



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
División de Estudios de Posgrado  
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

## **LA MATEMÁTICA RECREATIVA COMO UNA ESTRATEGIA PARA REFORZAR LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS**

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el diploma de la  
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

Presenta

**Lic. Sofía Elena Galván Hernández**

Santiago de Querétaro, Qro. Noviembre de 2013



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

## LA MATEMÁTICA RECREATIVA COMO UNA ESTRATEGIA PARA REFORZAR LOS CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS

### TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el diploma de la  
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

#### Presenta:

Lic. Sofía Elena Galván Hernández

#### Dirigido por:

M.D.M. Carmen Sosa Garza

#### SINODALES

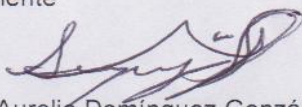
M.D.M. Carmen Sosa Garza  
Presidente

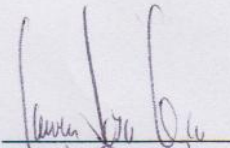
Dr. Víctor Larios Osorio  
Secretario

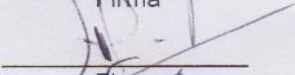
M.D.M. Teresa de Jesús Valerio López  
Vocal

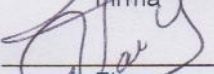
M.C. Patricia Isabel Spíndola Yáñez  
Suplente

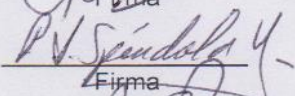
M.D.M. Arturo Corona Pegueros  
Suplente

  
Dr. Aurelio Domínguez González  
Director de la Facultad


  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Dr. Irineo Torres Pacheco  
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario  
Querétaro, Qro.  
Octubre, 2013  
México

## RESUMEN

La educación superior tiene como objetivo principal formar individuos competentes y capaces de responder a las necesidades y preocupaciones de la sociedad. Por su parte los aspirantes a la universidad traen consigo ciertas deficiencias que no fueron cubiertas en sus anteriores años de estudio, es por ello que algunas universidades implementan programas de inducción, tales como cursos propedéuticos o un semestre remedial, mejor conocido como semestre cero, con los cuales se busca nivelar a los estudiantes y cubrir dichas deficiencias. El presente trabajo contiene una propuesta de apoyo para la asignatura de Matemáticas del semestre cero de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro, la cual consiste en 25 problemas enfocados en la matemática recreativa, con los cuales se pretende que el estudiante desarrolle y fortalezca habilidades y competencias matemáticas que lo ayuden a cubrir por sí mismo las deficiencias que trae consigo o las que se le vayan presentado a lo largo de su carrera universitaria.

**(Palabras clave:** Educación superior, semestre cero, matemática recreativa)

## SUMMARY

Higher education's main objective is to train individuals competent and responsive to the needs and concerns of society. For their part, college applicants bring certain deficiencies that were not covered in previous years of study, which is why some universities implement induction programs, such as preparatory courses or remedial semester, best known as semester zero, which seeks to leverage students and cover such deficiencies. This paper contains a proposal to support the Mathematics of zero semester at the Faculty of Engineering of the Universidad Autónoma de Querétaro, which consists of 25 problems focused on recreational mathematics, with which it is intended that students develop and strengthen math skills and competencies that help to cover the deficiencies by themselves that they bring or presented along of his college career.

**(Key words:** Higher education, Zero semester, recreational mathematics)

## **AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIA**

Quiero agradecer a Dios por permitirme concluir esta etapa de mi vida la cual emprendí gracias a que él puso los medios necesarios para que se llevara a cabo y para culminarla de la mejor manera posible.

Agradezco y dedico este trabajo a mis padres, Juan José y María Elena y a mis hermanas Claudia y Nuria por apoyarme en la realización de este proyecto, porque a pesar de la distancia que nos separaba nunca me dejaron sola y por siempre estar al pendiente de mí y de mis necesidades, por soportar mis días de estrés y por acompañarme en mis tristezas y alegrías, por compartir conmigo cada éxito y no dejarme caer ante los fracasos, por enseñarme a luchar por mis ideales y a ser perseverante y sobre todo gracias por el amor, cariño y comprensión brindado durante esta y todas las etapas de mi vida.

También agradezco y dedico este trabajo a mi novio, Mario Ovando, por su amor, cariño, comprensión y apoyo en la decisión de emprender este proyecto y por compartir conmigo ahora la culminación del mismo, por su paciencia, cooperación y ayuda brindada en la realización de esta tesina.

Dedico este trabajo a mis tíos Mauro y Gris y a su familia, por su cariño, por sus atenciones en todo momento y sobre todo por hacerme sentir querida y apoyada como en casa; sus hermosos nietos me alegraron muchas tardes.

Igualmente agradezco a la Sra. Elizabeth Vásquez, por el apoyo brindado al compartirnos su espacio, brindarnos su amistad y cariño.

Agradezco a la M.C. Carmen Sosa Garza por aceptar asesorar el presente trabajo, por su tiempo, dedicación y atención que me permitieron concluir favorablemente el mismo. A la Universidad Autónoma de Querétaro en particular a la Especialidad en Docencia de las Matemáticas le agradezco la formación y el empeño de todos sus profesores, especialmente al coordinador de la especialidad el Dr. Víctor Larios, por sus consejos, paciencia y apoyo.

Y agradezco profundamente al CONACYT por la beca brindada para el estudio de esta especialidad.

# Índice

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO .....	3
2.1 Antecedentes .....	3
2.1.1 Análisis de encuestas.....	7
2.2 Justificación.....	14
2.3 Descripción del problema.....	15
2.4 Hipótesis y objetivos .....	17
2.5 Metodología .....	18
3. MARCO TEÓRICO .....	19
3.1 Competencias matemáticas .....	20
3.2 Matemática recreativa .....	22
3.3 Resolución de problemas .....	23
4. PROPUESTA .....	27
Problema 1.....	28
Problema 2.....	29
Problema 3.....	30
Problema 4.....	30
Problema 5.....	31
Problema 6.....	32
Problema 7.....	32
Problema 8.....	33
Problema 9.....	34
Problema 10.....	34
Problema 11.....	35

Problema 12.....	36
Problema 13.....	36
Problema 14.....	37
Problema 15.....	37
5. CONCLUSIONES.....	40
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	42
7. ANEXO. ....	45
7.1 Encuesta .....	45
7.2 Soluciones propuestas .....	46

## Índice de gráficas

Gráfica 1 Reactivo 1 .....	7
Gráfica 2 Reactivo 2 .....	7
Gráfica 3 Reactivo 3 .....	8
Gráfica 4 Dominio de la materia mostrado por el maestro .....	11
Gráfica 5 Claridad del maestro en sus exposiciones .....	11
Gráfica 6 Capacidad del maestro para resolver dudas.....	11
Gráfica 7 Puntualidad del maestro.....	12
Gráfica 8 Dominio de la materia mostrado por el maestro .....	12
Gráfica 9 Claridad del maestro en sus exposiciones .....	12
Gráfica 10 Capacidad del maestro para resolver dudas.....	13
Gráfica 11 Puntualidad del maestro .....	13



## Índice de ilustraciones

Ilustración 1 Cubos de agua.....	29
Ilustración 2 Ciudades A, B y avión.....	30
Ilustración 3 Cerillas.....	31
Ilustración 4 Disco duro .....	31
Ilustración 5 Puertas .....	32
Ilustración 6 Frasco de píldoras.....	35
Ilustración 7 Niño y niña .....	35
Ilustración 8 Velada.....	36
Ilustración 9 Boletos de entrada .....	37

## 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día la educación superior es de gran importancia para la sociedad y por tanto es necesario que las universidades ofrezcan una educación de calidad y preparen profesionistas de éxito, personas altamente capacitadas para enfrentarse a los problemas y situaciones de la sociedad en la que se desenvuelvan.

Las universidades, semestre tras semestre o año con año según sea el caso, dan a conocer su oferta educativa y realizan un proceso de selección de estudiantes, en la mayoría de los casos dicha selección es mediante un examen de ingreso. Gran parte de los estudiantes que aspiran tener un lugar en dichas universidades no consiguen obtenerlo y esto se debe, en algunos de los casos, a su falta de preparación para el examen de admisión o a ciertas deficiencias que los alumnos traen consigo de sus años anteriores de estudio, las cuales no fueron cubiertas y al llegar a la universidad no se encuentran con la preparación suficiente para poder desempeñarse con éxito a lo largo de su carrera. Para ayudar a los estudiantes a nivelarse y tener la oportunidad de ingresar a su educación superior, algunas universidades implementan cursos remediales, tales como cursos propedéuticos o un semestre remedial comúnmente llamado semestre cero.

Tal es el caso de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro, la cual ofrece la modalidad de semestre cero para los estudiantes que al finalizar su proceso de admisión obtuvieron un puntaje entre 60 y 69.99. Este semestre consiste en que dichos estudiantes cursen materias tales como Matemáticas, Física, entre otras, durante un semestre y al término de dicho semestre se les aplica nuevamente el examen EXHCOBA con un valor del 30% de su calificación, mientras que el promedio de las materias cursadas tiene el 70% restante y si el estudiante obtiene una puntuación mínima de 70 puede ingresar al primer semestre de la carrera que eligieron.

Como se mencionó, los estudiantes traen consigo algunas deficiencias académicas, en particular en la materia de Matemáticas, las cuales se desea sean cubiertas en el semestre cero, sin embargo, se considera difícil que en un semestre se cubran todas esas deficiencias,

es por ello que el objetivo de esta tesina es ejemplificar un material para la asignatura de Matemáticas del semestre cero, enfocado en la matemática recreativa y la resolución de problemas, el cual sirva de apoyo para fortalecer y desarrollar algunas competencias en los estudiantes, las cuales se consideran necesarias para que el estudiante pueda cubrir por sí mismo las carencias o dificultades que vayan surgiendo a lo largo de su carrera profesional o aquellas que no hayan sido cubiertas por completo en el semestre cero.

El contenido del presente trabajo se explica brevemente a continuación. Esta tesina consta de 5 capítulos incluyendo el presente, el cual es una introducción al trabajo presentado en las siguientes secciones.

El capítulo 2 describe la tesina, se compone en primera instancia de los antecedentes, para los cuales se realizó una encuesta a los estudiantes que cursaron el semestre cero en el período agosto-diciembre 2012, esto con el objetivo de conocer la opinión de los estudiantes acerca de algunas cuestiones sobre el semestre cero, y en dicha sección se encuentran los resultados de la misma. A su vez se puede encontrar la justificación del presente trabajo, así como la descripción del problema y su objetivo.

El capítulo 3 se compone por el marco teórico, el cual contiene información acerca de las competencias matemáticas, la matemática recreativa y la resolución de problemas, los cuales son la base para la propuesta diseñada para esta tesina.

En el capítulo 4 se encuentra la propuesta para la asignatura de Matemáticas del semestre cero de la Facultad de Ingeniería, el cual consta de 15 problemas enfocados en la matemática recreativa, con los cuales se pretende que los estudiantes desarrollen o fortalezcan algunas de las competencias matemáticas.

Y para finalizar, el capítulo 5 está compuesto por las conclusiones del presente trabajo.

## **2. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO**

### **2.1 Antecedentes**

La universidad es un hecho necesario en toda sociedad, ya que la generación de conocimientos, su diseminación y utilización, es un factor clave para el desarrollo y competitividad de las naciones. La Conferencia Mundial sobre Educación Superior organizada por la UNESCO en 1998 afirma que “la educación superior y la investigación forman hoy en día la parte fundamental del desarrollo cultural, socioeconómico y ecológicamente sostenible de los individuos, las comunidades y las naciones”. (UNESCO, 1998).

La educación superior tiene como objetivo principal formar individuos competentes y capaces de responder a las necesidades y preocupaciones que la sociedad de la que forman parte considera importantes (Ibáñez, 2004), (Irigoyen, Jiménez, & Acuña, 2004). Sin embargo, el panorama de la educación y en específico de la educación superior en México, no es nada alentador y lleva a la conclusión de que el objetivo no se está logrando del todo (Irigoyen, y otros, 2009).

La selección de estudiantes que ingresan a la educación superior es, en casi todas las instituciones, mediante la aplicación de un examen de ingreso. El origen social de los jóvenes, el tipo de escuela de la que proceden, el ingreso familiar mensual, la actividad económica y los niveles de educación de los padres, entre otros factores influyen en las posibilidades reales para ingresar a la educación superior (Villa, 2006).

Además de esto se sabe que los aspirantes al entrar a la universidad traen consigo distinta preparación, esto debido a las escuelas de procedencia, nivel socioeconómico, etc., sin embargo, la universidad no puede simplemente culpar a dichos factores del bajo rendimiento de los estudiantes, por lo que debe plantear soluciones a dichos problemas.

Todo esto lleva a algunas universidades a proponer programas de inducción efectivos, tales como cursos propedéuticos, con el fin de homogeneizar los niveles de capacidad requerida por los estudiantes para cursar los estudios de su carrera universitaria, sin embargo, la corta duración de esos cursos, ha llevado a algunas universidades a la apertura de lo que ellos llaman un semestre cero, semestre remedial, entre otros. Es importante la implementación de estrategias como la apertura del semestre cero para poder brindar la oportunidad de nivelar a todos aquellos estudiantes que no cumplan con ciertos requisitos de ingreso para que posteriormente puedan cursar sus estudios universitarios.

El semestre cero es un programa académico cuyo propósito principal es crear un puente académico entre la formación secundaria, media superior y la universitaria. Su objetivo es combatir los indicadores de rezago, reprobación y deserción en la educación superior. En él, se trata de dotar a los estudiantes de las herramientas necesarias para que se vinculen a la educación universitaria y apoyarlos en su proceso de adaptación con su nuevo entorno con el fin de que logren la excelencia académica.

En particular, la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro ofrece esta modalidad, los requisitos para los aspirantes a la Facultad de Ingeniería de la UAQ son: 1.- Los interesados deben realizar un curso propedéutico o inscribirse y realizar el examen equivalente al curso propedéutico que tendrá un valor del 30%. 2.- El 70% restante del proceso de admisión se deberá cubrir con la presentación del examen EXHCOBA (Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos). La Facultad en los últimos años acepta a todos los aspirantes que cumplan con un promedio mínimo de setenta (70), integrado por el resultado del proceso del inciso 1 y 2 descritos anteriormente. En el caso de los aspirantes que no obtuvieron el puntaje de admisión y que tienen una puntuación final mayor o igual a 60 y por debajo del 70 solicitado para ingresar, se ofrece la posibilidad de cursar un semestre cero, cuyo objetivo es “reforzar a los aspirantes en sus conocimientos, destrezas y habilidades que los posibiliten a un mejor aprovechamiento académico a lo largo de su carrera, cumpliendo así con las políticas de calidad de la Facultad”.

El examen EXHCOBA es un examen computarizado que tiene como principal objetivo seleccionar los mejores estudiantes a ingresar al nivel medio superior y superior. Está diseñado para medir el grado en que el estudiante comprende los conceptos escolares básicos y maneja las habilidades que le permiten integrar nuevos conocimientos. Es decir, evalúa nociones y no precisiones del conocimiento. Para el nivel superior consta de **190** preguntas de opción múltiple, dividido en dos secciones. La primera sección del examen fue diseñada para ser contestada tanto por aspirantes a bachillerato como a universidad. Se integra de las siguientes seis áreas: 30 preguntas de habilidades verbales, 30 de habilidades cuantitativas, 15 de español, 15 de matemáticas, 20 de ciencias naturales y 20 de ciencias sociales. La segunda sección consta de 60 preguntas relacionadas con las áreas de especialidad conformadas por tres asignaturas de 20 preguntas cada una.

Por su parte el semestre cero de la Facultad de Ingeniería, como su nombre lo dice, consiste en un semestre donde los estudiantes cursan materias como: Matemáticas (6 horas p/semana), Física (6 horas p/semana), Computación (5 horas p/semana), Inglés (5 horas p/semana), Lectura y Redacción (5 horas p/semana), Universidad y Sociedad (3 horas p/semana) y Deportes (2 horas p/semana). Al finalizar el semestre el promedio de las materias cursadas tiene un valor del 70% y además desde hace algunos años se ha solicitado que al término del semestre los estudiantes presenten de nuevo el examen EXHCOBA el cual tiene el 30% restante.

Con respecto al plan de estudios de la materia de Matemáticas se observa que esta asignatura cuenta con una unidad para Aritmética, en la cual se ven temas como los números naturales, números enteros, racionales y reales. A su vez cuenta con una unidad para Álgebra, con temas como lenguaje algebraico, operaciones algebraicas, factorización y ecuaciones. Y cuenta con dos unidades más las cuales son destinadas para Trigonometría y Geometría Analítica. Como se observa dicho programa está diseñado con temas que se cursan en la educación media superior, con lo cual se pretende reforzar los conocimientos que los estudiantes traen de sus anteriores años de estudio.

Como ya se mencionó con anterioridad, los estudiantes traen consigo ciertas deficiencias académicas en conocimiento como en habilidades, en particular en matemáticas los estudiantes traen consigo deficiencias relacionadas con: potenciación, radicación, productos notables, factorización, ecuaciones, inecuaciones, gráficas y sistemas de ecuaciones lineales; que son bases fundamentales en el desarrollo de asignaturas que se cursarán en la carrera profesional. Así mismo se observan dificultades en razonamiento lógico y en el manejo del lenguaje matemático, por mencionar algunos ejemplos (Arraiz & Valecillos, 2010). Dichas deficiencias deberían haber sido cubiertas por completo en sus estudios previos a la universidad, en particular los estudiantes que cursan el semestre cero, son estudiantes que se encuentran en un promedio de entre 60-69, por lo que el semestre cero intenta cubrir los huecos que dichos estudiantes poseen.

Sin embargo, es muy difícil en un semestre poder superar dichas deficiencias, por lo que en esta tesina se considera una propuesta específicamente para la materia de matemáticas apoyada en la matemática recreativa y la resolución de problemas, la cual considera necesario el razonamiento matemático en los que cursan el semestre cero, el cual los ayude a cubrir por ellos mismos las carencias o dificultades que vayan surgiendo a lo largo de su carrera profesional.

La solución absoluta al problema de las deficiencias de los estudiantes no es únicamente la implementación de programas como el semestre cero en las universidades, más bien se deben tomar acciones en los niveles anteriores a la educación superior; más sin embargo, una solución como el semestre remedial es una alternativa a corto plazo cuyo objetivo primordial es apoyar a los estudiantes a ingresar a la universidad.

Como antecedente a esta tesina se procedió a diseñar una encuesta dirigida hacia los alumnos que cursaron el semestre cero en el período agosto - diciembre 2012 (Anexo 1). El objetivo de dicha encuesta fue conocer la opinión de los estudiantes acerca de algunas cuestiones sobre el semestre cero, tales como, la organización, los contenidos de las materias de Matemáticas y Física, así como sobre la calidad docente, esto con el fin de

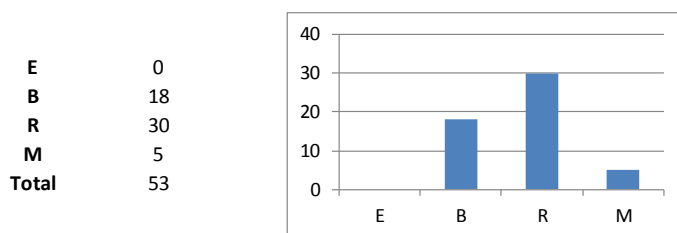
recabar información que pudiera ser de utilidad en la elaboración de la propuesta antes mencionada.

A continuación se muestra el análisis por pregunta de dicha encuesta y al término de éste, se mostrarán algunas conclusiones acerca de la encuesta en general.

### 2.1.1 Análisis de encuestas

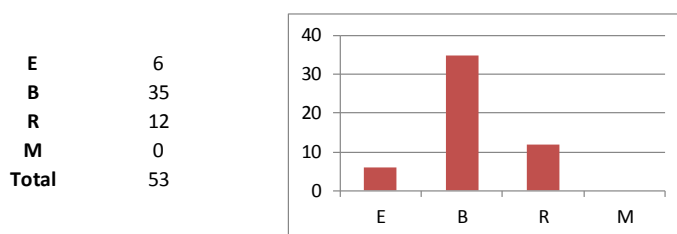
El presente análisis mostrará la opinión de los estudiantes acerca del semestre cero, en algunos reactivos se usa la siguiente escala: E = Excelente, B = Bueno, R = Regular y M = Malo, y para cada reactivo se mostrará la cantidad de estudiantes que marcaron cada una de las respuestas anteriores. En los reactivos cuya respuesta no es de opción múltiple se realizó una clasificación de las respuestas de los estudiantes.

Respecto al reactivo 1, el cual es acerca de la organización del semestre cero, se obtuvo:



Gráfica 1 Reactivo 1

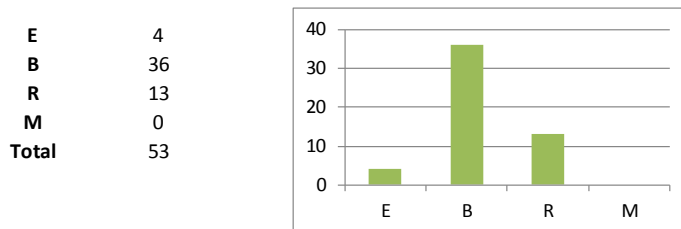
En el reactivo 2, al considerar los contenidos del semestre cero, la respuesta fue:



Gráfica 2 Reactivo 2



El reactivo 3 sobre cómo consideran los estudiantes su aprendizaje durante el semestre cero, se obtuvo lo siguiente:



**Gráfica 3 Reactivo 3**

El reactivo 4 consta de tres incisos, a continuación se analizará cada uno de ellos. Respecto al inciso a), al solicitar la opinión de los estudiantes acerca del semestre cero, ellos opinaron lo siguiente:

- 30 alumnos comentaron que el semestre 0 es una buena oportunidad para aprender y poder ingresar a la universidad y como método para regularización ya que se refuerzan los conocimientos y eso es de utilidad para su carrera, además comentan que es un semestre que les muestra más información de su carrera y les ayuda a darse una idea de cómo será la misma. 3 de estos estudiantes comentan que es caro.
- 13 estudiantes opinaron que es un semestre pesado, que se abordan muchos temas para un semestre y algunos comentan que se deben poner maestros más capacitados.
- 7 estudiantes comentan que el semestre cero es bueno pero hacen énfasis que se puede mejorar en la organización.
- 1 estudiante comenta que sería mejor que al estar en el semestre cero ya fueran estudiantes de la UAQ, otro estudiante considera innecesario dicho semestre, a su parecer se deberían de modificar los porcentajes para ingresar con más facilidad y un estudiante no contesta.

Sobre el inciso b), donde se les pide la opinión sobre el contenido de la materia de matemáticas, se pudo obtener lo siguiente:

- 39 alumnos opinan que el contenido es bueno, que sirve para reforzar los conocimientos adquiridos en el bachillerato y para sentar las bases de álgebra,

trigonometría y geometría, además que lo consideran de utilidad para los siguientes semestres de su carrera.

- 8 alumnos consideran bueno el contenido pero opinan que la deficiencia se presenta en los profesores y su método de enseñanza, algunos opinan que se puede hacer más dinámica la clase.
- 3 estudiantes opinan que el contenido es regular, que abarca muchos temas para poco tiempo y eso lo hace pesado.
- 2 alumnos comentan que se debería de profundizar más en los temas para que no fuera tan básico.
- 1 estudiante comenta que el contenido es deficiente.

Respecto al inciso c), el cual trata sobre los contenidos de la materia de física, se obtuvieron las siguientes respuestas:

- 35 alumnos comentan que el contenido fue bueno, muy completo y de gran utilidad para los siguientes semestres de la carrera, además de ser interesante.
- 8 estudiantes opinan que el contenido es bueno pero los profesores pueden mejorar su método de enseñanza, opinan que los ejercicios eran muy sencillos y los exámenes muy complicados.
- 6 estudiantes opinan que el contenido es bueno y hablan a favor del maestro que les impartió la asignatura.
- 4 alumnos opinan que el contenido es regular ya que lo consideran muy básico y sólo como repaso de lo visto en el bachillerato, en su opinión se debería profundizar más en los temas.

En el reactivo 5 se formula una pregunta con el fin de conocer si los estudiantes consideraron que hace falta algún tema en la materia de física, a lo cual respondieron:

- 42 estudiantes consideran que no hace falta ningún tema.
- 11 estudiantes opinan que sí hacen falta temas, entre los cuales destacan:
  - Electromagnetismo
  - Circuitos y pantallas
  - Tiro hiperbólico
  - Momento de torsión
  - Electricidad
  - Termodinámica

- Algunos estudiantes piden profundizar más en los temas

El reactivo 6 consta de la misma pregunta que el anterior pero ahora respecto a la materia de matemáticas, en la cual se obtuvo:

- 42 estudiantes consideran que no hace falta ningún tema.
- 11 estudiantes opinan que sí hace faltan temas, entre los cuales destacan:
  - Más álgebra
  - Cálculo (Diferencial e integral)
  - Series de Fourier
  - Profundizar más en los temas

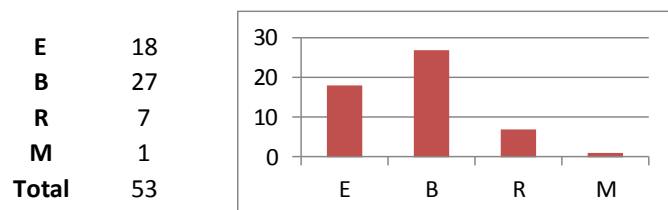
Respecto al reactivo 7, donde se les cuestiona a los estudiantes sobre si observaron mejoría en sus bases de álgebra al término del semestre cero, se obtuvo:

- 37 estudiantes consideran que sí mejoraron sus bases.
- 16 estudiantes opinan que no mejoraron sus bases en álgebra.

El reactivo 8 pretende conocer la opinión de los estudiantes acerca de lo que a su criterio hace falta o sobra en el semestre cero, para lo cual se tiene que:

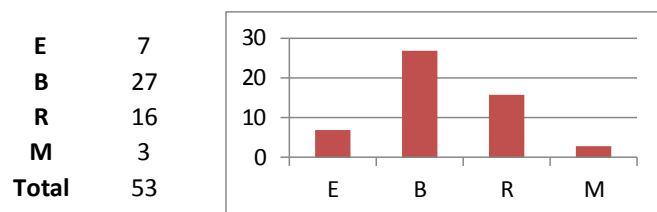
- 13 alumnos opinan que se deberían agregar materias como química y quitar o reducir horas a materias como universidad y sociedad, redacción y programación.
- 9 alumnos quitarían el examen EXHCOBA al final.
- 4 estudiantes consideran que se deben agregar maestros con más disposición, más capacitados y responsables.
- 2 alumnos opinan que se debe agregar más información sobre el ingreso y sobre la universidad.
- 2 estudiantes piden establecerse criterios firmes de evaluación y modificarse la organización de las fechas de exámenes.
- 1 alumno opina que se debe agregar más trabajo de física y química.
- 1 estudiante opina que se debe agregar el semestre cero para aquellos que no acreditan con 7 el propedéutico como método de regularización en los alumnos, otro estudiante pide agregar preparación para el EXHCOBA.

La siguiente parte trata sobre la calidad docente, en primer caso para la materia de matemáticas, el primer inciso hace referencia al dominio de la materia mostrado por el maestro para el cual se tiene:



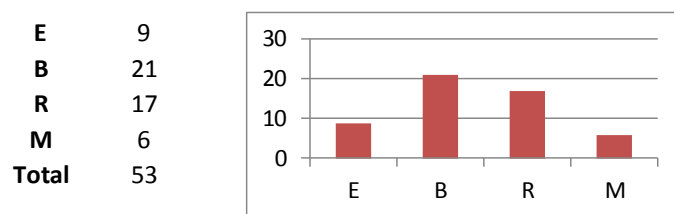
**Gráfica 4 Dominio de la materia mostrado por el maestro**

El siguiente inciso trata sobre la claridad del maestro en sus exposiciones del cual se obtuvo:



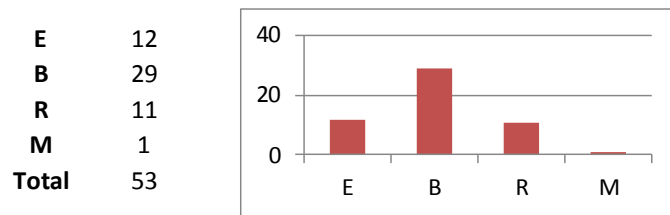
**Gráfica 5 Claridad del maestro en sus exposiciones**

Respecto a la capacidad del maestro para resolver dudas se tiene:



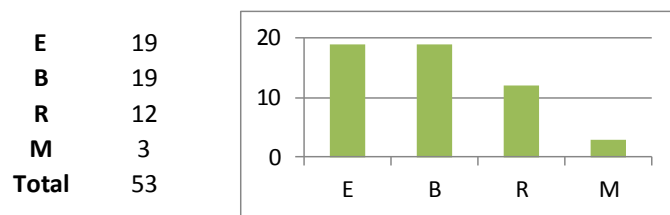
**Gráfica 6 Capacidad del maestro para resolver dudas**

El último inciso trata sobre la puntualidad del maestro del cual se obtuvo:



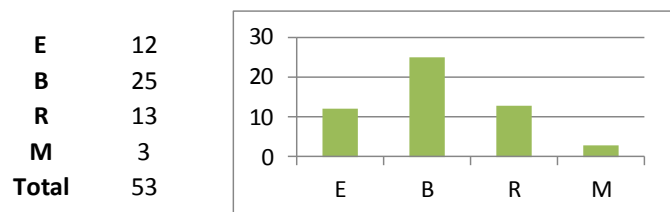
**Gráfica 7 Puntualidad del maestro**

Para los docentes de la materia de física se obtuvieron los siguientes resultados, respecto al dominio mostrado se tiene:



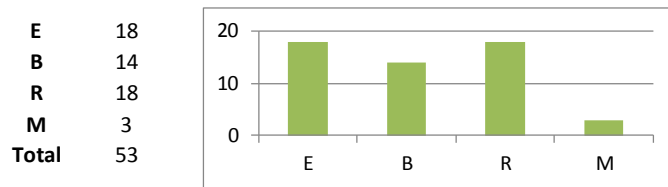
**Gráfica 8 Dominio de la materia mostrado por el maestro**

Para el inciso de la claridad en sus exposiciones se tienen los siguientes resultados:



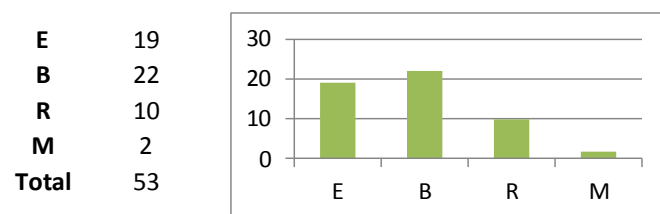
**Gráfica 9 Claridad del maestro en sus exposiciones**

Respecto a su capacidad para resolver dudas, los estudiantes opinan lo siguiente:



**Gráfica 10 Capacidad del maestro para resolver dudas**

Por último, sobre la puntualidad de los docentes se tiene:



**Gráfica 11 Puntualidad del maestro**

Con el cuestionario en general se puede observar que los estudiantes consideran al semestre cero como una oportunidad de nivelación y de acercamiento a su carrera y les ayuda a reafirmar su interés en la misma, además de que consideran en su mayoría que los contenidos de las asignaturas de física y matemáticas son buenos, completos y de gran utilidad para los siguientes semestres de su carrera, también puede observarse que algunos estudiantes consideran que en matemáticas es necesario incluir más álgebra y cálculo, y se espera que más estudiantes afirmen que sus bases en álgebra mejoraron, ya que tener buenas bases es de gran utilidad a la hora de cursar las asignaturas de matemáticas a lo largo de su carrera. A su vez el cuestionario puede servir de ayuda para observar la opinión de los estudiantes acerca de la calidad docente y con ello poder realizar mejoras en dicho semestre.

## 2.2 Justificación

El contar con universidades que ofrezcan una educación de buena calidad es indispensable para el desarrollo de nuestro país, a su vez es de suma importancia que dichas universidades cumplan con la misión de preparar a las generaciones que construirán el país del mañana, formando profesionistas de éxito en un amplio sentido de la palabra, capaces de responder a los problemas y situaciones que se les presenten en su vida profesional.

Para cubrir grandes necesidades tecnológicas del país, es importante que cada vez exista un mayor número de alumnos aceptados en ingeniería, alumnos preparados cumpliendo con los requisitos de cada universidad. La implementación de nuevas estrategias como el semestre cero, da la oportunidad a los estudiantes promedio que por una u otra razón no alcanzaron el puntaje solicitado para entrar, puedan aspirar a un lugar cursando algunas materias que les ayudarán a reforzar sus conocimientos y habilidades que les den la posibilidad de prepararse para afrontar las exigencias de la universidad así como a tener un mejor aprovechamiento académico a lo largo de su carrera, para que al término de la misma sean profesionistas de éxito (en el sentido amplio de la palabra) y ciudadanos socialmente responsables.

Dicho semestre cero, implementado desde hace 6 años, ha tenido modificaciones y continuamente se busca resolver los diversos problemas que van surgiendo, cabe recalcar que desde la implementación de dicho semestre, los índices de reprobación y deserción han disminuido.

Para ejemplificar lo mencionado antes, se tomaron dos años al azar (2007 y 2012) y se procedió a analizar el índice de reprobación en las materias de Cálculo Diferencial y Álgebra Lineal, las cuales son las asignaturas de matemáticas que los estudiantes cursan durante su primer semestre de la carrera, esto con el fin de comparar ambos años y observar si en efecto ha disminuido la reprobación en dichas asignaturas. Respecto a la materia de Cálculo Diferencial se observó que en el año 2007 un 33.9 % de los estudiantes reprobaron la asignatura, mientras que en el 2012 se tuvo una reprobación del 18.6%. Para la

asignatura de Álgebra Lineal se tuvo un porcentaje del 36.6% y 21.4% para los años 2007 y 2012 respectivamente. Esto es una pequeña muestra de que los índices de reprobación sí han disminuido en el paso de los años, para que dicha muestra sea representativa y poder generalizar dicha conclusión se necesita un estudio a profundidad en dicho tema, lo cual ya no es parte del objetivo del presente trabajo.

Por otra parte, la matemática recreativa en el aula puede ayudar a ver las matemáticas como un reto y lleno de interés, además es un medio idóneo para ayudar al estudiante a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas y físicas de un modo armonioso (Ortiz, 2004).

Deulofeu en una parte de su artículo (Deulofeu, 2006) menciona:

*“¿Por qué mucha gente considera las matemáticas como algo aburrido e incluso siente aversión por esta ciencia?” ¿Es posible que una persona no especialmente dotada pueda disfrutar haciendo matemáticas?... Creo que esto es posible, pero para ello es imprescindible presentar las matemáticas de una determinada manera.”*

Por dichas razones en el presente trabajo se plantea una propuesta para el semestre cero, en la que se pretende adecuar algunos temas de su contenido a la matemática recreativa usando a su vez la resolución de problemas, con el fin de que los estudiantes logren desarrollar habilidades y actitudes que los ayuden a ser más independientes y puedan así por ellos mismos, rellenar las lagunas que se les vayan presentando a lo largo de su carrera profesional.

### **2.3 Descripción del problema**

Aunado a la importancia de una educación de calidad en México, en el país es necesario un sólido desarrollo industrial, la construcción de vivienda y servicios, la producción de alimentos, infraestructura, tecnología, etc., es decir, es indudable la



participación de la ingeniería y de los ingenieros como actores de primer nivel para la satisfacción de estas necesidades (Pérez, 2006). Además, para minorar la dependencia a otros países y mejorar la situación económica del mismo, la educación en México debe centrarse en dar una sólida formación a sus estudiantes.

Por lo que la misión fundamental de las universidades es preparar a las generaciones futuras, las cuales son las que construirán el país del mañana, por ello el objetivo de las facultades de ingeniería debe ser formar ingenieros que sean competitivos en el ámbito nacional e internacional, capaces de obtener e integrar conocimientos significativos, que les permitan resolver eficientemente los problemas del área en la que se desenvuelven.

Para lograr esto, se considera necesaria una sólida preparación en las ciencias básicas en la formación de ingenieros, esto, primero por su carácter formativo que capacita al alumno para razonar y ser creativo e innovador, situación indispensable para atender a los problemas del mundo real a los que se enfrentará profesionalmente una vez que termine sus estudios de ingeniería y que le permitirán resolverlos eficientemente, segundo por su carácter herramental que lo prepara para una mejor comprensión de las ciencias en ingeniería (Garza, 1999). Dicha preparación no es suficiente para garantizar profesionistas de alta calidad, más sin embargo, sí es parte de los requerimientos necesarios para lograr dicha calidad.

Sin embargo, hoy en día, las ciencias básicas son las materias con un alto índice de reprobación en las escuelas de ingeniería, por lo que es necesario reconsiderar qué, cuánto y cómo se enseñan las ciencias básicas. Además de esto, se sabe que los aspirantes a entrar a la universidad traen distinto nivel académico, sin embargo, la universidad no puede simplemente culpar a dichos factores del bajo rendimiento de los estudiantes, por lo que debe plantear soluciones a dichos problemas.

Como se mencionó, esto ha llevado a las universidades a la implementación de nuevas estrategias, tales como cursos propedéuticos y un semestre remedial. En particular, la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro ofrece la opción del

semestre cero, esto con el objetivo de brindarle al estudiante la oportunidad de prepararse y poder tener la oportunidad de ingresar a la universidad y de mejorar su rendimiento escolar a lo largo de su estudio profesional.

Por otra parte, desde hace tiempo, la problemática de la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemáticas ha sido uno de los temas de mayor relevancia del quehacer docente, en los últimos años la preocupación ha ido creciendo tratando de dar respuesta a la pregunta central del problema: “¿qué hacer para mejorar la enseñanza-aprendizaje de la matemática?” (Espinoza, González, & Monge, 2002). Muchas son las investigaciones y trabajos propuestos para mejorar dicha problemática, utilizando distintos recursos o enfoques tales como la introducción de las TIC (Tecnologías de la información y la comunicación) en el aula, la resolución de problemas, la modelación, y en particular se propone además de hacer uso de los diversos recursos antes mencionados, el uso de la matemática recreativa en el aula.

Se sabe que los alumnos del semestre cero no son estudiantes de un bajo promedio escolar ya que son estudiantes cuyo promedio oscila entre 60 o 70, por lo que en el transcurso de esos 6 meses se desea cubrir las deficiencias que los estudiantes tienen, por lo que se considera que además de los contenidos de los cursos se debe dotar al estudiante de un razonamiento y habilidades matemáticas que lo ayuden a cubrir por sí mismo las carencias o dificultades que se le vayan presentado a lo largo de su estudio universitario, para lograr este cometido se tomará la matemática recreativa, mediante la resolución de problemas enfocados en ella, para diseñar una propuesta que complemente los contenidos del semestre cero implementado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro.

## **2.4 Hipótesis y objetivos**

El presente trabajo tiene como hipótesis que los aspirantes a los programas que ofrece la Facultad que no lograron el promedio que ésta tiene como requisito, pero quedaron dentro de un rango de 60-69.99, traen consigo una serie de carencias que no

cubrieron en sus años anteriores de estudio y es necesario nivelar a dichos estudiantes que desean cursar sus estudios universitarios.

El objetivo que se pretende con este trabajo es realizar una propuesta donde se ejemplifique un material enfocado a la matemática recreativa el cual se incorpore a la asignatura de matemáticas del semestre cero con el fin de apoyar a la nivelación académica de los estudiantes.

## **2.5 Metodología**

Se elegirán algunos temas del contenido de la materia de matemáticas del semestre cero y se diseñará el material de la propuesta, tomando como enfoque la matemática recreativa, teniendo como base la importancia que tiene el uso de esta herramienta en el aula de clases.

### 3. MARCO TEÓRICO

En México, como en otras naciones, las matemáticas ocupan un lugar central en los planes de estudio de los distintos niveles de educación (educación básica, media, media superior y superior). Los currículos de matemáticas tienen como propósito central desarrollar las habilidades de razonamiento en los estudiantes para que sean capaces de resolver problemas en cualquier forma, inclusive en forma creativa, y no solamente de aplicar algoritmos y procedimientos rutinarios. Es decir, se desea que los estudiantes desarrollen las habilidades y actitudes que faciliten la adquisición del conocimiento de la disciplina (Larrazolo, Backhoff, Rosas, & Tirado, 2010).

Las instituciones de educación media superior y superior tienen un interés doble por conocer el nivel académico con que llegan los estudiantes que egresan del bachillerato. Por un lado, se desea seleccionar a los jóvenes que están más capacitados para estudiar una carrera profesional y que tienen mayores probabilidades de éxito académico, por el otro, se quiere diagnosticar las habilidades y conocimientos con que llegan los estudiantes a la universidad con el fin de detectar deficiencias en su formación académica y tomar las medidas correctivas pertinentes (Backhoff & Tirado, 1992).

Una vez detectado el nivel académico con que llegan los estudiantes a las universidades, una solución a corto plazo para remediar las deficiencias académicas de los estudiantes es la implementación de cursos propedéuticos o mediante otras medidas correctivas como la implementación de un semestre remedial, sin embargo el que las instituciones de educación media superior conozcan el nivel académico de sus egresados, así como sus deficiencias escolares, propone a los niveles inferiores tomar las medidas necesarias para corregir su actividad educativa antes de que el estudiante se enfrente a la educación superior y no esperar para solucionarlas cuando los estudiantes cursen su educación universitaria.

En teoría se desea que al llegar a la universidad los estudiantes cuenten con las habilidades y conocimientos necesarios para ser un estudiante de éxito en su carrera

universitaria, sin embargo, la práctica demuestra que muy rara vez el alumno llega a la Universidad dominando las materias establecidas en los programas del Bachillerato (Rodríguez & Zuazua, 2002). La formación matemática con que los estudiantes acceden a la universidad resulta, en la mayoría de los casos, un factor decisivo en el éxito o fracaso sobre todo en el primer año de sus estudios (Huidobro, Méndez, & Serrano, 2010). Es por ello que es de vital importancia poner atención en esta problemática.

Muchas son las estrategias de enseñanza que se han ido trabajando con el propósito de apoyar al desarrollo de las habilidades de razonamiento, tales como la introducción de nuevas tecnologías en el aula de clase (como el uso de ordenadores, calculadoras electrónicas, entre otras), el uso de la resolución de problemas, la matemática recreativa en el aula, entre otras, siendo estas estrategias de gran utilidad para dicho fin. En particular en el presente trabajo se tomará la matemática recreativa y la resolución de problemas como base para el diseño de un material de apoyo para la asignatura de matemáticas del semestre cero de la Facultad de Ingeniería.

### **3.1 Competencias matemáticas**

En varios países se ha experimentado un cambio en las formas de concebir y organizar la educación de las matemáticas, adoptando un enfoque que se denomina “competencias matemáticas”. Esto ha provocado varias reformas curriculares en los distintos niveles educativos (Espinoza L. , 2009). Pisa (OCDE, 2006) define la competencia matemática como:

*“Competencia matemática es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.”*

A continuación se presenta las competencias que propone PISA (OCDE, 2003)

- Pensar y razonar.
- Argumentar.
- Comunicar.
- Construcción de modelos.
- Plantear y resolver problemas
- Representar.
- Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas.
- Empleo de material y herramientas de apoyo.

PISA (OCDE, 2003) adopta la siguiente definición de solución de problemas:

*“La solución de problemas es la capacidad que tiene una persona de emplear los procesos cognitivos para enfrentarse a y resolver situaciones interdisciplinarias reales en las que la vía de solución no resulta obvia de modo inmediato y en las que las áreas de conocimiento o curriculares aplicables no se enmarcan dentro de una única área de matemáticas, ciencias o lectura.”*

Se observa que las competencias matemáticas se relacionan en gran medida con la teoría de resolución de problemas y a nuestro parecer también existe una notable relación con la matemática recreativa, por su carácter reflexivo, analítico, y a su vez por fomentar la creatividad, el reto y motivación necesarias para el desarrollo del razonamiento y habilidades matemáticas en los estudiantes.

En el presente trabajo algunas de las competencias que se pretende que desarrollen los estudiantes del semestre cero en la propuesta que se plantea son: razonamiento, argumentación, construcción de modelos y el uso del lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas.

### 3.2 Matemática recreativa

Se entiende como matemática recreativa a todo aquel conjunto de actividades, juegos y pasatiempos matemáticos que regularmente se plantean más como “curiosidades” que como conocimiento matemático verdadero (Espinoza, González, & Monge, 2002).

La sociedad está acostumbrada a que se organicen cuentacuentos para estimular el gusto por la lectura, sesiones musicales para promocionar la música, competencias deportivas para fomentar el deporte, entre otras. Apoyando esta idea, la ciencia ha encontrado en las denominadas “ferias de la ciencia” una forma para hacerse visible ante la sociedad mediante la organización de eventos en los que realizan talleres, experimentos y juegos relacionados con la ciencia ante el público. Esto despierta una enorme expectativa entre la población (García, 2011). Además de estas ferias de la ciencia con el paso del tiempo han ido existiendo otras recreaciones tales como el cubo de Rubik, el juego Sudoku, entre otros, los cuales hay ayudado a que la gente pueda ver las matemáticas de otra manera y comience a interesarse más en ellas.

Durante mucho tiempo los trabajos sobre matemáticas tuvieron un carácter muy distinto al de la mayoría de los libros de la actualidad, era habitual entre los matemáticos de épocas pasadas organizar demostraciones “callejeras” donde proponían problemas y retaban a sus colegas a que trataran de resolverlos (Calderón, 2006).

Las recreaciones matemáticas, en comparación con los juegos, se acercan más a los habituales problemas de matemáticas ya que tienen un carácter individual, el cual los acerca más a los habituales problemas de matemáticas (Calderón, 2006). Además las actividades recreativas son divertidas, curiosas, en algunas ocasiones relacionadas con fenómenos cotidianos y conceptos matemáticos básicos pueden ofrecen resultados inesperados, y se realizan con materiales fáciles de conseguir, lo que muestra la accesibilidad que tienen para la implementación de dichas recreaciones en el aula de clases.

Algunos ejemplos de actividades recreativas son los acertijos mentales, numéricos y geométricos, paradojas y juegos recreativos, rompecabezas geométricos y aritméticos, criptogramas, cuadrados mágicos, sudokus, el cubo de rubik, el tangram, origami, entre otros.

Conseguir estimular a los estudiantes para que tengan una actitud positiva y receptiva ante las matemáticas es un factor importante en el proceso educativo y a ello puede contribuir la realización de actividades de ciencia recreativa, de ahí que esta sea una de las ventajas principales del empleo de recreaciones en el aula (García, 2011).

Otras de las ventajas de la matemática recreativa es que despierta el interés y deseo en los estudiantes por conocer más acerca de la ciencia que estudian, también puede contribuir a mejorar las actitudes de los alumnos y profesores en el proceso enseñanza-aprendizaje (García, 2011).

Calderón (2006) afirma que la idea principal que gira alrededor del uso de recreaciones y juegos en el proceso enseñanza- aprendizaje de las matemáticas es: *“aprender matemáticas de manera creativa, divertida, interesante y motivante.”*

La ventaja de mayor relevancia para nosotros en esta tesina es el hecho de que la matemática recreativa es un recurso didáctico para el aprendizaje, fortalecimiento y desarrollo de capacidades, habilidades y conocimientos matemáticos. Emplear adecuadamente las recreaciones matemáticas conlleva a un sin fin de ventajas, las cuales se espera lograr desarrollar en la propuesta de material para el semestre cero que se trabajará en esta tesina.

### **3.3 Resolución de problemas**

La enseñanza de las matemáticas afecta a millones de jóvenes y adolescentes y esto ha contribuido a que se realicen investigaciones desde hace mucho tiempo en este campo. Partes de éstos trabajos se han enfocado en la resolución de problemas (Alonso, 2003).



La resolución de problemas, a pesar de ser un tema muy antiguo, sigue siendo un tema muy actual y de gran importancia en la educación matemática, ya que en los currículos es un tema reciente (Gaulín, 2001). Esta herramienta es una parte esencial de la formación matemática de los estudiantes, ya que les permite experimentar la potencia y utilidad de la matemática en situaciones de la vida cotidiana, y por otro lado permite el desarrollo del pensamiento lógico-matemático (Díaz, 2010).

Para investigadores como Gaulín, un problema no es un ejercicio rutinario para practicar, sino más bien son situaciones donde es necesaria la reflexión, la búsqueda, la investigación, para resolver un problema no es suficiente aplicar un algoritmo o una fórmula, se debe pensar y definir una estrategia, por lo que no hay una respuesta automática y rápida cuando se tiene un problema (Gaulín, 2001).

La resolución de problemas se ha estudiado mundialmente por especialistas de diferentes ramas del saber cómo filósofos, dentro de los que se encuentran Descartes y Dewey; psicólogos, como Newel, Simon, Hayes y Vergnaud; matemáticos profesionales, como Hadamard y Polya y educadores matemáticos como Steffe, Nesther, Kilpatrick, Bell, Fishbein y Greer, cada uno de los cuales ha dado un enfoque propio a la investigación en resolución de problemas. (Alonso, 2003).

Cuando se habla de resolución de problemas se debe mencionar a un gran matemático, George Polya, quien escribió un libro titulado “Cómo plantear y resolver problemas” en el año 1945. Gaulín (2001) en su artículo señala:

*“Polya dice: “Hacer matemáticas es resolver problemas”, y para dar una buena idea a los alumnos de lo que es hacer Matemáticas, hay que darles problemas para resolver, problemas, no ejercicios..., ¡¡problemas!!, para buscar, reflexionar, buscar mucho, investigar...”*

Polya (Polya, 1972) hizo una formulación de cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, las cuales son.

1. *Comprender el problema:* En esta fase Polya propone preguntas como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos? Aquí el estudiante debe resumir la información de relevancia que se le da, y analizar las incógnitas que debe determinar.

2.- *Concebir un plan:* En esta etapa el estudiante debe expresar la relación entre los datos que se le dan y las incógnitas, traduciendo del lenguaje común al lenguaje algebraico, además debe decidir que método(s) utilizará para su resolución.

3.- *Ejecución del plan:* Solución del sistema planteado.

4.- *Visión retrospectiva:* Polya propone preguntas como ¿Puede usted verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento? En esta etapa el estudiante deberá interpretar su solución, analizar si la solución obtenida es coherente con el problema que le han planteado y deberá verificar si la solución es correcta.

Una creencia que proviene de la concepción tradicional de la enseñanza, y que está fuertemente arraigada, es que los problemas deben venir después de la teoría, y hay profesores que quieren aplicar esa idea en la resolución de problemas. Gaulín (2001) propone comenzar con un problema o a veces utilizar un problema mientras los alumnos están aprendiendo algo que no controlan bien. Un problema puede servir para explorar una nueva idea, consolidar un problema, reforzar conocimientos anteriores y puede ir antes o después de la teoría. Todo esto es parte muy importante de la matemática recreativa ya que ésta ayuda a reforzar conocimientos, a tener nuevas ideas o trabajar con diferentes herramientas, plantear estrategias, entre otras, es decir, lo antes mencionado se encuentra implícito en la matemática recreativa, y de ahí la importancia de que en nuestra propuesta se considere la resolución de problemas ligada con la matemática recreativa.

La resolución de problemas es una herramienta magnífica que da la oportunidad a los estudiantes de desarrollar habilidades intelectuales, habilidades de autonomía, de pensamiento, estrategias, las cuales les ayudarán a poder enfrentarse a situaciones complejas que puedan presentárseles en el mundo que viene (Gaulín, 2001). En particular en este trabajo se considera el hecho de que al adquirir el alumno estas habilidades será capaz de resolver satisfactoriamente los problemas que se le presenten en el desarrollo de su carrera profesional debido a las deficiencias que traen consigo de sus años anteriores de estudio y más aún le serán de gran ayuda en su desempeño profesional.

Se considera que la resolución de problemas está altamente ligada a las competencias y la matemática recreativa. Respecto a las competencias, se desea que el alumno no solamente aprenda cosas, sino que puedan aplicarlas en situaciones reales, desarrollando habilidades que lo ayuden a enfrentarse a ellas y esto se relaciona con la idea de la resolución de problemas, la cual es que el alumno aprenda a enfrentarse a situaciones nuevas, donde no sabe cómo resolver el problema, donde debe pensar y utilizar diversas estrategias para resolverlo. Se cree que enfatizando más la resolución de problemas, se puede llegar más fácilmente a la adquisición de las competencias (Gaulín, 2001). Y por otra parte, Alonso (2003) menciona que “se tiene la necesidad de mostrar una ciencia recreativa que recupera problemas cotidianos y los pone a disposición de los estudiantes como una forma de mostrar que aprender ciencia puede resultar divertido”. Además la matemática recreativa se relaciona con las competencias ya que en la matemática recreativa el estudiante aprende, fortalece y desarrolla habilidades y conocimientos, tales como razonar, analizar, comunicar, entre otras, y se puede observar que con esto el estudiante está desarrollando competencias matemáticas, las cuales le serán de gran ayuda en su vida cotidiana. Se puede afirmar, que la enseñanza de las matemáticas por competencias es el instrumento para el desarrollo de las habilidades básicas y las destrezas de pensamiento que todo ser humano necesita ejercitar, tales como plantear, formular, resolver, analizar, entre otras (Villanueva, 2009).

## 4. PROPUESTA

Como se mencionó anteriormente las competencias que se pretende que el estudiante desarrolle o refuerce en el material propuesto en este trabajo son:

- Pensar y razonar
- Argumentar
- Construcción de modelos
- Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas.

Rico (Rico, 2004) presenta algunos indicadores que ejemplifican cada una de las competencias, los cuales son:

- Pensar y razonar

Esto incluye las capacidades de:

- ❖ Plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántas hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ... entonces? etc.);
- ❖ Conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a dichas cuestiones.
- ❖ Distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, ejemplos);
- ❖ Entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

- Argumentar

Esto incluye las capacidades de:

- ❖ Seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos;
- ❖ Disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede (o no) ocurrir y por qué?)
- ❖ Crear y expresar argumentos matemáticos.

- Construcción de modelos

Esto incluye las capacidades de:

- ❖ Estructurar el campo o situación que va a modelarse;
- ❖ Traducir la realidad a una estructura matemática;
- ❖ Interpretar los modelos matemáticos en términos reales;
- ❖ Trabajar con un modelo matemático;
- ❖ Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados;
- ❖ Comunicar acerca de un modelo y sus resultados;
- ❖ Dirigir y controlar el proceso de modelación.

- Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas.

Esto incluye las capacidades de:

- ❖ Traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal;
- ❖ Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas;
- ❖ Utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

A continuación se presentan los problemas que componen nuestra propuesta del material de apoyo para la materia de Matemáticas del semestre cero de la Facultad de Ingeniería.

### **Problema 1**

➤ **Objetivo:**

Este problema se relaciona con el tema de los números naturales. Con este problema se pretende que el alumno desarrolle habilidades como el análisis y la argumentación, así mismo este tipo de problemas fuerza al estudiante a razonar y a enfocarse en la búsqueda de patrones.

➤ Planteamiento:

Encuentra el número que sigue en las siguientes secuencias y justifica cómo se obtiene dicho número:

A) 1,11,21,1211,111221,312211, ...

B) 31,28,31,30,31, ...

C) 6,25,64,81,32, ...

## Problema 2

➤ Objetivo:

Con este problema se desea que el alumno desarrolle habilidades de razonamiento, manejo de números naturales y además utilice su capacidad de pensar y plantear una estrategia.

➤ Planteamiento:

¿Cómo consigues sacar (exactamente) cuatro litros de agua de un pozo, si lo único que tienes es un cubo de tres litros y otro de cinco litros?

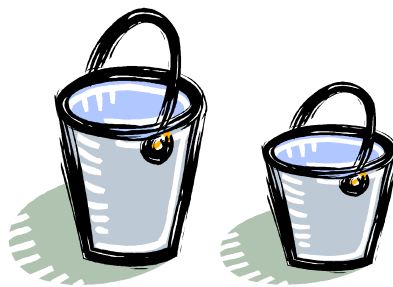


Ilustración 1 Cubos de agua

### Problema 3

➤ Objetivo:

Con este tipo de problemas se pretende que el alumno preste la debida atención al examinar las condiciones planteadas en él, ya que con problemas de este estilo muchas personas tardan buscando la diferencia entre, en este caso, el tiempo dado, con esto se trabaja con la habilidad de lectura y comprensión del problema planteado.

➤ Planteamiento:

Un avión cubrió la distancia que separa las ciudades *A* y *B* en 1 hora y 20 minutos. Sin embargo, al volar de regreso recorrió esa distancia en 80 minutos.

¿Cómo se explica esto?



Ilustración 2 Ciudades A, B y avión

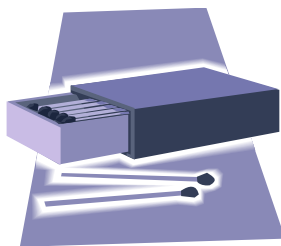
### Problema 4

➤ Objetivo:

Con este problema se pretende que el alumno desarrolle habilidades como el razonamiento, el análisis, el desarrollo de una estrategia y la argumentación.

➤ Planteamiento:

Un joven plantea este problema con otros, comienza diciendo: Este problema será a base de cerillas. Tenemos tres montoncitos diferentes. En ellos hay en total 48 cerillas. No les digo cuántas hay en cada uno. Pero observen lo siguiente: si del primer montón paso al segundo tantas cerillas como hay en éste, luego del segundo paso al tercero tantas cerillas como hay en ese tercero, y por último, del tercero paso al primero tantas cerillas como existen ahora en ese primero, resulta que habrá el mismo número de cerillas en cada montón. ¿Cuántas cerillas había en cada montón al principio?



**Ilustración 3 Cerillas**

### **Problema 5**

➤ **Objetivo:**

En este problema se pretende que el alumno maneje operaciones con los números racionales, utilizando el análisis y el razonamiento para obtener su solución.



**Ilustración 4 Disco duro**

➤ **Planteamiento:**



Un virus atacó el disco duro de una computadora. El primer día destruyó dos terceras partes, el segundo día, de lo que quedó destruyó una cuarta parte, finalmente el tercer día destruyó la quinta parte de lo que quedaba. ¿Qué fracción del disco duro quedó sin dañar?

### **Problema 6**

➤ **Objetivo:**

En este tipo de problemas se trabaja una introducción a la teoría de la probabilidad, es un problema que pretende despertar el interés y el razonamiento de los estudiantes.

➤ **Planteamiento:**

Estás en un concurso en la tele. El presentador te muestra tres puertas cerradas y te dice que hay un coche deportivo detrás de una de ellas. Detrás de las otras dos puertas no hay nada. Si escoges la puerta correcta, lo ganas. Escoges una al azar. El presentador, que sabe dónde está el coche, te detiene y, luego, abre otra puerta y te muestra que está vacía. Te pregunta si quieres cambiar de opinión. ¿Deberías?



**Ilustración 5 Puertas**

### **Problema 7**

➤ **Objetivo:**

En este problema se pretende que el estudiante utilice el lenguaje algebraico y su vez desarrolle habilidades de búsqueda de patrones y razonamiento.

➤ **Planteamiento:**

Juan colocó un número entero en cada una de las casillas de una cuadrícula de  $3 \times 3$ . Se dio cuenta de que cada número de la tercera columna era la suma de los dos números a su izquierda, mientras que cada número del tercer renglón era el producto de los dos números de arriba. Sabemos que Juan colocó los números 6, 3 y 2 como se muestra en la figura. ¿Qué número colocó Juan en la esquina inferior derecha de la cuadrícula?

6	3	
2		

### Problema 8

➤ Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante observe una aplicación sencilla del álgebra y traduzca del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, trabajando con habilidades como análisis, la construcción de modelos y el razonamiento. Se pretende también que el estudiante trabaje con ecuaciones de primer grado.

➤ Planteamiento:

¿Puede el álgebra tener alguna aplicación en la peluquería? Resulta que puede darse esa circunstancia. Me convencí de ello en cierta ocasión, cuando encontrándome en un establecimiento de esa clase, se dirigió a mí un oficial con una inesperada petición:

-¿No podrá resolvernos usted un problema que no sabemos cómo hacerlo?

-¡No se imagina cuánta agua oxigenada hemos echado a perder por esa causa!- agregó otro.

-¿De qué se trata?-pregunté.

-Tenemos dos soluciones de agua oxigenada: al 30% una, y al 3% la otra. Debemos mezclarlas de tal forma que obtengamos una solución al 12%. Pero no podemos hallar las proporciones correspondientes...

Me dieron un papel y encontré la proporción que buscaban.

## Problema 9

➤ Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante utilizando el razonamiento y su capacidad de observación, vea la necesidad de elevar un binomio al cuadrado y la extracción de una raíz cuadrada, se aconseja no aplicar este problema al término del tema de binomios al cuadrado, ya que se pretende que el estudiante por sí solo utilice herramientas del álgebra que va aprendiendo en problemas en los cuales no se ve clara la necesidad de utilizarlas.

➤ Planteamiento:

Si  $x^2 + y^2 = 6xy$ , con  $x \neq y$ , ¿a qué es igual  $\frac{x+y}{x-y}$ ?

## Problema 10

➤ Objetivo:

En este problema se pretende que el alumno maneje ecuaciones de primer grado con coeficientes racionales, lo cual para los estudiantes en ocasiones no es de su agrado, pero este tipo de problemas le ayuda a trabajar con su habilidad de construcción de modelos, operaciones con racionales, así como el manejo del lenguaje algebraico y ecuaciones de primer grado.

➤ Planteamiento:

Drini, según la receta de su médico, debe tomar todo el contenido de un frasco de píldoras en 4 días de la siguiente manera: el primer día, la mitad del total; el segundo día un tercio de lo que queda; el tercer día, un cuarto de lo que queda y el cuarto día 6 píldoras. ¿Cuántas píldoras habrá originalmente en el frasco?



Ilustración 6 Frasco de píldoras

## Problema 11

➤ Objetivo:

Con este problema se pretende que el estudiante trabaje con ecuaciones que no tienen números enteros como coeficientes. Se trabaja el manejo del lenguaje algebraico, el concepto de la media (promedio), así como la capacidad de análisis para poder interpretar su resultado.

➤ Planteamiento:

En la escuela de mi hermano las calificaciones son del 1 al 5. Se aplicó un examen de matemáticas en su grupo y el promedio fue 4. Los niños obtuvieron un promedio de 3.6, mientras que el promedio de las niñas fue de 4.2. Si  $H$  representa el número de niños y  $M$  el de niñas. ¿Qué se puede decir del número de niños respecto al de las niñas?



Ilustración 7 Niño y niña

## Problema 12

➤ Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante trabaje con la habilidad de razonamiento, haga uso del lenguaje algebraico y construya el modelo que se adecue mejor a la situación planteada, empleando una ecuación de primer grado.

➤ Planteamiento:

A una velada asistieron 20 personas. María bailó con siete muchachos; Olga, con ocho; Anita, con nueve, y así hasta llegar a Pepita, que bailó con todos ellos. ¿Cuántos muchachos había en la velada?



Ilustración 8 Velada

## Problema 13

➤ Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante utilice el lenguaje algebraico para construir el modelo que se aplique mejor a la situación planteada y a su vez trabaje con un sistema de ecuaciones para obtener su solución.

- Planteamiento:

Alejandro pensó 3 números. Si los suma de dos en dos obtiene 38, 44 y 52, ¿Cuál es el mayor de los tres números?

### Problema 14

- Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante trabaje con el lenguaje algebraico y desarrolle la habilidad de construcción de modelos para así llegar a un sistema de ecuaciones y pueda emplear sus conocimientos en álgebra para resolverlo.

- Planteamiento:

Los boletos para entrar a la Disco Nexa cuestan \$8 para las muchachas y \$10 para los muchachos. Si el precio de los boletos fuera al revés, la suma de lo que pagaron todos los que entraron a la disco sería \$6 menos de lo que en realidad fue. Si asistieron 30 muchachas, ¿Cuántos muchachos asistieron?

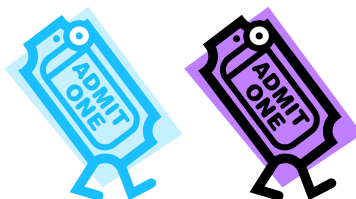


Ilustración 9 Boletos de entrada

### Problema 15

- Objetivo:

En este problema se pretende que el estudiante desarrolle las habilidades de razonamiento para lograr plantear el modelo que mejor se adecue a la situación planteada, así mismo el

estudiante trabajará con un sistema de ecuaciones y además se le puede pedir al estudiante que argumente los pasos que empleó para la construcción de su modelo.

➤ Planteamiento:

Al referirse Stendhal en su *Autobiografía* a sus años de estudiante escribe lo siguiente:

“En su casa (la de su maestro su maestro de matemáticas) encontré a Euler con su problema acerca de los huevos que la campesina llevaba al mercado... Esto fue para mí un descubrimiento. Comprendí lo que significaba valerse de un arma con el álgebra. Pero ¡demonios!, nadie me lo había explicado antes...”

He aquí el problema de la *Introducción al álgebra*, de Euler, que tan fuerte impresión produjera en Stendhal.

Dos campesinas llevaron en total 100 huevos al mercado. Una de ellas tenía más mercancía que la otra, pero recibió por ella la misma cantidad de dinero que la otra. Una vez vendidos todos, la primera campesina dijo a la segunda: “si yo hubiera llevado la misma cantidad de huevos que tú, habría recibido 15 cruceros”. La segunda contestó: “Y si yo hubiera vendido los mismos huevos que tenías tú habría sacado de ellos  $6 \frac{2}{3}$  cruceros. ¿Cuántos huevos llevaron cada una?”

A continuación se presenta una tabla a manera de resumen, la cual contiene cada uno de los problemas con su respectiva numeración mencionada con anterioridad, el tema que manejan respecto al contenido de las materias y la asignatura del semestre cero al cual están relacionados.

<b>No. de problema</b>	<b>Tema</b>	<b>Asignatura</b>
1	Números naturales	Matemáticas
2	Números naturales	Matemáticas
3	Lectura y comprensión	Lectura y redacción - Matemáticas
4	Números naturales	Matemáticas
5	Números racionales	Matemáticas
6	Probabilidad	-

7	Lenguaje algebraico	Matemáticas
8	Lenguaje algebraico	Matemáticas
9	Productos notables y Ecuaciones de primer grado.	Matemáticas
10	Ec. de primer grado	Matemáticas
11	Lenguaje algebraico y Ec. de primer grado	Matemáticas
12	Ec. de primer grado	Matemáticas
13	Sistema de ecuaciones	Matemáticas
14	Sistema de ecuaciones	Matemáticas
15	Sistema de ecuaciones	Matemáticas



## 5. CONCLUSIONES

Con este trabajo se logró diseñar una propuesta para la materia de matemáticas del semestre cero de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro, con el cual se pretende ejemplificar un material de apoyo para los temas de dicha asignatura, ya que se desea que además del contenido de la materia se impulse el desarrollo de competencias en los estudiantes, las cuales se considera le serán de ayuda en el desarrollo de su carrera profesional.

Al haber realizado este trabajo se puede concluir que el semestre cero es una excelente oportunidad para los estudiantes que por una u otra razón no consiguieron entrar a la universidad y cuyo promedio es mayor a 60, los cuales traen consigo ciertas deficiencias que no cubrieron en sus anteriores años de estudio. Se observa que el semestre cero es una opción para cubrir algunas de esas deficiencias y así intentar nivelar a los estudiantes que buscan un lugar en la carrera de su elección, así mismo este semestre los apoya a reafirmar su interés en la carrera que seleccionaron y en el caso de los estudiantes que deciden cambiar su elección, el haber cursado el semestre cero les puede ser de gran ayuda en cualquier carrera que ellos decidan cursar.

Además de lo mencionado el semestre cero es una oportunidad para que los estudiantes conozcan el nivel de exigencia y lo que conlleva el cursar la educación superior, ayudándoles así a adaptarse con mayor facilidad a la universidad y en el caso de lograr obtener su lugar en ésta, los estudiantes lleguen con mayor seguridad y mejor preparados académicamente.

Como sugerencia personal considero que las ventajas que trae consigo el semestre cero podrían ser aprovechadas no sólo por los estudiantes que no alcanzaron el puntaje que la facultad tiene establecido, sino por todos los estudiantes que consiguen un lugar en la facultad, es decir institucionalizar el semestre cero podría ser de gran ayuda y apoyo para un mejor desarrollo y desempeño, tanto académico como personal, de los estudiantes durante su carrera profesional, buscando con ello evitar la deserción de los mismos.

Por otra parte se concluye que el uso de la matemática recreativa en el aula es una herramienta que no sólo favorece el aprendizaje de conocimientos matemáticos sino que también apoya a los estudiantes en el desarrollo y fortalecimiento de competencias y habilidades, tales como plantear, formular, resolver, analizar, argumentar, entre otras, las cuales se piensa que son necesarias para un buen desempeño académico y no solamente de utilidad para la carrera de su elección sino también para su vida cotidiana.

Además la matemática recreativa aporta ciertas armas que son de gran ayuda para los estudiantes las cuales le dan una mayor seguridad a la hora de enfrentarse a los problemas que se le van presentando. Por ejemplo se considera que un estudiante al tener un problema y no contar con las bases necesarias para su resolución, al poseer las habilidades y competencias que la matemática recreativa ofrece, se sentirá con la capacidad de afrontarlo, de analizarlo a profundidad, de plantear diferentes estrategias, de emplear la creatividad para sugerir caminos por los cuales intentar llegar a la solución, resultando todo esto de gran ayuda para resolver el problema que se le había presentado en un principio.

El contar con estudiantes con un espíritu de aprender, motivados a buscar siempre el porqué de las cosas, personas con curiosidad de ir más allá de lo que aprenden en el aula, personas creativas, es una gran ventaja tanto para tener un mejor desempeño en sus estudios como en su vida diaria, y a nuestro parecer la matemática recreativa apoya fuertemente en el desarrollo de estudiantes con dichas cualidades.

Es por ello que se sugiere que la matemática recreativa sea una herramienta empleada desde los primeros años de estudio hasta la educación superior, es cierto que la matemática recreativa por sí sola no logrará forjar profesionistas de éxito, pero combinada con los contenidos de las distintas asignaturas y con otras herramientas didácticas, puede significar un gran cambio y ser de gran apoyo para lograrlo.

Por su parte la resolución de problemas es una herramienta muy utilizada en los últimos años para la cual ya se ha hablado de la importancia y las ventajas que trae consigo.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, I. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria*. Vol. 8. No. 3.
- Arraiz, G., & Valecillos, M. (2010). Regreso a las bases de la matemática: un imperativo en educación superior. *Revista Digital Universitaria*. Volumen 11. No. 9.
- Backhoff, E., & Tirado, F. (1992). Habilidades y conocimientos básicos del estudiante universitario hacia estándares nacionales. *Revista de la Educación Superior*, Vol. XXII, No. 3. México: Asociación.
- Calderón, D. (2006). La calculadora electrónica, la matemática lúdica y la matemática recreativa como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas en el bachillerato. *Tesis (Mtro. en Docencia de las Matemáticas) - Universidad Autónoma de Querétaro. Facultad de Ingeniería*.
- Cofré, A., & Tapia, L. (2006). *Matemática recreativa en el aula. Propuesta para hacer más gratas las clases*. México: Alfaomega.
- Deulofeu, J. (2006). Juegos y recreaciones para la enseñanza de las matemáticas: Diversidad de opciones y de recursos.
- Díaz, D. (2010). Sistema de ecuaciones y resolución de problemas: Una propuesta de enseñanza y aprendizaje. *Memorias III REPEM*.
- Espinoza, G., González, G., & Monge, A. (2002). De la matemática recreativa a la matemática formal: Una herramienta didáctica para la enseñanza de la geometría en séptimo año.
- Espinoza, L. (2009). Análisis de las competencias matemáticas en NB1. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. *FONIDE*.
- Facultad de Ciencias, UNAM. (2006). *Problemas para la 20a Olimpiada de Matemáticas*. México.

- Facultad de Ciencias, UNAM. (2007). *Problemas para la 21a Olimpiada de Matemáticas*. México.
- Facultad de Ciencias, UNAM. (2013). *Problemas para la 27a Olimpiada de Matemáticas*. México.
- García, R. (2011). Ciencia recreativa: un recurso didáctico para enseñar deleitando. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 8 (Núm. Extraordinario)*, 370-392., 2011.
- Garza, R. (1999). La enseñanza de las ciencias básicas en la formación de un ingeniero. *Ingenierías, Septiembre-Diciembre 1999, Vol II, No. 5*.
- Gaulín, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Revista SIGMA. No. 19*, 51-63.
- Huidobro, J. A., Méndez, M. A., & Serrano, M. L. (2010). Del Bachillerato a la Universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencia y tecnología. *Aula Abierta 2010, Vol. 38, núm. 1. pp. 71-80 ICE. Universidad de Oviedo*.
- Ibáñez, C. (2004). La planeación del currículo universitario basado en competencias conductuales. . *En: J.J. Irigoyen & M. Jiménez, Análisis funcional del comportamiento y educación* , 141-158.
- Irigoyen, J. J., Cárdenas, G. M., Jiménez, M. Y., Rivas, O., Acuña, K. F., Rocha, H., . . . Rueda, E. (2009). Caracterización de estudiantes de nuevo ingreso a la Universidad de Sonora: un estudio comparativo. *Revista Mexicana de Investigación en Psicología, Vol. 1, No. 1*.
- Irigoyen, J., Jiménez, M., & Acuña, K. (2004). Análisis de la comprensión desde una perspectiva funcional. *En: J.J. Irigoyen & M. Jiménez, Análisis funcional del comportamiento y educación*, 141-158.
- Larrazolo, N., Backhoff, E., Rosas, M., & Tirado, F. (2010). Habilidades básicas de razonamiento matemático de estudiantes mexicanos de educación media superior. *Congreso Iberoamericano de Educación*.

- OCDE. (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas.
- OCDE. (2006). PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.
- Ortiz, A. M. (2004). Matemáticas Recreativas. *Aldadis.net. La revista de Educación. Octubre 2005. No. 7.*
- Perelman, Y. (1986). *Matemáticas Recreativas*. México: Editorial del Valle de México.
- Pérez, J. A. (2006). La eficiencia terminal en programas de licenciatura y su relación con la calidad educativa. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación 2006, Vol. 4, No. 1.*
- Polya, G. (1972). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas: proyecto PISA/OCDE 2003.
- Rodríguez, R., & Zuazua, E. (2002). Enseñar y aprender matemáticas: del Instituto a la Universidad. *Revista de Educación del MEC, n° 329 (2002), pp. 239-256.*
- UNESCO. (1998). Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (1998). *Conferencia Mundial sobre Educación Superior*. Paris: UNESCO.
- Villa, L. (2006). Los jóvenes, la educación y el empleo en México. *Compilación de artículos de III Congreso Internacional de Calidad Educativa: de la teoría a la práctica, octubre 2006, Querétaro, Qro.*
- Villanueva, G. (2009). Las matemáticas por competencias. *Memorias 3er Foro nacional de ciencias básicas. UNAM.*

## 7. ANEXO.

### 7.1 Encuesta

A continuación se presentan algunos reactivos en los cuales deberás marcar la opción que a tu parecer sea la que mejor se adecua a cada uno de ellos. Grupo: \_\_\_\_\_

Escala: E = Excelente; B = Bueno; R = Regular; M = Malo	E	B	R	M
1) La organización del semestre cero fue				
2) Los contenidos del semestre cero son				
3) Tu aprendizaje durante el semestre fue				

4) En breves palabras escribe tu opinión sobre

a) El semestre cero

---



---

b) El contenido de la materia de matemáticas

---

c) El contenido de la materia de física

---

5) ¿Consideras que en física hizo falta algún tema?

Si \_\_\_\_\_ ¿Cuál? \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

6) ¿Consideras que en matemáticas hizo falta algún tema?

Si \_\_\_\_\_ ¿Cuál? \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

7) ¿Tus bases en álgebra mejoraron? Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

8) ¿Consideras que es necesario agregar o quitar algo al semestre cero?

Si\_\_ ¿Qué? \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

Respecto a la calidad docente

Matemáticas	E	B	R	M
1) El dominio de la materia que el maestro mostró durante el curso fue				
2) La claridad en sus exposiciones fue				
3) Su capacidad para resolver las dudas fue				
4) Su puntualidad durante el curso fue				

Física	E	B	R	M
1) El dominio de la materia que el maestro mostró durante el curso fue				
2) La claridad en sus exposiciones fue				
3) Su capacidad para resolver las dudas fue				
4) Su puntualidad durante el curso fue				

## 7.2 Soluciones propuestas

### ◆ Problema 1

A) 13112221. Cada secuencia describe la previa: 1; 11 – un número uno; 21- dos números uno; 1211- un número dos y un número uno; 111221- un número uno, un número dos, dos números uno; 312211- tres números uno, dos números dos, un número uno.

B) 30- La secuencia sigue el número de días de los meses del año: enero- 31, febrero=28, marzo=31, etc.

C) 1- Ésta es un excepción, pues sigue la lógica matemática. ¿Ves qué viene después? Primero tenemos SEIS elevado a UNO, luego CINCO elevado a DOS, luego CUATRO elevado a tres, y así sucesivamente. Entonces, el próximo número en la secuencia equivale a  $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

### ◆ Problema 2

1. Llena el cubo de cinco litros en el pozo.
2. Usa el cubo de cinco litros para llenar el cubo de tres litros. Esto deja dos litros en el cubo de cinco.
3. Vacías el cubo de tres litros en el pozo.
4. Pones los dos litros del cubo de cinco litros en el cubo de tres litros.
5. Llenas el cubo de cinco litros en el pozo.
6. Llenas el cubo de tres litros usando el cubo de cinco litros, El cubo de tres litros ya contiene dos litros, por lo que sólo un litro del cubo de cinco litros va al cubo de tres,
7. Acabas de quitar un litro del cubo de cinco litros. ¡Ya está! Esto te deja con cuatro litros.

### ◆ Problema 3

En este problema no hay nada que aclarar. El avión tarda el mismo tiempo en hacer el vuelo en ambas direcciones, puesto que 80 minutos = 1 h y 20 minutos.

◆ Problema 4

El problema hay que resolverlo empezando por el final. Vamos a partir de que, hechas todas las mudanzas correspondientes, los montoncitos tienen un número igual de cerillas. Ya que en esos cambios el número total de cerillas no ha cambiado, ha quedado invariable (48), al terminar todas las mudanzas resultó haber en cada montón 16 cerillas.

Así, pues, al terminar tenemos:

montón I	montón II	montón III
16	16	16

Inmediatamente antes de esto, se habían añadido al primer montón tantas cerillas como había en él; en otras palabras, el número de cerillas de este montón habíase *duplicado*. Esto quiere decir que antes de hacer el último cambio, en el primer montón no había 16 cerillas, sino 8. En el tercero, del cual quitamos 8 cerillas había, antes de hacer esta operación,  $16 + 8 = 24$  cerillas.

Las cerillas están ahora distribuidas por los montones así:

montón I	montón II	montón III
8	16	24

Sigamos. Sabemos que antes de esto fueron pasadas desde el segundo montón al tercero tantas cerillas como había en éste: es decir, que el número 24 es el *doble* de las cerillas existentes en el montón tercero antes de este cambio. De ahí deducimos la distribución de las cerillas después de la primera mutación:

montón I	montón II	montón III
8	$16+12=28$	12

Es fácil darse cuenta de que antes de hacer el primer cambio (es decir, antes de pasar del primer montón al segundo tantas cerillas había en éste), la distribución de las cerillas era la siguiente:

montón I	montón II	montón III
22	14	12

Este era el número de cerillas que había al principio en cada uno de los montones.



◆ Problema 5

El primer día el virus destruyó dos terceras partes y queda una tercera parte. El segundo día destruyó, de lo que quedó, la cuarta parte, quedando tres cuartas partes de la tercera parte, es decir, una cuarta parte. Finalmente el tercer día destruyó la quinta parte de lo que restaba, es decir, quedan cuatro quintas partes de la cuarta parte, por lo tanto, queda una quinta parte.

◆ Problema 6

Si no cambias de parecer, tienes una de tres posibilidades de ganar el coche, Si cambias de opinión, tienes dos de tres posibilidades de ganar. A muchos les cuesta creer esta respuesta, pero es verdad. Puedes ver más sobre este problema en [jimloy.com/puzz/monty.htm](http://jimloy.com/puzz/monty.htm)

◆ Problema 7

Llamemos  $x$  al número que Juan puso en la casilla central. Podemos llenar, en términos de  $x$ , casi todas las casillas de la cuadrícula, Por ejemplo, el número de la tercera casilla del segundo renglón es igual a la suma de los dos números a su izquierda:  $2 + x$ .

6	3	9
2	$x$	$2+x$
12	$3x$	

Al tratar de llenar la casilla de la esquina inferior derecha, notamos que su número debe ser simultáneamente igual a  $12 + 3x$  y a  $9(2 + x)$ . De aquí,  $x = -1$  y la cuadrícula completa queda:

6	3	9
2	-1	1
12	-3	9

◆ Problema 8

El problema puede ser resuelto también por vía aritmética, pero mediante el álgebra se obtiene el resultado con más sencillez y prontitud. Supongamos que para formar la mezcla al 12% hay que tomar  $x$  gramos de solución de 3% e  $y$  gramos al 30%. Siendo así, la primera porción contendrá  $0.03x$  gramos de agua oxigenada pura y, la segunda,  $0.3y$ ; en total habrá

$$0.03x + 0.3y$$

Con esto resultará  $(x + y)$ gramos de solución, en la que el agua oxigenada pura será  $0.12(x + y)$ .

Tenemos la ecuación

$$0.03x + 0.3y = 0.12(x + y).$$

De esta ecuación hallamos:  $x = 2y$ , es decir, que deberá tomarse doble cantidad de solución al 3% que la empleada del 30%.

◆ Problema 9

Notemos que  $x^2 + y^2 = 6xy$  implica que  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 8xy$  y  $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 4xy$ . Entonces  $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} = \frac{8xy}{4xy} = 2$ , por lo tanto,  $\frac{x+y}{x-y} = \pm\sqrt{2}$ .

◆ Problema 10

Si  $x$  es el número de píldoras, el primer día toma la mitad  $\left(\frac{x}{2}\right)$ . El segundo día se toma un tercio de lo que sobra. Dado que un tercio de un medio es  $\frac{x/2}{3} = \frac{x}{6}$ , de la mitad que tenía ahora sólo le quedan  $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} = \frac{3x-x}{6} = \frac{2x}{6} = \frac{x}{3}$ . En el tercer día se toma un cuarto de las que le quedan, es decir se toma  $\frac{x/3}{4} = \frac{x}{12}$ . En número de píldoras que le quedan ahora es  $\frac{x}{3} - \frac{x}{12} =$

$\frac{4x-x}{12} = \frac{3x}{12} = \frac{x}{4}$ . Además nos dicen que este resto son las 6 píldoras que se tomó el último día. Como  $\frac{x}{4} = 6$ , llegamos a la solución  $x = 24$ .

◆ Problema 11

El promedio del grupo es igual  $\frac{3.6H+4.2M}{H+M} = \frac{3.6(H+M)+.6M}{H+M} = 3.6 + \frac{.6M}{H+M}$ , de donde  $\frac{.6M}{H+M} = .4$ ; despejando la ecuación anterior obtenemos  $.2M = .4H$ , así que hay el doble de niñas que de niños en el grupo.

◆ Problema 12

La solución del problema es muy sencilla si se elige con acierto la incógnita. Busquemos el número de las jóvenes, que expresaremos con la  $x$ :

1ª, María bailó con 6 + 1 muchachos  
 2ª, Olga — — 6 + 2 —  
 3ª, Anita — — 6 + 3 —  
 .....  
 Xª, Pepita — — 6 + x —

Establezcamos la siguiente ecuación:

$$x + (6 + x) = 20,$$

de donde

$$x = 7,$$

Por lo tanto, el número de muchachos era

$$20 - 7 = 13.$$

◆ Problema 13

Llamamos  $a, b, c$  a los 3 números. Se tiene

$$(1) a + b = 38;$$

$$(2) a + c = 44;$$

$$(3) b + c = 52;$$

de donde,  $2(a + b + c) = 134$ ; y entonces

$$(4) a + b + c = 67. \text{ Por otro lado, sumando (2) y (3) se tiene}$$

(5)  $a + b + 2c = 96$ . Restando (5) y (4), obtenemos  $c = 29$ . Entonces  $b = 23$  y  $a = 15$ , por lo que  $c$  es el mayor de los tres números.

◆ Problema 14

Sea  $x$  el número de muchachas y  $y$  el número de muchachos. Entonces la suma total es  $k = 8x + 10y$ . Además  $k - 6 = 10x + 8y$ . Para resolver este sistema de ecuaciones, a la primera ecuación le restamos la segunda y nos queda  $6 = -2x + 2y$ , es decir,  $y - x = 3$ . Como  $x = 30$ , llegamos a que  $y = 33$ .

◆ Problema 15

Supongamos que la primera campesina tenía  $x$  huevos. La segunda tendría  $100 - x$ . Si la primera hubiera tenido  $100 - x$  habría sacado de ellos 15 cruceros. Eso quiere decir que la primera campesina vendió los huevos a  $\frac{15}{100-x}$  cada uno.

De esta manera vemos que la segunda campesina colocó los huevos a  $6\frac{2}{3}$ :  $x = \frac{20}{3x}$  cada uno.

Hallemos ahora la cantidad obtenida por cada campesina:

La primera:

$$x \cdot \frac{15}{100 - x} = \frac{15x}{100 - x},$$

la segunda:

$$(100 - x) \cdot \frac{20}{3x} = \frac{20(100 - x)}{3x}.$$

Y como ambas recibieron lo mismo, entonces

$$\frac{15x}{100 - x} = \frac{20(100 - x)}{3x},$$

que después de las correspondientes transformaciones resultará

$$x^2 + 160x - 8000 = 0,$$

de donde

$$x_1 = 40, x_2 = -200.$$

La raíz negativa carece de sentido en el presente caso. El problema no tiene más que un resultado: la primera campesina llevó al mercado 40 huevos y la segunda 60. El problema puede resolverse con más brevedad. El procedimiento es más ingenioso, aunque más difícil.

Supongamos que la segunda campesina llevó al mercado  $k$  huevos más que la primera. Ambas recibieron por su mercancía la misma suma de dinero. Esto significa que la primera vendió los huevos  $k$  veces más caros que la segunda. Si hubieran cambiado la mercancía, la primera campesina hubiera tenido  $k$  veces más huevos que la segunda y los habría vendido  $k$  veces más caros, recibiendo  $k^2$  más dinero que aquella. Por lo tanto tendremos:

$$k^2 = 15:6 \frac{2}{3} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4};$$

de donde resulta que

$$k = \frac{3}{2}.$$

Ahora no nos queda más que dividir los 100 huevos proporcionalmente a 3 y a 2. La primera campesina llevó 40 huevos y la segunda, 60.