectuadas en la conclusión que el sujeto daba al dar término del estudio de la tarjeta correspondiente, llamada ésta conclusión final. Las transformaciones que se incluyen en esta categoría tienen las mismas características que las de la categoría II, es decir, se subdividieron en: ajenas y erróneas; efectuando las mismas consideraciones que en el caso anterior, con la diferencia que ahora la transformación se efectuó en una conclusión intermedia o en la conclusión final.

De acuerdo a la clasificación de conductas expuesta anteriormente, y considerando las seis preguntas correspondientes a la primera entrevista, se elaboró la tabla VIII, en ella se muestra una relación de las conductas generales de cada sujeto y las preguntas en las que se observó dicha conducta.

Tabla VIII

PRIMERA ENTREVISTA

No concluye	Introduce proposiciones adicionales		Transforma las premisas			Transforma la conclusión		
	Premisas	Conclusión	Ajena	Piagetiana	Erronea	Ajena	Piagetiana	Erronea
	2,3,4,5		3	1	4,5			3,4,5,6
	4,6				3,5		4	1,4,5,6
			3		1,4,6	3		5,6
					6	3		4,5,6
	2,5	2,6		1,5	3,4,6			2,3,4,6
	2,4,5	4			3,4,5	3		2,3,4,5,6
	4,5,6	4	3,6		6	3	4	1,2,4,5,6
	1,4	6			1			4,5,6
	5,6				4,6			1,3,4,5,6
4		6			2	3	4	1,2,3,4,6
	1,4,6			5	1,4		4	1,4,5,6
					5,6			3,4,5,6
					6		4	2,3,4,5,6
			3		4	3	4	2,4,5,6
	3,4,6	3		4	3		4	4,5,6
1,3	2,3,5,6	4		1,4	4		4	1,2,3,4,5,6
		6	3		4,5			2,4,5,6
	6		3	4	5		4	3,5,6
					4,6		4	2,3,4,5,6
	2,4	6			1,3			2,3,4,5,6
	1,4				1,6		4	4,5,6
			3		4,6		4	1,2,4,5,6
	1,2,3,6	6		1	3,4,6		4	1,2,3,4,5,6
6	5	1			4,6		4	1,2,3,4,5
6	4			5	2,5			1,2,3,4,5,6
	3,4			2	4,6			1,3,4,5,6
4	5	5,6					5	3,4,5,6
	1,5	5,6	3		4,6		4	1,2,5,6
4				1	6		4	3,4,5,6
		6	3		3,4			3,6
		1		1	3,4,6		4	2,3,4,5,6

En esta tabla se muestran las preguntas en las que cada uno de los sujetos actúa de acuerdo al tipo de conducta: no concluye, introduce proposiciones adicionales, transforma las premisas o transforma la conclusión.

SEGUNDA ENTREVISTA

Los tres niveles del análisis realizados para la primera entrevista se efectuaron también para la segunda, observándose cambios notables para cada uno de ellos.

1. En lo referente al primer nivel, se hizo una clasificación de las respuestas obtenidas en esta etapa considerando el mismo criterio que en la primera ocasión. Los resultados se muestran en la tabla IX.

TABLA IX. Respuestas obtenidas en la Segunda Etapa.

Pregunta Sujeto	1	2	3	4	5	6
1	2b	3a	2b	1b	1b	1a
2	3b	3a	3a	1b	1b	1b
3	3a	3a	3a	3a	2a	1b
4	3a	3a	3a	1b	1b	1b
5	3a	3a	3b	3a	1b	1b
6	3a	3a	3b	3a	3a	2b
7	3a	3a	3b	3a	3a	1b
8	3a	2a	3b	1b	3b	1b
9	3a	3a	3b	3a	3a	1b
10	3b	1b	1b	3a	3a	1b
11	3a	2b	2b	2b	2b	1b
12	3b	3a	3b	1b	1b	1b
13	3b	3a	3b	1b	1b	1b
14	3a	3b	2b	1b	1b	1b
15	3a	2b	3b	3a	1b	1b
16	3b	1b	1b	1b	1b	1b
17	3b	3b	3b	2b	3a	1a
18	2b	1b	3b	3a	3a	1b
19	2a	2b	3b	1b	1b	1b
20	1b	1b	3a	1b	1b	1b
21	2b	3a	3a	1b	1b	1b
22	3a	3a	3b	3a	2b	1b
23	1b	3a	3a	1b	3b	1b
24	3a	1b	1b	1b	1b	1b
25	2b	3b	3a	3a	1b	1b
26	1b	1b	1b	1b	2a	1b
27	3a	3a	1b	1b	1a	1b
28	3a	3a	3a	2b	3b	3a
29	3a	3a	3b	3a	3a	3b
30	3a	3a	3b	3a	3a	1a
31	2a	1b	2b	1b	3a	1b

1. En relación con lo ocurrido en la primera entrevista, el número de sujetos que contestaron correctamente se incrementó en forma considerable.

2. La mayoría de los sujetos contestó correctamente las tres primeras preguntas.

3. La pregunta 1 tuvo el menor número de respuestas equivocadas.

4. En todas las preguntas se observa una significativa disminución del número de sujetos que cambiaron sus respuestas durante la entrevista.

5. Para la preguntas 6 correspondió el mayor número de conclusiones equivocadas, pero hubo diferencia con lo ocurrido para la misma pregunta durante la primera etapa, en el sentido de que para la segunda , si bien la mayoría de las respuestas siguió clasificada en el tipo 1, específicamente en el 1b, tres sujetos obtuvieron la conclusión esperada.

6. Comparando la tabla I, correspondiente a la primera entrevista, con la tabla IX, es fácil notar que muchos de los sujetos obtuvieron un mayor número de conclusiones correctas en esta entrevista , pero esto no ocurrió con todos, por ejemplo en el caso del sujeto 20 es evidente una confusión mayor durante esta entrevista , pues en la primera contesta mal a las preguntas 3,4 y 6, y en las preguntas 1,2 y 5 obtiene la conclusión correcta, mientras que después del curso solamente puede contestar la pregunta 3 correctamente.

2. Al realizar el análisis de las respuestas proporcionadas, correspondiente al segundo nivel se detectaron también notables cambios en las conductas presentadas; con relación a los tipos de respuesta que dieron los sujetos en la primera entrevista se observó que muchos de ellos desaparecieron en la segunda , pero también durante ésta, se agregaron conductas nuevas, en cada una de las preguntas.

A continuación se muestran y ejemplifican los principales tipos de conducta mostrados durante segunda entrevista, la numeración corresponde a la empleada para la primera .

Segunda Entrevista

Pregunta #1

Si no ingreso a la Universidad entonces tendré que trabajar.

No ingreso a la Universidad

Utilizando la siguiente simbolización:

p: Ingreso a la Universidad. **q**: Tendré que trabajar.

Se pueden representar las premisas dadas y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$\neg p \rightarrow q$$

$$\neg p$$

$$\hline \therefore q$$

Los principales tipos de conducta observados fueron los siguientes:

1. Introducen Proposiciones Adicionales.

¡Odilón es el único que agrega proposiciones, en esta pregunta!

Vamos a considerar sólo la información que te dan ahí, ¿Qué concluirías?

Que tendría que trabajar.

Porque hay que hacer algo, ni modo de estar así nada más sin hacer nada.

4. Concluye $\neg p \rightarrow q$.

Entre los que hicieron esto, se encuentran:

-Oscar B.

¿Cuál sería la conclusión?

Que si no ingresa a la universidad, va a tener que trabajar.

-Juan Fco.

Dice si no ingreso a la universidad entonces tendré que trabajar, porque no ingresé a la universidad.

La conclusión es: si no ingreso, entonces tendré que trabajar.

¿Por qué?

Porque dice que si no ingresa entonces tendrá que trabajar, entonces, por lo tanto, si no ingreso entonces tendré que trabajar.

-Eduardo.

La conclusión es tendré que trabajar, si no ingreso entonces tendré que trabajar.

¿Cómo?

Sería: si no ingreso a la universidad, entonces tendré que trabajar.

Las conductas observadas durante la segunda entrevista que no se presentaron en la primera son:

9. Concluye p

-Oscar V.

Una conclusión de las dos proposiciones.

¿Sería: ingreso a la universidad?

...la conclusión sería: ingreso a la universidad.

10. Considera $q[p]$.

-Odilón

Uno puede no ingresar o ingresar a la Universidad y trabajar.

11. Concluye $\neg q$

-Omar

... no ingresó a la universidad. Entonces no tendrá que trabajar porque no ingresó a la universidad.

¿Entonces tu conclusión sería que no tendrá que trabajar?

No, porque... este..., no ingreso a la universidad... sería...

La conclusión es que no tendrá que trabajar.

-Angélica.

La conclusión sería que no tendré que trabajar.

Pregunta #2

Si me enfermo entonces no iré a clases.
Iré a clases

Utilizando la siguiente simbolización:

p: Me enfermo

q: Iré a clases.

Se puede representar el contenido de la tarjeta y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

Los principales tipos de respuesta dadas a esta pregunta fueron:

1. Introduce proposiciones adicionales.

-Juan Fco. introduce una proposición que refleja su opinión sobre las proposiciones mostradas en esta pregunta cuando dice:

Aquí si iré a clases porque no hay motivo para que me enferme, entonces, sí iré a clase.

3. Concluye $p \rightarrow \neg q$.

Fernando en su razonamiento estable:

...si me enfermo entonces no iré a clases, esa sería la conclusión.

Esa es la primera proposición.

Sí es igual, si me enfermo entonces no iré a clase.

5. Considera $\neg p \rightarrow q$.

- Uno de los que introduce esta implicación es Gerardo:

Porque dice si me enfermo entonces no iré a clase, y luego dice iré a clase . O sea que si no se enferma, sí ira a clase y luego dice iré a clases, entonces no se enfermó.

7. Concluye q .

Los que concluyen así son Guillermina y Juan Fco.

-Guillermina.

Porque dice si me enfermo entonces no iré a clases. Iré a clases. O sea, la conclusión es que va a ir a clases, ...

-Juan Fco.

Aquí si iré a clases porque no hay motivo para que me enferme, entonces, sí iré a clase.

Dice: si me enfermo entonces no iré a clases y abajo dice iré a clase. Entonces la conclusión sería: iré a clase.

¿Iré a clase?, ¿Igual que la segunda?

No, iré a clases porque si me enfermara no iría a clases más sin embargo, sí ire a clases.

La conclusión es: sí iré a clases.

¿Sólo sí iré a clase?

Sí.

Las siguientes son las nuevas conductas presentadas:

10. Introduce $q[p]$.

Juan afirma q respecto de p cuando dice:

Puedo venir a clases enfermo, aunque esté o no esté enfermo puedo venir.

11. Introduce $q \rightarrow \neg p$.

Se puede apreciar la introducción esta implicación en los razonamientos de Juan Carlos y Angélica .

-Juan Carlos.

Dice si me enfermo entonces no iré a clase, y luego dice iré a clase.

Por lo tanto no me enfermo.

¿Por qué?

Porque si va a clases, entonces no está enfermo, ¿no?

- Angélica.

Aquí sería no me enfermo.

Porque aquí dice: si me enfermo, no iré a clase y aquí dice iré a clase. Si está yendo a clases entonces no se enfermó.

Por lo tanto no se enfermó.

12. Considera $P \rightarrow q$.

En el razonamiento de Guadalupe se presenta esta implicación:

Dice si me enfermo entonces no iré a clase.

Iré a clase.

Por lo tanto no me enfermo.

Si no me enfermo entonces no iré a clase, pero, si sí me enfermo entonces sí iré a clase.

Y como dice: iré a clase, entonces no me enfermo.

13. Concluye p.

Entre los que obtienen esta conclusión están David y Joel:

-David.

¿Por qué concluyes así?

Porque dice si me enfermo entonces no iré a clases. No voy a clase, entonces, no se va a enfermar.

Pero dice iré a clases.

Si me enfermo entonces no iré a clase. Iré a clase. Entonces la conclusión es que se va a enfermar

-Joel.

No iré a clases, entonces la conclusión es que me enfermó.

14. Introduce $\neg p$.

Se ilustra esto con segmentos de los diálogos con Oscar y Juan:

-Oscar.

¿Voy a sacar la conclusión de las dos?

Sí.

La conclusión será no iré a clases.

Porque si se enferma entonces no iré a clases. La conclusión sería no iré a clase.

-Juan.

Pues que estando o no estando enfermo puede venir a clases y si viene a clases por lo tanto no está enfermo.

Pregunta #3

Compro un pantalón o salgo con mis amigos.
No salgo con mis amigos

Utilizando la siguiente simbolización:

p: Compro un pantalón **q:** Salgo con mis amigos.

Se puede representar el contenido de la tarjeta y la conclusión esperada de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

1. Introduce proposiciones adicionales.

O sea que dice que compra un pantalón o sale con sus amigos, tiene dinero para salir con sus amigos y el prefiere mejor comprarse un pantalón que salir con sus amigos, prefiere tener algo para él que salir con sus amigos.

3. Introduce $p \wedge q$.

-Emerith.

Porque está diciendo o una o la otra, no puede hacer las dos, dice: compro un pantalón o salgo con mis amigos, no salgo con mis amigos.

-Juan Carlos.

Compro un pantalón o salgo con mis amigos, sería una de las dos y la segunda sería no salgo con mis amigos, la conclusión sería compro un pantalón.

-Guadalupe.

Aquí dice compro un pantalón o salgo con mis amigos, puede ser una de las cosas, pero como dice: no salgo con mis amigos, por eso queda: compro un pantalón.

4. Concluye $\neg p$.

Entre los que concluyen así están:

-Angélica.

Aquí sería compro un pantalón. Porque dice, compro un pantalón o salgo con mis amigos, no salgo con mis amigos entonces la conclusión es: no compro el pantalón.

-Guadalupe.

Compro un pantalón o salgo con mis amigos, no salgo con mis amigos, entonces sería no compro un pantalón.

5. Concluye $p \wedge \neg q$.

Para ilustrar este tipo de conclusión están:

-Fernando.

Yo te digo compro un pantalón o salgo con mis amigos, y luego te digo no salgo con mis amigos.

La conclusión sería compro un pantalón pero no salgo con mis amigos.

¿Así quedaría?

Sí.

-Guillermina.

La conclusión va a ser: compro un pantalón y no va a salir con sus amigos.

¿Por qué?

Porque no va a salir con sus amigos.

Aquí dice, no salgo con mis amigos, entonces compra un pantalón.

¿Solamente compro un pantalón?

Porque al principio dijiste compro un pantalón y no salgo con mis amigos.

No, es: compro un pantalón o salgo con mis amigos, no sale con sus amigos entonces la conclusión es compro un pantalón y no salgo con mis amigos.

6. Concluye $\neg p \wedge \neg q$.

- Juan Fco.

Entonces ¿Cuál es tu conclusión?

No compro un pantalón y no salgo con mis amigos.

Las conductas que se agregaron a la lista obtenida en la primera etapa son las siguientes:

10. Concluye $\neg q$.

-Juan. Fco. obtiene como conclusión intermedia $\neg q$:

Dice: Salgo con mis amigos o compro un pantalón.

No salgo con mis amigos, conclusión...

No salgo con mis amigos.

12. Considera conjunciones.

Ejemplos de esto son los diálogos con Irma y Belem.

-Irma.

Compro un pantalón o salgo con mis amigos. No salgo con mis amigos, así es que no compra un pantalón y sale con sus amigos.

-Belem.

Si no sale con sus amigos entonces sale a comprar el pantalón con sus amigos y como no salió con sus amigos entonces no compró un pantalón, por lo tanto no lo compró.

Pregunta # 4

Si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza.
Si tiene dolor de cabeza entonces no puede leer
Si no puede leer entonces no hará la tarea

La simbología utilizada para esta pregunta puede ser la siguiente:

p: Ella está resfriada.

q: Tiene dolor de cabeza.

r: Puede leer.

s: Hará la tarea.

Usando la simbología anterior, las premisas y la conclusión se representan:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow \neg r \\ \hline \neg r \rightarrow \neg s \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$$

Se observaron las siguientes conductas.

1. Introduce proposiciones adicionales.

-Joel.

La conclusión es que si está resfriada entonces no puede hacer nada. Bueno, no nada, sino leer ni hacer la tarea porque siente molestias.

-Juan.

Si a uno le duele la cabeza y está resfriado, no va a tener ganas de hacer nada.

¿Pero tienes que dar una conclusión de las tres?

Pues esa es de las tres. Si uno está resfriado, le duele la cabeza y si tiene dolor de cabeza no puede leer, si no puede leer no hará la tarea. Entonces si le duele la cabeza y está resfriado no hará la tarea, porque no está a gusto, no se siente bien para estar haciendo la tarea.

2. Considera la afirmación de una proposición respecto de otra.

-En este caso Odilón afirma $s[q]$.

Uno muchas veces aunque tenga dolor de cabeza hace la tarea o puede ser que no tenga y también la hace, porque muchas veces hay que entregarla porque es calificación o simplemente por cumplir.

4. Considera $q [p]$.

-El mismo Odilón afirma q con respecto de p , cuando dice:

O sea, que no sólo por estar resfriada le puede doler la cabeza también le puede doler y no estar resfriada, eso sería para la primera y en la segunda...

6. Para la segunda etapa el número de sujetos que obtuvieron por conclusión $p \rightarrow \neg s$, sin ayuda, se incrementó notablemente entre ellos están:

-Emerith.

Si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza, si tiene dolor de cabeza no puede leer si no puede leer entonces no hará la tarea.

Aquí la conclusión es: si está resfriada, no hace la tarea.

¿Cómo la resolviste?

Con los modos que nos dio.

-Araceli.

Dice: si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza si tiene dolor de cabeza, entonces no puede leer, si no puede leer entonces no hará la tarea.

Si ella está resfriada, p , tiene dolor de cabeza, sería q .

¿Qué estás haciendo?

Estoy pasando el problema para poderlo solucionar a base de las reglas.

Ah.

O sea, si ella está resfriada la pondría como p , tiene dolor de cabeza la pondría como q , y abajo dice tiene dolor de cabeza, la pondría como q porque se repite, no puede leer la

pondría como $\neg r$, acá dice no puede leer, otra vez, se repite $\neg r$, entonces no hará la tarea será la negación de s.

Para sacar la conclusión pondría $p \rightarrow q$ y después $q \rightarrow \neg r$, después $\neg r \rightarrow \neg s$, esto se eliminaría y quedaría $p \rightarrow \neg s$.

¿Porqué dices que se eliminaría q y $\neg r$?

Porque no tiene caso tomarlos en cuenta puesto que se repite esto (q) y la negación de r , entonces el resultado sería si p entonces $\neg s$.

Así quedaría de conclusión: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea.

-Linda.

La conclusión es: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea.

¿Por qué crees que sea eso?

Porque si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza. Si tiene dolor de cabeza no puede leer. Si no puede leer, no hará la tarea, entonces la conclusión sería: si ella está resfriada no hará la tarea.

10. Concluye $p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$

-Francisco obtiene esta conclusión.

La conclusión sería que al estar resfriada no puede leer ni hacer la tarea.

¿Esa es tu conclusión?

Sí.

13. Acepta como conclusión $p \rightarrow \neg s$.

Entre los que obtuvieron otra conclusión, pero al preguntarles su opinión sobre p implica $\neg s$ como conclusión, la aceptaron están:

-Jerónimo.

Si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza.

Si tiene dolor de cabeza entonces no puede leer.

Si no puede leer entonces no hará la tarea.

La conclusión es que tiene dolor de cabeza y no hará la tarea.

Si yo te digo como conclusión: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea ¿qué te parece?

Bien.

¿Cuál quedaría mejor?

Esa

¿Por qué?

Porque si ella está resfriada tiene dolor de cabeza y al tener dolor de cabeza no hará la tarea.

-Oscar.

Si ella está resfriada, tiene dolor de cabeza. Si ella tiene dolor de cabeza entonces no puede leer y si no puede leer, no llevará la tarea.

Entonces mi conclusión sería: si ella está resfriada tiene dolor de cabeza.

O sea, igual que la primera.

Sí.

Si yo te digo como conclusión: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea ¿Tú crees que esté bien?

Sí, porque abarca todo: si está resfriada, tiene dolor de cabeza y si tiene dolor de cabeza, no puede leer y si no puede leer, no hace la tarea.

-Alfredo.

La conclusión sería no hizo la tarea..., no, ella está resfriada y no hace la tarea

¿Así nada más?.

Sí la conclusión es está resfriada y no hace la tarea.

¿Crees que quedaría bien como conclusión: si ella está resfriada entonces no hace la tarea ?

Sí, porque al estar resfriada implica que va a tener dolor de cabeza y no va a poder leer y por lo mismo no va a hacer la tarea.

14. Sin embargo, también hubo algunos sujetos que no aceptaron la sugerencia anterior y concluyeron $p \leftrightarrow \neg s$.

- David con su respuesta da un ejemplo de lo anterior:

Si yo te digo como conclusión: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea.

¿Estará bien?

Está incompleta porque el que ella está resfriada no implica que no va a hacer la tarea. Tendría que ser: si ella está resfriada no va a poder leer por lo tanto no hace la tarea.

16. Concluye \rightarrow s.

Varios sujetos llegaron a ésta conclusión entre ellos están:

-Abraham P.

Ella no hará la tarea.

¿Por qué?

Porque está resfriada.

No, me refiero a la razón por la cual llegaste a esa conclusión.

Porque ella está resfriada y si está resfriada se concluye que no hará la tarea.

-Juan Fco.

¿Qué concluyes?

Que no va a hacer la tarea

La conclusión sería no hará la tarea. Por lo mismo que le duele la cabeza entonces no va a poder leer y no hará la tarea.

17. Concluye p.

Entre los que obtienen esta conclusión están:

-Gerardo.

La conclusión sería... si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza, si tiene dolor de cabeza no puede leer si no puede leer no hace la tarea, por lo tanto, la conclusión sería: ella está resfriada.

-Omar.

Sería, sí está resfriada, porque así si ella está resfriada tiene que tener dolor de cabeza, no puede, leer y no hace la

tarea, o sea que tiene... que ella, está resfriada para poder... o sea que para que ... este..., ella tiene dolor de cabeza y no puede leer y no hace la tarea.

Entonces, ¿cuál sería la conclusión?

Que esté resfriada.

¿Que ella esté resfriada?

Sí.

Las siguientes son las conductas que aparecieron en la segunda entrevista.

20. Concluye $\neg r \wedge \neg s$.

Abraham y David pertenecen al grupo de los que obtuvieron esta conclusión.

-Abraham E.

La conclusión es: no va a hacer la tarea ni va a leer.

¿Por qué?

Porque le duele la cabeza porque está resfriada.

-David.

¿Cuál sería tu conclusión?

No puede leer y no hará la tarea.

21. Concluye $p \wedge \neg s$.

Ejemplos de esta conducta se tienen en los razonamientos de Alfredo y Juan Carlos.

-Alfredo.

La conclusión sería no hizo la tarea..., no, ella está resfriada y no hace la tarea

¿Así nada más?.

Sí la conclusión es está resfriada y no hace la tarea.

-Juan Carlos.

Porque aquí dice si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza y aquí dice que si tiene dolor de cabeza no puede leer y aquí está afirmando que sí está resfriada, acá dice no puede leer y si no puede leer entonces no hará la tarea.

¿Si?, ¿no? es que no se cómo explicarlo pero sería: ella está resfriada y no hará la tarea.

22. Concluye $p \rightarrow q$.

Ejemplifican este tipo de conclusión fragmentos de los argumentos de Gerardo y Oscar V.

-Gerardo.

¿Cuál es tu conclusión?

Ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza.

Si yo te digo: si ella está resfriada entonces no hace la tarea como conclusión ¿Estará bien?

Sí.

¿Y la tuya también estará bien?

Mi conclusión fue: si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza ...

-Oscar V.

Entonces mi conclusión sería: si ella está resfriada, tiene dolor de cabeza.

O sea, igual que la primera.

Sí.

23. Concluye $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$.

- Gerardo llegó a la conclusión anterior :

Mi conclusión fue: si ella está resfriada entonces tiene dolor de cabeza y si tiene dolor de cabeza entonces no va a poder hacer la tarea.

Pregunta # 5

Si tengo flojera, no voy a la fiesta.
Si no voy a la fiesta, me duermo temprano.

La simbología usada para este caso es la siguiente:

p: Tengo flojera.

q: Voy a la fiesta.

r: Me duermo temprano.

Con la cual queda:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

1. Introduce proposiciones adicionales.

En los siguientes razonamientos se observa la introducción de proposiciones distintas de las originales.

-Irma.

Si tengo flojera no voy a la fiesta. Si no voy a la fiesta me duermo temprano. La conclusión es que no tiene ganas de ir a la fiesta, porque por cualquier cosa no va a la fiesta, ya sea porque tiene flojera o alguna otra.

Entonces, ¿cuál sería la conclusión?

Que no va a la fiesta.

Porque de cualquier forma no va.

-Juan.

Si tengo flojera, no voy a la fiesta, y si no voy a la fiesta me duermo temprano, pero puede ser que sea en la mañana ¿no? o a fuerza debe ser en la tarde.

Si uno tiene flojera pues no va a la fiesta y se puede dormir temprano y más si la fiesta es por la mañana o la tarde, sólo que sea en la noche, ya si uno no tiene nada que hacer entonces se duerme temprano.

Pero, ¿qué concluyes?

Eso.

¿Que la fiesta puede ser a cualquier hora?

Es que no está determinada una hora, o sea la fiesta puede ser a cualquier hora, uno puede ir a la fiesta, si uno tiene flojera no va, y se duerme temprano, pero si es en la tarde entonces si uno no va la fiesta y como no hay otra cosa que hacer se duerme.

Si yo te digo como conclusión: si tengo flojera me duermo temprano ¿qué opinas de eso?

No, si uno tiene flojera se puede dormir pero como la fiesta no tiene horario bien definido, si es en la mañana y uno tiene flojera de levantarse temprano, entonces sería otra cosa.

2. Afirma q respecto de r.

-Odilón.

No solamente que no vaya a una fiesta se duerme temprano... porque uno muchas veces si no va a una fiesta se duerme temprano o tarde.

5. Concluye $p \rightarrow \neg q$.

-Joel

Si tengo flojera no voy a la fiesta. Si no voy a la fiesta, me duermo temprano.

La conclusión podría ser: tengo flojera y me duermo temprano y no voy a la fiesta.

¿Todo?

No, sería: si tengo flojera, no voy a la fiesta.

10. Concluye p.

-Alfredo.

La conclusión sería tengo flojera.

12. Concluye r .

-Juan Carlos.

La conclusión sería: me duermo temprano.

-Guillermina.

La conclusión nada más quedaría: tiene flojera y no va a ir a la fiesta.

14. Introduce $\neg q$.

-Oscar V. lo hizo en la conclusión.

La conclusión sería no voy a la fiesta, porque están negando.

Dice: Si no voy a la fiesta, me duermo temprano y aquí dice si me duermo temprano no voy a la fiesta..

La conclusión sería no voy a la fiesta.

-En cambio Arturo, dijo que en el texto se afirmaba $\neg q$.

Porque dice, si tengo flojera, no voy a la fiesta, si no voy a la fiesta, me duermo temprano.

Sería eso.

¿Por qué concluyes eso?

Porque aquí ya está afirmando que no va a ir a la fiesta, dos veces; aquí dice: no voy a la fiesta, y acá dice no voy a la fiesta.

16. Introduce $p \wedge \neg q$.

-Guillermina.

Si tengo flojera no voy a la fiesta, si no voy a la fiesta me duermo temprano. Aquí la conclusión es que se va a dormir temprano, porque tiene flojera y no va a la fiesta.

¿Me puedes repetir tu conclusión, por favor?

La conclusión nada más quedaría: tiene flojera y no va a ir a la fiesta.

17. Introduce $\neg q \wedge r$.

-Emerith.

Entonces ¿cuál es tu conclusión?

No fue a la fiesta y se durmió temprano

¿Por qué?

Porque tiene flojera.

-Guadalupe.

La conclusión sería, si no voy a la fiesta, me duermo temprano.

¿Igual que la segunda proposición?

Sí, si no voy a la fiesta me duermo temprano. O más bien, no voy a la fiesta y me duermo temprano.

19. Concluye $p \wedge r$.

-Jerónimo.

Porque dice, si tengo flojera, no voy a la fiesta, si no voy a la fiesta, me duermo temprano.

Sería eso.

¿Por qué concluyes eso?

Porque aquí ya está afirmando que no va a ir a la fiesta, dos veces; aquí dice: no voy a la fiesta, y acá dice no voy a la fiesta.

-Alfredo.

Dice si tengo flojera no voy a la fiesta. Si no voy a la fiesta me duermo temprano. Conclusión...

Tengo flojera y me duermo temprano.

-Belem.

Si tengo flojera no voy a la fiesta, si no voy a la fiesta me duermo temprano, por lo tanto, tiene flojera y se duerme temprano.

Pregunta # 6

El camina hasta su casa o toma el camión.
Si toma el camión, llegará temprano
Si camina hasta su casa, se cansa

La simbología utilizada para esta pregunta fue la siguiente:

p: El camina hasta su casa. **q:** El toma el camión.
r: Llegará cansado. **s:** Llegará temprano.

Con esto, se puede representar el contenido de la tarjeta y la respuesta esperada por:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ q \rightarrow s \\ p \rightarrow r \\ \hline \therefore r \vee s \end{array}$$

Las conductas observadas para la esta pregunta fueron:

1. Introduce proposiciones adicionales.

-Juan en su razonamiento introdujo: ***Si toma el camión, va a llegar más pronto caminando y no se va a cansar, pero si se va caminando va a llegar cansado y va a llegar tarde.***

3. Muchos de los sujetos concluyeron con conjunciones. Algunos ejemplos de ello son:

-Jerónimo concluye **$p \wedge s$** .

El camina hasta su casa o toma el camión.

Si toma el camión, llega temprano.

Si camina hasta su casa, llegará cansado.

Por lo tanto el camina hasta su casa y llega cansado.

-Abraham E. concluye $(q \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow s)$.

El camina hasta su casa o toma el camión.

Si toma el camión, llega temprano. Si camina hasta su casa, llegará cansado.

La conclusión es, o sea, si agarra el camión, llega temprano y si no lo agarra llega cansado.

-David concluye $q \wedge r$.

¿Qué concluyes?

Tomaría el camión y llegará temprano.

-Arturo concluye $r \wedge \neg s$.

¿Cuál sería la conclusión?

Sería, llegaría temprano a su casa y no llegaría cansado.

-Liliana concluye $(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$.

Aquí la conclusión podría ser las dos cosas: si toma el camión llegará temprano y si camina hasta su casa, llegará cansado, o sea podrían ser las dos cosas, no nos dice si se fue caminando o se fue en camión,

4. Concluye disyunciones.

-Araceli concluye $p \vee q$.

Y acá sería: El camina hasta su casa o toma el camión. Si toma el camión llega temprano, si camina hasta su casa, llegará cansado, entonces haría lo mismo que en el anterior de que el camina hacia su casa pondría p. Toma el camión sería q, llegará temprano sería r, camina hasta su casa sería s, llegará cansado entonces sería n, entonces pondría otra vez la regla sería: $p \vee q$.

Después sería: $q \rightarrow r$, luego $s \rightarrow n$, entonces aquí por lo tanto sería:...

sería, el camina hasta su casa o toma el camión.

$q \rightarrow r$ y $s \rightarrow n$, entonces la que queda es $p \vee q$.

El camina hasta su casa o toma el camión, porque acá ya te está diciendo: Si toma el camión, llega temprano. Si camina hasta su casa, llegará cansado. Por lógica, tiene que ser alguna de las dos cosas.

¿De cuáles dos cosas?

De que el camina a su casa o toma el camión.

-Guillermina concluye $(p \rightarrow s) \vee (q \rightarrow r)$

¿Cómo queda la conclusión?

El camina hasta su casa y llega temprano o el camina hasta su casa y llega cansado..

A ver, ¿el camina hasta su casa y llega temprano?.

¡No!, el camina hasta su casa y llega cansado o toma el camión y llega temprano.

- Gerardo.

Si toma el camión llegará temprano o si camina hasta su casa, llegará cansado sería mi conclusión a éste.

5. Concluye implicaciones.

-Emerith concluye $q \rightarrow r$.

Dime tu conclusión.

Si toma el camión, llegará temprano.

-Irma concluye $q \rightarrow (r \wedge \neg s)$.

Aquí yo diría que si él tomara el camión, llegaría temprano y no estará cansado.

-Juan Carlos $p \rightarrow s$.

Sería: si camina hasta su casa entonces llegará cansado.

¿Esa sería la conclusión?

¿Tengo que ponerle otra conclusión?

No, dime ¿cuál es tu conclusión de esto?.

Si camina hasta su casa entonces llegará cansado.

-Oscar B. concluye $\neg s$ implica p .

El camina hasta su casa o toma el camión.

Si toma el camión llegará temprano.

Si camina hasta su casa llegará cansado.

La conclusión sería. Si él no llega cansado entonces él tomó el camión.

Eso concluyo de ahí.

Bien, eso es todo.

6. Concluye con una proposición simple.

-Linda concluye **p**.

Aquí sería: El camina hasta su casa.

¿Esa sería la conclusión? ¿Solamente el camina hasta su casa?

Sí.

-Arturo concluye **q**.

Sería: él toma el camión y llega,... a ver, por lo tanto, él toma el camión...

¿Cuál sería la conclusión?

Sería, llegaría temprano a su casa y no llegaría cansado.

¿Así quedaría: Llegaría temprano a su casa y no llegaría cansado?

La conclusión es,... por lo tanto él toma el camión.

7. Transforma las hipótesis.

-Alfredo establece como premisa $q \wedge (p \rightarrow s)$.

El toma el camión y si camina hasta su casa, llega cansado.

La conclusión sería: camina hasta su casa y llegará cansado.

Con los resultados anteriores se elaboraron las tablas IX a XVI las cuales contienen la información general obtenida durante la segunda entrevista. Inmediatamente después se presentan dos tablas comparativas: las tablas XVII y XVIII.

La tabla XVII contiene la relación de conductas totales presentadas por alumno en cada uno de los cuatro apartados considerados, en esta tabla se muestran las preguntas en las que se observó el tipo de conducta mencionado para las dos entrevistas, lo que permite una más fácil comparación de los tipos de conducta generales presentados.

La tabla XVIII muestra el total de preguntas en las que se observó alguna de las conductas consideradas en el análisis para cada uno de los sujetos en ambas entrevistas.

conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	tipo	9	10	11							
1		*							*	$p \wedge q, p \leftrightarrow q, p \leftrightarrow r$		*								
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				
10																				
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18													*							
19													*							
20									*	$(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	*									
21													*							
22																				
23					*				*	$q \wedge p$										
24																				
25									*	$\neg p \wedge q$										
26					*															
27																				
28																				
29																				
30																				
31					*															

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Considera p[q]

3 Considera q[r]

4 Concluye $\neg p \rightarrow q$

5 Concluye $q \rightarrow \neg p$

6 Considerar $p \rightarrow \neg q$

7 Negar la implicación $\neg p \rightarrow q$

8 Otra

9 Concluye p

10 Considera q[p]

11 Concluye $\neg q$

conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	tipo	10	11	12	13	14							
1																							
2																							
3																							
4																							
5																							
6																							
7																							
8																*							
9																							
10				*		*				*	$(\neg p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \neg q)$												
11																*							
12																							
13																							
14																							
15													*										
16								*		*	$\neg p \wedge q$												
17						*																	
18								*															
19																							
20																	*						
21													*										
22										*	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)$			*									
23																							
24												*	*				*						
25																							
26		*						*								*							
27																							
28																							
29																							
30																							
31						*																	

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Introduce $q[r]$

3 Concluye $p \rightarrow q$

4 Considera $\neg q \rightarrow p$

5 Considera $\neg p \rightarrow q$

6 Introduce $\neg q \leftrightarrow p$

7 Concluye q

8 Concluye $p \vee \neg p$

9 Otras

10 Introduce $q[p]$

11 Introduce $q \rightarrow \neg p$

12 Considera $p \rightarrow q$

13 Concluye P

14 Introduce $\neg q$

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7	Tipo	8	Tipo	9	Tipo	10	11	Tipo	12	Tipo
Sujeto																		
1		*						*	$q \rightarrow r_1$									
2																		
3				*														
4																		
5								*	$\neg q \rightarrow p$									
6																		
7				*														
8																		
9																		
10						*		*	$p \rightarrow \neg q$					*	$p \vee \neg q$			
11								*	$\neg p \rightarrow \neg q$									
12																		
13																		
14																	*	$\neg p \wedge q$
15				*														
16						*												
17																		
18		*															*	$r \wedge \neg q$
19																		
20																		
21				*	*													
22				*														
23																		
24		*						*	$q \rightarrow \neg p, p \rightarrow \neg q$								*	$(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q), p \wedge q$
25																		
26		*				*	*							*			*	$\neg p \wedge \neg q$
27		*			*			*	$\neg q \rightarrow \neg r, \neg q \rightarrow \neg p$								*	$(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$
28																		
29																		
30								*	$\neg q \rightarrow p$									
31								*	$\neg q \rightarrow p$									

0 No concluye

1 Introduce prop. adicionales

2 Considerar $p[q]$

3 Establecer $p \vee q$

4 Concluye $\neg p$

5 Concluye $p \wedge \neg q$

6 Concluye $\neg p \wedge \neg q$

7 Introduce implicación

8 Introduce no implicación

9 Otras

10 Concluye $\neg q$

11 Considera disyunciones

12 Considera conjunciones

PREGUNTA # 4

TABLA XIII

SEGUNDA ENTREVISTA

Conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Tipo	20	21	22	23
1			*														*			*	$\neg q \rightarrow r$				
2														*						*	$(q \wedge \neg s) \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$				
3							*																		
4							*															*			
5							*										*			*	$p \rightarrow (q \wedge \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg s)$				
6							*																		
7							*													*	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge (q \rightarrow r)$				
8															*							*			
9							*																		
10							*																		
11		*					*				*									*	$p \rightarrow \neg t$				
12							*																		
13														*			*						*		
14															*					*	q				
15							*																*		
16														*			*			*	$p \wedge q \wedge \neg s$		*		
17							*											*		*	$p \wedge q \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$			*	*
18							*																		
19																			*	*	$q \wedge r \wedge \neg s$	*			
20														*			*	*	*	*	$p \wedge q$			*	
21																			*				*		
22							*																		
23					*															*	$(p \wedge q) \rightarrow \neg s$				
24		*													*					*	$(p \wedge q) \rightarrow \neg s$				
25							*													*	$(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge \neg s)$				
26															*		*			*	$q \wedge (q \rightarrow r) \wedge \neg s$				
27					*										*		*		*						
28											*			*											
29							*																		
30														*			*								
31																				*	$\neg r \rightarrow p$				

- 0 No concluye
- 1 Introduce prop. adicionales
- 2 Considera $q[p], q[r]$
- 3 Considera $s[r], r[s], r[p], r[q]$
- 4 Considera $s[p], s[q]$
- 5 Concluye $\neg p \rightarrow \neg s$
- 6 Concluye $p \rightarrow \neg s$ (solos)
- 7 Introduce $\neg p \rightarrow (\neg q \wedge r \wedge s)$
- 8 Concluye $\neg p \rightarrow (\neg q \wedge r \wedge \neg s)$
- 9 Concluye $p \rightarrow (q \wedge \neg s)$
- 10 Concluye $p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$
- 11 Concluye $p \rightarrow (q \wedge r \wedge \neg s)$
- 12 Transforma \rightarrow en \rightarrow
- 13 Acepta $p \rightarrow \neg s$
- 14 Concluye $p \rightarrow \neg s$
- 15 Concluye $\neg p \rightarrow \neg s$
- 16 Concluye $\neg s$
- 17 Concluye p
- 18 Concluye $p \wedge (q \wedge r \wedge \neg s)$
- 19 Otras
- 20 Concluye $\neg r \wedge \neg s$
- 21 Concluye $p \wedge \neg s$
- 22 Concluye $p \rightarrow q$
- 23 Concluye $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

conducta Sujeto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Tipo	19		
1			*																*	$r \leftrightarrow q, \neg q \rightarrow (r \vee \neg r)$			
2																						*	
3																		*	*	$(p \leftrightarrow \neg q) \wedge \neg p \leftrightarrow (q \wedge \neg r)$			
4																			*	$(q \leftrightarrow \neg r), (\neg q \leftrightarrow r)$			
5																			*	$\neg p \leftrightarrow r (p \leftrightarrow \neg q) \wedge r$			
6																							
7																			*	$p \wedge (\neg q \rightarrow r)$			
8															*								
9																							
10																							
11						*													*	$p \wedge r \wedge \neg q$			
12															*			*				*	
13										*											$p \vee s,$	*	
14		*													*				*				
15													*									*	
16													*				*						
17																							
18															*								
19		*											*										
20															*								
21													*									*	
22																		*	*	$\neg q \rightarrow r$			
23																							
24		*				*													*	t_4			
25															*								
26																						*	
27																						*	
28																							
29																							
30																							
31																							

0 No concluye p[q]

1 Introduce prop. adicionales

2 Afirma q respecto de r

3 Concluye $p \rightarrow (r \vee \neg r)$

4 Concluye $r \rightarrow p$

5 Concluye $p \rightarrow \neg q$

6 Concluye $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$

7 Introduce $p \leftrightarrow r$

8 Introduce $\neg p \leftrightarrow \neg q$

9 Introduce $\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$

10 Concluye p

11 Concluye q

12

13 Concluye $\neg p$

14 Introduce $\neg q$

15 Concluye $\neg r$

16 Introduce $p \wedge \neg q$

17 Introduce $\neg q \wedge r$

18 Otras

19 Concluye $p \wedge r$

PREGUNTA # 6

TABLA XV

SEGUNDA ENTREVISTA

conducta	0	1	2	3	4	5	6	7	a	b	c
Sujeto											
1						*	$q \rightarrow r$				
2				*	$p \wedge s$						
3				*	$p \wedge s$	*	$q \rightarrow r$				
4				*	$(q \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow s)$						
5				*	$(p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$						
6						*	$p \vee q$			*	
7				*	$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$	*	$q \vee p$	*		*	
8				*	$q \wedge r$					*	
9				*	$q \wedge r$					*	
10				*	$q \wedge r$	*	$q \rightarrow r, p \rightarrow s$	*			
11				*	$(p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$						
12						*	$p \rightarrow s$	*			
13				*	$p \wedge s$				*	$q \wedge (p \rightarrow s)$	
14				*	$q \wedge r$	*	$q \rightarrow (r \wedge \neg s)$				
15				*	$(p \wedge s) \wedge (q \rightarrow r)$	*	$p \rightarrow s$				
16						*	$(p \wedge s) \vee (q \wedge r)$				
17						*	$(p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow s)$				
18				*	$r \wedge \neg s$				*		
19									*	*	
20									*	*	
21				*	$r \wedge s$				*	*	
22				*	$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$						
23						*	$\neg s \rightarrow p$				
24		*				*	$q \rightarrow (r \wedge \neg s)$				
25				*	$r \wedge \neg s$	*	$q \rightarrow (r \wedge \neg s)$				
26				*	$p \wedge s$	*	$p \rightarrow s$				
27				*	$s \wedge \neg q$						
28											
29											
30				*	$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$						
31				*	$\neg q \wedge s$						

0 No concluye

1 Introduce proposiciones adicionales

2 Considera independencia entre p, q, r y s

3 Concluye conjunciones

4 Concluye disyunciones

5 Concluye implicaciones

6 Concluye solo una prop. simple

a- p

b- q

7 Transforma las hipótesis

a. $p \rightarrow \neg q$

b. $p \rightarrow \neg s$

c. $\neg q \rightarrow \neg s$

SEGUNDA ENTREVISTA

sujeto	No concluye	Introduce proposiciones adicionales		Transforma las premisas			Transforma la conclusión		
		Premisas	Conclusión	Ajena	Piagetiana	Erronea	Ajena	Piagetiana	Erronea
1		1,3				1,3,4,5			4,5,6
2									5,6
3						3			5,6
4									5,6
5						3			4,5,6
6						6			6
7					4	3,5			5,6
8						2,5		4	2,6
9									6
10						3	3		2,6
11		4				2,3			2,4,5,6
12									5,6
13						6			4,5,6
14		5	5			5		4	3,4,5,6
15				2,3					5,6
16						5			2,4,5,6
17						2			4,6
18		3				3			1,2,5,6
19		5				6			1,4,5,6
20					1	1,4,6			1,2,4,5,6
21				2,3		6			1,3,4,5,6
22						2,3			5,6
23						1			1,4,6
24		3,4,5		2				4	2,3,4,5,6
25				1		4			2,5,6
26		2,3				4			1,2,3,4,5,6
27		3				3, 6		4	3,4,5,6
28								4	4
29									
30									3,4,6
31						3		4	1,2,4,6

En esta tabla se muestran las preguntas en las que cada uno de los sujetos actúa de acuerdo al tipo de conducta: no concluye, introduce proposiciones adicionales, transforma las premisas o transforma la conclusión.

TABLA XVII

Tabla comparativa de las entrevistas I y II

sujeto	Primera entrevista				Segunda entrevista			
	0	I	II	III	0	I	II	III
1		2,3,4,5	1,3,4,5	3,4,5,6		1,3	1,3,4,5	4,5,6
2		4,6	3,5	1,4,5,6			4	4,5,6
3			1,3,4,6	3,5,6			3	5,6
4	4		6	3,4,5,6				4,5,6
5			1,3,4,6	2,3,4,5,6			3	4,5,6
6			3,4,5	2,3,4,5,6				6
7			3,6	1,2,3,4,5,6			3,4,5	6
8			1,6	4,5,6			2	2,4,6
9			4,6	1,3,4,5,6				6
10	4		2	1,2,3,4,6			3	2,3,6
11			1,4	1,4,5,6		4	2,3	2,4,5,6
12			5	3,4,5,6				5,6
13			6	2,3,4,5,6			6	4,5,6
14			3,4,6	2,3,4,5,6		5	5	3,4,5,6
15			3,4	4,5,6			2,3	4,5,6
16	1,3		1,4	1,2,3,4,5,6			5	2,3,4,5,6
17			3,4,5	2,4,5,6			2	4,6
18			3,4,5	3,4,5,6		3	3	1,2,5,6
19			4,6	2,3,4,5,6		5		1,4,5,6
20			1,3	2,3,4,5,6			1,4	1,2,4,5,6
21			1,6	4,5,6			2,3	1,3,4,5,6
22			3,4,6	1,2,4,5,6			2,3	5,6
23		1,2,3,6	1,3,4,6	2,3,4,5,6			1	1,4,6
24	6	1,5	4,6	1,2,3,4,5		3,4,5,6	2	2,3,4,5,6
25	6	4	2,5	1,2,3,4,5,6			1,4	5,6
26		3,4	2,4,6	1,3,4,5,6		2,3	4	1,2,3,4,5,6
27	4	5,6		3,4,5,6		3	3	3,4,5,6
28		1,5,6	3,4,6	1,2,4,5,6				4
29	4		1,6	3,4,5,6				
30		6	3,4	3,6				3,4,5,6
31		1	1,3,4,6	2,3,4,5,6			3	1,2,4,6

A partir de la información contenida en la tabla anterior y considerando el número total de preguntas por sujeto en el que se observó cada uno de los cuatro tipos generales de conducta, se calculó el porcentaje de incidencia por sujeto en cada una de las conductas mencionadas para la elaboración de la siguiente tabla:

Tabla XVIII

sujeto / conducta	Entrevista I				Entrevista II			
	0	I	II	III	0	I	II	III
1	0	67	67	67	0	33	67	50
2	0	33	33	67	0	0	17	50
3	0	0	67	50	0	0	17	33
4	17	0	17	67	0	0	0	50
5	0	50	67	83	0	0	17	50
6	0	50	50	83	0	0	0	17
7	0	50	33	100	0	0	50	17
8	0	50	33	50	0	0	17	67
9	0	33	33	83	0	0	0	17
10	17	17	17	83	0	0	17	50
11	0	50	33	67	0	17	33	67
12	0	0	17	67	0	0	0	33
13	0	0	17	83	0	0	17	50
14	0	0	50	83	0	17	17	67
15	0	50	33	50	0	0	33	50
16	33	83	33	100	0	0	17	83
17	0	17	50	67	0	0	17	83
18	0	17	50	67	0	17	17	67
19	0	0	33	83	0	17	0	67
20	0	50	33	83	0	0	33	83
21	0	33	33	50	0	0	33	83
22	0	0	50	83	0	0	33	33
23	0	67	67	83	0	0	17	50
24	17	33	33	83	0	67	17	83
25	17	17	33	100	0	0	33	33
26	0	50	50	83	0	33	17	100
27	17	33	0	67	0	17	17	67
28	0	50	50	83	0	0	0	17
29	17	0	33	67	0	0	0	0
30	0	17	33	33	0	0	0	50
31	0	17	67	83	0	0	17	67

Considerando los porcentajes anteriores se elaboraron las Gráficas 1-6, que presentan de una manera más objetiva lo ocurrido en ambas entrevistas.

En la *gráfica 1* se muestran los resultados obtenidos para el primer tipo de conducta: **No concluye**.

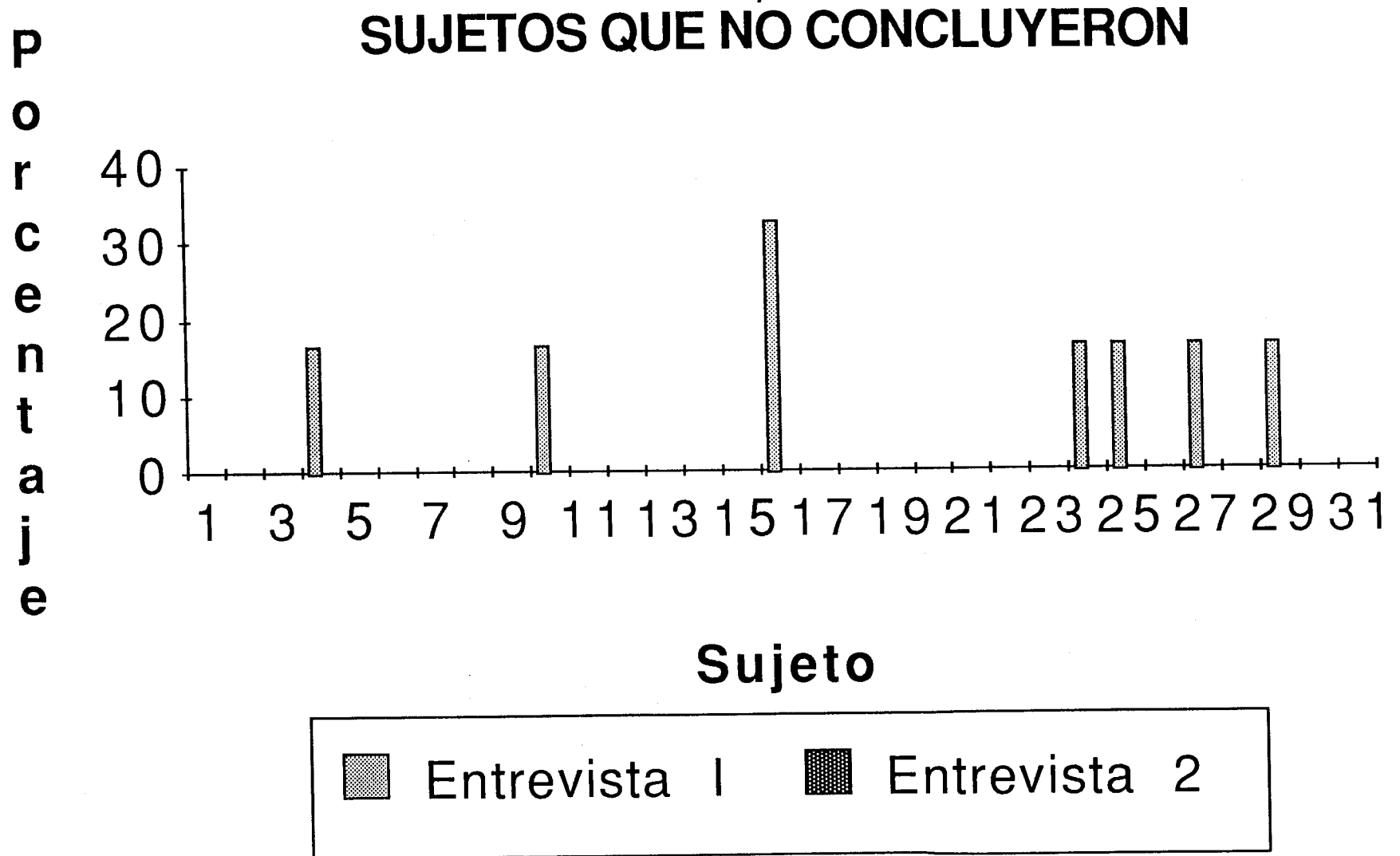
En la *gráfica 2* aparecen los resultados obtenidos para el apartado: **Introducen proposiciones adicionales.**

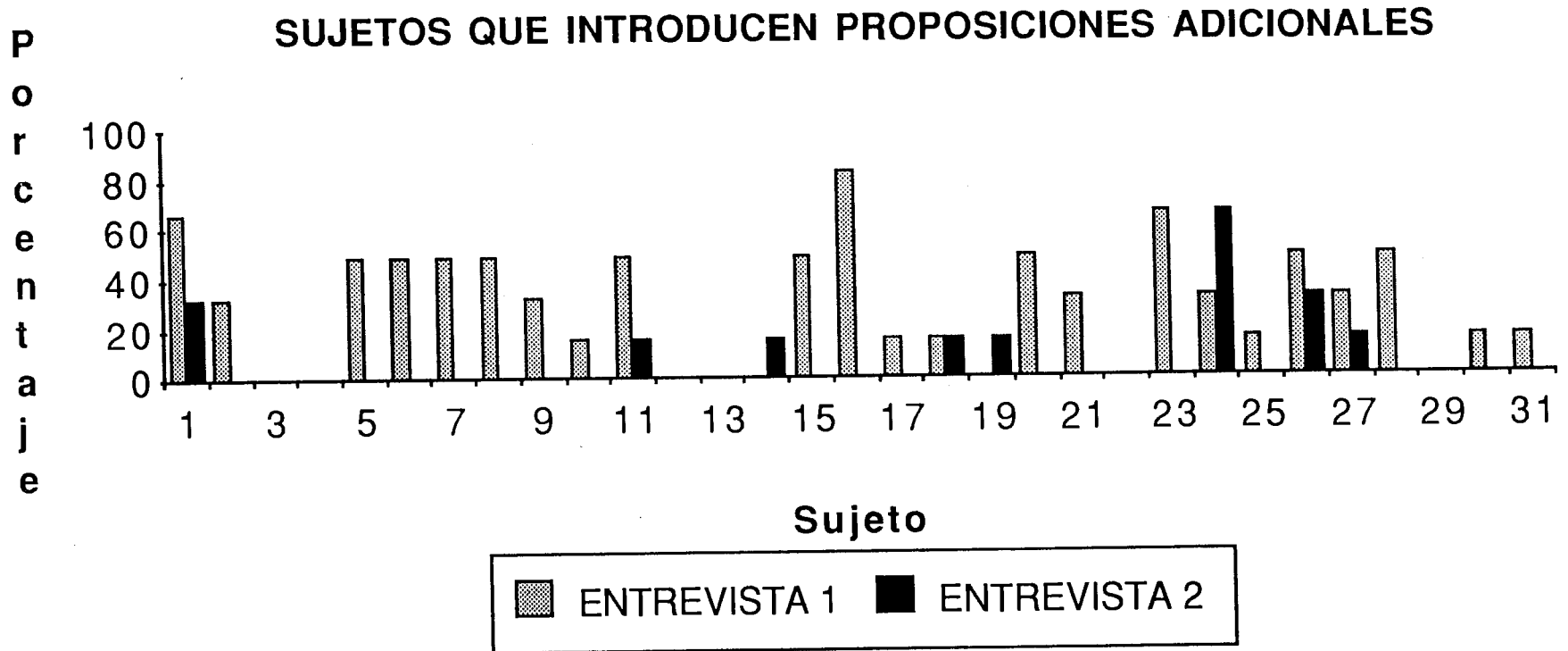
En la *gráfica 3* se observan las diferencias en la conducta: **Transforma las premisas.**

En la *gráfica 4* se observan las diferencias en la conducta: **Transforma la conclusión.**

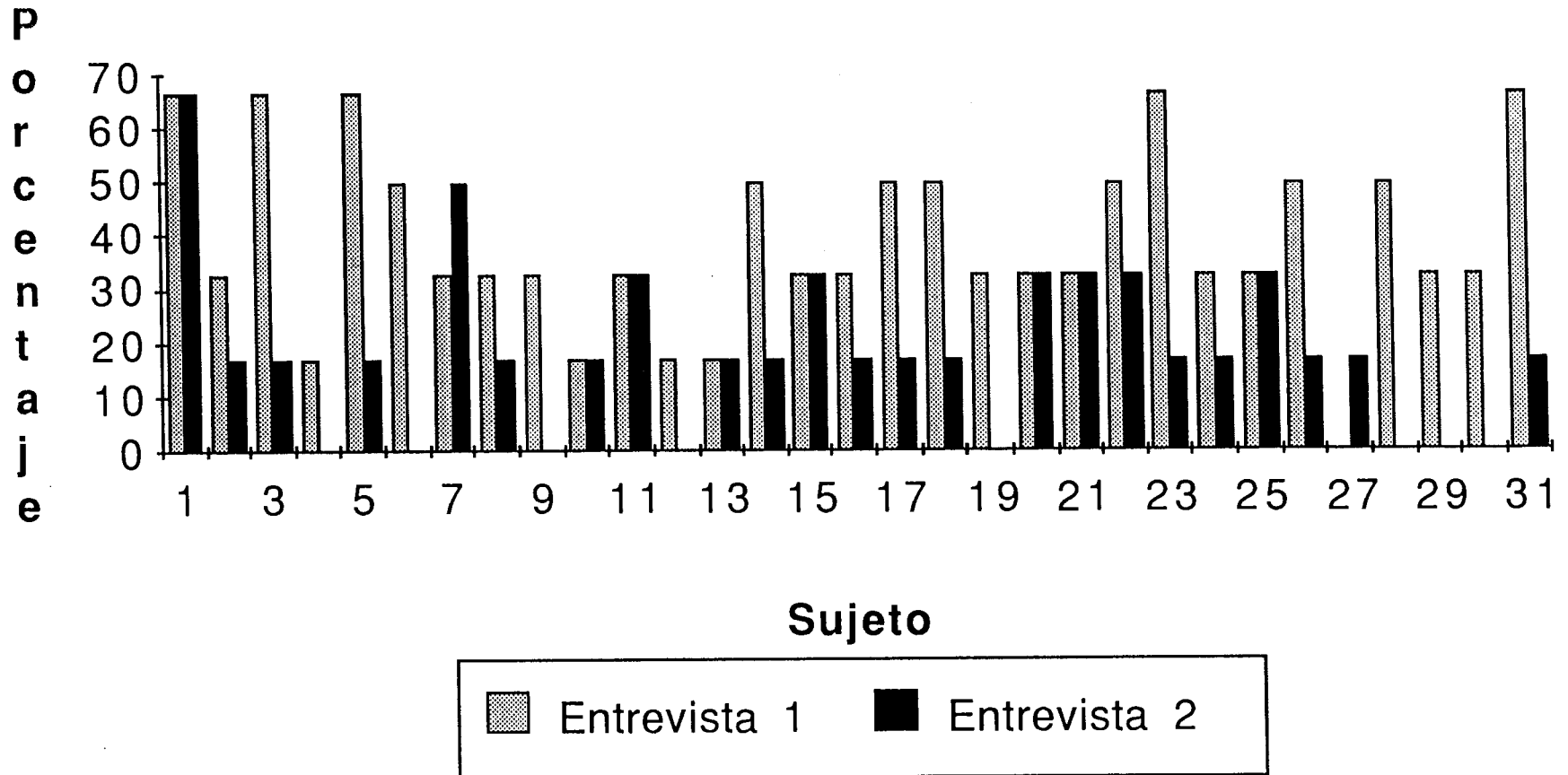
En la *gráfica 5* se muestra la **incidencia total en las conductas observadas**, esta gráfica se elaboró a partir de los datos de la tabla XVII.

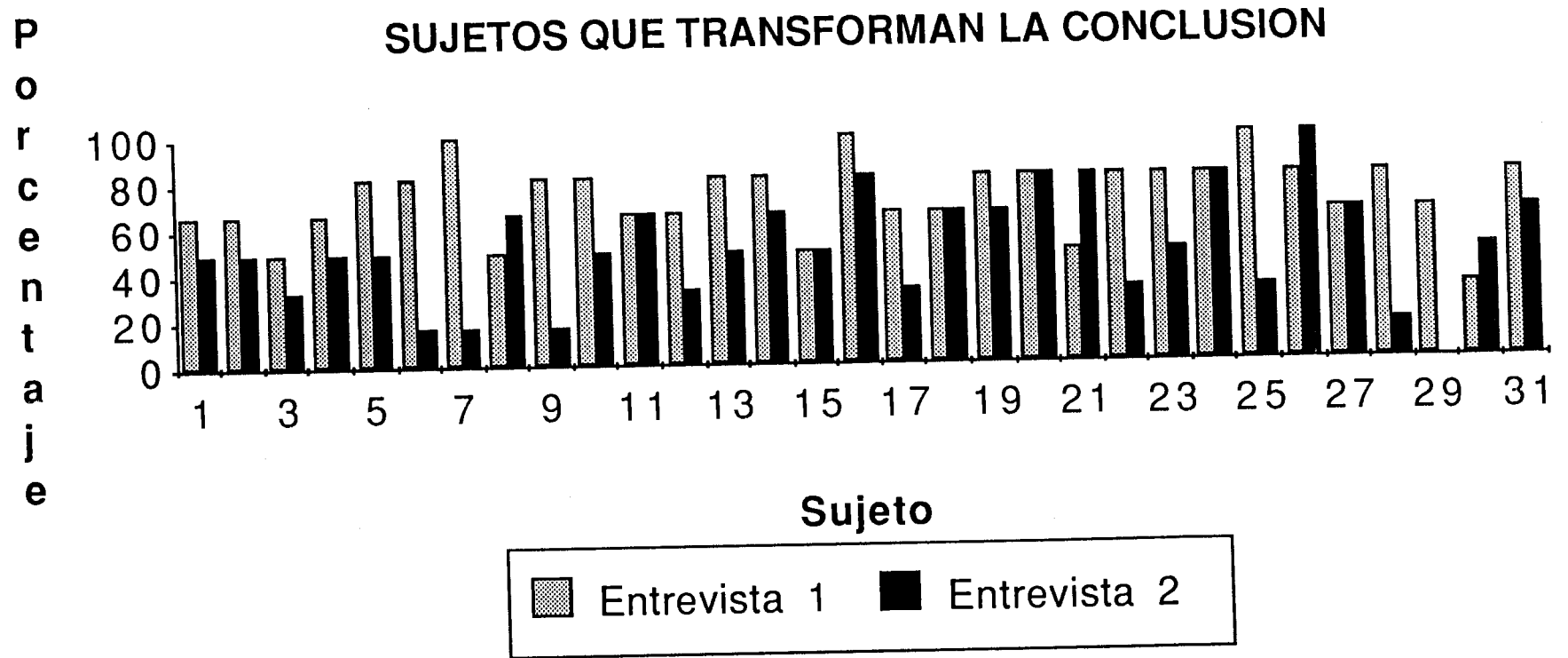
Es especialmente interesante la *gráfica 6*, ya que presenta la **Diferencia total de las conductas observadas**, esta es la diferencia obtenida entre el porcentaje de conductas observadas en la primera entrevista menos el porcentaje de conductas observadas en la segunda, en ella puede verse claramente la ausencia de diferencias negativas, lo cual indica que en cuanto al número total de conductas presentadas en ambas entrevistas, en la segunda entrevista éstas disminuyeron o al menos se mantuvieron igual que en la primera.



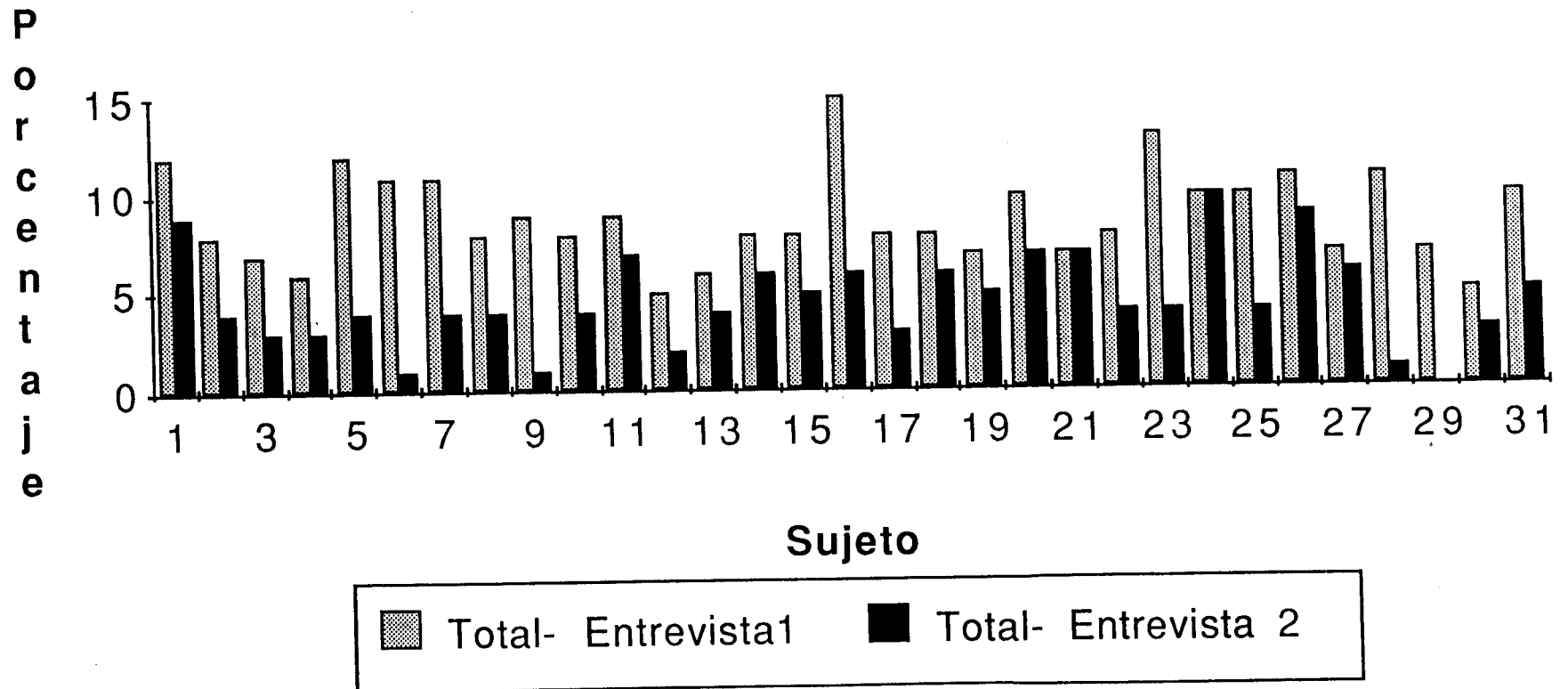


SUJETOS QUE TRANSFORMAN LAS PREMISAS

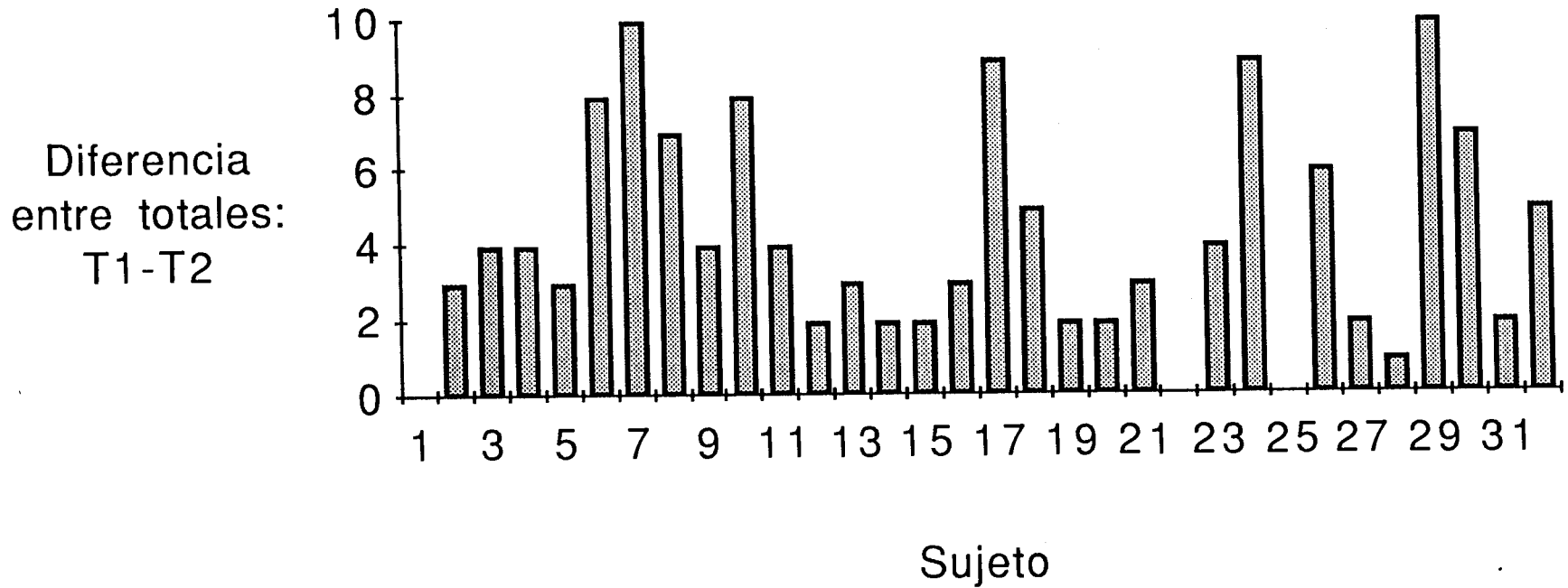




INCIDENCIA TOTAL EN LAS CONDUCTAS CONSIDERADAS POR ENTREVISTA



DIFERENCIA DE INCIDENCIA TOTAL ENTRE AMBAS ENTREVISTAS



INTERPRETACION

A partir del estudio y clasificación de las respuestas dadas por los sujetos puede apreciarse la existencia de dificultades en la elaboración de razonamientos verbales, muchas de las cuales son propias del razonamiento verbal y por ello, distintas de las que se presentarían en situaciones físicas o experimentales. En los resultados de esta investigación pueden distinguirse dos tipos principales de dificultades:

A. De tipo lingüístico:

El lenguaje interactúa con el pensamiento formal, de ahí la gran importancia de las dificultades en el aspecto lingüístico como un factor que obstaculiza la elaboración de razonamientos.

Con los resultados obtenidos se pueden formar tres grupos en función del tipo de dificultades encontradas:

A1. Sintáctico.

1. Dificultades sintácticas se observaron, especialmente en la segunda entrevista porque en las tarjetas había varias negaciones. El alcance de la negación representó en muchos casos un conflicto tanto en su interpretación como en los pocos casos de intento de simbolización que se presentaron en la segunda entrevista; los sujetos no pudieron separar el conectivo "no" de la proposición simple y cuando intentaron simbolizar, consideraron la proposición en forma negativa como una proposición simple y la representaron simplemente por p, q, etc.

A2. Semántico.

1. Para muchos de ellos el pedir una conclusión equivalía a pedir un consejo u opinión sobre el contenido de la tarjeta o sobre la actitud que ante una situación así debía observar el sujeto involucrado.

2. Las palabras "y", "o", "si entonces", son interpretadas de acuerdo al uso lingüístico cotidiano que se hace de ellas. Es en este sentido como la palabra "entonces" en numerosas ocasiones es usada como

sinónimo de "por lo tanto," y la palabra "o" adquiere el sentido representado en la disyunción exclusiva (los sujetos manifiestan esta interpretación cuando dicen: "es una o la otra pero no las dos", "puede ser cualquiera de las dos", etc.).

A3. Pragmático.

1. Durante su discurso los sujetos utilizaron la argumentación principalmente para transmitir sus convicciones y creencias, o bien para abordar según su personal punto de vista algún tema relacionado con lo establecido en las tarjetas.

2. La participación de los sujetos, en la mayoría de las ocasiones se desarrolla en un contexto diferente al planteado originalmente, este contexto posiblemente sea creado por el sujeto ante la necesidad de apoyarse en situaciones conocidas o concretas.

B. De tipo lógico.- En este punto se establece una diferencia entre lo ocurrido en las dos entrevistas, en varios aspectos:

- Mientras que en la primera el sujeto en general no es consciente de las operaciones proposicionales involucradas, ni tampoco de las transformaciones que efectúa sobre dichas operaciones, en la segunda entrevista muchos sujetos sí parecen haber efectuado una reflexión más profunda sobre dichas operaciones antes de dar su conclusión.

-La misma distinción puede observarse en la metodología empleada por los sujetos en ambas situaciones.

Durante la primera entrevista la mayoría de ellos concluye valiéndose incluso de situaciones concretas o particulares, o efectuando planteamientos paralelos donde plantea casos similares al presentado en la tarjeta pero que por algún motivo le resultan más familiares y constituyen por lo tanto un planteamiento auxiliar o de apoyo para el establecimiento de una conclusión. En la segunda, esta situación se presentó con menor frecuencia.

B1. Lógica natural. Como ya se ha mencionado, la lógica natural incluye los procesos de pensamiento efectuados tanto ante situaciones concretas y experimentales como ante problemas de tipo verbal. En este experimento se observa a muchos de los sujetos actuar aplicando esta lógica, como se muestra a continuación.

1. Algunos sujetos establecieron que el planteamiento presentado era ilógico. Analizando las modificaciones que ellos efectuaron puede establecerse que consideran ilógico un planteamiento por dos razones:

a) Cuando no existe relación entre las premisas en lo relativo a sus contenidos.

b) Cuando el contenido de la premisa y su estructura no muestra una relación armoniosa, "la lógica de un razonamiento" está íntimamente relacionada con los contenidos, no con la forma de los mismos. Esto puede observarse por ejemplo en los casos en los que lo establecido en la tarjeta resultaba no pertinente para el sujeto, porque es ahí donde ellos efectuaron el mayor número de transformaciones tendientes a modificar el texto de las premisas o anexar proposiciones buscando que tuvieran la lógica que ellos esperaban.

Sólo se observa la abstracción de la forma sobre el contenido, en algunos de los razonamientos efectuados en la segunda entrevista.

2. La mayoría de los razonamientos, especialmente los de la primera entrevista, que fueron desarrollados en forma natural, contienen inferencias que son totalmente incorrectas para la lógica formal.

B2. Lógica formal.-Se incluyen aquí las dificultades propias de las operaciones lógicas.

En este experimento, especialmente en la primera etapa, los resultados sugieren que la mayoría de los sujetos efectuaron "argumentaciones"¹ y no razonamientos lógicos, es decir no se concretaron a la búsqueda de una conclusión, sino que cuestionaron la veracidad de lo establecido en las premisas y manifestaron una postura personal respecto a ello.

En la segunda entrevista se observó un cambio notable pues muchos de ellos especialmente en las primeras tarjetas mostradas pudieron establecer la conclusión deseada, incluso se observa el uso de la lógica simbólica en el discurso de dos sujetos, en uno de ellos el sujeto busca la regla de inferencia que le permita obtener una conclusión a partir del material dado, incluso efectúa una simbolización de las premisas.

Con la intención de estudiar con mayor profundidad las dificultades anteriormente descritas se presentan los discursos de algunos sujetos, los cuales fueron seleccionados con base en los siguientes criterios:

1) Por mostrar discursos lógicos fuertemente apoyados en la lógica natural particular del sujeto, lo cual conduce a la formación de razonamientos que evidencian una gran influencia de las experiencias concretas del sujeto. La introducción de dichas experiencias individuales constituye un factor determinante para el surgimiento de grandes diferencias en los discursos de los sujetos, tales discursos especialmente en la primera entrevista estuvieron matizados por interpretaciones muy personales del lenguaje y por la elaboración de argumentos, basados en una lógica muy particular.

2) Por presentar discursos contrastantes en ambas entrevistas, lo cual manifiesta la adquisición de elementos importantes de la lógica matemática.

1. ¹Argumentación se usa en el contexto referido en el Planteamiento del problema

3) Por presentar un manejo muy particular del lenguaje, el cual como ya se ha dicho, desempeña una importante función en la elaboración de las estructuras lógicas y aunque no puede ser considerado como un factor esencial en su formación, favorece una serie de asimilaciones sucesivas que permiten al sujeto crear relaciones específicas entre ciertas palabras y los sujetos. Piaget establece que "en la infancia las palabras representan no al sujeto real, sino más bien la comprensión por parte del sujeto del objeto real". Ginsburg resume lo anterior cuando dice: "Los símbolos o las palabras no se refieren a las cosas, sino que representan nuestro conocimiento de las cosas". En este sentido puede decirse que el lenguaje se encuentra semanticamente asimilado a las estructuras del sujeto, por encontrarse lenguaje y pensamiento en un proceso dinámico, el lenguaje por una parte contribuye a modificar las estructuras y por otra, permanece subordinado a ellas como en el caso de la interpretación, durante la cual los símbolos y las palabras se vinculan con el significado, es decir se acomodan y asimilan a los esquemas mentales del sujeto. Ginsburg menciona al respecto: "a lo que se refiere el símbolo o palabra (el significado) es siempre personal sino es idiosincrático". Es así como puede ocurrir que un significante sea entendido por el sujeto como si se aplicara a significados diversos. Por ello el hecho de emplear una palabra no siempre significa que el sujeto posea la "clase" a la que el nombre hace referencia, pues puede ocurrir que emplee la palabra por imitación sin que por ello constituya un esquema genérico. De acuerdo a lo anterior se consideran algunos sujetos que presentaron dificultades lingüísticas, en el sentido de que aun cuando empleaban ciertas palabras, éstas continuaron atadas a sus estructuras por lo que no pudieron utilizarlas en el contexto de la lógica matemática. Se seleccionaron seis sujetos en total para mostrar las características anteriormente señaladas.

De acuerdo al primer criterio se seleccionaron dos sujetos, ambos muestran razonamientos con un gran número de proposiciones adicionales con funciones explicativas o de apoyo concreto para

obtener su conclusión. Dichas proposiciones reflejan una postura individual ante la situación planteada en la tarjeta.

Primero analizamos el caso de Juan (sujeto # 24)

Para la entrevista # 1 Juan lee la primera tarjeta "***Si Lety aprende inglés entonces irá a Londres. Lety aprende inglés*** " y agrega inmediatamente "***no necesariamente que Lety aprenda inglés para poder ir a Londres*** ", lo cual puede interpretarse como 'no es necesario que aprenda inglés para poder ir'.

Al explicarle que debe considerar sólo esa información él da una conclusión que no corresponde a lo esperado pero plantea una situación que es muy probable que ocurra en un contexto real. Juan concluye: "***Se va a poder comunicar con la gente de allá*** " dando una conclusión que es una especie de explicación de lo que puede ocurrir con el sujeto posteriormente. Después se le pide dar una conclusión que abarque las dos frases y él lo toma textualmente cuando dice "***Lety aprende inglés y va a Londres***".

En la cuarta pregunta Juan no acepta totalmente las premisas, dice: "***Aquí puede ser verdad todo lo que está aquí. Si no llueve hoy podré salir a pasear y si puedo salir a pasear entonces iré al cine. Si voy al cine entonces compraré palomitas. Ahí sería cuestión de ver cada quién, o sea si llueve de todos modos él puede salir, puede ir al cine y si no llueve puede o no puede salir, pero aunque esté lloviendo puede salir no importa que esté lloviendo*** " y posteriormente establece:

"***A lo mejor sí hace todo lo que está ahí...*** "

¿No es seguro?

"***No porque pueden ir al cine y no comprar palomitas o sea no es necesario comprar las palomitas si uno entra al cine. ...Puede ser que llueva y compre las palomas*** "

Ante esta respuesta se le pregunta cómo interpreta 'Si voy al cine compraré palomitas' a lo que él responde "***como que es posible que compre palomitas*** "

Esta interpretación de la condicional como una probabilidad le conduce a la conclusión anterior en el sentido de posibilidad.

En la quinta pregunta Juan identifica el contenido de la tarjeta con una situación muy particular e incluye otras frases tal vez con la

finalidad de aclarar su planteamiento. Un fragmento de la entrevista es el siguiente:

" Aquí dice: si me aumentan el sueldo no renuncio al trabajo. Puede ser cierto todo esto, va a renunciar, porque está ganando muy poco, pero si le aumentan el sueldo, entonces no renuncia y ya va a estar más tranquilo, porque está con la preocupación de que ya no le alcanza lo que gana en su trabajo y por eso quiere renunciar para salirse a buscar otro, pero si le aumentan su sueldo ahí ya va a estar más tranquilo y no hay necesidad de que renuncie."

¿Entonces una conclusión puede ser que si le aumentan el sueldo él estará tranquilo?

Si iba a renunciar por el motivo de que no le alcanza el sueldo y esa era su preocupación, si le aumentan ya va a estar más tranquilo, no va a estar preocupado de que no le alcanzaba para comer o cualquier otra cosa "

El incluye aquí conceptos frecuentemente asociados con la idea de aumento de sueldo, tales como la idea de que gana poco, esta inferencia la hace a partir de la sola proposición 'si le aumentan el sueldo, no renuncia al trabajo', y ante la proposición "estará tranquilo" él agrega la idea de que existe preocupación en el sujeto involucrado porque lo que gana ya no le alcanza y también incluye que 'él desea salirse para buscar otro trabajo'. En esta parte con su argumentación se aleja de las consideraciones iniciales a las que él agrega otros supuestos sacados tal vez de una situación real que posiblemente él ha visto o haya vivido. Con lo anterior transforma las premisas hasta el grado de decir que **"si le aumentan el sueldo no va a estar preocupado de que no le alcanzaba para comer u otra cosa "** y aun en su conclusión introduce proposiciones adicionales cuando dice finalmente: **"Estará feliz y tranquilo porque va a ganar más "**

Esta conclusión plantea una situación deseable para el sujeto pero que considerando las premisas iniciales no es una conclusión que se obtenga lógicamente de ellas, sin embargo Juan concluye así.

En la segunda entrevista Juan continúa incluyendo sus ideas personales en su discurso, esto puede observarse en el diálogo de la segunda tarjeta:

"Pues que estando o no enfermo puede venir a clases y si viene a clases no está enfermo ".

Bueno entonces ¿cuál sería tu conclusión?

"...La conclusión sería si uno está enfermo puede venir a clases "

"...Solamente que sea una enfermedad que sea muy grave, de otro modo no tienen nada que ver "

También en el discurso correspondiente a la tercera tarjeta Juan muestra cierta dificultad para concluir cuando dice: **"Compro un pantalón o salgo con mis amigos, aquí puedo comprar el pantalón y salir con mis amigos. No salgo con mis amigos, puede ser que él no quiera salir con ellos porque no tiene dinero "**, Juan más que buscar una conclusión, parece buscar una explicación a lo que se establece en las premisas. Posteriormente Juan concluye: **" Si sale con sus amigos no compra el pantalón y si compra el pantalón no sale con sus amigos "**, él efectúa una transformación de la disyunción hacia una condicional y no sólo eso, sino que además de interpretar $p \vee q$ como $p \rightarrow \neg q$ incluye $q \rightarrow \neg p$ la cual es equivalente a la anterior y constituye posiblemente una forma de consolidarla como conclusión.

Juan en la quinta pregunta de la segunda entrevista no acepta el planteamiento hipotético presentado. lo cual se manifiesta en el siguiente fragmento:

"Si tengo flojera, no voy a la fiesta, y si no voy a la fiesta me duermo temprano, pero puede ser que sea en la mañana ¿No? o ¿a fuerza debe ser en la tarde?

Si uno tiene flojera pues no va a la fiesta y se puede dormir temprano y más si la fiesta es por la mañana o la tarde, sólo que sea en la noche, ya si no tiene nada que hacer entonces se duerme temprano.

Pero, ¿qué concluyes?

Eso.

¿Que la fiesta puede ser a cualquier hora?

Es que no está determinada una hora, o sea la fiesta puede ser a cualquier hora, uno puede ir a la fiesta, si uno tiene flojera no va, y se duerme temprano, pero si es en la tarde entonces si uno no va a la fiesta y como no hay otra cosa que hacer se duerme."

Si yo te digo como conclusión: si tengo flojera me duermo temprano ¿qué opinas de eso?

No, si uno tiene flojera se puede dormir pero como la fiesta no tiene horario bien definido, si es en la mañana y tiene flojera de levantarse temprano, entonces sería otra cosa."

Juan muestra un razonamiento cuya estructura es difícil de interpretar, porque cambia constantemente las proposiciones originales por las que él mismo introduce.

Se muestra a continuación una parte de los diálogos sostenidos con Juan Francisco durante las dos entrevistas, en los que también puede observarse la presencia de factores que permiten incluirlo en el primer criterio considerado.

Juan Francisco (sujeto # 26) pregunta en la segunda tarjeta de la primera entrevista :

Aquí por ejemplo "**¿qué promesa se refiere?"** Y agrega posteriormente "**Yo puedo poner un ejemplo "**

Aparentemente si él desconoce el tipo de promesa no puede concluir por eso propone al inicio: "**Por ejemplo problemas que tenga en su vida, con su familia "** Esto lo hace, tal vez como un apoyo para poder establecer una conclusión, lo mismo ocurre en su respuesta para la cuarta tarjeta donde introduce algunas proposiciones y por las preguntas que hace al principio parece indicar que él puede obtener una conclusión de cada premisa. Dice: "**¿Una conclusión de las tres o una por una? "** Y concluye posteriormente "**Puede hacer las tres cosas aunque llueva o no llueva . Si no llueve hoy podré salir a pasear, aunque llueva o no llueva ¿por qué no puedo salir si yo tengo ganas ? "** Para obtener su conclusión considera su opinión particular respecto de lo establecido en las premisas.

La idea anterior es reafirmada más adelante cuando dice:

"Si no llueve puede hacer las tres cosas, voy a salir a pasear, ir al cine posiblemente y comprar palomitas ".En su conclusión final sostiene lo anterior y dice: **"Llueva o no llueva podré salir, ya sea ir al cine y comprar palomitas "**

En la pregunta cinco y también introduce proposiciones adicionales cuando dice:

"yo me imagino que sí va a estar tranquilo y va a hacer las cosas con más empeño..." Y su conclusión dice: **"No renuncia y además le han aumentado el sueldo "**. La cual modifica después, para establecer finalmente va a estar tranquilo porque le aumentaron el sueldo y no va a renunciar.

En la segunda entrevista Juan Francisco concluye: **"iré a clase "** pero la razón de hacerlo es que según él no hay motivo para que se enferme. El dice: **"Sí irá a clase porque no hay motivo para que me enferme, entonces sí irá a clase "** Puede observarse en la frase anterior el da una conclusión en primera persona.

En la tercera pregunta Juan dice: **" la conclusión sería salgo a la calle con mis amigos "** El justifica previamente su conclusión cuando dice: **"¿dónde lo compro sino en la calle? "**

Estas frases adicionales modifican y hacen diferentes los discursos de los sujetos, por otra parte hay factores en los que ellos basan su razonamiento que no son fácilmente detectables a través de la observación del desarrollo del mismo, y que constituyen factores de tipo personal que ocasionan diferencias en los discursos.

Por ejemplo, cuando se le pide a Juan Fco. una conclusión para esta pregunta él dice inicialmente **"no salgo con mis amigos "**. Y al preguntarle si esa sería su conclusión dice **" No, sería: compro un pantalón y no salgo con mis amigos "** En esta particular forma de concluir de Juan Fco. no hay un apoyo en las premisas simplemente cambia la conclusión, tal vez porque al cuestionarlo piensa que su conclusión no fue la correcta, sin embargo, el cambio lo hace bruscamnte y sin fundamento aparente.

Lo anterior se observó en otros sujetos además de Juan Fco. y puede considerarse como un factor de diferencia importante ya que muchos de los cambios en las conclusiones obtenidas por los diferentes

sujetos se dieron sin atender a alguna regla en particular, simplemente parecían responder a un proceso de búsqueda de una conclusión donde se aplicaba un método de ensayo y error, por medio del cual se proponían proposiciones que se le ocurrían al sujeto en ese momento, las cuales se formaban por negación de la conclusión anteriormente propuesta o por la adición de otras proposiciones mediante algún conectivo.

Entre los que se distinguieron al considerar aspectos incluidos en el segundo criterio están Francisco y Araceli, en ambos puede verse un cambio notable en los discursos correspondientes a las dos entrevistas, lo cual se muestra con los discursos desarrollados para algunas de las tarjetas.

Primero se muestra el cambio en Francisco: (sujeto # 28).

Francisco inmediatamente después de leer la primera tarjeta dice:

"No forzosamente tendría que aprender inglés podría ir de otra forma "

Con lo que manifiesta su desacuerdo ante lo estipulado en la tarjeta, no la considera como un supuesto a partir del cual puede obtener una conclusión, en cambio en la segunda entrevista, no se detiene a cuestionar las premisas y dice después de conocer el contenido de la primera tarjeta:

"La conclusión sería *tendrá que trabajar porque está diciendo si no ingreso a la universidad entonces tendré que trabajar en esta proposición sería p : no ingreso a la universidad y luego q : tendré que trabajar, al poner aquí p la conclusión sería q : tendré que trabajar.* "

En este caso se presenta una simbolización que le permite concluir adecuadamente, aunque existe en ella un error de sintaxis, pues Francisco utiliza p para representar una proposición negativa en lugar de escribir $\neg p$, sin embargo el olvido en la consideración de la negación no le impide relacionar el contenido de la tarjeta con la regla de inferencia adecuada lo cual se manifiesta cuando dice al poner p , la conclusión sería q haciendo alusión al modus ponens.

Se analizan a continuación las respuestas de Francisco a las preguntas 5 y 6 en ambas entrevistas:

Pregunta # 5 "Con el aumento que le dan no ha sido lo necesario, por medio de él va a renunciar a su trabajo porque no le dan lo necesario. Es así como Francisco inicia el razonamiento relativo a esta pregunta; la forma en la que él responde es un tanto confusa, sin embargo, en su respuesta puede observarse la introducción del supuesto de que el aumento no corresponde a las necesidades del sujeto mencionado en la tarjeta, esta respuesta representa un intento de explicación de cuáles son las condiciones en las que se encuentra el sujeto aludido para comprender mejor el planteamiento de la tarjeta en el sentido de que si no le aumentan el sueldo renuncia, Francisco relaciona la premisa con una situación concreta antes de dar su conclusión, en la cual también introduce el mismo concepto cuando dice " **si no le dan el dinero necesario, el renunciaría** " y asume, al mismo tiempo que al no darle lo necesario va a estar intranquilo, obteniendo así una conclusión en función de una proposición que él mismo introduce

en la última tarjeta Francisco explica: "**si no estudia mucho tendrá forzosamente que copiar porque no va a saber nada en el examen**"

al preguntarle posteriormente ¿qué le puede pasar a Luis?, con la intención de acercarlo a la conclusión, él responde agregando nuevamente frases explicativas, las cuales fundamentan su conclusión final: Al no estudiar y copiar, el maestro lo castiga, en esta parte el asume como un hecho que no va a estudiar y va a copiar posiblemente porque es lo más probable que pudiera ocurrir en una situación real.

En la segunda entrevista, él contesta a un planteamiento similar en forma distinta. Lee las premisas y de inmediato dice : "**sería Ilega temprano o Ilega cansado, la conclusión** " Y al preguntarle la razón de esa conclusión responde: "**Porque al tomar el camión Ilegará temprano y al caminar Ilegará cansado** "

Es notoria la diferencia entre la forma de razonamiento desarrollado en ambas entrevistas, en la primera parece estar fuertemente apoyado en situaciones concretas, el sujeto solamente logra concluir

cuando asocia el contenido de la tarjeta con un contexto particular o bien cuando agrega algo a las premisas, en la segunda es capaz de apoyarse solamente en una situación hipotética y concluir correctamente a partir de ella. Algo similar ocurre en el caso de Araceli (sujeto # 6), como a continuación se observa en algunos fragmentos de sus discursos.

Durante la primera entrevista se da el siguiente diálogo para la tercera tarjeta:

"Si José toma un curso de matemáticas podría ser que la mamá de Paty haga sopa de verduras, aquí dice que la mamá de Paty no hace sopa de verduras entonces aquí podría ser no importa que la mamá de Paty haga o no haga sopa de verduras José va a tomar curso de matemáticas independientemente de lo que haga de comer.

¿Por qué crees eso?

Tan solo por la palabra "o" o sea no está afirmando que si José toma un curso de matemáticas la mamá va a hacer sopa de verdura. Podría ser que José toma un curso de matemáticas o la mamá de Paty hace sopa de verduras, pero abajo está afirmando la mamá de Paty no hace sopa de verduras, entonces, puede como resultado ser la mamá no hace sopa de verduras pero que José sí tome su curso de matemáticas.

A partir del análisis de sus respuestas puede establecerse que Araceli interpreta el contenido de la tercera tarjeta como una posibilidad cuando dice ***"si José toma un curso de matemáticas podría ser que la mamá de Paty haga sopa de verduras"***, en esta afirmación la palabra "si" le da un carácter parecido a una condicional, sin embargo Araceli manifiesta duda e inmediatamente después cambia su respuesta por la afirmación de una proposición respecto de la otra, según ella misma afirma lo que le hace pensar en la independencia entre las dos premisas es la palabra "o", la cual por otro lado, le representa una relación entre ambas proposiciones por lo que ella no puede separarlas y concluye finalmente ***"La mamá no hace sopa de verduras pero José sí toma el curso"***.

A lo largo del discurso de Araceli puede observarse que no hay una identificación de los conectivos lógicos, las palabras "o" , "si" y "pero" no tienen el significado de la lógica formal por ello son utilizados hasta cierto punto como equivalentes. Durante la segunda entrevista Araceli a la misma pregunta da una contestación muy distinta:

"Dice compro un pantalón o salgo con mis amigos y abajo dice no salgo con mis amigos por lo tanto quiere decir que compré un pantalón "

¿Por qué?

Porque dice compro un pantalón o salgo con mis amigos, o sea, nos dan dos opciones y abajo dice no salgo con mis amigos, por lo tanto queda compro un pantalón.

Como puede observarse ella efectúa un manejo e interpretación de las premisas muy distinto al de la primera entrevista, esto le permite obtener de inmediato la conclusión correcta.

También en el caso de la cuarta y quinta pregunta hubo cambios significativos como se observa a continuación.

Durante el diálogo correspondiente a la cuarta tarjeta introduce modificaciones en las premisas, al principio trata de explicarlas y luego las modifica porque no está de acuerdo con el contenido, como se muestra en el el siguiente fragmento:

"O sea aquí está hablando de que hay probabilidad de que llueva, digamos si llueve él no va a salir a pasear. Si puede salir a pasear irá al cine y si va al cine comparará palomitas, todo esto lo puede hacer si no llueve y si lloviera tendría que quedarse en su casa.

Entonces si no llueve...

El podría realizar todo esto, salir a pasear, ir al cine, y comprar palomitas que es lo que desea.

O sea, si el tiene bastantes ganas de comer palomitas puede salir aunque esté o no esté lloviendo.

¿Puede salir aunque esté lloviendo?

Sí "

Durante la segunda entrevista, sólo lee el problema y procede a resolverlo, pero ahora intenta hacerlo considerando las reglas de

inferencia, inmediatamente acude al papel para simbolizar las premisas y buscar la conclusión. Recuerda el silogismo hipotético y saca la conclusión por medio de una regla nemotécnica, dice que se elimina "q" para obtener la conclusión, después de encontrar ésta en forma simbólica, la expresa finalmente en forma de enunciado.

"Dice: si ella está resfriada' entonces tiene dolor de cabeza si tiene dolor de cabeza, entonces no puede leer, si no puede leer entonces no hará la tarea.

Si 'ella está resfriada', p, 'tiene dolor de cabeza', sería q.

¿Qué estás haciendo?

Estoy pasando el problema para poderlo solucionar a base de las reglas.

Ah.

O sea, si 'ella está resfriada' la pondría como p, 'tiene dolor de cabeza' la pondría como q, y abajo dice 'tiene dolor de cabeza', la pondría como q porque se repite, 'no puede leer' la pondría como $\neg r$, acá dice no puede leer, otra vez, se repite $\neg r$, entonces 'no hará la tarea' será la negación de s.

Para sacar la conclusión pondría $p \rightarrow q$ y después $q \rightarrow \neg r$, después $\neg r \rightarrow \neg s$, esto se eliminaría y quedaría $p \rightarrow s$.

¿Porqué dices que se eliminaría q y $\neg r$?

Porque no tiene caso tomarlos en cuenta puesto que se repite esto (q) y la negación de r, entonces el resultado sería si p entonces $\neg s$.

Así quedaría de conclusión: Si ella está resfriada entonces no hará la tarea.

Algo similar a lo ocurrido con esta pregunta ocurre con la última, en la primera entrevista ella concluye diciendo "**sería que Luis no estudiara mucho pero tampoco copiara en el examen**", que más bien parece una sugerencia o un consejo. Sin embargo, cuando se le hace esta observación contesta: " esa sería la conclusión". En la segunda entrevista en cambio, contesta a la misma pregunta así:

"Y acá sería: El camina hasta su casa o toma el camión. Si toma el camión llega temprano, si camina hasta su casa, llegará cansado, entonces haría lo mismo que en el anterior

de que 'el camina hacia su casa' pondría p. 'Toma el camión' sería q, 'llegará temprano' sería r, 'camina hasta su casa' sería s, 'llegará cansado' entonces sería n, entonces pondría otra vez la regla sería: $p \vee q$.

Después sería : $q \rightarrow r$, luego $s \rightarrow n$, entonces aquí por lo tanto sería:...

sería, el camina hasta su casa o toma el camión.

$q \rightarrow r$ y $s \rightarrow n$, entonces la que queda es $p \vee q$.

El camina hasta su casa o toma el camión, porque acá ya te está diciendo: Si toma el camión, llega temprano. Si camina hasta su casa, llegará cansado. Por lógica, tiene que ser alguna de las dos cosas.

¿De cuáles dos cosas?

De que el camina a su casa o toma el camión.

¿No podrías saber que puede ocurrir?.

Pues, yo digo que lo más lógico es que tome el camión, porque si toma el camión, llega temprano a su casa y no llega cansado.

¿Por qué representas con s a 'él camina hasta su casa' en la última frase si antes lo habías representado con p?

Ay, sí lo que pasa es que no me fijé.

¿Con esa modificación podrías concluir otra cosa?

$p \vee q$

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow s$

*-----
r v s*

Sería él llega temprano o llega cansado.

Cuando Araceli no encuentra la regla adecuada, duda y se apoya en situaciones concretas y en su lógica natural, concluye considerando la situación más conveniente a la que ella misma le dice la más lógica. En esta respuesta puede observarse cómo después de tener una pequeña dificultad en la simbolización, logra finalmente dar la respuesta correcta, después de recordar la regla de inferencia correspondiente.

A continuación se incluyen dos sujetos que en su discurso emplearon interpretaciones particulares de ciertos conceptos, o bien presentaron un manejo del lenguaje particular, por ello sus discursos son útiles para ejemplificar el tercer criterio considerado durante el análisis.

El primero de los sujetos es Oscar (sujeto # 20)

En la pregunta # 1 de la primera entrevista Oscar dice "***Yo digo que si Lety aprende inglés, irá a Londres. Pero si Lety aprende a hablar inglés ¿por qué va a ir a Londres si vive aquí?***"

Esta pregunta muestra la inquietud de Oscar ante un planteamiento que al inicio no le parece muy lógico, sin embargo cuando se le aclara que sólo debe considerar la información dada y a partir de ella establecer una conclusión, él logra concluir correctamente. Se puede observar que la respuesta de la tarjeta correspondiente de la segunda entrevista no muestra una idea más clara de cómo atacar el problema. Oscar dice para la primera tarjeta: "***Mi conclusión sería: no ingreso a la universidad. Porque si no ingreso a la universidad tendré que trabajar, pero si ingreso no tendré que trabajar, pero hay posibilidades de que cuando uno ingresa a la universidad pueda trabajar***" En esta respuesta Oscar muestra una interpretación de la premisas diferente a la pretendida. La respuesta de Oscar sugiere que él interpretó "***Si no ingreso a la Universidad tendré que trabajar***" como '***Si ingreso a la universidad no podré trabajar***', de ahí su argumento: "***cuando uno ingresa a la universidad hay posibilidades de que pueda trabajar***". La negación en el antecedente de la implicación plantea en algunos sujetos la necesidad de transformar ésta en otra que no esté negada y frecuentemente se elige como equivalente la inversa ($\neg p \rightarrow q$ como equivalente a $p \rightarrow \neg q$) lo cual constituye un error común.

Oscar en ambas entrevistas efectúa transformaciones en las implicaciones como en la pregunta # 4 de la primera entrevista en donde lee la tarjeta y comenta inmediatamente "***Si no llueve podré salir a pasear y si llueve no salgo.***" Oscar incluye así la inversa de la implicación, estableciendo una relación casi de manera automática entre $\neg p \rightarrow q$ y $p \rightarrow \neg q$, en este caso, él une ambas en una

sola frase, que parece serle más útil tal vez por la ausencia de la negación en el antecedente.

Oscar aún después del curso no modifica su forma muy particular de obtener conclusiones. En la segunda entrevista puede observarse cómo Oscar da inicialmente por conclusión: "**entonces tendrá que trabajar**", en esta respuesta a la pregunta # 1, quizá la palabra 'entonces' sea considerada como en el lenguaje común, es decir como equivalente a 'por lo tanto', al preguntarle ¿cómo quedaría la conclusión? responde "**Tendrá que trabajar...**" pero dando muestra de duda, por ello se le sugirió volver a leer las premisas, después de lo cual no sostiene su respuesta inicial y confunde inclusive el término conclusión como puede verse en el siguiente fragmento:

"Son dos frases de las cuales tú tienes que concluir algo

¿Otra?

Una conclusión de las dos proposiciones.

¿Sería ingreso a la universidad?

Es que si de las dos aparte hay otra, la conclusión sería: ingreso a la universidad ."

Para obtener esta "conclusión" no utiliza reglas de la lógica matemática más bien parece estar probando como conclusión las distintas proposiciones que forman la tarjeta # 1.

La dificultad para obtener una conclusión también se manifiesta cuando se le solicita concluir algo a partir de la información presentada en la tarjeta # 4, la cual consta de tres premisas. Esta vez su respuesta es:

"Son varias ¿tengo que concluir una de cada una?

No, vas a sacar una conclusión de las tres.

¡Ah! Una sola.

Mi conclusión sería: ella está resfriada ."

Oscar nuevamente hace uso de procedimientos ajenos a las reglas de inferencia, con ello selecciona una de las proposiciones y la indica como conclusión.

El manejo que Oscar hace de la palabra conclusión parece indicar que él aplica dicho significante a un significado particular, pues aún después de la instrucción continua considerando "*conclusión*" en su muy particular interpretación. Finalmente en el siguiente fragmento

correspondiente a la primera entrevista puede observarse la mezcla que hace Oscar de conjugaciones de los verbos durante su discurso pasando de la primera a la tercera persona, lo cual parece no afectarle "***Si no renuncia al trabajo estaré tranquilo***" cabe señalar que muchos de los sujetos entrevistados presentan dificultades con el género, el número o la persona a la que se hace referencia especialmente cuando las tarjetas estaban redactadas en primera persona ellos cambiaron a la tercera pero en muchas ocasiones introducían un manejo indistinto de ambas durante su discurso. Algo similar ocurre en la segunda entrevista en la pregunta #2.

***"Dice si me enfermo entonces no iré a clases.
Iré a clases.***

¿Voy a sacar la conclusión de las dos?

La conclusión será no iré a clases, porque si se enferma entonces no irá a clases. La conclusión sería no iré a clases.

Pero, aquí te dice iré a clases.

Pues sí, la conclusión sería no iré a clase "

El mezcla las personas y el modo cuando conjuga el verbo ir en la conclusión.

Algo parecido ocurre con Belem (sujeto # 27). Cuando en la pregunta # 5 de la primera entrevista responde "***entonces no le aumentaron el sueldo porque ella si no renuncia al trabajo, estaré tranquilo....***"

Y lo mismo sucede en la pregunta # 3 de la segunda entrevista, ella contesta: "***...sería no compro un pantalón porque no sale con sus amigos, aquí dice compro un pantalón o sale con sus amigos "***.

Belem usa la palabra entonces para indicar que una proposición es su conclusión, es así como ella da las siguientes respuestas a la primera, segunda, cuarta y quinta preguntas de la primera entrevista : "***...entonces iré a Londres "***,"***...entonces Jesús no cumplió la promesa "***."***...entonces no va a llover "*** y "***entonces le aumentaron el sueldo "***.

Antes del curso, para Belem 'obtener una conclusión' aparentemente significaba 'expresar lo que ella creía que sucedería con el sujeto'. Para determinar esto último ella hace consideraciones especiales como en la pregunta # 5 de la primera entrevista donde concluye: **"entonces ella lo que quiere es no renunciar"**, que obtiene a partir de considerar que **"ella quiere que la corran"**, que **"renunciará porque no le gusta el trabajo"** y que **"no le gusta como se comportan con ella"**. También obtiene una conclusión en el sentido anterior en la pregunta # 6 donde inicialmente concluye **"...lo va a expulsar"** y se justifica diciendo **"yo digo que en un examen no se debe copiar"**.

Durante la primera entrevista para obtener una conclusión Belem frecuentemente utiliza premisas que ella misma incluye, en la segunda entrevista, no incluyó de inmediato otras proposiciones y mostró enormes dificultades para entender el contenido de las tarjetas, consecuentemente no pudo concluir sino hasta después de leerlas varias veces, e incluso hubo necesidad de ayudarle pues no entendía lo que debía hacer, esta actitud puede observarse en sus respuesta a las preguntas #4 y #6 de la segunda entrevista: **"Si ella está resfriada entonces no puede leer"**. **"Si no puede leer entonces no hace la tarea..."**, **"no le entiendo ¿de las tres conclusiones saco una?"** Ante esto se le recomendó que lo leyera nuevamente, lo hizo y permaneció mucho tiempo en silencio después de lo cual dice **"la conclusión es que está resfriada"** El manejo de la palabra entonces probablemente le hizo pensar que en la tarjeta se le presentaban tres conclusiones, no tres implicaciones. Lo mismo ocurre en la última pregunta, donde dice: **"El camina hasta su casa o toma el camión. Si toma el camión llegará temprano. Si camina hasta su casa llegará cansado... No le entiendo...Tiene tres: llegará temprano, llegará cansado y toma el camión, no le entiendo"**..., aparentemente considera las proposiciones involucradas, sin embargo dice **"tiene tres"** tal vez para ella sean conclusiones por la presencia de la palabra 'entonces'. Como se le ha insistido que debe obtener una conclusión únicamente a partir de la información proporcionada dice **"Llega tarde, ah no, pero lo tengo que decir de aquí, llega cansado y no toma el"**

camión, es la conclusión ". Esta conclusión está relacionada con la que ella dice primero "**llega tarde** " pero expresada en términos del contenido de la primera tarjeta. Cuando ella dijo no le entiendo en ambos casos tal vez se refería a que no comprendía como emplear la información, en la que se le daban una serie de conclusiones, finalmente cuando no puede concluir, da su opinión como lo hizo en la primera entrevista indicando lo que podría suceder.

CONCLUSIONES

Se resumen a continuación algunos resultados relevantes surgidos a partir de la elaboración de los protocolos en términos de la lógica simbólica, así como durante el análisis y la interpretación de las respuestas obtenidas tanto en su forma original como en su representación simbólica.

1. El discurso desarrollado por los sujetos durante la segunda entrevista fue notoriamente diferente al que elaboraron en la primera entrevista.

La diferencia radica fundamentalmente en los siguientes puntos:

a) Cantidad de discursos en los que se obtiene una conclusión. Mientras que en la primera entrevista muchos sujetos elaboraron discursos en los que no hubo una secuencia lógica que les permitiera obtener una conclusión, en la segunda todos pudieron concluir aunque muchos de ellos no obtuvieron la conclusión correcta.

b) Cantidad de proposiciones introducidas por el sujeto. En la primera entrevista el número de sujetos que agregó proposiciones fue mucho mayor al que lo hizo en la segunda (23 y 8 respectivamente)

c) Contenido de las Proposiciones introducidas. En la primera entrevista las proposiciones que agregaban los sujetos en su mayoría estaban formadas por frases relacionadas con el contenido de las premisas de las tarjetas, tales frases surgieron ante el desacuerdo del sujeto con lo establecido en la tarjeta y sirvieron como planteamientos alternativos más acordes a la personal postura del entrevistado, el cual frecuentemente no aceptaba como hipótesis las proposiciones dadas y elaboraba otras a cambio.

En la segunda entrevista también hubo algunos casos en los que se establecen proposiciones diferentes por desacuerdo con las

originales pero, la mayoría solo sirvió como apoyo o justificación para dar una conclusión determinada.

d) Transformación de las premisas.

Durante la primera entrevista los discursos estuvieron, en su mayoría formados por proposiciones obtenidas por alguna transformación de las proposiciones originales, entre las transformaciones más frecuentes estaban el cambio del conectivo empleado o la introducción (en el caso de proposiciones condicionales) de la recíproca y la inversa, las cuales para el sujeto, representaban proposiciones equivalentes, por ello las manejaba en forma indistinta.

Algunos sujetos elaboraron razonamientos con un número elevado de premisas surgidas por transformación de las premisas o adición de otras, en muchos casos las premisas así formadas incluían dos o más conectivos lógicos.

2. Los discursos elaborados por los sujetos fueron notoriamente diferentes entre sí. Algunos de los factores que señalaron diferencias notables son los siguientes:

a) Número de proposiciones adicionales.

Los sujetos introdujeron diferente número de proposiciones, mientras que algunos sólo consideraron la información presentada, o agregaron sólo una o dos proposiciones, otros por la adición de proposiciones en todas las tarjetas efectuaron razonamientos con características muy personales y en algunos casos incluso su conclusión surgió a partir de las premisas adicionales y no de las que se les presentaron originalmente.

Debido a lo anterior se observó una gran diversidad de razonamientos y de conclusiones para un mismo planteamiento inicial. Lo cual puede observarse en los protocolos, pues es de ahí donde se muestran las premisas y las conclusiones intermedias que ellos emplearon para obtener una conclusión definitiva.

b) Tipo de premisas empleadas.

Como ya se ha mencionado, además de las proposiciones de la tarjeta los sujetos emplearon otros tipos de proposiciones, esto hizo que los discursos presentaran diferencias en cuanto a:

Su **forma lógica** . Los sujetos fueron construyendo durante el desarrollo de su discurso implicaciones, disyunciones, conjunciones y negaciones, puede observarse que la introducción de ciertas proposiciones se efectuó incluso en tarjetas que no contenían proposiciones de ese tipo, puede citarse, como ejemplo lo ocurrido con la pregunta #3 de ambas entrevistas, en la tarjeta mencionada las premisas eran una disyunción y una proposición simple o su negación a las cuales se agregaron otras como implicaciones y disyunciones.

Su **contenido** . Los sujetos en muchas ocasiones cambiaron el contenido de las tarjetas, por otro más relacionado con su muy particular estilo de pensamiento, debido a la influencia de la gran cantidad de proposiciones surgidas a partir de experiencias concretas del sujeto o bien de la consideración de su propia realidad, los discursos fueron especialmente en la primera entrevista prácticamente individuales. Solo hubo algunas similitudes en las primeras preguntas, pero en general estuvieron fuertemente motivados por vivencias personales lo que finalmente finalmente los hizo sensiblemente diferentes.

3. El lenguaje fué, aunque no para todos los sujetos, sí para muchos de ellos el factor causante de tropiezos.

Como se mencionó anteriormente muchas de las conclusiones erróneas que se obtuvieron en los diferentes discursos fueron motivados por el empleo de terminos ambiguos, en el sentido de que pueden tener diferente significado de acuerdo al contexto en el que se les utilice.

La investigación sobre planteamientos de tipo verbal es difícil por que no está apoyada en experiencias concretas, en este caso pudo observarse durante los dos discursos cómo el lenguaje empleado por los sujetos frecuentemente se alejaba del contexto lógico y se ubicaba en "la realidad" del sujeto, de esto se tiene

evidencia en los planteamientos alternos presentados por los sujetos.

Especialmente en la primera entrevista, debido al desconocimiento del 'otro uso' (uso del lenguaje lógico), que podían tener los términos: 'conclusión', 'entonces', 'y', 'o' , etc. los sujetos acudieron muchas veces a su acepción natural para elaborar su discurso.

"Para efectuar razonamientos planteados a propósito de cuestiones estrictamente verbales se exige en cierta medida, una toma de conciencia de las operaciones proposicionales involucradas"¹. Esto se confirmó dado el fuerte contraste entre las respuestas dadas a las dos entrevistas, especialmente porque en la segunda se efectuó el manejo de los conectivos lógicos a partir del conocimiento de los mismos, incluso se identificaron: el modus ponens, el modus tollens, así como algunas otras reglas de inferencia involucradas, esto influyó para que la construcción del discurso se efectuara en muchos de los casos en el plano del lenguaje lógico a diferencia de lo ocurrido la primera vez.

¹ CASTORINA / PALAU Lógica Operatoria. pag. 125

CONSIDERACIONES FINALES

Finalmente, es posible considerar este trabajo como un esfuerzo realizado con la finalidad de investigar la influencia que tiene el aprendizaje de la lógica matemática en el razonamiento de estudiantes que cursan Matemáticas I en Preparatoria, en este sentido es posible mencionar que efectivamente en el grupo estudiado, después del curso de lógica se modificó la forma de abordar problemas en los que tiene que elaborarse un planteamiento lógico que requiere considerar un determinado conjunto de premisas para obtener a partir de ellas una conclusión, sin embargo fueron notables las dificultades de los sujetos para desarrollar un razonamiento lógico del tipo planteado en el presente trabajo, esta clase de razonamientos representan un problema nuevo para los estudiantes, probablemente por el hecho de que los sujetos no han abandonado por completo el razonamiento concreto y frecuentemente necesitan relacionar sus planteamientos con cuestiones reales, esto es un importante resultado que debe considerar el docente porque normalmente no se toma conciencia de ello, en este sentido surge como una pregunta para investigación futura ¿Qué mecanismos se pueden implementar en este curso para ayudar a los estudiantes de este nivel a estructurar su razonamiento en el sentido abstracto?.

Por otra parte los resultados obtenidos conducen al cuestionamiento sobre la ubicación de los temas de Lógica Matemática en el curso de Matemáticas I, porque constituye una gran dificultad el abordar temas de naturaleza formal con estudiantes que aún no cuentan con las estructuras necesarias para comprenderlos, esto también conduce a un aprovechamiento inadecuado de este material, sobre todo para su aplicación en cursos posteriores, donde la experiencia ha permitido ver una desintegración del curso de lógica con los otros cursos de matemáticas del programa de bachillerato de la U.A.Q.

A N E X O S

1. LA ENTREVISTA INICIAL

2. PROTOCOLOS DE LAS ENTREVISTAS CON LAS QUE SE EFECTUO LA INVESTIGACION

ANEXO I

Se incluyen aquí algunas de las entrevistas realizadas con el primer problema de investigación:

Con este problema se pretendió observar al discurso lógico desarrollado por el sujeto, sin embargo debido a los resultados obtenidos tuvo que sustituirse por un nuevo planteamiento, con éste último se desarrolló la investigación.

Las encuestas seleccionadas muestran las enormes dificultades que tuvieron los sujetos en la búsqueda de la respuesta a la pregunta planteada.

LINDA

El Sr. Franco sería el moreno y el Rubio sería el franco.

¿Tú te basarías en esto para resolver el problema?

Sí.

Explico...

Ah!, quiere decir que Delgado no va a ser delgado, rubio no va a ser rubio y Moreno no va a ser moreno ni Franco franco. Yo digo que la verdadera es el Sr. Moreno es delgado.

¿Por qué?

Se me ocurrió

¿Crees que hubiera algún procedimiento para resolver esto?

Conociendo a las personas.

En el caso de los otros problemas pudiste sacar conclusiones y no conocías a las personas, ¿Por qué ahora no puedes hacerlo?

En el caso anterior se me vinieron a la mente algunas personas que hacen eso, aunque no sea el nombre.

Te voy a ayudar un poco. Vamos a considerar que el Sr. Rubio no es rubio, entonces las posibilidades que le quedarían al Sr. Moreno es delgado, franco o rubio, moreno no.

El Sr. Moreno podría ser rubio y el Sr. Delgado podría ser moreno, y el Sr. Franco podría ser delgado y el Sr. Rubio podría ser franco.

Es esa una posible solución. ¿Será esa la correcta?, ¿Se te ocurre algún método?

No.

Suponiendo que Delgado es rubio sea verdadera, dado que hay tres falsas ¿Qué pasaría con el Sr. Moreno es delgado?.

Si son estas incorrectas el Sr. Moreno podría ser franco, el Sr. Franco delgado y el Sr. Rubio moreno.

¿Sería esa tu conclusión si la primera fuera verdadera?.

Si la segunda fuera verdadera, ¿Cómo sería la primera afirmación?

Podría ser el Sr. Delgado franco, y el Sr. Franco podría ser moreno.

¿Por qué?

No se. El Sr. Franco sería moreno y el Sr. Rubio es rubio .

Pero Rubio no puede ser rubio.

Entonces Franco es rubio y Rubio es moreno

¿Tu crees que el moreno es el Sr Rubio?.

Sí.

¿Esa sería tu conclusión?

Sí.

ARACELI

Explico el problema.

Aquí se supone que el Sr. Delgado es rubio y el Sr. Moreno es delgado.

El que se va a sacar es ¿Cuál de los dos restantes es moreno?

Explico nuevamente, ¿Por dónde empezarías?

Empiezo por tratar de ver cual es la verdadera. Yo pienso que en el mismo problema está el resultado.

¿Hay algún dato en la parte de arriba que te sirva?

Lo único que dice es que sus nombres son parecidos a sus características pero no coinciden con ellas .

¿Qué quiere decir?

Que el Sr. Moreno no puede ser moreno, el Sr. Rubio no puede ser rubio y así también dice que la información que obtiene el Lógico puede ser correcta y no puede ser correcta.

Se te ocurre algún método para poder determinar ¿cuál es la correcta?

Se podría determinar más o menos, por ejemplo, para mi la que podría ser correcta es el Sr. Moreno es delgado.

¿Por qué?

Sería como un anzuelo para ver porque se supone que vamos a ver cual de los Srs. es el moreno entonces podríamos decir que el Sr. Moreno es delgado porque no puede ser moreno.

¿No crees que pueda ser rubio o franco?.

Sí, pero creo que la otra es más conveniente.

Le muestro la tabla y ella empieza a llenarla diciendo...

El Sr. Delgado puede ser moreno, franco o rubio, el Sr. Delgado puede ser moreno.

¿Puedes utilizar la información que tienes ahí?.

Pues sí para sacar quién es el moreno tomando como base la de que el Sr. Rubio no es franco y el Sr. Franco no es rubio.

Recuerda que solo una es verdadera ¿Si consideras la b) verdadera ¿cómo son las otras?

Pueden ser verdaderas o falsas.

Pero aquí dice que solo una es verdadera.

Entonces para mí a), c) y d) serían falsas.

¿Qué quiere decir que el Sr. Delgado es rubio sea falsa?

Que el Sr. Delgado no es rubio, tampoco es delgado, por lo tanto estaría entre que si es franco o moreno.

¿Y luego?

El c) El Sr. Franco no es rubio o sea que puede ser que sí sea rubio. Y el d) el Sr. Rubio no es franco podría ser moreno.

¿La estás tomando como verdadera?

No la estoy tomando como falsa, el Sr. Rubio no es franco o sea que si la tomo como falsa podría ser franco.

¿La negación de "no es" es "podría"?

Podría...

Con esa información, llegas a que Rubio podría ser franco, Franco es rubio y Delgado es moreno o franco ¿y luego?

Para sacar quién es, tomo en cuenta lo que dice aquí:

Sr. Rubio no es franco, el Sr. Franco no es rubio, y el Sr. Moreno es delgado y el Sr delgado es rubio. Me quedarían estos espacios. Para mí entre el Sr. franco o el Sr. Rubio está el moreno.

Finalmente llega a la siguiente tabla:

	delgado	moreno	franco	rubio
Delgado	no	sí	sí	no
Moreno	sí	no		
Rubio	sí	sí	no	sí
Franco		sí	sí	no

Con esta información ¿podrías decir cuál es el moreno?

No, creo que hace falta información.

JUAN CARLOS

Lee el problema

Son falsas o verdaderas? Porque dice que tres de las cuatro posibilidades son verdaderas.

¿Por qué?

Dice que tres de las cuatro posibilidades son falsas ¿O son verdaderas?

Explico...

Yo creo que no hay que hacer operaciones, creo que es como adivinarle.

Podría ser que el señor Delgado es el moreno...

¿Por qué?

Aquí dice que el nombre no corresponde a las características, el Delgado sería el moreno, el señor moreno es delgado, podría ser rubio, pero ¿cómo se podría?

¿No se puede?

Sí se puede pero ¿cómo?

¿Qué datos te da el problema?

Me da las características y dice que no llevan la misma palabra que el apellido.

¿Qué quiere decir?

El señor Rubio no es rubio

Entonces ¿qué puede ser?

Puede ser moreno, franco o así, el sr. franco puede ser moreno o delgado el Sr. delgado sería franco el moreno sería rubio. Sería solamente lo contrario

¿Lo contrario?

O sea el rubio sería el Sr. Moreno, el Sr. Moreno es rubio, como dice que ninguna característica corresponde con su nombre yo creo que sería lo opuesto

Y por ejemplo el señor franco ¿qué puede ser?

quién sabe...

¿Crees que la información de abajo te sirva de algo?

Sí, pero no dice cual es verdadera.

Por eso yo pienso que es lo contrario.

¿Por qué?

Porque luego así pasa por ejemplo una muchacha que se llame linda y no esté bonita.

Si yo te presento esta tabla y te doy estas fichas, explico y pongo el primer "No" en el cuadro Delgado con delgado. ¿Te serviría?

Creo que sí, a ver:

	delgado	moreno	franco	rubio
Delgado	no	sí	sí	sí
Moreno	no	no	no	no
Rubio	sí	sí	no	no
Franco	sí	sí	sí	no

Termina de llenar la tabla...

Aquí tienes quién puede ser el moreno según llenaste la tabla:

El moreno puede ser el Sr. Rubio o el Sr Franco.

¿Habría manera de saber quién de los dos?

Habría que conocerlo...

Es decir que con la información que te da el problema no puedes saber ¿quién es?.

Pues sí porque yo no conozco al sr. Delgado, no se que diferencia hay, necesito conocerlo pero así el problema sería muy fácil.

Entonces ¿cuál es tu conclusión?

Que el Sr. Rubio es moreno.

¿Sí?

Sí.

¿Por qué descartaste a Franco?

Se me ocurrió porque pienso que sería lo contrario.

ANEXO 2

Este apartado contiene los protocolos de las dos entrevistas, los cuales se escribieron en lenguaje lógico.

Los protocolos se formaron con las premisas y conclusiones que fueron dando los sujetos.

Se presenta en cada uno de ellos las proposiciones que se le presentaron en la tarjeta y el razonamiento que ellos fueron externando, así como las proposiciones que en muchos casos ellos agregaron.

Cuando los sujetos efectuaron pausas o iniciaron otro razonamiento, se marcó con una línea punteada.

Pregunta # 1

p: Lety aprende inglés. q: Irá a Londres.

$p \rightarrow q$

p

 $\therefore q$

<p>1. Odilón $p \rightarrow q$ ----- $p \rightarrow q$ ----- $q \rightarrow r$ r: Ella tendría que $"p \rightarrow q"$ ponerse a estudiar. $"p"$ ----- $\therefore q$</p>	<p>2. Jerónimo $"p \rightarrow q"$ ----- $\therefore q \rightarrow p$ ----- p ----- $\therefore q$</p>	<p>3. Emerith $p[q]$ ----- $"p \rightarrow q"$ $"q"$ ----- $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore q$</p>
<p>4. Abraham E. $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore q$</p>	<p>5. Victoria $p \rightarrow q$ ----- p ----- $\therefore q$</p>	<p>6. Araceli $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore q$</p>
<p>7. Liliana $"p \rightarrow q"$ ----- $\therefore (q \rightarrow p) \wedge p$ ----- p ----- $\therefore q$</p>	<p>8. David $"p \rightarrow q"$ $p \wedge r$ r: Ella ya sabe inglés $\therefore q$</p>	<p>9. Linda. $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore p \rightarrow q$</p>
<p>10. Fernando $"p \rightarrow q"$ ----- $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore q \rightarrow p$ ----- $\therefore (p \wedge q) \rightarrow p$ $q \rightarrow p$ ----- $\therefore (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$</p>	<p>11. Joel $p \rightarrow r$ $s \rightarrow t$ r: Ella puede ir u a Londres. s: Le proponen que r aprenda inglés. $\neg [s \rightarrow (t \wedge u)] \rightarrow p[q]$ ----- $\therefore p \rightarrow q$ t: La llevan a Londres. u: Le ponen esa condición</p>	<p>12. Fco. José $"p \rightarrow q"$ $"p"$ ----- $\therefore q$</p>

<p>13. Alfredo</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>14. Irma</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>15. Juan Carlos</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>16. Guillermina</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q \vee \neg q$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow (q \vee \neg q)$"</p> <p>"$r \rightarrow q$" r: Ella quiere ir.</p> <hr/> <p>$\therefore q \rightarrow p$</p> <p>-----</p> <p>No se puede concluir</p>	<p>17. Gerardo</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>18. Arturo</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>19. Omar</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>20. Oscar</p> <p>$(p \rightarrow q) \wedge p[q]$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>21. Angélica</p> <p>$q[r]$ r: Lety puede aprender inglés.</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>22. Guadalupe</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$</p> <p>-----</p> <p>q</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow q$</p>	<p>23. Oscar B.</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <hr/> <p>$p \rightarrow q$ r: Se pone a estudiar duro.</p> <p>-----</p> <p>$r \rightarrow (q \vee \neg q)$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>24. Juan</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>p</p> <hr/> <p>$\therefore q \rightarrow p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore r$ r: Se va a poder comunicar con gente de allá.</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \wedge q$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"p"</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>

<p>25. Rodrigo</p> <hr/> $\therefore q \rightarrow p$ p <hr/> $\therefore p \rightarrow q$	<p>26. Francisco</p> $q \rightarrow (p \vee \neg p)$ ----- " $p \rightarrow q$ " " p " <hr/> $\therefore p$ ----- q ----- $\therefore q \rightarrow p$ <hr/> $\therefore p \wedge q$	<p>27. Belem</p> " $p \rightarrow q$ " " p " <hr/> $\therefore q$
<p>28. Francisco</p> $(p \vee r) \rightarrow q$ r: Ella tiene otra ----- forma de ir. $\therefore p \rightarrow q$	<p>29. Roberto</p> " $p \rightarrow q$ " $p \not\rightarrow q$ ----- $p \rightarrow q$ <hr/> $\therefore q$	<p>30. Abraham P.</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow q$ ----- " $p \rightarrow q$ " " p " <hr/> $\therefore q$
<p>31. Eduardo</p> $q \not\rightarrow p$ r: Ella puede ir a Londres <hr/> $\therefore \neg p \rightarrow r$ ----- " $p \rightarrow q$ " " p " <hr/> $\therefore q$		

p: Jesús cumple su promesa
 q: Su familia será feliz

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

<p>1. Odilón $r \wedge s \wedge (p \rightarrow q)$ $\neg q$ r: Jesús hizo una _____ promesa. $\therefore \neg p$ s: El trata de cumplir</p>	<p>2. Jerónimo $\neg q$ _____ $\therefore \neg p$</p>	<p>3. Emerith _____ $\therefore \neg p$</p>
<p>4. Abraham $p \rightarrow q$ $\neg q$ _____ $\therefore \neg p$</p>	<p>5. Victoria $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $\neg q \wedge r$ _____ $(s \vee \neg s) \wedge (q \rightarrow p)$ $\therefore q \rightarrow p$ _____ $\therefore \neg s \wedge \neg p$ _____ $\therefore \neg p$ r: Ellos necesitan que cumpla. s: La familia tiene otros problemas.</p>	<p>6. Araceli $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $p \rightarrow q$ _____ $\therefore p$ r: Yo seré vago. t: Yo trabajaré. $"\neg q"$ _____ $\neg p \rightarrow \neg q$ _____ $(q \rightarrow p) \vee (\neg r) \vee t$ $\therefore q$</p>
<p>7. Liliana $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $\therefore \neg p$</p>	<p>8. David $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $\therefore \neg p$</p>	<p>9. Linda $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $\therefore \neg p$</p>
<p>10. Fernando $"p \rightarrow q"$ $\neg p \rightarrow \neg q$ $\therefore \neg p$ _____ $\neg q \wedge (p \rightarrow q)$ _____ $\neg p \rightarrow \neg q$ _____ $\therefore (\neg q \wedge \neg p) \vee (p \rightarrow q)$</p>	<p>11. Joel $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ _____ $\therefore \neg p$</p>	<p>12. Fco. José $"p \rightarrow q"$ _____ $\therefore \neg p$</p>

<p>13. Alfredo</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$	<p>14. Irma</p> $\begin{array}{l} q \\ \neg q \\ \hline p \rightarrow q \\ "p \rightarrow q" \\ "\neg q" \\ \hline p \rightarrow q \\ \hline \therefore p \vee \neg p \end{array}$	<p>15. Juan Carlos</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$
<p>16. Gillermina</p> $\begin{array}{l} q[r] \\ "p \rightarrow q" \\ \hline (q \vee \neg q) \wedge \neg p \\ \hline p \rightarrow \neg q \\ \hline p \wedge \neg q \\ \hline p \\ \hline \therefore q \\ \hline \neg q \wedge (p \vee \neg p) \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	<p>17. Gerardo</p> <p>r: Luis cumple su promesa</p> $\begin{array}{l} \neg p \\ "p \rightarrow q" \\ \neg p \\ \hline \neg q \end{array}$	<p>18. Arturo.</p> $\begin{array}{l} \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$
<p>19. Omar</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ \neg q \wedge (p \rightarrow q) \\ \hline q \rightarrow p \\ \hline \neg p \rightarrow \neg q \\ \hline \therefore p \vee \neg p \end{array}$	<p>20. Oscar V.</p> $\begin{array}{l} \neg r \rightarrow \neg q \\ \hline \neg p \quad r: \text{Felipe cumple su} \\ \quad \quad \quad \text{promesa.} \\ p \wedge q \\ \hline "p \rightarrow q" \\ \neg p \\ \hline \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	<p>21. Angélica</p> $\begin{array}{l} \hline \therefore \neg p \end{array}$

<p>22. Guadalupe $"p \rightarrow q"$ $\neg q$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore \neg q$</p>	<p>23. Oscar B. $"p \rightarrow q"$ ----- $r \rightarrow q$ r: El le va a echar $"\neg q"$ ganas al estudio. ----- $\therefore \neg r \vee r$ ----- $\neg q$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore \neg q$</p>	<p>24. Juan $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ ----- $\therefore p \vee \neg p$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore \neg q$</p>
<p>25. Rodrigo $"p \rightarrow q"$ $\neg p \rightarrow \neg q$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore \neg q$</p>	<p>26. Juan Fco. $q \rightarrow p$ $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ ----- $\therefore \neg p$</p>	<p>27. Belem $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ ----- $\therefore \neg p$</p>
<p>28. Francisco $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ ----- $\therefore p \rightarrow q$</p>	<p>29. Roberto ----- $\therefore \neg p$</p>	<p>30. Abraham P. $"p \rightarrow q"$ $"\neg q"$ ----- $\therefore \neg p$</p>
<p>31. Eduardo ----- $\therefore p \rightarrow q$ ----- $\neg p$ $"\neg q"$ ----- $\therefore p \rightarrow q$ ----- $\therefore p \rightarrow q$</p>		

Pregunta # 3

$$p \vee q$$

$$\neg q$$

p: José toma un curso de matemáticas.
q: La mamá de Paty hace sopa de verduras.

$$\therefore p$$

<p>1. Odilón</p> <hr/> $p \vee \neg p$ <hr/> $q \wedge (q \rightarrow p)$ <hr/> $(p \vee q) \vee (q \rightarrow p)$ <hr/> $p \rightarrow q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p[q]$ <hr/> <p>r r: A él le interesa el curso</p> <hr/> $\therefore p$	<p>2. Jerónimo</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <hr/> $p \vee q$ $p \rightarrow \neg q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <hr/> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>3. Emerith</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $p \wedge \neg q$ $"p \wedge q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$
<p>4. Abraham</p> $p \vee \neg q$ p <hr/> $\neg q$ <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$	<p>5. Victoria</p> $q \rightarrow p$ $\neg q$ <hr/> $\neg p$ <hr/> $p \vee q$ $\neg q$ $p \rightarrow q$ <hr/> $\neg q$ <hr/> $\therefore \neg p$	<p>6. Araceli.</p> $p \rightarrow (q \vee \neg q)$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p[q]$ <hr/> $p \rightarrow q$ $(p \vee q) \wedge \neg q$ <hr/> $\therefore \neg q \wedge p$
<p>7. Liliana</p> $"p \vee q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$ <hr/> $"p \vee q"$ $p \wedge \neg q$ <hr/> $"p \vee q"$ $p \wedge q$ <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$	<p>8. David</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>9. Linda</p> $"p \vee q"$ <hr/> $\therefore \neg p$

<p>10. Fernando</p> <hr/> $\therefore (p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge p)$	<p>11. Joel</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>12. Fco. José</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ $\therefore p$ <p>-----</p> $p[q]$ p $p[q]$ $\therefore p$
<p>13. Alfredo</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ <p>-----</p> $\therefore \neg p$	<p>14. Irma</p> $p \vee \neg q$ p <p>-----</p> $p \wedge q$ <p>-----</p> $p \vee q$ $"\neg q"$ $\therefore (p \wedge \neg q)$	<p>15. Juan Carlos</p> $\neg q \wedge p$ $"\neg q \rightarrow r"$ $\therefore r$ <p>-----</p> $p \vee q$ $"\neg q"$ $\therefore p$ <p>r: La mamá toma un curso de matemáticas.</p>
<p>16. Guillermina</p> <hr/> $p \vee \neg p$ <p>-----</p> $"p \vee q"$ <p>-----</p> <p>r: Ella hace sopa de $\neg p \wedge \neg q$ otra cosa.</p> <p>No hay conclusión</p>	<p>17. Gerardo</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ $\therefore p$ <p>-----</p> $p \wedge q$ $"\neg q"$ $\therefore p$	<p>18. Arturo</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ $p \wedge q$ $"\neg q"$ <hr/> $\therefore \neg p \wedge \neg q$
<p>19. Omar</p> $\therefore p$ <p>-----</p> $"p \vee q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore \neg p$	<p>20. Oscar V.</p> $p \vee q$ $\neg q$ $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$ <hr/> $\neg q \rightarrow \neg p$ $\therefore \neg p$	<p>21. Angélica</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ <hr/> $\therefore p$
<p>22. Guadalupe</p> $"p \wedge q"$ $"\neg q"$ <p>-----</p> $\therefore p$	<p>23. Oscar B.</p> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \rightarrow r$ <p>r: Le va mal en matemáticas</p> <p>-----</p> $\therefore \neg p$	<p>24. Juan</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ p $p \wedge (q \vee \neg q)$ <hr/> $\therefore p$

<p>25. Rodrigo</p> <hr/> $(p \wedge \neg q) \vee (q \rightarrow \neg p)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $(p[q] \wedge q[p]) \rightarrow p$	<p>26. Juan Fco.</p> <p>"$\neg q$"</p> <hr/> $\therefore \neg p \wedge \neg q$ <hr/> $p \vee \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\neg p$ r: La mamá toma el curso <hr/> $\neg p \wedge \neg r$ <hr/> $\therefore \neg p \wedge \neg q$	<p>27. Belem</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$\neg q$"</p> <hr/> $\therefore \neg p$
<p>28. Francisco. A.</p> $p \wedge q$ <hr/> $p \vee q$ " $\neg q$ " <hr/> $\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ $\therefore p$	<p>29. Roberto</p> <p>"$\neg q$"</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>30. Abraham P.</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>$\neg q \rightarrow p$</p>
<p>31. Eduardo</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>$q \rightarrow p$</p> <hr/> p <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\neg q \rightarrow \neg p$ <hr/> $\therefore \neg p$		

p: Llueve hoy

q: Podré salir a pasear.

r: Iré al cine

s: Compraré palomitas.

$$\neg p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$r \rightarrow s$$

$$\therefore p \rightarrow s$$

<p>1. Odilón</p> <p>$\neg p \rightarrow m$</p> <p>$\neg p \rightarrow n$</p> <p>"$\neg p \rightarrow q$"</p> <p>" <u>$q \rightarrow r$</u>"</p> <p>$\neg p \rightarrow m$ m: El puede hacer ----- lo que quiere.</p> <p>$\neg p \rightarrow n$ n: El puede hacer</p> <p>"$q \rightarrow r$" lo que tiene</p> <p>"$r \rightarrow s$" pensado</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>$\therefore p \rightarrow (\neg q \wedge \neg n)$</p> <p>-----</p> <p>$s[r]$</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>$\therefore s$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow r$</p> <p><u>$r \rightarrow s$</u></p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s$</p>	<p>2. Jerónimo</p> <p><u>$(\neg p \rightarrow m) \wedge (m \rightarrow n)$</u></p> <p>$\therefore s$</p> <p>-----</p> <p><u>$(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow m) \wedge (l \rightarrow n)$</u></p> <p>$\neg p \rightarrow s$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore (q \rightarrow n) \wedge (\neg p \rightarrow s)$</p> <p>m: Ella puede ir al cine.</p> <p>n: Ella puede comprar palomitas.</p> <p>l: Ella puede estar en el cine.</p>	<p>3. Emerith</p> <p>$\neg p \rightarrow q$</p> <p>$q[p]$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow (r \wedge q)$</p> <p>-----</p> <p>$[\neg p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge (r \rightarrow s)$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</p>
--	---	---

<p>4. Abraham</p> <p>"$\neg p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p><u>"$r \rightarrow s$"</u></p> <p>$p \rightarrow (\neg q \wedge r \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow (q \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$</p> <p><u>$(q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u></p> <p>$\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (q \vee r)]$</p> <p>$\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow s)$</p> <p>$\therefore$ Es Neutro.</p>	<p>5. Victoria</p> <p>$p \rightarrow \neg r$</p> <p><u>$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$</u></p> <p>$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow (q \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s[r]$</p> <p>$s[p]$</p>	<p>6. Araceli</p> <p>$p \vee \neg p$</p> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p><u>$r \rightarrow s$</u></p> <p>$[\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)] \wedge t$</p> <p>-----</p> <p><u>$m \rightarrow q[p]$</u></p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow n$</p> <p>t:El tiene que quedarse en su casa.</p> <p>m:El tiene ganas de palomitas</p> <p>n:El podrá salir por palomitas</p>
<p>7. Liliana</p> <p>$\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</p> <p>$\neg p \rightarrow (r \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \not\rightarrow s$</p> <p>$t$</p> <p><u>$\neg p \rightarrow (s \vee t)$</u></p> <p>$\therefore (\neg p \rightarrow s) \vee (\neg p \rightarrow t)$</p> <p>t: Puede comprar otra cosa (chocolates, chicles, etc)</p>	<p>8. David</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow t$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow (r \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s$</p> <p>t: El puede hacer todo.</p>	<p>9. Linda</p> <p>$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s) \wedge$</p> <p>$\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</p> <p>-----</p> <p><u>$\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</u></p> <p>$\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$</p> <p>-----</p> <p>$r$</p> <p><u>$\neg p \rightarrow s$</u></p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow (q \wedge r) \vee (p \rightarrow \neg q)$</p> <p>$\therefore$ No se puede saber</p>

<p>10. Fernando $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</p> <hr/> <p>$(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</p> <p>----- $(q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</p> <p>----- <u>$\neg q \wedge \neg r$</u> $\neg p \vdash s$</p> <p>----- $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s$</p> <p>----- <u>$(\neg q \rightarrow \neg r) \wedge s$</u> $\therefore s \vdash r$</p>	<p>11. Joel $"\neg p \rightarrow q"$</p> <p>$"q \rightarrow r"$</p> <p>$q[r]$ $r \rightarrow s$</p> <p>----- $\therefore (\neg p \wedge r) \rightarrow s$</p> <p>----- $(\neg p \wedge s) \vee (\neg p \wedge t)$</p> <p>----- <u>$\therefore \neg p \vdash s$</u></p> <p>$t$</p> <p>----- $\therefore \neg p \rightarrow s$</p> <p>$t$: El puede comprar chocolates.</p>	<p>12. Fco. José $"\neg p \rightarrow q"$</p> <p>$"q \rightarrow r"$</p> <p>$"r \rightarrow s"$</p> <p>----- $\therefore \neg p$</p> <p>----- $s \rightarrow r$ <u>$r \rightarrow q$</u> $\therefore \neg p$</p> <p>----- <u>$\neg p \wedge (\neg p \rightarrow q)$</u> $\therefore s$</p> <p>----- $\neg p \rightarrow r$</p> <p><u>$r \rightarrow s$</u></p> <p>$\therefore s$</p>
<p>13. Alfredo $"\neg p \rightarrow q"$</p> <p>$"q \rightarrow r"$</p> <p><u>$"r \rightarrow s"$</u> $\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</p> <p>----- $\therefore (\neg p \wedge q) \rightarrow s$</p> <p>----- $\therefore \neg p \vdash s$</p>	<p>14. Irma $"\neg p \rightarrow q"$</p> <p>$"q \rightarrow r"$</p> <p><u>$"r \rightarrow s"$</u> $\neg p \rightarrow (r \wedge s)$</p> <p>----- <u>$\neg p \vdash (r \wedge s)$</u></p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s$</p>	<p>15. Juan Carlos $\neg p \vdash q$</p> <p>$q \vdash r$</p> <p><u>$r \vdash s$</u> $\therefore \neg p$</p> <p>----- <u>$\therefore q$</u> t: El cielo está $\therefore \neg p$ nublado. <u>$p \rightarrow t$</u> $\therefore \neg p \vdash s$</p>

<p>16. Guillermina $\neg p \rightarrow q$ $q \vdash r$ <u>$r \vdash s$</u> $(\neg p \wedge q \wedge r) \rightarrow s$</p> <p>-----</p> <p><u>$\neg p \wedge (s \vee \neg s)$</u></p> <p><u>$\therefore \neg p \vdash s$</u></p> <p><u>$\therefore \neg p \rightarrow (t \rightarrow q)$</u></p> <p>$\therefore (q \wedge r \wedge t) \rightarrow (s \vee \neg s)$ t: Yo tengo ganas de ir. $\therefore \neg p \rightarrow (r \wedge s)$</p>	<p>17. Gerardo $\neg p \rightarrow q$ <u>$(q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u> <u>$\therefore \neg p \rightarrow (r \wedge s)$</u> $\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge$ <u>$[(\neg p \rightarrow q) \rightarrow s]$</u> $\therefore (\neg p \rightarrow q) \wedge$ <u>$[(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (r \wedge s)]$</u> $\therefore r \rightarrow s$ $\neg p \rightarrow (r \wedge s) \wedge [p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)]$ <u>$(s \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u></p>	<p>18. Arturo $\neg p \vdash r$ q "$\neg p \rightarrow q$" <u>$\neg p \vdash \neg q$</u> <u>$\therefore \neg p \wedge (q \wedge r \wedge s)$</u> <u>$r \rightarrow s$</u> <u>$\neg p \vdash s$</u> $\therefore \neg p \wedge (q \wedge r \wedge s)$</p>
<p>19. Omar <u>$p \rightarrow \neg q$</u> <u>$\neg p \rightarrow \neg q$</u> <u>$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$</u> <u>$(\neg p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u> $\therefore \neg p \vdash s$</p>	<p>20. Oscar $(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ t \rightarrow s t: El está en el cine viendo la película. <u>$[(w \wedge z) \rightarrow r] \wedge (p \rightarrow \neg r)$</u> $\therefore p \rightarrow s_w$: El quiere salir a <u>$\therefore p \vee \neg p$</u> comprar palomitas $p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$ z: El cine está en la esquina.</p>	<p>21. Angélica $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge$ $(r \rightarrow s)$ <u>$t \rightarrow s$</u> $\therefore s[p]$ $\therefore \neg p \vdash s$ t: El quiere palomitas.</p>
<p>22. Guadalupe "$\neg p \rightarrow q$" "$q \rightarrow r$" <u>"$r \rightarrow s$"</u> $p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$ $\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</p> <p>r[s] q s</p> <p>-----</p> <p>q \wedge s r[s] $\neg p \vdash s$</p> <p><u>$[\neg p \rightarrow (q \vee \neg q)] \wedge [q \rightarrow (r \vee \neg r)] \wedge (s \vee \neg s)$</u></p>	<p>23. Oscar "$\neg p \rightarrow q$" "$q \rightarrow r$" "$r \rightarrow s$"</p> <p>-----</p> <p><u>$(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u></p> <p>$\therefore q \wedge r \wedge s$</p> <p>-----</p> <p><u>$\neg p \vdash s$</u> $\therefore p \vdash s$</p>	<p>24. Juan $(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ $r \rightarrow s$</p> <p>-----</p> <p>q[p] q[r] <u>$\neg p \rightarrow (q \vee \neg q)$</u> $(r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)$ r \vdash s</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p \vdash s$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \wedge s$</p>
<p><u>$\neg p \vdash s$</u> <u>$\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$</u> $\therefore p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$</p>		

<p>25. Rodrigo <u>$p \vee \neg p$</u> $\therefore (q \vee \neg q) \wedge r$</p> <hr/> <p>$(p \vee \neg p) \rightarrow (s \vee \neg s)$ $\neg p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$ <u>$(\neg p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)$</u> $\therefore \neg p \rightarrow (s \vee t)$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \rightarrow w$ t: El sale a otra parte. w: El hace lo que quiere.</p>	<p>26. Juan Fco. $(q \wedge r \wedge s) \wedge (p \vee \neg p)$ $\neg p \rightarrow q$ q[p] $q \rightarrow (r \vee t)$ <u>$r \rightarrow (s \vee \neg s)$</u> $\neg p \rightarrow [q \wedge (r \vee \neg r) \wedge s]$</p> <hr/> <p>s[p] t: sale a otra parte. r[p] <u>$\therefore q[p] \wedge (r \wedge s)$</u></p>	<p>27. Belem "$\neg p \rightarrow q$" "$q \rightarrow r$" "$r \rightarrow s$"</p> <hr/> <p><u>$r \rightarrow s$</u> $\therefore \neg p$</p> <hr/> <p>r "$\neg p \rightarrow q$" q</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore (\neg p \not\rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q)$ No sabe</p>
<p>28. Francisco <u>$p \rightarrow (\neg q \neg r \wedge \neg s)$</u> $r \wedge s$ s[p]</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \not\rightarrow s$</p>	<p>29. Roberto <u>$q \rightarrow r$</u> <u>$p \vee \neg p$</u> $\therefore \neg p \not\rightarrow s$</p> <hr/> <p>$p \vee \neg p$ No concluye</p>	<p>30. Abraham P. $(s \wedge r) \rightarrow q$ <u>$q \wedge r$</u> $\therefore \neg p \rightarrow s$</p>
<p>31. Eduardo. $r \rightarrow s$ $q \rightarrow r$ <u>$\neg p \rightarrow q$</u> $\therefore \neg p \rightarrow (r \wedge s)$</p> <hr/> <p>s[p]</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \rightarrow s$</p>		

Pregunta # 5

p: Me aumentan el sueldo.
 q: Renuncio al trabajo.
 r: Estaré tranquilo.

$$\frac{p \rightarrow \neg q}{\neg q \rightarrow r} \\ \therefore p \rightarrow r$$

<p>1. Odilón</p> <p>$p \rightarrow \dots$</p> <p>$t \wedge (p \rightarrow q_1)$</p> <p>$q_1 \rightarrow (r \wedge s)$</p> <p>w</p> <p>$r \rightarrow v$</p> <hr/> <p>$\therefore (\neg q \rightarrow r) \wedge [\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)]$</p> <p>-----</p> <p>$(\neg q \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow \neg r)$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow [(\neg q_1 \wedge \neg q) \wedge (r \wedge w)]$</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>t: El gana muy poco dinero. q₁: El se sale del trabajo. s: El podrá estar con su familia. v: Le sirve el dinero. w: El necesita dinero.</p>	<p>2. Jerónimo</p> <p><u>$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)$</u></p> <p>$\therefore r$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>3. Emerith</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"$\neg q \rightarrow r$"</p> <p>-----</p> <p>p</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg q \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>p</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>
<p>4. Abraham E.</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p><u>"$\neg q \rightarrow r$"</u></p> <p>$\therefore p \wedge \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg q \wedge r$</p> <hr/> <p>$\therefore (p \rightarrow r) \wedge r$</p>	<p>5. Victoria</p> <p>$t_1 \rightarrow t_2$</p> <p>$(p \rightarrow t_3) \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore (r \rightarrow p) \wedge \neg t_4$</p> <hr/> <p>$\therefore r \rightarrow p$</p> <p>t₁: El tiene un salario . t₂: El satisface sus necesidades. t₃: El mejoraría su situación. t₄: El tiene otras preocupaciones.</p>	<p>6. Araceli</p> <p>$p \rightarrow q$ t₁:El pide aumento.</p> <p>$t_1 \rightarrow t_2$</p> <hr/> <p>$\therefore r \rightarrow \neg q$</p> <p>-----</p> <p>t₃</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>t₂: Lo pueden correr. t₃: El seguirá en su puesto.</p>

<p>7. Liliana</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>p</p> <p>"<u>$\neg q \rightarrow r$</u>"</p> <p>$(p \rightarrow \neg q) \wedge r$</p> <p>-----</p> <p>t2</p> <p><u>$(p \rightarrow t_1) \wedge (\neg p \rightarrow \neg t_1)$</u></p> <p>$t_1 \wedge t_3$</p> <p><u>$p \wedge \neg q$</u></p> <p>$\therefore r$</p> <p>t₁: El se queda en su trabajo.</p> <p>t₂: El quiere que le suban el sueldo.</p> <p>t₃: El tiene más sueldo.</p>	<p>8. David</p> <p>$\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg r$</p>	<p>9. Linda</p> <p>$\neg t_1 \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>$[(p \rightarrow \neg q) \wedge r] \wedge$</p> <p>$[(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg r]$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow (r \vee \neg r)$</p> <p>t₁: Le aumentan el trabajo.</p>
<p>10. Fernando</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>11. Joel</p> <p><u>$(\neg p \wedge t_1) \rightarrow t_2$</u></p> <p>$\therefore \neg r$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore r \rightarrow p$</p> <p>t₁: El tiene necesidades.</p> <p>t₂: A él no le alcanza el dinero.</p>	<p>12. Fco. José</p> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p><u>$\neg q \rightarrow p$</u></p> <p>$\neg q \rightarrow r$</p> <p><u>$\neg p \rightarrow \neg q$</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow (\neg q \wedge r)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>
<p>13. Alfredo</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"<u>$\neg q \rightarrow r$</u>"</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)$</p>	<p>14. Irma</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"<u>$\neg q \rightarrow r$</u>"</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>15. Juan Carlos</p> <p>$\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg r$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>$q \rightarrow \neg p$</p> <p>$\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg r$</p>

<p>16. Guillermina</p> $\frac{r}{\therefore p}$ <p>-----</p> $\frac{(\neg p \rightarrow t_1) \wedge (t_2 \rightarrow \neg r)}{\therefore r \vee \neg r}$ <p>-----</p> $\frac{(t_3 \vee \neg t_3) \wedge (r \vee \neg r)}{\therefore r}$ <p>t4 t5</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>t1: El quiere salirse del trabajo. t2: El no iba a tener trabajo. t3: El tiene problemas en su casa. t4: El tiene un buen sueldo. t5: El tiene un trabajo seguro.</p>	<p>17. Gerardo</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{\therefore \neg q \rightarrow r}$ <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{r[p]}$ <p>-----</p> $\therefore p$ <p>-----</p> $\therefore p \rightarrow r$ <p>-----</p> $\therefore p \wedge (p \rightarrow r)$	<p>18. Arturo</p> $\frac{(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \rightarrow r)}{\therefore \neg p \rightarrow \neg q}$ <p>-----</p> $\frac{q[p]}{p \rightarrow \neg q}$ <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{\neg p \rightarrow \neg q}$ <p>-----</p> $\therefore \neg p$ <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow r}{p}$ <p>-----</p> $\therefore \neg q \rightarrow r$ <p>-----</p> $\frac{\neg p}{\neg q \rightarrow r}$ <p>-----</p> $\therefore p \rightarrow \neg q$ <p>-----</p> $\neg p$ <p>-----</p> $\frac{\neg q \rightarrow r}{\therefore \neg p}$
<p>19. Omar</p> $\frac{(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \rightarrow r)}{\therefore (\neg q \rightarrow p) \wedge r}$ <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{\neg q \rightarrow r}$ <p>-----</p> $\therefore \neg q \wedge r$ <p>-----</p> $\therefore p$	<p>20. Oscar</p> $\frac{(\neg p \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (\neg q \wedge r)]}{p}$ <p>-----</p> $\therefore \neg q$ <p>-----</p> $\neg q \rightarrow [(t_1 \wedge r) \wedge (p \rightarrow \neg q)]$ <p>-----</p> $p \rightarrow (t_2 \wedge r)$ <p>-----</p> $\frac{\neg q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$ <p>t1: El entra otra vez al trabajo. t2: El entra a dar clase.</p>	<p>21. Angélica.</p> $\frac{\neg p}{\therefore \neg r}$ <p>-----</p> $\therefore q$ <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{\neg q \rightarrow r}$ <p>-----</p> $\therefore \neg p$ <p>-----</p> p <p>-----</p> $\frac{p \rightarrow \neg q}{\neg q \rightarrow r}$ <p>-----</p> p <p>-----</p> $\therefore \neg q \wedge r$

<p>22. Guadalupe</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p><u>"$\neg q \rightarrow r$"</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow (\neg q \wedge r)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>23. Oscar B.</p> <p>-----</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p><u>"$\neg q \rightarrow r$"</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>24. Juan</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>$(t_1 \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (\neg q \wedge r)]$</p> <p>$(t_1 \wedge t_3) \wedge (p \rightarrow r) \wedge \neg q$</p> <p>$(p \rightarrow r) \wedge \neg t_2$</p> <p>$t_4$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore t_5$</p> <p>t1: El está ganando muy poco t2: El está preocupado porque no le alcanza. t3: El quiere renunciar. t4: El estará feliz. t5: El ganará más.</p>
<p>25. Rodrigo.</p> <p>$r \rightarrow (\neg q \rightarrow p)$</p> <p>$\neg q \rightarrow p$</p> <p><u>$\neg q \rightarrow r$</u></p> <p>$\therefore r \rightarrow p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>26. Juan Fco.</p> <p><u>$q \rightarrow \neg r$</u></p> <p>$\neg q$</p> <p>-----</p> <p>$(t_1 \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow \neg q)$</p> <p>-----</p> <p><u>$p \rightarrow (r \wedge t_2)$</u></p> <p>$\therefore \neg q \wedge p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \wedge \neg q$</p> <p>$\therefore r$</p> <p>$t_1$: Tengo que seguir trabajando. t_2: El va a hacer las cosas con más empeño</p>	<p>27. Belem.</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p><u>"$\neg q \rightarrow r$"</u></p> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p><u>$(\neg q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow \neg q)$</u></p> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p><u>"$\neg q \rightarrow r$"</u></p> <p>$\therefore p \wedge r$</p> <p>-----</p> <p>$\neg t_1$ t1: Ella quiere <u>$\neg q \rightarrow r$</u> trabajar $p \rightarrow t_2$ t2: Ella quiere $\neg t_3$ que la corran.</p> <p>-----</p> <p>q</p> <p>-----</p> <p>$\neg t_3 \vee t_4$ t3: A ella le ----- gusta el trabajo $\neg q \rightarrow r$ $\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg t_5$ t4: A ella le gusta ----- como la tratan. t5: Ella quiere renunciar</p>

<p>28. Francisco</p> $\neg t_1$ <hr/> $\therefore q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\neg t_1 \rightarrow (q \wedge \neg r)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> $t_2 \rightarrow q$ $\neg q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore \neg q \wedge r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore p \rightarrow t_3$ <p>t1: Le dan lo necesario t2: Le dan menos de lo que quiere t3: El estará conforme.</p>	<p>29. Roberto</p> $\neg q \rightarrow r$ $r \vdash p$ <hr/> $\therefore p \rightarrow \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore \neg q$ <hr/> $\therefore (p \rightarrow \neg q) \vee (\neg p \rightarrow q)$	<p>30. Abraham</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$
<p>31. Eduardo</p> <hr/> $\therefore \neg q \rightarrow (r \wedge p)$		

Pregunta # 6

p: Luis estudia mucho. q: Copia en el examen.
 r: Se cansa. s: El maestro lo castiga.

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow s \\ \hline \therefore r \vee s \end{array}$$

<p>1. Odilón</p> <hr/> $(\neg p \wedge \neg s) \rightarrow p$	<p>2. Jerónimo</p> $(\neg s \rightarrow t) \wedge (r \vee \neg r)$ <hr/> $\therefore p \vee s$ <p>t: Luis tiene que estudiar.</p>	<p>3. Emerith</p> $(p \rightarrow \neg s) \wedge (q \rightarrow \neg r) \wedge s$ <hr/> $\neg q$ <hr/> $\therefore p \rightarrow (r \wedge \neg q \wedge \neg s)$
<p>4. Abraham</p> $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$ $(q \rightarrow s) \wedge [(p \rightarrow \neg r) \wedge s]$ <hr/> $(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow s)$	<p>5. Victoria</p> $q \rightarrow s$ $\neg q \rightarrow p$ <hr/> $[t_1 \rightarrow (\neg p \rightarrow q)] \wedge (t_2 \wedge s)$ <hr/> t_2 $\neg s \rightarrow t_3$ $t_3 \wedge [t_1 \rightarrow (\neg p \rightarrow q)] \wedge s$ $\therefore p \neg s$ <p>t₁: El pasa bien el examen. t₂: El maestro se da cuenta. t₃: El tiene que estudiar.</p>	<p>6. Araceli</p> $"p \vee q"$ $"p \rightarrow r"$ $"q \rightarrow s"$ <hr/> $\therefore \neg p \wedge \neg q$
<p>7. Liliana</p> $"p \wedge q"$ $\neg s \rightarrow [(t \rightarrow p) \wedge \neg q]$ <hr/> $p \wedge q$ <hr/> $t \vee (q \wedge s)$ <hr/> $p \rightarrow t$ <hr/> $\therefore t \rightarrow p$ <p>t: Luis pasa el examen</p>	<p>8. David</p> q <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> s <hr/> $\therefore q$ <hr/> $\therefore \neg s \rightarrow t[r]$ <p>t: Luis tiene que estudiar.</p>	<p>9. Linda</p> $(t_1 \rightarrow t_2) \rightarrow r$ <hr/> r <hr/> $\therefore p$ <hr/> $(q \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge r$ <hr/> $\therefore p$ <p>t₁: Luis pasa el examen.</p> <hr/> $(q \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge r$ <hr/> $\therefore p$ <p>t₂: Luis debe estudiar.</p>

<p>10. Fernando $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> q <hr/> $\therefore s \wedge (\neg t_1 \wedge \neg t_2)$ t_1: Luis aprende t_2: Luis pasa el examen</p>	<p>11. Joel $\neg s \rightarrow p$ $r \wedge t_1$ <hr/> $\therefore p \rightarrow \neg q$ t_1: El tendrá su recompensa.</p>	<p>12. Fco. José $"p \vee q"$ $"p \rightarrow r"$ $"q \rightarrow s"$ $(q \rightarrow \neg r) \wedge s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore \neg q \wedge r \vee \neg s$</p>
<p>13. Alfredo <hr/> $\therefore \neg q \wedge (p \rightarrow r) \wedge$ $(\neg q \rightarrow \neg s)$ $\therefore (p \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow \neg s)$</p>	<p>14. Irma $"p \vee q"$ $"p \rightarrow r"$ $"q \rightarrow s"$ q <hr/> $\therefore s$ <hr/> $(p \rightarrow \neg q) \wedge [(\neg p \wedge q) \rightarrow s]$</p>	<p>15. Juan Carlos $(p \rightarrow \neg r) \wedge$ $[t \rightarrow (q \rightarrow (s \vee \neg s))]$ $t_1 \rightarrow (s \vee \neg s)$ <hr/> $q \wedge t_1$ <hr/> $\therefore s \vee \neg s \vee t_2$ t_1: El maestro se da cuenta. t_2: El maestro le recoge el examen.</p>
<p>16. Guillermina $(p \rightarrow t_1) \wedge \neg s$ $[(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg t_1] \wedge (t_2 \rightarrow s)$ t_3 t_1: El pasa bien el examen. <hr/> S t_2: El maestro lo ve copiando. <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $p \rightarrow r$ $\neg p \wedge (p \vee q)$ <hr/> $\therefore \neg p \wedge q \wedge s$ t_3: La mayoría es así.</p>	<p>17. Gerardo <hr/> $(p \rightarrow t_1) \wedge (q \rightarrow s)$ $\therefore (p \rightarrow t_1) \wedge (q \rightarrow s)$ t_1: El pasará el examen.</p>	<p>18. Arturo $"p \vee q"$ $"p \rightarrow r"$ $"q \rightarrow s"$ q <hr/> t_1: El reprueba el examen. $\therefore \neg p$ <hr/> $(t_1 \wedge q) \rightarrow s$ $p \rightarrow r$ <hr/> $\therefore (\neg r \rightarrow \neg p) \wedge (q \rightarrow \neg p)$</p>

<p>19. Omar $\frac{[(r \wedge s) \vee (p \wedge (r \vee \neg r))] \wedge (q \rightarrow s)}{\therefore q \rightarrow s}$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore (q \rightarrow s) \wedge (\neg q \rightarrow \neg s)$ <hr/> $\therefore \neg s \rightarrow \neg q$</p>	<p>20. Oscar <p>"p v q"</p> <p>t₁: El se va a aburrir</p> $p \rightarrow \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $(\neg q \rightarrow p) \wedge [((\neg p \wedge r) \wedge t_1) \rightarrow q]$ $(q \wedge t_2) \rightarrow s$ <hr/> $\therefore s \wedge t_3$ <p>t₂: El maestro lo ve</p> <p>t₃: Reprueba el examen.</p></p>	<p>21. Angélica $(p \rightarrow r) \wedge r$ $\therefore p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore r$</p>
<p>22. Guadalupe <p>p v q</p> <p>(p → r) ∧ (¬q → ¬s) v [q → (s v ¬s)]</p> <hr/> $\therefore p \wedge q \wedge \neg s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $(p \rightarrow \neg s) \wedge r$ <hr/> <p>p w q</p> $\frac{(\neg q \wedge s) \wedge (r \wedge \neg s)}{\therefore r \wedge \neg s}$</p>	<p>23. Oscar B. $(p \rightarrow \neg s) \wedge (q \rightarrow t_1)$ $\frac{(\neg p \wedge q) \wedge (t_2 \vee \neg t_1)}{\therefore t_3 \rightarrow p}$ <p>t₁: El maestro le llama la atención.</p> <p>t₂: El compañero está mal.</p> <p>t₃: El pasa el examen.</p></p>	<p>24. Juan <p>"p v q"</p> <p>"p → r"</p> <p><u>"q → s"</u></p> <hr/> $[p \rightarrow (r \vee \neg r)] \wedge (p \rightarrow t_1)$ $(\neg p \wedge q \wedge s) \rightarrow t_2$ <hr/> $\therefore (p \rightarrow \neg t_3) \wedge [(\neg p \rightarrow q) \wedge t_4]$ <p>No hay conclusión</p> <p>t₁: Luis va a tener muchos conocimientos.</p> <p>t₂: El maestro le quitará el examen.</p> <p>t₃: El va a tener problema.</p> <p>t₄: El maestro lo puede ver.</p></p>

<p>25. Rodrigo</p> $p \vee q$ $q \rightarrow s$ $\underline{p \rightarrow r}$ $\therefore r \vee p \vee (q \rightarrow s)$ <p>-----</p> <p>No se puede concluir</p>	<p>26. Juan Fco.</p> $\underline{q \wedge \neg p \wedge r}$ $\therefore s$ <p>-----</p> $\underline{p \rightarrow r}$ $\therefore q$ <p>-----</p> r <p>-----</p> $\therefore q$ <p>-----</p> q <p>-----</p> $\therefore s$ <p>-----</p> q <p>-----</p> $\therefore s$	<p>27. Belem</p> $"p \vee q"$ $"p \rightarrow r"$ $\underline{"q \rightarrow s"}$ $\therefore t_1$ <p>-----</p> $\therefore t_2$ <p>t1: El maestro lo expulsa t2: El maestro lo reprueba.</p>
<p>28. Francisco</p> $\neg p \rightarrow q$ <p>-----</p> $\therefore (\neg p \rightarrow t_1) \vee (q \wedge t_1)$ <p>-----</p> $\therefore (\neg p \wedge q) \rightarrow s$ <p>t1: El reprueba el examen. t2: El pasa el examen.</p>	<p>29. Roberto</p> <p>-----</p> $\neg p \wedge \neg q$ <p>-----</p> $\therefore (p \rightarrow r) \wedge p[r]$ <p>-----</p> $p \rightarrow r$ $q \rightarrow s$ <p>-----</p> $\therefore p \vee q$	<p>30. Abraham</p> <p>-----</p> $t_1 \rightarrow (p \vee q)$ <p>-----</p> $t_2 \rightarrow (p \vee q)$ <p>-----</p> $t_2 \rightarrow [(p \vee q) \wedge r]$ <p>-----</p> $\therefore (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow t_3)$ <p>t1: El pasa el examen. t2: El va a examinarlo. t3: El debe ser castigado.</p>
<p>32. Eduardo.</p> $p \rightarrow \neg q$ <p>-----</p> $\therefore \neg p \rightarrow (s \wedge q)$		

Pregunta # 1

p: Ingreso a la Universidad
 q: Tendré que trabajar.

$$\begin{array}{l} \neg p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

<p>1. Odilón $p \wedge q$ $p \rightarrow r$ r: El puede trabajar ----- $\neg p \rightarrow q$ s: El debe hacer $\neg p$ algo ----- $\therefore (p \rightarrow q) \vee \neg p$ ----- $\therefore q[p]$ ----- s . ----- $\therefore q$</p>	<p>2. Jerónimo $\neg p \rightarrow q$ $\therefore q$</p>	<p>3. Emerith $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>
<p>4. Abraham $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>	<p>5. Victoria $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>	<p>6. Araceli $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>
<p>7. Liliana ----- $\therefore q$ ----- $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>	<p>8. David $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>	<p>9. Linda. $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$ ----- $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$ ----- $\therefore q$</p>

<p>10. Fernando $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>11. Joel $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore q$</p>	<p>12. Fco. José $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>13. Alfredo $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>14. Irma $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg p)$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>15. Juan Carlos</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>16. Guillermina $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>17. Gerardo $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>18. Arturo $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>19. Omar $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>p</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p>	<p>20. Oscar</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p> <p>-----</p> <p>$(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p$</p>	<p>21. Angélica</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>

<p>22. Guadalupe $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>23. Oscar B. $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q \wedge p$</p> <p>-----</p> <p>$(\neg p \rightarrow q) \wedge p$ $\neg p$</p> <p>-----</p> <p>$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg p \dots$</p> <hr/> <p>$\neg p \rightarrow q$</p>	<p>24. Juan. $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore q$</p>
<p>25. Rodrigo</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \wedge q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>26. Juan Fco. $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \rightarrow q$</p>	<p>27. Belem</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>28. Francisco</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ p</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>29. Roberto</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>	<p>30. Abraham $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p \rightarrow q$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>31. Eduardo. $\neg p \rightarrow q$ $\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p \rightarrow q$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \rightarrow q$</p>		

Pregunta # 2

p: Me enfermo.

q: Iré a clases.

 $p \rightarrow \neg q$

q

 $\therefore \neg p$

<p>1. Odilón</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>2. Jerónimo</p> <p>q</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>3. Emerith</p> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p>q</p> <hr/> $\therefore \neg p$
<p>4. Abraham</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>5. Victoria</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p>q</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>6. Araceli</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p>q</p> <hr/> $\therefore \neg p$
<p>7. Liliana</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"q"</p> <hr/> $\therefore \neg p$	<p>8. David</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$"</p> <p>"$\neg q$"</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <p>$\neg q$</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$\neg q$</p> <hr/> $\therefore p$	<p>9. Linda</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr/> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <hr/> $\therefore \neg p$

<p>10. Fernando $p \rightarrow \neg q$ q</p> <hr/> <p>$\therefore (\neg p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow \neg q) \vee$ $(p \rightarrow \neg q)$ $\therefore p \rightarrow \neg q$</p>	<p>11. Joel $\neg q$</p> <hr/> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>	<p>12. Fco. José. "$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p> <p>-----</p> <p>q</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>
<p>13. Alfredo "$p \rightarrow \neg q$" q</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>	<p>14. Irma "$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>	<p>15. Juan Carlos "$p \rightarrow \neg q$"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p> <p>-----</p> <p>$q \rightarrow \neg p$ "$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>
<p>16. Guillermina</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \wedge q$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" q</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p \wedge q$</p>	<p>17. Gerardo $p \rightarrow \neg q$ q</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\neg p \rightarrow q$ q</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>	<p>18. Arturo. "$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <p>-----</p> <p>$\neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p>
<p>19. Omar $p \rightarrow \neg q$ q</p> <p>-----</p> <p>q</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg p$</p>	<p>20. Oscar "$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow \neg q$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p>	<p>21. Angélica $\therefore \neg p$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "q"</p> <p>-----</p> <p>$q \rightarrow \neg p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg p$</p>

<p>22. Guadalupe</p> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\underline{(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q) \wedge q}$ $\therefore \neg p$	<p>23. Oscar B.</p> $"p \rightarrow \neg q"$ $"q"$ <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $"p \rightarrow \neg q"$ $"q"$ <hr/> $\therefore \neg p$	<p>24. Juan</p> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $q[p]$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\neg q$ <hr/> $\therefore \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $q[p] \wedge (q \rightarrow \neg p)$ <hr/> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore q[p]$
<p>25. Rodrigo</p> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore \neg p$	<p>26. Juan Fco.</p> <p>Γ: no hay motivo para _____ enfermarse.</p> $\therefore q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $"p \rightarrow \neg q"$ $"q"$ <hr/> $\therefore q$	<p>27. Belem</p> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> q <hr/> $\therefore \neg p$
<p>28. Francisco</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore \neg p$	<p>29. Roberto</p> <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> q <hr/> $\therefore \neg p$	<p>30. Abraham P.</p> $p \rightarrow \neg q$ q <hr/> $\therefore \neg p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $p \rightarrow \neg q$ <hr/> $\therefore \neg p$
<p>31. Eduardo</p> <hr/> $\therefore \neg p \rightarrow q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore \neg p \rightarrow q$		

Pregunta # 3

p: Compro un pantalón.
q: Salgo con mis amigos.

$$p \vee q$$

$$\neg q$$

$$\hline \therefore p$$

<p>1. Odilón</p> $p \vee q$ $(q \rightarrow r_1) \wedge (r_2 \wedge \neg q)$ $r_3 \wedge \neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>r₁: El tiene dinero. r₂: El prefiere comprar el pantalón. r₃: El prefiere tener</p>	<p>2. Jerónimo</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>algo para él.</p>	<p>3. Emerith</p> $"p \vee q"$ $"\neg q"$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \wedge q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$
<p>4. Abraham</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $\neg q$ <p>-----</p> $\therefore p$	<p>5. Victoria</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <p>-----</p> $\neg q \rightarrow p$ <hr/> $\therefore p$	<p>6. Araceli</p> $"p \vee q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$
<p>7. Liliana</p> <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \wedge q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>8. David</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>9. Linda</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $\therefore p$

<p>10. Fernando</p> $p \vee q$ $\neg q$ <p>-----</p> $\neg q$ p <p>-----</p> $p \vee q$ $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \vee p$ <hr/> $\therefore p \vee \neg q$ <p>-----</p> $\therefore p \wedge \neg q$	<p>11. Joel</p> $(p \vee q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$ <hr/> $\therefore p$	<p>12. Fco. José</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$
<p>13. Alfredo</p> <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>14. Irma</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $p \wedge q$ <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>15. Juan Carlos</p> $p \vee q$ $p \wedge q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \wedge q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$
<p>16. Guillermina</p> <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$ <p>-----</p> $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $"p \vee q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p \wedge \neg q$	<p>17. Gerardo</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> p <p>-----</p> $p \vee q$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$	<p>18. Arturo</p> $"p \vee q"$ $\neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>-----</p> $p \vee q$ $r \wedge \neg q$ <hr/> $\therefore p$ <p>r: El prefiere comprar un pantalón.</p>

<p>19. Omar $p \vee q$ p ----- <u>"$p \vee q$"</u> $\therefore p$ ----- $p \vee q$ <u>$\neg q$</u> $\therefore p$</p>	<p>20. Oscar "$p \vee q$" <u>"$\neg q$"</u> $\therefore p$</p>	<p>21. Angélica $\therefore p$ ----- "$p \vee q$" <u>"$\neg q$"</u> $\therefore \neg p$ ----- "$p \vee q$" <u>"$\neg q$"</u> $\therefore p$ ----- $p \wedge q$ <u>$\neg q$</u> $\therefore p$</p>
<p>22. Guadalupe "$p \vee q$" $p \wedge q$ $\neg q$ ----- $\therefore p$</p>	<p>23. Oscar B. $p \vee q$ <u>$\neg q$</u> $\therefore p$ ----- $p \vee q$ <u>$\neg q$</u> $\therefore p$</p>	<p>24. Juan $p \vee q$ ----- $p \wedge q$ $\neg r_1$ r_1: El tiene dinero. ----- r_2: Le hace falta un <u>$\neg q$</u> pantalón. $\therefore p$ ----- r_2 ----- <u>"$p \vee q$"</u> $\therefore (q \rightarrow \neg p) \wedge (p \rightarrow \neg q)$</p>
<p>25. Rodrigo ----- $\therefore p$ "$p \vee q$" <u>$\neg q$</u> $\therefore p$</p>	<p>26. Juan Fco. $\therefore q$ ----- $\therefore r$ ----- <u>$\neg q$</u> r: Salgo a la calle <u>$\therefore \neg q$</u> con mis amigos. $\therefore p \wedge \neg q$ ----- <u>$\neg q \rightarrow \neg p$</u> $\therefore \neg p \wedge \neg q$</p>	<p>27. Belem $p \vee q$ <u>$\neg q$</u> $\therefore \neg p$ ----- <u>$\neg q$</u> r: El sale a comprar $\therefore \neg p$ el pantalón con ----- sus amigos. "$p \vee q$" <u>$(\neg q \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$</u> $\therefore \neg p$</p>

<p>28. Francisco</p> <p>_____</p> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$\neg q$</p> <p>_____</p> <p>$\therefore p$</p>	<p>29. Roberto</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$\frac{\neg q}{\therefore p}$,</p>	<p>30. Abraham</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$\neg q$</p> <p>-----</p> <p>$\neg q \rightarrow p$</p> <p>$\frac{\neg q}{\therefore p}$</p>
<p>31. Eduardo</p> <p>$\neg q \rightarrow p$</p> <p>_____</p> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>_____</p> <p>$\therefore p$</p>		

Pregunta # 4

p: Llueve hoy
r: Iré al cine

q: Podré salir a pasear.
s: Compraré palomitas.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow \neg r \\ \neg r \rightarrow \neg s \end{array}$$

$$\therefore p \rightarrow \neg s$$

<p>1. Odilón</p> $\begin{array}{l} r[q] \\ q \rightarrow \neg r \\ \hline \\ q[p] \\ \hline \\ \therefore \neg s \end{array}$	<p>2. Jerónimo</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore q \wedge \neg s \\ \hline p \rightarrow \neg s \\ \hline \\ \therefore (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r) \end{array}$	<p>3. Emerith</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$
<p>4. Abraham</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore \neg r \rightarrow \neg s \\ \hline \\ \therefore \neg s \wedge \neg r \end{array}$	<p>5. Victoria</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore p \rightarrow \neg s \\ \hline \neg r \\ \hline \therefore \neg s \\ \hline \\ [p \rightarrow (q \wedge \neg r)] \wedge \\ (\neg r \rightarrow \neg s) \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$	<p>6. Araceli</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$
<p>7. Liliana</p> $\begin{array}{l} \hline \therefore p \rightarrow \neg s \\ \hline \\ (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge \\ (q \rightarrow \neg r) \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$	<p>8. David</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore \neg r \wedge \neg s \\ \hline \\ p \not\rightarrow s \end{array}$	<p>9. Linda</p> $\begin{array}{l} \hline \therefore p \rightarrow \neg s \\ \hline \\ "p \rightarrow q" \\ "q \rightarrow \neg r" \\ "\neg r \rightarrow \neg s" \\ \therefore p \rightarrow \neg s \end{array}$

<p>10. Fernando</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$p$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>11. Joel</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg t_1$</p> <p>-----</p> <p>$t_2$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>t1: Ella puede hacer algo.</p> <p>t2: Ella siente molestias.</p>	<p>12. Fco. José</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>
<p>13. Alfredo</p> <hr/> <p>$\therefore \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge \neg s$</p>	<p>14. Irma</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$q \rightarrow \neg r$</p> <p>$\neg r \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$q \rightarrow \neg r$</p> <p>$\neg r \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>$\neg r$</p> <hr/> <p>$\therefore q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow s$</p>	<p>15. Juan Carlos.</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>$p$</p> <p>$\neg r$</p> <p>$\neg r \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>

<p>16. Guillermina</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge q \wedge \neg s$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore \neg s \wedge p$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg s$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>17. Gerardo</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$q \rightarrow \neg r$</p> <p><u>$\neg r \rightarrow \neg s$</u></p> <p>$\therefore p$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge q$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg s)$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <p>-----</p> <p>$(p \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg s)$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>18. Arturo</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <p>-----</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>
<p>19. Omar</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>p</p> <p>$\neg r \wedge \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore q \wedge \neg r \wedge \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p$</p>	<p>20. Oscar</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p>$p \wedge q$</p> <p><u>$q \rightarrow \neg r$</u></p> <p>$\therefore \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>21. Angélica</p> <hr/> <p>$\therefore p$</p> <p>-----</p> <p>$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$</p> <p>$\neg r \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge \neg s$</p>

<p>22. Guadalupe</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"$\neg r \rightarrow \neg s$"</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p><u>$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg s)$</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>23. Oscar B.</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$q \rightarrow \neg r$</p> <p>$\neg r \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p>$(p \wedge q) \vdash \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore s[p]$</p>	<p>24. Juan</p> <p>$(p \wedge q) \rightarrow \neg t_1$</p> <hr/> <p>$p \wedge q \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (\neg r \rightarrow \neg s)$</p> <p>$\neg t_2 \wedge \neg t_3$</p> <hr/> <p>$\therefore (p \wedge q) \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \vdash \neg s$</p> <p>$t_1$: El tiene ganas de hacer algo.</p> <p>t_2: El está a gusto.</p> <p>t_3: El se siente bien.</p>
<p>25. Rodrigo</p> <p>"$p \rightarrow q$"</p> <p>"$q \rightarrow \neg r$"</p> <p>"<u>$\neg r \rightarrow \neg s$</u>"</p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p> <hr/> <p>$(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge \neg s)$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>26. Juan Fco.</p> <hr/> <p>$\therefore \neg s$</p> <hr/> <p>$(q \rightarrow \neg r) \wedge \neg s$</p> <p>$p \vdash \neg s$</p> <hr/> <p>$q \wedge (q \rightarrow \neg r) \wedge \neg s$</p> <p>$q$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg s$</p>	<p>27. Belem</p> <p>$p \rightarrow q$</p> <p>$q \rightarrow \neg r$</p> <p><u>$\neg r \rightarrow \neg s$</u></p> <p>$\therefore p$</p> <hr/> <p>$\therefore p \vdash \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore s[q]$</p>
<p>28. Francisco</p> <p><u>$p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>29. Roberto</p> <p><u>$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg r)$</u></p> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>	<p>30. Abraham</p> <p>p</p> <hr/> <p>$\therefore \neg s$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow \neg s$</p>
<p>31. Eduardo.</p> <p>$\neg r \rightarrow p$</p> <hr/> <p>$\therefore p \vdash \neg s$</p>		

Pregunta # 5

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

p: Tengo flojera.

q: Voy a la fiesta.

r: Me duermo temprano.

<p>1. Odilón</p> $\begin{array}{l} r \vdash q \\ \neg q \rightarrow (r \vee \neg r) \\ \hline q[r] \\ "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline \therefore r[q] \end{array}$	<p>2. Jerónimo</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline \therefore p \wedge r \\ \hline \therefore p \wedge r \end{array}$	<p>3. Emerith</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline (p \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow \neg r) \wedge q \\ \hline \therefore p \rightarrow r \\ \therefore \neg q \wedge r \\ \hline \dots \\ p \\ "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline \therefore (p \rightarrow \neg q) \wedge \\ [\neg p \rightarrow (q \wedge \neg r)] \end{array}$
<p>4. Abraham</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline (q \rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \rightarrow r) \\ \hline \dots \\ \therefore (\neg q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow \neg r) \end{array}$	<p>5. Victoria</p> $\begin{array}{l} "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline \therefore \neg p \rightarrow r \\ \therefore (p \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow q) \\ \hline \dots \\ (p \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow q) \\ \hline \dots \\ "p \rightarrow \neg q" \\ " \neg q \rightarrow r" \\ \hline \neg q \\ \hline \therefore (p \rightarrow \neg q) \wedge r \end{array}$	<p>6. Araceli</p> $\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg p \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \\ \hline \dots \\ p \rightarrow \neg q \\ p \rightarrow \neg q \\ \neg p \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$

<p>7. Liliana</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> <p>"$p \rightarrow \neg q$" $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$	<p>8. David</p> $\neg q$ $p \rightarrow r$ <hr/> $\therefore p \rightarrow r$	<p>9. Linda</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore p \rightarrow r$
<p>10. Fernando</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "$\neg q \rightarrow r$"</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$	<p>11. Joel</p> $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore p \wedge r \wedge \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $\therefore p \rightarrow \neg q$ <hr/> $\therefore p \rightarrow r$	<p>12. Fco. José</p> $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore p \wedge r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $\therefore \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> <p>"$\neg q \rightarrow r$"</p> <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $\therefore \neg q \wedge r$
<p>13. Alfredo</p> <hr/> $\therefore p$ <hr/> $\therefore p \wedge r$	<p>14. Irma</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "$\neg q \rightarrow r$"</p> <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $p \vee s_1$ <hr/> $\therefore \neg s_2$ <hr/> $\therefore \neg q$ <p>s_1: el tiene otra cosa. s_2: El tiene ganas de ir a la fiesta.</p>	<p>15. Juan Carlos</p> <p>p</p> <hr/> $\therefore r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $p \rightarrow \neg q$ " $p \rightarrow \neg q$ " " $\neg q \rightarrow r$ " <p>p</p> <hr/> $\therefore r$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $\therefore p \wedge r$

<p>16. Guillermina $"p \rightarrow \neg q"$ $"\neg q \rightarrow r"$ $p \wedge \neg q$</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge \neg q$</p>	<p>17. Gerardo $"p \rightarrow \neg q"$ $"\neg q \rightarrow r"$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>18. Arturo</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>$"p \rightarrow \neg q"$ $"\neg q \rightarrow r"$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>
<p>19. Omar $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>$\neg q \wedge t$</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>t: El tiene que dormir.</p>	<p>20. Oscar</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p> <p>-----</p> <p>$"\neg q \rightarrow r"$ $r \rightarrow \neg q$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q$</p>	<p>21. Angélica</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$ $p \rightarrow \neg q$ $p \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore r$</p> <hr/> <p>$\therefore p \wedge r$</p>
<p>22. Guadalupe $"p \rightarrow \neg q"$ $"\neg q \rightarrow r"$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q \rightarrow r$</p> <p>-----</p> <p>$\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore \neg q \wedge r$</p> <p>-----</p> <p>$p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>23. Oscar B. $"p \rightarrow \neg q"$ $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore p \rightarrow r$</p>	<p>24. Juan $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$(p \rightarrow \neg q) \wedge r \wedge (t_1 \vee t_2)$ $\neg t_3 \rightarrow r$</p> <hr/> <p>$\therefore t_4$</p> <hr/> <p>$\therefore (p \rightarrow \neg q) \wedge r \wedge$ $[t_2 \rightarrow [(\neg q \wedge \neg t_3) \rightarrow r]]$</p> <p>t1: La fiesta es por la mañana. t2: La fiesta es por la tarde. t3: El tiene algo que hacer. t4: La fiesta puede ser a otra hora.</p>

<p>25. Rodrigo</p> <hr/> $\therefore \neg q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>"$p \rightarrow \neg q$" $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> $\therefore \neg q$	<p>26. Juan Fco.</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>$(p \rightarrow \neg q) \wedge r$</p> <hr/> $\therefore p \wedge r$	<p>27. Belem</p> $p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore p \wedge r$
<p>28. Francisco</p> <p><u>$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)$</u></p> $\therefore p \rightarrow r$	<p>29. Roberto</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p><u>$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)$</u></p> $\therefore p \rightarrow r$	<p>30. Abraham</p> <p>"$p \rightarrow \neg q$" "$\neg q \rightarrow r$"</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p><u>$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow r)$</u></p> $\therefore p \rightarrow r$
<p>31. Eduardo</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>$p \rightarrow \neg q$ $\neg q \rightarrow r$</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$		

Pregunta # 6

 $p \vee q$ $q \rightarrow r$ $p \rightarrow s$ $\frac{}{\therefore r \vee s}$

p: El camina hasta su casa.

r: El llegará temprano.

q: El toma el camión.

s: El llegará cansado.

<p>1. Odilón</p> <hr/> $\therefore q \rightarrow r$	<p>2. Jerónimo</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <p>-----</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore p \wedge s$	<p>3. Emerith</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore p \wedge s$ <p>-----</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <hr/> $\therefore q \rightarrow r$
<p>4. Abraham</p> <hr/> $\therefore (q \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow s)$ <p>-----</p> <p>$s \vee r$</p> <p>-----</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore (q \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow s)$	<p>5. Victoria</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore (p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$ <p>-----</p> $\therefore (p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$	<p>6. Araceli</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <p>-----</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore p \vee q$ <p>-----</p> $\therefore q$ <p>-----</p> <p>$(r \wedge \neg s) \rightarrow q$</p> <p>-----</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore r \vee s$

<p>7. Liliana</p> <hr/> $\therefore (q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore (\neg s \wedge r) \rightarrow q$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \vee p$	<p>8. David</p> <hr/> $\therefore p \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore p \rightarrow s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \wedge r$	<p>9. Linda</p> <hr/> $\therefore p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $p \vee q$ $q \rightarrow r$ $p \rightarrow s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \wedge r$ <hr/> $\therefore q$
<p>10. Fernando</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore p \rightarrow s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \wedge r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \rightarrow r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $q \rightarrow s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $q \wedge r$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \wedge r$	<p>11. Joel</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore (p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore (p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow r)$	<p>12. Fco. José.</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore p$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore p \rightarrow s$
<p>13. Alfredo</p> <hr/> $\therefore p \wedge s$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $p \rightarrow s$ $q \rightarrow r$ $(p \rightarrow s) \vee (q \rightarrow r)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $q \wedge (p \rightarrow s)$ <hr/> $\therefore p \wedge s$	<p>14. Irma</p> <p>$p \vee q$</p> <p>$q \rightarrow r$</p> <p>$p \rightarrow s$</p> <hr/> $\therefore q \rightarrow (r \wedge \neg s)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore q \wedge r$	<p>15. Juan Carlos</p> <p>$p \vee q$</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <hr/> $\therefore (p \wedge s) \wedge (q \rightarrow r)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\therefore (p \wedge s) \wedge (q \rightarrow r)$ <hr/> $\therefore p \rightarrow s$

<p>16. Guillermina</p> <hr/> $\therefore (p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow s)$ <p>-----</p> $\therefore (p \wedge r) \vee (p \wedge s)$ <hr/> $\therefore (p \wedge s) \vee (q \wedge r)$	<p>17. Gerardo.</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore (p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow s)$	<p>18. Arturo</p> <hr/> $\therefore q$ <p>-----</p> $\therefore r \wedge \neg s$ <hr/> $\therefore q$
<p>19. Omar</p> <p>q</p> <p>$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$</p> <hr/> $\therefore q$ <p>-----</p> <p>r</p> <hr/> $\therefore q$ <p>-----</p> <p>$q \wedge (p \rightarrow s)$</p> <hr/> $\therefore q$	<p>20. Oscar</p> <p>$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$</p> <hr/> $\therefore q$	<p>21. Angélica</p> <hr/> $\therefore q$ <p>-----</p> <p>$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$</p> <hr/> $\therefore r \wedge s$ <p>-----</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore r \wedge s$
<p>22. Guadalupe</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> <p>$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$</p> <hr/> <p>$[p \rightarrow (s \wedge \neg r)]$</p> $\therefore q \rightarrow (\neg s \wedge r)$	<p>23. Oscar</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore \neg s \rightarrow p$ <p>-----</p> $\therefore (q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$	<p>24. Juan</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <p>-----</p> <p>$[(q \rightarrow t) \wedge \neg s] \wedge$</p> <hr/> $\therefore \neg s \rightarrow p$ <p>t1: El llega más pronto que caminando.</p>
<p>25. Rodrigo</p> <p>$(q \rightarrow \neg s) \wedge p \rightarrow \dots$</p> <p>-----</p> <p>$q \rightarrow (r \wedge \neg s)$</p> <hr/> $\therefore r \wedge \neg s$	<p>26. Juan Fco.</p> <hr/> $\therefore p \wedge s$ <p>-----</p> $\therefore p \rightarrow s$	<p>27. Belem.</p> <p>"$p \vee q$"</p> <p>"$q \rightarrow r$"</p> <p>"$p \rightarrow s$"</p> <hr/> $\therefore \neg r$ <p>-----</p> $\therefore s \wedge \neg q$

<p>28. Francisco</p> <hr/> $\therefore r \vee s$ <hr style="border-top: 1px dashed;"/> $(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$ <hr/> $\therefore r \vee s$	<p>29. Roberto</p> $p \vee q$ $p \rightarrow s$ $q \rightarrow r$ <hr/> $\therefore r \vee s$	<p>30. Abraham</p> $p \vee q$ $q \rightarrow r$ $p \rightarrow s$ <hr/> $\therefore (q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$
<p>31. Eduardo.</p> <hr/> $\therefore \neg q \wedge s$		

BIBLIOGRAFIA.

1. Apostel, Leo /Grize, Blaise/Landrière, Jean y Dubarle Dominique .Tratado de Lógica y conocimiento Científico dirigido por Jean Piaget. Vol II. Buenos Aires: Paidós,1979.
2. Bernard Dumont, . "L'influence du 'décor' et du langage dans desépreuves de type 'Logique' portant apparemment sur l'implication". Educational Studies in Mathematics. Vol.13. p. 409-430. 1982.
3. Britton, Jack. R. / Bello, Ignacio Matemáticas Contemporáneas. 2a. Edición. México: Harla, 1982.
4. Castorina, José Antonio y Palau Gladys. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. España: Psicologías Siglo XX Paidós, 1982.
5. Copi. Irving. Introducción a la Lógica. Ed. Universitaria de Buenos Aires, Buenos Aires: Fudera. 1974.
6. Eduardo Mancera. Dificultades inherentes a la Argumentación en Matemáticas. Memorias de la Segunda reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en matemáticas educativas. México, 1988.
7. Eduardo Mancera, . Los aspectos no deductivos de la deducción en matemáticas. Memorias de la Tercera reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en matemáticas educativas. México, 1989
8. Ferrater Mora, José /Leblanc Hugues. Lógica Matemática. 2a edición. México: Fondo de Cultura Económica, 1987.
9. Fregoso, Arturo. Los elementos del lenguaje de la Matemática México: Trillas, 1977.
10. Ginsburg, Herbert. The development of Mathematical Thinking. University of Rochester. New York: Academic Press. 1983.

11. Inhelder B./ Piaget, Jean . De la lógica del niño a la lógica del adolescente. España: Paidós Psicología Evolutiva, 1985.
12. James J. Roberge . Development of comprehension of logical connectives in symbolic or verbal form. Educational Studies in Mathematics. 1975.
13. Kleene C., Stephen. Mathematical Logic. New York: John Wiley INC., 1967.
14. L.D., Gupta. Mathematics is a language: A rationale form matehematics instruction, sin fecha.
15. Lidia Gutiérrez Borobia / Humberto Peña Mora . Estudio exploratorio acerca de las operaciones del pensamiento y sus implicaciones en la enseñanza de la matemática. Memorias de la Segunda reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en matemáticas educativas. México, 1988.
16. Luis Radford. . Razonamiento Lógico e interpretación de enunciados implicativos. Memorias de las Primera reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en matemáticas educativas. México, 1987.
17. Luis Radford. Organización Lógica de enunciados en una demostración. Educación Matemática. Vol 2. México 1990.
18. Millan, Antonio. El Signo Lingüístico. México : A.N.U.I.E.S.,1973.
19. Piaget, Jean /B. Inhelder . Psicología del Niño. España: Morata ,1984.
20. Piaget, Jean. Psicología y Pedagogía. México: Ariel,1989.
21. Piaget, Jean . Seis estudios de Psicología España: Editorial Seix Barral,1981.

22. Pimm, David. Speaking Mathematically. London and New York: Totledge , 1987.
23. Russell Bertrand. Ciencia y Filosofía 1897-1919. España: Aguilar, 1973.
24. S. L. Kemme. References of speech acts as characteristics of mathematical classroom conversation. Educational Studies in Mathematics. 1981.
25. S.E.B. Pirie and R.L.E. Schwarzenberger. Mathematical Discussion and Mathematical Understanding. Regional College of Education. Bhopal, India. P. 460-469. Sin fecha.
26. Suppes, Patrick . Introducción a la Lógica Simbólica. México: C.E.C.S.A. , 1975.
27. Thomas O'Brien , Bernard Shapiro , Norma Reali . Logical Thinking-Language and context. Educational Studies in Mathematics.. Vol 4. p. 201-219. 1971.
28. Toranzol Fausto I. Epistemología y Fundamentación de la Matemática. Argentina: Espasa Calpe. 1948.
29. Tzventan Todorov. Simbolismo e interpretación. Venezuela: Monte Avila Editores. 1982.
30. Ulloa H. José Ramón. Razonamiento verbal y estructura formal del problema matemático. México: Matemática Educativa. CINVESTAV. IPN, 1988.