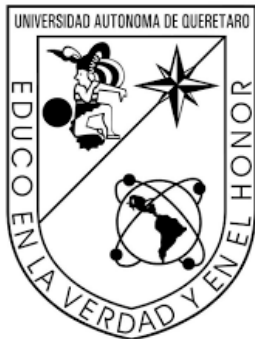


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE QUERETARO



Facultad de Ingeniería

Ajedrez y Matemáticas

TESIS

Que para obtener el grado el Licenciado en Matemáticas Aplicadas

Presenta Eduardo Guadalupe Garita Figueroa

Director de Tesis: M. en C. Roberto Torres Hernández

México, 2021



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Ajedrez y Matemáticas

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de Licenciado en Matemáticas Aplicadas

Presenta

Eduardo Guadalupe Garita Figueroa

Dirigido por

M.C. Roberto Torres Hernández

M.C. Roberto Torres Hernández
Presidente

Dr. Víctor Antonio Aguilar Arceaga
Secretario

M.C. Gerardo Sousa Aubert
Vocal

Dr. Samuel Estala Arias
Sinodal

Centro Universitario, Querétaro, Qro.

Julio, 2021

México

INDICE:

CAPITULO 1: INTRODUCCION... 6

CAPITULO 2: MARCO TEORICO... 11

PROPOSITOS GENERALES PARA LA EDUCACION... 12

PROPOSITOS PARA LA MATERIA DE MATEMATICAS... 12

TEORÍA SOCIO HISTÓRICA – CULTURAL DEL APRENDIZAJE...14

CAPITULO 3: DESCUBRIENDO EL AJEDREZ... 16

SISTEMA DE NOTACION... 17

EL ORIGEN DEL AJEDREZ... 19

HABLANDO DE NUMEROS... 19

PRINCIPIO DE LAS CASILLAS...20

CAPITULO 4: TEORIA DE GRAFOS...21

EI PROBLEMA DE GUARINI... 24

EL TOUR DE CABALLO...28

EL CABALLO REALIZA UNA GRAFICA BIPARTITA...29

CAPITULO 5: PROBLEMAS DE AJEDREZ – LOGICA... 30

PROBLEMAS EN RETROSPECTIVA... 31

PROBLEMAS A FINES... 33

AJEDREZ GROTESCO... 35

EL SIGNO DE LA CRUZ... 36

CAPITULO 6: GEOMETRIA EN EL TABLERO... 38

LA REGLA DEL CUADRADO...39

PROBLEMA DE LAS 8 DAMAS... 40

PROBLEMA DE LAS 8 TORRES... 44

PROBLEMA DE LOS REYES... 45

CAPITULO 7: MAQUINAS DE AJEDREZ... 48

ESTRATEGIA DE BÚSQUEDA UTILIZADAS POR LOS PROGRAMAS...50

FUNCIÓN DE EVALUACIÓN... 50

ALGORITMO MINIMAX... 51

CAPITULO 8: DIDACTICA EN EDUCACIÓN BASICA...54

DADOS...57

EL JUEGO DEL CABALLO...60

CARTAS DE BARAJA...61

DOMINACION...63

BIBLIOGRAFIA...64

CAPITULO 1: INTRODUCCION

Dirección General de Bibliotecas UAQ

El problema de relacionar ajedrez y matemáticas y utilizar esa relación como recurso didáctico no es nueva, se ha pensado a través del tiempo que las dos son actividades intelectuales importantes, y por lo tanto podrían tener una relación estrecha y apoyarse mutuamente.

El material de ajedrez y matemáticas que se ha investigado, se puede clasificar en dos ramas, una esencialmente lúdica que simplemente pretende mostrar algunas relaciones entre ajedrez - matemáticas y la otra rama que intenta aprovechar estas relaciones para enseñar ciertos conceptos de Matemáticas.

Como nuestro antecedente inicial, podemos citar la tesis de Luis Francisco Zarate Espinoza e Hilda Zenteno Ángeles titulada “El ajedrez y las Matemáticas en la escuela primaria” realizada en la Universidad Pedagógica Nacional en 2008, donde este trabajo pretende aprovechar el potencial del ajedrez en el pensamiento matemático a través de las propuestas de las actividades que menciona dicha tesis en ese nivel.

Los artículos “El ajedrez y la Escuela” de Miguel Soutillo (2000) y “El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas” de Rosa Nortes Martínez – Artero y Andrés Nortes Checad (2015), también intentan usar al ajedrez como recurso didáctico, utilizando algunas de las actividades específicas que proponen en estos trabajos, y esta también será la idea en el presente trabajo, es decir, proponer problemas y actividades concretas para apoyar la enseñanza de ciertos temas matemáticos en varios niveles educativos.

El ajedrez se está introduciendo en el sistema educativo con gran rapidez debido a sus beneficios sociales y pedagógicos, tanto es así que el 13 de marzo de 2012 el Parlamento Europeo adoptó el programa de la Unión Europea de Ajedrez “Ajedrez en la Escuela”, mediante la Declaración escrita 50/2012 que fue firmado por 415 eurodiputados, el 55,3 % del total de los 751 parlamentarios, para que incluyan el ajedrez dentro de sus sistemas educativos.

Fuentes (2013) indica que muchos países tienen en la actualidad el ajedrez como asignatura obligatoria en todos los colegios (Cuba, Venezuela, Islandia, Georgia...) y otros muchos como optativa (Alemania, Suecia, Argentina, Colombia...) y en España, la Comunidad de Cantabria dispone del Proyecto Ajedrez Educativo y el Parlamento canario acordó por unanimidad incorporar el Ajedrez a la escuela. Y en más de 40 países alrededor del mundo incluyen programas de ajedrez en las escuelas dentro del currículo oficial (Kovacic, 2012).

La influencia del ajedrez tanto a nivel cognitivo (*atención, memoria, concentración, percepción, razonamiento lógico, orientación espacial, creatividad, imaginación*) como a nivel personal (*responsabilidad, control, tenacidad, análisis, planificación, autonomía, discusión, control, tenacidad*) avala su importancia en los sistemas educativos de muchos países del mundo (Gairín y Fernández, 2010). Mientras que Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) indican que algunos de los componentes de la práctica del ajedrez son la concentración y el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, todos ellos necesarios para las matemáticas.

Guik (2012) indica que el tablero de ajedrez, las piezas y el propio juego se utilizan frecuentemente para ilustrar conceptos, ideas y problemas matemáticos. Pero el caballo es la pieza más asombrosa del ajedrez ya que un movimiento inesperado del caballo puede cambiar el transcurrir de una partida. Sin embargo, la dama es la más poderosa, siendo el problema de las ocho damas y el problema del caballo los dos más conocidos del juego del ajedrez.

Kraitchik (1946) en su libro "Matemáticas recreativas" dedica un capítulo al problema de las reinas y otro al problema del caballo. El primer caso consiste en colocar ocho reinas sobre un tablero de ajedrez de tal modo que ninguna de ellas pueda capturar a ninguna de las otras, en un solo movimiento; mientras que el segundo era conocido muy antiguamente en la India en donde los sacerdotes hindúes poseían hace más de 2000 años un procedimiento para resolverlo, consistente en recorrer con el caballo todas las casillas del tablero pasando por cada una de ellas una sola vez.

Existen algunos trabajos muy interesantes sobre la posibilidad de introducir al juego de ajedrez en la educación básica de nuestro país, uno de estos logros lo realizó el ahora maestro internacional de ajedrez Raúl Ocampo Vargas, el cual se ha distinguido por ser un luchador incansable en la batalla por introducir el juego de ajedrez en la sociedad mexicana, Raúl tiene un trabajo titulado "Programa nacional de ajedrez modernización y reingeniería". El cual da al ajedrez una visión educativa:

En 1986 se estableció el programa nacional de ajedrez en la SEP de ajedrez, el cual capacitó a 250 profesores de Educación Física como "monitores" y promotores de clubes en escuelas de Educación Media Básica. Entre 1986 y 1988 se abrieron más de 200 clubes en todo el país; cada club fue dotado al menos por 5 ajedreces y 50 instructivos y 50 cuadernos de trabajo. Para promover los clubes se efectuaron más de 190 exhibiciones de simultáneas de ajedrez. Este programa resurgió de un intento llevado al cabo ante el titular de la SEP a fines de 1975 por el entonces presidente de la Federación Nacional de ajedrez en México, Manuel Vega López de Llargo.

La semilla de la primera etapa del programa Nacional de Ajedrez de 1986 a 1989 funcionó hasta 1990 donde el programa empezó a debilitarse por cuestiones políticas y poca preparación de los próximos encargados.

El personal que maneja actualmente el ajedrez en la dirección General de Educación Física ha comprobado su ineficiencia y poca preparación hasta la fecha.

Como las matemáticas no son llamativas de manera general y es bien sabido que el ajedrez puede ser una herramienta para desarrollar ciertas habilidades lógico-matemáticas, este trabajo busca relacionar algunas áreas de la matemática (probabilidad, teoría de grafos, estadística, geometría, álgebra, etc.) con el juego ciencia. Una motivación para esto es el hecho de que no hay muchos trabajos que combinen Matemáticas con ajedrez en niveles de educación media superior o superior y los que hay, se encuentran generalmente en otro idioma o disperso en libros, revistas, internet, etc.

Tomando la prueba PISA del 2018 para poder darnos una idea de cómo se encuentra el nivel de matemáticas del país tenemos los siguientes resultados:

Si bien México ha aumentado la matrícula de sus estudiantes con el pasar de los años, se mantiene en los niveles más bajos en términos de aprendizaje en las áreas de matemáticas, ciencias y lectura, de acuerdo con los resultados de la **prueba PISA 2018** divulgados por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (**OCDE**).

Según el estudio, que evalúa las competencias de los estudiantes en las ramas referidas, y cuyos resultados se divulgarán hoy a nivel mundial, **México obtuvo un rendimiento de 420 puntos en lectura**, 409 en matemáticas y 419 en ciencias (el país en obtener el mejor puntaje fue Estonia con 523 en lectura, 523 en Matemáticas y 530 en Ciencias).

En los mismos rubros el promedio de la OCDE se ubicó en 487, 489 y 489 respectivamente, por lo que **México se ubicó por debajo del promedio**.

En comparación con la última prueba PISA (**Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos**) del 2015, el rendimiento promedio de los estudiantes mexicanos de 15 años de edad, que son los evaluados en la **prueba de la OCDE**, bajó tres puntos en lectura, subió uno en matemáticas y subió tres en ciencias.

No obstante, de acuerdo con la metodología de la prueba, los cambios presentados en el puntaje para México no son significativos para permitir observar una mejora o un deterioro. El desempeño promedio se ha mantenido estable en lectura, matemáticas y ciencias, a lo largo de la mayor parte de la participación de México en PISA (desde el año 2000)", indicó el análisis sobre nuestro país.

En este sentido, la OCDE evaluó a un total de 1 millón 480,904 **estudiantes mexicanos** de 15 años, los cuales representan 66% de la población total de dicha edad.

La investigación que aquí presentamos, se justifica por una serie de razones derivadas de las ventajas de la práctica del ajedrez, a continuación un resumen:

- a) Razones intelectuales: Creemos que la aplicación del material didáctico lúdico con recursos de ajedrez puede ayudar a incrementar la atención, mejorar el razonamiento lógico, la memoria, la percepción, la discriminación, la creatividad y la expresión del lenguaje. Se potencia la imaginación y la intuición; fomentan y fortalecen los hábitos de estudio, el cálculo numérico, el análisis y la capacidad integral. También se ha resuelto la dirección del espacio y el tiempo, estimulando la fusión del pensamiento (aplicación, lógica y razonamiento suficiente para encontrar la solución correcta) y pensamiento divergente. Todos estos factores conducirán a la mejora de la inteligencia general y el rendimiento escolar en el campo de las matemáticas en el razonamiento lógico y el cálculo numérico.
- b) Razones sociales: Dado que permite que niñas y niños utilicen el material en igualdad de condiciones, no existe ningún rasgo discriminatorio en su uso. Al mismo tiempo, se puede utilizar como una excelente opción rica para el tiempo libre, enriqueciendo así las relaciones sociales.
- c) Razones del movimiento: Los materiales utilizados fomentan las reglas del juego y son muy interesantes. Aceptar los resultados ayuda a asumir el éxito y el fracaso de

todo el estudio y la vida. También creemos que esto también mejora la unidad, el respeto y la cooperación de las personas.

- d) Razones psicológicas: En el campo de la personalidad de los estudiantes, creemos que el uso de materiales estimulará la iniciativa, el autocontrol, el trabajo duro, la reflexión y la responsabilidad. Asimismo, se ha mejorado la organización y la toma de decisiones.

Por todo lo anterior, y en la búsqueda de estrategias que hagan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas un poco más placentero y lúdico, se propone esta tesis.

Resumiendo, dado que las matemáticas no suelen ser atractivas o interesantes para la mayoría de las personas, este trabajo busca una mejor explicación didáctica – lúdica, más llamativa y agradable para explicar algunos temas matemáticos con apoyo del ajedrez. Al combinar ambas actividades, se espera que la aversión de muchos estudiantes hacia la matemática, disminuya y su aprovechamiento en esta materia mejore.

Dirección General de Bibliotecas UJAQ

CAPITULO 2: MARCO TEORICO

PROPOSITOS GENERALES PARA LA EDUCACION:

El propósito del nuevo plan de estudios y la composición del plan de estudios es organizar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos básicos para garantizar que los niños:

1° adquieran y desarrollen habilidades intelectuales (lectura y escritura, expresión oral), búsqueda y selección de información, y la aplicación de las matemáticas en la realidad), Permitirles aprender de manera permanente e independiente, y tomar acciones efectivas y proactivas en los problemas prácticos de la vida diaria.

2° Dominar los conocimientos básicos para comprender los fenómenos naturales, especialmente los relacionados con la protección de la salud, la protección del medio ambiente y el uso racional de los recursos naturales, así como una comprensión organizada de la historia y la geografía de México.

3° Reciben formación en ética a través de la comprensión de sus derechos y obligaciones y la práctica de valores en su vida personal, relaciones con los demás y conocimiento como miembros de comunidades étnicas.

4° Desarrollar una actitud que ayude a apreciar el arte y el ejercicio físico.

Uno de los objetivos principales de los cursos y cursos es estimular las habilidades necesarias para el aprendizaje permanente. Por ello, la gente ha estado intentando en todo momento vincular la adquisición de conocimientos con el uso y reflexión de las habilidades intelectuales. El propósito de esto es superar el viejo dilema entre la enseñanza de la información o la enseñanza formativa, es decir, es imposible obtener conocimientos con firmeza sin reflexionar sobre el significado del conocimiento, y desarrollar habilidades intelectuales cuando es imposible. Ejercen conocimientos básicos.

Evidentemente, la gente reconoce y comparte la importancia de las tareas que propone la educación primaria, pero es acertado determinar que nuestra prioridad es la formación matemática, porque la mayoría de los fracasos educativos en nuestro país deben ser atribuidos a este tema.

PROPOSITOS PARA LA MATERIA DE MATEMATICAS:

Los estudiantes de primaria deben dominar los conocimientos básicos de matemáticas y desarrollar:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como una herramienta para identificar, plantear y resolver problemas
- La capacidad de anticipar y verificar los resultados
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática
- Espacio de imaginación
- Estimar cálculos y mediciones La capacidad de obtener resultados
- Usar ciertas habilidades de herramientas de medición, dibujo y cálculo
- Pensamiento abstracto a través de diferentes formas de razonamiento, incluida la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

La educación básica de nuestro país necesita una nueva "visión estratégica" que nos permita alcanzar nuestras metas y brindar soluciones a las necesidades de la sociedad. Sabemos que el gobierno está haciendo grandes esfuerzos para brindar a los docentes las "herramientas necesarias" para llevar a cabo con éxito la labor educativa. Es por ello que los docentes no pueden quedarse de brazos cruzados y perder la oportunidad de hacer algunas cosas correspondientes para promover su la confianza y el futuro descansaban en él. Por eso es importante participar activamente en la investigación en el aula, porque la difusión del conocimiento no aporta conocimientos importantes, pero permite a los estudiantes construir los hechos reflexivos, críticos y holísticos que nuestra sociedad necesita.

Parte de la política educativa actual es el desarrollo de las capacidades intelectuales de los niños; como señaló la autora MARÍA GUADALUPES MORENO BAYARDO, aunque los docentes de nivel básico no necesariamente tienen que estar preparados para implementar esta política, debido a un conocimiento insuficiente de cómo realizar esta tarea, a continuación rescataremos sus ideas principales:

María Guadalupe opina:

“... Una de las formas más comunes de hacer referencia a objetivos educacionales es en términos de lo que se pretende que un individuo pueda alcanzar a través de la acción educadora: la construcción de conocimientos, el desarrollo de habilidades, la formación de hábitos y actitudes, la internalización de valores, entre otros...”

“...El desarrollo de la ciencia y de la tecnología, caracterizado por un ritmo de crecimiento que va más allá de lo que el más amplio programa de formación puede incluir, así como la evaluación, tanto de los límites que pone al educando una educación centrada sólo en el dominio de los contenidos de aprendizaje, como del potencial de desarrollo que el individuo tiene y con el cual puede convertirse en gestor de una vida de mayor calidad para sí mismo y para los grupos sociales a los que pertenece, han desplazado la atención de los educadores hacia objetivos educativos como el desarrollo de habilidades, la formación de actitudes y la internalización de valores...”

(Véase Moreno B. María Guadalupe, Desarrollo de Habilidades como Objetivo Educativo. Una aproximación conceptual. Jalisco México 2002)

El interés de este trabajo es utilizar el concepto de desarrollo de habilidades como meta educativa, hay muchas razones para ello:

- a) A medida que los programas de desarrollo de habilidades de pensamiento se vuelven "populares" en varios entornos educativos, ha comenzado a aparecer un fenómeno de que la expresión "desarrollo de habilidades" entre muchas personas solo se relaciona con el tipo de programa mencionado
- b) En los últimos años, algunas tendencias internacionales enfatizan la educación basada en habilidades, a veces sin una explicación clara de la concepción de esta última y sus diferencias, similitudes o vínculos con el desarrollo de habilidades
- c) Algunas instituciones educativas exigen a sus profesores y personal la elaboración de planes de cursos, estos se les demanda precisar los conocimientos, aptitudes, actitudes, valores, capacidades y habilidades que el alumno deberá construir, adquirir, desarrollar, internalizar, etcétera. Esto suele producir una confusión importante en quienes pretenden elaborar este tipo de programas, porque se dificulta una clara distinción o relación entre conceptos como aptitud, capacidad y habilidad.
- d) El diseño curricular del currículo educativo (plan de 1997), que es tan importante como la formación docente del nivel de educación primaria, incluye la estructura básica del diseño de graduación desde la perspectiva del desarrollo de habilidades. En la descripción de esta introducción, la competencia se conceptualiza de manera general involucrando conocimientos, habilidades y actitudes, sorprende que las personas que abordan el concepto de competencia piensen que éste se relaciona solo con ciertos aspectos.

Apoyar nuestra investigación basada en la teoría del aprendizaje social, histórico y cultural, basada principalmente en el estudio de LEV SEMIONOVICH VIGOTSKY, la interpretación y nuevos aportes a CESAR COLL, así como el aporte de DAVID AUSUBEL y el rescate de algunas de las ideas de JEAN, PIAGET, presentadas a continuación.

TEORÍA SOCIO HISTÓRICA – CULTURAL DEL APRENDIZAJE

En el trabajo de VIGOTSKY, COLL enfatiza... El conocimiento es producto de la interacción social y la cultura; en la adquisición de procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.), se relacionan con los demás, es decir, en el entorno social. Si una persona recibe ayuda de un adulto o puede trabajar con otros compañeros, según su nivel real de desarrollo, lo que pueda aprender cambiará mucho, porque para este autor se aprenderá más y mejor con los demás.

El aprendizaje (según VIGOTSKY) es un proceso dialéctico interactivo en el que el sistema de símbolos (cultura) se interioriza gradualmente, está mediado por herramientas y signos psicológicos que permiten el desarrollo de las habilidades del pensamiento, también conocido como proceso psicológico avanzado.

COLL continúa sugiriendo ...que el currículo debe tomar en cuenta la relación entre el estado del desarrollo operativo y los conocimientos para establecerse una diferencia en lo que el alumno es capaz de aprender solo y lo que es capaz de aprender

con el curso de otras personas, esto lo denomina VIGOTSKY como la zona de desarrollo próximo; que no es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto donde la “educación escolar debe partir del nivel de desarrollo efectivo del alumno, pero no para acomodarse a él, sino para hacerlo progresar a través de su zona de desarrollo próximo, para ampliarla y para generar eventualmente nuevas zonas de desarrollo próximo.

El método de aprendizaje significativo propuesto por COLL requiere que los estudiantes se involucren en actividades activas, y cuanto más rica sea su estructura cognitiva, más probable es que construya nuevos significados, evitando así la memoria repetitiva y mecánica. Además, el aprendizaje es el objetivo más ambicioso de la educación escolar mediante el dominio de las estrategias de aprendizaje.

Cabe mencionar que la teoría cognitiva asume que el aprendizaje es un proceso tardado que lleva tiempo, por lo que no es instantáneo. La apropiación, absorción y manipulación de conceptos debe estar vinculada al entorno social en el que se desenvuelve el individuo, para que las personas puedan comprenderlos e interpretarlos; por lo tanto, se debe considerar el patrimonio cultural con el que el individuo tiene contacto a lo largo de su vida.

Una vez entendiendo al aprendizaje significativo es necesario rescatar parte de los objetivos que presenta la educación primaria, en donde se refiere a que: “Uno de los propósitos centrales del plan y los programas de estudio es estimular las habilidades que son necesarias para el aprendizaje permanente. Por esta razón, se ha procurado que en todo momento la adquisición de conocimientos esté asociada con el ejercicio de habilidades intelectuales y de la reflexión”.

Al hablar del cómo lograr habilidades intelectuales, sentimos la necesidad de encuadrarlo dentro de la teoría cognitiva del conocimiento, partiendo del concepto de habilidad para VIGOTSKY, quien las denominó como procesos psicológicos superiores.

El trabajo de VIGOTSKY y COLL enfatiza principalmente que el conocimiento es un producto de la interacción social y de la cultura; donde los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.), se adquieren en interrelación con los demás, o sea en un contexto social y luego se internalizan.

Desde la visión de AUSUBEL el aprendizaje significativo es el proceso que se genera en la mente humana cuando subsume nuevas informaciones de manera no arbitraria y sustantiva y que requiere como condiciones: predisposición para aprender o a la que también denomina actitud potencialmente significativa de aprendizaje y material potencialmente significativo y finalmente tomamos de Piaget el constructivismo, el cual planteó que para que el alumno aprenda, este requiere de un estado de desequilibrio, una especie de ansiedad la cual sirve para motivarlo para aprender.

CAPITULO 3: DESCUBRIENDO EL AJEDREZ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

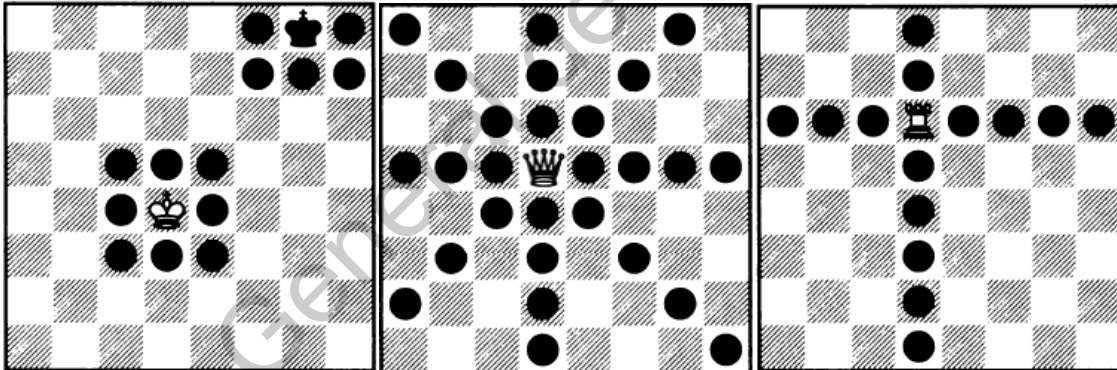
SISTEMA DE NOTACION

El tablero:

Un tablero de ajedrez se construye de la siguiente manera, verticalmente tienes los números del 1 al 8. Horizontalmente tienes letras pequeñas de 'a' a 'h'. Puedes unir un número y una letra a cada casilla, como se ilustra a continuación

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 8 | a8 | b8 | c8 | d8 | e8 | f8 | g8 | h8 |
| 7 | a7 | b7 | c7 | d7 | e7 | f7 | g7 | h7 |
| 6 | a6 | b6 | c6 | d6 | e6 | f6 | g6 | h6 |
| 5 | a5 | b5 | c5 | d5 | e5 | f5 | g5 | h5 |
| 4 | a4 | b4 | c4 | d4 | e4 | f4 | g4 | h4 |
| 3 | a3 | b3 | c3 | d3 | e3 | f3 | g3 | h3 |
| 2 | a2 | b2 | c2 | d2 | e2 | f2 | g2 | h2 |
| 1 | a1 | b1 | c1 | d1 | e1 | f1 | g1 | h1 |
| | A | B | C | D | E | F | G | H |

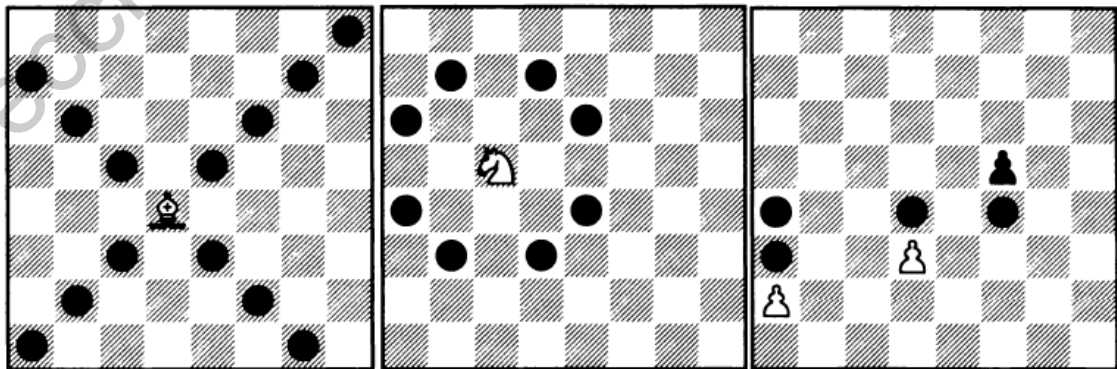
Movimiento de las piezas:



El rey
torre

La dama

La



El alfil
peones

El caballo

Los

Las piezas están abreviadas con letras mayúsculas de la siguiente manera: R=rey, D=dama, T=torre, A=alfil, C=caballo.

Los peones no tienen letra, a estos solo los indicaremos con la coordenada del tablero.

El Enroque corto lo denotaremos por 0-0 mientras que el enroque largo lo denotaremos por 0-0-0.

Para indicar que una jugada es jaque lo denotaremos por + y para jaque mate con ++.

Finalmente para indicar una captura colocaremos una x, entre la casilla donde está a la casilla de llegada, ejemplo:



La siguiente jugada del blanco será: 2.exd5, indicando que se come el peón de d5



HABLANDO DE NUMEROS

Cada movimiento posible supone una jugada distinta, en el segundo movimiento de las blancas hay 72084 jugadas posibles, en el tercero 800000. Hay más jugadas posibles en el ajedrez que átomos en el universo, virtualmente en el ajedrez hay un mar infinito de posibilidades entre tú y el contrincante, de igual manera si cometes un error significa que hay prácticamente una cantidad infinita de maneras para solucionar el problema.

EL ORIGEN DEL AJEDREZ

Se cuenta que el inventor del ajedrez Sissa Ben Dahir le pidió al rey Shirham de la India: Un grano de trigo por la primera casilla del tablero, 2 por la segunda, 4 por la tercera, 8 por la cuarta y así sucesivamente hasta llegar a la última casilla. Un sencillo cálculo demuestra que el número total de grano es $[(2^{64})-1]$, unos 18 trillones y medio aproximadamente, cantidad equivalente a la producción mundial de trigo durante unos 2 mil años.

De manera general podemos saber cuántos granos de trigo habría hasta tan casilla mediante exponentes: $2^n - 1$, donde n es hasta la casilla donde queremos saber cuántos granos de trigo hay.

¿Cuánto tiempo tardaría uno de los sirvientes del rey Shirham en contar la deuda de granos de trigo (suponiendo claro que los tuviese y que contase a una velocidad de un grano por segundo)?

El tiempo que se tarda es de nuevo más de 18 trillones de segundos. Teniendo en cuenta que hay 31.557.600 segundos en un año, nuestra cantidad es más de 584 mil millones de años. Los físicos que estudian el origen del universo (el Big Bang) estiman que este se produjo hace 15 mil millones de años y que, según la teoría vigente sobre la evolución del universo, puede que este dure todavía entre 10 y 15 mil millones de años... luego realmente no existe el tiempo para poder contar directamente, una sola persona, esa cantidad de granos de trigo... Bueno, toda la población mundial actual, unos 7.800 millones de personas, tardaríamos del orden de 75 años entre todos.

PRINCIPIO DE PALOMAR O DE LAS CASILLAS

El principio de las casillas tiene la cualidad de permitirnos decir algo acerca de una situación, sin conocer bien la situación. El susodicho principio puede ser enunciado como sigue: "Si $k+1$ o más objetos se colocan en k casillas, existe al menos una casilla que contiene dos o más objeto".

Ahora apliquemos ese principio para explicar los siguientes problemas de ajedrez:

PROBLEMA 1: Consideremos un tablero de ajedrez en el que se quitan dos esquinas diagonalmente opuestas. ¿Es posible cubrir el tablero con fichas de dominó, cada una de ellas del tamaño de dos cuadros del tablero?

PROBLEMA 2: Un Maestro del Ajedrez tiene 77 días para prepararse para un torneo. En su preparación, él quiere jugar al menos un juego por día, pero no más de 132 juegos en total. Demuestra que hay una sucesión de días sucesivos en la cual juega exactamente 21 veces.

SOLUCION DEL PROBLEMA 1:

La respuesta es negativa: los dos cuadrados diagonalmente opuestos son del mismo color. Al quitarlos, el número de cuadrados de un color excede en dos al número de cuadrados del otro color. Sin embargo, cada ficha de domino cubre un cuadrado de cada color. Es decir, mediante las fichas se establece una correspondencia biunívoca entre el conjunto de cuadrados blancos y el conjunto de cuadrados negros. Al tener ambos conjuntos un número distinto de elementos, por el principio del palomar, no es posible una correspondencia así entre los dos conjuntos.

SOLUCION DEL PROBLEMA 2:

Sea a_i el número de juegos jugados hasta el día i (inclusive). Entonces $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_{77} \leq 132$. Por lo tanto tenemos que: $22 \leq a_1 + 21 < a_2 + 21 < \dots < a_{77} + 21 \leq 153$. Entre los 154 números $a_1, \dots, a_{77}, a_1 + 21, \dots, a_{77} + 21$ hay 2 números iguales, es decir, hay 2 índices i, j tales que $a_i = a_j + 21$, entonces se han jugado exactamente 21 juegos los días $j+1, j+2, \dots, i$.

CAPITULO 4: *TEORIA DE GRAFOS*

Dirección General de Bibliotecas UAQ

En matemáticas y en ciencias de la computación, la teoría de grafos estudia las propiedades de los grafos. Un grafo es un conjunto, no vacío, de objetos llamados vértices (o nodos) y una selección de pares de vértices, llamados aristas que pueden ser orientados o no. Típicamente, un grafo se representa mediante una serie de puntos (los vértices) conectados por líneas (las aristas)

Aristas: Una arista es una relación entre dos vértices de un grafo



Vértice: son puntos o nodos con los que están conformado los grafos. Llamaremos grado de un vértice, al número de aristas de las que es extremo. Se le dice vértice “par” o “impar” según sea su grado



Ejemplo:

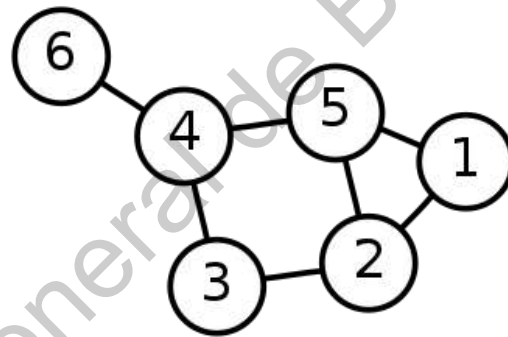
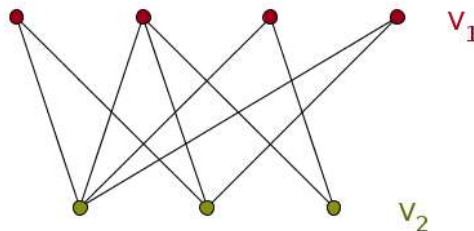


Diagrama de un grafo con 6 vértices y 7 aristas

Grafica bipartita:



Dada una gráfica G , G es bipartita si existe una partición

Recordemos que una partición de $V(G)$ en dos conjuntos V_1 y V_2 satisface que:

1. $V_1 \neq \emptyset$ y $V_2 \neq \emptyset$,
2. $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ y
3. $V_1 \cup V_2 = V(G)$.

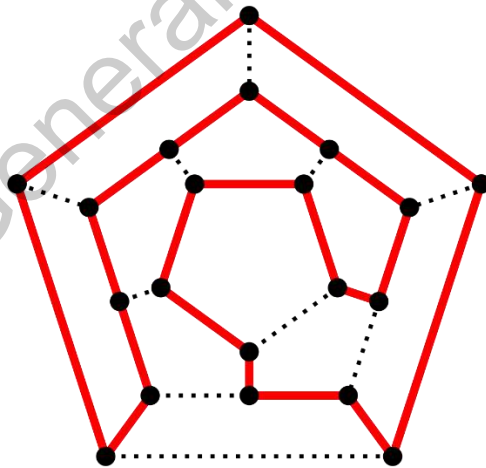
A V_1 y V_2 se les llama partes.

De $V(G)$ los dos conjuntos V_1 y V_2 — cumplen que toda arista a en G tiene un extremo en V_1 y el otro en V_2 . Es muy importante recalcar que la definición de gráfica bipartita no pide que existan aristas en la gráfica, sólo pide que aquellas aristas que existan tengan extremos en partes diferentes

El tema buscamos explicar con teoría de grafos es el ciclo Hamiltoniano, pero ¿Qué es?

Ciclo Hamilton: Un ciclo hamiltoniano es un ciclo simple que contiene todos los vértices de G .

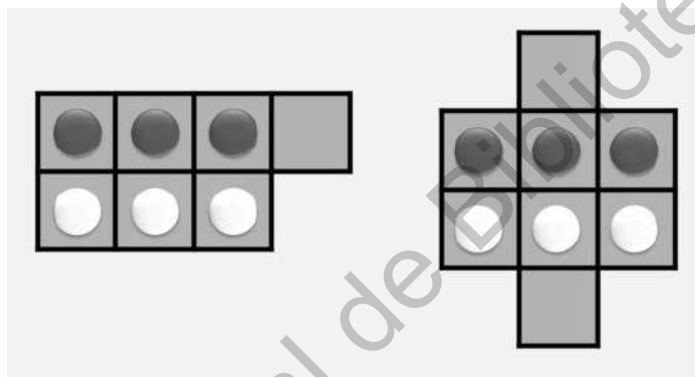
Un ciclo hamiltoniano es una trayectoria que empieza y termina en el mismo vértice y pasa por cada vértice una sola vez.



EL PROBLEMA DE GUARINI

El problema de Guarini pertenece a una familia de juegos solitarios que consisten en intercambiar la posición de dos grupos distintos de fichas, normalmente de diferente color, blancas y negras, ya sea mediante el desplazamiento de las mismas –como Todas cambian, La estrella de ocho puntas o el Kono de cinco– o permitiéndose además saltar sobre las fichas contrarias –como El salto de la rana o El puzzle dieciséis inglés (sobre los que se puede leer en el artículo El salto de la rana, y familia), aunque en este caso las fichas son los caballos blancos y negros del ajedrez.

Antes de adentrarnos en el problema de Guarini propongo jugar a dos versiones de un solitario de esta familia de juegos de intercambio de fichas sobre cierto tablero, el sencillo juego *Todas cambian*. En ambas versiones se juega con tres fichas (aunque puede generalizarse a un número mayor) de cada color, blancas y negras, sobre los tableros y con las posiciones iniciales que se muestran en la imagen.



Las reglas del solitario *Todas cambian* son las siguientes:

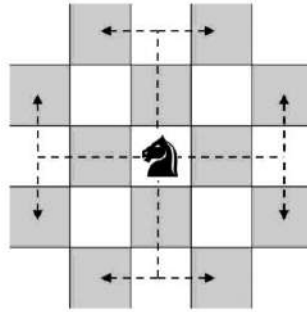
- i) las fichas se mueven de una en una, y cada una puede desplazarse a una posición adyacente que esté libre;
- ii) cada desplazamiento puede ser realizado en horizontal (a izquierda o derecha), en vertical (hacia arriba o abajo) o en diagonal;
- iii) el objetivo es intercambiar la posición de las fichas negras y blancas en el menor número de movimientos posible.

El *Problema de Guarini*, de intercambio de caballos en un tablero de ajedrez de tamaño 3 x 3, aparece como el problema 42 en un manuscrito de 1512 del impresor, tipógrafo y arquitecto italiano Paolo Guarini di Forlì (1464-1520), y dice lo siguiente:

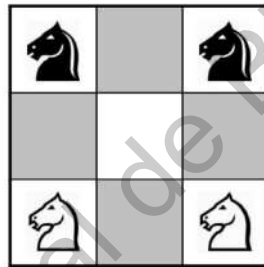
“Dos caballos blancos y dos caballos negros están colocados en las cuatro esquinas de un tablero cuadrado de nueve casillas; se pide hacer pasar, según las reglas, los caballos

blancos al lugar que ocupan los caballos negros, e inversamente, sin salirse del cuadrado”.

Aunque es algo muy conocido, vamos a recordar primero cómo es el movimiento del caballo en el ajedrez. Esta pieza realiza un salto o movimiento en forma de L –dos casillas hacia delante y una a un lado– como los que se muestran en la siguiente imagen.



En la siguiente imagen se muestra el tablero del problema de Guarini y su posición inicial.



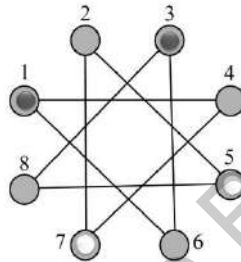
Este solitario ya aparecía en la recopilación de problemas de ajedrez y juegos de tablero del siglo XV, *Civis Bononiae* (Ciudadano de Bolonia), aunque realmente esa fue solo su primera aparición en Europa, puesto que había sido incluido, unos siglos antes, en el primer manuscrito árabe sobre ajedrez *kitab ash-shatranj* (hacia el año 840) del jugador y teórico árabe del shatranj, una forma antigua de ajedrez, al-Adli.

Un primer acercamiento al problema de resolver este desafío, consiste en transformarlo en el llamado *Juego de la estrella de ocho puntas*, que realmente no es más que el grafo asociado al Problema de Guarini.

La idea es representar mediante un esquema sencillo y útil los posibles movimientos del caballo en el tablero de ajedrez 3 x 3. Las casillas del tablero (que numeramos del 1 al 9 como en la imagen de abajo) se van a representar como puntos o círculos y los movimientos del caballo, de una casilla del tablero a otra, se representan mediante líneas que unen esos círculos (salvo el cuadrado central que es un punto aislado).

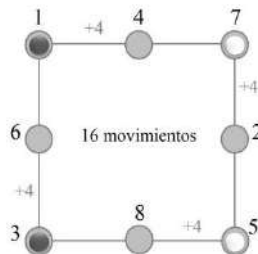
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 8 | 9 | 4 |
| 7 | 6 | 5 |

Así, se obtiene una estrella de ocho puntas y el Problema de Guarini de cambio de posición de caballos se transforma en el solitario que consiste en intercambiar la posición de las fichas blancas y negras (que son los dos caballos blancos y los dos negros), siendo los posibles movimientos de las fichas los desplazamientos a lo largo de las líneas de la estrella.



Esta presentación más moderna y sencilla del problema de Guarini, al igual que el problema original sobre el pequeño tablero de ajedrez, puede intentar solucionarse con el habitual *método de ensayo y error*. Sin embargo, antes de abalanzarnos sobre el mismo, podemos analizarlo un poco más y descubrir que realmente es un problema más simple de lo que aparenta, si se enfoca convenientemente.

Si nos fijamos en las líneas que unen los círculos, observaremos que realmente constituyen un ciclo circular cerrado. Por lo tanto, podemos desenrollar la estrella y transformarla en el circuito circular de la imagen, siendo la solución del solitario tan simple como desplazar las fichas en uno de los sentidos, por ejemplo, en el de las agujas del reloj.

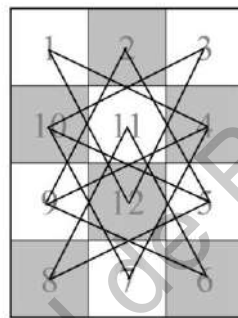


La solución consta de dieciséis movimientos, que consisten en desplazar cada una de las fichas cuatro posiciones en el sentido de las agujas del reloj. Esta solución llevada al problema de Guarini original describe en un cierto movimiento simétrico de los caballos alrededor del cuadrado central. El matemático recreativo británico Henry E. Dudeney (1857-1930) llamaba al anterior método de resolución, el "*método de los botones y la cuerda*".

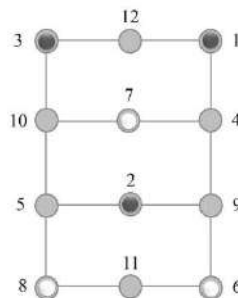
Relacionados con el problema de Guarini se han planteado otros problemas similares en los cuales se cambiaba el tamaño y forma del tablero de juego, y/o el número de caballos. La primera variante de este problema, para un tablero de tamaño 3 x 4, fue publicada en la revista *Journal of Recreational Mathematics* en 1974 (y posteriormente, en *Scientific American* en diciembre de 1978). El tablero y la posición inicial de la misma es la siguiente.



El método para resolverlo es de nuevo construir el grafo, de puntos y aristas, asociado al juego. Esta variante del problema de Guarini se transformaría en un problema de intercambio de fichas, tres blancas y tres negras, sobre la siguiente estructura estrellada.



Aunque de nuevo debemos deshacer el lío de las intersecciones de las aristas y simplificar el grafo, que ahora quedará de la siguiente forma.

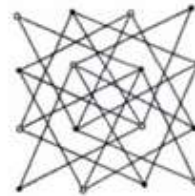
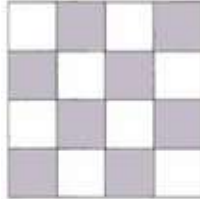


Ahora se pueden intercambiar las fichas blancas y negras en dieciséis movimientos. Para las fichas negras, la ficha de la casilla 1 va a la 6 (3 movimientos), de la 3 a la 7 (2 movimientos) y la de la 2 a la 8 (2 movimientos), en total serían 7 movimientos para las negras. Lo mismo para las blancas, otros 7 movimientos. El problema es que hay cruces entre las fichas blancas y negras, por lo que se necesitan dos movimientos más. En total dieciséis movimientos.

EL TOUR DE CABALLO

Es una serie de movimientos legales del caballo que comienzan en una casilla y visita cada casilla del tablero de tamaño $n \times n$ solo y solamente una vez.

Se puede utilizar teoría de grafos para modelar este problema, los cuadrados del tablero representaran los vértices de la gráfica y colocaremos una arista entre 2 vértices si los cuadros correspondientes del tablero representan un movimiento valido del caballo



Denotaremos la grafica como G_{Kn} , entonces existe un recorrido de caballo en el tablero $n \times n$ si y solo si G_{Kn} tiene un ciclo Hamiltoniano.

Teorema: G_{Kn} tiene un ciclo de Hamilton entonces n es par.

Demostración:

Observe que G_{Kn} es bipartita entonces se puede hacer una partición de los vértices en dos conjuntos: V_1 correspondiente a los cuadros blancos y V_2 correspondiente a los negros.

Cada arista incide en un vértice de V_1 y uno de V_2

Luego como cualquier ciclo debe alternar entre un vértice en V_1 y uno en V_2 , cualquier ciclo en G_{Kn} debe tener longitud par. Pero como un ciclo hamiltoniano debe visitar cada vértice exactamente una vez, un ciclo hamiltoniano en G_{Kn} debe tener longitud n^2 ,

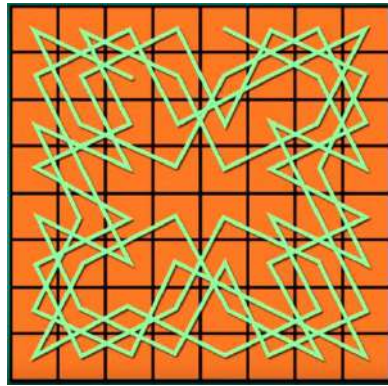
Por lo tanto n debe ser par.

Ahora para que n se puede realizar un ciclo Hamiltoniano, en un tablero de 2×2 sería imposible ya que el caballo no podría moverse, en un tablero de 4×4 tampoco se podría y para demostrarlo daremos el argumento expuesto por Louis Pósa;

El da un argumento por contradicción para demostrar que G_{K4} no tiene un ciclo de Hamilton.

Suponga que G_{K4} tiene un ciclo de Hamilton $C = (v_1, v_2, \dots, v_{17})$. Se supone que v_1 corresponde al cuadro en la esquina superior izquierda. Los ocho cuadros en la fila superior e inferior del tablero se llaman cuadros exteriores, y los ocho cuadros de las filas centrales se llaman cuadros interiores. Observe que el caballo debe llegar a un cuadro exterior si está en uno interior y que de un cuadro exterior se mueve a uno interior. Entonces en el ciclo C , cada vértice que corresponde a un cuadro exterior debe ir precedido y seguido por un vértice que corresponde a un cuadro interior. Como hay el mismo número de cuadros exteriores e interiores, los vértices v_i donde i es impar corresponden a cuadros exteriores, y los vértices v_i donde i es par corresponden a cuadros interiores. Pero al observar los movimientos del caballo, se ve que los vértices v_i donde i es impar corresponden a cuadros blancos y los vértices v_i para i par corresponden a cuadros negros. Por lo tanto, los únicos cuadros exteriores que se visitan son blancos y los únicos cuadros interiores que se visitan son negros. Entonces C no es un ciclo de Hamilton. Esta contradicción completa la prueba de que G_{K4} no tiene un ciclo de Hamilton.

Entonces solo se puede realizar un ciclo de Hamilton en un tablero de $n \times n$ siempre y cuando n sea mayor o igual a 6.



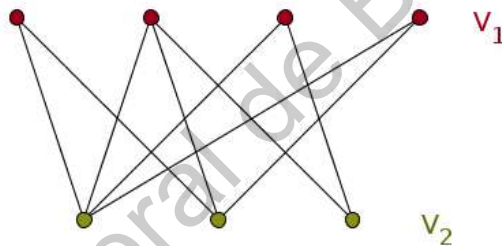
| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 2 | 2 | 1 | 5 | 4 | 0 | 1 | 4 | 2 | 5 | 9 | 1 | 8 |
| 1 | 4 | 3 | 9 | 6 | 4 | 2 | 1 | 6 | 0 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 |
| 3 | 7 | 6 | 2 | 2 | 3 | 1 | 6 | 4 | 1 | 4 | 1 | 9 | 5 | 8 |
| 2 | 4 | 1 | 3 | 3 | 8 | 6 | 1 | 2 | 0 | 5 | 7 | 4 | 4 | 3 |
| 1 | 1 | 3 | 6 | 2 | 5 | 5 | 2 | 2 | 9 | 4 | 6 | 5 | 5 | 6 |
| 2 | 6 | 5 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 8 | 5 | 5 | 3 | 0 | 4 | 5 |
| 3 | 5 | 1 | 0 | 4 | 9 | 2 | 8 | 5 | 3 | 3 | 2 | 4 | 7 | 6 |
| 5 | 0 | 2 | 7 | 3 | 4 | 9 | 4 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 | 1 | |

Tour de caballo en un tablero de 8x8.

EL CABALLO REALIZA UNA GRAFICA BIPARTITA

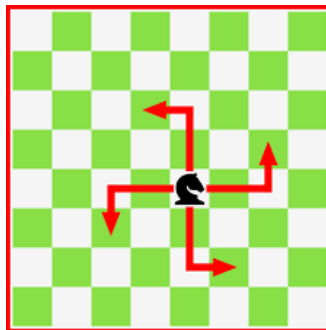
Grafica bipartita: Una gráfica G es *bipartita* si existe una partición de los vértices de G en dos conjuntos V_1 y V_2 (no vacíos) de forma que cada arista de G tenga un extremo en V_1 y el otro en V_2

Ejemplo:



Los vértices rojos forman el conjunto V_1 y los vértices verdes el conjunto de vértices V_2 .

Para poder explicar que el caballo puede realizar un grafo bipartito; primero que todo los cuadrados del tablero representaran los vértices de la gráfica y colocaremos una arista entre 2 vértices si los cuadros correspondientes del tablero representan un movimiento válido del caballo, el caballo debe estar en un tablero $m \times n$, donde m y n sean enteros positivos, ahora notemos algo del caballo:



Si el caballo se encuentra en una casilla de ajedrez blanca veamos que sus movimientos legales de llegada son casillas negras análogamente si el caballo se encontrara en una casilla negra.

CAPITULO 5: *PROBLEMAS DE AJEDREZ – LOGICA*

Dirección General de Bibliotecas UAQ

PROBLEMAS EN RETROSPECTIVA

“El ajedrez es un juego de lógica. La lógica es la ciencia que se ocupa de las formas correctas de pensar y argumentar, ya que toda partida de ajedrez consta de una estructura interna que se genera en el marco de ciertas reglas y obedece a un orden determinado. La selección de las jugadas depende de una infinidad de factores relacionados entre sí. Los movimientos tienen efectos no sólo por sí mismos, sino porque conllevan una fuerza especial derivada de su unidad lógica y coordinación. Los factores lógica y coordinación, determinan la toma de decisiones” - **Javier Vargas Pereira**

Se conoce como **ajedrez retrospectivo** o **ajedrez retrógrado** a una técnica de análisis empleada para resolver problemas de ajedrez en los que se trata de determinar qué movimientos condujeron a una determinada disposición de piezas. En la mayor parte de los problemas de ajedrez, esto no es necesario, aunque existe una clase de problemas que se basan casi exclusivamente en este tipo de análisis. Los problemas de ajedrez retrospectivo se basan en explicar la historia de la posición. Para ello, puede ser importante saber si el enroque es aún factible o si una captura al paso es posible. Otros problemas pueden hacer preguntas concretas. A veces la pregunta es si una determinada posición es legal, entendiendo por "legal" que se puede llegar a la misma mediante movimientos legales, sin importar la calidad de los mismos.

Algunos problemas utilizan un método llamado "análisis retrospectivo parcial". En ellos, la historia de la posición no se puede determinar con certeza, sino que cada una de las historias alternativas requiere una solución diferente.

Entonces los problemas en retrospectiva plantean posiciones en las cuales hay que decir que hay una pieza en una casilla determinada, pero no sabemos de qué pieza se trata. La tarea consistirá entonces en determinar el color y la denominación de la pieza desconocida "razonando hacia atrás".

Ejemplo:



Mate en 2 - W. Langstaff (Chess Amateur en 1922)

El siguiente problema es popular en el ajedrez retrospectivo compuesto por W. Langstaff (para Chess Amateur en 1922); es mate en dos jugadas. Es imposible saber cuál fue la última jugada del negro, pero está claro que tiene que tratarse de una jugada hecha con el

rey o la torre, o si no la jugada g7-g5 (g6-g5 es imposible, ya que el peón hubiera dado jaque). En consecuencia, o bien las negras no pueden enrocar, o las blancas pueden capturar en g6 al paso. Es imposible determinar cuál fue la última jugada negra, por lo que podría haber 2 soluciones:

1.Re6 y a cualquier jugada 2.Td8# (si es que las negras movieron el rey o la torre)
 1.hxg6 a.p. (amenazando: 2.Td8#) 1...O-O 2.h7# (si las negras jugaron g7-g5)

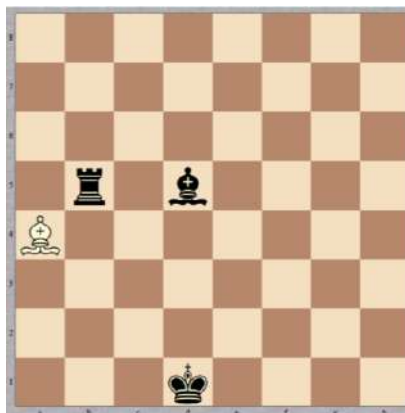
La única jugada posible

La siguiente posición es una composición por Paulo Tabares de Tortuguitas, Buenos Aires Argentina, en la posición hay clara ventaja para el negro al banco que le toca mover es al blanco, ¿podrías encontrar cual fue la última jugada posible del negro?



Un análisis detallado da cuenta que la única jugada posible anterior del negro ha sido g7 a g5.

El rey invisible



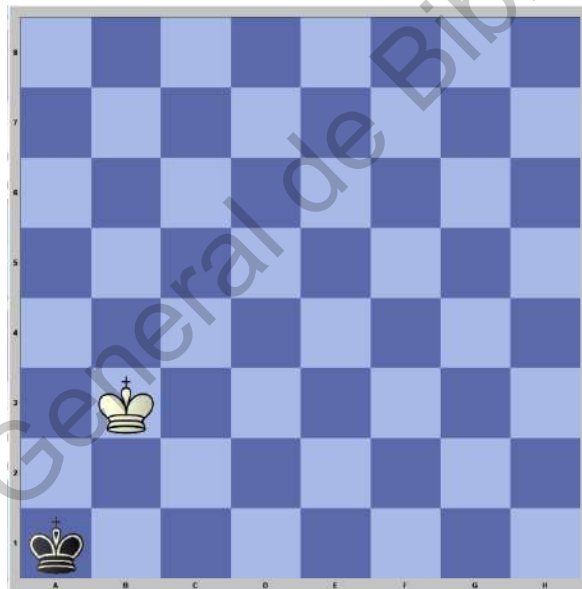
¿En qué casilla estaba el rey blanco?

La situación es aparentemente imposible, pues el rey blanco no puede estar en c2, bloqueando el jaque del alfil blanco al rey negro, ni dicho jaque puede haberse producido por desplazamiento del alfil de a a4, ya que el acceso está bloqueado por la torre.

La única posibilidad es que el rey blanco estuviera en b3 y se desplazara en la última jugada anterior a la posición que vemos en el tablero, pero la casilla b3 está a tiro tanto del alfil como de la torre, y las negras no pueden haber dado jaque con 2 piezas a la vez o ¿sí?, sí que pueden, aunque a primera vista parezca imposible. El rey blanco estaba en b3 y había un peón negro en b4 y uno blanco en c2. El alfil se movió a d5 y dio jaque tras lo cual el blanco jugó c2 a c4, el peón negro come al paso y de este modo da un doble jaque a la descubierta. Y Como el peón ya no está significa que se lo acaba de comer el rey invisible y que por lo tanto estaba en c3.

PROBLEMAS AFINES:

Hay algunos problemas de ajedrez no convencionales que, aunque a primera vista no parezcan retrógrados, lo son en la medida en lo que requieren una cierta dosis de análisis retrospectivo para su resolución. El siguiente ejemplo, comentado por Martin Gardner en su libro *Viajes por el tiempo*, fue publicado en *The Problemist* en 1974, y su autor es G. Husserl.

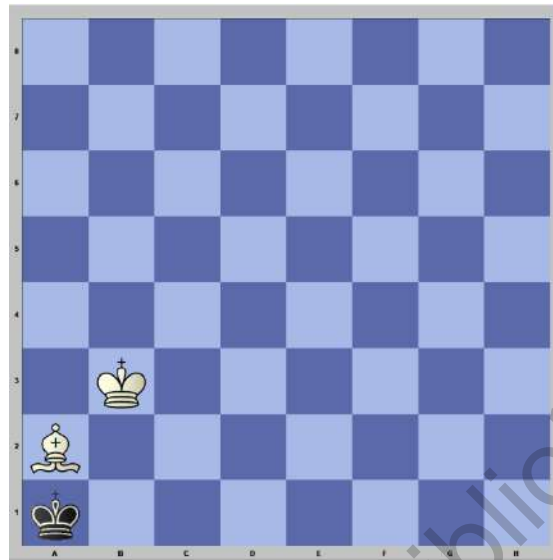


Los 2 reyes están solos en el tablero, tal como se indican en el esquema anterior. Se pide añadir una tercera pieza de forma que la situación creada cumpla con las siguientes condiciones:

1. Ninguno de los reyes está en jaque
2. La posición es alcanzable como desarrollo de una partida normal acorde con las reglas del juego
3. Ninguno de los bandos puede jugar lícitamente, ¿Qué pieza hay que añadir y donde debe colocarse?, a primera vista no parece un problema de ajedrez retrogrado, sin embargo, obsérvese que la petición de añadir una pieza equivale a decir que la pieza ya está en el tablero y es invencible.

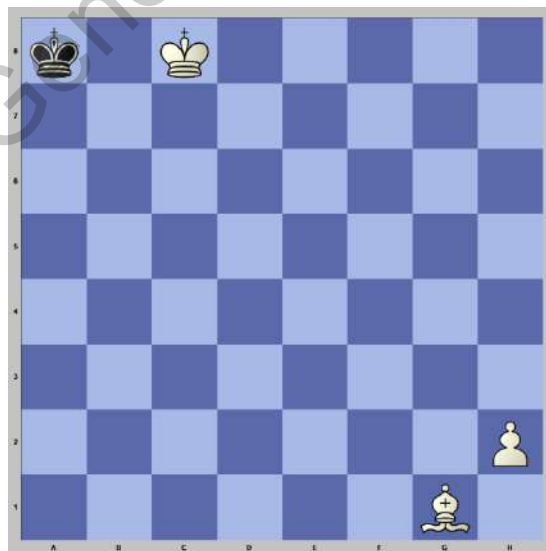
Solución:

La única solución que cumple todas las condiciones es poner al alfil blanco en a2.



El rey negro no se puede mover, pues está ahogado, y las blancas no pueden mover lícitamente, pues no es su turno, como se desprende de un sencillo análisis retrospectivo: si fuera el turno de las blancas, el rey negro acabaría de llegar a a1 desde b2, pero eso a su vez exigiría que el alfil blanco hubiera llegado a a2 en el movimiento inmediatamente anterior, lo cual es imposible porque el rey blanco bloquea el acceso a dicha casilla.

El escudo del rey:



Juegan las blancas, ¿Cuáles fueron las 2 jugadas previas?

Solución del ejercicio “El escudo del rey”:

Es evidente que el rey negro debe provenir de la casilla a7, (ya que no pudo estar en b8 o b7), el alfil del blanco que debió estar g1 pues no se ha podido moverse desde h2, el alfil blanco no ha podido moverse durante el turno de blancas, ya que habría habido un turno del blanco estando el rey negro en a7 en jaque.

Por descarte, la única opción posible es que hubiera una pieza en el camino del alfil blanco contra el rey negro ubicado en a7 y esa pieza debe ser capturada en a8, por lo tanto esa pieza es un caballo y está en b6.

AJEDREZ GROTESCO:

Otro de los pasatiempos en los que se hace uso de la lógica de forma de “juego” ajedrecista, es en el conocido como Grotesco.

Se denomina así al estudio de partidas de ajedrez en los que se debe encontrar una solución a un determinado problema en una cierta posición en la que por lo general, es altamente improbable que ocurra en una partida de verdad.



Blancas juegan y ganan

Solución:

Aunque es una posición extremadamente complicada los módulos de ajedrez (no comprenden la posición y marcan igualdad 0.0 es decir una posición de empate)

Primeramente notemos que el negro solo puede mover el caballo ubicado en e1 y la dama en a2 entonces lo que debemos hacer con las piezas blancas es restringir el ejército negro así que la jugada ganadora es 1.Rxe8, el negro solo puede mover la dama a la casilla a1 y a2 repetidamente, sin embargo aún no ganamos ya que aún no damos jaque mate así que el plan ganador del blanco es coronar el peón de h2 pero la pregunta es ¿En qué voy a convertir el peón? , la respuesta es en un caballo para poder entrar en b3 con jaque mate.



EL SIGNO DE LA CRUZ

El signo de la Cruz se trata de un conocido problema de ajedrez compuesto en 1878 por Charles Godfrey Gumpel, el también creador del autómata de ajedrez Mephisto. El problema se trata de un mate en siete que fue titulado en inglés "*How the Devil was caught*" ("Cómo fue capturado el demonio"), siendo publicado durante el mismo 1878 en la revista *La Stratégie*.



La leyenda que rodea a este problema de ajedrez resulta bastante curiosa. Paolo Boi, el jugador Italiano había jugado y perdido en varias ocasiones con una bella muchacha. Mientras estaba jugando con ella una nueva partida de ajedrez, se llegaba a la posición del primer diagrama. Fue en ese momento cuando Paolo Boi por revelación divina supo que la muchacha era el propio Satán.

Entonces con inspiración divina encontró una combinación de jaque mate, ¿puedes encontrarla?

SOLUCIÓN:

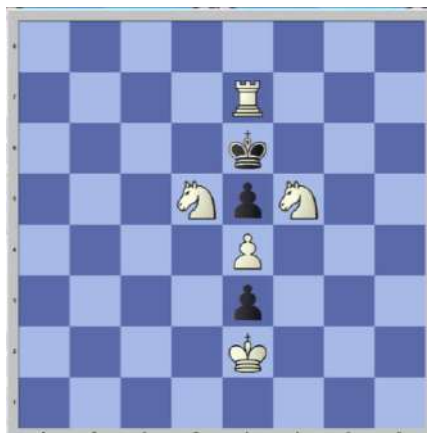
1. T_{xg7+} R_{f6}
2. D_{xc6+} T_{xc6}
3. T_{xc6+} D_{d6}
4. T_{xd6+} c_{xd6}
5. C_{c7}



5... d5 (única jugada)

6. C_{xd5+} R_{e6}

7. T_{e7++}



**CAPITULO 6: *GEOMETRIA EN
EL TABLERO***

Dirección General de Bibliotecas UAQ

El pensamiento matemático está muy relacionado con la geometría del tablero de ajedrez, a realizado un trabajo para establecer una teoría de finales debido al número reducido de piezas que quedan en el tablero y por tanto el número de jugadas posibles.

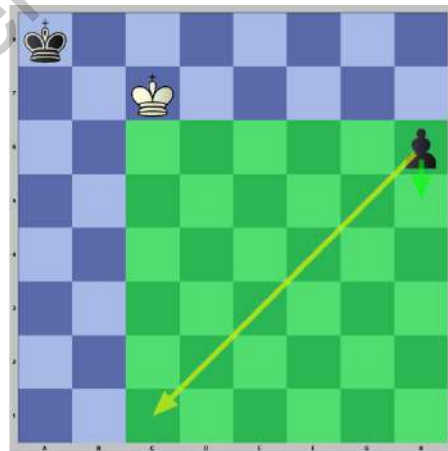
LA REGLA DEL CUADRADO

Plantemos la siguiente situación:



¿En qué situaciones el rey de casillas blancas podría alcanzar al peón de la columna h?

Una sencilla regla para decidir a simple vista el resultado de un final de peones muy elemental pero frecuente en las partidas prácticas es aquella conocida como “regla del cuadrado” que representa de manera visual de acuerdo a la geometría del tablero de saber el resultado final de reyes y peones. La regla consiste en trazar una diagonal desde la casilla que ocupa el peón hasta el borde del tablero

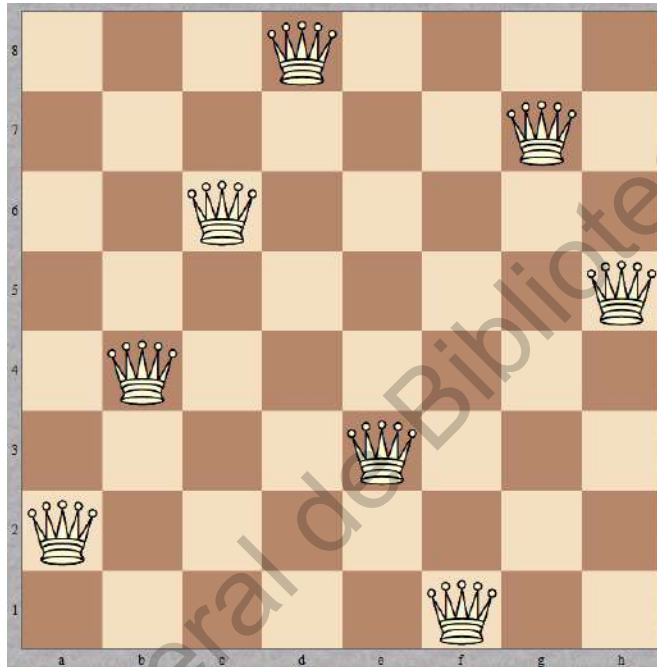


Si el rey se encuentra dentro del cuadrado entonces alcanzará al peón.

PROBLEMA DE LAS 8 DAMAS

Se planteó por el Matemático y ajedrecista Max Bezzel en 1848, y consiste en encontrar todas las posibilidades esencialmente distintas de situar 8 damas en las casillas de un tablero de ajedrez de tal manera que ninguna amenace a la otra.

Durante el siglo XIX los destacados matemáticos como Georg Cantor y Gauss, se interesaron el problema y propusieron soluciones. El matemático Alemán Franz Nauck generalizó el problema a N damas en un tablero NxN, siendo N un entero positivo.



Una solución al problema en un tablero 8x8

Como suele ocurrir con los problemas matemáticos difíciles, con ayuda de las máquinas de cálculo se ha podido dar una solución completa al problema. En 1972 E. Dijkstra publicó un algoritmo de programación que resuelve el problema dando el número total de 92 soluciones de las cuales solo 12 son esencialmente diferentes entre sí.

Evidentemente uno podría buscar todas las soluciones en un tablero de 8x8, pero si fuera de NxN ¿Cómo podríamos encontrar todas las soluciones de manera rápida?, la respuesta a esto es con ayuda de una computadora, pero obviamente primero hay que programarlo, a continuación mostramos el pseudocódigo para encontrar todas las combinaciones de un tablero de 8x8:

```
#include <stdio.h>
```

```
#define nmax15
```

```
char col[nmax],q[nmax],n,code;
```

```

void init(void)
{
    printf(" Input N(max %d): ", nmax);
    scanf("%d", &n);
    printf(" Is it: (1) superqueen, or (2) queen?");
    scanf("%d", &code);
    if(code!=1) code=0;
}

```

```

void set_col(char k)
{
    char i;
    for(i=0; i<n;i++) col[i]=1;
    for(i=0;i<k;i++)
    {
        col[q[i]]=0;
        if (q[i]+k-i < n ) col[q[i]+k-i]=0;
        if (q[i]-k+i>=0) col[q[i]-k+i]=0;
    }
    if(code)
    {
        if(k>0)
        {
            if(q[k-1]>1) col[q[k-1]-2]=0;
            if(q[k-1]<n-2) col[q[k-1]+2]=0;

```



```

    }
    if (k>1)
    {
        if(q[k-2]>0) col[q[k-2]-1]=0;
        if(q[k-2]<n-1) col[q[k-2]+1]=0;
    }
}
}

```

```

void main(void)
{
    char i=1, j;
    long num=01;
    init();

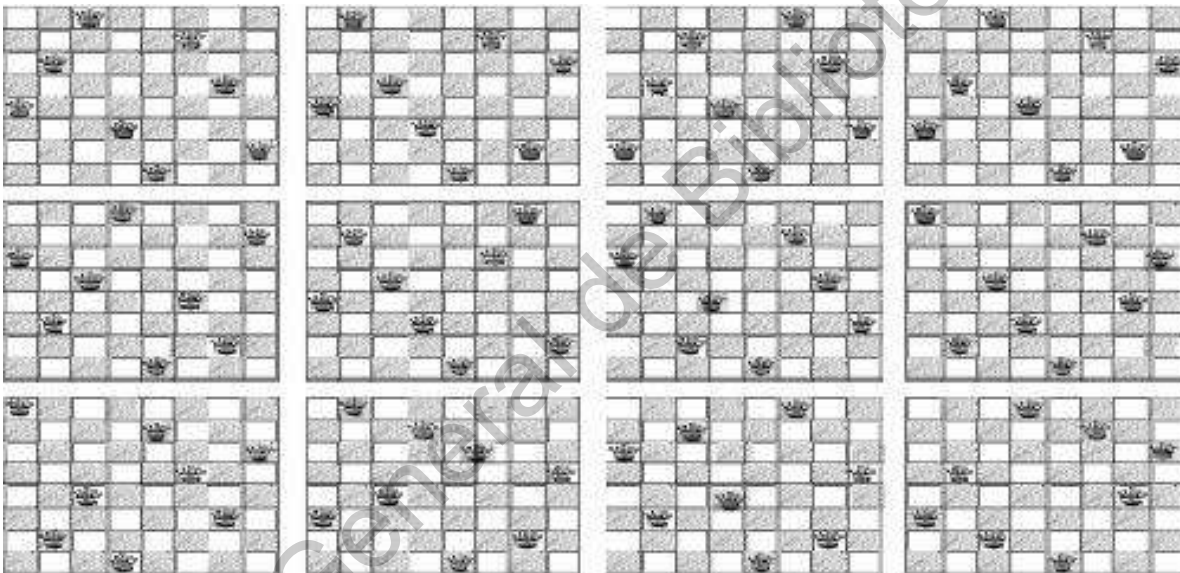
    for(j=0; j<n;j++) q[j]=0;
    while(q[0]<n)
    {
        set_col(i);
        while(q[i]<n && !col[q[i]]) q[i]++;
        if (q[i]==n) q[i--]=0; q[i]++; else i++;
        if(i==n)
        {

```

```

        if(num%2==0) printf("\n");
        printf("\n%8d  ", ++num);
        for(j=0;j<n;j++)
            printf("%c%d ", 65+j, q[j]+1); q[i--]=0; q[i]++;
    }
}
if(!num) printf("\n\t sorry, no solution !!!");
}

```

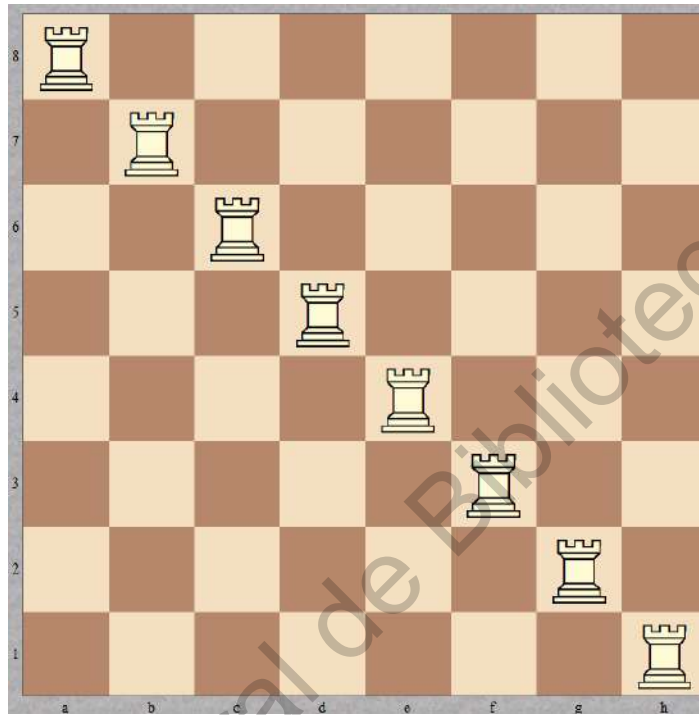


(Todas las soluciones diferentes al problema de las 8 damas)

Evidentemente el problema de las 8 damas se puede generalizar para otras piezas dado que la dama tiene el movimiento de todas las piezas (a excepción del caballo)

PROBLEMA DE LAS 8 TORRES

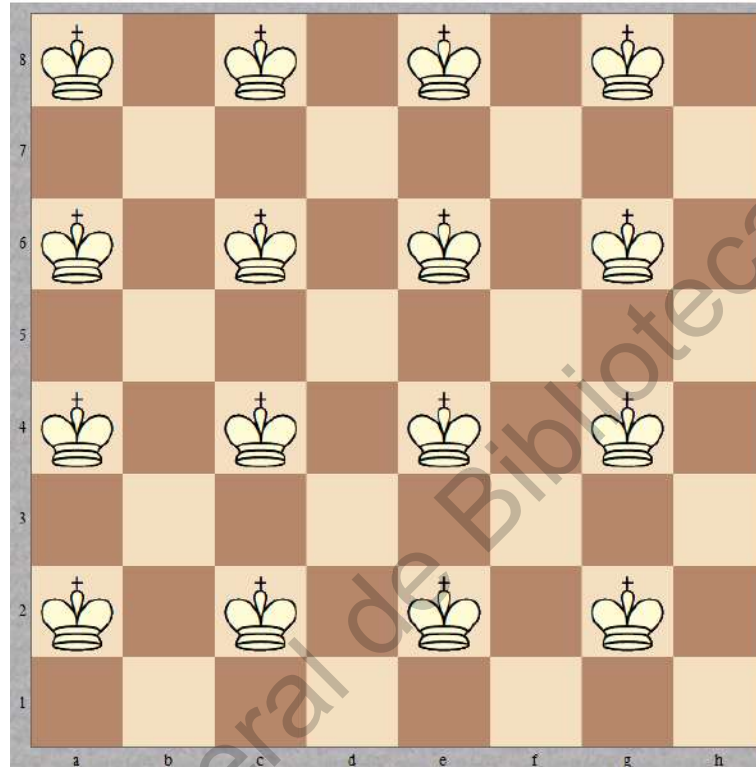
¿Cuántas torres podemos colocar en el tablero de forma que no se amenacen entre sí? Puesto que no puede haber 2 torres en una misma fila, al igual que el problema de las 8 damas, el máximo número de torres que podemos disponer de forma que ninguna amenace a ninguna otra es 8.



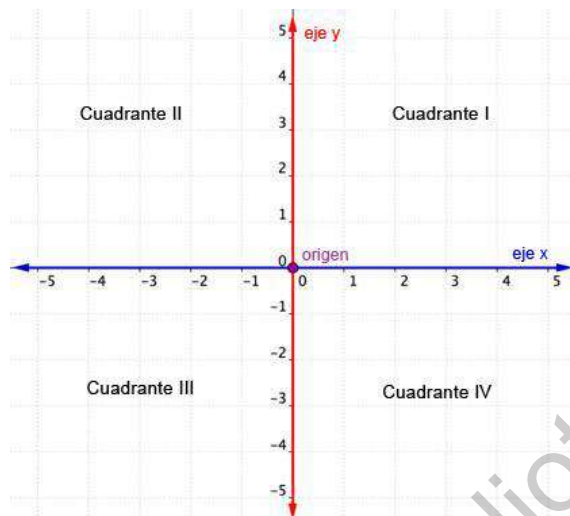
Por lo tanto las 92 soluciones del problema de las 8 damas también son las de las Torres.

PROBLEMA DE LOS REYES

Para el problema de colocar los 8 reyes la solución es trivial, pues en su caso no atacarse mutuamente significa no estar en casillas contiguas. Si el tablero fuera de 7 x 7 la solución sería única, pero en un tablero de 8x8 los reyes pueden situarse de muchas otras maneras.



El plano de Coordenadas:

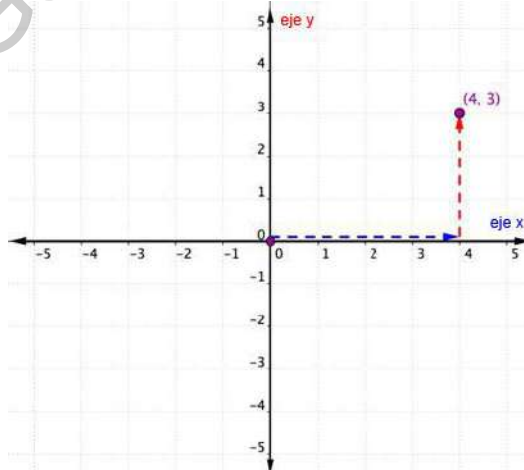


Como todos sabemos el eje horizontal en el plano de coordenadas se llama **eje-x** y el eje vertical se llama **eje-y**.

Los puntos en el plano de coordenadas se describen usando **pares ordenados**. Un par ordenado te dice la localidad de un punto relacionándola con el eje-x (el primer valor del par ordenado) y con el eje-y (el segundo valor del par ordenado).

En un par ordenado, como (x, y) , el primer valor se llama **coordenada-x** y el segundo valor es la **coordenada-y**.

Supongamos que queremos graficar el punto con $x = 4$, $y = 3$, es decir el Punto $(4,3)$



Una buena forma de poder explicar esto de manera didáctica pudiera ser una opción aprovechando el sistema de coordenadas de un tablero de ajedrez,

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 8 | a8 | b8 | c8 | d8 | e8 | f8 | g8 | h8 |
| 7 | a7 | b7 | c7 | d7 | e7 | f7 | g7 | h7 |
| 6 | a6 | b6 | c6 | d6 | e6 | f6 | g6 | h6 |
| 5 | a5 | b5 | c5 | d5 | e5 | f5 | g5 | h5 |
| 4 | a4 | b4 | c4 | d4 | e4 | f4 | g4 | h4 |
| 3 | a3 | b3 | c3 | d3 | e3 | f3 | g3 | h3 |
| 2 | a2 | b2 | c2 | d2 | e2 | f2 | g2 | h2 |
| 1 | a1 | b1 | c1 | d1 | e1 | f1 | g1 | h1 |
| | A | B | C | D | E | F | G | H |

Recordando que para señalar una casilla utilizamos como primera entrada la letra de la columna y segunda entrada el número de la línea

Ejemplo: e4, e5, f3, etc.

CAPITULO 7: MAQUINAS DE AJEDREZ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

PRIMEROS AUTÓMATAS

Las personas siguen creando autómatas y máquinas de cálculo cada vez mejores que pueden jugar una partida a un nivel más alto. Hoy en día se puede considerar que los avances han sido más que exitosos: los mejores programas actuales tienen una fuerza mayor o igual que el actual campeón de ajedrez. Pero ha habido muchos pasos, avances, ideas diferentes (muchas de ellas matemáticas) para que las máquinas tengan este nivel.

El primer autómata real en aparecer (descartando al Turco construido por Wolfgang von Kempelen en 1769) fue construido por el Matemático Español Leonardo Torres Quevedo (1852 – 1936), el creó un autómata capaz de jugar de forma independiente unas posiciones sencillas de ajedrez. El autómata fue creado en 1912 y presentado en la feria de París en 1914, donde generó una gran expectación.

El autómata era capaz de jugar posiciones muy sencillas (del tipo rey y torre contra rey) y siempre encontrar el mate, aunque no por el método más directo y óptimo. El ajedrecista (así llamado) es considerado por muchos especialistas como la primera máquina para jugar ajedrez de la historia.

Leonardo Torres usó imanes debajo del tablero y un brazo mecánico que reaccionaba para mover las piezas.



La investigación sobre las máquinas capaces de jugar ajedrez fue detenida por un tiempo hasta la publicación de artículos de investigación más fundamentales en este desarrollo: "Programming a computer for playing chess" por Claude Shannon (1916-2001), fue un destacado Matemático e ingeniero eléctrico americano, considerado en la actualidad como el padre de la teoría de la información por sus descubrimientos en este campo, pero especialmente por sentar las bases matemáticas de los futuros desarrollos en esta teoría en su artículo "Mathematical Theory of Communication".

Shannon construyó su autómata en 1949, el autómata tenía una función aleatoria de elección entre varias posibilidades consideradas jugables.

ESTRATEGIA DE BÚSQUEDA UTILIZADAS POR LOS PROGRAMAS

En el artículo mencionado anteriormente por Shannon trata de dar una estrategia para construir un programa que pueda jugar a un nivel razonable al ajedrez. Esas directivas, aunque con algunas mejoras, se han mantenido hasta hoy como las ideas generales que están detrás de los programas de ajedrez. En primer lugar, Shannon establece en su artículo 2 estrategias distintas para la búsqueda de jugadas y variante posibles:

- 1- Los programas de Tipo A, considerados por Shannon como más rudimentarios, emplean una búsqueda basada en la "fuerza bruta" de cálculo, es decir, tratan de calcular todas las posiciones que pueden ocurrir a partir de una posición inicial (la que queremos evaluar) hasta cierta profundidad (número de jugadas en avance que el programador o usuario quiere calcular en avance a partir de la posición dada)
- 2- Los programas de tipo B, son aquellos que emplean varios criterios de selección de jugadas candidatas a partir de una posición, y solo calculan y evalúan las posiciones resultantes a partir de esas jugadas. De esta forma se busca optimizar el juego (es decir, reducir la complejidad computacional) restringiendo el proceso de elección a aquellas jugadas consideradas interesantes o correctas respecto a algún criterio de selección, para así reducir la carga computacional eliminando de antemano la mayoría de las jugadas posibles.

FUNCIÓN DE EVALUACIÓN

Para la evolución el creo lo llamado "función de evaluación" , es decir una función que asocia a cada posición P n valor numérico f(P) acorde con unas reglas, y que debería ser capaz de predecir, en ciertas situaciones al menos , el resultado que se obtiene en una partida a partir de la posición P con el mejor juego posible. Obviamente, las cosas están muy lejos de esta situación idealizada. Se deben de buscar evaluaciones aproximativas de cada posición y funciones de evaluaciones aproximativas de cada posición y funciones de evaluaciones realistas.

El mismo Shannon propone en su artículo un ejemplo de función de evaluación. Recordando que, habitualmente, el valor relativo de las piezas en ajedrez es peon=1 punto, alfil=caballo=3 puntos, torre=5 puntos, dama= 9 puntos.

Shannon propone la siguiente formula como función de evaluación, teniendo en cuenta no solo las diferencias materiales, sino también aspectos posicionales o dinámicos de la posición que se quiere evaluar:

$F(P)=200(K-K')+9(Q-Q')+5(T-T')+3(A-A'+C-C')+(P-P') - \dots\dots\dots$, donde las letras representan piezas de ajedrez pero en inglés.

La función de evaluación considerada por Shannon aparecen tantas evaluaciones de las diferencias de material en la posición como evaluaciones de varios factores posicionales y dinámicos.

La precisión de la función de evaluación depende mucho de la fuerza del programa de ajedrez que se está construyendo, de esta manera se han propuesto funciones de

evaluación mucho más complejas y precisas a lo largo del tiempo, teniendo en cuenta un mayor número de factores posicionales o dinámicos. La mayoría de las funciones consideradas son lineales, es decir una combinación lineal de aspectos posicionales con diferentes pesos:

$$f(P) = \sum_{i=1}^n (W_i F_i)$$

Donde F_i es el factor a considerar (material, posicional, dinámico, etc.) y W_i su peso específico en la evaluación global. También se han propuesto factores más sofisticados como interacciones entre piezas y peones o modelos concretos, y funciones de evaluación no lineales que funcionan en varias fases (por ejemplo la evaluación material, después los factores dinámicos, y después buscan si en la posición dada existe alguno de los patrones específicos que le han sido implementados).

ALGORITMO MINIMAX

En una partida, nosotros, como humanos, vamos a efectuar aquellos movimientos que creemos que son los mejores, siempre suponiendo que el rival va a realizar el mejor movimiento para él, y tratando de calcular con la mayor profundidad posible las variantes que surgen de la jugada que se está planeando. En otras palabras, nosotros moveremos una pieza esperando que el rival mueva lo mejor posible para él, y así, podemos contestar a su movimiento con uno mejor. Pero como el ajedrez es un juego de suma nula, el mejor movimiento para nuestro adversario será también el peor movimiento para nosotros. Esta es la base de la teoría del algoritmo minimax, cuya idea en los juegos alternativos (primero mueve un jugador y después otro) se basa en que tendremos que escoger la jugada con un máximo beneficio para nosotros, mientras que el rival escogerá la jugada con mínimo beneficio para nosotros.

Sin embargo, es completamente inviable recorrer todas las posibles variantes en cada posición a una profundidad excesiva, ya que las combinaciones son astronómicas. Por ello, debemos recurrir a las heurísticas.

Una heurística (o algoritmo heurístico) es un tipo de variante de los algoritmos en los que no se dispone de la garantía de obtener la solución óptima real del problema que se está tratando, pero es de esperar que nos brinde una buena solución, o una solución aceptable de acuerdo con unos ciertos criterios de optimalidad. Es decir, dada una posición, no se van a recorrer todas las posibles variantes que surgen de dicha posición, sino que recorreremos un pequeño subconjunto de todas ellas que consideramos que serán las que merecen atención, formando un árbol a una profundidad d .

Antes de comenzar a ejecutar el algoritmo, se deberá evaluar cada una de las posiciones, o lo que es lo mismo, dar unos valores numéricos dependiendo de la colocación de las piezas (para representar de alguna manera, con un valor real, si la posición en la que estamos es favorable para algún jugador o si, por el contrario, está igualada, y en qué medida lo está), según diversos criterios. De esta forma, se tratará de buscar la posición con un número más alto para nosotros, lo que significará una mayor ventaja por nuestra parte. Aquí es donde surgen una infinidad de posibilidades

para todas esas evaluaciones que dependerán siempre del programador, y según qué tipo de elecciones que escojan, la función de evaluación que se utilice tendrá una mejor calidad o peor.

Definición: En una partida cualquiera de ajedrez, sea i una cierta colocación de las piezas alcanzadas por un determinado desarrollo de la partida. Se define una función de evaluación f como una función que retorna un valor numérico real $f(i)$ según la posición que se disponga, de acuerdo con unos criterios que han sido elegidos por el programador.

Por tanto, buscamos una función de evaluación $f(i)$ tal que, dada una posición i en un tablero que represente la posición de todas piezas (que todavía estén en juego o que hayan sido ya capturadas), nos devuelva un valor $f(i)$ que concluya si esa posición es ventajosa o no.

Frecuentemente, un valor positivo de la función en una determinada posición indica que se tiene ventaja en favor de las piezas blancas; un valor negativo, ventaja para las piezas negras; si el número es cercano a cero, usualmente representa que la partida está más o menos igualada, y no hay un dominador claro.

La función de evaluación no está directamente relacionada con las piezas de ventaja o desventaja que un jugador tenga, sino más bien se asocia con la posición. En este sentido, imaginemos a un jugador con material de menos, pero que tiene la posibilidad de dar jaque mate.

Evidentemente, una buena función de evaluación debería priorizar el jaque mate a tener material de menos, pues la finalidad del ajedrez es dar jaque mate.

A continuación presentamos un pseudocódigo del algoritmo Minimax es el siguiente:

PASO 0: Obtener una cierta posición inicial (posición 1). Leer la profundidad d pedida.

PASO 1: Desplegar un árbol de variantes posibles hasta alcanzar d . Evaluar con la función $f(i)$ las posiciones en este nivel. Poner $t=d$.

PASO 2: Si $t=1$ (posición inicial), parar, y que devolver la ruta así obtenida. En otro caso, hacer lo siguiente:

- Si para ese valor de t el turno es nuestro, calcular para cada grupo de nodos a nivel t cuyo nodo de procedencia (nodo padre) sea el mismo, el máximo valor de cada grupo. Catalogar al nodo del que proceden dichos máximos (nodo padre) con el valor obtenido de cada grupo.

- Si para ese valor de t el turno es del adversario, calcular para cada grupo de nodos a nivel t cuyo nodo de procedencia (nodo padre) sea el mismo, el mínimo valor de cada grupo. Catalogar al nodo del que proceden dichos mínimos (padre) con el valor obtenido de cada grupo.

PASO 3: hacer $t = t - 1$. Volver al paso 2.

Tras la definición de la función de evaluación, se deben evaluar las posiciones hasta una determinada profundidad, para después, aplicar el algoritmo minimax propiamente. La idea de ir desde abajo hacia arriba, empezando por todas las variantes que han surgido en el nivel d , e ir subiendo hasta llegar al nivel más alto. Dependiendo de a que jugador le pertenezca el turno en cada nivel, nos quedamos con el máximo de todas las posiciones si el turno es nuestro (buscaremos la posición más ventajosa para nosotros), o el mínimo si el turno pertenece al adversario (buscamos aquella posición con menos ventaja para nosotros). De forma alternada, iremos calculando valores mínimos y máximos hasta llegar a la posición que nos encontremos en ese momento. Escogeremos la ruta que ha surgido.

Un ejemplo de función de evaluaciones de una posición podría ser el siguiente (muy básica). El valor así obtenido se corresponde a las piezas blancas, por lo que, para obtener el valor correspondiente a las negras, bastaría sólo con cambiar el signo. Su aplicación consiste en, dada una posición, obtener el valor de la función de evaluación de acuerdo con los siguientes criterios:

- +1 por cada peón en ventaja. Si el peón es pasado (no tiene otra pieza que obstaculice su camino hacia la coronación), se añadirá +1 adicional por cada casilla que el peón haya avanzado. Si el rey enemigo no es capaz de llegar a detenerlo (no se encuentra dentro de la regla del cuadrado), se añade +5 adicional.
- +3 por cada Alfil o caballo de ventaja
- +5 por cada Torre de ventaja
- +9 por cada Dama de ventaja
- +1 si existe un jaque con alguna pieza, y dicha pieza no va a ser capturada con ese jaque. Si ese jaque es doble (es decir, al Rey y a la vez amenazamos otra pieza) hacia otra pieza que no está defendida, añadimos el valor adicional de la pieza amenazada.
- Si una pieza está amenazando a otra, y a la pieza amenazante está protegida por una de menor valor que la pieza atacada, sumamos el valor dividido entre 2 de la pieza amenazada.
- Si el rey está desprotegido (no tiene ninguna pieza en una casilla contigua), penalización de -2.
- +50 si existe jaque Mate desde esa posición.

CAPITULO 8: *DIDACTICA EN EDUCACIÓN BASICA*

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Los anteriores capítulos se puede apreciar que es material pensado para un perfil de Educación media superior en adelante, esta es la razón por la cual se plantea un capítulo específico para para el perfil de Educación Básica en donde por supuesto también se puede aprender Matemáticas disfrutando del ajedrez.

JUEGO: Ejercicio recreativo sometido a reglas en el que se gana o se pierde

El juego es un elemento imprescindible para el desarrollo de los niños de la enseñanza infantil y primaria. Su importancia queda reflejada en los manuales de Psicología y Pedagogía. Mediante el juego no solamente el niño se divierte sino que marca las pautas propias del desarrollo de la personalidad. Un juego es el termómetro que marca su estado anímico: un niño que no juega no es feliz. El juego es el vehículo que conduce al niño a la conquista de su autonomía, así como a la adquisición de esquemas de conducta que le ayudarán en sus actividades

¿Cómo podemos relacionar el juego con las matemáticas? ¿No son las matemáticas un juego de la mente? Para responder a estos interrogantes, De Guzmán (1984: 86-89) afirma:

“El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la Matemática. Si los matemáticos de todos tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?”.

Pero, ¿cómo podemos utilizar los juegos en la clase de Matemáticas? Tomamos como punto de partida estas referencias de Corbalán (1994), aplicables también a Primaria: “Los juegos matemáticos constituyen uno de los recursos utilizables en clase, junto con otros muchos (materiales manipulativos, investigaciones escolares, medios audiovisuales, prensa, medios de comunicación...). Para que su introducción sea lo más provechosa posible, lo mismo que en el caso de los demás, pensamos que se tienen que cumplir una serie de condiciones. En concreto las tres de tipo general que comentamos a continuación.

Primera. No se deben esperar resultados mágicos. En la enseñanza de las matemáticas no hay varitas mágicas que produzcan efectos maravillosos. Sí que es previsible, en cambio, que se mejoren los resultados, siempre que los recursos sean apropiados y haya interés y dedicación en aplicarlos adecuadamente por parte del profesorado.

Segunda. Hay que utilizarlos de manera sistemática y planificada. Aunque no esté demás su utilización episódica, si queremos obtener una influencia duradera hay que utilizarlos dentro del a programación habitual y con regularidad.

Tercera. La utilización de los juegos tiene que considerarse un derecho del alumnado, no como una concesión del profesorado. Si se considera que los juegos son un instrumento pertinente para la enseñanza de las Matemáticas, es un derecho del alumno que se le proporcione con normalidad no como un premio a su buen comportamiento o por otras causas ajenas a la programación del curso”. Podemos añadir a esta interesante aportación, que los juegos no se han de utilizar solamente para jugar, sino para aprovecharlos como recurso didáctico, lo que implica un análisis de procesos de discusión y resolución de soluciones y de generalización de los resultados

Las pautas básicas que hemos de seguir para favorecer el éxito en la aplicación de los juegos serán las siguientes:

No presentar el juego como un trabajo.

- Elegir el juego y preparar las estrategias adecuadas para la adquisición de los conceptos, procedimientos y actitudes que deseamos conseguir.
- Graduar la dificultad de las normas según el nivel de dominio alcanzado.
- Adecuar el juego al conocimiento matemático a asimilar.
- Ensayar las estrategias ganadoras del juego a aplicar.
- Realizar sencillas investigaciones sobre el juego adecuadas al nivel de los alumnos.

Aplicando estas pautas nos encontramos con las siguientes ventajas:

- Mejora la actitud de los alumnos ante las Matemáticas.
- Desarrolla la creatividad de los alumnos.
- Facilita la elección de estrategias para resolver problemas.
- Aprovecha el error como fuente de diagnóstico y de aprendizaje para el alumno.
- Se adapta a las posibilidades individuales de cada alumno (tratamiento de la diversidad).

Como inconvenientes, nos podemos encontrar con:

- Problemas organizativos: espacios, ruido, indisciplina...
- Dificultades materiales: no existen suficientes juegos para todos los alumnos.
- Falta de conocimiento de los profesores con respecto a los juegos, por lo que no se encuentran cómodos, ni seguros.
- Presión de los programas curriculares, es obligatorio impartir determinados contenidos.
- Incomprensión por parte de padres, autoridades educativas, compañeros...

Las características que debe reunir todo juego para ser utilizado en la clase de Matemáticas serían las siguientes:

- Reglas sencillas.
- Presentación y desarrollo atractivos.
- Minimizar el factor "azar".
- Fomento de las relaciones humanas.
- Respeto a las normas.
- Estímulo de la habilidad y el ingenio

PROPUESTAS DE MATERIAL DE AJEDREZ PARA LA ENSEÑANZA DE MATEMATICAS

DADOS

Descripción y diseño

Material 1: Dos dados (de 25 x 25 x 25 mm), uno de color blanco, numerado del 1 al 6 y otro de color negro con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, se les pedirá que los lancen al mismo tiempo (en la cara del 1 habrá la silueta de un peón, en la cara del 3 habrá la silueta de un caballo y en la cara del 5 habrá la silueta de una torre. Cada alumno escribirá la ecuación numérica, si el resultado es 10, lo rodeará con un círculo y sino es 10 escribirá el resultado al lado

| Tiradas | Dado blanco | + | Dado negro | = | Total |
|---------|-------------|---|------------|---|-------|
| 1 | | | | | 10 |
| 2 | | | | | 10 |
| 3 | | | | | 10 |
| 4 | | | | | 10 |
| 5 | | | | | 10 |
| 6 | | | | | 10 |
| 7 | | | | | 10 |
| 8 | | | | | 10 |
| 9 | | | | | 10 |
| 10 | | | | | 10 |

Tabla 1: Tabla de recogida de datos de lanzamiento de dados



| | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|
|  |  |  |  |  |  |
| 5 | 3 | 3 | 9 | ∞ | 1 |

Tabla 2: Valores de las piezas del ajedrez

Material 2: Un dado con la silueta de cada pieza del ajedrez en cada cara, otro dado con el valor de cada pieza, según tabla 2. Lanzarán los dos dados a la vez y expresarán en la tabla 3 si es verdadera o falsa la correspondencia

| Número tirada | Dado 1. Siluetas piezas | Dado 2. Valor pieza | Verdadero/Falso |
|---------------|-------------------------|---------------------|-----------------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| 10 | | | |

Tabla 3: Tabla de recogida de datos. Lanzamiento de dado (silueta) y dado (valores)

| Tirada | Dado rojo | + | Dado negro | = | Total |
|--------|-----------|---|------------|---|-------|
| 1 | | | | | 10 |
| 2 | | | | | 10 |
| 3 | | | | | 10 |
| 4 | | | | | 10 |
| 5 | | | | | 10 |
| 6 | | | | | 10 |
| 7 | | | | | 10 |
| 8 | | | | | 10 |
| 9 | | | | | 10 |
| 10 | | | | | 10 |

Tabla 4: Tabla de recogida de datos.

Suma de resultados de lanzamiento de dados. Estudio de la decena

OBJETIVOS DIDACTICOS:

El alumno será capaz de:

- Dominar la mecánica de la suma.
- Sumar mentalmente dos sumandos cuyas cifras sean menores de 20.
- Establecer relaciones entre las piezas del ajedrez y su valor y definir si es verdadero o falso.











CONTENIDOS CONCEPTUALES:

- Suma horizontal.
- Decenas y unidades.
- Cálculo mental.
- Definición de relaciones entre el valor de las piezas del ajedrez.

EL JUEGO DEL CABALLO

Material: Un dado del ajedrez, una copia el tablero de ajedrez (10 x 10) plastificado con la numeración del 1 al 100 y una ficha (azul, rojo, verde y amarillo) para cada jugador.

Se va lanzando el dado alternativamente y se van moviendo las fichas por las casillas correlativamente con la equivalencia de la tabla 1 (si sale el rey no se mueve ninguna casilla y se vuelve a tirar). Gana el primero que llegue exactamente a la casilla 100. Si se cae en las casillas verdes se avanzará a la siguiente casilla verde que tiene el caballo y diremos “de caballo en caballo y tiro porque me ha tocado” y se vuelve a tirar... Si se cae en una casilla roja se ha de esperar dos veces sin poder jugar. Si se cae en casilla negra (núm 98) se ha de volver a empezar el juego

| | | | | | | | | | |
|----|--|----|--|----|--|----|--|----|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16  | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24  | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32  | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48  | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56  | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64  | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72  | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88  | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96  | 97 | 98 | 99 | 100 |

Final

Tablero del juego del caballo

OBJETIVOS DIDACTICOS:

El alumno será capaz de:

- Respetar las normas del juego.
- Identificar las unidades, decenas y la centena.
- Sumar mentalmente los valores de las piezas del ajedrez

CONTENIDOS CONCEPTUALES:

Numeración del 1 al 100

- Unidades, decenas y centena.
- Cálculo mental.
- Sumas.
- Definición de relaciones del as piezas de ajedrez y su valor

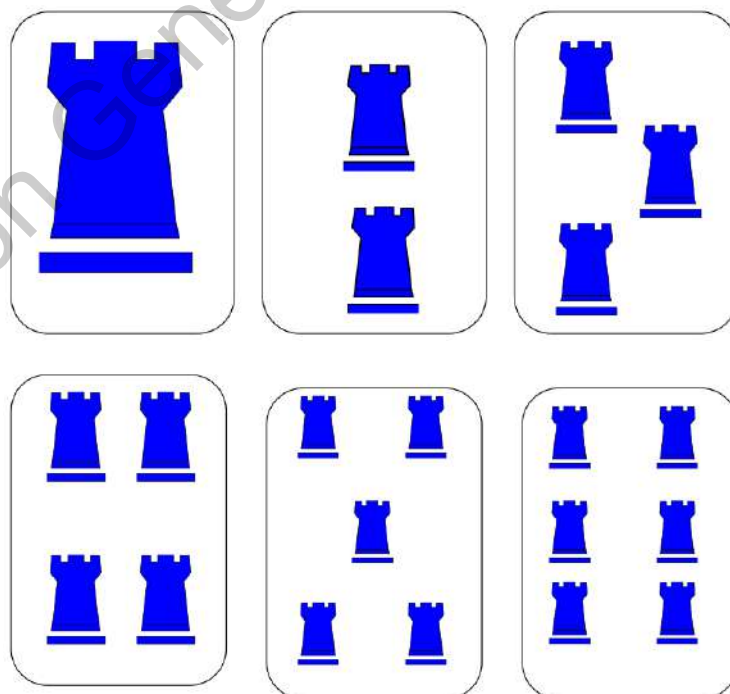
CARTAS DE BARAJA

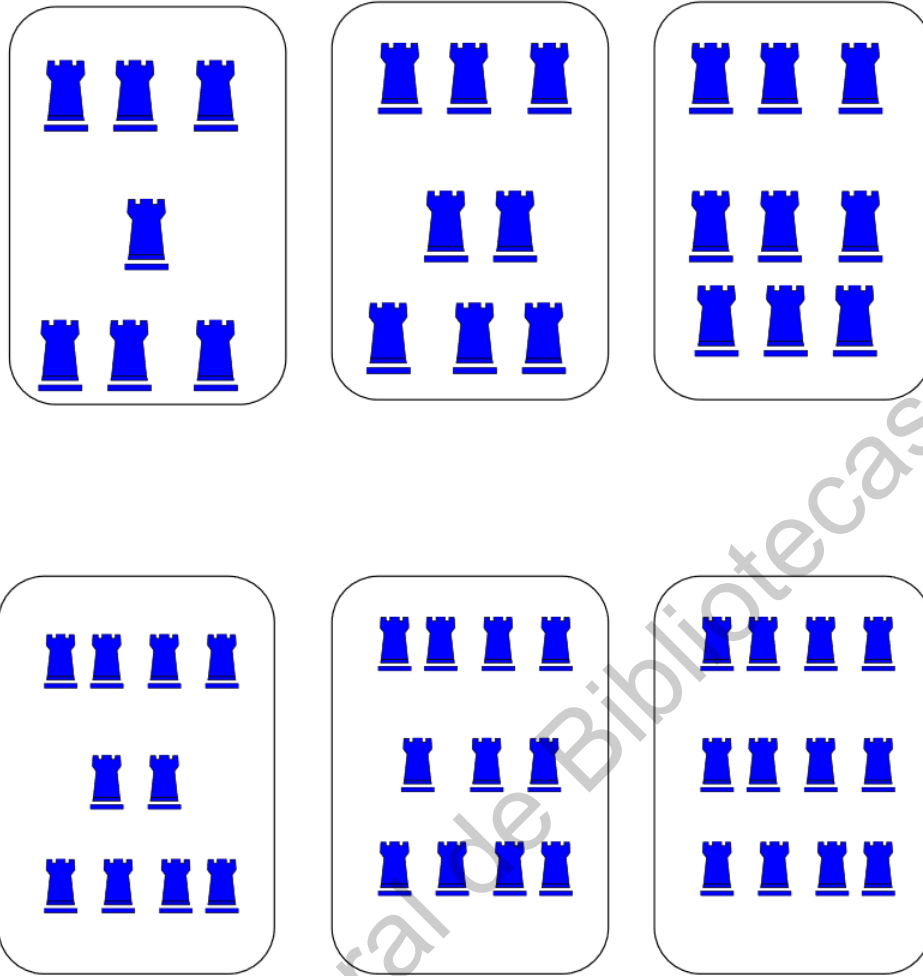
Material: Material: Se juega con 24 cartas (98 x 57 mm.) de la baraja del ajedrez, 12 de cada pieza, por ejemplo de reyes y de damas. Se reparten las 12 cartas de reyes a un jugador y otras 12 cartas de damas a otro jugador. Al tercer jugador se reparten tres cartas con los signos $< = >$

Se pide a los jugadores que tiren una carta el jugador que tiene la carta de los signos mayor, menor o igual ha de colocar la carta adecuada en medio de las dos cartas.

Se pueden introducir variantes, una puede ser: elegir cartas sin mirar y ver si es correcta la ecuación resultante verbalizándola, por ejemplo “¿es verdad que el 11 de reyes es mayor que el 7 de damas?”. Otra variante: elegir dos o tres cartas de cada pieza, sumarlas y elegir la carta de signos $< = >$ adecuada.

De manera análoga se puede realizar con la operación de restar. A continuación podemos observar las cartas correspondientes a la pieza de la torre, el proceso sería el mismo con el resto de piezas





Cartas de la baraja correspondientes a la torre

OBJETIVOS DIDACTICOS:

El alumno será capaz de:

- Respetar las normas del juego.
- Utilizar correctamente $< = >$.
- Sumar mentalmente las cifras de las cartas de la baraja del ajedrez.
- Comparar correctamente el valor de las cartas.
- Restar los valores de dos cartas de la baraja del ajedrez

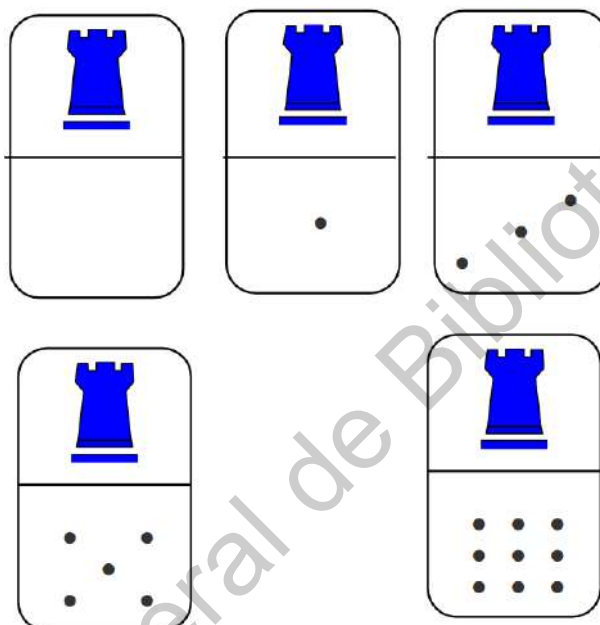
CONTENIDOS CONCEPTUALES:

- Utilización correcta de $< = >$
- Unidades, decenas y centena.
- Cálculo mental.
- Sumas de sumandos menores de 10.
- Restas
- Definición de relaciones del as piezas de ajedrez y su valor.

DOMINACION

Material: 31 fichas del dominó del ajedrez plastificadas de 98 x 57 mm.

La dinámica de juego es el mismo que el dominó tradicional. Cuando un jugador no pueda colocar una ficha, la puede sustituir por el valor de la figura, por ejemplo si un jugador ha de poner un tres y no tiene ninguna ficha que tenga 3 puntos, la puede sustituir por un caballo o por un alfil. Las condiciones del juego son: Gana el primer jugador que se quede sin fichas, la clasificación se realizará sumando los puntos que cada jugador tenga en la mano cuando acabe la partida. El segundo clasificado será el que menos puntos tenga en sus fichas y así sucesivamente.



OBJETIVOS DIDÁCTICOS:

El alumno será capaz de:

- Respetar las normas del juego.
- Sumar mentalmente los puntos y el valor de las piezas del ajedrez.
- Comparar los valores numéricos y figurativos de las fichas que tiene el jugador con las que hay sobre la mesa.

CONTENIDOS CONCEPTUALES:

- Cálculo mental.
- Sumas.
- Restas.
- Asociación de piezas de ajedrez y su valor.
- Comparación de valores numéricos y figurativos

BIBLIOGRAFIA:

- 1- Amster Pablo, Teoría de juegos - (2014, editorial Fondo de cultura económica)
- 2- Frabetti Carlos, El tablero Mágico (1995, editorial gedisa)
- 3- Johnsonbaugh Richard, Matematicas Discretas (2005,editorial Pearson)
- 4- Lagar Razvan, Matematicas y ajedrez (2017, editorial CSIC)
- 5- Petkovic Miodrag, Mathematics and chess (1997, editorial Dover publications)
- 6- Sanchez Lopez Sergio, Ajedrez y matemáticas (2019, editorial Universo de Letras)
- 7- Smullyan Raymond, Juegos de ajedrez y los misteriosos caballos (1986, editorial gedisa)
- 8- Miguel Soutullo, El ajedrez en la escuela (2005, Novedades educativas)
- 9- Judith L. Meece, Desarrollo del niño y el adolescente (2004, SEEP)
- 10- Raúl Ibáñez, *Del ajedrez a los grafos, la seriedad matemática de los juegos*, El mundo es matemático, RBA, 2015.
- 11- Georges Ifrah, *Historia universal de las cifras*, Ensayo y pensamiento, Espasa, 2002 (quinta edición).
- 12- Antonio J. Durán (idea), *Vida de los números*, textos de Antonio J. Durán, Georges Ifrah, Alberto Manguel, T ediciones, 2006.
- 13- Édouard Lucas, *Recreaciones Matemáticas*, vol. 1 – 4, Nivola, 2007, 2008.
- 14- Miodrag S. Petrovic, *Famous Puzzles of Great Mathematicians*, AMS, 2009.
- 15- Ron Brown, *The Use of the Knight's Tour to Create Abstract*, Leonardo, Vol. 25, No. 1, pp. 55 – 58, 1992.
- 16- John J. Watkins, *Across the board, The Mathematics of Chessboard Problems*, Princeton University Press, 2004.
- 17- Miodrag S. Petrovic, *Mathematics and Chess, 110 Entertaining Problems and Solutions*, Dover Publications, 1997.
- 18- José Juárez Núñez, *Tesis: El ajedrez y las Matemáticas en la escuela primaria*, Universidad Pedagógica Nacional, 2008
- 19- Joaquín Fernández Amigo, *Tesis: Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las Matemáticas*, Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra, 2008.