



**Universidad Autónoma de Querétaro**  
Facultad de Ingeniería  
Doctorado en Ingeniería

**“Controlador de tracción basado en lógica difusa para un robot móvil”**

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
Doctorado en Ingeniería

**Presenta:**

M. en C. José Román García Martínez

**Dirigido por:**

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz

Querétaro, Qro. A 15 de feb. de 22



**Universidad Autónoma de Querétaro**  
Facultad de Ingeniería  
Doctorado en Ingeniería

**“Controlador de tracción basado en lógica difusa para un robot móvil”**  
**Tesis**

Como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
Doctorado en Ingeniería

**Presenta:**

M. en C. José Román García Martínez  
264080

**Dirigido por:**

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz  
Presidente

Dr. Fortino Mendoza Mondragón  
Secretario

Dr. Roberto Valentín Carrillo Serrano  
Vocal

Dr. Alejandro Rodríguez Angeles  
Suplente

Dr. Antonio José Moreno Guerrero  
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.  
Febrero de 2022

# Agradecimientos

Agradezco completamente al CONACYT por el apoyo económico recibido para poder realizar este trabajo de investigación y a la Universidad Autónoma de Querétaro por permitirme ser parte de ella, y por la beca brindada para cursar los semestres. También quiero agradecer a todas las personas que han estado presentes a lo largo de todo este trayecto.

# Índice general

Resumen . . . . .	9
Abstract . . . . .	10
<b>1. Introducción</b>	<b>11</b>
1.1. Justificación . . . . .	13
1.2. Formulación del problema . . . . .	14
1.3. Hipótesis . . . . .	15
1.4. Objetivos . . . . .	15
1.4.1. Objetivo general . . . . .	15
1.4.2. Objetivos particulares . . . . .	15
1.5. Aspectos de bioética . . . . .	16
1.6. Impacto de la investigación . . . . .	17
1.6.1. Impacto social . . . . .	17
1.6.2. Impacto económico . . . . .	17
1.6.3. Impacto ambiental . . . . .	17
<b>2. Fundamentos Teóricos</b>	<b>18</b>
2.1. Robots Móviles . . . . .	18
2.1.1. Cinemática de un robot móvil . . . . .	19
2.1.2. Dinámica de robots móviles . . . . .	21
2.2. Modelo dinámico de un motor de corriente directa . . . . .	23
2.3. Modelo dinámico de tracción . . . . .	24
2.3.1. Modelos de deslizamiento-Fuerza . . . . .	27
2.4. Lógica difusa y sistemas difusos . . . . .	29
2.5. Relaciones difusas . . . . .	30
2.6. Funciones de membresía . . . . .	31
2.6.1. Función de membresía triangular . . . . .	31
2.6.2. Función de membresía trapezoidal . . . . .	32
2.6.3. Función de membresía Gaussiana . . . . .	33
2.7. Controlador difuso . . . . .	34
2.8. Modelo general del perfil de movimiento de siete segmentos . . . . .	35

<b>3. Metodología</b>	<b>39</b>
3.1. Generación de trayectoria . . . . .	40
3.2. Controlador de movimiento . . . . .	43
3.2.1. Controlador PID autosintonizado con lógica difusa . . . . .	44
3.2.2. Estrategia de diseño . . . . .	48
3.2.3. Pseudocódigo del controlador de movimiento . . . . .	49
3.3. Controlador de tracción . . . . .	50
<b>4. Resultados y simulaciones</b>	<b>55</b>
4.1. Diseño y simulación del perfil 7 segmentos . . . . .	55
4.1.1. Parámetros del perfil de 7 segmentos . . . . .	55
4.1.2. Simulación y comparación de los factores de tiempo del perfil 7 segmentos . . . . .	57
4.1.3. Aplicación y comparación de un perfil trapezoidal con el perfil de 7 segmentos . . . . .	58
4.2. Controlador PID con autosintonización con base en lógica difusa . . . . .	64
4.2.1. Implementación del controlador de movimiento . . . . .	67
4.3. Control de tracción . . . . .	72
4.3.1. Respuesta en lazo abierto del robot móvil . . . . .	72
4.3.2. Control de deslizamiento del robot móvil . . . . .	74
4.4. Controlador de deslizamiento difuso . . . . .	77
<b>5. Conclusión</b>	<b>82</b>

# Índice de figuras

2.1. Primer robot móvil desarrollado (Nilsson, 1984). . . . .	18
2.2. Robot móvil. . . . .	19
2.3. Diagrama de cuerpo libre del robot móvil. . . . .	20
2.4. Modelo dinámico de un motor de corriente directa. . . . .	24
2.5. Variaciones típicas de los perfiles de fricción del neumático/carretera para (a) diferentes condiciones de la superficie de la carretera y (b) diferentes velocidades del vehículo. . . . .	26
2.6. Sistema de una rueda con fricción concentrada (izquierda) y fricción distri- buida (derecha). . . . .	27
2.7. Función de membresía triangular. . . . .	32
2.8. Función de membresía trapezoidal. . . . .	33
2.9. Función de membresía gaussiana. . . . .	33
2.10. Estructura de un controlador difuso. . . . .	35
2.11. Perfil de movimiento de siete segmentos, a) posición, b) velocidad, c) ace- leración y d) jerk. . . . .	38
3.1. Metodología. . . . .	39
3.2. (a) Inverse trapezoidal acceleration profile, (b) inverse jerk profile. . . . .	42
3.3. Inverse S-curve velocity profile (a) position, (b) S-curve velocity profile. . . . .	43
3.4. Propuesta del controlador PID con autosintonización. . . . .	45
3.5. Variables lingüísticas (a) error and (b) derivada del error. . . . .	46
3.6. Ganancias del controlador (a) $K_p$ y (b) $K_d$ . . . . .	46
3.7. Superficie de salida para (a) $K_p$ y (b) $K_d$ . . . . .	48
3.8. Estrategia de diseño. . . . .	49
3.9. Robot de una rueda para pruebas de control. . . . .	51
3.10. Diagrama de bloques del sistema motor-rueda para la simulación. . . . .	51
3.11. Diagrama de bloques del sistema motor-rueda de las ecuaciones (3.11) a la (3.15). . . . .	53
3.12. Diagrama de bloques del sistema motor-rueda de las ecuaciones (3.11) a la (3.15) para el calculo de la fuerza de tracción a partir del coeficiente de fricción. . . . .	53

4.1. Posición $\theta_d$ y perfil 7 segmentos simulados con $\gamma = \frac{1}{5}$ y $\gamma = \frac{2}{5}$ (a) posición, (b) velocidad. . . . .	58
4.2. Aceleración y jerk simulados con $\gamma = \frac{1}{5}$ y $\gamma = \frac{2}{5}$ (a) aceleración, (b) jerk. . . . .	58
4.3. Implementación del perfil trapezoidal (a) posición, (b) velocidad. . . . .	59
4.4. Señales de error y control obtenidas en la implementación del perfil de velocidad trapezoidal (a) error de posición y (b) señal de control. . . . .	60
4.5. Implementación del perfil de 7 segmentos (a) posición y (b) velocidad. . . . .	60
4.6. Señales del error de posición y control del perfil 7 segmentos (a) error y (b) control. . . . .	61
4.7. Aceleración y jerk de los perfiles trapezoidal y 7 segmentos (a) aceleración y (b) jerk. . . . .	62
4.8. Implementación del perfil 7 segmentos y el inverso, (a) posición, and (b) velocidad. . . . .	63
4.9. Señal de posición del error . . . . .	64
4.10. Plataforma lineal utilizada para la prueba del controlador . . . . .	64
4.11. Controlador PID con sintonía difusa ante una entrada escalón (a) posición y (b) error. . . . .	65
4.12. Señal de control ante entrada escalón . . . . .	66
4.13. Variación de las ganancias ante una entrada escalón (a) $K_p$ y (b) $K_d$ . . . . .	66
4.14. Controlador de movimiento PID difuso con un perfil de movimiento de 7 segmentos, (a) posición y (b) error. . . . .	68
4.15. Implementación del perfil 7 segmentos con el controlador PID difuso (a) velocidad y (b) señal de control. . . . .	68
4.16. Respuesta en tiempo real de las ganancias de control (a) $K_p$ y (b) $K_d$ . . . . .	69
4.17. Controlador de movimiento con base en PID con autosintonización con lógica difusa y perfil de velocidad de 7 segmentos con carga de 1.9 kg, (a) posición, y (b) error. . . . .	69
4.18. Perfil de velocidad de 7 segmentos con carga de 1.9 kg (a) velocidad y (b) señal de control. . . . .	70
4.19. Respuesta real de las ganancias del controlador con una carga 1.9 kg (a) $K_p$ y (b) $K_d$ . . . . .	70
4.20. Diagrama del modelo para simulación. . . . .	72
4.21. Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies (a) asfalto seco, (b) asfalto mojado y (c) hielo. . . . .	75
4.22. Respuesta del deslizamiento ante una entrada de 12 volts. . . . .	75
4.23. Controlador de deslizamiento. . . . .	76
4.24. Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies (a) asfalto seco, (b) asfalto mojado y (c) hielo. . . . .	77
4.25. Controlador difuso. . . . .	78
4.26. Estructuras de control (a) lazo externo y (b) lazo interno. . . . .	78

4.27. Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies <b>(a)</b> asfalto seco, <b>(b)</b> asfalto mojado y <b>(c)</b> hielo. . . . .	79
4.28. Deslizamiento. . . . .	80
4.29. Corriente. . . . .	80
4.30. Perfil de 7 segmentos.. . . .	81

# Índice de tablas

3.1. Valores lingüísticos para el rango del error y la derivada del error. . . . .	45
3.2. Valores lingüísticos de $K_p$ y $K_d$ . . . . .	47
3.3. Reglas de control. . . . .	47
4.1. Parámetros utilizados en la implementación del perfil de 7 segmentos. . . . .	56
4.2. Valores calculados para la simulación . . . . .	57
4.3. Parámetros de los perfiles de 7 segmentos y perfil inverso de 7 segmentos utilizados en la implementación. . . . .	62
4.4. Comparación de desempeño entre controladores encontrados en la literatura. . . . .	67
4.5. Comparación de controladores de movimiento con su sintonización. . . . .	71
4.6. Parámetros del motor de corriente directa. . . . .	73
4.7. Parámetros de la estructura del robot. . . . .	73
4.8. Parámetros para el calculo del coeficiente de fricción en función de la superficie. . . . .	73
4.9. Valores de la posición final. . . . .	81
4.10. Valores de desempeño. . . . .	81

# Resumen

En este trabajo de investigación se presenta una nueva metodología de diseño para un controlador de tracción para un robot móvil o con ruedas. El deseo de diseñar un controlador de tracción para un robot móvil es mejorar las trayectorias que el mismo debe seguir sin importar la superficie por la que atraviere, es decir, el robot debe ser capaz de atravesar superficies húmedas, mojadas, o hielo sin presentar cambios bruscos de velocidad. El controlador de tracción debe funcionar a partir de un generador de trayectorias para ir asignando la velocidad que el sistema debe alcanzar cuando el robot atraviesa por una superficie con un coeficiente de fricción muy cercano a cero, en donde existirá una descompensación entre las velocidades de los motores, haciendo que un motor gire más rápido que el otro. La función del controlador de tracción es mantener la velocidad de los motores semejantes para evitar este tipo de descompensaciones. Para el diseño del controlador de tracción se usa como entrada el deslizamiento de las ruedas, medido a partir de la velocidad angular y longitudinal del robot.

**Palabras clave:** Control difuso, robot móvil, control de tracción, sistemas de control.

# Abstract

In this research work, a new design methodology for a traction controller for a mobile or wheeled robot is presented. The desire to design a traction controller for a mobile robot is to improve the trajectories that it must follow regardless of the surface it crosses, that is, the robot must be able to cross dry, wet, or icy surfaces without changes on the speed tires. The traction controller must work from a trajectory generator to assign the speed that the system must reach when the robot crosses a surface with a coefficient of friction very close to zero, where there will be an imbalance between the speeds of the motors, causing one motor to rotate faster than the other. The function of the traction control is to maintain the speed of similar motors to avoid this type of imbalance. For the design of the traction controller, the slip of the wheels, measured from the angular and longitudinal speed of the robot, is used as input.

# Capítulo 1

## Introducción

La robótica móvil ha sido estudiada ampliamente durante los últimos años ya que los avances tecnológicos han incrementado su capacidad de procesamiento a niveles inimaginables, haciendo que la aplicación de robots móviles sea cada vez más estudiada, conjuntando herramientas de conocimiento cada vez más complejas. Por definición, un robot móvil es aquel que puede moverse de un lugar a otro de manera autónoma, esto es, sin la asistencia externa de un operador (Ali and Hall, 2005; Desai, 2001). A diferencia de los robots manipuladores, que trabajan sobre un área de trabajo delimitada por la morfología propia del sistema, los robots móviles tienen la característica especial de moverse libremente dentro de un espacio de trabajo predefinido para lograr los objetivos deseados (Tzafestas, 2013). De acuerdo con el entorno en el que se mueven, los robots móviles se pueden clasificar en tres grupos principales: robots terrestres, robots aéreos o drones, y robots submarinos (Klancar and Zdesar, 2017). El presente trabajo de investigación se encuentra enfocado en el estudio de la robótica móvil, especialmente en los robots terrestres.

El ser humano muestra dificultad para tomar decisiones cuando se tiene información imprecisa. La lógica difusa, desarrollada por Lofti Asker Zadeh en 1965, permite emular la lógica humana y tomar decisiones acertadas a pesar de la información (Zadeh, 1976; Alavala, 2008). Es considerada como una herramienta flexible que se basa en reglas lingüísticas dictadas por expertos, compuesta por un conjunto de principios matemáticos basados en grados de membresía o pertenencia, cuya función es modelar información (Hanss, 2005). Este modelado se hace con base en reglas lingüísticas que aproximan una función mediante la relación entradas y salidas del sistema. Esta lógica presenta rangos de pertenencia dentro de un intervalo entre cero y uno, a diferencia de la lógica convencional, en la que el rango se limita a dos valores: el cero y el uno (Cruz and Herrera, 2011).

Los sistemas de control, por otro lado, son un ordenamiento de componentes físicos unidos o relacionados de tal manera que mandan, dirigen o regulan al mismo sistema o a otro (Distefano and Stubberud, 1995); los sistemas de control se clasifican como sistemas

de control en lazo abierto y sistemas de control en lazo cerrado (Kuo, 1987). Los sistemas en los cuales la salida no tiene efecto sobre la acción de control se denominan sistemas de control en lazo abierto. Los sistemas que mantienen una relación determinada entre la salida y la entrada de referencia, comparándolas y usando la diferencia como medio de control se denominan sistemas de control en lazo cerrado o sistemas de control retroalimentados (Ogata, 2003; Nise, 2007).

A partir de la combinación de técnicas de sistemas de control y lógica difusa se crea el control difuso que puede ser considerado como un sistema de lazo cerrado experto en tiempo real, implementado a partir de la experiencia de un operador o ingeniero de procesos que no se presta para expresarse fácilmente en ecuaciones diferenciales, sino en reglas de situación-acción (Mandal, 2006).

Los controladores basados en lógica difusa o controladores difusos son representados por reglas proposicionales *si-entonces* que pueden proporcionar una representación de conocimiento comprensible y fácil de usar (Jager, 1995). Se puede ver esto como un lenguaje de programación de alto nivel, donde el programa consta de reglas condicionales y el compilador o interprete dan como resultado un algoritmo de control no lineal, por lo que, la programación por medio de declaraciones cualitativas, representadas por medio de declaraciones *si-entonces*, para obtener un programa que trabaje en dominios cuantitativos, proporcionados por señales de sensores y actuadores es la base del control difuso (Kacprzyk, 2013). Intuitivamente, esto implica la pérdida de información, porque no hay una traducción única de una entidad cualitativa a una representación cuantitativa, excepto en algunos casos especiales.

Los sistemas de control de tracción (del inglés traction control system TCS) han venido a revolucionar el comportamiento de los automóviles a como los conocemos hoy en día, no obstante gracias al desempeño mostrado en los vehículos tripulados se logra abrir una rama de estudio de los controladores de tracción para robots móviles. La implementación de controladores de tracción en robots móviles busca el mejorar el rendimiento de los robots ya sea por el consumo energético o la precisión de llegada al punto deseado (Albagul et al., 2004). El consumo de energía en los robots móviles depende en gran medida de la adherencia que existe entre los neumáticos y el suelo, por lo que, a mayor adherencia se produce una mejor estabilidad en la conducción autónoma y esto puede traducirse a una mayor estabilidad en el sistema. La tracción, por otro lado, es considerada como una fuerza propulsora vehicular producida por la fricción presente entre el neumático y la superficie. Las características inherentes de la fricción son no lineales e inciertas, haciendo que los sistemas de control de tracción tengan un grado alto de diseño (Kuntanapreeda, 2014).

Los sistemas de control de tracción actualmente se encuentran aplicados a automóviles

(Kuntanapreeda, 2014; Jin et al., 2017). Grandes compañías como Ford, Mazda, Toyota, General Motors, por mencionar algunas, cuentan con patentes propias de sus sistemas de control de tracción. Los sistemas de control de tracción presentes en los vehículos automotores reducen la velocidad de las ruedas cuando se encuentran por superficies lisas, permitiendo evitar deslizamientos no deseados en los ejes los cuales pueden causar accidentes al perder el control del volante.

En la robótica, este tipo de sistemas no son relativamente nuevos, pero no han sido abordados completamente debido a la escasez de herramientas de procesamiento; los avances actuales de los sistemas embebidos han permitido que las técnicas de diferentes áreas puedan ser implementadas a la robótica (Mu et al., 2017). Los sistemas de control de tracción aplicados a los robots móviles están basados en controladores modernos y controladores no lineales de modos deslizantes basados en observadores de estados (Konduri et al., 2014; Kuntanapreeda, 2014; Mu et al., 2017).

La tracción, al estar completamente ligada a la fricción, presenta comportamientos no lineales a través del tiempo, por lo que, los controladores modernos deben anexar una matriz que represente los coeficientes no lineales aproximados de la fricción para actuar sobre la señal de control. Los robots móviles en conjunto de controladores de tracción permiten que el robot pueda moverse libremente sobre espacios con superficies lisas, húmedas, mojadas y suaves. El control de tracción permite que las ruedas del robot giren a velocidades similares sobre superficies con coeficientes de fricción cercanos a cero, y cuando exista una descompensación, el controlador de tracción debe activarse para evitar deslizamientos innecesarios de la planta, lo que se traduce a no alcanzar la trayectoria de trabajo (Ali and Hall, 2005).

En la presente investigación se desarrollará un controlador de tracción basado en lógica difusa capaz de actuar ante descompensaciones en las velocidades de las ruedas del robot, para reducir el error presente entre la trayectoria deseada respecto de la actual.

## 1.1. Justificación

La cuarta revolución industrial pretende modificar fundamentalmente la forma en que vivimos, trabajamos y nos relacionamos con el medio ambiente. Los avances tecnológicos y científicos producidos recientemente son inimaginables, pero tangibles. En la actualidad, el uso de robots móviles se ha incrementado considerablemente. Se prevé que para el 2022 un 25 % de los robots que se vendan a la industria sean móviles, superando los 14 mil millones de dólares en pedidos (LLC, 2019). Aunque el estudio mencionado arriba muestra que la tendencia de la robótica móvil va dirigida hacia la industria, la investigación

científica esta involucrandose para desarrollar robots capaces de operar ante algún desastre natural. El interés de investigar y desarrollar robots móviles nace de la necesidad y el deseo de tener robots que puedan interactuar con los humanos en un entorno de trabajo peligroso de manera remota.

Los desastres naturales que golpean a México y el mundo cada año son impredecibles, ya que nadie está preparado para actuar ante una situación de peligro aún con la existencia de diversos protocolos de seguridad que nos indican como actuar frente a un desastre natural específico (Zúñiga and Villoría, 2018). Cuando se trata de huracanes, inundaciones y terremotos que azotan parte del país, es necesario reconocer las zonas afectadas antes de mandar personal capacitado para el auxilio a los damnificados una vez que estos desastres han ocurrido. Por tal motivo, se requiere el uso de un robot de tracción, capaz de poder desplazarse ante cualquier superficie, controlando las descompensaciones de velocidad que puedan sufrir las ruedas, con el fin de evitar que personas no capacitadas puedan entrar a la zona del siniestro, reduciendo el riesgo de más pérdidas humanas.

## 1.2. Formulación del problema

En la actualidad, los robots móviles terrestres se utilizan en aplicaciones de seguridad o para la exploración en entornos hostiles, y son una línea de investigación presente en laboratorios y centros técnicos de todo el mundo. Uno de los problemas que se encuentran en el diseño de robots móviles, es el de la tracción del sistema. Los sistemas de tracción convencionales son aplicados directamente a automóviles comerciales (Albagul et al., 2004). Se han desarrollado controladores de tracción utilizando controladores lineales, que trabajan sobre una superficie específica, sobre la cual se sintoniza el controlador; cuando se cambia de superficie se debe volver a sintonizar el controlador para que trabaje sobre el nuevo entorno (Bede and Gal, 2005).

El deseo de diseñar un robot móvil, que será utilizado para elaborar tareas de reconocimiento en áreas de desastres naturales terrestres, basado en control de tracción es el mejorar las trayectorias que el sistema debe seguir sin importar la superficie por la que atraviese, es decir, el robot debe ser capaz de atravesar superficies húmedas, mojadas, con aceite o algún material químico derrapante, con el fin de monitorear el área afectada (Klancar and Zdesar, 2017). El controlador de tracción debe funcionar a partir de un generador de trayectorias para ir asignando la velocidad que el sistema debe alcanzar cuando el robot atraviesa por una superficie con un coeficiente de fricción muy cercano a cero, en donde existirá una descompensación entre las velocidades de los motores, haciendo que un motor gire más rápido que el otro. La función del controlador de tracción es mantener la velocidad de los motores semejantes para evitar este tipo de descompensaciones.

El robot móvil por diseñar en este proyecto será de estructura abierta basado en un System on a Chip (SoC) Raspberry Pi 3 y un campo de arreglos de compuertas

programables (FPGA) abierta. La idea de combinar estas arquitecturas es el ofrecer un sistema barato y amigable con los usuarios. El trabajar con fricción, la cual es una variable con comportamiento no lineal, justifica la aplicación de controladores no lineales.

Los controladores basados en lógica difusa ofrecen una nueva posibilidad en el diseño de sistemas complejos lineales o no lineales, ya que están diseñados por el conocimiento de los ingenieros en lugar de un modelo matemático, por lo que, la implementación de un controlador de tracción basado en lógica difusa permite reducir los deslizamientos no deseados provocados por superficies con coeficientes de fricción cercanos a cero alcanzando una posición deseada a partir de una trayectoria generada.

## 1.3. Hipótesis

La implementación de un algoritmo de control con base en lógica difusa permite reducir los deslizamientos no deseados por las superficies con coeficientes de fricción cercanos a cero en las ruedas de un robot de tracción debido a su capacidad de procesar las no linealidades inherentes mediante inteligencia artificial en comparación de controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), logrando reducir el error en la velocidad.

## 1.4. Objetivos

### 1.4.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un algoritmo con base en lógica difusa en un sistema embebido para el control de tracción de un robot móvil.

### 1.4.2. Objetivos particulares

- Obtener el modelo dinámico de la relación rueda-motor de un robot para simular el comportamiento ante una entrada rampa.
- Implementar una trayectoria de 7 segmentos al modelo dinámico para asignar la velocidad que las ruedas del robot deben seguir y comparar la velocidad angular con la velocidad longitudinal.
- Desarrollar un controlador de movimiento para llegar a una posición objetivo.
- Diseñar e implementar un controlador de difuso con autosintonía para llegar a una posición objetivo.
- Diseñar e implementar un controlador de deslizamiento con base en lógica difusa para controlar las velocidades longitudinal y angular ante superficies de hielo y asfalto húmedo/mojado.

## 1.5. Aspectos de bioética

El presente trabajo no presenta ningún riesgo para personas, animales acorde a las normas estipuladas de bioética de esta universidad, ya que la experimentación a realizar consiste en aplicaciones de robots móviles de tracción, así como motores de corriente directa. Además, la experimentación estará regida a partir del reglamento del laboratorio de mecatrónica, entre los puntos más importantes del mismo se encuentran (Labmec, 2018):

- El usuario, podrá ser todo aquel estudiante, investigador o personal docente, que sea parte de la Facultad de Ingeniería, teniendo los mismos derechos y obligaciones así como sanciones estipuladas.
- El usuario que requiera utilizar máquinas y/o herramientas, para su protección, deberá contar con la vestimenta adecuada al ingresar al laboratorio, como lo es bata, zapato cerrado y lentes de seguridad, en el caso de las usuarias el pelo recogido.
- Está estrictamente prohibido fumar, ingerir bebidas y/o alimentos en cualquier área del laboratorio.

## **1.6. Impacto de la investigacion**

### **1.6.1. Impacto social**

El impacto social que ofrece la presente investigación se basa en el desarrollo de un robot móvil operado remotamente capaz de ingresar en zonas de riesgo causadas por un desastre natural, evitando arriesgar la vida humana. El robot debe ser capaz de atravesar superficies húmedas, mojadas o bajo la interacción de algún químico derrapante sin un aumento de energía cuando este atraviese dichas zonas.

### **1.6.2. Impacto económico**

El proyecto de investigación está orientado a ofrecer un robot de bajo costo basado en una arquitectura abierta, la cual pueda ser fácilmente modificada para agregar otras funcionalidades, además, las tarjetas electrónicas pueden ser desmontables para darles otra aplicación tal es el caso de la FPGA y la Raspberry Pi 3.

### **1.6.3. Impacto ambiental**

Para la estructura del robot se utilizarán materiales que sean amigables con el medio ambiente y se diseñaran las placas electrónicas con el fin de reutilizarlas en otros proyectos. El consumo energético podrá ser regulado para incrementar la duración de la batería, alargando la vida de la misma.

# Capítulo 2

## Fundamentos Teóricos

### 2.1. Robots Móviles

El primer robot móvil documentado fue construido de 1966 a 1972 (Nilsson, 1984); Shakey, como fue nombrado este robot, fue diseñado por el centro de inteligencia artificial del instituto de investigación de Standford. Dotado de una capacidad limitada para percibir y modelar su entorno, Shakey podía realizar tareas que requerían planificación, búsqueda de rutas y la reorganización de objetos simples. Aunque el proyecto de este robot dio lugar a numerosos avances en las técnicas de la inteligencia artificial, gran parte de la información de diseño, que podría ser de utilidad en la actualidad, aparece solo en una serie de informes técnicos relativamente inaccesibles. A pesar del poco avance tecnológico de aquella época, el robot Shakey quedo como antecedente del funcionamiento de diferentes áreas aplicadas a un campo denominado robótica que en la actualidad está conjuntando técnicas de desarrollo más sofisticadas que conllevan un procesamiento de información mas alto y riguroso comparadas con la de aquel entonces.



Figura 2.1: Primer robot móvil desarrollado (Nilsson, 1984).

De forma general, un robot móvil se trata en mecánica como un cuerpo rígido que se

traslada y gira en un plano. Por tanto, sus coordenadas de movimiento están dadas por la posición  $(x, y)$  en el plano y su orientación  $(\phi)$ . El robot móvil con ruedas de accionamiento diferencial consta de dos ruedas que se accionan con dos motores independientes y una rueda giratoria libre que equilibra la plataforma del robot durante el movimiento. Los motores proporcionan los pares de entrada necesarios  $(\tau_d, \tau_i)$  que se pueden usar para controlar el movimiento requerido por el robot. Dado que la velocidad angular de las ruedas se regula al mismo valor para obtener un movimiento en línea recta hacia el robot, la orientación del robot se obtiene por una diferencia en las velocidades angulares de las dos ruedas motrices.

### 2.1.1. Cinemática de un robot móvil

El primer paso es comprender la odometría de un robot móvil de accionamiento diferencial y repasar algunos conceptos útiles. Considere el cuerpo rígido que se muestra en la figura 2.2 que se traslada y gira en el plano.

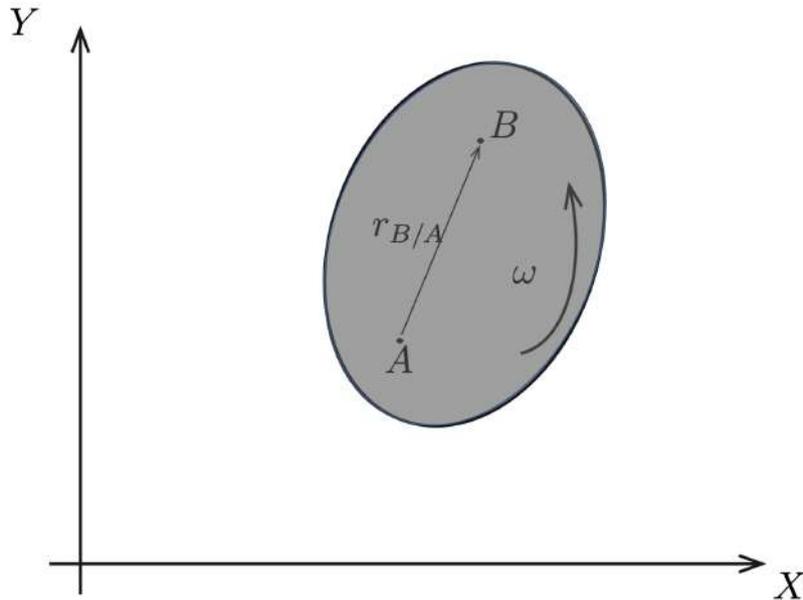


Figura 2.2: Robot móvil.

La velocidad relativa entre dos puntos diferentes en el cuerpo rígido está dada por la ecuación (2.1).

$$V_B = V_A + \omega \times r_{B/A} \quad (2.1)$$

donde  $V_A$  es la velocidad en el punto  $A$ ,  $V_B$  es la velocidad del punto  $B$ ,  $\omega$  es la velocidad angular del cuerpo y  $r_{B/A}$  es el vector de posición dirigido de  $A$  a  $B$ . De esta ecuación podemos observar que cuando el cuerpo no tiene ninguna velocidad angular,

todos los puntos del cuerpo tendrán la misma velocidad lineal. Tomando la derivada con respecto al tiempo de la ecuación (2.1) se obtiene la ecuación (2.2) de la aceleración.

$$a_B = a_A + \alpha \times r_{B/A} - \omega^2 \times r_{B/A} \quad (2.2)$$

donde  $a$  es la aceleración del respectivo punto y  $\alpha$  es la aceleración angular del cuerpo.

Para derivar la cinemática del robot, considere una ilustración simple del robot móvil como se muestra en la figura 2.3. Se describe la posición y orientación del robot en cualquier instante de tiempo están descritas por el vector  $q = [x, y, \phi]^T$ , donde  $(x, y)$  denotan la posición del punto  $o$  (el centro del eje de las ruedas motrices) y  $\phi$  es la orientación del robot en el marco de coordenadas global. La velocidad angular de las ruedas izquierda y derecha se denotan como  $\theta_i$  y  $\theta_d$ , respectivamente

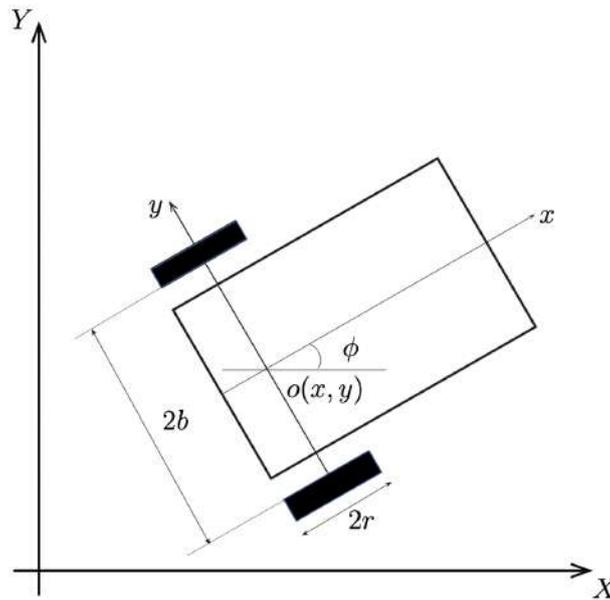


Figura 2.3: Diagrama de cuerpo libre del robot móvil.

Se tienen tres variables a controlar  $(x, y, \phi)$  y solo dos entradas (los torques de la rueda), por lo tanto el sistema está subactuado. La relación entre velocidad lineal  $v$ , angular  $\omega$  del robot y la derivada de la velocidad con su orientación esta dada en la ecuación (2.3).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) representa la cinemática del robot. Se observa que el centro geométrico del robot no necesita ser el centro de masa del mismo. El centro del eje de rotación de la rueda se toma como punto de referencia de rotación. Por tanto, la velocidad en este punto se toma como la velocidad del robot. El ángulo de rotación no está restringido al

marco de referencia del robot porque como cuerpo rígido todos los puntos experimentan el mismo cambio en la orientación. Cuando  $\dot{\theta}_r$  es más grande que  $\dot{\theta}_l$ , el robot gira hacia la derecha. Las velocidades lineales y angulares del robot se relacionan con la velocidad angular de la rueda por las ecuaciones (2.4) y (2.4).

$$v = \frac{r(\dot{\theta}_l + \dot{\theta}_r)}{2} \quad (2.4)$$

$$\omega = \frac{r(\dot{\theta}_l - \dot{\theta}_r)}{2b} \quad (2.5)$$

donde  $r$  es el radio de la llanta y  $2b$  es la longitud de la base de la rueda, es decir, la distancia entre las ruedas medida a lo largo del eje de rotación de las llantas. Aunque no se usa en el diseño de un controlador cinemático, vale la pena señalar una restricción importante en el movimiento del robot. Esta restricción no es holonómica y restringe el deslizamiento lateral de las ruedas, restringiendo así cualquier movimiento lateral y se representa con la ecuación (2.6).

$$\dot{x} \sin \phi = \dot{y} \cos \phi \quad (2.6)$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores y considerando las restricciones no holonómicas, se obtienen las ecuaciones (2.7) y (2.8).

$$\dot{\theta}_r r = \dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi \quad (2.7)$$

$$\dot{\theta}_l r = \dot{x} \sin \phi - \dot{y} \cos \phi \quad (2.8)$$

Estas son relaciones comunes, y es posible expresarlas en función del centro de masa del robot usando las ecuaciones (2.1) y (2.2) para relacionar estos puntos. Por ello nos referiremos con el subíndice “o” cuando se utilice el centro del eje de las ruedas y con el subíndice “c” cuando nos referimos al centro de la masa.

### 2.1.2. Dinámica de robots móviles

Para obtener las ecuaciones dinámicas del robot móvil utilizamos la formulación lagrangiana. Dado que el robot móvil está en el suelo que se toma como referencia, la función de Lagrange es la energía cinética total del sistema y esta dada por la ecuación (2.9).

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}_o^2 + \dot{y}_o^2) + \frac{1}{2}I_t\dot{\phi}^2 \quad (2.9)$$

Las ecuaciones dinámicas del robot se representan utilizando la ecuación (2.10).

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_0} - \frac{\delta L}{\delta q_0} = J^T(q_0)\lambda + B(q_0)\tau \quad (2.10)$$

donde  $q_0$  es el vector de coordenadas generalizado, es decir,  $q_0 = [x_0, y_0, \phi]^T$ ,  $J(q_0)$  es la matriz de restricción no holonómica,  $\lambda$  es el vector multiplicador de Lagrange de las fuerzas de restricción,  $B(q_0)$  es la matriz de entrada de transformación obtenida de la cinemática del robot y  $\tau$  es el vector de par de entrada. Sustituyendo el Lagrangiano y usando las ecuaciones (2.3) y (2.9) se obtiene la ecuación (2.11) que representa la dinámica del robot.

$$\begin{bmatrix} m_t & 0 & 0 \\ 0 & m_t & 0 \\ 0 & 0 & I_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ \ddot{\phi}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos \phi & \cos \phi \\ \sin \phi & \sin \phi \\ b & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_l \\ \tau_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \phi \\ -\cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \lambda \quad (2.11)$$

donde  $m_t$  es la masa e  $I_t$  es la inercia del robot sobre su eje de rotación. Existen varios métodos para eliminar el multiplicador lagrangiano  $\lambda$ . Se puede usar la cinemática del robot para obtener las aceleraciones y sustituirlas en la ecuación anterior. En este trabajo se emplea el método basado en la cinemática ya que las ecuaciones son relativamente simples. El par total aplicado es la suma de los pares lineal ( $\tau_L$ ) y angular ( $\tau_A$ ). Los pares lineales y angulares están dados por la ecuación (2.12).

$$\tau_L = \frac{1}{r}(\tau_l + \tau_r), \quad \tau_A = \frac{2b}{r}(\tau_l - \tau_r) \quad (2.12)$$

Aquí  $\tau_l$  y  $\tau_r$  son los torques proporcionados por el motor izquierdo y derecho, respectivamente. Usando los torques lineales y angulares, la ecuación (2.11) puede escribirse como la ecuación (2.13).

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0 &= \frac{1}{m_t}(\tau_L \cos \phi + \lambda \sin \phi) \\ \ddot{y}_0 &= \frac{1}{m_t}(\tau_L \sin \phi - \lambda \cos \phi) \\ \ddot{\phi}_0 &= \frac{\tau_A}{I_t} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Diferenciando la cinemática de la ecuación (2.3), sustituyendo el vector  $[\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{\phi}_0]^T$  en la ecuación (2.13) y despejando  $[\dot{v}, \dot{\omega}]^T$  se obtiene la ecuación (2.14)

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\tau_L}{m_t} \\ \frac{\tau_A}{I_t} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) es la ecuación dinámica del robot referida al centro de rotación. Estas dinámicas se utilizan en el diseño de un controlador de motor basado en torque para controlar el movimiento del robot. Utilizando las transformaciones dadas por la ecuación (2.2) y la dinámica de las ruedas obtenemos las ecuaciones (2.15), (2.16) y (2.17) considerando la posición del centro de masa.

$$M\ddot{q} = B\tau - C\lambda \quad (2.15)$$

donde

$$m = \begin{bmatrix} m_t & 0 & dm_t \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & m_t & -dm_t \cos \phi & 0 & 0 \\ dm_t \sin \phi & -dm_t \cos \phi & I_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{wy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{wy} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$q = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ \phi \\ \theta_r \\ \theta_l \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \cos \phi/r & \cos \phi/r \\ \sin \phi/r & \sin \phi/r \\ b/r & -b/r \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} dm_t \dot{\phi}^2 \cos \phi \\ dm_t \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.2. Modelo dinámico de un motor de corriente directa

Los motores de corriente directa son los actuadores más comunes dentro de los sistemas de control. Proporciona de manera directa un movimiento de rotación y junto las ruedas, rieles y cables, puede proporcionar un movimiento de traslación. El circuito eléctrico equivalente de la armadura y el diagrama de cuerpo libre del rotor se muestran en la figura 2.4. Es necesario obtener un modelo dinámico que permita un análisis correcto. El modelo dinámico de este servosistema depende de las características eléctricas y mecánicas, como la resistencia  $R_a$ , la inductancia  $L_a$  y la inercia  $J$  de la armadura, la fuerza contraelectromotriz  $v_b$  y la fricción  $D$ .

En general, el torque generado por un motor es proporcional a la corriente de armadura y la fuerza del campo magnetico. Para la obtención del modelo se supone que el campo magnetico es constante y que el par del motor es proporcional solo a la corriente de armadura  $i_a$  por una ganancia de torque  $K_\tau$ , tal como se muestra en la ecuación (2.18).

$$T_m(t) = K_\tau i_a(t) \quad (2.18)$$

La fuerza contraelectromotriz se describe en la ecuación (2.19).

$$v_b(t) = K_e \frac{d\theta_m(t)}{dt} \quad (2.19)$$

De acuerdo al Sistema Internacional de Unidades (SI), las constantes de torque y fuerza contraelectromotriz son iguales, es decir  $K_\tau = K_e$ ; esto facilita el análisis matemático ya que esas dos constantes se pueden sustituir por una sola ganancia  $K$ . De la figura 2.4 es posible derivar las siguientes ecuaciones basadas en la segunda ley de Newton

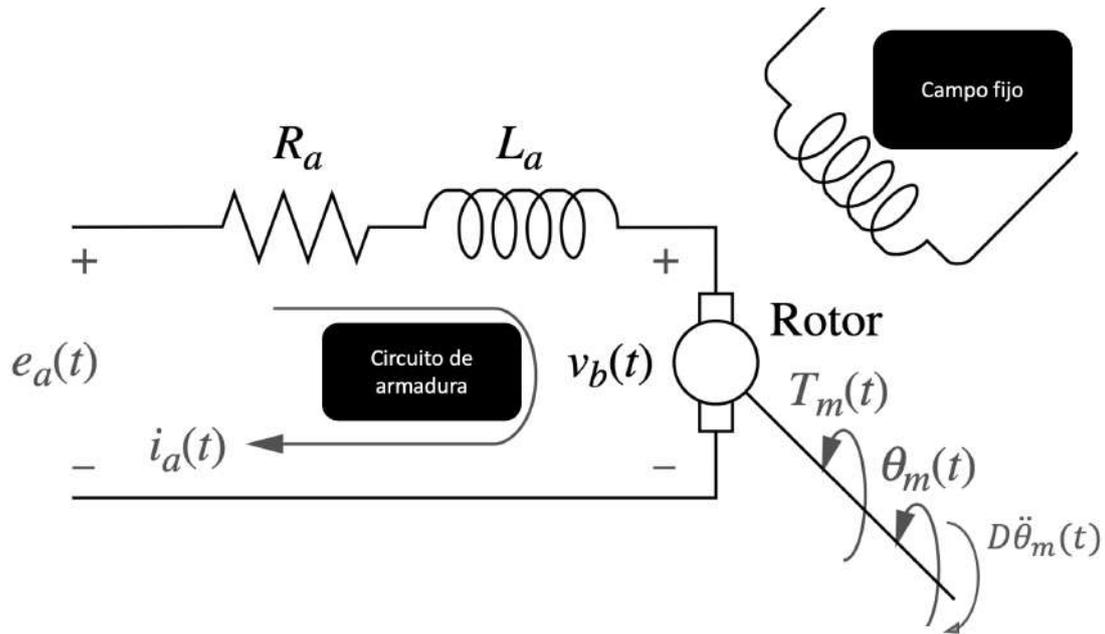


Figura 2.4: Modelo dinámico de un motor de corriente directa.

para el movimiento rotacional y la segunda ley de Kirchhoff, ecuaciones (2.20) y (2.21) respectivamente.

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{K}{J}i_a - \frac{D}{J}\omega_m \quad (2.20)$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{e_a}{L_a} - \frac{K}{L_a}\omega_m - \frac{R_a}{L}i_a \quad (2.21)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (2.22)$$

### 2.3. Modelo dinámico de tracción

El problema de predecir la fuerza de fricción entre el neumático y el suelo para vehículos de ruedas es de enorme importancia para la industria del automóvil y la robótica de sistemas con ruedas. Dado que la fricción es el mecanismo principal para generar fuerzas en el vehículo, es extremadamente importante tener una caracterización precisa de la magnitud (y dirección) de la fuerza de fricción generada en la interfaz suelo/neumático. Sin embargo, es difícil obtener analíticamente modelos precisos de la fricción entre el neumático y el suelo. Posteriormente, en los últimos años, el problema de modelar y predecir la fricción de los neumáticos se ha convertido en un área de intensa investigación en la comunidad automotriz. En particular, los sistemas de control de tracción y ABS se basan en el conocimiento de las características de fricción. Dichos sistemas han mejorado

la seguridad y la maniobrabilidad hasta tal punto que se han vuelto casi obligatorios para todos los futuros vehículos de pasajeros (Aguillón et al., 2012).

Los sistemas de control de tracción reducen o eliminan el deslizamiento o deslizamiento excesivo durante la aceleración del vehículo y, por lo tanto, mejoran la capacidad de control y maniobrabilidad del vehículo. El diseño adecuado del control de tracción tiene un efecto primordial en la seguridad y las cualidades de manejo de los vehículos de pasajeros. El control de tracción tiene como objetivo lograr la máxima transferencia de par desde el eje de la rueda a la aceleración hacia adelante. De manera similar, los sistemas de frenos antibloqueo (ABS) evitan que las ruedas se traben y patinen durante el frenado al regular la presión aplicada sobre los frenos, lo que aumenta la estabilidad lateral y la maniobrabilidad, especialmente en condiciones de carreteras mojadas y heladas. Al igual que en el caso del control de tracción, la principal dificultad en el diseño de sistemas ABS es la falta de linealidad y la incertidumbre de los modelos de neumáticos/carretera. En cualquier caso, la fuerza de fricción en la interfaz neumático/carretera es el mecanismo principal para convertir la aceleración o desaceleración angular de la rueda (debido al par motor o al frenado) en aceleración o desaceleración hacia adelante (fuerza longitudinal).

Por lo tanto, el estudio de las características de la fuerza de fricción en la interfaz carretera/neumático es de suma importancia para el diseño de sistemas ABS y/o de control de tracción. Además, los modelos de fricción de los neumáticos también son indispensables para reproducir con precisión las fuerzas de fricción con fines de simulación. Una suposición común en la mayoría de los modelos de fricción de neumáticos es que la fricción de las llantas normalizada, ecuación (2.23), es una función no lineal de la velocidad relativa normalizada entre la superficie y el neumático (coeficiente de deslizamiento  $s$ ) con un máximo distinto.

$$\mu = \frac{F}{F_n} = \frac{\text{Fuerza de fricción}}{\text{Fuerza normal}} \quad (2.23)$$

Además, se entiende que  $\mu$  también depende de la velocidad del vehículo y las condiciones de la superficie de la carretera, entre otros factores. Las curvas que se muestran en la figura 2.5 ilustran cómo estos factores influyen en la forma de  $\mu$ . Las curvas que se muestran en la Fig. 1 se derivan empíricamente, basándose únicamente en datos experimentales de estado estacionario (es decir, velocidad lineal y angular constante) (Harned et al., 1969; Bakker et al., 1987), en un entorno de laboratorio altamente controlado o usando vehículos de prueba especialmente diseñados. En tales condiciones de estado estacionario, los datos experimentales parecen respaldar las curvas de fuerza frente a deslizamiento de la figura 2.5. En realidad, las velocidades lineal y angular nunca se pueden controlar de forma independiente y, por lo tanto, tales condiciones idealizadas de estado estacionario no se alcanzan excepto durante el poco interesante caso de crucero con velo-

cidad constante. El desarrollo de la fuerza de fricción en la interfaz rueda/superficie es en gran medida un fenómeno dinámico. En otras palabras, la fuerza de fricción no alcanza instantáneamente su valor de estado estable que se muestra en la figura 2.5, sino que exhibe un comportamiento transitorio que puede diferir significativamente de su valor de estado estable.

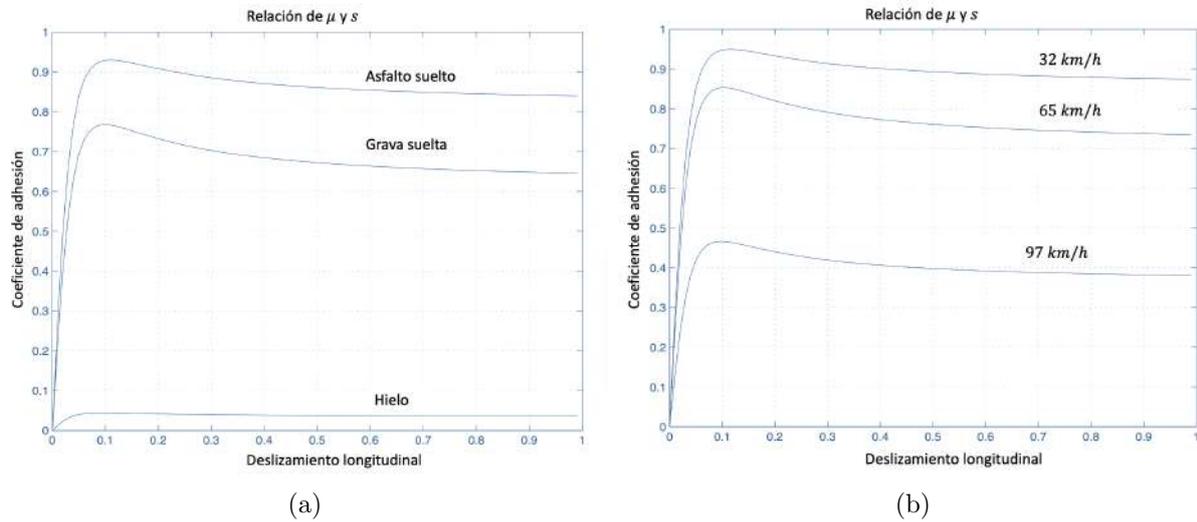


Figura 2.5: Variaciones típicas de los perfiles de fricción del neumático/carretera para (a) diferentes condiciones de la superficie de la carretera y (b) diferentes velocidades del vehículo.

En este trabajo se considera la dinámica de movimiento simplificada de un modelo de un cuarto de vehículo. El sistema es representado por las ecuaciones (2.24) y (2.25).

$$m\dot{v} = F \quad (2.24)$$

$$J\dot{\omega} = -rF + u \quad (2.25)$$

donde  $m$  es  $1/4$  de la masa del vehículo y  $J$  y  $r$  son la inercia y el radio de la rueda, respectivamente.  $v$  es la velocidad lineal del vehículo y  $\omega$  es la velocidad angular de la rueda,  $u$  es el torque de aceleración o frenado y  $F$  es la fuerza de fricción.

En aras de la simplicidad, en este trabajo de tesis solo se considera el movimiento longitudinal. El movimiento lateral y la dinámica longitudinal/lateral combinada se dejan para futuras investigaciones. También se omite la dinámica de los actuadores de frenado y conducción, la dinámica de suspensión, etc. Los modelos de fricción de neumáticos más comunes utilizados en la literatura son los de relaciones algebraicas de deslizamiento/fuerza. Se definen como mapas uno a uno (sin memoria) entre la fricción  $F$  y la tasa de deslizamiento longitudinal  $s$ , que se define en la ecuación (2.26).

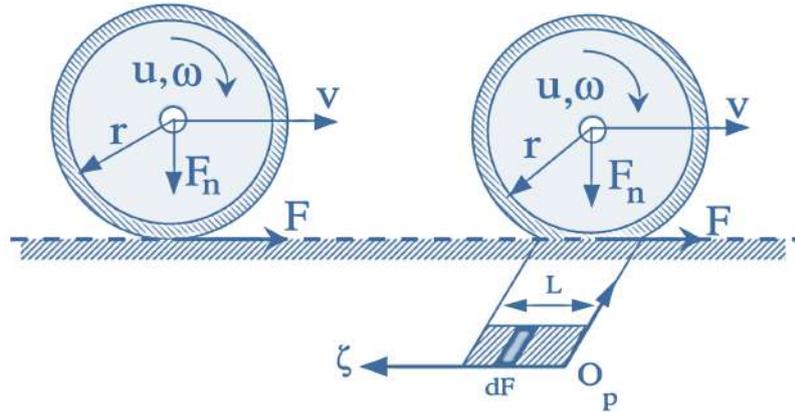


Figura 2.6: Sistema de una rueda con fricción concentrada (izquierda) y fricción distribuida (derecha).

$$s = \begin{cases} s_f = \frac{r\omega - v}{v} & \text{si } v > r\omega, v \neq 0 \text{ para frenado} \\ s_m = \frac{r\omega - v}{r\omega} & \text{si } v < r\omega, \omega \neq 0 \text{ para marcha} \end{cases} \quad (2.26)$$

La tasa de deslizamiento resulta de la reducción de la circunferencia efectiva del neumático como consecuencia de la deformación de la banda de rodadura debido a la elasticidad del caucho del neumático. Esto, a su vez, implica que la velocidad del suelo  $v$  no será igual a  $r\omega$ . El valor absoluto de la tasa de deslizamiento se define en el intervalo  $[0, 1]$ . Cuando  $s = 0$  no hay deslizamiento (rodamiento puro), mientras que  $|s| = 1$  indica deslizamiento/derrape total. Cabe señalar que para este trabajo siempre definiremos la velocidad relativa como  $v_r = r\omega - v$ . Como resultado, el coeficiente de deslizamiento en la ecuación (2.26) es positivo para conducir y negativo para frenar. Esto es algo diferente de lo que se hace normalmente en la literatura, donde la velocidad relativa (y por lo tanto el deslizamiento  $s$ ) se mantiene siempre positiva al redefinir  $v_r = v - r\omega$  en caso de frenado. Dado que deseamos que nuestros resultados se mantengan tanto para la conducción como para el frenado, creemos que es más natural mantener la misma definición para la velocidad relativa en ambos casos. Esto también evita cualquier inconsistencia y permite una fácil comparación entre los regímenes de frenado y conducción.

### 2.3.1. Modelos de deslizamiento-Fuerza

Los modelos de deslizamiento/fuerza tienen como objetivo describir las formas que se muestran en la figura 2.5 a través de mapas estáticos  $F(s) : s \mapsto F$ . También pueden depender de la velocidad del vehículo  $v$ , es decir,  $F(s, v)$ , y variar cuando cambian las características del camino.

Uno de los modelos más conocidos de este tipo es el modelo de Pacejka (Pacejka and Sharp, 1991), también conocido como la “Fórmula Mágica”. Se ha demostrado que este modelo coincide adecuadamente con los datos experimentales, obtenidos en condiciones particulares de velocidad lineal y angular constante. El modelo de Pacejka se representa con la ecuación (2.27).

$$F(s) = D \sin (C \arctan (Bs - E(Bs - \arctan (Bs)))) \quad (2.27)$$

se puede observar que la ecuación (2.27) contiene un conjunto de parámetros:  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$ . Estos parámetros dependen de las propiedades físicas de la llanta y del estado dinámico del vehículo. En la ecuación (2.27),  $D$  representa el coeficiente máximo,  $C$  representa el coeficiente de forma e influye en la forma de la curva,  $B$  es el coeficiente de rigidez,  $E$  es el coeficiente de curvatura. (Bakker et al., 1987). Otro modelo estático es el propuesto por Burckhardt (Burckhardt, 1993). La característica de fricción rueda/superficie es de la forma descrita por la ecuación (2.28).

$$F(s, v) = (c_1(1 - e^{-c_2s}) - c_3s)e^{-c_4v} \quad (2.28)$$

donde  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , son constantes. Este modelo tiene una dependencia de la velocidad, buscando igualar variaciones como las que se muestran en la figura 2.5–b.

En (Kiencke and Daiss, 1995), los autores desprecian el término dependiente de la velocidad en la ecuación (5) y después de aproximar la función exponencial, obtienen la siguiente expresión (2.29) para la curva de fricción/deslizamiento.

$$F(s) = k_s \frac{s}{c_1s^2 + c_2s + 1} \quad (2.29)$$

donde  $k_s$  es la pendiente de la curva  $F(s)$  contra  $s$  en  $s = 0$ .  $c_1$  y  $c_2$  son parámetros correctamente elegidos. Alternativamente, en (Burckhardt, 1987) se propone un modelo simple de tres parámetros independiente de la velocidad, tal como lo describe la ecuación (2.29).

$$F(s) = c_1(1 - e^{-c_2s}) - c_3s \quad (2.30)$$

Todos los modelos de fricción anteriores son altamente no lineales en los parámetros desconocidos y, por lo tanto, no están bien adaptados para su uso en la identificación en línea. Por esta razón, modelos simplificados como la ecuación (2.29) han sido propuestos en la literatura.

$$F(s) = c_1\sqrt{s} - c_2s \quad (2.31)$$

También se entiende bien que las “constantes”  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , en los modelos anteriores no son realmente invariantes, pero pueden depender en gran medida de las características

de la rueda (compuesto, tipo de banda de rodadura, profundidad de la banda de rodadura, presión de inflado, temperatura), de las condiciones de la carretera (por ejemplo, tipo de superficie, textura, drenaje, capacidad, temperatura, lubricante, etc.), y en las condiciones operativas del vehículo (velocidad, carga).

## 2.4. Lógica difusa y sistemas difusos

La lógica difusa ha jugado un papel muy importante en los últimos años, ya que ha permitido crear sistemas de control robustos sin la necesidad de tener la función de transferencia del mismo. Si bien es cierto que la lógica difusa se encuentra basada en la lógica convencional o clásica, esta presenta métodos de estudio completamente diferentes en su aplicación. Diferentes fuentes de estudio han demostrado que los sistemas difusos son aproximadores universales (Kosko, 1994; Zhang and Liu, 2006; Kluska, 2009). Estas pruebas provienen del isomorfismo entre dos álgebras: álgebra abstracta (grupos, campos y anillos) y el álgebra lineal (espacios vectoriales, vectores de estado y transición de matrices) y la estructura de un sistema difuso que comprende una implicación entre acciones y conclusiones (antecedentes y consecuentes). La razón de este isomorfismo es que ambas entidades (álgebra y sistemas difusos) implican una correlación entre elementos de dos o más dominios.

Así como una función algebraica asigna una variable de entrada a una variable de salida, un sistema difuso asigna un grupo de entrada a un grupo de salida; estos últimos grupos pueden ser proposiciones lingüísticas u otras formas de información difusa. La base sobre la que se apoya la teoría de los sistemas difusos es un teorema fundamental del análisis real en algebra conocido como el teorema de Stone-Weierstrass. Desarrollado por primera vez en 1885 por Weierstrass y simplificado por Stone en 1937. Si bien, los sistemas difusos se muestran como aproximaciones universales a funciones algebraicas, no es este atributo lo que en realidad los hace valiosos para nosotros en la comprensión de problemas nuevos o en evolución. Más bien, el principal beneficio de la teoría de sistemas difusos es aproximar el comportamiento del sistema cuando no existen funciones analíticas o relaciones numéricas. Por lo tanto, los sistemas difusos tienen un alto potencial para comprender los sistemas mismos que carecen de formulaciones analíticas: sistemas complejos.

Los sistemas complejos pueden ser sistemas nuevos que no han sido probados, pueden ser sistemas involucrados con la condición humana como sistemas biológicos o médicos, o pueden ser sistemas sociales, económicos o políticos, donde las vastas series de insumos y productos no podrían ser calculados analíticamente o controlados en cualquier sentido convencional. Por otro lado, la relación entre las causas y los efectos de estos sistemas generalmente no se entiende, pero a menudo se puede observar. Alternativamente, la teoría

de sistemas difusos puede tener utilidad en la evaluación de algunos de nuestros sistemas más convencionales, menos complejos. Por ejemplo, para algunos problemas las soluciones exactas no siempre son necesarias. Una solución aproximada, pero rápida, puede ser útil para tomar decisiones preliminares de diseño, o como una estimación inicial en una técnica numérica más precisa para ahorrar costos computacionales, o en situaciones en las que las entradas a un problema son vagas, ambiguas o no se sabe en absoluto (Ross, 2005).

En muchas ocasiones no es posible determinar la pertenencia de un elemento mediante valores de verdadero o falso, '0' o '1'. Cuando esto sucede, la lógica clásica ya no puede ser aplicada por sus limitaciones en la toma de decisiones, ya que presenta transiciones abruptas entre cada uno de sus valores, esto quiere decir que un elemento pertenece,  $x \in X$ , o no al conjunto  $x \notin X$ . La lógica difusa, por otro lado, permite categorizar un elemento mediante el uso de funciones de pertenencia o membresía que se bosquejan sobre un intervalo definido. Estas funciones de pertenencia permiten que la transición de cada elemento dentro de un conjunto no sea radical, sino que lleve una transición definida. Los conjuntos difusos se utilizan en ambientes en donde existe incertidumbre en las mediciones o donde no existe distinción entre valores numéricos. Un conjunto difuso se define mediante la ecuación (2.32).

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]\} \quad (2.32)$$

donde  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  es el grado de pertenencia en  $x$ . Los conjuntos difusos, así como los conjuntos clásicos se pueden expresar mediante relaciones.

## 2.5. Relaciones difusas

Una relación es la correspondencia que existe entre dos o más conjuntos; cada elemento de un conjunto específico corresponde a al menos un elemento de otro conjunto. Una relación difusa generaliza la notación descrita anteriormente en una cuyo grado de pertenencia es parcial. Cuando la correspondencia de los elementos es llevada a cabo se crea un nuevo conjunto, la ecuación (2.33) representa una relación de subconjuntos de un producto cartesiano difuso.

$$\tilde{R} = \{((x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n)) \mid (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n, \mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in [0, 1]\} \quad (2.33)$$

Dados dos conjuntos difusos  $\tilde{A}$  y  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{A}, \tilde{B} \subseteq X$ , con funciones de pertenencia  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  y  $\mu_{\tilde{B}}(x)$ , la conjunción  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$  se expresa en la ecuación 2.34.

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in X \quad (2.34)$$

Para la disyunción, los conjuntos difusos  $\tilde{A}$  y  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{A}, \tilde{B} \supseteq X$ , con funciones de pertenencia  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  y  $\mu_{\tilde{B}}(x)$ , la union o disyunción  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$  es expresada en la ecuación (2.35).

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \text{máx}[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in X \quad (2.35)$$

Una generalización de la n-ésima intersección o conjunción difusa,  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ , donde  $\tilde{R}$  y  $\tilde{S}$  son relaciones difusas,  $\tilde{R}, \tilde{S} \subseteq X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  es dada en la ecuación (2.36). Por otro lado, la m-ésima unión de dos conjuntos difusos,  $\tilde{R} \cup \tilde{S}$ , esta dada por la relación de  $\tilde{R}$  y  $\tilde{S}$ ,  $\tilde{R}, \tilde{S} \subseteq X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ . La ecuación (2.37) representa la disyunción de varios conjuntos difusos.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R} \cap \tilde{S}}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \text{mín}[\mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_{\tilde{S}}(x_1, x_2, \dots, x_n)] \\ &\quad \forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R} \cup \tilde{S}}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \text{máx}[\mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_{\tilde{S}}(x_1, x_2, \dots, x_n)] \\ &\quad \forall (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \end{aligned} \quad (2.37)$$

La composición difusa es conocida como Máx-Mín para sistemas discretos. Para dos relaciones difusas,  $\tilde{R} \subseteq X_1 \times X_2$  y  $\tilde{S} \subseteq X_1 \times X_2$  con funciones de membresía  $\mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2)$  y  $\mu_{\tilde{S}}(x_2, x_3)$ , la función de pertenencia  $\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{S}}(x_1, x_3)$  de la composición  $\tilde{R} \circ \tilde{S}$  está definida en la ecuación (2.38).

$$\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{S}}(x_1, x_3) = \text{máx}_{x_2 \in X_2} \text{mín}[\mu_{\tilde{R}}(x_1, x_2), \mu_{\tilde{S}}(x_2, x_3)] \quad \forall (x_1, x_3) \in X_1 \times X_3 \quad (2.38)$$

## 2.6. Funciones de membresía

En esta sección se presentarán las funciones de membresía más utilizadas en el desarrollo de sistemas de control difuso. Como definición, una función de membresía es aquella cuya finalidad es cuantificar una variable lingüística, es decir, representan el grado de pertenencia de un elemento a un subconjunto definido por una etiqueta (Klir and Yuan, 1995). Las funciones de membresía se encuentran en los procesos de fusificación y defusificación y existen diferentes representaciones, las más comunes son: del tipo triangular, trapezoidal, Gaussiana y singleton. Pueden ser elegidas arbitrariamente dependiendo de la experiencia del diseñador (Chen and Pham, 2000; Ibrahim, 2004; Bede and Gal, 2005).

### 2.6.1. Función de membresía triangular

Se encuentra definida por el límite inferior  $\alpha$ , un límite superior  $\beta$  y un valor central  $m$  representados en (2.39), tal que  $\alpha < m < \beta$ . Esta función se muestra en la figura

2.7 y es adecuada para modelar propiedades con un valor de inclusión distinto de cero para un rango de valores estrecho entorno a un punto  $m$  (De Silva, 2018). Esta función de membresía es la más utilizada debido a su nivel de procesamiento, el cual no ocupa demasiados recursos computacionales y es fácil de implementar en sistemas embebidos de bajo nivel.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq \alpha \\ \frac{x-\alpha}{m-\alpha} & \text{si } x \in (\alpha, m] \\ \frac{\beta-x}{\beta-m} & \text{si } x \in (m, \beta] \\ 0 & \text{si } x \geq \beta \end{cases} \quad (2.39)$$

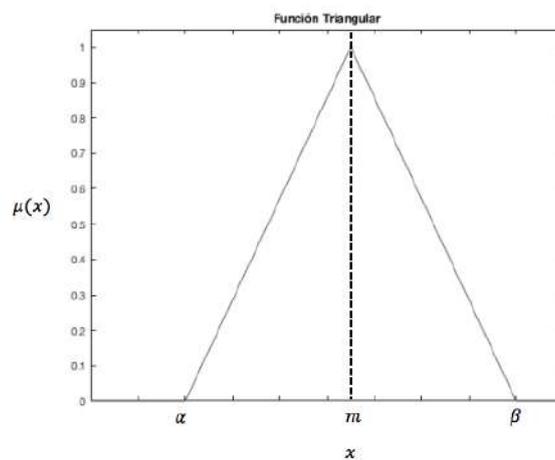


Figura 2.7: Función de membresía triangular.

### 2.6.2. Función de membresía trapezoidal

Se encuentra definida por cuatro puntos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\vartheta$  y  $\sigma$  conectados entre sí y localizados en la ecuación (2.40). La función de membresía trapezoidal se encuentra representada en la figura 2.8 y es ampliamente utilizada en sistemas difusos sencillos, ya que permite definir un conjunto difuso con pocos datos, y calcular su valor de membresía con pocos recursos computacionales. Se emplea principalmente en sistemas basados en microprocesador y sistemas en donde se necesita un rango de precisión establecido.

$$[h]\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{si } x \in (\alpha, \beta] \\ 1 & \text{si } x \in (\beta, \vartheta] \\ \frac{\sigma-x}{\sigma-\vartheta} & \text{si } x \in (\vartheta, \sigma] \\ 0 & \text{si } x \geq \sigma \end{cases} \quad (2.40)$$

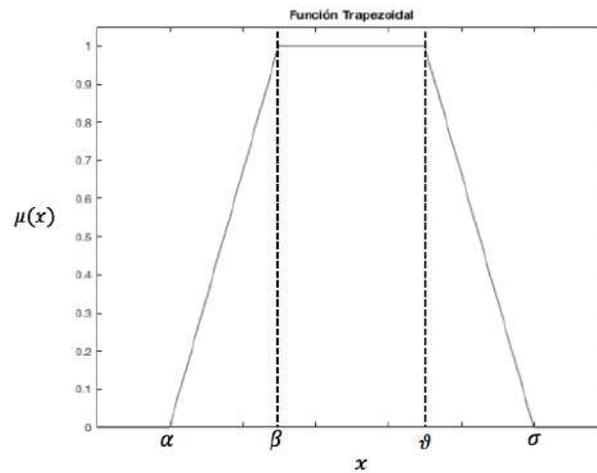


Figura 2.8: Función de membresía trapezoidal.

### 2.6.3. Función de membresía Gaussiana

Esta función es denominada campana Gaussiana la cual se observa en la figura 2.9, es definida por su valor medio  $m$  y un valor  $\sigma > 0$ , representados en la ecuación (2.41). Entre más pequeño sea el valor de  $\sigma$ , más angosta será la campana. Este tipo de funciones de membresía se utilizan cuando se tiene bien definido un punto de precisión y no se requieren cambios repentinos en la salida.

$$\mu(x) = e^{\left[ \frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2} \right]} \quad (2.41)$$

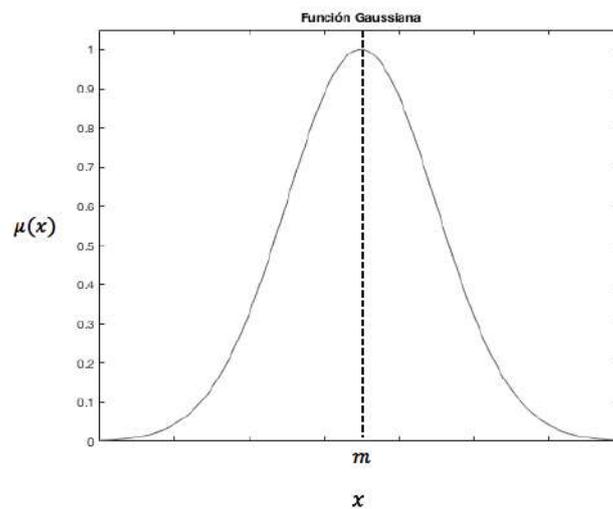


Figura 2.9: Función de membresía gaussiana.

## 2.7. Controlador difuso

El diseño de controladores basados en lógica difusa juega un rol importante en el diseño de sistemas inteligentes debido a la facilidad de diseño e implementación. El diseño de los controladores difusos debe estar sujeto a una colaboración directa con la persona a cargo de monitorear el proceso a controlar, es decir, el diseño del controlador debe basarse en la experiencia del operador del sistema bajo ciertas condiciones con el fin de establecer las variables lingüísticas que el controlador debe obedecer (Mandal, 2006; De Silva, 2018). La estructura del controlador difuso es presentada en la figura 2.10. Un controlador basado en lógica difusa está compuesto por las siguientes fases:

- **Fusificación:** Esta interfaz asigna los valores de entrada nítidos a una representación difusa que incorpora la incertidumbre y la imprecisión del lenguaje natural, para su posterior procesamiento en el controlador difuso (Klir and Yuan, 1995). En esta etapa se hace uso de las funciones de membresía o pertenencia. En la literatura se presentan diversas funciones de membresía. Al correlacionar la entrada con la salida es posible darse cuenta que el utilizar combinación de funciones repercute en la salida del control, haciendo que el controlador presente respuestas suaves o agresivas, según sea el caso.
- **Base de conocimientos:** Se implementa para especificar las reglas de control que comprometen el conocimiento del dominio de la aplicación y los objetivos de control del operador. Además, consiste en una base de datos y una base de reglas lingüísticas para controlar la variable. La base de datos proporciona definiciones para el establecimiento de reglas y la manipulación de datos difusos. La función básica de las reglas lingüísticas es proporcionar la información necesaria para el correcto funcionamiento de la interfaz de fusificación (Ibrahim, 2004).
- **Motor de inferencia:** Es la lógica utilizada para tomar decisiones dentro de un controlador difuso. A partir de ella se simula la lógica utilizada por las personas para tomar decisiones, basándose en conceptos difusos y en la interfaz de las acciones de control, utilizando las implicaciones y las reglas establecidas según la base de conocimientos.
- **Defusificación:** Esta etapa es responsable del mapeo escalado que convierte el rango de valores de las variables de salida en sus correspondientes discursos inversos. La defusificación es la herramienta para obtener la acción de control nítida de una acción de control difuso. Un dato clave para la defusificación es que existen diferentes métodos para obtener valores nítidos, por lo que el diseñador debe experimentar con los métodos para tomar una decisión en la aplicación del mismo. Cada uno de los métodos propuestos en la literatura presenta resultados diferentes y cada uno es utilizado en aplicaciones específicas.

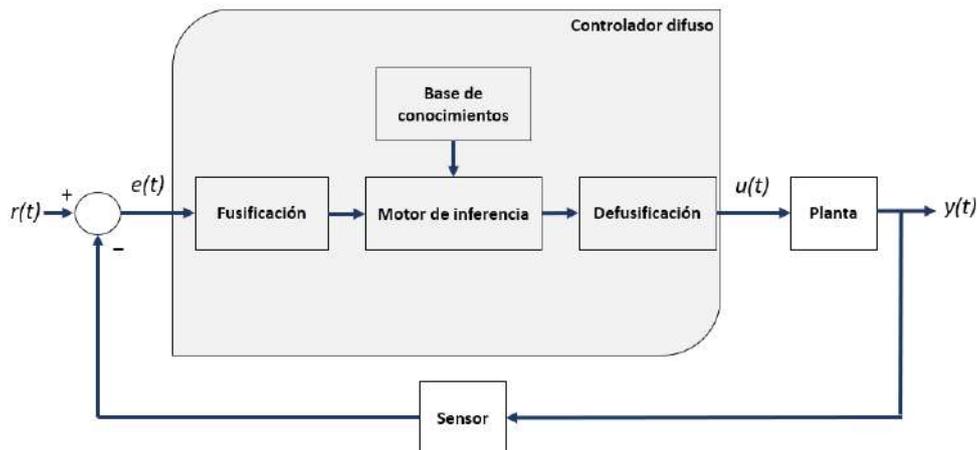


Figura 2.10: Estructura de un controlador difuso.

## 2.8. Modelo general del perfil de movimiento de siete segmentos

Para evitar discontinuidades en la aceleración, el diseñador de trayectorias debe ser capaz de implementar trayectorias suaves para reducir el esfuerzo excesivo en los actuadores y en la estructura mecánica del robot. Debido a que el comportamiento de la posición es el de un polinomio de tercer grado, el perfil de movimiento de siete segmentos ofrece la posibilidad de acotar el cambio brusco en la aceleración. Un aspecto importante para considerar en el diseño de trayectorias utilizando perfiles de movimiento, es que existe un corrimiento en el comportamiento de los perfiles, el cual depende del orden de los polinomios. Por ejemplo, en la figura 2.11-c, la aceleración presenta un comportamiento trapezoidal permitiendo realizar cambios lineales en la misma, incluso la velocidad ha adoptado una forma continua conectada por un arreglo de parábolas y la forma de una curva  $S$  para la fase de desaceleración (Martínez, 2018). Por otro lado, es necesario analizar la figura 2.11-c para calcular los valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  que forman parte de la ecuación (2.42), esta ecuación representa la posición a través del tiempo hasta llegar a un punto específico. Se propone un valor de jerk constante que dependerá de una aceleración constante, sin embargo, debe existir una relación con respecto a las cantidades máximas de la velocidad dadas por la hoja de especificaciones del actuador.

$$\theta_d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (2.42)$$

donde  $\theta_d$  es la posición objetivo. Cuando los valores máximos de jerk, aceleración y velocidad son conocidos se pueden implementar en algún sistema embebido las ecuaciones (2.44)-(2.46) para generar los perfiles en tiempo real. La duración total del movimiento,  $T$ , debe ser propuesta por el diseñador. El jerk se comporta como 4 pulsos, lo cual hace que

la magnitud del pulso sea acotada y constante, tal como se aprecia en la figura 2.11-*d*. De acuerdo a la ecuación (2.43) se asume que la magnitud máxima del jerk,  $j_{min} = -j_{max}$ , es la misma.  $T_{si}$  es la duración del  $i$ -ésimo segmento, donde  $i = 0, 1, 2, \dots, 6$  representa cada uno de los 7 segmentos.

$$J(t) = \begin{cases} j_{max} & t \in [0, T_{s1}) \\ 0 & t \in [T_{s1}, T_{s2}) \\ j_{min} & t \in [T_{s2}, T_{s3}) \\ 0 & t \in [T_{s3}, T_{s4}) \\ j_{max} & t \in [T_{s4}, T_{s5}) \\ 0 & t \in [T_{s5}, T_{s6}) \\ j_{min} & t \in [T_{s6}, T] \end{cases} \quad (2.43)$$

Las ecuaciones (2.44)-(2.46) representan la forma general de la aceleración, velocidad y la posición, respectivamente. El parámetro relativo de tiempo de la integral se define como  $\tau_i = T - T_{si}$ . El resultado de la integración de la ecuación (2.44) es la aceleración mostrada en la figura 2.11-*c*. Como se puede apreciar claramente, la aceleración tiene una variación lineal hasta alcanzar un valor constante por un lapso de tiempo y después tiende a desacelerar de forma lineal. Para simular el comportamiento del perfil de aceleración con las características deseadas, es necesario sustituir los valores de  $a_{acc}$  y  $j_{max}$  en la ecuación (2.47).

$$\alpha(t) = \alpha(T_{si}) + \int_{T_{si}}^T J(\tau_i) d\tau_i \quad (2.44)$$

$$\omega(t) = \omega(T_{si}) + \int_{T_{si}}^T \alpha(\tau_i) d\tau_i \quad (2.45)$$

$$\theta(t) = \theta(T_{si}) + \int_{T_{si}}^T \omega(\tau_i) d\tau_i \quad (2.46)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} j_{max}T_{s1} & t \in [0, T_{s1}) \\ a_{acc} & t \in [T_{s1}, T_{s2}) \\ a_{acc} + j_{min}(T_{s3} - T_{s2}) & t \in [T_{s2}, T_{s3}) \\ 0 & t \in [T_{s3}, T_{s4}) \\ j_{max}(T_{s5} - T_{s4}) & t \in [T_{s4}, T_{s5}) \\ a_{dec} & t \in [T_{s5}, T_{s6}) \\ a_{dec} + j_{min}(T - T_{s6}) & t \in [T_{s6}, T] \end{cases} \quad (2.47)$$

De acuerdo a la ecuación (2.45) es posible calcular la integral de cada segmento de la aceleración de para encontrar el perfil de velocidad en forma de  $S$  para la fase de aceleración y desaceleración. La ecuación (2.48) representa el perfil de velocidad.

$$\omega(t) = \begin{cases} v_1 + \frac{j_{max}}{2}(\tau_1)^2 & t \in [0, T_{s1}) \\ v_1 + \frac{j_{max}}{2}T_1^2 + a_{acc}\tau_2 & t \in [T_{s1}, T_{s2}) \\ v_1 + \frac{j_{max}}{2}T_1^2 + a_{acc}T_2 + a_{acc}\tau_3 + \frac{j_{min}}{2}\tau_3^2 & t \in [T_{s2}, T_{s3}) \\ v_{max} & t \in [T_{s3}, T_{s4}) \\ v_{max} - \frac{j_{max}}{2}(\tau_5)^2 & t \in [T_{s4}, T_{s5}) \\ v_{max} - \frac{j_{max}}{2}T_5^2 - a_{dec}\tau_6 & t \in [T_{s5}, T_{s6}) \\ v_{max} + \frac{j_{max}}{2}T_5^2 - a_{dec}T_6 + a_{dec}\tau_7 + \frac{j_{min}}{2}(\tau_7)^2 & t \in [T_{s6}, T] \end{cases} \quad (2.48)$$

La aceleración tiende a cero cuando la velocidad máxima  $v_{max}$  es constante. Finalmente, es necesario dar solución a la ecuación (2.46) para calcular la posición en cualquier segmento,  $i$ -ésimo, a lo largo del tiempo, según se muestra en la figura referperfil- $a$ . La ecuación (2.49) representa el comportamiento por segmentos de la posición. Es importante mencionar que las ecuaciones descritas en la ecuación (2.49) son polinomios de tercer grado y tienen la forma de la ecuación (2.42).

$$\theta(t) = \begin{cases} q_1 + v_1\tau_1 + \frac{j_{max}}{6}(\tau_1)^3 & t \in [0, T_{s1}) \\ q_2 + v_2\tau_2 + \frac{a_{acc}}{2}(\tau_2)^2 & t \in [T_{s1}, T_{s2}) \\ q_3 + v_3\tau_3 + \frac{a_{acc}}{2}(\tau_3)^2 - \frac{j_{min}}{6}(\tau_3)^3 & t \in [T_{s2}, T_{s3}) \\ q_4 + v_4\tau_4 & t \in [T_{s3}, T_{s4}) \\ q_5 + v_5\tau_5 - \frac{j_{max}}{6}(\tau_5)^3 & t \in [T_{s4}, T_{s5}) \\ q_6 + v_6\tau_6 - \frac{a_{dec}}{2}(\tau_6)^2 & t \in [T_{s5}, T_{s6}) \\ q_7 + v_7\tau_7 + \frac{a_{dec}}{2}(\tau_7)^2 - \frac{j_{min}}{6}(\tau_7)^3 & t \in [T_{s6}, T] \end{cases} \quad (2.49)$$

donde

$$\begin{cases} q_2 = q_1 + v_1T_1 + \frac{j_{max}}{6}T_1^3 \\ q_3 = q_2 + v_2T_2 + \frac{a_{acc}}{2}T_2^2 \\ q_4 = q_3 + v_3T_3 + \frac{a_{acc}}{2}T_3^2 - \frac{j_{min}}{6}T_3^3 \\ q_5 = q_4 + v_4T_4 \\ q_6 = q_5 + v_5T_5 - \frac{j_{max}}{6}T_5^3 \\ q_7 = q_6 + v_6T_6 - \frac{a_{dec}}{2}T_6^2 \end{cases}$$

De forma experimental, cuando el motor alcanza la velocidad máxima propuesta  $v_{max}$  y utilizando la posición deseada  $\theta_d$  con una duración del movimiento preestablecida  $T$ , se mantiene constante la velocidad y la posición en esa fase de movimiento se expresa con un polinomio de tercer grado.

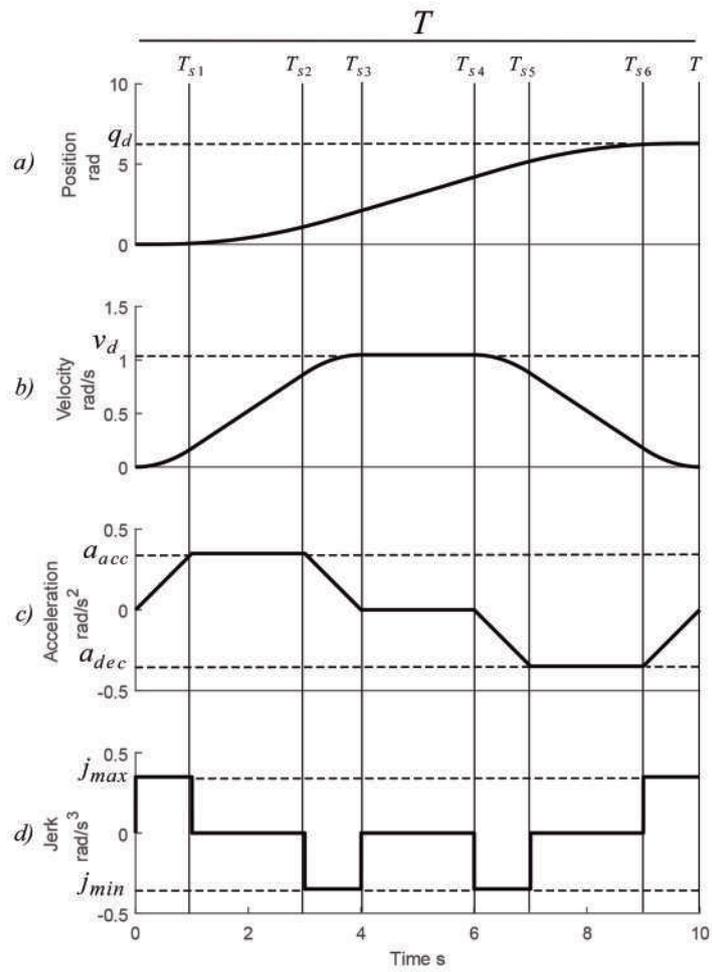


Figura 2.11: Perfil de movimiento de siete segmentos, a) posición, b) velocidad, c) aceleración y d) jerk.

# Capítulo 3

## Metodología

En la figura 3.1 se muestra el diagrama de flujo que debe tomar el experimento para poder cumplir con los objetivos y validar la hipótesis. El algoritmo de control debe ir implementado en un sistema embebido, para este caso particular, el sistema embebido es un SoC Raspberry Pi 3. Por otro lado, la estructura del robot se diseñará en base a características que permitan un movimiento libre sobre las zonas en donde la fricción sea lisa o húmeda. Se tiene contemplado que las dimensiones de la base del robot sea de aproximadamente 50 *cm* de largo por 20 *cm* de ancho.

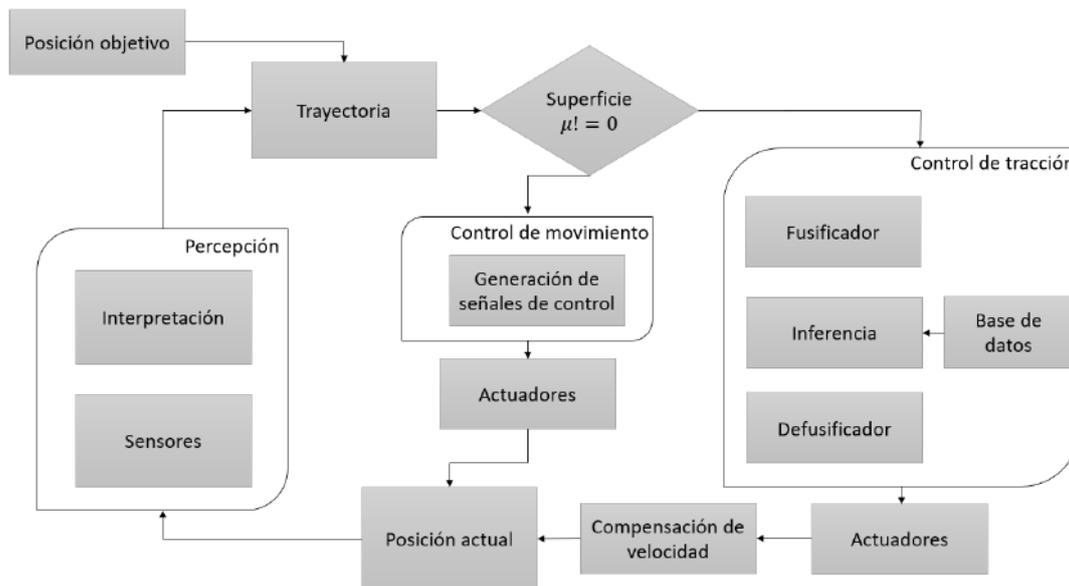


Figura 3.1: Metodología.

### 3.1. Generación de trayectoria

Como se menciona en la sección 2.8, para el diseño de trayectorias es necesario conocer los valores nominales de los motores, así como sus especificaciones máximas de torque, velocidades y aceleraciones mínimas y máximas. Estos parámetros son utilizados por el diseñador para resolver una tarea determinada utilizando valores delimitados para evitar daños causados por cargas dinámicas iniciadas por la separación de enlaces moleculares en el material y para reducir las vibraciones del actuador. El objetivo de trabajar con un rango de velocidades es asignar una velocidad deseada y calcular los valores necesarios para la aceleración y el jerk con respecto a la tasa de cambio en el parámetro de posición propuesto. Una condición a satisfacer se presenta en la ecuación (3.1).

$$\omega_d = \omega(T_{s_i}) + \int_{T_{s_i}}^T \alpha(\tau_i) d\tau_i \leq \omega_{max}, \quad (3.1)$$

donde  $\omega_d$  y  $\omega_{max}$  son escalares de la velocidad deseada y máxima permitida por el motor respectivamente y deben satisfacer la ecuación (3.1). Tanto si se declara un valor más significativo para  $\omega_d$  y  $\omega_{max}$ , el actuador intentará alcanzar esa velocidad, exigiendo una tensión superior proporcionada por el fabricante. Por lo tanto, una aproximación para la planificación del perfil de velocidad de 7 segmentos consiste en definir los valores de la tasa de cambio de posición y aceleración sobre una función de la etapa de aceleración-desaceleración propuesta. El tiempo total para la fase de aceleración se describen en la ecuación (3.2).

$$T_{acc} = T_{s1} + T_{s2} + T_{s3} \quad (3.2)$$

La fase en la que la velocidad está variando respecto al tiempo está constituida por tres segmentos, dos secciones parabólicas y una lineal, haciendo referencia al perfil de velocidad. Asumiendo que la fase de aceleración es simétrica respecto a la fase de desaceleración, es posible suponer que  $T_{acc} = T_{dec}$ . Para calcular  $T_{acc}$  es necesario multiplicar el tiempo total del movimiento  $T$  por un factor  $\gamma \in R$ , donde  $0 \leq \gamma \leq 1/2$ . Entonces, el tiempo de aceleración se puede calcular como  $T_a = \gamma T$ . Se debe calcular un valor de aceleración y jerk para usar las ecuaciones (2.47)–(2.49). La velocidad obtenida a partir de la posición deseada se calcula utilizando la ecuación (3.3).

$$\omega_d = \omega(T_{s3}) + \int_{T_{s3}}^{T_{s4}} \alpha(\tau_3) d\tau_3 = \frac{\theta_d}{(1 - \gamma)T}. \quad (3.3)$$

El resultado de la ecuación (3.3) toma el valor de  $\omega_d$  como la velocidad máxima calculada con la posición deseada  $\theta_d$ . Por lo tanto,  $\omega_d = \omega_{max}$  en el segmento  $T_{s3}, T_{s4}$  sobre la figura 2.11. El parámetro  $\omega_d$  es un escalar y su rango es  $(R-, R+)$ . El segmento de tiempo en el que el jerk mantuvo una cantidad constante de  $T_{jerk}$  es menor que la fase de aceleración  $T_{acc}$  lo que significa que  $T_{jerk} \leq T_{acc}$ . Debe existir una relación entre  $T_{jerk}$  y  $T_{acc}$  para asegurar la continuidad de las ecuaciones (2.47)–(2.49), por lo que la

duración de la fase de aceleración debe multiplicarse por un factor  $\phi \in R$ .  $\phi$  puede tomar valores en el rango  $0 \leq \phi \leq 1/2$ , por lo que el valor constante del jerk debe multiplicarse por  $T_{jerk} = \phi T_{acc}$ . Suponiendo que la fase de aceleración es simétrica a la fase de desaceleración, tienen la misma duración pero con magnitud opuesta, se resuelve la ecuación (3.4) para determinar el valor de la aceleración.

$$\alpha_d = \alpha(T_{s1}) + \int_{T_{s1}}^{T_{s2}} J(\tau_1) d\tau_1 = \alpha(T_{s5}) + \int_{T_{s5}}^{T_{s6}} J(\tau_5) d\tau_5 = \frac{\theta_d}{\gamma(1-\gamma)(1-\varphi)T^2}. \quad (3.4)$$

donde  $\alpha_d$  es el valor máximo alcanzado con el parámetro de posición deseada en la duración total del movimiento propuesto.  $\alpha_d$  es un parametro constante,  $\alpha_d \in R$ . El valor del jerk se puede obtener mediante la ecuación (3.5).

$$J_d = \frac{\alpha_d}{T_{jerk}} = \frac{\theta_d}{T_{jerk}\gamma(1-\gamma)(1-\varphi)T^2}. \quad (3.5)$$

Aquí  $J_d$  es el valor constante del jerk,  $J_d \in R$ . Nótese que existe una dependencia entre los valores de la velocidad  $\omega_d$ , la aceleración  $\alpha_d$  y el jerk  $J_d$ , con respecto al tiempo total del movimiento y la posición objetivo. Una vez obtenido el jerk, se puede sustituir en (2.43) para obtener el perfil del jerk. La posición deseada, usando (2.49), se puede calcular con la ecuación (3.6).

$$\theta_d = q_6 + v_6 T_6 + v_7 T - \frac{a_{dec}}{2} T_6^2 + \frac{a_{dec}}{2} (T)^2 - \frac{j_{min}}{6} (T)^3. \quad (3.6)$$

El valor de  $\theta_d$  se calcula a partir de la última etapa de (2.49) y representa el desplazamiento total del movimiento. Es necesario calcular una aceleración negativa y parámetros de jerk para calcular las restricciones de velocidad negativa, utilizando las ecuaciones (3.6) and (3.5).  $J_{inv} = \text{sgn}(j_{si} - J_d) | J_d |$  indica si el signo del perfil es positivo o negativo. Ya sea que el valor del jerk sea negativo, el perfil del jerk presentado en la figura 2.11-*d* cambia su forma a la figura 3.2-*b*. Por otro lado, invirtiendo la forma del perfil del jerk se puede obtener una aceleración negativa ya que el jerk es negativo. Entonces, el signo de la etapa de aceleración se puede obtener usando la siguiente restricción  $\alpha_{inv} = \text{sgn}(j_{si} - J_d) | \alpha_d |$ , donde un signo negativo para el perfil de aceleración corresponde a invertir la forma trapezoidal de la aceleración, ver figura 3.2-*a*. Usando la aceleración negativa, el perfil de velocidad presenta una curva S invertida, figura 3.3-*b*. Las ecuaciones (2.43)–(2.49) se invierten después de calcular el valor del jerk y la aceleración máxima necesaria para alcanzar la condición de jerk. Se añade una nueva variable denominada posición inicial  $\theta_0$  para compensar el desplazamiento total escrito en la ecuación (3.7). Una vez que se calcula el jerk y la aceleración para un desplazamiento negativo, de acuerdo con el valor real, es posible utilizar el valor negativo del jerk calculado para generar la trayectoria inversa.

$$\theta_d = \theta_0 + \theta_d, \quad (3.7)$$

donde  $\theta_d$  es el desplazamiento final si la posición inicial  $\theta_0$  es el último movimiento alcanzado por el eje del motor, significa que la nueva posición deseada se ha movido en sentido contrario, y el desplazamiento total calculado desde el punto de inicio se describe en la ecuación (3.8).

$$\theta_d = q_0 - q_6 - v_6 T_6 - v_7 T + \frac{a_{dec}}{2} T_6^2 - \frac{a_{dec}}{2} (T)^2 + \frac{j_{min}}{6} (T)^3 \quad (3.8)$$

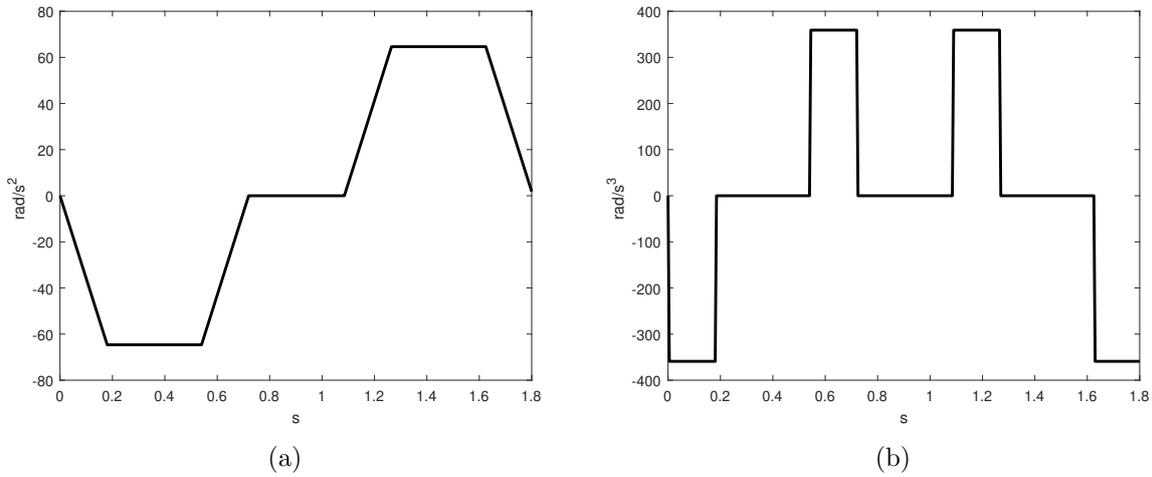


Figura 3.2: **(a)** Inverse trapezoidal acceleration profile, **(b)** inverse jerk profile.

La posición negativa se utiliza para regresar el eje del motor a la posición inicial o para moverlo en sentido contrario al eje positivo, el perfil de posición se presenta en la figura 3.3-a.

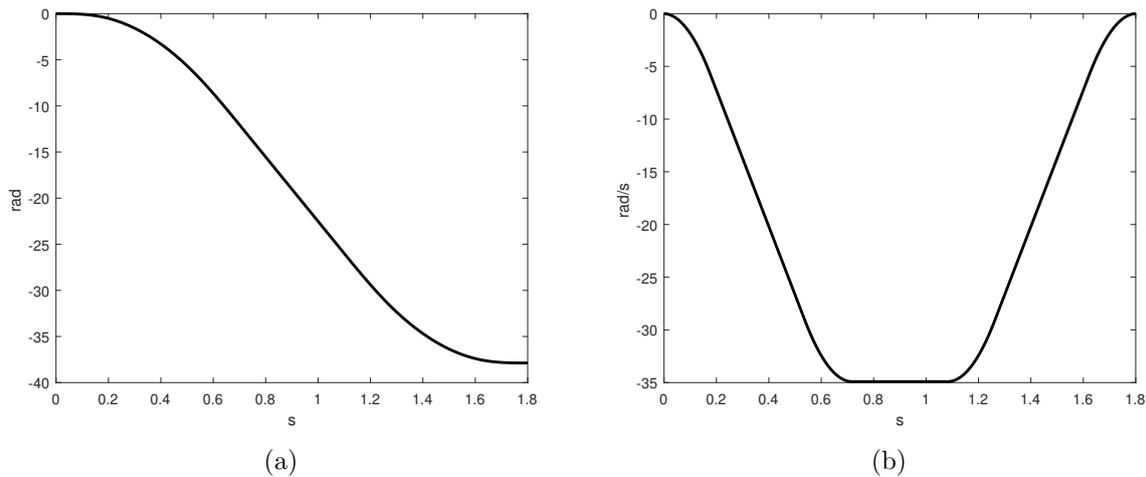


Figura 3.3: Inverse S-curve velocity profile (a) position, (b) S-curve velocity profile.

## 3.2. Controlador de movimiento

Los controladores de movimiento son implementados en una gran variedad de aplicaciones industriales tales como ensamblaje de piezas, manejo de material, maquinaria y robótica. Esta última ha tenido un impacto enorme ya que cada vez se cuenta con robots más complejos para aplicaciones específicas, tal es el caso de los robots móviles, mejor conocidos como robots con ruedas. La aplicación de un controlador de movimiento en un robot móvil es necesaria para el control de la velocidad para llegar a una posición objetivo. El control de movimiento es aplicado para corregir trayectorias controlando los movimientos mecánicos con carga y es aplicado directamente al actuador para controlar las variables físicas como torque, jerk, aceleración, velocidad y posición. Además con el control de las trayectorias es posible reducir las vibraciones causadas por los cambios bruscos en la aceleración.

Los cambios radicales de la tecnología han mejorado el estilo de vida de las personas e intensificado el problema de interacción hombre-máquina con el uso de algoritmos de control cada vez más inteligentes, los cuales son capaces de traducir el comportamiento humano en representaciones numéricas aplicadas a la robótica. En 1965 Zadeh propone una nueva teoría para crear y proesar modelos que son similares a los desarrollados de manera inherente por los humanos. Esta teoría se conoce como lógica difusa y su invención nunca fue pensada para aplicaciones de sistemas de control y robótica. La lógica difusa trata con el manejo del lenguaje humano, es decir consiste en cuantificar variables cualitativas utilizando el termino de grado de pertenencia o grado de membresía.

Los controladores difusos son más versátiles y complejos que los controladores tradicionales PID, ya que cubren un mayor rango de condiciones de operación y pueden trabajar

perturbaciones inherentes y externas de diferente naturaleza. Además, el diseño de controladores con base en lógica difusa es más fácil de desarrollar y analizar que aquellos en los que el modelo matemático de la planta es necesario, esto abre una oportunidad única para los diseñadores de control, ya que para dar solución a un problema puede existir un vasto catálogo de sistemas difusos que puedan cumplir con ese requisito, debido a la estructura, las reglas de control y la forma en como cada persona resuelve un problema.

En esta sección se presenta el diseño de un controlador PID autosintonizable mediante lógica difusa. El algoritmo de control tiene la habilidad de adaptarse de acuerdo a las variaciones del sistema. Por otro lado, el controlador está pensado para ser implementado en un sistema embebido de bajo costo debido a que la metodología es fácil de adaptar y modificar. El controlador es programado en C/C++, esto implica que no se necesite licencia para su distribución.

### 3.2.1. Controlador PID autosintonizado con lógica difusa

El controlador PID es la estructura de control más utilizada a nivel mundial y se aplica ampliamente a nivel industrial y se representa mediante la ecuación (3.9). Una gran desventaja del controlador PID consiste en el cálculo de sus ganancias, esto se debe a que los sistemas tienden a cambiar su comportamiento haciendo que se tengan que calibrar cada cierto periodo de tiempo.

$$u(t) = k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

La figura 3.4 muestra la estructura propuesta para calcular las ganancias del controlador PID utilizando sistemas difusos. Básicamente consiste en medir el error que es obtenido por medio de un dato real. Este dato se procesa de tal forma que se pueda calcular la ganancia proporcional  $K_p$  para multiplicarla por el error sin procesar. Este mismo procedimiento se utiliza para el cálculo de la ganancia derivativa  $K_d$  utilizando la derivada del error.

Las etiquetas de los valores lingüísticos están definidas en la tabla 3.1 con sus respectivos rangos de operación. Se han utilizado 7 valores lingüísticos para el cálculo de las ganancias  $K_p$  y  $K_d$ .

La figura 3.5 muestra la organización de las funciones de pertenencia de las variables lingüísticas de error y derivada del error, las cuales están compuestas por 7 valores lingüísticos. La figura 3.5-a presenta un intervalo de operación que va de  $[-1,1]$  m para el error, este rango es suficiente, ya que permite la implementación de una trayectoria haciendo que el error tienda a valores pequeños sobre la posición deseada, además se

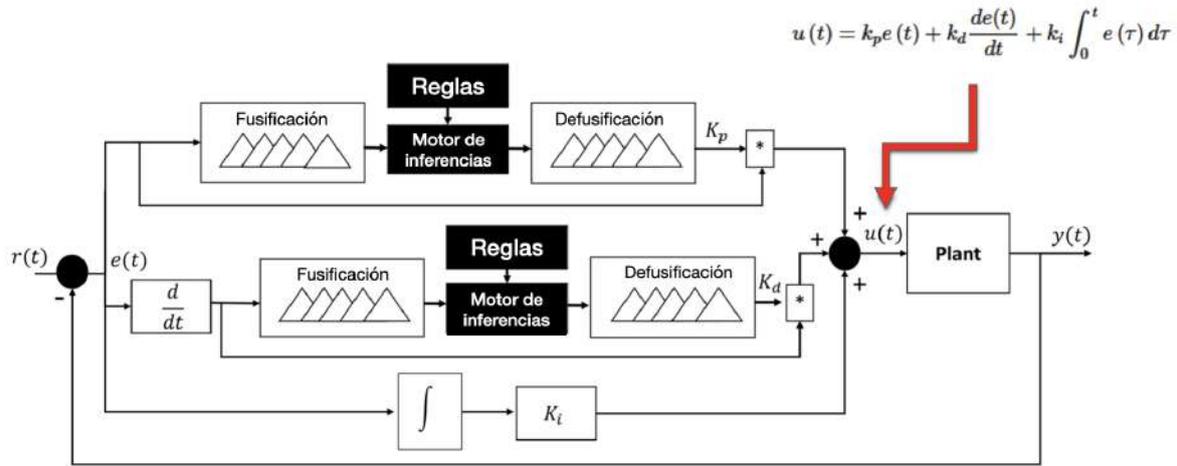


Figura 3.4: Propuesta del controlador PID con autosintonización.

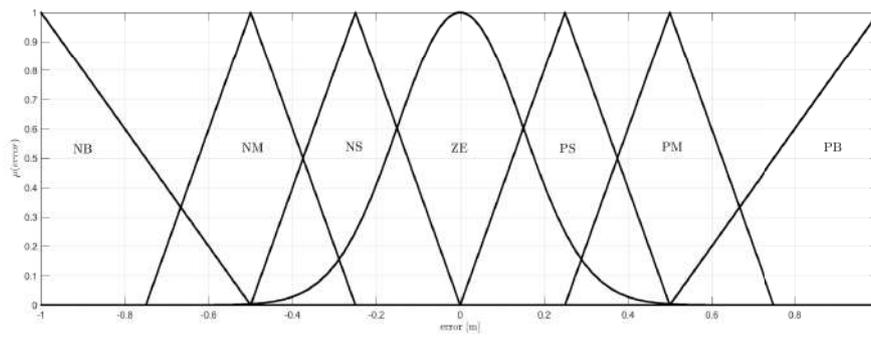
Tabla 3.1: Valores lingüísticos para el rango del error y la derivada del error.

Etiqueta	Valores lingüísticos	Rango del error [m]	Rango derivada de error [m/s]
NB	Negativo grande	$[-1, -0.5]$	$[-10, -3.50]$
NM	Negativo mediano	$[-0.75, -0.25]$	$[-10, -0.50]$
NS	Negativo pequeño	$[-0.50, 0]$	$[-5, 0]$
ZE	Cero	$[-0.50, 0.50]$	$[-2.50, 2.50]$
PS	Positivo pequeño	$[0, 0.50]$	$[0, 5]$
PM	Positivo mediano	$[0.25, 0.75]$	$[0.5, 10]$
PB	Positivo grande	$[0.50, 1]$	$[3.50, 10]$

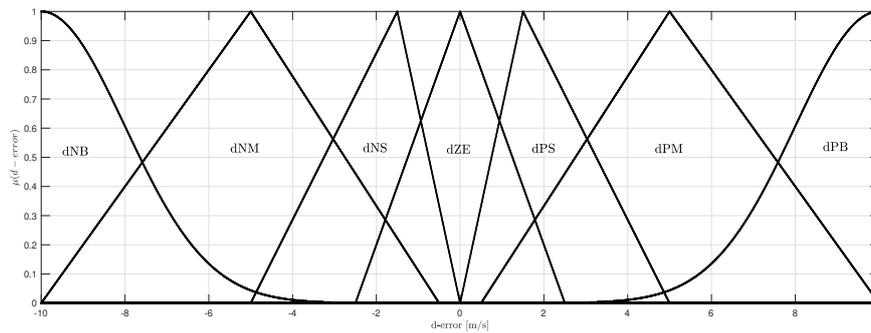
puede implementar una entrada escalón unitario.

La variable lingüística que representa la derivada del error se grafica en la figura 3.5-a y su rango de operación es de  $[-10, 10]$  m/s, este rango se selecciona ya que ante una entrada escalón la derivada del error tiende a ser de magnitud grande. Ambas variables lingüísticas están constituidas por funciones de membresía gaussianas y triangulares.

El rango de valores que la ganancia proporcional puede tomar se muestra en la figura 3.6-a.  $K_p$  puede tomar cualquier valor entre  $[0.5, 10]$  y depende del error en un instante de tiempo. Por otro lado, el rango de valores para el cálculo de la ganancia derivativa  $K_d$  es pequeño y va de  $[0, 0.5]$ . Esta consideración se toma en cuenta ya que de acuerdo a la teoría de control clásico, la ganancia  $K_d$  en el controlador PID incrementa la variación del error y puede llegar a hacer inestable el sistema. Es importante mencionar que  $K_p$  y  $K_d$  por ningún motivo deben ser negativas. Además,  $K_p$  no puede ser cero ya que esto haría



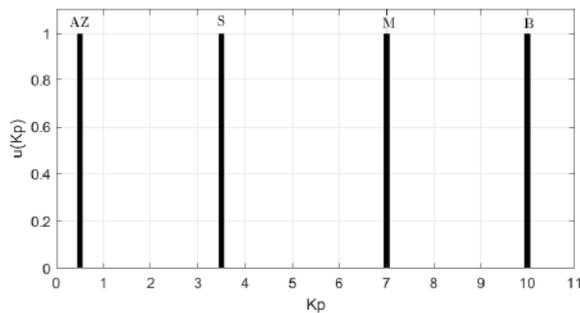
(a)



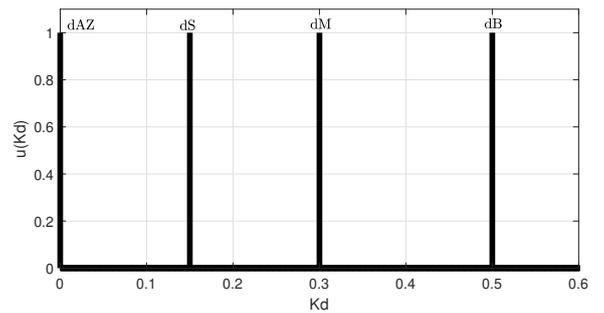
(b)

Figura 3.5: Variables lingüísticas (a) error and (b) derivada del error.

que la señal de control sea cero.



(a)



(b)

Figura 3.6: Ganancias del controlador (a)  $K_p$  y (b)  $K_d$ .

En la tabla 3.2 se despliega la localización de los singletons utilizados para el calculo de las ganancias del controlador con sus respectivos valores lingüísticos.  $K_p$  y  $K_d$  no presentan unidades.

Tabla 3.2: Valores lingüísticos de  $K_p$  y  $K_d$ .

Etiqueta	Valor lingüístico	$K_p$	$K_d$
AZ	Casi cero	0.5	0.0
S	Pequeño	3.5	0.15
M	Mediano	7	0.3
B	Grande	10	0.5

El conjunto de reglas del controlador son exhibidas en la tabla 3.3. El número total de reglas utilizadas para calcular las ganancias es de 7. La tabla también presenta la relación de la señal de entrada medida con su respectiva variable lingüística así como la relación de salida. El proceso de inferencia corresponde a una relación difusa de uno a uno. Asimismo, se aprecia que 4 valores lingüísticos NM, NS, PS y PM mapean a un solo valor S para calcular el valor de salida, tanto para  $K_p$  y  $K_d$ . Esta relación es utilizada para asegurarse de que los valores de las ganancias funcionen en un rango de valores adecuados.

Tabla 3.3: Reglas de control.

$K_p$	$K_d$
Si $e(t)$ es NB, entonces $K_p$ es B	Si $de(t)$ es dNB, entonces $K_d$ es dB
Si $e(t)$ es NM, entonces $K_p$ es S	Si $de(t)$ es dNM, entonces $K_d$ es dM
Si $e(t)$ es NS, entonces $K_p$ es S	Si $de(t)$ es dNS, entonces $K_d$ es dS
Si $e(t)$ es ZE, entonces $K_p$ es AZ	Si $de(t)$ es dZE, entonces $K_d$ es dAZ
Si $e(t)$ es PS, entonces $K_p$ es S	Si $de(t)$ es dPS, entonces $K_d$ es dS
Si $e(t)$ es PM, entonces $K_p$ es S	Si $de(t)$ es dPM, entonces $K_d$ es dM
Si $e(t)$ es PB, entonces $K_p$ es B	Si $de(t)$ es dNB, entonces $K_d$ es dB

El singleton es utilizado como función de membresía en la fase de defusificación para reducir el costo computacional al momento de realizar la búsqueda de los valores de las ganancias. Es importante respetar esta consideración ya que en el controlador difuso convencional existe solo una fase de defusificación, mientras que la propuesta de este controlador consiste de dos fases de fusificación, una por cada ganancia de control. Una vez que las reglas de control son procesadas, la ecuación (3.10) es utilizada para transformar los conjuntos difusos a un valor real para cada ganancia. Se puede notar que en la figura 3.4 las ganancias  $K_p$  y  $K_d$  son obtenidas de forma independiente.

$$K_{p,d}[n] = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_c(z_i) \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n \mu_c(z_i)} \quad (3.10)$$

donde  $K_{p,d}[n]$  representa las ganancias del controlador,  $\mu_c(z_i)$  es el grado de membresía

del singleton y  $z_i$  es la posición del singleton en el rango de valores de las ganancias. La representación de todos los posibles valores calculados para las ganancias  $K_{p,d}[n]$  se muestran en la figura 3.7. El uso de las funciones de membresía gaussianas y triangulares en la fase de fusificación se lleva a cabo para aproximar la respuesta a una representación de valores lineales. Adicionalmente, se puede observar que las ganancias nunca toman valores negativos, incluso si el error es negativo.

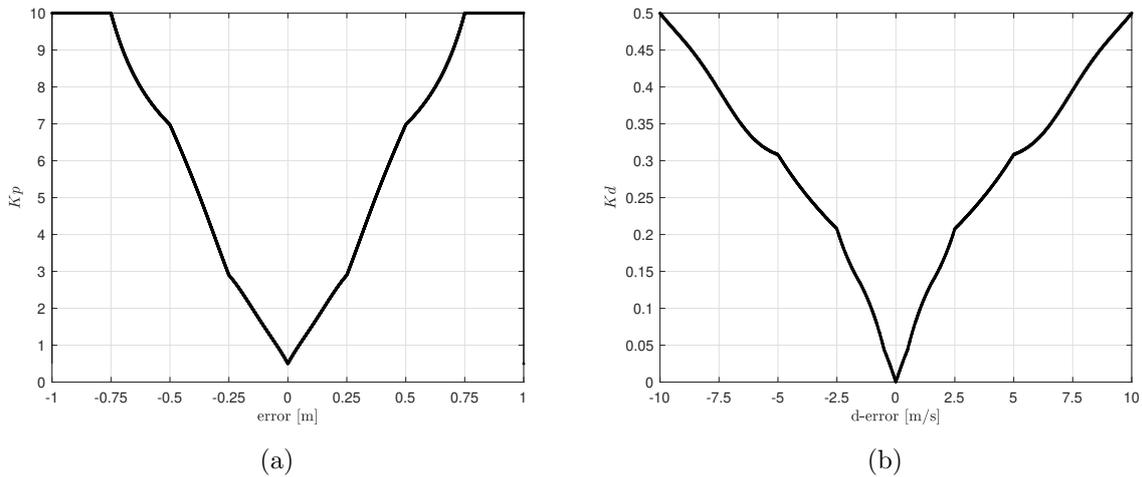


Figura 3.7: Superficie de salida para (a)  $K_p$  y (b)  $K_d$ .

### 3.2.2. Estrategia de diseño

La figura 3.8 presenta una estrategia para el diseño del controlador de la sección pasada con base en la experiencia que se tiene del sistema a controlar. El primer paso consiste en conocer los parámetros del motor (o los motores) tales como voltaje máximo, corriente nominal y máxima, torque y velocidad. En algunos casos estos parámetros no están disponibles; cuando esto sucede, se requiere experimentar con el actuador para aproximar o deducir estas variables antes de comenzar con el diseño. Una vez conocidos los parámetros del motor, el siguiente paso consiste en seleccionar el sistema embebido a utilizar para programar el algoritmo de control. A partir de la experimentación realizada al inicio, el siguiente paso es proponer el rango de operación de la planta para la propuesta de la fase de fusificación. Las siguientes tres etapas de diseño consisten en un bucle que ajusta el rango de operación de las funciones de membresía de acuerdo a los valores lingüísticos propuestos. Generalmente las funciones de membresía trapezoidal y triangular consumen menos recursos computacionales.

El algoritmo de control se desarrolla cuando los rangos de trabajo de la planta son bien definidos. El algoritmo calcula el error y la derivada del error que son utilizados como entrada al sistema de control. Estas señales son relacionadas para generar la respuesta del

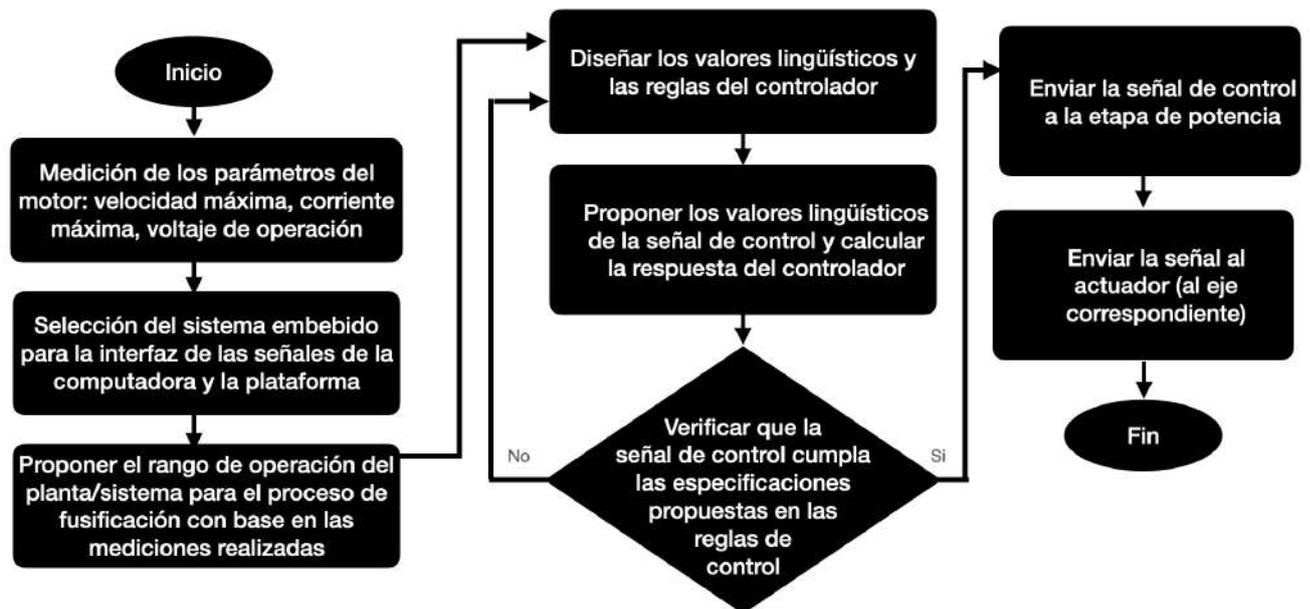


Figura 3.8: Estrategia de diseño.

sistema del defusificador y son enviadas del sistema embebido al motor en forma de una señal de control creada por la modulación por ancho de pulso PWM para mover el mismo. El voltaje aplicado al motor, por medio de la señal de control PWM, no debe exceder el máximo valor permitido y propuesto en la fase de experimentación. Si la señal de control no es generada, existe la posibilidad que la medición se encuentre fuera de los rangos establecidos para el funcionamiento de la fusificación, por lo que es necesario 1) ampliar el rango de operación, 2) cambiar la magnitud de la entrada de referencia. Finalmente, cuando se genera satisfactoriamente la señal de control es porque ha cumplido con todos los requerimientos mencionados anteriormente, esto quiere decir que los rangos de operación son adecuados para la implementación del algoritmo en el sistema embebido.

### 3.2.3. Psudocódigo del controlador de movimiento

Para la implementación del controlador de movimiento se presenta el psudocódigo siguiente. El algoritmo es bastante sencillo y fácil de implementar en cualquier arquitectura de hardware y utilizando el lenguaje de programación que mejor convenga al diseñador. En este proyecto los algoritmos se implementaron en C/C++. La generación del perfil de movimiento consiste en la implementación de las formulas presentadas en la sección 2.8 y utilizando el método de la sección 3.1 para calcular los parametros de la trayectoria.

---

**Algorithm 1:** Algoritmo del controlador de movimiento.

---

```

t = 0;
Tiempo total del desplazamiento T;
Proponer la posición deseada  $\Theta$ ;
Constante para la duración de la fase de aceleración  $\Psi$ ;
Constante para la duración de la fase de jerk  $\eta$ ;
Calcular los valores máximos de velocidad  $\Omega_{max}$ , aceleración  $A_{max}$  y jerk  $J_{max}$ ;
Proponer el valor para la ganancia integral  $K_i$ ;
while t <= T do
    Obtener el perfil de aceleración trapezoidal utilizando la ecuación (2.44);
    Generar el perfil de 7 segmentos utilizando la ecuación (2.45);
    Calcular el perfil de posición utilizando la ecuación (2.46);
    Medir la posición de la flecha del motor en radianes  $\Theta_m(t)$ ;
    Calcular el error  $e(t) = \Theta(t) - \Theta_m(t)$ ;
    Calcular la derivada del error  $\dot{e}(t)$ ;
    Evaluar los valores lingüísticos del error  $e(t)$  presentados en la figura 3.5a;
    Evaluar los valores lingüísticos de la derivada del error  $\dot{e}(t)$  mostrados en la
        figura 3.5b;
    Evaluar las ganancias del controlador de acuerdo a la table 3.3;
    Se obtienen los valores para  $K_p$  and  $K_d$  usando la ecuación (3.10);
    De la ecuación (3.9) se genera la señal de control;
    Enviar la señal de control a la etapa de potencia;
    t = t +  $T_s$ ;
end

```

---

### 3.3. Controlador de tracción

En la figura 3.9 se muestra la plataforma que se utilizará para las simulaciones del proyecto. La plataforma consta de un acoplamiento llanta-motor que va a emular el comportamiento de un eje de un robot móvil cuando se interactúa diferentes superficies. Las mediciones que se llevarán a cabo son: velocidad angular, velocidad longitudinal, corriente y deslizamiento. Se va a controlar el deslizamiento para que la llanta no patine y pueda seguir correctamente una trayectoria.

Para el diseño del controlador de tracción se utilizan las ecuaciones (2.20)–(2.22) que representan la dinámica del motor y las ecuaciones (2.24) y (2.25) que representan la dinámica de la rueda de un robot diferencial. En la figura 3.10 se muestra el diagrama de bloques que en su interior contiene la interacción de las ecuaciones antes mencionadas al inicio de este párrafo. Como se puede ver en la figura, la entrada al robot es un voltaje que alimentará a los motores del mismo para generar movimiento.

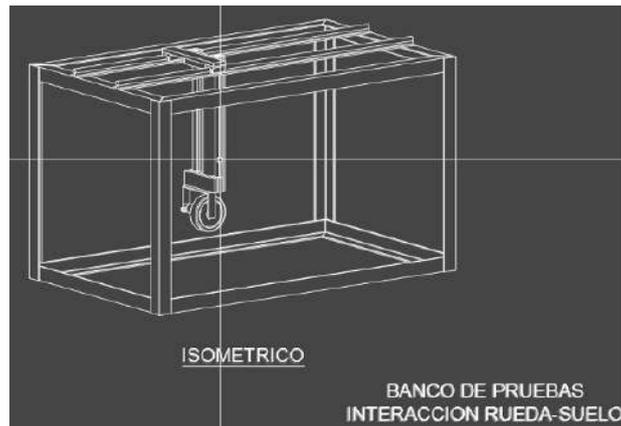


Figura 3.9: Robot de una rueda para pruebas de control.

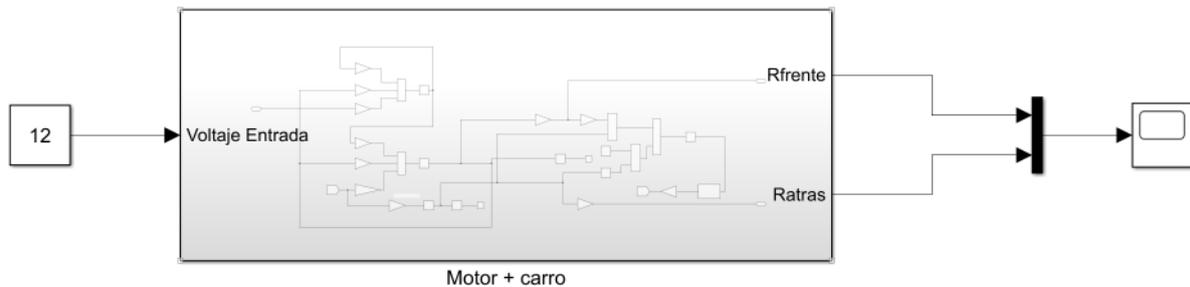


Figura 3.10: Diagrama de bloques del sistema motor-rueda para la simulación.

En la figura 3.11 se presenta la interacción de las ecuaciones dinámicas del motor con la rueda del robot. Se observa que la relación entre las ecuaciones es la velocidad angular de la flecha del motor y el movimiento longitudinal del robot, tal como lo expresan las ecuaciones de la (3.11) a la ecuación (3.15).

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{e_a}{L_a} - \frac{K}{L_a}\omega_m - \frac{R_a}{L}i_a \quad (3.11)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{K}{J}i_a - \frac{D}{J}\omega_m - \frac{r_w \cdot Ft}{G_R \cdot J} \quad (3.12)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (3.13)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Ft}{m} \quad (3.14)$$

$$\frac{dx_p}{dt} = v \quad (3.15)$$

donde:

- $r_w$  es el radio de la rueda o llanta del robot.
- $G_R$  es la relación entre las velocidades a las que giran la última y la primera rueda (rueda de enfrente y rueda trasera).
- $m$  es la masa total de la rueda con el motor.
- $F_t = \mu(mgQ)$  es la fuerza de tracción.
- $\mu$  es el coeficiente de fricción, entre la rueda y la superficie.
- $Q$  es el factor de balance de peso.
- $v$  y  $x$  representan los movimientos longitudinales del robot como son velocidad y posición, respectivamente.
- $\theta_m$  y  $\omega_m$  representan los movimientos radiales de la rueda como son velocidad angular y posición angular, respectivamente.
- $e_a$  es el voltaje de alimentación del motor.
- $i_a$  es la corriente de armadura del motor.

La relación de deslizamiento se presenta en la ecuación (3.16) y esta en función de la velocidad angular.

$$s = \frac{\omega_b - \omega_f}{|\omega_f| + tol}, \quad tol \simeq 0 \quad (3.16)$$

Por otro lado, reescribiendo la ecuación (3.16) en función del radio de la rueda ( $r_w$ ) y la velocidad longitudinal ( $v$ ).

$$s = \frac{r_w v_f - r_w v_t}{|r_w v_f| + tol}, \quad tol \simeq 0 \quad (3.17)$$

donde  $v_f$  y  $v_t$  representan la velocidad de la rueda de enfrente y la rueda trasera, respectivamente. Para calcular la fuerza de tracción se utiliza la ecuación (3.18) de Pacejka (Pacejka and Sharp, 1991).

$$F(s) = D \sin(C \arctan(Bs - E(Bs - \arctan(Bs)))) \quad (3.18)$$

donde  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  son constantes,  $s$  representa el valor del deslizamiento. En la figura 3.12 se muestra la implementación de las ecuaciones (3.17) y (3.18) en forma de diagrama

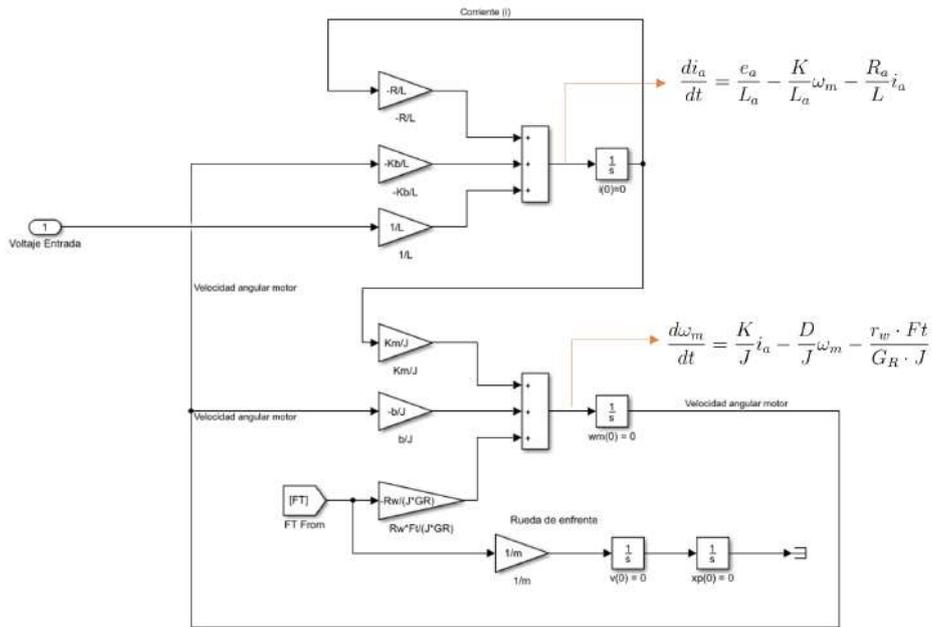


Figura 3.11: Diagrama de bloques del sistema motor-rueda de las ecuaciones (3.11) a la (3.15).

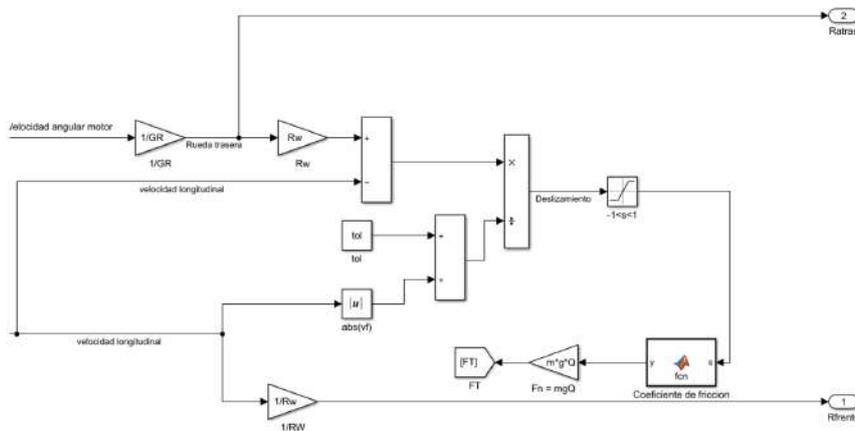


Figura 3.12: Diagrama de bloques del sistema motor-rueda de las ecuaciones (3.11) a la (3.15) para el calculo de la fuerza de tracción a partir del coeficiente de fricción.

de bloques.

Por otro lado, si se detecta una descompensación entre las ruedas del robot, se necesita ajustar la velocidad de la rueda que gira a mayor velocidad con la que gira a menor velocidad (Jin et al., 2017). Para poder llevar a cabo este criterio, se necesita proponer variables de comportamiento que modelen matemáticamente el ajuste de la velocidad. Para poder realizar el paso anterior, es necesario el definir una base de datos que resguarde toda la

información de comportamiento, esta información son las variables lingüísticas. Además, se debe considerar un rango de operación del controlador, lo que se traduce a modelar el comportamiento en la descompensación de las ruedas.

Se comparará la velocidad actual con la velocidad objetivo; si no son iguales el sistema continuará con estas operaciones hasta alcanzar la velocidad deseada (Martínez et al., 2017). Se codifica la señal enviada por los motores de las ruedas del robot para poder enviar la información al sistema embebido y repetir los pasos hasta que se cumpla el paso anterior.

Se diseñará un controlador de corriente para regular la misma que se suministra a los motores y así poder interactuar con el controlador de tracción cuando pueda existir un deslizamiento por parte de alguna rueda del robot. El controlador de corriente se encargará de que el controlador de tracción tenga la capacidad de operar en superficies con coeficientes de fricción cercanos a cero (superficies húmedas, mojadas, arenosas o bajo la influencia de algún químico).

# Capítulo 4

## Resultados y simulaciones

En este capítulo se presentan las simulaciones y resultados experimentales del proyecto.

### 4.1. Diseño y simulación del perfil 7 segmentos

#### 4.1.1. Parámetros del perfil de 7 segmentos

La implementación del perfil de velocidad de 7 segmentos se lleva a cabo utilizando (2.43)–(2.46). Existen varias consideraciones al momento de definir una trayectoria tales como: (a) la duración total para la aceleración-desaceleración debe ser igual para ambas etapas  $T_{acc} = T_{dec}$ , (b) la magnitud de la aceleración  $\alpha_d$  se obtuvo por la posición deseada  $\theta_d$ , (c) el valor del jerk se obtiene con las magnitudes de  $\alpha_d$  y  $\theta_d$ , todos estos valores se calculan con respecto de la duración total del movimiento  $T$ . Los parámetros propuestos para el diseño de la implementación de la curva S son  $\theta_d = 2\pi$  rad y  $T = 1.8$  s, nótese que la velocidad se calcula a partir del valor de jerk o usando la ecuación (3.1). Conocida la longitud del movimiento, se calcula el tiempo de aceleración-desaceleración. Para esta aplicación, el tiempo total de la aceleración se divide entre  $\gamma = \frac{4}{10}$  y  $T_{acc} = \gamma T$  para tener un perfil simétrico. Por otro lado, la duración de la etapa del jerk debe dividirse entre cuatro veces la fase de aceleración  $T_{acc}$  para garantizar un perfil de velocidad de 7 segmentos igual en la duración de las etapas de aceleración, velocidad máxima y desaceleración, esto se debe a  $\varphi = \frac{1}{4}$ , de modo que la magnitud del jerk tienda a cero durante  $T_{jerk} = \frac{2}{4}T_{acc}$ . La fase en que la velocidad permanece constante tiene una duración de  $\frac{2}{10}T$ . La distribución total de la duración se calcula con la ecuación (4.1).

$$T = \underbrace{\frac{4}{10}T}_{T_{acc}} + \frac{2}{10}T + \underbrace{\frac{4}{10}T}_{T_{dec}}, \quad (4.1)$$

donde

$$T_{acc} = T_{dec} = 0.72 \text{ s.}$$

El tiempo de aceleración esta compuesto por tres fases del tiempo de jerk, como se presenta en la ecuación (4.1). Cuando  $\frac{T_{acc}}{2}$  tiende a cero, corresponde al intervalo  $T_{s1} - T_{s2}$  como se aprecia en la figura 2.11-d.

$$T_{acc} = \underbrace{\frac{T_{acc}}{4}}_{T_{jerk}} + \frac{T_{acc}}{2} + \underbrace{\frac{T_{acc}}{4}}_{T_{-jerk}}, \quad (4.2)$$

donde

$$T_{jerk} = 0.18 \text{ s.}$$

La derivada con respecto al tiempo de la velocidad se calcula usando la ecuación (2.44). El parámetro  $\alpha_d$  depende de  $\theta_d$ ,  $T_{jerk}$ ,  $T$  y las constantes de proporcionalidad del tiempo  $\gamma$  y  $\varphi$ . La magnitud de la aceleración se obtiene de la ecuación (3.4), por lo que, utilizando la ecuación (4.3) se obtiene  $\alpha_d$ .

$$\alpha_d = \frac{\theta_d}{\gamma(1-\gamma)(1-\varphi)T^2} = \frac{12\pi \text{ rad}}{0.5832 \text{ s}^2} = 64.6418 \text{ rad/s}^2. \quad (4.3)$$

Para calcular el valor del jerk se utiliza la ecuación (3.5). Ya que se conoce la aceleración  $\alpha_d$  y se conoce además el intervalo donde el jerk tiene magnitud constante  $T_{jerk}$ , es posible obtener la derivada de la aceleración en la ecuación (4.4).

$$J_d = \frac{\alpha_d}{T_{jerk}} = \frac{64.6418 \text{ rad/s}^2}{0.18 \text{ s}} = 359.1212 \text{ rad/s}^3. \quad (4.4)$$

En la tabla 4.1 se presentan todos los parámetros necesarios para generar los algoritmos con el fin de calcular una trayectoria propuesta.

Tabla 4.1: Parámetros utilizados en la implementación del perfil de 7 segmentos.

Parámetros		Valores
Posición deseada	$\theta_d$	$12\pi$
Tiempo total del movimiento	$T$	1.8 s
Factor de tiempo de la fase de la aceleración	$\gamma$	0.4
Factor de tiempo de la fase del jerk	$\varphi$	0.25
Tiempo de aceleración	$T_{acc}$	0.72 s
Tiempo de desaceleración	$T_{dec}$	0.18 s
Velocidad	$\omega_d$	34.9065 rad/s
Aceleración	$\alpha_d$	64.6418 rad/s <sup>2</sup>
Jerk	$J_d$	359.1212 rad/s <sup>3</sup>

### 4.1.2. Simulación y comparación de los factores de tiempo del perfil 7 segmentos

Se utiliza la metodología presentada en la sección 3.1 para la simulación de 2 trayectorias con variación en las fases de aceleración y desaceleración. Por un lado, se propone una etapa amplia de aceleración con un factor de  $\gamma = 2/5$  y por otro lado, una etapa de aceleración corta con un factor  $\gamma = 1/5$ , esto para comparar la respuesta del jerk entre ambos perfiles. Además, se eligieron dos posiciones objetivo para la simulación  $\theta_{d1} = \frac{2\pi}{3}$  y  $\theta_{d2} = \frac{\pi}{3}$ . En la tabla 4.2 se despliegan los valores utilizados para generar los perfiles de movimiento.

Tabla 4.2: Valores calculados para la simulación

		$\gamma = \frac{2}{5}$		$\gamma = \frac{1}{5}$	
Posición (rad)	Punto inicial	0	0	0	0
	Punto final	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$
Restriciones cinemáticas	Velocidad (rad/s)	2.319	0.5799	1.736	0.434
	Aceleración (rad/s <sup>2</sup> )	5.137	1.2834	8.633	2.158
	Jerk (rad/s <sup>3</sup> )	22.3	8.533	29.36	21.53

En la figura 4.1-*b* se observa el comportamiento de la velocidad. Para el factor  $\gamma = 2/5$ , el perfil de 7 segmentos mantiene intervalos simétricos para las fases de aceleración-desaceleración y velocidad máxima. Para  $\gamma = 1/5$  las etapas de aceleración-desaceleración son más cortas que la fase de velocidad.

La posición, en la figura 4.1-*a*, adopta una forma diferente debido a las fases de aceleración-desaceleración. Evaluando la respuesta del perfil de velocidad para ambos factores y utilizando un tiempo de ejecución de 1.5 s, con una posición deseada  $\frac{2\pi}{3}$  la velocidad máxima calculada para  $\gamma = \frac{2}{5}$  es  $\omega_{d1} = 2.319$  rad/s. Por otro lado, la velocidad máxima alcanzada por el perfil de movimiento con un factor  $\gamma = \frac{1}{5}$  es  $\omega_{d2} = 1.736$  rad/s.

Como se mencionó anteriormente, los factores  $\gamma = \frac{1}{5}$  y  $\gamma = \frac{2}{5}$  afectan directamente al comportamiento de las fases de aceleración-desaceleración. Es decir, cuando la duración de la etapa de aceleración es corta, la magnitud de la aceleración aumenta considerablemente. La figura 4.2-*a* muestra el comportamiento de la aceleración respecto de cada factor. Notesé que, si las fases de aceleración-desaceleración son cortas, el jerk tiende a aumentar en magnitud como se muestra en la figura 4.2-*b*. El valor del jerk se calcula con respecto de  $\theta_d$  y  $T$ . Los valores máximos de jerk se obtuvieron para aceleraciones-desaceleraciones cortas utilizando  $\gamma = \frac{1}{5}$  y  $\theta_d = \frac{2\pi}{3}$ . La duración de la fase de aceleración permite reducir

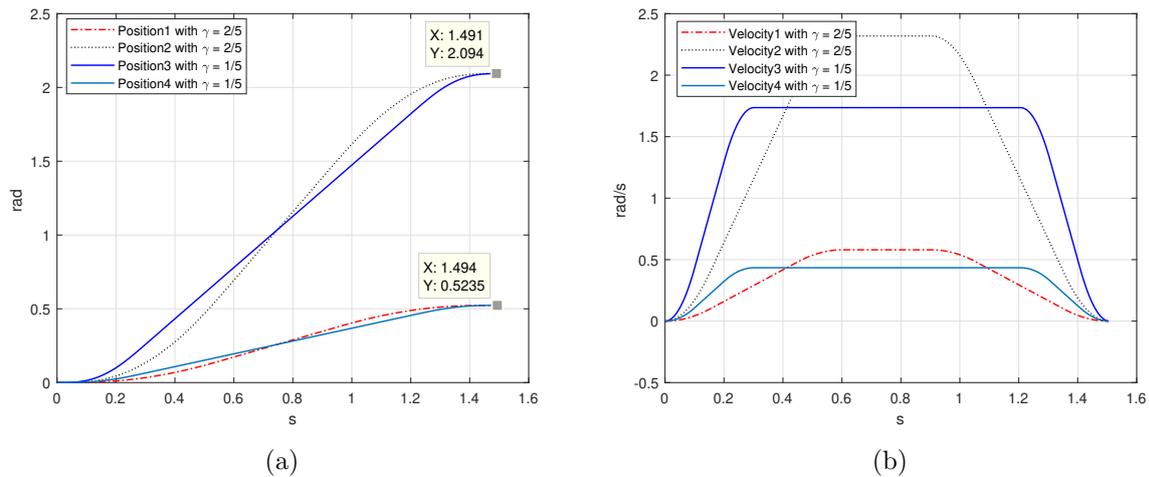


Figura 4.1: Posición  $\theta_d$  y perfil 7 segmentos simulados con  $\gamma = \frac{1}{5}$  y  $\gamma = \frac{2}{5}$  (a) posición, (b) velocidad.

o aumentar la magnitud del jerk, para un factor  $\gamma < \frac{2}{5}$  la magnitud incrementa, mientras que para un factor  $\gamma = \frac{2}{5}$  la magnitud decrece, estos factores pueden ser escogidos por el diseñador de la trayectoria.

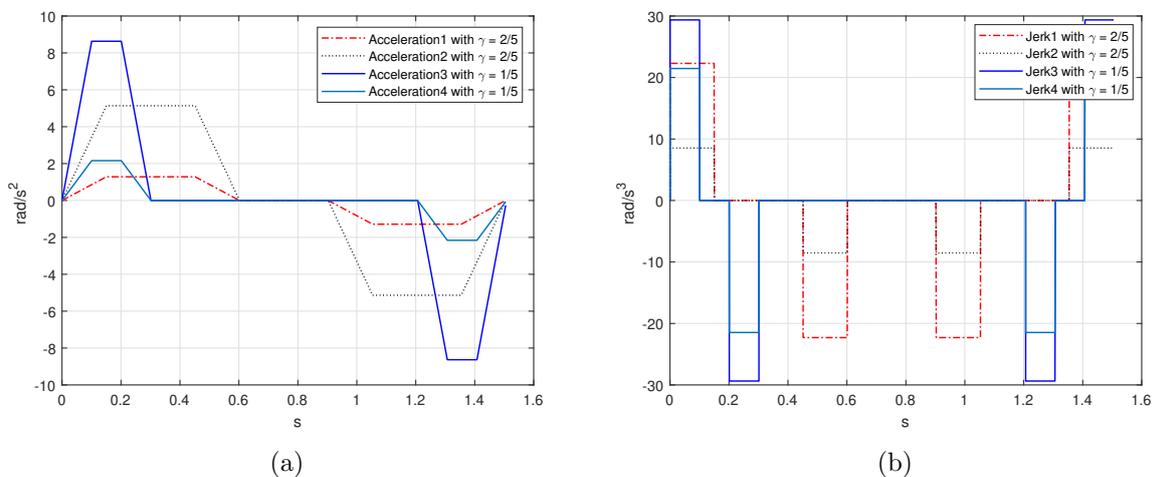


Figura 4.2: Aceleración y jerk simulados con  $\gamma = \frac{1}{5}$  y  $\gamma = \frac{2}{5}$  (a) aceleración, (b) jerk.

### 4.1.3. Aplicación y comparación de un perfil trapezoidal con el perfil de 7 segmentos

En esta sección se implementaron perfiles de velocidad trapezoidal y de 7 segmentos para comparar la respuesta en tiempo real del comportamiento de la velocidad y medir el error de posición de ambos perfiles. Una carga cilíndrica de 0.300 kg con inercia de

0.00011344 kg·m<sup>2</sup> fue acoplada al eje de un motor corriente directa para emular la llanta o rueda de un robot móvil. El motor tiene que compensar su movimiento incluso con la carga para lograr la posición deseada  $\theta_d$  siguiendo la trayectoria calculada por el perfil de movimiento. El perfil de velocidad trapezoidal es el más utilizado en aplicaciones industriales debido a la facilidad de implementación ya que consta de dos ecuaciones lineales que describen las fases de aceleración-desaceleración, y una etapa de velocidad constante. El cambio de velocidad es radical, por lo que el cambio de aceleración tende al infinito, matemáticamente hablando, pero en aplicaciones del mundo real, el jerk permite un incremento en las vibraciones residuales y daños en los motores en un período determinado.

El perfil trapezoidal implementado en esta sección debe llegar a una posición deseada  $\theta_d = 12\pi$  rad en un periodo total de  $T = 1.8$  s con una velocidad máxima  $\omega_{dT} = 32$  rad/s. El perfil que se obtuvo con la experimentación se presenta en la figura 4.3-*b*.

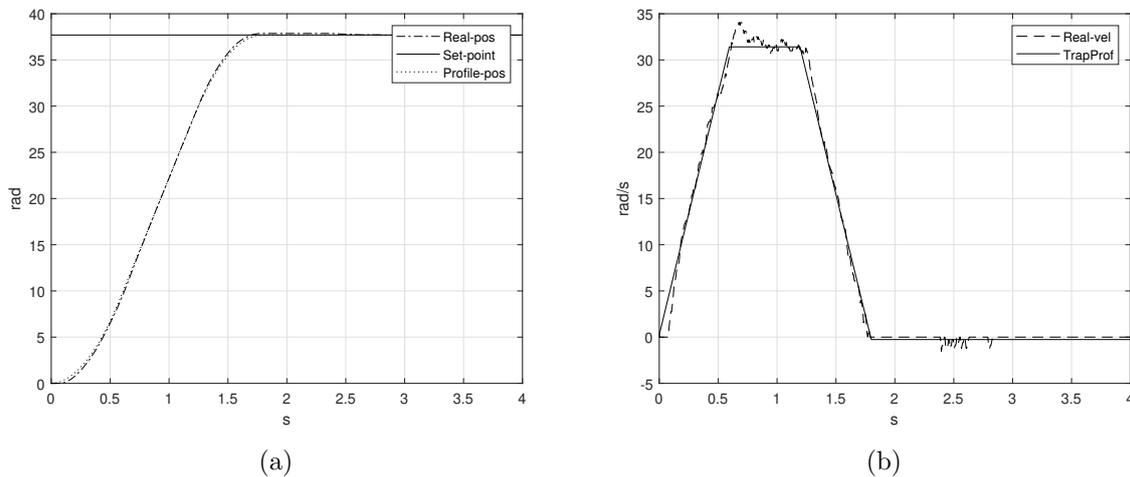


Figura 4.3: Implementación del perfil trapezoidal (a) posición, (b) velocidad.

Como muestra la figura 4.3-*b*, la velocidad sigue la forma del perfil de velocidad trapezoidal deseado con una perturbación cuando la velocidad tiene que ser constante. La perturbación aumentó debido a que la velocidad cambió repentinamente, por lo que el motor no puede reaccionar instantáneamente para seguir la velocidad de cambio de posición. El pico máximo de la velocidad real va a 34.3 rad/s aunque se alcanzó la posición deseada, figura 4.3-*a*, existe un error de  $e_T = 0.18$  rad cuando la posición debería haber alcanzado el punto de consigna en  $T$ . La señal de error de la velocidad trapezoidal se muestra en la figura 4.4-*a*. Por otro lado, el voltaje máximo requerido para alcanzar la velocidad máxima es de aproximadamente  $u(t) = 1.39$  V y la señal de control se presenta en la figura 4.4-*b*.

La implementación del perfil de velocidad de 7 segmentos se aplicó al motor utilizando

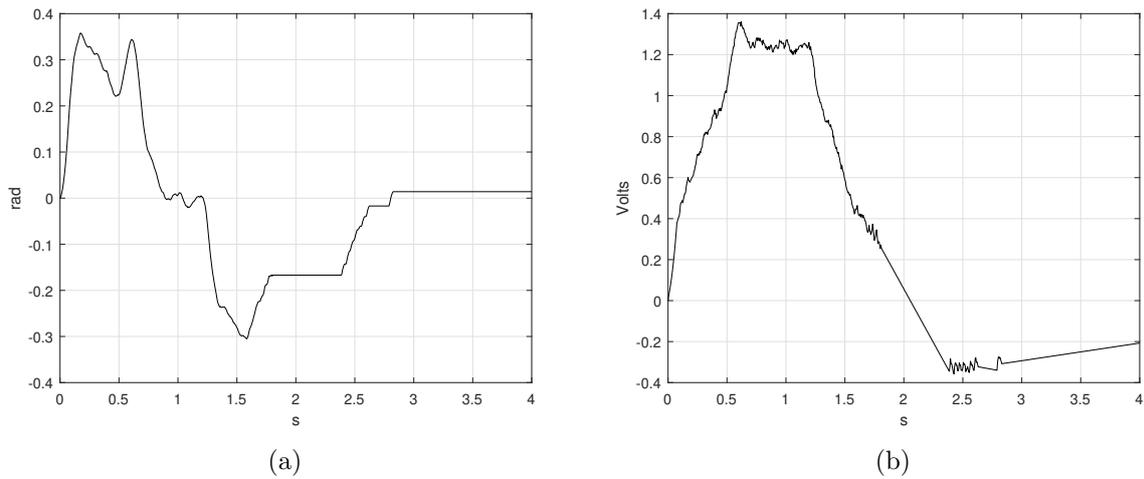


Figura 4.4: Señales de error y control obtenidas en la implementación del perfil de velocidad trapezoidal (a) error de posición y (b) señal de control.

los valores presentados en la tabla 4.1 y la metodología propuesta en la sección 3.1. Nótese que los parámetros propuestos para el perfil de curva S fueron similares al perfil de velocidad trapezoidal. El perfil de velocidad de curva S obtenido experimentalmente se presenta en la figura 4.5–b.

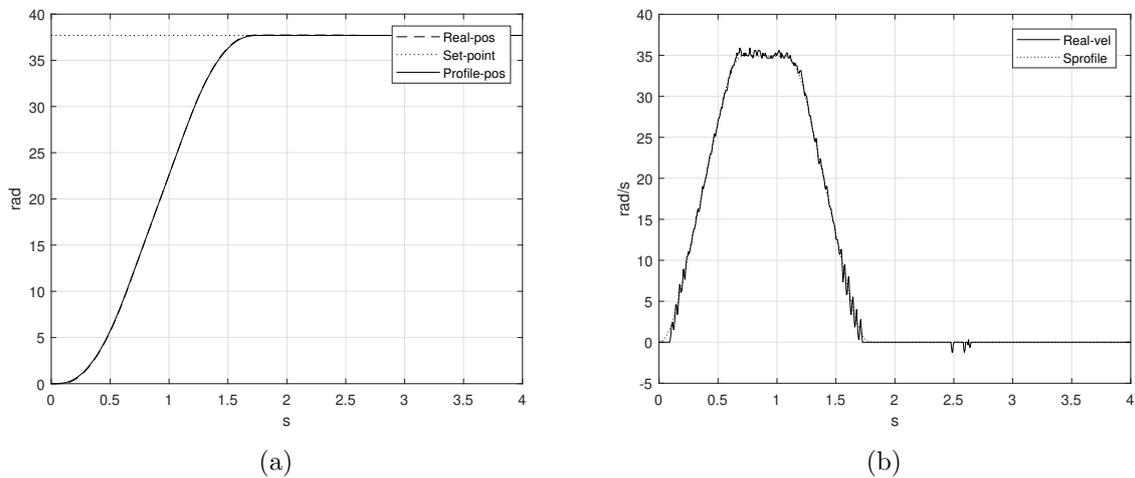


Figura 4.5: Implementación del perfil de 7 segmentos (a) posición y (b) velocidad.

La velocidad medida por el encoder óptico rotatorio sigue correctamente la velocidad calculada por el algoritmo. Cuando la velocidad alcanzó la fase constante, el perfil de velocidad de siete segmentos presentó un cambio suave en la velocidad. Además, la velocidad mostrada en la figura 4.3–b fue de menor magnitud que la obtenida por el perfil de 7 segmentos. El valor de  $\theta_d$  se alcanzó en el tiempo propuesto  $T$ . La figura 4.5–a muestra el comportamiento de la posición real del eje del motor, la posición real es bastante similar

a la posición calculada. La señal de error presentada en la figura 4.6-*a* mostró un error cuando la posición debe alcanzar el punto de referencia de  $e_s = 0.04$  rad. La señal de control se presenta en la figura refFig4b-*a*, donde el voltaje máximo requerido para todo el desplazamiento es  $u(t) = 1.5$  V.

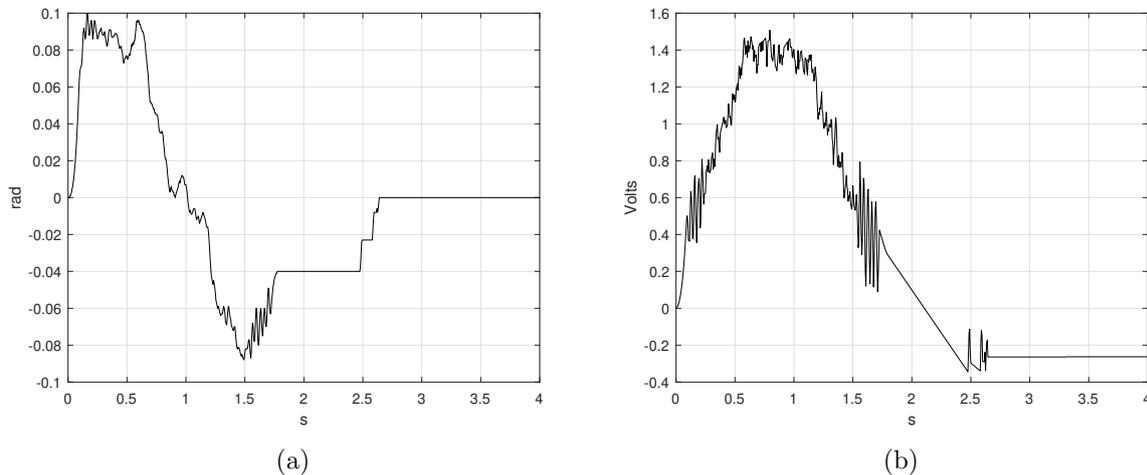


Figura 4.6: Señales del error de posición y control del perfil 7 segmentos (a) error y (b) control.

El comportamiento de aceleración se muestra en la figura 4.7-*a*. La aceleración obtenida del perfil de velocidad trapezoidal muestra una forma agresiva debido a que el perfil de aceleración es idealmente una señal cuadrada. Experimentalmente, el valor de la aceleración fue  $\alpha_T = \pm 52.3$  rad/s<sup>2</sup>. La forma del perfil de velocidad fue importante para compensar el comportamiento de la aceleración y evitar discontinuidades a causa del jerk.

El perfil de velocidad de 7 segmentos muestra una respuesta suave en velocidad y aceleración. El valor de aceleración calculado en (4.3) es  $\alpha_d = 64.6418$  rad/s<sup>2</sup>. La forma de la aceleración calculada por el perfil de velocidad de 7 segmentos es más suave que la obtenida por el trapezoidal. Además, mantiene el valor de aceleración calculado matemáticamente.

El valor matemático del jerk derivado del perfil de velocidad trapezoidal tendió a infinito, pero para los resultados experimentales, la derivada de la aceleración produjo un aumento en las vibraciones y la magnitud es relativamente alta para las fases de aceleración y desaceleración. Para el perfil de velocidad de 7 segmentos, el perfil del jerk está delimitado por el diseñador en (4.4), por lo que el jerk calculado para el experimento fue  $J_d = 359,1212$  rad/s<sup>3</sup>. La figura 4.7-*b* presenta el comportamiento del jerk para ambos perfiles de velocidad. Se puede probar que la respuesta presentada para el perfil de velocidad de la curva S fue menor en magnitud que el perfil de velocidad trapezoidal. Esto

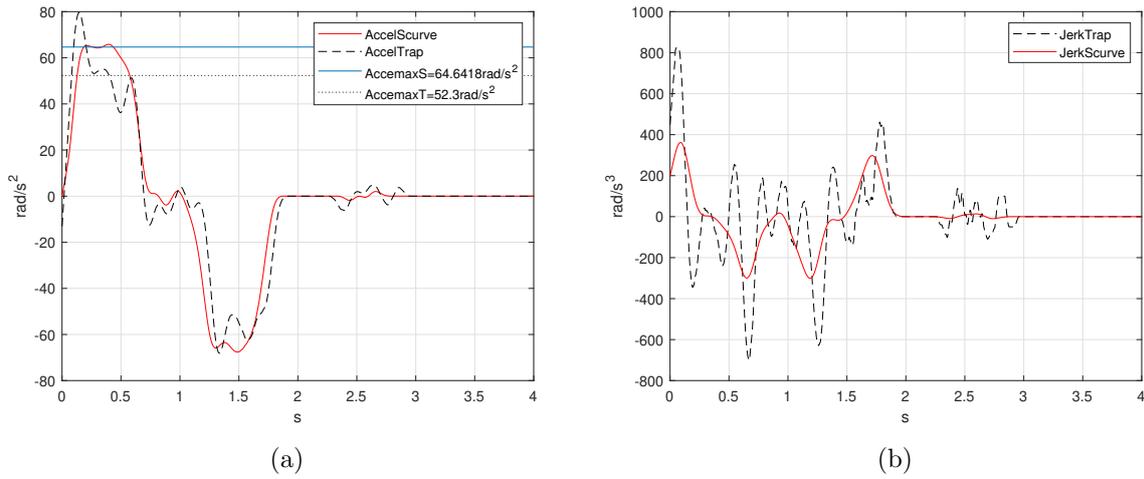


Figura 4.7: Aceleración y jerk de los perfiles trapezoidal y 7 segmentos (a) aceleración y (b) jerk.

sucede debido al polinomio de tercer grado propuesto para el perfil de posición.

Se propusieron dos posiciones deseadas para probar las restricciones negativas de velocidad y desplazamiento en la implementación. Los valores utilizados en el algoritmo se presentan en tabla 4.3.

Tabla 4.3: Parámetros de los perfiles de 7 segmento y perfil inverso de 7 segmentos utilizados en la implementación.

Parámetros	Valores	
Primer desplazamiento		
Posición deseada	$\theta_{d_1}$	$12\pi$ rad
Duración del movimiento	$T_1$	1.8 s
Velocidad	$\omega_{d_1}$	34.9065 rad/s
Aceleración	$\alpha_{d_1}$	64.6418 $\text{rad/s}^2$
Jerk	$J_{d_1}$	359.1212 $\text{rad/s}^3$
Segundo desplazamiento		
Posición deseada	$\theta_{d_2}$	0 rad
Duración del movimiento	$T_2$	1.8 s
Velocidad	$\omega_{d_2}$	-34.9065 rad/s
Aceleración	$\alpha_{d_2}$	-64.6418 $\text{rad/s}^2$
Jerk	$J_{d_2}$	-359.1212 $\text{rad/s}^3$

Cuando el actuador alcanzó el primer punto de ajuste,  $\theta_{d_1} = 12\pi$ , el eje del motor se

mantuvo en ese punto hasta que se agregó la nueva posición deseada. Entonces,  $\theta_0 = \theta_{d_1}$ , significa que  $\theta_0$  es el último punto medido por el encoder después de  $T_1 = 1.8$  s y fue la posición inicial para el siguiente desplazamiento,  $T_1$  es la duración total del primer movimiento.

La nueva posición a alcanzar era  $\theta_{d_2} = 0$  rad, el objetivo era llevar el eje del motor hasta el origen utilizando el mismo periodo de tiempo  $T_2 = 1.8$  s. La magnitud de la velocidad fue la misma para ambas trayectorias pero la dirección fue diferente, entonces  $\omega_{d_2} = -34.9065$  rad/s. La curva S y la curva S inversa se presentan en la figura 4.8–b. El perfil de posición para ambos desplazamientos tiene la forma del perfil de 7 segmentos, la posición de la figura 4.8–a se muestra mediante dos movimientos diferentes. Los set-points se alcanzan adecuadamente en el tiempo propuesto. La posición medida por el codificador sigue la posición calculada por el algoritmo.

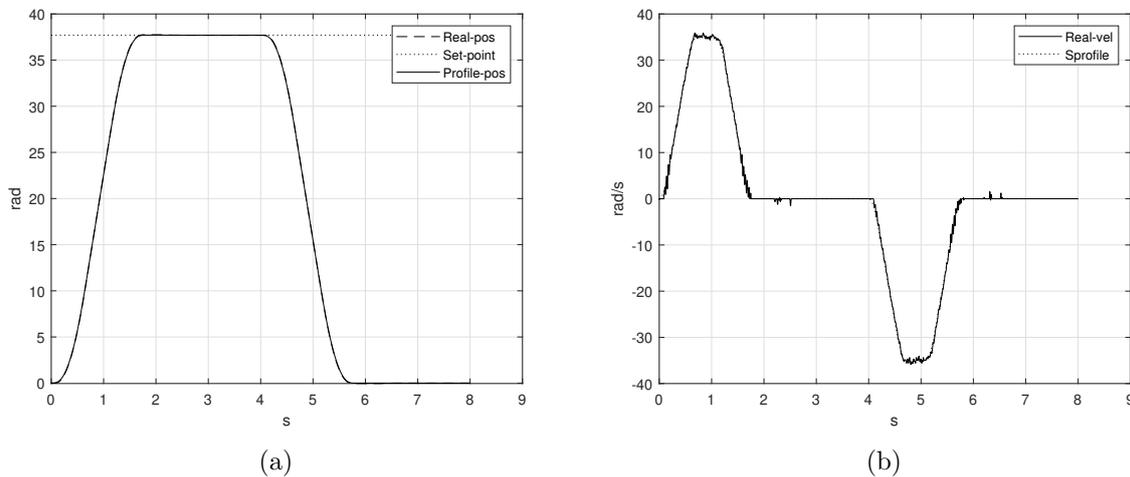


Figura 4.8: Implementación del perfil 7 segmentos y el inverso, (a) posición, and (b) velocidad.

La señal de error se muestra en la figura 4.9, el primer movimiento tiene una duración de  $T_1 = 1.8$  s. Cuando  $t = T_1$ , el error fue de aproximadamente  $e_s = 0.05$  rad, significa que la posición está cerca de  $\theta_{d_1}$ , después de 0.47 s el error real disminuyó a  $e_s = 0.009$  rad.

El nuevo desplazamiento comenzó en  $t = 4$  s. La duración del segundo movimiento fue  $T_2 = 1.8$  s. Cuando  $t = 5.8$  s, el error actual tenía una magnitud de  $e_{is} = 0.049$  rad, el error se volvió cero ( $e = 0$  rad) en  $t = 6.5$  s según la figura 4.9.

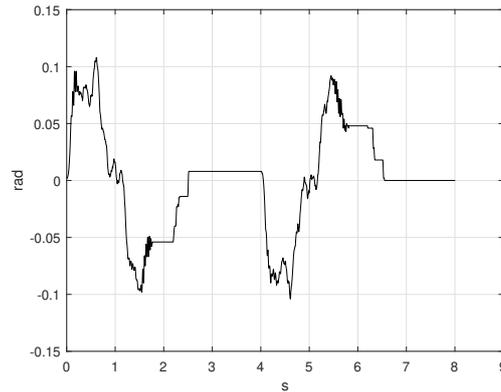


Figura 4.9: Señal de posición del error

## 4.2. Controlador PID con autosintonización con base en lógica difusa

Los algoritmos se implementan en una computadora HP-Omen (Intel Core I7 8th Generation) y se programan en C/C++. Se utiliza una FPGA para medir la posición del encoder y enviarla a la computadora usando el protocolo de comunicación RS232. Además, se implementó un módulo PWM en la FPGA para aplicar la señal de control al servoamplificador. El tiempo de muestreo es 0.005 .

Al sistema de movimiento lineal se le acopló mecánicamente un motor brushless BLM-N23-50-1000-B cuya constante de par  $K_m = 0.08 \frac{Nm}{A}$  con un par actual y continuo de 4.9 A y 3.9 Nm, respectivamente. Este sistema tiene una velocidad angular máxima de 5000 Revoluciones Por Minuto (RPM) y un encoder con una resolución de 1024 Pulsos Por Revolución (PPR). La figura 4.10 muestra la plataforma lineal utilizada para probar el rendimiento del control.



Figura 4.10: Plataforma lineal utilizada para la prueba del controlador

Una señal de entrada escalón de magnitud  $0.064\text{ m}$ , se propone este valor ya que el voltaje máximo del motor no se excede cuando el algoritmo está funcionando, se aplica al sistema para probar el desempeño del controlador cuando se aplica a la planta. Además, se utiliza una constante integral  $K_i = 3$  para la señal de entrada de paso. Regularmente, este tipo de señales de prueba son las más utilizadas para probar la respuesta de los controladores a cambios repentinos en la señal de referencia, dando una visión general de lo que sucedería si se agrega una carga a la planta. Si el controlador, ante una entrada de prueba agresiva, no está bien sintonizado, la respuesta del control caería en una zona de inestabilidad, lo que podría causar daños permanentes a la estructura mecánica y eléctrica. En la figura 4.11-*a* se puede observar que el controlador presenta una respuesta rápida ya que el sistema alcanza el estado estacionario en  $0.248\text{ s}$  y el exceso es de  $8,985\%$ . La señal de error se muestra en la figura 4.11-*b* y tiende a cero.

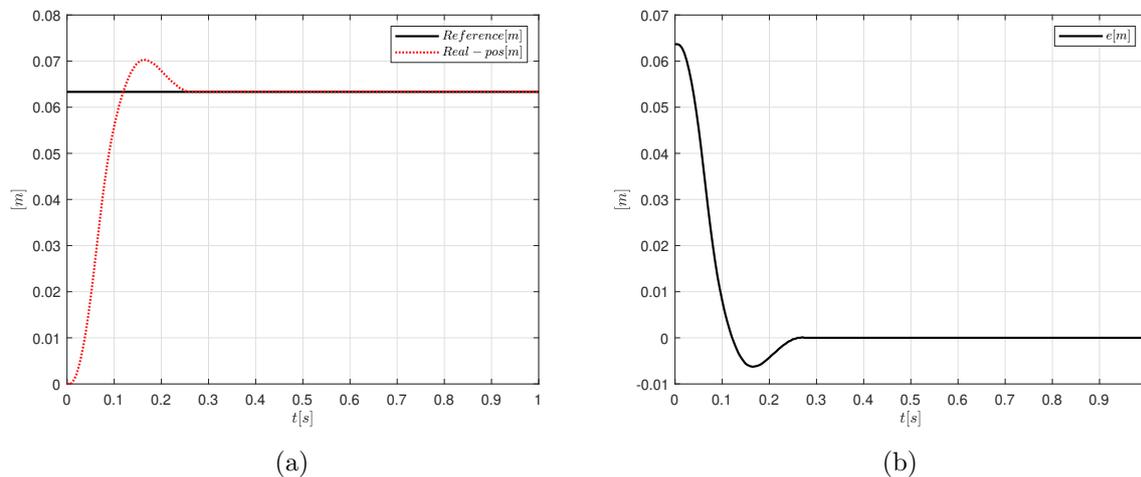


Figura 4.11: Controlador PID con sintonía difusa ante una entrada escalón (a) posición y (b) error.

La señal de control, figura 4.12, es el voltaje aplicado al sistema. El valor máximo de tensión obtenido está por debajo de  $24\text{ V}$ . Cuando se aplica un controlador en una aplicación real, el parámetro más importante a limitar es la señal de control, ya que si el sistema demanda una cantidad mayor de la variable que se está controlando de lo permitido, el algoritmo de control debe ser capaz de protegerse para evitar generando valores no permitidos por la planta.

La figura 4.13-*a* muestra el comportamiento de las ganancias de  $K_p$  para una señal de entrada escalón. El valor máximo obtenido es  $K_p = 8.43$  y va decreciendo hasta llegar a un valor constante  $K_p = 5.06$ . Por otro lado,  $K_d$  alcanza una magnitud máxima de  $0.225$ , luego tiende a converger a cero ya que no hay variaciones en el eje del motor.

La tabla 4.4 muestra el rendimiento de diferentes arquitecturas de control comparando

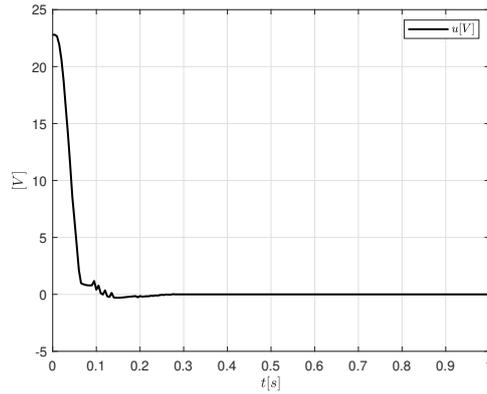


Figura 4.12: Señal de control ante entrada escalón

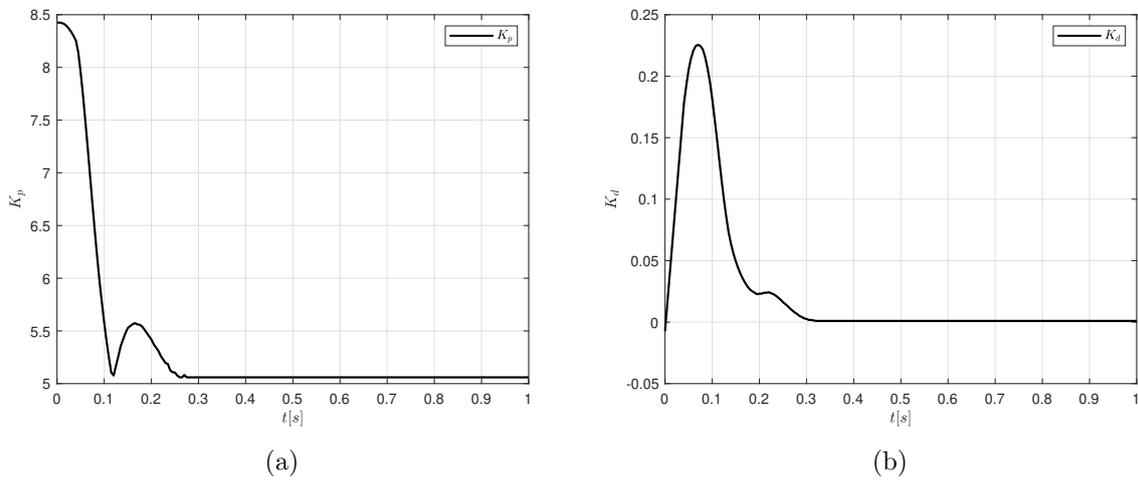


Figura 4.13: Variación de las ganancias ante una entrada escalón (a)  $K_p$  y (b)  $K_d$ .

el tiempo de subida, el sobreimpulso y el tiempo de establecimiento. La respuesta del FLC tipo PID presentado en este trabajo tiene una respuesta rápida, ya que la primera vez que la señal de posición cruza la referencia por primera vez es en 0.124 s y el tiempo que tarda el sistema en estabilizarse es de 0.248 s.

Tabla 4.4: Comparación de desempeño entre controladores encontrados en la literatura.

Trabajo	$t_r$ (s)	$M_p$ (%)	$t_s$ (s)	Controlador y sintonización
Propuesto	0.124	8.985	0.248	PID-like FLC y FL
Khan et al. (2008)	0.155	4.84	0.2526	FL y AG
Bouallègue et al. (2012)	0.21	15	0.64	PID-type FLC y algoritmo PSO
Neath et al. (2013)	0.40	1.21	0.61	PID y AG
Peng and Dubay (2011)	0.1790	1	0.2585	Redes neuronales
Bassi et al. (2011)	0.418	17.4	3.17	PID y algoritmo PSO

### 4.2.1. Implementación del controlador de movimiento

Se implementa un perfil de velocidad de 7 segmentos para alcanzar una posición deseada en lugar de utilizar una señal escalón. Los sistemas de control de movimiento se componen de un perfil de movimiento para evitar tensiones y reducir vibraciones en la estructura mecánica, Osornio-Rios et al. (2009). El carro se tiene que desplazar  $0.53\text{ m}$  en  $2\text{ s}$ , estos parámetros fueron elegidos para probar el desempeño del controlador, uno puede introducir otro punto de ajuste. Para entradas uniformes, la constante integral utilizada es  $K_i = 8$ . En la Tabla 1 se presenta el pseudocódigo para ilustrar cómo se programa el algoritmo en lenguaje C/C++.

Las figuras 4.14-*a* y 4.14-*b* presentan las señales de posición y error respectivamente. Para la figura 4.14-*a*, la posición sigue una referencia para comparar la trayectoria deseada con la posición del sistema. El error de amplitud oscila entre  $1.8 \times 10^{-5}\text{ m}$  y  $-1.78 \times 10^{-5}\text{ m}$ . Note en la figura 4.14-*b* que el error es cero a  $2.65\text{ s}$ .

En la figura 4.15-*b*, la señal de control muestra un pico de voltaje máximo de  $16\text{ V}$  para alcanzar la posición deseada. La señal de control se calcula mediante la relación FLC similar a PID de las ganancias del controlador. Por otro lado, de acuerdo a la figura 4.15-*b* se puede observar que la velocidad sigue correctamente la referencia, la velocidad máxima calculada por el algoritmo de trayectoria es de  $0.94\text{ m/s}$ .

Las ganancias del controlador tienden a variar según la medida del error y la tasa de cambio del error. La variación cuando el controlador sigue la trayectoria oscila entre 3 y 6,5 en magnitud para  $K_p$  y entre 0 y 0.052 para  $K_d$ . Observe en la figura 4.16 que las ganancias del controlador no tienen unidades.

En condiciones reales, los servosistemas están en contacto con cargas que deben moverse suavemente para evitar que se caiga lo que transportan, por tal motivo se agrega una carga cilíndrica de  $1.9\text{ kg}$  sobre el carro y así comprobar que el algoritmo de control

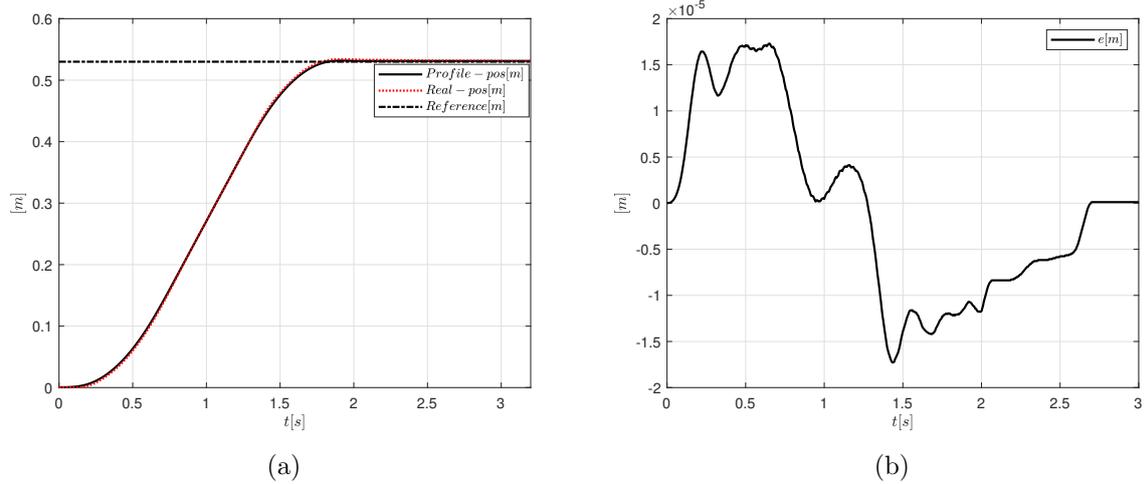


Figura 4.14: Controlador de movimiento PID difuso con un perfil de movimiento de 7 segmentos, (a) posición y (b) error.

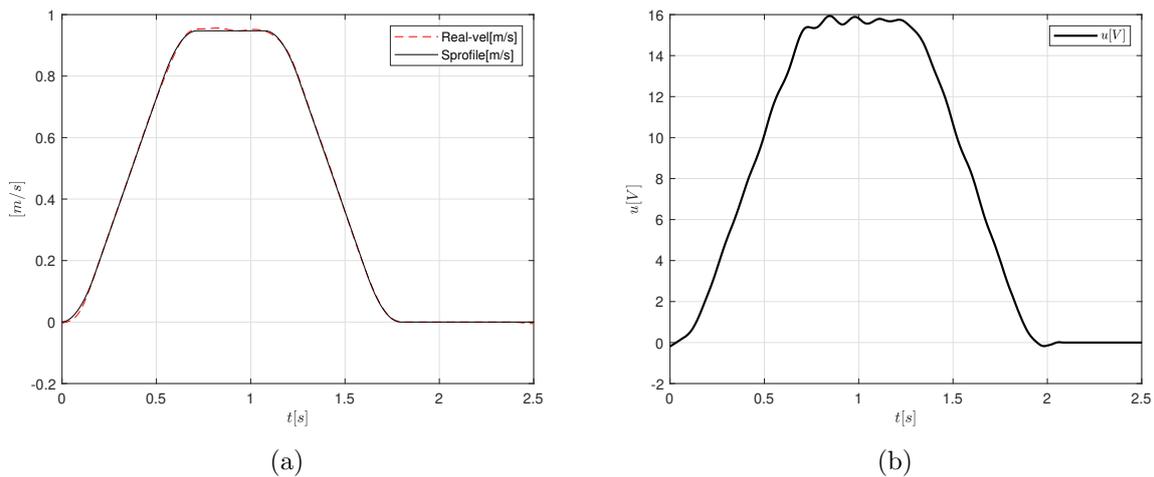


Figura 4.15: Implementación del perfil 7 segmentos con el controlador PID difuso (a) velocidad y (b) señal de control.

cumple con las especificaciones propuestas. Además, se comparan las respuestas obtenidas cuando se transporta la carga, nuevamente se implementa el perfil de movimiento S-curve y los parámetros que se utilizaron en la prueba anterior, en relación a cuando no hay carga en el carro. Como se puede ver, la trayectoria presentó un comportamiento similar en error si se compara con la señal de la figura 4.15–b, esto significa que el controlador es robusto y puede adaptarse a variaciones del sistema. La posición sigue correctamente la trayectoria propuesta como se puede ver en la Figura 4.17.

La velocidad sigue la trayectoria correctamente, como se puede ver en la figura 4.18–a,

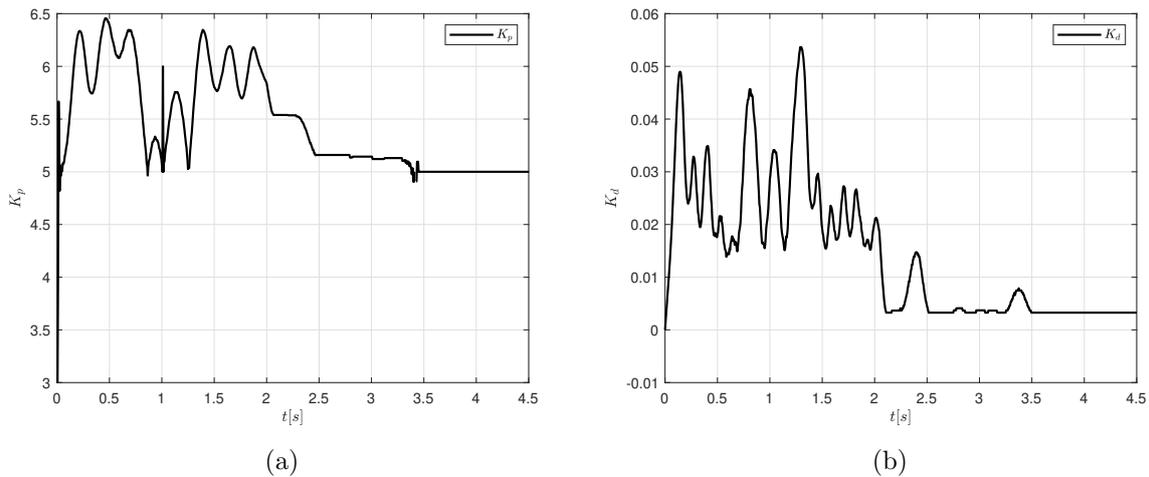


Figura 4.16: Respuesta en tiempo real de las ganancias de control (a)  $K_p$  y (b)  $K_d$ .

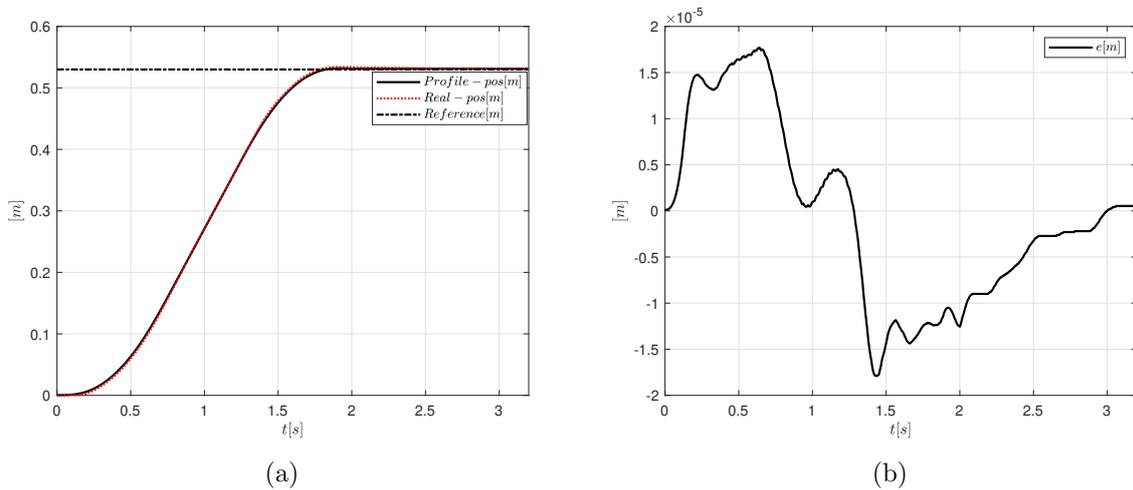


Figura 4.17: Controlador de movimiento con base en PID con autosintonización con lógica difusa y perfil de velocidad de 7 segmentos con carga de 1.9 kg, (a) posición, y (b) error.

en etapas cuando se calcula la aceleración y desaceleración, pero cuando debe ser constante, la velocidad presenta una respuesta transitoria inducida por la carga aplicada al eje del motor. La señal de control aumentó hasta 23 V y oscilan por debajo de este valor como se presenta en la figura 4.18–b.

Se puede ver en la figura 4.19 que las ganancias del controlador contienen oscilaciones agresivas después de que se aplica la carga en comparación con el comportamiento cuando no se agrega carga en la figura 4.16, se puede justificar de acuerdo con la respuesta de

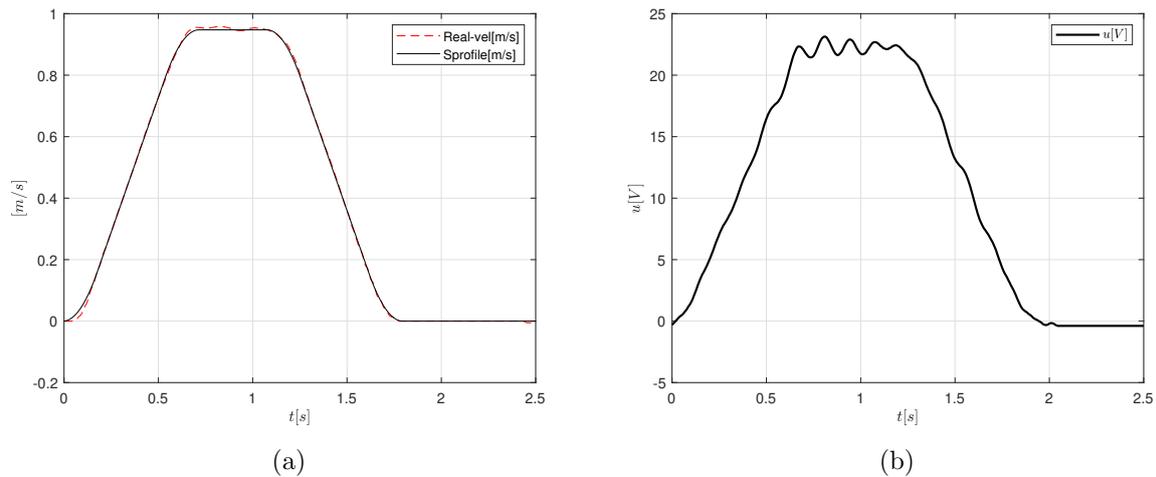


Figura 4.18: Perfil de velocidad de 7 segmentos con carga de 1.9 kg (a) velocidad y (b) señal de control.

voltaje de la figura 4.18–b.

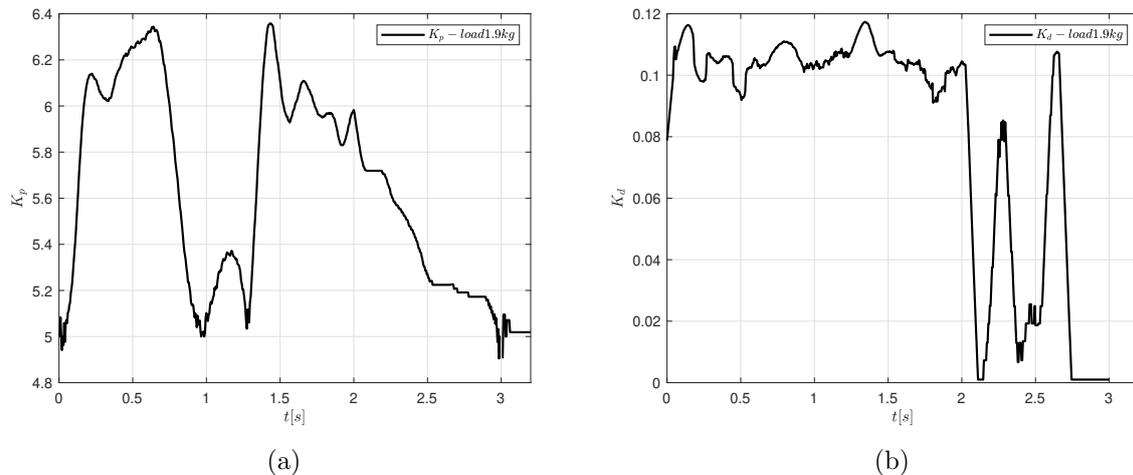


Figura 4.19: Respuesta real de las ganancias del controlador con una carga 1.9 kg (a)  $K_p$  y (b)  $K_d$ .

En la tabla 4.5 se muestra una breve comparación de los controladores de movimiento presentados en la literatura. Como se puede observar, algunos autores optan por utilizar Matlab/Simulink y LabVIEW NI para el diseño de sus algoritmos, el problema de utilizar este tipo de herramientas es que se debe contar con una licencia para poder utilizar el software de forma completa aumentando el coste, en términos monetarios, del sistema de control y por tanto del algoritmo se restringe al uso de sistemas embebidos compatibles con estos programas. La idea de utilizar un lenguaje de programación libre, que no necesita

licencias, para el diseño de sistemas de control de movimiento hace que el sistema sea asequible y fácil de aplicar en otros lenguajes de programación e incluso en diferentes sistemas embebidos. En este documento, se crearon tres funciones C/C++ para calcular el perfil de movimiento, las funciones de membresía y el FLC tipo PID, respectivamente. La estructura real del algoritmo de control de movimiento se muestra en la Tabla 1.

Tabla 4.5: Comparación de controladores de movimiento con su sintonización.

<b>Trabajo</b>	<b>Programación</b>	<b>Perfil de vel.</b>	<b>Sintonización</b>	<b>Controlador</b>
Propuesto	C/C++	Curva S	Relac. Difusas	PID-tipo FLC
Kung et al. (2008)	C/C++	Trapezoidal	Empírico	FLC
Jokić et al. (2020)	Matlab/Simulink	Curva S	Empírico	PID
Ponce et al. (2015)	LabVIEW NI	-	Empirico	PID
Concha et al. (2020)	Matlab/Simulink	-	Asigna. Polos	PID
Heo et al. (2019)	-	Trapezoidal	Empírico	P-PI

### 4.3. Control de tracción

En esta sección se presentan las simulaciones del controlador de tracción PID y Difuso, así como los parámetros de entrada a la plataforma. Se implementará en controlador de movimiento y perfil de velocidad de 7 segmentos para la simulaciones. Además, el desempeño de los controladores se validará utilizando la integral del error cuadrático medio.

$$ECM = \int |e|^2 dt \quad (4.5)$$

#### 4.3.1. Respuesta en lazo abierto del robot móvil

En la figura 4.20 se muestra el diagrama del modelo el cual tiene como salidas el deslizamiento, corriente y las velocidades longitudinal del eje de la rueda, esta última calculada a partir del radio de la rueda y su velocidad angular. En las tablas 4.6 y 4.7 se despliegan los valores de los parámetros utilizados para la simulación. Los valores del motor corresponden a un motor de corriente directa. En la tabla 4.7 se presentan los valores que se utilizaron para la estructura mecánica del robot.

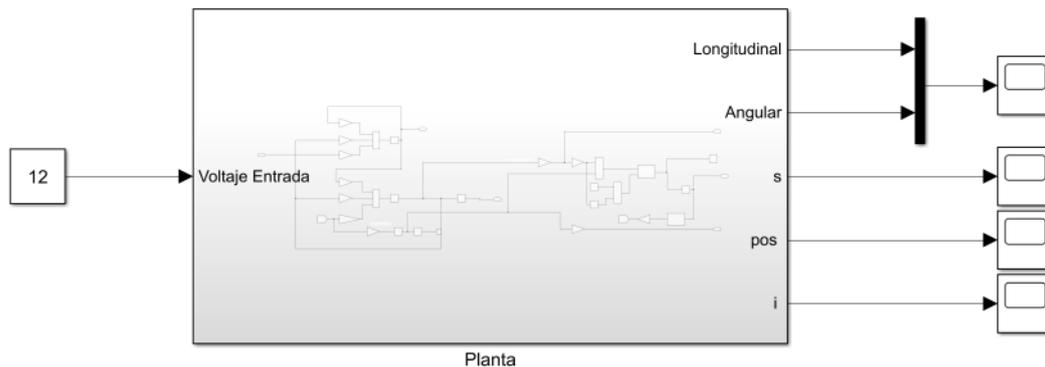


Figura 4.20: Diagrama del modelo para simulación.

Suponiendo que se alimenta al motor que va acoplado a la llanta del robot a 12 V y se miden únicamente las velocidades y el deslizamiento, podemos decir que el sistema es una representación de lazo abierto, cuyo comportamiento se muestra en la figura 4.21 para cada una de las superficies presentadas en la tabla 4.8. En la figura 4.21–a se puede apreciar que cuando la llanta atraviesa una superficie de asfalto seca, la velocidad longitudinal crece considerablemente y trata de igualar a la velocidad angular. Por otro lado, cuando la llanta atraviesa por una superficie de asfalto mojada la velocidad longitudinal tarda más en igualar a la velocidad angular, tal como se aprecia en la figura 4.21–b. Finalmente, cuando la llanta hace contacto con una superficie cubierta de hielo la velocidad angular tiende a su máximo valor permisible, mientras que la velocidad longitudinal

Tabla 4.6: Parámetros del motor de corriente directa.

Parámetro	Valor	Unidades
$R_a$	$1.41e^{-1}$	$\Omega$
$L_a$	$3e^{-3}$	$H$
$K_\tau$	$5.74e^{-3}$	$Volt \cdot /rad$
$K_e$	$5.74e^{-3}$	$N \cdot m/Amp$
$b$	$3.97e^{-6}$	
$J$	$1e^{-4}$	$kg \cdot m$

Tabla 4.7: Parámetros de la estructura del robot.

Parámetro	Valor	Unidades
$G_R$	2.5	— — —
$Q$	0.37	— — —
$r_w$	$3.2e^{-2}$	$m$
$tol$	$1e^{-10}$	— — —
$m$	1.14	$kg$

Tabla 4.8: Parámetros para el calculo del coeficiente de fricción en función de la superficie.

Superficie	$B$	$C$	$D$	$E$
Asfalto seco	19.25	1.65	0.92	0.6
Asfalto mojado	15.8	1.6	0.62	0.6
Hielo	9.8	1.45	0.1	0.6

crece de forma despreciable en función del tiempo, ver figura 4.21–c, esto se debe a que el coeficiente de fricción es muy cercano a cero, lo cual quiere decir que la fricción es nula, haciendo que la llanta tienda a patinar sin moverse considerablemente de forma longitudinal.

El comportamiento del robot en función de la velocidad longitudinal y radial se presenta en la figura 4.22 que contiene el comportamiento en el tiempo de la diferencia de velocidades mejor conocido como deslizamiento. Tal como se aprecia en la figura 4.21 las velocidades de la rueda tienen magnitudes de diferentes, esto quiere decir que la velocidad angular es mucho mayor en los primeros instantes que la velocidad longitudinal. Este comportamiento es sin ningun controlador, por lo que no existe un dispositivo que regule las velocidades desde el inicio de la operación. Sin embargo, en la figura 4.22 se aprecia que el deslizamiento tiende a cero cuando en las superficies de asfalto seco y mojado las

---

**Algorithm 2:** Calculo del coeficiente de fricción.
 

---

```

Función  $y = \text{fcn}(s)$ 
   $B$ ;
   $C$ ;
   $D$ ;
   $E$ ;
  if  $s < 0$  then
     $s = \text{abs}(s)$ ;
     $\mu = -D \sin(C \arctan(Bs - E(Bs - \arctan(Bs))))$ 
  else
     $\mu = D \sin(C \arctan(Bs - E(Bs - \arctan(Bs))))$ 
  end
   $y = \mu$ ;

```

---

velocidades alcanzan la misma magnitud, figura 4.21, mientras que para la superficie con hielo existe siempre un valor de deslizamiento, la llanta permanece girando si moverse longitudinalmente.

### 4.3.2. Control de deslizamiento del robot móvil

Para dar solución al problema de velocidades distintas se diseñará un controlador de deslizamiento cuya entrada de referencia es a partir de un perfil de movimiento de 7 segmentos. El sistema llanta-motor debe asegurar la misma velocidad angular y longitudinal siguiendo apropiadamente el cambio en la velocidad de referencia en cualquier momento. En la figura 4.23 se muestra el perfil de velocidad como entrada. Pasa por dos integradores debido a que se esta generando el perfil del jerk, por lo que al integrar una vez se obtiene la aceleración de referencia, y la segunda vez se obtiene la velocidad de entrada. Se compara la velocidad longitudinal con respecto al perfil de movimiento. La idea consiste en que la llanta se mueva de acuerdo con la referencia y que sea capaz de trabajar con las superficies presentadas en la tabla 4.8. La diferencia entre la velocidad de referencia y la velocidad longitudinal produce el error que es la entrada al controlador maestro. La salida de este controlador se compara con el deslizamiento para generar un lazo interno de control para evitar los deslizamientos.

El motor seleccionado no debe exeder los 12 V, se pone un bloque de saturación entre el bloque de control y el robot. Por otro lado, la sintonización del controlador se llevó a cabo mediante un algoritmo genético. El método de sintonización se detalla ampliamente en Cruz-Miguel et al. (2020).

La figura 4.24 muestra la respuesta del controlador para el caso de las superficies

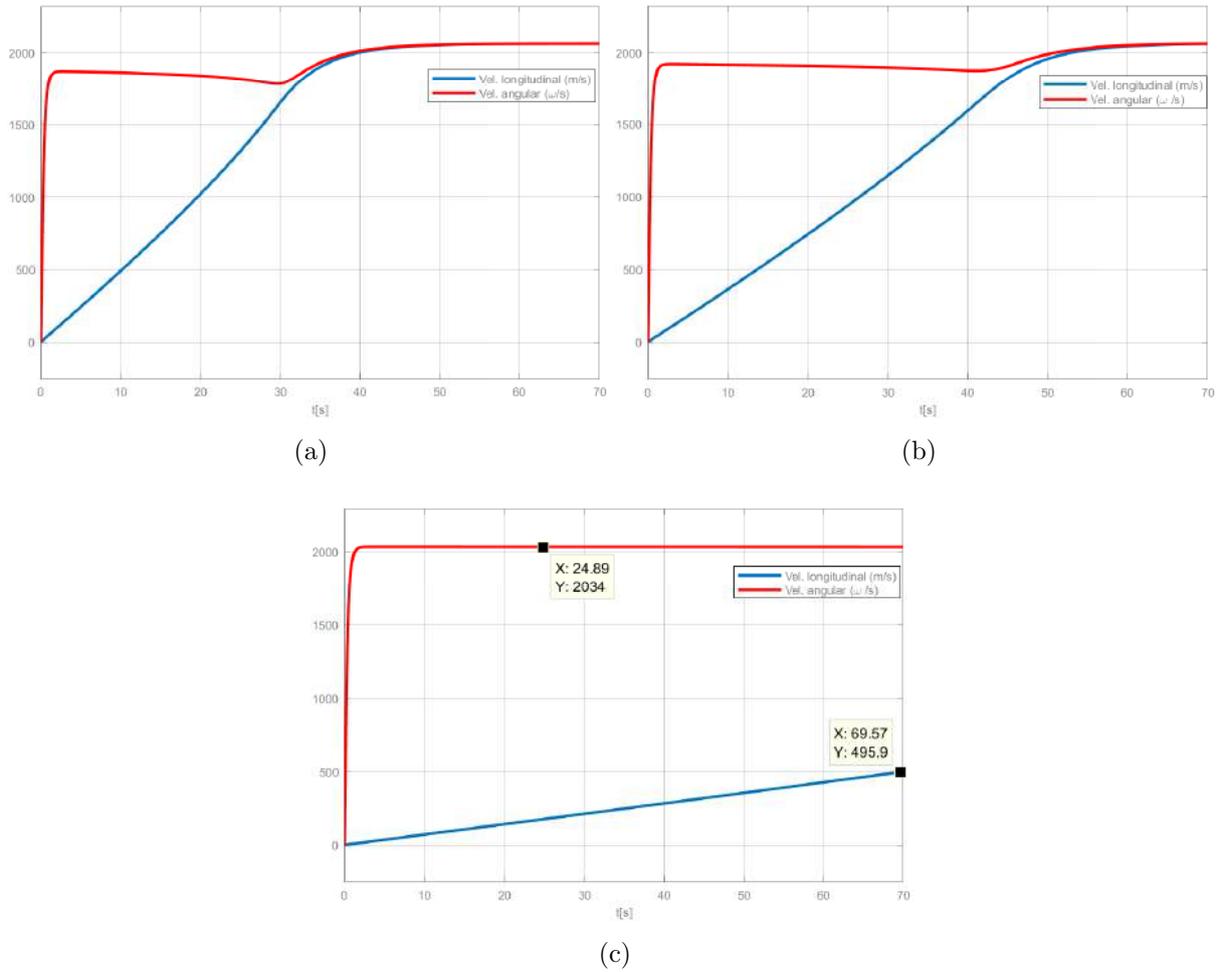


Figura 4.21: Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies (a) asfalto seco, (b) asfalto mojado y (c) hielo.

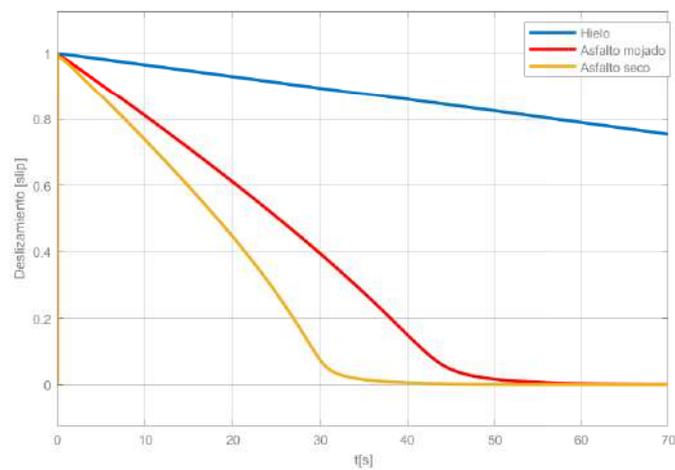


Figura 4.22: Respuesta del deslizamiento ante una entrada de 12 volts.

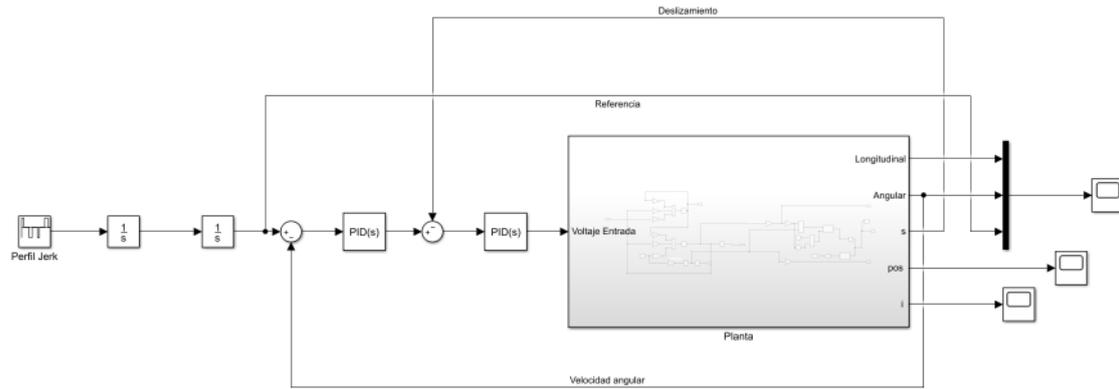


Figura 4.23: Controlador de deslizamiento.

de hielo, asfalto seco y asfalto mojado. La sintonización del controlador PID se llevo a cabo utilizando el perfil de 7 segmentos con la superficie de asfalto seco, figura 4.24-*a*. Como es de esperarse, la respuesta de la planta con el controlador sigue satisfactoriamente el perfil de velocidad. En la respuesta de la figura 4.24-*b* se utiliza una superficie de asfalto mojado. La velocidad angular aumenta en magnitud para compensar la respuesta de acuerdo a la referencia. Esto demuestra que la velocidad longitudinal se desfasa de la angular, haciendo que exista un deslizamiento significativo utilizando las ganancias del controlador obtenidas para la superficie de asfalto seco. Finalmente, la figura 4.24-*c* demuestra que el controlador, utilizando las ganancias de la figura 4.24-*a*, no sigue la trayectoria ya que la magnitud de la velocidad angular se desfasa de forma significativa a la velocidad longitudinal. Esto último hace que la rueda se patine y no sea capaz de seguir la trayectoria, haciendo que por el patinado aumente la velocidad angular y disminuya la velocidad longitudinal. El perfil de velocidad no es seguido por ninguna de las dos velocidades medibles.

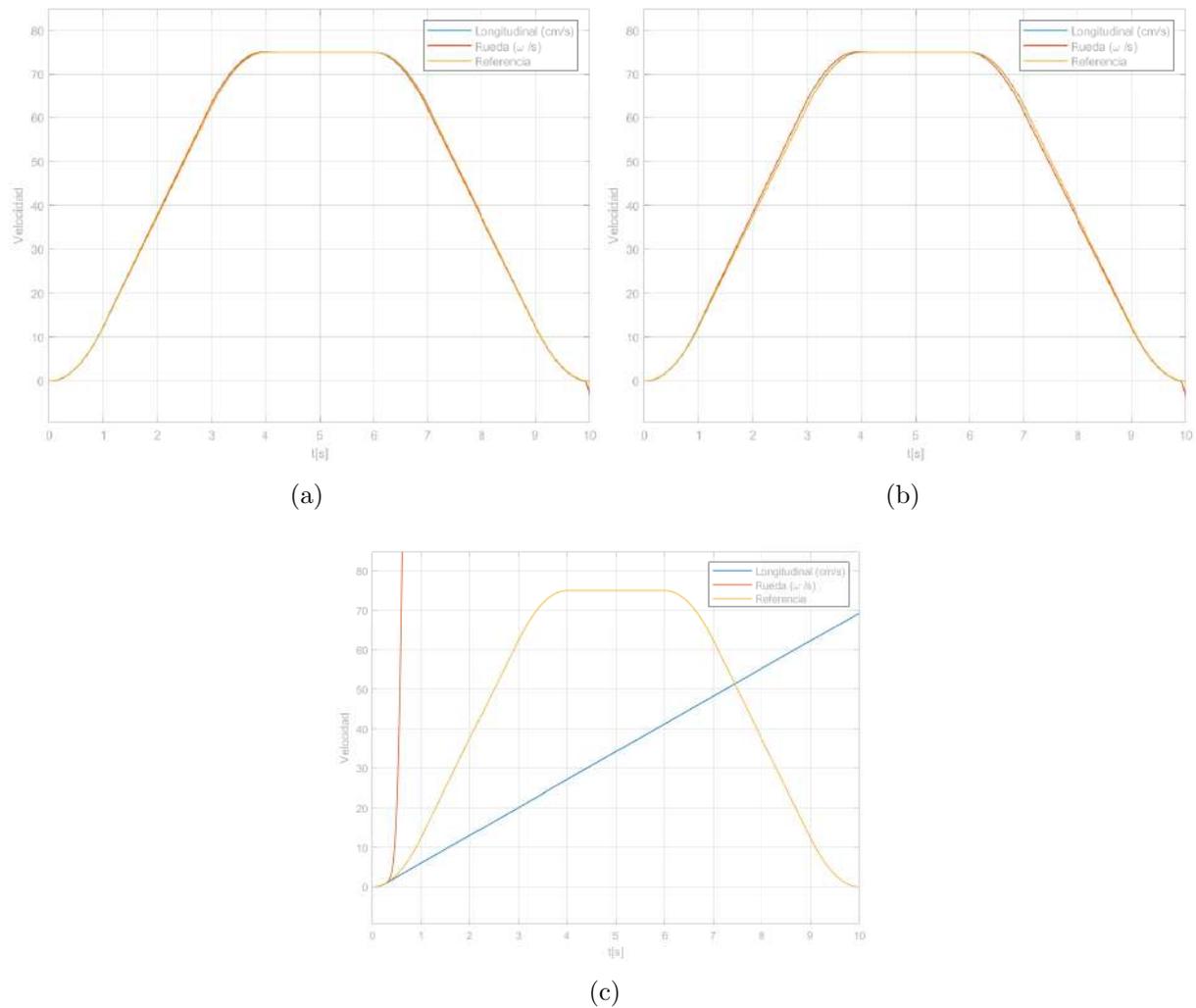


Figura 4.24: Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies (a) asfalto seco, (b) asfalto mojado y (c) hielo.

## 4.4. Controlador de deslizamiento difuso

Para el diseño del controlador difuso se utilizó la metodología presentada en la sección 3.2. El sistema planta-controlador utilizado para la simulación se muestra en la figura 4.25. El diagrama muestra un controlador en cascada en donde se tiene un lazo maestro de velocidad y un lazo esclavo de deslizamiento, ambas estructuras de control son con base en lógica difusa. Para el lazo esclavo se ocupa un controlador PID con autosintonía, tal como se presenta en la sección 3.2.1. Esta estructura se muestra detalladamente en la figura 4.26–a. Se utilizaron las mismas reglas, el mismo número de valores lingüísticos. La diferencia radica en el rango de operación de las variables lingüísticas de las ganancias  $K_p$ ,  $K_d$  y  $K_i$ . Estos rangos se propusieron a partir de la respuesta del controlador PID de la sección anterior. Para el lazo esclavo se propuso una estructura PI con autosintonización y se utilizó la misma estrategia que la antes mencionada. Solo se modificó el rango

de valores de la entrada a las partes de las ganancias  $K_p$  y  $K_i$  internas.

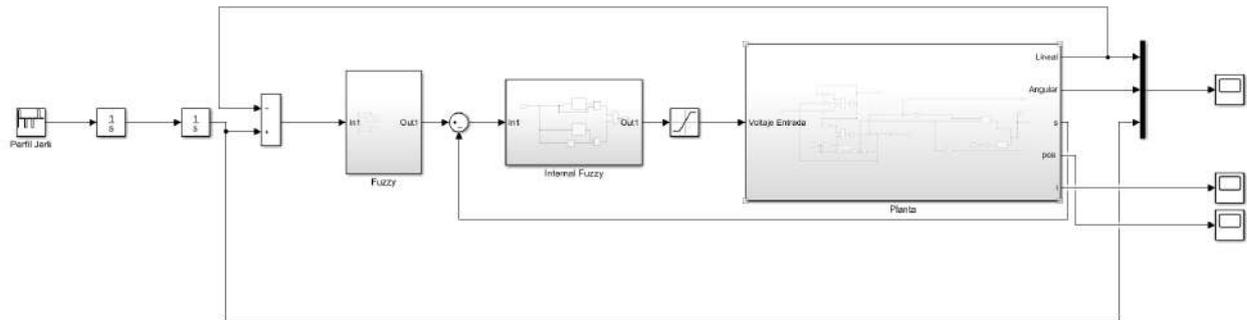


Figura 4.25: Controlador difuso.

Los rangos de valores son más pequeños y tienen como objetivo comparar la respuesta del controlador maestro con el deslizamiento producido por la llanta y la superficie seleccionada para evaluar.

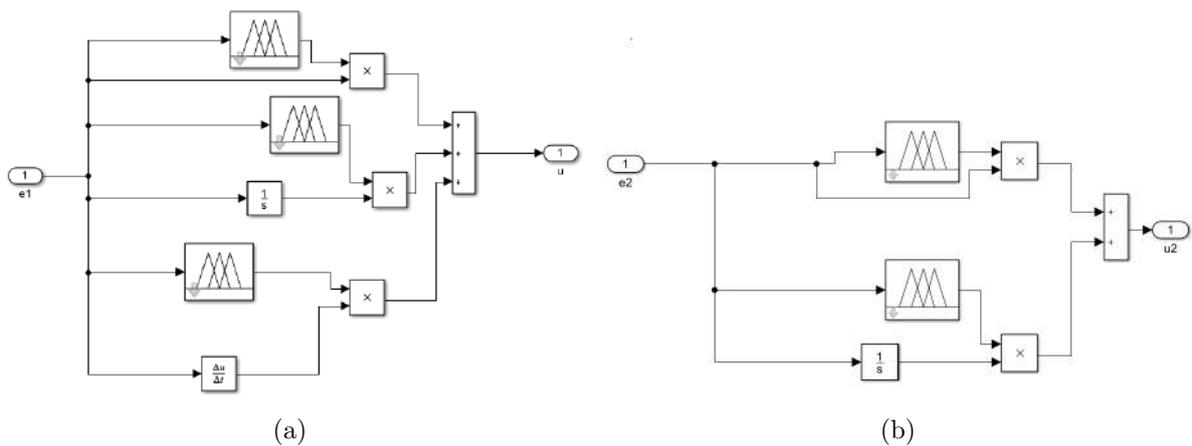


Figura 4.26: Estructuras de control (a) lazo externo y (b) lazo interno.

El resultado de la simulación se muestra en la figura 4.27 en donde en cada una de las superficies muestra un comportamiento similar al seguir la referencia y en donde las velocidades angular y longitudinal no muestran un desfazamiento significativo, esto se debe a la función del controlador de deslizamiento. Por ejemplo, en la figura 4.27-a se utiliza una superficie de asfalto seca y se puede apreciar que las velocidades se apegan a la referencia. En la 4.27-b se alcanza a apreciar que la velocidad longitudinal tiende a disminuir en magnitud aunque el cambio en la misma no es significativo. Finalmente, 4.27-c se muestra el comportamiento que tienen las velocidades angular y longitudinal ante una superficie de hielo. Se demuestra que el controlador esta reaccionando bien, la velocidad longitudinal reduce su magnitud y la velocidad angular sigue el perfil. Esto último tiene sentido, ya que el deslizamiento esta en función de las velocidades angular y

longitudinal, y por lo tanto la magnitud en las velocidades debe ser similar dependiendo de la superficie por la que la planta se traslade.

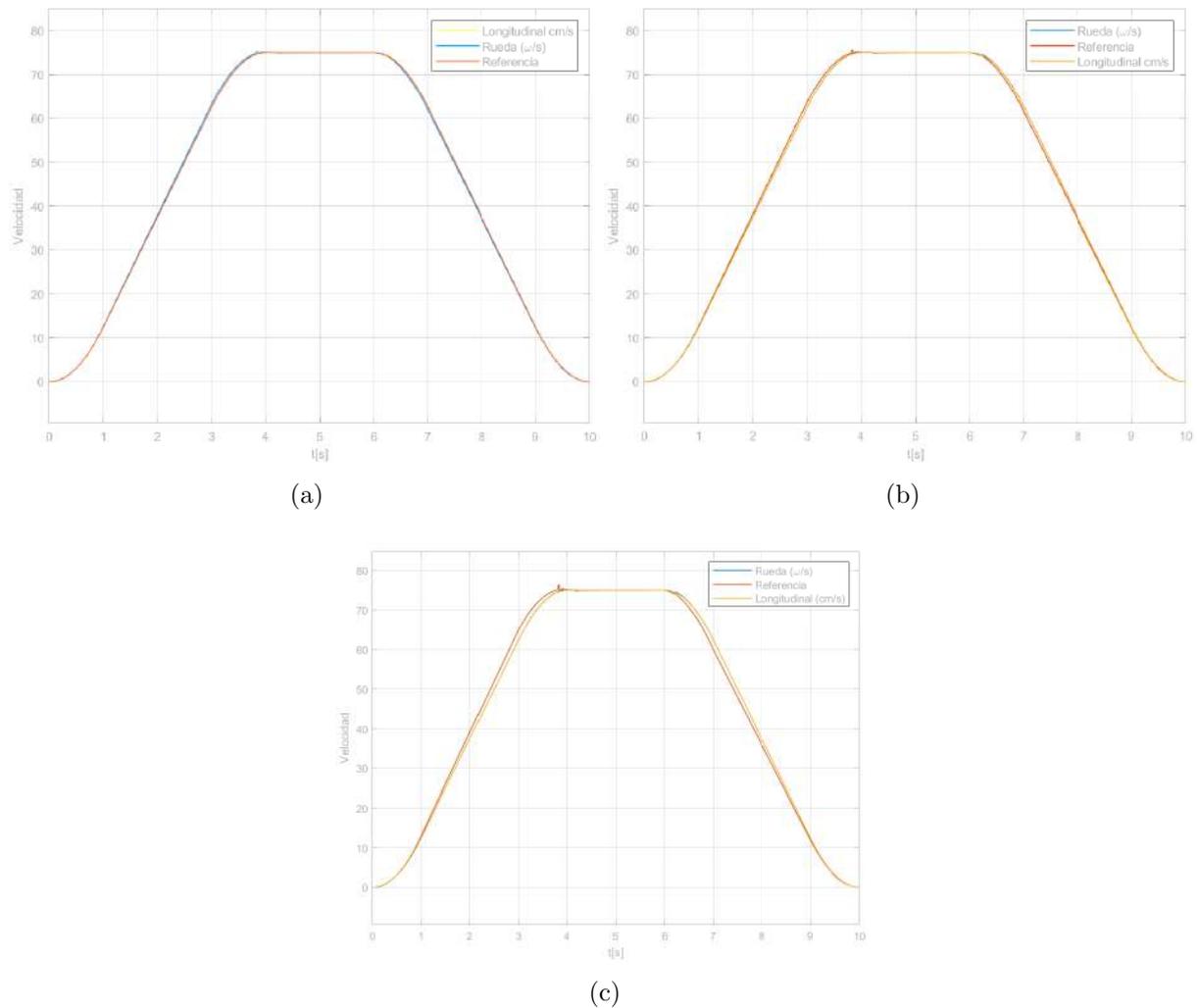


Figura 4.27: Respuesta de la planta llanta-motor ante superficies (a) asfalto seco, (b) asfalto mojado y (c) hielo.

El deslizamiento medido por la simulación se muestra en la figura 4.28. Como se puede apreciar existe un menor deslizamiento para el asfalto seco, esto era de esperarse ya que este tipo de superficie brindan un mejor agarre de las llantas con respecto a la superficie. Por otro lado, vemos que tiende a aumentar en magnitud el deslizamiento cuando la rueda del robot se mueve sobre una superficie mojada, esto se asemeja a un vehiculo mayor cuando hay lluvia. Finalmente, cuando la superficie contiene hielo el deslizamiento tiende a aumentar en magnitud esto debido a que las superficies con hielo presentan un coeficiente de fricción muy pequeño, haciendo que el deslizamiento crezca en magnitud sino se controla.

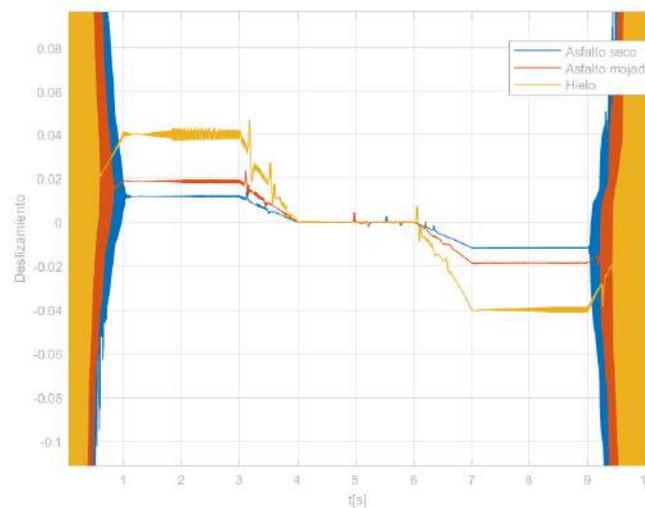


Figura 4.28: Deslizamiento.

La corriente medida en la simulación se muestra en la figura 4.29. La superficie de asfalto seco presenta una mayor magnitud de corriente debido principalmente al coeficiente de fricción ya que siempre se cuenta con un agarre, es decir existe una fuerza de fricción considerable. Cuando la planta recorre una superficie mojada tiende a disminuir el coeficiente de fricción, haciendo que la rueda gire de forma más sencilla disminuyendo así el corriente suministrada al motor. Por último, cuando la superficie es hielo, la corriente tiende a disminuir, ya que la rueda tenderá a patinar lo que conlleva que la cantidad de corriente que se le va a inyectar al motor sea menor y para así compensar la velocidad en la rueda o en el eje del motor.

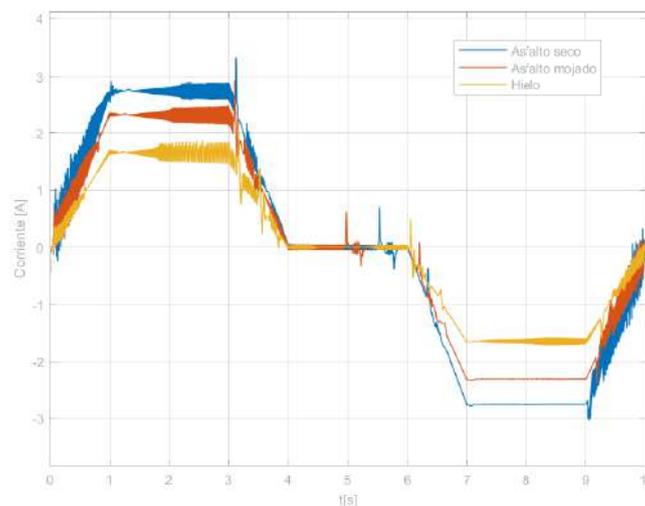


Figura 4.29: Corriente.

La posición final o posición objetivo se deduce a partir del perfil de 7 segmentos,

la figura 4.30 muestra la posición del sistema con su respectiva referencia. La tabla 4.9 despliega los valores de la posición deseada y medida de las diferentes superficies.

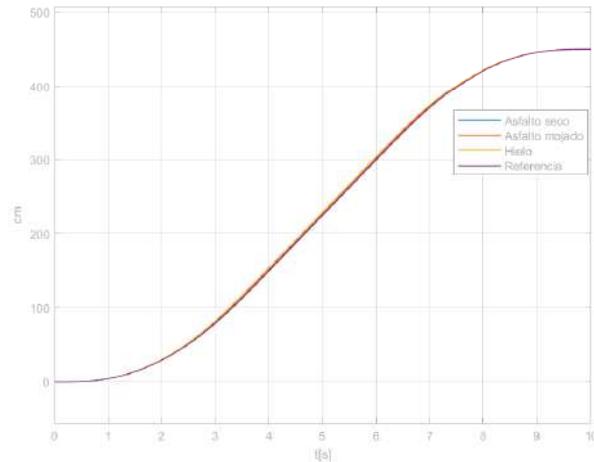


Figura 4.30: Perfil de 7 segmentos..

Tabla 4.9: Valores de la posición final.

Referencia	Asfalto seco	Asfalto mojado	Hielo
450 cm	450 cm	450.05 cm	450.2 cm

Como se aprecia en los resultados obtenidos por la tabla 4.9, el controlador está funcionando bastante bien. Como era de esperarse la superficie con hielo tiene una magnitud de error más grande estando en un valor permitido. En comparación de la figura 4.24-c en donde el controlador PID se ve limitado.

La tabla 4.10 muestra el desempeño de los controladores ante sus respectivas superficies. Como se puede apreciar, el controlador PID muestra un mejor desempeño que el controlador difuso ante una superficie de asfalto seco. El controlador difuso comienza a aumentar su desempeño cuando existe un cambio de superficie, por ejemplo para la superficie mojada. Finalmente, en donde se aprecia un mejor funcionamiento es cuando la superficie es hielo, ya que el controlador de tracción hace que controlando la velocidad de la rueda se pueda controlar la velocidad longitudinal, haciendo que esta última siga la referencia.

Tabla 4.10: Valores de desempeño.

Estructura	Asfalto seco	Asfalto mojado	Hielo
PID	0.01498	0.01673	593.9
Controlador Difuso	0.01577	0.01658	0.01913

# Capítulo 5

## Conclusión

En este trabajo de investigación se obtuvieron resultados significativos respecto al diseño de una nueva metodología de diseño de perfiles de movimiento, control de movimiento con base en lógica difusa y controladores de tracción por medio del deslizamiento utilizando sistemas difusos.

El diseño de una trayectoria de 7 segmentos se realizó pensando en su facilidad de implementación y aplicación. Este tipo de metodología hace que a partir de datos experimentales y datos presentes en las hojas de especificaciones de los motores se pueda diseñar una trayectoria a partir de la máxima velocidad, para obtener cual sería su correspondiente aceleración, así como el jerk permitido.

Respecto al controlador de movimiento, se presento una metodología de diseño concisa, en donde a partir de la experiencia, el diseñador puede proponer los rangos de operación de las variables lingüísticas, así como el número de valores lingüísticos necesarios y reglas de operación. Se planteo un diagrama de flujo para el diseño del controlador difuso, se recomienda que el diseñador utilice funciones de membresía trapezoidales y triangulares si se utiliza un sistema embebido de bajos recursos.

El diseño de la trayectoria y la estructura del controlador de movimiento se utiliza en la experimentación y validación de la hipótesis del controlador de tracción.

Para el controlador de tracción se parte del modelo matemático del motor en conjunto con la rueda, A partir de este modelo se obtiene la velocidad angular, velocidad longitudinal, corriente y deslizamiento. El deslizamiento se utiliza en un lazo esclavo cuyo objetivo es comparar el deslizamiento para compensar la velocidad angular de la rueda y la velocidad longitudinal. Se utilizaron 3 superficies diferentes para las simulaciones como son: asfalto seco, asfalto mojado y hielo.

Se implemento un controlador PID para realizar las comparaciones, ante las superficies mencionadas anteriormente, con el controlador difuso. El diseño del controlador difuso siguió la misma metodología que la utilizada para el controlador de movimiento. Esto hace que la metodología de diseño de controladores difusos con autosintonía sea fácil de reproducir. El controlador PID funcionó bien ante las superficies de asfalto mojado y seco, pero cuando se presentó la planta ante una superficie con hielo el controlador ya no compensó las velocidades. Se utilizaron las mismas ganancias para las tres pruebas. El controlador difuso funcionó bien para las tres superficies, mostrando una robustez ante el cambio de las superficies. Esto hace que se valide la hipótesis presentada en este trabajo doctoral.

# Bibliografía

- Aguillón, E. D. P. C., Melo, E. A. V., and Ariza, I. L. (2012). Diseño y fabricación de un vehículo autónomo impulsado por energía solar. *Tecnura: Tecnología y Cultura Afirmando el Conocimiento*, 16(32):91–106.
- Alavala, C. R. (2008). *Fuzzy logic and neural networks: basic concepts & application*. New Age International.
- Albagul, A. et al. (2004). Dynamic modeling and adaptive traction control for mobile robots. In *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, volume 1, pages 614–620. IEEE.
- Ali, S. M. A. and Hall, E. L. (2005). Design and simulation of a motion controller for a wheeled mobile-robot autonomous navigation. In *Intelligent Robots and Computer Vision XXIII: Algorithms, Techniques, and Active Vision*, volume 6006, page 60060M. International Society for Optics and Photonics.
- Bakker, E., Nyborg, L., and Pacejka, H. B. (1987). Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *SAE Transactions*, pages 190–204.
- Bassi, S., Mishra, M., and Omizegba, E. (2011). Automatic tuning of proportional-integral-derivative (pid) controller using particle swarm optimization (pso) algorithm. *International Journal of Artificial Intelligence & Applications*, 2(4):25.
- Bede, B. and Gal, S. G. (2005). Generalizations of the differentiability of fuzzy-number-valued functions with applications to fuzzy differential equations. *Fuzzy sets and systems*, 151(3):581–599.
- Bouallègue, S., Haggège, J., Ayadi, M., and Benrejeb, M. (2012). Pid-type fuzzy logic controller tuning based on particle swarm optimization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(3):484–493.
- Burckhardt, M. (1987). Abs und asr, sicherheitsrelevantes, radschlupf-regel system. lecture scriptum. *University of Braunschweig, Braunschweig, Germany*.

- Burckhardt, M. (1993). *Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme: Reifenverhalten, Zeitabläufe, Messung des Drehzustands der Räder, Anti-Blockier-System (ABS), Theorie Hydraulikkreisläufe, Antriebs-Schlupf-Regelung (ASR), Theorie Hydraulikkreisläufe, elektronische Regeleinheiten, Leistungsgrenzen, ausgeführte Anti-Blockier-Systeme und Antriebs-Schlupf-Regelungen*. Vogel.
- Chen, G. and Pham, T. T. (2000). *Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems*. CRC press.
- Concha, A., Figueroa-Rodríguez, J. F., Fuentes-Covarrubias, A. G., Fuentes-Covarrubias, R., and Gadi, S. K. (2020). Recycling and updating an educational robot manipulator with open-hardware-architecture. *Sensors*, 20(6):1694.
- Cruz, P. P. and Herrera, A. (2011). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*, volume 1. Marcombo.
- Cruz-Miguel, E. E., García-Martínez, J. R., Rodríguez-Reséndiz, J., and Carrillo-Serrano, R. V. (2020). A new methodology for a retrofitted self-tuned controller with open-source fpga. *Sensors*, 20(21):6155.
- De Silva, C. W. (2018). *Intelligent control: fuzzy logic applications*. CRC press.
- Desai, J. P. (2001). Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 17(6):905–908.
- Distefano, J. J. and Stubberud, A. R. (1995). *Retroalimentación y sistemas de control*, volume 2. McGraw-Hill.
- Hanss, M. (2005). *Applied fuzzy arithmetic*. Springer.
- Harned, J. L., Johnston, L., and Scharpf, G. (1969). Measurement of tire brake force characteristics as related to wheel slip (antilock) control system design. *SAE Transactions*, pages 909–925.
- Heo, H.-J., Son, Y., and Kim, J.-M. (2019). A trapezoidal velocity profile generator for position control using a feedback strategy. *Energies*, 12(7):1222.
- Ibrahim, A. (2004). *Fuzzy logic for embedded systems applications*. Newnes.
- Jager, R. (1995). *Fuzzy logic in control*. Rene Jager.
- Jin, L., Chen, P., Zhang, R., and Ling, M. (2017). Longitudinal velocity estimation based on fuzzy logic for electronic stability control system. *Advances in Mechanical Engineering*, 9(5):1687814017698662.
- Jokić, D., Lubura, S., Rajs, V., Bodić, M., and Šiljak, H. (2020). Two open solutions for industrial robot control: The case of puma 560. *Electronics*, 9(6):972.

- Kacprzyk, J. (2013). Studies in fuzziness and soft computing 295.
- Khan, S., Abdulazeez, S. F., Adetunji, L. W., Alam, A. Z., Salami, M.-J. E., Hameed, S. A., Abdalla, A. H., and Islam, M. R. (2008). Design and implementation of an optimal fuzzy logic controller using genetic algorithm.
- Kiencke, U. and Daiss, A. (1995). Estimation of tyre friction for enhanced abs-systems. *Jsaee Review*, 2(16):221.
- Klancar, G. and Zdesar, A. (2017). *Wheeled mobile robotics: from fundamentals towards autonomous systems*. Butterworth-Heinemann.
- Klir, G. J. and Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*, volume 574. Prentice Hall PTR New Jersey.
- Kluska, J. (2009). *Analytical methods in fuzzy modeling and control*, volume 241. Springer.
- Konduri, S., Orlando, E., Torres, C., and Pagilla, P. R. (2014). Effect of wheel slip in the coordination of wheeled mobile robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):8097–8102.
- Kosko, B. (1994). Fuzzy systems as universal approximators. *IEEE transactions on computers*, 43(11):1329–1333.
- Kung, Y.-S., Fung, R.-F., and Tai, T.-Y. (2008). Realization of a motion control ic for  $x\{-\}y$  table based on novel fpga technology. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(1):43–53.
- Kuntanapreeda, S. (2014). Traction control of electric vehicles using sliding-mode controller with tractive force observer. *International Journal of Vehicular Technology*, 2014.
- Kuo, B. C. (1987). *Automatic control systems*. Prentice Hall PTR.
- Labmec (2018). *Manual del laboratorio de mecatrónica*. UAQ.
- LLC, M. (2019). Interact Analysis mobile robotics.
- Mandal, A. K. (2006). *Introduction to control engineering: Modeling, analysis and design*. New Age International.
- Martínez, J. R. G., Reséndiz, J. R., Prado, M. Á. M., and Miguel, E. E. C. (2017). Assessment of jerk performance s-curve and trapezoidal velocity profiles. In *2017 XIII International Engineering Congress (CONIIN)*, pages 1–7. IEEE.
- Martínez, J. R. G. (2018). *Diseño de un controlador difuso y un generador de perfiles S-curve para el control de un robot poliarticulado*. UAQ.

- Mu, J., Yan, X.-G., Spurgeon, S. K., and Mao, Z. (2017). Nonlinear sliding mode control of a two-wheeled mobile robot system. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 27(2):75–83.
- Neath, M. J., Swain, A. K., Madawala, U. K., and Thrimawithana, D. J. (2013). An optimal pid controller for a bidirectional inductive power transfer system using multi-objective genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(3):1523–1531.
- Nilsson, N. J. (1984). Shakey the robot. Technical report, SRI INTERNATIONAL MENLO PARK CA.
- Nise, N. S. (2007). *CONTROL SYSTEMS ENGINEERING, (With CD)*. John Wiley & Sons.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.
- Osornio-Rios, R. A., de Jesús Romero-Troncoso, R., Herrera-Ruiz, G., and Castañeda-Miranda, R. (2009). Fpga implementation of higher degree polynomial acceleration profiles for peak jerk reduction in servomotors. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 25(2):379–392.
- Pacejka, H. B. and Sharp, R. S. (1991). Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions: a review of modelling aspects. *Vehicle system dynamics*, 20(3-4):121–175.
- Peng, J. and Dubay, R. (2011). Identification and adaptive neural network control of a dc motor system with dead-zone characteristics. *ISA transactions*, 50(4):588–598.
- Ponce, P., Molina, A., Tello, G., Ibarra, L., MacCleery, B., and Ramirez, M. (2015). Experimental study for fpga pid position controller in cnc micro-machines. *IFAC-PapersOnLine*, 48(3):2203–2207.
- Ross, T. J. (2005). *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley & Sons.
- Tzafestas, S. G. (2013). *Introduction to mobile robot control*. Elsevier.
- Zadeh, L. A. (1976). A fuzzy-algorithmic approach to the definition of complex or imprecise concepts. In *Systems Theory in the Social Sciences*, pages 202–282. Springer.
- Zhang, H. and Liu, D. (2006). *Fuzzy modeling and fuzzy control*. Springer Science & Business Media.
- Zúñiga, R. A. A. and Villoría, A. M. G. (2018). Desastres en México de 1900 a 2016: patrones de ocurrencia, población afectada y daños económicos. *Revista Panamericana de Salud Pública*, 42:e55.