



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
Facultad de Ingeniería
Maestría En Ciencias (Geotecnia)

Modelo general de suelos no saturados totalmente acoplado

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Maestro en Ciencias (Geotecnia)

Presenta:

Ing. Juan Pablo Enríquez Haro

Dirigido Por:

Dr. Eduardo Rojas González

Dr. Eduardo Rojas González
Presidente

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel
Secretario

Dra. María de la Luz Pérez Rea
Vocal

Dra. Teresa López Lara
Suplente

Dr. Omar Chávez Alegría
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.
Diciembre, 2020
México

RESUMEN

La mecánica de suelos no saturados contempla todos esos tipos de suelos en los que las tres fases están presentes: líquida, sólida y gaseosa. Por lo tanto, este tipo de material es muy susceptible a cambios de humedad, lo que conduce a variaciones en su volumen. Por lo tanto, los fenómenos hidráulicos ligados a los ciclos de humedecimiento-secado, tienen gran influencia sobre las propiedades mecánicas e inversamente. Así que, la modelación del comportamiento de suelos no saturados requiere el desarrollo de modelos acoplados hidromecánicos.

Distintos modelos que toman en cuenta el fenómeno del acoplamiento se han desarrollado, tales como el de la histéresis de las curvas de retención suelo-agua, la influencia tanto del grado de saturación en la resistencia del suelo como el del endurecimiento por succión, entre otros. Estos modelos se basan en diferentes teorías o principios. Sin embargo, aquellos que tienen como base el principio de los esfuerzos efectivos y la teoría del estado crítico han mostrado mejores resultados que los de otros modelos. En este trabajo se muestra la base de un modelo acoplado del estado crítico que incluye el concepto de la superficie límite. Los datos numéricos se obtienen por medio de la programación del modelo en código Matlab®. La comparación de los resultados numéricos y experimentales demuestra la efectividad del modelo propuesto.

ABSTRACT

Unsaturated soils mechanics considers all soils showing the three phases: liquid, solid and gaseous. Therefore, this type of material is very susceptible to changes in water content, which leads to volume variations. Therefore, the hydraulic phenomena during wetting-drying cycles have great influence on the mechanical properties and vice-versa. Hence, modeling the behavior of unsaturated soils requires the development of hydromechanical coupled models.

Different models taking into account the coupling phenomena have been developed, such as hysteresis of soil-water retention curves, the influence of both the degree of saturation on soil resistance and suction hardening, among others. These models are based on different theories or principles. However, those based on the principle of effective stresses and critical state theory have shown better results than other models. This work shows the basis of a critical state coupled model that includes the boundary surface concept. Numeric data is obtained by programming the model in a Matlab® code. Comparison of numerical and experimental results demonstrates the effectiveness of the proposed model.

DEDICATORIA

A mis padres, Alicia Haro Flores y Pablo Enríquez Herrera

Quienes a lo largo de mi vida me han apoyado en cualquier cosa que haga, trabajando duro para darme todas las herramientas morales y materiales necesarias para desarrollarme personal y profesionalmente. No hay palabras que describan el orgullo que siento por ustedes, así como lo agradecido que estoy con la vida de haberlos tenido como padres.

A mis abuelos, María Modesta Flores Ovalle y José Ángel Haro Prado †

Quienes siempre creyeron en mí sin importar las circunstancias, me inculcaron los valores necesarios para ser una persona de bien y por encima de todo habernos dado a mis hermanos y a mí todo el cariño y amor que pueden dar los abuelos a sus nietos. Dedicado a la memoria de mi abuelo quien siempre será recordado por su agradable compañía y sus excelentes consejos.

A mis hermanos, Héctor Manuel Enríquez Haro y Sergio Enríquez Haro

Que siempre estuvieron al tanto de mí a pesar de encontrarme lejos y quienes indirectamente me motivaron a ser un buen ejemplo para ustedes.

A mi esposa, Marisol Delgado Ramírez

Gracias por apoyarme en todos los proyectos de los que he sido parte desde que te conozco, por darme todo tu amor y confianza, por estar ahí siempre que necesito de tu apoyo, pero sobre todo por ser la mejor compañera, amiga, novia y esposa que pude haber tenido en esta vida.

AGRADECIMIENTOS

A todos mis amigos, especialmente a Juan Carlos Corral Rios, por haberme animado a ingresar al posgrado y apoyarme siempre que lo necesité.

A mis compañeros y nuevos amigos, Javier Ramírez Jiménez y Fernanda Nayeli Ortega Rojas, por haberme instruido cuando desconocía de algún tema y por hacer amenos todos los días en los cubículos, salones y laboratorios de la facultad.

A mi director de tesis, el Dr. Eduardo Rojas González, por ser un modelo a seguir para todos sus alumnos y por ser un excelente mentor durante esta investigación, sin su supervisión ni su vasto conocimiento este proyecto no podría haberse llevado a cabo.

A la Dra. María de la Luz Pérez Rea, por ser una gran docente, siempre estar de acuerdo a la hora de resolver cualquier duda y también por siempre tener la disposición para dar consejos a sus alumnos cada vez que se necesita.

Al Dr. Jaime Horta Rangel, por todo el conocimiento compartido en sus clases y fuera de ellas, además de siempre estar dispuesto a apoyar a los alumnos con sus dudas y problemas.

A la Dra. Teresa López Lara, por todos los consejos y comentarios dados en su materia para ayudarnos a desenvolvemos de mejor manera en el campo laboral.

Al Dr. Omar Chávez Alegría, por apoyarme durante el proceso de admisión en el proyecto requerido para ingresar a esta maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada, la cual fue un apoyo económico indispensable durante el curso de este posgrado.

INDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	I
ABSTRACT.....	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS.....	IV
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	IX
GLOSARIO	XIII
INTRODUCCIÓN	1
Justificación	1
Formulación del Problema.....	2
Hipótesis.....	4
Objetivos.....	4
Objetivos Específicos	4
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	5
Suelo	5
Suelo saturado	6
Suelo no saturado	8
Succión.....	11
Curvas de retención suelo-agua.....	13
Ecuación general de Van Genuchten, 1980	15
Teoría del estado crítico	16
Teoría de la superficie límite.....	18
MODELOS SIMILARES.....	20
Modelo de Vaunat <i>et. al.</i>	21
Modelo de Khalili <i>et. al.</i>	22
Curva de retención de agua del suelo.....	24
Ecuaciones gobernantes.....	25
Modelo de Zhou & Sheng.....	28
Modelo de Ma <i>et. al.</i>	30
Superficie de fluencia.....	30
Comportamiento hidráulico	31

Modelo de Yao <i>et. al.</i>	33
Modelo de Rojas	34
Parte hidráulica	35
Parte mecánica	35
METODOLOGÍA	40
Modelo mecánico	40
Modelo hidráulico	50
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	53
Parámetros del modelo.....	54
Parámetro de endurecimiento	57
Comparación de un suelo loessial colapsable inalterado.....	58
Simulaciones	60
Succión constante de 0 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.....	61
Succión constante de 50 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.....	63
Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa.....	64
Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa.....	66
Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.....	68
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa.....	70
Succión constante de 300 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa.....	72
Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa.....	74
Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 150 kPa.....	76
Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa.....	78
Resumen de resultados.....	80
Comparación de un limo eólico no saturado.....	83
Simulaciones	83
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa.....	84
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa.....	86
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa.....	88
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.....	90
Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 600 kPa.....	92
Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa.....	94
Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa.....	96
Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa.....	98

Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa.....	100
Resumen de resultados.....	102
Comparación de un gneis residual no saturado	105
Simulaciones	106
Esfuerzo confinante de 25 kPa	107
Esfuerzo confinante de 100 kPa	109
Esfuerzo confinante de 200 kPa	111
Esfuerzo confinante de 400 kPa	114
Esfuerzo confinante de 600 kPa	116
Esfuerzo confinante de 800 kPa	118
Resumen de resultados.....	121
Revisión de Precisión de los Modelos	123
Modelo de Khalili <i>et. al.</i>	124
Modelo de Ma <i>et. al.</i>	124
Modelo de Yao <i>et. al.</i>	125
Modelo de Rojas	125
Modelo Propuesto	126
CONCLUSIONES	129
RECOMENDACIONES	131
REFERENCIAS	132
ANEXOS.....	138
Anexo A (Código de programación del modelo del estado crítico)	138
Anexo B (Código de programación del algoritmo de (Zhou <i>et al.</i> , 2012)).....	150

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 – Clasificación del suelo por tamaño de partículas (Rucks et al., 2004).	6
Tabla 2 – Ecuaciones de esfuerzos efectivos para suelos no saturados (Nelson & Miller, 1997).	10
Tabla 3 – Concentración de soluciones salinas para cálculo de succión en suelos (ASTM D5298, 2016).	12
Tabla 4 – Métodos experimentales para medición de la succión en suelos (Verdín Montes, 2018).	13
Tabla 5 – Parámetros usados en el modelo (Vaunat et al., 2000).	22
Tabla 6 – Parámetros usados en el modelo (Khalili et al., 2008).	28
Tabla 7 – Parámetros usados en el modelo (Zhou & Sheng, 2015).	29
Tabla 8 – Parámetros usados en el modelo (Ma et al., 2016).	33
Tabla 9 – Parámetros usados en el modelo (Yao et al., 2016).	34
Tabla 10 – Parámetros usados en el modelo (Rojas González, 2018).	39
Tabla 11 – Parámetros utilizados en el modelo.	54
Tabla 12 – Consideraciones para algunos parámetros.....	55
Tabla 13 – Cantidad total de parámetros de los modelos	56
Tabla 14 – Cantidad de parámetros mecánicos de los modelos.....	56
Tabla 15 – Esfuerzos aplicados en las pruebas (Garakani et al., 2015).	60
Tabla 16 - Valores de los parámetros para simulaciones.	61
Tabla 17 – Esfuerzos aplicados en las pruebas (Cui & Delage, 1996).	83
Tabla 18 – Valores de los parámetros para simulaciones.	84
Tabla 19 – Esfuerzos aplicados en las pruebas (Futai & Almeida, 2005).	106
Tabla 20 – Valores de los parámetros para simulaciones.	106
Tabla 21 – Valores de error porcentual de q, Eq y Ev para (Uchaipichat, 2005).	124
Tabla 22 – Valores de error porcentual de q, Eq y Ev para (Ma et al., 2016).	125
Tabla 23 – Valores de error porcentual de q, Eq y Ev para (Mitchell, 1972).	125
Tabla 24 – Valores de error porcentual de q, Eq y Ev para (Cui & Delage, 1996).	126

Tabla 25 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Garakani et al., 2015).	127
Tabla 26 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Cui & Delage, 1996).	127
Tabla 27 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v del modelo del estado crítico para (Futai & Almeida, 2005).	128
Tabla 28 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v del modelo propuesto para (Futai & Almeida, 2005).	128

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Representación de un suelo saturado (Sáez Camacho, 2017).....	7
Figura 2 – Representación gráfica de los esfuerzos efectivos en un suelo saturado. (González Haramboure, 2015).....	8
Figura 3 – Representación de un suelo no saturado (Sáez Camacho, 2017).....	9
Figura 4 – Ejemplo de histéresis en curvas principales de retención del suelo.	14
Figura 5 – Representación de la línea del estado crítico en un plano $p'-q$ (Suebsuk et al., 2011).....	17
Figura 6 – Marco elastoplástico para simular los fenómenos de colapso y expansión (Rojas González, 2018).	38
Figura 7 – Formas de la elipse en un plano $p'-q$	41
Figura 8 – Ejemplo de un suelo normalmente consolidado.	42
Figura 9 – Ejemplo de un suelo ligeramente preconsolidado.	43
Figura 10 – Ejemplo de un suelo altamente preconsolidado.	44
Figura 11 – Superficie límite, superficie de carga y mapeo de esfuerzos (Rojas et al., 2019).....	46
Figura 12 – Ejemplo de los comportamientos del suelo en un plano $E_q - q$	49
Figura 13 – Ejemplo de los comportamientos del suelo en un plano $E_q - E_v$	49
Figura 14 – Fronteras de humedecimiento y secado y ley de escaneo (Zhou et al., 2012).....	52

Figura 15 – Superficie de fluencia y consideraciones para p_i y p_0	53
Figura 16 – Comparación del uso de w en un plano $Eq - q$	57
Figura 17 – Comparación del uso de w en un plano $Eq - Ev$	58
Figura 18 – Curvas de retención de un suelo loessial (Garakani et al., 2015).....	59
Figura 19 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	61
Figura 20 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	62
Figura 21 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	62
Figura 22 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	63
Figura 23 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	64
Figura 24 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	64
Figura 25 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	65
Figura 26 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	65
Figura 27 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	66
Figura 28 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	67
Figura 29 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	67
Figura 30 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	68
Figura 31 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	69
Figura 32 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	69
Figura 33 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	70
Figura 34 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	71
Figura 35 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	71
Figura 36 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	72
Figura 37 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	73
Figura 38 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	73
Figura 39 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	74
Figura 40 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	75
Figura 41 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	75
Figura 42 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	76
Figura 43 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	77

Figura 44 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	77
Figura 45 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	78
Figura 46 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	79
Figura 47 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	79
Figura 48 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	80
Figura 49 – Resultados en un plano $Eq - q$ para ensayos con succiones de 0, 50 y 100 kPa.....	81
Figura 50 – Resultados en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con succiones de 0, 50 y 100 kPa.....	81
Figura 51 – Resultados en un plano $Eq - q$ para ensayos con succiones de 200, 300 y 400 kPa.....	82
Figura 52 – Resultados en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con succiones de 200, 300 y 400 kPa.....	82
Figura 53 – Superficie de fluencia del modelo.....	85
Figura 54 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	85
Figura 55 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	86
Figura 56 – Superficie de fluencia del modelo.....	87
Figura 57 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	87
Figura 58 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	88
Figura 59 – Superficie de fluencia del modelo.....	89
Figura 60 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	89
Figura 61 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	90
Figura 62 – Superficie de fluencia del modelo.....	91
Figura 63 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	91
Figura 64 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	92
Figura 65 – Superficie de fluencia del modelo.....	93
Figura 66 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	93
Figura 67 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	94
Figura 68 – Superficie de fluencia del modelo.....	95
Figura 69 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	95

Figura 70 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	96
Figura 71 – Superficie de fluencia del modelo.	97
Figura 72 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	97
Figura 73 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	98
Figura 74 – Superficie de fluencia del modelo.	99
Figura 75 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	99
Figura 76 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	100
Figura 77 – Superficie de fluencia del modelo.	101
Figura 78 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	101
Figura 79 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	102
Figura 80 – Resultado en un plano $Eq - q$ para ensayos con succión de 200 kPa.	103
Figura 81 – Resultado en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con succión de 200 kPa.	103
Figura 82 – Resultado en un plano $Eq - q$ para ensayos con succión de 1500 kPa.	104
Figura 83 – Resultado en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con succión de 1500 kPa.....	104
Figura 84 – Curvas de retención para muestras de 1m (Futai & Almeida, 2005).	105
Figura 85 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	107
Figura 86 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	108
Figura 87 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	108
Figura 88 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	109
Figura 89 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	110
Figura 90 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	110
Figura 91 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	111
Figura 92 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	111
Figura 93 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	112
Figura 94 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	112
Figura 95 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	113

Figura 96 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	113
Figura 97 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	114
Figura 98 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	115
Figura 99 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	115
Figura 100 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	116
Figura 101 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	117
Figura 102 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	117
Figura 103 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	118
Figura 104 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	118
Figura 105 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.	119
Figura 106 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.....	119
Figura 107 – Comparación de resultados en un plano $Eq - q$	120
Figura 108 – Comparación de resultados en un plano $Eq - Ev$	120
Figura 109 – Resultado en un plano $Eq - q$ para ensayos con esfuerzos de 25, 100 y 200 kPa.	121
Figura 110 – Resultado en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con esfuerzos de 25, 100 y 200 kPa.	122
Figura 111 – Resultado en un plano $Eq - q$ para ensayos con esfuerzos de 400, 600 y 800 kPa.	122
Figura 112 – Resultado en un plano $Eq - Ev$ para ensayos con esfuerzos de 400, 600 y 800 kPa.	123

GLOSARIO

σ' = esfuerzo efectivo

σ = esfuerzo normal total

u_w = presión del agua en los poros

u_a = presión del aire en los poros

$u_a - u_w$ = succión en los poros

χ = parámetro empírico dependiente del grado de saturación

σ_{net} = es el esfuerzo neto

s = succión mátrica (Khalili)
 δ = vector identidad del modelo (Khalili)
 ψ = parámetro de incremento del esfuerzo efectivo (Khalili)
 s_e = valor de succión transicional del estado saturado al no saturado (Khalili)
 Ω = parámetro del material con valor de 0.55 (Khalili)
 S_{eff} = grado de saturación efectivo (Khalili)
 s_r = grado de saturación (Khalili)
 s_{res} = grado de saturación residual (Khalili)
 s_{ex} = valor de expulsión de aire (Khalili)
 s_{ae} = valor de entrada de aire (Khalili)
 ζ = pendiente de la línea transicional de los ciclos de humedecimiento y secado (Khalili)
 s_{rw} = succión inversa en las curvas principales de humedecimiento (Khalili)
 s_{rd} = succión inversa en las curvas principales de secado (Khalili)
 c_a = compresibilidad del aire (Khalili)
 p_a = presión del aire (Khalili)
 P_a = presión absoluta del aire (Khalili)
 ρ_a = relación entre las constantes universal de los gases (Khalili)
 g = vector de la aceleración gravitacional (Khalili)
 k_{ra} = permeabilidad relativa de la fase de aire (Khalili)
 k = permeabilidad intrínseca del suelo
 μ_a = viscosidad dinámica del aire (Khalili)
 n_a = contenido volumétrico de aire (Khalili)
 d_a y d_s = parámetros agregados en términos del movimiento de un sólido (Khalili)
 V_a = volumen del aire (Khalili)
 V = volumen total (Khalili)
 D = matriz de rigidez drenada (Khalili)
 u = vector de desplazamientos del esqueleto del suelo (Khalili)
 F = fuerza de cuerpo por unidad de volumen (Khalili)

p' = esfuerzo efectivo normal promedio
 q = esfuerzo desviador
 ε_v = deformación volumétrica
 ε_q = deformación desviadora
 σ'_{ij} = esfuerzo efectivo (Ma)
 S_r = grado de saturación (Ma)
 s_c = succión mátrica (Ma)
 f = función de la superficie de fluencia
 p_c = presión de consolidación (Ma)
 p_{c0} = presión de preconsolidación inicial (Ma)
 β = coeficiente proporcional al efecto de endurecimiento (Ma)
 h = parámetro de corrección en función de otros términos (Ma)
 $d\varepsilon_v^e$ = incrementos de deformación elástica volumétrica
 $d\varepsilon_q^e$ = incrementos de deformación elástica desviadora
 G = módulo de corte
 d = regla de flujo del modelo (Ma)
 M_p = pendiente de la línea del estado de dilatación (Ma)
 n = parámetro adimensional relacionado con la expansión y el esfuerzo (Ma)
 dS_r = cambio en el grado de saturación (Ma)
 \hat{n} = dirección de la carga hidráulica (Ma)
 K_p = pendiente negativa de la curva de retención de agua del suelo (Ma)
 $\kappa_k(S_r)$ = modelo para curvas de retención de (Ma)
 b_k y d_k = parámetros positivos del material para secado y humedecimiento (Ma)
 b_k^0 , d_k^0 y α_k = parámetros de adecuación de la curva de retención (Ma)
 f^s = fracción del suelo con los poros saturados (Rojas)
 f^d = fracción del suelo con los poros secos (Rojas)
 f^u = fracción del suelo con poros saturados y poros secos (Rojas)
 S_w = grado de saturación (Rojas)
 S_w^s = grado de saturación de la fracción f^s (Rojas)

S_w^d = grado de saturación de la fracción f^d (Rojas)
 S_w^u = grado de saturación de la fracción f^u (Rojas)
 a_1 y a_2 = exponentes de las curvas (Rojas)
 $\partial \varepsilon_v^p$ = componentes volumétricas
 $\partial \varepsilon_q^p$ = componentes desviadoras
 h_1 y h_2 = funciones escalón (Rojas)
 M = pendiente de la superficie de falla
 a_x = exponente correspondiente de la superficie de fluencia (Rojas)
 H = parámetro del modelo (Rojas)
 λ = índice de carga
 κ = índice de descarga
 e = relación de vacíos
 ν = módulo de Poisson
 dp'_0 = regla de endurecimiento del modelo (Rojas)
 f = relación entre el esfuerzo efectivo promedio y el esfuerzo de preconsolidación promedio
 A = Punto del estado crítico
 B = Punto de la superficie de fluencia
 R = Relación de sobre consolidación al cuadrado
 \bar{p}'_0 = Esfuerzo efectivo de preconsolidación inicial
 \bar{p} = Esfuerzo efectivo en la superficie límite
 p'_0 = Esfuerzo de preconsolidación actual (superficie límite)
 p = Esfuerzo total actual (superficie límite)
 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, T$ y F = Parámetros de simplificación (superficie límite)
 a_d, m_d, n_d = parámetros de ajuste para curva de secado
 a_w, m_w, n_w = parámetros de ajuste para curva de humedecimiento
 b = parámetro de ajuste para curvas de escaneo
 S_e = grado de saturación (Algoritmo Zhou et. al.)
 $\partial S_{ed} / \partial s$ = pendiente de curva principal en secado (Algoritmo Zhou et. al.)

$\partial S_{ew}/\partial s$ = pendiente de curva principal en humedecimiento (Algoritmo Zhou et. al.)
 $\partial S_{esd}/\partial s$ = pendiente de curva de escaneo en secado (Algoritmo Zhou et. al.)
 $\partial S_{esw}/\partial s$ = pendiente de curva de escaneo en humedec. (Algoritmo Zhou et. al.)
 s_d = succión respectiva al grado de saturación durante secado (Zhou et. al.)
 s_w = succión respectiva al grado de saturación durante humedecimiento (Zhou et. al.)
 S_s = gravedad específica
 W_s = peso seco del suelo
 W_w = peso del agua
 W_{sw} = peso del suelo más el del agua
SI = sistema internacional
 D = diámetro de las partículas de suelo
 L = profundidad efectiva de caída
 t = tiempo transcurrido
 K = constante para varias combinaciones de pesos unitarios y temperaturas
LL = límite líquido
LP = límite plástico
IP = índice plástico
CL = arcilla de baja plasticidad
ML = limo de baja plasticidad
OL = limo o arcilla orgánica de baja plasticidad
CH = arcilla de alta plasticidad
MH = limo elástico
OH = limo o arcilla orgánica de media o alta plasticidad
UU = ensaye triaxial no consolidado y no drenado
CU = ensaye triaxial consolidado y no drenado
CD = ensaye triaxial consolidado y drenado
 σ_1 = presión normal
 σ_2 y σ_3 = presiones laterales
 c = cohesión
 φ = ángulo de fricción interna

h_m = succión mátrica

h_s = succión osmótica

h = succión total del suelo

pF = unidad de medida de succión (norma succión)

h = altura del acenso del agua por capilaridad (norma de succión)

NaCl = cloruro de sodio

KCl = cloruro de potasio

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

INTRODUCCIÓN

Justificación

Muchos de los problemas que enfrentan los ingenieros con los suelos no saturados son ocasionados por los cambios de humedad, es decir, cambios en el grado de saturación. Esto se debe a que su comportamiento mecánico depende del agua que contiene en su estructura y la variación de la misma puede provocar deformaciones, asentamientos o fallas en las estructuras apoyadas en los suelos.

La mecánica de suelos no saturados muchas veces tiene que ver con deformaciones de colapso o expansiones por humedecimiento. Tal es el caso del comportamiento colapsable de los suelos con baja densidad o de los suelos arcillosos expansivos que no están restringidos lateralmente. Un ejemplo aproximado de los desplazamientos grandes es el de aquellos estratos de suelo inestabilizados por el efecto de la lluvia (Yerro *et al.*, 2015).

Para tratar de predecir el comportamiento de los suelos con la variable de humedad se han desarrollado distintos modelos en los que se toman en cuenta los parámetros que relacionan estos cambios, tales como los cambios en la succión dependiendo del grado de saturación, la histéresis, entre otros.

En los pasados 15 años diferentes investigadores han mostrado que el enfoque de esfuerzos efectivos representa una precisa y simple manera de generar modelos completamente acoplados para suelos no saturados. Esto se debe a que la influencia del grado de saturación y la histéresis de la curva de retención están implícitos en la formulación (Rojas *et al.*, 2017).

Por lo que en este trabajo se trata de desarrollar un modelo como los mencionados que no dependa de una gran cantidad de parámetros pero que por esta razón no pierda su efectividad y precisión a la hora de la predicción. Además de que se considera una matriz de rigidez cuadrada, por lo que sería posible su empleo con el método del elemento finito en un trabajo futuro, lo anterior tomando en cuenta que “la matriz de rigidez de cualquier elemento finito es cuadrada y simétrica” (Pereiro, 2006), lo cual se debe a que al dividir un dominio en elementos más pequeños estos comparten nodos en los cuales existe una relación de ida y vuelta (Vargas Félix, 2010).

Dicho lo anterior se puede decir que con ayuda de este modelo los ingenieros civiles que trabajan en zonas áridas o semiáridas podrían predecir de mejor manera el comportamiento de los suelos no saturados para tomar mejores decisiones al momento del desarrollo de cualquier tipo de obra cimentados sobre este tipo de suelos. Específicamente, los ingenieros mexicanos pueden darle un uso a este modelo, debido a que México no es ajeno a este tipo de suelos y por ende tampoco a los problemas que estos pueden ocasionar.

Formulación del Problema

El término “mecánica de suelos no saturados” se ha utilizado para abordar un amplio número de problemas de ingeniería geotécnica en los que la presión de poro es negativa, es decir, cuando la succión del suelo es positiva. El primer problema de suelos no saturados en llamar la atención tenía que ver con el hinchamiento de los suelos expansivos (Fredlund, 2013).

La mayoría de los ingenieros civiles se tienen que enfrentar de manera recurrente a los problemas que causan los suelos no saturados, estos tipos de suelos normalmente se presentan en zonas en las que las temperaturas son altas, de tal manera que el agua de la superficie se evapore por esta razón. Las zonas áridas y semiáridas se caracterizan por sus altas temperaturas.

Áreas significativas de la superficie terrestre están clasificadas como zonas áridas, en las cuales la evaporación anual sobrepasa a la precipitación. Norte América no es la excepción en cuanto a zonas áridas se refiere, estas áreas cubren gran parte de la región delimitada por el golfo de México llegando hasta Canadá (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Es por esa razón que a lo largo de su vida profesional cualquier ingeniero desarrollándose en las zonas mencionadas se tope con problemas ocasionados por este tipo de suelos, ya sea en México o en el extranjero. Esto dio pie a que se buscaran soluciones particulares para mencionados problemas, dichas soluciones incluyen una modelación matemática basada en parámetros determinados por la mecánica de suelos saturados y no saturados para predecir el comportamiento de las estructuras construidas sobre ellos. Es por eso que se desarrollaron los modelos constitutivos de los suelos.

Esos modelos no son más que expresiones matemáticas que expresan la relación esfuerzo-deformación de cualquier material y estos solo se pueden aplicar a los materiales con las condiciones para las cuales fueron desarrollados o validados (González-Cueto *et al.*, 2013).

Como se ya se mencionó, en México también se presentan los problemas que estos suelos traen consigo, y es por lo anterior que con la ayuda de este modelo la sociedad mexicana se puede ver beneficiada, dado que al predecir el comportamiento hidro-mecánico, se puede lidiar con los problemas ocasionados por los distintos tipos de suelos en los que se apoyan las cimentaciones de cualquier estructura, como lo pueden ser los suelos expansivos o los suelos colapsables, los cuales se ven afectados por el cambio en el grado de saturación.

La estabilidad de taludes, por ejemplo, es un problema de suelos no saturados debido a que se puede producir una desestabilización después de periodos largos de lluvia, que ocasionan un aumento en el grado de saturación en comparación al que tenía en un principio y que a su vez ocasiona una reducción de su succión. En el caso contrario el talud se estabiliza por un aumento en su resistencia al esfuerzo cortante beneficiada por el aumento de la succión en función de una disminución en el grado de saturación (Alfaro Soto, 2008).

Hipótesis

Se puede generar un modelo totalmente acoplado para suelos no saturados con base en la teoría del estado crítico, igual de preciso que otros que se han desarrollado, pero más simple y que requiera una menor cantidad de parámetros.

Objetivos

Desarrollar un modelo sencillo totalmente acoplado para suelos no saturados que requiera la menor cantidad de parámetros posible y comprobar su validez con datos de pruebas realizadas en laboratorio.

Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este proyecto se presentan a continuación:

- ❖ Desarrollar un programa de cómputo de un modelo del estado crítico para suelos no saturados que requiera la menor cantidad de parámetros posible, pero igual de efectivo que los modelos existentes.
- ❖ Utilizar el programa de cómputo para simular el comportamiento de los suelos no saturados para diferentes condiciones de carga.
- ❖ Revisar la precisión del modelo comparando los datos arrojados por el mismo con datos obtenidos en pruebas de laboratorio y compararla con la de otros modelos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Suelo

Los ingenieros civiles han catalogado todo aquel material que existe en la corteza terrestre como roca y suelo. El primero es una masa de material compacto natural, compuesto por uno o más minerales y el cual puede ir desde semiduro a duro y el segundo es un material formado naturalmente debido a la intemperización de las rocas (Puig de la Parra, 1970).

Otra definición que se tiene es que el “suelo es una delgada capa sobre la corteza terrestre de material que proviene de la desintegración y/o alteración física y/o química de las rocas y de los residuos de las actividades de los seres vivos que sobre ella se asientan” (Crespo Villalaz, 2004). Dadas las definiciones anteriores estos suelos se pueden separar en dos grupos: residuales y transportados.

Los residuales son aquellos en los que el material permanece cerca de la roca que le dio origen y los transportados son los suelos en los cuales sus partículas fueron alejadas de su lugar de origen ya sea por viento, agua, gravedad o incluso por animales. Una manera de clasificar los suelos es por medio del tamaño de sus partículas, en la Tabla 1 se muestran las medidas de las partículas de cada tipo de suelo según los rangos manejados tanto en el sistema de EE.UU. como en el internacional.

Tabla 1 – Clasificación del suelo por tamaño de partículas (Rucks et al., 2004).

Fracción del suelo	Sistema de EE.UU. Sistema internacional	
	Diámetros límites en mm.	
Arena muy gruesa	2.00 – 1.00	
Arena gruesa	1.00 – 0.50	2.00 – 0.20
Arena media	0.50 – 0.25	
Arena fina	0.25 – 0.10	0.20 – 0.002
Arena muy fina	0.10 – 0.05	
Limo	0.05 – 0.002	0.02 – 0.002
Arcilla	Menos de 0.002	Menos de 0.002

Dependiendo de las condiciones del sitio estos suelos pueden encontrarse en estado saturado o no saturado.

Suelo saturado

En estos suelos los vacíos que existen entre las partículas sólidas están llenos totalmente de líquido, tal como se muestra en la Figura 1, por lo que consta de dos fases: como se mencionó, una líquida (normalmente agua) y una sólida (minerales).

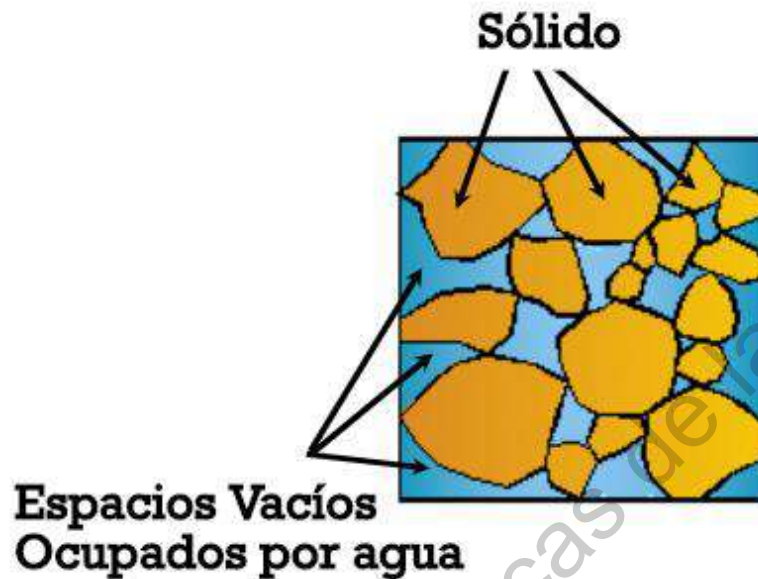


Figura 1 – Representación de un suelo saturado (Sáez Camacho, 2017).

Karl Von Terzaghi en 1925 propuso una ley de esfuerzos efectivos presentada en la Ec.(1) para este tipo de suelos y la cual se explica de manera gráfica en la Figura 2. Esta ley se toma como base para la mecánica de suelos tradicional (Alvarez Manilla *et al.*, 2004).

$$\sigma' = \sigma - u_w \quad (1)$$

Donde

σ' = esfuerzo efectivo

σ = esfuerzo normal total

u_w = presión del agua en los poros

El esfuerzo normal colocado en cualquier punto de una sección en un suelo saturado consiste en dos partes, una parte actúa en el agua y los sólidos en todas direcciones con intensidad similar, esta parte es conocida como presión de agua en los poros, la otra parte representa un exceso sobre la presión del agua en los poros

y solo se presenta en la fase sólida del suelo. A esta parte del esfuerzo total se le denomina esfuerzo efectivo (Terzaghi *et al.*, 1996).

En otras palabras, el esfuerzo efectivo es aquel que actúa exclusivamente en la fase sólida del suelo. Cabe mencionar que el cambio de dicho esfuerzo afecta directamente a algunos de los efectos medibles del suelo, tales como, la compresión o la resistencia al esfuerzo cortante, por ejemplo.

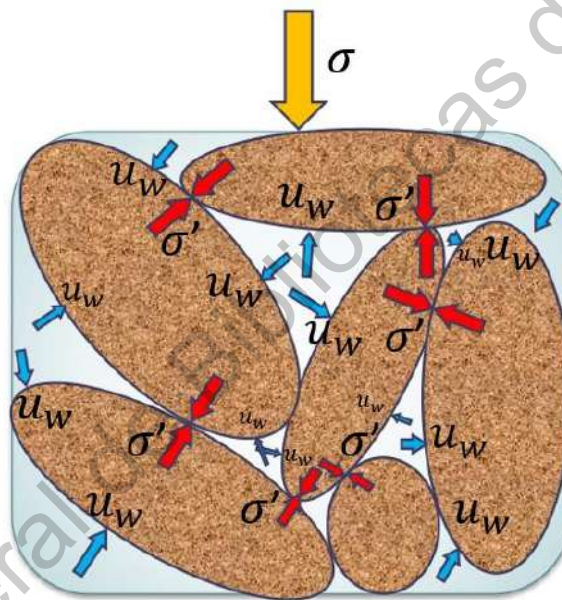


Figura 2 – Representación gráfica de los esfuerzos efectivos en un suelo saturado. (González Haramboure, 2015).

Suelo no saturado

Por otro lado, en un suelo no saturado (también llamado parcialmente saturado) los vacíos no solo contienen líquido, también contienen gas (usualmente aire), esto se representa de manera gráfica en la Figura 3. Por lo tanto, estos cuentan con tres fases: sólida, líquida y gaseosa.

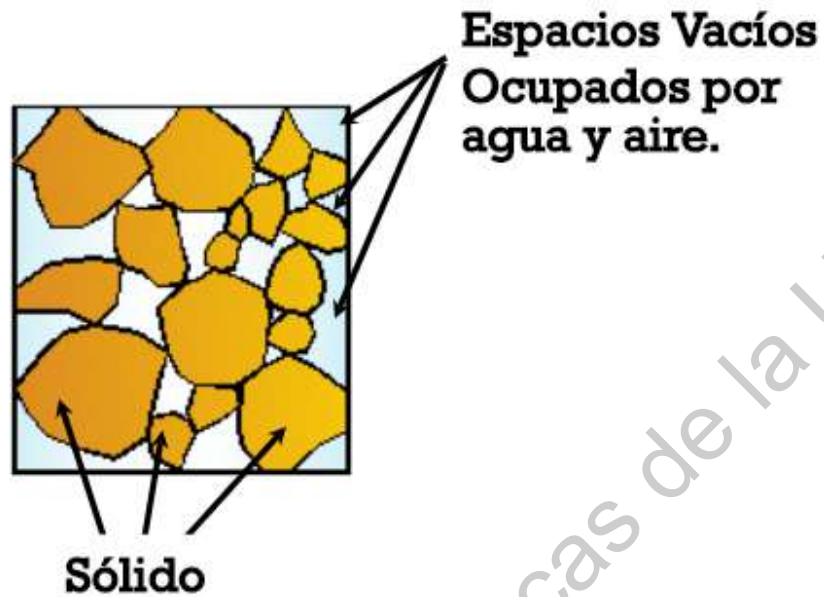


Figura 3 – Representación de un suelo no saturado (Sáez Camacho, 2017).

Bishop en 1959 propuso un principio de esfuerzos efectivos mostrado en la Ec. (2) adaptado a los suelos no saturados en el que agregó el esfuerzo efectivo para un determinado grado de saturación, además de agregar también, la fase gaseosa (Li *et al.*, 2015). Esta vez el autor propone un parámetro que multiplica la succión existente en los poros más un esfuerzo neto que representa el esfuerzo total sin la presión del gas.

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (2)$$

Donde:

σ' = esfuerzo efectivo

σ = esfuerzo normal total

u_w = presión del agua en los poros

u_a = presión del aire en los poros

$u_a - u_w$ = succión en los poros

χ = parámetro empírico dependiente del grado de saturación

Por lo que se puede decir que uno de los pioneros en desarrollar un modelo para suelos no saturados fue (Bishop, 1959) basado en el principio de esfuerzos efectivos establecidos por (Terzaghi, 1925), como se menciona, al cual agregó un parámetro que tomaba en cuenta las condiciones de saturación y las presiones del aire en los poros del suelo. Pero no fue el único en proponer principios para suelos no saturados, en la Tabla 2 se muestran diferentes ecuaciones para el cálculo de esfuerzos efectivos en suelos no saturados.

Tabla 2 – Ecuaciones de esfuerzos efectivos para suelos no saturados (Nelson & Miller, 1997).

Ecuación	Autor	Nota
$\sigma' = (\sigma - u_a) - \chi(u_a - u_w)$	Bishop (1959)	
$\sigma' = \sigma - \beta u_w$	Croney <i>et al.</i> (1958)	β es un factor de unión.
$\sigma' = \sigma a_m + u_a a_a + u_w a_w + R - A$	Lambe (1960)	a_i es la fracción del área total que está en contacto con el aire-agua.
$\sigma' = \sigma - \Psi p''$	Aitchison (1961)	Ψ es la succión, va de cero a uno. p'' es la presión negativa del agua en los poros.
$\sigma' = \sigma - \beta p''$	Jennings (1961)	β es un factor estadístico.
$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi_m(h_m - u_a) + \chi_s(h_s + u_a)$	Richards (1966)	χ_m y h_m son parámetros relativos a la succión mátrica. χ_s y h_s son parámetros relativos a la succión osmótica.

Como se mencionó párrafos atrás, Bishop estableció su ecuación de esfuerzos efectivos para suelos no saturados, aunque las dificultades para obtener el parámetro principal χ de dicha ecuación la hicieron poco útil durante algún tiempo. A la fecha se ha reconocido que la ecuación de Bishop puede llevar a modelos constitutivos más simples y realistas para el caso de los suelos no saturados (Rojas, 2008).

Succión

En todas las obras se deben tener en cuenta las condiciones de un suelo parcialmente saturado, que es lo que hace que la resistencia del material aumente y por ende se debe tener en cuenta el término de la succión presente para obtener obras más económicas y funcionales.

El suelo cuenta con distintos tipos de succión, sus respectivas definiciones según la misma norma (ASTM D5298, 2016) se presentan a continuación.

La succión mátrica (h_m) está definida como la diferencia entre la presión que ejerce el agua en los poros (u_w) y la que ejerce el gas (comúnmente aire a presión atmosférica) en los poros (u_a) tal como se muestra en la Ec. (3).

$$h_m = u_w - u_a \quad (3)$$

La succión osmótica (h_s) es la presión negativa a la cual el agua destilada debe someterse, para que esté en equilibrio con el agua del suelo, a través de una membrana semipermeable. Esta depende totalmente de la existencia de sales que están disueltas en el agua contenida por el suelo y no depende de la sobrecarga. Normalmente se puede despreciar para efectos prácticos.

La succión total del suelo (h) se define como la presión negativa, con respecto a la presión atmosférica, que se debe aplicar al agua destilada contenida en un depósito para que esta alcance el equilibrio con el agua del suelo a través de una membrana que solo permee moléculas de agua. Esta también se puede expresar como la suma de la succión mátrica (h_m) y la succión osmótica (h_s) como en la Ec.(4).

$$h = h_m + h_s \quad (4)$$

Como es de esperarse, la succión de un suelo saturado es igual a cero, pero en suelos muy secos se introducen fuerzas de succión que alcanzan valores muy altos.

Debido a que el intervalo es muy amplio se utiliza una escala logarítmica para ser descrita, en este caso la unidad de medida es el pF , y se define como la Ec.(5):

$$1pF = \log_{10}h \quad (5)$$

En donde h es igual a la altura en cm que el agua asciende por capilaridad. En la Tabla 3 se muestran algunos valores de humedad relativa del agua con la que está en equilibrio con la solución salina:

Tabla 3 – *Concentración de soluciones salinas para cálculo de succión en suelos* (ASTM D5298, 2016).

kPa	Log kPa	pF	atm	Rh	20°C	
					g NaCl	g KCl
					1000 ml agua	1000 ml agua
-98	1.99	3.0	-0.97	0.99927	1.3	1.7
-310	2.49	3.5	-3.02	0.99774	3.8	5.3
-980	2.99	4.0	-9.68	0.99278	13.1	17.0
-3099	3.49	4.5	-30.19	0.97764	39.0	52.7
-9800	3.99	5.0	-96.77	0.93008	122.5	165.0

Como se puede apreciar en la Tabla 4 existen distintas técnicas para la obtención de la succión. De todas las mostradas, una de las más empleadas es la del papel filtro. Esto puede deberse a que es una técnica simple y puede ser muy confiable si se entienden los principios básicos del método y además se sigue estrictamente un protocolo de laboratorio (Bulut & Leong, 2008).

Con los datos obtenidos de estas técnicas y otros parámetros de suelos es posible evaluar para un suelo no saturado tanto el potencial expansivo como el de contracción, conductividad hidráulica, resistencia al esfuerzo cortante y el módulo esfuerzo-deformación (Verdín Montes, 2018).

Tabla 4 – *Métodos experimentales para medición de la succión en suelos* (Verdín Montes, 2018).

Equipo	Medición	Fenómeno asociado	Succión (MPa)	Tiempo para el equilibrio
Psicómetro de transistor	Succión total	Humedad relativa	0.3 – 7.0	Minutos
Higrómetro capacidad/resistivo	Succión total	Humedad relativa	10 – 400	Minutos
Higrómetro de espejo (punto de rocío)	Succión total	Humedad relativa	3 – 400	Minutos
Papel filtro	Succión total o mátrica	Contenido de humedad	0 – 100	7 a 15 días
Tensiómetro	Succión mátrica	Tensión del agua	0 – 0.08	Minutos
Mini sonda	Succión total o mátrica	Tensión del agua	0 – 2.1	Minutos
Celulosa porosa	Succión mátrica	Resistencia eléctrica	0 – 1.5	Días/Semanas
Sensor de conductividad térmica	Succión mátrica	Conductividad térmica	0 – 1.5	Días/Semanas
Técnica de “Squeezing”	Succión osmótica	Conductividad eléctrica	0 – 3	Horas/Días

Curvas de retención suelo-agua

Es muy importante el correcto entendimiento de las curvas de retención de un suelo para tener una mejor comprensión del comportamiento de un suelo no saturado. Estas curvas se definen como la relación entre el grado de saturación del suelo y la succión mátrica. El primero de estos términos es igual al volumen de líquido que contiene el suelo entre el volumen de sus vacíos y el segundo está dado por la diferencia entre la presión del aire y la presión del agua dentro de los poros (Nuth & Laloui, 2008).

Dichas curvas son dos: la curva de secado y la de humedecimiento. Esto quiere decir que el suelo puede encontrarse en un proceso en el que el líquido dentro del suelo se está evaporando o uno en el que los vacíos del mismo se están llenando de líquido.

Las curvas de retención se pueden considerar como una de las características hidráulicas más fundamentales del suelo (Assouline *et al.*, 1998). Esto puede deberse a que están directamente relacionadas con los valores de succión, ya que dichos valores varían dependiendo del proceso, esto último a causa de la histéresis que existe en el suelo.

La histéresis mencionada puede ocurrir debido a la distribución no uniforme de los poros en el suelo, esto a su vez provoca que a un mismo grado de saturación el suelo presente dos valores de succión distintos como se muestra en la Figura 4, uno si el suelo se encuentra en secado y otro valor para cuando el suelo esté en un proceso de humedecimiento (Fredlund & Rahardjo, 1993).

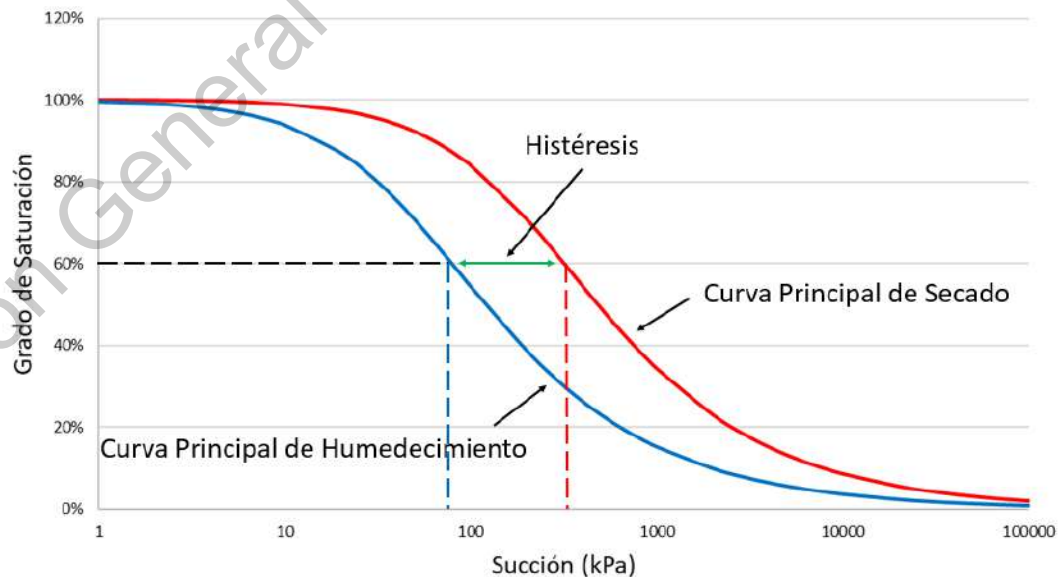


Figura 4 – Ejemplo de histéresis en curvas principales de retención del suelo.

Cabe mencionar que estas curvas también son llamadas curvas características, pero se prefiere el término curvas de retención puesto que, característico significa intrínseco e implica que cada suelo solo cuenta con una sola curva de retención y no es así porque estas dependen del estado del material (Nuth & Laloui, 2008).

Ecuación general de Van Genuchten, 1980

En 1980, Van Genuchten propuso la Ec.(6) para las curvas de retención del suelo. En esta expresión resaltan tres parámetros independientes, los cuales se obtienen ajustando este modelo a las curvas de retención obtenidas mediante datos experimentales.

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (ah)^n]^m} \quad (6)$$

En donde, θ_s representa el contenido de agua del suelo en estado saturado y θ_r es el contenido de agua residual, ambas unidades de volumen. h es positivo y se refiere a la altura de presión del agua. Los otros tres parámetros son de ajuste y definen lo siguiente: a está relacionado de manera inversa al valor de entrada de aire, n con la distribución del tamaño de los poros (valor adimensional mayor a uno) y por último m con el punto de inflexión de las curvas de retención (valor entre cero y uno, igual a $1 - 1/n$).

Con este modelo se predijo el comportamiento hidráulico en cuatro de cinco casos y se encontró que una descripción razonable de las curvas de retención a bajos valores de contenido de agua es importante para una predicción más precisa de la conductividad hidráulica en un suelo no saturado (Van Genuchten, 1980). Este modelo actualmente se sigue utilizando ya sea tal y como se propuso o con modificaciones de diferentes autores.

Teoría del estado crítico

Poco se habló anteriormente con respecto a la teoría del estado crítico, que para la modelación de suelos es muy importante y es una de las herramientas con las que se trabajará en este modelo.

Continuando, esta teoría se basa en el estudio del mecanismo de la disipación de la energía contenida en el interior del suelo y en la observación del comportamiento a nivel macroscópico de los materiales (Sánchez Oidor, 2013). Al momento en el que cualquier material mantiene su estado de esfuerzo constante y crece su deformación de manera indefinida sin presentar algún cambio perceptible en su volumen se dice que ese material está en el estado crítico (Schofield & Wroth, 1968).

Con la formulación de esta teoría se lograron unificar distintas situaciones bajo un mismo modelo, por ejemplo, se tienen diferentes condiciones de drenaje, así como diferentes trayectorias de los esfuerzos y ambas se pueden explicar de manera simultánea en un espacio formado por tres ejes perpendiculares entre sí, presentados en las Ecs. (7), (8) y (9):

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3} \quad (7)$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad (8)$$

$$v = 1 + e \quad (9)$$

En donde:

p' : Esfuerzo isotrópico efectivo promedio

q : Esfuerzo desviador

v : Volumen específico

$\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$: Esfuerzos normales efectivos en las tres direcciones

e : Relación de vacíos

Mediante ensayos triaxiales se pueden graficar curvas dentro del espacio mencionado como se muestra en la Figura 5, estas a su vez explican de manera correcta los estados tanto posibles como imposibles del suelo.

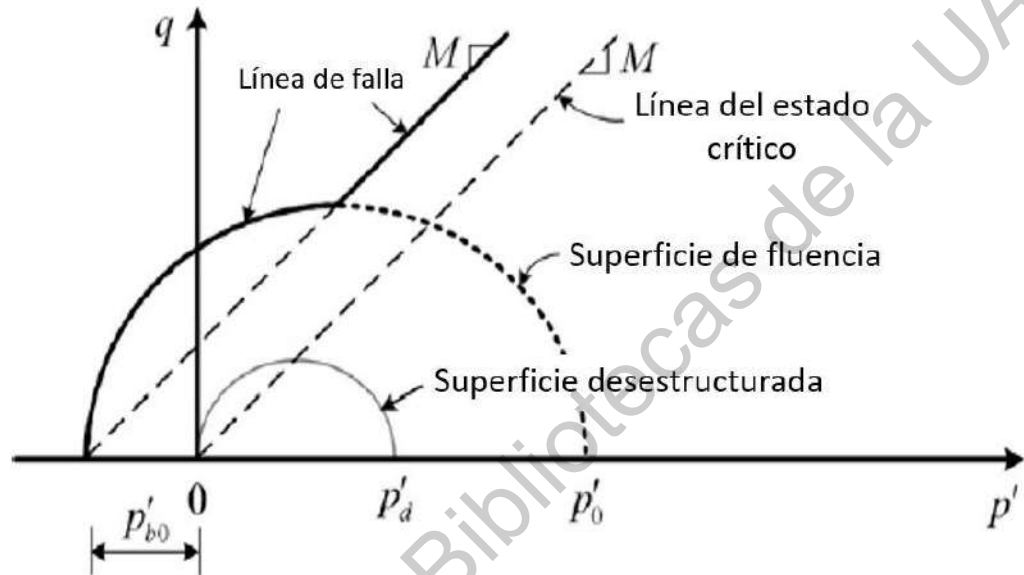


Figura 5 – Representación de la línea del estado crítico en un plano p' - q (Suebsuk *et al.*, 2011).

En la Figura 5 se puede apreciar un p'_0 que representa el tamaño de referencia de la superficie de fluencia. Además de la línea del estado crítico representada como el gradiente de una envolvente de falla M graficada en un plano p' - q .

Se observa que p'_b afecta el origen de la superficie de fluencia que se mueven en el eje del esfuerzo efectivo (p'). La superficie de fluencia esta dada en términos de parámetros obtenidos de una prueba triaxial convencional (Suebsuk *et al.*, 2011). Esta superficie de fluencia está dada por la Ec. (10) mostrada enseguida:

$$f = q^2 - M^2(p' + p'_b)(p'_0 - p') \quad (10)$$

La importancia de la teoría del estado crítico puede radicar en que los estudios de caracterización geotécnica de proyectos importantes se basan en esta teoría para identificar las propiedades geomecánicas.

Con esta teoría en pruebas con muestras inalteradas es posible determinar en la mayoría de los casos los parámetros necesarios, pero cabe mencionar que se ajusta de mejor manera a las pruebas realizadas sobre muestras remoldeadas en el laboratorio, debido a que se garantiza la homogeneidad, la historia de esfuerzos es la misma para las muestras realizadas y existen menores grados de anisotropía (Camacho Tauta & Reyes, 2003).

Teoría de la superficie límite

Una distinta teoría relevante para este modelo es la de la superficie de plasticidad límite, la cual se utiliza para simular la degradación de la rigidez del suelo más allá del rango elástico permitido por la influencia de la succión y la historia de esfuerzos del mismo (Zhou *et al.*, 2015).

Presentado de otra manera, el concepto de la superficie límite expresa de manera macroscópica un estado límite de la materia, creado a partir del proceso de creación del mismo y/o la historia de cargas que este ha sufrido, en el sentido en el que la respuesta plástica dependa de que tan lejos está el estado de esfuerzo actual respecto al límite o el estado de esfuerzo "imagen" (Dafalias & Asce, 1986).

Esta superficie límite siempre incluye la superficie de fluencia, y la proximidad de estas dos superficies durante el proceso de movimiento acoplado y la deformación en el espacio de esfuerzos durante la carga plástica determina una cantidad apropiada, la cual es una función de las variables de estado y un correspondiente parámetro de memoria el cual depende el valor del módulo de plasticidad (Dafalias & Popov, 1976).

Relacionado con lo anterior, cabe mencionar que la formulación de la superficie límite se puede incluir sin problema en cualquier modelo elastoplástico simplemente con ajustar un módulo de plasticidad y dejando todas las demás relaciones sin cambio alguno (Seidalinov, 2012).

Este modelo considera tal superficie de fluencia que puede variar la posición del estado crítico en relación al esfuerzo de preconsolidación aparente, lo mismo fue llevado a cabo dividiendo la elipse de la superficie de fluencia en dos partes, la parte izquierda representa el comportamiento dilatante del material y la parte derecha a su vez define el comportamiento compresivo, las cuales interceptan en la línea del estado crítico (Rojas *et al.*, 2019).

MODELOS SIMILARES

En 1990, Alonso, Gens y Josa desarrollaron un modelo constitutivo para suelos parcialmente saturados también conocido como BBM (Barcelona Basic Model).

Dicho modelo provee de una representación simple del hinchamiento, pero es incapaz de aproximarse al comportamiento de los suelos altamente expansivos. Sin embargo, se puede usar con suelos parcialmente saturados con una plasticidad de baja a moderada, tal es el caso de las arcillas arenosas, arcillas arenosas, limos y suelos granulares (Alonso *et al.*, 1990).

Actualmente existe consenso entre los investigadores de que los modelos basados en el principio de esfuerzos efectivos ofrecen mayores ventajas. Entre las más importantes están la introducción tanto del grado de saturación como la histéresis de las curvas de retención suelo-agua en la formulación del modelo (Rojas González, 2018).

Estas curvas de retención describen la relación existente entre la cantidad de agua en el suelo y la succión aplicada en el suelo. Estas forman las bases para la determinación de las funciones de las propiedades de los suelos parcialmente saturados (Zhang *et al.*, 2016). También ofrece una relación constitutiva importante utilizada para las ecuaciones de balance de la masa y del momento lineal para los sólidos en la zona no saturada, y el uso adecuado de esta curva es de importancia con respecto a los problemas de estabilidad de taludes (Kim *et al.*, 2018). Esto anterior debido a que se requieren las propiedades hidráulicas para tener mayor precisión en este tipo de problemas.

Para el caso de los suelos no saturados los modelos acoplados son aquellos que relacionan el comportamiento hidráulico y mecánico de una masa de suelo. Para este tipo de modelos la curva de retención es muy importante porque es la que determina los cambios en el grado de saturación, la importancia del grado de saturación se debe a que de ello depende las conexiones de los esfuerzos entre las partículas lo que afecta directamente el comportamiento mecánico (Hu *et al.*, 2015). Al depender uno de otro se busca predecir tanto el comportamiento hidráulico como el mecánico en conjunto.

Algunos de los modelos acoplados basados en esfuerzos efectivos más representativos se presentan a continuación:

Modelo de Vaunat *et. al.*

El Dr. Vaunat y sus colaboradores en el 2000 realizaron un modelo elastoplástico hidro-mecánico acoplado. El modelo desarrollado ofrece una percepción de la evolución de la relación de agua y la relación de vacíos, tales como cambios irreversibles en el contenido de humedad bajo acciones mecánicas, cambios en la succión máxima y mínima jamás experimentada por el suelo con carga y la secuencia de expulsión de aire y agua durante la compactación (Vaunat *et al.*, 2000). Los parámetros utilizados para la ejecución del modelo se presentan a continuación en la Tabla 5.

Tabla 5 – *Parámetros usados en el modelo (Vaunat et al., 2000).*

Parámetro	Explicación	Comportamiento
$\lambda(0)$	Pendiente de compresión isotrópica en condiciones saturadas	
κ	Pendiente de descarga-recarga con una succión constante en un plano $e - \ln p''$	
κ_s	Pendiente de humedecimiento-secado con un esfuerzo medio neto constante	Mecánico
p_c	Presión de referencia	
r	Correspondiente al material	
β	Correspondiente al material	
κ_{wt}	Pendiente de descarga-recarga con una succión constante en un plano $e_w - \ln p''$	
e_{wm}	Denominado como relación de agua	
n	Relacionado con la pendiente de la curva de retención para valores de succión más grandes que el valor de entrada de aire	
m	Relacionado con la relación de agua residual	
α_I	Relacionado con el valor de entrada de aire de la muestra (secado)	Hidráulico
β_I	Succión correspondiente a la relación de agua (secado)	
α_D	Relacionado con el valor de entrada de aire de la muestra (humedecimiento)	
β_D	Succión correspondiente a la relación de agua (humedecimiento)	

Modelo de Khalili *et. al.*

El modelo desarrollado por (Khalili *et al.*, 2008) el cual es un modelo constitutivo totalmente acoplado que describe el comportamiento del flujo y de la deformación

de los suelos no saturados. También se emplean las curvas de retención del suelo para tomar en cuenta la histéresis hidráulica. En este caso el acoplamiento entre el flujo y la deformación está dado por los parámetros de esfuerzos efectivos. El esfuerzo efectivo en un suelo no saturado se puede expresar de la siguiente manera y tal como se muestra en la Ec. (11):

$$\sigma' = \sigma_{net} - \chi s \delta \quad (11)$$

En donde σ_{net} es el esfuerzo neto, s es la succión mátrica y δ es un vector identidad. Debido a que las relaciones constitutivas son no lineares se deben expresar utilizando un formato incremental el cual es obtenido por medio de diferenciales como se muestra en la Ec. (12) a continuación.

$$\dot{\sigma}' = \dot{\sigma}_{net} - \psi \dot{s} \delta \quad (12)$$

En esta ecuación el punto sobre el parámetro implica el grado de cambio por lo que significan lo mismo que sus versiones mostradas en la Ec. (11) solo que en su forma incremental y $\psi = d(\chi s)/ds$ es el parámetro del incremento del esfuerzo efectivo.

El parámetro de esfuerzo efectivo χ describe el aporte de la succión hacia el esfuerzo efectivo para el cual (Khalili & Khabbaz, 1998) obtuvieron una relación única para dicho parámetro en términos de una relación de la succión s/s_e y está establecida por la correlación de la Ec. (13).

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{para } \frac{s}{s_e} \leq 1 \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-\Omega} & \text{para } \frac{s}{s_e} \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

En donde s_e es el valor de succión que marca la transición entre el estado saturado y no saturado y Ω es un parámetro del material con un valor de 0.55. Para expresar matemáticamente que el valor χ disminuye con la disminución de la succión hasta que alcanza la curva principal de humedecimiento, desde donde aumenta con nuevas reducciones en la succión se tiene la Ec. (14).

$$\chi = \begin{cases} \left(\frac{s_{rd}}{s_{ae}}\right)^{-\Omega} \left(\frac{s}{s_{rd}}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en secado } \left(\frac{s_{ex}}{s_{ae}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega+\zeta}} s_{rd} \leq s \leq s_{rd} \\ \left(\frac{s_{rw}}{s_{ex}}\right)^{-\Omega} \left(\frac{s}{s_{rw}}\right)^{\zeta} & \text{para el regreso en humed. } s_{rw} \leq s \leq \left(\frac{s_{ae}}{s_{ex}}\right)^{\frac{\Omega}{\Omega+\zeta}} s_{rw} \end{cases} \quad (14)$$

En donde, s_{ex} es el valor de expulsión de aire, s_{ae} es el valor de entrada de aire, ζ es la pendiente de transición entre la curva principal de secado y la de humedecimiento en un plano $\chi - \ln s$ y tanto s_{rd} como s_{rw} son los valores de succión mátrica en secado y humedecimiento, respectivamente.

Curva de retención de agua del suelo

En este modelo para mantener la simpleza de las ecuaciones constitutivas, pero sin disminuir significativamente su eficacia la curva de retención está representada por la ecuación de (Brooks & Corey, 1964), ampliada para incluir la histéresis como se muestra en las Ecs. (15) y (16).

$$S_{eff} = \begin{cases} 1 & \text{para } s < s_e \\ \left(\frac{s_e}{s}\right)^{\lambda_p} & \text{para ciclos principales de humedecimiento y secado } s \geq s_e \end{cases} \quad (15)$$

$$S_{eff} = \begin{cases} \left(\frac{s_{ae}}{s_{rd}}\right)^{\lambda_p} \left(\frac{s_{rd}}{s}\right)^{\xi} & \text{para el regreso en secado } \left(\frac{s_{ex}}{s_{ae}}\right)^{\frac{\lambda_p}{\lambda_p-\xi}} s_{rd} \leq s \leq s_{rd} \\ \left(\frac{s_{ex}}{s_{rw}}\right)^{\lambda_p} \left(\frac{s_{rw}}{s}\right)^{\xi} & \text{para el regreso en humed. } s_{rw} \leq s \leq \left(\frac{s_{ae}}{s_{ex}}\right)^{\frac{\lambda_p}{\lambda_p-\xi}} s_{rw} \end{cases} \quad (16)$$

Donde $S_{eff} = (s_r - s_{res})/(1/s_{res})$ es el grado de saturación efectivo, s_r es el grado de saturación, λ_p es el índice de distribución de tamaños de poro, s_{res} es el grado de saturación residual, $s_e = s_{ex}$ en el ciclo de humedecimiento y es el valor de expulsión de aire, $s_e = s_{ae}$ en el ciclo de secado y representa el valor de entrada de aire, ξ es la pendiente de la línea de transición entre los ciclos de humedecimiento y secado en un plano $\ln S_{eff} - \ln s$ y por último s_{rw} y s_{rd} representan la succión inversa en las curvas principales de humedecimiento y secado respectivamente.

Ecuaciones gobernantes

Conceptualmente la formulación presenta dos modelos superpuestos siendo uno el modelo de flujo y otro el modelo de deformación. El modelo de flujo está basado en medios que interactúan que son el agua y el aire representados por la presión de los mismos dentro de los poros. El modelo de deformación está basado en un marco elastoplástico que satisface las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos totales, compatibilidad y consistencia. Las ecuaciones de dicho marco son derivadas en términos de esfuerzos efectivos con deformaciones volumétricas plásticas y succión mátrica como parámetros de endurecimiento. El modelo de flujo del aire está dado por la Ec. (17).

$$\operatorname{div} \left(\frac{k_{ra}k}{\mu_a} (\nabla P_a + \rho_a g) \right) = n_a c_a \frac{d_a p_a}{dt} + \frac{1}{V} \frac{d_s V_a}{dt} \quad (17)$$

Donde $c_a = 1/p_a$ que representa la compresibilidad del aire, p_a es la presión del aire, P_a representa la presión absoluta del aire la cual contempla la presión atmosférica y la presión normal del aire, ρ_a es una relación entre las constantes universales de los gases; la temperatura; la presión absoluta del aire y la masa molecular del aire, g es el vector de la aceleración gravitacional, k_{ra} es la permeabilidad relativa de la fase de aire, k es la permeabilidad intrínseca del suelo, μ_a representa la viscosidad dinámica del aire, n_a contenido volumétrico de aire, d_a y d_s son parámetros agregados por la introducción de la derivación total lagrangeana en términos del movimiento de un sólido y por último se tiene que V y V_a son el volumen total y el volumen del aire respectivamente.

El modelo de flujo del agua se presenta de manera análoga al del aire por lo que todos los parámetros antes mencionados se colocan en términos del agua resultando la Ec. (18).

$$\operatorname{div} \left(\frac{k_{rw}k}{\mu_w} (\nabla P_w + \rho_w g) \right) = n_w c_w \frac{d_w p_w}{dt} + \frac{1}{V} \frac{d_s V_w}{dt} \quad (18)$$

El modelo de deformación se deriva de la ecuación de balance del momentum lineal para un volumen elemental quedando de la siguiente manera en la Ec. (19).

$$\text{div}[D(\nabla u) - \psi \dot{p}_w \delta - (1/\psi) \dot{p}_a \delta] + \dot{F} = 0 \quad (19)$$

En donde D es la matriz de rigidez drenada, u es el vector de desplazamientos del esqueleto del suelo y F es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen. Teniendo lo anterior y considerando que $\varepsilon_v = -\delta^T \varepsilon = -\text{div}u$ e introduciendo las aproximaciones $d_a(\cdot)/dt \approx \partial(\cdot)/\partial t$ y $\nabla(\cdot) \cdot v_s \ll \partial(\cdot)/\partial t$ las ecuaciones gobernantes de flujo de agua y aire se pueden escribir como en las Ecs. (20) y (21).

$$\text{div} \left(\frac{k_{rw}k}{\mu_w} (\nabla P_w + \rho_w g) \right) = \psi \text{div}u + \bar{a}_{11} \dot{p}_w - a_{12} \dot{p}_a \quad (20)$$

$$\text{div} \left(\frac{k_{ra}k}{\mu_a} (\nabla P_a + \rho_a g) \right) = (1 - \psi) \text{div}u + \bar{a}_{22} \dot{p}_a - a_{21} \dot{p}_w \quad (21)$$

Siendo $\bar{a}_{11} = c_w n_w + a_{12}$, $\bar{a}_{22} = a_{21} + c_a n_a$ y $a_{12} = a_{21} = -n \frac{\partial S_r}{\partial S}$ y a su vez a_{11} , a_{22} , a_{12} y a_{21} representan coeficientes constitutivos y se pueden determinar al someter una muestra de un suelo no saturado a perturbaciones de presión de aire y de agua y medir los cambios de volumen del esqueleto del suelo y del agua en los poros. Por lo tanto, se tiene que las Ecs. (19), (20) y (21) conforman las ecuaciones diferenciales gobernantes de flujo y deformación en medios porosos de saturación variable.

El comportamiento de la deformación elastoplástica se captura a través de un marco de superficie límite de plasticidad. La deformación plástica ocurre cuando el estado de esfuerzo se encuentra en o dentro de la superficie delimitadora. En el modelo el comportamiento del material se asume como isotrópico y de tasa independiente tanto en las respuestas elásticas como elastoplásticas. El modelo de plasticidad está formulado utilizando esfuerzos efectivos en un plano $p' - q$ en donde $p' = -1/3(\delta^T \sigma')$ es el esfuerzo efectivo normal promedio, $q = \sqrt{3J_2}$ es el

esfuerzo desviador, $J_2 = 1/2(s^T s)$ es la segunda invariante del vector del esfuerzo desviador, $s = \sigma' + p'\delta$. Se conjugan deformaciones volumétricas y desviadoras las cuales están dadas por las Ecs. (22) y (23) respectivamente.

$$\varepsilon_v = -\delta^T \varepsilon \quad (22)$$

$$\varepsilon_q = \sqrt{2/3[(\varepsilon + 1/3\varepsilon_v\delta)^T(\varepsilon + 1/3\varepsilon_v\delta)]} \quad (23)$$

La pendiente de la línea del estado crítico (M_{cs}) está representada por la Ec. (24). En donde, ϕ'_{cs} es el ángulo de fricción efectivo en el estado crítico y $\tilde{\varepsilon}$ puede valer -1 si es una carga compresiva y $+1$ si es carga de extensión.

$$M_{cs} = \frac{6\text{sen}\phi'_{cs}}{3\tilde{\varepsilon} - \text{sen}\phi'_{cs}} \quad (24)$$

Mientras que la línea del estado crítico como tal está dada por la Ec. (25), en la que $\Gamma(s)$ es el volumen específico a un esfuerzo efectivo $p' = 1$ kPa, $\lambda(s)$ es la pendiente de la línea del estado crítico en un plano $v - \ln p'$. Por último, v_{cs} es el volumen específico y p'_{cs} es el esfuerzo efectivo, ambos en el punto del estado crítico.

$$v_{cs} = \Gamma(s) - \lambda(s)\ln(p'_{cs}) \quad (25)$$

Los autores presentan también la existencia de una línea límite de la compresión isotrópica, localizada a lo largo de κ en la línea del estado crítico a un cambio constante en un plano $v - \ln p'$. En la Ec. (26) se muestra la representación de esta línea. En esta representación, $N(s)$ es la intercepción de dicha línea a un esfuerzo efectivo $p' = 1$ kPa y v_{LICL} es el volumen específico en la misma.

$$v_{LICL} = N(s) - \lambda(s)\ln(p'_c) \quad (26)$$

A continuación, en la Tabla 6 se muestran los parámetros utilizados por este modelo.

Tabla 6 – *Parámetros usados en el modelo* (Khalili et al., 2008).

Parámetro	Explicación	Comportamiento
$\lambda(s)$	Pendiente de la línea límite de compresión isotrópica en la succión final	
$N(s)$	Pendiente de la línea límite de compresión isotrópica en la succión final	
κ	Constante elástica	
M_{cs}	Pendiente de la línea del estado crítico	Mecánico
ν	Módulo de Poisson	
A	Parámetro del material dependiente de la cantidad de disipación de energía	
k_m	Parámetro del material para controlar la inclinación de la respuesta en un plano $q - E_q$	
S_{ae}	Valor de entrada de aire del suelo	
S_{ex}	Valor de expulsión de aire del suelo	
S_{res}	Grado de saturación residual	Hidráulico
λ_p	Índice de la distribución del tamaño de los poros	
N	Parámetros para definir la forma de la superficie de	Parámetros de
R	fluencia	forma

Modelo de Zhou & Sheng

Zhou y Sheng desarrollaron un modelo en el 2015 basándose en el principio de los esfuerzos efectivos y tomando como base el modelo de Bishop. Este es un modelo hidromecánico avanzado para el estudio de suelos no saturados a varias densidades iniciales y está basado en la plasticidad de subcarga y en los esfuerzos aproximados de saturación.

Es capaz de reproducir el comportamiento hidromecánico acoplado de los suelos no saturados y el efecto de su densidad inicial. El modelo requiere de 13

parámetros fácilmente calibrables por medio de pruebas convencionales de laboratorio. El modelo está validado por la comparación entre predicciones hechas por el mismo y pruebas de laboratorio (Zhou & Sheng, 2015).

Los parámetros mencionados se presentan en la Tabla 7 mostrada a continuación:

Tabla 7 – *Parámetros usados en el modelo* (Zhou & Sheng, 2015).

Parámetro	Explicación	Comportamiento
λ_0	Índice de compresión elastoplástica de un suelo saturado	
κ	Índice de compresión elástica de un suelo saturado	
λ_d	Índice de compresión elastoplástica de un suelo seco, se puede tomar igual a κ si no se cuenta con datos.	Mecánico
M	Relación de esfuerzo del estado crítico de un suelo saturado	
ν	Relación de Poisson de un suelo saturado	
N en p_r	Punto inicial de la línea de compresión normal	
a_d		
a_w	Límite de las curvas de retención (Ecuación de	
n	Van Genuchten)	Hidráulico
m		
b	Parámetro para escaneo no lineal	
a_1	Primer parámetro de interacción	Interacción hidro-
a_2	Segundo parámetro de interacción	mecánica

Modelo de Ma *et. al.*

El modelo a continuación fue propuesto por Ma *et. al.* en 2016, el cual fue desarrollado para suelos expansivos no saturados dentro del marco del estado crítico. Para llevar a cabo la relación esfuerzo deformación se introducen tanto el esfuerzo efectivo como la succión mátrica (Ma *et al.*, 2016). Estos esfuerzos están definidos por las Ecs. (27) y (28) respectivamente. También se utiliza el esfuerzo total medio y el esfuerzo desviador, mostrados en las Ecs. (29) y (30). Para este caso el valor de χ es igual al valor del grado de saturación (S_r).

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + S_r(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (27)$$

$$s_c = u_a - u_w \quad (28)$$

$$p' = \frac{\sigma'_{ij}}{3} = (p - u_a) + S_r(u_a - u_w) \quad (29)$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad (30)$$

Superficie de fluencia

Para este modelo la superficie de fluencia está dada por la función presentada en la Ec. (31) en la cual p_c es la presión de consolidación y en el caso de la saturación es una función de la deformación plástica volumétrica y de la deformación plástica desviadora. La línea de falla está dada por $q = Mp'$ en donde M es independiente de la succión (Lu & Likos, 2006).

$$f = q^2 + M^2 p' (p' - p_c) \quad (31)$$

Debido a que la rigidez del suelo se vuelve más grande mientras la succión mátrica crece y que el efecto de endurecimiento en la deformación plástica desviadora se vuelve más evidente, los autores (Ma *et al.*, 2016) proponen una regla de endurecimiento presentada en la Ec. (32).

$$p_c = p_{c0} \exp\left(\frac{\nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p + \frac{\beta \nu}{\lambda - \kappa} \varepsilon_q^p\right) \cdot h(s_c, S_r, \varepsilon_v^p) \quad (32)$$

En donde p_c0 es la presión de preconsolidación inicial y β es un coeficiente proporcional al efecto de endurecimiento de la deformación plástica desviadora y h es un parámetro de corrección que está en función de la succión mátrica, el grado de saturación y la deformación plástica volumétrica. En cuanto la relación elastoplástica esfuerzo-deformación los incrementos en las deformaciones elásticas volumétricas y desviadoras se dan por las Ecs. (33) y (34) respectivamente en donde G es el módulo de corte.

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa dp'}{vp'} \quad (33)$$

$$d\varepsilon_q^e = \frac{dq}{3G} \quad (34)$$

Comportamiento hidráulico

Para la parte hidráulica los autores (Ma *et al.*, 2016) adoptan una regla de flujo no asociada por lo que se asume lo que se presenta en la Ec. (35). En la cual la pendiente de la línea del estado de dilatación está representado por $M_p = M \exp(n\varphi)$ y n es un parámetro adimensional que denota el aporte del parámetro de estado a la relación entre la expansión y el esfuerzo.

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = M \exp(n\varphi) - \eta \quad (35)$$

Para el efecto de deformación en la curva de retención de agua del suelo se ignora el efecto de la deformación elástica por lo que el cambio en el grado de saturación se representa como en la Ec. (36).

$$dS_r|_{d\varepsilon_v=0} = \frac{-ds_c}{K_p(s_c, S_r, \hat{n})} \quad (36)$$

En donde \hat{n} es la dirección de la carga hidráulica y su valor se toma como 1 para secado y -1 para humedecimiento y K_p es la pendiente negativa de la curva de retención de agua del suelo. Para describir las fronteras principales los autores (Ma

et al., 2016) toman el modelo para curvas de retención de (Feng & Fredlund, 1999) mostrado en la Ec. (37).

$$\kappa_k(S_r) = b_k \left(\frac{1 - S_r}{S_r - S_r^{irr}} \right)^{1/d_k} \quad (37)$$

En el cual b_k y d_k son parámetros positivos del material y presentan valores diferentes para secado y humedecimiento por lo que k puede ser reemplazado por DR o WT dependiendo del caso y se pueden obtener por medio de las Ecs. (38) y (39). Donde b_k^0 , d_k^0 y α_k son parámetros de adecuación de la curva.

$$b_k = b_k^0 + \alpha_k \varepsilon_v^p \quad (38)$$

$$d_k = d_k^0 \quad (39)$$

Según los autores, los parámetros utilizados para este modelo se pueden dividir en los tres grupos presentados en la Tabla 8.

Tabla 8 – *Parámetros usados en el modelo* (Ma *et al.*, 2016).

Parámetro	Explicación	Comportamiento
λ	Pendiente de carga en un plano $v - \ln p'$	
κ	Pendiente de descarga en un plano $v - \ln p'$	
G	Módulo de corte	
n	Parámetro adimensional relacionado con la expansión y el esfuerzo	Mecánico
β_0	Coefficiente proporcional al efecto de endurecimiento en la deformación plástica axial de un suelo saturado	
b_{DR}^0		
d_{DR}^0	Parámetros positivos del material del modelo de (Feng & Fredlund, 1999)	
b_{WT}^0		
d_{WT}^0		Hidráulico
S_r	Grado de saturación	
c	Parámetro positivo del material para describir el comportamiento de escaneo	
r	Parámetros del material del efecto de	
m	endurecimiento durante el secado	Interacción hidro-
α_{DR}	Parámetros del material que describen el efecto de	mecánica
α_{WT}	deformación en las curvas de retención	

Modelo de Yao *et al.*

Yao y sus colaboradores desarrollaron un método denominado método del esfuerzo transformado anisotrópico, con el fin de desarrollar modelos constitutivos para suelos anisotrópicos. En este modelo se modifican los componentes del esfuerzo en diferentes direcciones para reproducir el efecto de la anisotropía. Para esto, a un modelo se agregó un parámetro (Δ) dependiente de la dirección de la carga, los demás parámetros son independientes a esto (Yao *et al.*, 2016).

Ellos modificaron un modelo de endurecimiento unificado existente, reemplazando el tensor de esfuerzos de este por uno modificado, al hacerlo dicho modelo fue extendido hacia un modelo de deformaciones anisotrópicas para suelos. En la Tabla 9 se muestran los parámetros que se utilizan en este modelo.

Tabla 9 – *Parámetros usados en el modelo (Yao et al., 2016).*

Parámetro	Explicación	Comportamiento
\bar{M}	Relación de esfuerzos en el estado crítico de una compresión triaxial en un espacio de esfuerzos modificado	Mecánico
λ	Pendiente de la línea de compresión normal	
κ	Pendiente de la línea de expansión	
ν	Relación de Poisson	
Δ	Valor principal del tensor de la estructura del suelo (se recomienda que se mida con base en la anisotropía de esfuerzo)	

Modelo de Rojas

Para finalizar tenemos un ejemplo de un modelo mexicano reciente, el cual es el modelo creado por (Rojas González, 2018), este modelo contempla el fenómeno de expansión y colapso. Otra característica del modelo es que está basado en la ecuación de esfuerzos efectivos de (Bishop, 1959) como se muestra en la Ec. (40).

$$p' = p_n + \chi s \quad (40)$$

p' representa el esfuerzo total, obtenido de la suma de p_n (la diferencia entre el esfuerzo total medio y la presión generada por el aire) y χs (en donde χ es conocido como el parámetro de Bishop y s representa la succión).

El modelo también se basa en la teoría del estado crítico, esta teoría se puede definir como la representación del comportamiento elastoplástico de cualquier suelo utilizando solo dos constantes de esfuerzo y un parámetro que relaciona los cambios de volumen que el material sufre (Reyes Ortiz *et al.*, 2003).

Parte hidráulica

Los suelos se pueden dividir en tres fracciones: una en la que los poros pequeños del suelo están completamente saturados (f^s), una donde los poros grandes están secos (f^d) y por último, una en la que existen tanto poros secos como poros vacíos (f^u). Teniendo eso en cuenta el parámetro de Bishop se puede representar como una suma entre sus fracciones multiplicadas por su grado de saturación correspondiente (S_w^s, S_w^d y S_w^u) como en la Ec. (41):

$$\chi = S_w^s f^s + S_w^u f^u + S_w^d f^d \quad (41)$$

Si se tiene que $S_w^s = 1$ y que $S_w^d = 0$ la Ec. (41) queda como se presenta a continuación en la Ec. (42):

$$\chi = f^s + S_w^u f^u \quad (42)$$

Los parámetros restantes pueden ser obtenidos de un modelo sólido poroso explicado por el mismo autor de este modelo en (Rojas, 2008). La función que realiza el modelo sólido poroso es simular las curvas de retención del suelo en ambos ciclos: humedecimiento y secado. Por lo que al ir modificando los tamaños de los poros en el suelo es posible también ir modificando las curvas dependiendo de los nuevos tamaños de los poros de manera cíclica. De esa manera se obtiene el valor χ para cada uno de los valores de la succión.

Parte mecánica

En esta parte el autor (Rojas González, 2018) incluyó el fenómeno de endurecimiento anisotrópico transformando la superficie de fluencia en los ejes de esfuerzo medio efectivo contra succión en dos familias de curvas que se intersectan en el mismo punto del estado crítico. Estas curvas están representadas por las Ecs. (43) y (44), para simular el comportamiento del material altamente preconsolidado

(curva izquierda) y el comportamiento del material ligera y normalmente consolidado (curva derecha) respectivamente.

$$q^{a_1} - M^{a_1} \{ (rp'_0)^{a_1} - |p' - rp'_0|^{a_1} \} = 0 \quad (43)$$

$$q^{a_2} - \left(\frac{Mr}{1-r} \right)^{a_2} \{ (p'_0(1-r))^{a_2} - |p' - rp'_0|^{a_2} \} = 0 \quad (44)$$

Los parámetros a_1 y a_2 hacen que la superficie de fluencia cambie de forma conforme cambia el material por el que esté formado el suelo y estos representan los exponentes de las partes izquierda y derecha de la curva respectivamente. La relación entre el esfuerzo medio efectivo y el de preconsolidación aparente está representada por el parámetro r y este se modifica dependiendo del valor de la succión.

Tanto las componentes volumétricas ($\partial \varepsilon_v^p$) como desviadoras ($\partial \varepsilon_q^p$) están dadas por la Ec. (45) en todos los modelos que consideran la regla de flujo normal que establece que la misma ecuación representa la superficie de fluencia y el potencial plástico.

$$\begin{Bmatrix} \partial \varepsilon_v^p \\ \partial \varepsilon_q^p \end{Bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_p^v}} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{\partial f}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial p'} \end{bmatrix} \quad (45)$$

En donde f es la función para la superficie de fluencia. Si se sustituyen todas las ecuaciones anteriores en la Ec. (45) se tiene la Ec. (46).

$$\begin{Bmatrix} \partial \varepsilon_v^p \\ \partial \varepsilon_q^p \end{Bmatrix} = H \begin{bmatrix} a_x \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 r)^{(a_x-1)} & a_x q^{(a_x-1)} \\ a_x q^{(a_x-1)} & \frac{[a_x q^{(a_x-1)}]^2}{a_x \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)}} \end{bmatrix} \quad (46)$$

La funciones escalón para los lados izquierdo y derecho están dadas por h_1 y h_2 , a_x representa el exponente de la parte de la superficie de fluencia en la que se

encuentre, es decir, la parte izquierda o derecha. En el caso del parámetro H, este está dado por la Ec. (47).

$$H = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{f(1 + e)p'_0 a_x (h_1 + h_2) \left[M \left(h_1 + h_2 \left(\frac{r}{1-r} \right) \right) \right]^{a_x}} \right\} \quad (47)$$

$$\left\{ \frac{1}{[h_1 + h_2(1-r)][p'_0(h_1 r + h_2(1-r))]^{(a_x-1)} + (h_1 + h_2 r)(p' - p'_0 r)^{(a_x-1)}} \right\}$$

El índice de carga y descarga (κ), la relación de vacíos (e), el esfuerzo medio efectivo (p') y el módulo de Poisson (ν) describen el comportamiento elástico. Por lo tanto, es posible obtener los módulos cortantes y de volumen por medio de relaciones elásticas presentadas en las Ecs. (48) y (49). La regla de endurecimiento se presenta en la Ec. (50).

$$K = \frac{1 + e p'}{e \kappa} \quad (48)$$

$$G = \frac{3(1 - 2\nu)(1 + e)p'}{2(1 + \nu)e \kappa} \quad (49)$$

$$dp'_0 = \left(\frac{1 + e}{e} \right) \frac{p'_0}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (50)$$

El marco elastoplástico que se presenta en la Figura 6 es utilizado por el autor del modelo (Rojas González, 2018) para incluir el fenómeno de expansión y colapso.

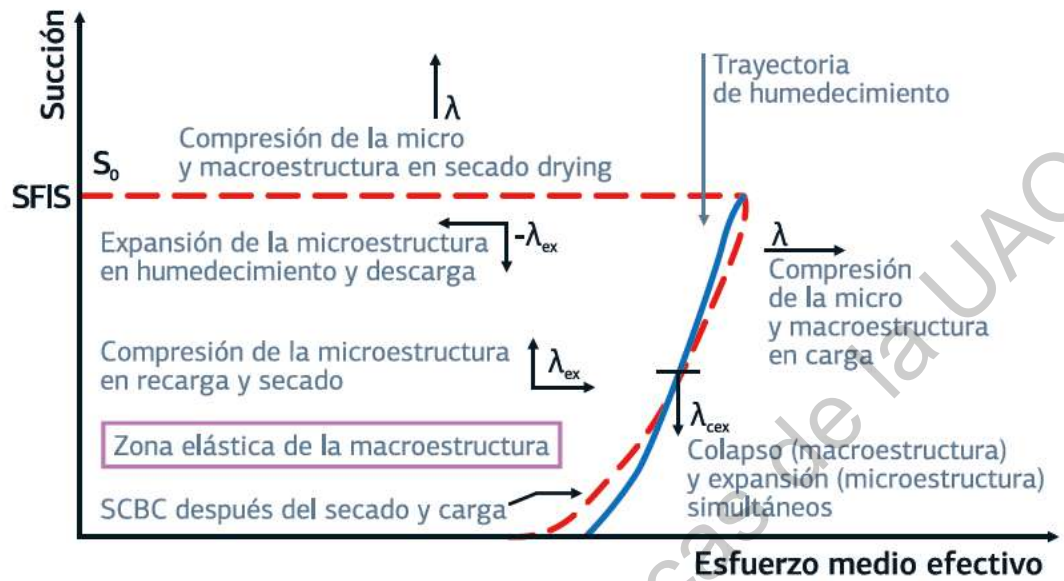


Figura 6 – Marco elastoplástico para simular los fenómenos de colapso y expansión (Rojas González, 2018).

En resumen, los parámetros que requiere este modelo son siete y se pueden obtener sin problema realizando cuatro pruebas triaxiales drenados a un suelo saturado, dos de estas sobre un suelo preconsolidado y las otras dos sobre uno normalmente consolidado. Estos parámetros se enlistan en la Tabla 10 continuación:

Tabla 10 – *Parámetros usados en el modelo* (Rojas González, 2018).

Parámetro	Explicación	Comportamiento
λ	Índice de carga	
κ	Índice de descarga	
ν	Módulo de Poisson	
M	Pendiente de la superficie de falla en un plano $p' - q$	Mecánico
a_1		
a_2	Parámetros de forma de la superficie de fluencia	
r		

Acorde al autor (Rojas González, 2018) “Los modelos para suelos no saturados que se han desarrollado hasta ahora no incluyen ninguna de las siguientes características del modelo propuesto:

- a) El esfuerzo de preconsolidación aparente del suelo durante el secado se incrementa en dos veces el valor del esfuerzo de succión.
- b) La superficie de fluencia puede tomar diversas formas.
- c) La superficie de fluencia en los ejes (p',q) se endurece anisotrópicamente.
- d) La expansión toma en cuenta el efecto del esfuerzo desviador.
- e) El acoplamiento hidromecánico se realiza a través de la porosimetría del material y no requiere de parámetros adicionales ni calibración previa.
- f) La matriz de rigidez es simétrica.
- g) Sólo se requieren 4 ensayos triaxiales drenados en material saturado para determinar los parámetros del modelo mecánico.”

METODOLOGÍA

En esta parte del documento se explicará lo que realiza el algoritmo programado en Matlab®. El modelo mecánico está basado en las ecuaciones propuestas en (Rojas *et al.*, 2019) y el modelo hidráulico está basado en (Zhou *et al.*, 2012).

Modelo mecánico

Este modelo plantea una superficie de fluencia que puede variar la posición del estado crítico con respecto al esfuerzo de preconsolidación aparente. Esto se logra separando la elipse de la superficie de fluencia en dos partes: la izquierda representa el comportamiento expansivo y la derecha el comportamiento compresivo, ambas partes chocan horizontal y verticalmente en la pendiente M (Rojas *et al.*, 2019). Las ecuaciones de las elipses están dadas por las Ecs. (51) y (52) respectivamente mostradas a continuación.

$$f = q^{a_1} - M^{a_1} \{ (f p'_0)^{a_1} - |p' - f p'_0|^{a_1} \} \quad (51)$$

$$f = q^{a_2} - \left(\frac{M f}{1 - f} \right)^{a_2} \{ (p'_0(1 - f))^{a_2} - |p' - f p'_0|^{a_2} \} \quad (52)$$

En donde a_1 representa un exponente de la parte izquierda de la superficie de fluencia y a_2 de la parte derecha. Para representar la relación entre el esfuerzo efectivo aplicado y el esfuerzo de preconsolidación se propone el parámetro f . De estos parámetros depende la forma que toma la elipse. En la Figura 7 se muestran algunos ejemplos de las formas que puede tomar la elipse.

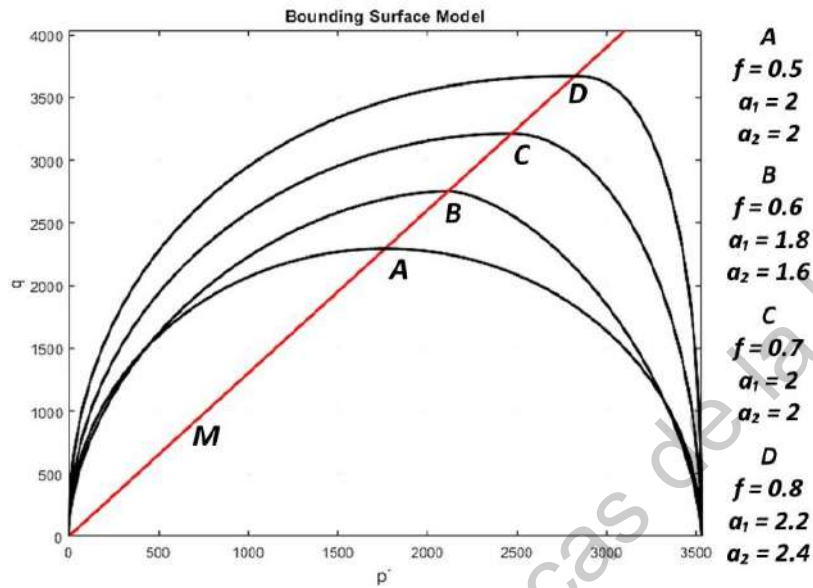


Figura 7 – Formas de la elipse en un plano p' - q .

Nótese que si los valores son $f = 0.5$ y $a_1 = a_2 = 2$ la elipse es simétrica y corresponde a la superficie de fluencia obtenida con el estado crítico.

Tomando lo anterior en cuenta, el primer paso que hace el programa es determinar el punto de intersección de la trayectoria de esfuerzos (p_i) y la línea del estado crítico (M), ese punto es donde ocurre el estado crítico, es decir, el punto en el que la muestra de suelo falla. Después se calcula la intersección de la trayectoria de esfuerzos (p_i) con la superficie de fluencia, definiendo así la separación entre la zona elástica y la elastoplástica, este punto varía dependiendo del esfuerzo de preconsolidación y del esfuerzo confinante dado.

Podemos separar los estados del suelo en tres. El primero es el normalmente consolidado, aquí el esfuerzo confinante (p') es igual al esfuerzo de preconsolidación (p_0) por lo que la intersección se encuentra en la base de la superficie de fluencia, en la Figura 8 se muestra el ejemplo de este estado.

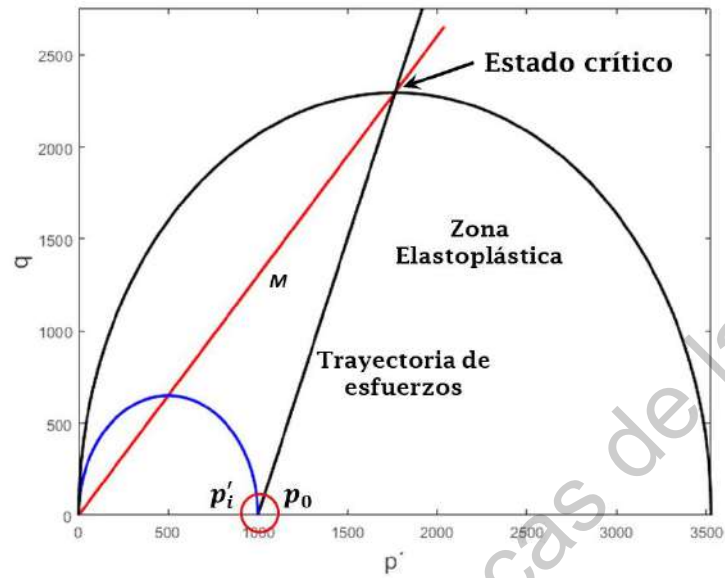


Figura 8 – Ejemplo de un suelo normalmente consolidado.

El segundo se da cuando el suelo está siendo ligeramente sobre consolidado, en este caso a partir del punto calculado las deformaciones del suelo son irreversibles debido a que se pasa de la zona elástica a la zona elastoplástica, tal como se muestra en la Figura 9.

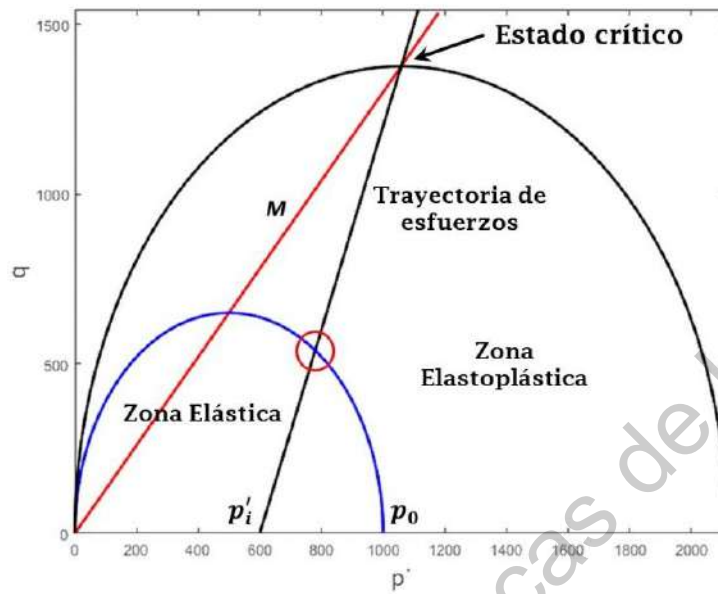


Figura 9 – Ejemplo de un suelo ligeramente preconsolidado.

Por último, tenemos al suelo en un estado altamente preconsolidado, como su nombre lo indica en esta ocasión el suelo ha sufrido cargas muy grandes a lo largo de su historia por lo que las cargas que se le coloquen son mucho menores a las que este puede soportar sin problema. Aquí el punto calculado determina el punto en el que el suelo dejará de comprimirse y comenzará a expandir hasta que se presente la falla. En la Figura 10 se muestra un ejemplo de esto.

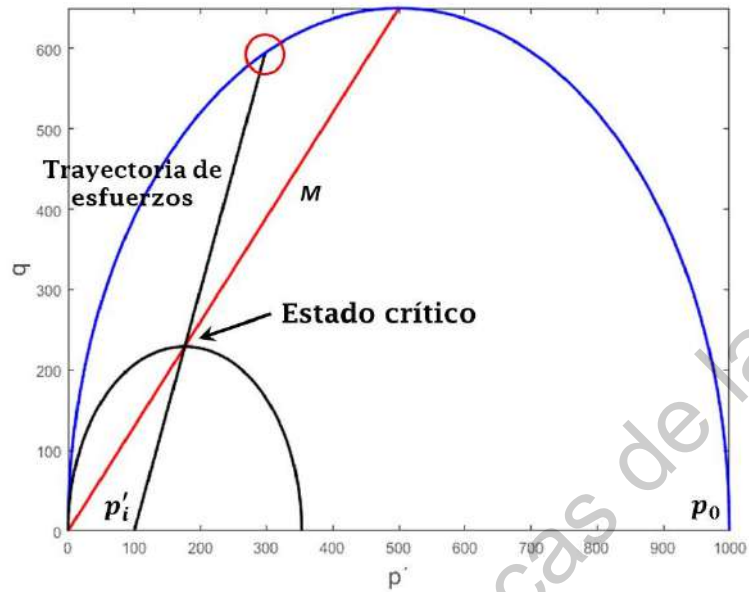


Figura 10 – Ejemplo de un suelo altamente preconsolidado.

Con lo explicado y obtenido previamente ya se tiene el límite, por lo que se propondrá una división de la trayectoria de esfuerzos desde el punto en el que inicia hasta el límite, con estas divisiones se calculan los incrementos que se darán en el esfuerzo efectivo (p') y en el esfuerzo desviador (q), el incremento del esfuerzo desviador es tres veces el incremento del esfuerzo efectivo dado que la trayectoria de esfuerzos tiene una pendiente 3:1. A partir de aquí para cada incremento se calcula lo que se presentará a continuación.

Con el valor de p' y q se calcula la base de la superficie de fluencia con la Ec. (53) que representa el esfuerzo de preconsolidación (p_0).

$$p_0 = \frac{q^2}{M^2 * p'} + p' \quad (53)$$

Con el valor obtenido previamente se procede a calcular la relación de vacíos utilizando para la zona elástica la Ec. (54) y para la zona elastoplástica Ec. (55) utilizando las pendientes de carga (λ) y recarga (κ), respectivamente. En donde e_0 representa la relación de vacíos inicial.

$$e = e_0 \left(\frac{p'}{p_0} \right)^{-\kappa} \quad (54)$$

$$e = e_0 \left(\frac{p'}{p_0} \right)^{-\lambda} \quad (55)$$

Para el cálculo de las deformaciones elásticas en esta ocasión se utilizan un par de constantes elásticas denominadas *bulk modulus* o módulo de volumen (K) y *shear modulus* o módulo de corte (G), presentados en las Ecs. (56) y (57).

$$K = \left(\frac{1 + e_0}{e} \right) \frac{p'}{\kappa} \quad (56)$$

$$G = \left(\frac{1 + e_0}{e} \right) \frac{3(1 - 2\nu)p}{2(1 + \nu)\kappa} \quad (57)$$

Estos módulos dividen la deformación en una parte en la que cambia el tamaño, pero manteniendo la misma forma o volumétrica (K) y una parte en la que cambia la forma, pero manteniendo el volumen o distorsionante (G), las cuales ofrecen un gran beneficio si de suelos se trata (Wood, 1990). Utilizando dichos módulos la respuesta elástica se puede expresar como en la Ec. (58), donde dp y dq son los incrementos del esfuerzo efectivo y desviador, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_v^e \\ \delta \varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K & 0 \\ 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (58)$$

A continuación, se explicará el procedimiento que realiza el programa para el cálculo de las deformaciones plásticas tomando de ayuda gráfica la Figura 11. Para este modelo se incluye un parámetro de endurecimiento (w), dado por la Ec. (59), para evitar el fallo en el estado crítico (A) además de asegurar que en la superficie límite (B) el esfuerzo desviador máximo corresponda con la máxima relación entre el incremento de la deformación volumétrica ($d\varepsilon_v$) y el de la deformación desviadora ($d\varepsilon_q$).

$$w = \left[\frac{\log \left(\frac{f \bar{p}'_0}{\bar{p}} \right)}{\log \left(\frac{f p'_0}{p} \right)} \right]^R \quad (59)$$

Cabe destacar que con este parámetro el modelo se puede adaptar de mejor manera a los suelos altamente preconsolidado, ya que toma en cuenta un factor de preconsolidación R , el cual como su nombre lo indica representa la relación de sobreconsolidación elevada al cuadrado y está dada por la Ec. (60) mostrada en seguida.

$$R = \left(\frac{\bar{p}'_0}{p'_i} \right)^2 \quad (60)$$

Volviendo a la Ec. (59) e ilustrado por la Figura 11, \bar{p}'_0 es el esfuerzo de preconsolidación inicial, \bar{p} es el esfuerzo efectivo con el que la trayectoria de esfuerzos toca la superficie límite (B), p'_0 es el esfuerzo de preconsolidación actual y por último p es el esfuerzo total actual.

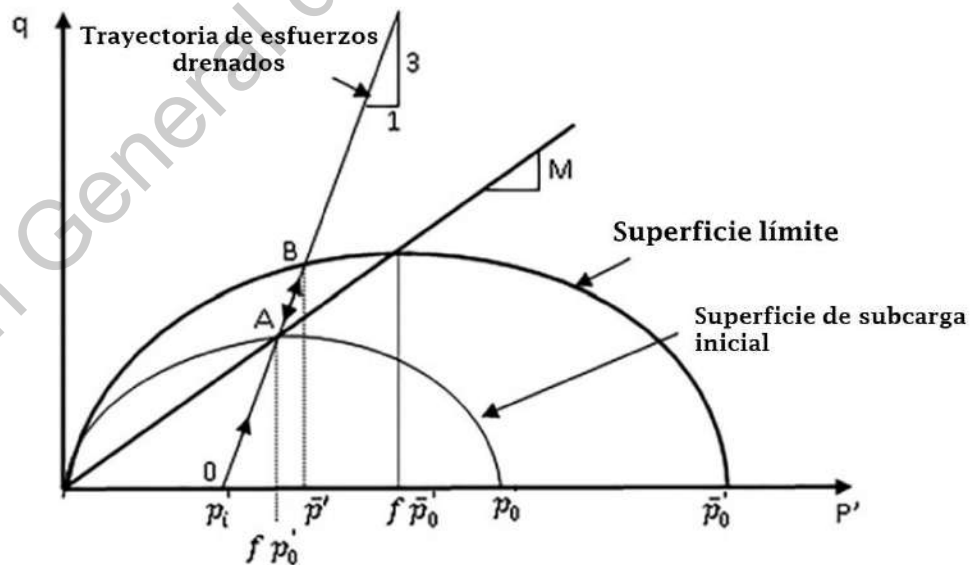


Figura 11 – Superficie límite, superficie de carga y mapeo de esfuerzos (Rojas et al., 2019).

Con lo obtenido hasta ahora se puede calcular la relación plástica esfuerzo-deformación, la cual está dada de manera matricial como se presenta en la Ec. (61).

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_v^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$A_{11} = a_x \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)} \quad (62)$$

$$A_{12} = A_{21} = a_x q^{(a_x-1)} \quad (63)$$

$$A_{22} = \frac{[a_x q^{(a_x-1)}]^2}{a_x \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x} (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)}} \quad (64)$$

$$H = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{f p'_0 a_x (1+e) (\langle h_1 \rangle w + \langle h_2 \rangle) \left[M \left(\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle \left(\frac{f}{1-f} \right) \right) \right]^{a_x}} \right\} \left\{ \frac{1}{T + F} \right\} \quad (65)$$

$$T = [\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle (1-f)] [p'_0 (\langle h_1 \rangle f + \langle h_2 \rangle (1-f))]^{(a_x-1)} \quad (66)$$

$$F = (\langle h_1 \rangle + \langle h_2 \rangle f) (p' - p'_0 f)^{(a_x-1)} \quad (67)$$

Las letras T y F se utilizan en este documento solo con el fin de escribir de mejor manera la ecuación. $\langle h_1 \rangle$ y $\langle h_2 \rangle$ son funciones de paso para la parte izquierda y derecha de la superficie de fluencia, respectivamente. Estos últimos pueden tomar valores de 1 y 0, dependiendo enteramente de la parte en la que nos encontremos, ya sea, como se mencionó antes, izquierda (1,0) o derecha (0,1). Así mismo, a_x puede tomar los valores de a_1 o a_2 dependiendo de las mismas circunstancias.

Nótese que la matriz de rigidez es cuadrada, y según lo mencionado por (Pereiro, 2006) se facilitaría la implementación de este modelo en algoritmos basados en el método del elemento finito.

Con todos los datos recabados hasta el momento se pueden realizar gráficas que comparen las deformaciones. Para esto se suman los resultados de las deformaciones plásticas y volumétricas, como se muestra en las Ecs. (68) y (69) para obtener las deformaciones totales.

$$\delta\varepsilon_v^T = \delta\varepsilon_v^e + \delta\varepsilon_v^p \quad (68)$$

$$\delta\varepsilon_q^T = \delta\varepsilon_q^e + \delta\varepsilon_q^p \quad (69)$$

Finalmente, los resultados obtenidos de cada incremento de esfuerzos con esto último, se suman de manera acumulativa, explicado de manera más sencilla, el $\delta\varepsilon^T$ del segundo paso se suma al del primero, al resultado de esta suma se agrega el $\delta\varepsilon^T$ del tercer paso y así sucesivamente para ambas deformaciones. Así es como obtenemos la deformación volumétrica E_v y la deformación desviadora E_q .

Para observar el comportamiento del suelo, se grafican los valores de E_v contra los de E_q , así como también se grafica E_q contra q . Como se mencionó anteriormente en este capítulo el suelo se puede comportar de tres maneras, en las Figura 12 y Figura 13 se muestra el comportamiento de los suelos en los planos comentados renglones arriba, normalmente consolidado (NC), ligeramente preconsolidado (LS) y altamente preconsolidado (AS).

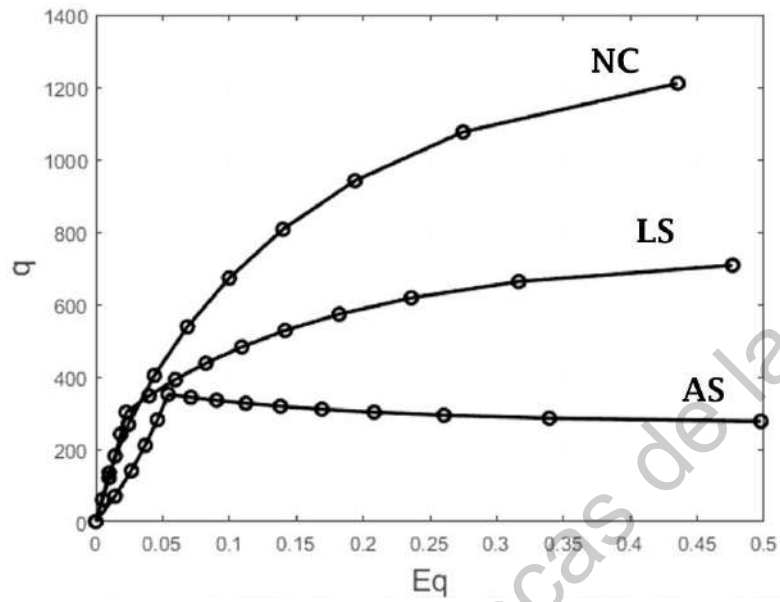


Figura 12 – Ejemplo de los comportamientos del suelo en un plano $E_q - q$.

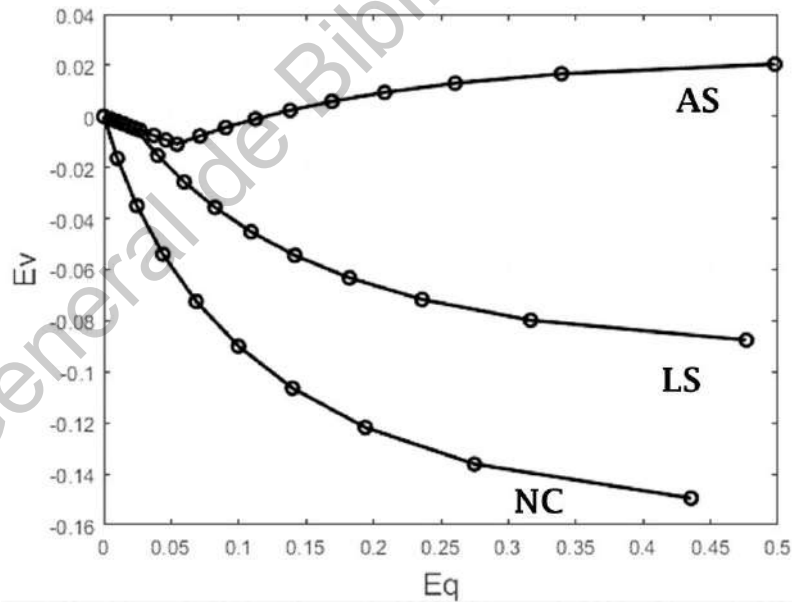


Figura 13 – Ejemplo de los comportamientos del suelo en un plano $E_q - E_v$.

Modelo hidráulico

La parte hidráulica de este modelo empleará el algoritmo para simulación de curvas de escaneo desarrollado por (Zhou *et al.*, 2012) el cual utiliza las curvas principales de humedecimiento y secado como referencia para calcular el grado de saturación de un suelo con base en un valor de succión y de si el suelo se encuentra en un proceso de secado o de humedecimiento.

El algoritmo desarrollado por (Zhou *et al.*, 2012) funciona de la siguiente manera. Este algoritmo toma como base la ecuación de van Genuchten para ejemplificar una curva de retención suelo-agua bajo esfuerzos netos constantes. De los datos obtenidos de una prueba de succión se obtienen parámetros de ajuste para ambos procesos, siendo a_d , m_d y n_d para el proceso de secado y a_w , m_w y n_w para el proceso de humedecimiento. Se puede observar un subíndice "d" para secado y "w" para humedecimiento, por lo tanto, se utilizan las ecuaciones respectivas para cada proceso.

Tomando en cuenta los parámetros de ajuste se calculan los valores del grado de saturación (S_{ed} , S_{ew}) para cada valor de succión (s) utilizando las Ecs. (70) y (71), es decir, se generan las curvas principales, las cuales son utilizadas como frontera en el algoritmo.

$$S_{ed} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d} \quad (70)$$

$$S_{ew} = \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w} \quad (71)$$

Posteriormente se calculan sus pendientes ($\partial S_{ed}/\partial s$, $\partial S_{ew}/\partial s$) utilizando las Ecs. (72) y (73).

$$\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} = -n_d \left[1 + \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d} \right]^{-n_d-1} \left(\frac{m_d}{a_d} \right) \left(\frac{s}{a_d} \right)^{m_d-1} \quad (72)$$

$$\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} = -n_w \left[1 + \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w} \right]^{-n_w-1} \left(\frac{m_w}{a_w} \right) \left(\frac{s}{a_w} \right)^{m_w-1} \quad (73)$$

Una vez obtenido lo anterior se comienzan a hacer ciclos para obtener curvas internas llamadas también “Curvas de escaneo” seleccionando un valor de succión (s) y su respectivo valor de grado de saturación (S_e) como punto de inicio, este puede estar dentro o en las fronteras. Con estos valores se calcula la pendiente ($\partial S_{esd}/\partial s$, $\partial S_{esw}/\partial s$) que tendrá la curva interna empleando las Ecs. (74) y (75), en donde el subíndice “s” es por la palabra “*scanning*” y es para mostrar que se trata de las curvas de escaneo.

$$\frac{\partial S_{esd}}{\partial s} = \left(\frac{s_d}{s} \right)^{-b} \left(\frac{\partial S_{ed}}{\partial s} \right) \quad (74)$$

$$\frac{\partial S_{esw}}{\partial s} = \left(\frac{s_w}{s} \right)^b \left(\frac{\partial S_{ew}}{\partial s} \right) \quad (75)$$

Los valores para s_d y s_w están dados por las Ecs. (76) y (77) respectivamente y representan el valor de succión correspondiente al grado de saturación de cada ciclo realizado y b es un parámetro de ajuste que siempre es positivo, regularmente tiene un valor entre tres y cinco, y sirve para ajustar las curvas a criterio del usuario.

$$s_d = a_d (S_e^{-1/n_d} - 1)^{1/m_d} \quad (76)$$

$$s_w = a_w (S_e^{-1/n_w} - 1)^{1/m_w} \quad (77)$$

Los valores resultantes en las Ecs. (74) y (75) se multiplican por el incremento que el usuario considere prudente para obtener un nuevo grado de saturación (S_e) y con ese valor repetir el ciclo hasta el punto al que se desee llegar y de allí comenzar el siguiente proceso. El algoritmo anterior se representa de manera gráfica en la Figura 14.

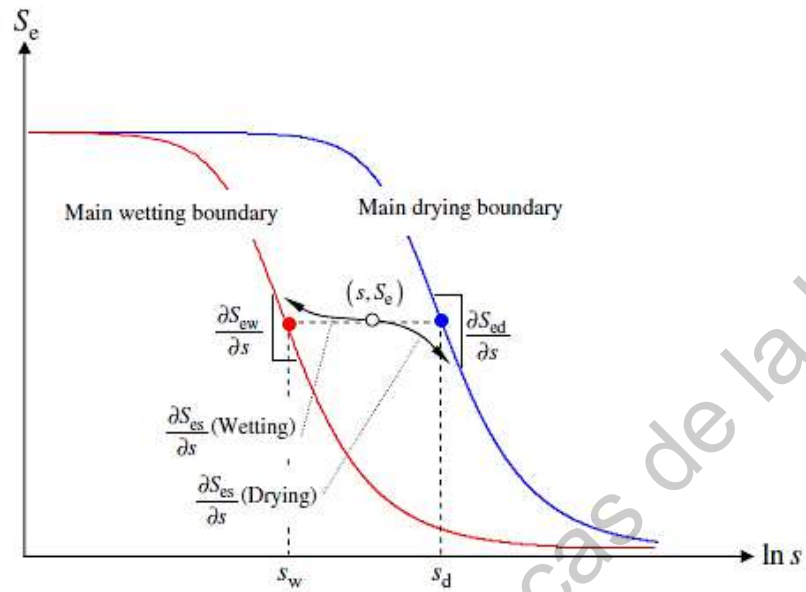


Figura 14 – Fronteras de humedecimiento y secado y ley de escaneo (Zhou et al., 2012).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo, se presentarán los parámetros que se utilizan para que funcione el modelo programado en Matlab®, además, con el mismo se harán comparaciones tanto del modelo del estado crítico ($f = 0.5$ y $a_1 = a_2 = 2$) como del modelo de la superficie límite ($f \neq 0.5$ y $a_1 \neq a_2 \neq 2$) con los datos experimentales obtenidos por distintos autores. Para realizar las simulaciones se tomaron las consideraciones mostradas en la Figura 15 para la obtención de p_i y p_0 . El valor del parámetro χ será equivalente al grado de saturación (G_w) para el cálculo de los esfuerzos efectivos.

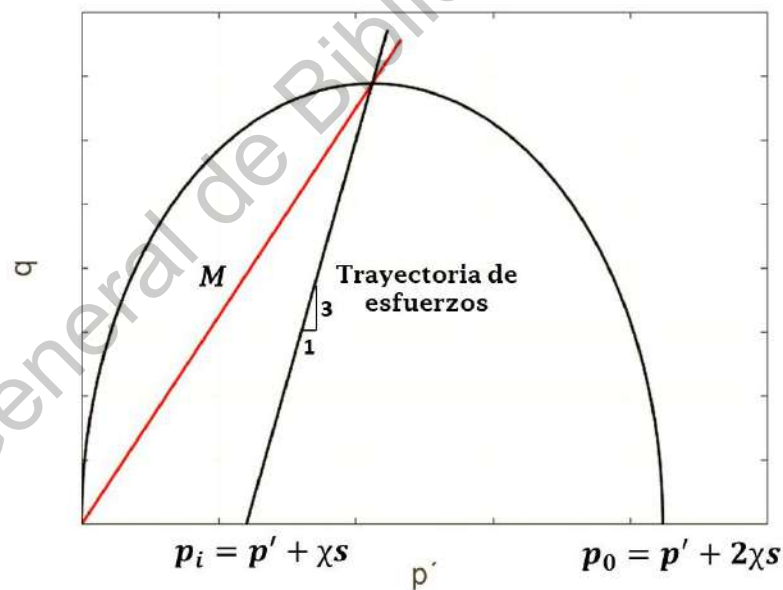


Figura 15 – Superficie de fluencia y consideraciones para p_i y p_0 .

Parámetros del modelo

El modelo presentado en este documento cuenta con un total de diecisiete parámetros para funcionar de manera correcta. Estos se podrían separar en tres categorías, estas presentadas en la Tabla 11 mostrada enseguida.

Tabla 11 – *Parámetros utilizados en el modelo.*

Parámetro	Explicación	Comportamiento	
λ	Índice de carga	Mecánico	
κ	Índice de descarga		
ν	Módulo de Poisson		
M	Pendiente de la superficie de falla en un plano $p' - q$		
e_0	Relación de vacíos inicial		
a_d	Parámetros de ajuste de la curva principal de secado	Hidráulico	
m_d			
n_d			
a_w	Parámetros de ajuste de la curva principal de humedecimiento		
m_w			
n_w			
b	Parámetro que ajusta la cercanía entre las curvas		
a_1	Exponente de la parte izquierda		Ajuste de la elipse
a_2	Exponente de la parte derecha		
f	Representación de la relación $p_i - p_0$		
h_1	Funciones de paso entre ambas		
h_2	partes de la elipse		

Se debe mencionar que de los anteriores parámetros solo algunos requieren de previa calibración por medio de experimentación, los demás son parámetros que

quedan a criterio del usuario y que además pueden ser cambiados a discreción siguiendo ciertas consideraciones.

Para la obtención de los parámetros mecánicos (λ , κ , ν , M y e_0) basta con la realización de cuatro ensayos triaxiales drenados a material saturado. En el caso de la mayoría de los parámetros hidráulicos (a_d , m_d , n_d , a_w , m_w , n_w) estos pueden ser obtenidos mediante una prueba de succión. El resto de los parámetros (b , a_1 , a_2 , f , h_1 , h_2), como ya se mencionó, quedan a criterio del usuario siguiendo las consideraciones mostradas en la Tabla 12.

Tabla 12 – Consideraciones para algunos parámetros.

Parámetro	Consideración
b	Valor positivo, usualmente de 2 – 5
a_1	Valores positivos a total consideración del usuario
a_2	
f	Valor positivo de 0.2 – 0.8
h_1	Valores de (1,0) para la parte izquierda
h_2	y (0,1) para la parte derecha

Tomando en cuenta lo anterior se podría decir que el modelo presentado solo requiere de once parámetros que requieren previa calibración experimental. Además, como se mencionó, estos once parámetros solo requieren de cuatro ensayos triaxiales y una prueba de succión, por lo que puede representar una ventaja en comparación con algunos otros modelos que requieren de un mayor número de parámetros o que requieren de parámetros de difícil calibración.

A continuación, se muestra un resumen con los parámetros empleados en los modelos desarrollados por los autores presentados con anterioridad, además de agregar el modelo propuesto en este documento. En la Tabla 13 se muestra la

cantidad total de parámetros y en la Tabla 14 solo se muestra la cantidad de parámetros mecánicos.

Tabla 13 – *Cantidad total de parámetros de los modelos*

Autor del modelo (Año)	Cantidad de Parámetros
Alonso et. al. (1990)	12
Vaunat et. al. (2000)	18
Khalili et. al. (2008)	15
Zhou & Sheng (2015)	13
Ma et. al. (2016)	16
Yao et. al. (2016)	5
Rojas González (2018)	12
Modelo propuesto (2020)	17

Tabla 14 – *Cantidad de parámetros mecánicos de los modelos*

Autor del modelo (Año)	Cantidad de Parámetros
Alonso et. al. (1990)	5
Vaunat et. al. (2000)	7
Khalili et. al. (2008)	11
Zhou & Sheng (2015)	6
Ma et. al. (2016)	6
Yao et. al. (2016)	5
Rojas González (2018)	7
Modelo propuesto (2020)	5

Se coloca una tabla con solo los parámetros mecánicos de los modelos debido a que los hidráulicos se utilizan principalmente para el cálculo de los esfuerzos iniciales y los demás son utilizados para aspectos adicionales ya sea de forma de

la elipse o de acoplamiento. Como se aprecia en la Tabla 14 la cantidad de parámetros mecánicos del modelo propuesto es menor a algunos de los modelos de otros autores y como se mencionó previamente, basta con pocas pruebas experimentales para obtener los parámetros para que funcione correctamente el programa.

Parámetro de endurecimiento

Como se mencionó previamente en el documento se agregó un parámetro de endurecimiento (w) dentro de la formulación de la parte mecánica del modelo, el cual puede o no utilizarse. Si no se desean utilizar los valores de w estos toman un valor igual a cero, por otra parte, si se agrega el cálculo estos tienden a tomar valores desde infinito hasta uno por lo que obviamente son distintos a cero.

Para apreciar la diferencia entre los resultados en los que se emplea y en los que no, a continuación se presenta las comparaciones gráficas en un plano $E_q - q$ en la Figura 16 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 17.

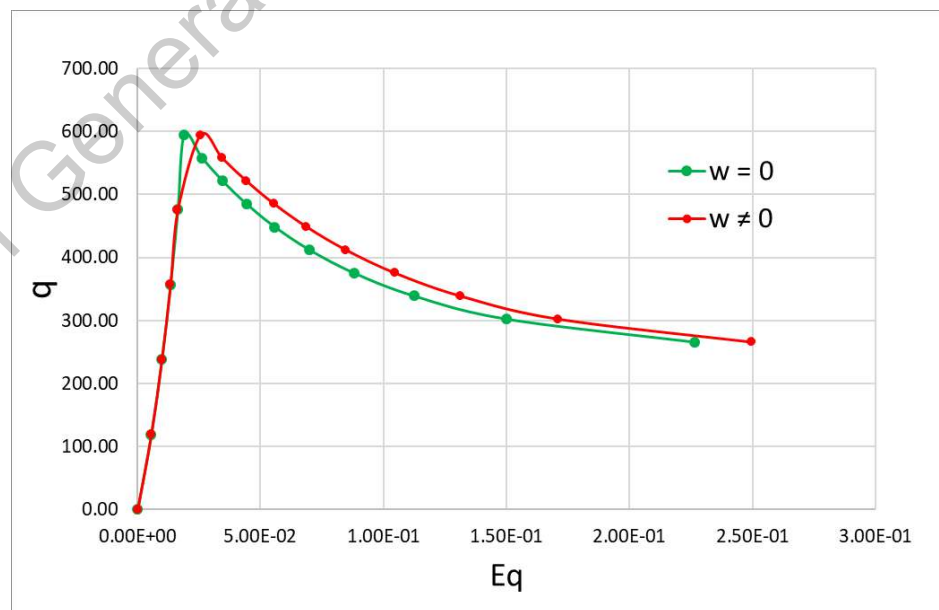


Figura 16 – Comparación del uso de w en un plano $E_q - q$.

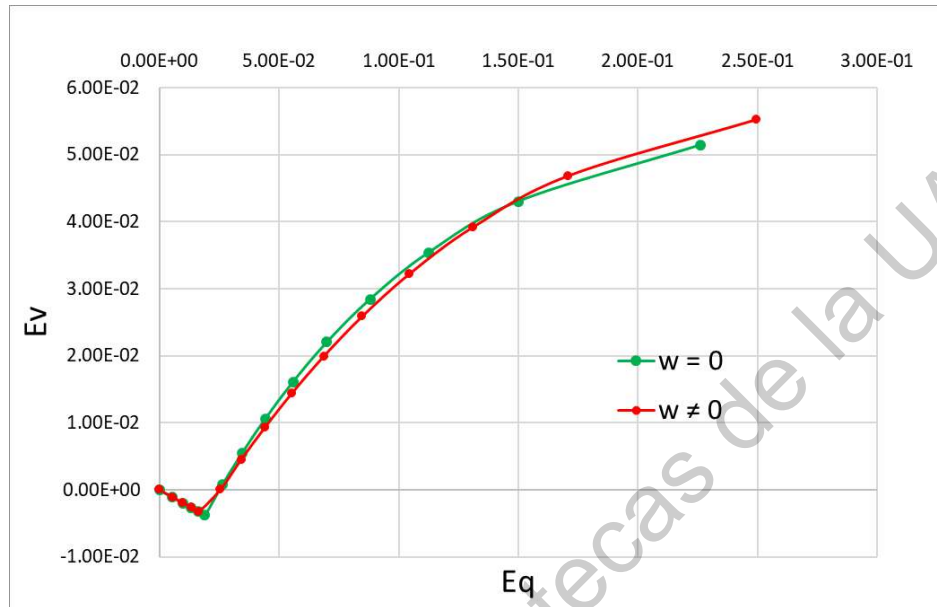


Figura 17 – Comparación del uso de w en un plano $E_q - E_v$.

Comparación de un suelo loessial colapsable inalterado

Para estas pruebas los investigadores (Garakani *et al.*, 2015) tomaron muestras cilíndricas inalteradas de un depósito de loess en Gorgan, Irán. Las pruebas a estos especímenes fueron realizadas en un aparato triaxial modificado para determinar el comportamiento de este suelo. Dichas pruebas fueron con succiones controladas a diferentes esfuerzos confinantes. Inicialmente se aplicó una presión isotrópica para posteriormente aplicar un esfuerzo axial y llevar las muestras a la falla. En la Figura 18 se muestran las curvas de retención del suelo presentadas por los investigadores.

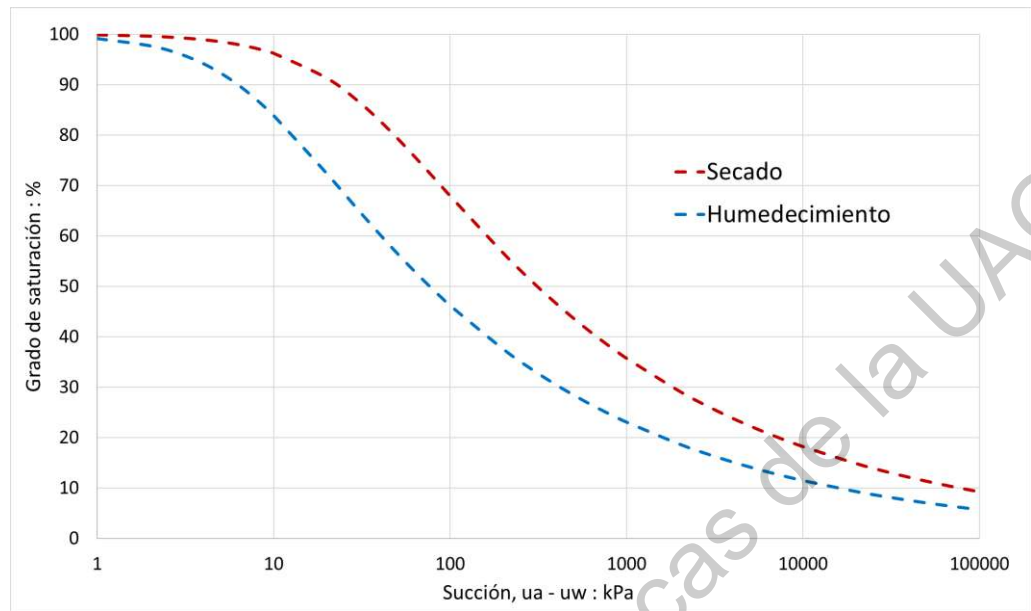


Figura 18 – *Curvas de retención de un suelo loessial* (Garakani et al., 2015).

Los esfuerzos aplicados en los diferentes especímenes se presentan en la Tabla 15 mostrada a continuación. Todos los especímenes durante los experimentos primeramente fueron humedecidos para lograr la succión requerida por los investigadores y por último se llevaron a la falla incrementando el esfuerzo axial en condiciones drenadas.

Tabla 15 – *Esfuerzos aplicados en las pruebas* (Garakani *et al.*, 2015).

Prueba	Succión (kPa)	Esfuerzo confinante (kPa)
1	0	400
2	50	400
3	100	100
4	100	300
5	100	400
6	200	300
7	300	200
8	400	50
9	400	150
10	400	300

Simulaciones

Los valores calibrados para los parámetros utilizados para las corridas numéricas se presentan a continuación en la Tabla 16. En este caso los resultados obtenidos no requirieron de una modificación en la superficie de fluencia por lo que se tomaron los valores para el equivalente del modelo del estado crítico.

De las curvas de retención se obtuvo el valor correspondiente del grado de saturación para cada succión, con el fin de obtener el esfuerzo efectivo de preconsolidación (p_0) y confinamiento (p_i) que se introducen en el modelo programado en MATLAB® para correrlo. Para este caso se emplean los valores de la curva de retención de humedecimiento, esto porque la muestra inalterada del suelo presentó una succión de 750 kPa y las succiones constantes empleadas para las pruebas fueron menores a la natural.

Tabla 16 - Valores de los parámetros para simulaciones.

Parámetro	Valor
M	1.3
e_0	0.77
λ	0.11
κ	0.01
ν	0.25
a_1	2
a_2	2
f	0.5

Succión constante de 0 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa

Para el confinante de 400 kPa se tiene el valor de $p_0 = 400$ y $p_i = 400$ según las consideraciones. A continuación, se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 19 tomando los valores del estado crítico, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 20 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 21.

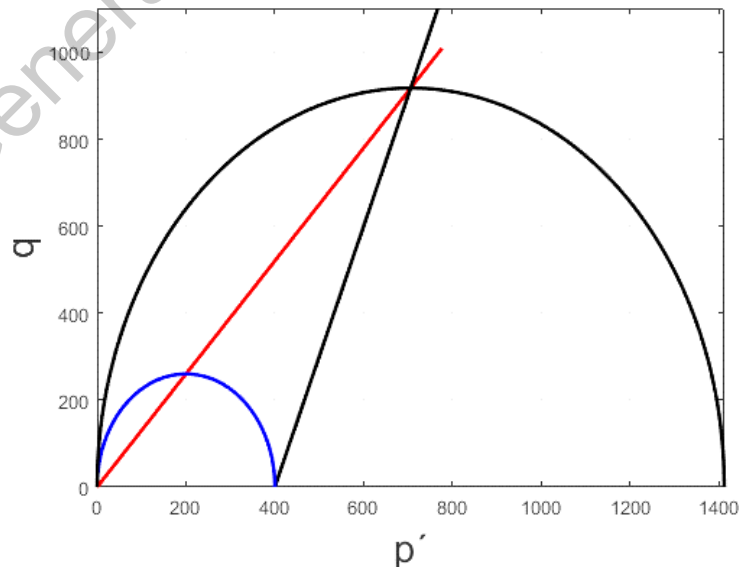


Figura 19 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

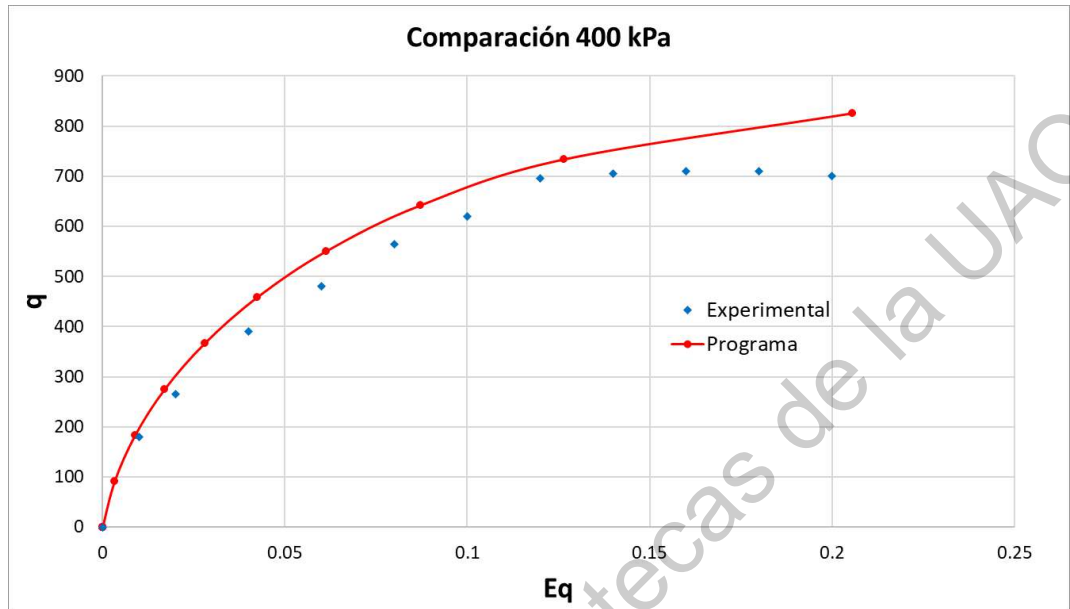


Figura 20 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

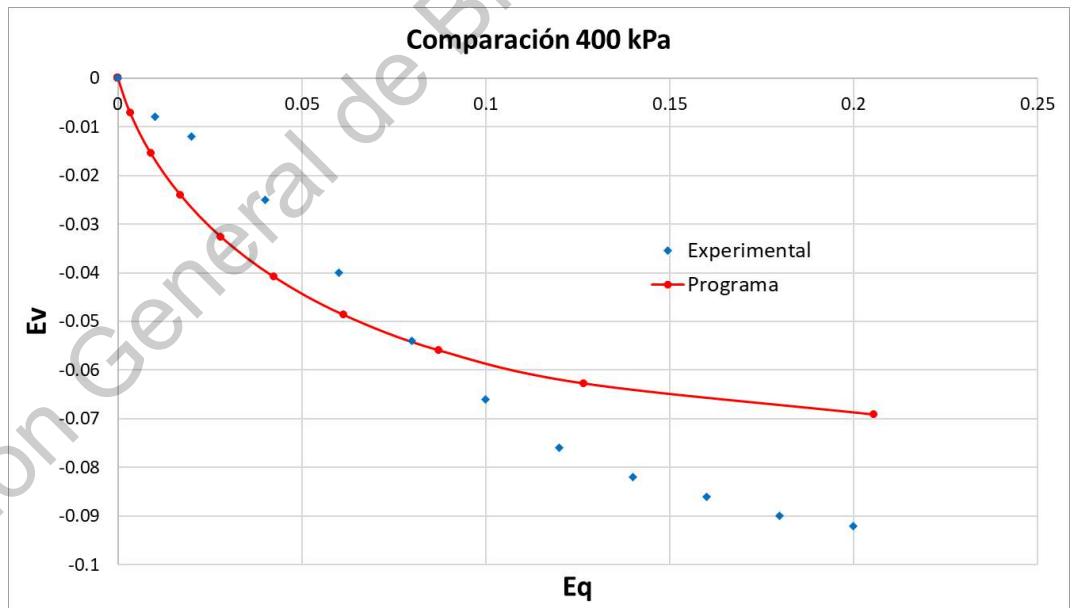


Figura 21 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 50 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa

En esta prueba se tiene un grado de saturación del 56.60% por lo que se calcula un $p_0 = 456.60$ y $p_i = 428.30$ según las consideraciones. De igual manera, a continuación se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 22, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 23 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 24.

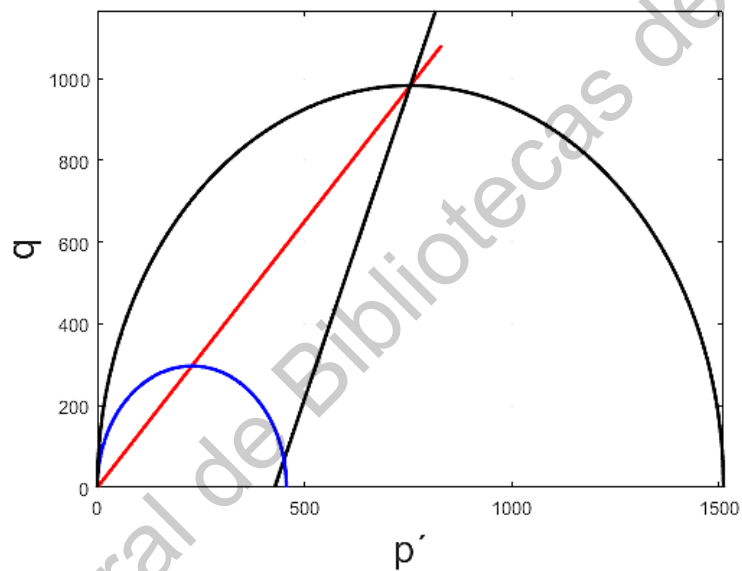


Figura 22 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

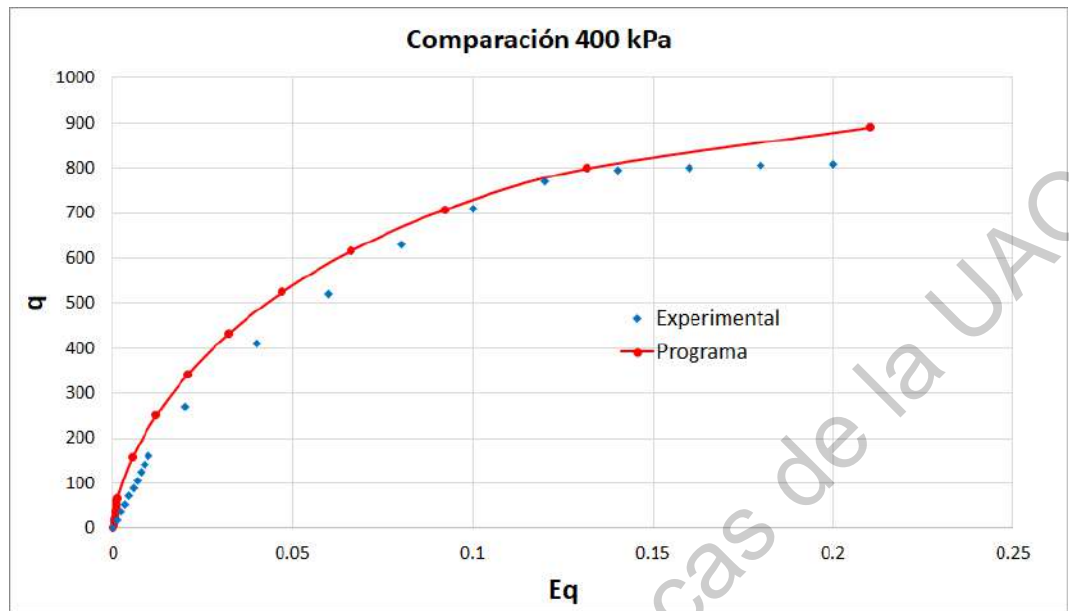


Figura 23 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

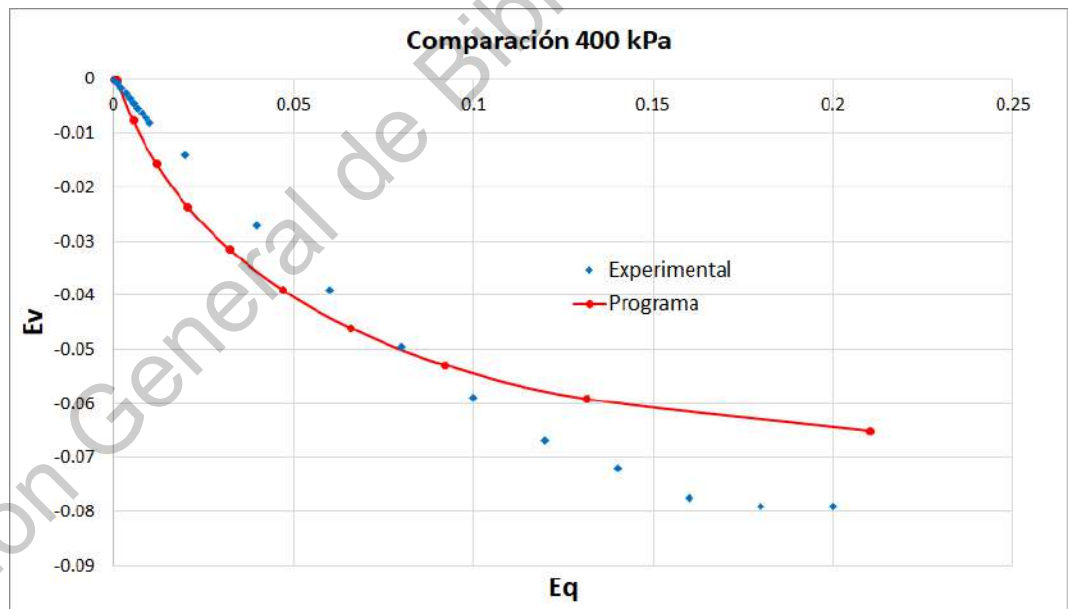


Figura 24 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa

Para una succión de 100 kPa se considera un grado de saturación del 46.21% calculando así un $p_0 = 192.41$ y $p_i = 146.21$. A continuación se muestra la superficie

de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 25, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 26 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 27.

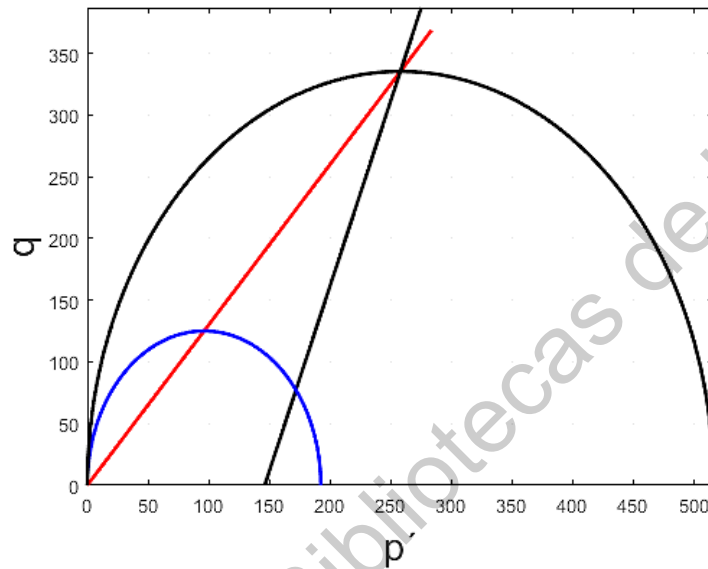


Figura 25 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

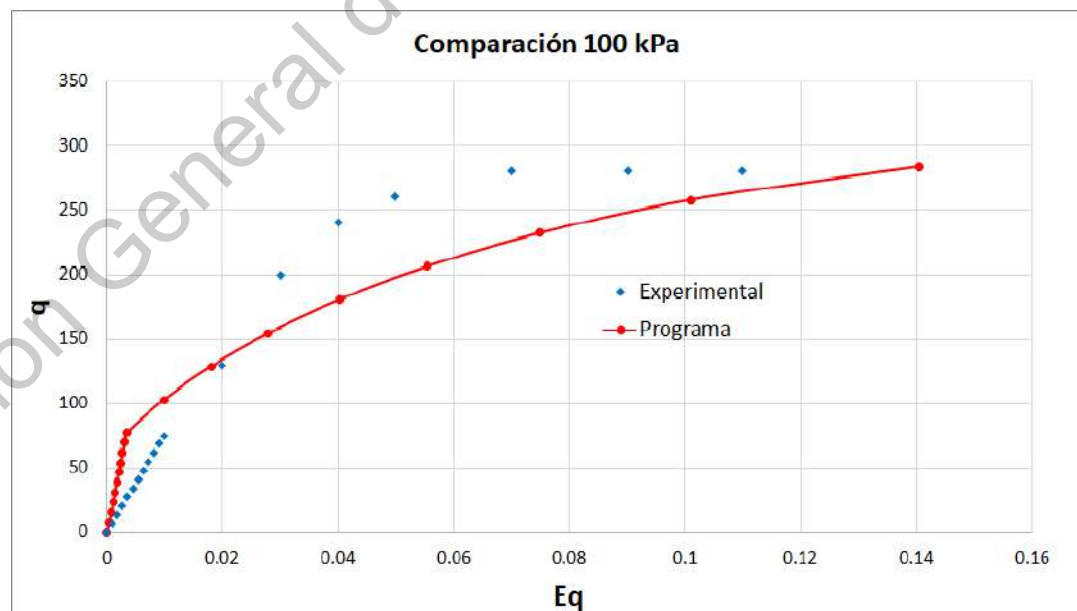


Figura 26 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

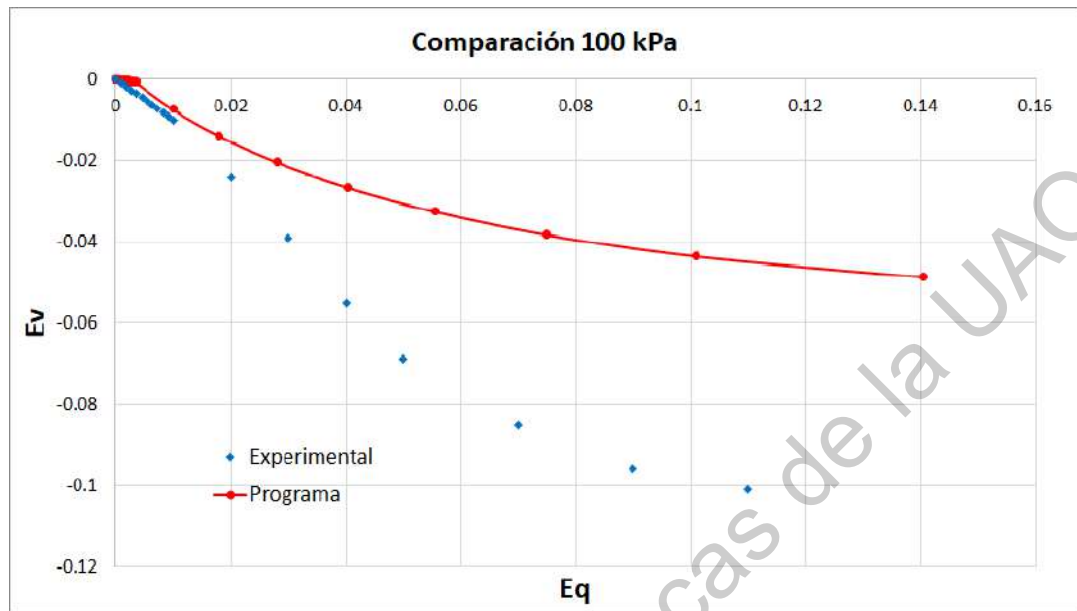


Figura 27 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa

Para valores de $p_0 = 392.41$ y $p_i = 346.21$ se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 28, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 29 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 30 tomando en cuenta un grado de saturación del 46.21% para una succión de 100 kPa.

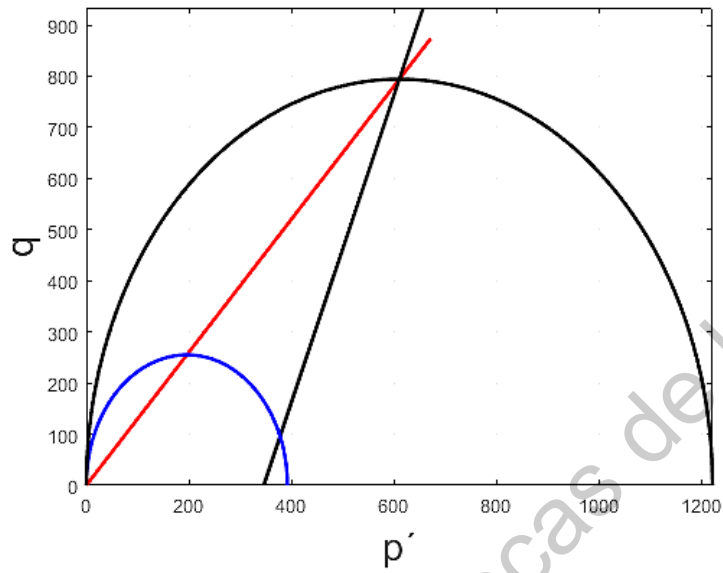


Figura 28 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

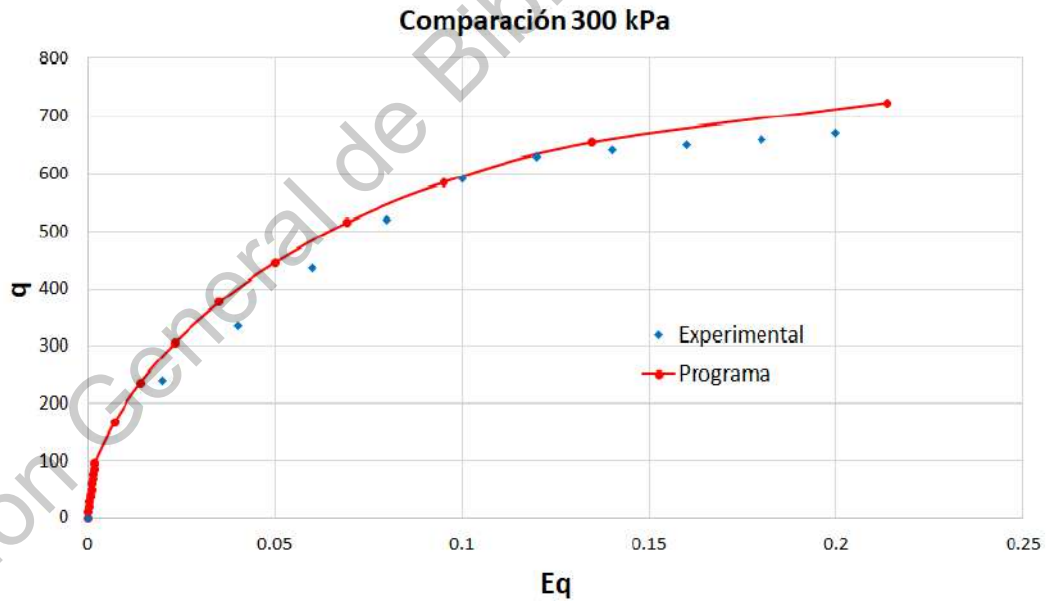


Figura 29 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

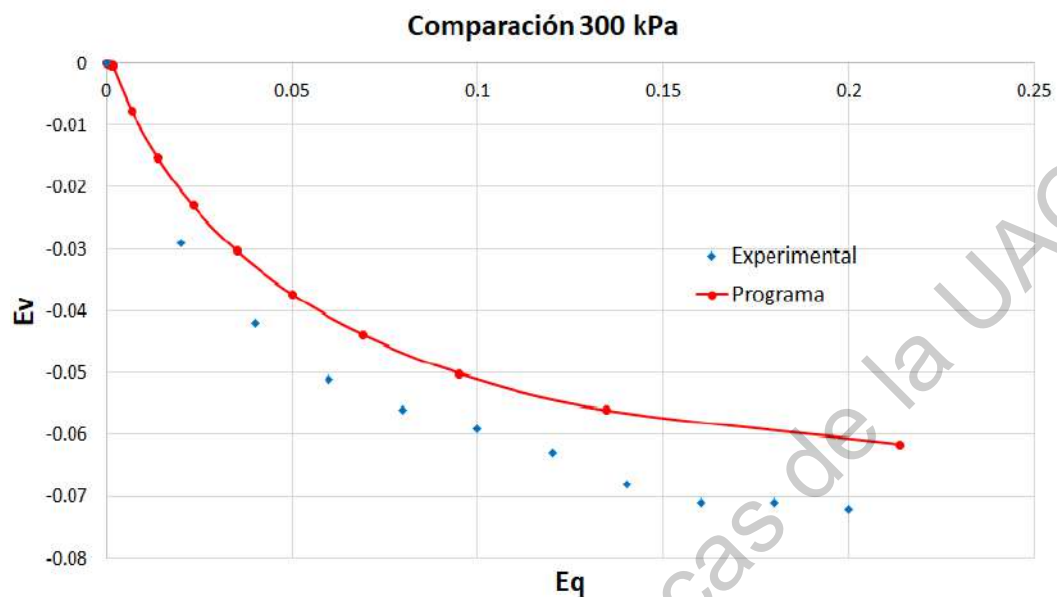


Figura 30 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 100 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa

Para valores de $p_0 = 492.41$ y $p_i = 446.21$ se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 31, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 32 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 33. Empleando un grado de saturación del 46.21% para una succión de 100 kPa.

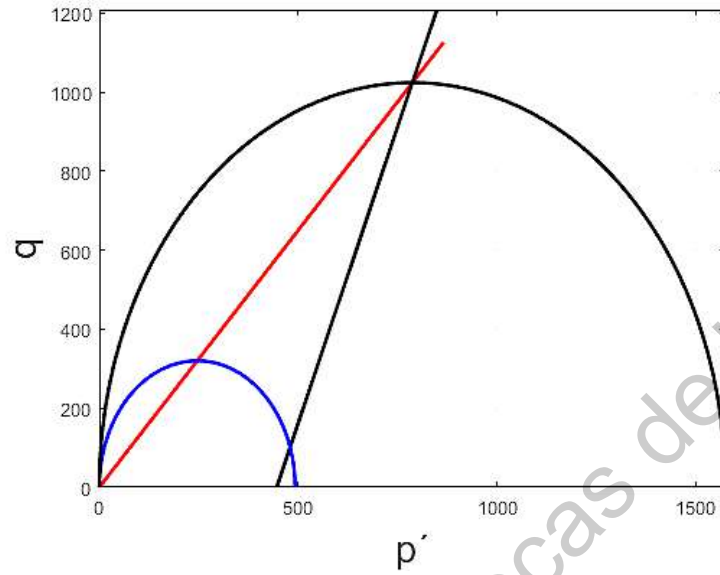


Figura 31 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

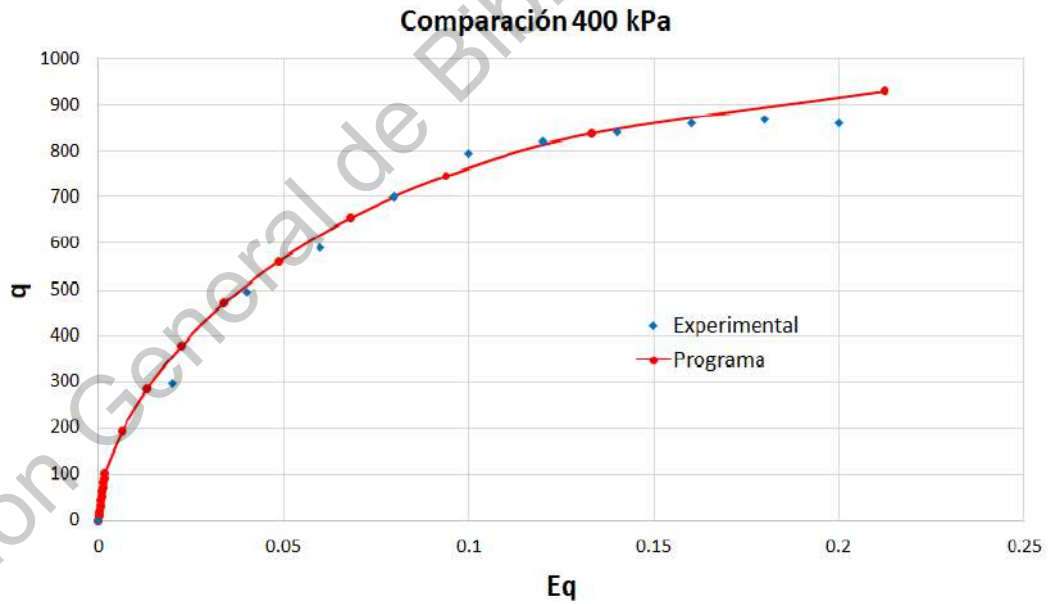


Figura 32 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

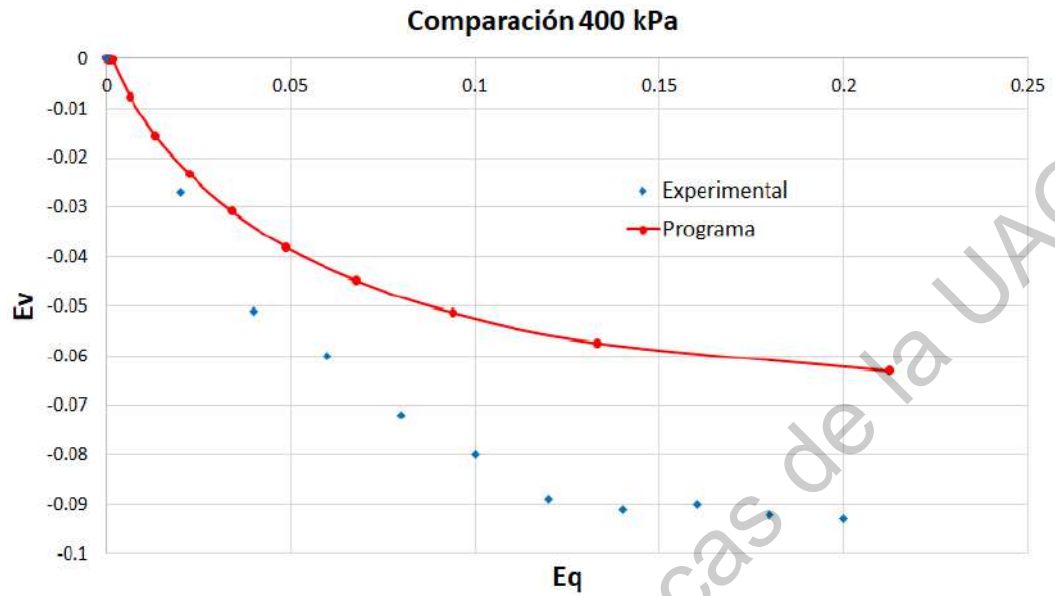


Figura 33 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa

Para valores de $p_0 = 450.12$ y $p_i = 375.06$ se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 34, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 35 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 36. El grado de saturación considerado para una succión de 200 kPa es del 37.53%.

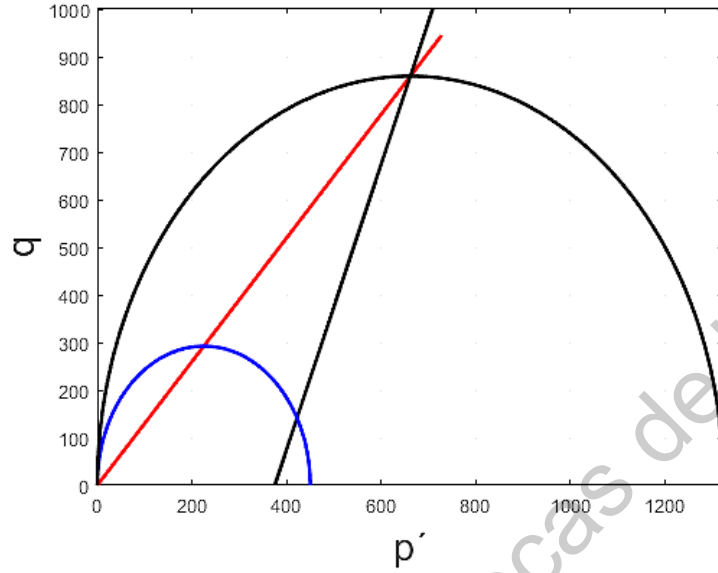


Figura 34 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

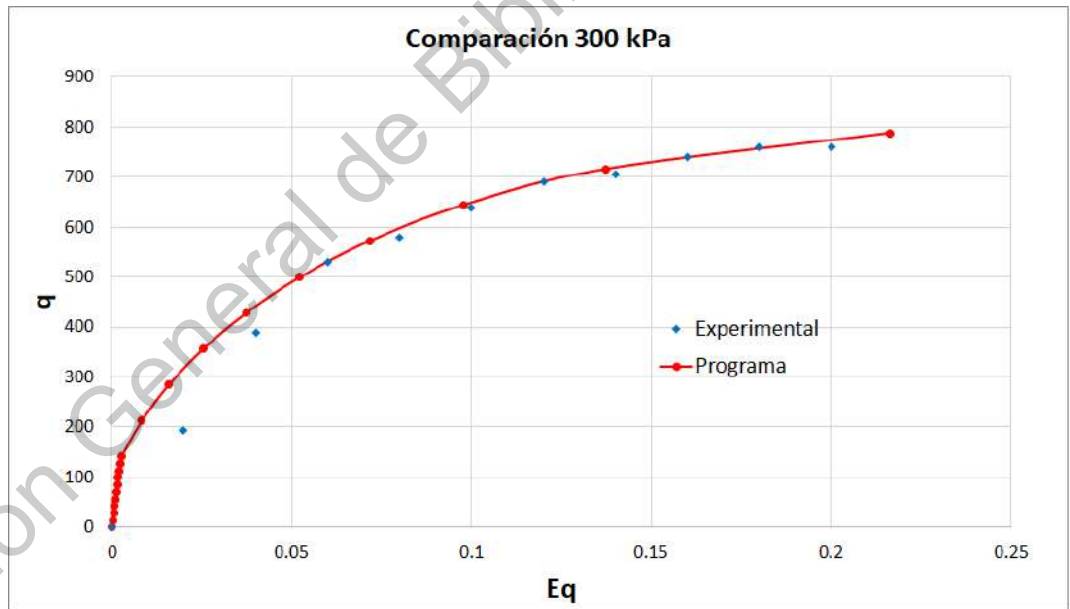


Figura 35 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

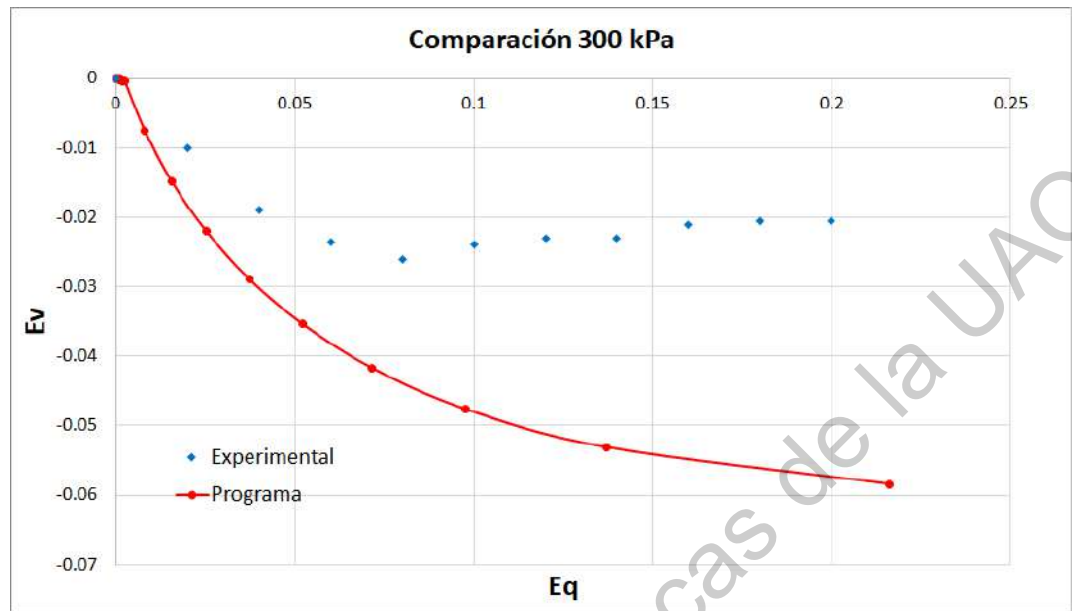


Figura 36 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 300 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa

Para valores de $p_0 = 399.20$ y $p_i = 299.60$ se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 37, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 38 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 39. Para una succión de 300 kPa se utiliza un grado de saturación del 33.20%.

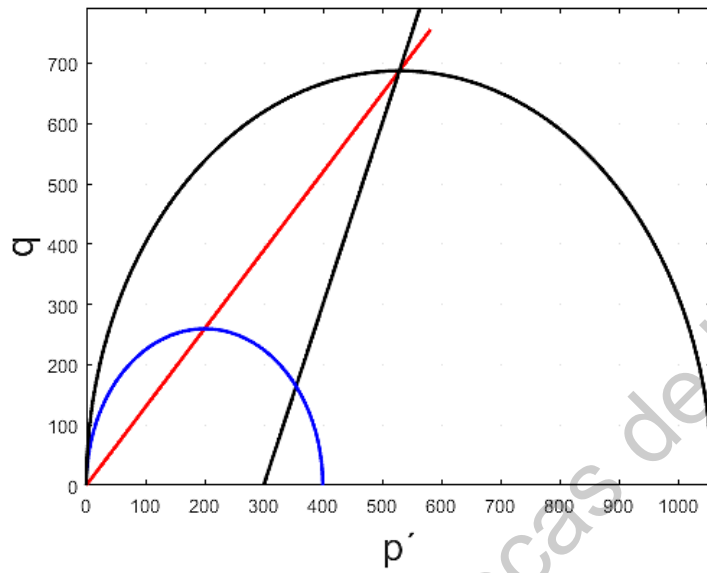


Figura 37 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

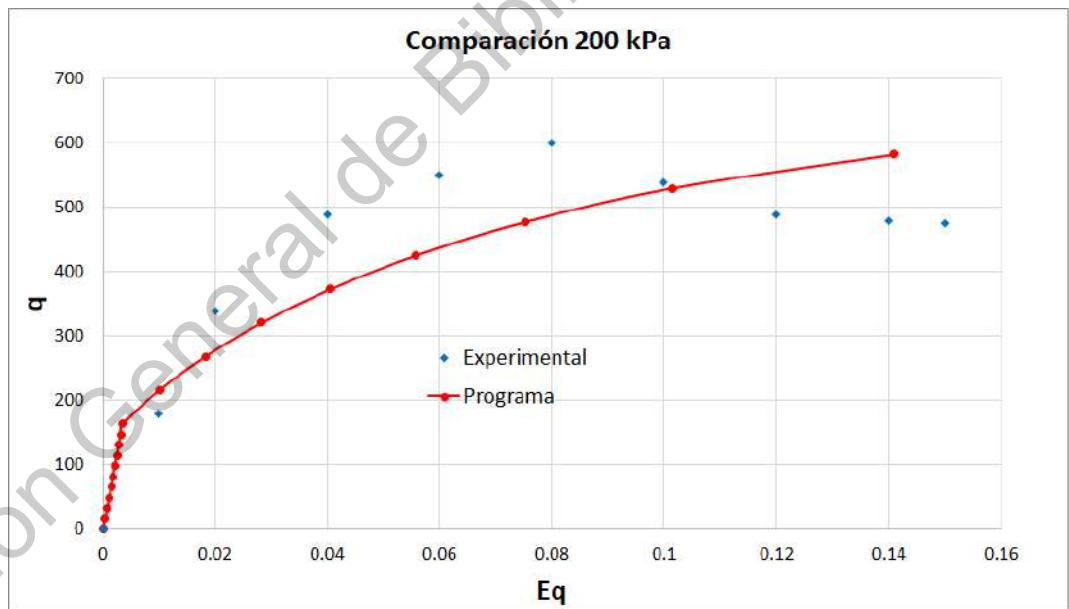


Figura 38 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

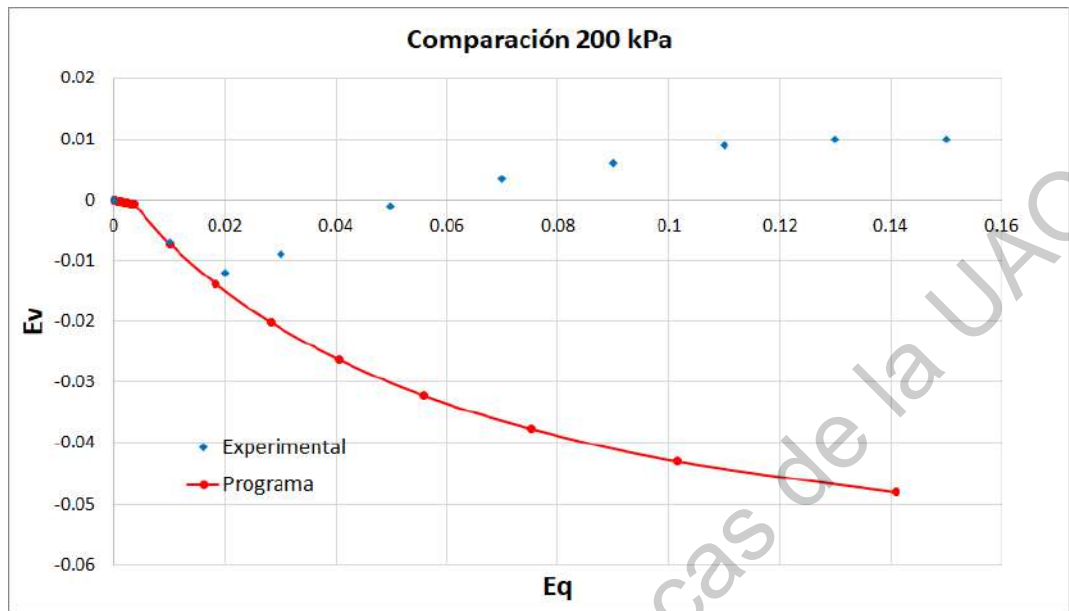


Figura 39 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa

Se considera un grado de saturación del 30.43% para una succión constante de 400 kPa. Enseguida se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 40, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 41 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 42 para valores calculados de $p_0 = 293.43$ y $p_i = 171.72$.

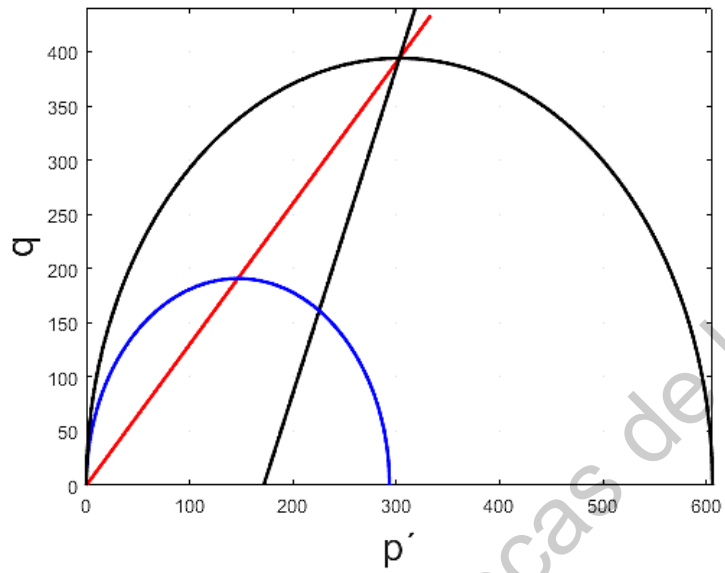


Figura 40 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

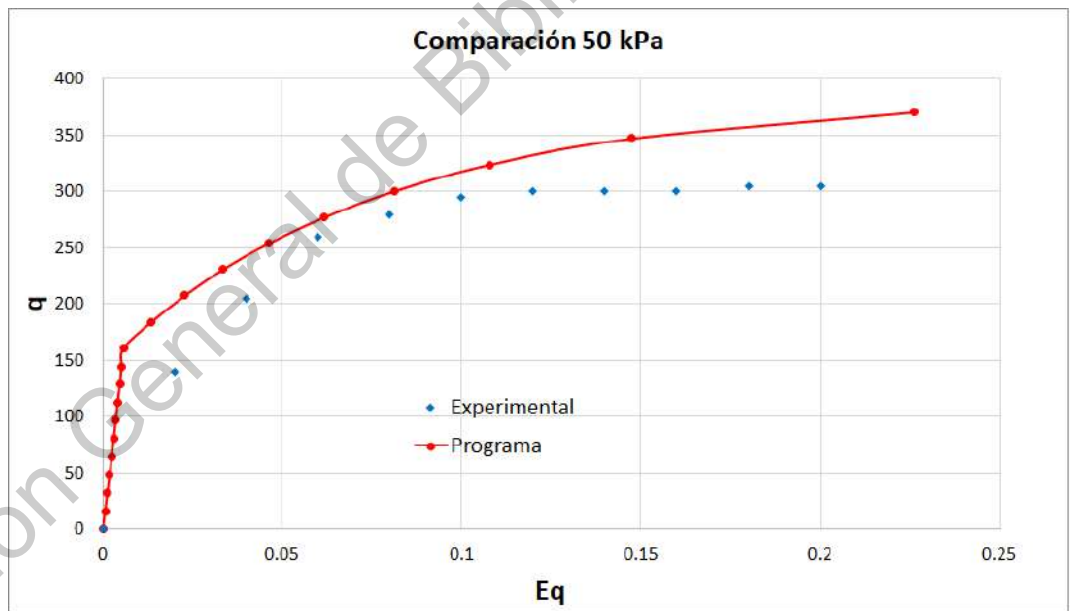


Figura 41 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

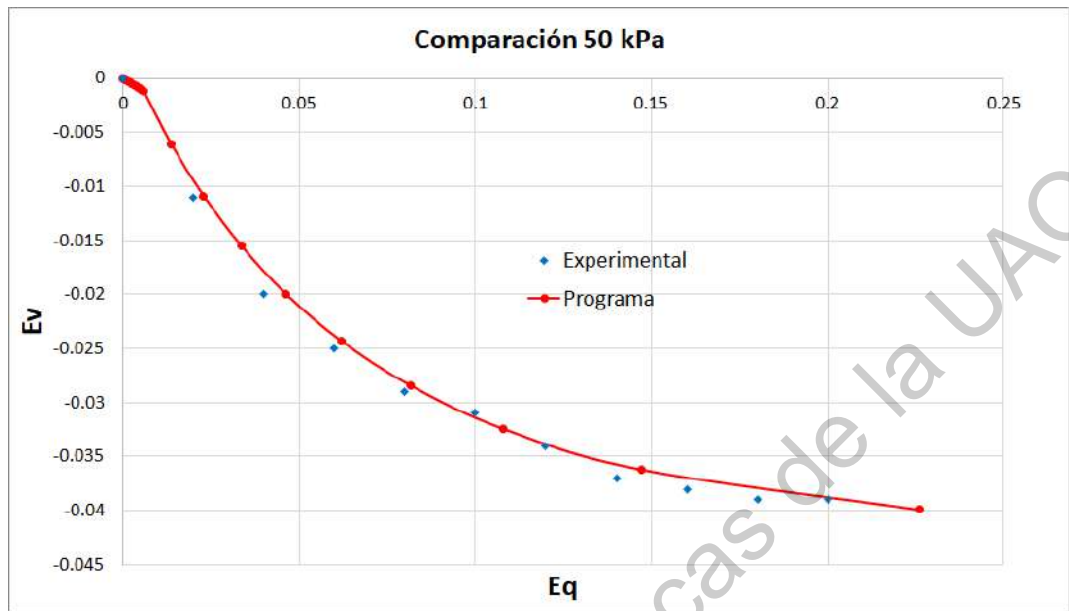


Figura 42 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 150 kPa

Se considera un grado de saturación del 30.43% para una succión constante de 400 kPa. En la Figura 43 se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 44 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 45 para valores calculados de $p_0 = 393.43$ y $p_i = 271.72$.

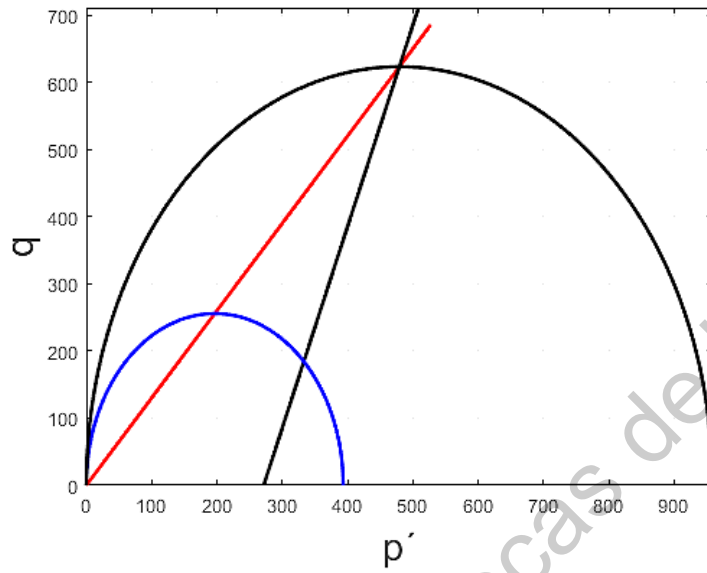


Figura 43 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

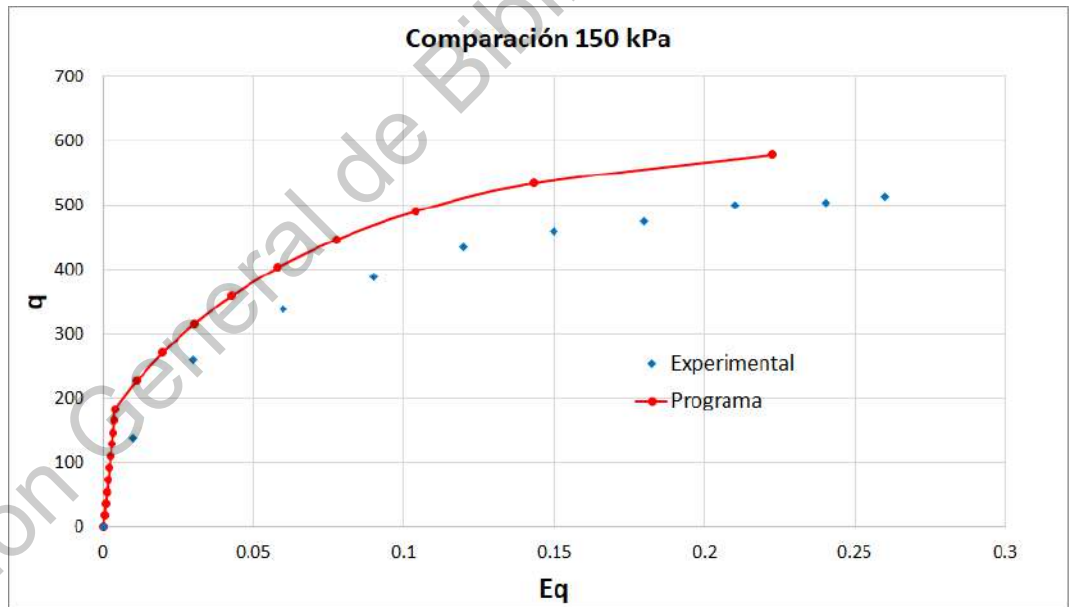


Figura 44 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

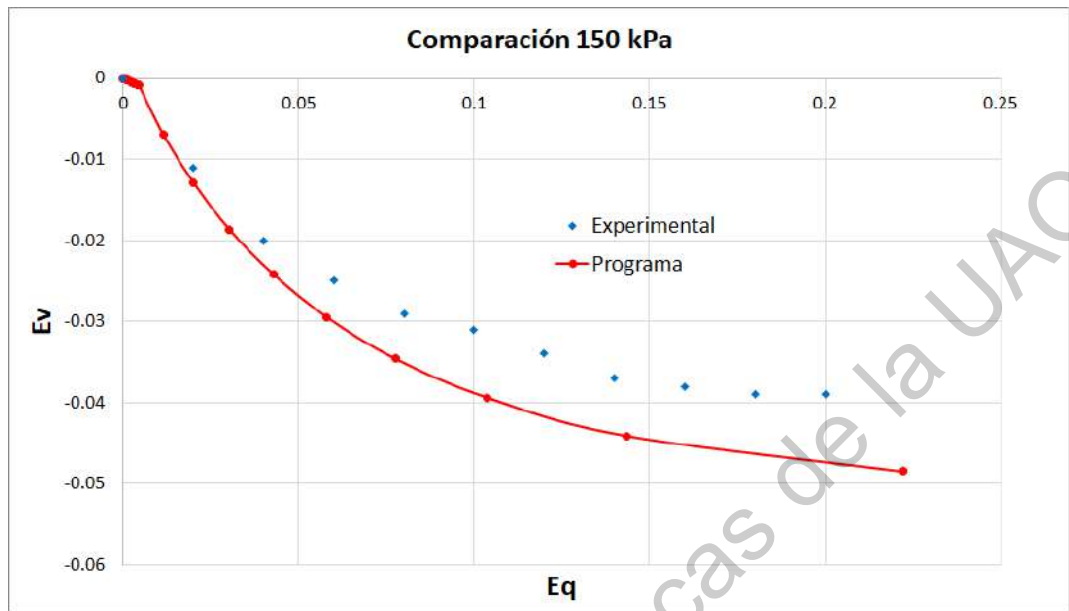


Figura 45 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 400 kPa y esfuerzo confinante de 300 kPa

Con el mismo grado de saturación del 30.43% para una succión constante de 400 kPa, en este caso se calcula un $p_0 = 543.43$ y un $p_i = 421.72$. En la Figura 46 se muestra la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 47 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 48.

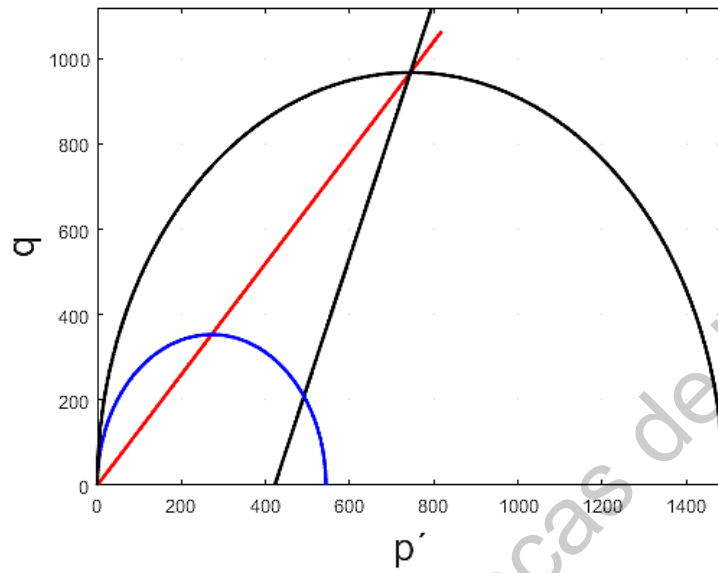


Figura 46 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

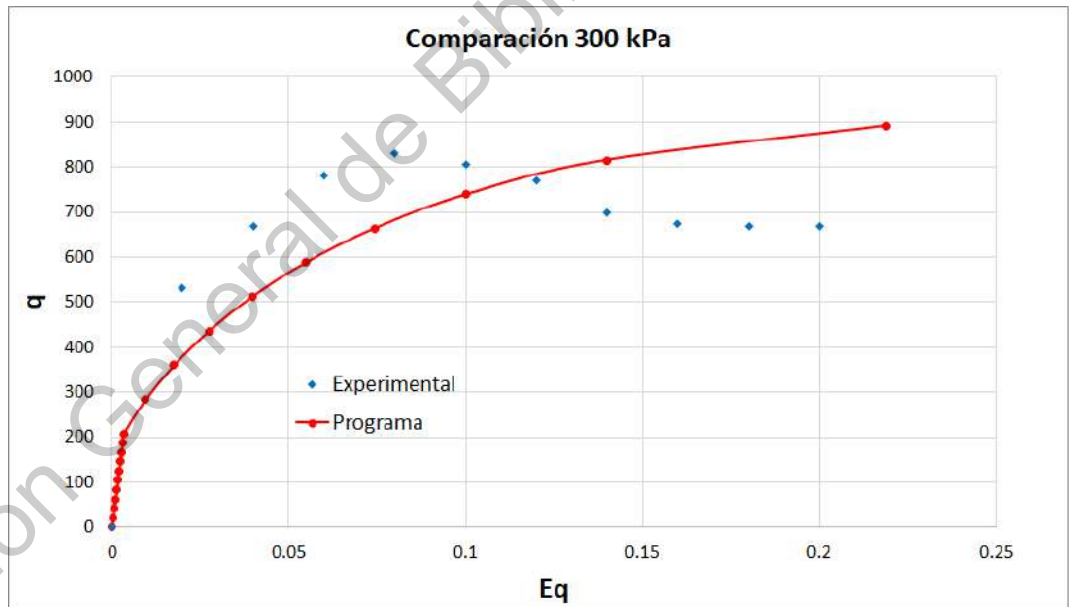


Figura 47 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

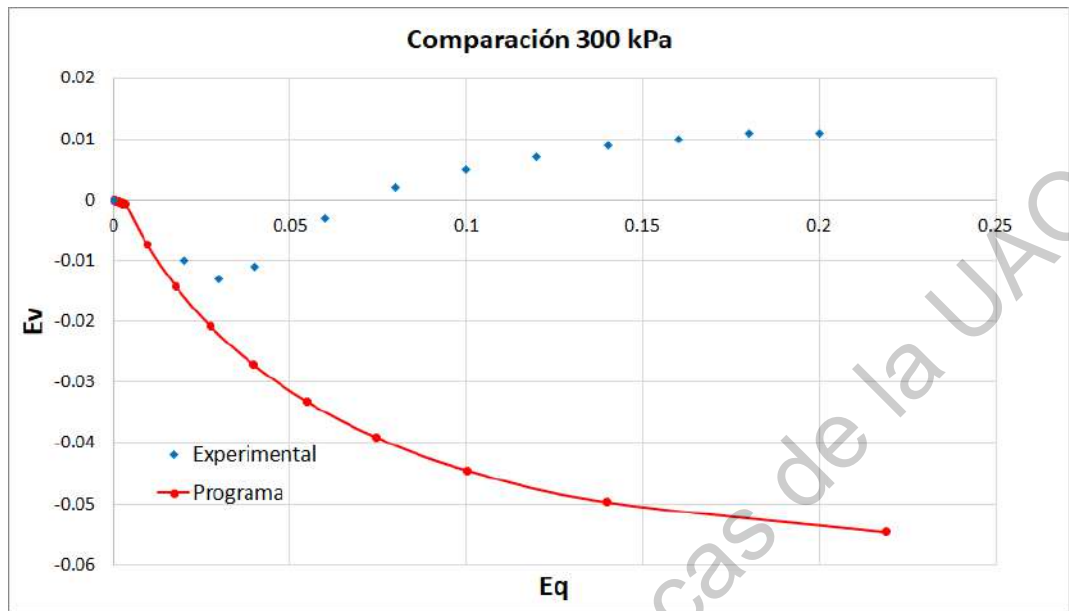


Figura 48 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Resumen de resultados

A continuación, se presenta un resumen de los resultados obtenidos en los diferentes ensayos, los resultados de resistencia se muestran en un plano $E_q - q$ en la Figura 49 y la Figura 51 así como los del comportamiento volumétrico en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 50 y Figura 52.

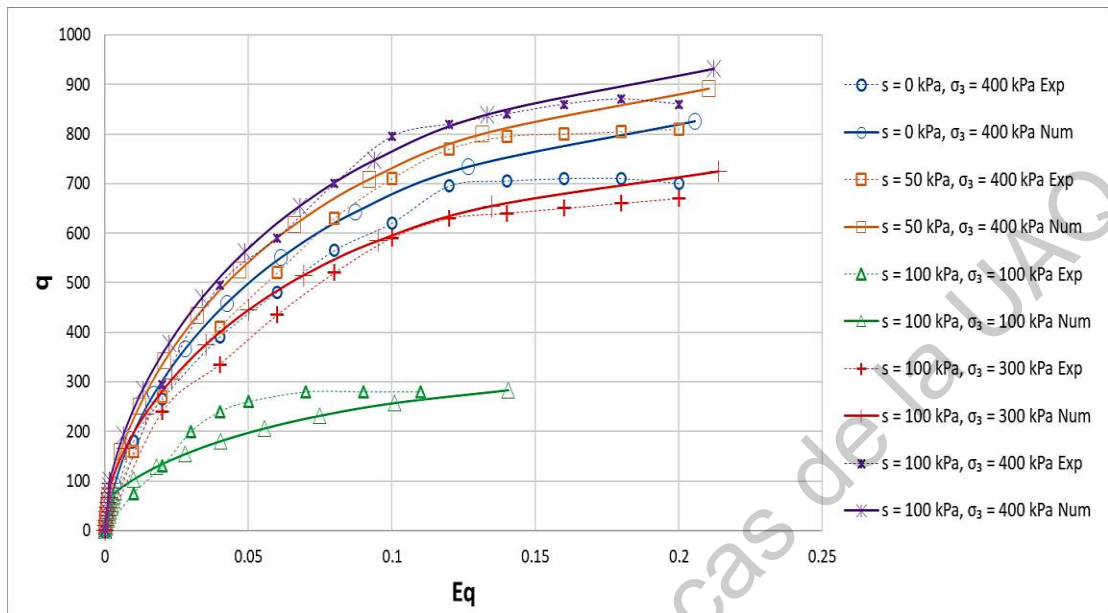


Figura 49 – Resultados en un plano $E_q - q$ para ensayos con succiones de 0, 50 y 100 kPa.

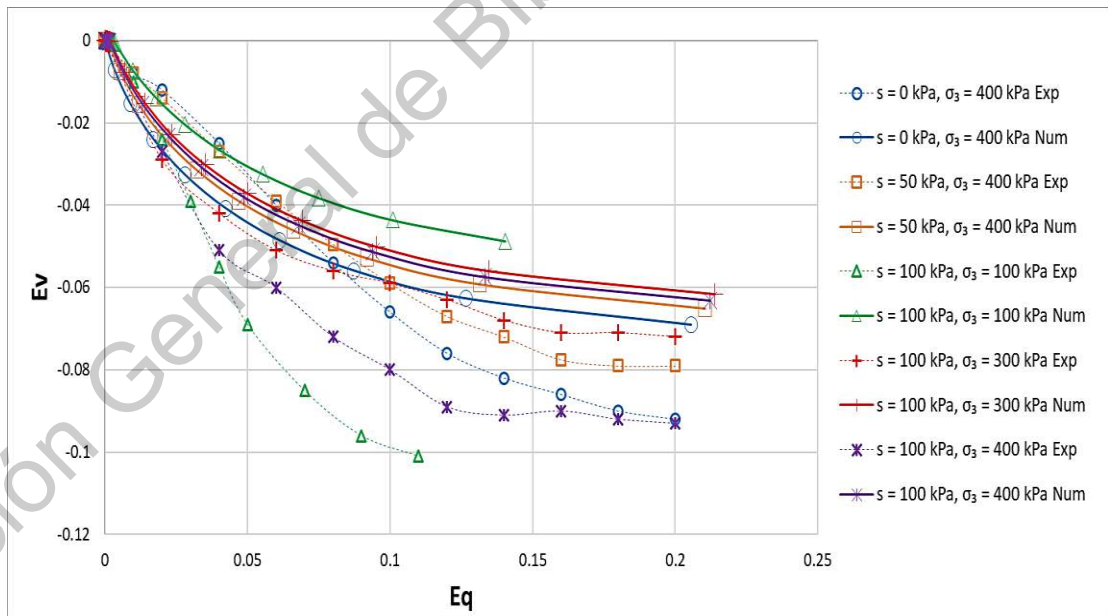


Figura 50 – Resultados en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con succiones de 0, 50 y 100 kPa.

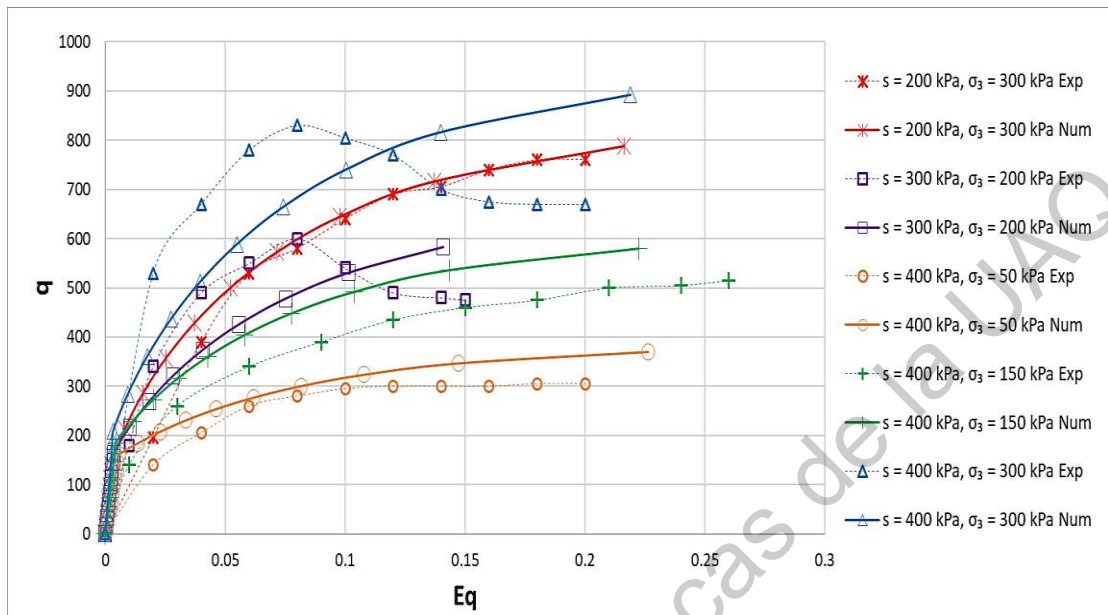


Figura 51 – Resultados en un plano $E_q - q$ para ensayos con succiones de 200, 300 y 400 kPa.

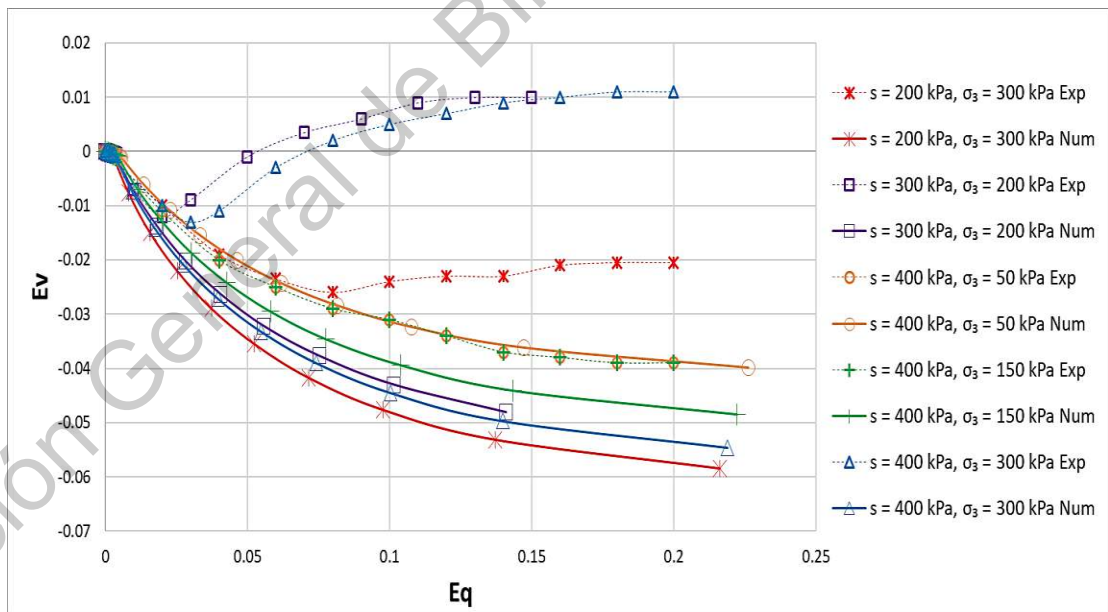


Figura 52 – Resultados en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con succiones de 200, 300 y 400 kPa.

Comparación de un limo eólico no saturado

En este caso el suelo es un limo eólico obtenido por (Cui & Delage, 1996) de una región al este de París, Francia. En estudios de rayos X se determinó que los minerales de la arcilla de este material son illita, caolinita y esmectita, aunque no se presentó un hinchamiento significativo al humedecer las muestras. Tratando de cuidar la homogeneidad, las muestras fueron compactadas en tres capas en un molde cilíndrico engrasado con ayuda de una prensa triaxial. Las series de pruebas con una succión constante se muestran en la Tabla 17 mostrada a continuación.

Tabla 17 – *Esfuerzos aplicados en las pruebas* (Cui & Delage, 1996).

Prueba	Succión (kPa)	Esfuerzo confinante (kPa)
1	200	50
2	200	100
3	200	200
4	200	400
5	200	600
6	1500	50
7	1500	100
8	1500	200
9	1500	400

Simulaciones

Los datos a comparar serán de dos pruebas con succiones constantes diferentes de 200 y 1500 kPa, se toman grados de saturación respectivamente de 76% y 59% presentados por los autores, lo anterior dado a que en el documento no se muestran curvas de retención. Los valores de los parámetros calibrados para realizar las corridas experimentales se muestran en la Tabla 18 presentada

enseguida. Para las comparaciones el esfuerzo de preconsolidación e inicial que se utilizan en el programa fueron calculados para cada prueba conforme a las consideraciones de la Figura 15.

Tabla 18 – Valores de los parámetros para simulaciones.

Parámetro	Valor
M	1.1
e_0	0.642
λ	0.06
κ	0.005
ν	0.25
a_1	2
a_2	2
f	0.5

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa

Para un $p_0 = 354$ y un $p_i = 202$ a continuación se muestra en la Figura 53 la superficie de fluencia del modelo, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 54 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 55.

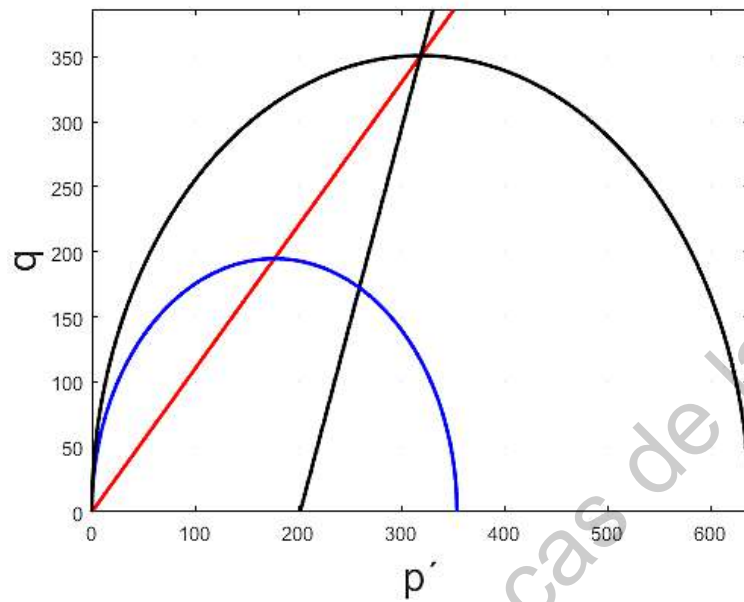


Figura 53 – Superficie de fluencia del modelo.

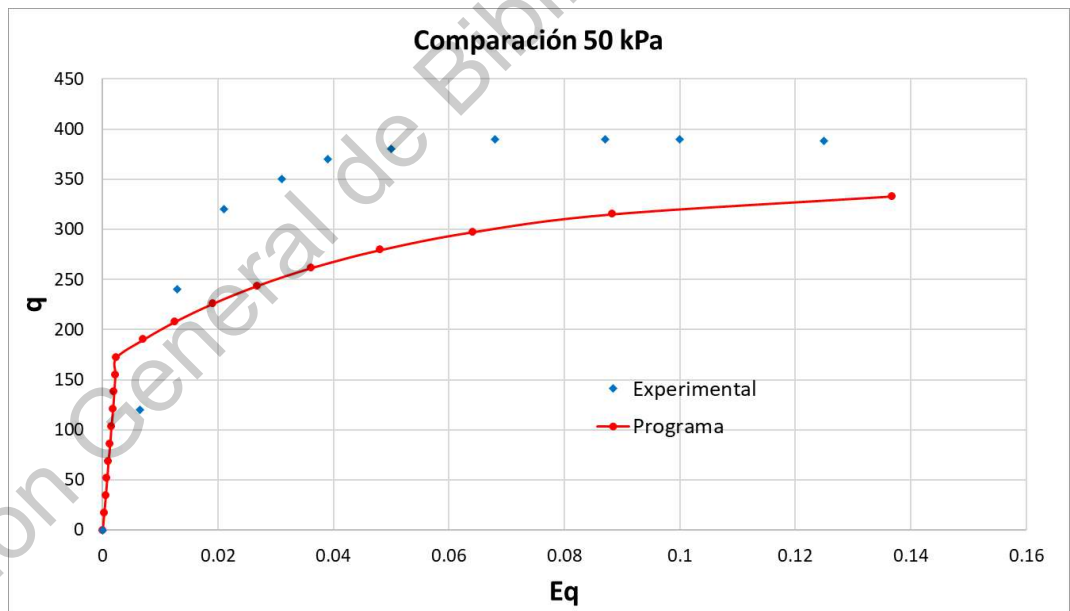


Figura 54 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

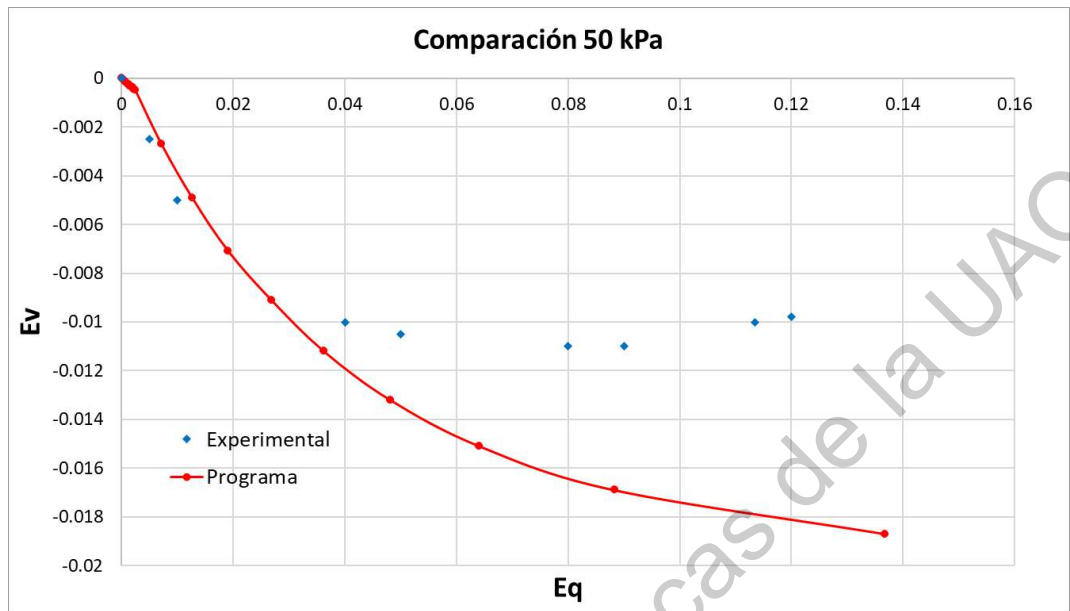


Figura 55 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa

Para un esfuerzo confinante de 100 kPa se calculó un $p_0 = 404$ y un $p_i = 252$. Enseguida se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 56, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 57 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 58.

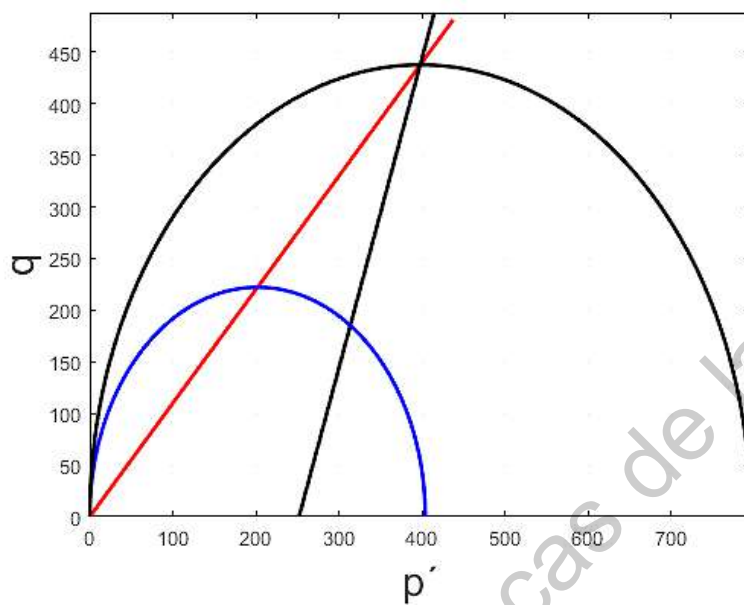


Figura 56 – Superficie de fluencia del modelo.

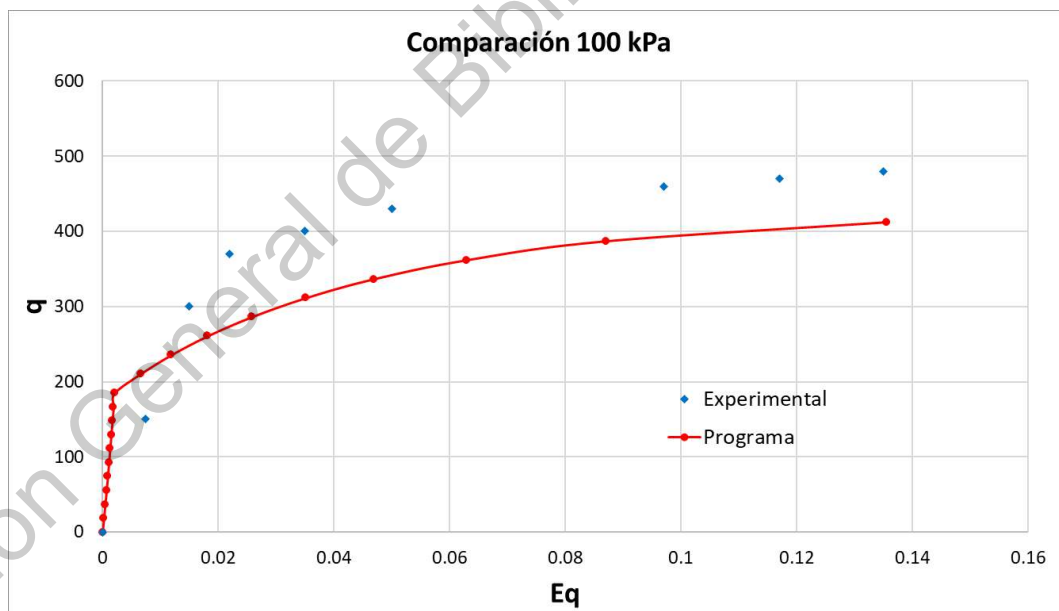


Figura 57 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

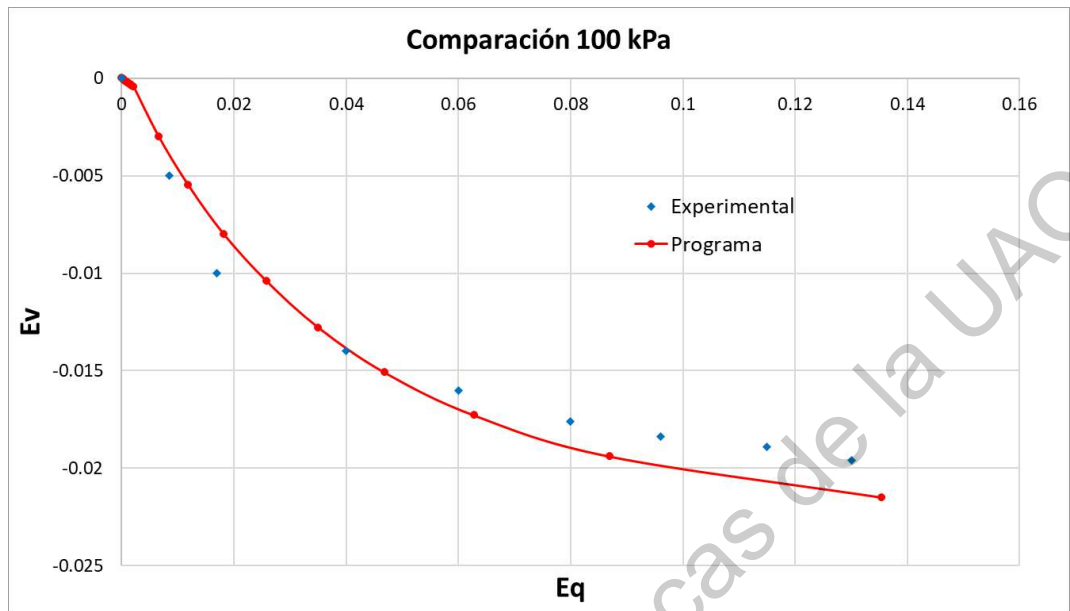


Figura 58 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa

Esta vez se tiene un $p_0 = 504$ y un $p_i = 352$. De esto se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 59, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 60 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 61.

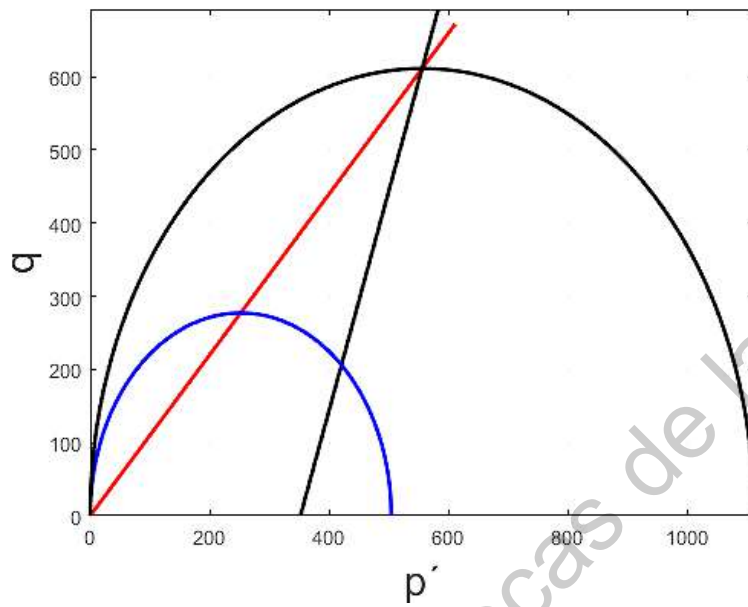


Figura 59 – Superficie de fluencia del modelo.

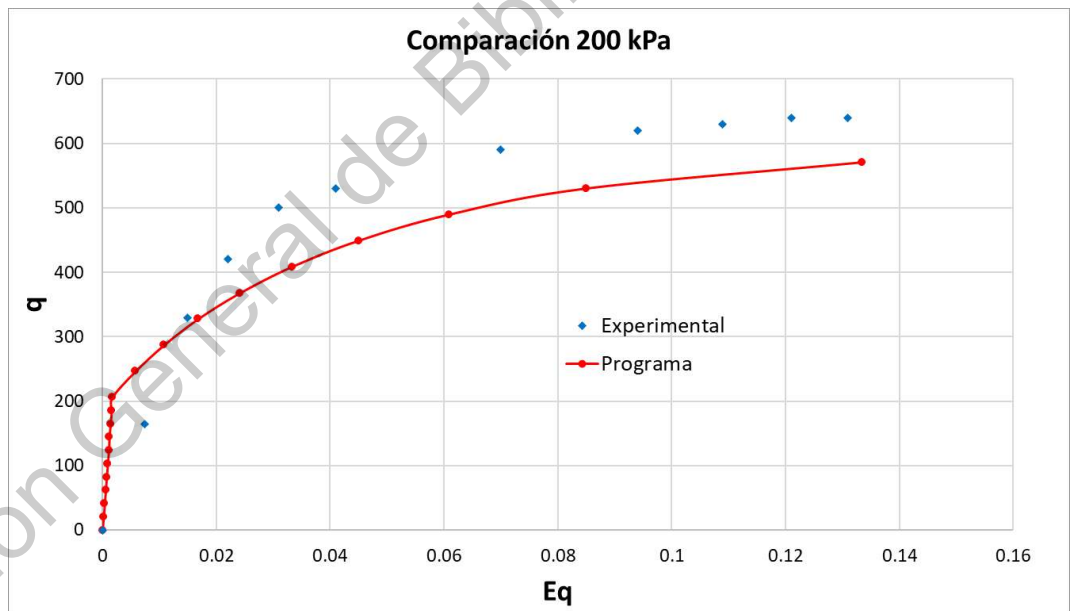


Figura 60 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

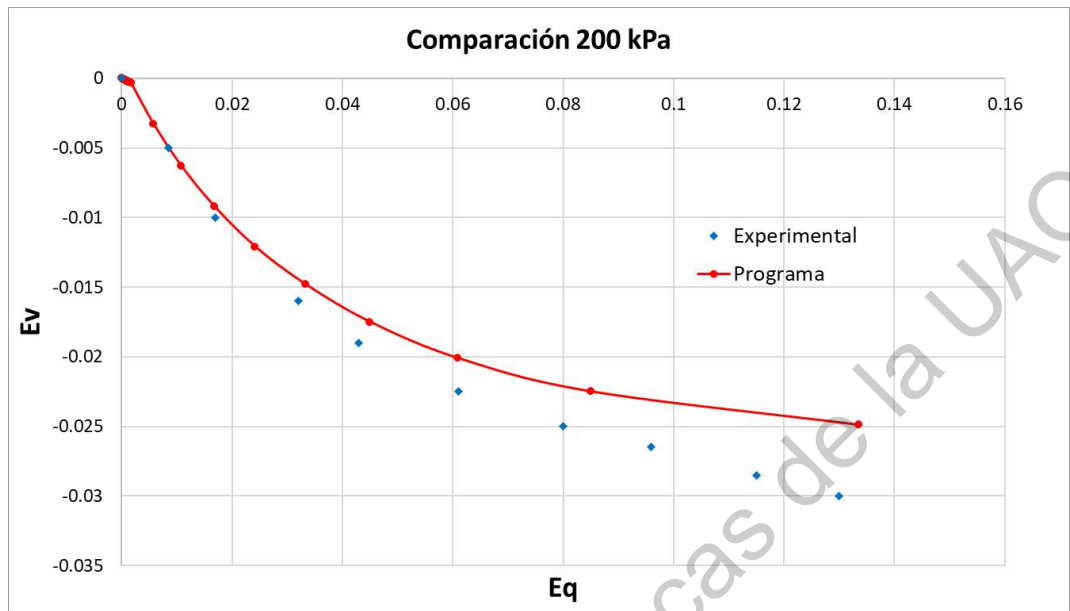


Figura 61 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa

Para un $p_0 = 704$ y un $p_i = 552$ se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 62, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 63 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 64.

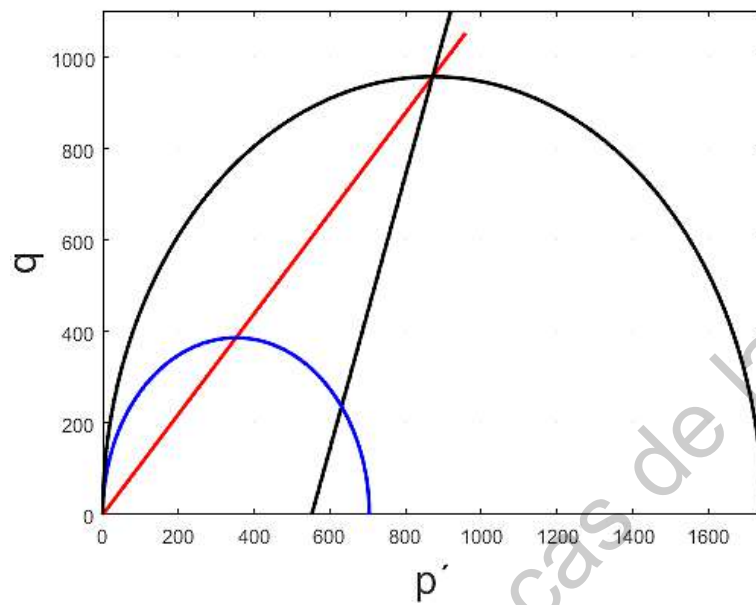


Figura 62 – Superficie de fluencia del modelo.

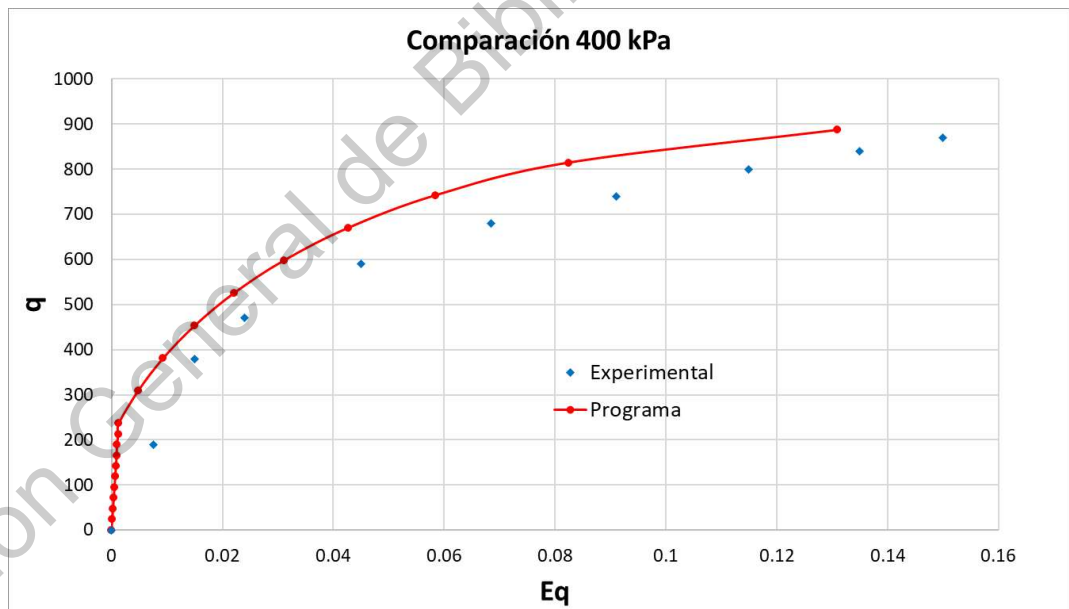


Figura 63 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

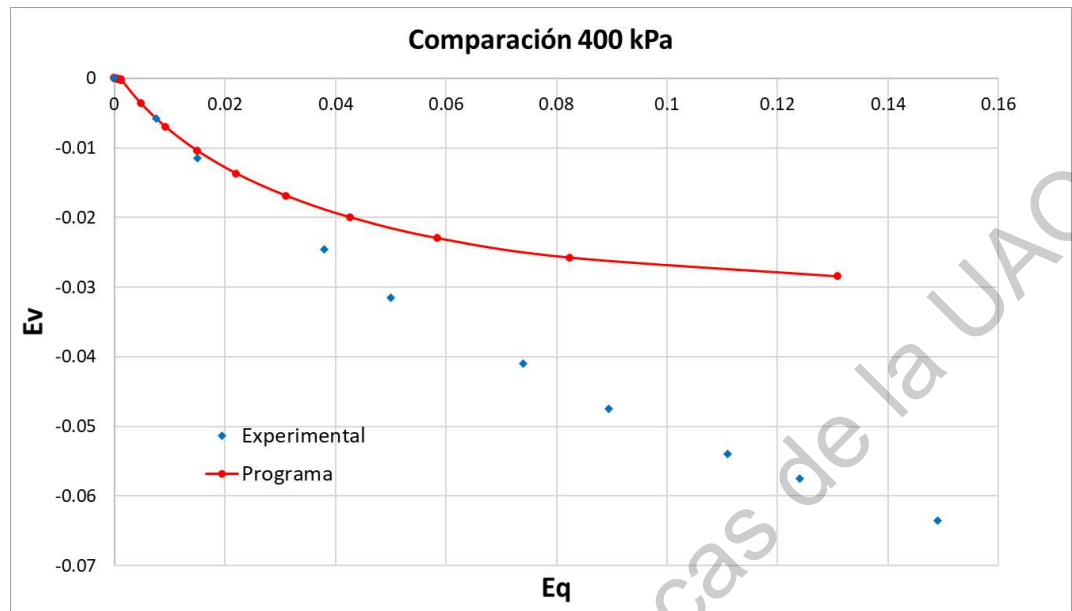


Figura 64 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 200 kPa y esfuerzo confinante de 600 kPa

Para un $p_0 = 904$ y un $p_i = 752$ se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 65, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 66 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 67.

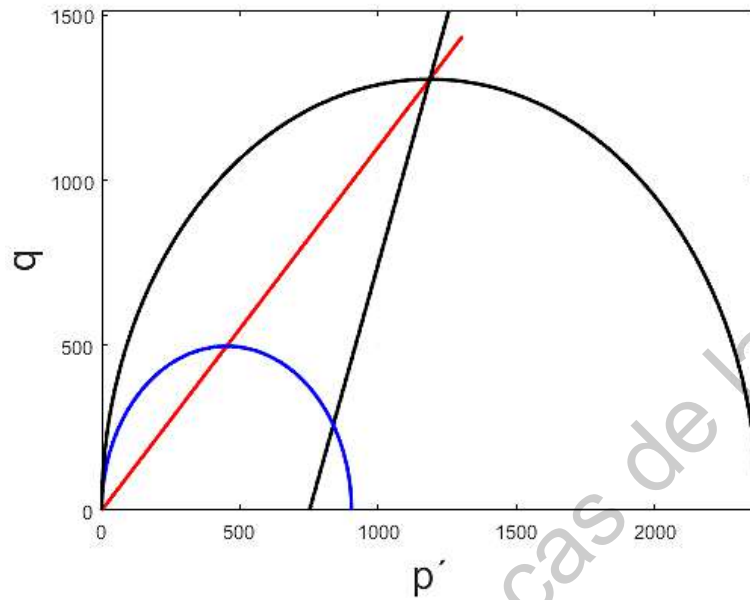


Figura 65 – Superficie de fluencia del modelo.

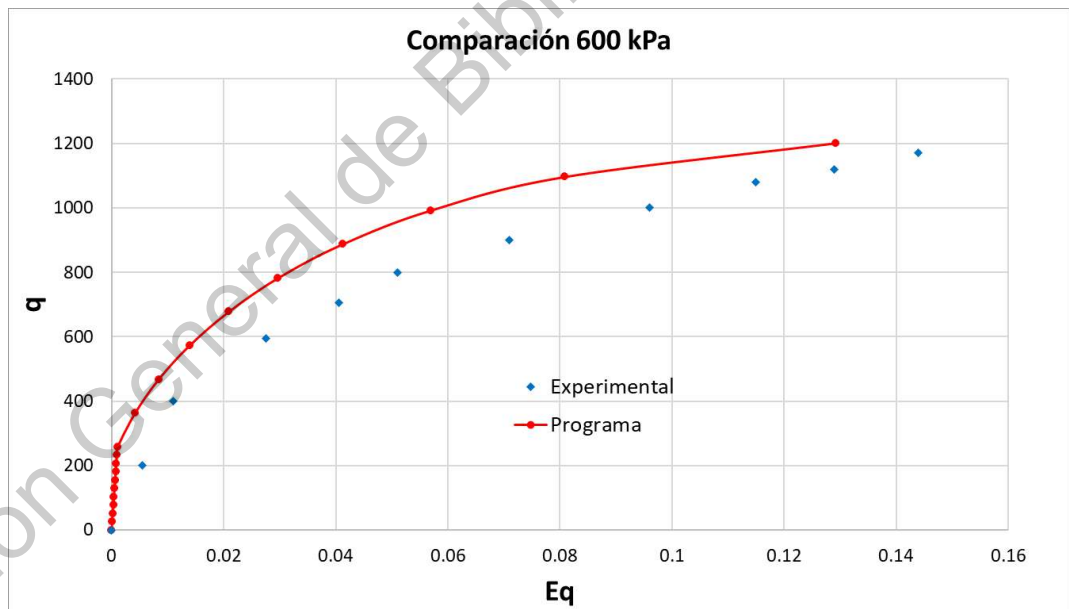


Figura 66 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

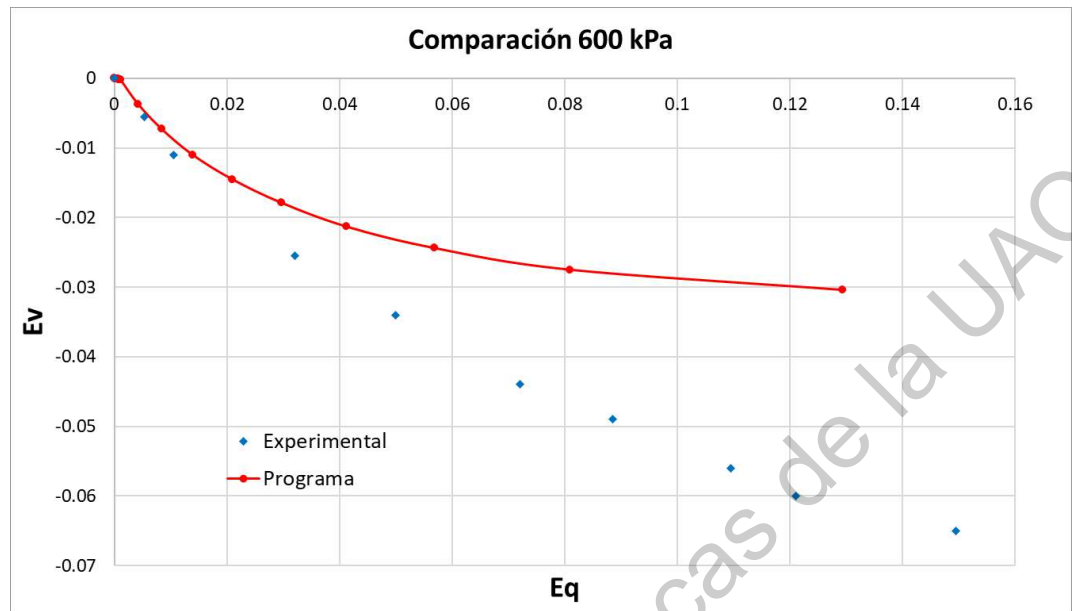


Figura 67 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 50 kPa

Con una succión constante de 1500 kPa y un esfuerzo confinante de 50 kPa se calcula un $p_0 = 1820$ y un $p_i = 935$, de lo cual se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 68, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 69 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 70.

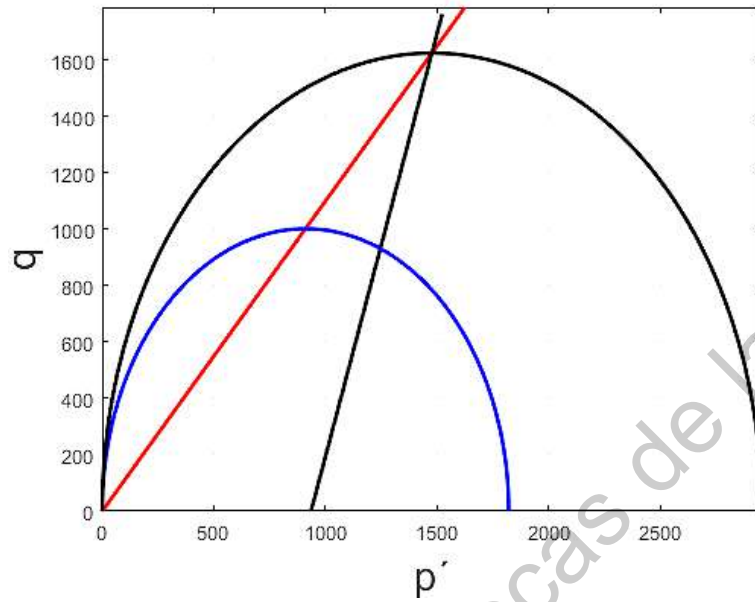


Figura 68 – Superficie de fluencia del modelo.

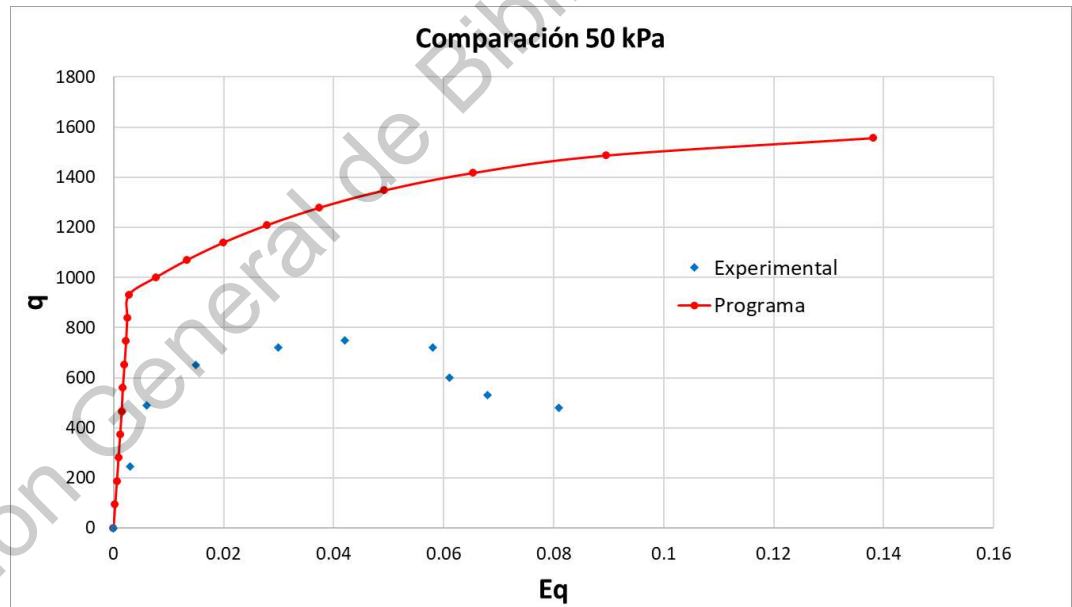


Figura 69 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

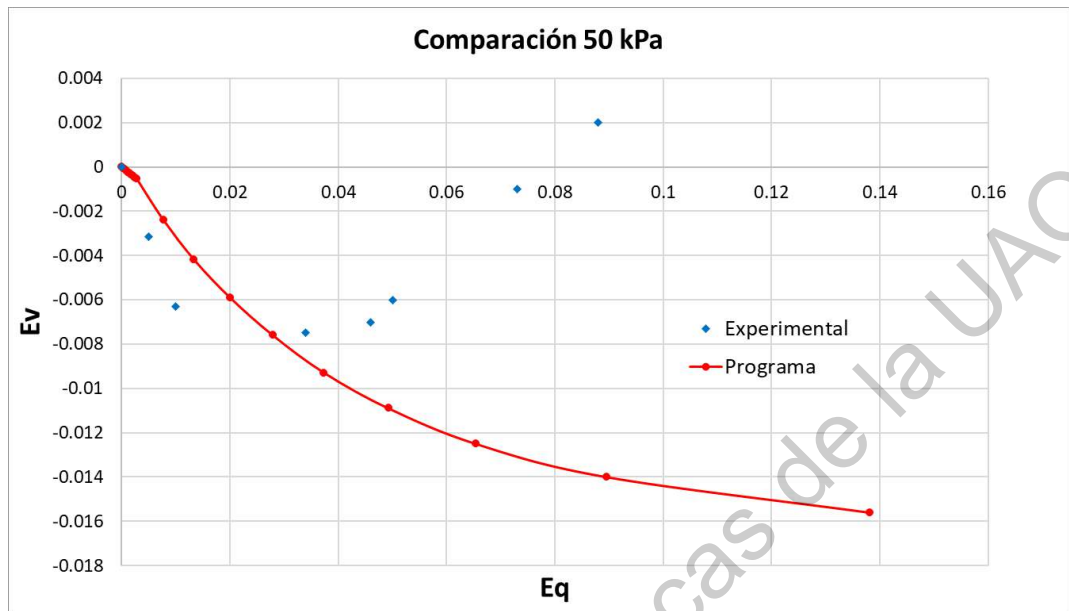


Figura 70 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 100 kPa

Se tiene un $p_0 = 1870$ y un $p_i = 985$. De ello se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 71, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 72 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 73.

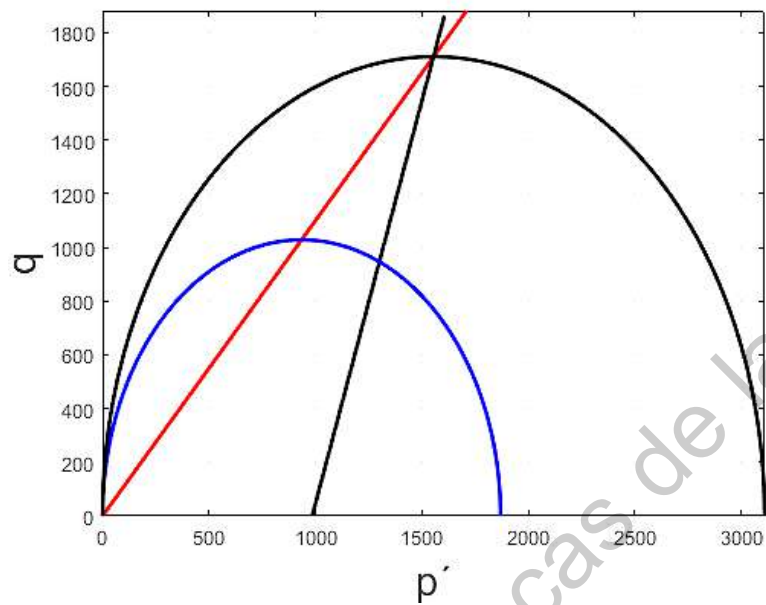


Figura 71 – Superficie de fluencia del modelo.

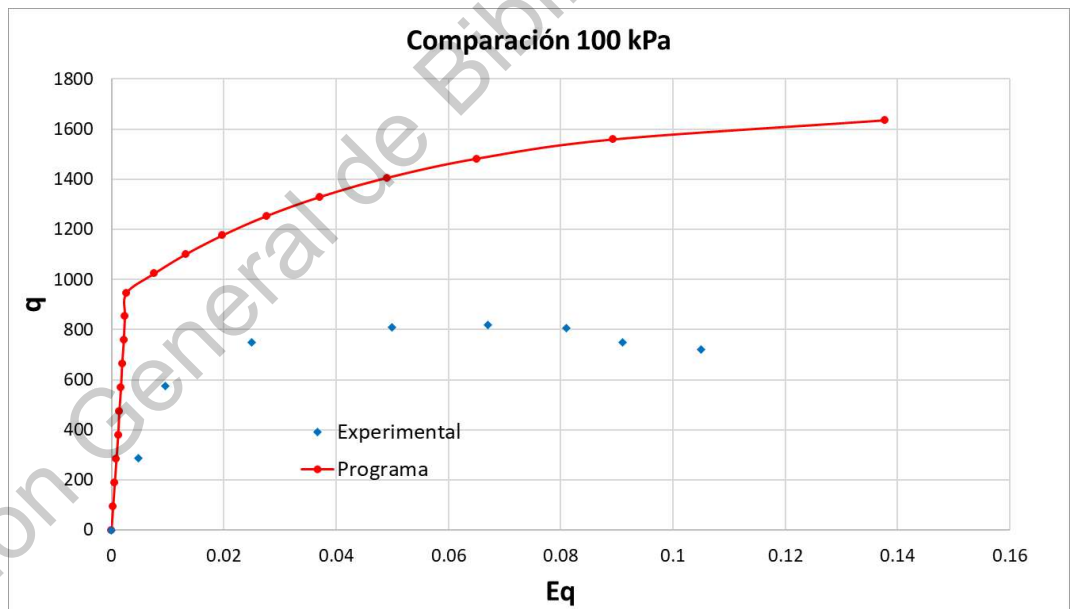


Figura 72 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

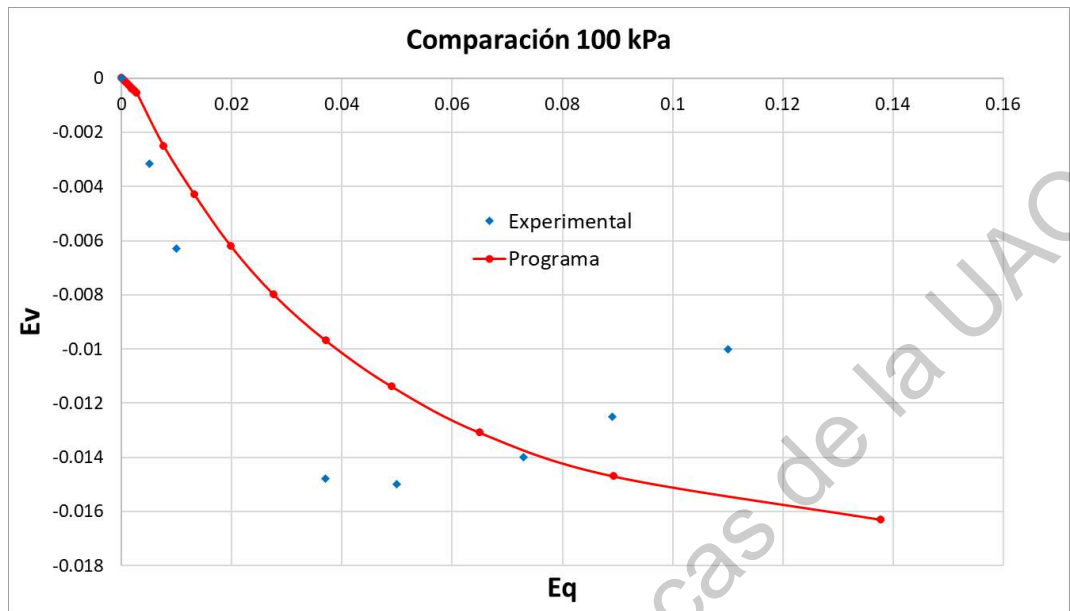


Figura 73 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 200 kPa

Para un $p_0 = 1970$ y un $p_i = 1085$ se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 74, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 75 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 76.

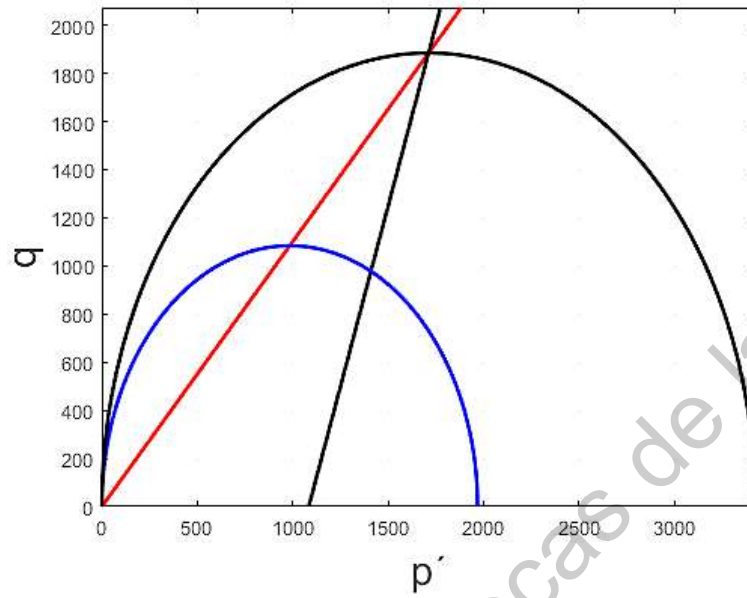


Figura 74 – Superficie de fluencia del modelo.

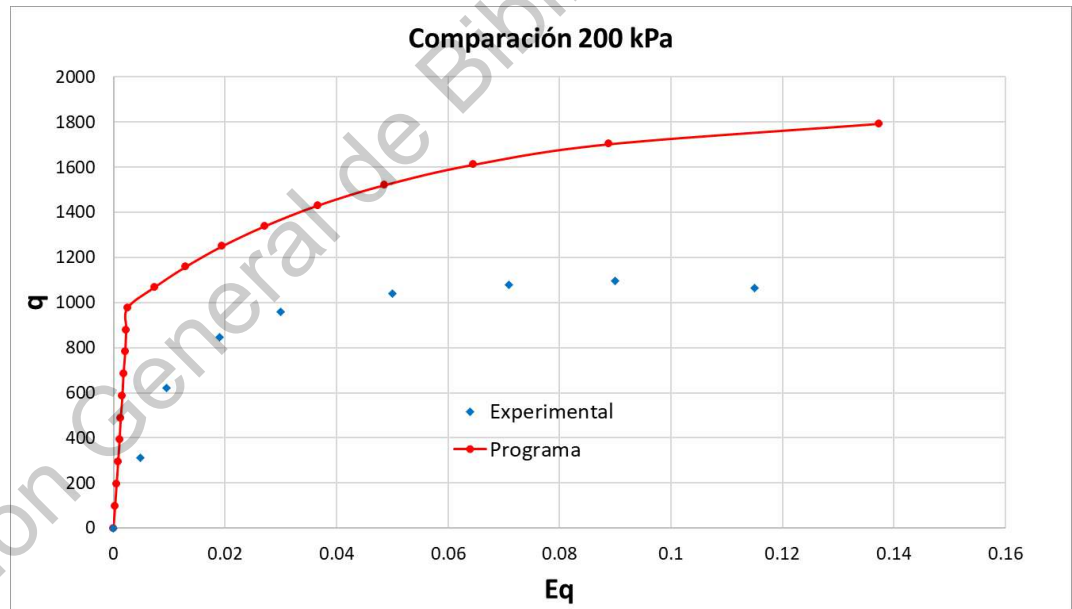


Figura 75 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

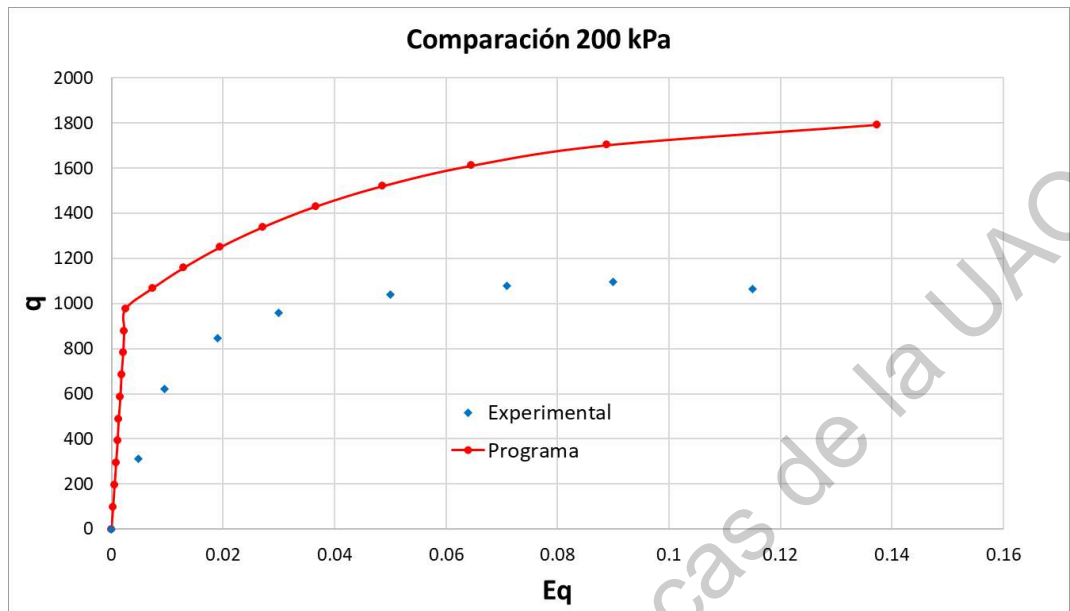


Figura 76 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Succión constante de 1500 kPa y esfuerzo confinante de 400 kPa

Para un $p_0 = 2170$ y un $p_i = 1285$ se muestra la superficie de fluencia del modelo en la Figura 77, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 78 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 79.

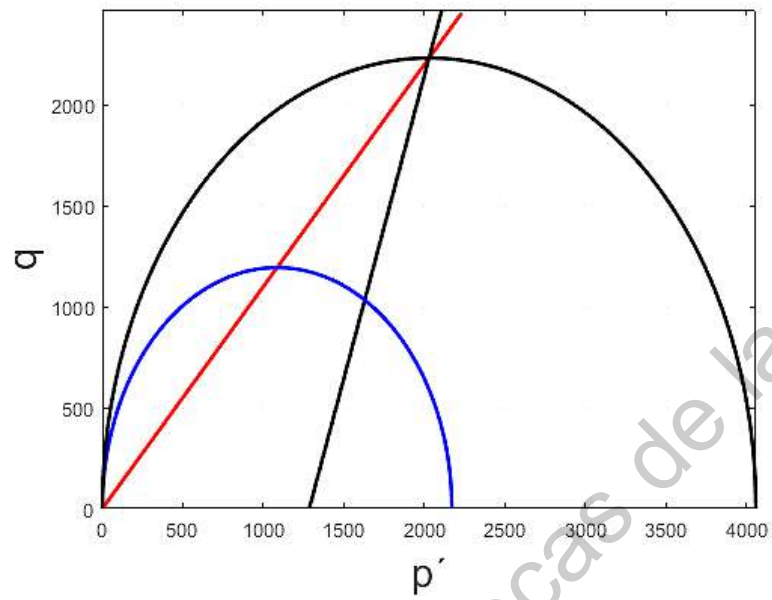


Figura 77 – Superficie de fluencia del modelo.

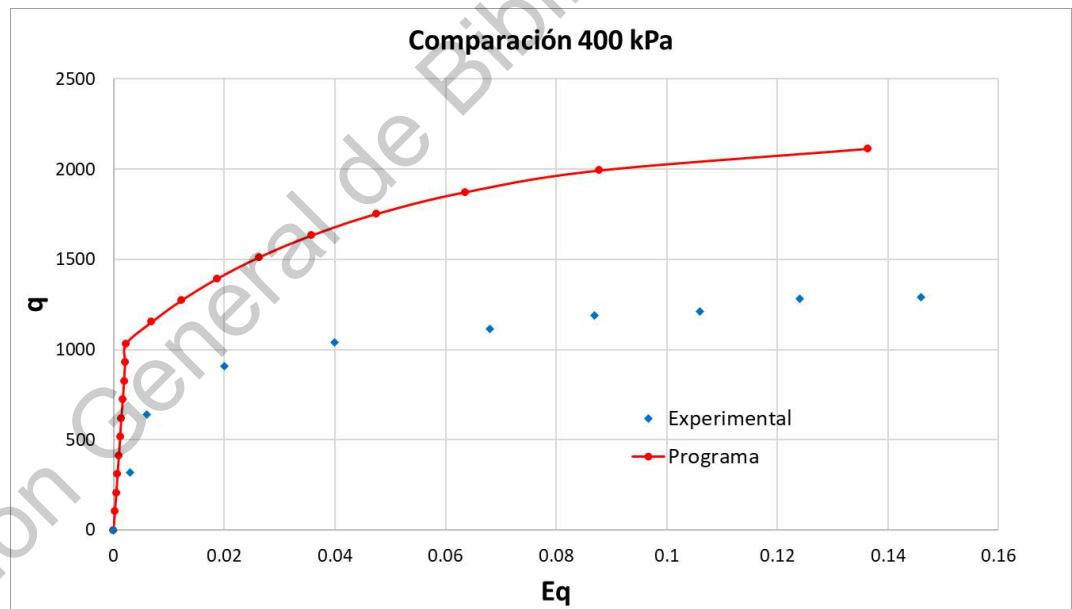


Figura 78 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

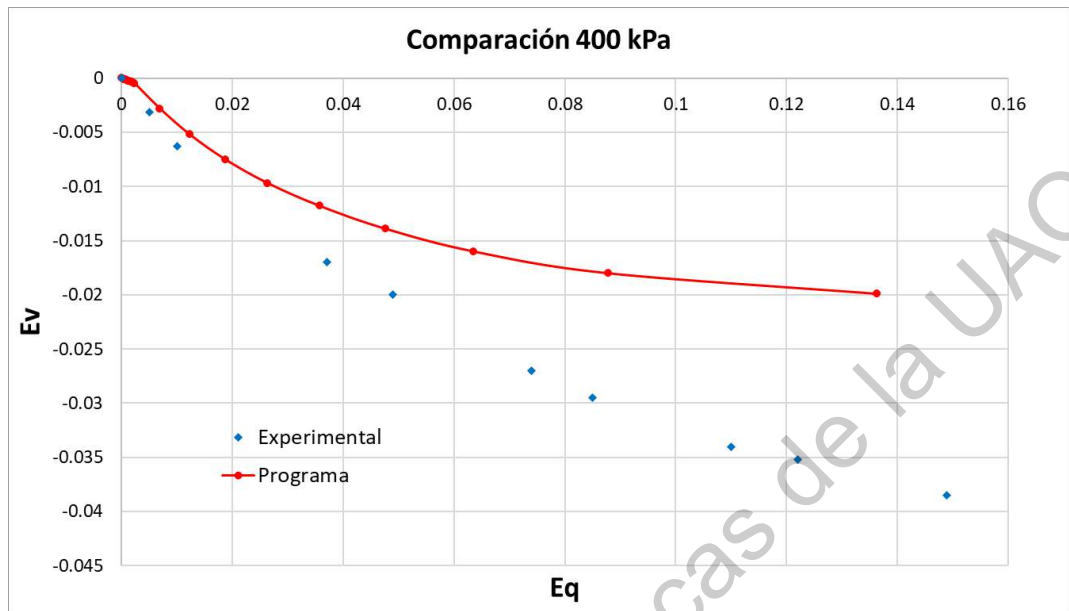


Figura 79 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Resumen de resultados

Enseguida se muestra un resumen de los resultados obtenidos de los ensayos previamente mencionados. De una succión constante de 200 kPa los resultados en un plano $E_q - q$ se presentan en la Figura 80 y para un plano $E_q - E_v$ en la Figura 81. Los resultados de la succión de 1500 kPa se muestran de igual manera en un plano $E_q - q$ y $E_q - E_v$ en la Figura 82 y Figura 83, respectivamente.

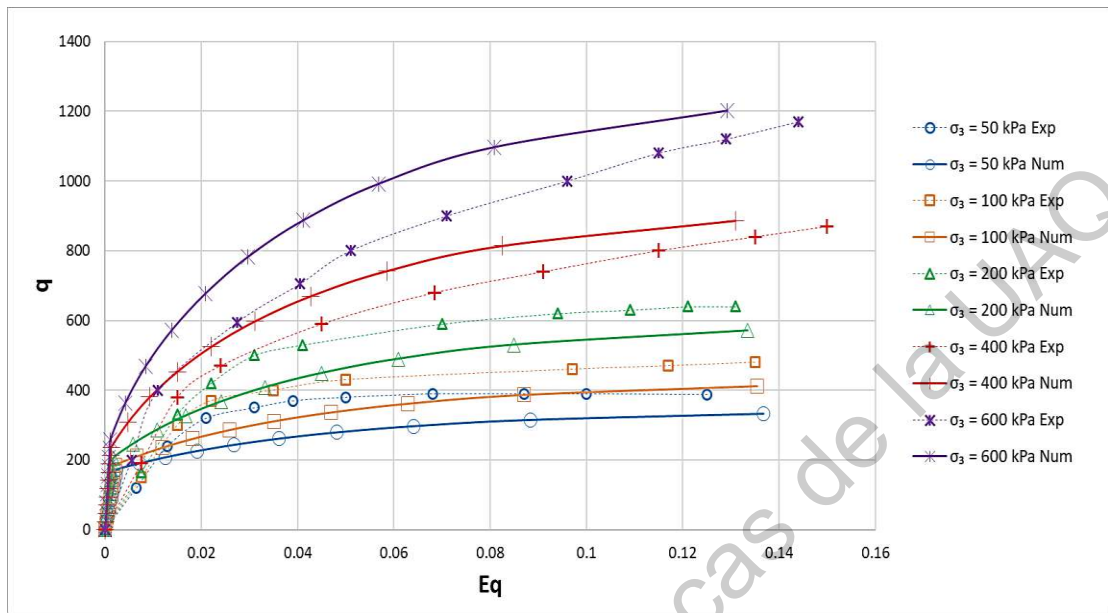


Figura 80 – Resultado en un plano $E_q - q$ para ensayos con succión de 200 kPa.

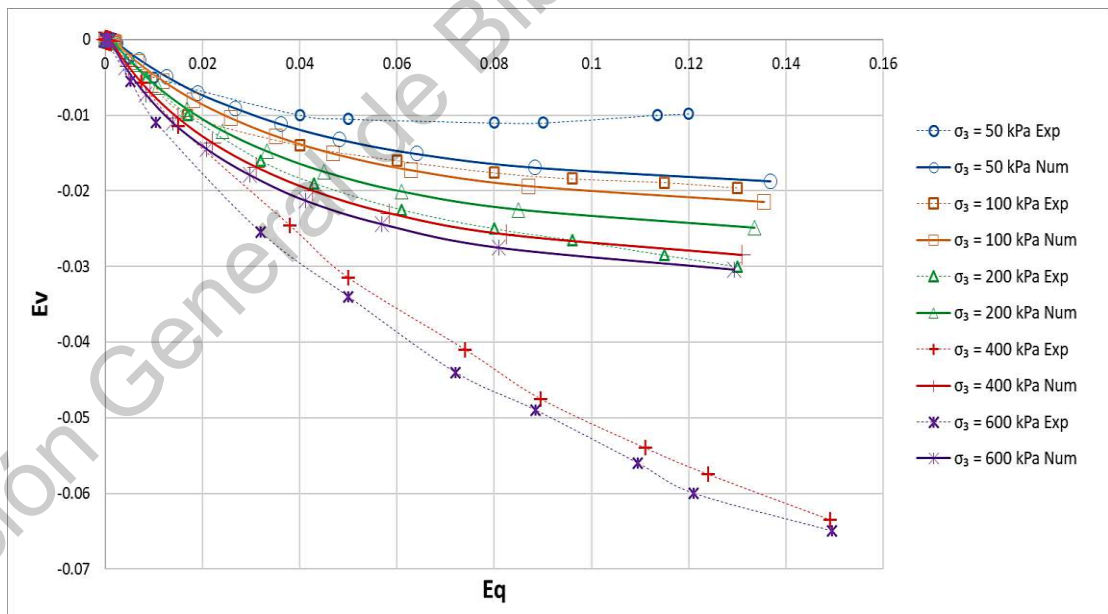


Figura 81 – Resultado en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con succión de 200 kPa.

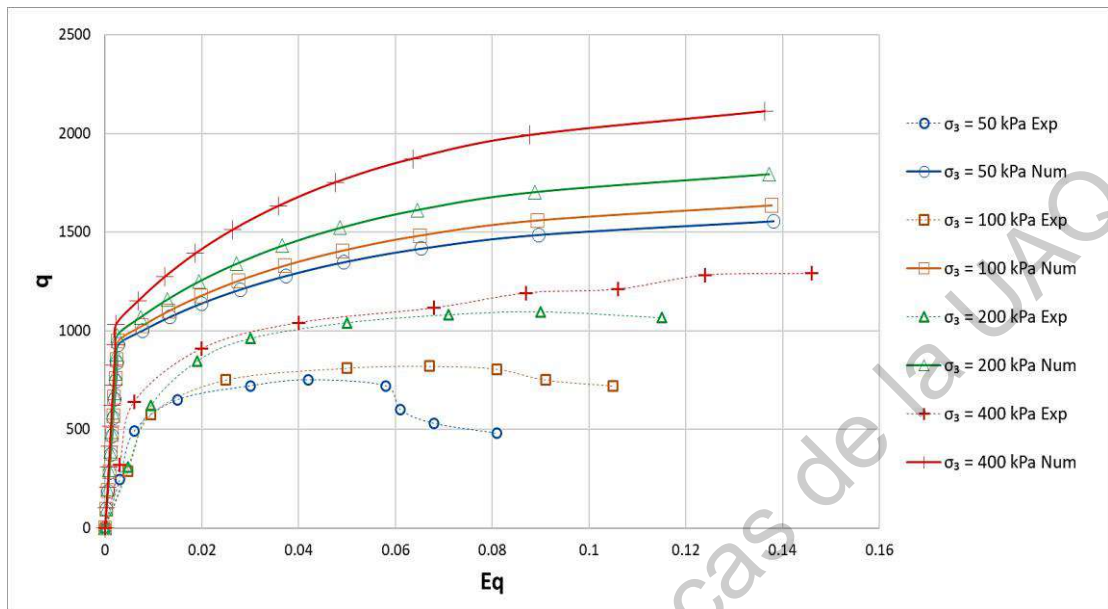


Figura 82 – Resultado en un plano $E_q - q$ para ensayos con succión de 1500 kPa.

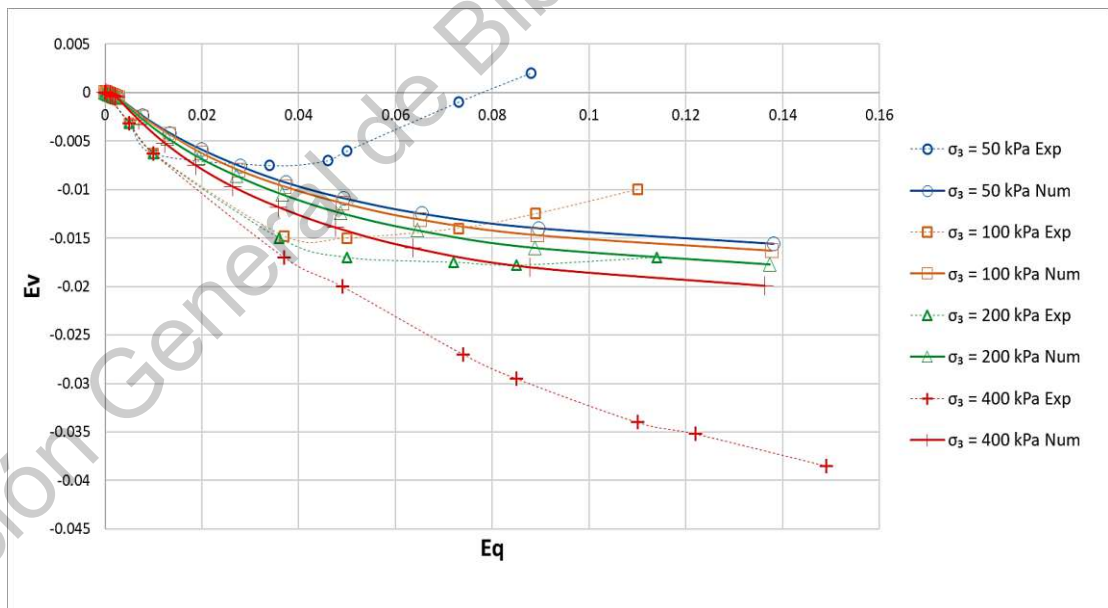


Figura 83 – Resultado en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con succión de 1500 kPa.

Comparación de un gneis residual no saturado

El suelo estudiado por (Futai & Almeida, 2005) está compuesto en dos horizontes: uno de dos metros y otro de posiblemente 40 metros. Las pruebas realizadas fueron de compresión triaxial con valores de succión constante a muestras obtenidas a uno y cinco metros de profundidad. Las comparaciones realizadas en este documento se llevarán a cabo utilizando los datos de las muestras a un metro de profundidad, el cual es una arena limosa. Para estas muestras los autores obtuvieron las curvas de retención mostradas a continuación en la Figura 84.

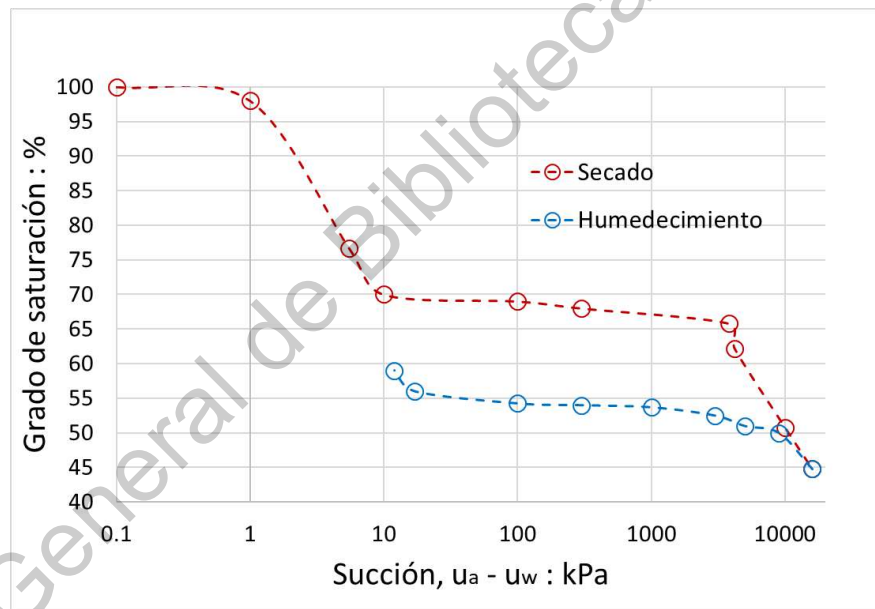


Figura 84 – Curvas de retención para muestras de 1m (Futai & Almeida, 2005).

Como ya se mencionó, se utilizarán los datos obtenidos de los autores para las muestras extraídas de un metro de profundidad secado al aire, la simulación será corrida con una succión constante de 400 kPa y un grado de saturación del 67.4%, este último tomado de la curva de retención principal de secado, dado a que la succión aplicada es mayor a la que tenía el suelo en campo. Los diferentes

esfuerzos confinantes que se aplicaron en los especímenes se muestran en la Tabla 19 mostrada enseguida.

Tabla 19 – *Esfuerzos aplicados en las pruebas* (Futai & Almeida, 2005).

Prueba	Succión (kPa)	Esfuerzo confinante (kPa)
1	400	25
2	400	100
3	400	200
4	400	400
5	400	600
6	400	800

Simulaciones

A continuación, en la Tabla 20 se muestran los valores dados a los distintos parámetros para realizar todas las simulaciones. Los únicos parámetros requeridos por el programa que irán cambiando dependiendo del esfuerzo confinante serán p_i y p_0 , mismos que serán determinados conforme lo mostrado en la Figura 15.

Tabla 20 – *Valores de los parámetros para simulaciones.*

Parámetro	Valor
M	1.3
e_0	1.26
λ	0.13
κ	0.007
ν	0.25
a_1	3
a_2	3
f	0.55

Esfuerzo confinante de 25 kPa

Para el confinante de 25 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 564.2$ y $p_i = 294.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 85, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 86, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 87 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 88.

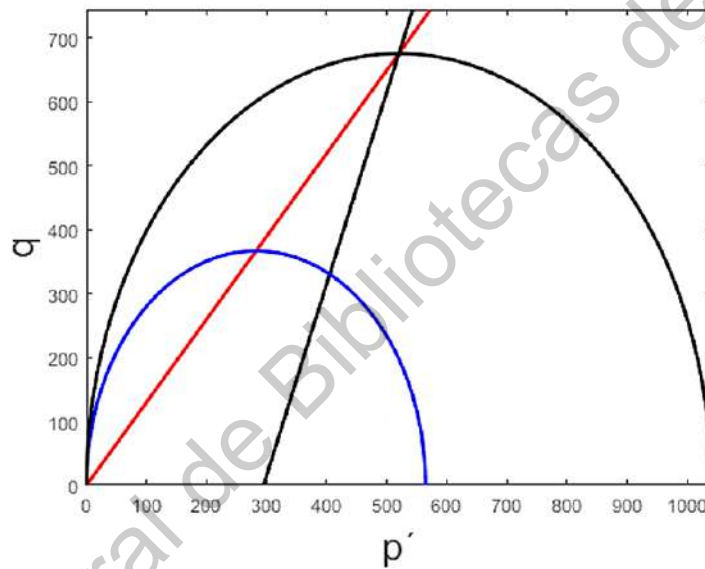


Figura 85 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

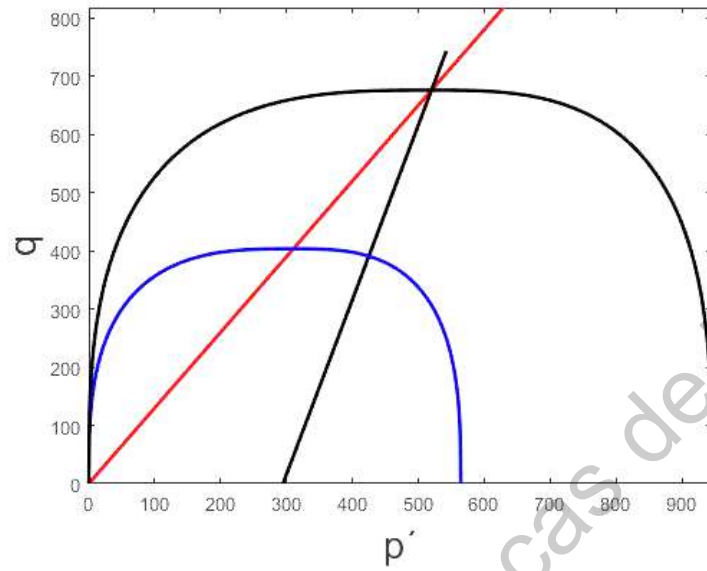


Figura 86 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

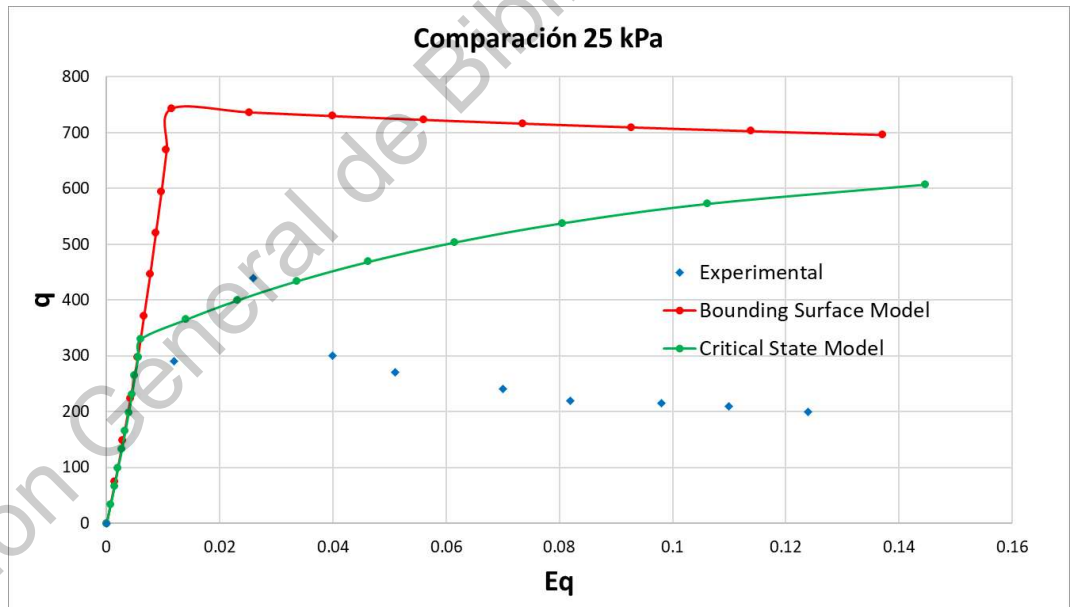


Figura 87 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

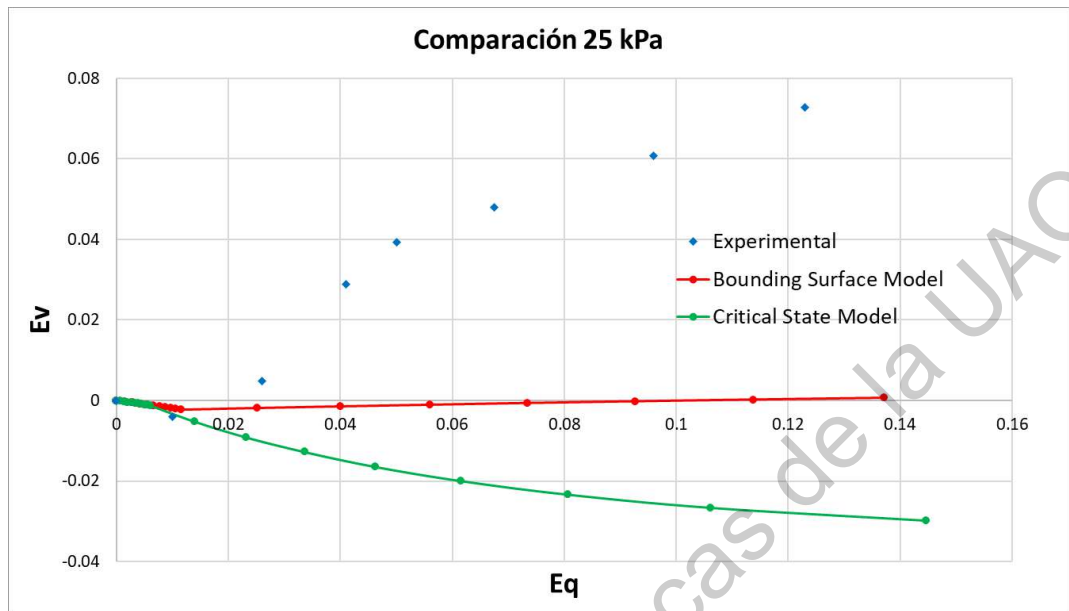


Figura 88 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Esfuerzo confinante de 100 kPa

Para el confinante de 100 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 639.2$ y $p_i = 369.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 89, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 90, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 91 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 92.

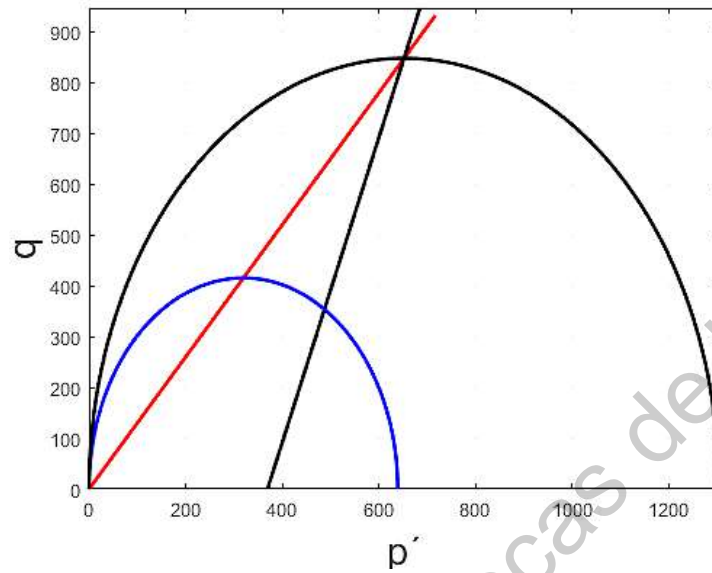


Figura 89 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

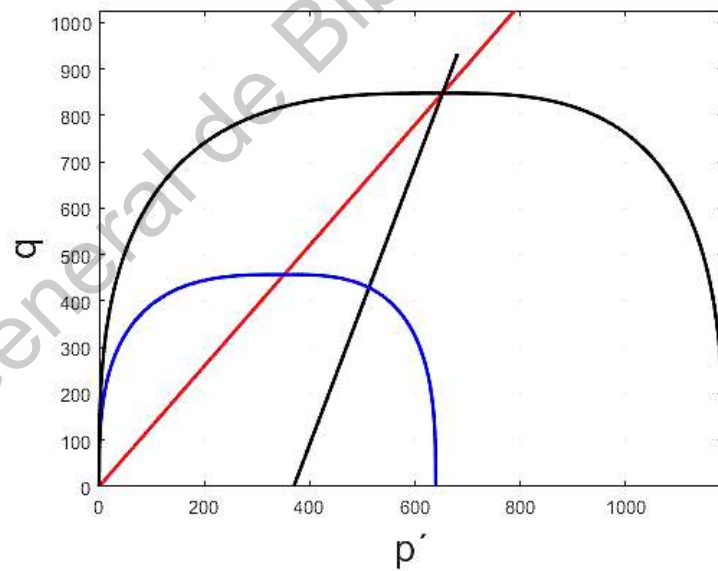


Figura 90 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

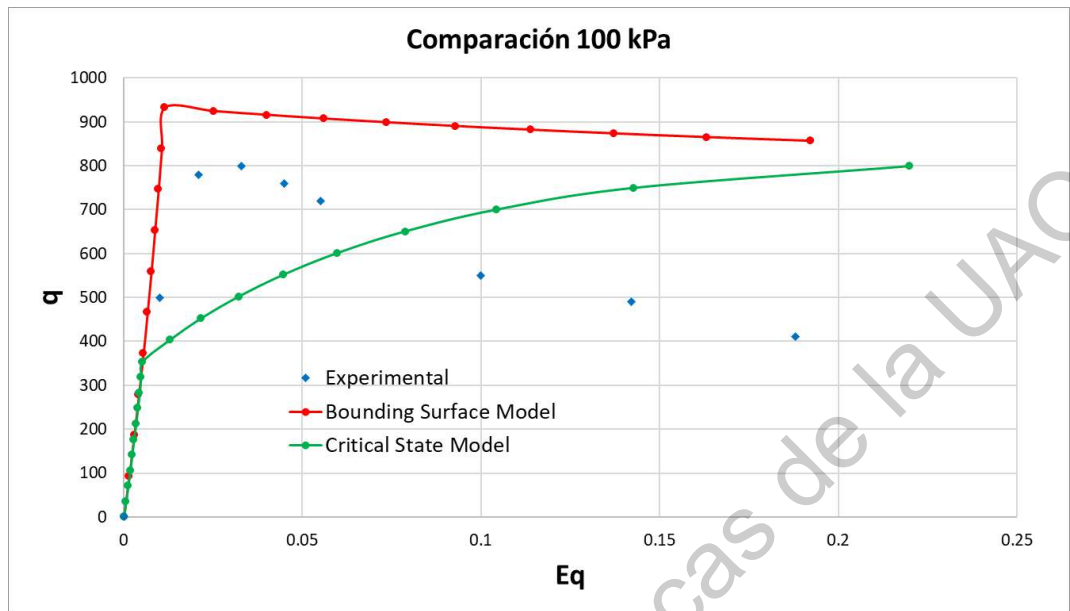


Figura 91 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

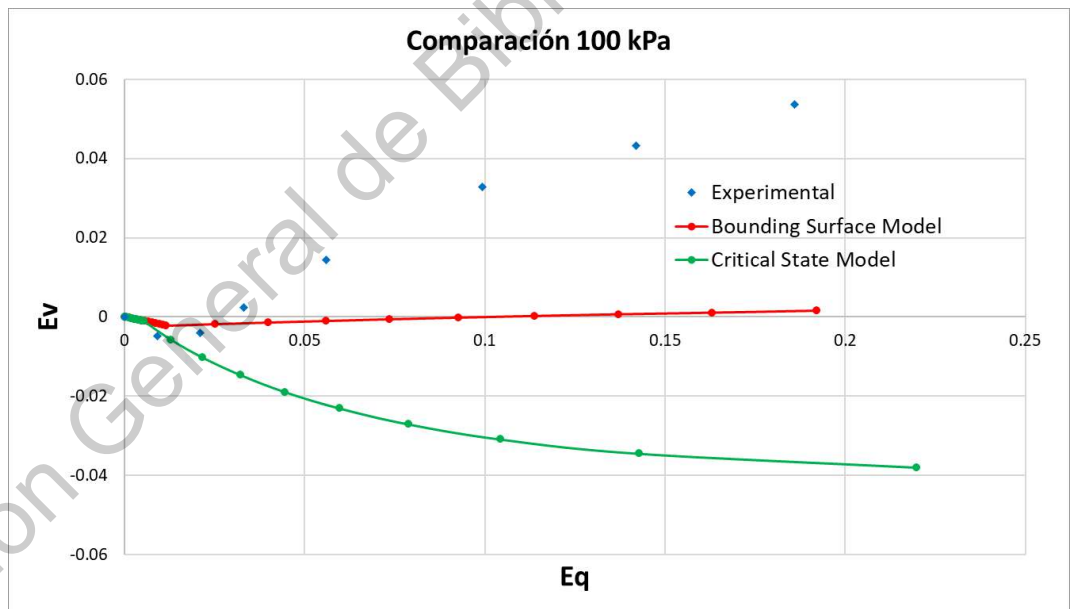


Figura 92 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Esfuerzo confinante de 200 kPa

Para el confinante de 200 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 739.2$ y $p_i = 469.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de

fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 93, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 94, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 95 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 96.

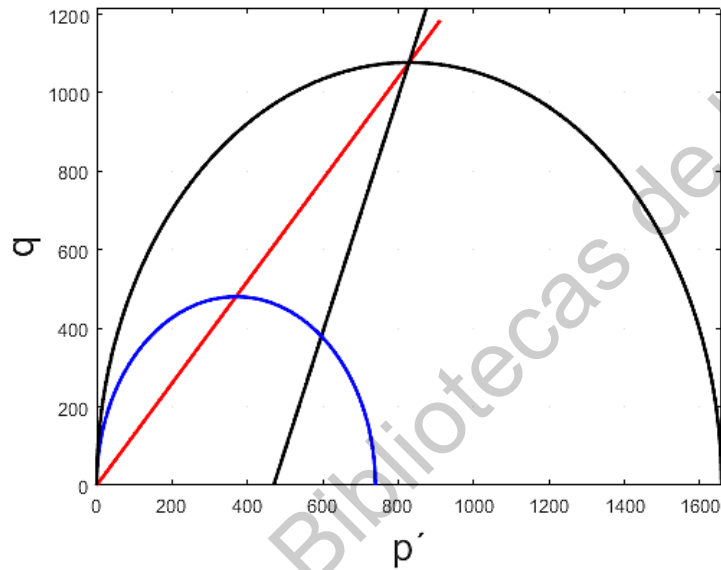


Figura 93 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

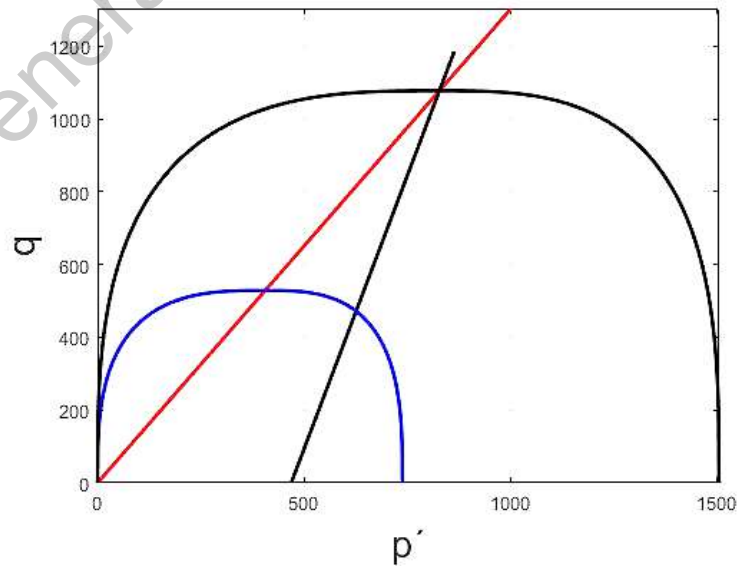


Figura 94 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

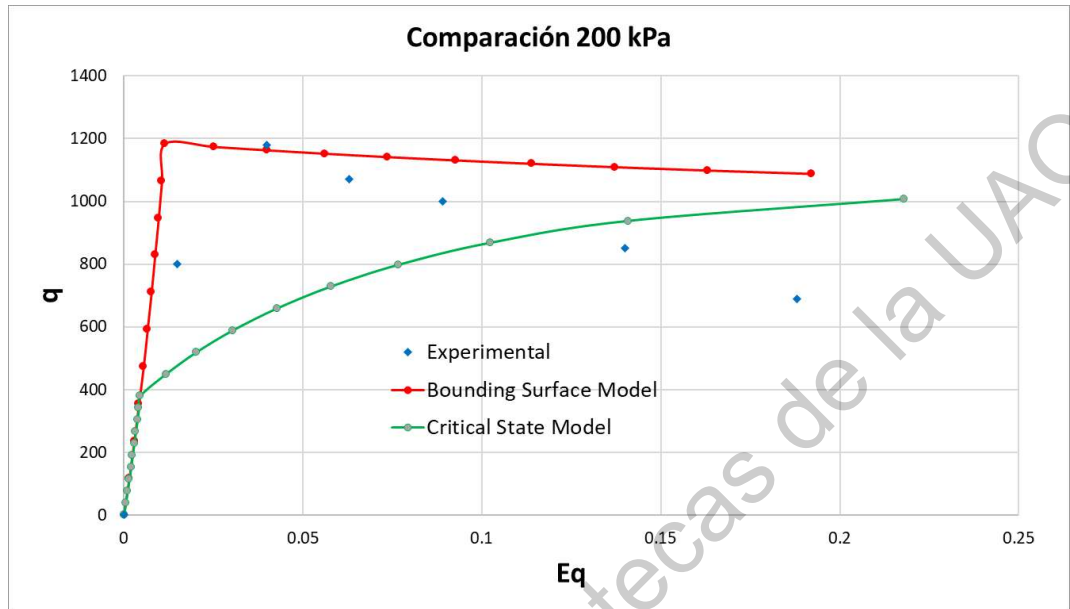


Figura 95 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

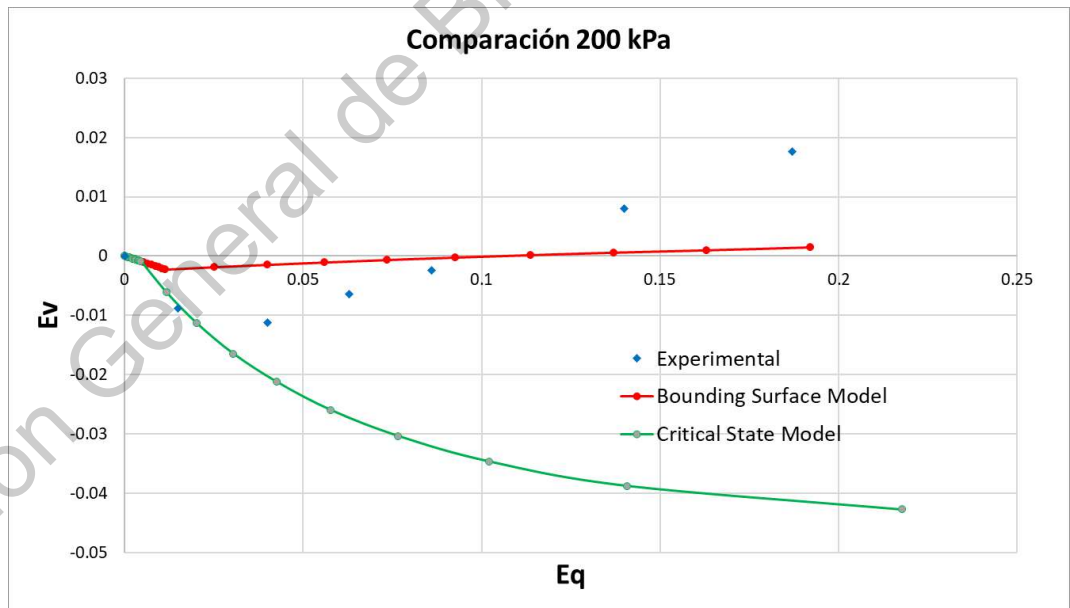


Figura 96 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Esfuerzo confinante de 400 kPa

Para el confinante de 400 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 939.2$ y $p_i = 669.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 97, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 98, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 99 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 100.

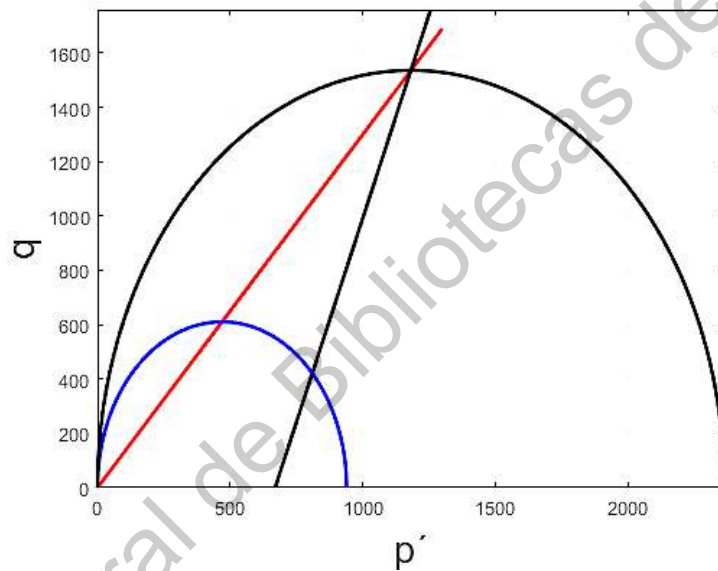


Figura 97 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

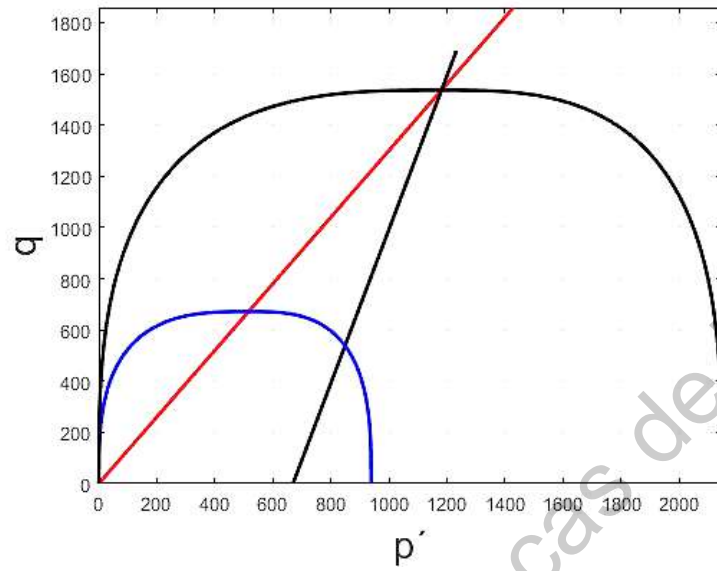


Figura 98 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

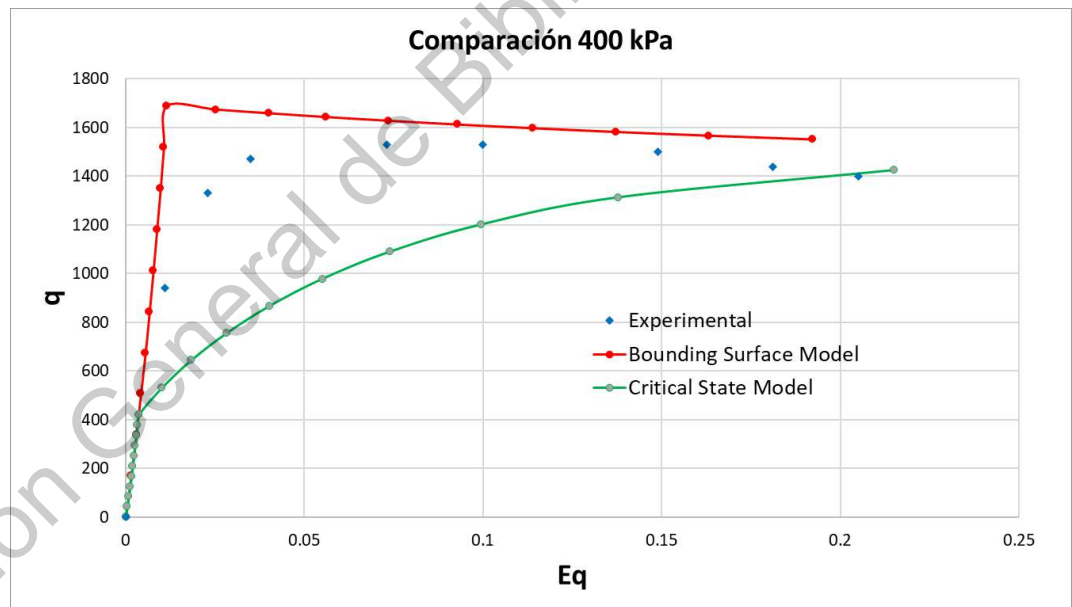


Figura 99 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

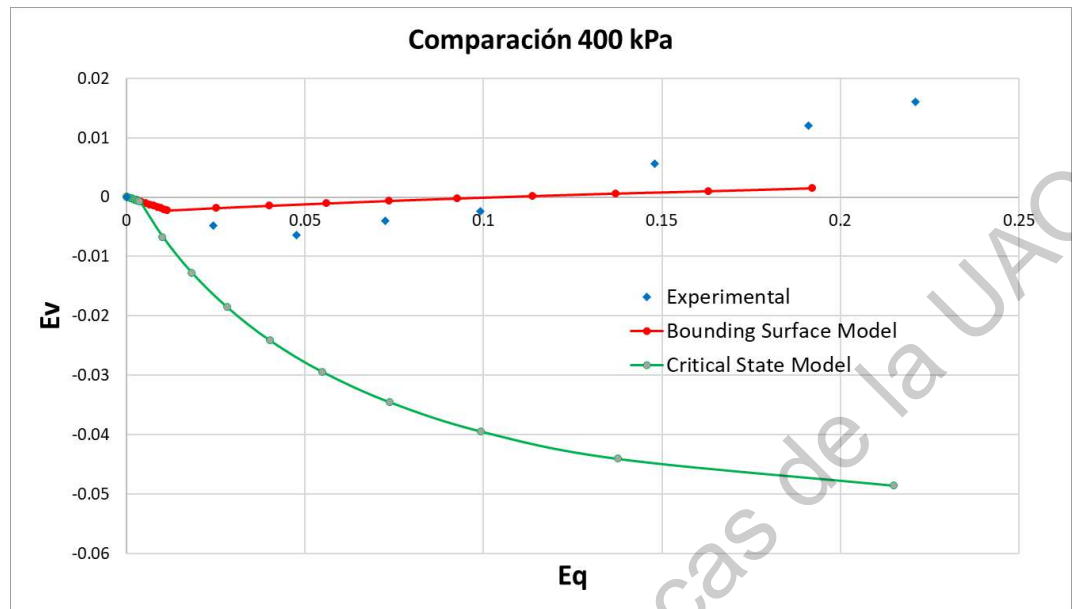


Figura 100 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Esfuerzo confinante de 600 kPa

Para el confinante de 600 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 1139.2$ y $p_i = 869.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 101, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 102, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 103 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 104.

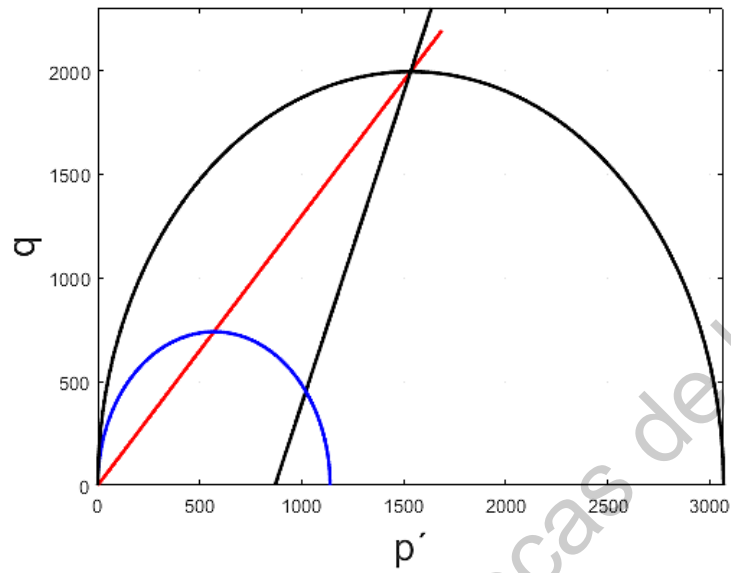


Figura 101 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

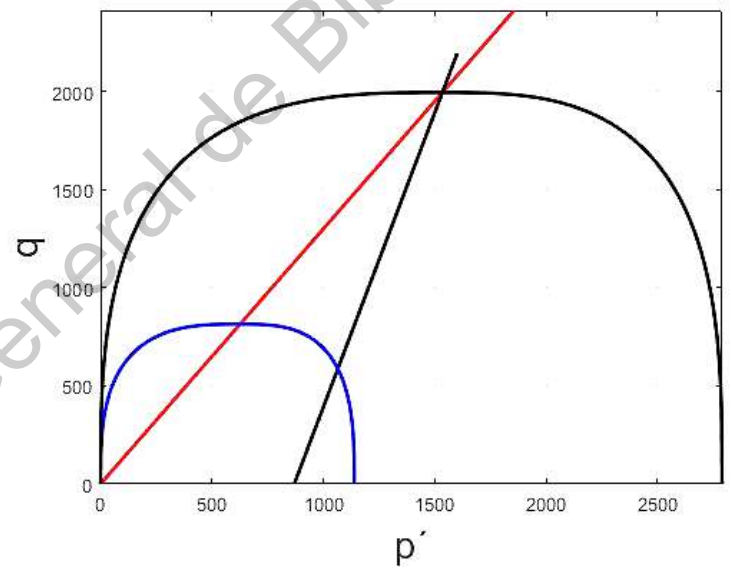


Figura 102 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

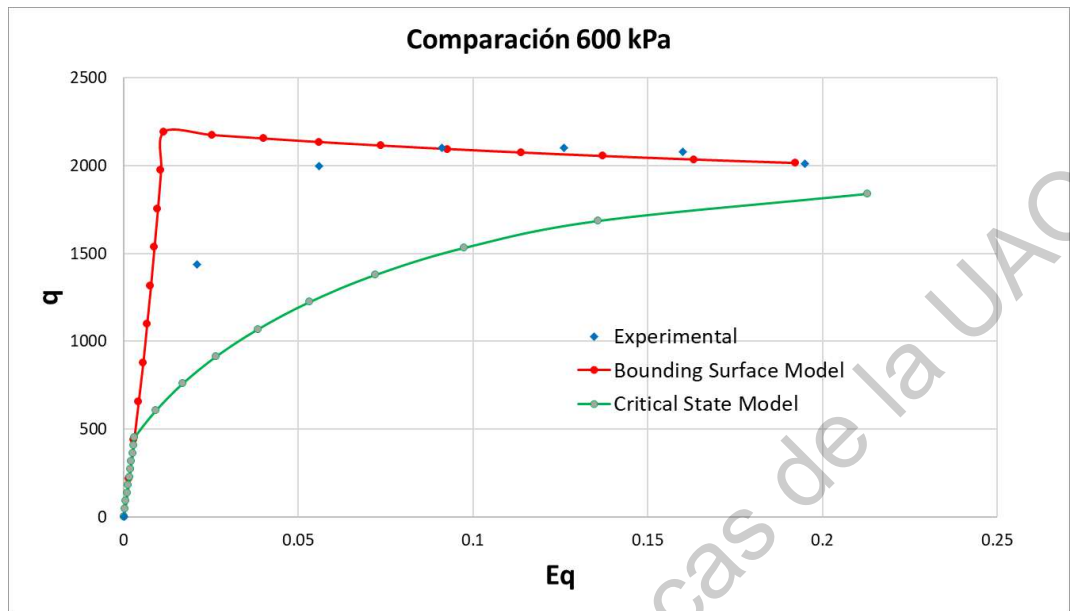


Figura 103 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

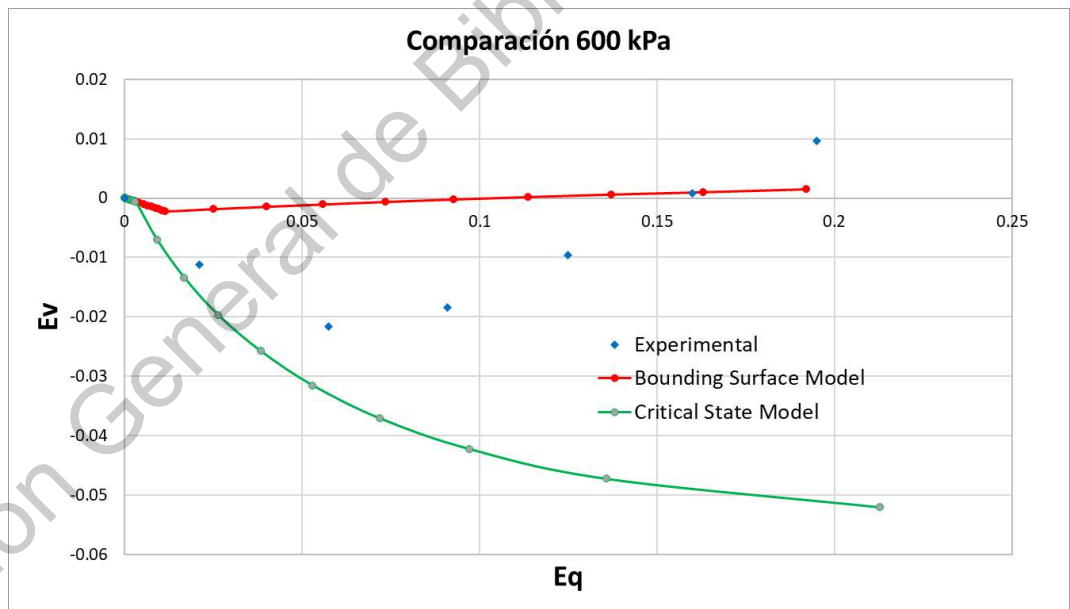


Figura 104 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Esfuerzo confinante de 800 kPa

Para el confinante de 800 kPa se tiene que el valor de $p_0 = 1339.2$ y $p_i = 1069.6$ según las consideraciones tomadas. A continuación, se muestra la superficie de

fluencia con el modelo del estado crítico en la Figura 105, la superficie de fluencia del modelo de la superficie límite en la Figura 106, la comparación de resultados en un plano $E_q - q$ en la Figura 107 y en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 108.

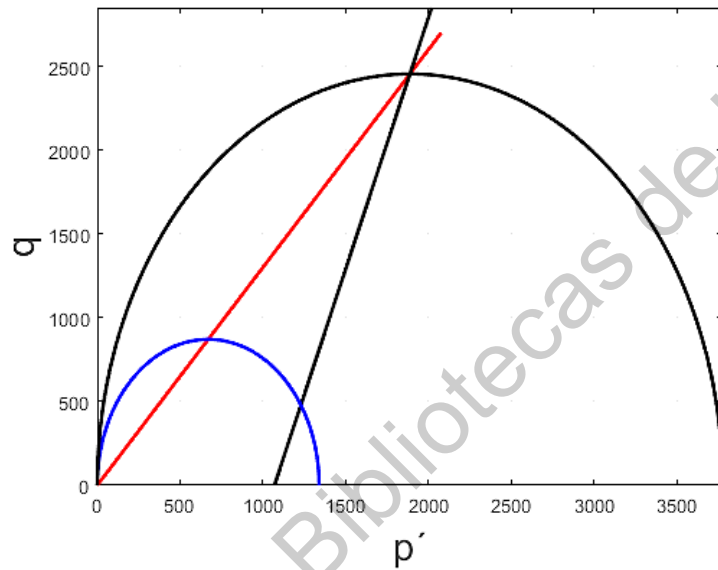


Figura 105 – Superficie de fluencia del modelo del estado crítico.

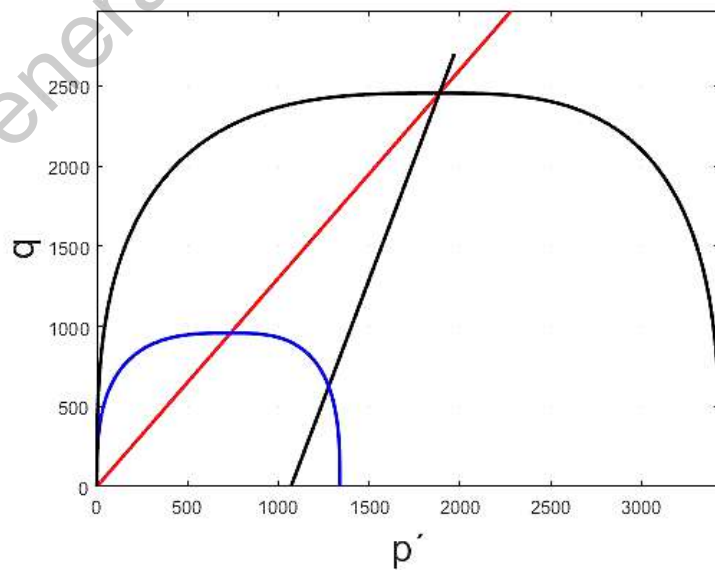


Figura 106 – Superficie de fluencia del modelo de la superficie límite.

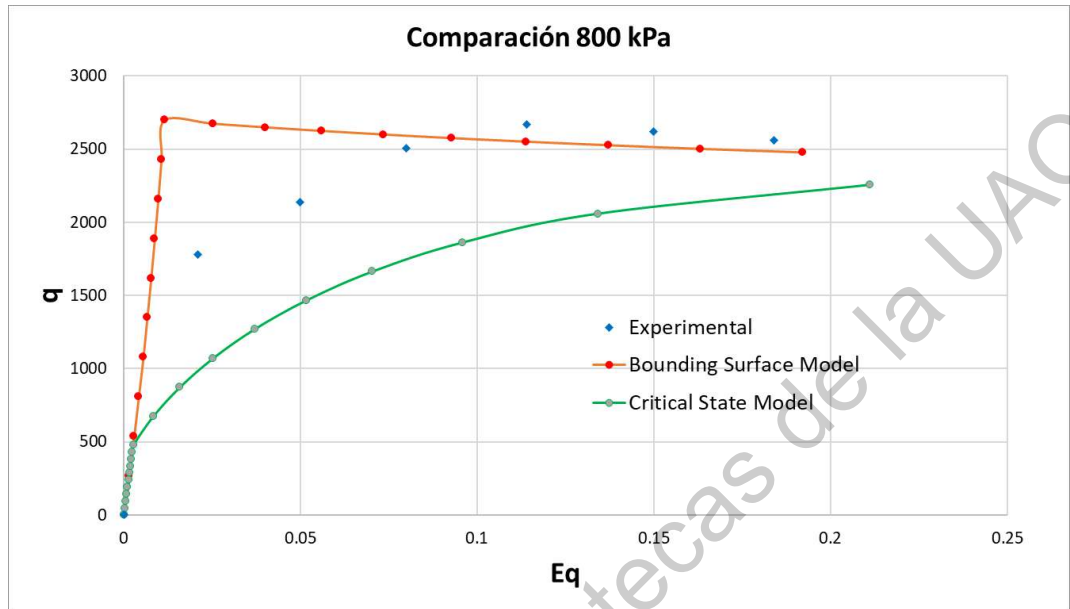


Figura 107 – Comparación de resultados en un plano $E_q - q$.

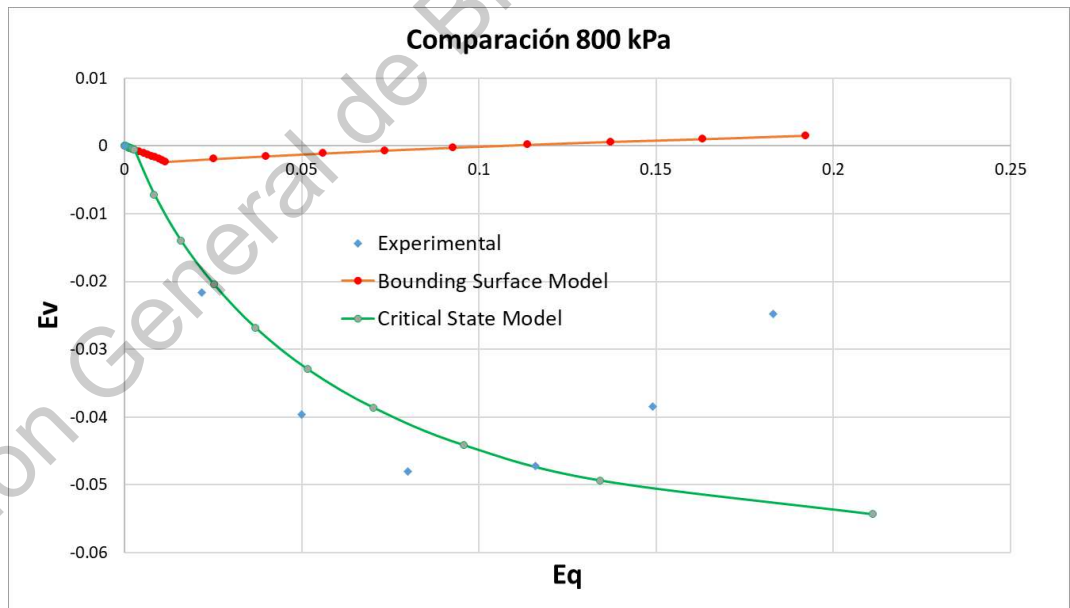


Figura 108 – Comparación de resultados en un plano $E_q - E_v$.

Resumen de resultados

A continuación, se muestra el resumen de los resultados de los ensayos con una succión controlada de 400 kPa, los resultados de resistencia en un plano $E_q - q$ se presentan en la Figura 109 y Figura 111. Por otro lado, los del comportamiento volumétrico en un plano $E_q - E_v$ en la Figura 110 y Figura 112.

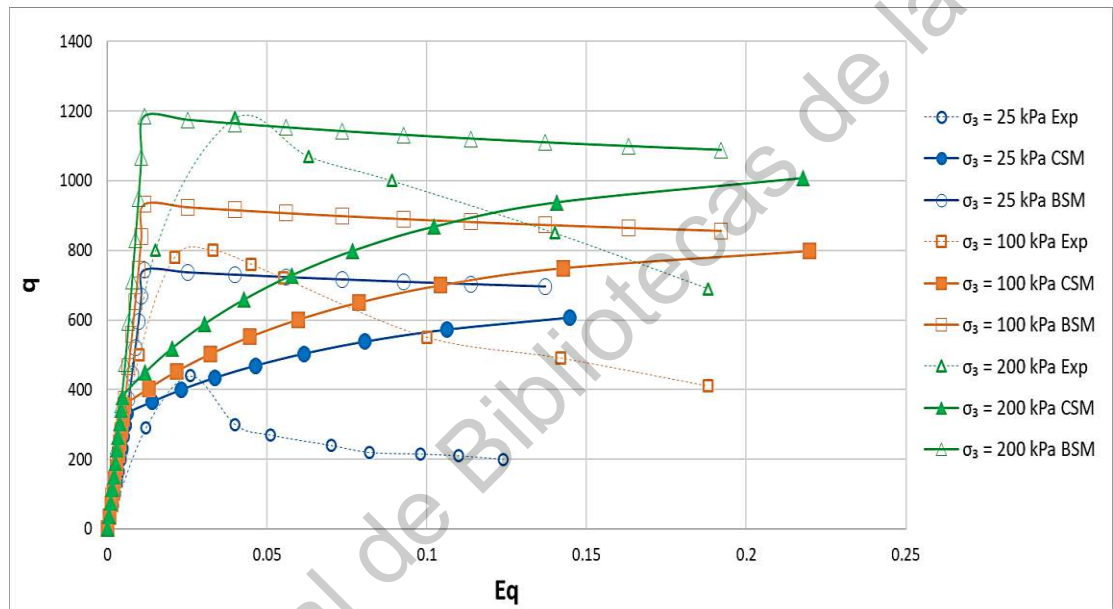


Figura 109 – Resultado en un plano $E_q - q$ para ensayos con esfuerzos de 25, 100 y 200 kPa.

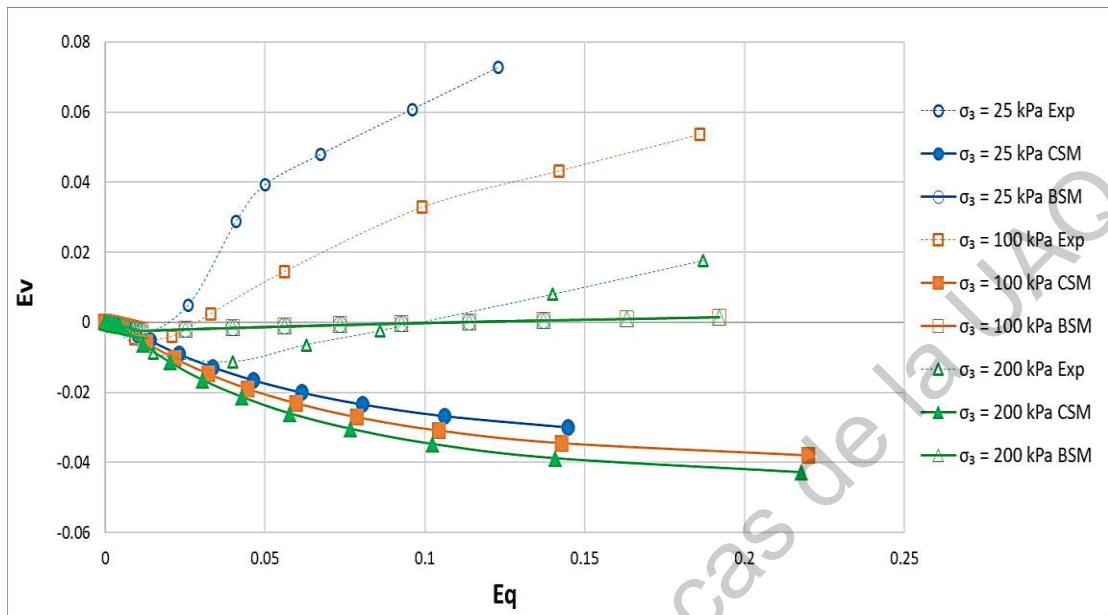


Figura 110 – Resultado en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con esfuerzos de 25, 100 y 200 kPa.

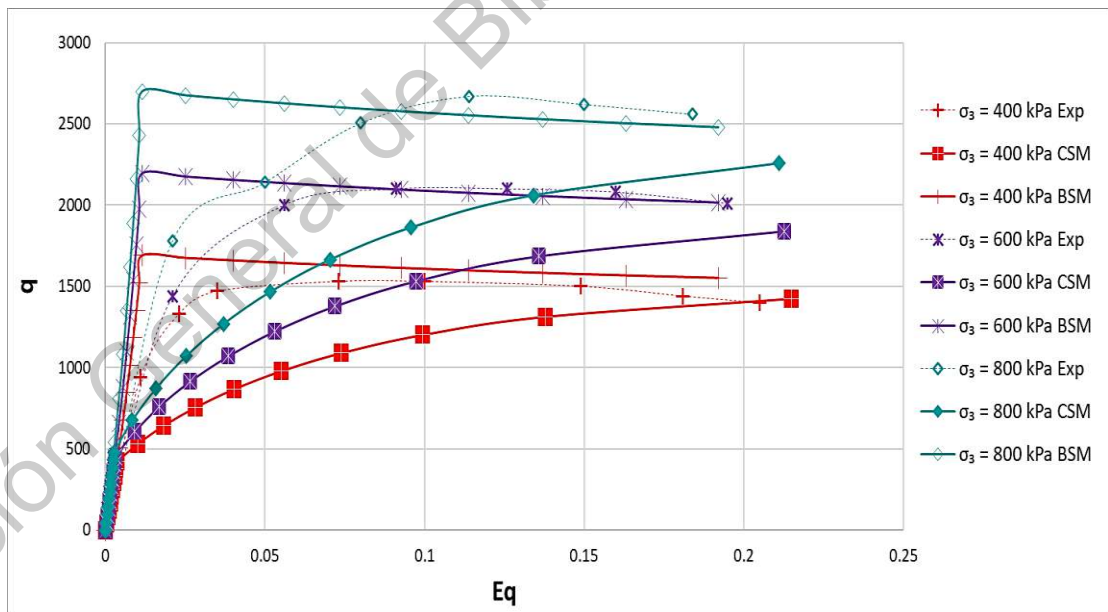


Figura 111 – Resultado en un plano $E_q - q$ para ensayos con esfuerzos de 400, 600 y 800 kPa.

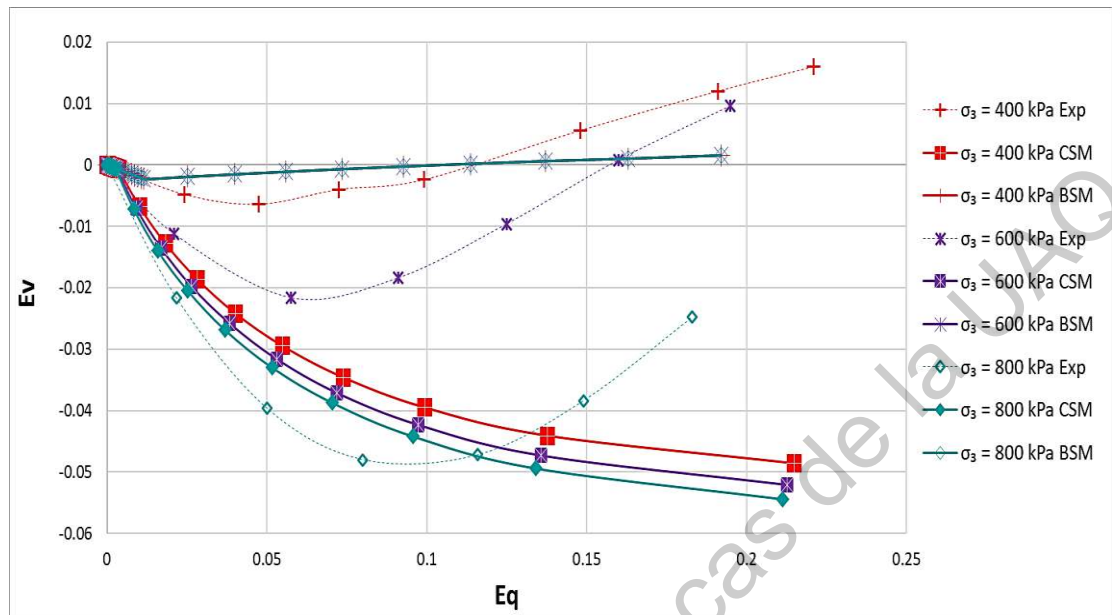


Figura 112 – Resultado en un plano $E_q - E_v$ para ensayos con esfuerzos de 400, 600 y 800 kPa.

Revisión de Precisión de los Modelos

Para la revisión de la precisión de los modelos mostrados en este documento se tomaron los últimos puntos experimentales y numéricos reportados por los autores de los experimentos y de los modelos. Esto se llevó a cabo por medio de la fórmula de error porcentual mostrada a continuación en la Ec. (78).

$$E_p = \left| \frac{|Valor\ experimental - Valor\ numérico|}{Valor\ experimental} \right| * 100 \quad (78)$$

Algunos de los modelos presentados no muestran comparaciones entre resultados experimentales y numéricos por lo que se omitirán. Los modelos presentados a continuación muestran comparaciones con ensayos con distintas condiciones de esfuerzos.

Modelo de Khalili *et. al.*

Las comparaciones numérico-experimentales de este modelo fueron con ensayos realizados por (Uchaipichat, 2005), estos fueron en un limo de una región de Nueva Gales del Sur, Australia. En la Tabla 21 se muestran las condiciones de carga de los ensayos y sus respectivos valores de error porcentual.

Tabla 21 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Uchaipichat, 2005).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E_q			E_v		
			Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p
1	0	50	110	95	14%	0.201	0.204	1%	-0.009	-0.011	17%
2	0	100	205	185	10%	0.247	0.231	6%	0.030	0.028	7%
3	0	150	300	290	3%	0.245	0.229	7%	0.062	0.059	5%
4	100	50	170	167	2%	0.158	0.204	29%	0.012	0.013	4%
5	100	100	260	265	2%	0.245	0.231	6%	0.042	0.045	7%
6	100	150	345	355	3%	0.206	0.229	11%	0.071	0.069	3%
7	300	50	250	220	12%	0.158	0.204	29%	0.018	0.020	12%
8	300	100	295	315	7%	0.221	0.231	5%	0.049	0.051	4%
9	300	150	375	405	8%	0.212	0.229	8%	0.078	0.071	9%

Modelo de Ma *et. al.*

En este caso los datos experimentales comparados fueron obtenidos de pruebas llevadas a cabo por los mismos autores del modelo. El material ensayado es un suelo limoso tomado del río Huang He o Río Amarillo en China. En la Tabla 22 se muestra el resultado del cálculo del error porcentual para cada prueba.

Tabla 22 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Ma et al., 2016).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E _q			E _v		
			Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p
1	0	100	295	260	12%	0.128	0.150	17%	-0.030	-0.037	23%
2	15	200	560	568	1%	0.167	0.150	10%	-0.027	-0.029	7%
3	50	600	1542	1625	5%	0.150	0.143	5%	-0.013	-0.014	11%
4	90	300	990	810	18%	0.140	0.145	4%	-0.027	-0.025	7%

Modelo de Yao et. al.

Los resultados del modelo se compararon con los resultados experimentales obtenidos por (Mitchell, 1972), el cual realizó las pruebas en una arcilla ligeramente sobreconsolidada. Sobre ese material se realizaron dos tipos de pruebas triaxiales, una en donde el esfuerzo vertical era mayor al horizontal (VC) y otra en donde la horizontal era mayor a la vertical (HC). En la Tabla 23 a continuación se muestra el error porcentual que se calculó para la comparación de los datos numéricos con los datos de las pruebas mencionadas.

Tabla 23 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Mitchell, 1972).

#	Tipo	q			E _q			E _v		
		Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p
1	VC	142	133	6%	0.094	0.115	22%	0.282	0.345	22%
2	HC	125	127	2%	0.108	0.115	6%	0.324	0.345	6%

Modelo de Rojas

Los datos numéricos fueron comparados con los datos experimentales obtenidos por (Cui & Delage, 1996). El suelo es un limo eólico francés, este cuenta con cierta cantidad de arcilla cuyos principales minerales son ilita, caolinita y

esmeclita. A continuación, se muestra el resultado del cálculo del error porcentual para las pruebas con distintas condiciones en la Tabla 24.

Tabla 24 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Cui & Delage, 1996).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E_q			E_v		
			Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p
1	200	50	360	350	3%	0.123	0.121	2%	-0.010	-0.002	80%
2	200	200	620	570	8%	0.130	0.148	14%	-0.030	-0.035	15%
3	200	400	600	800	33%	0.150	0.148	1%	-0.059	-0.056	5%
4	400	200	870	630	28%	0.133	0.148	11%	-0.023	-0.027	17%
5	800	50	420	500	19%	0.113	0.111	2%	-0.004	-0.005	31%
6	800	200	940	880	6%	0.092	0.090	2%	-0.017	-0.021	24%
7	800	400	1010	990	2%	0.133	0.150	13%	-0.045	-0.042	7%
8	1500	50	450	790	76%	0.083	0.127	53%	-0.002	-0.004	111%
9	1500	200	1045	990	5%	0.117	0.150	28%	-0.017	-0.020	18%
10	1500	400	1280	1340	5%	0.150	0.148	1%	-0.060	-0.056	7%

Modelo Propuesto

El modelo propuesto se comparó con datos experimentales obtenidos por distintos autores, la primera serie de experimentos fue llevada a cabo por (Garakani *et al.*, 2015), estos autores hicieron pruebas en muestras tomadas de un depósito de loess en Irán. El error porcentual calculado para cada prueba se presenta en la Tabla 25 mostrada a continuación.

Otra serie de experimentos fue hecha por (Cui & Delage, 1996), la cual como ya se mencionó es un limo francés. En la Tabla 26 se presenta el resultado de los cálculos de error porcentual para las distintas pruebas.

Tabla 25 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Garakani et al., 2015).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E_q			E_v		
			Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p
1	0	400	700	826	18%	0.200	0.206	3%	-0.092	-0.069	25%
2	50	400	810	891	10%	0.200	0.210	5%	-0.079	-0.065	18%
3	100	100	280	284	1%	0.110	0.141	28%	-0.101	-0.049	52%
4	100	300	670	724	8%	0.200	0.214	7%	-0.072	-0.062	14%
5	100	400	860	931	8%	0.200	0.212	6%	-0.093	-0.063	32%
6	200	300	760	789	4%	0.200	0.216	8%	-0.021	-0.058	185%
7	300	200	475	583	23%	0.150	0.141	6%	0.010	-0.048	581%
8	400	50	305	371	22%	0.200	0.226	13%	-0.039	-0.040	2%
9	400	150	515	579	13%	0.260	0.222	15%	-0.039	-0.049	24%
10	400	300	670	892	33%	0.200	0.219	9%	0.011	-0.055	596%

Tabla 26 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v para (Cui & Delage, 1996).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E_q			E_v		
			Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p	Exp	Num	E_p
1	200	50	388	333	14%	0.125	0.137	9%	-0.010	-0.019	91%
2	200	100	480	412	14%	0.130	0.136	4%	-0.020	-0.022	10%
3	200	200	640	571	11%	0.131	0.134	2%	-0.030	-0.025	17%
4	200	400	870	887	2%	0.150	0.131	13%	-0.064	-0.029	55%
5	200	600	1170	1201	3%	0.144	0.129	10%	-0.065	-0.030	53%
6	1500	50	480	1555	224%	0.081	0.138	70%	0.002	-0.014	800%
7	1500	100	720	1634	127%	0.105	0.138	31%	-0.010	-0.016	63%
8	1500	200	1065	1794	68%	0.115	0.137	19%	-0.017	-0.018	4%
9	1500	400	1290	2112	64%	0.146	0.136	7%	-0.039	-0.020	48%

La última serie de experimentos comparada en este documento fue la realizada por (Futai & Almeida, 2005), como se mencionó esta serie fue comparada con el

modelo propuesto y con el equivalente al modelo del estado crítico, es decir, tomando valores para que la superficie de fluencia fuera simétrica. A continuación, se muestra el resultado del cálculo del error porcentual para cada uno, en la Tabla 27 se encuentra el del equivalente al modelo del estado crítico y en la Tabla 28 el del modelo propuesto.

Tabla 27 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v del modelo del estado crítico para (Futai & Almeida, 2005).

#*	s (kPa)	σ (kPa)	q			E _q			E _v		
			Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p
1	400	25	200	607	203%	0.124	0.145	17%	0.073	-0.030	141%
2	400	100	410	798	95%	0.188	0.220	17%	0.054	-0.038	171%
3	400	200	690	1008	46%	0.188	0.218	16%	0.018	-0.043	343%
4	400	400	1400	1425	2%	0.205	0.215	5%	0.016	-0.049	404%
5	400	600	2010	1841	8%	0.195	0.213	9%	0.010	-0.052	643%
6	400	800	2560	2256	12%	0.184	0.211	15%	-0.025	-0.054	119%

Tabla 28 – Valores de error porcentual de q , E_q y E_v del modelo propuesto para (Futai & Almeida, 2005).

#	s (kPa)	σ (kPa)	q			E _q			E _v		
			Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p	Exp	Num	E _p
1	400	25	200	696	248%	0.124	0.137	11%	0.073	0.001	99%
2	400	100	410	856	109%	0.188	0.192	2%	0.054	0.002	97%
3	400	200	690	1088	58%	0.188	0.192	2%	0.018	0.002	91%
4	400	400	1400	1552	11%	0.205	0.192	6%	0.016	0.002	91%
5	400	600	2010	2015	0%	0.195	0.192	1%	0.010	0.002	84%
6	400	800	2560	2478	3%	0.184	0.192	4%	-0.025	0.002	106%

CONCLUSIONES

Basados en la información obtenida mediante las comparaciones de los resultados experimentales con los numéricos se puede decir que es posible realizar un modelo predictivo totalmente acoplado con base en la teoría del estado crítico, además de contar con un número relativamente menor de parámetros de ajuste vía experimental.

Al incluir el parámetro de endurecimiento (w), así como los parámetros de ajuste de la elipse (f , a_1 , a_2) se obtiene mayor precisión en los resultados, ya que el primero ayuda al modelo a adaptarse de mejor manera a los suelos altamente preconsolidados y los segundos mejoran de manera general el modelo.

El modelo en su parte hidráulica puede realizar ciclos de humedecimiento y secado, si así se requiere, para obtener el valor necesario del grado de saturación para cada valor de succión, esto debido a que se contempla la histéresis existente en las curvas de retención. Aunque, dado que las pruebas fueron con succiones controladas esta parte del modelo se empleó solamente para conocer el grado de saturación en las curvas principales de secado y humedecimiento, esto último dependiendo de la succión natural del suelo y la succión controlada a la que se sometió el espécimen.

Los datos experimentales con los que se comparó el modelo numérico fueron obtenidos a partir de ensayos realizados por distintos autores, los cuales emplearon especímenes de distintos tipos de suelos y por lo que se puede asumir que el modelo funciona para todo tipo de suelos.

La matriz de rigidez obtenida en la formulación del modelo es simétrica, por lo que se puede facilitar el uso de este modelo en programas basados en el método del elemento finito.

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

RECOMENDACIONES

Es importante tener los valores para cada uno de los parámetros utilizados en el modelo para que el mismo pueda funcionar correctamente, estos se pueden obtener mediante ensayos triaxiales a muestras de suelo.

Mismo caso para el modelo hidráulico, es relevante tener conocimiento de los valores de ajuste para las curvas principales de humedecimiento y secado, ya que si se trata de un suelo no saturado a partir de ahí es de donde obtenemos la información requerida para realizar las corridas numéricas, además de que si así se pretende se pueden simular las curvas de escaneo. Estos valores se pueden obtener realizando una prueba de succión.

Se recomienda seguir trabajando en este tipo de modelos o en el ajuste de precisión de los mismos mediante la adición de parámetros. Así como seguir trabajando en la inclusión de este tipo de modelos en programas que operen con el método del elemento finito.

REFERENCIAS

- Alfaro Soto, M. (2008) 'Geotecnia en suelos no saturados', *Revista de la Academia Colombiana de ciencias exactas, físicas y naturales*, 32(125), pp. 471–482.
- Alonso, E. E., Gens, A. & Josa, A. (1990) 'A constitutive model for partially saturated soils', *Geotechnique*, 40(3), pp. 405–430. doi: 10.1680/geot.1991.41.2.273.
- Alvarez Manilla, A. A., Barrera Bucio, M., Flores Flores, M., Garnica Anguas, P., González Sosa, E., Horta Rangel, J. M., Hurtado Maldonado, D., López Lara, T., Pérez García, A., Pérez Rea, M. de la L., *et al.* (2004) *Mecánica de suelos no saturados*, Universidad Autónoma de Querétaro. Edited by J. A. Zepeda Garrido. Querétaro. doi: 10.1017/CBO9781107415324.004.
- Assouline, S., Tessier, D. & Bruand, A. (1998) 'A conceptual model of the soil water retention curve', 34(2), pp. 223–231.
- ASTM D5298 (2016) 'Standard Test Method for Measurement of Soil Potential (Suction) Using Filter Paper', *ASTM International*, i, pp. 1–6. doi: 10.1520/D5298-16.2.
- Bishop, A. W. (1959) *The principle of effective stress*, *Teknisk Ukeblad*.
- Brooks, R. H. & Corey, A. T. (1964) 'Hydraulic properties of porous media', *Hydrology Papers, Fort Collins, Colorado State University, [Hydrology and Water Resources Program]*, 7.
- Bulut, R. & Leong, E. C. (2008) 'Indirect measurement of suction', *Geotechnical and Geological Engineering*, 26(6), pp. 633–644. doi: 10.1007/s10706-008-9197-0.
- Camacho Tauta, J. & Reyes, O. J. (2003) 'Comportamiento mecánico de suelos cohesivos de la Sabana de Bogotá sobre muestras inalteradas y remoldeadas', *Conference: XII Jornadas Geotécnicas de la Ingeniería Colombiana*, (February 2015), p. 18. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/272164548>.
- Crespo Villalaz, C. (2004) *Mecánica de suelos y cimentaciones*. 5ta edn. Edited by Limusa.
- Cui, Y. J. & Delage, P. (1996) 'Yielding and plastic behaviour of an unsaturated

compacted silt', *Geotechnique*, 46(2), pp. 291–311. doi:

10.1680/geot.1996.46.2.291.

Dafalias, B. Y. F. & Asce, M. (1986) 'Bounding surface plasticity. I: mathematical foundation and hypoplasticity', *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 112(9), pp. 966–987.

Dafalias, Y. F. & Popov, E. P. (1976) 'Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity.', *Journal of Applied Mechanics - American Society of Mechanical Engineers*, (76-WA/APM-21), pp. 645–651.

Feng, M. & Fredlund, D. G. (1999) 'Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements', in *52nd Canadian Geotechnical Conf. and Unsaturated Soil Group, Proceeding from Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics, Canadian Geotechnical Society, Richmond, BC, Canada*, pp. 651–657. doi: 10.1016/j.pec.2009.09.025.

Fredlund, D. G. (2013) 'The emergence of unsaturated soil mechanics', *Canadian Geotechnical Journal*, 51(12), pp. ix–x. doi: 10.1139/cgj-2014-0095.

Fredlund, D. G. & Rahardjo, H. (1993) 'Soil Mechanics for Unsaturated Soils', *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. doi: 10.1002/9780470172759.

Futai, M. M. & Almeida, M. S. S. (2005) 'An experimental investigation of the mechanical behaviour of an unsaturated gneiss residual soil', *Géotechnique*, 55(3), pp. 201–213. doi: 10.1680/geot.55.3.201.61520.

Garakani, A. A., Haeri, S. M., Khosravi, A. & Habibagahi, G. (2015) 'Hydro-mechanical behavior of undisturbed collapsible loessial soils under different stress state conditions', *Engineering Geology*, 195, pp. 28–41. doi: 10.1016/j.enggeo.2015.05.026.

Van Genuchten, M. (1980) 'A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.', *Soil Science Society of America Journal*, 44, pp. 892–898.

González-Cueto, O., Herrera Suárez, M., Iglesias Coronel, C. E. & López Bravo, E. (2013) 'Análisis de los modelos constitutivos empleados para simular la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos', *Revista*

Ciencias Técnicas Agropecuarias, 22(3), pp. 75–80.

González Haramboure, Y. (2015) *Tensiones en la masa de suelos. Tensiones efectivas debidas a peso propio. Incremento de tensiones debidas a carga impuesta*. Available at:

<https://es.slideshare.net/YoermesGonzlezHaramboure/conferencia-2-tensiones-en-la-masa-de-suelos-tensiones-efectivas-debidas-a-peso-propio-incremento-de-tensiones-debidas-a-carga-impuesta> (Accessed: 14 June 2020).

Hu, R., Chen, Y. F., Liu, H. H. & Zhou, C. B. (2015) 'A coupled stress-strain and hydraulic hysteresis model for unsaturated soils: Thermodynamic analysis and model evaluation', *Computers and Geotechnics*, 63, pp. 159–170. doi: 10.1016/j.compgeo.2014.09.006.

Khalili, N., Habte, M. A. & Zargarbashi, S. (2008) 'A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hystereses', *Computers and Geotechnics*, 35(6), pp. 872–889. doi: 10.1016/j.compgeo.2008.08.003.

Khalili, N. & Khabbaz, M. H. (1998) 'A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils', *Geotechnique*, 48(5), pp. 681–687. doi: 10.1680/geot.1998.48.5.681.

Kim, J., Hwang, W. & Kim, Y. (2018) 'Effects of hysteresis on hydro-mechanical behavior of unsaturated soil', *Engineering Geology*, 245, pp. 1–9. doi: 10.1016/j.enggeo.2018.08.004.

Li, Y., Chen, Y. F. & Zhou, C. B. (2015) 'Effective Stress Principle for Partially Saturated Rock Fractures', *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(3). doi: 10.1007/s00603-015-0758-2.

Lu, N. & Likos, W. J. (2006) 'Suction stress characteristic curve for unsaturated soil', *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(2), pp. 131–142. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2006)132:2(131).

Ma, T., Wei, C., Wei, H. & Li, W. (2016) 'Hydraulic and mechanical behavior of unsaturated silt: Experimental and theoretical characterization', *International Journal of Geomechanics*, 16(6), pp. 1–13. doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-

5622.0000576.

Mitchell, R. J. (1972) 'Some deviations from isotropy in a lightly overconsolidated clay', *Geotechnique*, 22(3), pp. 459–467.

Nelson, J. D. & Miller, D. J. (1997) *Expansive Soils: Problems and Practice in Foundation and Pavement Engineering*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto & Singapore: John Wiley & Sons, Inc.

Nuth, M. & Laloui, L. (2008) 'Advances in modelling hysteretic water retention curve in deformable soils', *Computers and Geotechnics*, 35(6), pp. 835–844. doi: 10.1016/j.compgeo.2008.08.001.

Pereiro, L. L. O. (2006) 'Aprendiendo sobre el Método de los Elementos Finitos. // Learning on the Method of the Finite Elements.', *Revista de Ingeniería Mecánica*, 9(3), pp. 7–17.

Puig de la Parra, J. B. (1970) *Geología aplicada a la ingeniería civil y fotointerpretación*. México: Lito Juventud.

Reyes Ortiz, Ó. J., Camacho Tauta, J. F. & Morantes, I. (2003) 'La teoría del estado crítico como herramienta para la interpretación de ensayos triaxiales en suelos cohesivos', *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 13(1), pp. 31–39. doi: 10.18359/rcin.1323.

Rojas, E. (2008) 'Equivalent stress equation for unsaturated soils. II: Solid-Porous Model', *International Journal of Geomechanics*, 8(5), pp. 285–290. doi: 10.1061/(ASCE)1532-3641(2008)8:5(285).

Rojas, E., Chávez, O. & Arroyo, H. (2017) 'Modeling the behavior of expansive soils using effective stresses', *International Journal of Geomechanics*, 17(9), pp. 1–15. doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000943.

Rojas, E., Horta, J., Pérez-Rea, M. L. & Hernández, C. E. (2019) 'A fully coupled simple model for unsaturated soils', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(6), pp. 1143–1161. doi: 10.1002/nag.2884.

Rojas González, E. (2018) 'Un modelo general para suelos no saturados totalmente acoplado', *Digital Ciencia @uaqro*, pp. 12–24.

Rucks, L., García, F., Kaplán, A., Ponce de León, J. & Hill, M. (2004) 'Propiedades Físicas del Suelo', *Universidad de la República (Montevideo, Uruguay) - Facultad de Agronomía*. doi: 10.1039/TF9686403358.

Sáez Camacho, I. (2017) *Componentes del suelo*. Available at: <https://slideplayer.es/slide/11506221/> (Accessed: 14 May 2020).

Sánchez Oidor, J. S. (2013) 'Ecuaciones constitutivas para el cálculo de deformaciones en arcillas sensitivas', pp. 1689–1699. doi: 10.1017/CBO9781107415324.004.

Schofield, A. & Wroth, P. (1968) *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill.

Seidalinov, G. (2012) 'a Simple Anisotropic Bounding Surface Plasticity Model for Cyclic Response of Clays', *The university of british columbia*, (November), p. 118.

Suebsuk, J., Horpibulsuk, S. & Liu, M. D. (2011) 'A critical state model for overconsolidated structured clays', *Computers and Geotechnics*, 38(5), pp. 648–658. doi: 10.1016/j.compgeo.2011.03.010.

Terzaghi, K. (1925) *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer grundlage*. Leipzig-Viena: F. Deuticke.

Terzaghi, K., Peck, R. B. & Mesri, G. (1996) *Soil Mechanics in Engineering Practice, 3rd edition*, J. Wiley & Sons. doi: 10.2113/gseegeosci.ii.3.444.

Uchaipichat, A. (2005) 'Experimental investigation and constitutive modelling of thermo-hydro-mechanical coupling in unsaturated soils', *Civil and Environmental Engineering*, PhD.

Vargas Félix, J. (2010) 'Cálculo de Estructuras Utilizando Elemento Finito con Cómputo en Paralelo', *Centro de Investigación en Matemáticas A.C.*, pp. 11–37.

Vaunat, J., Romero, E. & Jommi, C. (2000) 'An elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated soils', *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils*, pp. 121–138. doi: 10.1007/978-3-540-72588-6_180.

Verdín Montes, C. I. (2018) *Modelación de suelos expansivos mediante esfuerzos efectivos*, *Universidad Autónoma de Querétaro*. Universidad Autónoma de Querétaro.

Wood, D. M. (1990) *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Cambridge,

England: Cambridge University Press.

Yao, Y.-P., Tian, Y. & Gao, Z. (2016) 'Anisotropic UH model for soils based on a simple transformed stress method', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41. doi: 10.1002/nag.

Yerro, A., Alonso, E. E. & Pinyol, N. M. (2015) 'The material point method for unsaturated soils', *Geotechnique*, 65(3), pp. 201–217. doi: 10.1680/geot.14.P.163.

Zhang, F., Fredlund, D. G. & Ward Wilson, G. (2016) 'Water Permeability Function for Soils that Undergo Volume Change as Suction Changes', *Indian Geotechnical Journal*, 46(3), pp. 210–227. doi: 10.1007/s40098-016-0187-5.

Zhou, A. N., Sheng, D., Sloan, S. W. & Gens, A. (2012) 'Interpretation of unsaturated soil behaviour in the stress - Saturation space, I: Volume change and water retention behaviour', *Computers and Geotechnics*, 43, pp. 178–187. doi: 10.1016/j.compgeo.2012.04.010.

Zhou, A. & Sheng, D. (2015) 'An advanced hydro-mechanical constitutive model for unsaturated soils with different initial densities', *Computers and Geotechnics*, 63, pp. 46–66. doi: 10.1016/j.compgeo.2014.07.017.

Zhou, C., Ng, C. W. W. & Chen, R. (2015) 'A bounding surface plasticity model for unsaturated soil at small strains', *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(11), pp. 1141–1164. doi: 10.1002/nag.

ANEXOS

Anexo A (Código de programación del modelo del estado crítico)

```
clear;
clc;
format short
%Parámetros con los que funciona el programa
%Solo los parámetros de P0 y Pi cambian cada simulación, los
%demás se mantienen igual para el mismo tipo de suelo
P0 = input('Ingrese el valor de P0: ');
Pi = input('Ingrese el valor de Pi: ');
Phi = -1; %Ingrese el valor de Phi en Grados (si ya se conoce
M coloque -1)
PhiRad=Phi*(pi/180);
if Phi <= -1
    M = 1.1; %Si se conoce el valor de M ingrese aquí
else M=(6*sin(PhiRad))/(3-sin(PhiRad));
end
e0 = 0.642; %Ingrese el valor de e0
lam = 0.06; %Ingrese el valor de lambda
k = 0.005; %Ingrese el valor de kappa
v = 0.25; %Ingrese el valor de nu
divzone = 10; %Ingrese el número de divisiones de la zona
elástica
divzonep = 10; %Ingrese el número de divisiones de la zona
elastoplástica
h1 = 1; %Ingrese el valor de h1
h2 = 0; %Ingrese el valor de h2
a1 = 2; %Ingrese el valor de a1 (2 para superficie simétrica)
a2 = 2; %Ingrese el valor de a2 (2 para superficie simétrica)
f = 0.5; %Ingrese el valor de f (0.5 para superficie
simétrica)
wb = 1; %Desea agregar parámetro de endurecimiento: Si(1)
No(0)
%-----
dp3 = 0.001;
dq3 = dp3*3;
p_1 = (Pi:dp3:P0*10).';
```

```

q_1 = (0:dq3:(p_1(end)*3)-(3*Pi)).';
n = size(p_1);
for i = 1 : size(p_1)
    v1_1(i) = (q_1(i)^a1-((M^a1)*((f*P0)^a1)-((abs(p_1(i)-
(f*P0)))^a1)))));
end
v1 = v1_1.';
b1 = find(v1>0,1);
P1 = p_1(b1);
%-----
%Cálculo de los puntos de intersección de la línea del estado
%crtico (M) con la trayectoria de esfuerzos y con la elipse,
%usados para la determinación de los incrementos en los
%esfuerzos
P_M=(3*Pi)/(3-M);
q1=(3*P_M)-(3*Pi);
if Pi >= P0;
    P_P0 = round(P1);
else P_P0 = P1;
end
q2=(3*P_P0)-(3*Pi);
dp1=(P_P0-Pi)/divzone;
dq1=dp1*3;
dp2=(P_M-P_P0)/divzonep;
dq2=dp2*3;
%-----
%Cálculo de los esfuerzos y otros valores para cada
%incremento
p =
(horzcata((linspace(Pi,Pi+(divzone*dp1),divzone+1)),(linspace(
P_P0+dp2,P_P0+((divzonep+1)*dp2),divzonep+1))))).';
q =
(horzcata((linspace(0,dq1*divzone,divzone+1)),(linspace((3*p(d
ivzone+2))-(3*Pi),(3*p((divzone+1)+(divzonep+1)))-
(3*Pi),divzonep+1))))).';
n = divzone + divzonep + 2;
for i = 1: n
    p0_1(i) = ((M^2*p(i)^2)+q(i)^2)/(M^2*p(i));
end

```

```

p0 = p0_1.';
if f > 0.5
    if Pi > (P0*0.32)
        dp4 = 0.001;
        dq4 = dp4*3;
        p_2 = (Pi:dp4:p0(end-1)*10).';
        q_2 = (0:dq4:(p_2(end)*3)-(3*Pi)).';
        n = size(p_2);
        for i = 1 : size(p_2)
            v2_1(i) = (q_2(i)^a1-((M^a1)*((f*p0(end-1))^a1)-
((abs(p_2(i)-(f*p0(end-1))))^a1)))));
        end
        v2 = v2_1.';
        b = find(v2>0,1);
        P2 = p_1(b);
        P_M=(3*Pi)/(3-M);
        q1=(3*P_M)-(3*Pi);
        if Pi >= P0;
            P_P0 = round(P2);
        else P_P0 = P2;
        end
        q2=(3*P_P0)-(3*Pi);
        dp1=(P_P0-Pi)/divzone;
        dq1=dp1*3;
        dp2=(P_M-P_P0)/divzonep;
        dq2=dp2*3;
        p =
(horzcat((linspace(Pi,Pi+(divzone*dp1),divzone+1)),(linspace(
P_P0+dp2,P_P0+((divzonep+1)*dp2),divzonep+1))))).';
        q =
(horzcat((linspace(0,dq1*divzone,divzone+1)),(linspace((3*p(d
ivzone+2))-(3*Pi),(3*p((divzone+1)+(divzonep+1)))-
(3*Pi),divzonep+1))))).';
        n = divzone + divzonep + 2;
        for i = 1: n
            p0_1(i) = ((M^2*p(i)^2)+q(i)^2)/(M^2*p(i));
        end
        p0 = p0_1.';
    else

```

```

        end
    else
    end
    for x = 1: (n-(divzonep+1))
        e_1(x) = e0*((p(x)/p(1))^(-k));
    end
    for y = (divzone+2) : n
        e_2(y) = e0*((p(y)/p(1))^(-lam));
    end
    e_3 = e_2((divzone+2):n);
    e = [e_1 e_3].';
    for i = 1 : n
        K_1(i) = ((1+e0)*p(i))/(e(i)*k);
    end
    K = K_1.';
    for i = 1 : n
        G_1(i) = ((1+e0)/e(i))*((3*(1-(2*v))*p(i))/(2*(1+v)*k));
    end
    G = G_1.';
    %-----
    %Cálculo del parámetro de endurecimiento
    Pt = P_P0;
    R = (P0/Pi)^2;
    format longe
    for i = 1 : divzone+1
        if p(i) < P_M
            w_1(i) = 0;
        else if (log10((f*P0)/Pt)) > (log10((f*p0(i))/p(i)))
            w_1(i) =
                ((log10((f*P0)/Pt))/(log10((f*p0(i))/p(i))))^R;
        else w_1(i) =
                ((log10((f*p0(i))/p(i)))/(log10((f*P0)/Pt)))^R;
        end
    end
    end
    w_2 = zeros(1,divzone+1);
    w_3 = ones(1,divzonep+1);

    if wb >= 1

```



```

        w = [real(w_1) real(w_3)].';
else w = [w_2 w_3].';
end
format
%-----
%Cálculo de la deformación para cada incremento
if Pi <= round(P0*0.32)
    for j = 1:divzone+1
        if p(j) <= P_M
            m1_1(j) = 0;
        else m1_1(j) = (((lam-
k)/(f*(1+e(j))*p0(j)*a1*((h1*w(j))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(j)*((h1*f)+(h2*(1-
f))))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*((p(j)-(p0(j)*f))^(a1-
1))))))*(((a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))))^a1)*((p(j)-
(p0(j)*f))^(a1-1)))*dp1)+((a1*(q(j)^(a1-1)))*dq1));
        end
    end
    for i = divzone+1:n
        m1_2(i) = (((lam-
k)/(f*(1+e(i))*p0(i)*a1*((h1*w(i))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(i)*((h1*f)+(h2*(1-
f))))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*((p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1))))))*(((a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))))^a1)*((p(i)-
(p0(i)*f))^(a1-1)))*dp2)+((a1*(q(i)^(a1-1)))*dq2));
        end
    m1 = [m1_1 m1_2(divzone+2:n)].';
else for i = divzone+1:n
        m1_1(i) = (((lam-
k)/(f*(1+e(i))*p0(i)*a1*((h1*w(i))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(i)*((h1*f)+(h2*(1-
f))))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*((p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1))))))*(((a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))))^a1)*((p(i)-
(p0(i)*f))^(a1-1)))*dp2)+((a1*(q(i)^(a1-1)))*dq2));
        end
    m1_2 = zeros(1,divzone+1);
    m1 = [m1_2 m1_1(divzone+2:n)].';
end
if Pi <= round(P0*0.32)

```

```

for i = 1:divzone+1
    if p(i) <= P_M
        m2_1(i) = 0;
    else m2_1(i) = (((lam-
k)/(f*(1+e(i))*p0(i)*a1*(h1*w(i))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(i)*(h1*f)+(h2*(1-
f)))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1)))))*(((a1*(q(i)^(a1-1))*dp1)+(((a1^2)*(q(i)^(2*a1)-
2)))/(a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))^a1)*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1))))*dq1));
    end
end
for i = divzone+1:n
    m2_2(i) = (((lam-
k)/(f*(1+e(i))*p0(i)*a1*(h1*w(i))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(i)*(h1*f)+(h2*(1-
f)))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1)))))*(((a1*(q(i)^(a1-1))*dp2)+(((a1^2)*(q(i)^(2*a1)-
2)))/(a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))^a1)*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1))))*dq2));
    end
m2 = [m2_1 m2_2(divzone+2:n)].';
else for i = divzone+1:n
    m2_1(i) = (((lam-
k)/(f*(1+e(i))*p0(i)*a1*(h1*w(i))+h2)*(M*(h1+(h2*(f/(1-
f))))^a1)))*1/(((h1+(h2*(1-f)))*(p0(i)*(h1*f)+(h2*(1-
f)))^(a1-1)))+(h1+(h2*f))*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1)))))*(((a1*(q(i)^(a1-1))*dp2)+(((a1^2)*(q(i)^(2*a1)-
2)))/(a1*(M*(h1+(h2*(f/(1-f))))^a1)*(p(i)-(p0(i)*f))^(a1-
1))))*dq2));
    end
m2_2 = zeros(1,divzone+1);
m2 = [m2_2 m2_1(divzone+2:n)].';
end
for x = 1: (n-(divzonep+1))
    n1_1(x) = (1/K(x))*dp1;
end
for y = (divzone+2) : n
    n1_2(y) = (1/K(y))*dp2;

```

```

end
n1_3 = n1_2((divzone+2):n);
n1 = [n1_1 n1_3].';
for x = 1: (n-(divzonep+1))
    n2_1(x) = (1/G(x))*dq1;
end
for y = (divzone+2) : n
    n2_2(y) = (1/G(y))*dq2;
end
n2_3 = n2_2((divzone+2):n);
n2 = [n2_1 n2_3].';
for i = 1 : n
    if q(i)<=0
        dEve_1(i) = 0;
    else dEve_1(i) = n1(i)*(-1);
    end
end
dEve = dEve_1.';
for i = 1 : n
    if q(i)<=0
        dEqe_1(i) = 0;
    else dEqe_1(i) = abs(n2(i));
    end
end
dEqe = dEqe_1.';
if Pi <= round(P0*0.32)
    for i = 1 : n
        dEvp_1(i) = abs(m1(i));
    end
else for i = 1 : n
        dEvp_1(i) = (m1(i))*(-1);
    end
end
if wb >= 1
    dEvp = real(dEvp_1).';
else dEvp = [zeros(1,divzone+1)
dEvp_1(divzone+2:(divzone+divzonep+2))].';
end
for i = 1 : n

```

```

        dEqp_1(i) = abs(m2(i));
    end
    if wb >= 1
        dEqp = dEqp_1.';
    else dEqp = [zeros(1,divzone+1)
    dEqp_1(divzone+2:(divzone+divzonep+2))].';
    end
    for i = 1 : n
        dEvt_1(i) = dEve(i)+dEvp(i);
    end
    dEvt = dEvt_1.';
    for i = 1 : n
        dEq_1(i) = dEve(i)+dEqp(i);
    end
    dEq = dEq_1.';
    Ev = cumsum(dEvt);
    Eq = cumsum(dEq);
    format
    %-----
    %Creación de una tabla resumen con los valores
    %correspondientes a cada incremento en los esfuerzos
    format short E
    T =
    table(p,q,p0,e,K,G,w,dEve,dEqe,dEvp,dEqp,dEvt,dEq,Ev,Eq);
    %-----
    %Cálculo de la línea de falla y trayectoria de esfuerzos para
    %el dibujo
    if Pi > P0*0.32
        pg1 = [0 (p0(end-1)*f)*1.10];
    else pg1 = [0 P0*f];
    end
    if Pi > P0*0.32
        qg1 = [0 ((p0(end-1)*f)*1.10)*M];
    else qg1 = [0 (P0*f)*M];
    end
    for s = 1: (n-(divzonep+2))
        qg2_1(s) = 0+(dq1*s);
    end
    for j = 1 : (n-divzone)

```

```

        qg2_2(j) = (dq1*divzone)+(dq2*j);
end
qg2 = [0 qg2_1 qg2_2].';
for x = 1: (n-(divzonep+2))
    pg2_1(x) = Pi+(dp1*x);
end
for y = 1 : (n-divzone)
    pg2_2(y) = P_P0+(dp2*y);
end
pg2 = [Pi pg2_1 pg2_2].';
%-----
%Cálculo de las elipses para las gráficas, una para cada tipo
%de respuesta
%Elipse principal
elpi = (linspace(0,P0*f,500)).';
for j = 1 : 500
    elqi_1(j) = ((M^a1)*(((f*P0)^a1)-((abs(elpi(j)-
(f*P0))))^a1)))^(1/a1);
end
elqi = elqi_1.';
elpd = (linspace(P0*f,P0,500)).';
for j = 1 : 500
    elqd_1(j) = (((((M*f)/(1-f))^a2)*((P0*(1-f))^a2)-
((abs(elpd(j)-(f*P0))))^a2)))^(1/a2));
end
elqd = real(elqd_1).';
elp = [elpi;elpd];
elq = [elqi;elqd];
%Elipse caso normalmente consolidado
if Pi > (P0*f)
    elpi1 = (linspace(0,(p0(end-1))*f,500)).';
for j = 1 : 500
    elqi1_1(j) = ((M^a1)*(((f*p0(end-1))^a1)-((abs(elpi1(j)-
(f*p0(end-1))))^a1)))^(1/a1);
end
elqi1 = elqi1_1.';
    elpd1 = (linspace((p0(end-1))*f,p0(end-1),500)).';
for j = 1 : 500

```

```

        elqd1_1(j) = (((((M*f)/(1-f))^a2)*((p0(end-1)*(1-
f))^a2)-((abs(elpd1(j)-(f*p0(end-1))))^a2)))^(1/a2));
    end
    elqd1 = elqd1_1.';
    elp1 = real([elpi1;elpd1]);
    elq1 = real([elqi1;elqd1]);
    else elp1 = zeros(1000,0);
        elq1 = zeros (1000,0);
    end
    %Elipse caso ligeramente preconsolidado
    if round(P0*0.32) > Pi <= P0*f
        elpi2 = (linspace(0, (p0(end-1))*f, 500)).';
    for j = 1 : 500
        elqi2_1(j) = ((M^a1)*(((f*p0(end-1))^a1)-((abs(elpi2(j)-
(f*p0(end-1))))^a1)))^(1/a1);
    end
    elqi2 = elqi2_1.';
        elpd2 = (linspace((p0(end-1))*f,p0(end-1), 500)).';
    for j = 1 : 500
        elqd2_1(j) = (((((M*f)/(1-f))^a2)*((p0(end-1)*(1-
f))^a2)-((abs(elpd2(j)-(f*p0(end-1))))^a2)))^(1/a2));
    end
    elqd2 = elqd2_1.';
    elp2 = real([elpi2;elpd2]);
    elq2 = real([elqi2;elqd2]);
    else elp2 = zeros(1000,0);
        elq2 = zeros (1000,0);
    end
    %Elipse caso altamente preconsolidado
    if Pi <= round(P0*0.32)
        elpi3 = (linspace(0, (p0(end-2))*f, 500)).';
    for j = 1 : 500
        elqi3_1(j) = ((M^a1)*(((f*p0(end-1))^a1)-((abs(elpi3(j)-
(f*p0(end-1))))^a1)))^(1/a1);
    end
    elqi3 = elqi3_1.';
        elpd3 = (linspace((p0(end-1))*f,p0(end-1), 500)).';
    for j = 1 : 500

```

```

        elqd3_1(j) = (((((M*f)/(1-f))^a2)*((p0(end-1)*(1-
f))^a2)-((abs(elpd3(j)-(f*p0(end-1))))^a2)))^(1/a2));
end
elqd3 = elqd3_1.';
elp3 = [elpi3;elpd3];
elq3 = [elqi3;elqd3];
else elp3 = zeros(1000,0);
      elq3 = zeros (1000,0);
end
%-----
%Creación de las ventanas emergentes con las gráficas y tabla
resumen
figure(1)
uitable('Data',T{:,:}, 'ColumnName',T.Properties.VariableNames
,....
        'RowName',T.Properties.RowNames, 'Units', 'Normalized',
'Position',[0, 0, 1, 1]);
figure(2)
plot(pg1,qg1,'-or',pg2,qg2,'-
ok','linewidth',2,'marker','none');
hold on;
plot(elp(1:(end)),elq(1:(end)),'-
ob','linewidth',2,'marker','none');
hold on;
plot(elp1(1:(end)),elq1(1:(end)),'-
ok','linewidth',2,'marker','none')
hold on;
plot(elp2(1:(end)),elq2(1:(end)),'-
ok','linewidth',2,'marker','none')
hold on;
plot(elp3(1:(end)),elq3(1:(end)),'-
ok','linewidth',2,'marker','none')
hold on;
xlabel('p','fontsize',20);
ylabel('q','fontsize',20);
grid on;
axis([0 inf 0 inf]);
hold on;
figure(3)

```

```
plot(Eq(1:(end-2)),q(1:(end-2)),'-
ok','linewidth',2,'marker','none');
title('Eq vs q','fontsize',20);
xlabel('Eq','fontsize',20);
ylabel('q','fontsize',20);
grid on;
hold on;
figure(4)
plot(Eq(1:(end-2)),Ev(1:(end-2)),'-
ok','linewidth',2,'marker','none');
title('Eq vs Ev','fontsize',20);
xlabel('Eq','fontsize',20);
ylabel('Ev','fontsize',20);
grid on;
hold on;
%-----
```

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

Anexo B (Código de programación del algoritmo de (Zhou *et al.*, 2012))

```
clear;
clc;
%Parámetros de ajuste para las curvas principales
%Secado
ad = 400; %Ingrese el valor de ad
md = 2.50; %Ingrese el valor de md
nd = 0.50; %Ingrese el valor de nd
%Humedecimiento
aw = 50; %Ingrese el valor de aw
mw = 2.50; %Ingrese el valor de mw
nw = 0.50; %Ingrese el valor de nw
%Parámetro para juntar o separar las curvas principales
b = 4; %Ingrese el valor de b
%-----
%Ingresar Parámetros de Ajuste para Curvas Principales
%Valores iniciales y finales para las curvas de escaneo
%Humedecimiento
s0w = 400; %Ingrese el valor de succión inicial
sFw = 55; %Ingrese el valor de succión final
Sew_1 = 0.60; %Ingrese el grado de saturación inicial
Se0w = 0.60; %Ingrese el grado de saturación inicial para
curvas de escaneo
%Secado
s0d = 55; %Ingrese el valor de succión inicial
sFd = 3000; %Ingrese el valor de succión final
Sed_1 = 0.7508; %Ingrese el grado de saturación inicial
Se0d = 0.7508; %Ingrese el grado de saturación inicial para
curvas de escaneo
L = 16000; %Ingrese la succión máxima que desea en la
gráfica.
%-----
%sp representa las succiones con las que se calculan los
%grados de saturación para graficar las curvas principales.
sp = (1:1:L).';
```

```

%Sedspw y Sedsp_s son los valores del grado de saturación para
%cada valor de succión en humedecimiento y secado
%respectivamente.
for i = 1:L
    Sedsp_1(i) = (1+((sp(i)/aw)^mw))^(-nw);
end
Sedspw = Sedsp_1.';
for i = 1:L
    Sedsp_1(i) = (1+((sp(i)/ad)^md))^(-nd);
end
Sedsp_s = Sedsp_1.';
%-----
%Cálculo de la curva de escanea de humedecimiento y secado
%Humedecimiento
Le = 100; %Número de valores que se desea tener
ds = (sFw-s0w)/Le;
swe = (s0w:ds:sFw).';
for i = 1:size(swe)
    sw = aw*((Se0w(1)^(-1/nw)-1)^(1/mw));
    dSew = (-nw)*((1+((sw/aw)^mw))^(-nw-
1))* (mw/aw)*((sw/aw)^(mw-1));
    dSesw = ((sw/swe(i))^(b))*dSew;
    dSe = dSesw*ds;
    Se0w = dSe+Se0w;
    Sew_1(i) = Se0w;
end
Sew = Sew_1.';
%Secado
Le = 100;
ds = (sFd-s0d)/Le;
sdr = (s0d:ds:sFd).';
for i = 2:size(sdr)
    sw = ad*((Se0d(1)^(-1/nd)-1)^(1/md));
    dSed = (-nd)*((1+((sw/ad)^md))^(-nd-
1))* (md/ad)*((sw/ad)^(md-1));
    dSesd = ((sw/sdr(i))^(b))*dSed;
    dSe = dSesd*ds;
    Se0d = dSe+Se0d;
    Sed_1(i) = Se0d;

```

```

end
Sed = Sed_1.';
%-----
%Creación de una tabla resumen
format short E
T = table(swe,Sew,sdr,Sed);
%-----
%Cálculo del grado de saturación para cada valor de succión
%requerido
format
Gw = input('Ingrese el valor de succión del cual quiere saber
el grado de saturación: ');
Secado = Sedspw(Gw)*100;
Humedecimiento = Sedspw(Gw)*100;
table(Secado, Humedecimiento)
%-----
%Creación de gráficas de las curvas %principales en escala
semilogarítmica o normal
gr = 1; %Ingrese (0) para Gráfica Normal o (1) para
Semilogarítmica
figure(1)
uitable('Data',T{:,:}, 'ColumnName',T.Properties.VariableNames
, ...
'RowName',T.Properties.RowNames, 'Units', 'Normalized',
'Position',[0, 0, 1, 1]);
hold on;
figure(2)
if gr >= 1
    plot(log(sp),Sedspw,'-ok',log(sp),Sedspw,'-
ok','linewidth',2,'marker','none');
else plot(sp,Sedspw,'-ok',sp,Sedspw,'-
ok','linewidth',2,'marker','none');
end
hold on;
title('Curvas de Retención','fontsize',20);
xlabel('Succión(kPa)','fontsize',15);
ylabel('Grado de saturación efectivo (%)','fontsize',15);
set(gca,'fontsize',10);
grid on;

```

```
hold on;
if gr >= 1
    plot(log(swe), Sew, '-ob', log(sdr), Sed, '-
or', 'linewidth', 2, 'marker', 'none');
else plot(swe, Sew, '-ob', sdr, Sed, '-
or', 'linewidth', 2, 'marker', 'none');
end
hold on;
title('Curvas de Retención', 'fontsize', 20);
xlabel('Succión(kPa)', 'fontsize', 15);
ylabel('Grado de saturación efectivo (%)', 'fontsize', 15);
set(gca, 'fontsize', 10);
grid on;
hold on;
%-----
```