

**MODELO GEOESTADÍSTICO DE LOS PARAMETROS
GEOHIDROLÓGICOS DEL ACUÍFERO DEL VALLE
DE QUERÉTARO**

GUILLERMO SAN ROMAN GARCIA

TESIS

**Presentada a la División de Estudios
de Posgrado de la**

FACULTAD DE INGENIERIA

de la

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

como requisito para obtener

el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

HIDRAULICA



Querétaro, Qro., junio de 1995

No. Reg. H55332

TS

Clas. 628.1797245

S195m

1995

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE QUERETARO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRIA EN INGENIERIA (HIDRAULICA)

**"MODELO GEOESTADISTICO DE LOS PARAMETROS GEOHIDROLOGICOS
DEL ACUIFERO DEL VALLE DE QUERETARO"**

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA (HIDRAULICA)

Presenta

GUILLERMO SAN ROMAN GARCIA

Dirigida por

Ing. Griselda Blankenagel Sedano

SINODALES

ING. GRISELDA BLANKENAGEL SEDANO
Presidente

DR. JAIME HORTA RANGEL
Secretario

M. en I. NABIL MOBAYED KHODR
Vocal

M. en I. EDUARDO ALVAREZ MENDIOLA
Suplente

ING. FILIBERTO LUNA ZUÑIGA
Suplente

M. en I. J. JESUS HERNANDEZ ESPINO M. en C. SALVADOR LECONA URIBE
Director de la Fac. de Ingeniería Director de Estudios de Posgrado

CENTRO UNIVERSITARIO
Querétaro, Qro., 4 de abril de 1995
MEXICO

*"Heroes del mañana, siempre
en busca de horizontes
nuevos para conquistar!"*

Este pequeño trabajo lo dedico a mi esposa
Araceli Begonia Tajonar Hernández y a mis
hijos Guillermo, Rodrigo y Agustín, a quienes
agradezco su cariño y comprensión para mi
superación académica y profesional.

"Es mejor generalmente, desarrollar
una solución aproximada a un problema
real que una solución exacta a un
problema no real."

C. T. Haan

A G R A D E C I M I E N T O S

Al Ing. Agustín Pacheco Cárdenas, quién siendo el Director de la Facultad de Ingeniería, allá en el lejano 1983 impulsó a este investigador a estudiar una maestría.

Al Ing. Griselda Blankenagel Sedano, por su valiosa asesoría para la realización de esta tesis y por su paciencia al trabajar con tan difícil alumno.

A Tatiana Palacios Chapa, cuya voz y música permitió que llevar a cabo este trabajo fuera mucho más agradable.. "Quiero ser, tan libre como el río aquel...."

Durante la realización de mis estudios de maestría, tuve la fortuna de tomar clases de muy buenos maestros, a ellos también mi agradecimiento: Ing. Griselda Blankenagel Sedano, Ing. Ismael Martínez Ortiz, Ing. Florencio Moreno López, Dr. Felipe I. Arreguín Cortés, M. en I. Nabil Mobayed Khodr, Ing. Filiberto Luna Zuñiga, M. en I. Agustín Breña Puyol, M. en I. Ramón Domínguez Mora, Dr. Jaime Horta Rangel, M. en I. Alfredo Zepeda Garrido, Ing. Domingo Valencia Vallejo, Ing. Rafael Rosales González, M. en I. Eduardo Alvarez Mendiola y M. en I. María de la Luz Pérez Rea.

Al Ing. Joaquin Noriega Montes, coordinador del Centro de Computo de la Facultad de Ingeniería, por el apoyo ofrecido tanto en equipo como en asesoría para realizar este trabajo.

A los compañeros de la Comisión Nacional del Agua: ingenieros Pascual Ramos Blanco, Juan Alvarez Rodríguez y Pedro Cruz Rosas al apoyar a este investigador con información sobre el acuífero para la realización de este trabajo.

Al Ing. Gustavo Luna Escalante, Residente de Programas y Estudios de Grande Irrigación, por haber puesto a este investigador en el camino de la hidrología.

INDICE

	Pag.
NOMENCLATURA	8
LISTA DE FIGURAS	9
LISTA DE CUADROS	11
RESUMEN	12
INTRODUCCION	13
OBJETIVO	16
CAPITULO 1. UBICANDO AL ACUIFERO DEL VALLE DE QUERETARO	17
1.1 Marco Físico	
1.2 Clima	
1.3 Hidrología Superficial	
1.4 Geología	
1.5 Hidrogeología	
1.6 Historia del Aprovechamiento Subterráneo	
1.7 Hidrología Subterránea	
1.7.1 Niveles de Agua Subterránea	
1.7.2 Flujo Subterráneo	
1.8 Delimitación del Area de Estudio	
CAPITULO 2. TEORIA DEL KRIGING	36
2.1 Definiciones	
2.2 Desarrollo de las ecuaciones del Kriging	
2.3 Aplicación del Kriging	
2.4 Transmisividad como una Función Aleatoria	
2.5 Aplicando Kriging a Log-Transmisividades	

CAPITULO 3. PREPARACION DE DATOS DE TRANSMISIVIDADES	55
3.1 Datos Disponibles	
3.2 Datos de Pruebas de Bombeo	
3.3 Analisis de Regresión de Transmisividades-Capacidades Específicas	
3.4 Analisis de Regresión de Transmisividades-Gastos	
3.5 Ajuste a pozos en fronteras	
CAPITULO 4. APLICANDO KRIGING AL ACUIFERO	65
4.1 Calculo del Semi-Variograma muestral	
4.2 Modelado del Semi-Variograma muestral	
4.3 Validación del Modelo de Semi-Variograma	
4.4 Discretización de la zona de estudio	
4.5 Kriging de Transmisividades	
4.6 Kriging de Log-transmisividades	
CAPITULO 5. VALIDACION DE RESULTADOS	78
5.1 Simulación del Acuífero para el periodo 1981-1985	
CAPITULO 6. CONCLUSIONES	81
CAPITULO 7. BIBLIOGRAFIA	84

ANEXOS

Anexo No. 1

Analisis de regresión lineal de transmisividades contra capacidades específicas

Anexo No. 2

Analisis de regresión lineal de transmisividades contra gastos

Anexo No. 3

Generación de Transmisividades a partir de Capacidades Específicas y Gastos.

Anexo No. 4

Validación del modelo de Semi-Variograma.

Anexo No. 5

Transmisividades calculadas por Kriging.

Anexo No. 6

Validación del modelo de Semi-Variograma de las Log-transmisividades.

Anexo No. 7

Transmisividades calculadas por Log-kriging.

Anexo No. 8

El Método del Elemento Finito.

NOMENCLATURA

$e(x_i)$	Error de medición.
\underline{s}	Vector de desplazamiento.
$v(x)$	Volumen centrado en el punto x de la muestra.
$\hat{Y}_v(x_i)$	Logaritmo base 10 de la transmisividad.
$Z(x)$	Una variable aleatoria en el espacio.
$Z_r^*(x_0)$	Estimación de kriging.
$\check{Z}_v(x_i)$	Dato observado.
α_i	Factor de ponderación kriging.
$\delta(x_0)$	Error de estimación de kriging.
$\gamma(x_1, x_2)$	Función del semivariograma.
μ	El multiplicador Lagrangiano.
$\sigma_r^2(x_0)$	Error del kriging.

LISTA DE FIGURAS

Figura	Concepto	Página
1.1	Localización de la zona de estudio	18
1.2	Plano geológico del acuífero	21
1.3	Unidades geológicas	26
1.4	Niveles piezométricos en 1981	29
1.5	Niveles piezométricos en 1985	31
1.6	Niveles piezométricos en 1991	33
1.7	Delimitación de la zona de estudio	35
2.1	Variogramas tipo nugget	48
2.2	Modelos esféricos, semi-variograma regularizado	51
3.1	Localización de pozos en la zona de estudio	56
3.2	Ubicación de pozos con datos de transmisividad	59
3.3	Análisis de regresión de transmisividades y capacidades específicas	60
3.4	Análisis de regresión de transmisividades y gastos	62
3.5	Distribución espacial de los datos de transmisividades	64
4.1	Semi-Variograma muestral de las transmisividades del acuífero del Valle de Querétaro	67
4.2	Discretización del acuífero en elementos triangulares	71

LISTA DE FIGURAS (Cont.)

Figura	Concepto	Página
4.3	Distribución espacial de las transmisividades estimadas por kriging	72
4.4	Distribución espacial de los errores de estimación de kriging	74
4.5	Semi-Variograma muestral de las log-transmisividades del acuífero del Valle de Querétaro	75
4.6	Distribución espacial de las transmisividades estimadas por kriging	76
4.7	Distribución espacial de los errores de estimación de kriging	77
5.1	Niveles piezométricos estimados para el año 1985	80

LISTA DE CUADROS

Cuadro	Concepto	Página
3.1	Transmisividades en la zona de estudio	58
4.1	Cálculo del Semi-Variograma muestral	66
4.2	Tanteos efectuados para obtener distancia óptima y el número óptimo de puntos para realizar el kriging	69

RESUMEN

San Román García, Guillermo: "Modelo Geoestadístico de los Parámetros Geohidrológicos del Acuífero del Valle de Querétaro". Tesis de Maestría, DEPFI-UAQ, 1994

La geoestadística ha mostrado proveer un marco para el análisis sistemático de datos hidrogeológicos, mediante el empleo de métodos como kriging puntual y de bloques a información con "ruido", cokriging, kriging residual y kriging de gradientes en la solución de problemas hidrogeológicos, haciendo énfasis en la estimación de parámetros hidrogeológicos con el propósito de modelar el flujo subterráneo.

En el presente trabajo se determinará la aplicabilidad de los métodos geoestadísticos en la estimación de parámetros hidrogeológicos y sus ventajas en los modelos de simulación.

ABSTRACT

San Román García, Guillermo : "Geostatistical Model of the Geohydrologic parameters of the Querétaro Valley Aquifer".

Geostatistics is shown to provide a framework for the systematic analysis of hydrogeological data, by means of methods such as point and block kriging of noisy data, cokriging, residual kriging, and gradient kriging in the solution of hydrogeological problems, placing emphasis on the estimation of hydrogeological parameters for the purpose of subsurface flow modeling.

In the present work the applicability of geostatistical methods on the estimation of hydrogeological parameters will be determined and its advantages in simulation models.

"Yo misma digo que la suerte está echada..."

INTRODUCCION

Un problema de gran interés para la Cd. de Querétaro es el abastecimiento de agua potable, sin embargo, la concentración del bombeo en el área urbano-industrial ha provocado un descenso acelerado de los niveles de agua subterránea y la reducción del rendimiento de los pozos que la abastecen.

Es posible establecer de manera general, que en la última década el Valle de Querétaro ha sido drenado o vaciado un estrato de aproximadamente 100 m de espesor, por lo que la extracción cada vez se realiza a mayores profundidades, con costos más elevados de energía eléctrica, equipamiento, construcción y mantenimiento de los pozos.

Existen eventos colaterales relacionados con dicha sobreexplotación como son: la disminución en la capacidad del almacenamiento del acuífero, el fracturamiento del subsuelo mismo que favorece la circulación de sustancias contaminantes tales como: grasas, aceites, plomo, níquel, cromo, etc. que al depositarse en el acuífero representan un potencial peligro para el consumo humano; existen también indicios de variaciones en el perfil del subsuelo provocado por la desecación.

Asociado al problema que se analiza, se ubica el de los asentamientos humanos y la tendencia de crecimiento de la urbe, por ello, suele ocurrir que colonias enteras se encuentren en condiciones precarias de este recurso vital; la sobreexplotación es un fenómeno que puede ser retardado si se planea un manejo mejor del recurso del agua subterránea. El estudio de un modelo matemático permite observar esquemas de predicción que en mucho serviría a la planeación del recurso.

La tarea de operar sistemas de recursos de agua subterránea de una manera óptima es una operación compleja. Desde un punto de vista filosófico el problema parece ser bastante simple: (1) definir los

objetivos y manera en que se lograrán; (2) analizar los variados cursos de acción y seleccionar el que mejor logra los objetivos.

Para lograr esta tarea es preciso contar con información precisa de los parámetros hidrogeológicos que rigen el movimiento del agua subterránea, tales como la porosidad, conductividad hidráulica, transmisividad, coeficiente de almacenamiento, etc. Métodos convencionales de análisis se basan en ecuaciones diferenciales que tratan sus parámetros como funciones determinísticas del espacio. Cuando una solución de estas ecuaciones se busca sobre la base de métodos numéricos en computadora, los parámetros son usualmente representados mediante funciones continuas que son relativamente suaves y precisas.

En realidad, los parámetros hidrogeológicos frecuentemente exhiben variaciones espaciales aleatorias que no pueden ser descritas adecuadamente mediante funciones suaves. Una complicación adicional surge porque estos parámetros se determinan indirectamente mediante métodos tales como pruebas de bombeo o con trazadores. Los valores resultantes son inherentemente inexactos y su uso para estimar parámetros en lugares donde faltan datos es una fuente adicional de incertidumbre. La única manera para tomar en cuenta la aleatoriedad de las variaciones de los parámetros hidrogeológicos y la incertidumbre que surge de información insuficiente sobre su variación espacial es describirlos estadísticamente en vez de determinísticamente. Esto puede lograrse tratando cada parámetro como una variable aleatoria cuya variación espacial es el resultado de un proceso estocástico.

Cuando un parámetro tal como la conductividad hidráulica es una variable aleatoria, la ecuación diferencial parcial que gobierna el movimiento del agua subterránea se vuelve estocástica y por lo tanto, la variable dependiente (carga hidráulica) es también aleatoria. Esta dependencia teórica de la carga hidráulica sobre las variaciones de la conductividad es una de las razones principales por la que niveles freáticos en pozos y piezómetros exhiben variaciones espaciales aleatorias.

En la práctica, las ecuaciones que gobiernan el flujo subterráneo se resuelven frecuentemente en computadora mediante métodos de mallaje tales como elemento finito o diferencias finitas. En estos modelos numéricos, las propiedades del material son representadas mediante parámetros que permanecen uniformes sobre subregiones

discretas del campo de flujo ó varían lentamente en el espacio. En ambos casos, la tasa de variabilidad espacial permitida en el modelo numérico es mucho más lento que la tasa en que estos parámetros varían en la naturaleza. Entonces, los parámetros de modelo deben visualizarse, en el mejor de los casos, como promedios espaciales de las propiedades del material que representan.

Se observa que si uno modela flujo subterráneo determinísticamente o estocásticamente, siempre enfrenta la necesidad de analizar las estadísticas espaciales de la información. Una manera de analizar la variabilidad espacial de parámetros hidrogeológicos es por medio de métodos geoestadísticos tales como kriging. El presente trabajo se enfocará sobre técnicas geoestadísticas selectas que tienen relevancia directa en el modelado del agua subterránea.

*"Voy buscando
la razón..."*

OBJETIVO

En este trabajo se estudia la aplicabilidad de métodos geoestadísticos en la estimación de parámetros hidrogeológicos y sus ventajas en los modelos de simulación.

Los principales objetivos de este trabajo son:

1. Describir las técnicas del análisis geoestadístico como son: kriging puntual de transmisividades y kriging de los logaritmos de las transmisividades.
2. Aplicar las técnicas del análisis geoestadístico al acuífero del Valle de Querétaro, determinando la variación espacial de la transmisividad.
3. Planteo de la solución numérica del modelo matemático que representa el flujo de un fluido a través de un medio poroso; descripción del modelo, implementación numérica en base al método de elemento finito.
4. Utilizar los resultados obtenidos en la aplicación del modelo de simulación del acuífero del Valle de Querétaro con el propósito de validar dichos resultados.
5. Validar la bondad del modelo y la confiabilidad de los resultados comparando los resultados de la simulación con la información histórica disponible.

*"Allí donde las olas
rompen habrá una
nueva oportunidad..."*

CAPITULO 1

UBICANDO AL ACUIFERO DEL VALLE DE QUERETARO

1.1 Marco Físico

El acuífero del Valle de Querétaro se localiza en la porción sur-occidental del Estado de Querétaro, entre las coordenadas geográficas 20° 30' a 20° 43' Latitud Norte y 100° 20' a 100° 31' Longitud Oeste de Greenwich.

Los límites del acuífero se pueden marcar en forma aproximada: al sur con el Cerro El Cimatarío, al oeste con el estado de Guanajuato, al norte con Santa Rosa de Jauregui y al este de Villa Cayetano Rubio, como se ilustra en la figura no. 1.1.

Hidráulicamente, el acuífero del Valle de Querétaro está conectado con el acuífero de San Juan del Río al oriente y con el acuífero de Buenavista al norte.

1.2 Clima

Dentro del Valle de Querétaro se localizan tres estaciones climatológicas: Querétaro, EL Pueblito y Juriquilla, que se toman como representativas del clima del sureste, suroeste y norte, respectivamente, del Valle. El clima del Valle de Querétaro, de acuerdo al segundo sistema del Dr. C.W. Thornthwaite, con base a los registros de las estaciones climatológicas mencionadas se define como clima seco en el norte y sureste, semi-seco en el suroeste, con pequeña o nula deficiencia de agua, templado-cálido, con baja concentración de calor en verano.

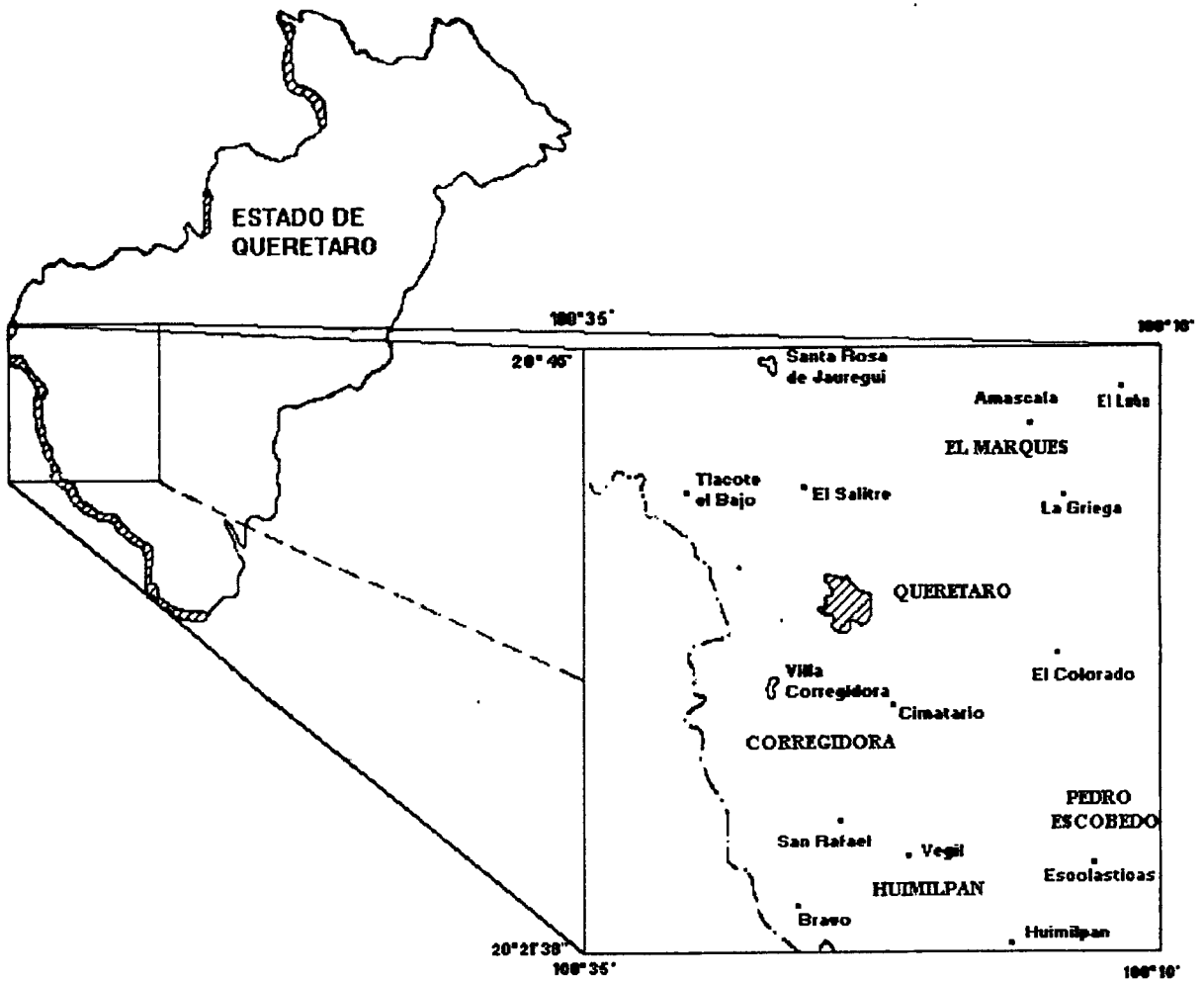


Figura 1.1 Localización de la zona de estudio.

La temperatura media anual en el sureste del Valle de Querétaro, de acuerdo a lo mostrado en la estación Querétaro es de 18.84 °C, teniendo una variación de 7.79° C, ya que la temperatura media mensual más alta es de 22.64 °C correspondiente al mes de mayo, y la temperatura media mensual más baja es de 14.85 °C que corresponde al mes de enero; al norte la temperatura media anual de acuerdo a la estación Juriquilla es 17.42 °C, con una media máxima de 20.59 °C y una media mínima de 13.20 °C; al suroeste la temperatura media anual es de 18.29 °C, con una media máxima de 21.95 °C y una media mínima de 14.22 °C.

Sobre el Valle de Querétaro llueven 566.52 mm de precipitación media anual según registros de la estación Querétaro en el periodo 1960-1990. Esta precipitación se reparte en dos periodos: uno húmedo, que va de junio a septiembre con una lluvia media acumulada de 415.64 mm; y otro seco, con duración de octubre a mayo con 150.88 mm de precipitación acumulada. La estación El Pueblito registra una precipitación media anual de 583.29 mm, mientras que en Juriquilla el promedio anual es de 503.05 mm.

La evaporación potencial media anual registrada en la estación Querétaro es de 2085.99 mm, en la estación Juriquilla se tienen anotados 1816.78 mm y en la estación El Pueblito se han registrado 2092.64 mm.

1.3 Hidrología Superficial

La red hidrográfica del acuífero del Valle de Querétaro forma parte de la cuenca del Río Lerma, región hidrológica No. 12. En el Valle de Querétaro se destacan como corrientes principales:

a) Río Querétaro. Atravieza el acuífero de este a oeste, cruzando por la Cd. de Querétaro.

b) Río Pueblito. Atravieza la zona sureste del acuífero, cruzando por el poblado de Villa Corregida siguiendo rumbo al noreste.

c) Arroyo La Gallina. Esta corriente descarga en el Bordo San Carlos, al sur del poblado de Tlacote El Bajo. De aquí los escurrimientos prosiguen hacia el sur para descargar al Río Querétaro.

d) Arroyo Jurica. Son los excedentes de la Presa Jurica que escurren hacia el sur.

e) Arroyo Peñuelas, Arroyo Bolaños, Arroyo Pedro Mendoza y Arroyo El Pachonal son otras corrientes que completan la red hidrográfica del Valle de Querétaro.

1.4 Geología

a) Morfología. Corresponde a un extenso valle de forma poco alargada en dirección norte-sur, relleno de sedimentos aluviales, flujos de lava y depósitos volcanoclásticos lacustres de unos 100 metros de espesor cada uno, según el área.

Este valle es el resultado del hundimiento producido por un sistema de fallamientos escalonados por esfuerzos distensivos dirigidos hacia el poniente y al oriente respectivamente, con fallas ordenadas casi simétricamente y notoriamente equidistantes con orientación noroeste-sureste entre los 10° y 15° de alto echado extendiéndose más hacia la parte occidental. Figura No. 1.2.

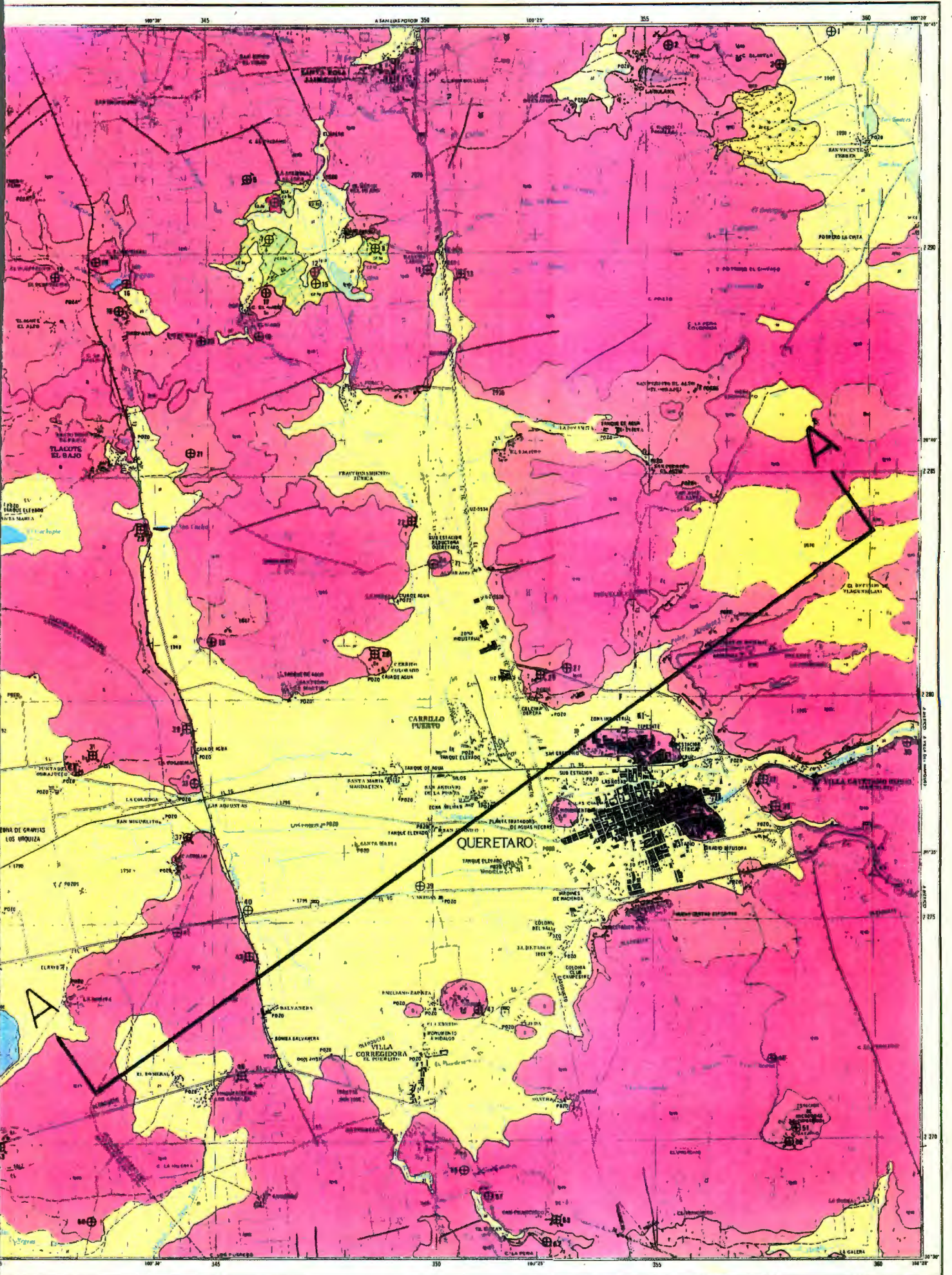
Hacia el norte, el piso del graben va subiendo paulatinamente hasta perder su estructura ya en el poblado de Santa Rosa de Jauregui, aunque las fallas originales aun persisten.

Las márgenes del graben se presentan asimétricas, observándose más escarpadas hacia la parte oriente, coincidiendo generalmente con la traza de una de las fallas principales. Hacia la parte poniente, el escarpe de esta margen es menos conspicuo, con excepción de algunos lugares.

Se distinguen dos fallas principales, dentro de la zona de estudio, con dirección noroeste-sureste.

b) Distensión al poniente

FALLA TLACOTE. Atraviesa el poblado de Tlacote el Bajo hacia el norte y el poblado de Balvanera hacia el sur; presenta un desplazamiento al oriente, siguiendo su dirección, del poblado La Negraeta a Puerta de San Rafael.



c) Distensión al oriente

FALLA QUERÉTARO. Corre prácticamente paralela a la carretera Querétaro-San Luis Potosí y posiblemente se inicia en la parte sur de Santa Rosa de Jáuregui; presenta un corrimiento hacia el oriente ocasionado por la falla Menchaca; se continua en dirección sur aunque actualmente se encuentra cubierta por derrames basálticos del Cerro El Cimatario, llegando hasta el poblado La Ceja, al oriente de Huimilpan.

La distancia entre estas fallas es de aproximadamente 7 kilómetros. El piso del graban ha sido afectado por disturbios volcánicos de los cuales se detectan manifestaciones como el Cerro del Tambor, el Cerro de las Campanas y otros que han rellenado parcialmente el graban, y que han quedado como testigos de estos eventos.

Se detectan lineamientos con orientación noroeste-sureste dentro de los 30' como principales y otros sistema de lineamientos controlados también por los esfuerzos tensionales del mecanismo del graban y paralelos a la dirección de máxima tensión. Tal es el caso de una fractura o falla La Cañada transversal al graben que se inicia sobre el Río Querétaro, en el poblado de La Cañada y continúa al poniente por Calera de Obrajuelo y Calera de Ameche.

Paralela a ésta, al norte se encuentra la Falla Menchaca de las mismas características anteriores.

1.5 Hidrogeología

Por la complejidad de los eventos geológicos y la deposición de los materiales que conforman la estratigrafía de la zona de estudio, se reconocen tres unidades hidrogeológicas, que agrupan grandes paquetes de materiales con características de origen y permeabilidad similares.

Ya que estas unidades son heterogéneas por su composición, así como por su edad, la descripción que se hace no guarda una relación especial por posición estratigráfica sino más bien por su distribución espacial.

a) Unidad 1. Acuíferos de Extensión Regional de Permeabilidades Bajas a Medias en Medios Granulares.

Litología: Depósitos aluviales y sedimentos volcano-clásticos lacustres con derrames basálticos intercalados e interdigitados a profundidad.

Distribución y espesor: Esta unidad de relleno de fosas se localiza en la parte plana del Valle de Querétaro principalmente; al norte se limita en las inmediaciones de Jurica, se estrecha al sur en la Zona Industrial y se abre hacia la Ciudad de Querétaro. En el límite sur se encuentra Villa Corregidora y hacia el poniente se limita con la falla El Tlacote para después abrirse al estado de Guanajuato.

El espesor promedio es de 400 m alcanzando hasta 600 m en la parte poniente de la zona de estudio. Las mayores profundidades reportadas son en Santa María Magdalena, el Fraccionamiento Jurica y la parte suroeste de Villa Corregidora.

Características hidrogeológicas: La conductividad hidráulica varía de 0.9 a 26 m/día; los valores de transmisividad oscilan de 70 a 1700 m²/día y el coeficiente de almacenamiento regional es de 0.07. La capacidad específica varía de 0 a 10 lps/m en promedio [12].

Funcionamiento hidráulico: Esta unidad funciona a nivel regional como un acuífero en medios granulares con intercalación de rocas volcánicas. Es de tipo semiconfinado a libre.

Los mecanismos de recarga mediante flujo subterráneo para esta unidad es como se describe a continuación:

Por el oriente a través de La Cañada se presenta la principal entrada subterránea a esta unidad acuífera. El mecanismo de recarga tiene que ver con el fracturamiento abierto y el gradiente hidráulico de la UNIDAD 2.

Por el sur se manifiesta un flujo local profundo procedente de la sierra de Huimilpan que desemboca en Villa Corregidora.

Por el norte la recarga subterránea proviene del Valle de Buena Vista con dos entradas: Jurica y Tlacote El Bajo con direcciones N-S para ambas localidades.

La recarga superficial se lleva a cabo a través de retornos de riego e infiltración de aguas pluviales a los depósitos aluviales. También mediante las sierras periféricas a esta unidad, utilizando el fracturamiento como medio de conducción de agua a profundidad.

A través de esta unidad se lleva a cabo la descarga subterránea hacia la subcuenca de Celaya mediante el estrechamiento estructural que coincide con los límites estatales y que además está formado por la UNIDAD 2. La principal descarga de agua se lleva a cabo mediante explotación de pozos.

El nivel estático es de 90 m en promedio y llega a 150 m en la Zona Industrial, ha tenido una evolución de casi 20 m de descenso en 5 años y hasta 50 m en la Zona Industrial; lo anterior se debe a que en esta zona se encuentran depositados grandes espesores de arcillas.

b) Unidad 2. Acuíferos locales restringidos a zonas de fracturamiento.

Litología: Tobas, basaltos y brechas volcánicas.

Distribución y Espesor: Esta unidad es la más ampliamente distribuida en la zona de estudio hasta con el 70 % en superficie y ocupa desniveles topográficos en ocasiones abruptos ya que forma mesas y en menor cantidad aparatos volcánicos.

En el subsuelo se encuentra sobreyaciendo discordantemente a los depósitos de la unidad hidrogeológica 1 y concordantemente con la UNIDAD 3, o bien por contacto de falla. En algunos casos aparece como un cuerpo flotante sobre la Unidad 1. El espesor estimado a través de sondeos eléctricos verticales es de 350 m en promedio.

Características hidrogeológicas: Los valores de permeabilidad son muy variables. No se cuenta con suficiente información como para zonificar o discriminar lugares por rango de conductividad hidráulica sino con información puntual de algunos sitios específicos, tal como el caso del rancho La Tinaja, Apapataro, El Capricho, La Solana y El Salto con valores de 1.0, 235, 3.1, 20.9 y 0.15 m/día respectivamente [12].

Para los valores de transmisividad ocurre lo mismo ya que la información es escasa. Los sitios específicos que sí cuentan con

información son precisamente los lugares mencionados anteriormente y sus valores son: 291, 10541, 338.7, 552 y 18.1 m³/día respectivamente, además al poniente de la Zona Industrial con 28.5 m³/día.

Funcionamiento hidrogeológico: Esta unidad es permeable aún encontrándose arriba del nivel de saturación, lo anterior se debe al grado y calidad de fracturamiento, limpio y abierto generando buena permeabilidad entre fracturas. Esta unidad funciona como elemento de recarga y en general permite el paso de agua en sentido vertical, pero en brechas volcánicas y tobas el agua ha sido extraída casi en su totalidad.

La profundidad del nivel estático es muy variable. Los gastos y profundidades totales de pozos son muy heterogéneos, esto dificulta zonificarlos; la capacidad específica varía de 0 a 40 lps/m.

c) Unidad 3. Depósitos aluviales y pluviales de poca extensión y de poco espesor.

Litología: Depósitos esencialmente aluviales que sobreyacen a cualquier otra unidad hidrogeológica.

Distribución y espesor: Se encuentran rellenando cauces como es el caso del Río El Pueblito. Esta unidad se diferencia de la Unidad 1 por carecer de depósitos lacustres además de tener pequeños espesores.

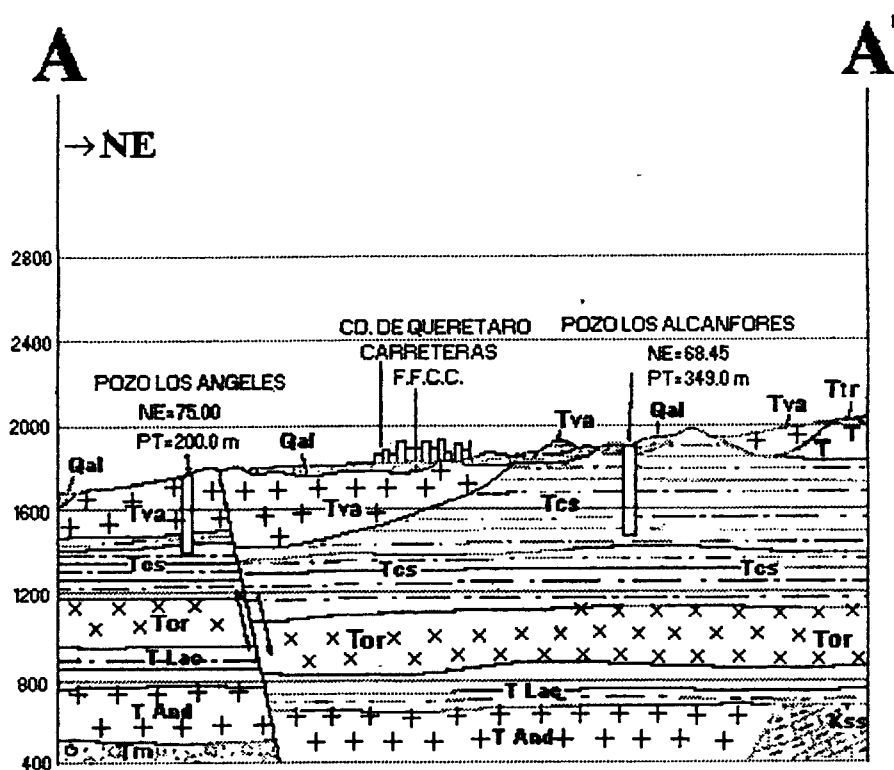
Funcionamiento hidrogeológico: A través de esta unidad puede ocurrir una recarga vertical.

La figura no. 1.3 presenta las unidades geológicas.

1.6 Historia del Aprovechamiento Subterráneo

La extracción del acuífero del Valle de Querétaro se inicia aproximadamente en el año de 1940 con la construcción de norias y pozos de poca profundidad. En esta época se estima la ubicación de los pozos a poca profundidad, ya que este recurso no era aún normalmente explotado en volumen considerable.

SECCION GEOLOGICA ESQUEMATICA



Nomenclatura

- Qal : Gravas, Arenas, Limos y Arcillas
- Tva : Andesita, Andesita Basáltica y Basaltos
- Tcs : Depósitos volcano-clásticos lacustres
- Tor : Ignimbrita riolitica con tobas pumíticas asociadas
- T Lac : Depósitos lacustres
- T And : Andesita, Andesita basáltica
- Tm : Conglomerado, arenisca
- Kss : Caliza arcillosa

Figura No. 1.3. Unidades Geológicas [11].

Con el desarrollo de las actividades agrícolas, pecuarias, industriales y urbanas, fue necesario contar con el recurso en cantidades cada vez mayores, resultando ya insuficiente el aprovechamiento de los escurrimientos superficiales. Así, a partir de 1970 se inicia e intensifica de manera constante la perforación de captaciones; en ese año la profundidad que alcanzaban los niveles de agua eran de 1 a 5 m en algunas áreas, y de 20 a 40 m en otras. Hasta 1981, la extracción a que había sido sometido el acuífero se vio reflejado en un descenso de los niveles del agua, localizándose a 60 m en las zonas más profundas (zona industrial) y a 50 m en el resto del área; se estima que durante ese año el volumen de agua aprovechado fue de 38 millones de m³ [5].

Para el año de 1985 el aumento de las perforaciones fue considerable, habiendo sido registradas 111 captaciones activas, las cuales extraían un volumen de 57 millones de m³; por tal motivo se produce un descenso en los niveles del agua a un ritmo estimado de 3.3 metros por año. La profundidad al nivel del agua para ese año es de 90 a 100 m en la zona más profunda y de 60 a 70 m en el resto del área.

Para el año de 1990 el número de aprovechamientos para la misma zona es de 170 con un volumen total extraído de 90 millones de m³. El descenso en los niveles del agua es del orden de 2.50 metros por año, por lo que la profundidad es de 150 m en la zona industrial y entre 80 y 90 m en el resto del área.

1.7 Hidrología Subterránea

1.7.1 Niveles de Agua Subterránea.

En todo estudio geohidrológico la representación gráfica de la posición de los niveles de agua subterránea es fundamental. Con el trazo de la red de flujo se accede al conocimiento de las direcciones que sigue el movimiento del agua en el subsuelo; se pueden visualizar zonas con diferentes valores de permeabilidad por los cambios de gradiente hidráulico y también de manera cualitativa, el estado de desbalance entre la recarga y la descarga. De contarse con información razonablemente aproximada de la geometría del acuífero y con los datos de transmisividad, la red

de flujo es entonces la base para el cálculo de caudales de flujo subterráneo.

La historia piezométrica abarca el periodo 1970 a 1991, sin embargo, los años de mayor información son 1981, 1985 y 1991, razón por la cual se seleccionaron dichos años para la representación gráfica de los niveles de agua que se ilustran en las figuras 1.4 a 1.6.

1.7.2 Flujo Subterráneo.

Elevación del nivel del agua en 1981.

La configuración mostrada en la figura 1.4 que corresponde al año de 1981 muestra notoriamente la repercusión de los efectos del bombeo iniciado a gran escala cuando menos desde 1970. Ya para ese entonces, la mayor parte del flujo generado desde las zonas de Buenavista, La Cañada y Huimilpan convergían hacia la zona del valle, donde la concentración de pozos de la Zona Industrial Benito Juárez y de la ciudad de Querétaro habían formado ahí una amplia depresión piezométrica y otras dos más al sur, cuyos efectos se extienden al poniente, donde la inversión del flujo tiende a cancelar la salida natural hacia el valle de Guanajuato.

En la porción norte del valle, el esquema de flujo subterráneo muestra una tendencia hacia las condiciones o cuando menos no es franca la deformación por el bombeo. En efecto, el flujo provocado hacia la zona centro del valle desde las vecindades de Santa Rosa de Jáuregui y Mompani escurre entre sus límites permeables con un gradiente acuífero del 1% hasta el límite norte de la zona industrial; ya dentro de esta área, el gradiente se incrementa al 2%, antes de que una parte del flujo se dirija al cono de abatimiento y la otra fracción hacia la zona de Cerrito Colorado y San Pedro Mártir.

En la cabecera de este flujo se aprecian dos corredores separados por el complejo impermeable de rocas sedimentarias marinas y una serie de emisiones volcánicas intermedias por su profundidad de emplazamiento. El corredor oeste área de Mompaní y el Nabo, se establece desde las cotas 1950 hasta 1880 m en tanto que en el

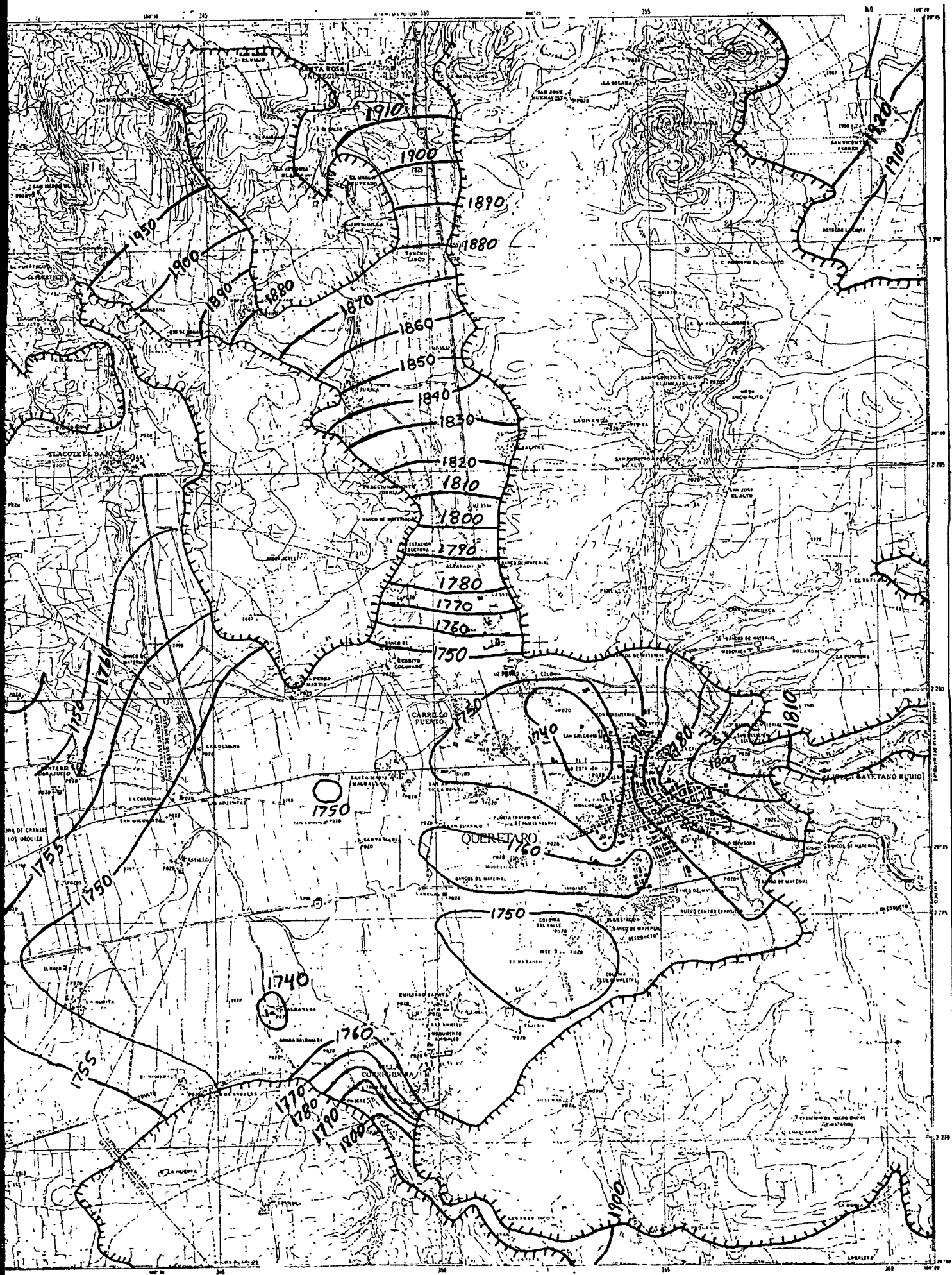


Figura No. 1.4 Niveles Piezométricos en 1981 [12]

corredor oriente, la elevación al nivel del agua va de 1910 a 1880 metros donde ambos corredores confluyen. La diferencia de elevaciones en estas zonas están controladas por un bajo estructural con probable basculamiento hacia el oriente.

En el área adyacente a la desembocadura de La Cañada la deformación de la red de flujo es evidente. En esta zona y al sur del estrechamiento del Río Querétaro, el gradiente de flujo entre Villa del Marqués y la salida al valle es de casi 0.003, incrementándose al 2% conforme se aproxima al cono de depresión de la Zona Industrial y la Ciudad de Querétaro.

Elevación del nivel del agua en 1985.

Para esta fecha la red de flujo se modificó con respecto a la de 1981 de la siguiente manera: En la porción sur de la Zona Industrial Benito Juárez, las depresiones piezométricas han variado poco su extensión pero se han profundizado entre 20 y 40 m. En la porción norte de la zona industrial se delinearán otras dos depresiones de 1730 y 1720 m deformando sustancialmente el flujo que con un gradiente uniforme descendía del norte hacia el centro del valle.

Por lo que respecta al flujo subterráneo en el área de Apaseo, en 1981 mostraba una inversión hacia el valle de Querétaro, para 1985 esboza una configuración de salida hacia la zona de Apaseo con las curvas equipotenciales 1940, 1939 y 1930 m, como se muestra en la figura 1.5. Esta inversión de flujo entre 1981 y 1985, puede deberse a un incremento de pozos de la zona de Apaseo.

Otro cambio notorio de las condiciones piezométricas se observa en el entorno de Villa Corregidora, en donde la carga hidráulica ha descendido entre 15 y 20 m.

En la zona de La Cañada donde vierte el Río Querétaro, aunque el esquema de flujo subterráneo con respecto a 1981 es en términos generales el mismo, sus cargas descendieron también del orden de los 20 m.

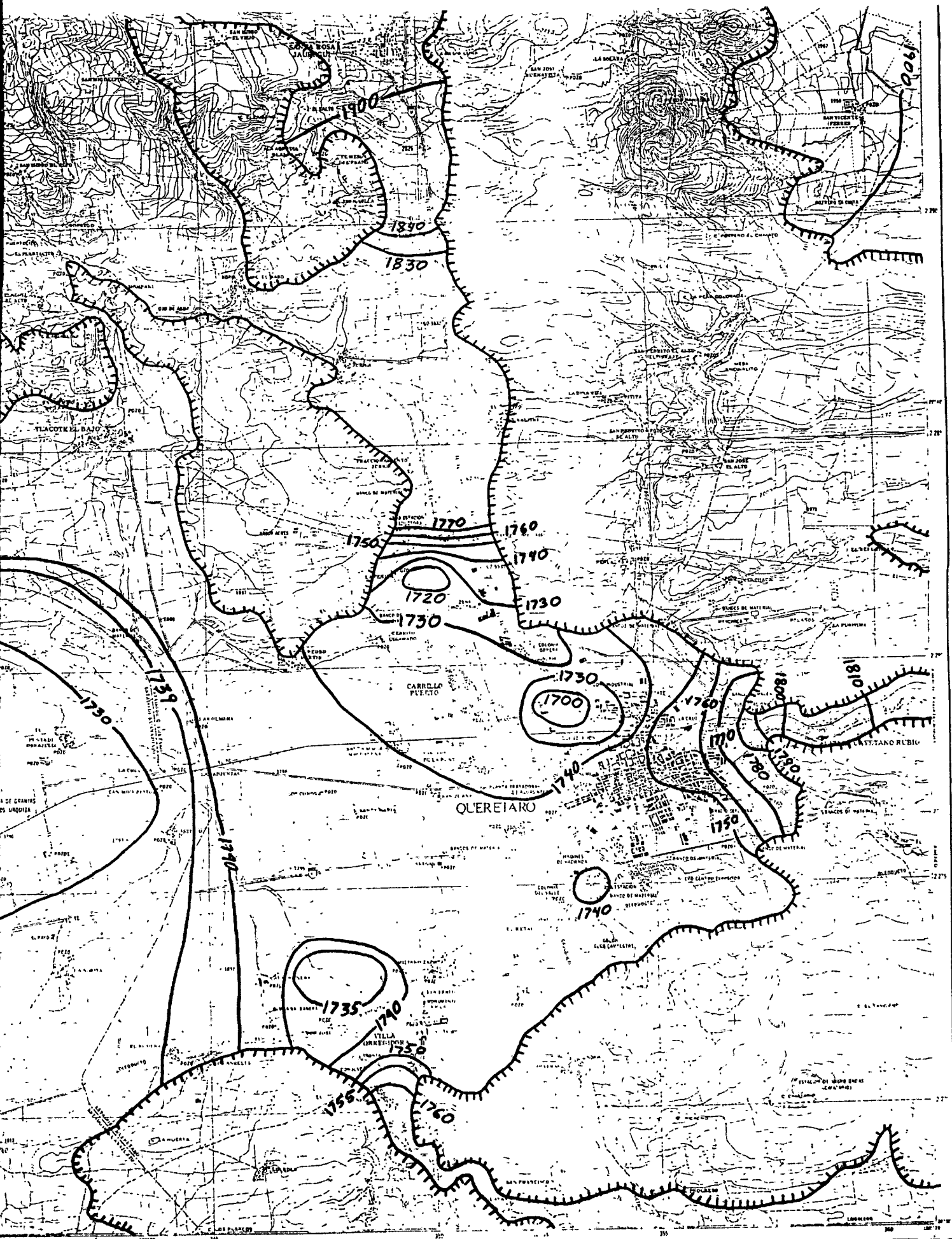


Figura No. 1.5. Niveles Piezométricos en 1985. [12]

Elevación del nivel del agua en 1991

Entre 1985 y 1990, la extracción en el valle de Querétaro tuvo un incremento estimado de 32 millones de m³, generados por la puesta en operación de unas 60 captaciones nuevas, la mayoría de las cuales fueron emplazadas en el perímetro de la zona industrial y en las vecindades de la Ciudad de Querétaro.

La respuesta del nivel del almacenamiento subterráneo a esta descarga adicional y a los efectos de superposición de abatimientos entre pozos se ilustra en la distribución de elevaciones de la Figura No. 1.6.

En esta figura se aprecia la presencia de un cono piezométrico de elevación 1720 m al cual convergen los escurrimientos subterráneos provenientes del norte, oriente y sur.

Al poniente, un domo piezométrico de 1730 m tiende a funcionar como el parteaguas hidrodinámico que separa el flujo hacia las llanuras de Apaseo y hacia el Valle de Querétaro.

Las cargas piezométricas varían desde los 1900 m en las áreas de Mompaní y Santa Rosa de Jáuregui, desde donde el flujo subterráneo escurre con un gradiente uniforme del 2%, hasta las de 1720 m al norte de la Zona Industrial. A partir de esta equipotencial, una porción del agua circula en el subsuelo con un gradiente menor hacia un reducido embudo de elevación 1710 m y otra hacia la depresión principal.

En la porción oriental, se establecen elevaciones de 1800 m en La Cañada del Río Querétaro y de 1730 m antes de que el flujo converja en la depresión central.

1.8 Delimitación del área de estudio

Como se observa en el subcapítulo 1.7, el acuífero del valle de Querétaro presenta serios problemas de sobreexplotación con grandes abatimientos en los niveles piezométricos en virtud de la creciente demanda del agua subterránea. Las acciones tendientes a modelar el

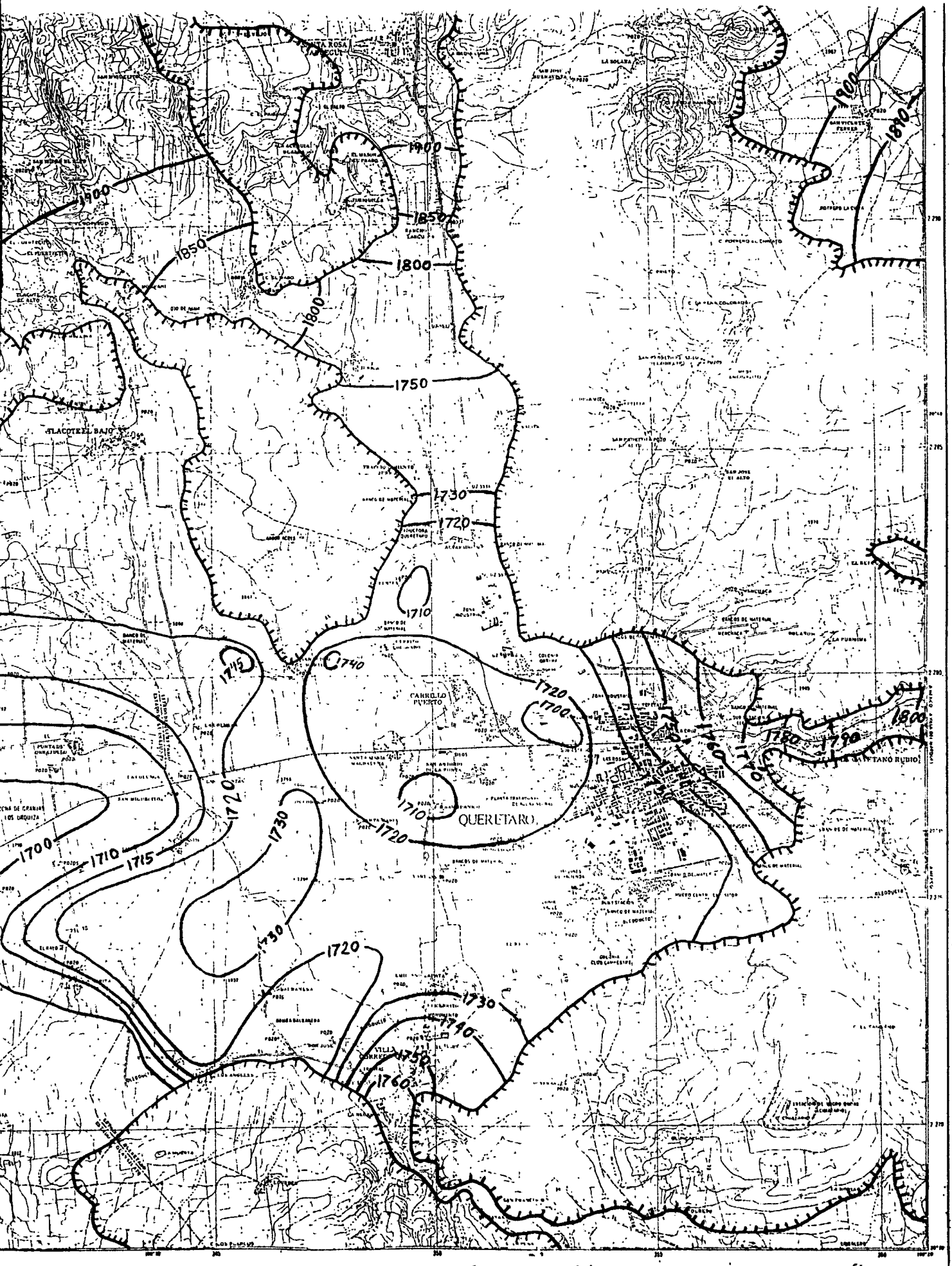


Figura No. 1.6. Niveles Piezométricos en 1991. [12]

comportamiento del agua subterránea resultan importantes en cuanto a que permiten estructurar un óptimo manejo del recurso.

La calidad de la simulación va ligado directamente a la calidad de la información sobre las propiedades geohidrológicas del acuífero. Con el propósito de limitar la variabilidad de los parámetros geohidrológicos del acuífero se ha limitado el área de estudio a la zona de material aluvial del acuífero del valle de Querétaro. Esta región se puede observar claramente en la carta geológica de DETENAL F-14-C-65 de Querétaro, ilustrada anteriormente en la figura no. 1.2.

En base a este criterio se obtuvo un área de modelación de 121.7008 km², cuyos límites físicos se aprecian en la figura no. 1.7. Dentro de esta zona ha quedado comprendido toda la zona conurbada de la ciudad de Querétaro, el corredor industrial Benito Juárez, así como la gran mayoría de los pozos de extracción del acuífero.

En este trabajo los planos son reducciones de carta de Detenal a una escala aproximada 1 a 110,000. Los esquemas del acuífero han sido ajustados a la misma escala aproximada para propósitos de comparación.

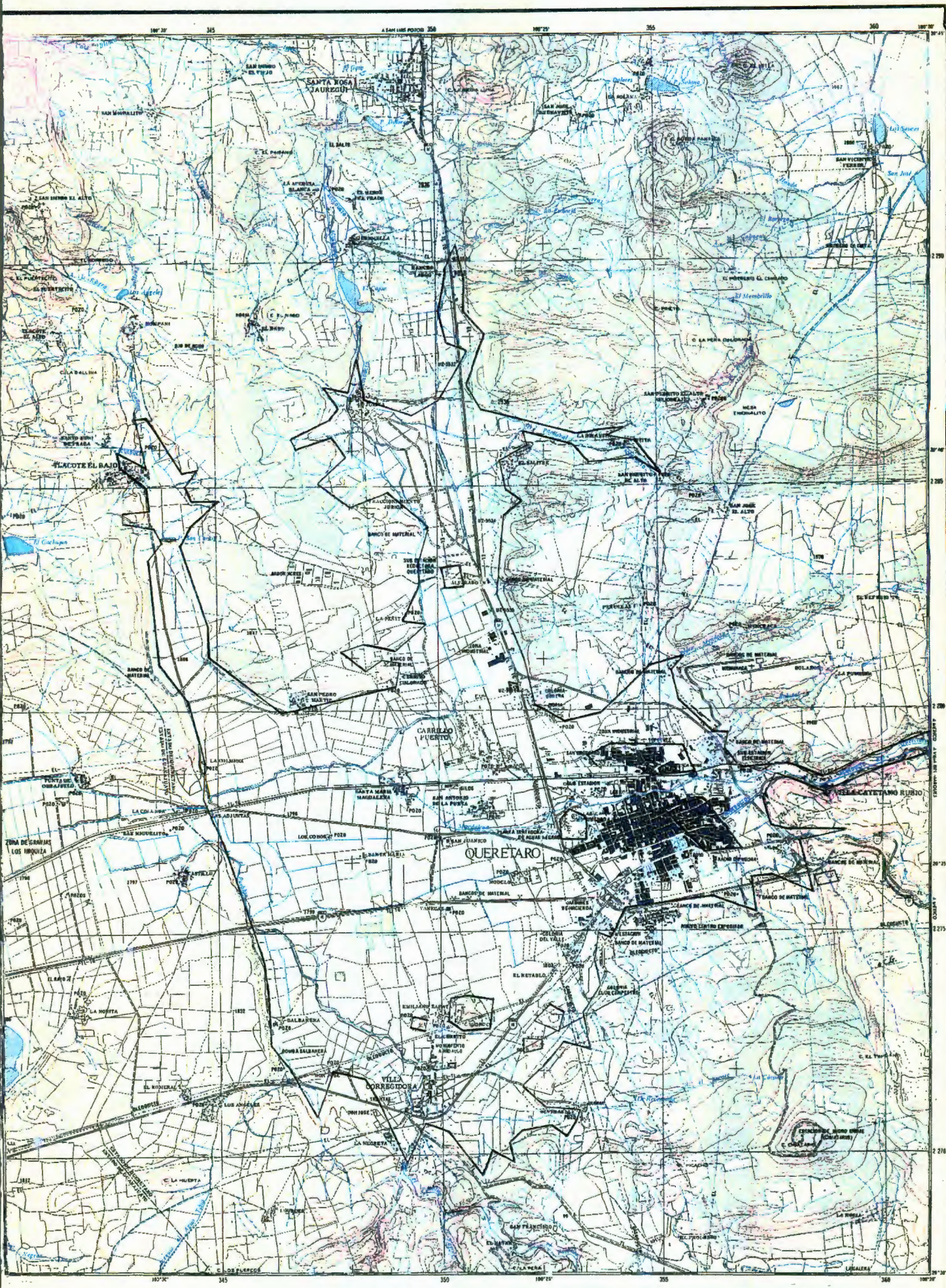


Figura No. 1.7. Delimitación de la zona de estudio.

*"Huellas que cruzan dunas
de arena que el viento no
puede borrar...."*

CAPITULO 2

TEORIA DEL KRIGING

Kriging es una técnica de interpolación lineal que se basa en la teoría geoestadística de Matheron (1971). El nombre de kriging se debe al geólogo sudafricano D. G. Krige, cuyo trabajo puede considerarse precursor del método. En la literatura en francés este método se conoce como "krigeage", y en inglés como "kriging" [17]. No teniendo conocimiento de palabras derivadas en castellano, se utilizarán términos como "krigar" a la acción de aplicar la técnica de kriging y "krigado" al tiempo pasado.

La geoestadística es una disciplina que evoluciona que fue desarrollada primeramente para utilizarse en la industria minera, pero su utilidad en otros sectores de las ciencias terrestres ha aumentado. El objetivo del kriging puede establecerse como sigue: Dado un conjunto de valores de una función en puntos de muestreo conocidos en el espacio (o tiempo), se pueden determinar las mejores estimaciones de los valores de esta función en puntos o regiones en el espacio (o tiempo) donde faltan muestras. Para ser las estimaciones "las mejores", el estimador debe satisfacer dos criterios: (1) debe ser estadísticamente sin sesgo y (2) la varianza del error de estimación debe ser mínimo.

La Geoestadística es un tema sobre el cual se han escrito libros. La siguiente discusión general es una colección de los puntos salientes de la teoría geoestadística pertinente a la aplicación del kriging a los logaritmos de las transmisividades.

2.1 Definiciones

iciones:

Variable Regionalizada (VRe): una variable que esta distribuída en el espacio (ej, transmisividad, log-transmisividad, carga hidráulica). Esta definición no implica conotación estadística.

Variable Aleatoria (VA): una función que le asigna un valor al resultado (realización) de un ensayo. Los valores que una VA pueda asumir son determinados mediante una distribución de probabilidad.

Función Aleatoria (FA): Un conjunto particular de valores de una VRe cuyos componentes pueden ser considerados como realizaciones de una VA. En general, los componentes de una FA son dependientes. Sea $Z(x)$ una VA en el espacio, entonces por cada conjunto de k puntos existe un vector de función aleatoria de k componentes

$$(Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_k))$$

que abarca las realizaciones de $Z(x)$. El momento de primer orden (el valor esperado) de $Z(x)$ puede ser una función de posición y se escribe

$$E[Z(x)] = m(x) \quad (2.1)$$

Tres momentos de segundo orden de $Z(x)$ son de interés: (1) la varianza, (2) la covarianza, y (3) el variograma. La varianza de $Z(x)$ es el momento de segundo orden alrededor de $m(x)$ definido como

$$\text{Var}[Z(x)] = E\{[Z(x) - m(x)]^2\} \quad (2.2)$$

La covarianza entre dos VAs, $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ es

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\} \quad (2.3)$$

El variograma es definido como la varianza del incremento $[Z(x_1) - Z(x_2)]$ y se escribe

$$2\gamma(x_1, x_2) = \text{Var}[Z(x_1) - Z(x_2)] \quad (2.4)$$

La función $\gamma(x_1, x_2)$ se conoce como semi-variograma.

Estacionaridad estricta: Una propiedad poseída por una FA (o VA) cuando su función de densidad de probabilidad es invariante bajo traslación.

Estacionaridad de segundo orden: una propiedad poseída por una FA cuando (1) su valor esperado existe y es independiente de la posición, o sea

$$E[Z(x)] = m, \quad \forall x \quad (2.5)$$

y (2) para cada pareja de VAs $Z(x)$ y $Z(x+\underline{s})$, donde \underline{s} es un vector de desplazamiento, la covarianza existe y depende sólo de \underline{s} , o sea

$$\text{Cov}(\underline{s}) = E[Z(x+\underline{s}) \cdot Z(x)] - m^2, \quad \forall x \quad (2.6)$$

Implícita en la suposición de estacionaridad de segundo orden es la existencia de la varianza, o sea

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z(x)] &= E\{[Z(x) - m]^2\} \\ &= \text{Cov}(0), \quad \forall x \end{aligned} \quad (2.7)$$

y por lo tanto

$$\begin{aligned} \gamma(\underline{s}) &= 1/2 E\{[Z(x+\underline{s}) - Z(x)]^2\} \\ &= \text{Cov}(0) - \text{Cov}(\underline{s}), \quad \forall x \end{aligned} \quad (2.8)$$

Hipótesis intrínseca: Una hipótesis que se aplica a una FA cuyo (1) valor esperado existe y es independiente de la posición, o sea

$$E[Z(x)] = m, \quad \forall x$$

y (2) el valor incrementado $[Z(\underline{x}+\underline{s}) - Z(\underline{x})]$, donde \underline{s} es un vector de desplazamiento, tiene una varianza finita que es independiente de la posición, o sea

$$\begin{aligned} \text{Var}[Z(\underline{x}+\underline{s}) - Z(\underline{x})] &= E\{[Z(\underline{x}+\underline{s}) - Z(\underline{x})]^2\} \\ &= 2\gamma(\underline{s}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

La hipótesis intrínseca es más débil que la hipótesis de estacionariedad de segundo orden porque una función aleatoria intrínseca no necesita tener varianza o covarianza. La estacionariedad de segundo orden implica la hipótesis intrínseca, pero lo contrario no es verdadero.

Función Aleatoria Quasi-estacionaria: una FA para la cual la hipótesis estacionaria o estacionaria de segundo orden es válida sólo en una vecindad limitada, la unión de la cual comprende el dominio siendo estudiado. Una FA quasi-intrínseca se define de manera similar.

Elemento del Dato: el volumen $v(\underline{x})$, centrado en el punto \underline{x} de la muestra para la cual un valor de la VA de interés es asignado. Sea $Z(\underline{x})$ una VA continua de puntos en el espacio. La cantidad promediada $Z_v(\underline{x})$ definida como

$$Z_v(\underline{x}) = \frac{1}{v(\underline{x})} \int_{v(\underline{x})} Z(\underline{y}) d\underline{y} \quad (2.10)$$

se llama la "regularización" de $Z(\underline{x})$ sobre el volumen $v(\underline{x})$. Si la FA $Z(\underline{x})$ es estacionaria de segundo orden, entonces cualquier FA $Z_v(\underline{x})$ regularizada es también estacionaria de segundo orden.

La dimensión de los elementos para el cual un conjunto dado de datos son definidos es importante porque afectan la varianza del conjunto de datos. Aumentar el tamaño de los elementos implica que los datos serán regularizados sobre un volumen mayor. Esto filtra efectivamente valores extremos de los datos del cálculo de la varianza del conjunto de datos. Entonces, la varianza del conjunto

de datos está inversamente relacionada con la dimensión de los elementos para la cual los datos son definidos.

2.2 Desarrollo de las Ecuaciones del Kriging

Sea $Z(\underline{x})$ una FA estacionaria de segundo orden para la cual existen N observaciones (datos) $\check{Z}_v(\underline{x}_i)$, $i=1,2,\dots,N$, definida sobre elementos iguales v . Cada observación $\check{Z}_v(\underline{x}_i)$ puede tener un error de medición asociado $e(\underline{x}_i)$ y está relacionado con el valor verdadero de la FA regularizada en \underline{x}_i , $Z_v(\underline{x}_i)$ a través de

$$\check{Z}_v(\underline{x}_i) = Z_v(\underline{x}_i) + e(\underline{x}_i) \quad (2.11)$$

Los errores de medición $e(\underline{x}_i)$ se asumen ser (1) no sistemáticos, o sea

$$E[e(\underline{x})] = 0, \quad \forall \underline{x} \quad (2.12)$$

(2) no correlacionados con cada uno, o sea

$$\text{Cov}[e(\underline{x}_i), e(\underline{x}_j)] = 0, \quad \forall \underline{x}_i, \underline{x}_j \quad (2.13)$$

y (3) no correlacionados con la FA $Z(\underline{x})$, o sea

$$\text{Cov}[e(\underline{x}_i), Z(\underline{x}_j)] = 0, \quad \forall \underline{x}_i, \underline{x}_j \quad (2.14)$$

Kriging se utilizará para estimar el valor promedio $Z_v(\underline{x}_0)$ de la FA continua de puntos $Z(\underline{x})$ sobre el elemento $V(\underline{x}_0)$, donde

$$Z_v^*(\underline{x}_0) = \frac{1}{V(\underline{x}_0)} \int_{V(\underline{x}_0)} Z(y) dy \quad (2.15)$$

En general, el elemento siendo krigado, $V(\underline{x}_0)$, es mayor o igual al elemento para el cual los datos son definidos, v .

El estimador de kriging $Z_v^*(\underline{x}_0)$ de $Z_v(\underline{x}_0)$ comprende una combinación lineal de las N observaciones $\check{Z}_v(\underline{x}_i)$, o sea

$$Z_K^*(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^N \alpha_i Z_v(\mathbf{x}_i) \quad (2.16)$$

Los factores de ponderación kriging, α_i , son calculados para asegurar que $Z_K^*(\mathbf{x}_0)$ sea una estimación no sesgada de $Z_v(\mathbf{x}_0)$ y que la varianza del error de estimación sea mínimo.

Para que $Z_K^*(\mathbf{x}_0)$ sea una estimación no sesgada de $Z_v(\mathbf{x}_0)$, el valor esperado del error de estimación $\delta(\mathbf{x}_0)$ definido como

$$\delta(\mathbf{x}_0) = Z_K^*(\mathbf{x}_0) - Z_v(\mathbf{x}_0) \quad (2.17)$$

debe ser igual a cero. Para garantizar esto, es suficiente imponer la condición:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \quad (2.18)$$

entonces

$$E[Z_K^*(\mathbf{x}_0)] = E\left[\sum_{i=1}^N \alpha_i Z_v(\mathbf{x}_i)\right] = m \sum_{i=1}^N \alpha_i = m \quad (2.19)$$

y como la FA $Z(\mathbf{x})$ se asume ser estacionaria de segundo orden

$$E[Z_v(\mathbf{x}_0)] = m \quad (2.20)$$

entonces

$$E[\delta(\mathbf{x}_0)] = 0 \quad (2.21)$$

La varianza del error de estimación es

$$\text{Var}(\delta(\mathbf{x}_0)) = E\{[Z_K^*(\mathbf{x}_0) - Z_v(\mathbf{x}_0)]^2\}$$

$$= E\left\{\left[\sum_{i=1}^N \alpha_i (Z_v(\mathbf{x}_i) + e(\mathbf{x}_i)) - Z_v(\mathbf{x}_0)\right]^2\right\}$$

$$= E\left\{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j Z_v(\mathbf{x}_i) Z_v(\mathbf{x}_j) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j Z_v(\mathbf{x}_i) e(\mathbf{x}_j)\right\}$$

$$\begin{aligned}
& - 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i z_v(\mathbf{x}_i) z_v(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j e(\mathbf{x}_i) e(\mathbf{x}_j) \\
& - 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i e(\mathbf{x}_i) z_v(\mathbf{x}_0) + [z_v(\mathbf{x}_0)]^2 \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Mediante la linealidad del operador de expectación y las propiedades asumidas de los errores de medición en las ecs. (2.12) a (2.14), los términos segundo y quinto de ec. (2.22) serán iguales a cero. El cuarto término de esta ecuación se vuelve

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j E\{e(\mathbf{x}_i) e(\mathbf{x}_j)\} = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \sigma_i^2 \quad (2.23)$$

porque

$$E\{e(\mathbf{x}_i) e(\mathbf{x}_j)\} = 0 \quad , \quad \forall i \neq j \quad (2.24)$$

$$= \sigma_i^2 \quad , \quad \forall i = j \quad (2.25)$$

donde σ_i^2 es la varianza del error de medición de la observación $Z_v(\mathbf{x}_i)$. Los restantes tres términos de la ec. (2.22) pueden expanderse y simplificarse como sigue:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j E\{Z_v(\mathbf{x}_i) Z_v(\mathbf{x}_j)\} &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \frac{1}{V^2} \int_{\mathbf{v}} d\mathbf{x} \int_{\mathbf{v}} Z_v(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\
&= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + m^2 \quad (2.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N \alpha_i E\{Z_v(\mathbf{x}_i) z_v(\mathbf{x}_0)\} &= \sum_{i=1}^N \alpha_i \frac{1}{V} \int_{\mathbf{v}} d\mathbf{x} \int_{\mathbf{v}} Z_v(\mathbf{x}) z_v(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\
&= \sum_{i=1}^N \alpha_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}) + m^2 \quad (2.27)
\end{aligned}$$

$$E\{[Z_v(\mathbf{x}_0)]^2\} = \frac{1}{V^2} \int_V d\mathbf{x} \int_V Z_v(\mathbf{x}) Z_v(\mathbf{y}) d\mathbf{y} = \text{Cov}(V, V) + m^2 \quad (2.28)$$

(La notación $\text{Cov}(a, b)$ denota el valor medio de la función de covarianza entre los dos elementos a y b .) La ec. (2.22) puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\delta(\mathbf{x}_0)\} = & \text{Cov}(V, V) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - \\ & - 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, V) + \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Un conjunto óptimo del α_i - s se obtiene minimizando la ec. (2.29) con respecto a α_i - s, sujeto a la restricción de la ec. (2.18). Esto se logra utilizando la técnica de los multiplicadores Lagrangianos. El resultado es un sistema de $(N+1)$ ecuaciones simultáneas llamadas el "sistema kriging"

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \alpha_i \sigma_i^2 - \mu = \text{Cov}(\mathbf{x}_i, V), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \quad (2.30)$$

donde μ es el multiplicador Lagrangiano. La varianza del error de estimación puede ser evaluada multiplicando cada término en el primer N de estas ecuaciones por α_i , sumando sobre $i = 1, 2, \dots, N$ para obtener

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \sigma_i^2 - \mu = \sum_{i=1}^N \alpha_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, V) \quad (2.31)$$

y sustituyendo este resultado en ec. (2.29) para lograr

$$\text{Var}\{\delta(\mathbf{x}_0)\} = \text{Cov}(V, V) - \sum_{i=1}^N \alpha_i \text{Cov}(\mathbf{x}_i, V) + \mu$$

$$= \sigma_k^2(\mathbf{x}_0) \quad (2.32)$$

donde $\sigma_k^2(\mathbf{x}_0)$ se denomina "error del kriging". Note que no es necesario utilizar todos los datos en el dominio siendo estudiado para aplicar la ec. (2.30). En algunos casos, puede ser preferible limitar el número de datos usados para evaluar el sistema kriging seleccionando sólo aquellos datos en la inmediata vecindad del elemento siendo krigado.

Ecuación (2.30) puede escribirse en forma matricial como

$$[K] \underline{\beta} = \underline{c} \quad (2.33)$$

donde $[K]$ es una matriz simétrica $(N+1) \times (N+1)$ de componentes

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \text{Cov}(0) + \sigma_1^2 & \forall j = i; i = 1, 2, \dots, N \\ &= \text{Cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = K_{ji} & \forall i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, N \\ &= 1 & \forall i = 1, 2, \dots, N; j = N + 1 \\ &= 1 & \forall j = 1, 2, \dots, N; i = N + 1 \\ &= 0 & i = j = N + 1 \end{aligned}$$

y $\underline{\beta}$ y \underline{c} son vectores de columna de orden $(N+1)$ de componentes

$$\begin{aligned} \beta_i &= \alpha_i & \forall i = 1, 2, \dots, N \\ &= -\mu & i = N + 1 \\ c_i &= \text{Cov}(\mathbf{x}_i, V) & \forall i = 1, 2, \dots, N \\ &= 1 & i = N + 1 \end{aligned}$$

Existe una solución única a la ecuación (2.33) sí y sólo sí $[K]$ es no singular. Para asegurar esto, es suficiente que la función de covarianza sea positiva definida y que no haya dos elementos de datos $v(\mathbf{x}_i)$ y $v(\mathbf{x}_j)$ que coincidan.

Cálculo de la Matriz de Covarianza de los Errores de Kriging

La matriz de covarianza de los errores de kriging puede calcularse después de que todos los elementos deseados hayan sido krigados. Sea δ^1 y δ^2 una pareja de errores de estimación asociados con las estimaciones krigadas de la FA $Z(\underline{x})$ sobre los elementos V^1 y V^2 respectivamente. La covarianza entre δ^1 y δ^2 esta dado por

$$\text{Cov}\{\delta^1, \delta^2\} = E\{\delta^1 \delta^2\} \quad (2.34)$$

porque estos errores de estimación son no sesgados (ecuación (2.21)). La ecuación (2.34) puede expandirse como sigue:

$$\begin{aligned} E\{\delta^1 \delta^2\} &= E\left\{ \left[\sum_{i=1}^N \alpha_i^1 (z_v^1(\underline{x}_i) + e^1(\underline{x}_i)) - z_v^1(\underline{x}) \right] \left[\sum_{j=1}^N \alpha_j^2 (z_v^2(\underline{x}_j) + e^2(\underline{x}_j)) - z_v^2(\underline{x}) \right] \right\} \\ &= E\left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^1 \alpha_j^2 z_v^1(\underline{x}_i) z_v^2(\underline{x}_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^1 \alpha_j^2 z_v^1(\underline{x}_i) e^2(\underline{x}_j) \right. \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^1 \alpha_j^2 e^1(\underline{x}_i) z_v^2(\underline{x}_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^1 \alpha_j^2 e^1(\underline{x}_i) e^2(\underline{x}_j) \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \alpha_i^1 z_v^1(\underline{x}_i) z_v^2(\underline{x}) - \sum_{j=1}^N \alpha_j^2 z_v^2(\underline{x}_j) z_v^1(\underline{x}) \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^N \alpha_i^1 e^1(\underline{x}_i) z_v^2(\underline{x}) - \sum_{j=1}^N \alpha_j^2 e^2(\underline{x}_j) z_v^1(\underline{x}) + z_v^1(\underline{x}) z_v^2(\underline{x}) \right\} \quad (2.35) \end{aligned}$$

donde los superíndices 1 y 2 denotan las cantidades asociadas con el kriging de los elementos V^1 y V^2 , respectivamente. Usando la linealidad del operador de expectación y las ecuaciones (2.12) a (2.14) y (2.23), la ec. (2.35) se simplifica a

$$\begin{aligned}
Cov(\delta^1, \delta^2) = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i^1 \alpha_j^2 Cov(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^N \alpha_i^1 Cov(x_i, V^2) - \\
& - \sum_{j=1}^N \alpha_j^2 Cov(x_j, V^1) + Cov(V^1, V^2)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Los elementos V^1 y V^2 utilizados en la ec. (2.36) pueden ser correlacionados o no. Si $V^1 = V^2$, el cuarto término de la ec. (2.35) es distinto de cero y es igual al resultado en la ec. (2.23). La ec. (2.36) entonces degenerará (como se espera) hacia la ec. (2.32). Las componentes de la matriz de correlación de errores de kriging, $[S]$, pueden calcularse a partir de la matriz de covarianza de los errores de kriging mediante

$$S_{ij} = \frac{Cov(\delta_i, \delta_j)}{\sigma_K(x_i) \sigma_K(x_j)}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, M \tag{2.37}$$

donde M es el número de elementos que fueron krigados. Esta matriz es útil para examinar la estructura de correlación de los errores de kriging. Entonces sigue de la ec. (2.36) que la estructura de la correlación de errores de kriging será isótropo y homogéneo sólo si (1) los datos son definidos en elementos iguales y distribuidos sobre una malla regular, (2) todos los elementos a ser krigados son del mismo tamaño y forma y son krigados utilizando la misma configuración de puntos de datos, y (3) el semi-variograma es isótropo, o sea, es direccionalmente invariante.

Kriging bajo la Hipótesis Intrínseca

Si la FA $Z(x)$ sólo satisface la hipótesis intrínseca en el dominio siendo estudiado, el sistema kriging (ecuación (2.30)) puede reescribirse en términos de la función de semi-variograma $\gamma(x)$ usando la relación en la ec. (2.8) como sigue:

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j \bar{\gamma}(x_i, x_j) + \alpha_i \sigma_i^2 - \mu = \bar{\gamma}(x_i, V), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \quad (2.38)$$

La varianza del error de kriging se vuelve

$$\sigma_K^2(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \bar{\gamma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}) - \bar{\gamma}(\mathbf{v}, \mathbf{v}) + \mu \quad (2.39)$$

y la covarianza entre errores de kriging es

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\delta^1, \delta^2) = & - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \bar{\gamma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \sum_{i=1}^N \alpha_i \bar{\gamma}(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}^2) + \\ & + \sum_{j=1}^N \alpha_j \bar{\gamma}(\mathbf{x}_j, \mathbf{v}^1) - \bar{\gamma}(\mathbf{v}^1, \mathbf{v}^2) \end{aligned} \quad (2.40)$$

2.3 Aplicación de Kriging

Los siguientes procedimientos son requeridos para poder aplicar el sistema kriging de ecuaciones: (1) calcular el semi-variograma muestral, (2) ajustar un modelo al semi-variograma muestral, (3) verificar el modelo del semi-variograma y (4) seleccionar un plan de kriging.

Calculo del Semi-variograma muestral

Ciertas componentes del sistema kriging son calculados con la función de covarianza Cov de la FA $Z(\mathbf{x})$, o alternativamente, si sólo la hipótesis intrínseca puede ser inferida, la función de semi-variograma γ . Para determinar estas funciones es necesario calcular primero el semi-variograma muestral $\underline{\gamma}$, definido como

$$\bar{\gamma}(r) = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M [\bar{Z}_v(\mathbf{x}_i + \mathbf{s}) - \bar{Z}_v(\mathbf{x}_i)]^2 \quad (2.41)$$

donde M es el número de parejas de datos separados una distancia $r = |s|$. Dado que los patrones de muestreo son rara vez regulares, $\gamma(r)$ es usualmente evaluado a partir de muestras yaciendo en un intervalo $r \pm b/2$, donde b es la tolerancia especificada. En la práctica, semi-variogramas muestrales son calculados para diferentes clases de direcciones del vector s para estimar si la FA $Z(x)$ es estadísticamente anisótropa, o sea, para ver si la variabilidad es direccionalmente dependiente.

Características importantes que un semi-variograma muestral puede tener son (1) un umbral o *sill*, (2) un rango y (3) un efecto nugget (Figura 2.1). Para grandes distancias, un semi-variograma muestral puede estabilizarse en un valor constante llamado umbral. Cuaquier FA cuyo semi-variograma tiene umbral es estacionario de segundo orden. La ausencia del umbral implica que la media de la FA no es constante dentro del dominio siendo estudiado, y tal FA se dice que posee "deriva". Por ejemplo, un semi-variograma muestral parabólico resulta de una FA cuya media es una función lineal con gradiente finito distinto de cero. La distancia a la que el umbral se logra por vez primera es llamado rango del semi-variograma muestral.

Por definición

$$\gamma(0) = 0 \tag{2.42}$$

pero muchos semi-variogramas muestrales parecen tender hacia un valor finito positivo en $r = 0$. Esta discontinuidad se denomina *efecto nugget*. El efecto nugget es causado por errores de medición y por grandes micro-variaciones en la FA que no pueden ser detectados con el tamaño seleccionado del elemento muestral.

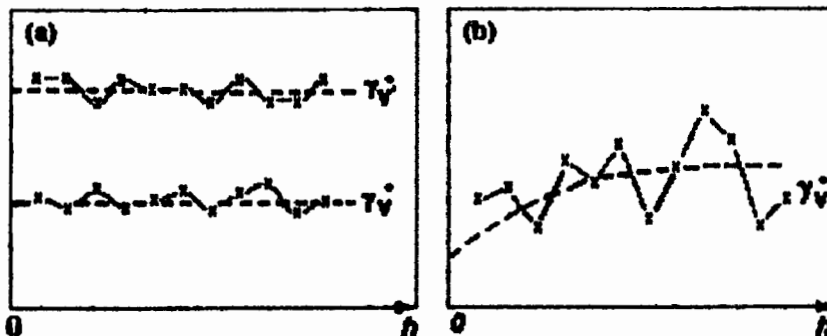


Figura 2.1. Variogramas tipo nugget, (a) Efecto nugget puro actual; (b) efecto nugget aparente.

En el caso extremo cuando las componentes de la FA no son correlacionados (o sea, son aleatorios puros), el semi-variograma muestral es horizontal con un umbral coincidente y efecto nugget igual en valor a la varianza de la FA.

Modelado del semi-variograma muestral

El siguiente paso es ajustar un modelo al semi-variograma muestral. Este modelo entonces se vuelve la función de semi-variograma de la FA $Z(x)$. Si es necesario, la función de covarianza Cov , puede ser evaluada usando la ec. (2.8), siempre que la FA sea estacionaria o estacionaria de segundo orden.

Sólo ciertas funciones califican para utilizarse como modelos de semi-variograma. Un semi-variograma debe ser una función positiva definida condicionalmente para asegurar que la varianza de cualquier incremento de la FA siendo estudiada sea no-negativa. Considere una combinación lineal R , de la FA $Z(x)$, donde

$$R = \sum_{i=1}^K a_i Z(x_i) \quad (2.43)$$

para cualquier factor de ponderación a_i , y para cualquier número K de datos. Esta combinación lineal es una variable aleatoria y por lo tanto debe tener una varianza no-negativa, donde

$$\begin{aligned} \text{Var}[R] &= \text{Var}\left[\sum_{i=1}^K a_i Z(x_i)\right] \\ &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K a_i a_j \text{Cov}(x_i, x_j) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Entonces la función de covarianza Cov , debe garantizar que $\text{Var}[R] \geq 0$. Una función que satisface este requerimiento es, por definición, positiva definida. La ecuación (2.44) puede ser reescrita en términos de la función de semi-variograma usando la relación en la ec. (2.8) como sigue:

$$\text{Var}[R] = \text{Cov}(0) \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K a_i a_j - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K a_i a_j \gamma(x_i, x_j) \quad (2.45)$$

Si la FA $Z(\mathbf{x})$ sólo puede satisfacer la hipótesis intrínseca, que implica que $\text{Cov}(0)$ no existe, $\text{Var}[R]$ es definida solamente cuando la condición

$$\sum_{i=1}^K a_i = 0 \quad (2.46)$$

se cumple, y entonces

$$\text{Var}[R] = - \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K a_i a_j \gamma(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (2.47)$$

Entonces, para garantizar que $\text{Var}[R] \geq 0$ en este caso, la función de semi-variograma γ , es requerido ser condicionalmente positiva definida, la condición siendo dada en la ec. (2.46).

Existe un gran número de funciones potenciales de semi-variograma a pesar del requerimiento de positiva definida condicional. Sin embargo, sólo unas pocas de estas funciones son generalmente utilizadas. La Figura 2.2 ilustra los modelos de semi-variograma más comúnmente usados.

Validación del Modelo de Semi-variograma

El modelo de semi-variograma seleccionado puede ser verificado sistemáticamente borrando cada punto de dato a la vez, luego utilizando los datos restantes para estimar mediante kriging el dato eliminado. Los errores reales $[Z_v^*(\mathbf{x}_i) - \check{Z}_v(\mathbf{x}_i)]$ pueden ser examinados para ver si

1. Son sin sesgo, o sea

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Z_v^*(\mathbf{x}_i) - \bar{Z}_v(\mathbf{x}_i)] = 0 \quad (2.48)$$

2. Son consistentes con los errores de kriging calculados, o sea

$$\left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\bar{Z}_V(X_i) - \bar{Z}_K(X_i))^2}{\sigma_K^2(X_i)} \right]^{1/2} \right\} = 1 \quad (2.49)$$

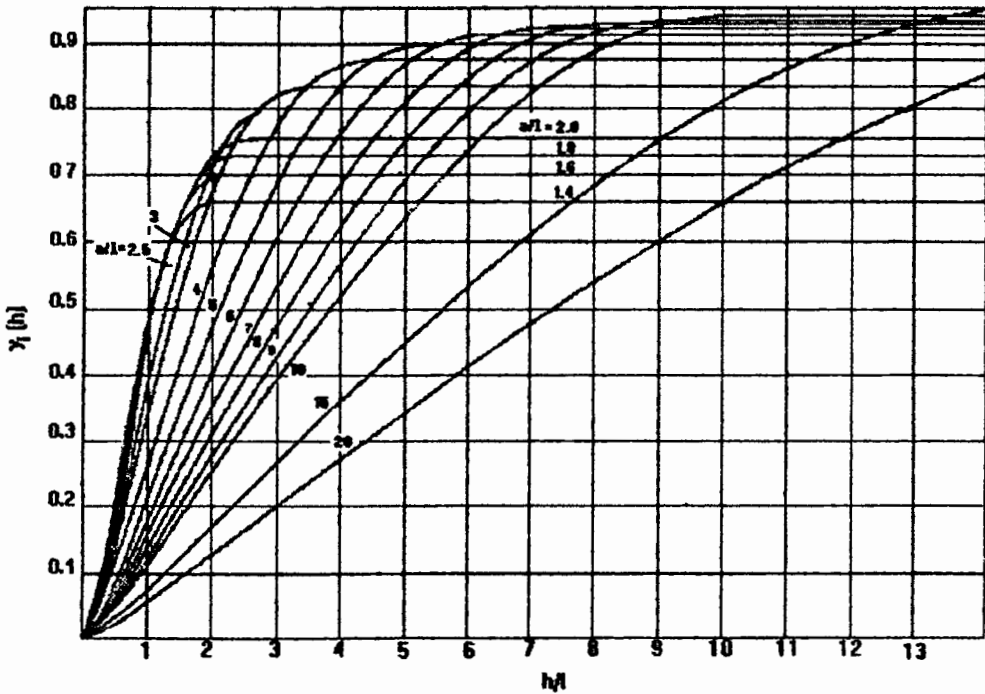
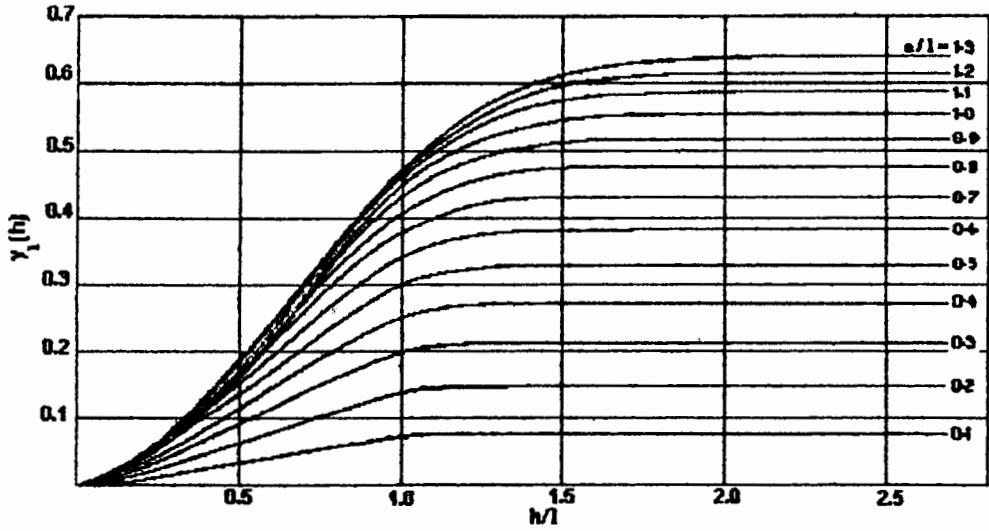


Figura 2.2. Modelos esféricos. Semi-variograma regularizado $\gamma_1(h)$.

En adición, la desviación estándar de los errores reales definido como

$$\sigma_T = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [Z_V^*(X_i) - \bar{Z}_K(X_i)]^2 \right\}^{1/2} \quad (2.50)$$

es una medida de la precisión del procedimiento de kriging y debe ser relativamente pequeño cuando se compara con la desviación estándar de los datos actuales. Note que σ_T debe ser cercano al valor medio de todos los errores de kriging si las ecs. (2.48) y (2.49) son válidas.

Selección de una Estrategia de Kriging

David (1976) y Journel y Huijbregts (1978) discutieron maneras alternas de aplicar eficientemente el kriging. De interés primario antes de evaluar las componentes del sistema kriging y solución de la ec. de kriging son (1) la exactitud del modelo de semi-variograma y (2) el cálculo de los valores medios de γ o Cov, que son requeridos para el sistema kriging y el cálculo de la matriz de covarianza de los errores de kriging.

A menudo para distancias mayores que el 50 % de la dimensión promedio de la región siendo estudiada, el número de parejas de datos usados para calcular el semi-variograma muestral es insuficiente para caracterizar la variabilidad real de la FA. Esta es una buena razón para emplear la hipótesis quasi-estacionaria (o quasi-intrínseca) y utilizar solo los datos cercanos al elemento siendo krigado para evaluar el sistema kriging.

Los valores medios de γ o Cov pueden calcularse usando integración numérica o gráficas, basado en "funciones auxiliares" de γ contra alguna dimensión característica del elemento (o elementos) siendo examinado. Integración numérica es usualmente preferida porque es más fácil plantearlo en un programa de computadora.

2.4 Transmisividad como una Función Aleatoria

La transmisividad puede ser considerada como una función aleatoria cuyos valores son determinados primariamente por el genesis de la

formación residente del acuífero. Es importante realizar que un valor particular de transmisividad, ya sea determinado mediante una prueba al acuífero o de una medición de capacidad específica, es una cantidad promediada con un elemento cilíndrico cuyo eje es el pozo de bombeo. La forma del elemento puede variar ligeramente si el acuífero es heterogéneo o anisótropo o si está siendo desagüado. El tamaño del elemento es una función de muchas variables (gasto bombeado, coeficiente de almacenamiento, etc.), pero notablemente es una función del tiempo. Conforme el bombeo progresa, el cono de depresión se profundiza y expande radialmente. Esto provoca que las propiedades hidráulicas del acuífero sean efectivamente promediadas sobre una vecindad incrementada hasta que el flujo uniforme es alcanzado.

2.5 Aplicando Kriging a Log-Transmisividades

Es preferible aplicar kriging a la transformación logarítmica de las transmisividades, "log-kriging", porque aparentemente es una cantidad distribuída log-normalmente (Delhomme, 1978). Sea $\tilde{T}_v(\mathbf{x}_i)$, $i=1,2,\dots,N$ un conjunto de N datos de transmisividades definidos sobre elementos iguales v y haga la transformación logarítmica de este conjunto sea $\hat{Y}_v(\mathbf{x}_i) = \log_{10} [\tilde{T}_v(\mathbf{x}_i)]$. Después de que estas log-transmisividades han sido utilizadas para krigar el elemento M $V(\mathbf{x}_j)$, $j=1,2,\dots,M$, las estimaciones de transmisividad correspondientes $T'_v(\mathbf{x}_j)$ y la varianza de los errores estimación asociados $\sigma_{T'_v}^2(\mathbf{x}_j)$ pueden calcularse a partir de las estimaciones krigadas $Y'_v(\mathbf{x}_j)$ y los errores de kriging $\sigma_K(\mathbf{x}_j)$ mediante

$$T'_v(\mathbf{x}_j) = \exp[2.303Y'_v(\mathbf{x}_j) + 0.5(2.303\sigma_K(\mathbf{x}_j))^2] \quad (2.51)$$

y

$$\sigma_{T'_v}^2(\mathbf{x}_j) = [T'_v(\mathbf{x}_j)]^2(\exp[2.303\sigma_K(\mathbf{x}_j)]^2 - 1) \quad (2.52)$$

El coeficiente de variación, definido como

$$CV_v = \frac{\sigma_{T_v}(X_j)}{T_v^*(X_j)} \quad (2.53)$$

es un estadístico útil para examinar las magnitudes relativas de las estimaciones de transmisividades y sus errores de estimación. Note que la exponenciación de $Y_v^*(x_j)$ permite el cálculo

$$\begin{aligned} T_v^1(x_j) &= 10^{Y_v^*(x_j)} \\ &= \exp[2.303 Y_v^*(x_j)] \end{aligned} \quad (2.54)$$

que es estrictamente sólo una estimación mediana de $T_v^*(x_j)$. Sin embargo, si los errores de kriging son pequeños, se deduce de la ecuación (2.51) que $T_v^1(x_j)$ estará cercano a $T_v^*(x_j)$.

*"Siempre estaré a tu lado
cuando triunfes..."*

CAPITULO 3

PREPARACION DE DATOS DE TRANSMISIVIDADES

3.1 Datos Disponibles

Cuando se analiza un acuífero libre, es más común manejar la Conductividad Hidráulica K en lugar de la Transmisividad que es función del espesor saturado b . Sin embargo, cuando el espesor saturado es grande y los abatimientos relativamente pequeños, es válido considerar que las transmisividades permanecen constantes en el estudio de un acuífero libre.

Para caracterizar el movimiento del agua subterránea en un acuífero es necesario recabar una gran cantidad de información. El trabajo de recopilar la información necesaria para la elaboración de un estudio geohidrológico, es siempre una tarea ardua que implica mucho esfuerzo y dedicación. La información para el acuífero del Valle de Querétaro -aunque escasa-, se obtuvo de dos fuentes importantes:

- 1) La Gerencia Estatal de la Comisión Nacional del Agua (CNA)
- 2) La Comisión Estatal de Aguas (CEA).

Se logró recopilar información de un total de 163 pozos en la zona de estudio. La figura no. 3.1 ilustra la ubicación de estos pozos.

3.2 Datos de Pruebas de Bombeo

De los 163 pozos enlistados, se contó con pruebas de bombeo de 18 de ellos. Además, en la referencia (12) se encontraron datos de transmisividades de otros 8 pozos en la zona de estudio.

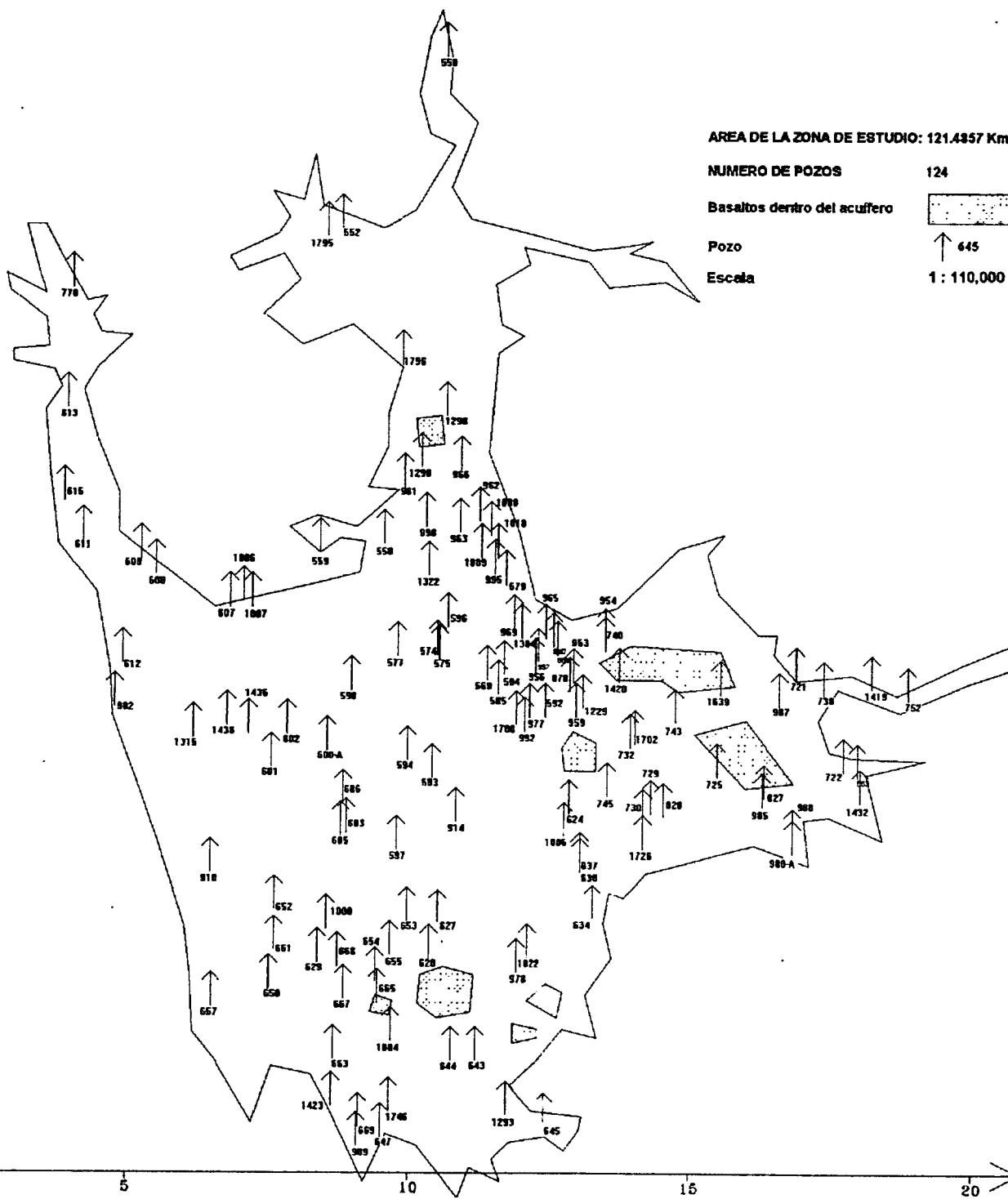


Figura No. 3.1. Localización de pozos en la zona de estudio.

Se realizó la interpretación de las pruebas de bombeo por los métodos de Jacob-Cooper, Theis y de recuperación. El cuadro no. 3.1 presenta los valores de transmisividad obtenidos por interpretación de pruebas de bombeo y los obtenidos de la referencia (12). La figura no. 3.2 muestra la ubicación de los pozos con datos de transmisividades.

3.3 Analisis de Regresión de Transmisividades-Capacidades Específicas

Del inciso anterior se deduce que la información disponibles de transmisividades resulta insuficiente para la aplicación de la técnica del kriging. Con este propósito se buscó generar información en base a un análisis de regresión de Capacidad Específica contra Transmisividad.

La Capacidad Específica se define como el Gasto por metro de abatimiento y tiene unidades de $[L^2/t]$. En la información de los pozos se contó con datos de Nivel Estático, Nivel Dinámico y Gasto extraído, por lo cual es posible evaluar la Capacidad Específica.

Se realizó el análisis de regresión lineal y logarítmica de la relación Capacidad Específica - Transmisividad en los pozos que contaron con ambos datos. De estos datos se desecharon los pozos nos. 663, 721, 745, 963-A y 977-A por resultar su información muy disparada del grupo principal de datos. El análisis de regresión se encuentra en el Anexo No. 1 y los resultados se presentan graficados en la figura no. 3.3.

Del resultado del análisis, tanto la regresión lineal como la logarítmica representaron muy de cerca la tendencia de los datos, como se observa en las figuras nos. 3.3a y 3.3b. Se reporta un coeficiente de correlación ligeramente más alto a favor de la Regresión Lineal, por lo cual para generar Transmisividades a partir de Cápacidades Específicas se utilizará la ecuación:

$$T = 0.3234 * Cs \quad (3.1)$$

Cuadro No. 3.1

Transmisividades en la zona de estudio.

Valores obtenidos de pruebas de bombeo

No.	Pozo	Transmisividad (m ² /día)
1	559	917
2	569	85
3	596	385
4	600-A	44
5	601	150
6	602	114
7	606	71
8	627	428
9	629	400
10	644	228
11	653	64
12	663	1295
13	668	737
14	752	5.7
15	773	358
16	870	115
17	954-A	72
18	959	141

Valores obtenidos de la referencia (12)

No.	Pozo	Transmisividad (m ² /día)
1	721	2059
2	730	121
3	745	1105
4	953	187
5	963-A	1177
6	977-A	200
7	1009-A	130
8	1010	130

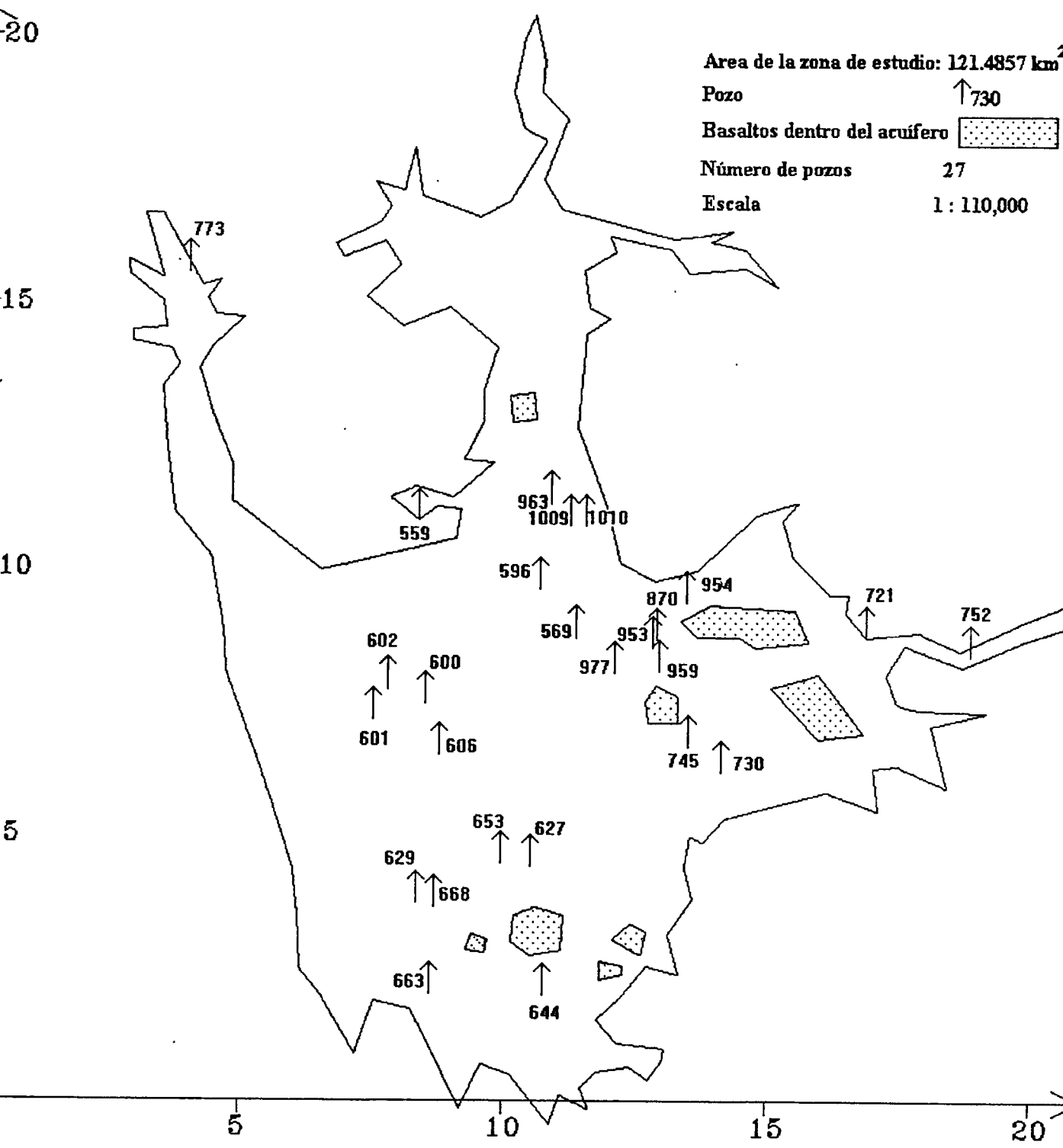


Figura No. 3.2. Ubicación de pozos con datos de transmisividad.

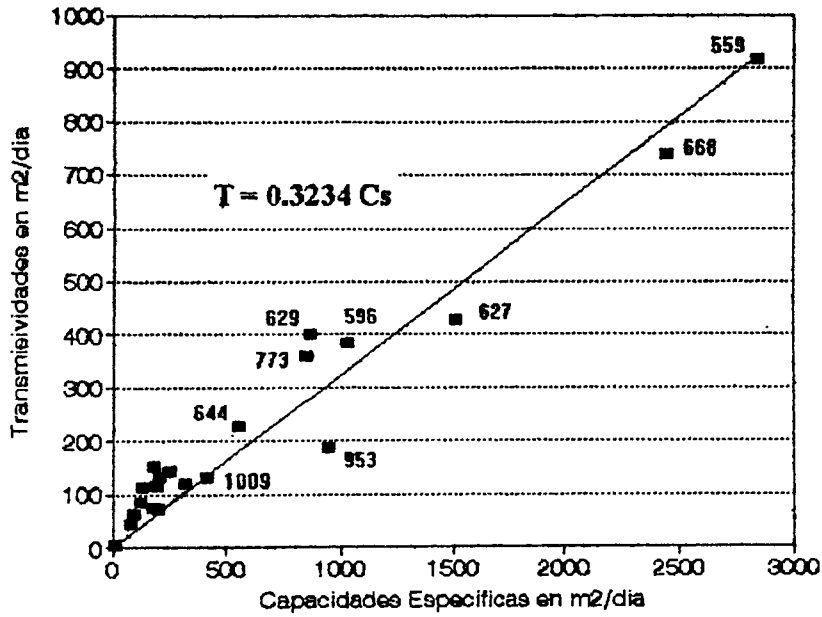


Figura No. 3.3a. Regresión lineal de los datos de transmisividades y capacidades específicas de los pozos.

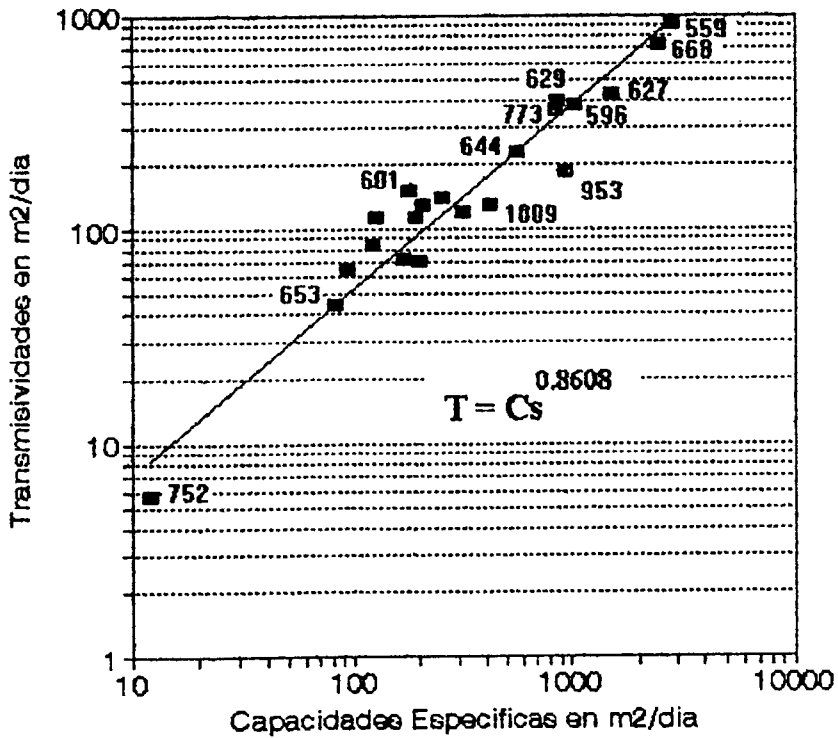


Figura No. 3.3b. Regresión logarítmica de los datos de transmisividades y capacidades específicas de los pozos.

3.4 Analisis de Regresión de Transmisividades-Gastos

En forma complementaria se realizó el análisis de regresión lineal y logarítmica de la relación Gasto - Transmisividad en los pozos que contaron con estos datos. De estos datos se desecharon los pozos nos. 663, 721, 745 y 963-A por resultar su información muy disparada del grupo principal de datos. Los resultados del análisis de regresión se grafican en la figura no. 3.4.

De este análisis de regresión el coeficiente de correlación más alto fue el de la Regresión Logarítmica y observando las figuras nos. 3.4a y 3.4b se detecta que esta regresión representa mejor la tendencia de los datos. Por lo cual para generar Transmisividades a partir de Gastos se utilizará la ecuación:

$$T = 6.1502 * Q^{1.0214} \quad (3.2)$$

Dado que el coeficiente de correlación resultó bajo (0.760269) esta ecuación se utilizará únicamente en los pozos que no tengan datos de transmisividades ni capacidades específicas.

Este análisis de regresión se encuentra en el Anexo No. 2.

3.5 Ajuste a pozos en fronteras

Durante el análisis de regresión de los datos de transmisividades se observaron algunas incongruencias con los datos de capacidades específicas y gastos de extracción. Concretamente los pozos 663, 721, 745, 963-A y 977-A que presentaron una transmisividad mucho mayor que la que estimarían las ecuaciones (3.1) y (3.2). Además de que los pozos 721, 745 y 963-A superaron con mucho el valor promedio regional.

En el pozo 977-A se presume un error al registrar el Nivel Estático o Nivel Dinámico, ya que se presenta un abatimiento de 46.0 metros para extraer un gasto de 17.0 L/s para una capacidad específica de 31.93 m³/día, frente a la transmisividad reportada de 200 m²/día.

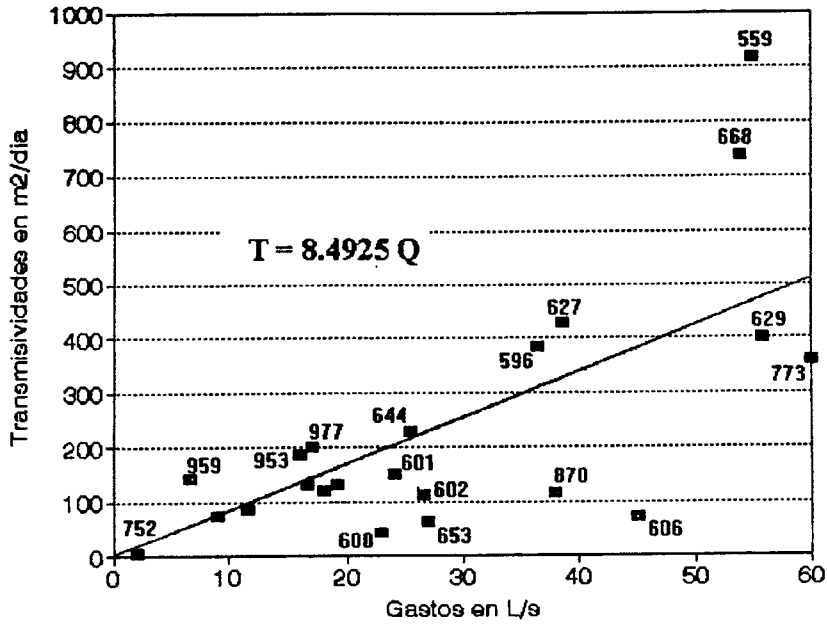


Figura No. 3.4a. Regresión lineal de los datos de transmisividades y gastos de los pozos.

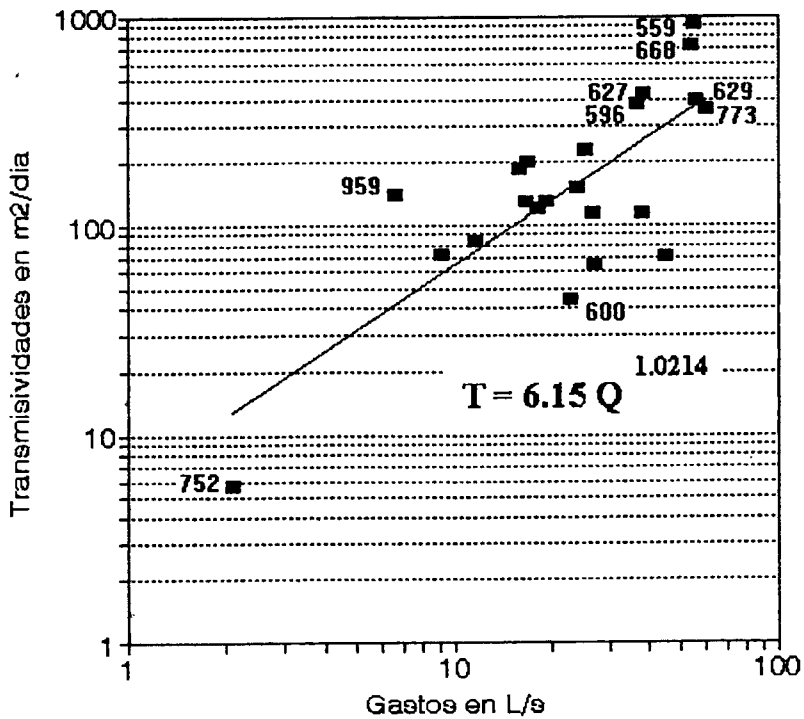


Figura No. 3.4b. Regresión logarítmica de los datos de transmisividades y gastos de los pozos.

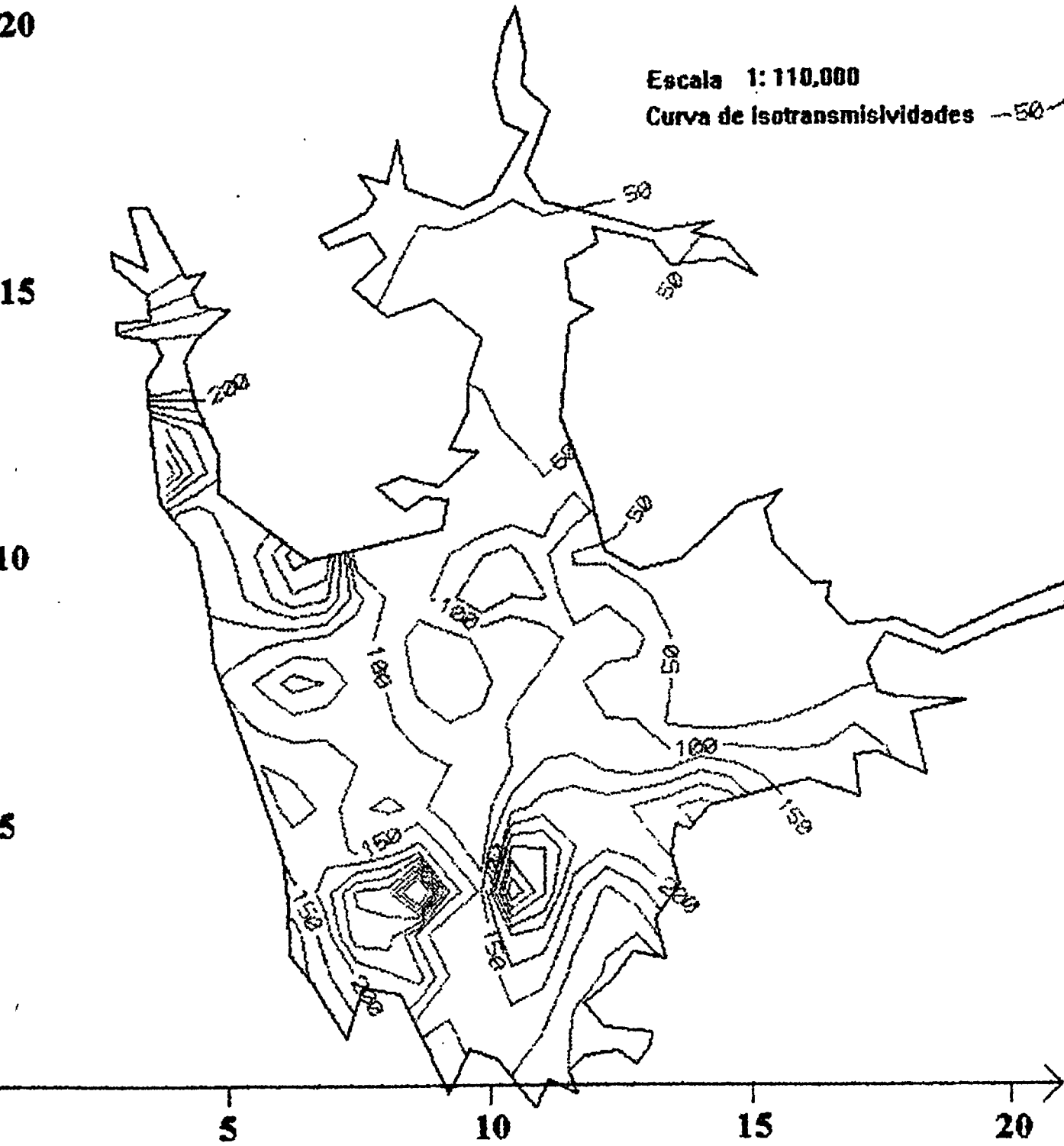


Figura No. 3.5. Distribución espacial de los datos de transmisividades.

"Libre de dudas....
ilusionados con la
certeza..."

CAPITULO 4

APLICANDO KRIGING AL ACUIFERO

4.1 Calculo del Semi-Variograma muestral

Se realizó el calculo del Semi-Variograma utilizando los puntos con información de transmisividades. Se utilizó la ecuación no. (2.41)

$$\bar{\gamma}(r) = \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M [\bar{z}_v(x_i + s) - \bar{z}_v(x_i)]^2 \quad (2.41)$$

evaluando la ecuación a intervalos de 1 km, estimándose la función del semi-variograma hasta una distancia de 20 kms del punto analizado como se ilustra en el cuadro no 4.1. La línea punteada de la figura no. 4.1 presenta el semi-variograma ya construido.

4.2 Modelado del Semi-Variograma muestral

El siguiente paso fue ajustar un modelo al semi-variograma muestral. Este ajuste se realizó a ojo para luego buscar su validación. En la figura no. 4.1 se ilustra el modelo ajustado en la línea continua.

De este modelo ajustado se observa la presencia del efecto *nugget*, lo cual es indicativo de errores de medición en la información, o sea la existencia de "ruido" en los datos. Asimismo, al tomar el semi-variograma una forma curva se deduce que hay cierta correlación en los datos de transmisividades. De esta figura se estimó el efecto *nugget* en 10000 y el *umbral* en 21600, siendo el rango 7 kms.

Cuadro No. 4.1. Cálculo del Semi-Variograma muestral.

Distancia media	No. Parejas de Datos	Valor Semi-Variograma
0.50	502	12001
1.50	1176	11921
2.50	1470	14240
3.50	1692	14845
4.50	1768	17571
5.50	1906	16339
6.50	1838	21593
7.50	1674	21643
8.50	1364	21282
9.50	928	19802
10.50	624	18795
11.50	400	24198
12.50	254	30878
13.50	174	23533
14.50	86	30678
15.50	88	18877
16.50	34	38285
17.50	10	6286
18.50	12	1692
19.50	2	1213

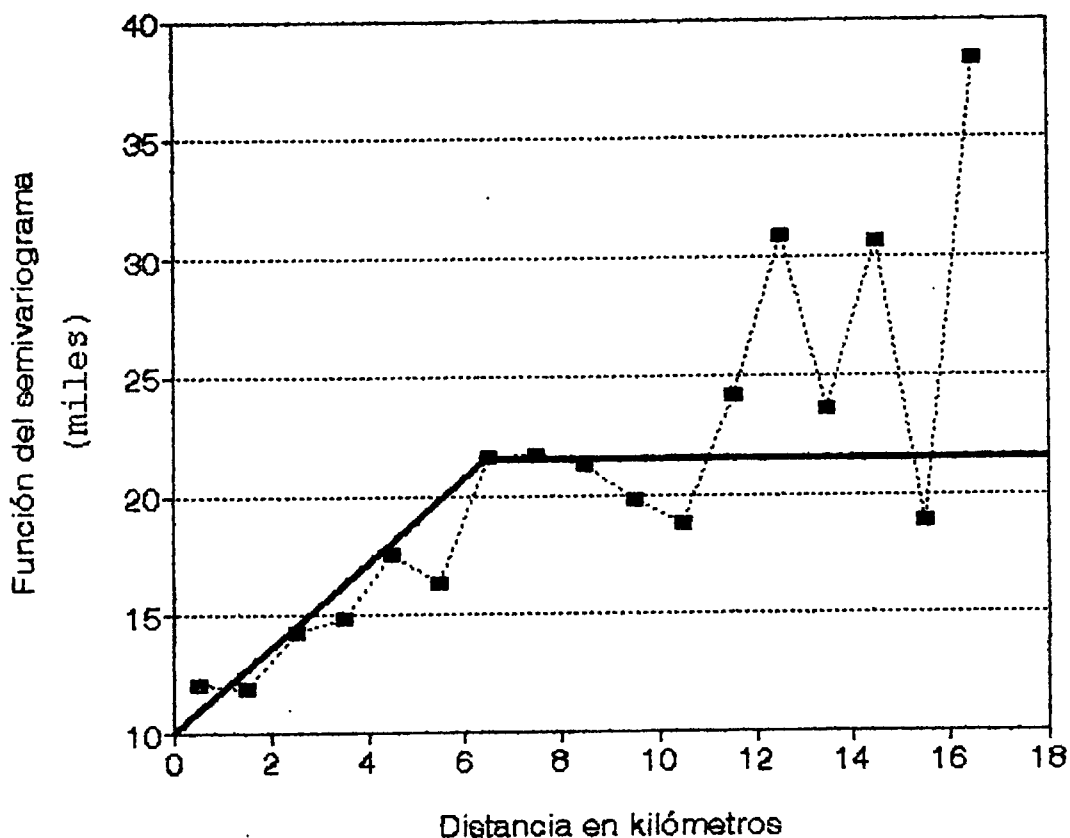


Figura no. 4.1. Semi-Variograma muestral de las transmisividades del acuífero del Valle de Querétaro.

4.3 Validación del Modelo de Semi-Variograma

El modelo de semi-variograma muestral se verifica eliminando en forma sistemática cada de punto de dato a la vez, para luego generarlo a través de kriging. Los errores reales $[Z_v^*(x_i) - \hat{Z}_v(x_i)]$ se examinan para ver si

1. Son sin sesgo, o sea

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Z_v^*(x_i) - \hat{Z}_v(x_i)] = 0 \quad (4.2)$$

2. Son consistentes con los errores de kriging calculados, o sea

$$\left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(Z_V^*(X_i) - \bar{Z}_K(X_i))^2}{\sigma_K^2(X_i)} \right] \right\}^{1/2} = 1 \quad (4.3)$$

En adición, la desviación estándar de los errores reales definido como

$$\sigma_T = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [Z_V^*(X_i) - \bar{Z}_K(X_i)]^2 \right\}^{1/2} \quad (4.4)$$

debe ser relativamente pequeño comparado con la desviación estándar de los datos actuales. σ_T debe ser cercano al valor medio de todos los errores de kriging si las ecuaciones (4.2) y (4.3) son válidas.

Para llevar a cabo esta validación fue necesario determinar:

- a) El radio de la vecindad circular en el que los datos usados para evaluar el sistema kriging pueden encontrarse y
- b) El número máximo de puntos usados para evaluar el sistema kriging.

En lo referente al punto a) se inició con un radio igual a 4.5 kms, por ser a esta distancia en que el punto analizado puede encontrar cuando menos otros tres puntos y se procedió a incrementos de 0.5 kms.

En cuanto al número máximo de puntos a usarse este se determinó variando desde 3 hasta el máximo encontrado en el radio analizado.

De estos tanteos se obtuvo una distancia óptima de 6.00 kms con un máximo de 35 puntos, que registró un promedio de variación entre el dato medido y el calculado de -0.086212 , con una desviación estándar de variación de 131.042779 y un error medio cuadrado reducido de 1.052763 . El cuadro no. 4.2 presenta los tanteos realizados. El anexo no. 4 presenta la validación del variograma para una distancia de 6.00 kms y 35 puntos.

Cuadro No. 4.2. Tanteos efectuados para obtener distancia óptima y el número óptimo de puntos para realizar el kriging.

Distancia en kms	Número de Puntos	Promedio de errores de kriging	Desviación Estándar de los errores	Error medio cuadrado reducido
4.50	35	0.4740	130.985	1.0527
5.00	35	0.2771	131.380	1.0544
5.50	35	0.1205	131.084	1.0528
6.00	35	-0.0862	131.043	1.0528
6.50	35	-0.1741	131.016	1.0527
7.00	35	-0.1378	131.158	1.0536
7.50	35	-0.0633	131.190	1.0536
8.00	35	0.4223	131.118	1.0532
8.50	35	0.2869	131.404	1.0546
9.00	35	0.3252	131.309	1.0542

4.4 Discretización de la zona de estudio

Se procedió a cubrir con una malla la zona de estudio. Este mallaje se realizó también como preámbulo a la modelación por el método del elemento finito que se realiza en el siguiente capítulo.

Este mallaje se construyó en forma más cerrada en las áreas que presentan mayor aprovechamiento como son la Ciudad de Querétaro y el corredor industrial Benito Juárez. El mallaje también se realizó más cerrado en zonas donde la transmisividad mostrase mucha variación.

En la ubicación de los nodos se manejó por criterio general que no coincidieran con los puntos donde había datos. Esto tiene por objetivo evitar que un dato con "ruido" se quede fijo en el nodo, no realizándose el kriging para dicho punto.

Sin embargo, para la zona en donde se ubican los pozos 627, 629, 663 y 668, por mencionar a los principales, se detectó una discontinuidad en el acuífero. Con apoyo en el corte geológico de la figura no. 1.3, en datos de profundidades de los mencionados pozos y en la distribución espacial de transmisividades de la figura no. 3.5 se observó que los pozos extraen agua no del acuífero regional del Valle de Querétaro, sino de un acuífero superior formado de basalto fracturado, descrito como Unidad 2 en el Capítulo 1.

Ante esta situación se hicieron coincidir nodos con los pozos 668, 627 y 644 para impedir que la técnica de kriging afectara esta zona.

La figura no. 4.2 muestra el mallaje construido, que constó de un total de 280 nodos, formando 408 elementos triangulares. El área de estos elementos varió desde 0.8282 km^2 a 0.0337 km^2 , promediando 0.2983 km^2 .

4.5 Kriging de Transmisividades

Se aplicó la técnica de kriging a los datos de transmisividades del acuífero para generar esta información en los nodos del mallaje construido.

La realización del kriging se hizo mediante un programa de computadora en Fortran facilitado por el Ing. Griselda Blankenagel y adaptado al Turbo Pascal y modificado por el tesista.

La figura no. 4.3 ilustra la distribución espacial de los resultados de kriging.

Kriging no solo calcula la transmisividad en puntos donde no se cuenta con datos, también tiene la virtud de suavizar datos con "ruido".

Al comparar la distribución espacial de transmisividades medidas contra krigadas, se observó persistencia de determinados valores. Tal fue el caso de las curvas 50 y 100 en el oriente del acuífero, las dos "islas" ubicadas en el suroeste y la curva 150 al oeste.

(Kms)

20

15

10

5

Número de nodos : 280
No. de elementos : 408
Escala 1:110,00

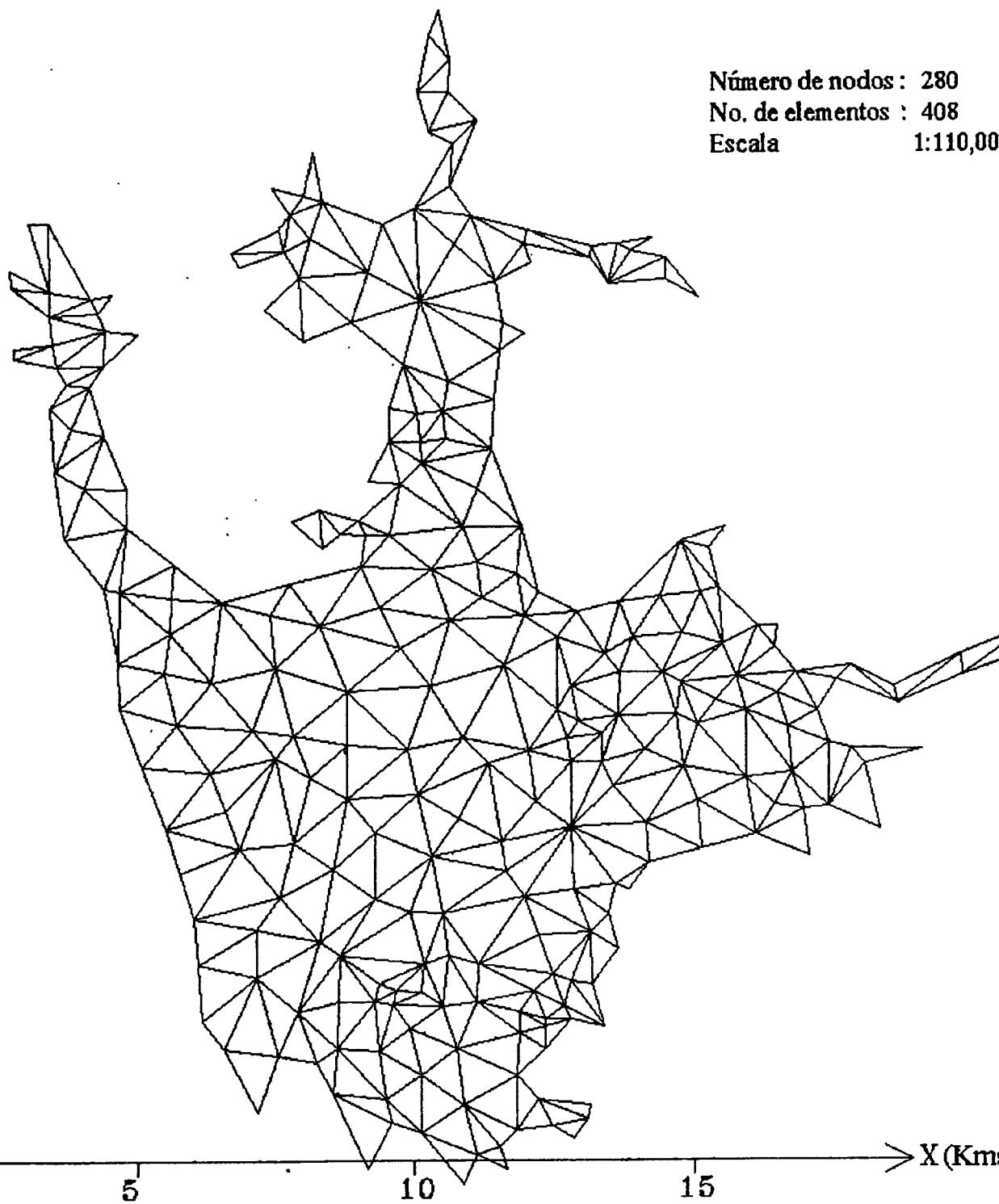


Figura No. 4.2. Discretización del acuífero en elementos triangulares.

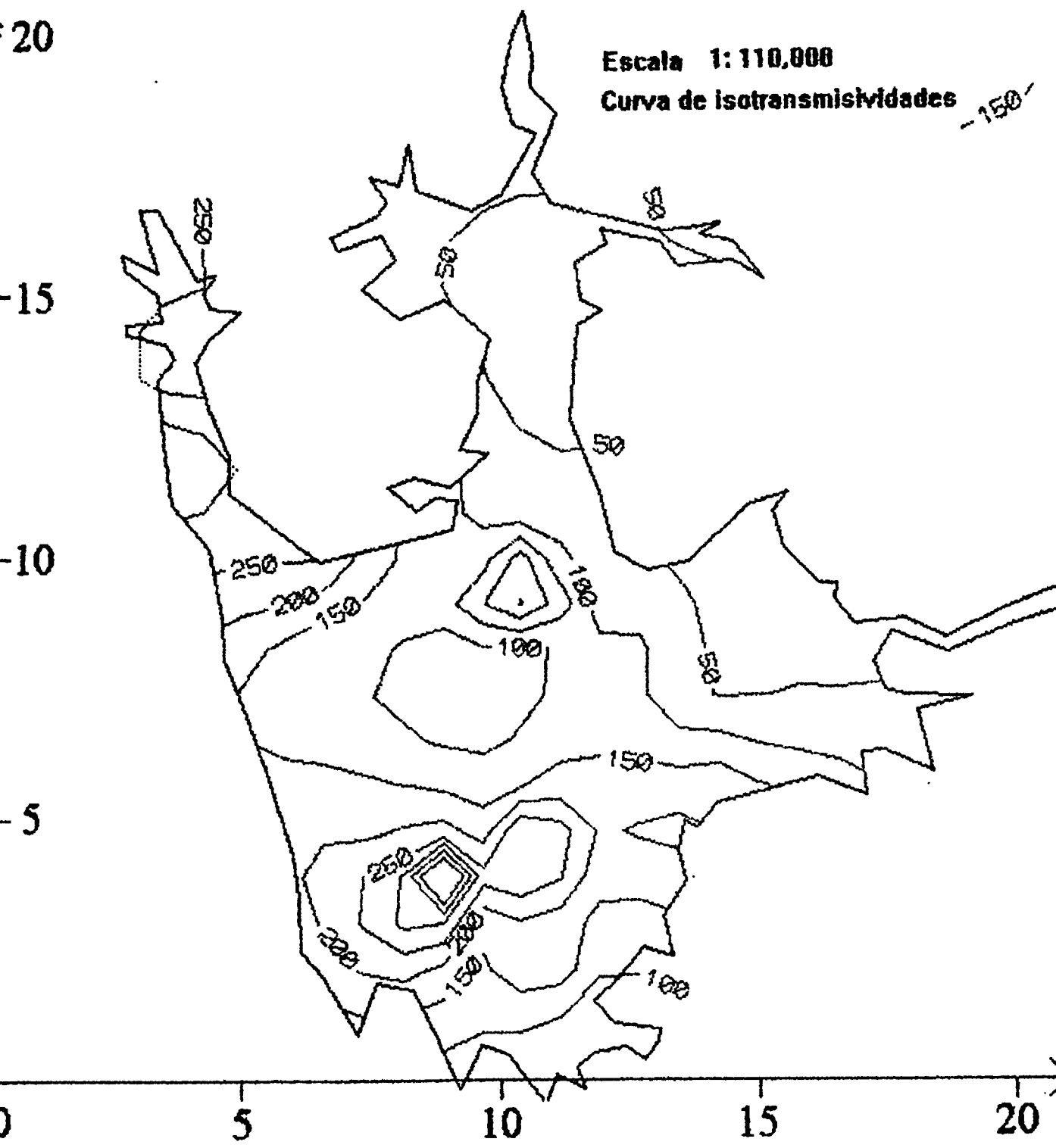


Figura No. 4.3. Distribución espacial de las transmisividades estimadas mediante kriging.

Para el caso de valores aislados que se disparan del grupo, kriging los suaviza, quitándoles peso. Así sucedió con el pozo 615, ubicado al sur de Tlacote, cuyo valor excedido fue suavizado en más de un 50 % al tomar en cuenta los pozos vecinos.

También fue suavizado el pozo 607, ubicado en San Pedro Martir, cuyo valor elevado fue suavizado a menos de la mitad de su valor inicial.

La situación contraria fue la del pozo 743 ubicado en la Ciudad de Querétaro que registró una transmisividad baja, y que la técnica de kriging suavizó al valor local.

Se construyó también la figura no. 4.4 que presenta la distribución espacial de los errores de kriging.

En este esquema se observa como aumenta la incertidumbre de los valores de kriging en las zonas más alejadas del acuífero, en donde escasea la información geohidrológica. El caso concreto se presentó en el extremo oriente y noreste donde los errores de kriging alcanzaron su valor más alto, mientras que en la vecindad de la Ciudad de Querétaro ocurre el valor mínimo, al haber muchos pozos con información.

4.6 Kriging de Log-Transmsividades

El proceso para realizar el kriging de los logaritmos de las transmisividades, o sea, log-kriging es semejante al kriging, sólo que se trabaja con los logaritmos, estimando al final las transmisividades al calcular el antilogaritmo.

Se construyó el semi-variograma muestral de los logaritmos y se le ajustó un modelo de semi-variograma, todo lo cual se ilustra en la figura no. 4.5. De esta figura se estimó el efecto *nugget* en 0.192 y el *umbral* en 0.253 siendo el rango 7 kms.

Se realizó la validación del modelo de semi-variograma muestral para las log-transmisividades, encontrando una distancia óptima de 6.00 kms y un número óptimo de datos muestral de 35.

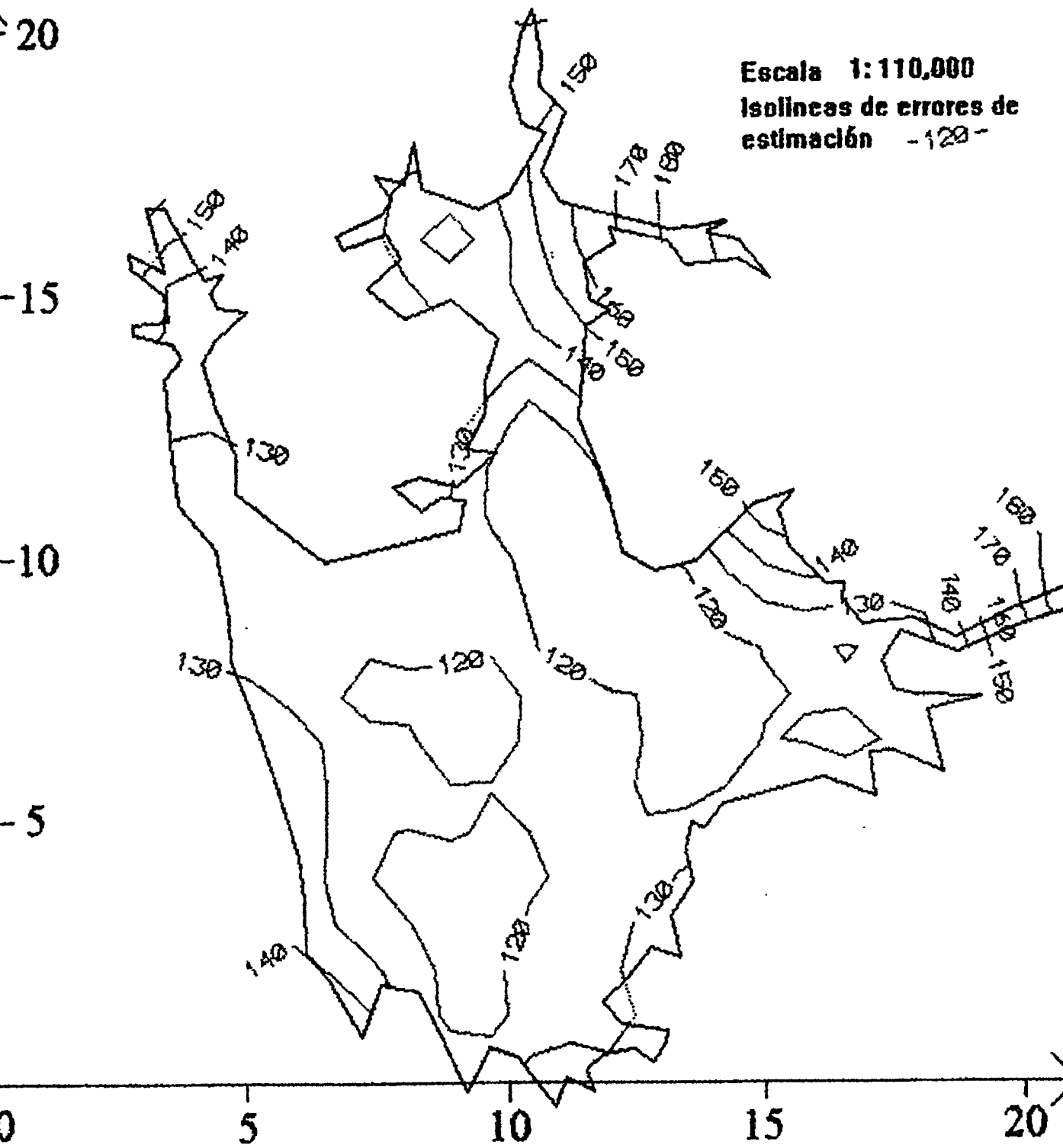


Figura No. 4.4. Distribución espacial de los errores de estimación de kriging.

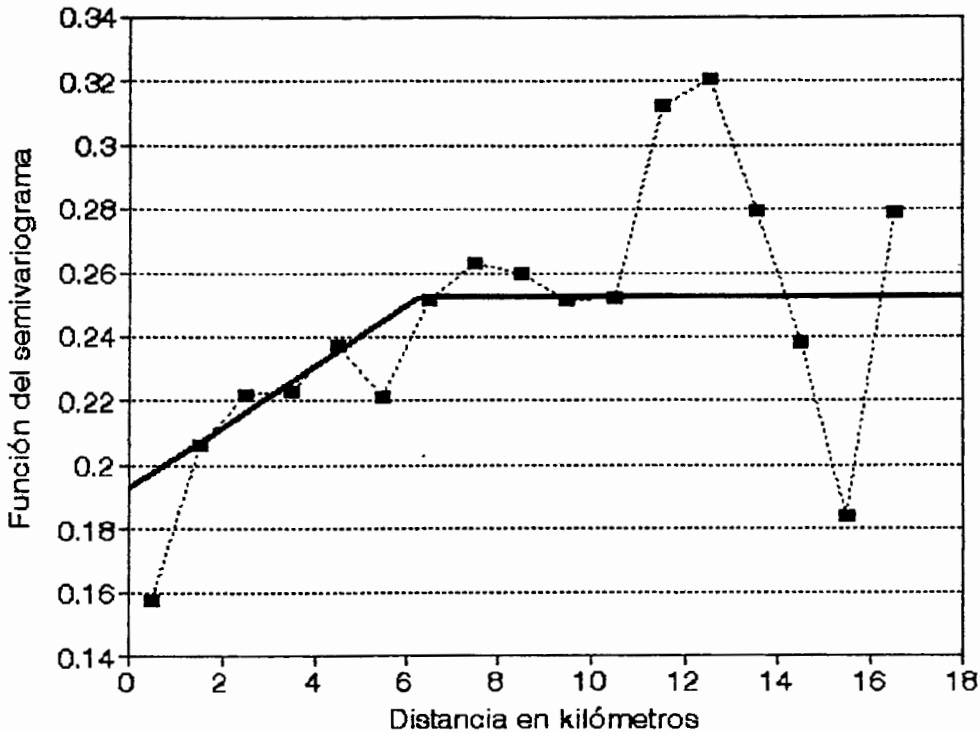


Figura No. 4.5. Semi-Variograma muestral de las log-transmisividades del acuífero del Valle de Querétaro.

Se aplicó la técnica de kriging a las log-transmisividades, ilustrándose los resultados en la figura no. 4.6. En dicha figura se observa semejanza en cuanto a las curvas con los datos originales y con los resultados del kriging de transmisividades.

Sin embargo, en lo que se refiere al valor numérico, los resultados de log-kriging excedieron a los datos originales en aproximadamente $50 \text{ m}^2/\text{día}$, y en la zona de Tlacote hasta en $100 \text{ m}^2/\text{día}$. En lo que se refiere a los errores de estimación de log-kriging se mostró mucha incertidumbre al obtener valores mayores a $500 \text{ m}^2/\text{día}$ en la mayor parte de la zona de estudio, como se ilustra en la figura no. 4.7.

De aquí se puede concluir que los parámetros geohidrológicos del acuífero del valle de Querétaro no siguen una distribución log-normal, aunque caen dentro del rango de error de los resultados de kriging sencillo.

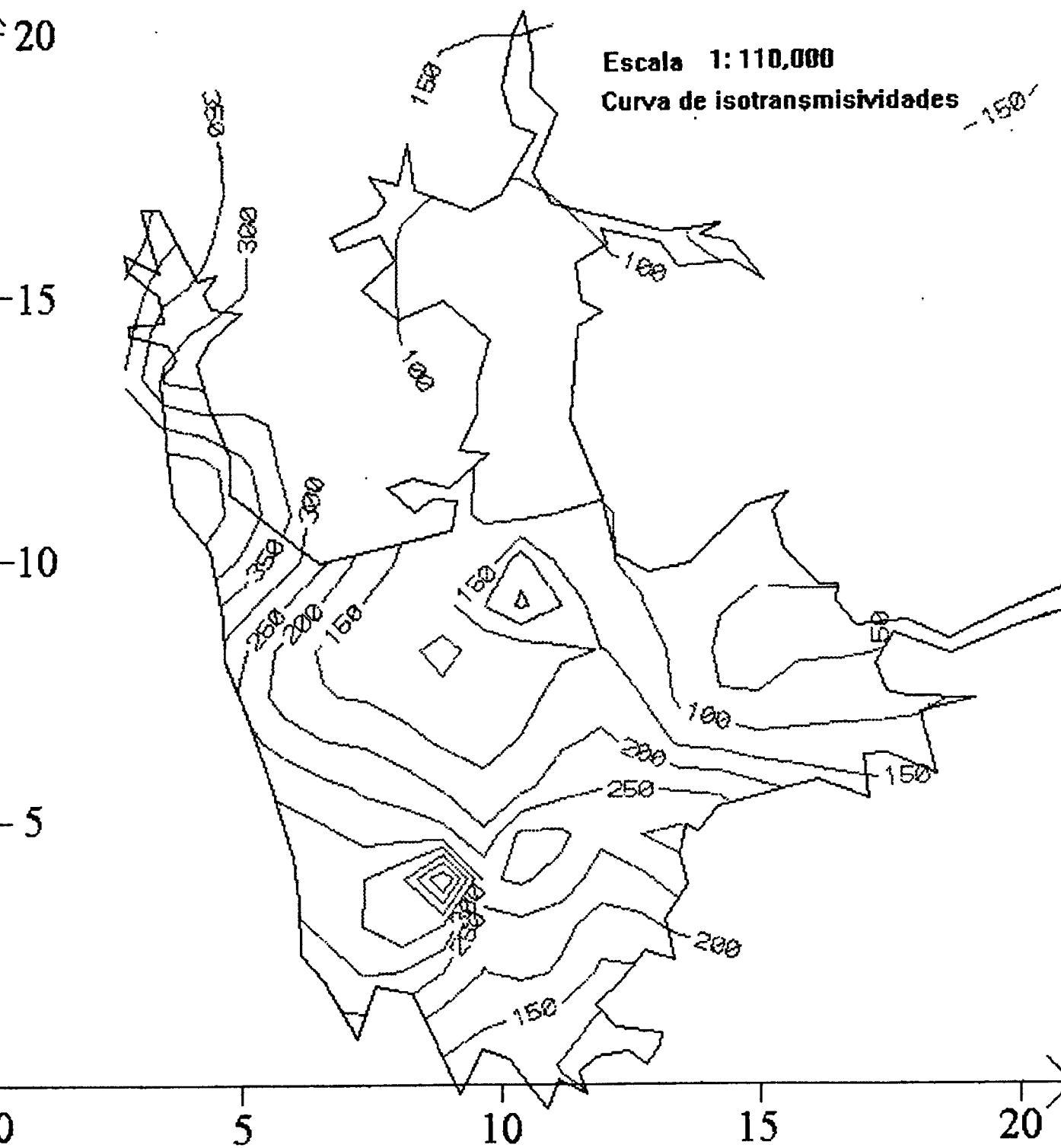


Figura No. 4.6. Distribución espacial de las transmisividades estimadas mediante log-kriging.

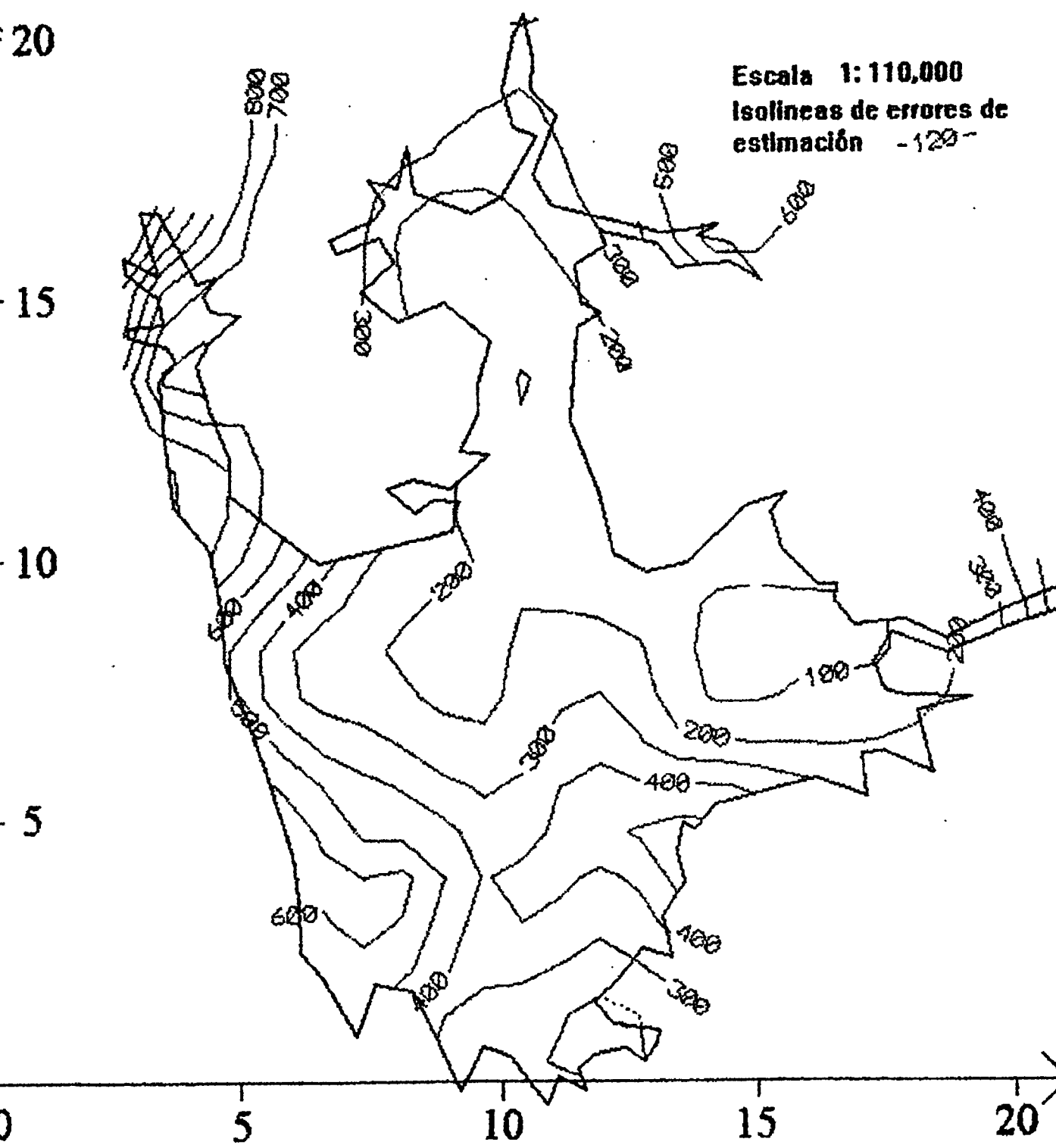


Figura No. 4.7. Distribución espacial de los errores de estimación de log-kriging.

*"Como el sol que sale
cada amanecer y la brisa
de la orilla del mar"*

CAPITULO 5

VALIDACION DE RESULTADOS

5.1 Simulación del Acuífero para el periodo 1981-1985

El modelo de elemento finito utilizado para modelar el acuífero del valle de Querétaro coincide con el mallaje que se utilizó para realizar el kriging de transmisividades, por lo cual la información generada en los nodos se aplicó directamente al modelo.

Para el coeficiente de almacenamiento se tomó el valor regional de 0.07 [12].

En cuanto a las extracciones se recopilaron datos de 135 pozos ubicados dentro de la región analizada, que representan una extracción anual que varía entre 38 millones y 57 millones de m³/anuales.

Se estimaron recargas en el acuífero. En la zona norte, correspondiente a la zona de Jurica, se estimó una recarga de 4'219,000 m³, en la franja de Tlacote la recarga se calculó en 2'109,000 m³. Por el oriente, la entrada de agua se estimó en 8'420,000 m³ y finalmente, en la entrada por Villa Corregidora la entrada se calculó en 5'538,000 m³. También se tomó en cuenta una recarga vertical de 8.247 mm [18], que aplicada al área del acuífero, acumuló un total de 1'000,892 m³.

Por otro lado para establecer las condiciones iniciales se partió de los niveles estáticos del año 1981 por ser estos lo más completos, tal como se ilustró en la figura no. 1.4.

De acuerdo al modelo anteriormente esquematizado se determinaron los niveles estáticos en el interior del acuífero a partir de los datos de piezometría conocidos en el dominio analizado.

Para lograr la calibración del modelo, es decir, para hacer coincidir los niveles históricos, se procedió con el método de prueba y error. Partiendo de la información obtenida de la referencia [14], se hizo una corrección de los valores de recarga lateral; considerando que el parámetro más confiable es la Transmisividad (dado que implicó todo el proceso geoestadístico de validación) no se hicieron variaciones del mismo durante el proceso.

En resumen, puede considerarse que la geoestadística aplicada a la determinación de la distribución de los parámetros geohidrológicos es fundamental para lograr una buena convergencia entre la simulación del flujo de agua subterránea en el acuífero y su comportamiento real.

Los resultados de la simulación se dan en términos de los niveles piezométricos que se ilustran en la figura no. 5.1., los cuales resultaron ser muy semejantes a los niveles históricos presentados en la figura no. 1.5.

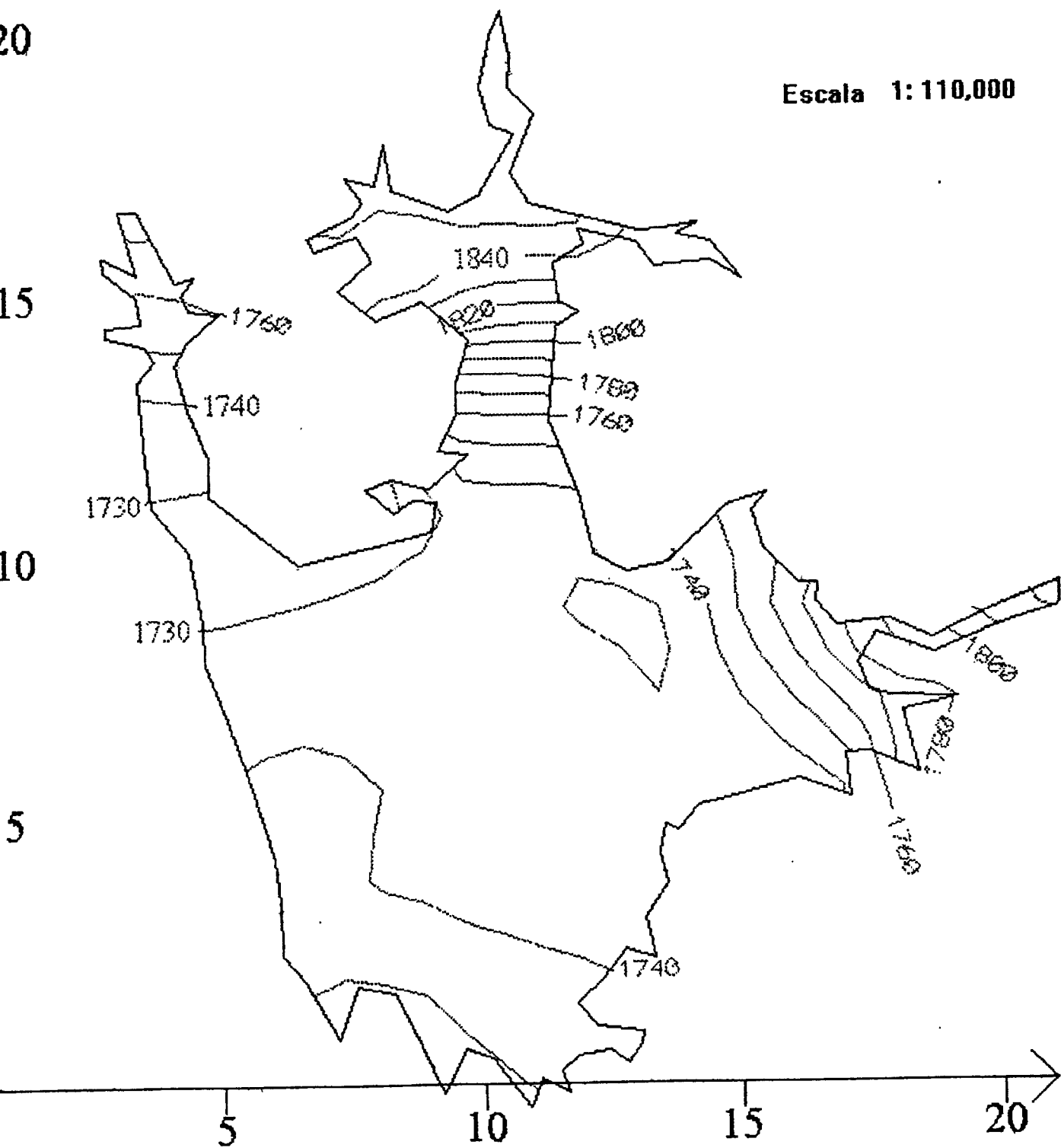


Figura No. 5.1. Niveles Piezometricos estimados para el año 1985.

"No te olvides de mi nombre, porque juntos descubrimos algo nuevo..."

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo ha sido el demostrar la aplicabilidad de una técnica geoestadística conocida como "kriging" en la estimación de parámetros geohidrológicos y su ventaja en la modelación.

En esencia, se involucraron tres pasos para demostrar esta aplicabilidad:

- a) Recoger los datos de transmisividad disponibles del acuífero,
- b) Usar la técnica de interpolación geoestadística de kriging para asignar valores promediados espacialmente a las zonas de la malla de elemento finito que cubrió el acuífero, y
- c) Modelación del acuífero mediante el método del elemento finito.

Los datos de transmisividades se obtuvieron de tres fuentes: 1) pruebas de bombeo, 2) correlacionando capacidades específicas y 3) correlacionando gastos. La mayoría de las pruebas de bombeo fueron de corta duración, salpicadas de errores de medición y falta de previsión, aunque las pruebas de recuperación resultaron ser un valioso complemento en el cálculo de transmisividades. Estos datos obtenidos de pruebas de bombeo se utilizaron en análisis de regresión para establecer una relación lineal con capacidades específicas o con gastos. Algunos pozos fueron separados del grupo principal ya que sus valores se disparaban más allá de los promedios locales, probablemente por negligencia en la medición o en la captura de la información.

Fue necesario restringir el radio de estimación de kriging al intervalo entre 4.5 kms y 5.5 kms. El límite inferior fue

necesario para poder calcular transmisividades en los puntos más aislados. El límite superior fue para subdividir el acuífero del valle de Querétaro en dos subregiones. Una región correspondiente al acuífero regional contenido en material lacustre y otra región de basalto fracturado el cual se observó funcionaba en forma relativamente independiente al resto del acuífero.

El modelado del acuífero mediante el método del elemento finito fue complicado por condición de dos regiones. Lo que fue inclusive peor fue la incertidumbre sobre los límites aproximados de la región de basalto fracturado para poder realizar una simulación separada de las dos regiones encontradas.

Se puede concluir lo siguiente sobre los métodos utilizados en este trabajo:

1. Kriging es un medio eficiente de asignar valores espacialmente promediados de transmisividades a las zonas de una malla de elemento finito sobre el acuífero.

2. Kriging tiene la virtud de suavizar datos con "ruido". En la comparación de la distribución espacial de transmisividades medidas contra calculadas, se observó que los valores persistentes se mantienen. Tal es el caso de las curvas 50 y 100 en el oriente del acuífero, las dos "islas" ubicadas en el suroeste y la curva 150 al oeste. Para el caso de valores aislados que se disparan del grupo, kriging los suaviza, quitándoles peso. Este fue el caso del pozo 615 al sur de Tlacote, cuyo valor excedido fue suavizado en más de un 50 % al tomar en cuenta los pozos vecinos.

3. Los resultados de la modelación del acuífero resultaron bastante aproximados a las piezometrías históricas, requiriendo sólo un mínimo de calibración en cuanto a entradas al acuífero, confirmándose la validez de las transmisividades generadas por kriging.

4. Cada valor calculado de kriging está condicionado sólo por los datos de transmisividad disponibles. En consecuencia, las transmisividades pueden considerarse irreales, especialmente cuando hay escasez de datos. Sin embargo, la calidad de cada valor estimado por kriging puede relacionarse con la magnitud de su error de estimación. En general, los errores de kriging son mayores en aquellas áreas en donde haya poca información.

5. Kriging es un método basado en la teoría estadística. La principal ventaja de este método es que es: a) sistemático y riguroso y por lo tanto altamente reproducible y b) permite cuantificar la incertidumbre en las transmisividades calculadas y consecuentemente la distribución de los niveles piezométricos pronosticado.

*"Puede ser que un día nos
volvamos a encontrar..."*

CAPITULO 7

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) Freeze, R. Allan and Cherry, John A.
Groundwater
Prentice Hall, 1979

- (2) Acevedo Arreguín, Luis Antonio
Tesis de Maestría en Ingeniería (Ambiental):
"Simulación de la Contaminación de un Acuífero
por Inyección de Aguas Residuales", UNAM, 1986

- (3) Dominico, Patrick A.
Concepts and Models in Groundwater Hydrology
McGraw-Hill, 1982

- (4) Neuman, Shlomo P.
Role of Geostatistics in Subsurface Hydrology
University of Arizona

- (5) Comisión Estatal de Aguas de Querétaro
"Querétaro, El Agua y el Hombre"
CEA, 1991

- (6) Segerlind, Larry J.
Applied Finite Element Analysis
John Wiley & Sons, 2nd. Ed., 1984, U.S.A.

- (7) Gurtin, Morton E.
An Introduction to Continuum Mechanics
Academic Press, 1981
- (8) Wang, Herbert and Anderson, Mary
Introduction to Groundwater Modeling.
W.H. Freeman and Company, 1982
- (9) Trejo Moedano, Angel
Estratigrafía y Propiedades Mecánicas del Subsuelo del
Valle de la Zona Urbana de Querétaro
Universidad Autónoma de Querétaro, 1989
- (10) Horta Rangel, J. y San Román García, G:
Estudio de proyección en los Abatimientos de los niveles
estáticos en el Acuífero de la Ciudad de Querétaro
U.A. de Querétaro, 1992
- (11) S.A.R.H., Subsecretaría de Infraestructura Hidráulica
Sinópsis Geohidrológica del Estado de Querétaro
Dirección General de Administración y Control de
Sistemas Hidrológicos, 1988
- (12) C.E.A., Estudio Geohidrologico Integral del Valle de
Querétaro y sus Alrededores para el Manejo Automatizado
de los Recursos Hidráulicos Subterráneos, 1992
- (13) A. G. Journel and Ch. J. Huijbregts
Mining Geostatistics
Academic Press, 1978
- (14) Álvarez Mendiola, Eduardo
Tesis de Maestría en Ingeniería (Hidráulica)
"Optimización del Aprovechamiento del Acuífero del Valle de
Querétaro, con base en un modelo de Simulación del Flujo"
U.A. de Querétaro, 1992

- (15) Hann, Charles T.
Statistical Methods in Hydrology
Iowa State University Press
- (16) ASCE Task Committee on Geostatistical Techniques
Review of Geostatistics in Geohydrology
- (17) Chávez Rodríguez, Adolfo
Aplicaciones de la GeoEstadística en Hidrología Subterránea
Curso de "Métodos Cuantitativos en Hidrología Subterránea",
U.A.Ch, Agosto 1986
- (18) Mobayed Khodr, Nabil et al
Modelo para evaluar la recarga de acuíferos implementado a
sistemas de información geográfica, Aplicación a caso real.
Revista NTHE, Concyteq, No. 10 y 11, Ene y Abril de 1995
- (19) Horta Rangel, Jaime
Seguimiento analítico para el control de abatimientos en un
Acuífero, Caso Querétaro
III Congreso de Ingeniería Civil, Querétaro, 1994

ANEXOS

Anexo No. 1**Análisis de regresión lineal de transmisividades contra capacidades específicas**

No.	Pozo	T	Cs	T Calculada	
				Lineal	Logaritmos
1	752	5.7	11.9	3.85	8.43
2	600-A	44.0	81.0	26.20	43.94
3	653	64.0	93.0	30.08	49.49
4	569	85.0	122.0	39.46	62.52
5	602	114.0	128.0	41.40	65.16
6	954	72.0	170.0	54.98	83.18
7	601	150.0	178.0	57.57	86.54
8	870	115.0	190.0	61.45	91.54
9	606	71.0	200.0	64.69	95.68
10	959	141.0	251.0	81.18	116.34
11	730	121.0	315.0	101.88	141.46
12	1010	130.0	205.6	66.51	97.99
13	1009	130.0	415.0	134.22	179.35
14	644	228.0	554.0	179.18	229.99
15	773	358.0	843.0	272.65	330.10
16	629	400.0	862.0	278.80	336.49
17	953	187.0	942.0	304.67	363.21
18	596	385.0	1027.0	332.17	391.25
19	627	428.0	1509.0	488.06	544.90
20	668	737.0	2443.0	790.15	824.96
21	559	917.0	2845.0	920.17	940.55
Promedios		232.51	637.41		
Desv. Estándar		228.44	758.13		

RESULTADOS DE LA REGRESION:

	LINEAL	LOGARITMICA
No. de Observ.	21	21
Constante	0	0
Coef. de X	0.3234	0.8608
r	0.9647	0.9604
Err Std de Est Y	61.6384	61.0299

Anexo No. 2

Análisis de regresión lineal de transmisividades contra gastos

No.	Pozo	T	Q	T Calculada	
				Lineal	Logaritmos
1	752	5.7	2.08	17.66	12.99
2	600-A	44.0	23.00	195.33	151.29
3	653	64.0	27.00	229.31	178.21
4	606	71.0	45.00	382.16	300.29
5	954	72.0	9.09	77.20	58.61
6	569	85.0	11.58	98.34	75.06
7	602	114.0	26.60	225.90	175.52
8	870	115.0	38.00	322.72	252.66
9	730	121.0	18.00	152.87	117.78
10	1010	130.0	16.66	141.49	108.83
11	1009	130.0	19.19	162.97	125.74
12	959	141.0	6.60	56.05	42.27
13	601	150.0	24.00	203.82	158.01
14	953	187.0	15.92	135.20	103.90
15	977-A	200.0	17.00	144.37	111.10
16	644	228.0	25.50	216.56	168.11
17	773	358.0	60.00	509.55	402.87
18	596	385.0	36.50	309.98	242.48
19	629	400.0	55.90	474.73	374.77
20	627	428.0	38.62	327.98	256.88
21	668	737.0	54.00	458.60	361.76
22	559	917.0	55.00	467.09	368.61
Promedios		231.03	28.42		
Desv. Estándar		223.29	16.73		

RESULTADOS DE LA REGRESION:

	LINEAL	LOGARITMICA
No. de Observ.	22	22
Constante	0	1.816486
Coef. de X	8.4925	1.0214
r	0.7090	0.760269
Err Std de Est Y	161.1612	172.1936

Anexo No. 3
Generación de Transmisividades a partir de Capacidades
Específicas y Gastos.

No.	Pozo	Gasto L/s	N.E. m	N.D. m	Cs m ² /día	T m ² /día	
1.-	550	12.00	0.00	91.92	0.00	77.83	
2.-	552	15.00	69.00	0.00	0.00	97.76	
3.-	553	28.17	113.40	150.00	66.50	21.51	
4.-	558	18.00	64.18	78.85	106.01	34.28	
5.-	569	11.58	63.30	71.51	122.00	85.00	*
6.-	574	14.40	0.00	0.00	0.00	93.76	
7.-	575	4.14	63.95	0.00	0.00	26.25	
8.-	577	32.30	61.40	0.00	0.00	213.99	
9.-	579	7.00	70.24	76.02	104.64	33.84	
10.-	584	3.00	0.00	0.00	0.00	18.89	
11.-	585	7.40	65.72	67.44	371.72	120.21	
12.-	592	20.00	70.85	0.00	0.00	131.15	
13.-	593	43.00	56.30	67.42	334.10	108.05	
14.-	594	10.00	41.63	51.23	90.00	29.11	
15.-	596	36.50	71.04	73.89	1027.00	385.00	*
16.-	597	9.00	37.00	51.78	52.61	17.01	
17.-	598	3.00	56.00	68.00	21.60	6.99	
18.-	600-A	23.00	55.10	79.60	81.00	44.00	*
19.-	601	24.00	51.50	63.16	178.00	150.00	*
20.-	602	26.60	53.43	71.28	128.00	114.00	*
21.-	603	26.27	0.00	0.00	0.00	173.27	
22.-	605	17.00	0.00	0.00	0.00	111.09	
23.-	606	45.00	52.40	71.87	200.00	71.00	*
24.-	607	45.00	60.29	62.42	1825.35	590.32	
25.-	608	37.00	0.00	0.00	0.00	245.84	
26.-	609	45.00	0.00	0.00	0.00	300.25	
27.-	611	64.00	54.00	63.00	614.40	198.70	
28.-	612	60.00	61.63	70.47	586.43	189.65	
29.-	613	21.00	66.49	81.01	124.96	40.41	
30.-	615	93.00	0.00	0.00	0.00	630.23	
31.-	624	74.00	75.12	90.00	429.68	138.96	
32.-	627	38.62	62.66	65.37	1509.00	428.00	*
33.-	628	81.00	0.00	0.00	0.00	547.29	
34.-	629	55.90	53.73	59.33	862.00	400.00	*
35.-	634	37.00	0.00	0.00	0.00	245.84	
36.-	637	35.00	61.00	76.00	201.60	65.20	
37.-	638	49.50	73.00	76.30	1296.00	419.13	
38.-	643	17.00	0.00	0.00	0.00	111.09	
39.-	644	25.50	71.06	75.04	554.00	228.00	*
40.-	645	4.00	0.00	0.00	0.00	25.34	
41.-	647	24.50	0.00	0.00	0.00	161.36	
42.-	650	64.00	0.00	0.00	0.00	437.12	
43.-	651	49.00	0.00	0.00	0.00	327.53	
44.-	652	9.00	0.00	0.00	0.00	58.02	

* Transmisividad obtenida a partir de interpretación de Prueba de Bombeo.

Anexo No. 3 (Cont.)
Generación de Transmisividades a partir de Capacidades
Específicas y Gastos.

No.	Pozo	Gasto L/s	N.E. m	N.D. m	Cs m ² /día	T m ² /día	
45.-	653	27.00	62.78	87.73	93.00	64.00	*
46.-	654	19.00	65.07	71.97	237.91	76.13	
47.-	655	6.00	0.00	0.00	0.00	38.34	
48.-	657	7.00	61.92	64.82	208.55	67.45	
49.-	663	27.00	69.80	72.65	849.00	271.68	
50.-	665	16.00	0.00	0.00	0.00	104.42	
51.-	667	12.00	0.00	0.00	0.00	77.83	
52.-	668	54.00	67.56	69.47	2443.00	737.00	*
53.-	669	3.00	46.63	50.30	70.63	22.84	
54.-	722	41.00	91.00	104.00	272.49	88.12	
55.-	725	61.20	91.52	133.00	127.48	41.23	
56.-	729	23.00	63.00	69.00	331.20	107.11	
57.-	730	18.00	44.00	72.78	315.00	121.00	*
58.-	732	3.00	0.00	0.00	0.00	18.89	
59.-	738	12.00	48.00	98.00	20.74	6.71	
60.-	740	2.00	0.00	0.00	0.00	12.48	
61.-	743	1.00	30.08	61.14	2.78	0.90	
62.-	745	6.45	66.00	71.57	100.00	32.34	
63.-	773	60.00	83.12	87.64	843.00	358.00	*
64.-	827	20.00	82.25	92.11	175.25	56.68	
65.-	828	12.00	0.00	0.00	0.00	77.83	
66.-	870	38.00	84.23	101.50	190.00	115.00	*
67.-	910	37.00	0.00	0.00	0.00	245.84	
68.-	914	65.20	62.35	75.63	424.19	137.18	
69.-	953	15.92	81.50	82.96	942.11	187.00	*
70.-	954	9.09	119.16	123.69	170.00	72.00	*
71.-	956	20.00	0.00	0.00	0.00	131.15	
72.-	957	19.00	0.00	0.00	0.00	124.45	
73.-	958	14.00	0.00	0.00	0.00	91.11	
74.-	959	6.60	11.77	14.04	251.00	141.00	*
75.-	960	9.34	119.17	132.85	58.99	18.88	
76.-	961	21.74	70.50	74.30	494.30	159.86	
77.-	962	6.60	67.23	70.00	205.86	66.58	
78.-	963-A	7.50	69.00	75.45	87.80	28.10	
79.-	964	2.80	0.00	0.00	0.00	17.60	
80.-	965	6.06	121.00	126.00	104.72	33.87	
81.-	966	7.50	76.02	79.50	186.21	59.59	
82.-	969	9.00	66.58	71.46	159.34	50.99	
83.-	970	5.00	0.00	0.00	0.00	31.83	
84.-	977-A	17.00	41.00	87.00	31.93	200.00	*
85.-	978	35.00	60.00	85.00	120.96	39.12	
86.-	982	28.00	0.00	0.00	0.00	184.93	
87.-	985	22.00	81.00	86.00	380.16	122.94	
88.-	987	4.25	78.58	85.34	54.32	17.57	

* Transmisividad obtenida a partir de interpretación de Prueba de Bombeo.

Anexo No. 4. Validación del modelo de Semi-Variograma

No. de Datos usados para krigar el dato eliminado --- 35
 Rango de búsqueda a partir del dato eliminado ----- 6.00 Kms

No. Pozo	Z(i) Datos	Z(i) Krigado	K(Z(i))-Z(i)	ERROR DE KRIGING	NO. PUNTOS
550	77.83	49.87	-27.96	206.64	3
552	97.76	45.09	-52.67	129.85	17
553	21.51	79.98	58.47	121.48	35
558	34.28	111.54	77.25	126.27	35
569	85.00	104.00	19.00	115.90	35
574	93.76	119.77	26.00	115.63	35
575	26.25	134.61	108.36	115.96	35
577	213.99	82.67	-131.32	124.23	35
579	33.84	80.11	46.27	116.53	35
584	18.89	114.16	95.27	114.24	35
585	120.21	105.05	-15.17	115.29	35
592	131.15	118.13	-13.02	114.26	35
593	108.05	84.46	-23.59	123.81	35
594	29.11	95.53	66.43	124.33	35
596	385.00	69.09	-315.91	118.37	35
597	17.01	154.56	137.54	125.07	35
598	6.99	118.51	111.52	128.29	35
600	44.00	84.26	40.26	123.86	35
601	150.00	90.05	-59.95	123.39	35
602	114.00	91.21	-22.79	121.88	35
603	173.27	106.19	-67.08	117.38	35
605	111.09	134.53	23.44	117.98	35
606	71.00	100.56	29.56	121.23	35
607	590.32	113.31	-477.01	120.99	35
608	245.84	274.97	29.13	125.45	35
609	300.25	267.38	-32.87	125.77	35
611	198.70	371.09	172.40	131.98	21
612	189.65	216.97	27.32	132.43	35
613	40.41	387.79	347.37	148.86	13
615	630.23	181.84	-448.38	136.51	16
624	138.96	129.46	-9.50	120.85	35
627	428.00	185.95	-242.05	123.01	35
628	547.29	162.41	-384.88	121.59	35
629	400.00	317.03	-82.97	117.65	35
634	245.84	187.93	-57.91	130.68	35
637	65.20	248.04	182.84	116.88	35
638	419.13	140.84	-278.29	117.42	35
643	111.09	130.74	19.65	124.70	35
644	228.00	108.95	-119.05	123.52	35
645	25.34	75.16	49.82	143.41	35
647	161.36	66.43	-94.93	120.81	35
650	437.12	233.83	-203.29	125.04	35
651	327.53	262.38	-65.15	121.83	35
652	58.02	267.46	209.45	125.46	35

Anexo No. 4.(Cont.) Validación del modelo de Semi-Variograma

No. Pozo	Z(i) Datos	Z(i) Krigado	K(Z(i))-Z(i)	ERROR DE KRIGING	NO. PUNTOS
653	64.00	246.44	182.44	121.04	35
654	76.13	226.29	150.16	116.81	35
655	38.34	251.98	213.64	118.48	35
657	67.45	281.11	213.66	144.30	35
663	274.57	158.32	-116.25	124.87	35
665	104.42	192.28	87.86	117.93	35
667	77.83	284.61	206.78	118.84	35
668	737.00	215.00	-522.00	116.94	35
669	22.84	114.74	91.90	118.07	34
722	88.12	52.73	-35.40	120.84	35
725	41.23	69.18	27.96	124.34	35
729	107.11	117.63	10.52	115.12	35
730	121.00	141.08	20.08	115.43	35
732	18.89	51.74	32.85	116.89	35
738	6.71	42.79	36.08	128.91	35
740	12.48	64.85	52.37	115.60	35
743	0.90	42.41	41.51	123.75	35
745	32.34	117.83	85.49	120.05	35
773	358.00	122.14	-235.86	171.62	8
827	56.68	90.20	33.53	118.97	35
828	77.83	127.42	49.59	117.42	35
870	115.00	102.39	-12.61	112.69	35
910	245.84	136.06	-109.78	139.99	35
914	137.18	128.37	-8.81	128.31	35
953	187.00	80.49	-106.51	113.05	35
954	72.00	45.97	-26.03	116.19	35
956	131.15	97.87	-33.28	112.55	35
957	124.45	90.73	-33.72	111.84	35
958	91.11	78.82	-12.29	112.26	35
959	141.00	83.90	-57.10	114.88	35
960	18.88	82.73	63.85	112.24	35
961	159.86	55.08	-104.78	121.24	35
962	66.58	67.92	1.34	115.17	35
963	28.39	82.82	54.43	114.91	35
964	17.60	60.68	43.07	118.07	35
965	33.87	76.12	42.26	113.63	35
966	59.59	40.31	-19.28	116.16	35
969	50.99	85.93	34.94	115.41	35
970	31.83	109.65	77.82	117.38	35
977	200.00	111.89	-88.11	113.08	35
978	39.12	187.88	148.76	125.00	35
982	184.93	169.65	-15.28	137.86	33
985	122.94	77.96	-44.98	118.86	35
987	17.57	36.76	19.19	127.85	35
988	32.47	145.14	112.67	125.51	35
988	180.74	76.36	-104.38	121.91	35

Anexo No. 4.(Cont.) Validación del modelo de Semi-Variograma

No. Pozo	Z(i) Datos	Z(i) Krigado	K(Z(i))-Z(i)	ERROR DE KRIGING	NO. PUNTOS
989	28.57	103.42	74.85	123.48	32
992	39.65	142.70	103.05	115.07	35
995	43.98	84.66	40.69	113.84	35
998	189.38	52.38	-137.00	115.38	35
1000	239.05	277.02	37.96	121.21	35
1004	58.02	173.93	115.91	122.76	35
1006	112.41	170.73	58.32	120.04	35
1008	116.42	68.18	-48.25	115.13	35
1009	130.00	74.74	-55.26	113.43	35
1010	130.00	69.35	-60.65	114.35	35
1229	15.83	104.69	88.85	114.24	35
1293	13.52	83.31	69.79	131.06	35
1294	31.83	46.68	14.86	114.63	35
1296	12.76	43.08	30.33	132.78	35
1298	38.72	60.41	21.69	116.71	35
1300	7.41	100.20	92.79	115.98	35
1304	104.52	73.56	-30.96	113.84	35
1315	25.95	127.24	101.29	127.94	35
1322	27.94	105.53	77.59	119.78	35
1419	48.80	40.45	-8.35	141.20	33
1420	55.32	54.25	-1.07	119.64	35
1423	131.15	132.50	1.36	124.96	33
1432	94.81	70.50	-24.31	127.48	34
1435	117.96	89.66	-28.30	119.88	35
1436	13.41	121.29	107.88	121.42	35
1636	28.58	53.67	25.09	114.21	35
1639	64.61	17.09	-47.52	129.39	35
1702	11.10	49.37	38.28	116.95	35
1703	31.83	49.28	17.45	126.62	35
1726	349.27	133.50	-215.78	121.46	35
1746	101.80	106.86	5.06	121.25	35
1790	191.68	109.07	-82.61	114.67	35
1795	31.90	86.91	55.01	130.61	17
1796	9.48	64.98	55.49	139.58	24
1806	28.97	272.52	243.55	119.33	35
1807	118.79	211.68	92.90	120.99	35
1822	107.26	166.39	59.13	124.88	35

Estadísticos de los errores del Kriging

Promedio de K[Z(i)] - Z(i) ----- -0.086212
 Des. Est. de K[Z(i)] - Z(i) ----- 131.042779
 Error medio cuadrado reducido ----- 1.052763

Anexo No. 5. Transmisividades calculadas por Kriging.

Numero maximo de datos usados para krigar ----- 35
 Rango de busqueda de datos para kriging ----- 6.00 Kms

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
1	3.10	16.65	263.12	163.82	6
2	3.44	16.65	256.48	159.77	7
3	3.45	15.45	268.51	140.28	9
4	2.75	15.80	266.86	158.00	7
5	2.80	15.50	266.37	154.54	7
6	4.20	15.30	259.15	134.31	11
7	4.55	15.40	245.12	139.50	11
8	3.45	15.00	257.32	140.29	9
9	4.30	15.05	244.80	136.87	12
10	4.45	14.75	232.01	139.18	13
11	3.50	14.50	238.88	139.63	13
12	2.85	14.45	259.68	149.24	9
13	2.85	14.25	262.05	148.92	9
14	3.60	14.10	224.50	136.53	13
15	5.00	14.70	214.74	144.91	18
16	4.40	14.15	216.71	137.62	16
17	4.40	12.90	258.68	133.16	21
18	3.75	13.80	211.56	131.87	14
19	4.15	13.75	207.77	131.96	16
20	3.45	13.40	231.07	133.38	12
21	3.55	12.25	339.81	130.89	14
22	4.80	11.95	301.27	131.46	30
23	3.70	11.05	317.21	128.90	19
24	4.80	11.25	297.59	124.40	27
25	4.40	10.20	267.05	129.12	26
26	4.70	10.15	261.61	126.63	33
27	6.50	9.95	257.61	119.93	35
28	4.65	8.85	204.56	124.14	32
29	4.70	8.05	171.67	125.54	35
30	7.10	7.65	98.13	115.23	35
31	5.10	7.00	143.25	138.71	35
32	7.85	7.55	93.32	116.87	35
33	7.50	7.15	107.74	116.48	35
34	5.50	5.90	161.15	141.34	35
35	6.85	5.55	168.10	126.24	35
36	7.85	5.65	152.68	125.47	35
37	8.80	6.45	95.63	115.22	35
38	9.05	10.55	109.99	127.91	35
39	8.30	9.50	126.08	129.40	35
40	9.75	9.10	213.99	0.00	35
41	9.90	7.30	71.88	117.23	35
42	10.05	6.50	89.80	120.62	35
43	6.00	4.35	195.35	137.13	35
44	6.10	3.50	186.10	134.81	35

Anexo No. 5.(Cont.) Transmisividades calculadas por Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
45	6.15	2.50	159.41	138.85	35
46	7.15	3.30	264.24	121.38	35
47	8.30	3.90	322.31	114.86	35
48	10.30	5.40	156.51	122.88	35
49	6.55	2.00	163.00	141.77	35
50	7.20	0.90	132.85	147.39	32
51	7.55	1.90	194.92	132.83	35
52	8.25	1.75	184.89	123.90	35
53	8.55	1.20	134.35	118.24	34
54	8.65	2.00	196.60	117.10	35
55	8.70	3.65	737.00	0.00	35
56	9.95	4.45	195.05	115.29	35
57	10.50	4.40	428.00	0.00	35
58	12.70	5.90	156.97	115.49	35
59	9.50	1.10	105.48	115.53	35
60	9.30	2.85	171.23	115.59	35
61	9.40	3.15	176.74	113.59	35
62	10.20	3.50	235.48	118.32	35
63	10.60	3.65	256.98	119.68	35
64	9.65	2.80	159.59	117.00	35
65	9.70	3.05	171.74	116.56	35
66	10.15	3.00	188.25	120.71	35
67	10.50	2.75	178.25	122.46	35
68	11.15	3.50	199.59	123.39	35
69	10.75	2.00	228.00	0.00	35
70	11.10	2.85	167.93	124.16	35
71	10.90	1.00	83.55	126.49	35
72	11.80	1.55	80.56	123.70	35
73	12.20	1.10	57.48	123.81	35
74	11.85	2.30	114.93	127.01	35
75	12.30	2.00	96.55	131.12	35
76	11.85	2.65	126.80	127.03	35
77	12.30	2.40	111.73	131.59	35
78	12.10	3.05	130.18	125.88	35
79	12.30	2.55	116.55	131.25	35
80	12.65	2.75	122.51	134.13	35
81	12.75	2.55	116.74	136.32	35
82	13.35	2.40	113.72	144.31	35
83	12.45	3.35	136.30	126.22	35
84	12.75	3.20	138.61	131.76	35
85	13.15	3.15	141.95	137.04	35
86	13.60	3.80	179.54	135.00	35
87	13.10	4.10	188.28	125.90	35
88	13.45	4.40	204.70	123.73	35
89	13.80	4.85	210.43	125.49	35
90	13.55	4.95	215.17	121.87	35
91	14.20	5.30	202.41	123.82	35

Anexo No. 5.(Cont.) Transmisividades calculadas por Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
92	14.15	6.00	163.81	114.08	35
93	13.50	6.65	93.95	114.97	35
94	13.30	7.10	83.99	119.01	35
95	12.75	7.10	106.99	121.01	35
96	11.30	7.05	113.29	124.15	35
97	10.85	7.50	102.26	122.86	35
98	12.50	8.00	116.16	112.53	35
99	12.70	7.50	105.69	118.86	35
100	12.90	7.80	97.65	115.60	35
101	13.30	7.60	74.85	117.92	35
102	13.60	7.90	57.87	116.79	35
103	14.70	7.95	28.55	116.61	35
104	15.05	7.75	35.70	119.76	35
105	14.80	7.00	61.30	119.90	35
106	15.95	6.80	71.82	118.19	35
107	16.10	5.80	118.13	123.85	35
108	17.10	5.45	106.78	126.52	35
109	17.00	6.25	93.39	119.67	35
110	16.80	6.90	69.00	120.74	35
111	17.45	6.30	87.62	121.87	35
112	18.40	5.90	90.80	138.47	29
113	18.10	7.05	62.67	118.89	35
114	19.15	7.30	63.83	145.19	21
115	17.85	7.35	56.38	119.14	35
116	17.45	7.45	52.32	120.60	35
117	15.95	8.00	37.53	122.17	35
118	17.25	8.00	36.84	121.27	35
119	17.60	8.55	32.91	122.26	35
120	18.70	8.15	55.08	135.13	28
121	19.90	8.65	49.25	166.56	14
122	19.85	9.00	47.46	168.29	14
123	18.65	8.45	52.70	134.57	28
124	17.85	8.80	37.36	127.20	35
125	16.85	8.70	27.18	125.13	35
126	16.45	9.15	27.44	133.78	35
127	16.50	9.50	29.46	140.44	35
128	16.15	9.50	29.30	139.85	35
129	15.75	8.60	32.59	123.26	35
130	14.75	8.50	30.54	122.59	35
131	14.45	8.70	35.35	123.30	35
132	15.50	9.20	29.81	132.77	35
133	15.45	10.20	33.17	148.57	35
134	15.25	10.90	36.48	157.49	35
135	15.55	11.25	37.51	164.71	35
136	14.75	11.00	37.76	155.01	35
137	13.65	9.95	41.87	122.04	35
138	13.90	9.30	44.04	119.86	35

Anexo No. 5.(Cont.) Transmisividades calculadas por Kriging.

Nodo	Coordenadas		Z(i)	Error	No.
	X	Nodo Y	Krigado	de Kriging	Puntos
139	13.65	8.70	56.66	114.39	35
140	13.35	9.00	61.03	113.67	35
141	12.75	8.45	107.90	111.21	35
142	12.85	9.75	55.67	118.54	35
143	12.50	9.30	70.21	110.14	35
144	11.95	9.70	72.94	113.55	35
145	10.65	9.60	385.00	0.00	35
146	11.20	10.00	96.47	115.82	35
147	11.80	10.45	68.00	114.71	35
148	12.20	10.10	62.77	118.94	35
149	11.90	11.25	67.15	121.94	35
150	11.10	10.65	83.81	112.93	35
151	10.30	10.50	83.71	115.01	35
152	10.85	11.25	70.56	112.15	35
153	9.55	11.10	82.29	117.48	35
154	9.15	11.10	97.76	124.93	35
155	8.70	11.15	117.46	131.99	35
156	8.35	10.90	135.21	133.97	35
157	7.80	11.35	158.01	139.40	35
158	8.30	11.55	134.98	138.49	35
159	9.00	11.35	104.33	128.43	35
160	9.75	12.00	88.79	117.25	35
161	9.20	12.05	95.20	128.80	35
162	10.15	12.40	56.73	113.56	35
163	11.35	12.65	37.62	125.43	35
164	10.55	12.80	39.01	116.93	35
165	10.10	12.75	48.46	119.49	35
166	9.55	12.75	69.52	128.33	35
167	9.55	13.35	56.24	133.96	35
168	10.05	13.25	44.10	126.43	35
169	10.50	13.30	31.69	121.10	35
170	11.50	14.40	30.60	151.22	35
171	11.95	14.70	32.69	160.29	35
172	11.55	14.90	33.11	156.85	34
173	9.80	14.15	40.32	137.52	35
174	11.45	15.60	39.68	160.36	23
175	10.10	15.25	32.69	141.05	25
176	8.90	14.90	48.55	136.86	34
177	8.00	14.55	84.59	147.08	35
178	7.30	15.10	114.57	149.47	28
179	7.95	15.70	81.84	137.30	28
180	7.65	16.15	95.97	139.31	20
181	6.85	15.85	133.22	150.61	23
182	6.70	16.10	139.45	151.92	19
183	7.55	16.50	103.22	141.22	17
184	7.75	16.80	93.61	139.10	15
185	7.45	17.25	107.91	149.20	12

Anexo No. 5.(Cont.) Transmisividades calculadas por Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
186	8.00	17.10	88.71	138.44	12
187	8.20	17.90	93.59	149.63	9
188	8.35	17.00	77.88	131.20	15
189	9.45	16.60	52.92	133.10	18
190	11.95	16.25	43.87	169.15	22
191	12.05	15.95	42.52	169.52	23
192	13.10	16.00	46.39	181.83	20
193	13.45	15.55	41.60	182.97	24
194	14.50	15.65	49.87	192.15	18
195	15.10	15.30	34.84	200.99	14
196	14.50	16.00	62.19	195.10	13
197	13.85	16.15	57.82	189.77	17
198	14.25	16.35	55.76	193.81	12
199	13.60	16.25	56.32	187.62	17
200	13.15	16.20	50.29	182.92	19
201	12.00	16.50	47.09	170.27	20
202	11.00	16.75	48.72	157.68	19
203	10.65	17.30	53.02	153.61	14
204	10.00	16.90	51.06	144.07	17
205	10.70	18.05	61.14	152.55	9
206	11.10	18.45	61.70	154.33	5
207	10.25	18.25	63.45	148.57	9
208	10.60	18.95	66.18	143.89	5
209	10.05	18.95	66.64	144.81	5
210	10.65	19.55	70.80	135.85	4
211	10.25	19.95	70.46	145.39	4
212	10.45	20.40	69.51	155.65	4
213	21.10	9.05	55.32	191.41	11
214	21.10	9.50	54.78	193.97	11
215	13.10	1.00	66.75	140.84	35
216	13.05	0.75	59.58	140.92	35
217	12.80	0.40	60.44	140.14	30
218	12.45	0.65	49.63	128.02	35
219	11.80	0.55	45.98	129.01	35
220	11.50	0.25	45.62	135.82	33
221	11.65	-0.15	61.71	144.22	28
222	11.10	0.10	52.94	138.88	31
223	10.90	-0.45	64.45	148.73	27
224	10.15	0.50	81.62	127.67	34
225	9.60	0.70	96.24	116.32	35
226	9.20	-0.15	65.29	135.04	28
227	9.18	15.75	38.60	123.05	25
228	5.65	10.60	264.67	120.34	35
229	5.58	9.40	223.33	125.93	35
230	8.80	8.33	75.85	120.53	35
231	10.28	8.45	99.57	121.28	35
232	11.58	8.80	93.41	111.76	35

Anexo No. 5.(Cont.) Transmisividades calculadas por Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
233	14.10	7.30	49.06	116.32	35
234	11.53	5.68	170.17	127.10	35
235	7.58	4.72	189.34	118.02	35
236	8.55	5.18	179.82	122.61	35
237	9.30	4.65	196.33	120.88	35
238	11.62	5.17	190.55	127.69	35
239	11.95	4.72	189.90	126.10	35
240	7.90	2.65	258.44	124.22	35
241	10.72	16.25	42.70	152.60	23
242	7.77	10.25	157.12	128.32	35
243	11.42	13.52	30.12	138.32	35
244	15.12	10.10	34.96	144.66	35
245	6.30	6.90	119.92	128.23	35
246	6.58	6.23	144.02	129.97	35
247	7.50	8.75	125.45	125.98	35
248	9.30	5.84	115.11	118.50	35
249	10.79	6.09	137.70	119.73	35
250	12.14	6.39	139.04	123.89	35
251	12.00	7.28	120.38	121.14	35
252	15.05	6.40	99.83	120.81	35
253	14.38	10.03	40.12	135.51	35
254	11.10	11.95	49.15	113.34	35
255	6.34	8.52	135.64	124.63	35
256	5.62	10.00	252.07	123.67	35
257	8.80	7.39	70.88	119.79	35
258	7.40	9.72	166.34	121.92	35
259	7.15	4.13	238.94	122.05	35
260	5.72	7.76	113.63	124.64	35
261	8.67	2.83	228.53	117.92	35
262	9.40	1.97	141.31	119.42	35
263	12.80	4.83	211.92	121.02	35
264	5.75	5.12	180.26	138.15	35
265	5.49	8.69	177.70	125.02	35
266	15.15	5.55	153.83	128.93	35
267	4.05	11.97	357.95	124.82	19
268	3.85	13.00	248.33	129.80	16
269	9.40	9.83	118.91	125.74	35
270	10.61	13.83	29.53	132.74	35
271	12.20	4.03	163.10	120.76	35
272	9.95	2.36	143.94	118.87	35
273	14.78	9.40	31.94	132.33	35
274	8.15	16.35	73.13	127.53	18
275	16.45	6.35	94.70	116.53	35
276	15.40	8.18	35.13	120.30	35
277	10.13	1.55	120.47	121.52	35
278	8.15	6.80	92.70	121.06	35
279	16.70	7.72	41.66	122.21	35
280	16.50	8.30	29.60	119.07	35

Anexo No. 6. Validación del modelo de Semi-Variograma de las Log-transmisividades.

No. de Datos usados para krigar el dato eliminado --- 35
 Rango de búsqueda a partir del dato eliminado ----- 6.00 Kms

No. Pozo	Y(i) Datos	Y(i) Krigado	K(Y(i))-Y(i)	Error de KRIGING	NO. PUNTOS
550	1.89	1.51	-0.38	0.77	3
552	1.99	1.46	-0.53	0.54	17
553	1.33	1.79	0.46	0.51	35
558	1.54	1.73	0.19	0.52	35
569	1.93	1.86	-0.07	0.49	35
574	1.97	1.79	-0.18	0.49	35
575	1.42	1.91	0.49	0.49	35
577	2.33	1.65	-0.68	0.51	35
579	1.53	1.79	0.26	0.49	35
584	1.28	1.96	0.69	0.48	35
585	2.08	1.89	-0.19	0.49	35
592	2.12	1.93	-0.19	0.48	35
593	2.03	1.80	-0.24	0.51	35
594	1.46	1.86	0.39	0.51	35
596	2.59	1.71	-0.88	0.50	35
597	1.23	2.06	0.83	0.51	35
598	0.84	1.90	1.06	0.52	35
600	1.64	1.79	0.14	0.51	35
601	2.18	1.82	-0.35	0.51	35
602	2.06	1.76	-0.29	0.51	35
603	2.24	1.91	-0.33	0.50	35
605	2.05	1.98	-0.07	0.50	35
606	1.85	1.89	0.04	0.51	35
607	2.77	1.88	-0.89	0.51	35
608	2.39	2.27	-0.12	0.52	35
609	2.48	2.28	-0.20	0.52	35
611	2.30	2.40	0.10	0.54	21
612	2.28	2.17	-0.11	0.54	35
613	1.61	2.42	0.82	0.59	13
615	2.80	2.16	-0.64	0.56	16
624	2.14	1.98	-0.17	0.50	35
627	2.63	2.02	-0.61	0.51	35
628	2.74	2.02	-0.72	0.51	35
629	2.60	2.28	-0.32	0.49	35
634	2.39	2.11	-0.28	0.53	35
637	1.81	2.25	0.43	0.50	35
638	2.62	2.06	-0.56	0.50	35
643	2.05	1.87	-0.18	0.52	35
644	2.36	1.86	-0.50	0.51	35
645	1.40	1.69	0.29	0.58	35
647	2.21	1.72	-0.49	0.51	35
650	2.64	2.20	-0.44	0.52	35
651	2.52	2.24	-0.27	0.51	35

Anexo No. 6. (Cont.) Validación del modelo de Semi-Variograma de las Log-transmisividades.

No. Pozo	Y(i) Datos	Y(i) Krigado	K(Y(i))-Y(i)	ERROR DE KRIGING	NO. PUNTOS
652	1.76	2.31	0.55	0.52	35
653	1.81	2.13	0.32	0.50	35
654	1.88	2.15	0.27	0.49	35
655	1.58	2.20	0.61	0.50	35
657	1.83	2.29	0.46	0.57	35
663	2.44	2.03	-0.41	0.51	35
665	2.02	2.10	0.08	0.50	35
667	1.89	2.26	0.37	0.50	35
668	2.87	2.18	-0.69	0.49	35
669	1.36	1.95	0.59	0.50	34
722	1.95	1.58	-0.36	0.51	35
725	1.62	1.57	-0.05	0.51	35
729	2.03	1.85	-0.18	0.49	35
730	2.08	1.93	-0.15	0.49	35
732	1.28	1.47	0.20	0.49	35
738	0.83	1.56	0.73	0.53	35
740	1.10	1.68	0.58	0.49	35
743	-0.05	1.55	1.60	0.51	35
745	1.51	1.88	0.37	0.50	35
773	2.55	1.83	-0.73	0.66	8
827	1.75	1.76	0.01	0.50	35
828	1.89	1.88	-0.01	0.49	35
870	2.06	1.81	-0.25	0.48	35
910	2.39	2.02	-0.37	0.56	35
914	2.14	1.93	-0.21	0.52	35
953	2.27	1.74	-0.53	0.48	35
954	1.86	1.52	-0.34	0.49	35
956	2.12	1.86	-0.26	0.48	35
957	2.10	1.83	-0.26	0.48	35
958	1.96	1.75	-0.21	0.48	35
959	2.15	1.72	-0.42	0.49	35
960	1.28	1.82	0.55	0.48	35
961	2.20	1.52	-0.68	0.50	35
962	1.82	1.68	-0.14	0.49	35
963	1.45	1.75	0.30	0.48	35
964	1.25	1.68	0.43	0.50	35
965	1.53	1.78	0.25	0.48	35
966	1.78	1.50	-0.27	0.49	35
969	1.71	1.81	0.10	0.49	35
970	1.50	1.81	0.31	0.49	35
977	2.30	1.93	-0.37	0.48	35
978	1.59	2.11	0.52	0.52	35
982	2.27	2.06	-0.20	0.56	33
985	2.09	1.73	-0.36	0.50	35
987	1.24	1.39	0.15	0.53	35
988	1.51	2.05	0.54	0.52	35

Anexo No. 6. (Cont.) Validación del modelo de Semi-Variograma de las Log-transmisividades.

No. Pozo	Y(i) Datos	Y(i) Krigado	K(Y(i))-Y(i)	ERROR DE KRIGING	NO. PUNTOS
988-A	2.26	1.77	-0.48	0.51	35
989	1.46	1.90	0.44	0.52	32
992	1.60	2.05	0.45	0.49	35
995	1.64	1.79	0.15	0.48	35
998	2.28	1.53	-0.75	0.49	35
1000	2.38	2.21	-0.16	0.50	35
1004	1.76	2.08	0.32	0.51	35
1006	2.05	2.09	0.03	0.50	35
1008	2.07	1.71	-0.36	0.49	35
1009	2.11	1.74	-0.38	0.48	35
1010	2.11	1.73	-0.38	0.48	35
1229	1.20	1.84	0.64	0.48	35
1293	1.13	1.81	0.68	0.54	35
1294	1.50	1.55	0.04	0.49	35
1296	1.11	1.55	0.45	0.54	35
1298	1.59	1.57	-0.02	0.49	35
1300	0.87	1.81	0.94	0.49	35
1304	2.02	1.76	-0.26	0.48	35
1315	1.41	1.96	0.54	0.53	35
1322	1.45	1.76	0.31	0.50	35
1419	1.69	1.40	-0.29	0.57	33
1420	1.74	1.47	-0.27	0.50	35
1423	2.12	1.92	-0.19	0.52	33
1432	1.98	1.71	-0.27	0.53	34
1435	2.07	1.75	-0.32	0.50	35
1436	1.13	1.95	0.82	0.51	35
1636	1.46	1.58	0.12	0.49	35
1639	1.81	1.14	-0.67	0.53	35
1702	1.05	1.48	0.43	0.49	35
1703	1.50	1.58	0.08	0.52	35
1726	2.54	1.98	-0.56	0.51	35
1746	2.01	1.86	-0.15	0.51	35
1790	2.28	1.93	-0.35	0.49	35
1795	1.50	1.69	0.19	0.55	17
1796	0.98	1.69	0.71	0.56	24
1806	1.46	2.18	0.72	0.51	35
1807	2.07	1.94	-0.13	0.51	35
1822	2.03	2.00	-0.03	0.52	35

Estadísticos de los errores del Kriging

Promedio de $K[Z(i)] - Z(i)$	-----	-0.001645
Des. Est. de $K[Z(i)] - Z(i)$	-----	0.460355
Error medio cuadrado reducido	-----	0.894631

Anexo No. 7. Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Numero maximo de datos usados para krigar ----- 35
 Rango de busqueda de datos para kriging ----- 6.00 Kms

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
1	3.10	16.65	509.13	1435.89	6
2	3.44	16.65	421.00	1133.96	7
3	3.45	15.45	391.57	857.92	9
4	2.75	15.80	478.52	1262.23	7
5	2.80	15.50	458.19	1161.84	7
6	4.20	15.30	347.55	713.47	11
7	4.55	15.40	331.14	711.52	11
8	3.45	15.00	365.71	794.30	9
9	4.30	15.05	329.50	688.14	12
10	4.45	14.75	308.50	654.20	13
11	3.50	14.50	325.78	696.56	13
12	2.85	14.45	404.81	956.78	9
13	2.85	14.25	424.07	1001.08	9
14	3.60	14.10	294.62	608.75	13
15	5.00	14.70	283.79	631.99	18
16	4.40	14.15	282.79	586.29	16
17	4.40	12.90	324.63	636.28	21
18	3.75	13.80	266.86	526.50	14
19	4.15	13.75	261.89	514.69	16
20	3.45	13.40	299.44	598.58	12
21	3.55	12.25	457.31	881.75	14
22	4.80	11.95	415.14	789.80	30
23	3.70	11.05	492.39	924.19	19
24	4.80	11.25	456.65	809.78	27
25	4.40	10.20	453.15	840.69	26
26	4.70	10.15	429.86	776.19	33
27	6.50	9.95	264.66	445.69	35
28	4.65	8.85	329.23	588.68	32
29	4.70	8.05	278.62	508.88	35
30	7.10	7.65	128.90	207.14	35
31	5.10	7.00	245.13	504.33	35
32	7.85	7.55	130.42	212.34	35
33	7.50	7.15	155.43	253.01	35
34	5.50	5.90	283.80	600.74	35
35	6.85	5.55	263.36	474.84	35
36	7.85	5.65	232.21	409.22	35
37	8.80	6.45	147.15	236.03	35
38	9.05	10.55	113.87	206.39	35
39	8.30	9.50	123.99	227.63	35
40	9.75	9.10	213.99	0.00	35
41	9.90	7.30	107.75	176.72	35
42	10.05	6.50	135.40	228.01	35
43	6.00	4.35	334.08	677.78	35
44	6.10	3.50	307.12	612.31	35
45	6.15	2.50	260.08	544.66	35

Anexo No. 7.(Cont.) Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
46	7.15	3.30	361.52	621.07	35
47	8.30	3.90	404.95	643.16	35
48	10.30	5.40	187.33	322.35	35
49	6.55	2.00	269.31	575.54	35
50	7.20	0.90	228.52	514.17	32
51	7.55	1.90	286.71	550.09	35
52	8.25	1.75	255.81	447.45	35
53	8.55	1.20	186.57	310.72	34
54	8.65	2.00	262.32	429.80	35
55	8.70	3.65	737.00	0.00	35
56	9.95	4.45	216.08	346.44	35
57	10.50	4.40	428.00	0.00	35
58	12.70	5.90	230.63	370.33	35
59	9.50	1.10	148.22	238.24	35
60	9.30	2.85	229.50	366.59	35
61	9.40	3.15	227.19	356.34	35
62	10.20	3.50	259.41	425.72	35
63	10.60	3.65	276.86	461.76	35
64	9.65	2.80	214.95	348.07	35
65	9.70	3.05	221.56	356.98	35
66	10.15	3.00	232.67	389.80	35
67	10.50	2.75	223.21	381.16	35
68	11.15	3.50	231.63	400.55	35
69	10.75	2.00	228.00	0.00	35
70	11.10	2.85	206.25	359.29	35
71	10.90	1.00	115.72	207.82	35
72	11.80	1.55	103.68	182.61	35
73	12.20	1.10	81.50	145.97	35
74	11.85	2.30	150.11	271.04	35
75	12.30	2.00	128.16	242.45	35
76	11.85	2.65	167.26	301.63	35
77	12.30	2.40	150.61	285.31	35
78	12.10	3.05	176.22	315.22	35
79	12.30	2.55	158.09	298.27	35
80	12.65	2.75	170.74	332.27	35
81	12.75	2.55	162.58	323.91	35
82	13.35	2.40	164.40	357.24	35
83	12.45	3.35	189.06	340.16	35
84	12.75	3.20	197.51	375.41	35
85	13.15	3.15	210.57	422.66	35
86	13.60	3.80	282.83	556.52	35
87	13.10	4.10	266.89	479.08	35
88	13.45	4.40	307.45	541.67	35
89	13.80	4.85	313.12	555.99	35
90	13.55	4.95	313.74	537.07	35
91	14.20	5.30	280.44	488.07	35
92	14.15	6.00	200.73	316.84	35

Anexo No. 7.(Cont.) Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
93	13.50	6.65	119.52	190.02	35
94	13.30	7.10	106.49	174.91	35
95	12.75	7.10	154.98	259.39	35
96	11.30	7.05	182.49	316.70	35
97	10.85	7.50	153.95	263.59	35
98	12.50	8.00	158.06	243.60	35
99	12.70	7.50	146.38	239.54	35
100	12.90	7.80	122.35	194.15	35
101	13.30	7.60	88.48	143.58	35
102	13.60	7.90	63.64	102.29	35
103	14.70	7.95	26.50	43.11	35
104	15.05	7.75	35.57	59.42	35
105	14.80	7.00	67.98	112.97	35
106	15.95	6.80	93.05	153.06	35
107	16.10	5.80	167.91	292.95	35
108	17.10	5.45	167.13	303.91	35
109	17.00	6.25	132.01	220.94	35
110	16.80	6.90	94.35	158.49	35
111	17.45	6.30	129.82	222.64	35
112	18.40	5.90	156.66	322.26	29
113	18.10	7.05	93.60	157.53	35
114	19.15	7.30	112.97	250.19	21
115	17.85	7.35	81.33	136.35	35
116	17.45	7.45	73.13	123.43	35
117	15.95	8.00	47.83	82.07	35
118	17.25	8.00	51.98	88.73	35
119	17.60	8.55	48.28	84.55	35
120	18.70	8.15	88.40	177.08	28
121	19.90	8.65	102.33	289.88	14
122	19.85	9.00	99.73	288.60	14
123	18.65	8.45	83.65	167.57	28
124	17.85	8.80	56.57	104.68	35
125	16.85	8.70	42.80	76.56	35
126	16.45	9.15	46.19	89.99	35
127	16.50	9.50	50.83	106.19	35
128	16.15	9.50	50.25	104.14	35
129	15.75	8.60	44.36	77.64	35
130	14.75	8.50	35.23	60.56	35
131	14.45	8.70	41.21	71.12	35
132	15.50	9.20	46.09	88.50	35
133	15.45	10.20	61.93	140.48	35
134	15.25	10.90	74.48	186.21	35
135	15.55	11.25	82.57	224.07	35
136	14.75	11.00	73.00	177.65	35
137	13.65	9.95	71.69	123.85	35
138	13.90	9.30	60.10	100.54	35
139	13.65	8.70	66.23	104.61	35

Anexo No. 7.(Cont.) Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
140	13.35	9.00	75.39	117.70	35
141	12.75	8.45	134.96	204.89	35
142	12.85	9.75	90.31	147.80	35
143	12.50	9.30	100.16	150.88	35
144	11.95	9.70	108.82	169.42	35
145	10.65	9.60	385.00	0.00	35
146	11.20	10.00	117.95	187.26	35
147	11.80	10.45	103.57	163.60	35
148	12.20	10.10	100.54	164.81	35
149	11.90	11.25	104.77	177.76	35
150	11.10	10.65	108.93	168.32	35
151	10.30	10.50	91.95	146.29	35
152	10.85	11.25	90.20	138.62	35
153	9.55	11.10	89.11	146.52	35
154	9.15	11.10	103.54	183.00	35
155	8.70	11.15	126.41	239.22	35
156	8.35	10.90	144.74	279.23	35
157	7.80	11.35	180.80	369.64	35
158	8.30	11.55	152.92	309.47	35
159	9.00	11.35	113.50	207.36	35
160	9.75	12.00	92.60	151.31	35
161	9.20	12.05	102.17	187.10	35
162	10.15	12.40	70.74	111.35	35
163	11.35	12.65	65.78	116.45	35
164	10.55	12.80	59.33	96.62	35
165	10.10	12.75	65.62	109.47	35
166	9.55	12.75	80.25	146.26	35
167	9.55	13.35	71.39	138.27	35
168	10.05	13.25	60.45	108.69	35
169	10.50	13.30	51.22	88.22	35
170	11.50	14.40	68.78	161.28	35
171	11.95	14.70	79.27	205.35	35
172	11.55	14.90	75.90	189.45	34
173	9.80	14.15	60.68	122.82	35
174	11.45	15.60	84.41	219.72	23
175	10.10	15.25	59.43	125.86	25
176	8.90	14.90	65.48	132.52	34
177	8.00	14.55	99.33	222.21	35
178	7.30	15.10	135.06	310.98	28
179	7.95	15.70	97.68	199.15	28
180	7.65	16.15	119.12	248.72	20
181	6.85	15.85	168.19	394.16	23
182	6.70	16.10	181.89	433.23	19
183	7.55	16.50	129.40	276.15	17
184	7.75	16.80	122.10	255.57	15
185	7.45	17.25	154.52	359.31	12
186	8.00	17.10	124.10	258.34	12

Anexo No. 7.(Cont.) Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Nodo	Coordenadas		Z(i)	Error	No.
	X	Nodo Y	Krigado	de Kriging	Puntos
187	8.20	17.90	150.13	351.97	9
188	8.35	17.00	107.50	208.26	15
189	9.45	16.60	81.13	159.22	18
190	11.95	16.25	103.60	298.90	22
191	12.05	15.95	101.02	292.23	23
192	13.10	16.00	127.05	425.05	20
193	13.45	15.55	120.85	408.90	24
194	14.50	15.65	151.14	574.09	18
195	15.10	15.30	115.13	493.43	14
196	14.50	16.00	179.05	708.17	13
197	13.85	16.15	163.52	603.38	17
198	14.25	16.35	165.01	642.32	12
199	13.60	16.25	156.14	561.41	17
200	13.15	16.20	135.69	460.52	19
201	12.00	16.50	111.27	325.77	20
202	11.00	16.75	98.22	249.81	19
203	10.65	17.30	103.27	252.57	14
204	10.00	16.90	88.35	194.22	17
205	10.70	18.05	120.99	296.67	9
206	11.10	18.45	122.27	310.61	5
207	10.25	18.25	122.86	289.29	9
208	10.60	18.95	125.76	289.65	5
209	10.05	18.95	127.13	293.60	5
210	10.65	19.55	139.86	305.79	4
211	10.25	19.95	150.22	360.41	4
212	10.45	20.40	162.13	434.20	4
213	21.10	9.05	163.74	623.29	11
214	21.10	9.50	166.69	655.63	11
215	13.10	1.00	102.44	219.19	35
216	13.05	0.75	96.54	207.50	35
217	12.80	0.40	95.96	205.11	30
218	12.45	0.65	79.72	150.77	35
219	11.80	0.55	79.09	148.78	35
220	11.50	0.25	87.05	174.47	33
221	11.65	-0.15	101.38	222.53	28
222	11.10	0.10	96.73	198.97	31
223	10.90	-0.45	116.22	265.70	27
224	10.15	0.50	124.73	226.81	34
225	9.60	0.70	134.53	219.33	35
226	9.20	-0.15	117.10	231.91	28
227	9.18	15.75	53.32	95.45	25
228	5.65	10.60	376.87	641.37	35
229	5.58	9.40	300.99	535.99	35
230	8.80	8.33	82.27	139.24	35
231	10.28	8.45	123.53	208.09	35
232	11.58	8.80	129.30	197.99	35
233	14.10	7.30	55.05	88.43	35

Anexo No. 7.(Cont.) Transmisividades calculadas por Log-Kriging.

Nodo	Coordenadas X	Nodo Y	Z(i) Krigado	Error de Kriging	No. Puntos
234	11.53	5.68	245.24	438.95	35
235	7.58	4.72	273.94	453.94	35
236	8.55	5.18	247.46	422.81	35
237	9.30	4.65	229.76	385.37	35
238	11.62	5.17	257.40	463.01	35
239	11.95	4.72	264.67	469.49	35
240	7.90	2.65	352.65	615.59	35
241	10.72	16.25	81.65	195.78	23
242	7.77	10.25	162.78	297.25	35
243	11.42	13.52	62.38	127.18	35
244	15.12	10.10	60.89	132.28	35
245	6.30	6.90	175.69	321.25	35
246	6.58	6.23	221.36	412.24	35
247	7.50	8.75	130.25	230.58	35
248	9.30	5.84	155.66	256.58	35
249	10.79	6.09	193.61	326.09	35
250	12.14	6.39	212.72	368.22	35
251	12.00	7.28	184.63	310.04	35
252	15.05	6.40	122.31	205.49	35
253	14.38	10.03	63.30	124.85	35
254	11.10	11.95	72.13	112.94	35
255	6.34	8.52	155.56	272.55	35
256	5.62	10.00	348.53	608.08	35
257	8.80	7.39	108.15	180.80	35
258	7.40	9.72	161.42	277.02	35
259	7.15	4.13	341.71	587.75	35
260	5.72	7.76	161.32	286.43	35
261	8.67	2.83	294.87	481.68	35
262	9.40	1.97	199.14	330.07	35
263	12.80	4.83	312.32	529.47	35
264	5.75	5.12	316.62	651.58	35
265	5.49	8.69	242.28	429.68	35
266	15.15	5.55	217.65	397.56	35
267	4.05	11.97	482.61	871.55	19
268	3.85	13.00	294.64	564.11	16
269	9.40	9.83	118.05	208.53	35
270	10.61	13.83	53.75	104.03	35
271	12.20	4.03	224.33	381.89	35
272	9.95	2.36	198.84	328.68	35
273	14.78	9.40	47.37	90.14	35
274	8.15	16.35	92.30	172.09	18
275	16.45	6.35	129.29	209.90	35
276	15.40	8.18	40.26	68.07	35
277	10.13	1.55	167.33	283.70	35
278	8.15	6.80	148.49	250.55	35
279	16.70	7.72	57.37	98.17	35
280	16.50	8.30	43.36	73.02	35

Anexo No. 8. El método del Elemento Finito

La aplicación del método del elemento finito a los problemas de agua subterránea, es un desarrollo relativamente reciente. Los precursores del elemento finito destacan su flexibilidad en problemas cuyas fronteras son irregulares o cuyo medio es heterogéneo e isótropo.

El problema se plantea en base a la solución numérica del modelo matemático que representa el flujo de un fluido a través de un medio poroso, aquí se han considerado las transmisividades propias del medio continuo considerado, en este caso aplicado al acuífero del Valle de Querétaro.

1. Descripción del Modelo Matemático

Las ecuaciones básicas para un fluido ideal son :

i) Ecuación de movimiento: $-\text{grad } \pi + \mathbf{b} = \rho_0 \mathbf{v}$ (1)

ii) Ecuación de incompresibilidad: $\text{div } \mathbf{v} = 0$ (2)

iii) Ecuación de Bernoulli: (3)

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\pi}{\rho_0} + \beta = \text{cte}$$

La primera ecuación viene asociada a las leyes de balance de momento lineal y angular expresadas por las relaciones:

$$\int_{\partial P_t} \mathbf{s}(n) dA + \int_{P_t} \mathbf{b} dV = \int_{P_t} \mathbf{v} \rho dV$$
$$\int_{\partial P_t} \mathbf{r} \times \mathbf{s}(n) dA + \int_{P_t} \mathbf{r} \times \mathbf{b} dV = \int_{P_t} \mathbf{r} \times \mathbf{v} \rho dV \quad (4)$$

respectivamente. Al considerar un campo espacial tensorial \mathbf{T} simétrico (esfuerzo de Cauchy)

$$\mathbf{s}(n) = \mathbf{T} n \quad ; \quad \mathbf{T} = -\pi \mathbf{I} \quad (5)$$

bajo el cual la ec. (1) toma entonces su forma final.

La condición (2) de incompresibilidad se deriva de la caracterización de un movimiento isocórico, para el que:

$$(\det \mathbf{F})' = 0 \quad \text{---->} \quad \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (6)$$

La ecuación de Laplace, se asocia además de (2), a la condición de irrotacionalidad

$$\text{rot } \mathbf{v} = 0 \quad (7)$$

Así, el campo v de un movimiento isocórico e irrotacional es armónico

$$\Delta v = 0 \quad (8)$$

La ecuación de Bernoulli (3) se asocia al flujo de un fluido ideal bajo una fuerza conservativa con el potencial β . Esta ecuación considera un flujo estable e irrotacional.

El flujo bi-dimensional de un fluido ideal puede ser formulada en términos de una función potencial de velocidad

$$\Delta h = 0 \quad (9)$$

Las componentes de la velocidad en esta formulación vienen dadas mediante:

$$V_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x}; \quad V_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (10)$$

El problema de los niveles piezométricos en un acuífero, que es el que nos ocupa, viene gobernado por la ecuación

$$T_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + R(x,y) = 0 \quad (11)$$

Si en la ecuación anterior hacemos $T_x = T_y = T$, se llega a la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = - \frac{R(x,y)}{T}, \quad \text{o bien} \quad \Delta h = - \frac{R(x,y)}{T} \quad (12)$$

Si no hay extracción, $R(x,y) = 0$ y (12) se reduce a la ec. de Laplace; a estas ecuaciones se les adicionan las condiciones de frontera correspondientes. En esas circunstancias la solución de dichas ecs. diferenciales se ubica como un problema de valor en la frontera e iniciales. Las ecuaciones de Laplace y Poisson ocurren en diversas ramas de la Física, en electromagnetismo, en fluidos, en transferencia de calor o bien en problemas de torsión en mecánica de sólidos.

Existen diversos métodos de solución para estas ecuaciones, las más utilizadas son: el método de Diferencias Finitas y el método de Elemento Finito, este último lo utilizaremos en la solución del problema del acuífero, por lo que previamente daremos un bosquejo del método haciendo mención de algunas de sus características.

2. Solución Numérica

El método del Elemento Finito es una técnica que permite interpolar un espacio $V(B)$ de dimensión infinita en un espacio $V_n(B)$ de dimensión finita. Uno de los métodos eficientes en la solución de

la ecuación (11) es el método de Galerkin o de residuos pesados.

A diferencia de métodos variacionales, Galerkin propone una función solución aproximada. El error se valúa en términos de un residuo que vendrá a minimizarse; así, se exige que:

$$r = \int W_i(.) ED(.) d(.) = 0 \quad (13)$$

Las funciones $W_i(.)$, a diferencia de otros métodos de residuos pesados se aceptan en Galerkin igual a las funciones polinomiales de interpolación usadas en la ec. diferencial $ED(.)$, o sea, de las funciones base. Por tanto, sustituyendo (11) en (13)

$$r = - \int_A [N]^T (T_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + T_x \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + R(x,y)) dA \quad (14)$$

donde:

[N] : Matriz de funciones base

Esta ecuación se puede también mostrar en la forma siguiente

$$r = - \int_A T_x \frac{\partial}{\partial x} ([N]^T \frac{\partial h}{\partial x}) dA + \int_A T_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial h}{\partial x} dA -$$

$$- \int_A T_y \frac{\partial}{\partial y} ([N]^T \frac{\partial h}{\partial y}) dA + \int_A T_y \frac{\partial}{\partial y} ([N]^T \frac{\partial h}{\partial y}) dA - \int_A [N]^T R(x,y) dA \quad (15)$$

el cambio anterior se hace en virtud de que las primeras derivadas de h son discontinuas y por consiguiente las segundas derivadas indefinidas. Las integrales subrayadas se transforman en integrales en la frontera a través de la fórmula de Green:

$$r = - \int_{\partial B} [N]^T (T_x \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta + T_y \frac{\partial h}{\partial y} \sen \theta) d\partial B +$$

$$+ \int_A (T_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial h}{\partial x} + T_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial h}{\partial y}) dA - \int_A [N]^T R(x,y) dA \quad (16)$$

iv) N_n es 0 a lo largo del lado opuesto al nodo n .

Los índices numéricos se refieren a los nodos subsecuentes en un sentido antihorario.

La ventaja de usar elementos triangulares estriba en la facilidad de su integración, en otras circunstancias sería necesario recurrir a procedimientos de cuadratura como ocurre al hacer uso del elemento finito de rectangular de referencia.

La matriz gradiente

$$[B] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

no depende de las variables de integración, y la ecuación (21) puede entonces expresarse en forma desarrollada:

$$\left[\frac{T_n}{4A} \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1 b_2 & b_1 b_3 \\ b_2 b_1 & b_2^2 & b_2 b_3 \\ b_3 b_1 & b_3 b_2 & b_3^2 \end{bmatrix} + \frac{T_r}{4A} \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_3 \\ c_2 c_1 & c_2^2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \frac{S L_{11}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{RA}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

....(26)

En esta ecuación matricial se ha mostrado un solo elemento de la integral del flujo a través de la frontera ∂e (1er integral, parte derecha de la igualdad ecuación (21)); en caso de existir flujo en las otras caras frontera se tendrían que considerar. Al integrarse ha sido considerado un espesor unitario.

El término asociado a la extracción $R(x,y)$ ha resultado constante en el elemento y se distribuye a los nodos proporcionalmente, en ocasiones cuando se manejan áreas muy grandes un $R(x,y)$ nodal es también aceptable, en este caso simplemente se adiciona el valor de $R(x,y)$ (negativo, si es extracción) al vector carga en correspondencia con el grado de libertad nodal asociado.

Es importante mencionar que la condición de impenetrabilidad $\partial h / \partial n = 0$, interviene directamente en el funcional por lo que no habrá modificación alguna en las ecuaciones al tratar la condición de frontera de regiones impermeables.

La aproximación en la solución del problema planteado esto es, en la calidad de los resultados, depende de varios factores; entre otros, al tipo de elemento finito y a la calidad del mallaje.

Al asociar este resultado a todo el dominio discreto se obtiene:

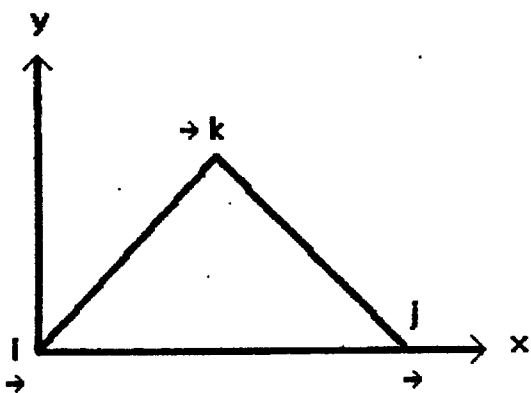
$$[K] \{\Phi\} = \{f\} \quad (23)$$

[K] : matriz global de conductancia
 {f} : vector global de cargas

En la ec. (21), [B] es la matriz gradiente que contiene las primeras derivadas de las funciones base. [D] : matriz de transmisividades

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N] \\ \frac{\partial}{\partial y} [N] \end{bmatrix} ; \quad [D] = \begin{bmatrix} T_x & 0 \\ 0 & T_y \end{bmatrix} \quad (24)$$

Las matrices anteriores, así como el vector carga {f*} dependen del elemento finito que se use. Por ejemplo, para el elemento triangular mostrado en la Figura 1, las funciones base son:



$$\begin{aligned} N_n &= (a_n + b_n x + c_n y) / 2A \\ a_n &= x_{n+1} y_{n+2} - x_{n+2} y_{n+1} \\ b_n &= y_{n+1} - y_{n+2} \\ c_n &= x_{n+2} - x_{n+1} \\ n &= i, j, k \end{aligned} \quad \dots (25)$$

Figura No. 1.

Las funciones base en la ecuación (25) son análogas a los vectores unitarios. La solución de prueba se construye como una combinación lineal de las funciones base. Las funciones base también se denominan funciones de interpolación porque definen la solución de prueba dentro del dominio del problema en términos de las cargas nodales. Las funciones base tienen las siguientes propiedades:

- i) N_n es 1 en el nodo n y 0 en los otros dos nodos.
- ii) N_n varía linealmente con la distancia a lo largo de cualquier lado.
- iii) N_n es 1/3 en el centroide del triángulo.

La primera integral viene asociada a las condiciones de frontera y deberá garantizarse antes de que el residuo sea nulo. Dicha integral se conoce como interelemento y suele identificar la aproximación o error de ensamble entre los elementos finitos. El problema que nos ocupa asocia la condición de frontera siguiente:

$$T_x \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta + T_y \frac{\partial h}{\partial y} \sin \theta = s \quad (17)$$

s : flujo a través de la frontera.

Asimismo, cuando $s = 0$ se reduce a:

$$T_x \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta + T_y \frac{\partial h}{\partial y} \sin \theta = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0$$

situación que se presenta en fronteras impermeables. Sustituyendo en la ecuación (16), la ec. (17) obtenemos:

$$r = - \int_{\partial B} [N]^T s \, d\partial B + \int_A (T_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial h}{\partial x} + T_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial h}{\partial y}) \, dA - \int_A [N]^T R(x,y) \, dA \quad (19)$$

El siguiente paso es hacer cero el residuo previamente sustituido la función de interpolación

$$h = [N] \{\Phi\} \quad (20)$$

Φ : son los valores nodales de h en el dominio discreto; el resultado final es el siguiente:

$$\int_A [B]^T [D][B] \, dA \{\Phi\} = \int_{\partial B} s [N]^T \, d\partial B + \int_A R(x,y) [N]^T \, dA \quad (21)$$

o bien:

$$[k^*] \{\Phi\} = \{f^*\} \quad (22)$$

k^* : matriz de rigidez ó también llamada matriz de conductancia;
 f^* : vector carga

~~Al primer caso se refiere al elemento geométrico en uso; uno de los más comunes, el triangular observa problemas de aproximación debido a que las variables son constantes en esa región; asociado a lo anterior se ubica el espacio polinomial de aproximación así por ejemplo se obtiene una mayor aproximación con elementos de la familia serendipity si la tendencia es aproximar fronteras curvas. El mallaje fino por otra parte no necesariamente implica mejores aproximaciones. La calidad de la solución va asociada en términos de modelación desde la construcción de las funcionales de energía del sistema físico, pasando por el método de interpolación aplicado con sus propiedades de convergencia inherentes.~~