



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Psicología

El valor posicional: una secuencia
didáctica para segundo ciclo de una
escuela primaria multigrado

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el
Grado de

Maestra en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

Presenta

Fátima del Carmen Castañeda Hernández

Dirigido por:

Erika García Torres

Querétaro, Qro. a 10 de junio de 2022



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Psicología
Maestría en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

El valor posicional: una secuencia didáctica para segundo
ciclo de una escuela primaria multigrado

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de
Maestra en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

Presenta

Fátima del Carmen Castañeda Hernández

Dirigido por:
Dra. Erika García Torres

Dra. Erika García Torres
Presidente

Diana Violeta Solares Pineda
Secretario

Lorena Trejo Guerrero
Vocal

María del Carmen Ortiz Flores
Suplente

Ana Laura Barriendos Rodríguez
Suplente

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Junio, 2022

Para la elaboración de esta tesis, se contó con el apoyo de una beca del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

DEDICATORIA

A mis hijos, Matías y Emma, por ser el motivo y el motor que me impulsa a ser siempre la mejor versión de mí misma.

Los amo con todo mi ser.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios, mi Camino, mi Verdad y mi Vida, por siempre guiar mis pasos hacia metas insospechadas.

Gracias a Víctor Hugo, mi esposo, que cree y confía en mí, que me apoya en todo, que es mi gran equipo, que me ama profundamente. Gracias por ser mi sostén y mi impulso en los días más complicados.

Gracias a mi hijos, Matías y Emma, por ser los maestros de vida que la Vida me confió. ¡Los amo hijos! Este logro es también suyo.

Gracias a mis papás, que me han enseñado el valor del esfuerzo y el trabajo diario. A mamá por ser una mujer de corazón gigante. A papá por ser un hombre que no se cansa de aprender y es pleno cuando transmite todo lo que sabe.

Gracias a la Dra. Erika García Torres, mi directora de tesis, quien con tanta paciencia y acierto guio mi trabajo. Gracias por compartirme tu conocimiento con tanta generosidad. Gracias por la comprensión con que me llevaste en todo este proceso.

Gracias a las sinodales que aportaron con gentileza, disposición y exigencia sus cometarios, su visión, su conocimiento y su experiencia para que este trabajo se concluyera satisfactoriamente. Dra. Diana Solares, Dra. Lorena Trejo, Dra. Ana Laura Barriendos, Mtra. María del Carmen Ortiz, muchas gracias.

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS	IV
RESUMEN.....	IX
ABSTRACT	X
Introducción	- 1 -
Capítulo 1. Planteamiento del problema	- 4 -
1.1 La escuela multigrado: ubicación y reconocimiento en el sistema educativo.....	- 5 -
1.2 Características de la modalidad multigrado. Ventajas y dificultades.....	- 8 -
1.3 Las escuelas multigrado y el currículo oficial	- 11 -
1.4 La matemática escolar en las aulas multigrado	- 13 -
1.5 El objeto matemático de esta investigación: el valor posicional	- 14 -
1.6 Las intervenciones didácticas, una herramienta para favorecer el aprendizaje en las aulas	- 17 -
1.7 Pregunta de investigación y objetivos	- 19 -
1.7.1 Pregunta de investigación	- 19 -
1.7.2 Objetivo general de la investigación.....	- 20 -
1.7.3 Objetivo específico	- 20 -
Capítulo 2. Fundamentación teórica	- 21 -
2.1. Una breve historia de los números	- 21 -
2.2 Definición y características del valor posicional.....	- 23 -
2.3. Análisis de los procesos de aprendizaje del valor posicional.....	- 25 -
2.4. Análisis didáctico del valor posicional.....	- 29 -
2.4. Ubicación en el currículo del valor posicional	- 35 -
2.5. La Teoría de las Situaciones Didácticas	- 43 -
2.6. El juego como contexto de aprendizaje.....	- 48 -
2.7 Síntesis del capítulo.....	- 50 -
Capítulo 3. La secuencia didáctica.....	- 51 -
3.1. Definición de secuencia didáctica.	- 51 -
3.2. Gradualidad de la secuencia didáctica.....	- 52 -

3.3. Descripción general de la secuencia.....	- 55 -
3.4. Análisis de las situaciones didácticas	- 61 -
3.4.1. Situación didáctica 1: El cajero	- 61 -
3.4.2. Situación didáctica 2: La feria	- 70 -
3.4.3. Situación didáctica 3: Guerra de cartas.....	- 74 -
3.4.4. Situación didáctica 4: La tiendita.....	- 78 -
3.4.5. Situación didáctica 5: Teclas y números.....	- 83 -
3.4.6. Situación didáctica 6: Tendedero matemático	- 89 -
3.5. Síntesis del capítulo.....	- 92 -
Capítulo 4. Conclusiones	- 93 -
4.1. Sobre el diseño y uso de recursos didácticos para aulas multigrado.....	- 94 -
4.2. Sobre el aprendizaje de los alumnos	- 96 -
4.3. Sobre las intervenciones docentes	- 98 -
4.4. Reflexiones finales	- 104 -
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	- 107 -
ANEXOS	- 112 -
ANEXO 1. SECUENCIA DIDÁCTICA	- 112 -
ANEXO 2: Baraja Matemática	- 153 -

Índice de figuras

- Figura 1** Esquema que muestra la entrada en vigor planeada para los Aprendizajes Clave 2017. Recuperado de https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf..... - 36 -
- Figura 2** Ejes temáticos y temas de tercero de primaria. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf - 39 -
- Figura 3** Ejemplo explicativo-descriptivo de un Trayecto de Aprendizaje del libro de matemáticas de primer grado. Recuperado de <https://libros.conaliteg.gob.mx/P1MAM.htm?#page/33>..... - 42 -
- Figura 4.** Progresión y nombre de las situaciones que componen la secuencia didáctica. Elaboración propia. - 57 -

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Descripción y gradualidad de las situaciones didácticas en la secuencia.....</i>	<i>- 55 -</i>
<i>Tabla 2. Situación didáctica El Cajero.....</i>	<i>- 61 -</i>
<i>Tabla 3. Situación didáctica La feria.....</i>	<i>- 70 -</i>
<i>Tabla 4. Situación didáctica Guerra de Cartas.....</i>	<i>- 75 -</i>
<i>Tabla 5. Situación didáctica La tiendita.....</i>	<i>- 79 -</i>
<i>Tabla 6. Situación didáctica Teclas y números.....</i>	<i>- 83 -</i>
<i>Tabla 7. Situación didáctica Tendedero matemático.....</i>	<i>- 89 -</i>

RESUMEN

La escuela multigrado existe en México desde los orígenes de la educación en el país, sin embargo, apenas en el año 2019, gracias a la promulgación de la nueva Ley General de Educación, la política pública del país ha visibilizado explícitamente esta modalidad educativa. Importantes esfuerzos se han realizado a lo largo y ancho del país buscando atender las características de las escuelas multigrado, algunos han sido esfuerzos locales o regionales de colectivos docentes, otros, han impulsado su visibilidad e investigación en la comunidad educativa. Tomando en cuenta que más de millón y medio de niños, es decir, aproximadamente el 10% del alumnado del país, son atendidos bajo esta modalidad y considerando la necesidad de recursos didácticos que tomen en cuenta las características propias de esta forma de organización escolar, es que se plantea esta investigación que aborda la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la escuela multigrado y cuyo propósito es diseñar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje del valor posicional para alumnos de tercero y cuarto de primaria de una escuela multigrado. Con base en la teoría de situaciones didácticas se diseñaron y rediseñaron seis situaciones didácticas sobre el valor posicional, cada una de ellas con dos o tres versiones, es decir, adaptaciones de la versión original en las que se manipularon algunas variables didácticas y, en consecuencia, las estrategias de resolución y conocimientos que se movilizan. La secuencia promueve que los alumnos realicen actividades de descomposición numérica, agrupación decimal y orden de los números, con distintos rangos numéricos, para construir significados sobre el valor posicional, en un contexto lúdico numérico.

Palabras clave: escuela multigrado, didáctica de las matemáticas, valor posicional, secuencia didáctica.

ABSTRACT

The multigrade school exists in Mexico since the origins of education in the country, however, only in 2019, thanks to the enactment of the new General Education Law, the country's public policy has explicitly made this educational modality visible. Important efforts have been made throughout the country seeking to address the characteristics of multigrade schools, some have been local or regional efforts of teaching groups, others have promoted their visibility and research in the educational community. Taking into account that more than a million and a half children, that is, 10% of the country's students, are served under this modality and considering the need for didactic resources that take into account the characteristics of this form of school organization, it is This research is proposed that addresses the problem of teaching mathematics in multigrade school and whose purpose is to design a didactic sequence that favors the learning of positional value for third and fourth grade students of a multigrade school. Based on the theory of didactic situations, six didactic situations on positional value were designed and redesigned, each with two or three versions, that is, adaptations of the original version in which some didactic variables were manipulated and, consequently, the strategies of resolution and knowledge that are mobilized. The sequence encourages students to carry out activities of numerical decomposition, decimal grouping and order of numbers, with different numerical ranges, to construct meanings on the place value, in a numerical playful context.

Keywords: multigrade school, didactics of mathematics, place value, didactic sequence.

Introducción

Este estudio se presenta como una investigación teórica centrada en el diseño de una secuencia didáctica que pretende favorecer el aprendizaje del valor posicional para alumnos de 3° y 4° de primaria de una escuela primaria multigrado. Para ello se llevó a cabo un análisis de los diversos elementos que confluyen en la investigación: el contexto multigrado, las investigaciones de corte didáctico que se han implementado en aulas multigrado, el análisis del concepto matemático que se aborda, los referentes teóricos que sustentan el diseño de la secuencia, y su relación con el contexto de aplicación de las situaciones didácticas diseñadas.

El aula multigrado está presente desde los comienzos del sistema educativo en México. Se caracteriza porque el o los docentes adscritos a una escuela con esta modalidad atienden a dos, tres o seis grados simultáneamente, además de llevar a cabo las tareas que la gestión escolar implique. Son escuelas mayoritariamente presentes en zonas rurales, sin embargo, en la actualidad se pueden encontrar escuelas multigrado en la periferia de las ciudades o al centro de éstas, donde, al igual que en las zonas rurales, el crecimiento demográfico es bajo y no justifica la creación de una escuela de organización completa.

Los procesos de enseñanza-aprendizaje en escuelas multigrado presentan mayor reto y complejidad con respecto a las escuelas generales, puesto que aun teniendo características que le son específicas y que determinan necesidades didácticas propias, carecen de recursos didácticos y curriculares adecuados a este tipo de organización. Por ello, se asumió la tarea de diseñar un recurso didáctico pensado específicamente para el aula multigrado de segundo ciclo de primaria, es decir tercero y cuarto de primaria.

De aquí parte esta investigación: del reconocimiento de las necesidades didácticas específicas de la escuela multigrado, del conocimiento de la falta de recursos didácticos pertinentes para esta organización escolar y de la posibilidad de generar insumos para el

docente que labora en estas aulas.

El diseño de la secuencia didáctica contextualizada para segundo ciclo de educación primaria ha implicado un cuidadoso análisis en diferentes escenarios. Así, en el Capítulo 1 se sitúa el problema de investigación partiendo de un análisis sobre la realidad de las escuelas multigrado en el país y su reconocimiento en la política pública, se habla de las ventajas y desventajas de esta modalidad de organización escolar de acuerdo con varios autores, se aborda la necesidad de reorganizar el currículo escolar y proponer recursos didácticos pertinentes para la escuela multigrado.

El análisis nos lleva enseguida a profundizar en las nociones relacionadas con la matemática escolar, es decir, los procesos que se llevan a cabo para enseñar matemáticas en esta modalidad. Seguido de la exploración del objeto de estudio de esta investigación, el valor posicional. Finalizamos este apartado observando las implicaciones de las intervenciones docentes en los procesos didácticos del aula multigrado. Y para concluir se plantean las preguntas y objetivos de investigación.

El *Capítulo 2* aborda el marco teórico que sustenta la investigación y el diseño de la secuencia didáctica. Cada uno de los elementos que en este capítulo se analizan han permitido tomar las decisiones adecuadas y pertinentes en el diseño de la secuencia didáctica, manteniendo presente en todo momento el contexto multigrado.

Iniciamos el capítulo definiendo lo que entendemos por secuencia didáctica tomando como base la Teoría de las Situaciones Didácticas. En seguida presentamos una tabla que muestra los conocimientos y habilidades que se busca favorecer con cada situación, así como la justificación del orden de cada situación dentro de la secuencia. A continuación, describimos los elementos que conforma cada situación didáctica de manera general. El análisis de cada situación didáctica y los elementos que la conforman es la parte medular del *Capítulo 3*. Aquí se podrán observar las decisiones didácticas que se fueron tomando para la elaboración de la secuencia didáctica, por ejemplo, los objetivos que se persiguen, la gradualidad que cada versión de las situaciones ofrece, las decisiones sobre el material

didáctico que se utiliza en ellas, las decisiones sobre las variables didácticas que se ponen en juego, se ofrecen detalladamente las intervenciones docentes que se sugieren para cada situación como herramientas que buscan favorecer el aprendizaje de los alumnos.

Finalmente, en el Capítulo 4, se ofrecen conclusiones de corte teórico que el análisis realizado en los capítulos anteriores permite emitir justificadamente. En este capítulo se enlistan y categorizan las intervenciones docentes que se sugieren para la aplicación de la secuencia en el aula.

Capítulo 1. Planteamiento del problema

El presente capítulo presenta las características de la escuela multigrado y destaca el reconocimiento que esta organización escolar en las modalidades de educación básica de nuestro país. En seguida, se exponen las ventajas y las desventajas reportadas en diversas investigaciones sobre la escuela multigrado. Las ventajas se asocian con la flexibilidad que las escuelas multigrado brindan para la selección, adaptación y organización de contenidos curriculares, y la autonomía para implementar formas de enseñanza y evaluación adecuadas a las características de los estudiantes. Por otro lado, las problemáticas están relacionadas con la carga excesiva de trabajo de los docentes, la infraestructura inadecuada y la falta de recursos didácticos que respondan a las características de esta modalidad¹. Además, este capítulo se aborda una necesidad que varios investigadores han destacado, la de reorganizar el currículo escolar y proponer recursos didácticos propios y adecuados a la escuela multigrado.

En seguida se desarrollan las nociones relacionadas con la matemática escolar, es decir, los procesos que se han documentado para enseñar matemáticas en la modalidad multigrado, y que se relacionan con las decisiones didácticas respecto al tipo de problemas o actividades que se plantea a los alumnos, la organización del grupo, el tipo de interacciones en el aula, las ayudas que se da a los alumnos o que éstos se dan entre sí.

Luego, se presenta el objeto de estudio de esta investigación, los aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del objeto de enseñanza “valor posicional”, el cual es un principio rector del Sistema de Numeración Decimal, en la enseñanza de la matemática escolar. A continuación, se analiza la importancia de las intervenciones docentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje como herramienta de reflexión acerca del concepto

¹¹ El Sistema Educativo Mexicano no reconoce explícitamente a las escuelas de organización multigrado como una modalidad educativa, sin embargo, utilizaremos en el término “modalidad multigrado” para destacar y visibilizar la presencia de aulas multigrado en escuelas primarias de modalidad general y modalidad indígena de nuestro país.

matemático que se aborda y finalmente se plantean las preguntas de investigación y los objetivos que guían esta investigación.

1.1 La escuela multigrado: ubicación y reconocimiento en el sistema educativo.

“Una escuela multigrado es aquella en la que algún maestro atiende a más de un grado escolar” (INEE, 2019a, p. 14). Los docentes atienden a estudiantes de más de un grado en un mismo grupo y, además, realizan actividades directivas y administrativas de gestión escolar.

La realidad de las escuelas multigrado en nuestro país hace notar que existe una asociación nominal al término “multigrado” cuando las escuelas primarias tienen menos de seis maestros (es decir, aquellas en que no hay uno exclusivo para cada grado escolar) y en una cantidad importante de casos tienen una condición transitoria asociada a la sustitución poco ágil de docentes, mientras que existen escuelas primarias con cuatro o menos profesores que parecen tener esta condición de manera más permanente, sin importar la ubicación geográfica, condición demográfica y/o social de la escuela y la población a la que atiende (INEE, 2019a).

Si bien actualmente dicha forma de organización escolar existe en México y en diversos países del mundo, la política pública de nuestro país recientemente la ha hecho visible al publicar la Ley General de Educación (DOF, 2019), y en ella explicitar la necesidad de atender las especificidades de esta modalidad de enseñanza, sugiriendo la realización de adecuaciones curriculares que permitan mejorar el desempeño docente para el máximo logro de aprendizaje de los educandos, de acuerdo con los grados que atienden en los grupos, tomando en cuenta las características de las comunidades y la participación activa de madres y padres de familia o tutores.

Del mismo modo, la citada Ley, insta a promover las condiciones pedagógicas, administrativas, de recursos didácticos, seguridad e infraestructura para la atención educativa en escuelas multigrado a fin de garantizar el ejercicio del derecho a la educación.

Sin embargo, a pesar de este reconocimiento, en esta modalidad de enseñanza aún se encuentran problemas estructurales, por ejemplo, la ausencia en la licenciatura de asignaturas o trayectos formativos en todas las escuelas formadoras de docentes que permitan la preparación para la organización escolar multigrado. En la mayoría de las escuelas Normales no existen tales, salvo algunos casos en los que se han incorporado materias optativas como el caso de la Escuela Normal de Tabasco. Un dato relevante es que en el año 2022 la Universidad Pedagógica Nacional Unidad 241 en San Luis Potosí apertura la Licenciatura en Educación Multigrado, orientada a Educación Primaria.

En cuanto a la enseñanza es necesario, tal como se indica en el artículo 43 de la citada ley, es necesario el desarrollo de un modelo pedagógico diseñado para las escuelas multigrado donde se incorporen elementos como la organización del tiempo, la planeación de sesiones, el diseño de instrumentos de evaluación de los niños, la existencia de libros de texto y materiales didácticos especializados en multigrado (Juárez, Vargas y Vera, 2015).

Lo que sugiere la Ley General de Educación cobra vital importancia, ya que según estadísticas del INEE (2019a), en el ciclo escolar 2016-2017 de las 152,142 escuelas de educación básica del país, el 34.5% eran multigrado. Estas escuelas eran atendidas por aproximadamente 62,781 docentes, que representan el 8.4% de los docentes de educación básica del país, y atendieron aproximadamente al 10% del alumnado total de la República Mexicana en educación básica, los cuales suman 1,530,374. Las escuelas públicas de educación primaria, en el mismo ciclo escolar, que trabajan en modalidad multigrado, suman 30 624, que representa el 39.1% de las escuelas primarias de nuestro país, porcentaje que aumenta a más del 50% si se incluye a aquellas escuelas donde por lo menos uno de sus grupos es multigrado².

² Los datos refieren a preescolares generales e indígenas donde un docente imparte los tres grados o segundo y tercer grado. Primarias generales e indígenas en donde todos los docentes atienden a más de un grado escolar (uno, dos o máximo tres docentes). Telesecundarias y secundarias para migrantes donde uno o dos docentes atienden los tres grados.

Ahora bien, institucionalmente se han observado esfuerzos importantes en el reconocimiento de la modalidad multigrado a nivel nacional, cabe mencionar la Propuesta Educativa Multigrado (PEM), diseñada en el año 2005, por el Proyecto de Desarrollo de un Modelo Educativo para Escuelas Multigrado, de la Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa (SEP, 2005). Para la elaboración, aplicación, piloteo, seguimiento y evaluación de la propuesta participaron profesores, asesores técnicos, docentes de escuelas normales y equipos técnicos de los programas compensatorios (Conafe), educación indígena y proyectos multigrado de las entidades. Esta propuesta tiene como propósito fundamental proporcionar a los docentes elementos que sean funcionales para atender dos grados o más en un mismo grupo.

La PEM 2005 es una sugerencia de trabajo que el profesor puede adaptar de acuerdo con las necesidades que implique el contexto escolar puesto que es la sistematización de experiencias exitosas de maestros y maestras que a lo largo del país trabajan día a día con grupos multigrado; ofrece una buena cantidad de ejemplos de correlación de contenidos, de planeaciones completas de clase, formas de llevar el trabajo en el aula, explicaciones sobre el abordaje de cada asignatura, entre otros elementos que presenta (ver SEP, 2005).

Otros esfuerzos importantes en este camino de reconocimiento y revaloración de las escuelas multigrado en México los llevó a cabo el, ahora extinto, Instituto Nacional para Evaluación Educativa (INEE), que en el 2019 emprendió una evaluación del diseño de la política educativa multigrado en México, la cual, junto con otras evaluaciones y estudios llevados a cabo sobre el tema quedaron plasmados en la publicación *La Educación Multigrado en México* (INEE, 2019a). Posteriormente, estos estudios y evaluaciones fundamentaron un conjunto de *Directrices para mejorar la educación multigrado* (INEE, 2019b). El INEE, preocupado por que se haga valer el derecho de todos y todas a una educación de calidad, “enfocó actividades en todas sus áreas para dimensionar los problemas de estas escuelas y tratar de comprenderlos” (INEE, 2019a, p.17).

Para la formulación y la elaboración de estas directrices, se tomaron en cuenta hallazgos y resultados de evaluaciones, investigaciones académicas y experiencias

nacionales e internacionales relativas a la educación multigrado. También se consideró la interlocución con diversos actores educativos y de la sociedad civil. A partir de ello se pretendió “contribuir a la toma de decisiones que permitieran mejorar los servicios de educación multigrado, así como revalorar su concepción como un modelo pedagógico viable y de calidad que forma parte sustantiva de la Política Educativa Nacional” (INEE, 2019, p.37).

Como se puede observar, los esfuerzos por darle el lugar adecuado a la educación multigrado en el País son importantes, sin embargo, aún queda trabajo por realizar, de manera que las políticas públicas que a favor de la escuela multigrado se van emitiendo por parte de las autoridades educativas, se vean reflejadas en instrumentos y herramientas didácticas aplicables en el aula multigrado. De aquí la pertinencia de este trabajo de investigación.

1.2 Características de la modalidad multigrado. Ventajas y dificultades.

Dadas las condiciones pedagógicas, administrativas, de recursos didácticos e infraestructura, diversas investigaciones revelan las dificultades específicas de los procesos de enseñanza y aprendizaje en este tipo de escuelas, entre los cuales señalan “la reducción de tiempos de enseñanza debido a que los profesores también realizan funciones directivas e incluso de intendencia; el predominio de los métodos "tradicionales" de enseñanza; la falta de una propuesta curricular específica para esta modalidad” (Artegada, 2011, citada en Reséndiz, Block y Carrillo, 2017, p.100).

Como consecuencia, los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas, como la propuesta en el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), denotan un déficit en la apropiación de contenidos académicos propios de cada grado escolar. Se observa, por ejemplo, de acuerdo con datos reportados por INEE (2019a) en la aplicación esta prueba en el 2015, que el 70.9% de alumnos que viven en comunidades rurales de menos de 500 personas, se encuentran en el nivel más bajo de adquisición de contenidos matemáticos. Si bien no todas las comunidades rurales tienen escuelas multigrado, es de

esperarse que dada la cantidad tan pequeña de población que poseen las que en estos datos se mencionan, la atención educativa se de en escuelas con esta modalidad.

Como señalan Juárez y Rodríguez (2016) la última propuesta pedagógica para mejorar la educación primaria rural, la Propuesta Educativa Multigrado no ha sido impulsada por las autoridades educativas desde mediados de la década anterior. En el contexto de CONAFE las adecuaciones más recientes, por ejemplo, se refieren al modelo ABCD que comenzó a implementarse en el ciclo escolar 2016-2017. Es así como coincidimos con estos autores en que se cuenta con información diagnóstica acerca de las dificultades de la educación rural, pero no se han desarrollado suficientes acciones concretas para atender los problemas detectados.

Ahora bien, también se ha señalado que la modalidad multigrado tiene características favorables para el aprendizaje, como la posibilidad de los alumnos de aprender unos de otros, o la mayor flexibilidad que existe para asignar tareas a cada uno en función de su nivel de desempeño (Rockwell y Mercado, 2003, citadas en Block, Ramírez y Reséndiz, 2015). Para que estas características se vuelvan realmente favorables para el aprendizaje, es necesario “disponer de estrategias de organización y didácticas que lo hagan posible en las condiciones de trabajo de dichas escuelas” (Block, Ramírez y Reséndiz, 2015, p.712).

Los grupos multigrado nos permiten observar, como menciona Santos (2011), los acontecimientos didácticos que ocurren al interior de estas aulas. Esa observación nos lleva a prestar atención a la diversidad desde lo didáctico, esto es, con efectos sobre la forma de estructurar los procesos de enseñanza, ya que éstos pasan por la diversificación de actividades de enseñanza, con criterios de simultaneidad y complementariedad, abandonando las prácticas únicas, sincronizadas y uniformizadas en sus mecanismos. Al mismo tiempo, se puede observar un fenómeno que caracteriza este autor y que llama la “circulación de los saberes”, lo que supone abrir las formalidades de los grados escolares para que los saberes fluyan. Este fenómeno se explica como:

En el escenario de la multigradación (...) se produce una bajada y subida de niveles de conocimiento constante en el discurrir de la actividad escolar originada por la existencia en las aulas de diferentes grados. Es decir, el alumnado tiene contacto directo con contenidos de niveles inferiores y superiores a su curso de referencia en forma continuada. Esto desencadena un tipo de aprendizaje contagiado, por impregnación mutua. El alumnado de menor edad, a través de las explicaciones del docente, dudas, demostraciones... al de mayor edad, está familiarizándose con conocimientos que abordará en cursos escolares venideros y que los 'está viendo, escuchando, tocando'. Es un aprendizaje que se da por un contagio inevitable y permanente (...) el alumnado de menor edad recibe indirectamente conocimiento sobre lo que les ocurre a los compañeros de pupitre de otras edades, aprende de lo que acontece a sus vecinos de clase. Pero también se produce el proceso a la inversa. El alumnado de mayor edad está consolidando constantemente sus antiguos conocimientos a través de lo que escucha y observa del alumnado de menor edad, ya que repasa de este modo contenidos tratados en años precedentes (Bustos, 2010, p. 366).

Las posibilidades de interacción entre niños de diferentes edades y el particular vínculo que aparece desde los más grandes hacia los más pequeños es un aspecto que cabe destacar.

Diversos autores en distintos contextos consideran que la diversidad multigrado cimienta un gran potencial pedagógico porque, ante esa heterogeneidad tan distintiva, "los docentes tienen oportunidad de desarrollar una enseñanza diversificada e incluyente, con respuesta simultánea a las necesidades educativas de todos los alumnos" (Galván y Espinosa, 2017, p.3).

Rockwell y Rebolledo (2016) señalan que la pedagogía multigrado puede tener una serie de ventajas respecto al modelo graduado, entre las que se mencionan el respeto al derecho de los niños de recibir una educación gratuita con equidad y calidad; siendo que escuelas con esta organización pueden ser la única opción de atención educativa para estas

poblaciones. Otra ventaja es que propicia mayor inclusión de los alumnos en sus diferentes contextos y realidades, suele evitar la deserción y la repetición de grados; permite y propicia un trabajo más colegiado y colaborativo entre maestros; permite explorar estrategias pedagógicas innovadoras, particularmente en la agrupación de los estudiantes, la elaboración de estrategias y recursos didácticos propios y la autonomía de los alumnos; entre otras.

Sin embargo, para que éstas se hagan efectivas, estas mismas autoras señalan que hace falta que se cumpla una serie de condiciones, por ejemplo, que los docentes tengan una formación específica para utilizar un modelo pedagógico multigrado, y que el currículo y los materiales de clase estén diseñados específicamente para dicho modelo.

Reconocer y valorar el potencial de un ambiente educativo como el que ofrecen las escuelas multigrado permite comprender y acompañar procesos de aprendizaje que responden al principio pedagógico consagrado en los programas de educación vigentes en nuestro país: “apreciar la diversidad como fuente de riqueza para el aprendizaje”. (SEP, 2017, p.118).

Las escuelas multigrado presentan un reto, pero también una posibilidad para repensar íntegramente los principios pedagógicos y las estrategias didácticas que garanticen una educación con calidad y equidad para todos. La revisión que se ha presentado permite observar que no son pocos los alumnos atendidos en esta modalidad de enseñanza, que requieren una atención específica, que es importante vincular la realidad de su contexto a sus procesos de aprendizaje y que, por lo tanto, se hace necesaria una intervención didáctica que atienda las particulares características de esta población educativa. En este contexto se sitúa la problemática de esta investigación, la educación primaria en aulas multigrado.

1.3 Las escuelas multigrado y el currículo oficial

El currículo de educación tiene un carácter nacional y obligatorio, es decir, todas las escuelas de educación básica en el país deben impulsar los mismos fines educativos, los mismos contenidos y las mínimas formas de enseñanza a partir de las orientaciones plasmadas en los

planes y programas de estudio vigentes (INEE, 2018), es decir, el currículo es el mismo para todo el sistema educativo.

El currículo, en cuanto a su diseño, es la expresión material de los acuerdos acerca de qué, para qué, cómo enseñar y cómo evaluarlo. El programa de educación básica mexicano se caracteriza por ser producto de una tradición forjada a lo largo de la historia de nuestro país; la aspiración de conformar una identidad nacional resultó en la configuración de un currículo único, atemporal, situación que en realidad hoy enfrenta grandes tensiones, ya que dicho programa debe ser seguido por escuelas con diferentes configuraciones y necesidades. (INEE, 2019).

La tarea del Estado en relación con el diseño curricular de la educación básica se ha limitado desde hace varias décadas a prescribir una sola orientación para todos los tipos de servicio educativo, independientemente de su organización escolar predominante, de manera que, en el caso de la educación pública, sobre todo el currículo nacional se materializa en un único documento que organiza el trabajo en las escuelas y en las aulas (INEE, 2019, p. 107)

En 2005 la Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa elaboró la Propuesta Educativa Multigrado 2005 (PEM05), en colaboración con la Dirección General de Desarrollo Curricular y la Dirección General de Educación Indígena, la cual buscaba atender los problemas más sentidos de las escuelas multigrado; sin embargo, y a pesar del reconocimiento de las dificultades y de la experiencia de dicha propuesta, desde entonces no han existido esfuerzos adicionales para generar propuestas curriculares diferenciadas para ese tipo de escuelas, o los que han surgido se han materializado en ámbitos locales, sin que dichas propuestas prosperen en el tiempo ni abarquen mayor cantidad de escuelas multigrado del país.

Algunas investigaciones dan cuenta de la apremiante necesidad de generar propuestas que fomenten la implementación del currículo oficial en el aula multigrado (Fuenlabrada, Weiss, 2006; Mercado, 1999; Popoca et al, 2006). Se requiere que sean propuestas diseñadas

didácticamente tomando en cuenta las características propias del contexto y que movilicen el aprendizaje de forma que los conceptos abordados se enseñen y se aprendan a profundidad.

1.4 La matemática escolar en las aulas multigrado

La enseñanza de las matemáticas ocupa un lugar estratégico en la trayectoria escolar diseñada por los currículos de todos los países. Diversos estudios han puesto énfasis en la enseñanza de las matemáticas en aulas multigrado, desde diferentes perspectivas y con diferentes propósitos, sin embargo, todos apuntando a visibilizar las ventajas que ofrece la modalidad y la necesidad de diseñar materiales acordes al contexto multigrado. Destacan los estudios realizados por Block, Ramírez y Reséndiz (2015) quienes buscan dar cuenta de las condiciones en que ocurren la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en escuelas primarias multigrado. Entre las múltiples interacciones que se observaron y registraron, destacan las condiciones, contenido e implicaciones de las ayudas que se intercambian sea por parte de la maestra a los alumnos o entre los mismos alumnos, y que inciden en el estudio de las matemáticas en el aula.

En el 2011, Santos reporta los procesos didácticos que ocurren en los grupos multigrado y subraya que poseen características particulares, a tal nivel que pueden ser considerados propios y específicos de la modalidad multigrado. Esto apunta a centrar la atención en la forma en que, al interior de las aulas, se llevan a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los rasgos propios que los determinan y las formas situadas de producción de conocimiento matemático.

Los estudios realizados por Reséndiz, Block y Carrillo (2017) contribuyen a la comprensión de la complejidad de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas multigrado. Identifican y analizan diversas estrategias para la enseñanza de las matemáticas que han sido desarrolladas por maestras con experiencia en aulas multigrado. Exponen algunas condiciones didácticas que propician el trabajo matemático, con el objetivo que el conocimiento generado sea útil para la práctica docente y los procesos de formación de futuros docentes de aulas multigrado.

Zepeda (2020) realiza un estudio de caso en el que caracterizó los elementos de la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en las aulas multigrado. Desde una perspectiva etnográfica describió, analizó e interpretó acciones propias de la docente de un aula unitaria, y esto permitió analizar la organización en el aula multigrado y las oportunidades de aprendizaje para los alumnos.

Estos estudios ya existentes revelan la importancia de atender la modalidad multigrado, de seguir aprovechando sus ventajas pedagógicas, así como de subsanar los elementos didácticos ausentes en el programa de estudios oficial. Para los fines de este estudio esta realidad es relevante y permite situar la pertinencia del diseño de la secuencia didáctica que aquí se plantea.

1.5 El objeto matemático de esta investigación: el valor posicional

Teniendo una visión más extensa de los procesos formativos y didácticos ya reportados en los estudios mencionados, es necesario adentrarnos en el objeto matemático que es central para esta investigación: el valor posicional dentro del Sistema de Numeración Decimal (en adelante SND).

Un sistema de numeración se entiende como el resultado de un conjunto de signos, relaciones y normas que expresan el valor de los números y sus elementos fundamentales son la base, los numerales y las normas establecidas de combinación (Gallego, 2015). Es un sistema de representación de cantidades, esto implica un sistema de diferenciación de los elementos y relaciones en el objeto representado. Como menciona Terigi y Wolman (2007) para poder representar las cantidades, el sistema de numeración posee ciertas reglas que permiten organizar la cuantificación con el fin de hacerla más económica, estas reglas son productos de la historia y de las convenciones históricas. Si se comprenden estas reglas se puede entender que las construcciones que los alumnos realizan en torno al sistema de numeración conllevan una progresión histórica acotada a su propio desarrollo cognoscitivo, lo cual invita a los docentes a desarrollar diseños didácticos que favorezcan y posibiliten esas construcciones.

El SND, como su nombre lo indica, tiene como base el número 10. Esta base señala la cantidad de símbolos (llamados dígitos) distintos que son necesarios para representar todos los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Este sistema es, además, posicional, lo cual significa que a cada dígito se le otorgan dos valores: un valor *absoluto* (por el valor del dígito) y un valor *relativo* (por su posición dentro del número). Cada posición corresponde a un orden, que se repite hacia la izquierda: unidades, decenas, centenas, etc. Cada tres órdenes corresponden a una clase, que se repite hacia la izquierda: unidades, millares, millones. Cada dos clases corresponden a un periodo: periodo de las unidades, periodo de los millones, etc.

El SND es aditivo, es decir, el valor del número completo está dado por la suma de los valores relativos de cada dígito. $372 = 300 + 70 + 2$

El SND tiene dos principios fundamentales que lo rigen: el de agrupación y el de posición. Como el sistema de numeración es de base 10, el principio de agrupación expresa que con diez unidades de un orden cualquiera se forman las unidades del orden inmediato superior; o sea, que con diez unidades se forma una decena, con diez decenas, se forma una centena y así sucesivamente. Por el principio de posición cada dígito tiene un valor *absoluto* (por el valor del dígito) y un valor *relativo* (por su posición dentro del número) (Reyes y Varela, 2014). Así, en el número 372, el 3 tiene un valor absoluto de 3 y tiene un valor relativo de 300 ya que ocupa la posición de las centenas.

Que los alumnos comprendan las reglas que subyacen en el SND, implica por parte del docente, el desarrollo de una serie de estrategias didácticas que les permitan dicha comprensión, y a su vez les posibilitará en la comprensión del valor posicional dentro del sistema de numeración.

En el inicio de la formación matemática escolar, el SND es un elemento importante para el desarrollo posterior de conocimientos matemáticos, ya que es el primer sistema matemático convencional que afrontan los niños en la escuela, y constituye el instrumento

de mediación de otros aprendizajes matemáticos. En consecuencia, “la calidad de los aprendizajes que los niños puedan lograr en relación con este objeto cultural es decisiva para su trayectoria escolar posterior” (Terigi y Wolman, 2007, p.64).

La comprensión del SND favorece el desarrollo del sentido numérico³, la habilidad y reflexión en operaciones aritméticas, cálculo mental y estimaciones, y el concepto de valor posicional es indispensable para la construcción del SND. Hunter y Turner (1994) señalaron que una inadecuada comprensión de este conocimiento puede derivar en dificultades para resolver procedimientos aritméticos, producción de numerales, por mencionar algunas, y que estas dificultades incrementan a la par del grado de dificultad propio de cada nivel escolar.

Favorecer la comprensión de las partes involucradas en el todo de una cantidad para lograr así asignar un nombre de acuerdo con el orden de ubicación, a las agrupaciones realizadas designando la base en la cual está agrupándose la cantidad y, por tanto, el valor que adquiere cada cifra dentro de un número para representar la cantidad descrita es parte fundamental en la comprensión del sistema de numeración (Gallego y Uzuriaga, 2015, p.1).

Es por ello, que la intención de esta investigación es aportar estrategias didácticas que, tomando en cuenta el contexto multigrado, propicie el aprendizaje de un elemento fundamental dentro del SND, como lo es la comprensión del valor posicional.

Es importante señalar que tanto en el Plan de Estudios 2011 como en los Aprendizajes Clave para la Educación Integral 2017, mismos que tienen vigencia y conviven a la par (el primero para alumnos de 3º, 4º, 5º y 6º de primaria, el segundo para alumnos de 1º y 2º de primaria), no plasman explícitamente un aprendizaje esperado en torno a la apropiación del valor posicional, sin embargo, se espera que, en tercero y cuarto de primaria, los alumnos avancen en el estudio de los números naturales (abarcando números de hasta cinco cifras), además de la lectura, escritura y relación de orden, así como en el reconocimiento del valor

³ El sentido numérico consiste en los conocimientos, las habilidades y las intuiciones que una persona desarrolla acerca de los números y sus operaciones, junto con la habilidad e inclinación hacia el empleo del conocimiento numérico de manera flexible para formular proposiciones matemáticas, desarrollar estrategias útiles para manipular números, realizar operaciones y resolver problemas (Sánchez, Hoyos y López, 2011)

posicional de las cifras. Y sugieren para ello actividades en las que los alumnos expresan una cantidad de varias maneras y que hagan uso de recursos mediatizadores como son los billetes y monedas de juguete. En los libros de texto para 3º y 4º de primaria se plantean tres desafíos matemáticos⁴, respectivamente, que favorecen la apropiación de este concepto.

Ahora bien, para que los alumnos construyan todo lo que el SND posibilita, es necesario planificar secuencias didácticas, entendiendo por éstas, la secuenciación de actividades que posibilita, por un lado, que lo trabajado en cada una de ellas sirva como punto de apoyo para la siguiente y a su vez retome y avance de alguna manera sobre lo abordado anteriormente. Así, los conocimientos en construcción se reinventan, se profundizan y se sistematizan. Por otro lado, mantener el trabajo durante el desarrollo de varias actividades es una oportunidad para que todos los alumnos, a sus ritmos, puedan incluirse en la propuesta de enseñanza.

Es así como esta investigación se centra en este objeto matemático por las implicaciones de su aprendizaje hacia otros conceptos de la escolaridad como se ha mencionado. Además, es pertinente plantear este trabajo para un aula multigrado porque las interacciones que en ella suceden provocan una movilización de conocimientos por demás interesante y digna de observación que lleve a docentes e investigadores a aprovechar dichas interacciones como potencialidades didácticas dentro de estas aulas.

1.6 Las intervenciones didácticas, una herramienta para favorecer el aprendizaje en las aulas

Aunque las nuevas orientaciones didácticas, plateadas en los Aprendizajes Clave para la Educación Integral (SEP, 2017), ofrecen un panorama cada vez más amplio y consciente de los procesos de adquisición del aprendizaje por parte de los alumnos y de las diferentes técnicas y estrategias para favorecer el aprendizaje, la cultura que prevalece en muchas aulas, se centra principalmente en la exposición de temas por parte del docente, la cual no sólo no

⁴ Se utiliza el término 'desafíos matemáticos' para señalar las lecciones que los libros de texto de matemáticas para 3º, 4º, 5º y 6º grados plantean.

motiva la participación activa del alumno sino que limita en gran medida que el alumno se convierta en actor principal de su propio proceso de adquisición de conocimiento. De acuerdo con la SEP (2017), algunas investigaciones muestran que esta pedagogía tiene limitaciones graves cuando lo que se busca es el desarrollo del pensamiento crítico de los alumnos y de su capacidad para aprender a lo largo de su vida.

En el proceso de construcción del aprendizaje, el docente, “partiendo del punto en el que encuentra a sus estudiantes, tiene la tarea de llevarlos lo más lejos posible en la construcción de los conocimientos planteados en los planes y programas de estudio y en el desarrollo de su máximo potencial” (SEP, 2017, p. 67). Para promover el dominio de los contenidos curriculares y el desarrollo integral de cada estudiante, es necesario proponer situaciones de aprendizaje que posibiliten a los estudiantes la construcción de nuevos significados en todas las áreas del conocimiento y que les conduzcan, al mismo tiempo, a desarrollar su potencial completo.

Dentro de este planteamiento de situaciones de aprendizaje, todo lo que el maestro hace y dice, y lo que no hace o no dice, contribuye al desarrollo de los alumnos y forma parte de lo que Brousseau (2007) denomina *contrato didáctico*, es decir, aquellas reglas implícitas y explícitas sobre lo que el maestro espera que haga el alumno, y lo que el alumno espera que haga el maestro, respecto a un saber matemático determinado. Estas reglas aparecen dentro de todo salón de clases al establecerse las relaciones entre los actores del proceso de aprendizaje.

Estudios sobre didáctica de las matemáticas y con un enfoque etnográfico (Block, Ramírez y Resendiz, 2015) describen las intervenciones docentes como *ayudas*, entendiendo por estas las interacciones mediante las que se apoya o se hacen accesibles las tareas que tienen lugar durante las clases de matemáticas.

Estas ayudas forman parte del contrato didáctico y se van ajustando conforme al planteamiento de las situaciones didácticas que se presentan a los alumnos en el salón de clases. Las ayudas, de acuerdo con los autores antes citados, también forman parte del medio

didáctico al que se enfrenta el alumno, y que, según la Teoría de las Situaciones Didácticas (en adelante TSD), es determinante en la construcción del conocimiento matemático que se busca favorecer.

Brousseau (2007) considera el medio didáctico como un subsistema autónomo que es contrario del sujeto. “ El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de las respuestas que son la marca del aprendizaje” (Brousseau, 2007, p. 30).

De aquí que en esta investigación se haga especial énfasis en el tipo de intervenciones docentes que se sugieren para la aplicación de cada situación didáctica. Creemos que todo lo que el docente dice, hace, u omite, tiene la capacidad de influir de manera determinante en el quehacer del alumno, y por ende en la apropiación que éste hace del contenido matemático que se le plantea.

Diseñamos las intervenciones presentándolas en todo momento como una herramienta que permite la construcción del aprendizaje por parte del alumno, herramienta que forma parte del diseño mismo de cada situación. Dichas intervenciones forman parte también del medio didáctico en el cual el alumno interactúa para encontrar la estrategia de solución de cada situación.

1.7 Pregunta de investigación y objetivos

1.7.1 Pregunta de investigación

Buscando aportar, desde lo didáctico, a la generación de recursos diseñados para aulas multigrado, es que surge la pregunta de investigación de este trabajo:

¿Cómo favorecer el aprendizaje del valor posicional en alumnos de 3º y 4º de primaria de una escuela multigrado?

Partiendo de la premisa de que es necesario contar con recursos didácticos diseñados específicamente para esta modalidad de enseñanza y atendiendo a la necesidad de que los alumnos, grado con grado escolar, sigan construyendo significados en torno al objeto de estudio es que los objetivos planteados buscan dar respuesta a esta interrogante.

1.7.2 Objetivo general de la investigación

El objetivo general de esta investigación es:

Diseñar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje del valor posicional para alumnos de 3° y 4° de primaria de una escuela multigrado.

1.7.3 Objetivo específico

Con la finalidad de ofrecer a los docentes que llevan a cabo su labor en aulas multigrado recursos de intervención didáctica diseñadas para esta modalidad específica, se plantea el siguiente objetivo específico:

Elaborar sugerencias de intervenciones didácticas pertinentes a esta secuencia que sirva de apoyo a los docentes que la implementen.

Finalmente, como cierre y síntesis del capítulo, se precisa que se bosquejó el problema de investigación que cimienta la presente investigación. Se presentó la realidad de las escuelas multigrado en nuestro país, se habló de las características favorables de esta modalidad de organización escolar, así como de aquellas que representan un reto; se abordó la relación entre las escuelas multigrado y el currículo oficial. Y, finalmente, se presentaron planteamientos en torno a la enseñanza de las matemáticas en las aulas multigrado, así como la importancia de las intervenciones didácticas.

Capítulo 2. Fundamentación teórica

En este capítulo se presenta un análisis conceptual del valor posicional abordando su definición y características, describiendo el proceso cognitivo que siguen los niños para su apropiación, analizando algunas propuestas didácticas y curriculares para su enseñanza, así como las investigaciones que han abordado el objeto de estudio de esta investigación y de los fundamentos teóricos que la sostienen. La Teoría de Situaciones Didácticas es el marco teórico que fundamenta las situaciones que conforman la secuencia didáctica de este estudio, por lo que en este capítulo se presentan los elementos que se retoman de la misma.

2.1. Una breve historia de los números

Los números con los que escribimos y con los que contamos hoy provienen de una serie de construcciones culturales, información, técnicas, necesidades e invenciones surgidas desde el inicio de los tiempos. La gente ha sentido desde siempre la necesidad de contar y esto llevó al surgimiento de un sistema numérico que respondió a esa necesidad. Cuando una serie de símbolos marcados en algún material de origen natural como madera, rocas u hojas de los árboles reemplazó lo que se quería contar, se creó un sistema de símbolos que tuvo su base en el número de objetos de la colección. Este paso en la representación no fue sencillo y costó a la humanidad miles de años (Ifrah, 1987).

La construcción de representaciones realistas similares, donde cada símbolo corresponde a un objeto, fue el primer método que se desarrolló para resolver problemas y tareas en los que se necesitaba saber “cuántos”. Con el paso del tiempo estos sistemas fueron cambiando y se optimizaron, hasta llegar al sistema de numeración más conocido y utilizado en el mundo: el Sistema de Numeración Decimal (SND).

Es imperante observar las transformaciones realizadas por la humanidad en torno a los números. Según Ifrah (1987), hasta unos 3500 años a. de C., los pastores europeos no

podían contar más allá del número 4 sin confundirse. Luego, con la ayuda de guijarros que representaban ovejas, empezaron a sumar. A los usuarios de esas matemáticas primitivas que se inventaron en respuesta a una necesidad, les “faltaba” la capacidad de abstracción que les permitiera representar grandes cantidades sin tener que recurrir a montones enormes de piedras. Este primer paso en la economía de los números lo alcanzaron los iraníes de Elam (cerca del Golfo Pérsico), reemplazando la piedra por pequeños objetos diferentes que simbolizaban distintas cantidades. Para el uno utilizaron un palito, una bolita para representar diez y un disco para simbolizar cien. La transición hacia el número ocurrió alrededor del 3200 a. de C., cuando los sumerios dibujaron en el exterior de las bolsas, que guardaban como archivos de venta, rayas, puntos y aros representando los palitos, las bolitas y los discos.

La siguiente etapa la pasaron casi todas las civilizaciones al mismo tiempo (4000 años más tarde) y consistió en ponerle nombre a los números, del 1 al 9, que los egipcios ya grababan con símbolos. A partir de aquí surgió el sistema de numeración que tenía la base 10. Culturas como la maya, la vasca y la celta usaban como base el número 20, así como los babilonios usaban la base 60 desde el 1900 a. de C. El uso de la base 60 permitió que los sumerios crearan los grados del círculo y legaran al mundo las divisiones horarias del reloj (Roper, 2019)

Sin embargo, la base decimal y los nombres de los números no eran suficientes para acceder a cifras elevadas sin margen de error. Entonces surgió un nuevo concepto: la numeración de posición. Ifrah identifica el uso de sistemas de numeración posicionales en Babilonia desde el 2000 a. de C., en China a principios de nuestra era, en la astronomía maya del siglo III y en India desde el siglo V.

Posteriormente civilizaciones como la maya y la babilonia identificaron la necesidad de agregar una tipografía que indicara la ausencia de objetos en determinada posición. Inventaron el uso del cero para simbolizar la ausencia de elementos de determinado orden. Ifrah encontró que, en India, hacia el año 458, se registró por primera vez una escritura

numérica que incluía el cero. A fines del siglo V los hindúes reunieron la cifra, la posición y el cero, como elementos esenciales del sistema de numeración que los árabes introducirían en Occidente mucho más tarde (Roper, 2019).

Este breve recorrido por la historia de los números nos permite observar todas las transformaciones que a lo largo de los siglos la humanidad ha ido haciendo hasta llegar al SND que hoy conocemos y del cual somos usuarios. Dichas transformaciones, de cierta manera, el niño, en su proceso de construcción y apropiación del conocimiento matemático también las transita, es así como podemos comprender por qué no resulta sencillo ni rápido el aprendizaje de este saber.

2.2 Definición y características del valor posicional

Entendemos por sistema de numeración al conjunto de símbolos y reglas que nos permiten escribir e interpretar una cantidad, un número. El SND se presenta como el sistema más económico, es decir, el que más reduce la utilización de palabras o símbolos que describen el número. Diez cifras, guarismos o caracteres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) son suficientes para representar números incluso infinitos en este sistema. A diferencia de otros sistemas, como el egipcio, en el que se acumulan todos los signos que forman el número que se quiere representar; o el romano, que, siendo un sistema de numeración aditivo, algunas de sus escrituras numéricas implican una sustracción (El I detrás del V significa que al valor de V se le resta el valor de I). Ejemplo de numeración egipcia: 56 = $\overline{\text{NNNNNIIIIII}}$
Ejemplo de numeración romana: 174= CLXXIV.

El sistema de numeración indo árabe⁵ o SND tiene dos principios fundamentales que lo rigen: el de agrupación y el de posición. Como el sistema de numeración es de base

⁵ Denominados así porque fueron inventados en India en el siglo V. y dados a conocer por los comerciantes árabes de África del Norte en la Edad Media.

10, el principio de agrupación expresa que con diez unidades (de números naturales)⁶ de un orden cualquiera se forman las unidades del orden inmediato superior; es decir, que con diez unidades se forma una decena, con diez decenas, se forma una centena y así sucesivamente.

Por el principio de posición se le atribuye a las cifras básicas o dígitos dos valores: uno absoluto y el otro relativo, por ejemplo, en el número 73 923, el valor absoluto de la cifra tres independientemente del lugar decimal que ocupe (unidades de millar o unidades) siempre es tres, ya que su valor absoluto no depende del lugar que ocupa en la cifra sino el que tiene por sí solo. Por otro lado, el valor relativo o valor posicional del tres en dicho número es de tres mil unidades o tres unidades de millar al ocupar el lugar de las unidades de millar y de tres unidades al ocupar el lugar de las unidades, respectivamente (Vázquez y Varela, 2014).

El valor de posición es un principio organizador del SND que determina el valor numérico representado por un dígito, el cual corresponde al valor nominal que lo identifica multiplicado por la potencia de diez asociada a la posición que ocupa en una cadena numérica (Price, 2001). Autores como Bedoya y Orozco (1991) proponen que la forma como se organiza el SND en unidades decimales sustenta la importancia de comprender el sistema jerárquico sucesivo e incluyente para que todo usuario del SND logre una escritura de numerales exitosa. En este sentido, diferentes autores reportan cómo el valor de posición se encuentra intrínsecamente vinculado al SND y, por consiguiente, a las invariantes que lo caracterizan: composición/descomposición aditiva y multiplicativa, la equivalencia numérica, el concepto de unidad (Bedoya, 2013).

Ambos principios, el de agrupamiento y el de posición permiten escribir cualquier número dentro del sistema, sin importar la cantidad de cifras que lo conformen. Ahora bien, estos elementos del SND son no transparentes, es decir, el niño que se acerca al SND en un espacio formal, como lo es un salón de clases, no tiene manera de analizar esta información a menos que se le presenten situaciones de enseñanza-aprendizaje que le permitan observar

⁶ Para efectos de esta investigación nos centraremos en los números naturales, si bien es verdad que el SND incluye tanto a estos, los números naturales, como a los decimales.

las transformaciones internas de los números que gracias a estos principios pueden darse. Por tanto, se requiere diseñar situaciones que acerquen al niño de forma constante al sistema con toda la complejidad que este implica, para que logre encontrar las regularidades e irregularidades que presenta, las abreviaturas que utiliza, las reglas que subyacen en el sistema, la correspondencia o no entre la expresión oral y la escrita, etc.


2.3. Análisis de los procesos de aprendizaje del valor posicional

Como usuarios de las matemáticas que somos solemos naturalizar el uso de estrategias, técnicas y procedimientos matemáticos que utilizamos en el día a día. No nos detenemos a pensar cómo hicimos para sumar $10 + 26$, o para obtener el total que pagaremos al comprar 5 cajas de fresas de \$60 cada una. Esto que para nosotros es de uso cotidiano, la humanidad tardó siglos en construirlo. Por lo tanto, no deberíamos esperar que los niños aprendan y comprendan las reglas poco transparentes que nuestro sistema de numeración involucra en poco tiempo ni con poca intervención docente.

Comprender las relaciones entre el valor absoluto y el valor posicional de cada cifra dentro de un número requiere poner en acción procesos cognitivos del niño que son necesarios guiar didácticamente para una mejor comprensión de las reglas internas del sistema de numeración.

Un niño de entre 8 y 10 años es capaz de leer y escribir cifras numéricas, sin embargo, dado su desarrollo cognitivo, según Piaget (Delval, 1997), se encuentra en el periodo de las operaciones concretas, esto es, son capaces de utilizar el pensamiento lógico o las operaciones (es decir, las reglas), pero sólo puede aplicar la lógica a los objetos físicos (por lo tanto, concreta operacional). Sin embargo, aunque los niños pueden resolver los problemas de una manera lógica, normalmente no son capaces de pensar de forma abstracta o hipotética. Matemáticamente esto significa que pueden seguir ciertos procedimientos o técnicas, sin

embargo, aún no se encuentran cognitivamente preparados para comprender relaciones más complejas dentro del sistema de numeración.

Kamii (1994), citando a Piaget, menciona que el concepto de número se construye mediante la abstracción reflexionante, proceso que le permite al niño construir nuevas estructuras mentales, por reorganización de elementos tomados de estructuras anteriores. Esto significa que una vez que el niño ha construido la idea del seis por medio de este proceso, puede representarlo mediante símbolos () o con signos (seis / 6). Los símbolos no son objeto de enseñanza, al contrario de los signos, que sí lo son, ya que forman parte de un sistema ideado para comunicar un mensaje a otros, es decir, son de transmisión social.

Ahora bien, que el niño pase del plano concreto de los objetos al nivel semiconcreto de las imágenes y al nivel abstracto de los números sugiere una secuencia de aprendizaje que es necesario poner en acción a lo largo de la escolaridad (Kammi, 1994). Es necesario presentar situaciones de aprendizaje que pongan al niño en contacto con estas realidades abstractas que poco a poco será capaz de comprender hasta hacer suyas. Será a partir de los 11 años aproximadamente que el niño se encuentre cognitivamente listo para abordar elementos abstractos en sus procesos de enseñanza-aprendizaje, y en este sentido, será cuando mejor pueda comprender las relaciones multiplicativas inherentes al SND, como es el valor posicional.

Esto no significa que se deba esperar hasta después de los 11 años para presentar situaciones de aprendizaje que involucren el principio de posición a los alumnos de grados inferiores. Significa que en cada situación que se presente se deben tomar las decisiones didácticas pertinentes para acercar de forma adecuada el concepto matemático a los niños; ya que los niños no sólo cambian cuantitativamente al transitar por las diversas etapas de desarrollo, sino que hay un cambio cualitativo en cómo los niños piensan a medida que gradualmente avanzan por estas etapas, a través del acercamiento con situaciones más complejas.

Muestra de esto son los diversos estudios existentes en torno a los procesos que siguen niños más pequeños en la comprensión del concepto de número y en su apropiación de este, y cómo este proceso les permite generar hipótesis sobre el funcionamiento del SND en general, y sobre el valor posicional de manera particular.

Lerner (1992) realizó un trabajo cuyo objetivo era conocer la forma en que los niños de primero, tercero y quinto grado comprenden el sistema de numeración posicional y cómo utilizan este conocimiento cuando producen e interpretan cantidades, cuando reflexionan acerca del valor del 0 en el sistema, cuando se enfrentan a cuentas u operaciones aritméticas escolares, y cuando resuelven las operaciones para encontrar la solución a problemas planteados.

Los resultados obtenidos en este estudio permiten observar los conocimientos e hipótesis que alumnos van construyendo en torno al valor posicional de los números, cómo esos conocimientos van transitando y encontrando argumentos que permiten dar sentido, desde el conocimiento infantil, al funcionamiento del SND; además permite reflexionar, por un lado, sobre la importancia de permitir a alumnos de grados inferiores el contacto con el SND en toda su extensión, de manera que puedan ir generando aquellas hipótesis y concepciones respecto al funcionamiento de los números que posteriormente acomodarán a fin de ir construyendo la comprensión sobre el funcionamiento del SND y los principios que lo rigen. Por otro lado, permite afirmar, nuevamente, que no es necesario esperar a que los alumnos lleguen a quinto o sexto grado de primaria para permitir este contacto con el SND, sino que es necesario plantear situaciones didácticas que enfrenten al alumno a problemas que le generen reflexiones en torno a por qué funciona de determinada manera un algoritmo, una serie de números o alguna técnica de cálculo.

En un trabajo posterior, Lerner (2005) reporta los resultados de una secuencia didáctica implementada con niños de 7 y 8 años. El objetivo de esta implementación era conocer la manera en que los alumnos establecían relación entre los procedimientos de resolución de operaciones y el valor posicional. En el transcurso de la secuencia se pudo

observar que los diferentes procedimientos utilizados por los alumnos como formas de resolución de las tareas propuestas, aunque a algunos niños les permitieron resolver con éxito los cálculos no proveyeron de explicaciones o argumentos que justificaran su uso. Esto resulta interesante, puesto que da indicios de la necesidad de articular la enseñanza de tal manera que incluso desde los primeros grados de educación primaria, se permita a los alumnos reflexionar sobre por qué funciona de determinada manera el SND, evitando la enseñanza basada en la transmisión de técnicas de cálculo y sugiriendo más bien una enseñanza centrada en la comprensión del funcionamiento del SND en toda su complejidad.

Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) realizan una investigación basada en la hipótesis de que los niños (preescolar y primeros grados de primaria) aprenden el mecanismo de producción de los números antes de comprender acabadamente la posicionalidad del sistema de numeración. Se plantea a los niños la producción, interpretación o comparación de escrituras numéricas, así como la resolución de operaciones en el marco de situaciones problemáticas y avanza hacia la conceptualización explícita de las leyes que rigen el sistema.

Las autoras descubren las hipótesis que niños pequeños elaboran y dan cuenta de que su conocimiento matemático va más allá de lo que aprenden en las aulas. Hipótesis como “Cuanto mayor es la cantidad de cifras de un número, mayor es el número” (1235 es mayor que 935 porque el primero tiene más dígitos), “El primero es el que manda” (si comparamos 523 y 801 diríamos que es mayor el 801 porque el 8 es más grande que el 5), “el rol de los nudos” (es decir, 10, 10, 30... 400, 500, etc.) y el “papel de la numeración hablada” en la comprensión de la serie numérica, dan cuenta del conocimiento infantil respecto al SND.

Descubrir estas hipótesis permite afirmar que desde muy pequeños (preescolar y primeros grados de primaria, para el caso de este estudio), que los niños generan conceptualizaciones en torno al funcionamiento del SND, mismas que se irán transformando en el transcurso del contacto de los niños con el SND. De aquí deriva la importancia de presentar secuencias de aprendizaje que permitan a los alumnos replantear sus hipótesis, encontrar argumentos que las justifiquen o, en su caso, rechazarlas.

Los estudios presentados son una pequeña muestra de que los conocimientos infantiles en torno al concepto de número y al valor posicional son elementos que han de presentarse a los niños desde su ingreso a la escolaridad, con el fin de que vayan realizando las acomodaciones necesarias hasta comprender los principios que rigen el SND.

2.4. Análisis didáctico del valor posicional

La entrada a la escuela supone el primer contacto formal con el SND esto no significa que los alumnos “lleguen en blanco” dado el contacto, conocimiento y uso social que el sistema de numeración tiene en la vida de las personas. Los alumnos saben y saben mucho sobre los números. Llegados a 3° y 4° de primaria es larga la lista de conocimientos, concepciones, estrategias y procedimientos matemáticos que han construido.

Sobre cómo y por qué plantear la enseñanza del valor posicional, diversas investigaciones analizan el proceso que siguen los niños para descubrir y apropiarse de las reglas del SND. En la investigación realizada por Lerner y Sadovsky (1994) se preguntan ¿cómo se aproximan los niños al conocimiento del sistema de numeración? y diseñan situaciones didácticas que dan oportunidad a los alumnos de poner en juego sus propias conceptualizaciones y confrontarlas con las de los otros, lo que les permite elaborar diversos procedimientos y explicitar argumentos para justificarlos, mismos que los llevan a descubrir contradicciones en sus conocimientos, que brindarán elementos para detectar los propios errores, que –en suma– los obligarán a cuestionar y reformular sus ideas para aproximarse progresivamente a la comprensión de la notación convencional.

Terigi y Wolman (2007) argumentan que la enseñanza actual del SND se centra en su aspecto notacional o escrito y se orienta a mostrarlo como una técnica de transcripción de cantidades a su forma gráfica, sin entender la compleja naturaleza de su estructura. Esto implica que en las aulas se deja fuera la reflexión de las reglas que determinan su

funcionamiento, en gran medida porque estas reglas están ocultas. Una de esas reglas ocultas es el principio de agrupamiento, el principio de base 10 y el valor posicional. Estas autoras realizaron un estudio que permite observar cómo la enseñanza descontextualizada del SND puede estar contribuyendo a la producción de fracaso escolar, y considera las condiciones que deben reunir las propuestas de enseñanza a fin de colocar a los niños en una posición de creciente dominio en esta herramienta matemático-cultural.

Proponen que la enseñanza se enfoque en promover la construcción por parte de los alumnos de las razones que posibilitan el funcionamiento de los números, y se les permita así llegar a comprender los principios que rigen el sistema y las operaciones subyacentes a la notación numérica. En sintonía con lo que las autoras proponen, en el diseño de la secuencia didáctica que plantea este estudio se busca promover que el alumno sea el constructor de su conocimiento, al enfrentarlo al SND en cuanto tal, y por medio de las intervenciones docentes adecuadas, se busca que el alumno observe, analice y reflexione sobre las regularidades que encuentra en el SND, de modo que pueda ir descubriendo los principios rectores del mismo, y el sentido interno de las operaciones que lo componen.

Terigi y Buitron (2013) se ocupan de analizar qué sucede con la construcción de conocimientos sobre el sistema de numeración a lo largo del primer ciclo de la escuela primaria, en diferentes contextos didácticos de enseñanza de la numeración: enfoque de enseñanza usual en comparación con un enfoque centrado en la comprensión de los aspectos conceptuales del sistema de numeración. Estas autoras identifican los obstáculos y avances de los niños en el proceso de apropiación del SND. Mencionan que en la enseñanza usual del SND, se considera ineludible enseñar los números de a uno por vez, comenzando por los dígitos y respetando el orden de la serie. Se establecen cortes para secuenciar la enseñanza de los números según los años de escolaridad: de 1 a 100 en primer grado, hasta 1000 en segundo, y así sucesivamente. Desde el inicio y junto con la presentación del número 10, se incorporan las nociones de unidades y decenas y las materializaciones de estas últimas.

Este modo de presentar los números, que busca facilitar su aprendizaje, dosifica y segmenta de tal modo al objeto de conocimiento que dificulta su comprensión. Bajo estas condiciones, para los alumnos “no es posible detectar regularidades y descubrir la recursividad del agrupamiento, precisamente porque lo que no se permite es la interacción con el sistema en cuanto tal” (Terigi y Buitron, 2013, p.16).

Muestran que los aspectos multiplicativos son los conocimientos numéricos más complejos, y el progreso en su comprensión requiere un marco específico de enseñanza que promueva la reflexión sobre las regularidades de la numeración escrita y permita avanzar hacia la conceptualización de las propiedades del sistema.

De aquí surge la necesidad de centrar esta investigación y el diseño de la secuencia didáctica que se plantea, en la enseñanza explícita de este elemento del SND. Consideramos que el valor posicional como principio organizador del SND requiere un énfasis especial en su enseñanza para permitir que los alumnos comprendan las relaciones multiplicativas que son propias del sistema. Específicamente, se eligió centrarse en segundo ciclo (tercer y cuarto grado) debido a que en tercer grado se comienza formalmente con el manejo de multiplicaciones, y en cuarto grado se profundiza en este contenido, por lo que es de esperarse que los alumnos puedan comprender las relaciones multiplicativas que el SND implica.

Investigaciones como la de Ávalos (2016) constata que los aspectos complejos sobre el SND, como son el valor posicional, el principio de multiplicación por la base 10 y la interpretación de números grandes (del orden de los miles en adelante) presentan conflicto para su comprensión aún después de tercer grado de primaria, por lo que es pertinente diseñar secuencias didácticas que se centren en este principio fundamental del SND y en los grados escolares que se reporta tienen mayor dificultad.

Terigi y Buitron (2013) reportan en el estudio realizado con alumnos de 1° a 4° de primaria, que entre 2° y 4° grados se observa un avance significativo en la comprensión de los aspectos multiplicativos del SND (entre estos aspectos multiplicativos se encuentra el

valor posicional). Reportan que cuando la enseñanza de contenidos matemáticos está centrada en la comprensión de estos aspectos multiplicativos, el aprendizaje de los alumnos resulta más significativo y consistente. Según estas autoras, “los aspectos multiplicativos son los conocimientos numéricos más complejos, y el progreso en su comprensión requiere un marco específico de enseñanza que promueva la reflexión sobre las regularidades de la numeración escrita y permita avanzar hacia la conceptualización de las propiedades del sistema”. (p. 32)

De la reflexión respecto a lo mencionado anteriormente es que elegimos enfocar el diseño de la secuencia didáctica para segundo ciclo de primaria, es decir, tercero y cuarto grados.

En cuanto a la enseñanza del SND en aulas multigrado, destaca el estudio de Terigi (2013), quien analiza cómo las disposiciones de la organización escolar tienen importantes consecuencias en la organización del trabajo de los docentes y, en particular, en el conocimiento didáctico del que necesitan disponer para promover el trabajo simultáneo de los alumnos con vistas a sus aprendizajes. Respecto a la relación entre la organización escolar y la comprensión del SND en alumnos de aulas de escuelas multigrado, señala que existe una diferencia significativa entre la apropiación de los elementos del SND que realizan alumnos que asisten a escuelas cuya enseñanza tiene un enfoque de comprensión de los elementos que conforman el SND y aquellos que se escolarizan en aulas donde la enseñanza está descontextualizada. Por ejemplo, en las elaboraciones producidas por los alumnos de 4° grado de escuelas con enfoque tradicional o descontextualizado, aparecen estrategias de resolución de la suma que sugieren que aún no han advertido las propiedades multiplicativas del sistema - valor posicional y agrupamiento en base diez-. Mientras que los alumnos que cursan su educación primaria en escuelas que ponen especial énfasis en la enseñanza de estos principios utilizan diversas estrategias que permiten observar su apropiación de esos elementos del SND.

Es necesario crear las condiciones didácticas pertinentes y generar los medios didácticos para que en las aulas multigrado los alumnos alcancen esta comprensión profunda del SND y los principios que lo rigen. Requerimos aprovechar las múltiples ventajas que el aula multigrado aporta en cuanto a las intervenciones (Block et al., 2015) que el docente aporta, la circulación de saberes (Santos, 2011) que se da entre alumnos del mismo grado o de los grados escolares que comparten aula para propiciar diversidad de estrategias que promuevan la comprensión de los elementos del SND que son de nuestro interés para esta investigación.

Broitman, Grimaldi y Ponce (2012) ofrecen un trabajo centrado en propuestas de enseñanza del valor posicional. Inician su trabajo realizando un breve análisis donde desarrollan una perspectiva histórica sobre la construcción cultural de los sistemas de numeración. Esa mirada busca desnaturalizar el sistema de numeración que se utiliza hoy en la escuela y favorecer la comprensión de algunas producciones infantiles. También permite analizar el SND desde una perspectiva matemática, identificando algunas propiedades del sistema, reconociendo su escondida complejidad.

Posterior a ello, sugieren una serie de problemas que permiten abordar el concepto de valor posicional desde una perspectiva centrada en la construcción que el alumno puede realizar del concepto: armar y desarmar números en el contexto del dinero; armar y desarmar números usando la calculadora; armar y desarmar números para resolver cálculos mentales; transformar números usando la calculadora; analizar la transformación de las cifras de un número cuando se suma o se resta 10, 20, 30... 100, 200, 300 ; analizar la transformación de los números cuando se multiplica o se divide por 10, 100 o 1000. Así, el estudio del valor posicional que proponen apunta a instalar un tipo de actividad matemática que –partiendo de los conocimientos de los alumnos– promueve la producción de ideas nuevas, la elaboración de conjeturas y su puesta a prueba, la comparación entre diferentes maneras de resolver, el análisis de su validez, la toma de decisiones.

Las investigaciones realizadas por Block, Ramírez y Reséndiz (2015) y Block,

Carrillo y Reséndiz (2017) permiten comprender la complejidad de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas multigrado. Estos autores identifican y analizan estrategias para la enseñanza de las matemáticas que maestras con amplia experiencia en escuelas multigrado han desarrollado. Señalan algunas condiciones didácticas que promueven el trabajo matemático, con la finalidad de generar conocimiento útil para la práctica docente y los procesos de formación de docentes.

Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya (2015) presentan una investigación en la que estudian las particulares condiciones en las que los alumnos aprenden matemáticas en aulas plurigrado⁷ al tiempo que buscan proporcionar herramientas que permitan la producción de material didáctico específico para estas aulas. Presentan algunos resultados de un estudio exploratorio sobre la enseñanza de la matemática en el aula plurigrado en el ámbito rural: Los autores evidencian que la organización de la clase de matemáticas requiere que los docentes desarrollen y gestionen específicamente las situaciones de enseñanza, de modo que éstas permitan la ampliación de conocimientos para los alumnos que cursan grados inferiores y presenten exigencias y retos a los alumnos de grados superiores. El estudio se centra en las interacciones en torno a contenidos matemáticos entre niños de conocimientos diversos, y en el modo en que la explicitación y circulación de relaciones entre diversos grados de apropiación del conocimiento puede establecer un incremento en el nivel de aprendizaje de los alumnos.

Broitman, Escobar y Sancha (2016), llevan a cabo una investigación en la que diseñaron una secuencia didáctica sobre cálculo mental con apoyo de la docente a cargo de una escuela plurigrado con ocho alumnos de cinco grados diferentes. Los resultados de esta investigación permitieron observar el trabajo de planeación de la docente, las variables didácticas que elige y pone en juego, las diversas formas de organización grupal que utiliza durante la implementación de las situaciones didácticas para propiciar la ampliación de conocimientos del que hablan las autoras. Analizan también las intervenciones que la maestra

⁷ En Argentina denominan “aula plurigrado” a lo que en México conocemos como aulas multigrado.

a cargo del grupo hace durante el desarrollo de la clase, mismas que estuvieron dirigidas a generar debates, discusiones o a institucionalizar conocimientos. Otras intervenciones buscaron explicitar, sistematizar y reorganizar los conocimientos y aquellas dirigidas a establecer continuidad entre el conocimiento matemático aprendido con anterioridad y el nuevo. Las autoras concluyen que es importante estudiar las condiciones didácticas que permiten ampliar las oportunidades de aprendizaje. Además, redimensionan la diversidad de las aulas multigrado haciendo hincapié en que, dada su especificidad, necesita una intervención pertinente.

Siguiendo esta línea de enseñanza, en donde se permite al alumno ser constructor de su propio aprendizaje, diseñando para ello situaciones que permitan al alumno ponerse en contacto sostenido con el objeto de conocimiento, retomamos de las autoras señaladas las ideas centrales en cuanto al tipo de situaciones didácticas que son favorables para el aprendizaje del valor posicional, y desde este enfoque diseñamos una secuencia que ponga al alumno en el centro del proceso de aprendizaje. Manipulamos variables didácticas que le permitan acercarse al objeto de conocimiento desde sus concepciones actuales para ir avanzando en la comprensión del valor posicional conforme desarrolla cada una de las situaciones propuestas.

2.4. Ubicación en el currículo del valor posicional

La secuencia didáctica que se propone en esta investigación considera constantemente la realidad de la escuela multigrado, de manera específica, los materiales con los que cuenta y los insumos didácticos y curriculares de que los docentes hacen uso para elaborar sus planeaciones que, como hemos comentado antes, son los mismos que para las escuelas de organización completa.

El currículo de educación básica está conformado, hasta el momento, por dos programas que conviven a la par. Por un lado, el plan 2011, vigente para los grados de 3º, 4º,

5° y 6° en educación primaria; y, por otro lado, los Aprendizajes Clave para la Educación Integral (SEP, 2017), para 1° y 2° grados.

La existencia de dos programas educativos obedece a factores políticos del país. En el año 2012 comenzaron una serie de cuestionamientos, análisis y replanteamientos del Modelo Educativo y la Propuesta Curricular (Planes y Programas 2011) en uso hasta ese momento, con la finalidad “de mejorar la calidad y la equidad de la educación para que todos los estudiantes se formen integralmente y logren los aprendizajes que necesitan para desarrollar con éxito su proyecto de vida” (SEP, 2017, p. 13).

Después de varias consultas realizadas a todos los actores involucrados en el proceso educativo, y del análisis pertinente de las respuestas a dichas consultas, en marzo de 2017 se publicó el nuevo modelo educativo llamado Aprendizajes Clave para la Educación Integral, el cual proponía tener una vigencia de al menos doce ciclos lectivos consecutivos, para permitir su correcta incorporación a las aulas. Y dado que las escuelas necesitaban prepararse para implementar el Plan y se requería tiempo para la elaboración de materiales didácticos que sostuvieran los cambios curriculares, la entrada en vigor de los Programas se proponía en dos etapas, mismas que se muestran en la Figura 1.



Sin embargo, el cambio de administración federal, llevado a cabo en diciembre de 2018, trajo consigo decisiones que impactaron en la continuidad de este Modelo Educativo. En mayo del 2019 se anunció la cancelación de la Reforma Educativa 2017 y la aprobación de una nueva reforma llamada “La Nueva Escuela Mexicana”. La cancelación del Modelo Educativo 2017 trajo como consecuencia que durante los ciclos escolares 2018-2019, 2019-2020, 2020-2021 y 2021-2022 tuvieran vigencia los Aprendizajes Clave 2017 para 1° y 2° de primaria y los Planes y Programas 2011 para 3°, 4° 5° y 6° grados.

Se espera que para el ciclo escolar 2023-2024 entren en vigor el Marco Curricular y el Plan de Estudios 2022 de la Educación Básica Mexicana. Sin embargo, ya en el ciclo 2022-2023 los documentos que conforman el modelo educativo La Nueva Escuela Mexicana circularán entre los docentes y se pondrán en marcha en las aulas.

La presente investigación se sitúa entonces entre dos programas curriculares. Por un lado, el Plan de estudios 2011 que es el documento rector que define el perfil de egreso de la educación básica, las competencias para la vida, los principios pedagógicos (plantea 12), los campos de formación (Lenguaje y comunicación, pensamiento matemático, exploración y comprensión del mundo natural y social, y desarrollo personal y para la convivencia) y los estándares curriculares (tercero de preescolar, tercero de primaria, sexto de primaria y tercero de secundaria). Por otro lado, los Aprendizajes Clave 2017 matiza los rasgos deseables del perfil de egreso, los principios pedagógicos (enumera 14), los componentes curriculares (aprendizajes clave, desarrollo personal y social, y autonomía curricular), niveles de desempeño (al término de preescolar, al término de primaria, al término de secundaria y al término de la educación media-superior). Las Figuras 2 y 3 muestran el esquema de cada uno de estos programas educativos.

Es importante entonces, situar en el plano curricular, al momento de llevar a cabo esta investigación, cómo se aborda el valor posicional actualmente en educación primaria. Un análisis del currículo de educación básica vigente en este momento para 3° y 4° (SEP, 2011)

así como de los libros de texto, muestra cómo se sugiere la enseñanza del valor posicional en las aulas de las escuelas públicas mexicanas.

Los Estándares Curriculares de este periodo corresponden a dos ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, y Forma, espacio y medida. En cuanto al Sentido numérico y pensamiento algebraico, al término del segundo periodo (tercero de primaria), los estudiantes saben resolver problemas aditivos con diferente estructura, utilizar los algoritmos convencionales, así como resolver problemas multiplicativos simples.

De los ejes temáticos surgen los Aprendizajes Esperados, es decir, lo que se pretende que el alumno aprenda durante ese grado escolar. Como se observa en la Figura 5, en los aprendizajes esperados no se explicita la comprensión del valor posicional como un aprendizaje esperado, sin embargo, se puede identificar que implícitamente está presente, puesto que, por ejemplo, para comunicar, leer, escribir y ordenar números de diversa cantidad de cifras el alumno requiere tener conocimiento del valor de posición de dichas cifras dentro del número.

Para su estudio, este espacio curricular se organiza en tres ejes temáticos y doce temas:

Número, álgebra y variación

- Número
- Adición y sustracción
- Multiplicación y división
- Proporcionalidad
- Ecuaciones
- Funciones
- Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes

Forma, espacio y medida

- Ubicación espacial
- Figuras y cuerpos geométricos
- Magnitudes y medidas

Análisis de datos

- Estadística
- Probabilidad

Figura 2 Ejes temáticos y temas de tercero de primaria. Recuperado de https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/Plan_de_Estudios_2011_f.pdf

Un análisis de las situaciones presentadas en los libros de texto permite observar cómo se aborda en la enseñanza el principio de posición. El libro de texto *Desafíos Matemáticos Tercer Grado* (SEP, 2019) presenta tres situaciones problema en las que se pone en juego el valor posicional. El libro *Desafíos Matemáticos Tercer Grado, Libro para el maestro* (SEP, 2014), señala en cada una de estas situaciones la intención didáctica de las mismas. Indican que se pretende que el alumno (1) vincule el valor posicional con el valor absoluto al componer o descomponer números, que (2) relacione el valor posicional de las cifras con su descomposición en potencias de 10 para comparar números y que (3) reflexione a cerca de la composición y descomposición de números en unidades, decenas, centenas y millares.

En las tres situaciones parece que se da como un hecho que el alumno ha comprendido el funcionamiento del principio de posicionalidad en el SND, y estas actividades vendrían a reforzar lo que el alumno ya sabe al respecto. Pareciera esto contradictorio a lo que estudios han reportado sobre lo complicado que les resulta a los alumnos, por ejemplo, la producción de numerales de más de cuatro cifras aún después de tercer grado (Ávalos, 2016).

El libro de texto de cuarto grado presenta también las tres primeras situaciones que en su intención didáctica pretenden poner en acción los principios que permiten el funcionamiento del SND. En el libro para el maestro (cuarto grado), se señala que: (1) los alumnos usen la descomposición aditiva y multiplicativa para resolver problemas, (2) se familiaricen con expresiones polinómicas⁸ similares a las que resultan de la descomposición decimal, y (3) que los alumnos expresen números mediante su expresión polinómica decimal. Nuevamente parece que los alumnos deberían tener un dominio más profundo sobre el valor posicional y otros conceptos matemáticos implicados.

El contacto continuo con el sistema de numeración, dentro y fuera del salón del clases, brinda oportunidades para que los usuarios del SND encontremos regularidades y nos hagamos de explicaciones que permitan comprender por qué funciona así nuestro sistema numérico (Lerner, 1992), sin embargo, enfocando la mirada en los planteamientos de los Programas de Estudio y en las actividades diseñadas y planteadas en los libros de texto parece necesario contar con recursos didácticos que tengan enfoque centrado en la comprensión de los principios que rigen el SND. De aquí la pertinencia del diseño de la secuencia didáctica que en esta tesis se presenta.

Dado que no se publicaron los Aprendizajes Clave (2017) para 3° y 4° de primaria, no tenemos forma de realizar un análisis comparativo con los programas y libros de texto de ambos modelos educativos para estos grados escolares, sin embargo, al analizar tanto los

⁸ Una expresión polinómica es aquella en la que se pueden utilizar las operaciones básicas, para el caso de primaria (suma, resta, multiplicación y división) al mismo tiempo para representar una cantidad.

programas como los libros de texto para 1° y 2° grados, se pueden observar algunas semejanzas y diferencias. Por ejemplo, el enfoque en el estudio de las matemáticas sigue siendo la resolución de problemas, los ejes siguen siendo tres: Número, algebra y variación, Forma, espacio y medida, y Análisis de datos.

La descripción de estos ejes y la progresión de conocimientos está más caracterizada en el plan 2017; las orientaciones didácticas se presentan de forma más clara en el plan 2017. En cuanto a los libros para el maestro, los del plan 2011, presentan en dos páginas las características del material elaborado, es decir del libro para el maestro, la organización de los desafíos, y cinco recomendaciones generales que son iguales para todos los grados. Los del plan 2017 dedican un primer apartado a desarrollar nociones fundamentales para el quehacer docente: describe, por ejemplo, cuál es el objeto de estudio de las matemáticas, la pertinencia de éste, cómo se enseña, la vinculación con otras asignaturas, como realizar la evaluación formativa, entre otros. Este cambio en el diseño de los libros de texto para los maestros nos parece fundamental, ya que se trata de uno de los primeros recursos didácticos al que el docente recurre cuando planea sus clases.

Los libros de texto de matemáticas de 1o y 2o para los alumnos presenta también un diseño diferente, correspondiente a la búsqueda de un aprendizaje más conceptual y profundo. Gira alrededor de trayectos,⁹ cada uno formado por varias lecciones, con problemas y actividades que abordan conceptos o procedimientos matemáticos que buscan el logro de los aprendizajes esperados. Esta organización pretende que una misma idea o concepto matemático sea visto desde diversas perspectivas para poder profundizar en él. La Figura 6 muestra un ejemplo descriptivo de un trayecto llamado “La decena” del libro de primero de primaria.

⁹ Se entiende por ‘trayecto’ a la serie de situaciones que abordan un mismo concepto o procedimiento matemático. Estos trayectos se podrían entender como una secuencia didáctica.

en ella. Por ejemplo, el primer trayecto, llamado “La decena”, se conforma por una serie de actividades y problemas que giran en torno a los primeros diez números y que incluye el conteo, la lectura y escritura, la descomposición y los complementos a 10. Su propósito es fomentar un trabajo profundo con la decena, abordándola desde distintos ángulos y contribuyendo a establecer relaciones numéricas que fortalecen la concepción del número.

Figura 3 Ejemplo explicativo-descriptivo de un Trayecto de Aprendizaje del libro de matemáticas de primer grado. Recuperado de <https://libros.conaliteg.gob.mx/P1MAM.htm?#page/33>

Al agrupar las lecciones en trayectos de aprendizaje se permite al alumno un contacto sostenido con el objeto de conocimiento que se aborda y por lo tanto una construcción de significados, tal como Charnay (1988) lo menciona, tanto a nivel interno (por qué funciona así este concepto matemático, qué reglas lo hacen funcionar así), como a nivel externo (para qué me sirve este conocimiento, qué puedo resolver con él).

Por otro lado, los libros Desafíos Matemáticos de 3o y 4o de primaria, pertenecientes al Plan 2011, no presentan las actividades que tienen que ver con la comprensión y uso del valor posicional de forma articulada. Cada uno de estos textos presenta tres desafíos que tienen relación con el concepto matemático, pero entre ellas no hay articulación. Esta forma de abordar este principio constitutivo del SND sugiere nuevamente la necesidad de diseñar secuencias de aprendizaje que planteen al alumno una serie de actividades que pongan en juego el principio de posición, le promuevan la reflexión y la comprensión de las reglas que lo rigen.

Identificamos con este análisis que se presenta en los libros de texto una desarticulación para encontrar las regularidades propias del SND debido a que, por un lado, la intención didáctica de cada una de las primeras lecciones planteadas parece tener otra finalidad, además puede darse por sentado que el alumno debe ya conocer el funcionamiento del principio de posición, la actividad pone al alumno frente a una situación a la que no tiene cómo acceder si no ha comprendido otros elementos del SN con anterioridad. La forma como se presentan los contenidos matemáticos en los trayectos de aprendizaje diseñados para 1° y 2° de primaria, lleva a plantear la urgencia de diseñar también situaciones de aprendizaje para grados escolares posteriores en las que se aborden los conceptos matemáticos desde diversas perspectivas.

Retomando los estudios de Kamii (1994), podemos afirmar que el planteamiento del currículo oficial es pertinente, puesto que los alumnos de los primeros grados escolares no están listos para comprender los elementos multiplicativos del SND, y conforme su desarrollo cognitivo lo permita, podrá enfrentarse a los retos que estos elementos del sistema de numeración suponen. Al mismo tiempo, recalamos la necesidad de plantear secuencias de aprendizaje que promuevan, en los grados posteriores, el análisis, la reflexión y la comprensión de los principios que rigen nuestro sistema de numeración. Es importante articular las lecciones o situaciones de aprendizaje de forma tal que permitan al alumno un contacto sostenido con el concepto matemático planteado, que existan diversidad de situaciones, todas las necesarias para que el alumno se acerque a ese concepto desde diversas perspectivas y entonces construya un conocimiento bien sustentado en torno al concepto planteado.

2.5. La Teoría de las Situaciones Didácticas

El análisis el valor posicional y de cómo es presentado este elemento del SND a los alumnos de educación básica, nos llevó a la búsqueda de aquellos componentes que nos guiaron en el diseño de la secuencia didáctica que se plantea. Encontramos en la Teoría de las Situaciones Didácticas la guía teórica y metodológica pertinente para el diseño de la secuencia didáctica.

A continuación, presentaremos aquellos conceptos y elementos de la teoría que son base en el diseño de la secuencia.

Esta Teoría (en adelante TSD), desarrollada por Guy Brousseau, propone un modelo desde el cual se piensa la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar. Producir conocimientos supone tanto establecer nuevas relaciones, como transformar y reorganizar otras (Sadovsky, 2005). La TSD trata de aproximarse, bajo un modelo teórico, al problema del aprendizaje de las matemáticas a través de un proceso de adaptación al medio. Por ello, proporciona herramientas muy potentes para interpretar los fenómenos específicos que se producen en la construcción de los conocimientos matemáticos (Chamorro, 2005).

La concepción de aprendizaje que subyace en esta Teoría tiene relación con las adaptaciones que *el alumno* debe hacer frente a un medio que se le presenta como factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios; *el saber*, producto de las adaptaciones llevadas a cabo por el alumno, se manifiesta por las respuestas, estrategias, habilidades nuevas que son prueba de su aprendizaje. El papel del *docente* consiste en provocar aquellas modificaciones en el conocimiento del alumno por medio de la gestión de variables didácticas (Brousseau, 1986).

Cuando hablamos de *medio (didáctico)* nos referimos a aquellas condiciones externas que ponen resistencia a la comprensión por parte de los alumnos, es decir, aquellas circunstancias que son de difícil acceso para el alumno porque aún no tiene el saber necesario para hacerles frente (Brousseau, 2007). La colección de objetos, problemas, textos, en suma los recursos que provee el profesor, conforma el medio en la TSD, pero además, en la noción de medio se incluye el cuestionamiento del objeto matemático a enseñar; su vinculación con otros saberes, la elaboración de la(s) consigna(s) con la cual se planteará la actividad en la clase, la organización de la clase y la administración el tiempo en función de lo que es posible producir en torno a ese objeto de estudio, las interacciones de los alumnos en búsqueda de ciertos procesos de aprendizaje.

Este “medio para el alumno” es organizado por el docente en torno a un conocimiento o saber determinado. El “medio para el docente” estará conformado por todas aquellas decisiones que el docente toma al diseñar la situación de aprendizaje, como pueden ser los materiales que elige, los tipos de problemas que plantea, los errores y dificultades que prevé y las intervenciones que realiza a partir de éstos, las reflexiones que promueve y lo que hace con las reflexiones expresadas por los alumnos, cómo articula una situación de aprendizaje con otra con base en lo que los alumnos saben y lo que pueden lograr (Fregona y Orús, 2011).

Ligada a la noción de medio aparece la de situación didáctica. Brousseau dice respecto a la situación didáctica:

Hemos llamado situación a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición “anterior” de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”. Notemos que la misma palabra “situación” sirve, en su sentido ordinario, para describir tanto al conjunto (no necesariamente determinado) de condiciones que enmarcan una acción, como al modelo teórico y eventualmente formal que sirve para estudiarla (Brousseau, 2000, p. 10).

De lo anterior, se puede interpretar que Brousseau considera que las situaciones son el conjunto de condiciones que se eligen intencionalmente y encuadran la puesta en marcha de conocimientos por parte del alumno, pero al mismo tiempo, las situaciones funcionan como modelos para estudiar aquellas acciones que el alumno pone en marcha.

Es pertinente recalcar que la situación implica una interacción, es decir un “ir y venir” entre el alumno y el medio: frente a un medio que le plantea un problema, el alumno elige

aquellas estrategias, herramientas, habilidades y/o conocimientos que le son útiles para su resolución, las pone en acción y tiene la posibilidad de rectificar o reafirmar su elección de acuerdo con el resultado obtenido. El medio le ofrece al alumno respuestas que le permiten ir construyendo su aprendizaje (Sadovsky, 2005).

Estas interacciones entre el medio y el alumno dan pie a la distinción entre *situación didáctica* y *situación a-didáctica*. En la enseñanza, todas las situaciones son didácticas, ya que su finalidad es enseñar algo a alguien. Sin embargo, existen algunas que, por el diseño del medio, se denominan situaciones a-didácticas, en éstas se espera que el conocimiento al que recurra o que produzca el alumno esté dictado por su interacción con el medio, sin la intervención explícita ni implícita del docente (Fregona y Orús, 2011).

Las situaciones diseñadas o rediseñadas para la secuencia didáctica de esta investigación, al contextualizarlas como juegos, se plantean como situaciones a-didácticas, es decir, las consignas, restricciones, materiales utilizados, plantean el medio al cual el alumno ha de enfrentarse, y ese mismo medio entregará al alumno las retroacciones necesarias para hacerle evidente el conocimiento que está produciendo, la necesidad de reafirmarlo o rectificarlo.

Ahora bien, de acuerdo con Broitman (2010), es importante plantear situaciones a lo largo de la escolaridad para que los niños tengan diferentes y sucesivas oportunidades de ir construyendo y reorganizando sus conocimientos. De aquí la importancia de plantear una serie de situaciones didácticas que permitan al alumno un contacto sostenido con el objeto de conocimiento que se les plantea. Surge entonces la necesidad de diseñar una secuencia de situaciones o *secuencia didáctica* entendida como una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo (Díaz Barriga, 2013).

El diseño de una secuencia didáctica tiene como eje rector el aprendizaje que espera suscitar; este aprendizaje va a mostrarse, en las estrategias que realice el alumno, lo que

implica el cambio de los conocimientos que le están asociados y la aparición de un conocimiento específico como resultado de esas transformaciones. Las elecciones que el docente realice y que impliquen nuevas elecciones para la significación de los conceptos matemáticos que espera que el alumno aprenda se llaman variables didácticas. “Una variable didáctica es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno (por el costo, la validez, por la complejidad, etc.)” (Briand y Chevalier, 1995, p. 68; en Chamorro, 2005).

Para el diseño de las situaciones didácticas que conforman la secuencia didáctica se eligieron variables que tienen relación con el rango numérico, con el tipo de problemas que se le plantean al alumno, los números elegidos para que los compare, entre otras. Se profundizará en estos elementos el capítulo siguiente.

En la perspectiva de la TSD los errores forman parte de la construcción del conocimiento por parte del alumno. Los errores siempre hablan de lo que el alumno sí sabe, porque lo que dice, lo dice desde una lógica o desde un conocimiento matemático (aunque éste sea aún erróneo) que sí posee, y es lo que le permite el acceso a la tarea cognitiva que se le plantea en la nueva situación didáctica a la que se le enfrenta. Un error se usa como herramienta de aprendizaje cuando las intervenciones del docente están orientadas a realizar un trabajo conceptual o procedimental que permita el análisis o la reflexión sobre éste (CIAE, INEE y Mineduc, 2018).

En este sentido, las intervenciones planteadas en cada situación didáctica van encaminadas a realizar las reflexiones pertinentes en torno a las respuestas dadas por los alumnos. Los ejemplos, contraejemplos, cuestionamientos van encaminados a favorecer el aprendizaje, por medio de reflexiones en torno al valor posicional.

2.6. El juego como contexto de aprendizaje

En la práctica docente actual es bien conocida la importancia de utilizar el juego como herramienta, estrategia o contexto de aprendizaje. Múltiples investigaciones han dotado de conocimientos respecto a los beneficios que el juego aporta al niño y a la dinámica misma de la clase de matemáticas.

Entendemos por juego matemático aquella actividad que involucra un desafío contra una tarea o contra uno o más oponentes, que debe abordarse solo o en equipo con otros compañeros, que se rige por un conjunto de reglas y tiene una estructura clara subyacente a las mismas (González, Molina y Sánchez, 2014).

El juego matemático siempre tendrá objetivos de aprendizaje bien definidos, a nivel matemático en particular o cognitivo en general. Un buen juego matemático requiere reunir una serie de características, propias también de determinadas situaciones de enseñanza-aprendizaje, las situaciones a-didácticas. De acuerdo con Belmonte (2005) el juego tiene algunas características que se resumen a continuación con nuestra interpretación para el aula multigrado.

El alumno debe disponer de algún procedimiento inicial. En las situaciones a-didácticas el alumno debe poder iniciar su trabajo con alguna estrategia inicial, aunque ésta no corresponda al procedimiento óptimo. Cuando un niño comienza un juego, no dispone de la estrategia para ganar, sin embargo, siempre podrá comenzar a jugar.

Dentro del aula multigrado, aquel alumno que no disponga de esta estrategia inicial siempre podrá recurrir a la observación de los procedimientos y estrategias utilizados por sus compañeros, podrá pedir la ayuda pertinente para iniciar eficazmente el juego. Las intervenciones que el docente pueda realizar irán según la necesidad detectada del alumno, desde recordar la consigna o pedir la devolución de la misma a los niños, hacer preguntas sobre lo que el alumno está realizando, entre otras intervenciones.

El procedimiento de base debe revelarse rápidamente como insuficiente o ineficaz para el alumno. Cuando los niños juegan compitiendo, unos ganan y otros pierden; cuando se pierde es necesario modificar la forma de jugar, se requiere buscar nuevas estrategias, hacer acomodaciones y modificaciones en su sistema de conocimientos. De una manera natural, el medio presentado provoca en el niño la necesidad de modificar sus procedimientos hasta dar con aquellos que resulten más eficaces para resolver el problema planteado. Nuevamente la interacción con los compañeros del mismo grado y del grado superior o inferior se revelan importantes para que el alumno identifique la necesidad de llevar a cabo esas acomodaciones en su sistema de conocimientos. En algunas ocasiones será sólo necesaria la observación para hacerse consciente de la necesidad de este cambio; otras ocasiones sí requerirá la explicitación sea por parte de los compañeros o del docente.

Existe un medio para la validación. Un juego hace evidente la validez de las estrategias que construye y utiliza un niño. Cuando se gana o se pierde se muestra con toda claridad la validez de sus procedimientos. Es el mismo medio el que otorga esa validación, sin necesidad de intervención docente. Esto se torna sumamente importante en el diseño de situaciones y secuencias didácticas para aulas multigrado, puesto que diseñar situaciones a-didácticas es una forma de optimizar recursos del docente dentro del aula, entre ellos, el tiempo, los materiales que utiliza, entre otros. Evidentemente las situaciones a-didácticas no se limitan a ser optimizadores de los recursos docentes, pero contribuyen en gran medida a que el docente pueda enfocarse en apoyar los procesos de construcción de conocimiento de sus alumnos.

Que el medio permita retroacciones. Pocos medios hacen posible las retroacciones de manera más evidente como los juegos que involucran varias rondas. Las repetidas jugadas permiten al alumno la posibilidad de volver a actuar a partir de la información y los datos que se registran en el desarrollo del juego.

Que el juego sea repetible. Un juego puede repetirse cuantas veces se quiera. Los alumnos dejarán de jugar cuando deje de ser atractivo para ellos, esto es, cuando dominen la estrategia ganadora y deje de suponer un reto. En ese caso los conocimientos que justifican dicha estrategia estarán adquiridos.

Finalmente, no se trata de presentar el juego como un «complemento» en la enseñanza de las Matemáticas, sino como una herramienta absolutamente central. Jugar es una forma muy seria de aprender matemáticas, ya que permite que se pueda jugar con pocos conocimientos, pero, para empezar a ganar de manera sistemática, exige que se construyan estrategias que implican mayores conocimientos (Fuenlabrada et al., 1991).

2.7 Síntesis del capítulo

En este capítulo se han abordado los componentes teóricos que fundamentan el diseño de la secuencia didáctica que se presenta en esta investigación.

Desarrollamos un análisis conceptual del valor posicional abordando su definición y características, describiendo el proceso cognitivo que siguen los niños para su apropiación, identificamos algunas propuestas didácticas y curriculares para su enseñanza, así como los estudios que han abordado el objeto de estudio de esta investigación y de los fundamentos teóricos que la sostienen.

La Teoría de Situaciones Didácticas como el marco teórico que fundamenta las situaciones que conforman la secuencia didáctica de este estudio, nos permitió clarificar cada uno de los elementos que de ella se toman y sobre los que se fundamenta la secuencia didáctica que en el capítulo posterior presentamos.

Finalmente se abordó un análisis acerca de la importancia y características que presentan los juegos matemáticos y de la pertinencia de llevar a cabo situaciones contextualizadas como juegos en el aula multigrado.

Capítulo 3. La secuencia didáctica

Este capítulo presenta un análisis de los fundamentos de la secuencia didáctica que propone esta tesis como tema central. En un primer apartado se enuncia lo que desde este estudio se entiende por secuencia didáctica; enseguida se describen de manera general los conocimientos implicados en cada una de las situaciones que se proponen, por medio de un cuadro que organiza dichos conocimientos. A continuación, se presentan los componentes de la secuencia didáctica, se argumenta la elección de cada una y la forma en que se relacionen entre ellas.

Enseguida se presenta un análisis de cada una de las situaciones a la luz de cada elemento teórico presentado en el capítulo anterior, retomando los elementos de la TSD, la organización multigrado, el juego y las intervenciones docentes. En este capítulo se retoma el análisis teórico que sustenta la secuencia didáctica, para posicionarla como una propuesta para favorecer el aprendizaje del valor posicional en el segundo ciclo de escuela multigrado.

3.1. Definición de secuencia didáctica.

Abordamos esta investigación desde los supuestos teóricos de la TSD, Teoría que sustenta cada una de las decisiones tomadas en el diseño y rediseño de cada situación didáctica. De acuerdo con Brousseau (1986, citado por Panizza, 2003) se definen las situaciones didácticas como: “un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos en un determinado medio, comprendiendo, eventualmente, instrumentos, objetos y un sistema educativo, representado por el profesor, con la finalidad de posibilitar a estos alumnos un saber constituido o en vías de constitución” (p.4).

Una secuencia didáctica se entendería como el conjunto de dichas situaciones que aportan a la construcción de un saber. Autores como Broitman (2014), han hablado de la importancia de permitir que los alumnos transiten repetidamente por diversas situaciones de

aprendizaje que, hablando de manera concreta del SND, le permitan encontrar las regularidades, normas y principios que rigen al sistema. De aquí la importancia de diseñar secuencias didácticas.

Consideramos en esta investigación que la secuencia didáctica es un recurso didáctico en concordancia con la definición que proporcionan Galván, Solares y Espinosa (2018), como “objetos, materiales, actividades o estrategias que se utilizan con una intencionalidad didáctica y contribuyen a la apropiación de aprendizajes esperados; asimismo, permiten trabajar con todos los alumnos de manera simultánea, independientemente del grado que cursen” (Galván, Solares y Espinosa, 2018, p. 63).

3.2. Gradualidad de la secuencia didáctica

En la secuencia didáctica cada situación, así como sus versiones, tiene un alcance didáctico y un propósito para el alumno. Se eligieron con base en una ruta hipotética para el aprendizaje del valor posicional, la cual considera elementos matemáticos y didácticos del objeto matemático y las características del contexto multigrado. Es decir, cada situación didáctica tiene ciertos conocimientos que se pretende que los alumnos construyan, pero a su vez, todos los conocimientos en conjunto pretenden aportar al objetivo central de la secuencia didáctica. El orden elegido para cada situación didáctica dentro de la secuencia, así como para sus versiones, se realizó considerando los conocimientos matemáticos que se van construyendo, preservando la idea de gradualidad, de lo simple a lo complejo, aunque en algunas situaciones se percibe que hay conocimientos matemáticos similares que se ponen en juego.

Al hablar de versiones nos referimos a las adaptaciones realizadas a partir de la versión original. Dichas adaptaciones surgen al realizar cambios en las variables didácticas que se ponen en juego, ya sea en relación con el rango numérico o con los materiales concretos que se utilizan en el juego. Al modificar las variables didácticas se pretende

movilizar las habilidades, estrategias y conocimientos que el alumno pone en uso para resolver el problema matemático planteado.

Como propósito de la secuencia didáctica resaltamos que se postula como una propuesta para la exploración de regularidades del SND, que rompe el contrato didáctico mediante la creación de un medio didáctico en un ambiente de juego, para ampliar el rango numérico dosificado plasmado en el currículo. Este último elemento adquiere mayor relevancia si consideramos que la circulación de saberes estará presente en el aula multigrado de segundo ciclo de primaria en el que se implemente la secuencia didáctica.

En el Tabla 1 se sintetizan los conocimientos que se pretende favorecer en las situaciones didácticas y la descripción de cada una de ellas como componentes en la secuencia didáctica.

Situación didáctica		Conocimientos	Descripción de cada situación didáctica
El cajero	Versión 1	Conteo, agrupación y desagrupación decimal	Se parte de unidades hasta centenas. Uso de fichas de colores para simbolizar valores de 1, 10 y 100
	Versión 2	Conteo, agrupación y desagrupación decimal	Se transita a agrupamientos hasta unidad de millar. Uso del dinero como recurso mediatizador
	Versión 3	Conteo, agrupación y desagrupación decimal	Se transita a agrupamientos hasta decenas de millar. Se elimina uso de recurso mediatizador

La feria	Versión 1 Las canicas	Conteo, agrupación y desagrupación decimal, operaciones básicas	Se trabaja con agrupamientos hasta unidades de millar.
	Versión 2 Dardos y globos	Conteo, agrupación y desagrupación decimal, operaciones básicas	Se transita a agrupamientos hasta decenas de millar
Guerra de cartas	Versión 1	Orden y comparación de números, apoyo en la lectura para la ubicación posicional de los números	Se trabaja desde centenas hasta unidades de millar
	Versión 2	Orden y comparación de números, apoyo en la lectura y escritura para la ubicación posicional de los números	Se trabaja desde unidades de millar hasta centenas de millar
La tiendita	Versión 1	Conteo, operaciones básicas	Se trabaja desde unidades hasta unidades de millar; cambia el contexto y uso de los números.
	Versión 2 Tiendita de aparatos electrónicos y videojuegos	Conteo, operaciones básicas	Se trabaja desde centenas hasta decenas de millar; cambia el contexto y uso de los números.
Calculadora descompuesta	Versión 1	Conteo, Identifica el valor, según la posición, del número dado; agrupación y descomposición decimal	Se mantiene el rango numérico de decenas de millar. Se estimula la formación de números a partir de 1, 10, 100, 1000.

	Versión 2	Conteo, Identifica el valor, según la posición, del número dado; agrupación y descomposición decimal	Se mantiene el rango numérico de decenas de millar. Transformación numérica al sumar 1, 10, 100, 1000.
Tendedero matemático	Versión 1	Valor según la posición del número dado, orden de la serie numérica, comparación entre números para identificar mayor o menor valor	Se mantiene el rango numérico de decenas de millar. Se provoca la lectura, orden y comparación de números similares para observar diferencias.
	Versión 2	Valor según la posición del número dado, orden de la serie numérica, comparación entre números escritos con letra para identificar mayor o menor valor	Se mantiene el rango numérico de decenas de millar. Se provoca la lectura, orden y comparación de números similares para observar diferencias.

Tabla 1. Descripción y gradualidad de las situaciones didácticas en la secuencia

3.3. Descripción general de la secuencia

La secuencia didáctica la entendemos como una progresión articulada de situaciones didácticas en la cual las acciones realizadas para la obtención de un resultado, siendo en todo momento el alumno el actor de la construcción de su conocimiento. De acuerdo con Chamorro (2005):

Consideramos que el alumno aprenderá matemáticas, si se enfrenta al juego que le propone un problema haciéndolo suyo, pone en funcionamiento una estrategia inicial y cuando la estrategia inicial se hace insuficiente, trate de superar el desequilibrio y

anticipe y formule hipótesis que le permitan elaborar procedimientos, ponerlos en funcionamiento, y según los efectos producidos, adoptarlos o modificarlos; mecanizar aquellos que le resulten más adecuados; anticipar los resultados y así construir con sentido un conocimiento matemático (Chamorro, 2005, pág 28).

Como se mencionó en el capítulo anterior, Brousseau (citado en Chamorro, 2005), entiende el aprendizaje como un proceso por medio de cual el alumno se adapta a un medio, que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana, y el saber que de esta adaptación surge, manifiesta el aprendizaje adquirido por el alumno. En la concepción de esta secuencia didáctica subyace esta idea de aprendizaje. Por lo que cada situación planteada provoca en el alumno la utilización de los recursos que ya posee como saberes previamente construidos, y al mismo tiempo, le lleva a generar una acomodación¹⁰ de esos saberes para poder resolver el o los problemas planteados en la situación. Esa acomodación pretende hacer surgir reflexiones en torno al valor posicional, mismas que se presentan como la solución más adecuada a cada una de las situaciones planteadas.

Esta secuencia se compone de seis situaciones didácticas, cada una con dos o tres versiones, con un objetivo específico que contribuye a la comprensión del valor posicional en general. Las habilidades, estrategias y conocimientos que en cada situación se ponen en funcionamiento permitirán al alumno un ejercicio de reflexión en torno a lo que el valor posicional significa en cada una de ellas. Un esquema con el título de cada situación de aprendizaje se presenta en la Figura 7.

¹⁰ Acomodación es la modificación del organismo por efecto de la influencia del medio (Delval, 1997). Se refiere al proceso de modificar esquemas preexistentes para acomodarse a nueva información.

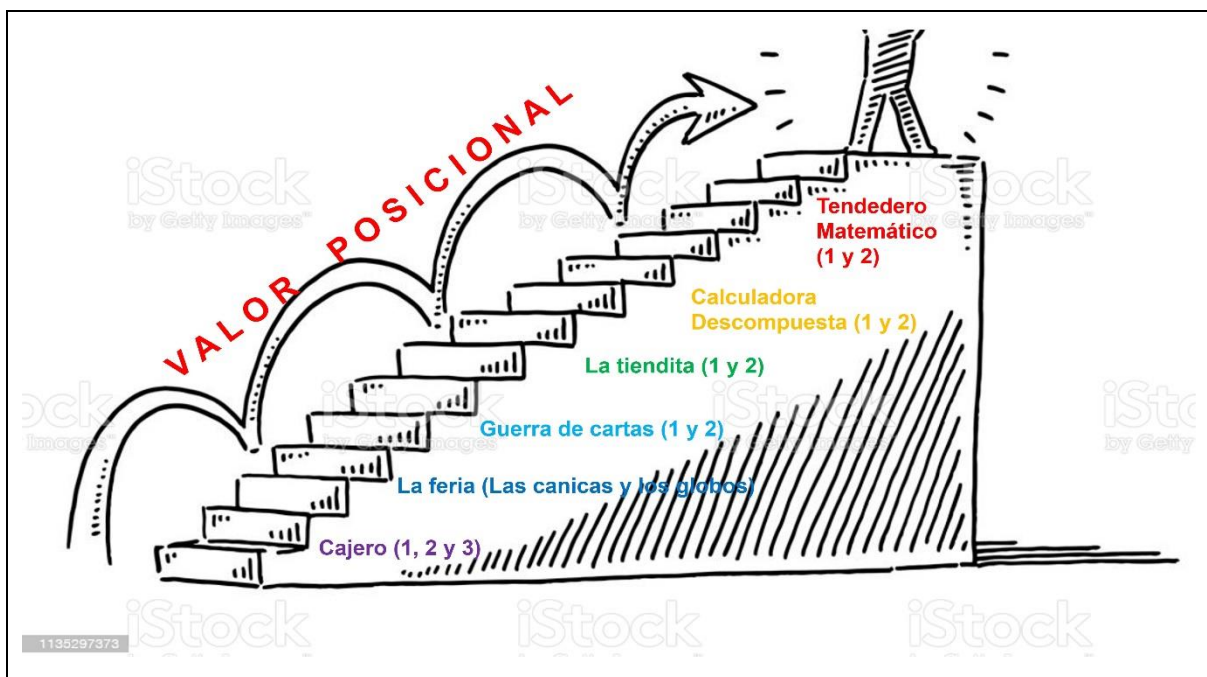


Figura 4. Progresión y nombre de las situaciones que componen la secuencia didáctica. Elaboración propia.

En el diseño de la secuencia y de cada situación didáctica, fue importante atender el contexto para el cual se plantea este trabajo, es decir, el aula multigrado; decidir cómo secuenciar un mismo contenido presentado en diversas situaciones, para que fuera posible trabajarlo con un grupo heterogéneo de alumnos, ajustando la complejidad de las actividades de tal manera que fuera posible de trabajar con todos a la vez y propiciar un aprendizaje significativo para cada alumno. De la realidad de este contexto surge la necesidad de utilizar las diversas versiones que cada situación didáctica plantea, o diseñar una versión que amplíe el contenido matemático específico, de manera que permitamos al alumno transitar por diversos niveles de desempeño dentro de un mismo tema para que vaya profundizando en su conocimiento y ajustando aquellos saberes anteriores que posee y que requieren una reorganización ante el descubrimiento de argumentos que justifican los procedimientos matemáticos que utiliza. Algunas de las situaciones didácticas elegidas presentan ya una variación en versiones desde su creación original. En la descripción de cada situación se especificará cuáles versiones son las originales, en cuáles se modifica algún elemento y cuáles son de creación propia.

Esta diversificación en versiones dentro de una misma situación permite a su vez romper con la estructura curricular que delimita temas distintos por niveles y grados, dando continuidad a los contenidos de un ciclo a otro y facilitando que se aborden aquellos contenidos que con el paso del tiempo se vuelven más complejos. De acuerdo con Rockwell y Rebolledo (2019) intentamos distanciarnos de pensar el aula multigrado como un espacio en que tanto las prácticas de enseñanza como las diversas formas de aprendizaje debieran ser uniformes y clasificadas según grados. Y apuntamos, más bien, a considerar el uso de una forma de organizar el trabajo en la forma escolar multigrado, al abordar la diversidad de un grupo escolar: enseñar un tema común con actividades diversificadas y progresivamente más complejas.

Todas las situaciones están planteadas en un contexto de juego, porque consideramos que el juego no es un “complemento” en la enseñanza de las matemáticas, sino una herramienta central, pues coincidimos con Fuenlabrada et al. (1991) en que jugar es una forma seria de aprender matemáticas. El diseño, el rediseño y/o la elección pertinente del juego permite al alumno entrar en contacto con un conocimiento matemático que tal vez, de otra forma, sería más complejo abordar. Ha sido fundamental detenernos a analizar cada uno de los juegos propuestos en cada situación para decidir su inclusión dentro de la secuencia, así como el orden en el que se presentan, dado que no todos los juegos son interesantes desde el punto de vista de las matemáticas, ni todas las actividades que se utilizan para enseñar matemáticas son juegos. El desafío ha sido hacer las adaptaciones pertinentes a partir de lo ya existente, para generar situaciones que sean realmente juegos para los niños y que, a la vez, propicien el aprendizaje que buscamos favorecer.

González (2004) plantea una serie de elementos que considera pertinente incluir en todo diseño de situaciones de aprendizaje. Del trabajo elaborado por esta autora tomamos ciertos elementos que conforman cada situación: objetivo del alumno, los contenidos y conocimientos implicados, material didáctico, organización grupal, los problemas matemáticos que se plantean. Otros elementos que aparecen fueron de elaboración propia por

considerarlos pertinentes para la descripción y explicación de la secuencia: alcance didáctico, tiempo, variables didácticas, versiones de cada situación. En párrafos posteriores describimos cada uno los aspectos mencionados.

Al inicio de cada situación se presenta el *alcance didáctico*. Éste se relaciona con las habilidades, estrategias y conocimientos que promueve la situación, por lo que plantea lo que se pretende que el alumno logre en cada momento.

También se encontrará el *propósito del alumno*, el cual se relaciona con el juego en sí mismo. Siendo que para un niño su objetivo es ganar, el propósito del alumno en cada situación tendrá que ver con aquello que le permite obtener primero determinada ficha, alcanzar la meta, conseguir el mayor número de tarjetas, de rondas, etc.

El apartado de *problemas matemáticos* se refiere al tipo de problemas que se busca que el alumno resuelva: aditivos, multiplicativos, de proporcionalidad, etc.

Los *conocimientos* implicados nos permitirán observar justamente los conocimientos de que dispone el alumno para abordar cada situación, es decir, se trata de los conocimientos que se movilizan y que se esperaría tenga el alumno. Como en todo proceso de construcción del aprendizaje, estos conocimientos no están aislados de los que se pretende movilizar, es decir, pueden coexistir e incluso puede tratarse del mismo conocimiento, sin embargo, podría notarse diferencia en el nivel de logro o dominio de dicho conocimiento, entre lo que el alumno posee con anterioridad y lo que va construyendo a partir del desarrollo de cada situación.

La *organización grupal* siempre promoverá la interacción entre alumnos de 3° y 4° de primaria. Es importante señalar que dentro del aula multigrado la interacción entre alumnos es espontánea, sin embargo, muchas veces, debido al contrato didáctico establecido en estas aulas, puede darse cierta separación de actividades para cada grado escolar. En esta secuencia se pretende que exista una constante interacción y comunicación entre los alumnos

de ambos grados. Que el alumno de 4° comunique sus conocimientos al alumno de 3°, que el de 3° se sienta en la libertad de expresar sus dudas, inquietudes, razonamiento, etc., y el de 4° pueda contestar lo que él sabe o piensa respecto a lo que sus compañeros preguntan.

Las *variables didácticas*, entendidas como los elementos que el investigador o el docente, según sea el caso, manipula con el fin de promover determinadas estrategias de resolución. En cada situación se explican las variables elegidas. A nivel general se manipula el rango numérico, promoviendo el trabajo desde los órdenes menores (unidades y decenas) hasta llegar a órdenes mayores (decenas de millar). Además, cada situación presenta variables específicas que se explicitan en el apartado de cada una de las situaciones.

Las *versiones* de cada situación explicitan diversos niveles de logro y alcances que los alumnos pueden desarrollar en el planteamiento de la situación. En cada versión las *actividades y consignas* explican detalladamente en qué consiste cada una de las situaciones didácticas. A nivel general podemos decir que se presentan como el medio didáctico al cual el alumno se enfrenta para resolver los problemas ahí planteados. Sin embargo, también los *materiales* que se utilizan son parte del medio y de las variables que se manipulan. Y esto queda explícito en el análisis de cada situación.

El *tiempo* designado para el desarrollo de cada situación se plantea como un periodo lectivo de 50 minutos. La elección de este periodo de tiempo obedece a la delimitación de periodos lectivos que los Aprendizajes Clave para la Educación Integral (SEP, 2017) marcan para las primarias públicas del país. “La duración de cada hora o periodo lectivo en todos los grados y modalidades de educación primaria y secundaria es de 50 o 60 minutos”. (SEP, 2017, p. 135). El docente deberá cuidar que en la implementación de la situación se respete el tiempo designado, y al mismo tiempo valorará la necesidad de ampliar este tiempo si los alumnos así lo requieren.

En el análisis de cada situación se incluyen las *intervenciones docentes* que se sugieren o el tipo de intervenciones que pueden hacerse. Lo que se dice para una situación

puede aplicarse a otra u otras situaciones también. En determinados casos algunas intervenciones son propias para la situación que se analiza, puesto que el tipo de preguntas, ejemplos o contraejemplos sirven sólo para tal situación. Sin embargo, a través de los ejemplos de cuestionamientos que pueden realizarse, se modela el tipo de intervención que se promueve en esta secuencia, es decir, una intervención docente siempre respetuosa de los procesos de pensamiento de los niños, de sus tiempos y de sus expresiones, puesto que, como hemos dicho en el capítulo anterior, lo que los alumnos dicen y hacen con los números habla sobre lo que sí saben de éstos, y puede ser que su conocimiento requiera ciertas modificaciones aún, pero estas modificaciones son un proceso en construcción constante.

La secuencia completa, con los materiales diseñados para cada situación se podrán consultar en el Anexo 1 de este documento. A continuación, se presenta un análisis de las situaciones de manera individual.

3.4. Análisis de las situaciones didácticas

3.4.1. Situación didáctica 1: El cajero

La organización de los elementos de la situación 1 denominada *El Cajero*, se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Situación didáctica El Cajero

SITUACIÓN 1 EL CAJERO		
Alcance Didáctico		
Que los alumnos practiquen los agrupamientos de diez en diez, para profundizar su conocimiento sobre el sistema decimal de numeración y sobre los procedimientos para sumar y restar.		
Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno

Problemas de conteo y agrupación decimal	<ul style="list-style-type: none"> • Conteo • Equivalencia • Agrupación decimal 	Ser el primero en obtener el valor más alto para ganar el juego.
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas
50 min. (cada versión)	En equipos de 4 alumnos cada uno.	<ul style="list-style-type: none"> • Uso de fichas. (Material concreto) • Equivalencia de fichas: 10 azules hacen una roja, 10 rojas hacen una amarilla. • Uso de dinero como elemento mediatizador. • Trabajo con la serie numérica sin mediaciones de material concreto.
Versión 1	Versión 2	Versión 3
Se trata de un juego de dados y fichas de colores en donde los alumnos, organizados en equipos, buscarán formar las agrupaciones necesarias con fichas azules y rojas para cambiarlas al cajero y obtener primero la ficha	En esta versión los alumnos jugarán con dinero, con la finalidad de realizar las agrupaciones con monedas y billetes para obtener el billete de mil, que es el valor más alto en esta versión.	Los alumnos jugarán con dados, pero su único material a utilizar será papel y lápiz para llevar registro de los números con los que juegan. En esta versión los alumnos usan la numeración escrita como tal, sin ningún recurso mediatizador.

amarilla (equivalente a una centena).		
---------------------------------------	--	--

Las situaciones *Cajero 1*, *Cajero 2* y *Cajero 3* son situaciones didácticas adaptadas del libro “Juega y aprende matemáticas” (Fuenlabrada, et al., 1991). Las adaptaciones que se proponen se relacionan con el rango numérico y el material didáctico que en cada una de ellas se utiliza.

En la situación *Cajero 1* se espera que los alumnos tengan conocimientos previos que les permitan acceder al juego y las interacciones que éste implica como primera herramienta, y, que, al mismo tiempo, el avance y desarrollo del juego les permita explorar otros procedimientos para poder ganar cada ronda.

El problema matemático planteado tiene qué ver con agrupación decimal, y la desagrupación está implícita. Respecto a las situaciones que promueven las agrupaciones y desagrupaciones, Broitman et. al. (2014), señalan que este tipo de actividades “resultan útiles en el análisis de las cantidades de unos, dieces, cienes y miles que los forman y en la interpretación directa de esta información para la escritura del número, en virtud del valor posicional” (Broitman et. al, 2014, p.25).

Recurrimos al uso de fichas de colores como material concreto partiendo de la realidad de que, en la gran mayoría de escuelas públicas del país, el uso de fichas de colores es habitual. Incluso los libros de texto de primero y segundo grado de primaria, contienen actividades en las que se utiliza este material concreto. De este modo, recurrimos a la memoria didáctica¹¹, permitiendo que el alumno encuentre un recurso conocido y manejado con anterioridad por él, para acceder a la situación planteada. En las versiones posteriores el conocimiento adquirido por el alumno se reconstruirá de tal manera que lo realizado en esta versión pueda aplicarse al usar otro tipo de material concreto, o bien, al entrar en contacto

¹¹ “Breousseau y Centeno (1991) trabajan sobre la hipótesis de que la experiencia matemática de los alumnos con relación a conceptos cercanos a los que se tratan en un cierto momento y también, la evocación de dicha experiencia interviene de manera decisiva en el aprendizaje” (Alagia, Bressan y Sadovsky, 2005, p. 57)

con la numeración en cuanto tal. Según la TSD, la memoria didáctica permite que “los saberes anteriores sirven para presentar las condiciones del aprendizaje o construirlo a través de una superposición e integrarlo según una génesis estándar dada por la organización cultural de los saberes... no se supone que el saber se modifique en el transcurso de las repeticiones...la recuperación, corrección, reemplazo, transformación y rechazo de los saberes antiguos está a cargo del alumno” (Brousseau, 2007, p. 107).

En esta primera versión, se presenta al alumno un rango numérico hasta centenas, si bien se pretende permitir que los alumnos interactúen con el sistema de numeración en su totalidad, al ser esta la primera situación planteada, se espera un alcance tal que permita a los alumnos un primer contacto con el SND y conforme vayan avanzando en el desarrollo de las situaciones posteriores se ampliará este rango. Además, debido a que se trabajará en un aula multigrado, se romperá el orden curricular en cuanto a los alcances de la serie numérica, puesto que los alumnos de tercero podrán abarcar la numeración propuesta curricularmente para los alumnos de 4° de primaria, y los alumnos de 4° también podrán ir más allá de lo propuesto para ellos en los planes y programas de estudio. Esto, lejos de ser una barrera, se convierte en un elemento favorable que permitirá a los alumnos acercarse ampliamente al SND, al menos desde una dosificación no limitada impuesta por el currículo para los grados escolares.

En cuanto al trabajo en equipo y la interacción entre alumnos, al trabajar en equipos que incluyan alumnos de ambos grados, se promoverá la interacción de los alumnos, de tal manera que permita, como comenta Santos (2011), la circulación de saberes entre alumnos. Los estudiantes interactúan directamente con el contenido de los niveles superior e inferior del plan de estudios. Esto da como resultado un tipo de aprendizaje que se da por el contacto cotidiano, puesto que "ven, escuchan y tocan" a través de la información que el maestro transmite, las preguntas y demostraciones de los compañeros, el contenido curricular de ambos cursos. Los de menor edad aprenden de las explicaciones dadas por los alumnos de mayor edad, mientras que los mayores consolidan conocimientos, corrigen errores o encuentran el sentido y las razones de los conocimientos adquiridos, tal como lo comentan Rodríguez y Cano (2022).

En cuanto a las actividades planteadas, los pasos que implican y las consignas dadas a los alumnos, éstas se presentan como el medio didáctico que permitirá el aprendizaje del alumno. Este aprendizaje se producirá cuando el alumno logre adaptarse al medio planteado. La adaptación sucede cuando el alumno encuentra una estrategia inicial para abordar la actividad inicial, y al mismo tiempo, descubre que dicha estrategia es insuficiente para ganar el juego, y, por tanto, requiere una modificación de estrategias que implican un nuevo aprendizaje, de acuerdo con lo que plantea la Teoría de Situaciones Didácticas. Cuando el alumno lanza el dado, cuenta la cantidad de puntos obtenidos y pide tantas fichas azules como le tocó en el dado sucesivamente en cada ronda, pronto se dará cuenta de que esta estrategia es insuficiente para ganar el juego, puesto que es más lento ir de uno en uno para llegar a cien, que hacer los cambios de fichas azules a rojas y de rojas a amarilla para llegar de 1 en 1 a 10, y de 10 en 10 al 100.

Las variables didácticas que se ponen en juego tienen que ver con el rango numérico. Este elemento permite que el alumno ponga en funcionamiento y modifique determinadas estrategias de solución y, en consecuencia, el conocimiento necesario para resolver la situación. De igual forma, el uso de material concreto que evidencie la equivalencia de valores permite al alumno gestionar las estrategias que utilizará para poder ganar el juego, y de esta forma se convierte en una variable que el docente puede controlar.

En cuanto a las intervenciones docentes que para esta situación didáctica se sugieren, que tiene como propósito favorecer el aprendizaje del valor posicional, precisamos que el aprendizaje lo consideramos como un proceso que cada alumno recorre, apoyado en experiencias, manipulación de objetos y situaciones y la interacción con otros, para generar un cambio en sus esquemas cognoscitivos.

Al ser esta situación la primera de la secuencia se pretende que el alumno entre en contacto con el sistema de numeración y los principios que lo rigen. Como se mencionó en el primer capítulo, estos principios son el de agrupación y el de posición. En el SND ambos principios conforman y dan sentido a la escritura y lectura de los números, y a los procedimientos para operar con ellos, es decir, para realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, entre otras acciones que se pueden realizar con los números. Iniciar el trabajo

matemático de esta secuencia con agrupamientos se presenta como el primer escalón de varios que los alumnos deberán recorrer para lograr encontrar las regularidades propias del SND, encontrar sentido a los principios que lo rigen, hacer uso eficiente de la numeración y las operaciones básicas, etc. Es de esta forma que “El cajero” abona a la comprensión del principio de posición.

Partiendo de esto, las intervenciones didácticas que se sugieren están orientadas a que el docente facilite, favorezca y provoque esos cambios de esquemas en los alumnos por medio de cuestionamientos, contraejemplos, problematizaciones que permitan al alumno reflexionar sobre el concepto que está aprendiendo.

Dentro de estas intervenciones se sugiere que:

- Respete los procesos de pensamiento de los niños, evitando afirmaciones como “ahí estás mal, corrígelo”, y promoviendo reflexiones con preguntas como “¿cuántas fichas quieres juntar? ¿cuántas fichas de este color necesitas para cambiarlas por una ficha de mayor valor? ¿vale lo mismo esta ficha que todas estas? ¿podrías organizar de otra forma la cantidad de fichas que estás pidiendo al cajero?”
- Permita que las preguntas que surjan en torno al valor de las fichas, cuántas y de qué color se le piden al cajero, sean contestadas por los mismos niños, es decir, permitir y promover la circulación de saberes entre ellos. Esto es importante debido a la modalidad multigrado, que alumnos del mismo grado se den apoyo entre ellos, que lo haga un alumno de un grado superior con un alumno del grado inferior, o que esa ayuda que se proporcionen lo hagan a solicitud del docente (Block, Ramírez y Resendiz, 2011)
- Aproveche el error como elemento de aprendizaje, puesto que el error más allá de manifestar lo que el alumno “no sabe” evidencia lo sí sabe, aunque esto requiera ciertos acomodos todavía. Se pueden utilizar cuestionamientos como “¿por qué piensas que debe ser así?, ¿me puedes explicar cuánto valen estas fichas? ¿es mejor tener sólo fichas azules o será necesario cambiarlas por rojas?”

La situación *Cajero 2* presenta a los alumnos problemas matemáticos similares a la situación *Cajero 1*, es decir, problemas de equivalencia y agrupación decimal, permitiendo de esta forma que los alumnos usen sus conocimientos previos sobre el SND, profundicen en los conocimientos y estrategias adquiridos, y establezcan estrategias para ganar este juego. El alumno continuará analizando las cantidades presentadas e interpretando lo que la oralidad y la escritura numérica le dicen respecto al valor posicional de las cifras en juego.

En esta situación el alumno abordará un rango numérico hasta unidades de millar, ampliando así su contacto con la serie numérica, permitiéndole interactuar de manera sostenida con el objeto de enseñanza que esta actividad manifiesta.

Las variables didácticas en juego son similares a la situación *Cajero 1*, aunque se avanza más en el contacto con la serie numérica. Al elegir continuar el trabajo con los mismos problemas, conocimientos requeridos y variables didácticas se permite al alumno que no alcanzó a desarrollar alguna estrategia para ganar el juego lo haga, al mismo tiempo que le facilita el contacto con conocimientos previos, refuerza habilidades como la memoria, la estrategia, entre otros. A los alumnos que de alguna manera requieren de más pasos para construir el aprendizaje del concepto matemático en cuestión, las actividades así escalonadas le permiten “ir y venir” en muchos intentos y diversas oportunidades de establecer equivalencias y agrupaciones decimales.

Se presenta un nuevo elemento en el medio didáctico: el uso de dinero. En esta versión los alumnos jugarán con dinero didáctico, eliminando el recurso de las fichas de colores y recurriendo a un elemento matemático y cultural de uso común y habitual para ellos. Las agrupaciones que deberán realizar seguramente son conocidas y dominadas por la mayoría de los alumnos, pues es bien conocido el contacto que los niños tienen con el dinero desde edades tempranas.

Cuando el docente observe que los alumnos tienen dificultades para movilizar sus estrategias y debido a ello no observen la economía del uso del dinero puede:

- Utilice contraejemplos como: “Un niño que estudia en otra escuela me dijo que, si en el dado caen 5 y 5 es mejor pedir una moneda de \$10 que 10 de \$1, ¿se puede hacer

eso? ¿ustedes creen que es mejor? ¿por qué?” De esta forma el docente evita indicaciones que limitan las reflexiones del alumno y promueve la aparición de nuevas estrategias.

- Recuérdelos la consigna. Se refiere a pedir a los alumnos que recuerden qué consigna o consignas se dieron al inicio del juego, por ejemplo, intervenir diciendo: “Recuerden que cuando junten 10 monedas de \$10 pueden cambiarlas por un billete de \$100. Y cuando tengan 10 billetes de \$100 pueden cambiarlo por uno de \$1000. Gana el que primero obtenga el billete de \$1000.”

La situación *Cajero 3* conserva tanto el propósito de docente como el del alumno, los problemas matemáticos que plantea, así como los conocimientos que pone en acción. Sin embargo, se da un paso importante en el diseño del medio didáctico, eliminando todo recurso mediatizador, permitiendo que el alumno entre en contacto con el sistema de numeración en cuanto tal, ya sin hacer uso de material concreto. Los alumnos recurrirán únicamente a utilizar papel y lápiz para llevar un registro de los números con los que va jugando. El alumno, al registrar en papel los puntos obtenidos en cada tirada de dados, podrá recurrir a la numeración oral y a la escrita al mismo tiempo para generar reflexiones en torno al valor posicional de los números en juego.

La variable didáctica del rango numérico sufre también un cambio, ampliándose a decenas de millar, llegando así a lo curricularmente estipulado para alumnos de 4° de primaria.

Es importante la evolución que sucede en esta versión de esta primera situación, porque si bien en las primeras versiones se utilizan recursos mediatizadores, éstos tienen la característica de poder ser utilizados sin necesidad de que evidencien la posicionalidad de los números que con ellos se representan, sobre todo las fichas de colores, ya que conservan su valor independientemente del lugar u orden en el que se acomodan. Ya en párrafos anteriores se argumentó la razón por la cual se decidió diseñar esta situación con tales materiales didácticos. Sin embargo, es trascendental, para el logro del objetivo de esta secuencia

didáctica, que los alumnos puedan observar una de las particularidades distintivas de nuestro SND, el valor posicional, que, en el sistema indo-arábigo involucra sumas y multiplicaciones, y éstas están determinadas por la posición que ocupa cada dígito del número involucrado, aunque en la cifra total no sea necesario escribir ni los factores de 10 ni las multiplicaciones que, de cada posición, surgen. Así, en el número 17946, los factores de 10, las multiplicaciones y las sumas son: $17946 = (1 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (9 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (6 \times 10^0) = (1 \times 10000) + (7 \times 1000) + (9 \times 100) + (4 \times 10) + (6 \times 1) = 10000 + 7000 + 900 + 40 + 6$. De aquí que presentar a los alumnos el sistema de numeración y que ellos puedan observar y experimentar la economía de este sea la propuesta de esta versión del juego.

Para que el alumno pueda generar reflexiones en torno al valor posicional, haciendo uso de la numeración oral y escrita, es necesario que las intervenciones docentes estén encaminadas a descubrir las relaciones no explícitas del SND. Por ello se sugiere que el docente guíe las reflexiones por medio de preguntas como:

- ¿Escribimos los números tal como los decimos? (Se puede poner el ejemplo del número 1802, el cual se escribe, con letra, mil ochocientos dos, pero al escribirlo numéricamente omitimos ceros 1000-800-2) ¿Por qué escribimos 1802 y no 10008002?
- ¿Qué función tiene el cero cuando en un número, como en el ejemplo 1802, aparece en medio de otros números o en alguna otra posición, al final, por ejemplo?
- ¿Cómo se lee este número (tomando un ejemplo de los que tenga en su hoja de registro)? Según lo que acabas de decirme, ¿cuánto vale entonces, este dígito (señalar el dígito por el que se pregunta)?
- Un niño de otra escuela me dijo que si cambio este dígito para acá (señalar el cambio de posición) entonces ahora vale menos (o más, dependerá del cambio que se haga), ¿tendrá razón ese niño?, ¿por qué crees tú que pase eso?
- Cuando en el ejemplo a trabajar los números sean de cinco cifras, permita que sean primero los alumnos de tercer grado quienes participen, para explorar sus reflexiones en torno a números más grandes que aún no se encuentran

dentro de su rango curricular. Posteriormente recurra a las reflexiones de los alumnos de cuarto grado.

3.4.2. Situación didáctica 2: La feria

La situación didáctica denominada *La feria* es una adaptación del tercer desafío matemático presentado a los alumnos en el libro de Desafíos Matemáticos, Tercer Grado (SEP, 2019). Las adaptaciones que se realizan tanto en la versión *Las canicas* como en *Los globos* se relacionan con la eliminación de la equivalencia de los colores además de la manipulación de ambos tableros. En el tablero de *Los globos* aparecen globos de colores, sin que estos estén relacionados a un valor determinado. Este paso es importante, puesto que reafirman lo comentado en la versión 3 del *Cajero* permitiendo que el alumno se enfrente con el sistema de numeración sin hacer uso de un medio de material concreto que represente a los números, como lo son las fichas de colores. Además, se promueve el uso de agrupaciones y desagrupaciones numéricas que evidencian el valor de posición de cada dígito en juego.

La organización de los elementos de la situación didáctica *La feria*, se presentan en la Tabla 3

Tabla 3. Situación didáctica *La feria*

SITUACIÓN 3		
LA FERIA		
Alcance Didáctico		
Que los alumnos reflexionen acerca de la composición y descomposición de números en unidades, decenas, centenas y unidades de millar, y hagan uso de estas agrupaciones y descomposiciones para resolver diversos problemas.		
Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno

Problemas aditivos y problemas multiplicativos de valor proporcional.	<ul style="list-style-type: none"> • Adición – resta • Multiplicación • Agrupación y descomposición decimal • Equivalencia 	Ganar los premios en cada turno de tirada de canicas y globos.
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas
50 min. en cada versión	En equipos de 4 alumnos cada uno: 2 alumnos de 3° y 2 alumnos de 4°	Rango numérico (unidades de millar en la versión 1, y decenas de millar en la versión 2) Cantidad y tipo de problema matemático Del tipo 1: desagrupar números de 4 y 5 cifras Del tipo 2: agrupar números de 4 y 5 cifras
Versión 1: Las canicas		Versión 2: Los globos
Se trata de una simulación ¹² y adaptación del tradicional juego de feria que consiste en lanzar canicas sobre un tablero numerado, dependiendo de los lugares donde caen las canicas, se cuentan los puntos obtenidos y se canjean por premios. En esta adaptación los alumnos deberán responder a cuestionamientos específicos sobre		Se trata de una simulación y adaptación del tradicional juego de feria que consiste en lanzar dardos sobre un tablero de globos que están numerados, dependiendo de los lugares donde caen los dardos, se cuentan los puntos obtenidos y se canjean por premios. En esta adaptación los alumnos deberán responder a cuestionamientos

¹² Las situaciones “Las canicas” y “Los globos” presentadas en esta secuencia simulan unos juegos de feria tradicional en el que se utilizan un tablero y canicas para la primera, y un tablero con globos para la segunda. Se decidió trabajar ambas versiones como una simulación del juego real para permitir que en cualquier salón de clases se pueda implementar la situación didáctica, aún cuando no tengan los objetos reales que se usan en estos juegos de feria.

determinadas cantidades que se ponen en juego para explorar sus conocimientos sobre las relaciones implícitas en el SND. Se explora la serie numérica hasta unidades de millar.	específicos sobre determinadas cantidades que se ponen en juego para explorar sus conocimientos sobre las relaciones implícitas en el SND. Se explora la serie numérica hasta decenas de millar.
---	--

Una vez que los alumnos han trabajado la agrupación y desagrupación decimal, y para ello han puesto en marcha sus conocimientos, ideas y estrategias previas, y hayan adquirido otros nuevos, la situación *La feria* les presenta problemas matemáticos que tienen que ver con la adición y problemas multiplicativos de valor proporcional. En esta situación los alumnos deberán sumar valores de 1, 10, 100, 1000 y 10000, según corresponda; y pueden utilizar el recurso de la multiplicación de los mismos valores.

Es importante señalar que si bien, tanto la situación *El Cajero* como *La feria* trabajan sobre todo con agrupaciones y desagrupaciones, el valor posicional no podría ser comprendido sin el manejo y la exploración de dichas agrupaciones, puesto que se trata de los dos principios fundamentales que rigen el SND. La propiedad de agrupación dicta la base de nuestro sistema de numeración, y el principio de posición permite otorgar el valor relativo o posicional a cada dígito de cualquier número en cuestión.

El objetivo de esta situación didáctica es que el alumno recurra nuevamente al uso de las agrupaciones y desagrupaciones decimales, resultado de las sumas y multiplicaciones que realice, en una situación familiar para ellos. El alumno pretenderá ganar la mayor cantidad de premios posibles, resolviendo los problemas que se le plantean. El alcance didáctico de la situación tiene relación con el conocimiento, las habilidades, las estrategias, etc., que el concepto matemático requiere para su asimilación, y que el docente promueve por medio de la manipulación de las variables didácticas.

Al presentarse esta situación didáctica en contexto de juego, se promueve que aumente la motivación de los alumnos y que haya una mejora en sus actitudes además de reducir la ansiedad, ampliar el periodo de tiempo que se centran en las actividades propuestas

y se promueve la socialización (González, Molina y Sánchez, 2014). Dentro del aula multigrado se aprovecha la colaboración que la misma modalidad favorece, al mismo tiempo que se promueve la interacción entre alumnos de los dos grados escolares.

En esta situación, las variables didácticas siguen teniendo relación con el rango numérico dado que se sigue ampliando, llegando a decenas de millar. Los alumnos de 3° de primaria, usando este rango numérico, pasarán de lo establecido para ellos en el currículum, por eso es de vital importancia la interacción con alumnos de 4° que tienen establecido este rango numérico para ellos, puesto que la circulación de saberes se promoverá por medio de las dudas que surjan, las respuestas de los mismos compañeros, las explicaciones que entre ellos puedan darse, buscando en todo momento que todos los alumnos sean constructores activos del conocimiento.

“El desafío consiste en generar condiciones para que los alumnos más pequeños sean convocados a interpretar propiedades y relaciones matemáticas a las que en una escuela graduada no tendrían acceso a opinar sobre explicaciones complejas dirigidas a ellos por los mayores, a vincular conocimientos que ellos están estudiando con otros que los mayores están usando” (Broitman, Escobar, Sancha y Urretabizcaya, 2015, p.24)

Otra variable que se manipula en esta situación tiene que ver con la cantidad y el tipo de problemas planteados. Se trata de dos tipos de problemas, unos de agrupación, otros de desagrupación. La “tipología” de problemas aquí descritos se realiza con la finalidad de diferenciar los problemas que en la situación el alumno resolverá. No pretende ser un “tipo” nuevo de problemas matemáticos ni estar incluidos en ninguna categorización previamente estudiada, analizada y fundamentada. En los problemas de agrupación, el alumno observará las canicas o globos sobre el tablero y a partir de ahí realizará la suma correspondiente. En los problemas de desagrupación, al alumno se le dará determinada cantidad, misma que tendrá que descomponer y acomodar en los valores de las canicas o los globos en el tablero correspondiente, por ejemplo, en el tablero de canicas, para el número 327 el alumno podría acomodar las canicas de la siguiente forma: 3 canicas en el 100, 2 canicas en el 10, y 7 canicas en el 1 (cada uno de estos problemas se pueden leer completos en el Anexo 1). Como es de

esperarse, en ambos casos pueden acomodarse de distintas maneras las canicas en el tablero para obtener la cantidad indicada, esto permitirá que el alumno desarrolle estrategias que faciliten la suma de valores, que observe y analice qué le dicen esos valores respecto al valor posicional de la cantidad que requiere buscar u ordenar.

Algunas intervenciones que se sugieren al docente para esta situación didáctica son:

- Enfaticé intervenciones sobre el valor de posición con preguntas como: ¿Qué pasa si lanzamos al azar las canicas o tiramos los dardos sin fijarnos a dónde? ¿Si se quiere un premio que vale 287 puntos y al lanzar las canicas obtenemos 395 puntos, podemos adquirirlo? ¿Cómo podemos saber cuántos puntos tenemos si nos caen 2 canicas de 1, 2 de 10 y 1 de 100? ¿Habrá otra forma de juntarlos y saber cuántos puntos tenemos?
- Promueva la circulación de saberes entre todos los alumnos debido a que el rango numérico de decenas de millar no es lo esperado curricularmente, para los alumnos de 3°. Explorar los conocimientos que los alumnos de 3 tengan al respecto y recurrir al conocimiento de los alumnos de 4° para profundizar en las reflexiones.
- Priorice las reflexiones de los niños, preguntando sobre sus ideas, ¿por qué piensas eso? Recordemos que los niños saben mucho de matemáticas, quizá sus ideas requieran aún ciertos acomodados y aprendizajes nuevos, y por eso es importante la oportuna intervención docente, con los cuestionamientos adecuados.

3.4.3. Situación didáctica 3: Guerra de cartas

La situación didáctica *Guerra de cartas* es una situación tomada del libro “Juega y aprende matemáticas” (Fuenlabrada, et al., 1991). Las adaptaciones realizadas giran en torno a la variable didáctica del rango numérico y se sugiere que las versiones presentadas se jueguen como rondas de un mismo juego.

Para que los niños comprendan mejor el SND es necesario que reflexionen sobre las reglas de escritura de los números; una de estas reglas es la de posición. Gracias a esta regla, en esta situación los alumnos tienen la oportunidad de representar los números colocando las

cifras donde mejor les convenga para formar el número más alto o bajo, según lo hayan acordado en cada ronda.

El tipo de trabajo que se sugiere en esta situación está guiado por ideas específicas acerca del tipo de prácticas que queremos promover en el aula de clases, esto es, prácticas que permitan al alumno encontrar regularidades propias del SND, que le permitan reflexionar acerca de aquello que la posición de cada dígito le dice sobre el número en su totalidad y le permitan, al comparar números, entender por qué uno es mayor o menor que otro, es decir, qué tiene que ver la posición en la formación de esos números.

La organización de los elementos de la situación didáctica *Guerra de cartas*, se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Situación didáctica *Guerra de Cartas*

SITUACIÓN 4 GUERRA DE CARTAS		
Alcance Didáctico		
Que los alumnos formen y comparen números de tres y cuatro cifras mediante un juego de cartas, con la finalidad de consolidar sus conocimientos sobre el valor posicional de las cifras.		
Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno
Problemas de conteo, orden y comparación de números.	<ul style="list-style-type: none"> ● Conteo ● Orden y comparación de números 	Formar el mayor número posible en cada ronda y obtener el mayor número de tarjetas posibles para ganar cada ronda.
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas

50 min. en cada versión	En equipos de 4 alumnos cada uno: 2 alumnos de 3° y 2 alumnos de 4°	<ul style="list-style-type: none"> • Rango numérico: inicia con centenas y se explora una o dos rondas con decenas de millar en la primera versión. • Para la segunda versión se extiende el rango numérico hasta centenas de millar. • Registro numérico (apoyo en la numeración escrita) en la segunda versión.
Versión 1		Versión 2
Se trata de un juego de cartas de números en el que los alumnos buscarán ganar cada ronda del juego formando el número mayor o menor, según sea el caso, con la cantidad de cartas designada para cada ronda. Se juega con un rango numérico de centenas y unidades de millar.		Se trata de un juego de cartas de números en el que los alumnos buscarán ganar cada ronda del juego formando el número mayor o menor, según sea el caso, con la cantidad de cartas designada para cada ronda. Se juega con un rango numérico de millares (unidades, decenas y centenas). Además, agrega el registro de las cifras con las que cada alumno juega en cada ronda, registro que se sugiere tanto con letra como con números.

Esta situación plantea problemas que tienen que ver con el orden y la comparación de números, y la relación que esto tiene con el valor posicional. El alcance didáctico que esta situación tiene se relaciona con el uso que el alumno haga de estos elementos para reflexionar acerca del valor de posición de cada dígito dentro del número.

Para el alumno el objetivo es acomodar de la manera acordada la cantidad de tarjetas que cada ronda del juego especifique, a fin de obtener el mayor número de tarjetas posibles al final del juego, puesto que gana cada ronda y por ende las tarjetas jugadas en ella, el alumno que haya formado el número mayor o menor, según lo acordado.

En las variables didácticas aparece de nuevo el rango numérico, esta vez permitiendo al alumno un mayor acercamiento con la numeración llegando inclusive a centenas de millar, en la segunda versión. Es importante permitir que los alumnos interactúen continuamente con el SND, por lo que, a consideración del docente, se pueden jugar rondas incluso sólo con unidades o decenas e ir incrementando el rango numérico paulatinamente. Esto permitirá nuevamente que el alumno que requiera reforzar su contacto con el SND lo haga, el alumno que requiera modificar sus estrategias o habilidades pueda hacerlo, o el alumno que necesite acomodar sus conocimientos respecto al concepto matemático lo haga también.

En cuanto a la organización del grupo se sigue promoviendo la circulación de saberes entre alumnos de todo el grupo. En el aula multigrado es un aula diversa intrínsecamente, y en ella se observan, además, la multiplicidad de ayudas que entre pares pueden ofrecerse. Esas ayudas conllevan valiosa información que afectará, en mayor o menor medida, a las tareas que realizan, el sentido de estas y las decisiones de trabajo que elija el alumno (Block, et al., 2015). Estas interacciones entre los alumnos forman parte del medio didáctico desde donde cada alumno aborda la situación planteada. De aquí la importancia de que la organización grupal promueva ese intercambio constante de conocimientos y la necesidad de que el docente intervenga didácticamente para propiciar la circulación de conocimientos. Se sugiere que en los equipos se integren alumnos que tengan mayor dominio del SND con otros con menos dominio, aunque la conformación de los equipos puede ser tan variable como el docente lo considere oportuno, cuidando sí, la interacción de los grados escolares. “Quienes cursan grados mayores pueden apoyar a los demás en la comprensión y desarrollo de las actividades. Esto promoverá que los menores se beneficien de los conocimientos de sus compañeros, y a su vez, llevará a los mayores a reestructurar sus conocimientos para ser capaces de explicarlos, favoreciendo mejores y más profundos aprendizajes” (Rodríguez y Cano, 2022, p. 18)

El docente puede contribuir con las siguientes intervenciones:

- Realice intervenciones dirigidas a todo el grupo, un equipo o un alumno en particular. Se sugiere que dichas intervenciones, sean a petición de los alumnos o por iniciativa del docente, propicien las reflexiones que en torno al valor posicional se quieren suscitar. Preguntas como ¿qué sucede si colocas esta carta en otra posición? ¿Cuánto valdría entonces ese número? ¿Pueden ocupar estas dos cartas la misma posición? ¿Se podrán acomodar de otra forma tus cartas para formar un número mayor/menor?
- Decida si el juego se inicia con una ronda donde se juegue sólo con unidades y se incremente en cada ronda el rango numérico o se inicia directamente con números de tres o más dígitos, según el conocimiento que el docente tenga del grupo. Puede también intervenir sugiriendo se juegue por el número menor, es decir, que los alumnos formen el menor número posible con la cantidad de cartas elegida.

3.4.4. Situación didáctica 4: La tiendita

La situación didáctica de *La tiendita* es una adaptación de la estrategia ¡Te fijas en el cambio!, del libro *Yoltocah* (Rockwell y Rebolledo, 2018). Las autoras proponen una actividad de cuatro versiones en las que el alumno desarrolla estrategias y procedimientos para resolver problemas sencillos de compra-venta. Para esta situación se toma únicamente una versión (versión D), por considerarla la más adecuada al rango de edad de los alumnos de 3° y 4° de primaria, pues promueve el uso de la serie numérica sin restricciones. Para llevarla a cabo se diversificó la versión planteada por las autoras en dos versiones propias: *la tiendita de la esquina* y *la tienda de videojuegos*; se adaptó el tablero del juego, pasando de 27 a 60 casillas que contienen productos con precios de entre \$10.00 y \$300.00 para la primera versión, y un tablero con 30 casillas que contienen productos con precios de entre \$1000 y \$30000 para la segunda versión.

La organización de los elementos de la situación didáctica *La tiendita*, se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5. Situación didáctica La tiendita

SITUACIÓN 5		
LA TIENDITA		
Alcance Didáctico		
<p>Analizar los procedimientos multiplicativos que realizan los alumnos al resolver problemas de compra-venta en un contexto cotidiano como el uso del dinero.</p> <p>Fomentar el uso de algoritmos no convencionales</p>		
Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno
<p>Problemas de compra-venta, multiplicación en su aspecto de proporcionalidad</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Conteo ● Adición ● Problemas multiplicativos que implican una relación de proporcionalidad ● Transformación entre unidades, decenas y centenas ● Algoritmos convencionales de las operaciones básicas ● Algoritmos no convencionales 	<p>Ser el primero en llegar a la meta y realizar la suma del monto total de la compra.</p>
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas
<p>50 min. en cada versión</p>	<p>En equipos de 4 alumnos cada uno: 2 alumnos de 3° y 2 alumnos de 4°</p>	<p>Contexto de compra-venta Dinero a disposición para la resolución</p>

		Rango numérico: de unidades a centenas en la primera versión, y para la segunda versión unidades de millar y decenas de millar.
Versión 1: La tiendita de la esquina		Versión 2: La tienda de videojuegos
Se trata de un juego tipo Oca en donde los alumnos tiran un primer dado, avanzan en el tablero y al llegar a la casilla indicada; tiran un segundo dado que indica la cantidad de productos que comprarán, realizan los cálculos correspondientes y pagan por sus productos. Anotan en su nota de remisión anotan el producto, la cantidad, el precio unitario, y calculan el subtotal que van a pagar. Gana el primero que llegue a la meta si ha calculado bien el total en su nota de remisión. Los precios (rango numérico) va de unidades a centenas.		Se trata de un juego tipo Oca en donde los alumnos tiran un dado, avanzan en el tablero y al llegar a la casilla indicada; deciden si comprarán uno o más productos del indicado en la casilla, realizan los cálculos correspondientes y pagan por sus productos. Anotan en su nota de remisión anotan el producto, la cantidad, el precio unitario, y calculan el subtotal que van a pagar. Gana el primero que llegue a la meta si ha calculado bien el total en su nota de remisión. Los precios (rango numérico) va de unidades de millar a decenas de millar.

El contexto de dinero se presenta como un medio favorable al que el alumno puede acceder, por estar íntimamente relacionado con actividades de vida cotidiana. Respecto a las ventajas de usar el dinero como contexto de aprendizaje Broitman et. al. (2014) afirman: “Remitir al contexto del dinero supone la ventaja de relacionar el trabajo que se pretende iniciar en la escuela con prácticas sociales extraescolares de gran familiaridad para muchos alumnos. Los conocimientos de que disponen podrían ayudarlos a anticipar y controlar los procedimientos que usan y los argumentos que irán construyendo” (Broitman et. al., 2014, p.26).

Será la entrada a la escuela y el contacto formal con el SND lo que permita la reorganización de los conceptos asociados a este elemento de aprendizaje (Terigi y Buitron,

2013). Esto revela la importancia de presentar a los alumnos situaciones de aprendizaje que favorezcan esta reorganización de conceptos, así como el contacto con el SN en toda su complejidad.

La Tiendita presenta a los alumnos problemas multiplicativos, de manera específica, de proporcionalidad en el contexto de compra-venta. Los alumnos harán uso de conocimientos como el conteo, la suma, la multiplicación, los algoritmos formales de las operaciones básicas y, muy importante, algoritmos no convencionales que les resulten útiles y eficaces en la resolución de cada problema.

Se espera que en el desarrollo de esta situación los alumnos observen que los problemas multiplicativos ofrecen puntos de contacto con la suma y, a la vez, puedan establecer diferencias y optar por procedimientos de resolución más económicos. Para los alumnos de tercer grado el uso de la multiplicación de manera convencional puede necesitar aún de mayor trabajo que para los de cuarto grado, por eso la importancia de promover las interacciones entre alumnos de ambos grados escolares, para permitir y facilitar la circulación de saberes. Ahora bien, el uso de procedimientos y algoritmos no convencionales supone aquí un trabajo importante, pues los alumnos, al hacer uso de esos procedimientos y algoritmos, manifiestan desde donde comprenden las relaciones multiplicativas del SND. Esto es vital para que el docente pueda llevar al alumno no sólo al uso de los algoritmos convencionales, sino a la comprensión de estos, de manera que, para el alumno, en el momento en que se encuentre listo para ello, le resulte evidente la eficacia del uso de éstos.

Las variables didácticas que en esta situación se plantean giran en torno al contexto de compra-venta, al uso del dinero didáctico para realizar sus cuentas y al rango numérico, extendiéndose hasta decenas de millar. “Remitir al contexto del dinero supone la ventaja de relacionar el trabajo que se pretende iniciar en la escuela con prácticas sociales extraescolares de gran familiaridad para muchos alumnos. Los conocimientos de que disponen podrían ayudarlos a anticipar y controlar los procedimientos que usan y los argumentos que irán construyendo” (Broitman et. Al., 2014, p. 26). El uso de dinero permite al alumno hacer

agrupaciones y desagrupaciones muy variables, por ejemplo, la cantidad \$15 la puede reunir con quince monedas de \$1, o con cinco monedas de \$2 y cinco monedas de \$1, también con siete monedas de \$2 y una moneda de 1, puede usar una moneda de \$10, dos monedas de \$2 y una moneda de \$1, tres monedas de \$5, etc. Y esta flexibilización de las agrupaciones le permitirá observar las diversas relaciones que se pueden establecer entre los números, generando reflexiones y generalizaciones que pueda aplicar en otros contextos.

En cuanto a las intervenciones docentes sugeridas para la aplicación de esta situación:

- Observe los procedimientos que utiliza el alumno para multiplicar. Recuerde que lo que el alumno hace habla de lo que sabe respecto al tipo de problemas que se le plantean.
- Guíe las reflexiones de los alumnos con preguntas como ¿Qué cantidad debes pagar? ¿Cómo llegaste a esa cantidad? ¿Con qué monedas o billetes puedes formar esa cantidad (diferente de la que ya usaste)? ¿Qué podrías hacer para saber cuánto debes pagar en total? ¿Qué hiciste aquí (señalando el procedimiento que se quiere que el alumno explique)? ¿Cómo hiciste esta operación (suma, resta, multiplicación)?
- Cuando observe que los procedimientos usados por el alumno pueden evolucionar plantéele el reto de hacerlo: ¿Crees que puedas resolver esto de manera diferente? ¿Y si intentas otra forma de resolver esto?
Aquí se trata de favorecer la progresión de procedimientos en el alumno, no de eliminar los procedimientos que le permiten el acceso a la resolución de la situación. El alumno debe dar evidencia de que está listo para realizar esa evolución procedimental, por ejemplo, si a veces usa multiplicaciones pequeñas en vez de sumas iteradas, está dando cuenta de que puede ya dar el paso al uso de la multiplicación, porque está comprendiendo que la multiplicación es un procedimiento más compacto que la suma iterada.
- Solicite ejemplos de sus estrategias a los alumnos para quienes la multiplicación ya es más accesible: ¿Puedes decirnos cómo llegar a este resultado? ¿Qué hiciste tú para resolver esto?

- Pida a los alumnos que expliciten las estrategias que utilizaron. Sírvase de preguntas como ¿Cómo le dirían a un niño de otro salón cómo ganar este juego?

3.4.5. Situación didáctica 5: Teclas y números

La situación didáctica *Teclas y números*, en sus dos versiones son actividades tomadas del material elaborado por el Ministerio de Educación de Chile, *Aprendiendo Matemáticas con Calculadora* (Gálvez, Navarro, Rivero y Zanocco, 1994): Solo con unos y ceros (p. 39) y Cambiando sin borrar (p. 38). En estas situaciones se plantea un medio didáctico que permite que los alumnos exploren el valor de posición como una propiedad del SND y amplíen su aproximación al mismo a través de nuevos retos utilizando la calculadora.

Incorporar el uso de la calculadora pretende que su uso razonado facilite la adquisición de conceptos matemáticos, de relaciones numéricas, de propiedades de las operaciones aritméticas, de destrezas de cálculo y favorezca el desarrollo de actitudes inherentes al aprendizaje de las matemáticas como son, las de proposición de conjeturas y búsqueda de respuestas (Gálvez et. Al., 1994).

La organización de los elementos de la situación didáctica *Teclas y números*, se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6. Situación didáctica *Teclas y números*

SITUACIÓN 6 TECLAS Y NÚMEROS
Alcance Didáctico
Que los alumnos descompongan números en centenas, decenas y unidades, mediante un juego con la calculadora, con la finalidad de hacer uso de las propiedades del sistema de numeración: el agrupamiento decimal y el valor posicional.

Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno
Problemas de sumas de unidades, decenas y centenas.	<ul style="list-style-type: none"> ● Identifica el valor, según la posición, del número dado ● Descomposición y agrupación decimal de números 	<p>Versión 1: Obtener primero el número dado, tecleando 1, 0, +, =, para ganar cada ronda.</p> <p>Versión 2: Ser el primero en obtener el número dado, tecleando lo que sea necesario para ganar cada ronda.</p>
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas
50 min. en cada versión	Trabajo individual (primera parte) y trabajo en parejas (segunda parte)	<p>Versión 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Rango numérico del 10 al 900 ● Restricciones en el uso de la calculadora (1,0, +, =) <p>Versión 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Rango numérico ● No hay restricciones en el uso de la calculadora ● Números elegidos para su transformación: <ul style="list-style-type: none"> En donde debe sumar <ul style="list-style-type: none"> ○ 1005 a 1007 ○ 1005 a 1035 En donde debe restar <ul style="list-style-type: none"> ○ 102 a 92 ○ 102 a 2
Versión 1		Versión 2

<p>En esta versión los alumnos jugarán a formar números con la calculadora, teniendo como restricción que sólo pueden usar las teclas 1, 0, +, =.</p>	<p>En esta versión los alumnos jugarán a formar números a partir de un número dado. A dicho número se le podrá sumar ($1005 + _? _ = 1007$) o se le podrá restar ($102 - _? _ = 92$)</p>
---	---

Que se promueva el uso de la calculadora, en ningún caso supone que el alumno la utilice sin propósito, al contrario, el objetivo es que se convierta en un medio que facilite la interacción con el SND y permita el planteamiento de cuestionamientos, reflexiones y proposiciones respecto a lo que el alumno puede hacer con los números.

El uso de la calculadora en estas situaciones requiere la habilidad, por parte del alumno, de controlar errores de tipeo y/o funcionamiento del instrumento; y por parte del docente, requerirá la constante promoción de reflexiones que faciliten pensamientos respecto a las regularidades o irregularidades en el SND que el alumno pueda detectar.

En cuanto a las variables didácticas de *Teclas y números 1*, éstas se relacionan con el rango numérico, pues se promueve la exploración hasta las centenas. El objetivo de regular el rango numérico tiene que ver con la posibilidad de permitir que los alumnos transiten de rangos que pueden resultar accesibles para ellos, por el conocimiento y dominio que tengan de la serie numérica, a rangos que vayan más allá de lo establecido curricularmente para cada grado. La progresión en el manejo de estos rangos se puede observar en cada una de las situaciones, de manera particular entre *Teclas y números 1* y *Teclas y números 2* observamos la progresión comenzando el trabajo desde decenas hasta llegar a las decenas de millar.

Otra variable que se manipula en esta situación es la del trabajo ahora en parejas. En situaciones anteriores se había trabajado en equipo, en esta pasaremos al trabajo en parejas, de manera que el intercambio de ideas y conocimientos suceda de forma más individualizada, dando así oportunidad a todos los alumnos de comunicar entre ellos lo que saben, lo que piensan, lo que observan y lo que van aprendiendo. Se seguirá promoviendo el intercambio entre alumnos de todo el grupo.

Finalmente, en cuanto a variables didácticas se refiere, en la primera versión de esta situación se incluye una restricción en el uso de las teclas de la calculadora. No es fortuito que se elija trabajar sólo con las teclas 1, 0, +, =. Estas teclas representan la posibilidad de trabajar, por un lado, sólo con la unidad, y desde ahí promover reflexiones en torno a la cantidad de unidades que integran un número, por ejemplo, en el 37 hay 37 unidades y no sólo 7 como algunos niños podrían pensar; tecleando de 1 en 1 hasta llegar al 37 el alumno puede llegar a esta conclusión. Además, el trabajar sólo con las teclas indicadas, permitirá observar la recursividad en la formación de los números con dieces, cienes, miles, etc. El 75 se puede formar tecleando siete veces el diez y cinco veces el uno, teclear diez veces el diez nos forma una centena, entre otras.

El uso de la calculadora se presenta en esta situación como el medio didáctico al cual el alumno accede. Este instrumento le permite interactuar con el problema planteado, buscar la o las soluciones de este, y al mismo tiempo se convierte en elemento de validación de las estrategias y procedimientos que elige utilizar. Si al alumno le han solicitado el número 346 y en la pantalla de su calculadora aparece 364 (o cualquier otro número distinto al solicitado) inmediatamente se dará cuenta de que existe un error en su cálculo y casi sin necesidad de intervención docente o de referencia alguna por parte de su compañero de trabajo, buscará la forma de solucionar esa discrepancia. El medio didáctico, conformado por la calculadora, valida lo que el alumno realizó y le devuelve información al respecto. En este sentido, esta situación se presenta como a-didáctica, puesto que es el medio quien retroalimenta sobre la eficacia de los procedimientos utilizados y la veracidad de los resultados, y al mismo tiempo permite la retroacción por parte del alumno pues éste puede rectificar aquello que encuentra no eficaz para dar solución al problema planteado. Aquí, el conocimiento que se está favoreciendo debe aparecer, los ojos del alumno, como la solución óptima del problema al que se enfrenta (Chamorro, 2005).

Para esta situación se sugiere que el docente:

- Aproveche el error que observa en las pantallas de las calculadoras de los alumnos para promover reflexiones del tipo:

- ¿Qué número querías escribir aquí? ¿Te da el resultado que buscas? ¿Por qué crees que pasó esto?
- ¿Habrá otra forma de llegar a este número? ¿Podrías teclear otras combinaciones? ¿Cuáles se te ocurren?
- Es de suma importancia que el alumno observe su error no como un fracaso en la actividad, lo cual truncaría no sólo su aprendizaje, sino la confianza con la que enfrenta posteriores situaciones; más bien el docente debe orientarlo a que vea procedimientos que sí sabe y que son factibles de mejora.
 - ¿Quieres intentar otra forma de llegar a este número?
 - Intenta pensar en un camino más rápido para llegar a ese número
 - ¿Qué números, que puedas formar con 1 y 0, forman este número que estás buscando?
- Detecte a los alumnos que han encontrado procedimientos de resolución más económicos y promueva que compartan con su compañero de trabajo y grupalmente lo que hacen para que otros alumnos observen distintos caminos de solución.

La situación didáctica de la *teclas y números 2* se presenta como continuación de la situación anterior. Ahora el alumno podrá hacer uso de diversas estrategias que le permitan llegar al número indicado dado que no tiene restricción alguna en el uso de la calculadora.

Esta situación es una adaptación de la actividad “Cambiando sin borrar” del libro *Aprendiendo Matemáticas con Calculadora* (Gálvez et. Al., 1994). El *problema* planteado a los alumnos tiene que ver con la transformación de números y la relación que el valor posicional tiene en esas transformaciones. Las reflexiones que aquí se promuevan tendrán que ver entonces directamente con el valor posicional de las cifras dentro del número.

La variable del rango numérico en esta situación puede llevar a los alumnos a explorar hasta decenas de millar, ampliando una vez más su interacción con la serie numérica.

Los números que se han elegido para las transformaciones han sido pensados para que el alumno encuentre ciertas regularidades: sumar unidades en uno, en otro suma decenas, en uno más centenas, en otra resta unidades, decenas o centenas, etc. La elección de estas variables permitirá a los alumnos realizar elecciones y anticipaciones, tomar decisiones, llevar a cabo acciones, comunicaciones, etc., que, en el trabajo en equipo, puedan probar y validar.

El hecho de no tener restricciones en el uso de la calculadora, como en la situación anterior, permite que el alumno modifique estrategias y procedimientos de resolución, promoviendo así el avance en sus aprendizajes.

Las intervenciones docentes que para esta situación se sugieren tienen que ver con la promoción de reflexiones en torno al valor posicional de los números.

- Al inicio de la actividad se sugiere promover entre los alumnos la devolución de la consigna para asegurar que comprendieron los cambios en las consignas, los pasos a seguir, etc.
 - ¿Alguno me puede decir qué tenemos que hacer? ¿Quién va a dictar los números iniciales? ¿Quién decide qué hacer para obtener el número final?
- Haga cuestionamientos en los grupos pequeños y a nivel grupal sobre lo que sucede con los números.
 - ¿Qué le pasa al 5 cuando le sumamos 3? ¿Cambia su valor? ¿Qué tanto cambia?
 - Si después del 8 tecleamos otro número, el 2, por ejemplo, ¿qué le sucede ahora al 8? ¿Por qué pasa esto?
- Utilice contraejemplos que permitan al alumno reflexiones sobre las agrupaciones o desagrupaciones con las que está trabajando
 - Un niño me dijo que para quitar el 1 de en medio del 115 sólo debe restar 1, ¿estará en lo correcto? ¿Por qué? ¿Qué debería restar para quitarlo? Si lo quita, ¿qué número quedará ahora?

3.4.6. Situación didáctica 6: Tendedero matemático

La última situación en la secuencia didáctica es de diseño propio, si bien se pueden encontrar actividades similares con nombres idénticos en sitios de internet, esta actividad está planteada de manera original.

Después de las situaciones didácticas anteriores en las cuales los alumnos resolvieron problemas de agrupación y desagrupación, de transformación de números, de identificación del valor posicional de determinada cifra, esta situación plantea problemas de orden y comparación de números. Los aprendizajes obtenidos en las situaciones anteriores le han proporcionado al alumno una mirada diferente sobre los números, su valor, el orden de la serie numérica, gracias al uso de técnicas, estrategias y al contacto con otro tipo de problemas que implican el mismo contenido; y la situación didáctica *Tendedero matemático* pone en acción esos aprendizajes y su organización se presenta en la Tabla 7.

Tabla 7. Situación didáctica *Tendedero matemático*

SITUACIÓN 8 TENEDERO MATEMÁTICO		
Alcance Didáctico		
Que los alumnos comparen y ordenen números, a fin de que pongan en práctica los conocimientos adquiridos sobre el valor posicional.		
Problemas matemáticos	Conocimientos que se ponen a prueba	Propósito del alumno
Problemas de orden y comparación de números	<ul style="list-style-type: none">• Valor según la posición, del número dado• Orden de la serie numérica	Quedarse con el mayor número de tarjetas en el juego de comparación de números.

	<ul style="list-style-type: none"> • Comparación entre números para identificar mayor o menor valor 	
Tiempo	Organización grupal	Variables Didácticas
50 min. en cada versión	Trabajo en parejas.	<ul style="list-style-type: none"> • Rango numérico • Pares de números elegidos para llevar a cabo la comparación <ul style="list-style-type: none"> ○ 17315 y 17351 ○ 6524 y 6254
Versión 1		Versión 2
<p>Se trata de un juego en donde los alumnos podrán comparar números elegidos cuidadosamente para permitir que los alumnos generen reflexiones en torno al valor de cada dígito incluido. Deberán tomar una a una las tarjetas que se les entregan y comparar con la de su compañero, observar cuál es mayor o menor, según lo decido. Ganará cada ronda el alumno que tenga la tarjeta con el número mayor o menor, según sea el caso. Posteriormente juntarán todas las tarjetas para ordenarlas de mayor a menor y colgarlas en su tendedero.</p>		<p>Se trata de un juego en donde los alumnos podrán comparar los números escritos con letra, elegidos cuidadosamente para permitir que los alumnos continúen reflexionando en torno al valor de cada dígito expresado en palabras. Deberán tomar los letreros que se les entregan y comparar con el de su compañero, observar cuál es mayor o menor, según lo decida. Ganará cada ronda el alumno que tenga el letrero con el número mayor o menor, según sea el caso. Posteriormente juntarán todos los letreros para ordenarlos de mayor a menor y colgarlos en su tendedero.</p>

Las variables didácticas tienen relación, por un lado, con el rango numérico, la exploración llega a decenas de millar. Por otro lado, se relacionan con los números elegidos para comparar. Los alumnos observarán que aun teniendo cantidades escritas con los mismos dígitos el valor de cada uno varía significativamente, y deberán encontrar qué los hace diferentes. Las estrategias que cada pareja de alumnos utilice para llevar a cabo esta comparación, y las reflexiones que de aquí surjan serán parte de los aprendizajes que los alumnos consoliden en esta situación didáctica.

En cuanto a la organización grupal, se propone el trabajo en parejas, de forma que los alumnos puedan plantear sus reflexiones de manera más individualizada.

Las intervenciones que en esta situación el docente puede realizar deberán promover todo el conjunto de habilidades y conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de la secuencia, y se sugieren giren en torno a reflexiones que permitan a los alumnos observar las diferencias de valor en cada uno de los números que están comparando.

- Realice cuestionamientos como:
 - ¿Qué diferencias observan entre este número y el otro?
 - ¿En qué se fijan para saber que un número es mayor o menor que otro?
 - ¿Por qué creen que se puedan escribir números diferentes utilizando los mismos dígitos?
- Pida a los alumnos expliquen sus reflexiones de manera grupal, de forma que se promueva la circulación de saberes en todo el grupo.
- Lleve a los alumnos a reflexionar en torno a lo que la numeración escrita con letra dice respecto al valor de cada número y de cada dígito dentro de él:
 - ¿En qué se parece o en qué se diferencia lo que dice este letrero de lo que dice este?
 - ¿Por qué será que cuando escribimos los números con letras parecen más grandes que cuando sólo usamos números?
 - Los números, ¿se escriben como se dicen? ¿Por qué será? ¿Para qué sirve saber cómo se leen?

3.5. Síntesis del capítulo

En este capítulo planteamos lo que entendemos por secuencia didáctica, lo que implica el desarrollar una secuencia basados en un contexto específico: el aula multigrado.

En seguida describimos los elementos que justifican la gradualidad y el orden de la secuencia didáctica, así como los elementos que componen cada situación didáctica. Desarrollamos una descripción de cada una de las situaciones, así como de las versiones que la integran.

El desarrollo de cada situación y de sus versiones de forma específica se puede consultar en el Anexo 1 de este documento. En él se especifica tanto el material como las actividades y consignas que se sugieren para cada versión de cada situación didáctica.

Capítulo 4. Conclusiones

Las conclusiones que se presentan en este capítulo dan respuesta a la pregunta de investigación que ha guiado este trabajo: ¿cómo favorecer el aprendizaje del valor posicional en alumnos de segundo ciclo de una escuela primaria multigrado?

Para responder a esta pregunta se explicará el proceso seguido y que lleva al diseño de la secuencia didáctica planteada.

Realizamos un análisis de la modalidad de educación multigrado para la que se plantea la secuencia didáctica, sus ventajas, dificultades, las oportunidades didácticas que ofrece, así como los retos a los que se enfrenta. Enseguida se analizaron nociones relacionadas con la matemática escolar, es decir, los procesos que se han documentado se llevan a cabo para enseñar matemáticas en aulas multigrado. Luego, se presentó el objeto de estudio de esta investigación, los aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del objeto de enseñanza “valor posicional”. A continuación, se problematizó la importancia de las intervenciones didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para concluir, se plantearon las preguntas y objetivos de esta investigación.

La fundamentación teórica permitió tomar elementos de la TSD que, aplicados a la modalidad multigrado, sirvieron de referencia para el diseño de cada situación de la secuencia didáctica. Igualmente, el análisis curricular permitió delimitar algunas de las variables didácticas que se eligieron. La inclusión del contexto de juego en la secuencia se derivó del análisis de la pertinencia de este tipo de escenario en el aprendizaje de las matemáticas, así como de flexibilidad de éste para su adaptación a las diversas situaciones didácticas.

El primer planteamiento de esta investigación incorporó en sus objetivos la implementación y evaluación de la secuencia didáctica diseñada, sin embargo, debido a la contingencia sanitaria por COVID 19 fue necesario modificar la metodología de trabajo, dejando estos dos elementos para posteriores investigaciones. No obstante, se realizó una aplicación previa de algunas situaciones didácticas de la secuencia que permitieron identificar los conocimientos matemáticos que se ponían en acción los alumnos y la forma

en que funcionan las situaciones planteadas como juegos, esto permitió tomar la decisión de que la secuencia se construyera con situaciones didácticas en contexto de juego. Los elementos que el entorno de juego incorporaron a la secuencia, hipotetizamos permitirá mantener en constante uso la circulación de saberes (Santos, 2011) presente en el aula multigrado, manipular variables didácticas que ponen en evidencia los conocimientos previos de los alumnos, así como las construcciones en torno al valor posicional que van realizando; y al mismo tiempo, permite observar las diversas ayudas (Block, Ramírez y Reséndiz, 2015) que se manifiestan en el aula multigrado entre alumnos y del docente hacia los alumnos en diversos momentos.

Tomando en cuenta los elementos mencionados, se diseñó la secuencia didáctica formada por seis situaciones didácticas, cada una de ellas con dos o tres versiones, dando un total de once situaciones didácticas, planteada en contexto de juego y con variables didácticas que postulan una ruta hipotética para el aprendizaje del valor posicional. Es importante recalcar que es necesario probar tal ruta dentro de un aula de segundo ciclo de una escuela multigrado para poder analizar su pertinencia en cuanto al orden de las situaciones, el establecimiento de rangos numéricos que se trabajan en cada situación didáctica, el alcance didáctico y las intervenciones docentes.

4.1. Sobre el diseño y uso de recursos didácticos para aulas multigrado

Diseñar, adaptar, rediseñar e implementar recursos didácticos para aulas multigrado supone la entrada a una variedad importante de realidades que se ponen en juego, que van desde trabajar con alumnos de distintas edades, grados escolares, niveles de asimilación de los contenidos; hasta la diversidad de objetos, materiales concretos, portadores de información que se pueden encontrar dentro del aula, entre otros muchos elementos. Cada uno de estos recursos son elegidos por el docente con una finalidad didáctica, puesto que se pretende movilizan ciertas dinámicas de clase, generen ciertas interacciones entre los alumnos, que promuevan el trabajo simultáneo y de esta manera se aprovechen mejor los tiempos lectivos.

La secuencia didáctica presentada busca ser uno de estos recursos didácticos que el docente del aula multigrado tenga a su alcance para el desarrollo de las clases de matemáticas en el aula de 3° y 4° grados de primaria. Para que funcione como recurso didáctico consideramos que debe tener la característica de ser flexible en su uso y aplicación, puesto que, ¿qué caracteriza más a un aula multigrado sino la diversidad y la flexibilidad tanto en alumnos, contenidos curriculares, materiales y recursos? A este respecto, se enumeran a continuación los usos y aplicaciones que para esta secuencia didáctica se sugieren:

- La secuencia didáctica (SD) tiene una finalidad relacionada con el aula multigrado: favorecer la circulación de saberes en torno al valor posicional. Está planteada como un “todo” que aporta a la comprensión de este principio rector del SND. La organización multigrado ha sido el criterio que ha regido la secuenciación de cada una de las situaciones y sus versiones, la elección de variables didácticas y las sugerencias de intervención docente.
- Está diseñada para segundo ciclo de primaria (3° y 4° grados) por ser el valor posicional un elemento multiplicativo del SND, y es en estos grados cuando los problemas multiplicativos adquieren dinamismo en la enseñanza. Sin embargo, es posible implementar esta secuencia para otros ciclos e incluso para grados escolares específicos, teniendo en consideración las características tomadas en el diseño.
- En cuanto al orden de implementación, se sugiere que para términos de investigación se aplique tal como fue diseñada, puesto que este orden hipotetizamos permitirá observar la progresión en el desarrollo de habilidades, estrategias y conocimientos relacionados con el aprendizaje del valor posicional. Sin embargo, en cuanto a la aplicación en el aula de clases se refiere, el docente que elija implementarla podrá hacer un uso flexible de esta SD, porque, si bien está planteada, como dijimos anteriormente, como un todo, cada una de las situaciones se desarrolló con un propósito específico, con variables didácticas acotadas a esa situación, con material diseñado específicamente para ella, y actividades y consignas que le son propias.

- Al elegir qué situación implementar en el aula, se sugiere que el docente tome en cuenta las características de la modalidad en la cual aplica la situación elegida, las características del grupo-de los alumnos-, su nivel de conceptualización del conocimiento matemático. Si le es favorable para un equipo iniciar con una versión y a otro equipo sugerir otra versión, puede realizarse de esta forma.
- Se sugiere al docente del aula multigrado que favorezca la circulación de saberes por medio de una puesta en común al final de la implementación realizada, aunque hayan utilizado diversas versiones de la situación o incluso situaciones diferentes en el mismo periodo lectivo.

4.2. Sobre el aprendizaje de los alumnos

Al inicio el capítulo 3 se presentó una tabla (Cfr, Tabla 1) que muestra tanto los conocimientos que cada una de las situaciones didácticas diseñadas intenta desarrollar, como el criterio que describe la elección de dicha situación en el lugar que actualmente ocupa dentro de la secuencia. Este orden planteado podría posibilitar la gradualidad necesaria para que los alumnos vayan adentrándose y comprendiendo el objeto matemático “valor posicional”.

Las situaciones del *Cajero (versión 1, 2 y 3)* podrían favorecer que los alumnos hagan uso del conteo, la equivalencia y las agrupaciones y desagrupaciones decimales. El uso de fichas de colores permitiría observar y trabajar manipulativamente con la equivalencia. Este elemento mantiene el esquema de enseñanza común en los salones de clases de 1° y 2° grados, siendo familiar para los alumnos, y otorgándoles de este modo una puerta de acceso conocida para entrar a estas situaciones, y con ello, a la secuencia en general. En la versión *Cajero 2* se elimina el recurso de las fichas de colores y se opta por el uso de dinero didáctico, que es un recurso por demás familiar para los alumnos. Al llegar a *Cajero 3* se expone a los alumnos al uso de la serie numérica en cuanto tal, sin material concreto. En cuanto al rango numérico, se comienza con un acercamiento paulatino con la serie numérica, que se extiende hasta decenas de millar en *Cajero 3*.

La situación *La feria* da un salto importante pues implica para los alumnos puedan operar con las agrupaciones y desagrupaciones que se pide en cada problema planteado para esta situación. Por otro lado, se elimina la equivalencia entre colores y valores decimales, confrontando al alumno con el sistema de numeración en cuanto tal, llevándole a observar regularidades, y a reflexionar en torno a ellas.

La situación *Guerra de cartas* da un paso más, se pretende poner al alumno en la necesidad de comparar números de diversa cantidad de cifras, haciendo uso de la oralidad y la escritura numérica, y con ello, permitiéndole reflexionar sobre lo que tanto oralidad como escritura numérica dicen del valor posicional de los números; poniendo también en juego las hipótesis que los alumnos puedan tener respecto a cómo se forman y cómo se leen los números cada vez más grandes.

La situación de la *La tiendita* intenta favorecer que los alumnos se ubiquen en un escenario cotidiano y, por ello, accesible para el uso de los números. El contexto de uso de dinero permite a los alumnos operar con la suma y la resta de manera directa, y permite también observar los procedimientos multiplicativos que en estos grados escolares el alumno comienza a utilizar.

Las situaciones *Teclas y números 1* y *Teclas y números 2* favorecerían poner en marcha conocimientos como el conteo, el valor posicional, las agrupaciones y desagrupaciones decimales, y el manejo que se hace de estas, permitiendo a los alumnos construir números de varios dígitos con diversas formas de agrupación. Como docentes nos permite observar las relaciones numéricas que el alumno ha ido construyendo al mantenerse en un contacto sostenido con la serie numérica.

Finalmente, *Tendedero matemático* favorecería que los alumnos comparen números, estableciendo relaciones de inclusión jerárquica en términos de mayor que, menor que o igual que.

De manera general, la ruta didáctica que la secuencia podría permitir al alumno desarrollar y poner en práctica las habilidades, estrategias y conocimientos matemáticos necesarias para la comprensión y el uso del valor posicional de los números en la serie

numérica y su aplicación en las operaciones básicas. Las diversas situaciones posibilitan que el alumno mantenga un contacto continuo con el valor posicional de los números para trascender de la enseñanza de la posicionalidad a partir de una forma de representación no posicional, de manera que el alumno pueda ir construyendo y reorganizando sus conocimientos respecto a este elemento central del SND (Broitman, 2010).

4.3. Sobre las intervenciones docentes

En el capítulo 1 se presentaron algunas ventajas de la modalidad multigrado. Reconocemos que la diversidad de habilidades, conocimientos e intereses de los alumnos es una potencialidad que es necesario aprovechar dentro de las aulas de esta modalidad educativa.

Las tareas específicas que se asignan a los alumnos, así como las ayudas que reciben y otorgan conforman el medio didáctico de que disponen en el aula multigrado para el aprendizaje. Estas ayudas ocurren a través de interacciones, casi siempre verbales, que se manifiestan de diversas formas según los sujetos que intervienen y el propósito con que se hacen (Block, Ramírez y Resendiz, 2015). A continuación se categorizan algunas de las intervenciones docentes, entendidas como “las decisiones que los docentes toman sobre cómo los alumnos van a interactuar con los conocimientos matemáticos que se pretende desarrollar” (García y Solares, 2022, p. 33), que se sugieren para la aplicación de la secuencia didáctica diseñada, pues como docente estoy convencida de que nuestra intervención, facilita u obstaculiza la construcción del aprendizaje por parte de los alumnos; y en este sentido, las intervenciones sugeridas, pretenden crear conciencia y modelar el tipo de intervención que, en el desarrollo de las situaciones didácticas diseñadas, el docente puede ofrecer. Es importante recalcar que lo que se dice para una situación es aplicable a otras, en términos generales, aunque para algunas situaciones el tipo de intervenciones sugeridas sea específico para tal situación.

En cuanto a los *conocimientos de los alumnos*, es importante que se reconozca, como se ha mencionado, la forma en que se puede potenciar su participación en su proceso de aprendizaje, tanto en individual como en colectivo. Es necesario que la intervención docente

encamine a los alumnos a observar similitudes, diferencias, crear relaciones, respecto al saber matemático que se promueve, promoviendo y planificando el intercambio de conocimientos entre los alumnos de los grados que se atienden (García y Solares, 2022). Al respecto, se sugiere que:

- Priorice las reflexiones de los niños, preguntando sobre sus ideas, ¿por qué piensas eso? Recordemos que los niños saben mucho de matemáticas, quizá sus ideas requieran aún ciertos acomodados y aprendizajes nuevos, y por eso es importante la oportuna intervención docente, con los cuestionamientos adecuados.
- Observe los procedimientos multiplicativos que dispone y usa el alumno. Recuerde que lo que el alumno hace habla de lo que sabe respecto al tipo de problemas que se le plantean.
- Guíe las reflexiones de los alumnos con preguntas como ¿Qué cantidad debes pagar? ¿Cómo llegaste a esa cantidad? ¿Con qué monedas o billetes puedes formar esa cantidad (diferente de la que ya usaste)? ¿Qué podrías hacer para saber cuánto debes pagar en total? ¿Qué hiciste aquí (señalando el procedimiento que se quiere que el alumno explique)? ¿Cómo hiciste esta operación (suma, resta, multiplicación)?
- Cuando observe que los procedimientos usados por el alumno pueden evolucionar plantéele el reto de hacerlo: ¿Crees que puedas resolver esto de manera diferente? ¿Y si intentas otra forma de resolver esto? Aquí se trata de favorecer la progresión de procedimientos en el alumno, no de eliminar los procedimientos que le permiten el acceso a la resolución de la situación. El alumno debe dar evidencia de que está listo para realizar esa evolución procedimental, por ejemplo, si a veces usa multiplicaciones pequeñas en vez de sumas iteradas, está dando cuenta de que puede ya dar el paso al uso de la multiplicación, porque está comprendiendo que la multiplicación es un procedimiento más compacto que la suma iterada.
- Solicite ejemplos de sus estrategias a los alumnos para quienes la multiplicación ya es más accesible: ¿Puedes decirnos cómo llegar a este resultado? ¿Qué hiciste tú para resolver esto?

- Pida a los alumnos que expliciten las estrategias que utilizaron. Sírvese de preguntas como ¿Cómo le dirían a un niño de otro salón cómo ganar este juego?
- Detecte a los alumnos que han encontrado procedimientos de resolución más económicos y promueva que compartan con su compañero de trabajo y grupalmente lo que hacen para que otros alumnos observen distintos caminos de solución.
- Haga cuestionamientos en los grupos pequeños y a nivel grupal sobre lo que sucede con los números, por ejemplo: ¿Qué le pasa al 5 cuando le sumamos 3? ¿Cambia su valor? ¿Qué tanto cambia? Si después del 8 tecleamos otro número, el 2, por ejemplo, ¿qué le sucede ahora al 8? ¿Por qué pasa esto?
- Realice cuestionamientos como: ¿Qué diferencias observan entre este número y el otro? ¿En qué se fijan para saber que un número es mayor o menor que otro? ¿Por qué creen que se puedan escribir números diferentes utilizando los mismos dígitos?
- Pida a los alumnos expliquen sus reflexiones de manera grupal, de forma que se promueva la circulación de saberes en todo el grupo.

En cuanto a las *variables didácticas*, se sugiere que:

- Brinde intervenciones dirigidas a todo el grupo, un equipo o un alumno en particular. Se sugiere que dichas intervenciones, sean a petición de los alumnos o por iniciativa del docente, propicien las reflexiones que en torno al valor posicional se quieren suscitar. Preguntas como ¿qué sucede si colocas esta carta en otra posición? ¿Cuánto valdría entonces? ¿Pueden ocupar estas dos cartas la misma posición? ¿Se podrán acomodar de otra forma tus cartas para formar un número mayor/menor?
- Decida si el juego se inicia con una ronda donde se juegue sólo con unidades y se incremente en cada ronda el rango numérico o se inicia directamente con números de tres o más dígitos, según el conocimiento que tenga del grupo a su cargo. Puede también intervenir sugiriendo se juegue por el número menor, es decir, que los alumnos formen el menor número posible con la cantidad de cartas elegida.

En cuanto a *aprovechar el error*, se sugiere que:

- Se respeten los procesos de pensamiento de los niños, evitando afirmaciones como “ahí estás mal, corrígelo”, y promoviendo reflexiones con preguntas como “¿cuántas fichas quieres juntar? ¿cuántas fichas de este color necesitas para cambiarlas por una ficha de mayor valor? ¿vale lo mismo esta ficha que todas estas? ¿podrías organizar de otra forma la cantidad de fichas que estás pidiendo al cajero?”
- Aprovechar el error como elemento de aprendizaje, puesto que el error más allá de manifestar lo que el alumno “no sabe” evidencia lo que sí sabe, aunque esto requiera ciertos acomodos todavía. Se pueden utilizar cuestionamientos como “¿por qué piensas que debe ser así?, ¿me puedes explicar cuánto valen estas fichas? ¿es mejor tener sólo fichas azules o será necesario cambiarlas por rojas?”
- Aproveche el error que observa en las pantallas de las calculadoras de los alumnos para promover reflexiones del tipo: ¿Qué número querías escribir aquí? ¿Te da el resultado que buscas? ¿Por qué crees que pasó esto? ¿Habrá otra forma de llegar a este número? ¿Podrías teclear otras combinaciones? ¿Cuáles se te ocurren?
- Es de suma importancia que el alumno observe su error no como un fracaso en la actividad, lo cual truncaría no sólo su aprendizaje, sino la confianza con la que enfrenta posteriores situaciones; más bien el docente debe orientarlo a que vea procedimientos que sí sabe y que son factibles de mejora. ¿Quieres intentar otra forma de llegar a este número? Intenta pensar en un camino más rápido para llegar a ese número. ¿Qué números, que puedas formar con 1 y 0, forman este número que estás buscando?

En cuanto al *uso del contraejemplo*, se sugiere:

- Utilizar contraejemplos como: “Un niño que estudia en otra escuela me dijo que, si en el dado caen 5 y 5 es mejor pedir una ficha roja que 10 azules, ¿se puede hacer eso? ¿ustedes creen que es mejor? ¿por qué?” De esta forma el docente evita

indicaciones que limitan las reflexiones del alumno y promueve la aparición de estrategias en torno al funcionamiento de la equivalencia.

- Utilizar contraejemplos que permitan al alumno reflexiones sobre las agrupaciones o desagrupaciones con las que está trabajando, por ejemplo: Un niño me dijo que para quitar el 1 de en medio del 115 sólo debe restar 1, ¿estará en lo correcto? ¿Por qué? ¿Qué debería restar para quitarlo? Si lo quita, ¿qué número quedará ahora?

En cuanto a *recordar la consigna*, se sugiere:

- Pedir a los alumnos que recuerden qué consigna o consignas se dieron al inicio del juego, por ejemplo, intervenir diciendo: “Recuerden que cuando junten 10 fichas rojas pueden cambiarla por una amarilla. Y cuando tengan 10 amarillas pueden cambiarla por una verde. Gana el que primero obtenga la ficha verde.”
- Al inicio de la actividad se sugiere promueva entre los alumnos la devolución de la consigna para asegurar que comprendieron los cambios en las consignas, los pasos a seguir, por ejemplo: ¿Alguno me puede decir qué tenemos qué hacer? ¿Quién va a dictar los números iniciales? ¿Quién decide qué hacer para obtener el número final?

En cuanto a la *circulación de saberes*, se sugiere:

- Permitir que las preguntas que surjan en torno al valor de las fichas, cuántas y de qué color se le piden al cajero, sean contestadas por los mismos niños, es decir, permitir y promover la circulación de saberes entre ellos. Esto es importante debido a la modalidad multigrado, que alumnos del mismo grado se den apoyo entre ellos, que lo haga un alumno de un grado superior con un alumno del grado inferior, o que esa ayuda que se proporcionen lo hagan a solicitud del docente (Block, Ramírez y Resendiz, 2011).

- Promover la circulación de saberes (Santos, 2011) entre todos los alumnos debido a que el rango numérico de decenas de millar no es lo esperado curricularmente, para los alumnos de 3º.

Una intervención didáctica importante, que no figura dentro de las sugerencias específicas para cada situación de aprendizaje pero que forma parte de toda la secuencia didáctica, tiene que ver con la *adaptación de los juegos o situaciones didácticas originales*. Adaptar una situación que se presenta en contexto de juego va más allá de hacerle modificaciones en el rango numérico que permite abordar o en el material que se utiliza, es necesario que esta situación permita al alumno acceder a nuevos procedimientos de resolución, a nuevas estrategias y a nuevos conocimientos relacionados con el objeto de aprendizaje que se está favoreciendo.

Para realizar las adaptaciones que se plantean en las diferentes situaciones que se presentan, se siguieron dos criterios fundamentales: por un lado, que la situación favoreciera la interacción de alumnos en el aula multigrado; en todo momento se ha tenido presente la problemática y las ventajas didácticas que ofrece esta modalidad educativa, y esto ha guiado cada decisión que el rediseño de las situaciones didácticas ha implicado. Como afirman García y Solares (2022) “las intervenciones didácticas se inician desde que se eligen las actividades y/o situaciones de aprendizaje, las formas de organizar el trabajo (individual, en equipos...) y los recursos didácticos que se usarán, entre otras” (p. 33)

Consideramos importante el favorecer en todo momento las ayudas (Block et al., 2015) que entre alumnos de ambos grados puedan intercambiar. Por otro lado, el segundo criterio que ha permitido realizar estas adaptaciones es el propio contenido matemático, es decir, el valor posicional. Cada situación permite explorar las relaciones implícitas al SND, así como posibilita al alumno establecer regularidades y con ello ahondar en la comprensión del valor posicional.

Es importante que el docente que elija implementar esta secuencia didáctica tome en cuenta estos dos criterios para realizar las adaptaciones particulares que cada escuela y cada grupo multigrado requerirá.

4.4. Reflexiones finales

Para concluir este capítulo queremos hacer unas reflexiones en torno a elementos que consideramos importantes.

El diseño y rediseño de situaciones didácticas que conforman secuencias supone un ejercicio de análisis que toma en cuenta la realidad de los alumnos para quienes se diseña o rediseña alguna situación. Va más allá de reunir una serie de actividades, es necesario tomar en cuenta las características propias de la realidad educativa que se pretende impactar, sus ventajas, sus retos. Por otro lado, se requiere un análisis de cada una de las situaciones que se desea integrar en la secuencia, un análisis en dos sentidos: al interior de la situación y en conjunto con el resto de las situaciones. Al interior de cada situación es importante observar los mecanismos matemáticos que pone en funcionamiento la actividad elegida, los conocimientos que la soportan y los que genera como nuevo aprendizaje, cómo “interactúa” con otras situaciones, qué tanta flexibilidad permite, si requiere o no el acompañamiento del docente para poder llevarla a cabo, entre otros elementos. El análisis de las situaciones que se quieren ensamblar para lograr una secuencia didáctica requiere observar a nivel general que, en conjunto, tales situaciones aporten desde su individualidad a la construcción del conocimiento matemático que se pretende favorecer, que la gradualidad que ofrece una permita a la siguiente seguir explorando el camino de construcción del conocimiento. Sólo de esta manera se puede pensar que situaciones tomadas de autores y contextos diversos pueden formar una secuencia didáctica.

Este ha sido un reto en el diseño de esta secuencia didáctica: ir encontrando el punto de unión entre cada situación, permitiendo, al mismo tiempo, que cada una mantenga su originalidad. Conservar y promover lo que en matemáticas llamaríamos la “parte-todo”.

Otra consideración en el diseño de toda situación y secuencia didáctica es la elección de variables didácticas, ya que éstas permitirán poner el funcionamiento habilidades,

estrategias y conocimientos necesarios para la consecución del objetivo general de la secuencia. El tipo de problemas que se plantean, el rango numérico con el que se trabaja, el material didáctico de que disponen los alumnos, el tiempo que se dedica a la realización de la actividad, son solo algunos ejemplos de las variables didácticas que pueden manipularse. Se requiere también un ejercicio de reflexión respecto a las que se decida incluir en cada situación con la finalidad que resulten como elementos que favorezcan la construcción del aprendizaje.

Las intervenciones docentes son otro elemento que requiere observación, análisis y reflexión al diseñar y rediseñar situaciones didácticas. Estas intervenciones, entendidas como “las decisiones que los docentes toman sobre cómo los alumnos van a interactuar con los conocimientos matemáticos” (García y Solares, 2022, p. 33), desde una postura de mediador en el proceso de construcción del aprendizaje por parte de los alumnos, impactarán significativamente en ese proceso. Todo lo que le docente hace, dice u omite dentro del salón de clases “dice” algo a los alumnos. Por esto es importante que toda intervención que hagamos esté encaminada a dar un lugar protagónico en la construcción del aprendizaje al alumno, respetando sus procesos de desarrollo, de adquisición de conocimientos, llevándolo a alcanzar metas que pudieran parecerle inalcanzables, modelando los procedimientos a seguir cuando sea necesario, permitiendo las interacciones entre pares que tanto bien hacen en el camino de construcción de conocimiento a todos los alumnos, aprovechando los errores que aparecen no para señalarlos peyorativamente sino para, desde ahí, construir lo que necesitan los alumnos. De aquí que toda intervención se planee anticipadamente, y cuando surja la necesidad de manera espontánea en el salón de clases, que, en la intervención que hagamos como docentes, prime en todo momento el respeto por la dignidad de la persona de los alumnos y por sus procesos de aprendizaje.

Queremos motivar a docentes e investigadores a plantear un estudio donde se pueda implementar la secuencia didáctica que, como se ha mencionado anteriormente, era un propósito inicial de esta investigación. Será necesario, se tomen en cuenta las sugerencias que ya se han mencionado tanto de adaptación como intervención, considerando las

características del aula multigrado. Asimismo, destacamos que un rediseño de la secuencia didáctica de esta investigación se incluye en un material para maestros que reúne un conjunto de secuencias didácticas para la enseñanza del español y las matemáticas en primarias multigrado (ver Rodríguez, Cano y Durán, 2022). Consideramos que este rediseño (ver Anexo 2), aunque es una versión diferente a la presentada en esta investigación, también puede ser un aporte a la práctica de docentes multigrado.

Finalmente, es necesario recalcar la importancia de seguir desarrollando estudios de corte didáctico para apoyar la práctica del docente multigrado para aportar a la manera garantizar una educación de calidad a todos los niños del país, independientemente de la modalidad educativa a la que tengan acceso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alagia, H., Bressan, A., Sadovsky, P. (2005). Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática. 1ª Ed. Buenos Aires. Libros del Zorzal.

Ávalos, O. (2016). Conocimientos sobre el valor posicional en alumnos de sexto grado de primaria. [Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Querétaro. México.] Repositorio Institucional- Universidad Autónoma de Querétaro. <http://ri-ng.uaq.mx/handle/123456789/293>

Bedoya, N. M. (2013). Comprensión del valor de posición y composición numérica. Memorias, 11(20), 99-110.

Bedoya, E. y Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. En Comunicación, Lenguaje y Educación. 11-12, pp. 55-62.

Belmonte, J.M. (2005) en Chamorro, M. d. (2005). Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil. España: PEARSON.

Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2015). Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 20(66), 711-735.

Broitman, C., Grimaldi, V., Ponce, H. (2012). El valor posicional: reflexiones y propuestas para su enseñanza. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Santillana.

Broitman, C. (2010). Las operaciones en el primer ciclo: aportaciones para el trabajo en el aula. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico.

Broitman, C., Escobar, M., Sancha, I., Urretabizcaya, J. (2015) Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria. Revista Yupana 8 (14), 11-30.

Broitman, C.; Escobar, M. y Sancha, I. (2016) La gestión de la clase de matemática en las aulas plurigrado de escuela primaria. En: *Seoane, V. (coord. ed.). III Seminario Nacional de la Red Estrado: Formación y trabajo docente: Aportes a la democratización educativa*. Ensenada, La Plata. Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. ISBN 978-950-34-1357-9. En <http://libros.fahce.unlp.edu.ar/index.php/libros/catalog/book/67>

Brousseau, G.; (2000) Educación y Didáctica de las Matemáticas. Educación Matemática. No. 12, abril 2020. México.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Libros del Zorzal, Argentina (traducción Dilma Fregona).

Bustos, A. (2006). Los grupos multigrado de educación primaria en Andalucía. Granada: Editorial de la Universidad de Granada. Recuperado de <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/1020/16158933.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Bustos, A (2010). Aproximación a las aulas de escuela rural: heterogeneidad y aprendizaje en los grupos multigrado. Revista de Educación, 352, 353- 378.

Chamorro, M. d. (2005). Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil. España: PEARSON.

Charnay, R. (1958) en Broitman, C. (2010). Las operaciones en el primer ciclo: aportaciones para el trabajo en el aula. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico.

CIAE, INEE y Mineduc (2018). Manual Promate. Pauta de observación de clases de matemáticas impartidas por profesores principiantes. México: autor

Delval, J. (1997). El desarrollo humano. Madrid. Siglo XXI.

Díaz Barriga, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf

Dolz, J. (2000). Las Actividades Metaverbales en la Enseñanza de los Géneros Escritos y Orales. En Camps, A.& Milian, M. El Papel de la Actividad Metalingüística en el Aprendizaje de la Escritura. Rosario: Homo Sapiens.

Fregona, D. y Orús, P. (2011) La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática, Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Fuenlabrada, I; Block, D; Balbuena, H; Carvajal, A., (1992). Juega y aprende matemáticas. Actividades para divertirse y trabajar en el aula. México; SEP, Libros del Rincón.

Fuenlabrada, I. y Weiss, E. (coords.) (2006). Las prácticas escolares y docentes en las escuelas multigrado de la educación primaria. Informe de investigación. México: Conafe/DIE-Cinvestav

Gallego, G y Uzuriaga, V. (2015). Implicaciones en la comprensión de valor posicional. XIV Conferencia Interamericana de Matemática Educativa. Chiapas, México.

Galván, L., Espinosa, L. (2017). Diversidad y prioridades educativas en escuelas multigrado. Estudio De caso en México. Sinéctica, (49) Recuperado en 12 de diciembre de 2019, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2017000200005&lng=es&tlng=es

Galván, L., Solares, D., Espinosa, L. (2018). Recursos pedagógicos para la enseñanza. Una noción desde el aula multigrado. En Cano, A., Ibarra, E., coords. (2018) Vulnerabilidad, innovación y prácticas docentes en escuelas multigrado. CDMX. Editora Nómada. Recuperado en 25 de agosto de 2021, de <https://escuelarural.net/IMG/pdf/EscuelasMultigradoDigital.pdf>

Gálvez, G; Navarro, S; Riveros, M; Zanocco, P. (1994). Sólo con unos y ceros. En Aprendiendo matemáticas con calculadora. Ministerio de Educación de Chile

González, A. (2004). Planificación de una secuencia didáctica numérica. En Saiz, I. (2004) Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos. (pp. 87-107). Buenos Aires: Novedades Educativas.

González Peralta, A., Molina Zavaleta, J., & Sánchez Aguilar, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 26(3), 109-133. Recuperado en 08 de junio de 2021, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262014000300109&lng=es&tlng=es.

Hunter, J. & Turner, I. (1994). Aprender conceptos numéricos de unidades múltiples y comprender el valor posicional decimal. *Psicología Educativa*. 14(3), 269-282.

Ifrah, G. (1987). *Las cifras, historia de una gran invención*. Madrid: Alianza Editorial.

INEE (2019a). *La educación multigrado en México*. México: autor.

INEE (2019b). *Directrices para mejorar la educación multigrado*. México: autor.

Juarez, D. y Rodríguez-Solera, C. (2016). Factores que afectan a la equidad educativa en escuelas rurales de México. *Pensamiento Educativo*. 53. 1-15.

Juárez, D., Vargas, P. y Vera, J. (2015). Condiciones de trabajo y prácticas didácticas de profesores que atienden escuelas primarias rurales en México. *Revista Senderos Pedagógicos*, 6, 15-27.

Kamii, C. (1994). Las cifras y el valor de la posición como objetivos. En Kamii (1994) *El niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget* (pp. 61- 71). España: Visor.

Lerner, D. (1992). El valor posicional. En Lerner, D. (1992) *La matemática en la escuela aquí y ahora* (pp.155-207). Buenos Aires: Aique.

Lerner, D. (2005). ¿Tener éxito o comprender? Una tensión constante entre la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración. En Alvarado, M, y Brizuela, B. (comps.) (2005), *Haciendo Números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia* (pp.147-197). México: Paidós.

Lerner, D. (2001). *Didáctica y Psicología una perspectiva epistemológica*. Castorina, J. A. (comp), *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Buenos Aires, Eudeba.

Lerner, D., Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Ley General de Educación. Diario Oficial de la Federación. México. Cd. De México. 30 de septiembre de 2019.

Martínez Rizo, F., adapt. Garduño, V. (2017). Las primarias comunitarias y su desempeño. *RED-INEE*, 7, 30-35.

Mercado, R. (1999). *El trabajo docente en el medio rural*. México: SEP.

Popoca, C. (coord.); Cabello, M.e.; Cuervo, A.; Estrada, M.; Hernández, M.; Reyes, M. L. y Sánchez, A. (2006). *Escuelas multigrado. Retos y necesidades de cambio en las escuelas multigrado. Estudio exploratorio*, México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Price, P. S. (2001). The development of year 3 students' place value understanding: Representations and concepts (Tesis doctoral, Queensland University of Technology, Brisbane, Australia). Recuperado de http://eprints.qut.edu.au/15783/1/Peter_Price_Thesis.pdf

Reyes Vázquez, María del C., y Varela Ávila, C (2014). Consideraciones sobre el sistema de numeración decimal. *Revista Conrado* [seriada en línea], 10 (45). pp.50-58. Recuperado el 30 de septiembre del 2021, de <http://conrado.ucf.edu.cu/>

Reséndiz, L., Block, D. y Carrillo, J. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Educación Matemática*, 29(2), 99-123.

Rockwell, E., Rebolledo, V. (coord.). *Yoltocah: Estrategias didácticas multigrado*. México, Autores, 2016.

Rodríguez Hernández, B.A. (Coord.) (2022). Enseñar español y matemáticas en aulas multigrado. Compendio de secuencias didácticas. Cano Ruiz, A., Coord., 1ª ed. Aguascalientes-San Luis Potosí: CENEJUS-UASLP.

Ruiz, L. (2005). Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil. En Chamorro, Ma. Del C. (Coord.) (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Prentice Hall.

Sadovsky, P. (2005). "La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática" en Alagia, H., Bressan, A. y Sadovsky, P.: *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Sánchez, E., Hoyos, V., y López, G. (2011). "Sentido numérico y pensamiento algebraico". En SEP, *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares*. México: SEP, 33-54.

Santos, L. (2011). Aulas multigrado y circulación de los saberes: especificidades didácticas de la escuela rural. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 15 (2), 71-91.

Schmelkes, S., Águila, G. (Eds.) (2019) *La educación Multigrado en México*. Cd. De México, México: INEE.

Secretaría de Educación Pública. (s.f.). Planes 2018. Licenciatura en Educación Primaria. <https://www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/124>

SEP (2005). *Propuesta Educativa Multigrado 2005*. México: Autor.

SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: Autor

SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. México: Autor

SEP (2019). *Matemáticas. Primer Grado*. México: Autor.

SEP (2019). *Matemáticas. Segundo Grado*. México: Autor.

SEP (2019). *Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Tercer Grado*. México: Autor.

SEP (2019). *Desafíos Matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto Grado*. México: Autor.

Terigi, F. (2013) El aprendizaje del sistema de numeración en el contexto didáctico del plurigrado. Universidad Autónoma de Madrid. Madrid.

Terigi, F. y Buitron, V. (2013). Los aprendizajes sobre el sistema de numeración en el primer ciclo en escuelas primarias urbanas. Estudio exploratorio en distintos contextos didácticos. Educación, Lenguaje y Sociedad, 10(10),13-41.

Terigi, F., Wolman, S. (2007) Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. Revista Iberoamericana de Educación. N.º 43 (2007), 59-83.

Zepeda, G. (2020). La práctica docente en matemáticas en un aula primaria multigrado. Universidad Autónoma de Querétaro. Querétaro. Recuperado de <http://ring.uaq.mx/jspui/handle/123456789/2476>

ANEXOS

ANEXO 1. SECUENCIA DIDÁCTICA

SITUACIÓN 1: El cajero

Versión 1 (fichas colores)

1. Problema matemático

Problemas de conteo y agrupación decimal

2. Conocimientos

- Conteo
- Equivalencia
- Agrupación decimal

3. Propósito del maestro

Que los alumnos practiquen los agrupamientos de diez en diez, para profundizar su conocimiento sobre el sistema decimal de numeración y sobre los procedimientos para sumar y restar.

4. Propósito del alumno

Ser el primero en obtener la centena para ganar el juego.

5. Actividad

- El maestro organiza a los alumnos en equipos de cuatro niños.
- Entrega a cada equipo dos dados y una bolsa de plástico con 40 fichas azules, 40 fichas rojas y una ficha amarilla. Pueden jugar sobre una mesa o en el piso.
- La primera vez que juegan, el maestro escribe en el pizarrón el valor de las fichas.
 - La ficha azul vale uno.
 - La ficha roja vale 10 fichas azules.
 - La ficha amarilla vale 10 fichas rojas.
- En cada equipo se ponen de acuerdo para que uno de los integrantes sea el cajero. Al niño que le tocó ser el cajero se le entregan los dados y la bolsa con todas las fichas.
- En su turno, cada jugador lanza al mismo tiempo los dados, suma los puntos obtenidos y pide la cantidad de fichas correspondientes.
- El cajero entrega al jugador que lanzó los dados tantas fichas como su compañero le pida, sean azules o la equivalencia de las rojas. Por ejemplo, si

un dado cayó en el seis y el otro en el cinco, el cajero puede entregar once fichas azules, o una roja y una azul. SIEMPRE será el jugador en turno quien pida la cantidad de fichas que haya obtenido, y quien haga la equivalencia entre fichas.

- g. Cuando los jugadores que lanzan los dados reúnen diez fichas azules, le pueden pedir al cajero que se las cambie por una roja, y cuando reúnen diez rojas le pueden pedir que se las cambie por una amarilla.
- h. Gana el juego el jugador que obtenga primero la ficha amarilla.
- i. Devuelven todas las fichas y le toca a otro niño ser el cajero.
- j. Se juegan cuatro rondas (si el tiempo lo permite) y se alternarán los alumnos que serán el cajero. De no ser posible las cuatro rondas, se considera necesario que se jueguen, por lo menos, dos rondas.

6. Consignas

- a. Elijan al compañero o compañera que será el cajero. En la siguiente ronda podrán cambiar y otro compañero será el cajero.
- b. Para comenzar a jugar, el que está a la derecha del cajero lanza los dados y suma cuánto obtuvo para pedir ese número de fichas al cajero. El cajero debe entregar sólo las fichas que le pidieron.
- c. Así siguen por turnos para que todos lancen los dados y pidan al cajero sus fichas.
- d. Recuerden que cuando junten 10 fichas azules pueden cambiarla por una roja. Y cuando tengan 10 rojas pueden cambiarla por una amarilla. Gana el que primero obtenga la ficha amarilla.

7. Variables didácticas

Uso de fichas. (Material concreto)

Equivalencia de fichas: 10 azules hacen una roja, 10 rojas hacen una amarilla

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Dos dados comunes para cada equipo.
- Para cada equipo una bolsa de plástico con 40 fichas azules, 40 fichas rojas y una ficha amarilla

	FICHA AZUL	1 PUNTO
	FICHA ROJA	10 PUNTOS
	FICHA AMARILLA	100 PUNTOS
	FICHA VERDE	1.000 PUNTOS
	FICHA MORADA	10.000 PUNTOS

10. Tiempo
50 min

SITUACIÓN 1: El cajero
Versión 2 (dinero)

1. Problema matemático

Problemas de conteo y agrupación decimal

2. Conocimientos

- Conteo
- Equivalencia
- Agrupación decimal

3. Propósito del maestro

Que los alumnos practiquen diversos agrupamientos, para profundizar su conocimiento sobre el sistema decimal de numeración y sobre los procedimientos para sumar y restar.

4. Propósito del alumno

Ser el primero en obtener la unidad de millar (billete de mil) para ganar el juego.

5. Actividad

- a. El maestro organiza a los alumnos en equipos de cuatro niños.
- b. Entrega a cada equipo dos dados y una bolsa de plástico con 40 monedas de \$10, 40 billetes de \$100 y 1 billete de \$1000. Pueden jugar sobre una mesa o en el piso.

- c. En cada equipo se ponen de acuerdo para que uno de los integrantes sea el cajero. Al niño que le tocó ser el cajero se le entregan los dados y la bolsa con el dinero.
- d. En su turno, cada jugador lanza al mismo tiempo los dados, suma los puntos obtenidos y pide la cantidad de dinero correspondiente.
- e. El cajero entrega al jugador que lanzó los dados tanta cantidad de monedas o billetes como su compañero le pida, sean monedas de \$10 o la equivalencia en billetes de \$100. Por ejemplo, si un dado cayó en el seis y el otro en el cinco, el cajero puede entregar once monedas de \$10, o un billete de \$100 y una moneda de \$10. Siempre será el jugador en turno quien pida la cantidad de fichas que haya obtenido, y quien haga la equivalencia entre fichas.
- f. Cuando los jugadores que lanzan los dados reúnen diez monedas de \$10, le pueden pedir al cajero que se las cambie por un billete de \$100, y cuando reúnen diez billetes de esta denominación, le pueden pedir que se las cambie por el billete de \$1000.
- g. Gana el juego el jugador que obtenga primero el billete de \$1000.
- h. Devuelven todo el dinero y le toca a otro niño ser el cajero.
- i. Se juegan cuatro rondas (si el tiempo lo permite) y se alternarán los alumnos que serán el cajero. De no ser posible las cuatro rondas, se considera necesario que se jueguen, por lo menos, dos rondas.

6. Consignas

- a. Elijan al compañero o compañera que será el cajero. En la siguiente ronda podrán cambiar y otro compañero será el cajero.
- b. Para comenzar a jugar, el que está a la derecha del cajero lanza los dados y suma cuánto obtuvo para pedir esa cantidad de monedas. El cajero debe entregar sólo las monedas o billetes que le pidieron.
- c. Así siguen por turnos para que todos lancen los dados y pidan al cajero su dinero.
- d. Recuerden que cuando junten 10 monedas de \$10 pueden cambiarla por un billete de \$100. Y cuando tengan 10 billetes pueden cambiarla por el billete de \$1000. Gana el que primero obtenga el billete de \$1000

7. Variables didácticas

Rango numérico

Uso de dinero didáctico. (Material concreto)

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Dos dados comunes para cada equipo.
- Para cada equipo una bolsa de plástico con 40 monedas de \$10, 40 billetes de \$100 y un billete de \$1000



10. Tiempo
50 min

SITUACIÓN 1: El cajero

Versión 3 (sin material didáctico)

1. Problema matemático

Problemas de conteo y agrupación decimal

2. Conocimientos

- Conteo
- Equivalencia
- Agrupación decimal

3. Propósito del maestro

Que los alumnos practiquen diversos agrupamientos, para profundizar su conocimiento sobre el sistema decimal de numeración y sobre los procedimientos para sumar y restar.

4. Propósito del alumno

Ser el primero en obtener la decena de millar para ganar el juego.

5. Actividad

- a. El maestro organiza a los alumnos en equipos de cuatro niños.
- b. Entrega a cada equipo dos dados, una hoja de registro individual para cada integrante del equipo (4) y 4 hojas de registro para cada turno del cajero. Además, verifica que cada alumno tenga su lápiz. Pueden jugar sobre una mesa o en el piso.
- c. En cada equipo se ponen de acuerdo para que uno de los integrantes sea el cajero. Al niño que le tocó ser el cajero se le entregan los dados y las hojas de registro de cajero.
- d. En su turno, cada jugador lanza al mismo tiempo los dados, suma los puntos obtenidos, los *transforma* en centenas y “canta” en su equipo la cantidad obtenida, para que tanto él como los demás compañeros conozcan el puntaje obtenido. Por ejemplo: si al lanzar los dados obtuvo 8 puntos, la cantidad obtenida serían 800 puntos. Aquí el alumno puede utilizar los recursos que le sean necesarios para realizar esa *transformación* de los puntos que aparecen en el dado a las centenas (papel y lápiz, cálculo mental, incluso uso de la calculadora, etc.). El compañero que tiro los dados una vez que cante la cantidad obtenida registrará en su hoja dicha cantidad, y en cada tirada realizará la suma correspondiente para tener registro del total que puntos que lleva. El cajero anotará en la hoja de registro de cajero la cantidad obtenida por su compañero en la columna asignada. Por ejemplo, si “Juan” obtuvo 600 puntos en la primera tirada de dados, en la columna que el cajero asigne a Juan deberá anotar 600 en el primer recuadro, y así con cada compañero en cada tirada de dados.
- e. Gana el juego el jugador que obtenga primero 10,000 puntos. Se deberá verificar que la suma obtenida por el compañero ganador en su hoja de registro corresponda con lo que le cajero lleva en su propia hoja de registro.
- f. Se juegan cuatro rondas (si el tiempo lo permite). De no ser posible las cuatro rondas, se considera necesario que se jueguen, por lo menos, dos rondas.

6. Consignas

- a. Elijan al compañero o compañera que será el cajero. En la siguiente ronda podrán cambiar y otro compañero será el cajero.
- b. Para comenzar a jugar, el que está a la derecha del cajero lanza los dados y suma cuánto obtuvo para cantar esa cantidad a sus compañeros y anotarla en su hoja de registro. El cajero debe anotar en su hoja de registro la cantidad que el compañero que tiró los dados obtuvo.

- c. Así siguen por turnos para que todos lancen los dados y anoten sus puntajes en sus hojas.
- d. Recuerden que gana el que primero obtenga 10,000 puntos

7. Variables didácticas

Se elimina el uso de material concreto
Los alumnos trabajan con la numeración como tal.
Escritura numérica que sirve de guía.

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Dos dados comunes para cada equipo.
- 4 hojas de registro de puntos individual
- 4 hojas de registro de puntos para el cajero

EL CAJERO			
MI REGISTRO NUMÉRICO			
¡Recuerda! Ganas si llegas a 10,000 puntos			
TIRADA	PUNTOS OBTENIDOS	TOTAL	

EL CAJERO				
REGISTRO NUMÉRICO DEL CAJERO				
¡Recuerda! Gana EL PRIMERO que llegue a 10,000 puntos				
Compañero 1	Compañero 2	Compañero 3	Compañero 4	

10. Tiempo

50 min

SITUACIÓN 2: La feria

Versión 1 Las canicas

1. Problema matemático

Problemas aditivos, multiplicativos de valor proporcional, equivalencia

2. Conocimientos

- Adición – resta
- Multiplicación
- Agrupación y descomposición decimal
- Equivalencia

3. Propósito del maestro

Que los alumnos reflexionen acerca de la composición y descomposición de números en unidades, decenas, centenas y unidades de millar, y hagan uso de estas agrupaciones y descomposiciones para resolver diversos problemas.

4. Propósito del alumno

Ganar los premios en cada turno de tirada de canicas. (simbólico)

5. Actividad

- a. El maestro organiza al grupo en equipos de 4 niños. A cada equipo le entrega el material: un tablero de canicas, cinco canicas para cada niño y la hoja con los problemas que deberán resolver. (Dado que el tablero es plano, las “canicas” serán fichas planas también).
- b. El tablero de canicas no tiene color que simbolice la cantidad que representa. En cada orificio, se anota el valor de este.
- c. Les presenta el tablero de premios que (simbólicamente) pueden ganar si resuelven bien cada problema.
- d. En equipo, los alumnos resuelven los problemas indicados en la hoja de problemas y registran ahí mismo sus procedimientos y respuestas.
- e. Los alumnos deberán acomodar sus canicas en los orificios de los tableros para representar, en cada problema, lo que se les va indicando. El premio depende de los puntos obtenidos al final de cada ronda, según se indique en el problema.

6. Consignas

- a. El día de hoy jugaremos a la feria. ¿Han jugado alguna vez el juego de las canicas en la feria?

- b. Cada uno de ustedes representará a uno de los amigos que fueron juntos a la feria.
En la hoja de problemas que se les entregó hay un recuadro donde deberán poner su nombre en el amigo que representan.
- c. Y en equipo deberán resolver los problemas que se presentan ahí.
- d. Para ganar el premio deberán contesta adecuadamente lo que se pregunta.

7. Variables didácticas

Rango numérico (unidades de millar)

Cantidad y tipo de problema matemático

Del tipo 1: desagrupar números de 4 cifras

Del tipo 2: agrupar números de 4 cifras

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

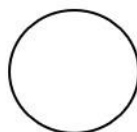
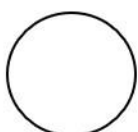
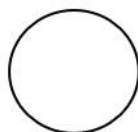
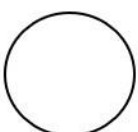
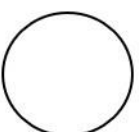
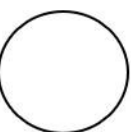
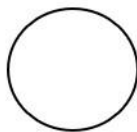
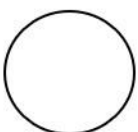
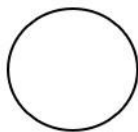
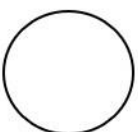
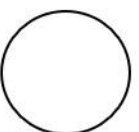
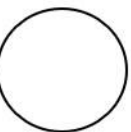
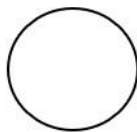
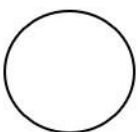
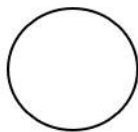
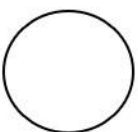
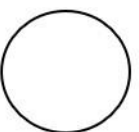
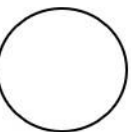
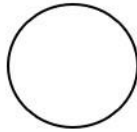
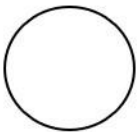
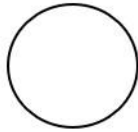
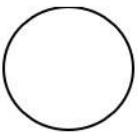
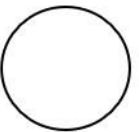
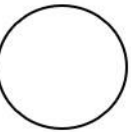
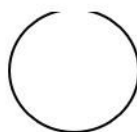
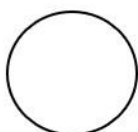
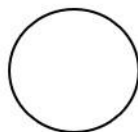
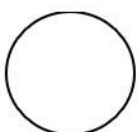
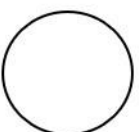
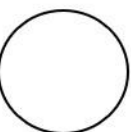
9. Materiales

- Tablero de premios (1 grande para todo el grupo)
- Tablero de canicas para cada niño
- 5 canicas por niño (fichas planas)
- Hoja de problemas

LAS CANICAS

<p>Pelotas</p>  <p>974 puntos</p>	<p>Pelotas saltarinas</p>  <p>8 puntos</p>	<p>Peluches</p>  <p>2065 puntos</p>
<p>Alcancías</p>  <p>1582 puntos</p>		<p>Juguetes pequeños</p>  <p>33 puntos (cada juguete)</p>

CANICAS

					
1	10	10	1	1	100
					
10	1	100	10	1000	10
					
1	1	10	1000	1	100
					
10	1000	1	100	1	1000
					
1	10	10	1	1	100

LAS CANICAS

Amigo 1 _____

Amigo 2 _____

Amigo 3 _____

Amigo 4 _____

El día de hoy 4 amigos fueron a una feria y decidieron jugar a las canicas para poder ganar algunos premios. En cada ronda pueden obtener uno o varios premios al mismo tiempo.

Cuando el amigo 1 tiró las canicas, cayeron de la siguiente forma: 1 canica en el 10, otra canica en las 100 y 3 canicas en el 1. ¿Cuántos puntos obtuvo?

¿Qué juguete o juguetes podría obtener con esos puntos?

El segundo amigo tiró y sus canicas quedaron acomodadas así: 2 canicas en el 100, 1 canica en el 10, 1 canica en el 1.

¿Quién obtuvo el mayor puntaje en su primera tirada, el amigo 1 o el amigo 2?

¿Por qué?

¿Les alcanza para algún premio al amigo 2? ¿Cuál?

Si el tercer amigo quiere un peluche y una alcancía, ¿cómo tendrían que caer sus canicas? Ilústralo en tu tablero y explícalo a continuación:

¿Habría alguna otra forma de acomodar las canicas para obtener esos regalos?

El cuarto amigo quiere obtener 2564 puntos, ¿en qué cantidades deben caer sus canicas para obtener ese puntaje?

¿Qué premios puede obtener?

Si cada uno tuviera sólo cuatro canicas y al lanzarlas caen una en cada valor, ¿qué número podrían formar? Ilústralo en tu tablero y explícalo a continuación:

¿Qué número obtendrían si lanzan las cinco canicas y se repite un valor sólo una vez? Ilústralo en tu tablero y explícalo a continuación:

10. Tiempo

50 min

SITUACIÓN: La feria

Versión 2: Los globos

1. Problema matemático

Problemas aditivos, multiplicativos de valor proporcional, equivalencia

2. Conocimientos

- Adición – resta
- Multiplicación
- Agrupación y descomposición decimal
- Equivalencia

3. Propósito del maestro

Que los alumnos reflexionen acerca de la composición y descomposición de números en unidades, decenas, centenas, unidades de millar y decenas de millar, y hagan uso de estas agrupaciones y descomposiciones para resolver diversos problemas.

4. Propósito del alumno

Ganar los premios en cada turno de lanzamiento de dardos a los globos.

5. Actividad

- a. El maestro organiza al grupo en equipos de 4 niños. A cada equipo le entrega el material: un tablero de globos, ocho “dardos” para cada niño y la hoja con los problemas que deberán resolver. (Dado que el tablero es plano, los “dardos” serán fichas planas).
- b. El tablero de globos no tiene asociado un color a cada valor. En cada globo, se anota el valor de este.
- c. Les presenta el tablero de premios que (simbólicamente) pueden ganar si resuelven bien cada problema.
- d. En equipo, los alumnos resuelven los problemas indicados en la hoja de problemas y registran ahí mismo sus procedimientos y respuestas.
- e. Los alumnos deberán acomodar sus dardos en los globos de los tableros para representar, en cada problema, lo que se les va indicando. El premio depende de los puntos obtenidos al final de cada ronda, según se indique en el problema.

6. Consignas

- e. El día de hoy jugaremos a la feria. ¿Han jugado alguna vez el juego de los globos en la feria?

- f. Cada uno de ustedes representará a uno de los amigos que fueron juntos a la feria.
En la hoja de problemas que se les entregó hay un recuadro donde deberán poner su nombre en el amigo que representan.
- g. Y en equipo deberán resolver los problemas que se presentan ahí.
- h. Para ganar el premio deberán contestar adecuadamente lo que se pregunta.

7. Variables didácticas

Rango numérico (decenas de millar)

Cantidad y tipo de problema matemático

Del tipo 1: desagrupar números de 5 cifras

Del tipo 2: agrupar números de 5 cifras

8. Organización del grupo

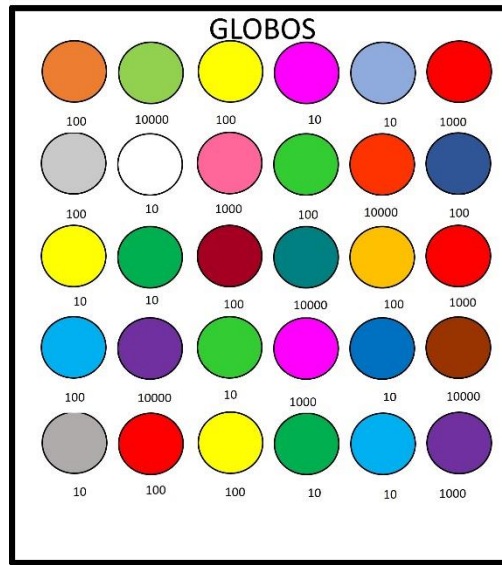
En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Tablero de premios (1 grande para todo el grupo)
- Tablero de globos para cada niño
- 8 dardos por niño (fichas planas)
- Hoja de problemas

LOS GLOBOS

<p>Bicicleta</p>  <p>35000 puntos</p>	<p>Patines</p>  <p>18000 puntos</p>	<p>Peluches Gigantes</p>  <p>15000 puntos</p>
<p>Barbies y Superhéroes</p>  <p>10800 puntos (cada uno)</p>	<p>Patineta</p>  <p>25000 puntos</p>	



LOS GLOBOS

El día de hoy 4 amigos fueron a una feria y decidieron jugar a los globos para poder ganar algunos premios. En cada ronda pueden obtener uno o varios premios al mismo tiempo.

Cuando el amigo 1 tiró los dardos, cayeron de la siguiente forma: 2 dardos en el 100, tres dardos en el 1000, un dardo en el 10000 y dos dardos en el 10. ¿Cuántos puntos obtuvo?

¿Qué juguete o juguetes podría obtener con esos puntos?

El segundo amigo tiró y sus dardos quedaron acomodadas así: dos dardos en el 100, tres dardos en el 1000, un dardo en el 10 y dos dardos en el 10000.

¿Quién obtuvo el mayor puntaje en su primera tirada, el amigo 1 o el amigo 2?

¿Por qué?

¿Le alcanza para algún premio al amigo 2? ¿Cuál podría ser?

Si el tercer amigo quiere un peluche y una patineta, ¿cómo tendría que tirar sus dardos? Ilústralo en tu tablero y explícalo a continuación:

¿Habría alguna otra forma de acomodar los dardos para obtener esos regalos?

El cuarto amigo quiere obtener 45800 puntos, ¿en qué cantidades deben caer sus canicas para obtener ese puntaje?

¿Qué premios puede obtener?

Si cada uno tuviera sólo cuatro dardos y al lanzarlas caen una en cada valor, ¿qué número podrían formar? Ilústralo en tu tablero y a continuación escríbelo con número y letra:

¿Qué número obtendrían si lanzan los ocho dardos y se repite un valor sólo una vez? Ilústralo en tu tablero y explícalo a continuación:

10. Tiempo
50 min

SITUACIÓN 3: Guerra de cartas

Versión 1

1. Problema matemático

Problemas de conteo, orden y comparación de números

2. Conocimientos

- Conteo
- Orden y comparación de números

3. Propósito del maestro

Que los alumnos formen y comparen números de tres y cuatro cifras mediante un juego de cartas, con la finalidad de consolidar sus conocimientos sobre el valor posicional de las cifras

4. Propósito del alumno

Formar el mayor número posible en cada ronda y obtener el mayor número de tarjetas posibles para ganar cada ronda.

5. Actividad

- a. El maestro organiza a los alumnos en equipos de cuatro niños.
- b. Entrega a cada equipo un paquete de 40 tarjetas.
- c. En equipo juegan la primera ronda con tres, repiten una ronda con tres tarjetas, posteriormente juegan con 4 tarjetas.

6. Consignas

- a. Cada equipo revuelve las cartas y las coloca sobre la mesa con los números hacia abajo.
- b. Cada jugador toma tres cartas y debe formar con ellas el número más grande posible. Quien haya formado el número más grande del equipo, se queda con las cartas de sus compañeros.
- c. Si dos o más alumnos empatan, sólo ellos toman nuevamente tres cartas. El que tenga el número mayor se lleva todas las cartas.
- d. Cuando se terminen las cartas, cada jugador cuenta el número de cartas ganadas. El ganador o ganadora de cada equipo será quien haya reunido más cartas.

7. Variables didácticas

Rango numérico (que inicie con centenas y avancen a unidades de millar)

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Un juego de 40 cartas con números del 0 al 9 para cada equipo. Cada juego de cartas se forma con cuatro tarjetas con el número 0, cuatro con el número 1, así hasta cuatro con el número 9.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9

10. Tiempo

50 min

SITUACIÓN 3: Guerra de cartas

Versión 2

1. Problema matemático

Problemas de conteo, orden y comparación de números

2. Conocimientos

- Conteo
- Orden y comparación de números

3. Propósito del maestro

Que los alumnos formen y comparen números de cuatro, cinco y seis cifras mediante un juego de cartas, con la finalidad de consolidar sus conocimientos sobre el valor posicional de las cifras

4. Propósito del alumno

Formar el mayor número posible en cada ronda y obtener el mayor número de tarjetas posibles para ganar cada ronda.

5. Actividad

- El maestro organiza a los alumnos en equipos de cuatro niños.
- Entrega a cada equipo un paquete de 40 tarjetas y la hoja de registro para cada integrante del equipo.
- En equipo juegan la primera ronda con cuatro tarjetas, repiten una ronda con cuatro tarjetas, posteriormente juegan con 5 y 6 tarjetas.

6. Consignas

- Cada equipo revuelve las cartas y las coloca sobre la mesa con los números hacia abajo.
- Cada jugador, dependiendo de la cantidad de cartas con las que se juega, toma esa cantidad de cartas y forma con ellas el número más grande posible.
- En su hoja de registro, escribe con número y letra el número que ha formado.
- Quien haya formado el número más grande del equipo, se queda con las cartas de sus compañeros.
- Si dos o más alumnos empatan, sólo ellos toman nuevamente la cantidad de cartas con las que se juega. El que tenga el número mayor se lleva todas las cartas.

- f. Cuando se terminen las cartas, cada jugador cuenta el número de cartas ganadas. El ganador o ganadora de cada equipo será quien haya reunido más cartas.

7. Variables didácticas

Rango numérico (que inicie con unidades de millar y avancen a centenas de millar)

8. Organización del grupo

En equipos de 4 alumnos cada uno

9. Materiales

- Un juego de 40 cartas con números del 0 al 9 para cada equipo. Cada juego de cartas se forma con cuatro tarjetas con el número 0, cuatro con el número 1, así hasta cuatro con el número 9.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9

- Hoja de registro de los números

GUERRA DE CARTAS 2

REGISTRO DE MIS NÚMEROS

Cantidad de cartas	Número	Número con letra
	1415	

10. Tiempo
50 min

SITUACIÓN 4: La tiendita

Versión 1: La tiendita de la esquina

1. Problema matemático

Problemas de compra-venta, multiplicación en su aspecto de proporcionalidad

2. Conocimientos

- Conteo
- Adición
- Multiplicación: relación proporcional
- Transformación entre unidades, decenas y centenas
- Algoritmos convencionales de las operaciones básicas
- Algoritmos no convencionales
- Estrategias no convencionales

3. Propósito del maestro

Analizar los procedimientos multiplicativos que realizan los alumnos al resolver problemas de compra-venta en un contexto cotidiano como el uso del dinero.

Fomentar el uso de algoritmos no convencionales

4. Propósito del alumno

Ser el primero en llegar a la meta y realizar bien la suma de lo comprado.

5. Actividad

- a. El maestro da a cada equipo dos dados y un Tablero con productos de precio entre \$10.00 y \$300.00, y la nota de remisión.
- b. El cajero le entrega a cada jugador 1000 pesos en monedas y billetes de todas las denominaciones. Dentro de las consignas se dará a los alumnos una restricción: pagar con la cantidad más cercana.
- c. El primer jugador lanza primero un dado para ver cuántas casillas va a avanzar. El mismo alumno lanza el segundo dado que representa la cantidad de unidades que va a comprar del producto representado en la casilla a la cual llegó. Por ejemplo, si con su primer dado llega a la casilla con una pelota que cuesta 12.00

pesos, lanza su segundo dado para saber la cantidad de pelotas que va a comprar, *y paga el total de ese producto.*

- d.** Cada alumno anota en su nota de remisión cada producto que va comprando para, al final, realizar el conteo de lo que gastó y lo que le sobró
- e.** El jugador en turno realiza el procedimiento necesario para saber el total a pagar por el producto que compró y lo paga al cajero en este momento. El cajero, a su vez, entregará el cambio si es necesario.
- f.** Los participantes toman turnos para tirar los dados y siguen siempre las mismas reglas.
- g.** En el momento en que cualquiera de los jugadores llegue a la meta, todos los demás calculan el total de su Nota de remisión, sin importar el lugar en el que se encuentran. Hacen la sumatoria del total que gastaron y lo que les sobró.
- h.** El maestro aclara que cada alumno dispone del tiempo necesario para realizar su cálculo y no los apresura. Además, les dice que pueden calcularlo como quieran: dibujar las monedas para contarlas, representar el precio de cada producto con monedas de cartón para luego calcular el subtotal o emplear la tabla de multiplicaciones y otros procedimientos.
- i.** Gana el primer jugador que llegue a la meta siempre y cuando haya logrado calcular, de manera correcta, el total de su Nota de remisión. Los demás jugadores deben estar de acuerdo en que los subtotales y el total calculados por el ganador estén correctos.
- j.** Si el jugador que llegó primero a la meta no calculó de manera correcta el total de su nota, gana el jugador que tenga el resultado correcto y se encuentre más aventajado.

6. Consignas

- a. Elijan al compañero o compañera que será el cajero. En la siguiente ronda podrán cambiar y otro compañero será el cajero.
- b. Para comenzar a jugar, el que está a la derecha del cajero lanza el primer dado y avanza en el tablero tantos lugares como indique el dado. A continuación, lanzará el segundo dado, que le indicará cuantos productos comprará.
- c. Ahora deberá realizar lo que necesite para saber cuánto pagará en total al cajero. Deberá pagar con la cantidad más cercana (explicitar esto con un ejemplo: Si debe pagar \$12 por un producto, deberá pagar los \$12 o con \$15, pero no podrá pagar con \$200, a menos que no le quede otro recurso).
- d. Una vez que pague y, si es necesario, le entreguen cambio, anotará en su nota de remisión lo que compró, el precio unitario del producto y el total que pagó.
- e. Así siguen por turnos para que todos lancen los dados y pidan al cajero sus productos y den su pago por ellos.
- f. Gana el primer jugador que llegue a la meta siempre y cuando haya logrado calcular, de manera correcta, el total de su Nota de remisión. Los demás jugadores deben estar de acuerdo en que los subtotales y el total calculados por el ganador estén correctos.

7. Variables didácticas

Contexto de compra-venta

Dinero a disposición para la resolución

8. Organización del grupo

Equipos de 4 alumnos cada uno.

9. Materiales

- Dos dados
- Tablero D con productos de entre \$10 y \$300
- Dinero para cada niño (\$1000) y para el cajero
- Nota de remisión D para cada niño

- Lápiz y papel para cada niño

La Tiendita

23 \$13	22 \$12	21 \$10	20 \$99	19 \$6	18 \$11	17 \$3	16 \$9	15 \$17
24 \$38	45 \$18	44 \$13.50	43 \$10	42 \$15	41 \$4.50	40 \$1.89	39 \$8	14 \$4
25 \$5	46 \$43	59 \$17	58 \$10	57 \$13	56 \$2	55 \$41	38 \$24	13 \$17
26 \$11	47 \$12	60 \$270				54 \$18	37 \$11	12 \$22
27 \$18	48 \$9	49 \$14	50 \$249	51 \$1	52 \$23	53 \$29	36 \$12	11 \$15
28 \$16	29 \$21	30 \$250	31 \$9	32 \$13	33 \$19.50	34 \$25	35 \$27	10 \$299
1 \$13	2 \$23	3 \$9	4 \$16	5 \$12	6 \$5	7 \$17	8 \$28	9 \$15

START

NOTA DE REMISION

DIA	MES	AÑO

No. _____

Sr. (es) _____
Dirección _____
Ciudad _____

Condiciones _____	Conducto _____
-------------------	----------------

CANTIDAD	ARTICULO	PRECIO	IMPORTE
TOTAL \$			

10. Tiempo
50 min

SITUACIÓN 4: La tiendita

Versión 2: La tienda de videojuegos

1. Problema matemático

Problemas de compra-venta, multiplicación en su aspecto de proporcionalidad

2. Conocimientos

- Conteo
- Adición
- Multiplicación: relación proporcional
- Transformación entre unidades, decenas y centenas
- Algoritmos convencionales de las operaciones básicas
- Algoritmos no convencionales
- Estrategias no convencionales

3. Propósito del maestro

Analizar los procedimientos multiplicativos que realizan los alumnos al resolver problemas de compra-venta en un contexto cotidiano como el uso del dinero.

Fomentar el uso de algoritmos no convencionales

4. Propósito del alumno

Ser el primero en llegar a la meta y realizar bien la suma de lo comprado.

5. Actividad

- a. El maestro da a cada equipo un dado y un Tablero con productos de precio entre \$1000.00 y \$30000.00, y la nota de remisión para cada integrante del equipo.
- b. El cajero le entrega a cada jugador \$50,000 pesos en billetes de todas las denominaciones. Dentro de las consignas se dará a los alumnos una restricción: pagar con la cantidad más cercana.
- c. El primer jugador lanza primero un dado para ver cuántas casillas va a avanzar. El mismo alumno elige si quiere comprar más de una unidad del artículo que le tocó en la casilla. Por ejemplo, si con su primer dado llega a la casilla con control

remoto para consola de videojuegos, podrá elegir si comprar sólo uno o más de estos, y pagará el total de ese o esos productos.

- d.** Cada alumno anota en su nota de remisión cada producto que va comprando para, al final, realizar el conteo de lo que gastó y lo que le sobró
- e.** El jugador en turno realiza el procedimiento necesario para saber el total a pagar por el producto que compró y lo paga al cajero en este momento. El cajero, a su vez, entregará el cambio si es necesario.
- f.** Los participantes toman turnos para tirar el dado y siguen siempre las mismas reglas.
- g.** En el momento en que cualquiera de los jugadores llegue a la meta, todos los demás calculan el total de su Nota de remisión, sin importar el lugar en el que se encuentran. Hacen la sumatoria del total que gastaron y lo que les sobró.
- h.** El maestro aclara que cada alumno dispone del tiempo necesario para realizar su cálculo y no los apresura. Además, les dice que pueden calcularlo como quieran: dibujar las monedas para contarlas, representar el precio de cada producto con monedas de cartón para luego calcular el subtotal o emplear la tabla de multiplicaciones y otros procedimientos.
- i.** Gana el primer jugador que llegue a la meta siempre y cuando haya logrado calcular, de manera correcta, el total de su Nota de remisión. Los demás jugadores deben estar de acuerdo en que los subtotales y el total calculados por el ganador estén correctos.
- j.** Si el jugador que llegó primero a la meta no calculó de manera correcta el total de su nota, gana el jugador que tenga el resultado correcto y se encuentre más aventajado.

6. Consignas

- a. Elijan al compañero o compañera que será el cajero. En la siguiente ronda podrán cambiar y otro compañero será el cajero.
- b. Para comenzar a jugar, el que está a la derecha del cajero lanza el dado y avanza en el tablero tantos lugares como indique el dado. A continuación, elegirá si quiere comprar sólo un producto o más del que le tocó.
- c. Ahora deberá realizar lo que necesite para saber cuánto pagará en total al cajero. Deberá pagar con la cantidad más cercana (explicitar esto con un ejemplo: Si debe pagar \$1209 por un producto, deberá pagar los \$1209 o con \$1500, pero no podrá pagar con \$2000, a menos que no le quede otro recurso).
- d. Una vez que pague y, si es necesario, le entreguen cambio, anotará en su nota de remisión lo que compró, el precio unitario del producto y el total que pagó.
- e. Así siguen por turnos para que todos lancen el dado y pidan al cajero su producto y den el pago correspondiente.
- f. Gana el primer jugador que llegue a la meta siempre y cuando haya logrado calcular, de manera correcta, el total de su Nota de remisión. Los demás jugadores deben estar de acuerdo en que los subtotales y el total calculados por el ganador estén correctos.

7. Variables didácticas

Contexto de compra-venta

Dinero a disposición para la resolución

Rango numérico dado por el costo de los productos

8. Organización del grupo

Equipos de 4 alumnos cada uno.

9. Materiales

- Un dado
- Tablero D con productos de entre \$1,000 y \$30,000
- Dinero para cada niño (\$50,000) y para el cajero

- Nota de remisión D para cada niño
- Lápiz y papel para cada niño

10. Tiempo

50 min

SITUACIÓN 5: Teclas y números

Versión 1

1. Problema matemático

Problemas de sumas de unidades, decenas y centenas.

2. Conocimientos

- Identifica el cardinal del número dado
- Identifica el valor, según la posición, del número dado
- Descomposición y agrupación decimal de números

3. Propósito del maestro

Que los alumnos descompongan números en centenas, decenas y unidades, mediante un juego con la calculadora, con la finalidad de hacer uso de las propiedades del sistema de numeración: el agrupamiento decimal y el valor posicional.

4. Propósito del alumno

Obtener primero el número dado, tecleando 1, 0, +, =, para ganar cada ronda.

5. Actividad

- a. Los alumnos exploran libremente el funcionamiento de la calculadora. Para apoyar esa exploración, hay que pedir que averigüen con qué tecla se enciende, con cuál se apaga. Hay que pedir también que presionen varias teclas de números para ver hasta cuántas cifras pueden verse en la pantalla (en la mayoría de las calculadoras comunes aparecen hasta 8 cifras). Preguntar: ¿qué pasa si teclean más de ocho cifras? (aparece una letra E, que indica “Error”).
- b. A continuación, se explican las consignas de la primera parte, que trabajarán individualmente. Y se lleva a cabo la primera parte de la actividad. El propósito de esa parte es que los alumnos comprendan las reglas del juego y que logren tener al menos una estrategia inicial: percatarse que con las teclas 1 y 0 pueden formar los números 10, 100, y que con la tecla + pueden ir adicionando esas cantidades para obtener el número deseado; asimismo, sumando varias veces el 1 pueden obtener las unidades deseadas.
- c. Enseguida se organiza al grupo en parejas.
- d. Se explican las consignas de la segunda parte
 - i. Trabajo en parejas
 - ii. Rango numérico: números mayores de 78 y menores o iguales a 900
 - iii. Registrar sus procedimientos en la hoja que se les entregará.
 - iv. Juegan 5 partidas

- e. Monitorear que estén jugando según las consignas dadas, así como el tiempo para cada parte.
- f. Una vez que hayan jugado las cinco rondas, se lleva a cabo el cierre de la sesión, donde se promoverán las reflexiones de los alumnos respecto a las estrategias que identificaron y utilizaron para formar los números.

6. Consignas

PRIMERA PARTE

Ustedes requieren escribir en la calculadora el número 17-25-78 (se les dice un número a la vez), pero vamos a imaginar que la calculadora está dañada, sólo podemos usar las siguientes teclas: 1, 0, +, =. (Uno, cero, más, igual). Entonces, usando sólo esas teclas, las veces que ustedes lo necesiten, deberán obtener al final el número 17-25-78. El primer alumno o alumna del grupo que logre obtenerlo y que haya respetado las reglas, gana.

El alumno o alumna que lo logre primero deberá explicar a los demás cómo lo hicieron.

SEGUNDA PARTE

Ahora vamos a jugar en parejas. Lleven con ustedes la calculadora y un lápiz.

En cada pareja, uno de ustedes va a proponer un número que sea mayor a 78 y menor o igual a 900, (lo escriben en una hoja) y cada uno, con su calculadora, tratará de obtener ese número usando sólo las teclas 1, 0, +, =. Quien obtenga primero el número y lo haya hecho respetando las reglas, gana esa partida; para ello deberán mostrarle a su compañero o compañera cómo obtuvieron el número.

Al mismo tiempo anotarán en una hoja que les entregaré, el número que el compañero dijo, lo que vas poniendo en la calculadora para obtener ese número y al final, por qué lo hiciste así.

Por ejemplo, si el compañero dice el número 80, en la hoja anoto el 80, anoto todas las operaciones que hice con las teclas permitidas en la calculadora y después explico por qué lo hice así. (Ayudarse del pizarrón para explicar esta consigna).

En la siguiente partida el que propone el número es el otro compañero o compañera. Van a jugar 5 partidas en total, el ganador o ganadora definitivo será quien gane el mayor número de partidas

7. Variables didácticas

PRIMERA PARTE

Rango numérico: del 10 al 100

Trabajo individual

SEGUNDA PARTE

Rango numérico: del 90 al 900

Trabajo en parejas: un alumno de 3° de primaria con uno de 4°

Restricciones en el uso de la calculadora (1,0,+)=)

8. Organización del grupo

Trabajo individual (primera parte) y trabajo en parejas (segunda parte)

9. Materiales

Una calculadora para cada alumno. Todas las calculadoras deben ser del mismo modelo.

10. Tiempo

50 min.

SITUACIÓN 5: Teclas y números

Versión 2

1. Problema matemático

Problemas de sumas de unidades, decenas y centenas.

2. Conocimientos

- Identifica el cardinal del número dado
- Identifica el valor, según la posición, del número dado
- Descomposición y agrupación decimal de números
- Suma y resta

3. Propósito del maestro

Que los alumnos transformen números usando la calculadora

4. Propósito del alumno

Obtener primero el número dado, tecleando lo que sea necesario para ganar cada ronda.

5. Actividad

- a. Se organiza a los alumnos en equipos de 4 alumnos. Se entrega a cada alumno una calculadora y su hoja de registro.
- b. A continuación, se explican las consignas del juego y se verifica que comprendan las reglas del juego y que logren tener al menos una estrategia inicial.
- c. El maestro irá dictando una a una las transformaciones de números que pedirá a los alumnos. En el pizarrón escribirá el número inicial y el número final que pide a los alumnos. Puede apoyarse de una tabla como la que se muestra. Esto servirá de apoyo visual a los alumnos y como parte del proceso de verificación al final, durante el cierre de la actividad.

Número inicial			Número final
5			8

- d. Monitorear que estén jugando según las consignas dadas, así como el tiempo para cada parte.
- e. Una vez que hayan jugado las cinco rondas, se lleva a cabo el cierre de la sesión, donde se promoverán las reflexiones de los alumnos respecto a las estrategias que identificaron y utilizaron para formar los números.

- f. Durante el cierre, con apoyo de los alumnos, se irá completando la tabla, cuyo objetivo es promover las reflexiones respecto al valor de cada número implicado en las transformaciones.
- g. A la tabla inicial se le añaden un par de preguntas, mismas que los alumnos tienen en su hoja de registro.

Número inicial	¿Qué hice?	¿Cuánto vale el número que obtuve?	Número final
5	<i>Sumé 3</i>	<i>8, porque son 8 unidades</i>	8

6. Consignas

- El día de hoy vamos a jugar, una vez más, con las calculadoras. Esta vez no están descompuestas, así que nos ayudarán a ganar muy fácilmente.
- El juego de hoy consiste en transformar números. Por ejemplo, si tecleo en la calculadora el número 5 (todos lo teclean) y le sumo 3 tecleando el signo de suma y el número 3, seguido del símbolo de igual, ¿qué número aparece ahora? (Todos) 8.
- Muy bien, eso es lo que haremos, transformar números. Yo les iré diciendo el número inicial, que ustedes teclearán en la calculadora y les diré el número final que deberán obtener.
- Ustedes decidirán qué hacer y cómo hacerle para obtener el número final.
- Deberán registrar lo que van haciendo en la hoja de registro que se les entregó.
- Ganará este juego aquel alumno que sepa explicar cómo hizo las transformaciones y por qué lo hizo así.
- En equipo verificarán los resultados y explicaciones.

7. Variables didácticas

- Rango numérico
- No hay restricciones en el uso de la calculadora
- Números que se transforman

Número	Acción	Posición	Resultado
1005	Sumar	centenas	1105
1005		decenas	1035
1005		unidades	1007
1005		unidad mil	10005
1005		decena mil	11005
102	Restar	decena	92
102		centenas	2

102		unidades	97
23681	Restar	unidad mil	22681
23681		decena mil	3681

8. Organización del grupo

Equipos de 4 integrantes cada uno

9. Materiales

Una calculadora para cada alumno. Todas las calculadoras deben ser del mismo modelo.

Hoja de registro para cada alumno.

TECLAS Y NÚMEROS '2'			
Número inicial	¿Qué hice?	¿Cuánto vale el número que obtuve?	Número final

10. Tiempo

50 min.

SITUACIÓN 6: Tendedero Matemático

Versión 1

1. Problema matemático

Problemas de orden y comparación de números

2. Conocimientos que se ponen a prueba

- Identifica el cardinal del número dado
- Identifica el valor, según la posición, del número dado
- Orden de la serie numérica
- Comparación entre números para identificar mayor o menor valor

3. Propósito del maestro

Que los alumnos comparen y ordenen números, a fin de que pongan en práctica los conocimientos adquiridos sobre el valor posicional.

4. Propósito del alumno

Quedarse con el mayor número de tarjetas en el juego de comparación de números.

5. Actividad

- a. Se organiza al grupo en parejas: un alumno de tercero con uno de cuarto. Es importante esta organización, ya que se compartirán aquellos conocimientos o hipótesis respecto al orden y la comparación de los números en cuestión.
- b. A cada alumno se le entrega el material con el que jugará.
- c. Una vez explicado el juego y habiendo quedado claras las consignas, los alumnos comienzan el juego.
- d. Cada uno sacará de su sobre la tarjeta marcada con la palabra “primero”, la volteará y se la mostrará a su compañero.
- e. Juntos observarán el número y el que tenga el número mayor se quedará con las dos tarjetas, es decir, ganará esa ronda.
- f. Al finalizar las diez rondas, ganará el que tenga la mayor cantidad de tarjetas de números.
- g. Una vez terminada esta primera parte del juego, ordenarán sus números del menor al mayor y los colgarán en el tendedero que se les entregará en el mismo orden o el orden que se les indique.
- h. Cuando esté listo su tendedero, en su hoja de trabajo, escribirán en que se fijaron para saber que un número es mayor o menor que otro.

6. Consignas

Para comenzar la actividad del día de hoy, a cada uno se le repartirá un sobre que contiene 10 números. Ustedes irán sacando uno por uno (cada papelito tiene escrito el lugar en que deben sacarlo: primero, segundo, tercero, etc.), y se lo mostrarán a su pareja. Es un juego de suerte, porque ganará aquel que tenga el número mayor.

Cuando hayan terminado esta parte del juego, deberán ordenar sus 20 tarjetitas de números, del menor al mayor y colgar los números en el tendedero (listón) que se les entregará.

Cuando hayan terminado, escribirán en su hoja de trabajo en qué se fijaron para acomodar sus números y para saber cuál es mayor y cuál es menor.

7. Variables didácticas

Rango numérico

Pares de números elegidos para llevar a cabo la comparación

8. Organización del grupo

Trabajo en parejas.

9. Materiales

Un sobre por niño

10 papelitos con los números seleccionados por niño

1.5 mt de listón por pareja

Pinzas de ropa para colgar los números

NÚMEROS PARA ESTABLECER RELACIONES DE ORDEN Y COMPARACIÓN											
Pareja 1						Pareja 2				Pareja 3	
17315	17351			37025	25037			10235		12035	
20046	20064			104	114			928		918	
1269	269			3710	7103			5831		5813	
1005	105			1024	1004			74065		74605	
14021	21014			73108	73008			2703		2730	
374	473			99005	98005			45809		40589	
907	909			6524	6254			10985		10958	
78093	87093			3049	9403			7564		7654	
7432	4327			12974	12749			321		123	
10067	10607			29374	29370			4587		4857	

10. Tiempo

50 min.

SITUACIÓN 6: Tendedero matemático

Versión 2

1. Problema matemático

Problemas de orden y comparación de números

2. Conocimientos que se ponen a prueba

- Identifica el cardinal del número dado
- Identifica el valor, según la posición, del número dado
- Orden de la serie numérica
- Comparación entre números para identificar mayor o menor valor

3. Propósito del maestro

Que los alumnos comparen y ordenen números escritos con letra, a fin de que pongan en práctica los conocimientos adquiridos sobre el valor posicional.

4. Propósito del alumno

Quedarse con el mayor número de letreros en el juego de comparación de números.

5. Actividad

- a. Se organiza al grupo en parejas: un alumno de tercero con uno de cuarto. Es importante esta organización, ya que se compartirán aquellos conocimientos o hipótesis respecto al orden y la comparación de los números en cuestión.
- b. A cada alumno se le entrega el material con el que jugará.
- c. Una vez explicado el juego y habiendo quedado claras las consignas, los alumnos comienzan el juego.
- d. Cada uno sacará de su sobre la tarjeta marcada con la palabra “primero”, la volteará y se la mostrará a su compañero.
- e. Juntos observarán el número y el que tenga el número mayor se quedará con las dos tarjetas, es decir, ganará esa ronda.
- f. Al finalizar las diez rondas, ganará el que tenga la mayor cantidad de tarjetas de números.
- g. Una vez terminada esta primera parte del juego, ordenarán sus números del menor al mayor y los colgarán en el tendedero que se les entregará en el mismo orden o el orden que se les indique.
- h. Cuando esté listo su tendedero, en su hoja de trabajo, escribirán en que se fijaron para saber que un número es mayor o menor que otro.

6. Consignas

Para comenzar la actividad del día de hoy, a cada uno se le repartirá un sobre que contiene 10 números. Ustedes irán sacando uno por uno (cada papelito tiene escrito el lugar en que deben sacarlo: primero, segundo, tercero, etc.), y se lo mostrarán a su pareja. Es un juego de suerte, porque ganará aquel que tenga el número mayor. Cuando hayan terminado esta parte del juego, deberán ordenar sus 20 tarjetitas de números, del menor al mayor y colgar los números en el tendedero (listón) que se les entregará. Cuando hayan terminado, escribirán en su hoja de trabajo en qué se fijaron para acomodar sus números y para saber cuál es mayor y cuál es menor.

7. Variables didácticas

Rango numérico

Pares de números elegidos para llevar a cabo la comparación

8. Organización del grupo

Trabajo en parejas.

9. Materiales

Un sobre por niño

10 papelitos con los números seleccionados por niño

1.5 mt de listón por pareja

Pinzas de ropa para colgar los números

NÚMEROS PARA ESTABLECER RELACIONES DE ORDEN Y COMPARACIÓN			
	Mil cuatro		Mil trescientos cuatro
	Doce mil doscientos veinti cuatro		Diez mil doscientos veinticuatro
	Diescisiete mil trescientos quince		Diescisiete mil trescientos cincuenta y uno
	Noventa y nueve mil cinco		Noventa y ocho mil cinco
	Mil		Uno
	Quinientos veintiuno		Quinientos treinta y uno
	Tres mil cuarenta y nueve		Nueve mil cuatrocientos tres
	Ciento siete		Ciento diescisiete
	Cuatriciento veinte mil setenta		Cuatrosiento ventemil siete
	Ciento cuarenta y siete mil veinte		Ciento cuarenta mil veinte

10. Tiempo

50 min.

ANEXO 2: Baraja Matemática

BARAJA MATEMÁTICA

¿Qué se aprenderá en esta secuencia?

- Variante 1: Formar y comparar cantidades tomando en cuenta el valor que representa las fichas de colores.
Variante 2: Formar y comparar números de tres y cuatro cifras tomando en cuenta el valor posicional de los dígitos mediante un juego de cartas.
Variante 3: Formar y comparar números de cuatro, cinco y seis cifras considerando el valor posicional de los dígitos mediante un juego de cartas.

LO QUE DEBEMOS SABER ANTES DE ENSEÑAR VALOR POSICIONAL

Propósito formativo: Con las actividades propuestas en las variantes de esta secuencia se pretende que los alumnos construyan conocimientos sobre el valor posicional de los números, para lo cual se propone formar y comparar números de tres, cuatro, cinco y seis cifras mediante un juego de cartas.

Aspectos didácticos del contenido: En el inicio de la formación matemática escolar, el Sistema de Numeración Decimal (SND en adelante) es un elemento clave para el desarrollo posterior de conceptos matemáticos, ya que es el primer sistema matemático convencional con que se enfrentan los niños en la escuela, y constituye el instrumento de mediación de otros aprendizajes matemáticos.

En consecuencia, la calidad de los aprendizajes que los niños puedan lograr en relación con este objeto cultural es decisiva para su trayectoria escolar posterior (Terigi y Wolman, 2007). La construcción de conocimientos respecto al SND requiere de un proceso que paulatinamente permita a los alumnos comprender las reglas que lo rigen, entre ellas la del valor posicional. El valor posicional es el valor que toma un dígito de acuerdo con la posición que ocupa dentro del número (unidades, decenas, centenas...), por lo que el cambio de posición de un dígito dentro de un número altera el valor de este. Este proceso de apropiación requiere de una intervención didáctica que plantee situaciones para que los alumnos cuestionen sus hipótesis y conocimientos previos, y construyan nuevos saberes en torno al SND.

Es importante diseñar situaciones didácticas que presenten cierta gradualidad en cuanto al nivel de alcance y apropiación del contenido, que permitan asegurar un tránsito adecuado entre las primeras hipótesis de los alumnos (erróneas o incompletas), y los conocimientos institucionales en torno al valor posicional y al SND en general. La comprensión del SND favorece el desarrollo del sentido numérico, la habilidad y reflexión en operaciones aritméticas, cálculo mental y estimaciones, y el concepto de valor posicional es indispensable para la construcción del SND.

Conocimientos y conceptos matemáticos: Conteo, agrupamiento, orden de la serie numérica, comparación de números.

ACTIVIDAD INTRODUCTORIA

Material: Fichas de números de dos y tres cifras (anexo 1).	Duración aproximada: 15 minutos.
---	----------------------------------

Consignas

Como actividad introductoria, se sugiere explorar los criterios que utilizan los alumnos al comparar números. Se puede partir del cuestionamiento: Si tenemos dos números parecidos, ¿cómo saben cuál es mayor? Es importante considerar que pueden aparecer respuestas como: el que tiene más números es mayor; el primer número indica cuál de los dos es más grande; si uno es de los cienes y otro de los dieces, pues es más grande el de los cienes; cuando se dicen los números el que aparece primero es el más pequeño, por ejemplo, veinticinco y ochenta y tres, es más grande ochenta y tres porque aparece después. Se sugiere incluir la comparación de números que tengan los mismos numerales en diferente posición, por ejemplo, parejas de números como 105 y 510, 221 y 212.

Enseguida, se sugiere organizar a los alumnos en parejas para comenzar con la actividad detonadora, para esto se les reparte un sobre con 6 tarjetas de números (anexo 1). Cada alumno tomará dos tarjetas al azar. Es importante que explique que por turnos cada uno presente una tarjeta a su compañero, el que tenga el número mayor ganará ese par de tarjetas. Al final de esta actividad ganará el alumno que tenga más tarjetas.

Para finalizar la actividad puede pedirles a algunas parejas seleccionadas al azar, que muestren un par de números que compararon y expliquen cómo se dieron cuenta cuál era el número mayor.

Descripción de la situación o caso que servirá como detonante de la actividad

La actividad detonadora para construir argumentos sobre el valor posicional es la comparación de números en situación de juego.

Es importante que cuando los alumnos expliquen cómo se dieron cuenta de cuál número era el mayor, se realicen preguntas de reflexión, poniendo énfasis en la comparación de los pares de números que tienen los mismos numerales en posiciones diferentes. Se sugiere que se socialicen las formas de comparación de los siguientes pares de números:

- 1er par: que no se parezcan en nada y sea “fácil” decidir cuál es mayor, 173 y 48.
- 2do par: números que contengan los mismos dígitos, 251 y 215.
- 3er par: números que contengan un cero en alguna posición, 101 y 110.

VARIANTE 1

Material: Fichas de colores por equipo: 40 fichas azules (con valor de 1), 40 fichas rojas (con valor de 10), 40 fichas amarillas (con valor de 100). Ver Anexo 2.	Duración aproximada: 50 minutos
--	---------------------------------

Consignas

Se sugiere organizar a los alumnos en equipos de 4 integrantes según las necesidades que observe en su grupo, a cada uno se les deberán entregar el paquete de fichas de colores (Anexo 2). El juego consiste en formar números con fichas de colores: en cada ronda, los alumnos del equipo tomarán tantas fichas como consideren necesarias para formar un número de tres dígitos, por ejemplo, dos fichas amarillas (vale 100 cada una), tres fichas rojas (vale 10 cada una) y cinco azules (vale 1 cada una) formarían el número 235.

Se propone que en equipo decidan si juegan a ganar con el número más grande o el más pequeño. En cada ronda ganará aquel alumno que haya formado el número más grande o pequeño, según hayan acordado. Pueden jugar tantas rondas como se considere necesario, pero se sugiere jugar un mínimo de tres rondas.

Se sugiere abrir un espacio donde los alumnos expresen, en plenaria, las estrategias que utilizaron para formar el número más grande o pequeño, si es necesario se puede ejemplificar con los números que haya formado uno o dos equipos. En cada ronda, y según la necesidad del grupo, se pueden modificar algunas variables didácticas: restricción en la cantidad de fichas que puede usar el alumno, rango numérico con el que trabajan, entre otras.

Evaluación

Los aprendizajes que se evalúan en esta variante son: establecer relación entre las fichas de colores y su valor, formar números de tres cifras con fichas de colores y comparar números de tres cifras con fichas de colores.

La evaluación en esta situación tiene que ver con la posibilidad de validación que la misma situación ofrece. En la validación se quiere que los alumnos expongan sus argumentos sobre agrupación y valor de posición ante los demás dando a conocer lo realizado, con el fin de abrir un espacio al debate y de argumentación por parte de los alumnos. Esta situación en sí misma ofrece una posibilidad de evaluación cuando los alumnos asignan un punto a quien ganó. Se sugiere identificar si la asignación del punto al alumno ganador es adecuada, pues indicaría que los alumnos identifican el valor de posición en la construcción de los números de 3 cifras. Del mismo modo, al elegir las variables didácticas (señaladas en el punto 5) con las que se puede jugar y ponerlas en acción en el desarrollo del juego, es posible encontrar elementos de evaluación respecto al dominio de los conocimientos.

VARIANTE 2⁷

Material: Un juego de 40 cartas con números del 0 al 9 para cada equipo. Cada juego de cartas se forma con cuatro tarjetas con el número 0, cuatro con el número 1, así hasta cuatro con el número 9. Ver Anexo 3.	Duración aproximada: 50 minutos
--	---------------------------------

Consignas

Para iniciar se organiza a los alumnos en equipos de cuatro integrantes, a cada equipo se le deberá entregar un paquete de 40 tarjetas. Se sugiere que en equipo jueguen las primeras dos rondas con tres tarjetas, las siguientes rondas serán con 4 tarjetas.

El juego consiste en que cada equipo revuelva las cartas y las coloca sobre la mesa con los números hacia abajo. Cada uno decide si juega a ganar con el número más grande o el más pequeño. En cada ronda ganará aquel alumno que haya formado el número más grande o pequeño, según hayan acordado. Cada jugador toma tres o cuatro cartas, según la ronda, y debe formar con ellas el número más grande o pequeño posible. Quien haya formado el número más grande o pequeño, según lo acordado, se queda con las cartas de sus compañeros. Si dos o más alumnos empatan, sólo ellos toman nuevamente tres cartas y realizan el mismo proceso. Cuando se terminen las cartas, cada jugador cuenta el número de cartas ganadas. El ganador o ganadora de cada equipo será quien haya reunido más cartas.

Se sugiere que, en plenaria, se realicen preguntas que permitan a los alumnos reflexionar sobre el valor posicional de los dígitos que utilizaron en su juego: ¿Cómo identifican que un número es más grande que otro si tiene la misma cantidad de dígitos? ¿Qué pasa si se mueve un dígito a otra posición, afecta o no, por

⁷ Actividad recuperada y adaptada de Fuentlabrada et al. (1992).

qué? Como el cero “no vale”, ¿importa si lo pongo al frente o atrás de cualquier número? Se puede pedir a los alumnos que escriban las respuestas a las preguntas anteriores en una cartulina u hoja de papel bond.

En esta variante se pueden elegir otras variables didácticas: si sólo juegan por el número más grande o pequeño, si permite esta decisión a los alumnos, si restringe el rango numérico a sólo centenas o avanza a unidades de millar, o juega con ambas en rondas distintas.

Evaluación

Los aprendizajes para evaluar en esta variante son: Formar y comparar números de tres y cuatro cifras considerando el valor posicional de cada dígito.

Como estrategia de evaluación se sugiere verificar la apropiación del conocimiento mediante la elección de variables, por ejemplo, al jugar formando el número más pequeño o más grande, se podrá evaluar si el alumno forma y compara números de cuatro cifras; al elegir el análisis de los dígitos se podrá determinar si comprenden que cada uno tiene un valor diferente según su posición. Específicamente la última consigna promueve que los alumnos institucionalicen sus estrategias de manera escrita. Al mismo tiempo, la situación en sí misma permite a los alumnos identificar si la elección que cada uno hizo en cuanto al orden de sus cartas es el más adecuado para ganar el juego y, por lo tanto, si formó ese número tomando en cuenta el valor posicional de cada dígito. La actividad de formar números y compararlos adquiere sentido, cuando el aprendizaje que se pone en juego para construir la estrategia ganadora es la identificación del valor de posición de los dígitos.

VARIANTE 3⁸

Material: Un juego de 40 cartas con números del 0 al 9 para cada equipo. Cada juego de cartas se forma con cuatro tarjetas con el número 0, cuatro con el número 1, así hasta cuatro con el número 9. Una hoja de registro para cada alumno. Ver Anexo 4.	Duración aproximada: 50 minutos
---	---------------------------------

Consignas

Para iniciar se sugiere organizar a los alumnos en equipos de cuatro integrantes y a cada uno entregarle un paquete de 40 tarjetas y la hoja de registro para cada integrante del equipo.

En equipo se juegan las primeras dos rondas con cuatro tarjetas, posteriormente pueden hacerlo con 5 y 6 tarjetas. Cada equipo revuelve las cartas y las coloca sobre la mesa con los números hacia abajo. Entre sus integrantes deciden si juegan a ganar con el número más grande o el más pequeño. En cada ronda ganará aquel alumno que haya formado el número más grande o pequeño, según lo acordado.

Cada jugador, dependiendo de la cantidad de cartas con las que se juega, toma el número de cartas y forma con ellas la cifra más grande o pequeña posible, en su hoja de registro, escribe con número y letra la cantidad que ha formado. Quien haya formado el número más grande o pequeño del equipo, se queda con las cartas de sus compañeros, si dos o más alumnos empatan, sólo ellos toman nuevamente la cantidad de cartas con las que se juega. El que tenga el número mayor o menor se lleva todas las cartas.

En plenaria, se propone que divida el pizarrón en dos partes, en la primera anotar números con dígitos y en la segunda los mismos números con letra, pero de manera desordenada. Pedir a los alumnos que unan

⁸ Actividad recuperada y adaptada de Fuenlabrada et al. (1992).

con una línea el número escrito con dígitos y su nombre con letra para verificar la correspondencia entre numeración hablada y escrita. Se sugiere escriba algunos números con letra que contengan errores en la escritura con la finalidad de que los alumnos reflexionen sobre lo que la numeración hablada “dice” de la escritura con números y viceversa. Se puede realizar preguntas para poner en evidencia las reflexiones de los alumnos: ¿Por qué si este número se lee con “mil” si no hay ningún “1000” escrito (ejemplo: 12 354 doce mil trescientos cincuenta y cuatro)? ¿Cómo se lee este número 100 100? ¿Valen igual los dos “100” que ahí están escritos? ¿Por qué? ¿Cuál es el número más grande y cuál el más pequeño que se puede formar con las tarjetas 2, 5, 1, 6, 1, 0? ¿Por qué? Se sugiere utilizar esta última pregunta para institucionalizar la importancia del valor posicional en la formación del número más grande o el más pequeño.

Evaluación

Los aprendizajes para evaluar en esta variante son: Formar y comparar números de cinco y seis cifras utilizando el valor posicional de cada dígito.

Como estrategia de evaluación se sugiere verificar la apropiación del conocimiento mediante la elección de variables, por ejemplo, al jugar formando el número más pequeño, se puede verificar si en este punto el alumno puede formar y comparar números pequeños; al elegir la variable de jugar con el número más grande, se podrá evaluar si el alumno forma, lee, escribe y compara números de hasta seis cifras. Al mismo tiempo, como la variante anterior, esta situación en sí misma permite a los alumnos identificar si la elección que cada uno hizo en cuanto al orden de sus cartas es el más adecuado para ganar el juego y, por lo tanto, si formó ese número tomando en cuenta el valor posicional de cada dígito. La actividad de formar números y compararlos, en este caso de cinco y seis cifras, adquiere sentido, cuando el aprendizaje que se pone en juego para construir la estrategia ganadora es la identificación del valor de posición de los dígitos. En esta variante la hoja de registro sirve también como elemento de validación para los alumnos, y de evaluación, pues se podrá observar si existe correspondencia entre la numeración hablada y la escrita en el alumno y si éste relaciona cantidad de cartas con valor posicional.

Observaciones




Las variables didácticas son los elementos de la situación que los docentes pueden modificar y que afectan las estrategias de solución que ponen en funcionamiento los alumnos. Se pueden incorporar variables didácticas relacionadas con el rango numérico, es decir, con la cantidad de cifras de los números. El contexto de juego en el que se presenta esta propuesta permite que los alumnos tengan un argumento de partida. El juego tiene objetivos de aprendizaje bien definidos, a nivel matemático en particular o cognitivo en general. El alumno debe poder iniciar su trabajo con alguna estrategia, aunque ésta no corresponda al procedimiento óptimo. Cuando un niño comienza un juego, no dispone de la estrategia para ganar, sin embargo, siempre podrá comenzar a jugar. Dentro del aula multigrado, aquel alumno que no disponga de esta estrategia inicial podrá recurrir a la observación de los procedimientos y estrategias de sus compañeros o podrá pedir la ayuda pertinente para iniciar el juego. Un juego hace evidente la validez de las estrategias que construye y utiliza el alumno y se convierte en un medio que otorga validación del conocimiento sin la explicación directa del docente, aunque éste puede realizar algunas intervenciones como recordar las consignas o modificar alguna regla del juego si es necesario.

Anexo 1

173	48
251	215
110	101

Fuente: elaboración propia.

Anexo 2

	FICHA AZUL	1 PUNTO
	FICHA ROJA	10 PUNTOS
	FICHA AMARILLA	100 PUNTOS

Fuente: elaboración propia.