**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE QUERETARO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

# Tangrama y algunas actividades para la enseñanza de las Matemáticas

## TESIS

**PARA OBTENER EL TITULO DE**

**LICENCIATURA EN MATEMATICAS APLICADAS**

**PRESENTA**

**JOB ABRAHAM FRANCO HIDALGO**

**DIRIGIDA POR:**

**M. EN C. ROBERTO TORRER HERNADEZ**

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE QUERETARO

FACULTAD DE INGENIERIA

# Tangrama y algunas actividades para la enseñanza de las Matemáticas

TESINA

PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIATURA EN MATEMATICAS APLICADAS

PRESENTA

JOB ABRAHAM FRANCO HIDALGO

DIRIGIDA POR:

M. EN C. ROBERTO TORRER HERNADEZ

**M. en C. Roberto Torres Hernández**
**Presidente**

**M. en C. Ivan González García**
**Secretario**

**M. en C. Victor Antonio Aguilar Arteaga**
**Vocal**

**M. en C. Wilfrido Jacobo Paredes Garcia**
**Suplente**

# Contenido

# INTRODUCCIÓN

Desde la antigüedad, la matemática es una ciencia que ha desarrollado un papel importantísimo en la vida del ser humano, La enseñanza-aprendizaje se ven bombardeadas por la falta de motivación y el bajo rendimiento académico que manifiestan los estudiantes al momento de someterse a una evaluación Convirtiéndose en un reto para el docente de matemáticas, quien integra el rol de facilitador e instructor del aprendizaje, a poseer también completo entendimiento e incluir en distintos contextos la enseñanza de instrumentos que les permitan a los docentes el desarrollar sus habilidades aprendidas

Por este motivo se considera al tangrama una herramienta, que beneficia actividades como: clasificar, definir, calcular, descubrir, construir, examinar y elaborar conceptos, entre otros, Para que los docentes tengan mayar número de herramientas y pasen a ser innovadores mostrando un mayor interés a los alumnos para mostrar matemáticas desde otro punto de vista.

Esto es una sugerencia para enseñar matemáticas a los niños, jóvenes y quien quiera aprender un poco de matemáticas de manera entretenida mostrando que no son difíciles y tratar de hacer que muestren interés y pierdan el miedo a las matemáticas.

Es muy preocupante toda esta situación que existe en la actualidad y está en nosotros mismos cambiar las cosas, después de enseñar las matemáticas de la forma en que lo hemos estado haciendo hasta este momento no nos está funcionando a los niños les está resultando difícil aprender matemáticas, aunque en la educación mexicana se ha implementado diferentes técnicas de enseñanza.

Pero el entendimiento hacia las matemáticas es peor y es algo que debemos evitar, por lo tanto, este trabajo propone una manera de enseñarlas usando diferentes actividades, este trabajo se trata de mostrarle al alumno otra manera de aprender algunos conocimientos básicos de manera divertida y tratar de que los alumnos construyan una base sólida del entendimiento hacia las matemáticas para que en el futuro puedan entender de manera eficiente otros niveles de enseñanza.

Como dije antes esto es otra forma diferente de enseñar matemáticas, viéndolas desde otro punto de vista; la realidad nos muestra que los métodos de enseñanza en el área no están funcionando de la manera esperada.

El trabajo es de beneficio tanto para alumnos como para docentes del nivel básico, quienes forman un conjunto fundamental en la formación académica del individuo en sus primeros años.

Uno de los problemas más grandes que debemos cuidar a la hora de enseñar con este método es hacer una mala elección en los ejercicios o juegos si uno quiere enseñar de esta forma se debe tener mucho cuidado a la hora de aplicar los juegos, las actividades serán acomodados de una manera escalonada para que el alumno y docente creen o refuercen conocimientos básicos en el área de matemáticas para tener una buena base.

A la hora de enseñar con tangrama no fue fácil el encontrar un método o una manera de establecer mediante juegos, no porque sean juegos quiere decir que enseñar con ellos es más fácil existe toda una teoría de la enseñanza con juegos que se revisara solo algunas pequeñas partes para explicar el porqué de las actividades que se muestran paso a paso.

Pero a la hora de enseñar mediante juegos los alumnos y docente pasaran descubriendo conocimiento de las matemáticas de manera diferente con la intención de quitarle el la idea y pensamientos actuales que tienen los alumnos sobre las matemáticas.

# CAPITULO 1 MARCO TEORICO

## 1.1 HABLEMOS DE JUEGOS

¿Qué es un juego?

**De manera simple**

Es todas aquella actividad de recreación que es llevada a cabo por los seres humanos con la finalidad de divertirse y disfrutar, Además del disfrute que éstos pueden generar en las personas que los ejecutan, también ayudan a incentivar el desarrollo de las habilidades mentales, en el caso de los juegos que requieren de ingenio.

Existen una gran cantidad de modalidades de juegos, que se diferencian entre sí por el método y las herramientas utilizadas para su correcto desenvolvimiento, pero el objetivo principal sigue siendo el mismo, la de divertir a quienes los practican,

## ¿Qué tipo de juegos existen?

Existen muchos tipos de juegos, pero principalmente estamos usando los mencionados a continuación

**Juegos activos**:

Los juegos activos son aquellos en donde dos personas o más comparten tiempo, interactuando entre sí física, mental y muscularmente, lo que significa que se conjuga la mente con su entorno muscular permitiendo un perfecto funcionamiento del cuerpo humano.

**Juegos pasivos**:

Son aquellos juego donde el acto físico no es necesario en el cual una o varias personas realizan actividades donde se aplica más el razonamiento y la creatividad, en su mayoría son de observación, de mesa, juegos de tableros, de cartas, condados, de escritura o lectura, de armar como los rompecabezas, son los que donde el intelecto y la imaginación son el principal elemento.

**Juegos cooperativos**:

Esta modalidad de juego es la suma de todos los logros que un equipo tienen en común para llegar a determinada meta, como el logro de cada uno de los integrantes, ya que el logro y el éxito de un miembro es el éxito y logro de todo el equipo, es decir; los participantes que lo componen no compiten entre sí, sino que se apoyan ya sea que ganen o pierdan lo hacen como grupo o equipo.

**Juegos competitivos:**

Son aquellos en donde varias personas participan de manera individual y cuya finalidad es alcanzar una determinada meta o un logro, en este tipo de juegos se impone el objetivo personal e individual por encima del colectivo, midiendo el esfuerzo y las capacidades entre los competidores, se excluye totalmente los objetivos y los logros de los demás participantes puesto que el fin es alcanzar el éxito con el fracaso de los demás.

**PUNTO DE VISTA TEORICO**

Todos los niños del mundo juegan, y esta actividad es tan preponderante (prevalece ante la competencia) en su existencia que se diría que es la razón de ser de la infancia. Efectivamente, el juego es vital; condiciona un desarrollo armonioso del cuerpo, de la inteligencia y de la afectividad. El niño que no juega es un niño enfermo, de cuerpo y de espíritu.

Si bien la evolución del niño y de sus juegos, como la necesidad del juego en general, se nos presentan como realidades universales, no por ello deja de estar el juego enraizado en lo más profundo de la gente, cuya identidad cultural se lee a través de los juegos y los juguetes creados por ellos: las prácticas y los objetos lúdicos son infinitamente variados y están marcados profundamente por las características étnicas y sociales específicas. Condicionado por los tipos de hábitat o de subsistencia, limitado o estimulado por las instituciones familiares, políticas y religiosas, funcionando él mismo como una verdadera institución.

A través de los juegos y de su historia se lee no sólo el presente de las sociedades, sino el pasado mismo de la gente. Una parte importante del capital cultural de cada grupo étnico reside en su patrimonio lúdico, enriquecido por las generaciones sucesivas.

El juego constituye por lo demás una de las actividades educativas esenciales y merece entrar por derecho propio en el marco de la institución escolar, mucho más allá de los jardines de infantes o escuelas de párvulos donde con demasiada frecuencia queda confundido. En efecto, el juego ofrece al pedagogo a la vez el medio de conocer mejor el niño y de renovar los métodos pedagógicos. Su introducción en la escuela plantea numerosos problemas, cuando los estudios sobre el juego son todavía relativamente escasos y no han conducido a la elaboración de una teoría que responda a las diversas interrogantes que se presentan a las actividades lúdicas.

## Funciones psicológicas del juego

Frente a este esfuerzo tendente a describir los juegos como objetos se sitúan los diversos enfoques psicológicos que tratan de captar el papel que desempeña el juego en la evolución de la psique individual. los juegos son un resurgimiento involuntario de instintos vitales que han perdido hoy su significación.

La teoría psicogenética, fundada por Jean Piaget ve en el juego a la vez la expresión y la condición del desarrollo del niño. A cada etapa está indisolublemente vinculado cierto tipo de juego, y si bien pueden comprobarse de una sociedad a otra y de un individuo a otras modificaciones del ritmo o de la edad de aparición de los juegos, la sucesión es la misma para todos. El juego constituye un verdadero revelador de la evolución mental del niño.

Estas teorías recogidas por J. Chateaus y H. Wallon son tanto más importantes cuanto que conducen a una pedagogía enteramente renovada. Para la teoría psicoanalítica freudiana, “el juego puede emparentarse a otras actividades fantasmáticas del niño, y más particularmente al sueño”. La función esencial del juego resulta ser entonces la reducción de las tensiones nacidas de la imposibilidad de realizar los deseos; pero, a diferencia del sueño, el juego se basa en una transacción permanente entre las pulsiones y las reglas, entre lo imaginario y lo real.

En algunos tipos de sociedades, el juego se integra o no en la educación; es aceptado y estimulado, o bien rechazado como obstáculo para la productividad del estudiante. No obstante, cualquiera que sea la actitud de una sociedad frente a los juegos, éstos tienen siempre un papel esencial en la educación. Puede decirse incluso que el juego funciona como una verdadera institución educativa fuera de la escuela. Los pedagogos ansiosos de renovación no podían permanecer indiferentes ante las considerables posibilidades ofrecidas por las actividades lúdicas. Ya en la antigüedad y durante el Renacimiento, algunos filósofos habían subrayado la importancia del juego. Sin embargo, en los países europeos en proceso de industrialización el juego fue considerado como cosa inútil

**JUEGO COMO HERRAMIENTA DOCENTE**

Uno de los desarrollos contemporáneos en el área de la terapia infantil y adolescentes ha sido la utilización de juegos, los juegos son catárticos, auto reveladores y de naturaleza instructiva, sino también divertidos y por lo tanto motivadores. La esencia real del juego es de no tomarlo “en serio”. Así, aunque el juego es parte de los problemas serios de la infancia a través del que el niño aprende a manejar su ambiente, no necesita ser tomado excesivamente en serio, los niños se sienten relativamente libres para ser ellos mismos para divertirse “probando” cosas.

Los fundamentos para incorporar los medios del juego al trabajar con niños

1. El juego son un medio de expresión natural, experimentación y aprendizaje.
2. El niño se siente cómodo en el escenario del juego
3. Un medio de juegos facilita la comunicación, comprensión y expresión
4. El juego permite un estado de comodidad
5. La experiencia de los juegos es renovadora, saludable y constructiva
6. Un adulto puede comprender más completa y naturalmente el mundo de los niños observados en los juegos.

## 1.2 HABILIDADES QUE SE DESARROLLAR O EJERCITAN

**1. Orientación y estructuración espacial**

Las nociones básicas de espacio como arriba, abajo, izquierda y derecha se empiezan a desarrollar al jugar a formar una silueta sobre la base de un modelo, pues los niños tienen que fijarse en qué lugar en el espacio guarda cada figura con el fin de reproducirla correctamente en un momento determinado. Puedes ayudar a niño a interiorizar los conceptos de ubicación espacial si verbalizas la información que recibe visualmente, por ejemplo: "el cuadrado está abajo del trapecio o el triángulo mediano está a la derecha del triángulo grande".

**2. Coordinación visomotora**

La coordinación ojo-mano se desarrolla desde edades tempranas si se tienen actividades estimulantes, como este juego. Los niños observan el modelo, en esta acción entra en juego el ojo, y luego tienen que acomodar las figuras de la misma forma en que las vio: aquí entra la mano. Se recomienda que con niños pequeños las piezas sean de un material suave al tacto y el tangrama sea elaborado en tamaño grande, para facilitar la acción de la mano.

**3. Atención**

Esta habilidad es la pieza clave del aprendizaje, por lo que es elemental potenciar su desarrollo a través del juego. Al principio y dependiendo de la edad del niño se empieza por pedirle que arme las figuras que desee de manera libre. Incluso podría no utilizar todas las piezas. Después formas sencillas que ocupen 2 o 3 minutos de atención, y posteriormente se eleva el nivel de dificultad a imágenes abstractas.

**4. Percepción visual**

Como se mencionado antes, al tener que observar las piezas y modelos que se le presenten, el niño desarrollará la capacidad de interpretar y discriminar los estímulos visuales externos, comparándolos con los conocimientos previos que tenga de las figuras geométricas, pudiendo ubicar cuál figura está en qué lugar y qué forman todas juntas. Esta habilidad es esencial para el aprendizaje de las matemáticas, la ubicación espacial y la motricidad.

**5. Memoria visual**

Al pedirle al niño que observe un modelo y después lo reproduzca de memoria, estaremos estimulando su memoria visual. Es decir, que mantenga en su mente los estímulos visuales recibidos, los interprete y los reproduzca posteriormente. Empezando por figuras sencillas, cada vez podrás introducir formas abstractas que le serán fáciles de recordar. La memoria visual es una habilidad importante en los procesos de lectura y escritura, así como para actividades de la vida diaria lo que nos indica que el niño y docente pueden beneficiarse igualmente de este juego.

**6. Percepción de figura fondo**

Al ser la vista uno de los sentidos por los cuáles se recibe mayor información, es necesario que esté entrenada para percibir los estímulos de manera correcta. A través del tangrama los niños empiezan a desarrollar la habilidad de distinguir entre la figura y el fondo, lo que permite diferenciar entre el todo y las partes, la distancia entre dos objetos o la profundidad de alguna escena, aplicable en otros ámbitos de la vida.

## 1.3 EL USO DE LAS ADIVINANZAS COMO HERRAMIENTA EDUCATIVA

Las adivinanzas cortas son dichos que pueden decirse en verso o no y que algunas veces tiene rimas. Algunas tienen la respuesta en sus palabras. Las adivinanzas describen algo que esta encubierto y que son juegos para el entretenimiento mientras se aprenden las letras o cualquier otro contenido. Dentro de las adivinanzas con respuesta se mezcla el ingenio u la creatividad para que los niños a través de este divertido juego descubran cada una de las letras, sus sonidos y algunas características de las mismas.

La tradición popular de cada país también se puede reflejar en las adivinanzas cortas para niños y el objetivo principal es crear un enigma más fantasía sobre cada una de las letras que conforman el abecedario incluidas las vocales

Las adivinanzas cortas son un juego intelectual y además es una ingeniosa descripción en verso de una letra o de un número, pero para el caso especial del aprendizaje de las letras en una herramienta poderosa y un recurso que no podemos dejar de lado en la escuela. Es un mensaje que el receptor deberá descubrir y de allí la fascinación que causará en niños; la adivinanza como juego de palabras les dará a los niños la posibilidad de adivinar la letra, objeto, fruta o número que se allí se pretenda descubrir.

La adivinanza infantil es un juego que estimula a los niños a prender con mayor facilidad las letras es por eso que en el arte educativo y el que hacer del maestro y en el hogar es una herramienta útil para enseñar, afianzar y reforzar el aprendizaje de las letras.

Las adivinanzas fáciles para aprender las letras tienen los siguientes beneficios para el aprendizaje y la enseñanza:

- Hace más divertido el proceso de enseñar las letras
- Facilita las tareas
- Estimula la memoria de los niños
- Estimula la creatividad y la imaginación
- Contribuye con los procesos cognitivos que llevan a las respuestas de las adivinanzas
- Contribuye con el aprendizaje lingüístico
- Estimula la comprensión lectora futura en los más pequeños
- Las adivinanzas estimulan en proceso lector
- Se puede jugar en la casa y en la escuela

**Importancia de la adivinanza infantil**

**Desarrollo de la formación de conceptos:**

El niño deberá encontrar la respuesta correcta y al hacerlo, clasificará las múltiples respuestas que puede dar, según las características hasta que encuentre la opción correcta. Este en un proceso que incluye la formación de conceptos.

**Asociación y concatenación de las ideas**

Se estimula un proceso de asociación de ideas y capacidad de respuesta que contribuirá a que se desarrolle una visión integradora de la vida cercana a la realidad lo cual es importante al desarrollar el aspecto crítico en los niños.

# CAPITULO 2 TANGRAMA

## 2.1DEFINICION

Miller, Heeren y Hornsby (2006) definen que el tangrama es un rompecabezas que consta de 7 piezas geométricas, extraídas de un cuadrado que acceden a la creación de innumerables figuras. Estimular la imaginación, la creatividad, desarrolla destrezas y habilidades. Beneficioso en la educación de la matemática, promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales en los estudiantes. Le atribuyen un material didáctico excelente.

Es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. Los chinos lo llamaban “Chi Chiao Pan” que significa "tabla de sabiduría" y "tabla de sagacidad" haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere. La misma palabra "tangram" es un invento occidental: Se supone que fue creada por un norteamericano aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado tang, una palabra cantonesa que significa "chino", con el sufijo inglés gram (-grama) que significa "escrito" o "gráfico".

Al estudiar el tangrama y las simetrías entre sus medidas uno de los primeros análisis que se puede realizar es que cuales quiera de los ángulos son múltiplos de 45.

## 2.2 HISTORIA

Una de las ramas más antiguas de las matemáticas recreativas es la que se ocupa de los problemas de disección. Se corta en varias piezas una figura plana o un cuerpo sólido y el problema consiste en hacer encajar las piezas entre sí para recomponer la figura primitiva o con el fin de construir alguna otra. Entre los pasatiempos recreativos de esta especie, Destacan, desde el renacimiento los rompecabezas chinos conocidos como Tangram o tangramas.

Aunque los pongan y los rompecabezas de piezas recortadas, los rompecabezas, tienen superficialmente un cierto parecido, el tipo de problemas que plantean como la noche y el día. Cómo hacen Ronald C. En su libro grama 330 puzzle, Un rompecabezas normal con deforme regular en una única forma, y que permiten componer una figura grande. No es mucha la habilidad necesaria; lo que se requiere es tiempo y paciencia. Los Tangramas tienen solamente siete piezas, llamadas tans. Dos formas son de la máxima y permiten construir una variedad infinita de figuras. La creación de tales figuras exige mucho de la intuición geométrica y de la capacidad artística de cada uno.

Muchos libros, incluso algunas enciclopedias, declaro en que el juego de los Tangramas tiene unos 400 años de antigüedad. En un artículo en 1959, se afirma que los Tangramas eran más antigua de los juegos de disección, y añadía que los chinos habían estado entreteniéndose con ellos desde hace miles de años. Aunque estas afirmaciones son enteramente erróneas. La persona responsable de desenmascarar el mito no es otra que Sam Lloyd. En 1903, cuando Lloyd contaba con 61 años y se hallaba en el pináculo de su fama, publicó un libro llamado el octavo libro del tan. En el cual inventó una absurda leyendo acerca del origen del pasatiempo. Que ha sido la mayor tomadura de pelo de los rompecabezas.

En el cual decía que él tenía dos documentos que afirmaban históricamente, que hace más de 4000 años fueron compilados del libro de Tangrama, Cada uno de los cuales contiene 1000 diseños de Tangramas. Estos libros son tan raros, que el profesor Challenor declara que a lo largo de 40 años de residencia en China Sólo alcanzó a ver en perfectas condiciones el volumen uno y siete, así como fragmentos de verdad del segundo, pero menciona que un soldado inglés descubrió en Pekín parte de uno de los libros, que estaba impreso de oro sobre un pergamino, y que las vendió en 300 libras en un coleccionista de antigüedades china quien tuvo la bondad de facilitarle algunos Diseños presentes en la obra.

Según Loyd, Tan fue un legendario sabio adorado como una deidad. La organización de las siete figuras proponía un estudio de la evolución de la tierra. Sus Tangramas comenzaban con la representación simbólica del caos y el principio de la evolución pasando por peces, pájaros y animales, Hasta llegar a la humana.

Pero cuando Henry Ernest Dudeney dijo que era el equivalente a un artículo sobre Tangram, repitió con toda seriedad el legendario cuento de Loyd. El artículo de Henry suscitó la curiosidad Jane Murray un distinguido lexicógrafo, hizo indagaciones por medio de uno de sus hijos, que se encontraba estudiando en China. Los eruditos orientales no habían oído hablar jamás de Tan Ni de la palabra Tangram.

La palabra tangrama Se supone que fue creada por un norteamericano aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado tang, una palabra cantonesa que significa "chino", con el sufijo inglés gram (-grama) que significa "escrito" o "gráfico".

Los primeros libros sobre el tangrama aparecieron en Europa a principios del siglo XIX y presentaban tanto figuras como soluciones. Se trataba de unos cuantos cientos de imágenes en su mayor parte figurativas como animales, casas y flores... junto a una escasa representación de formas abstractas.

A lo largo del siglo XIX aparecieron diversos libros de tangramas chinos, que fueron copiados por las editoriales europeas, buena prueba de la popularidad que había adquirido el juego. A partir de 1818 se publicaron libros de tangramas en EE. UU., Inglaterra, Francia, Alemania, Austria e Italia.

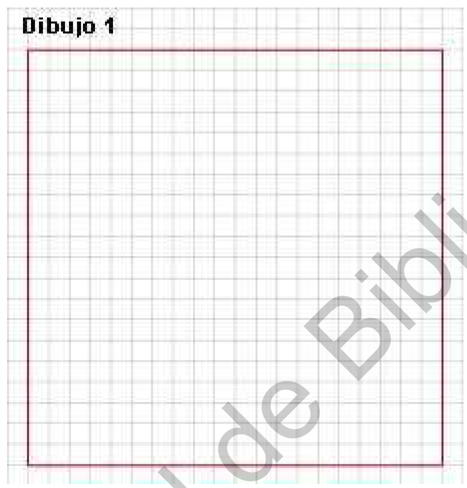
En la introducción al libro publicado en Italia se hacía notar que el tangrama se jugaba "en todas partes con verdadera pasión".

El tangrama fue creado como entretenimiento, y que en los últimos años se ha convertido en una herramienta vital para las diferentes disciplinas que lo utilizan, pues es básico para mejorar la creatividad, útil para el desarrollo de habilidades psicomotrices. Permite enlazar de forma lúdica la aplicación específica de materiales con un orden de opiniones abstractas.

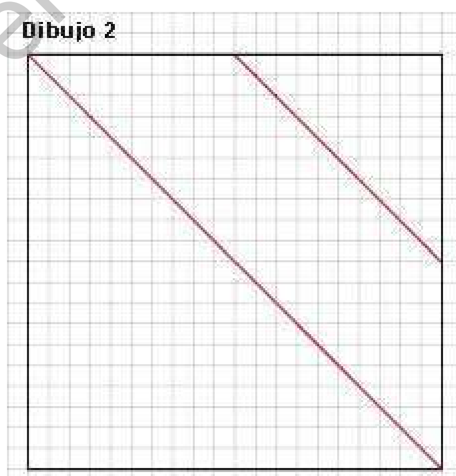
## 2.3 ¿CÓMO CONSTRUIR UN JUEGO DE TANGRAMA?

Para empezar, se sugiere que los alumnos trabajen en una hoja de cuadrícula chica (es decir cuadrículas o cuadrados de 0.5cm por lado), pues eso facilitará los cálculos de las figuras. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla, con la cual realizará las respectivas medidas. Luego continuamos con los siguientes pasos.

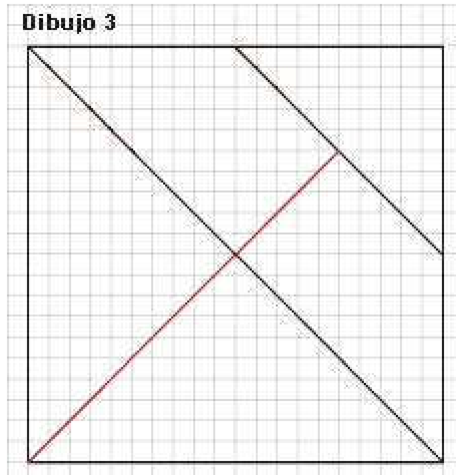
Paso 1: Dibuja un cuadrado de 10 cm por lado. (20 cuadritos de la hoja).




Paso 2: Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.

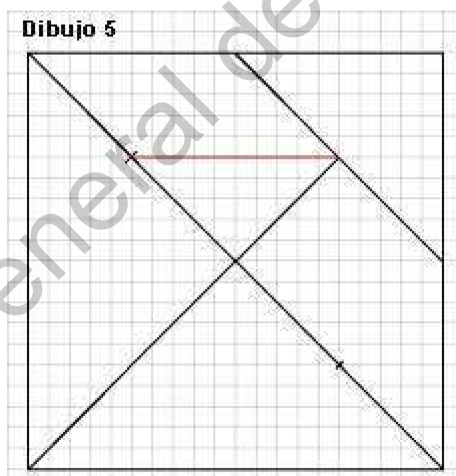


Paso 3: Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.

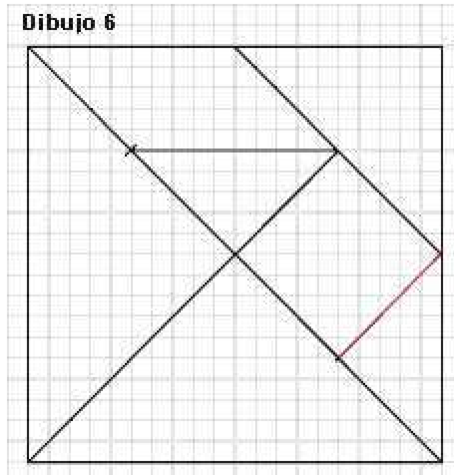



Paso 4: La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos).

Paso 5: Traza la recta que se muestra en el dibujo siguiente (dibujo 5)



Paso 6: Por último, traza esta otra recta (la de la figura 6)




## REGLAS DEL JUEGO TAMGRAM

1. Con dichos elementos, ni uno más ni uno menos, se deben de construir figuras. Es decir, al momento de formar las distintas figuras no debe quedar ni una de las piezas sin utilizarse, además que éstas no deben superponerse.

2. El tangrama es un juego planimétrico, es decir, todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano.

3. Aparte de esto, se tiene libertad total para elaborar las figuras.

# CAPITULO 3 ACTIVIDADES CON EL TANGRAMA

## 3.1 ADIVINANZAS

### ACTIVIDAD 1

Tomando el juego de las adivinanzas como introducción, para una comprensión fácil de las figuras básicas que se pueden realizar con el tangrama y poco a poco estimular el interés por dicho juego.

Primero a los alumnos se les proporcionara UN TANGRAMA a cada uno o se puede poner una actividad para construir de manera sencilla el tangrama, empecemos si son pocos los alumnos que van a aprender mediante el tangrama el maestro tomará esta actividad de manera individual, si son varios los alumnos se trabajaran por equipos estimulando así el trabajo colaborativo.

. Ya teniendo cada uno de los alumnos su tangrama, conocerán la estructura del tangrama chino y cada una de las figuras que lo integran por medio adivinanzas de fácil comprensión.

Este método podrá utilizarse Para alumnos nivel básico, media y superior, donde el aprendizaje dependerá de la capacidad de razonamiento matemático que demuestre el alumno. El profesor podrá evaluar inicialmente a sus alumnos a través de la primera actividad, que por objetivo lleva, divertir, empatizar y generar comunicación; así el alumno no creará resistencia, miedo o frustración a las matemáticas, lo que dará como resultado un aprendizaje más significativo, además de introyectar una idea positiva y divertida de las matemáticas.

### ACTIVIDAD 2

Conociendo el tangrama

Contesta las siguientes adivinanzas con tu equipo

Tengo más de 3 lados y menos de 5 lados. Tengo todos mis lados iguales y no soy rombo. ¿Quién soy? Respuesta: cuadrado

3 lados tengo y pirámide parezco ¿Quién soy? Respuesta triangulo

Adivina quién soy: Tengo cuatro lados iguales, pero no soy cuadrado, dos pares de lados paralelos, pero no soy rectángulo y en mi interior se forman dos ángulos...

**ACTIVIDAD 3**

Pasa un representante de cada equipo, al frente del grupo, para responder las siguientes preguntas:

¿Cómo llegaron a la respuesta?

¿Estás seguro de tu respuesta por qué? Justifícala

Con esa información en el pizarrón se va creando una definición de las figuras triangulo, cuadrado, paralelogramo se abre un tema nuevo sobre estas figuras los diferentes tipos de figuras con preguntas sencillas.

¿Cuántos tipos de figuras reconoces?

¿Conoces más figuras?

¿Qué tipo de figuras?

¿Cuántos lados tienen las figuras que conocen?

De esta manera los alumnos construirán una definición de los diferentes tipos de figuras que conozcan, empezando con esta pequeña actividad se puede extender de manera fácil a una discusión grupal entre los alumnos,

Ya que se identificaron todas las figuras de las cual el tangrama chino está conformado se pasará a una actividad parecida donde los alumnos en equipo con la guía del maestro deben crear su propia definición.

Generar una lluvia de ideas acerca de sus respuestas, y la asociación con figuras que observan en la vida cotidiana. Es una buena sugerencia para tratar de facilitar el entendimiento de las figuras.

## ACTIVIDAD 4

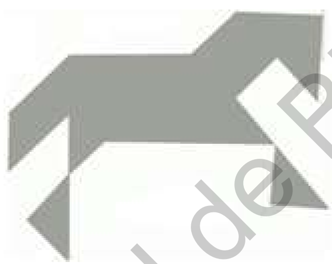
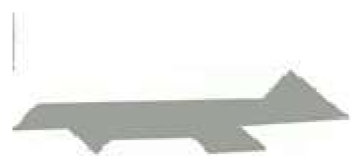
A continuación, se les mostraran a los equipos otras adivinanzas con las que tienen que responder construyendo la figura con el tangrama.

**D**e igual manera se pasará a un miembro de cada equipo y contestará la adivinanza construyendo la figura.

Esta actividad tiene como objetivo de mostrar que existen muchísimas figuras que se pueden construir con las 7 figuras del tangrama ejercitando la imaginación de los alumnos.

- Soy astuto y juguetón y cazar un ratón es mi mayor afición. Respuesta: el gato

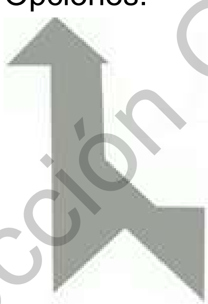
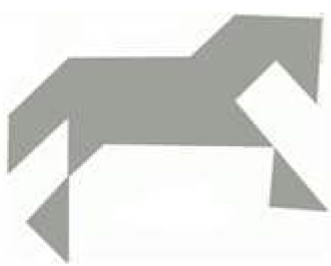
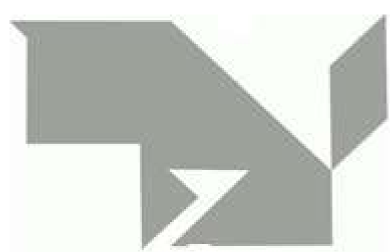
Opciones:

Respuesta: gato

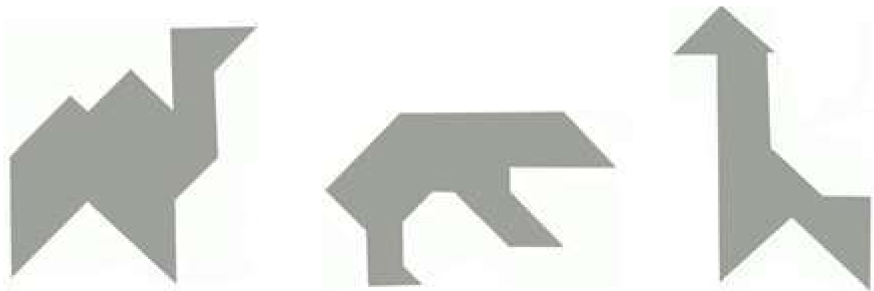
- Desde hace miles de años hemos transportado al hombre; ahora nos lleva escondidos en el motor de su coche.

Opciones:

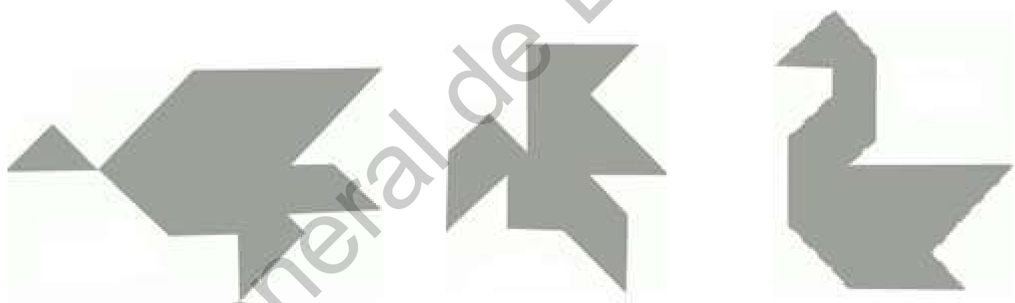
Respuesta: Caballo

- Animal soy, desde luego; me llaman el jorobado, y que tengo cuatro patas, ya se da por descontado.
  Opciones



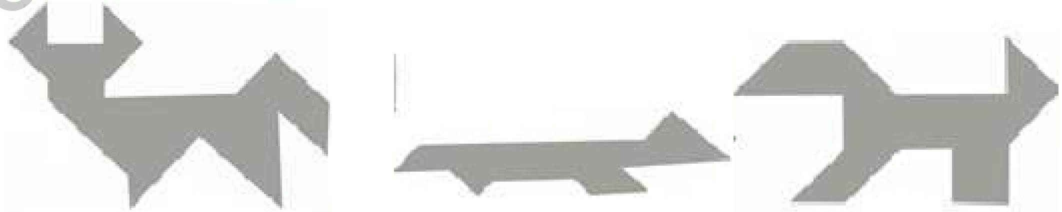
Respuesta: camello

- En el estanque me admiran, por mi elegancia y belleza tengo cuello largo y fino y muy bonita cabeza (cisne)
  Opciones



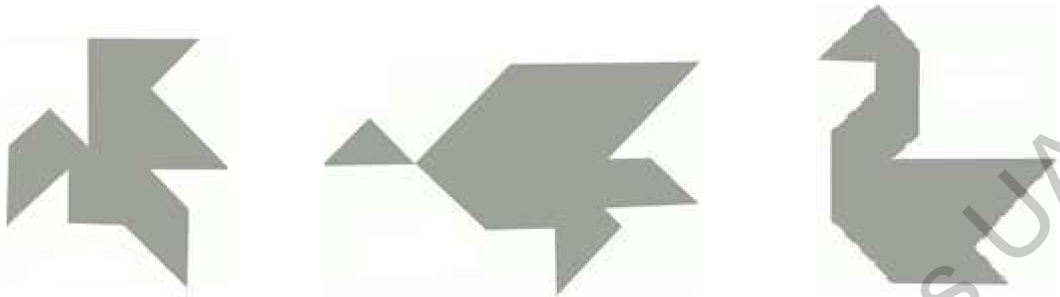
Respuesta: cisne

- Vivo en los grandes ríos, mi favorito es el Nilo me llamo coco y mi apellido es drilo



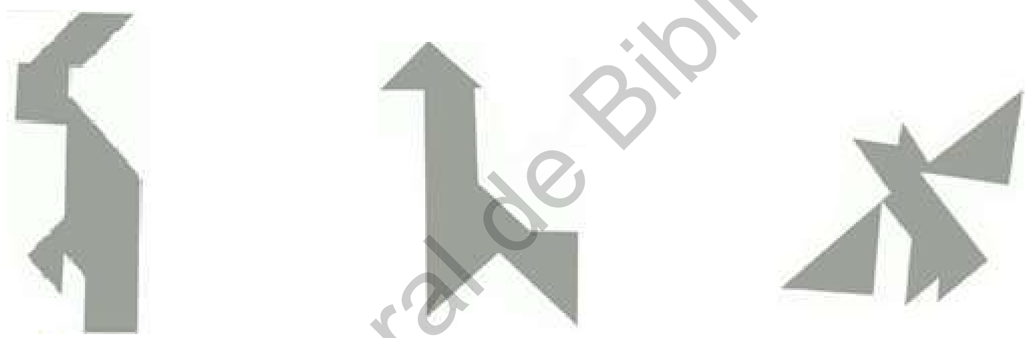
Respuesta cocodrilo

- No estoy quieto ni un instante, vengo y voy multicolor mis colores se asemejan al arcoíris, a la flor suspendido en el aire sorbo el néctar ¡qué sabor!



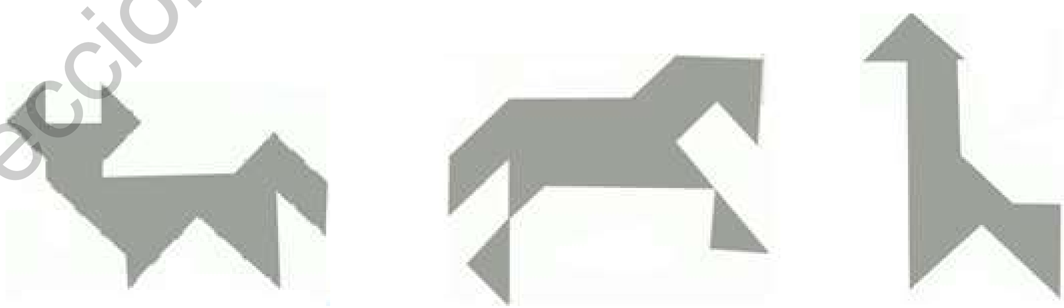
Respuesta: colibrí

- Orejas largas, rabo cortito, salto y corro muy ligerito



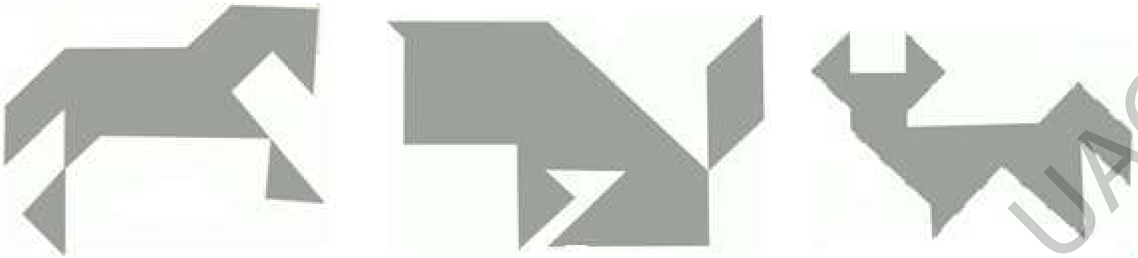
Respuesta: conejo

- Largo, largo su cuello es y tiene manchas en la piel. Si te digo más Sabrás quién es



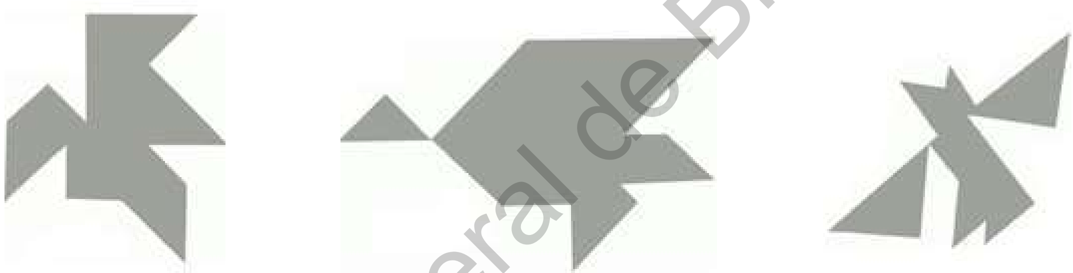
Respuesta: jirafa

- Tengo una melena, soy fuerte y muy veloz, abro la boca tan grande, que doy miedo con mi voz



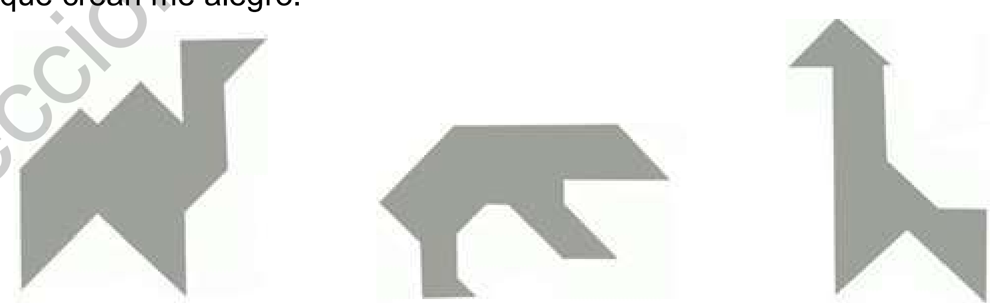
Respuesta: león

- Estudiante que estudias a la luz de la luna ¿qué animal tiene alas, pero no tiene plumas



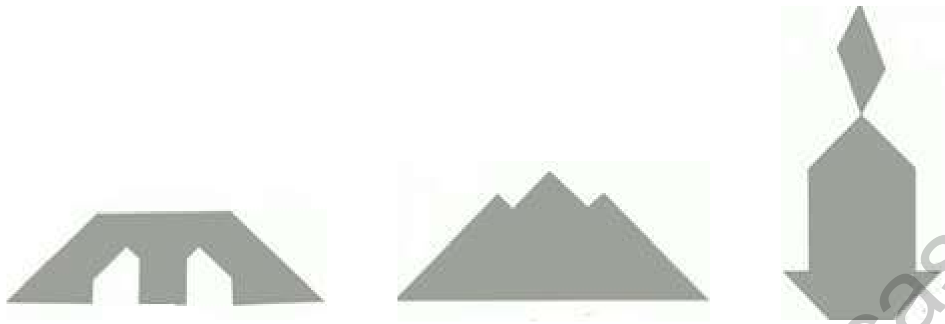
Respuesta: murciélago

- Me retratan a colores, pero salgo en blanco y negro, no soy de peluche más de lo que crean me alegro.



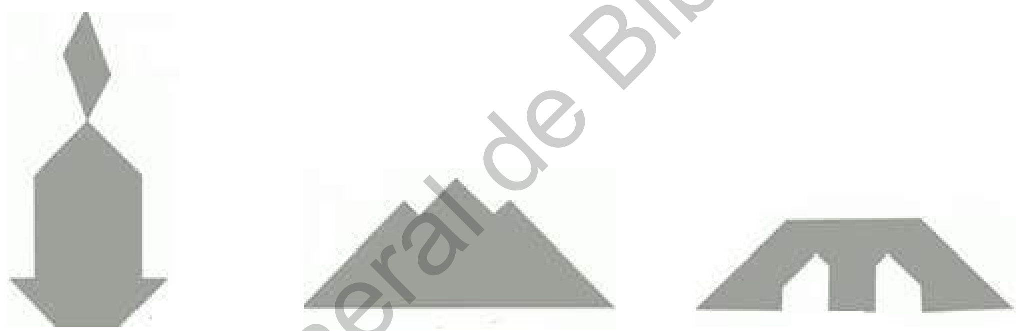
Respuesta: oso

- Lomos y cabeza tengo y aunque vestida no estoy, muy largas faldas mantengo.



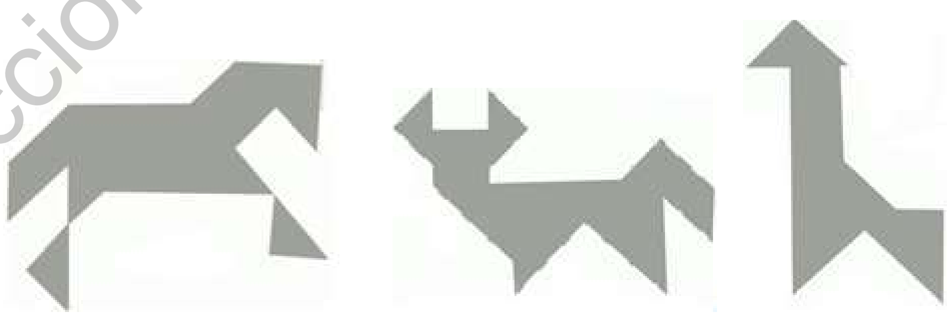
Respuesta: la montaña

- Tiene ojos y no es bajo, ríos y arroyuelos pasan por debajo.



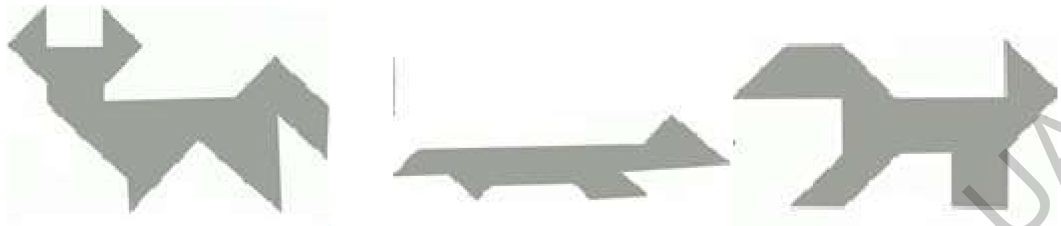
Respuesta: el puente

- Dos torres altas, dos miradores, un quita moscas, cuatro andadores



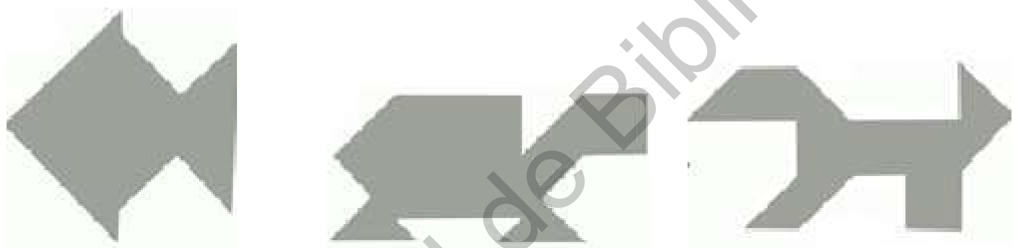
Respuesta: el toro

- De cierto animal di el nombre: es quién vigila la casa, quien avisa si alguien pasa y es fiel amigo del hombre



Respuesta: el perro

- Soy chiquitito, puedo nadar, vivo en los ríos y en alta mar.

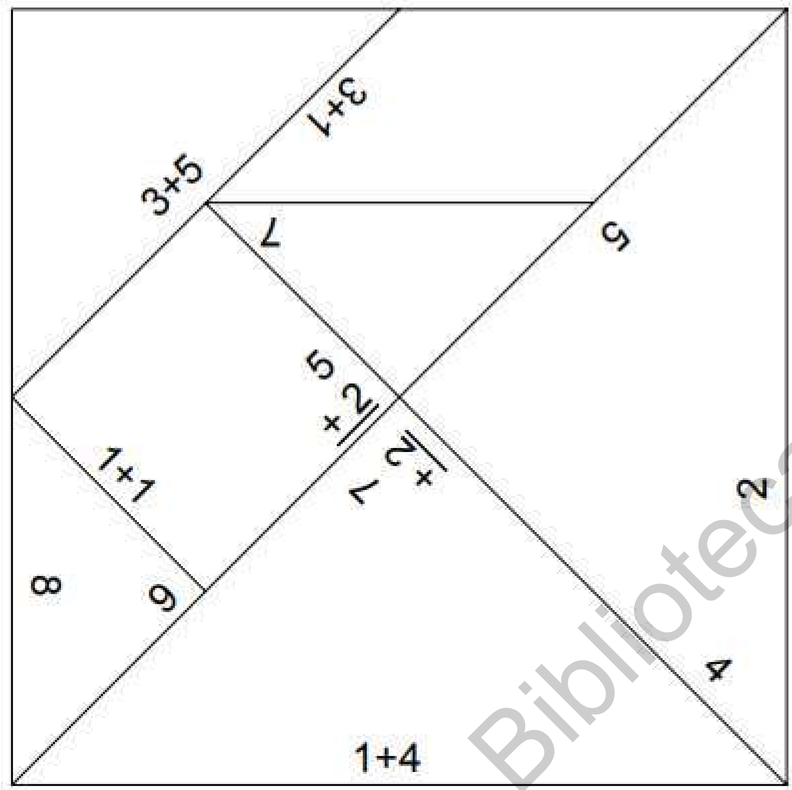


Respuesta: el pez

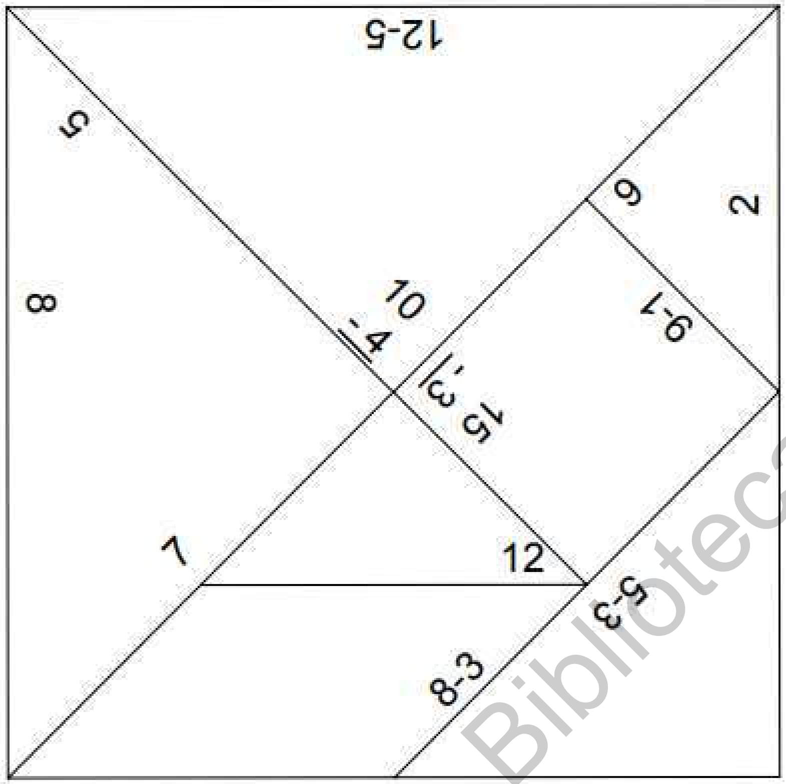
**3.2 ACTIVIDADES CON SUMA**

## Actividad 1

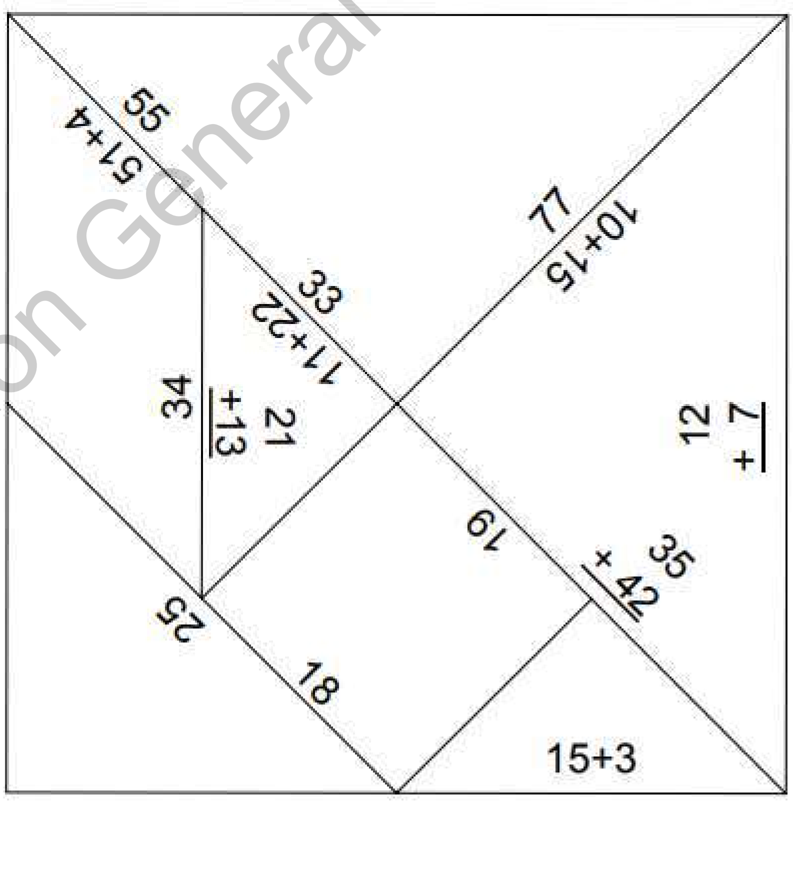
En esta primera actividad adivinaremos que figura se crea con el tangrama, pero para hacerlo habrá que resolver las operaciones y unir las operaciones con su resultado




¿Qué figura corresponde el tangrama?




¿Qué figura corresponde el tangrama?



¿Qué figura corresponde el tangrama?

Resolviendo las operaciones dentro del tangrama pasa al frente a resolver

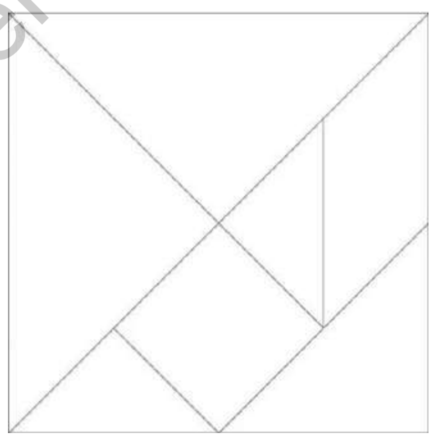
Discutir como llego a la respuesta cada pregunta debe ser contestada por un miembro diferente de cada equipo esto es para incentivar a cada alumno a participar.

## 3.3 ACTIVIDAD CON FRACCIONES

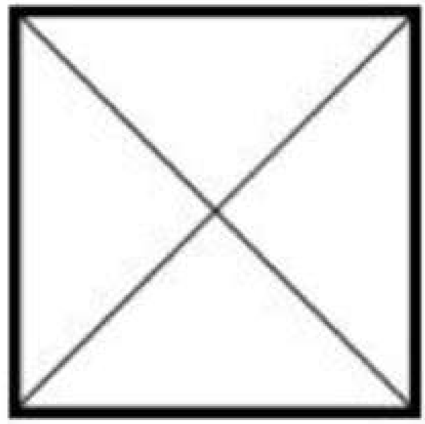
En esta segunda actividad tiene como objetivo que el alumno Comprender el uso de sumas y fracciones para la representación de partes de un total, Repasar conceptos básicos sobre fracciones, Comparación de fracciones usando distintos procedimientos. Obtener y entender a través de la comparación de piezas del Tangrama, el concepto de fracción equivalente, Aproximarse a una fracción sumando otras dadas, y Desarrollar la creatividad.

Cada alumno deberá de tener un tangrama en equipos contestar las preguntas y discutir sobre ellas

- Comparar la cantidad que ocupa cada pieza en relación con el cuadrado tomado como unidad, y determinar qué parte del total le corresponde a cada una.



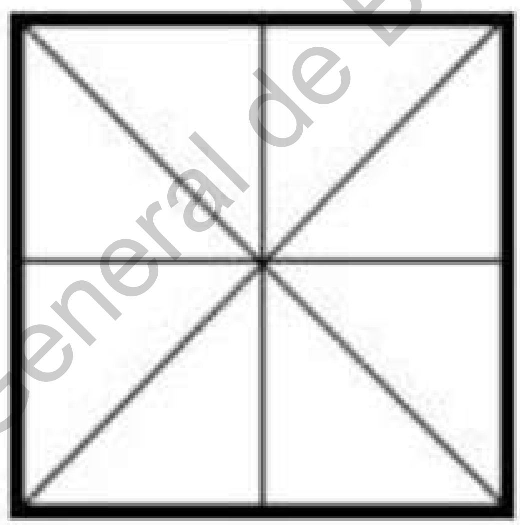
¿Cuántos triángulos grandes son necesarios para tener un cuadrado del mismo tamaño que “el cuadrado” hecho con las piezas del tangrama?



Si el cuadrado hecho por las 7 figuras es el equivalente a un entero

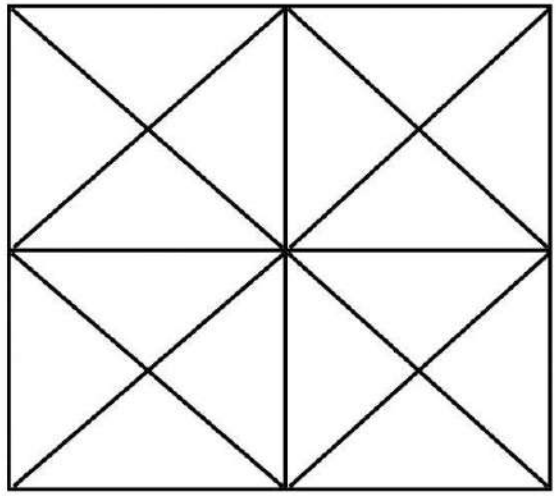
¿A cuánto equivale el triángulo grande del tangrama?

¿Cuántos triángulos medianos son necesarios para tener un cuadrado del mismo tamaño que “el cuadrado” hecho con las piezas del tangrama?



¿A cuánto equivale el triángulo mediano del tangrama?

¿Cuántos triángulos pequeños son necesarios para tener un cuadrado del mismo tamaño que el “el cuadrado” hecho con las piezas del tangrama?



¿A cuánto equivale el triángulo pequeño del tangrama?

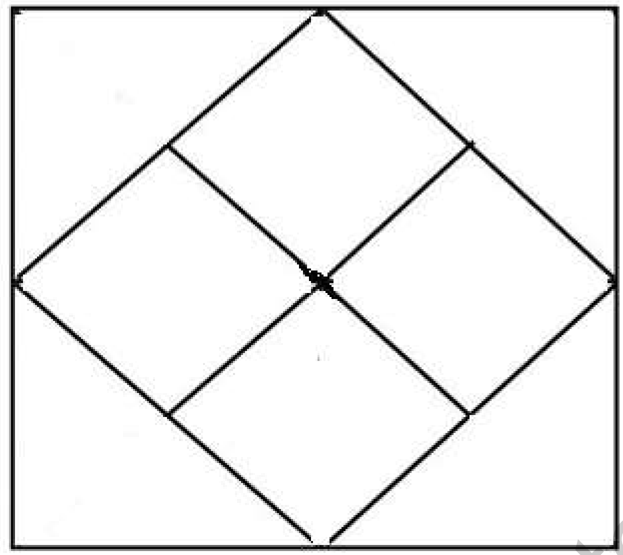
¿Cuántos triángulos pequeños se necesitan para hacer el cuadrado de las piezas del tangrama?

¿Cuántos triángulos pequeños se necesitan para hacer el triángulo mediano de las piezas del tangrama?

¿Cuántos triángulos pequeños se necesitan para hacer el paralelogramo de las piezas del tangrama?

Ahora bien, en estas 3 preguntas se hicieron para que se den cuenta de que 2 triángulos pequeños son equivalentes al cuadrado, al triangulo mediano y al paralelogramo por lo tanto el área del cuadrado = área del triángulo mediano= paralelogramo.

¿Cuántos cuadrados son necesarios para tener un cuadrado del mismo tamaño que el “El cuadrado” hecho con las piezas del tangrama?



¿A cuánto equivale el cuadrado del tangrama?

¿Cuántos paralelogramo son necesarios para tener un cuadrado del mismo tamaño que el “el cuadrado” hecho con las piezas del tangrama?

Se hace en este momento para ver si captaron la idea de que si el cuadrado el paralelogramo y el triángulo pequeño son de iguales áreas entonces la respuesta de cuantos paralelogramos se necesita ya la deberían de tener, si no se ve tan obvio el maestro debe a empezar a preguntar algunas preguntas de manera que le den pistas

Por último, completar la tabla:

| Piezas del tangrama | Cantidad para llenar la unidad | Porcentajes que representa cada pieza |
|---|---|---|
| Triangulo pequeño | 16 | 6.25% |
| Triangulo mediano | 8 | 12.5% |
| Triangulo grande | 4 | 25% |
| Cuadrado | 8 | 12.5% |
| Paralelogramo | 8 | 12.5% |

Respuesta

| Piezas del tangrama | Cantidad para llenar la unidad | Fracciones que representan cada una |
|---|---|---|
| Triangulo pequeño | 16 | 1/16 |
| Triangulo mediano | 8 | 1/8 |
| Triangulo grande | 4 | ¼ |
| Cuadrado | 8 | 1/8 |
| Paralelogramo | 8 | 1/8 |

Por último, usemos la actividad 1 pero de manera un poco diferente

### 3.4 MÁS ACTIVIDAD CON SUMAS Y RESTAS

En esta actividad se trata de hacer sumas, pero usando las figuras del tangrama

Tomando uno de los triángulos más grandes, se podrá hacer regresar un triángulo del mismo tamaño con las demás piezas del tangrama.

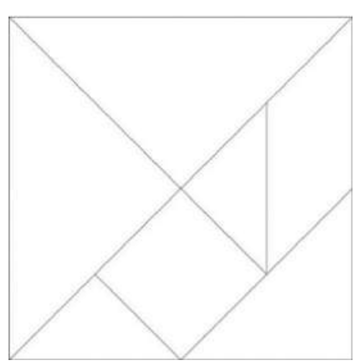
¿De cuantas maneras se puede recrear el triángulo más grande?

Este ejercicio en conjunto con las preguntas de las actividades previas en este momento los alumnos deben tener encuentra las respectivas equivalencias de las diferentes piezas del tangrama.

Primero para que entiendan los siguientes problemas se les mostrara el ejemplo más sencillo:

Formar el cuadrado con las piezas del tangrama.

Si el triángulo más pequeño es igual a 1 ¿qué valor daremos a las demás piezas?, a cuanto equivale el cuadrado completo



Esto abre un tema en el cual los alumnos en equipo deben discutir y dar sus diferentes respuestas y preguntar el cómo cada equipo llego a dicha respuesta, aunque este ejercicio es evidente para algunas personas existen algunos niños los cuales les cuesta un poco más de trabajo, pero con la suficiente paciencia y ejercitación con este tipo de ejercicios les resultara más fácil con el tiempo.

Se tomaran diferentes valores (2,3,4, 5, …, n) usando el triángulo pequeño de manera de que poco a poco los alumnos resuelvan diferentes sumas y con el tiempo el profesor notara que cada ver el tiempo para resolver los problemas se reducirá de manera muy rápida.

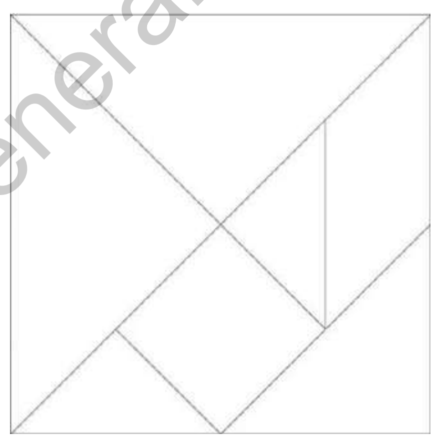
Subiendo un poco la dificultad ahora empezaremos a realizar sumas mezclando números enteros con fracciones, pero de manera fácil.

Si damos al cuadrado el valor 1, ¿qué valor daremos a las demás piezas?

Si damos al triángulo intermedio el valor 1, ¿qué valor daremos a las demás piezas?

Si damos al paralelogramo el valor 1, ¿qué valor daremos a las demás piezas?

Se les dará un valor de 1 por sencillez cuanto será el valor de todo el cuadrado de las piezas del tangrama.



Se tomaran diferentes valores (2,3,4, 5, …, n) usando el cuadrado, triangulo mediano o paralelogramo de manera de que poco a poco los alumnos resuelvan diferentes sumas, pero introduciendo unas pequeñas fracciones.

Por último, en esta actividad se le dará ahora el valor a triangulo grandes del tangrama ¿qué valor daremos a las demás piezas?, de esta manera estaremos sumando en su mayoría sumas de fracciones, recordando que el primer ejemplo es darle el valor de uno al triangulo grande.

Por último, Si damos al cuadrado grande (formado con todas las piezas del tangrama) el valor 1, ¿qué valor daremos a las demás piezas?

Formar todos los cuadrados de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangrama. Determinar los respectivos valores.

Formar todos los triángulos rectángulos de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangrama. Determinar los respectivos valores

Formar todos los rectángulos de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangrama. Determinar los respectivos valores.

Formar todos los paralelogramos de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangrama. Determinar los respectivos valores.

Cada una de estas actividades se debe dar dependiendo del grado de estudios de los alumnos.

Para terminar actividad usaremos el concepto que la de darle valores a las piezas dependiendo del grado de estudio de los alumnos.

# CAPITULO 4 TEOREMA DE PITAGORAS

## 4.1 Pitágoras, Matemático y filósofo griego

Pitágoras de Samos es descrito a menudo como el primer matemático puro. Es una figura extremadamente importante en el desarrollo de las matemáticas, aunque a diferencia de muchos matemáticos griegos posteriores, de los que al menos tenemos algunos de los libros que escribieron, no tenemos ninguno de los escritos de Pitágoras.

Existe un consenso bastante aceptable sobre los principales hechos de su vida, pero la mayoría de las fechas son discutibles, aportando fechas que difieren en unos 20 años.

El padre de Pitágoras fue Mnesarchus, mientras que su madre fue Pythais y era nativa de Samos. Mnesarchus fue un mercader que vino de Tiro, y existe una historia de que trajo el maíz a Samos en una época de hambruna y fue recompensado con la ciudadanía de Samos como señal de gratitud. Como niño Pitágoras pasó sus primeros años en Samos pero viajó mucho con su padre.

Los filósofos que influyeron en Pitágoras, y le introdujeron en las ideas matemáticas, fueron Tales y su pupilo Anaximandro, ambos de Mileto.

Se dice que Pitágoras fue a Egipto. Las crónicas de la etapa de Pitágoras en Egipto sugieren que visitó muchos de los templos y tomó parte en muchos debates con los sacerdotes, Pitágoras fue rechazado de todos los templos excepto del de Diospolis en el que fue aceptado en el sacerdocio tras completar los ritos necesarios para su admisión.

Las creencias de Pitágoras, aquellas que más adelante impondría en la sociedad que estableció en Italia, con las costumbres que encontró en Egipto. Pitágoras aprendió geometría de los egipcios, pero es probable que ya estuviera familiarizado con la geometría, ciertamente tras las enseñanzas de Tales y Anaximandro.

En el 525 a. C Cambyses II, el rey de Persia, invadió Egipto Pitágoras fue hecho prisionero y llevado a Babilonia. Jámblico escribe que Pitágoras: fue transportado por los seguidores de Cambyses como prisionero de guerra. Mientras estuvo allí se asoció de corazón con los Magoi (Magos) ... y fue instruido en sus ritos sagrados y aprendió sobre un místico culto de los dioses. También alcanzó la cima en aritmética y música y las otras ciencias matemáticas enseñadas por los babilonios.

Alrededor del 520 a. C Pitágoras abandonó Babilonia y regresó a Samos. Polícrates había sido asesinado alrededor del 522 a. C y Cambyses murió en el verano del 522 a.C. Las muertes de estos gobernantes pueden haber sido un factor en el regreso de Pitágoras a. Esto entra en conflicto con las crónicas de Porfirio y de Diógenes Laercio que afirman que Polícrates todavía controlaba Samos cuando Pitágoras regresó allí.

De regreso a Samos fundó una escuela que fue llamada el semicírculo. se mantenían reuniones donde se discutían cuestiones sobre el bien, la justicia y la oportunidad. Fuera de la ciudad hizo de una cueva el lugar privado para su enseñanza filosófica particular, empleando la mayor parte de la noche y del día allí e investigando en los usos de las matemáticas.

Pitágoras abandonó Samos y fue al sur de Italia alrededor del 518 a.C.

Los Samianos no estaban muy contentos con este método y le trataron de una manera irrespetuosa e incorrecta.

Pitágoras fundó una escuela filosófica y religiosa en Crotón (ahora Crotona, en el este del talón del sur de Italia) que tuvo muchos seguidores. Pitágoras fue la cabeza de la sociedad con un círculo cercano de seguidores conocido como los matematikoi. Los matematikoi vivían permanentemente con la Sociedad, no tenían posesiones personales y eran vegetarianos. Fueron enseñados por el mismo Pitágoras y obedecían estrictas reglas.

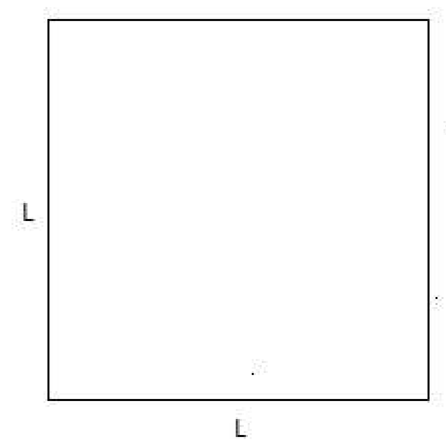
La prueba no es clara al igual que el dónde y el cuándo ocurrió la muerte de Pitágoras. Ciertamente la Sociedad Pitagórica se expandió rápidamente tras el 500 a. C, se convirtió en política en su naturaleza y se dividió en gran número de facciones. En el 460 a.C. la Sociedad fue violentamente suprimida. Aquellos que sobrevivieron se refugiaron en Tebas y otros lugares. Algunos pitagóricos se exiliaron a Tarento donde se fundó su tercera escuela.

Por supuesto hoy recordamos particularmente a Pitágoras por su famoso teorema geométrico. Aunque el teorema, ahora conocido como de Pitágoras, era conocido para los babilonios 1000 años antes, él puede haber sido en primero en probarlo.

Ante todo, sin embargo, Pitágoras fue un filósofo. Además de sus creencias sobre los números, la geometría y la astronomía descritos arriba, el mantuvo otras enseñanzas filosóficas y éticas y prescribía ciertas prácticas de culto secreto. En sus prácticas morales, los pitagóricos fueron famosos por su mutua amistad, altruismo y honestidad.

## 4.2 DEMOSTRACIONES DEL TEOREMA DE PITAGORAS

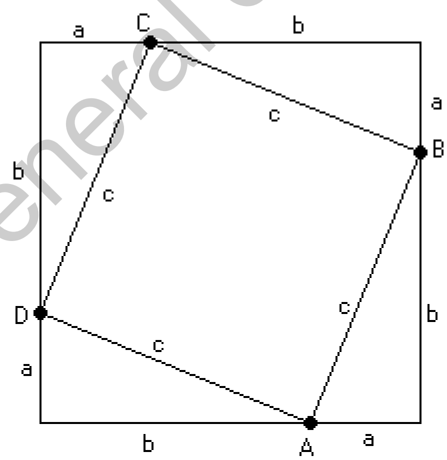
Partimos de la consideración del área de un cuadrado de lado L




Si consideramos el cuadrado de la Figura se tiene que el área se expresa como:

1. $A=L^2$

Dividiendo el área de la figura en un cuadrado de lado ***c*** y en cuatro triángulos rectángulos de lados ***a*** y ***b*** respectivamente




L=a+b

Asimismo, se tiene que las áreas de la figura son exactamente igual al área de la Ec. 1, es decir

$$A=L^2=c^2+4(\frac{ab}{2})$$

$$L^2=c^2+4(\frac{ab}{2})$$

Por otro lado, se tiene que:

$$(a+b)^2 = c^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right)$$

Desarrollando el lado izquierdo de la ecuación se tiene:

$$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$$

$$a^2+2ab-2ab+b^2=c^2+2ab-2ab$$

$$a^2+(2ab-2ab)+b^2=c^2+(2ab-2ab)$$

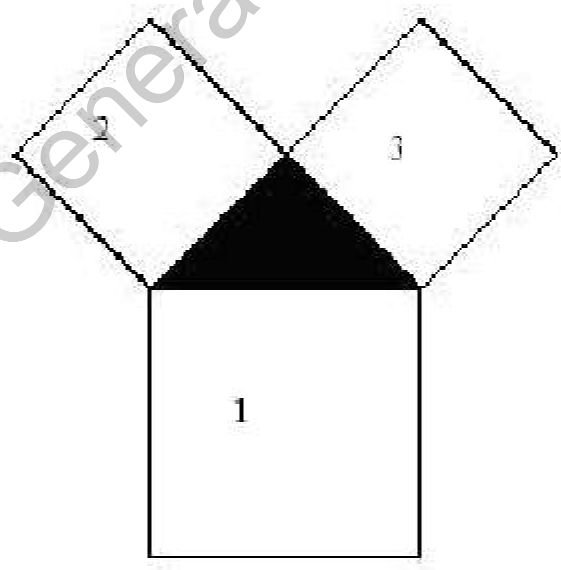
$$a^2+(0)+b^2=c^2+(0)$$

$$a^2+b^2=c^2$$

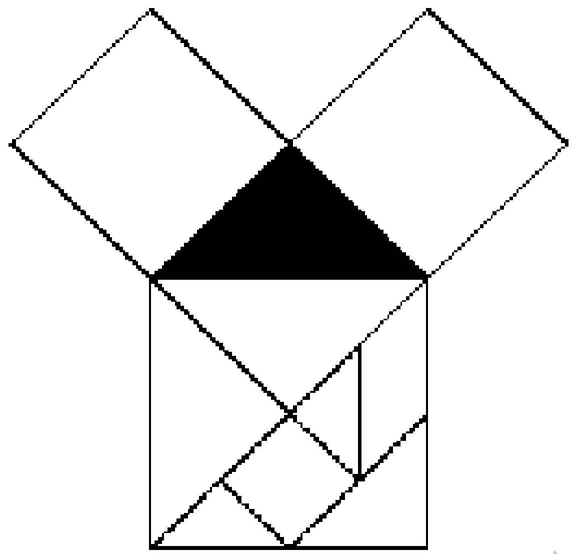
**DEMOSTRACION CON TANGRAMA**

**Actividad 1**

En equipos usando las piezas del Tangrama deben probar que el área del cuadrado 1 es igual a la suma de las áreas de los cuadrados 2 y 3, es decir que el área del triángulo 1 es igual a la suma del triángulo 2 y 3




Cada paso que se da en esta en esta actividad debe ser discutido entre los diferentes equipos de manera que el profesor cuide de los argumentos que los diferentes equipos presenten.



Esta actividad está pensada de manera que los alumnos comprendan de manera divertida  el concepto y formula del teorema de Pitágoras, y que tengan un mejor entendimiento de él.

**Actividad 2**

En esta actividad los alumnos con la ayuda del maestro y demás compañeros deben contestar las siguientes preguntas recordando que todo lo que se vea debe ser escrito en sus cuadernos ya que todo esto se usara para más actividades

1. Suponiendo que el lado del cuadrado pequeño mide 1 cm de longitud, halla el perímetro de cada una de las piezas del Tangrama. (Tienen que dibujarlo y calcularlo en sus cuadernos). Utiliza teorema de Pitágoras.

2. Indica cuáles son los polígonos iguales del Tangrama, y cuáles son semejantes. En los semejantes halla la razón de semejanza

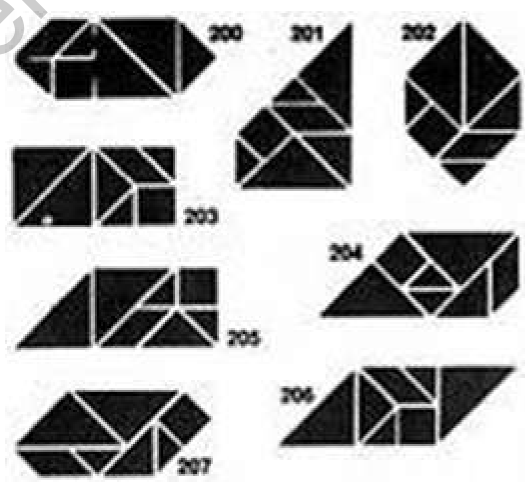
3. Fíjate en los resultados de las áreas y de los perímetros de los polígonos del Tangrama y contesta: dos figuras que tengan el mismo perímetro ¿tendrán la misma área?

**Actividad 3**

1. Actividad de investigación: Construye la figura de mayor y la de menor perímetro utilizando las 7 piezas del Tangrama, con la condición de que las piezas en contacto tengan siempre el lado común del mismo tamaño (Sólo por el vértice no vale).
   Esta actividad la pueden preparar en clase manipulando las piezas del Tangrama, copiando la figura en el cuaderno y haciendo en casa los cálculos de los perímetros.

2. Utilizando todas las piezas del Tangrama y teniendo en cuenta que no se puede montar una pieza sobre otra, trata de conseguir las siguientes figuras Recordando estas siguientes piezas son una sugerencia puede poner otras piezas en este ejercicio


3. Cual es el perimetro de estas figuras tomando que el lado del cuadrado pequeño mide 1



El proyecto de tangrama se puso en práctica en la casa de vinculación social ubicada en carrillo puerto, en el cual se impartió como un taller para apoyar a los estudiantes de diferentes grados, usando diferentes actividades con tangrama y otros juegos.

Lo primero que se presentó a los estudiantes fue una introducción sobre la historia del tangrama que a los estudiantes les agrado ya que en lo que platicaba sobre la historia del tangrama ellos trataban de hacer la figura más básica del tangrama (el cuadrado).

Después de que los alumnos lograran hacer el cuadrado con el marco lo siguiente es tratar de hacerlo sin el marco después de hacer el cuadrado empezaron hacer diferentes figuras geométricas, después la actividad que se propuso ahora fueron adivinanzas usando las figuras que se aprendieron a hacer en ese día.

# CAPITULO 5 EL TANGRAMA Y LA CONVEXIDAD

## 5.1 13 FIGURAS CONVEXAS

En 1942, Fu Traing Wang y Chuan-Chih Hsiung, de la Universidad Nacional de Chekíang, demostraron que en el tangrama sólo se pueden construir un máximo de 13 figuras convexas.

Cualquier figura compuesta por las piezas del tangrama puede ser dividida en un total de 16 triángulos isósceles de ángulo recto. Llamaremos lados racionales a los dos lados más cortos y lado irracional al más largo. A partir de aquí, Fu Traing Wang y Chuan-Chih Hsiung argumentaron del siguiente modo:

Cualquier polígono convexo formado con las piezas del tangrama cumple que cada lado racional de cualquier triángulo básico que lo compone se apoya en un lado racional de otro triángulo básico o pertenece al perímetro del polígono.

Todas las piezas del tangrama son

- Triángulos cuyos lados racionales (del mismo tipo) forman un ángulo recto y los lados de diferente tipo forman ángulos agudos.
- Un cuadrado cuyos lados son todos racionales (del mismo tipo) y forman ángulos rectos
- Un romboide cuyos ángulos son agudos y obtusos y cuyos lados son racionales e irracionales (de distinto tipo) de forma alterna.

Llamaremos lados racionales del polígono convexo a los que están formados por los lados racionales de los triángulos básicos y lados irracionales a los que están formados por lados irracionales, entonces dos lados consecutivos son del mismo tipo (racionales o irracionales) cuando forman un ángulo recto (90º = 45º + 45º), y diferentes cuando forman un ángulo agudo (45º) u obtuso (135º = 90º + 45º = 45º + 45º + 45º).

Si llamamos **n** al número de ángulos y, por lo tanto, también de lados del polígono, **p** al número de ángulos agudos, **q** al número de ángulos rectos, y **r** al número de ángulos obtusos tenemos que

$$p + q + r = n$$

Como la suma de todos los ángulos de un polígono convexo de n lados es igual a

$$180(n - 2)$$

tenemos que

$$45p + 90q + 135r = 180(n - 2)$$

y si eliminamos r nos queda(igualamos)

$$r=n-p-q$$

sustituimos en

$$45p+90q+135r=180(n-2)$$

$$45p+90q+135(n-p-q)=180(n-2)$$

$$45p+90q+135n-135p-135q=180n-360$$

$$-90p-45q+135n=180n-360$$

$$-90p-45q=180n-135n -360$$

$$-90p-45q=45n -360$$

$$-45(2p + q) = 45(n-8)$$

$$2p + q = 8 - n$$

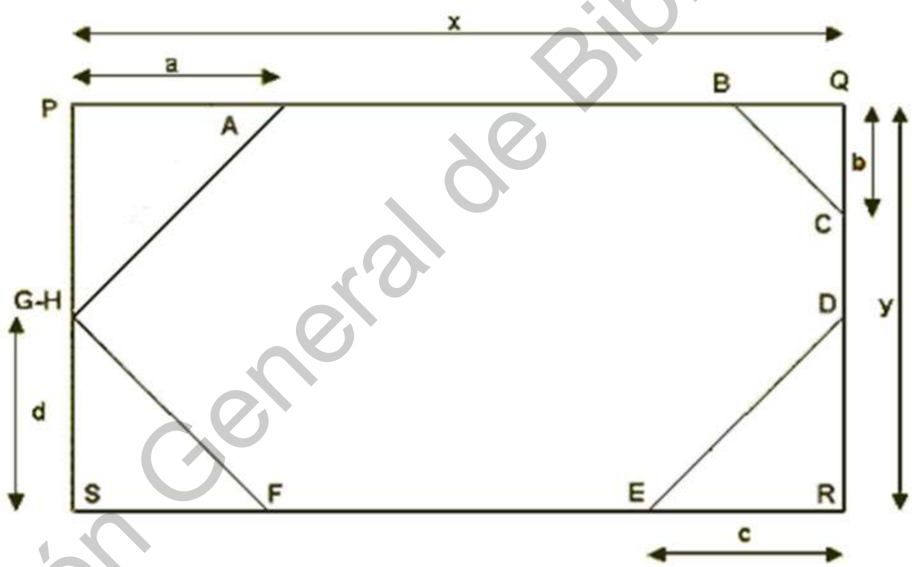
Como p y q tienen que ser iguales o mayores que 0, el polígono podrá tener un máximo de ocho lados y, desde luego, un mínimo de tres lados. Además, los valores de p, q, r y n, se limitan a un número reducido de posibilidades

- ocho lados con ocho ángulos obtusos
- siete lados con un ángulo recto y seis obtusos
- seis lados con dos ángulos rectos y cuatro obtusos
- seis lados con un ángulo agudo y cinco obtusos
- cinco lados con tres ángulos rectos y dos obtusos

- cinco lados con un ángulo recto, uno agudo y tres obtusos
- cuatro lados con cuatro ángulos rectos (cuadrado y rectángulo)
- cuatro lados con dos agudos y dos obtusos
- cuatro lados con dos ángulos rectos, uno agudo y uno obtuso y
- tres lados con un ángulo recto y dos agudos (triángulo)

Si en cada caso tenemos en cuenta el número de lados y el número de ángulos que no son rectos, observamos que en ningún polígono convexo tendremos más de cuatro lados irracionales.

Por lo tanto, podemos inscribir cualquiera de estos polígonos convexos dentro de un rectángulo (PQRS), de forma que los lados racionales del polígono ABCDEFGH coincidan con los lados del rectángulo (si todos los lados del polígono son irracionales entonces el polígono y el rectángulo sólo tienen en común los "vértices" del primero).




Si suponemos que la longitud del lado PQ es igual a x veces la longitud del lado racional del triángulo básico, y que para el lado PS es igual a y veces, tendremos que el área del rectángulo PQRS es igual al área del triángulo básico multiplicado por 2xy.

Si los lados irracionales (HA, BC, DE y FG) del polígono convexo tienen una longitud igual a la longitud del lado irracional del triángulo básico multiplicada por a, b, c y d respectivamente (con la posibilidad de que a, b, c o d pueden valer cero), tendremos que el área de los triángulos PAH, BQC, DRE y FSG es igual a las área de los triángulos básicos multiplicadas por $a^2$, $b^2$, $c^2$ y $d^2$ respectivamente.

Puesto que el polígono está compuesto por 16 triángulos básicos, se deduce que

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2xy - 16,$$
cuando a + b £ x, c + d £ x, a + d £ y, b + c £ y.

Con las soluciones enteras no negativas de esta ecuación resolvemos el problema original.

Para acotar el problema podemos suponer que la base del rectángulo PQRS es mayor que su altura, es decir, x □y. También podemos suponer que 0 < x £ 16 porque estos son los casos extremos (que no pueden alcanzarse) correspondientes a que la base del rectángulo PQRS esté formada desde 1 triángulo básico hasta los 16 triángulos básicos.

| X | Y | A | b | c | d | Polígono número |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x = 3 | y = 3 | a = 0 | b = 1 | c = 0 | d = 1 | **1** |
| x = 3 | y = 3 | a = 1 | b = 0 | c = 0 | d = 1 | **2** |
| x = 4 | y = 2 | a = 0 | b = 0 | c = 0 | d = 0 | **3** |
| x = 4 | y = 3 | a = 0 | b = 0 | c = 2 | d = 2 | **4** |
| x = 4 | y = 3 | a = 2 | b = 0 | c = 2 | d = 0 | **5** |
| x = 4 | y = 4 | a = 0 | b = 4 | c = 0 | d = 0 | **6** |
| x = 4 | y = 4 | a = 2 | b = 2 | c = 2 | d = 2 | **7** |
| x = 5 | y = 2 | a = 0 | b = 0 | c = 0 | d = 2 | **8** |
| x = 5 | y = 2 | a = 1 | b =1 | c =1 | d = 1 | **9** |
| x = 5 | y = 3 | a = 0 | b = 1 | c = 2 | d = 3 | **10** |
| x = 5 | y = 3 | a = 0 | b = 2 | c = 1 | d = 3 | **11** |
| x = 6 | y = 2 | a = 0 | b = 0 | c = 2 | d = 2 | **12** |
| x = 6 | y = 2 | a = 0 | b = 2 | c = 0 | d = 2 | **13** |

## Bibliografía consultada


GARNER, M. Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas, 1 ed. Editorial RBA. Buenos Aires, Argentina. 2008.

MARTÍNEZ CRIADO, G. El Juego y el Desarrollo Infantil. Editorial Octaedro. 1998

PIAGET, J. Génesis del número. Editorial Guadalupe. Buenos Aires, Argentina. 1967

TORRES, R: GOMEZ G. El tangrama y las matemáticas. Cuaderno No. 16. Taller de apoyo Didáctico. Universidad de Guanajuato. 1995.

TORRES R. Material didáctico de matemática recreativa. Antología de lecturas. Manuscrito. Julio 2014.

LIBROS EN PDF EN LÍNEA:

http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Havana/images/raquelfores.pdf

https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_tfm_estudio_del_trabajo.pdf?sequence=1

http://libertario.arte.bo/biblioteca/sites/default/files/2017-12/DANIIL%20ELKONIN_.pdf

http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/86/Lopez-Michael.pdf