



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Modelado y diseño de sensores MEMS basados en papel
enfocados a la cosecha de energía.

Tesis.

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Doctor en Mecatrónica.

Presenta:

M. C. Isaías Cueva Pérez

Dirigido por:

Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos

Co-dirigido por:

Dr. Angel Pérez Cruz

Santiago de Querétaro, Qro, México, Junio de 2020.



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Doctorado en Mecatrónica

Modelado y diseño de sensores MEMS basados en papel
enfocados a la cosecha de energía

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de
Doctor en Mecatrónica

Presenta
M. C. Isaías Cueva Pérez

Dirigido por:
Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos

Co-dirigido por:
Dr. Angel Pérez Cruz

Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos
Presidente

Dr. Ángel Pérez Cruz
Secretario

Dr. Miguel Trejo Hernández
Vocal

Dr. Aurelio Domínguez González
Suplente

Dr. Luis Morales Velázquez
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Gro.
Junio de 2020
México

RESUMEN

Los cosechadores de energía han surgido como una solución tecnológica ante la creciente necesidad de explorar fuentes alternativas de energía aprovechando la energía existente en el medio ambiente, en estructuras civiles y en ambientes industriales. Estos dispositivos se han miniaturizado con la finalidad de generar cantidades de energía a pequeña escala para alimentar dispositivos portátiles. Ante los elevados costos y tiempos de fabricación de estos dispositivos, en años recientes se ha explorado la posibilidad de utilizar materiales alternativos a los tradicionales como el papel. Sin embargo, las propiedades mecánicas del papel no han sido ampliamente estudiadas o determinadas, especialmente bajo cargas mecánicas dinámicas. Este proyecto de investigación propone en primer lugar determinar la causa del comportamiento no lineal del papel bajo una excitación dinámica y utilizar un método basado en la frecuencia de resonancia de vigas en voladizo de papel para describir este comportamiento a través del uso de parámetros elásticos. Se utilizó un modelo discreto con rigidez cuadrática no lineal para describir el comportamiento en frecuencia del papel. Se desarrolló también un modelo paramétrico tridimensional basado en elemento finito que permite estudiar el comportamiento dinámico del papel cuando interactúa con un líquido. Este modelo fue validado experimentalmente con una buena precisión considerando la complejidad del modelo. Finalmente, se implementó un prototipo de un sensor enfocado a la cosecha de energía electromagnético a través de un proceso de fabricación simple y de bajo costo, y se estudió experimentalmente su respuesta en frecuencia.

(Palabras clave: papel, higo-mecánica, frecuencia de resonancia, cosecha de energía, modelo).

SUMMARY

Energy harvesters have emerged as a technological solution from exploring alternative energy sources, collecting energy from diverse sources such as the environment, civil structures or rotating machinery. These devices have been miniaturized to generate small amounts energy to power portable devices. In recent years, several attempts have been done to reduce the manufacturing costs y time. For this reason, paper has emerged as an interesting alternative due to its advantageous properties over traditional materials. However, the mechanical properties of paper have not been widely explored regarding the behavior of the material under dynamic forces. This research project proposes to determine the cause of non-linear dynamic behavior of paper y use an experimental method based on resonance frequency analysis to describe such behavior. The nonlinear elasticity of paper is described with nonlinear elastic parameters obtained from the frequency response. A lumped model with quadratic stiffness is used to describe the frequency response of paper. A parametric three-dimensional model is also developed using finite element modeling in order to study the frequency response of paper when interacting with a liquid. An experimental validation of this model was performed, obtaining a good accuracy considering the complexity of the phenomena. Finally, a prototype of an energy harvesting-oriented sensor was developed y tested experimentally.

(Keywords: paper-based hygro-mechanical, resonance frequency, energy harvesting, model).

DEDICATORIAS

A Yahweh, mi padre celestial por haberme sostenido en todo momento durante la realización de mis estudios y por haber diseñado cada uno de mis días (Sal 139:16). Todo lo que tengo y lo que soy es gracias a ti.

A mi abuelito Ángel, gracias por ser una gran inspiración, por tu inventiva, tus consejos, tu creatividad y sobre todo tu actitud ante la vida, por enseñarme que aun en los momentos más difíciles siempre se debe ser agradecido, a ver los problemas como una oportunidad y también por impulsarme siempre a ser el mejor.

A mis papás Everardo y Silvia por apoyarme en todo momento, este logro también es de ustedes. A mi hermana Dulce por enseñarme a que siempre se puede encontrar la alegría y el gozo aún en los momentos más complicados.

A mis tías Alicia, Mati, Carmen y María Concepción y a toda mi familia porque desde la distancia también están apoyándome.

A todos mis amigos del posgrado SJR en especial a mis amigos del cubículo F5, gracias por su amistad, sus consejos, su apoyo y por todos los momentos divertidos que pasamos.

A mis amigos Susy, Ely, Clau, Amando, Migue, Andrea Domínguez, Marco, Andrea Díaz, Mike, Dianis y Kary por haber formado parte de mi apoyo vital durante mis estudios, por alentarme y animarme en los momentos donde las cosas parecían no ir bien.

A todos mis amigos de la prepa UAQ SJR en especial a Goyo, Manuel, Alan, Braulio, Ciro, Ricardo, Emmanuel González, Ximena y Ana Karen gracias por alentarme a ser el mejor siempre, por creer en mi capacidad y por impulsarme a dar lo mejor de mí en todo momento.

A Sofi y Omar, gracias por su amistad sincera, sus consejos y por enseñarme a creer en lo imposible.

A mis amigas Ana Belén y Jessica Alejandra, gracias por ayudarme a crecer, por los momentos que me han regalado y por acompañarme en el camino siempre.

A mis amigos de Montreal: Jesarela, Navi, Isaí, Wendy, Mike y Alain; gracias por impulsarme a crecer, a mostrarme otras posibilidades y por haberme hecho sentir como en casa durante mi estancia en Canadá.

A mis amigos de la Universidad de Concordia: Mohsen, Peyman, Paula, Rubén, Ixchel y Farnaz. Gracias por compartir conmigo su tiempo, por las risas, por los consejos, por toda su ayuda, por compartir su cultura conmigo y enseñarme a ver al mundo con una perspectiva completamente nueva.

A mis alumnos de los cursos propedéuticos y semestre cero, gracias por que también enseñando se aprende mucho y yo aprendí mucho de ustedes.

A todo el personal administrativo de la Facultad de Ingeniería SJR en especial a Rosy, a Male, a Jocelyn, a la Mtra. María Luisa, a Hilario, a Don Julian, a Raul (Chino) y a Doña Mara por todo su apoyo y porque sin ustedes nuestra facultad no sería la misma.

A ti que pusiste tu granito de arena en este proyecto, que me diste palabras de aliento o una sonrisa en los momentos más complicados o que en alguna forma me ayudaste a crecer como persona, gracias totales.

AGRADECIMIENTOS

A mi Alma Mater la Universidad Autónoma de Querétaro, mi segunda casa, por brindarme un espacio donde desarrollarme profesional, académica y personalmente, de la cual estoy orgulloso de pertenecer desde mis estudios de bachillerato.

A mi director de tesis el Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos por dirigir este proyecto, por su paciencia, sus consejos, su apoyo incondicional, por alentarme a trabajar en excelencia en todo momento y por ser parte fundamental de mi formación como investigador.

Al Dr. Ángel Pérez Cruz por haber sido parte fundamental del desarrollo teórico y práctico del proyecto, por su tiempo, su dedicación, por proveer de los recursos necesarios para la realización de este y por haberme dado la oportunidad de trabajar con él.

Al Dr. Miguel Trejo Hernández por apoyarme en las revisiones de los artículos, por sus observaciones, su consejo y su ayuda oportuna en los momentos clave del proyecto.

Al Dr. Aurelio Domínguez González por su apoyo en las revisiones de los artículos, por su aporte financiero y de recursos técnicos al proyecto y por su apoyo durante la ponencia del congreso ICAST 2019 y durante mi estancia en Concordia.

Al Dr. Luis Morales Velázquez y al grupo HSP Digital por el apoyo con recursos tecnológicos para la construcción de los equipos de medición utilizados en este proyecto de investigación.

Al Dr. Ion Stiharu por su tiempo, su amistad, sus consejos y sus observaciones durante las revisiones de los artículos y en general en todo el

desarrollo de este proyecto y a la Universidad de Concordia (Concordia University), por haberme abierto las puertas de colaboración en investigación; por las facilidades para la realización de mi estancia de investigación y por las facilidades otorgadas para la utilización de la licencia de COMSOL Multiphysics.

A todos mis profesores del posgrado FI SJR en especial al Dr. René de J. Romero Troncoso y al Dr. Juan Primo Benítez Rangel por su tiempo y sus consejos durante las clases de Seminario de Investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el convenio de beca nacional 591667/304869 y por la Beca Mixta otorgada para la realización de mi estancia en la Universidad de Concordia.

A los proyectos SEP-CONACYT (convenio No. 222453-2013) y FOFIUAQ-2018 (convenio No. FIN201903) por el soporte financiero para la realización de este proyecto de investigación.

A la Coordinación de Becas SJR y a la Dirección de Movilidad Académica en especial a Itze Maureen Guzmán Velasco por su apoyo con los trámites ante CONACyT y por su apoyo con recurso económico para la realización de mi estancia en Montreal.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

ÍNDICE GENERAL

Lista de símbolos	1
Capítulo 1. Introducción	5
1.1 Antecedentes	5
1.1.1 De microsistemas convencionales hacia microsistemas basados en papel	6
1.1.2 Sistemas mecánicos basados en papel	8
1.1.3 Cosechadores de energía	10
1.2 Descripción del problema	13
1.3 Justificación	14
1.4 Hipótesis	15
1.5 Objetivos	15
1.5.1 Objetivo general	15
1.5.2 Objetivos particulares	16
1.6 Planteamiento general	16
Capítulo 2. Fundamentación teórica	19
2.1 Modelos constitutivos	19
2.1.1 Vibración de una viga en voladizo con elasticidad lineal	19
2.1.2 Modelo discreto	25
2.1.3 Respuesta dinámica no lineal	27
2.1.4 Modelo de transporte de líquido	31
2.1.5 Formulación Lagrangiana total	33
2.1.6 Inducción electromagnética	35
2.2 Cosecha de energía mecánica	36
2.2.1 Cosechadores piezoeléctricos	37
2.2.2 Cosechadores electrostáticos	38
2.2.3 Cosechadores electromagnéticos	38
2.2.4 Comparativa entre los tipos de VEHS	40

Capítulo 3. Metodología.....	41
3.1 Estudio de respuesta dinámica no lineal.....	42
3.1.1 Fabricación de muestras	43
3.1.2 Test de vibración y medición	45
3.1.3 Parámetros elásticos no lineales.....	47
3.2 Respuesta en frecuencia en el transporte de fluidos	49
3.2.1 Solución numérica	53
3.2.2 Análisis paramétrico	54
3.2.3 Validación experimental	55
3.3 Cosecha de energía de vibraciones	58
3.3.1 Fabricación.....	58
3.3.2 Medición de energía cosechada.....	59
Capítulo 4. Resultados.....	60
4.1 Estudio de respuesta dinámica no lineal.....	60
4.1.1 Causa del comportamiento no lineal	60
4.1.2 Estimación de los parámetros no lineales	64
4.2 Respuesta en frecuencia en el transporte de fluidos	67
4.2.1 Análisis paramétrico	67
4.2.2 Validación experimental	73
4.3 Cosecha de energía	76
Capítulo 5. Conclusiones y perspectivas	80
5.1 Prospectivas.....	82
Referencias bibliográficas.....	83
Apéndice A.....	90
Apéndice B.....	98
Apéndice C.....	108

Apéndice D – Manual del usuario del sistema de medición de frecuencia de resonancia 110

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de bloques del planteamiento general. 17

Figura 2. a) Un elemento viga en flexión y b) diagrama de cuerpo libre de un elemento infinitesimal de la viga (Rao, 2010)..... 20

Figura 3. Viga en voladizo genérica con una masa m_b , longitud L , ancho b y grosor h 25

Figura 4. Modelo de parámetros concentrados para describir el comportamiento dinámico de una viga de papel en voladizo (a) Sistema masa-resorte-amortiguador bajo una excitación armónica y (b) Diagrama de cuerpo libre del sistema. 26

Figura 5. Respuesta en frecuencia del sistema mecánico basado en papel (Perez-Cruz et al., 2017b) a diferentes niveles de excitación y curva backbone. 29

Figura 6. Sistema de medición de la frecuencia de resonancia y sus componentes. (a) Vista isométrica del sistema, (b) vista frontal del vástago.vibratorio y sensor CCD. 1- Generador de vibraciones; 2- Vástago vibratorio; 3- Sensor CCD; 4- Muestra; 5- Mecanismo de sujeción..... 46

Figura 7. Estimación de la frecuencia de resonancia lineal f_0 de una muestra de papel cromatográfico. 48

Figura 8. Estimación del parámetro no lineal de histéresis αp de una muestra de papel de cromatografía. 49

Figura 9. Configuración de las vigas cantiléver basadas en papel. (a) Vista superior, (b) Vista lateral. 56

Figura 10. Representación esquemática del prototipo de cosechador de energía basado en papel..... 58

Figura 11. Configuración experimental para la medición del voltaje generado por el sensor orientado a la cosecha de energía..... 59

Figura 12.	Frecuencias de resonancia relativas para muestras de papel de cromatografía ($\alpha p = 0.0158$), papel de cromatografía tratado con cera ($\alpha p = 0.0081$) y acero inoxidable 316L ($\alpha p = 0$).	61
Figura 13.	Frecuencias de resonancia relativas para papel de oficina de diferentes marcas y gramajes. HP® Office Ultra White ($\alpha p = 0.0104$), HP® Color Ink & Laser ($\alpha p = 0.0158$) y Xerox® Digital Paper ($\alpha p = 0.0126$).	63
Figura 14.	Frecuencias de resonancia relativas para traza de la misma marca, pero con diferente densidad y gramaje. Canson tracing paper #1 ($\alpha p = 0.0067$), Canson tracing paper #2 ($\alpha p = 0.0113$) y Canson tracing paper #3 ($\alpha p = 0.0135$).	63
Figura 15.	Frecuencia de resonancia normalizada para una viga en voladizo de papel, caso $\beta = 1$. (a) $s = -10$, (b) $s = -0.1$ y (a) $s = -0.001$	68
Figura 16.	Frecuencia de resonancia normalizada para una viga en voladizo de papel, caso $\beta = 8$. (a) $s = -10$, (b) $s = -0.1$ y (a) $s = -0.001$	70
Figura 17.	Gráfica a escala logarítmica base 10 para la función que relaciona el tiempo de secado T_s y la magnitud de s	72
Figura 18.	Resultados experimentales y aproximación numérica para cada solución binaria, (a) Etanol al 0 %, (b) Etanol al 25 % y (c) Etanol al 50 %. ..	74
Figura 19.	Error absoluto para las soluciones (a) Etanol al 0 %, (b) Etanol al 25 % y (c) Etanol al 50 %.	76
Figura 20.	Cosechador de energía fabricado con papel Canson® y tinta de plata.....	77
Figura 21.	Montaje experimental para el estudio del nivel de cosecha de energía de un cosechador electromagnético basado en papel.	78
Figura 22.	Resultados del análisis de espectro en frecuencia en una de las vigas a) Sin excitación y b) Con excitación.	78

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1	Grosor, densidad y porosidad de los diferentes tipos de papel.....	44
Tabla 3-2	Valores para el estudio paramétrico.	54
Tabla 4-1	Resultados de la estimación de la frecuencia de resonancia lineal f_0 , el módulo de elasticidad lineal E_0 y el parámetro de no-linealidad tipo histéresis ap	64
Tabla 4-2	Valores de T_s para cada magnitud de s	71
Tabla 4-3	Parámetros sintonizados para las soluciones agua destilada- etanol.....	74

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Lista de símbolos

A	Area de sección transversal
b	Ancho de la viga
c_{eq}	Amortiguamiento equivalente
$D(\varphi)$	Difusividad
D_0	Constante de difusividad
d	Distancia
E	Módulo de Young de un material
E_0	Módulo de elasticidad lineal
E_{dry}	Módulo de elasticidad del papel en seco
e_a	Error absoluto
e_{RMS}	Error RMS
F	Parámetro sink/source normalizado
F_0	Amplitud de excitación
F_c	Fuerza ejercida en un amortiguador
F_e	Fuerza externa p/unidad de longitud de una viga
F_k	Fuerza ejercida en un resorte
f	Frecuencia de resonancia
f_n	Frecuencia de resonancia normalizada
f_{ss}	Frecuencia de resonancia de la viga en estado estable

f_{em}	Fuerza electromotriz
h	Grosor del material
I	Momento de inercia de una viga alrededor del eje cartesiano y
J	Tensor de elasticidad de cuarto orden
k_{eq}	Rigidez equivalente
l	Longitud de la viga
M	Momento flexionante
m	Proporción entre el módulo de elasticidad en saturación y en seco
m_d	Masa de un material en seco
m_{eq}	Masa equivalente
m_{sat}	Masa de un material saturado de líquido
N	Repeticiones de un experimento
P	Porosidad de un material
r_{ex}	Frecuencia de resonancia experimental normalizada
S	Tensor de esfuerzo
s	Termino sink/source
T	Constante de tiempo del fenómeno
T_s	Constante de tiempo de estabilidad
t	Tiempo
\mathbf{u}	Vector de desplazamiento
\mathbf{u}^T	Vector de desplazamiento traspuesto

u_g	Coordenada cartesiana global en la dirección x
V	Fuerza cortante
V_a	Volumen aparente de una muestra
V_{sol}	Volumen del liquido
v_g	Coordenada cartesiana global en la dirección y
$W(x)$	Función característica de una viga
w	Desplazamiento de la viga en dirección vertical
w_0	Desplazamiento inicial en la dirección vertical
w_g	Coordenada cartesiana global en la dirección z
\dot{w}_0	Velocidad inicial en la dirección vertical
X	Coordenadas del material
x	Vector de coordenadas espaciales
x	Coordenada cartesiana
y	Coordenada cartesiana
z	Coordenada cartesiana
\dot{z}	Velocidad en la dirección z
\ddot{z}	Aceleración en la dirección z
Z	Amplitud de vibración de una viga en voladizo

Símbolos griegos

α_h	Parámetro no lineal de histéresis
α_p	Parámetro no lineal de histéresis del papel
β	Constante de relajación del papel
β_n	Parámetro cuadrático no lineal
$\Delta\varepsilon$	Amplitud de la deformación unitaria
δ	Parámetro cúbico no lineal
γ	Ángulo de fase
ε	Deformación unitaria
$\dot{\varepsilon}$	Velocidad de deformación
ζ	Factor de amortiguamiento
ρ	Densidad
ρ_{sol}	Densidad de un líquido
τ	Constante de tiempo del fenómeno de secado
ϕ	Contenido de humedad normalizado
ϕ_B	Flujo magnético
$\varphi(x, y, z, t)$	Contenido de humedad
φ_s	Contenido de humedad en saturación
ω	Frecuencia angular
ω_e	Eigenfrecuencias de un elemento mecánico

Capítulo 1. Introducción

En años recientes, la tendencia hacia la miniaturización de dispositivos ha incrementado considerablemente. Esta tendencia ha surgido como respuesta a la necesidad de construir dispositivos con bajo consumo energético, ligeros y portables. A estos dispositivos de dimensiones reducidas se les conoce como microsistemas. Entre las subcategorías existentes de estos dispositivos se encuentran los MEMS (del inglés *Micro Electro Mechanical Systems*, Sistemas Microelectromecánicos), los dispositivos microelectrónicos y los dispositivos microfluídicos. Diversos autores han desarrollado microdispositivos como micro-sensores, micro-actuadores, micro-antenas y dispositivos *lab-on-a-chip* (laboratorio en un chip). La tecnología de microsistemas se ha consolidado en una gran variedad de segmentos del mercado como la telefonía móvil, infraestructuras de comunicación y la industria automotriz (Iannacci, 2015). Recientemente también se ha explorado el uso de estos sistemas en áreas de desarrollo como los dispositivos de radio-frecuencia (Chang et al., 2018; Iannacci et al., 2017; Khaira et al., 2019; Saleem et al., 2017; Zeng y Jiang, 2011), cosechadores de energía (Cao et al., 2019; Nabavi y Zhang, 2019; Podder et al., 2017; Rivadeneyra et al., 2016; Saleem et al., 2017) y dispositivos con aplicaciones médicas (Jeong et al., 2018; Rotake et al., 2019; Wolynski et al., 2019).

1.1 Antecedentes

En esta sección se presentan los trabajos que se han realizado en relación con esta investigación. En primer lugar, se presenta una revisión de la evolución de los sensores MEMS tradicionales basados en silicio hacia los sensores MEMS basados en papel de manera general. En segundo lugar, se presentan algunos ejemplos encontrados en la literatura sobre sistemas mecánicos basados en papel como sensores y actuadores. En último lugar, se presenta una revisión de

cosechadores de energía fabricados con tecnología convencional y también sobre cosechadores basados en papel.

1.1.1 De microsistemas convencionales hacia microsistemas basados en papel

Los microsistemas tradicionales están definidos como dispositivos en los cuales alguna de sus dimensiones está en el rango de micrómetros. En los años 80 la fabricación de MEMS estaba basada en procesos y materiales como el silicio, estos fueron heredados de la fabricación de circuitos integrados. Esta tendencia fue modificada en los años 90 cuando comenzaron a utilizarse materiales diferentes a los tradicionales para extender las aplicaciones de estos dispositivos a los campos de la medicina y bioquímica (Mamilla y Chakradhar, 2014). En los años recientes las aplicaciones de estos dispositivos han crecido hacia otras áreas como lo son la electrónica de consumo, automotriz, aeroespacial, médica y telecomunicaciones entre otras.

El silicio es el material más utilizado en la industria del consumo electrónico. A pesar de ser un excelente material para la producción de microsistemas, el silicio es un material complejo y relativamente caro de producir. Debido a esto, otros materiales metálicos también han sido utilizados como el oro, níquel, cobre, titanio, aluminio, plata y otros más (Mamilla y Chakradhar, 2014). Sin embargo, estos materiales involucran procesos de fabricación que requieren de equipo costoso y de instalaciones especiales para su producción. En contraste con estos materiales, los polímeros pueden ser producidos a gran escala, con una gran variedad de polímeros existentes que proveen de características novedosas a los microsistemas que no se pueden obtener con materiales convencionales.

El papel ha sido utilizado en años recientes como uno de estos materiales tipo polímero en la fabricación de microsistemas. El papel está hecho principalmente

de celulosa, que es un bio-polímero que está compuesto de moléculas de β -glucosa; la cual es la bio-molécula más abundante en el mundo (Bartetzko y Pfrengle, 2019). Es un material ligero y bio-degradable, con un bajo costo de fabricación y altamente disponible comercialmente. Estas propiedades, en conjunto con la capilaridad y absorbencia que proporciona dicho material, lo hacen altamente atractivo para la fabricación de microsistemas.

A continuación, se hace una revisión de diversos microsistemas basados en papel. Wang et al., (2019) fabricaron una celda microfluídica para aplicaciones de muy baja energía. Los autores utilizaron una lámina de aluminio dentro del papel para generar hidrógeno. Los electrodos y los colectores de corriente de la celda fueron depositados directamente en la superficie del papel. Esta celda es altamente flexible ya que puede ser operada en ángulos de flexión entre 45 y 135 grados sin pérdidas significativas de potencia. En otro ejemplo, Wignes et al., (2017) implementaron una antena monopolar WLAN (del inglés *Wireless Local Area Network*, red de área local inalámbrica) de 2 elementos. Dicha antena fue fabricada utilizando una impresora comercial, así como nanopartículas de tinta conductiva. Diversos tipos de papel fueron utilizados como sustratos, entre ellos papel fotográfico comercial de la marca Kodak®, cuya conductividad eléctrica resultó mayor a los otros tipos de papel.

Vena et al., (2018) reportaron la fabricación de un sensor de humedad RFID (del inglés *Radio Frequency Identification*, identificación por radiofrecuencia) basado en papel y en gluten de trigo; el cual es un bio-polímero con propiedades eléctricas correlacionadas con el nivel de humedad relativa. Se imprimió un capacitor interdigitado utilizando tinta conductiva de plata y se recubrió con el bio-polímero. Se obtuvo una buena sensibilidad, además de que el costo de fabricación fue asequible en comparación a los RFID convencionales. Zhang et al., (2019) construyeron un dispositivo microfluídico analítico basado en papel (μ PAD, *micro Paper-based Analytical Device*) para detección de glucosa. El sustrato de este dispositivo fue construido con papel de cromatografía Whatman® y un proceso de

fabricación que involucra el uso de una impresora comercial de cera, software comercial de dibujo y horneado en un plato caliente. El funcionamiento de este sistema se basó en colorimetría y el uso de una aplicación en un teléfono inteligente.

De esta revisión es importante concluir sobre algunos aspectos de estos sistemas. El uso de materiales novedosos en la fabricación de MEMS ha permitido que esos sistemas tengan nuevas capacidades que no se pueden lograr con un método de fabricación convencional heredado de la fabricación de circuitos integrados. El uso de materiales poliméricos como el papel ha permitido reducir los costos y los tiempos de fabricación de estos dispositivos. Sin embargo, es importante señalar también que algunos de estos sistemas tienen dimensiones que, si bien son reducidas para incrementar la portabilidad, son aún grandes para ser considerados MEMS. Otro aspecto importante del uso del papel es que, sin bien provee de ciertas características físicas muy diferentes a las de los materiales tradicionales en los MEMS, algunas de sus características físicas como su resistencia mecánica no son conocidas del todo.

1.1.2 Sistemas mecánicos basados en papel

Hasta el día de hoy, pocos estudios han sido realizados con relación al desarrollo de dispositivos mecánicos basados en papel. Uno de ellos es el de Liu et al., (2011a), quienes fabricaron un sensor inercial usando papel como sustrato. Se imprimieron resistores de carbono sobre una viga cantiléver mediante serigrafía. Este sensor MEMS fue construido con un enfoque monolítico que integra un puente de Wheatstone fabricado mediante serigrafía. A pesar de que los autores utilizan el término MEMS para nombrar su dispositivo debido a las afinidades con los sensores micro-cantilever, el tamaño es aún considerable al compararlos con los dispositivos a micro-escala. Ren et al., (2012) realizaron una extensión de este trabajo utilizando papel A4 como sustrato, simplificando el proceso de fabricación mediante el grabado de resistores de grafito utilizando un lápiz común.

Algunos sistemas mecánicos basados en papel han sido utilizados para detectar sustancias o determinar concentraciones. Por ejemplo, Fraiwan et al., (2016) desarrollaron un sensor detector de sustancias VOC (del inglés *Volatile Organic Compounds*, compuestos orgánicos volátiles) basado en papel. Este sensor está construido mediante un arreglo de vigas cantiléver en un marco de papel que incluye un transportador para medir la deflexión de las vigas a simple vista. En otro trabajo, Perez-Cruz et al., (2017a) construyeron un PB-HMS (del inglés, *Paper-based Hygro-Mechanical Systems*, sistemas higo-mecánicos basados en papel). Este sistema fue desarrollado para caracterizar soluciones binarias de líquidos mediante el estudio de la respuesta mecánica de una viga cantiléver. Adicionalmente, se han fabricado dispositivos de actuación utilizando papel como sustrato. Por ejemplo, algunos autores como Li et al., (2013) y Ding et al., (2011) han desarrollado actuadores magnéticos basados en papel. Estos dispositivos fueron construidos mediante la funcionalización del sustrato de papel utilizando un ferrofluido. Chen et al., (2014) desarrollaron un actuador de cierre basado en papel utilizando un proceso de impresión de tinta de carbono.

Estos dispositivos mecánicos basados en papel han demostrado ser una excelente alternativa para diferentes campos de aplicación. Es importante señalar que la estructura de estos dispositivos está basada en vigas cantiléver. Con excepción del dispositivo desarrollado por Chen et al., (2014), estos dispositivos trabajan en el dominio estático o cuasi-estático. Otro punto importante que se debe observar es que las propiedades intrínsecas del papel permiten ciertas ventajas respecto a otros materiales, al proveer de un sustrato que puede ser sometido a deflexiones grandes que pueden ser detectadas incluso a simple vista.

En años recientes se ha explorado la posibilidad de utilizar el papel en dispositivos que trabajan de manera dinámica. Perez-Cruz et al., (2017b) desarrollaron sistema electromecánico basado en papel con una actuación basada en el principio de fuerza de Lorentz. Este sistema consistió en una viga cantiléver

de papel convencional, electrónica imprimible y herramientas de corte convencionales. En este trabajo se analizó la influencia de la corriente de actuación en la respuesta dinámica del sistema. Se observó un efecto no lineal en la respuesta dinámica llamado *softening*, el cual fue evaluado utilizando un modelo de parámetros concentrados. Con este desarrollo se comenzó a explorar la posibilidad de construir sistemas basados en papel sintonizables. Wang et al., (2018a) construyeron un acelerómetro piezoeléctrico de un eje. Este sistema fue construido utilizando dos tipos diferentes de papel en un arreglo de dos vigas cantiléver en paralelo. El elemento piezoeléctrico de sensado fue construido mediante crecimiento hidro-térmico de nanocables de ZnO (Óxido de Zinc) en el papel.

De esta revisión es importante señalar algunos puntos interesantes. En primer lugar, se puede observar que el papel tiene propiedades mecánicas que pueden ser de gran utilidad para desarrollar diversos sistemas como sensores y actuadores. En segundo lugar, es importante resaltar la capacidad de cambiar las propiedades mecánicas y eléctricas del papel mediante la adición de diversos materiales en la matriz dicho material. Sin embargo, es importante también resaltar algunos huecos en estos trabajos. La mayor parte de estos desarrollos están relacionados con una respuesta estática o cuasi-estática del papel. A pesar de que ya se ha estudiado la respuesta dinámica del papel en (Perez-Cruz et al., 2017b), no se ha determinado la causa de la respuesta no lineal de este. Por lo cual es importante determinar la causa de esta no linealidad para poder predecir de mejor manera el comportamiento dinámico de este material.

1.1.3 Cosechadores de energía

El uso de papel ha permitido también explorar nuevos enfoques de desarrollo y fabricación de cosechadores de energía. Los cosechadores surgieron en parte como una respuesta a la necesidad de generar fuentes de energía para los

microsistemas. Los cosechadores de energía son dispositivos cuya función es captar la energía del medio circundante y convertirla en energía eléctrica mediante un determinado mecanismo de transducción Safaei et al., (2019). Este concepto de cosecha de energía ha permitido extender el rango de aplicaciones de los microsistemas e implementarlos en lugares remotos o de difícil acceso. Adicionalmente, los cosechadores de energía disminuyen los costos inherentes al mantenimiento y recarga de una batería convencional.

Los cosechadores de energía pueden captar la energía mecánica, térmica o solar. La energía mecánica es altamente disponible en comparación a las otras, por lo que se pueden encontrar una gran cantidad de desarrollos de cosechadores de energía que captan la energía mecánica. Este tipo de energía puede ser captada de la vibración que existe en las estructuras civiles, el medio ambiente y en la maquinaria rotatoria Tian et al., (2018). A los cosechadores que captan energía de las vibraciones se les conoce como VEH (del inglés *Vibration Energy Harvester*, cosechador de energía de vibraciones). De manera general estos cosechadores se clasifican en 3 tipos: electromagnéticos, electrostáticos y piezoeléctricos.

En un cosechador electromagnético la energía mecánica es convertida mediante un mecanismo de movimiento relativo entre una bobina y objeto magnetizado, el cual puede ser un imán permanente o un electroimán Mohanty et al., (2019). Entre los materiales magnéticos más utilizados están los cerámicos, el neodimio, el alnico y el samario-cobalto. Estos cosechadores exhiben un rango amplio de frecuencias de operación, además, pueden captar más energía de vibraciones de baja frecuencia. Este tipo de cosechadores funcionan mejor cuando el tamaño del dispositivo es más grande y con excitación periódica. Sin embargo, funciona de manera pobre en el caso de vibraciones aleatorias. Además, la fabricación de las bobinas a micro-escala conlleva un desafío enorme debido al tamaño compacto del cosechador.

Un cosechador electrostático está basado en la energía producida por el movimiento entre dos superficies de un capacitor cargado, resultando en un cambio en el potencial de dicho capacitor que genera electricidad estática. Algunos de los materiales más utilizados en este tipo de cosechadores son el Teflón, el Dióxido de silicio (SiO_2) y el CYTOP (del inglés, *Cyclized Transparent Optical Polymer*, polímero óptico transparente ciclado) Mohanty et al., (2019). Una de las mayores ventajas de estos dispositivos es que pueden generar un voltaje relativamente grande debido a su alta impedancia interna en comparación a los cosechadores piezoeléctricos. Además, el tiempo de vida útil de los transductores electrostáticos es relativamente grande debido a la naturaleza de los materiales usados. Sin embargo, para estos cosechadores es requerida una fuente externa de voltaje, lo cual genera una baja densidad de energía.

Un cosechador piezoeléctrico está basado en el principio del mismo nombre, en el cual un material genera cargas eléctricas cuando es sometido a deformaciones Mohanty et al., (2019). Generalmente consisten en una capa de sustrato y una o más capas de material piezoeléctrico. Entre los materiales piezoeléctricos más utilizados se encuentran los distintos tipos de PZT (Titanato Zirconato de Plomo), PVDF (Polifluoruro de Vinilideno), cuarzo, entre otros. Los cosechadores piezoeléctricos por lo general son más compactos y su arquitectura es más simple que los otros tipos de cosechadores. A pequeña escala, un transductor piezoeléctrico es más eficiente que uno electromagnético Mohanty et al., (2019). Sin embargo, uno de los problemas más significativos en este tipo de cosechadores radica en el alcance de máxima eficiencia de generación de energía. Para maximizar la eficiencia, la frecuencia debe modificarse mediante la expansión del ancho de banda del dispositivo.

De esta revisión sobre los cosechadores de energía se pueden resaltar algunos puntos interesantes como conclusión. Los cosechadores de energía a partir de las vibraciones mecánicas son ampliamente utilizados debido a que este tipo de

energía es altamente disponible ya que puede ser captada de diversas fuentes. El desarrollo de este tipo de cosechadores involucra procesos de fabricación complejos que requieren de instalaciones especiales de costoso mantenimiento. La introducción del papel como sustrato en estos dispositivos podría proporcionar una alternativa atractiva a los materiales tradicionales como los metales y los cerámicos desde el punto de vista del tiempo y costo de producción. Adicionalmente, se podrían integrar otros materiales que no son compatibles con los procesos de fabricación tradicionales que permitan cambiar las propiedades del papel como sustrato.

1.2 Descripción del problema

Debido a la reciente introducción de los sistemas mecánicos basados en papel, existen algunos aspectos en su comportamiento dinámico en los cuales no se ha hecho énfasis. La gran mayoría de estos dispositivos trabajan en el dominio estático o cuasi-estático. El papel ha sido utilizado en microsistemas mecánicos que trabajan en el dominio dinámico. En el dispositivo construido por Perez-Cruz et al., (2017b), los autores reportaron el comportamiento no-lineal del papel cuando es utilizado en modo dinámico. Sin embargo, la causa de este comportamiento no fue determinada, por lo que debe estudiarse si dicho comportamiento fue causado por el principio de actuación electromagnético o es debido a la propia naturaleza del material.

A pesar de que existen estándares para caracterización de materiales tipo papel, estos estándares no toman en cuenta este comportamiento dinámico no-lineal, por lo cual se debe analizar si estos estándares pueden ser utilizados para describir las propiedades elásticas del papel.

De la revisión de la literatura se pueden encontrar 2 problemas relativos a los dispositivos basados en papel. En primer lugar, a pesar algunos de estos dispositivos se llaman MEMS, el tamaño de estos es aún considerable para considerarlos como microsistemas. Debido a esto, debe explorarse la posibilidad de fabricar microsistemas con un menor tamaño. En (Perez-Cruz et al., 2017b), las frecuencias de resonancia encontradas fueron de hasta aproximadamente 180 Hz. Por lo cual, uno de los retos para la fabricación de un sensor MEMS enfocado a la cosecha de energía es incrementar la frecuencia de resonancia para incrementar el rango de aplicaciones de los microsistemas basados en papel.

Debido a la estructura de los sensores MEMS tradicionales, y a los materiales utilizados en la construcción de estos, es complicado realizar algún ajuste de sintonización para alguna aplicación en específico. Por lo cual es importante explorar la posibilidad de implementar un método de fabricación y sintonización simple y de bajo costo, que permita modificar la frecuencia de resonancia del dispositivo para alguna aplicación en específico.

1.3 Justificación

Determinar la causa del comportamiento no lineal del papel, y encontrar un modelo de elasticidad que pueda ser utilizado para describir esta no linealidad es importante para poder desarrollar sensores MEMS enfocados a la cosecha de energía, ya que de este modo se puede predecir y determinar el desempeño de este tipo de sensores en determinadas condiciones de operación. Adicionalmente, la implementación de un enfoque de fabricación con materiales basados en papel permite explorar una gama mayor de aplicaciones para los sensores MEMS basados en papel, al tener la posibilidad de sintonizar dichos dispositivos mediante el uso de materiales no convencionales.

La finalidad de este proyecto de tesis es contribuir con métodos que permitan describir el comportamiento elástico del papel bajo una excitación dinámica mediante parámetros elásticos. Se espera aportar también un modelo discreto masa-resorte-amortiguador que describa el comportamiento no lineal del papel reportado en trabajos anteriores. Adicionalmente, se espera contribuir con un modelo tridimensional paramétrico que permita acoplar el modelo mecánico del papel con un modelo de transporte de un líquido en papel. Esto con la finalidad de predecir el comportamiento dinámico del papel cuando existe una interacción entre dicho material y un líquido.

1.4 Hipótesis

Mediante diversas metodologías que incluyan métodos de fabricación simples y de bajo costo, estudios experimentales de fenómenos mecánicos de los microsistemas basados en papel y el modelado matemático de dichos fenómenos es posible predecir y modificar el comportamiento dinámico de los sensores MEMS basados en papel enfocados a la cosecha de energía.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Desarrollar sensores MEMS basados en papel para estudiar el comportamiento de dicho material bajo excitaciones armónicas; mediante la implementación de prototipos con enfoques de fabricación simples y de bajo costo, la realización de estudios experimentales sobre dichos prototipos y la generación de modelos matemáticos que describan el comportamiento mecánico de dichos sistemas.

1.5.2 Objetivos particulares

- Determinar la causa de la no linealidad dinámica en los microsistemas basados en papel mediante un estudio experimental basado en excitación armónica.
- Encontrar un modelo de elasticidad para describir la no linealidad en el comportamiento dinámico del papel.
- Proponer un enfoque de fabricación simple y de bajo costo para microsistemas basados en papel que permita realizar una sintonización de la frecuencia de resonancia de dichos sistemas.
- Modelar el fenómeno de transporte de líquidos acuosos en un microsistema basado en papel sometido a una excitación armónica.
- Implementar un prototipo experimental de un sensor MEMS basado en papel enfocado a la cosecha de energía.

1.6 Planteamiento general

La metodología que se propone para abordar esta investigación se muestra en la Figura 1 consta de tres etapas principales: el estudio del fenómeno de la respuesta en frecuencia no lineal en el papel, el estudio paramétrico de la respuesta en frecuencia en el transporte de fluidos en el papel, y la fabricación del prototipo de un sensor enfocado a la cosecha de energía.

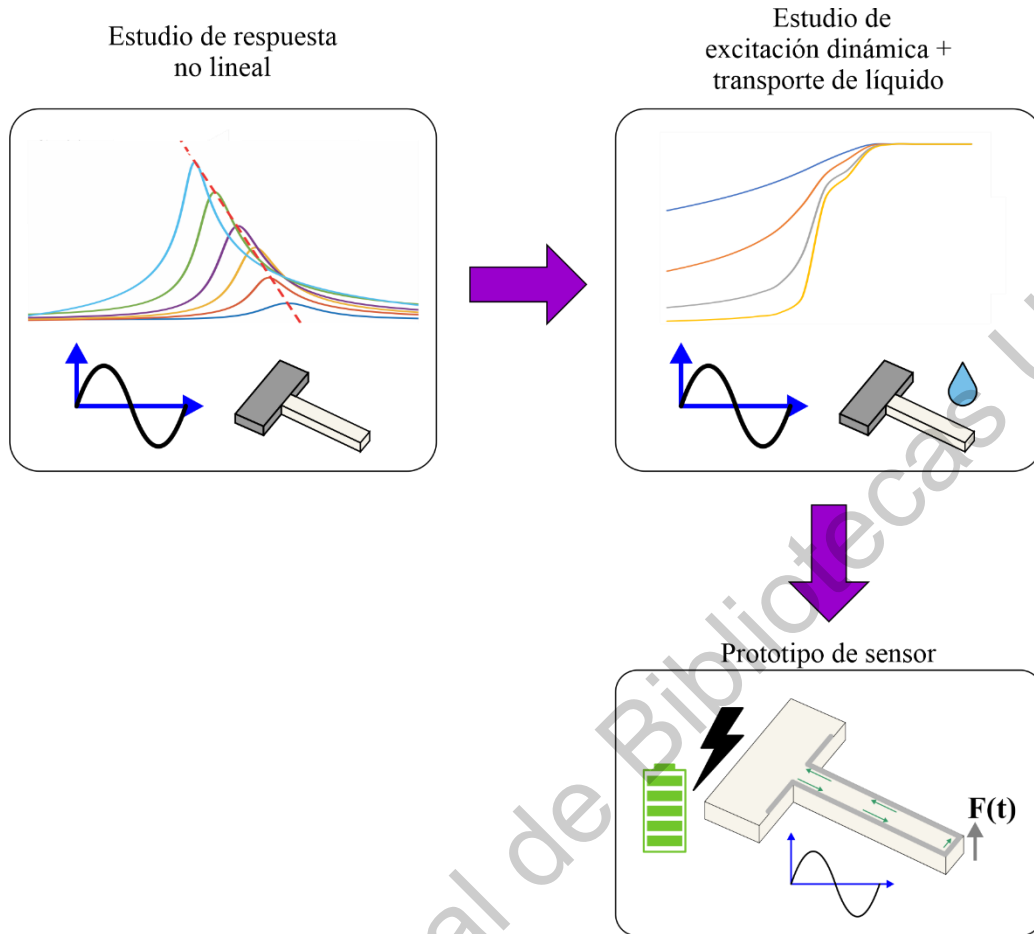


Figura 1. Diagrama de bloques del planteamiento general.

La metodología se divide en 3 partes:

a) Estudio de respuesta no lineal: Consiste en determinar experimentalmente la causa del comportamiento no lineal del papel ante una excitación armónica encontrada en (Perez-Cruz et al., 2017b). En este estudio se determinará también si los estándares de caracterización del papel son capaces de describir adecuadamente el comportamiento del papel bajo cargas dinámicas.

b) Estudio del fenómeno de transporte en papel bajo cargas dinámicas: Consiste en generar un modelo paramétrico que acople un modelo elástico del papel con un modelo de transporte de un líquido en el papel a través del método de los

elementos finitos. Este modelo será validado experimental para determinar la exactitud con la que dicho modelo paramétrico es capaz de describir el comportamiento dinámico del papel cuando interactúa con un líquido

c) Fabricación de prototipo: Esta etapa de la investigación consiste en fabricar un sensor MEMS basado en papel enfocado a la cosecha de energía. Se determinará el principio de cosecha de energía de este sensor y se determinará experimentalmente la capacidad de cosecha de energía del dispositivo.

Dirección General de Bibliotecas UAO

Capítulo 2. Fundamentación teórica

Este capítulo consta de 2 secciones, en la primera sección se presentan los modelos matemáticos utilizados durante el desarrollo de este proyecto de tesis. En la segunda sección se presenta una revisión de la teoría sobre los cosechadores de energía, en la cual se desarrollan los conceptos más importantes sobre estos dispositivos.

2.1 Modelos constitutivos

En esta sección se presentan los tres modelos constitutivos utilizados en el desarrollo de este proyecto de tesis. En primer lugar, se presenta un modelo de elasticidad basado en tensores utilizado para modelar un elemento elástico lineal. En segundo lugar, se presenta un modelo fenomenológico, el cual sirve para describir la dinámica de un sistema mecánico sometido a excitación armónica y cuya respuesta en frecuencia es no lineal. En tercer lugar, se presenta un modelo matemático que sirve para describir el fenómeno de transporte de un líquido en un medio poroso. Finalmente, se presenta un modelo basado en tensores para describir la elasticidad de un elemento mecánico, necesario para describir el cambio de elasticidad con respecto al transporte de un líquido en un elemento mecánico.

2.1.1 Vibración de una viga en voladizo con elasticidad lineal

Considérese el diagrama de cuerpo libre de una viga mostrado en la Figura 2, en la cual $M(x, t)$ es el momento flexionante, $V(x, t)$ es la fuerza cortante, $F_e(x, t)$ es una fuerza externa por unidad de longitud de la viga y t es el tiempo. En la Figura 2(a) se ilustra la viga bajo flexión, el eje x representa el eje horizontal y el eje z representa el eje vertical. En la Figura 2(b) se ilustra el diagrama de cuerpo libre de

un elemento infinitesimal de la viga. La fuerza de inercia actuando en el elemento de la viga es calculada mediante la ecuación 2.1 (Rao, 2010)

$$\rho A(x) dx \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

donde ρ es la densidad del material, $A(x)$ es el area de sección transversal de la viga, $w(x,t)$ es el desplazamiento de la viga en la dirección vertical y dx es un elemento diferencial en la viga . Por lo tanto la ecuación de movimiento de la viga en la dirección z está representada por la ecuacion 2.2

$$-(V + dV) + f(x,t) dx + V = \rho A(x) dx \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

La ecuación de momento alrededor del eje y y pasando por el punto O en la Figura 2 está representada por la ecuación 2.3

$$(M + dM) - (V + dV) dx + F_e(x,t) dx \frac{dx}{2} - M = 0 \quad (2.3)$$

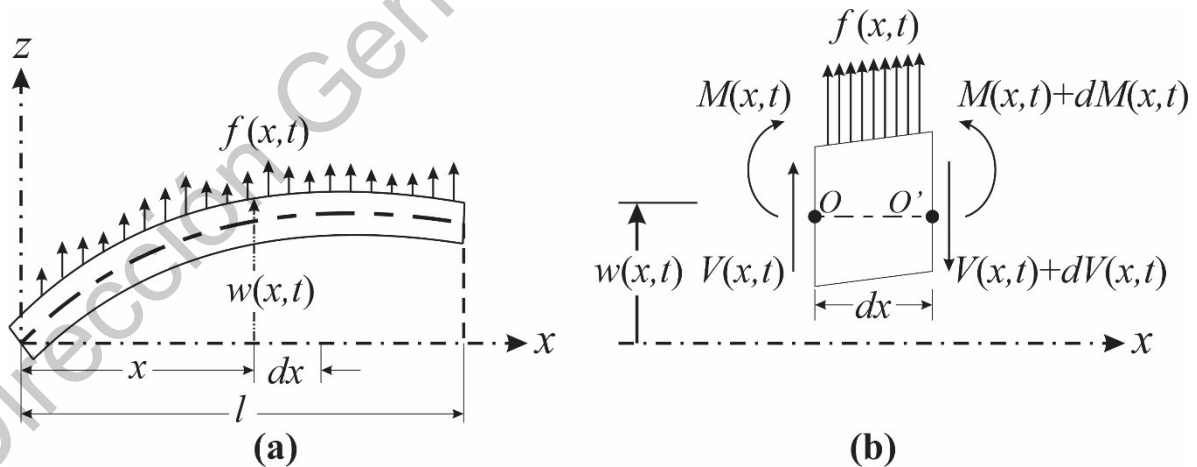


Figura 2. a) Un elemento viga en flexión y b) diagrama de cuerpo libre de un elemento infinitesimal de la viga (Rao, 2010).

Si se escribe

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx \quad \text{y} \quad dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

y descartando los términos que envuelven potencias al cuadrado en dx , las ecuaciones 2.2 y 2.3 pueden ser reescritas en las ecuaciones 2.4 y 2.5 respectivamente

$$-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + F_e(x,t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} - V(x,t) = 0 \quad (2.5)$$

Usando la relación $V = \partial M / \partial x$ derivada de las ecuaciones 2.4 y 2.5, la ecuación 2.4 se convierte en la ecuación 2.6

$$\frac{\partial M^2(x,t)}{\partial x^2} + F_e(x,t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

A partir de la teoría clásica de vigas de Euler-Bernoulli, la relación entre el momento flexionante y la deflexión puede ser expresada por la ecuación 2.7 (Rao, 2010)

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

Donde E representa el módulo de Young del material e $I(x)$ es el momento de inercia de la sección transversal de la viga alrededor del eje y . Insertando entonces la ecuación 2.7 en la ecuación 2.6 se obtiene la ecuación 2.8

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F_e(x,t) \quad (2.8)$$

Para una viga uniforme, la ecuación 2.8 se reduce en la ecuación 2.9

$$EI(x) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F_e(x,t) \quad (2.9)$$

Para vibración libre, se tiene que $f(x,t) = 0$, por lo cual la ecuación de movimiento se transforma en la ecuación 2.10

$$c^2 \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.10)$$

donde c es una constante cuyo valor está dado por

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

Para obtener una única solución para la ecuación de movimiento es necesario establecer las condiciones iniciales y las condiciones de frontera. Usualmente los valores iniciales para la velocidad y el desplazamiento son especificados como $w_0(x)$ y $\dot{w}_0(x)$ en $t = 0$, así que las condiciones iniciales están dadas por la ecuación 2.11

$$\begin{aligned} w(x, t = 0) &= w_0(x) \\ \frac{\partial w}{\partial x}(x, t = 0) &= \dot{w}_0(x) \end{aligned} \quad (2.11)$$

La solución para vibraciones libres puede ser obtenida por el método de separación de variables mostrada en la ecuación 2.12

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (2.12)$$

Sustituyendo la ecuación 2.12 en la ecuación 2.10 se obtiene entonces la ecuación 2.13

$$\frac{c^2}{W(x)} \frac{d^4 W(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = a = \omega^2 \quad (2.13)$$

donde a es una constante positiva y ω es la frecuencia natural de vibración. La ecuación 2.13 puede ser reescrita en las ecuaciones 2.14 y 2.15

$$\frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} + \omega^4 T(t) = 0 \quad (2.15)$$

donde G es una constante que está determinada por

$$G^4 = \frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega}{EI}$$

La solución de la ecuación 2.14 puede ser expresada como

$$T(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

donde A y B son constantes que pueden ser encontradas mediante las condiciones iniciales. Para la solución de la ecuación 2.14 se asume que

$$W(x) = C e^{sx}$$

donde C y s son constantes, y se deriva la ecuación auxiliar 2.16

$$s^4 - G^4 = 0 \quad (2.16)$$

Las raíces de esta ecuación son

$$s_{1,2} = \pm G, \quad s_{3,4} = \pm iG$$

Entonces, la solución de la ecuación 2.14 es representada por

$$W(x) = C_1 e^{Gx} + C_4 e^{-Gx} + C_1 e^{iGx} + C_1 e^{-iGx} \quad (2.17)$$

donde C_1 , C_2 , C_3 y C_4 son constantes. La ecuación 2.17 puede ser también expresada como

$$W(x) = C_1 \cos Gx + C_2 \sin Gx + C_3 \cosh Gx + C_4 \sinh Gx$$

Las constantes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 pueden ser encontradas a partir de las condiciones frontera. Las frecuencias naturales de la viga pueden ser encontradas a partir de la ecuación 2.18

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (2.18)$$

La función $W(x)$ es conocida como modo normal o función característica de la viga. Para cualquier viga, existirá un número infinito de modos normales con una frecuencia natural asociada a cada modo. Para encontrar las constantes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 se deben utilizar las condiciones de frontera, que en el caso de una viga cantiléver son representadas mediante la ecuación 2.19

$$\text{Deflexión} = w = 0, \quad \text{Pendiente} = \partial w / \partial x = 0 \quad (2.19)$$

Esta formulación es aplicada en el caso de elementos mecánicos que se comportan de manera lineal. Sin embargo, en el caso de materiales no lineales esta

formulación no puede ser utilizada y debe ser cambiada por una que describa el comportamiento dinámico no lineal.

2.1.2 Modelo discreto

Un modelo discreto es un tipo de modelo que es útil para estudiar la respuesta dinámica de un sistema físico, simplificando el análisis de un sistema real espacialmente distribuido. Para el estudio de la respuesta dinámica de un sistema mecánico, se consideran tres tipos de elementos discretos, masas, resortes y amortiguadores.

Considérese el caso de una viga en voladizo como la que se muestra en la Figura 3. Los ejes longitudinales están representados por las coordenadas x , y y z respectivamente.

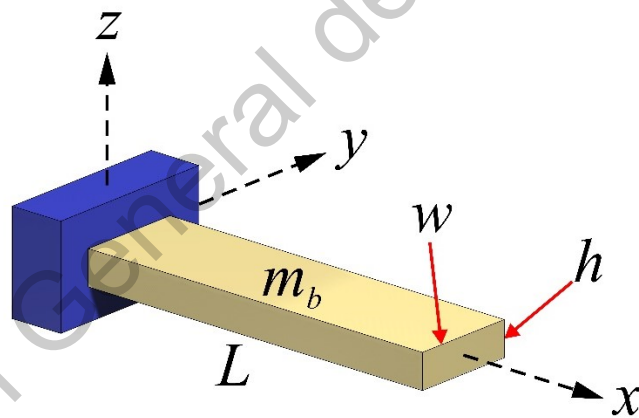


Figura 3. Viga en voladizo genérica con una masa m_b , longitud L , ancho b y grosor h .

Esta viga en voladizo representa un sistema real espacialmente distribuido. Para simplificar el análisis de este sistema bajo cargas dinámicas armónicas, este sistema puede ser representado con un modelo de parámetros concentrados con un grado de libertad. En la Figura 4(a) se muestra el modelo discreto con una masa

equivalente m_{eq} , un resorte con una rigidez k_{eq} y un amortiguador c_{eq} sometida a una excitación armónica $F(t)$.

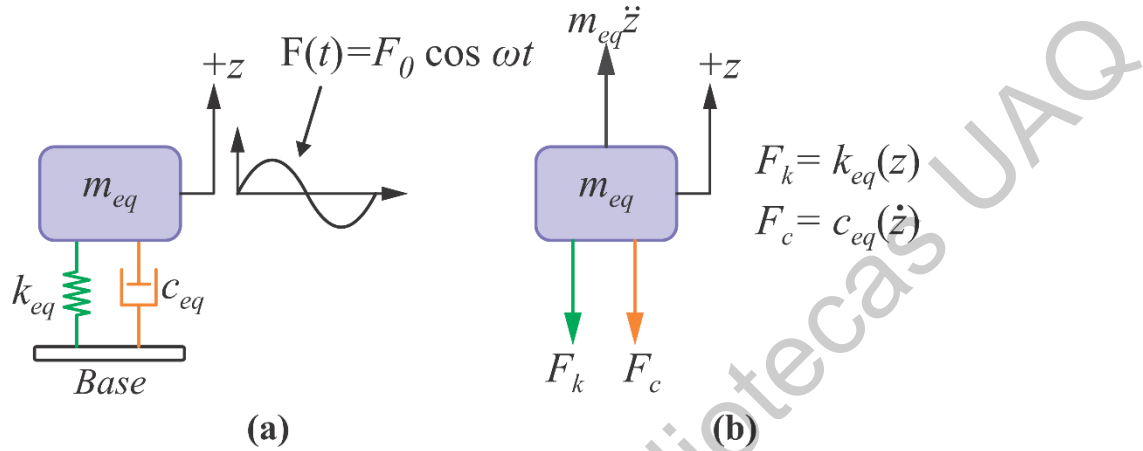


Figura 4. Modelo de parámetros concentrados para describir el comportamiento dinámico de una viga de papel en voladizo (a) Sistema masa-resorte-amortiguador bajo una excitación armónica y (b) Diagrama de cuerpo libre del sistema.

En este modelo, $z(t)$ representa el desplazamiento de la viga desde su posición de equilibrio estático en el instante t . De esta manera, la elongación del resorte está representada por z y la velocidad del amortiguador está denotada por \dot{z} . El diagrama de cuerpo libre del sistema está representado en la Figura 4(b). En este diagrama, F_k y F_c representan las fuerzas ejercidas en el resorte y en el amortiguador respectivamente. La ecuación de movimiento puede ser entonces derivada de la siguiente manera en la ecuación 2.20

$$m_{eq}\ddot{z} + c_{eq}(\dot{z}) + k_{eq}(z) = F_0 \cos \omega t \quad (2.20)$$

donde \ddot{z} representa la aceleración de la masa, F_0 es la amplitud de la excitación armónica y ω representa la frecuencia angular de dicha excitación. Ya que la

excitación del sistema mecánico es armónica, se espera que la solución particular de la ecuación 2.20 sea también armónica, mostrada en la ecuación 2.21

$$z_p(t) = Z \cos(\omega t - \gamma) \quad (2.21)$$

donde Z y γ son constantes que deben ser determinadas. Z y γ denotan la amplitud de la respuesta y el ángulo de fase respectivamente. Sustituyendo la ecuación 2.21 en la ecuación 2.20 y utilizando identidades trigonométricas se llega a la ecuación 2.22

$$\begin{aligned} Z[(k_{eq} - m_{eq}\omega^2) \cos \gamma + c_{eq}\omega \sin \gamma] &= F_0 \\ Z[(k_{eq} - m_{eq}\omega^2) \sin \gamma + c_{eq}\omega \cos \gamma] &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Entonces, la solución a la ecuación 2.21 es

$$Z = \frac{F_0}{[(k_{eq} - m_{eq}\omega^2)^2 + c_{eq}^2\omega^2]^{1/2}}$$

y el ángulo de fase está dado por

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{c_{eq}\omega}{k_{eq} - m_{eq}\omega^2} \right)$$

2.1.3 Respuesta dinámica no lineal

En un sistema mecánico existen dos tipos de no linealidades que están asociadas a su comportamiento dinámico. La primera es llamada no linealidad geométrica y es causada por el alto nivel de vibraciones del sistema. La segunda es debida a la propia naturaleza y estructura de los materiales utilizados en la

construcción del sistema (Leśnicki et al., 2011; Park et al., 2014). Estas no linealidades debido al material pueden ser clasificadas de acuerdo con el comportamiento de la frecuencia de resonancia del sistema con respecto a la amplitud de excitación. Si la frecuencia de resonancia es incrementada con la amplitud de excitación, se trata de un fenómeno conocido como endurecimiento (*hardening*) (Balasubramanian et al., 2018; Chitsaz Yazdi y Jalali, 2015). Por el contrario, si la frecuencia de resonancia es disminuida con la amplitud de excitación, se trata de un efecto conocido como suavizado (*softening*) (Leadenham y Erturk, 2014; Leśnicki et al., 2011).

Perez-Cruz et al., (2017b) observaron una respuesta no lineal en el dispositivo que desarrollaron. Se observó que la respuesta en frecuencia disminuyó con el incremento del nivel de excitación armónica, como se muestra en la Figura 5. Ya que el nivel de vibraciones no alcanzó el 10 % del valor de la longitud del dispositivo, se podría considerar que en este sistema el comportamiento no lineal podría ser causado por la naturaleza del papel. En esta figura se muestran las curvas de resonancia del sistema electromecánico desarrollado en papel en distintos colores. Los picos de resonancia correspondientes a cada nivel de excitación están unidos mediante una línea punteada roja. A esta línea que une se le conoce como curva *backbone* (Leadenham y Erturk, 2014).

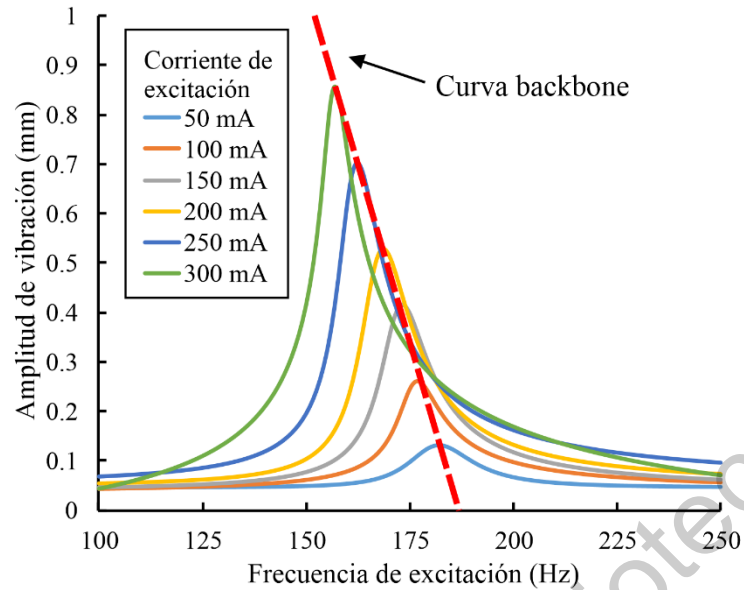


Figura 5. Respuesta en frecuencia del sistema mecánico basado en papel (Perez-Cruz et al., 2017b) a diferentes niveles de excitación y curva *backbone*.

La pendiente negativa de esta recta demuestra que existe un efecto de *softening*, el cual puede ser modelado utilizando un modelo fenomenológico. Estos modelos correlacionan la respuesta en frecuencia no lineal con el tipo de rigidez no lineal presente en un sistema mecánico (Leadenham y Erturk, 2014). En las investigaciones de sistemas mecánicos no lineales se han observado dos tipos de comportamiento no lineal asociados a una rigidez no lineal cuadrática o cúbica (Leadenham y Erturk, 2014)

El modelo de rigidez cuadrática predice una respuesta en frecuencia caracterizada por una curva *backbone* lineal como la mostrada en la Figura 5. Este modelo es descrito por la ecuación 2.23 (Leadenham y Erturk, 2014)

$$\ddot{z} + 2\zeta\dot{z} + z - z^2 \operatorname{sgn}(z) = F(t) \quad (2.23)$$

donde z representa la posición de un punto en el sistema, \dot{z} representa la velocidad, \ddot{z} es la aceleración, $F(t)$ es la función de excitación, ζ es el factor de amortiguamiento y $sgn(z)$ es la función signo que está definida de la siguiente manera: si $z > 0$, $sgn(z) = 1$; por el contrario, si $z < 0$ entonces $sgn(z) = -1$.

La respuesta dinámica no lineal ha sido utilizada para investigar el comportamiento mecánico de ciertos tipos de materiales. Diversos autores han utilizado métodos basados en la respuesta no lineal de dichos materiales para caracterizar su respuesta dinámica mediante la extracción de parámetros característicos. Estos parámetros han sido utilizados en algunos estudios para correlacionar los valores de estos parámetros con la homogeneidad, nivel de daño o concentración de un agregado en ciertos materiales (Balasubramanian et al., 2018; Leśnicki et al., 2011; Park et al., 2014).

En estos estudios, se ha asociado la respuesta dinámica dependiente de la amplitud a no-linealidades del tipo histéresis en la relación esfuerzo-deformación del material (Leśnicki et al., 2011). Un parámetro no lineal de histéresis es correlacionado con el cambio de frecuencia que está definido por la ecuación 2.24

$$(f_0 - f)/f \quad (2.24)$$

donde f_0 es la frecuencia de resonancia lineal y f es la frecuencia de resonancia a una determinada amplitud de excitación. Utilizando el modelo fenomenológico para histéresis y ecuaciones clásicas no lineales se obtiene la siguiente relación para el módulo de elasticidad, definida por la ecuación 2.25 (Park et al., 2014)

$$E = E_0[1 + \beta_n \varepsilon + \delta \varepsilon^2 + \alpha(\Delta \varepsilon + \varepsilon sgn(\dot{\varepsilon}))] \quad (2.25)$$

donde E_0 es el módulo de elasticidad lineal, β_n es el parámetro cuadrático no lineal, δ es el parámetro cúbico no lineal, ε es la deformación unitaria, α es una medida de la no-linealidad del tipo histéresis, $\Delta\varepsilon$ es la amplitud de la deformación unitaria, $\dot{\varepsilon}$ es la variación de la deformación con respecto al tiempo, $sgn(\dot{\varepsilon})$ es la función signo; si $\dot{\varepsilon} > 0$, entonces $sgn(\dot{\varepsilon}) = 1$; por el contrario, si $\dot{\varepsilon} < 0$, entonces $sgn(\dot{\varepsilon}) = -1$.

Entonces, la frecuencia de resonancia relativa (ecuación 2.24) puede ser relacionada con la amplitud de deformación con la ecuación 2.26

$$\frac{f_0 - f}{f_0} = \alpha_h \Delta\varepsilon \quad (2.26)$$

donde α_h es el parámetro no lineal de histéresis, que es proporcional a α . De esta ecuación se puede observar que un parámetro de histéresis no lineal positivo resulta en una disminución de la frecuencia de resonancia con la amplitud de excitación. El parámetro α_h es entonces obtenido mediante el cambio de la frecuencia de resonancia con la amplitud y utilizado como un valor característico para describir el comportamiento elástico de materiales no lineales (Leśnicki et al., 2011; Park et al., 2014).

2.1.4 Modelo de transporte de líquido

Los modelos de suelos basados en la ecuación de Richards han sido extensamente utilizados para modelar el transporte de un líquido en un medio poroso saturado o no saturado (Askar, 1998; Camporese et al., 2006; Kalinka y Ahrens, 2011; Kumar, 2004). Estos modelos están basados en ecuaciones diferenciales parciales no lineales, por lo cual deben ser resueltas mediante métodos numéricos como FEM (del inglés *Finite Element Model*, Modelo de elemento finito) o el método de las diferencias finitas (Chen y Dai, 2016; Naula Reina

et al., 2016; Zhang et al., 2016). Perez-Cruz et al., (2017d) desarrollaron un modelo en dos dimensiones para describir el fenómeno de transporte de un líquido acuoso en materiales basados en papel. Sin embargo, es necesario un modelo tridimensional que permita modelar el transporte de un líquido en un sistema mecánico basado en papel.

Es importante señalar que este modelo es aplicado bajo las siguientes suposiciones: (i) El fluido es incompresible, (ii) El flujo es laminar, (iii) Los efectos de hinchazón/contracción de fibras son ignorados y (iv) El proceso de transporte es asumido como isotérmico. Para un medio no saturado, la ecuación de Richards que para modelar el transporte de un líquido en tres dimensiones es representada en la ecuación 2.27

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(D(\varphi)\nabla\varphi) - \frac{\partial}{\partial y}(D(\varphi)\nabla\varphi) - \frac{\partial}{\partial z}(D(\varphi)\nabla\varphi) = s \quad (2.27)$$

donde $D(\varphi)$ representa la difusividad, $\varphi(x, y, z, t)$ es el contenido de humedad en la posición (x, y, z) en el instante t , ∇ representa el operador de gradiente y s es el término *sink/source* que representa el transporte de entrada o de salida de un líquido.

El término $D(\varphi)$ puede ser descrito en el marco del modelo de Richards mediante la ecuación 2.28

$$D(\varphi) = D_0\varphi^n \quad (2.28)$$

donde D_0 es una constante de difusividad. El orden n está relacionado con la distribución del tamaño de poro en el medio y dicta la dinámica del proceso transporte del líquido Perez-Cruz et al., (2017c).

2.1.5 Formulación Lagrangiana total

Para acoplar el fenómeno de transporte de líquido con el cambio de elasticidad en los sistemas basados de papel es necesario utilizar un modelo computacional de elasticidad para calcular los esfuerzos y los estados de deformación de manera numérica con respecto al tiempo y a las coordenadas del material. A este tipo de formulación se le conoce como formulación total Lagrangiana.

En esta formulación, se asume que cuando un cuerpo es deformado, las coordenadas materiales X de un cuerpo permanecen constantes. Las coordenadas espaciales x , las cuales cambian con respecto a las fuerzas aplicadas y con respecto al tiempo son presentadas en la ecuación 2.29

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) \quad (2.29)$$

donde \mathbf{u} representa el vector de desplazamiento. Las componentes cartesianas globales en las direcciones x , y y z están definidas como u_g , v_g y w_g respectivamente. Por lo tanto, el gradiente de desplazamiento está definido por la ecuación 2.30

$$\nabla \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_g}{\partial X} & \frac{\partial u_g}{\partial Y} & \frac{\partial u_g}{\partial Z} \\ \frac{\partial v_g}{\partial X} & \frac{\partial v_g}{\partial Y} & \frac{\partial v_g}{\partial Z} \\ \frac{\partial w_g}{\partial X} & \frac{\partial w_g}{\partial Y} & \frac{\partial w_g}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Para el caso de deformaciones pequeñas, el tensor de deformación total ε puede ser escrito en términos del gradiente de desplazamiento \mathbf{u} utilizando la ecuación 2.31

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (2.31)$$

Por lo tanto, el tensor de esfuerzo \mathbf{S} para un material elástico lineal puede ser expresado con la ecuación 2.32

$$\mathbf{S} = \mathbf{J} : \varepsilon \quad (2.32)$$

donde \mathbf{J} representa el tensor de elasticidad de cuarto orden, y el operador dos puntos ':' representa el doble producto tensorial. En el contexto de esta formulación, el comportamiento dinámico de un elemento puede ser entonces descrito con la ecuación 2.33

$$-\rho \omega_e^2 \mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial z} \quad (2.33)$$

donde ρ representa la densidad del material y ω_e representa las eigenfrecuencias del elemento.

2.1.6 Inducción electromagnética

En 1820, el científico danés Hans Christian Oersted demostró que una corriente eléctrica circulando a través de un conductor genera un campo magnético. El inglés Michael Faraday expresó que, si una corriente eléctrica puede producir un campo eléctrico, entonces un campo magnético puede producir una corriente (Sadiku y Akujobi, 2004).

Faraday experimentó con 2 bobinas separadas en un toroide de hierro y demostró que un campo magnético cambiante puede producir una corriente circulando a través de un conductor. Este cambio en el campo magnético puede ser producido por movimiento relativo entre un conductor y un imán.

Por lo tanto, un campo magnético variable produce una fuerza electromotriz (*fem*) que puede establecer una corriente en un circuito cerrado. Una fuerza electromotriz es una tensión que surge como consecuencia de un conductor moviéndose en un campo magnético o de un campo magnético variable.

La ley de Faraday es expresada en la ecuación 2.34

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (2.34)$$

Donde ϕ_B representa el flujo magnético y t es el tiempo. Esta ecuación puede ser aplicada no solo a un camino conductivo cerrado, sino también puede representar una línea imaginaria en el espacio. El flujo magnético es aquel flujo que pasa a través de todas y cada una de las superficies cuyo perímetro esté encerrado en esa trayectoria cerrada.

Un valor diferente de cero en ϕ_B/dt puede resultar de aplicar cualquiera de las siguientes situaciones:

1. Un flujo magnético cambiante que circula a través de una trayectoria cerrada
2. Movimiento relativo entre un campo estacionario y una trayectoria cerrada
3. Una combinación de ambos

El signo negativo en la ley de Faraday indica que la emf generada tiene una dirección tal que produce un flujo de corriente que, a su vez, genera un flujo magnético opuesto al flujo original. Este enunciado acerca del voltaje inducido que produce un flujo que se opone se conoce como ley de Lenz.

Este principio de inducción sirve como principio de operación en las máquinas eléctricas que se utilizan actualmente, y también ha sido utilizado para desarrollar sensores y cosechadores de energía a partir de las vibraciones mecánicas.

2.2 Cosecha de energía mecánica

Los cosechadores VEH (del inglés *Vibration Energy Harvester*) convierten las vibraciones mecánicas en energía eléctrica. La mayor parte de los VEHs son diseñados de tal manera que producen la máxima salida de potencia cuando son operados en su frecuencia de resonancia (Khan y Ahmad, 2016). La respuesta de los VEHs depende completamente de la naturaleza de las vibraciones a las que está sometido. Bajo una excitación harmónica sinusoidal, los VEHs tienen un comportamiento completamente diferente que cuando están sometidos a vibraciones aleatorias. Varios tipos de VEHs han sido desarrollados y reportados en la literatura. Basándose en el mecanismo de transducción, los VEHs pueden ser clasificados en piezoeléctricos, electrostáticos y electromagnéticos (Sue y Tsai, 2012).

2.2.1 Cosechadores piezoeléctricos

En los cosechadores de energía piezoeléctricos (PE-VEH), un material piezoeléctrico es depositado sobre una estructura que puede ser una viga o una membrana. Debido a las vibraciones, el material piezoeléctrico es sometido a deformación. Como resultado de esta deformación, se produce una polarización a lo largo del material piezoeléctrico y se produce un voltaje (Siddique et al., 2015). Usualmente, este tipo de cosechador cuenta con electrodos que sirven para transportar la electricidad cosechada a una carga eléctrica. Estos electrodos son en mayor parte fabricados de oro o de cobre (Sue y Tsai, 2012).

La selección del material piezoeléctrico depende de varios criterios al momento de diseñar y construir un VEH. Para aplicaciones de vibraciones de gran amplitud se prefieren materiales con un alto módulo de elasticidad como el óxido de aluminio y el titanato de plomo (Khan y Ahmad, 2016). Sin embargo, para aplicaciones donde la variación de temperatura es crítica se prefiere el óxido de aluminio. En aplicaciones de vibraciones a bajo nivel, el PZT es seleccionado usualmente debido a su alta constante dieléctrica (Wong et al., 2015).

Dependiendo de la arquitectura, los PE-VEHs pueden ser clasificados en 3 tipos, los cuales son: (i) cantiléver unimorfo, (ii) cantiléver bimorfo y (iii) membrana (Khan y Ahmad, 2016). En el tipo unimorfo, la arquitectura consiste en una viga cantiléver compuesta de un sustrato y un material piezoeléctrico depositado en la capa superior. En el tipo bimorfo, la arquitectura consiste en una capa sustrato y dos capas de material piezoeléctrico, una capa depositada en la parte superior del sustrato y otra capa depositada en la parte inferior. En el tipo membrana el dispositivo consiste en una membrana colocada en un marco soporte y un material piezoeléctrico que es adherido en la parte superior o inferior de la membrana. En ocasiones, una masa de prueba es colocada en el cosechador para ajustar la frecuencia de resonancia de este.

2.2.2 Cosechadores electrostáticos

Los cosechadores electrostáticos (ES-VEHs) están basadas en el cambio de capacitancia entre una placa metálica fija y otra móvil (Khan y Ahmad, 2016). En estos cosechadores, las placas metálicas están cargadas opuestamente y son separadas por la vibración, de esta manera la energía mecánica es transformada en energía eléctrica. Estas placas están inicialmente cargadas con una fuente de voltaje y, dependiendo de la separación o traslape entre los platos, el cambio de capacitancia produce un incremento en el voltaje entre las placas.

Existen 2 tipos de ES-VEHs, los de tipo separación variable y los de tipo peineta (Siddique et al., 2015). Los de separación variable pueden ser de 2 clases, los de clase *out-of-plane* y los de clase *in-plane*. Los de clase *out-of-plane* consisten en una placa fija depositada en un sustrato, y una placa móvil, suspendida en la parte superior de la placa fija con ayuda de una estructura basada en vigas y elementos de anclaje. Usualmente los de esta clase operan a partir de una excitación base en la cual la placa móvil se mueve de manera perpendicular al plato fijo, por lo que la capacitancia entre las placas cambia. En los de clase *in-plane*, la placa móvil puede moverse solo en el plano del cosechador de manera paralela a la placa fija, por lo que la capacitancia cambia al cambiar el área de traslape entre las placas. En los ES-VEHs de tipo peineta existe un cierto número de “placas” interdigitadas. Las placas estáticas son fabricadas en un sustrato y unas placas móviles suspendidas en estructuras basadas en vigas (Khan y Ahmad, 2016)

2.2.3 Cosechadores electromagnéticos

Los cosechadores electromagnéticos (EM-VEHs) operan bajo el principio de inducción de la ley de inducción electromagnética de Faraday (Siddique et al.,

2015). Una *fem* (fuerza electro-motriz) es inducida en una bobina cuando la densidad de flujo magnético en el área de la bobina es variada (Sue y Tsai, 2012).

Generalmente un EM-VEH está compuesto de un imán permanente, una bobina y un sistema de suspensión (Khan y Ahmad, 2016). Debido a las vibraciones, una e.m.f. es producida debido al movimiento relativo entre el imán y la bobina. Múltiples arquitecturas para este tipo de cosechadores han sido exploradas por los investigadores, entre las cuales se encuentran las siguientes: (i) Bobina fija e imán móvil, (ii) Bobina móvil e imán fijo, (iii) Bobina enrollada, (iv) Bobina plana, (v) Viga cantiléver y (vi) Tipo membrana (Khan y Ahmad, 2016).

En los EM-VEHs, la bobina normalmente está fabricada de un material diamagnético que ofrece una fuerza de repulsión muy débil con respecto al imán y un amortiguamiento muy bajo (Sue y Tsai, 2012). La bobina enrollada normalmente es fabricada de cobre. Sin embargo, existen algunos materiales diamagnéticos que son utilizados para los cosechadores de bobina plana. La plata es el material más adecuado en este caso debido a su baja resistividad eléctrica. Sin embargo, debido a problemas de compatibilidad de este material con los procesos de fabricación, se prefieren otros materiales como el aluminio y el oro en las bobinas planas (Khan y Ahmad, 2016).

En los EM-VEHs, los imanes permanentes que producen un gran flujo magnético forman una parte esencial de la transducción de energía (Khan y Ahmad, 2016). Diversos materiales que cumplen con esta característica han sido utilizados como imanes en los EM-VEHs. Debido a su alto flujo magnético, los imanes permanentes de neodimio (NdFeB) son los más reportados en el desarrollo de los EM-VEHs (Khan y Ahmad, 2016). Sin embargo, la alta temperatura de Curie de la fundición de Alnico (AlNiCo), del Samario-Cobalto (SmCo), y del Alnico sinterizado (AlNiCo) hacen a estos materiales más adecuados para aplicaciones de altas temperaturas.

2.2.4 Comparativa entre los tipos de VEHs

Los PE-VEHs y los ES-VEHs son capaces de mayores niveles de voltaje que los EM-VEHs. La generación de voltaje en los EM-VEHs está en el orden de los miliVolts, provocando que el proceso de rectificación de voltaje sea complicado. Como consecuencia, la etapa de rectificación de voltaje de este tipo de cosechadores requiere de diodos de voltaje ultra-bajo (Khan y Ahmad, 2016). En contraste con los EM-VEHs, la impedancia interna de los PE-VEHs y los ES-VEHs es muy alta. Por lo cual los niveles de corriente producidos en estos cosechadores son bajos. Además, los ES-VEHs requieren de una batería para la continua carga de las placas de los cosechadores y un circuito de extracción de energía para recolectar la energía cosechada del ES-VEH.

Dirección General de Bibliotecas UHQ

Capítulo 3. Metodología

La metodología de este proyecto de tesis consta de tres pasos. El primero de ellos consiste en el estudio de la respuesta en frecuencia de vigas en voladizo de papel con la finalidad de determinar la causa del comportamiento no lineal que se observó en (Perez-Cruz et al., 2017b). En este estudio se estudió el comportamiento de la frecuencia de resonancia con respecto a la amplitud de excitación de las vigas de papel. Se propone un método para describir este comportamiento elástico no lineal mediante el uso de 2 parámetros.

El segundo paso consiste en el estudio de la respuesta en frecuencia de vigas de papel que interactúan con un líquido acuoso. Se propone un modelo tridimensional que utiliza 3 parámetros para describir el tipo de respuesta que produce una determinada solución. Este modelo es validado experimentalmente con tres soluciones acuosas. Se determinó la respuesta en frecuencia del papel con cada una de las soluciones y se determinaron los 3 parámetros para cada una de las soluciones.

El tercer paso consiste en la fabricación de un prototipo de un sensor MEMS de papel enfocado a la cosecha de energía. Se propone un método de fabricación sencillo y que requiere materiales de bajo costo. Se utiliza un método experimental basado en pruebas de frecuencia de resonancia para estudiar la factibilidad de un cosechador MEMS de energía basado en un principio de inducción electromagnética.

3.1 Estudio de respuesta dinámica no lineal

Debido a la introducción de materiales novedosos en la fabricación de sensores MEMS como el papel, es importante determinar sus propiedades mecánicas para predecir su comportamiento. En la literatura pueden encontrarse algunos estándares provistos por asociaciones como la ISO (del inglés *International Standard Organization*, Organización Internacional de Estandarización) y la TAPPI (Technical Association of the Pulp y Paper Industry) para determinar las propiedades mecánicas del papel. Estos estándares están basados en la aplicación de cargas dinámicas o estáticas sobre muestras de papel a manera de viga. El estándar ISO 5628 está basado en la aplicación de cargas estáticas en muestras de papel simplemente apoyadas en 2, 3 o 4 puntos (ISO - The International Organization for Standardization, 2012). En contraste, el estándar TAPPI om-96 especifica un método basado en pruebas de longitud de resonancia de tiras de papel (Technical Association of the Pulp y Paper Industry, 1996). Estos métodos tratan de describir el comportamiento elástico del papel, asumiendo un comportamiento lineal y un uso del papel en aplicaciones estáticas. Sin embargo, no se conoce si estos métodos son adecuados para describir el comportamiento mecánico del papel bajo condiciones dinámicas a las que se someten los sensores o cosechadores de energía de las vibraciones mecánicas.

Se pone especial énfasis en el estándar T535 om-96 debido a que los resultados experimentales encontrados en (Perez-Cruz et al., 2017b) muestran que el papel podría presentar un comportamiento tal que la frecuencia de resonancia es dependiente de la amplitud de excitación en una configuración de viga en voladizo. En (Perez-Cruz et al., 2017b), la causa de este efecto no lineal no es claramente identificable, debido a que la circulación de la corriente podría inducir variaciones locales de humedad en el papel. Por lo tanto, si la causa del comportamiento dinámico no lineal es debida a la naturaleza inherente del papel, el uso del estándar

T535 om-96 al tratar de describir el comportamiento mecánico del papel podría llevar a resultados inexactos.

Para estudiar el comportamiento elástico del papel y brindar una mejor descripción de dicho comportamiento, un método basado en el análisis del comportamiento de la frecuencia de resonancia es descrito en esta sección. Se utilizaron diferentes niveles de excitación mecánica pura para determinar si el comportamiento no lineal del papel es dependiente de la naturaleza intrínseca del material y descartar los efectos higrotérmicos que podrían ser la causa del comportamiento no lineal exhibido en (Perez-Cruz et al., 2017b). Una estimación de dos parámetros no lineales, la frecuencia de resonancia lineal f_0 , el módulo de elasticidad lineal E_0 y el parámetro no lineal de histéresis α_n para diferentes tipos de papel es realizada para describir el comportamiento elástico del papel cuando está sometido a vibraciones forzadas.

3.1.1 Fabricación de muestras

Para examinar el comportamiento no lineal del papel, ocho tipos diferentes de papel son seleccionados. Estos materiales han sido utilizados previamente en el desarrollo de sistemas mecánicos basados en papel (Liu et al., 2011a; Ren et al., 2012; Wang et al., 2018b). Después de esto, nueve muestras de cada tipo de papel son fabricadas. Las muestras son diseñadas con una configuración de viga cantiléver de sección transversal rectangular con una longitud $l = 10$ mm y un ancho $b = 2$ mm. La forma de las muestras y las dimensiones son dibujadas con un software comercial de dibujo vectorial.

Un conjunto adicional de nueve muestras de papel de cromatografía es fabricado para estudiar si existe una dependencia entre la porosidad del papel y el comportamiento no lineal del mismo. Estas muestras son fabricadas imprimiendo

una capa de cera que cubre toda la longitud de la viga utilizando una impresora comercial de cera (Xerox® ColorQube 8570). Posteriormente las muestras son calentadas en un horno eléctrico convencional a una temperatura de 115 °C por 8 minutos para derretir la cera y permitir que penetre a través del grosor del papel.

Para determinar el efecto de la porosidad en el comportamiento elástico del papel sometido a vibraciones, una serie de estimaciones de porosidad basados en el método de restauración del solvente son realizadas (Unosson et al., 2015). Muestras de papel de 40 mm de largo por 40 mm de ancho de cada tipo de papel son fabricadas. Estas muestras son sumergidas en agua destilada para detectar el cambio de masa cuando las muestras están saturadas. La porosidad P es entonces estimada con la ecuación 3.1 (Unosson et al., 2015)

$$P(\%) = \left(\frac{[m_{sat} - m_d] / \rho_{sol}}{V_a} \right) * 100 \quad (3.1)$$

donde m_{sat} es la masa de la muestra saturada de agua destilada, m_d es la masa de la muestra en seco, ρ_{sol} es la densidad del agua destilada, y V_a es el volumen aparente de la muestra calculada con las dimensiones exteriores de la muestra. Un sumario del grosor y densidad de cada tipo de papel se muestra en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1 Grosor, densidad y porosidad de los diferentes tipos de papel.

Tipo de papel	Grosor (μm)	ρ (kg m^{-3})	Φ (%)
Whatman® 3MM CHR	340	544.1	68.48
Whatman® 3MM CHR con cera	340	588.4	21.03
HP® Office Ultra White	100	750.0	48.05
HP® Color Inkjet & Laser	110	818.2	52.71
Xerox® Digital Paper	100	750.0	45.54
Canson® Tracing Paper #1	60	1200.0	49.39
Canson® Tracing Paper #2	70	1285.7	52.00
Canson® Tracing Paper #3	90	1244.4	47.92

3.1.2 Test de vibración y medición

Para obtener un contenido de humedad uniforme en el papel durante los experimentos, todas las muestras son almacenadas en un ambiente controlado con una humedad relativa del 60 % a una temperatura de 25 °C por 24 horas. En la Figura 6a se ilustra la configuración experimental para realizar las pruebas de resonancia. Un generador de vibraciones mecánicas (3B Scientific ® 1000701) es utilizado para someter las muestras a una excitación armónica en el primer modo de vibración en flexión. Ondas sinusoidales son inyectadas en el generador para producir estas vibraciones armónicas. El nivel de excitación es determinado por la amplitud de las señales senoidales de entrada. Esta excitación es puramente mecánica con la finalidad de evitar efectos higrotérmicos considerables que pudieran ser producidos por medio de un mecanismo de actuación electromagnético como en (Perez-Cruz et al., 2017b). Las muestras son montadas y fijadas al generador de vibraciones mediante un mecanismo de sujeción como se muestra en la Figura 6b. Esta configuración es utilizada para introducir una excitación base a las vigas en voladizo.

Un sensor CCD (del inglés, *Charge-Coupled Device*, dispositivo de carga acoplada) de la marca Toshiba ®, modelo TCD1304 es alineado y colocado cerca del extremo libre de las muestras como se ilustra en la Figura 6b. Para detectar las vibraciones forzadas de las muestras, un arreglo de LEDs (del inglés *Light-Emitting Diode*, diodo emisor de luz) es usado para proyectar la sombra de la viga en el sensor CCD. El arreglo de LEDs está alineado con el sensor y colocado a una distancia $d = 340$ mm para garantizar una buena resolución en la medición de la amplitud de las vibraciones (0.2 mm). La señal del sensor CCD es acondicionada mediante un circuito con un amplificador operacional LM324 de la marca Texas Instruments ®. Este circuito acondicionador convierte la señal analógica del sensor

en una señal digital. Esta señal acondicionada es utilizada para determinar la amplitud de vibración de la muestra.

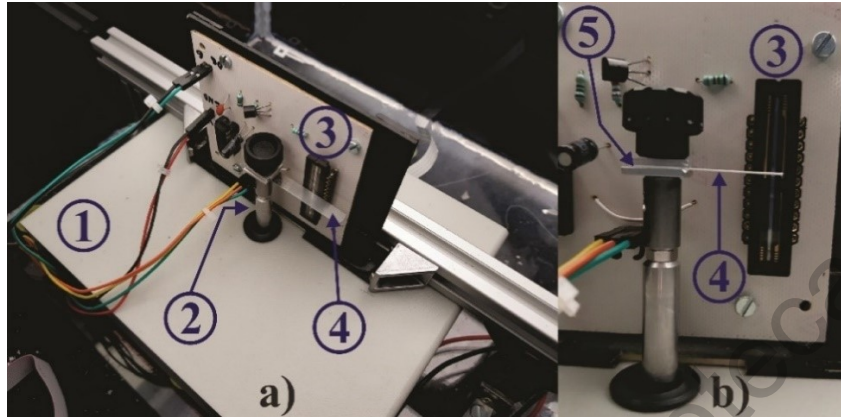


Figura 6. Sistema de medición de la frecuencia de resonancia y sus componentes. (a) Vista isométrica del sistema, (b) vista frontal del vástago.vibratorio y sensor CCD. 1- Generador de vibraciones; 2- Vástago vibratorio; 3- Sensor CCD; 4- Muestra; 5- Mecanismo de sujeción.

Cinco diferentes niveles de excitación mecánica son producidos para medir las frecuencias de resonancia de las nueve muestras de cada tipo de papel. Señales senoidales de entre 4 V y 8 V con incrementos de 1 V son generadas para alimentar el generador de vibraciones. Se utilizan niveles de vibración a partir de 4 V debido a que las amplitudes de vibración producidas por debajo de este nivel son difíciles de detectar por el sistema de medición. Por otra parte, se evitan niveles de excitación mayores a 8 V debido a que se podrían generar amplitudes de excitación grandes que podrían inducir no linealidades geométricas.

La respuesta mecánica del generador de vibraciones es caracterizada para reportar los resultados de este estudio en términos de variables mecánicas. La aceleración del vástago vibrante es obtenida para un rango de frecuencias de entre 200 Hz a 1000 Hz para las amplitudes de entrada de entre 4 V y 8 V. Un algoritmo de búsqueda basado en el método de la sección dorada es implementado para

determinar la frecuencia de resonancia de las muestras. Un periodo de 5 segundos entre cada frecuencia de prueba es añadido para evitar efectos debidos a efectos transitorios. Las mediciones son realizadas una tras otra sin remover la muestra del mecanismo de sujeción.

Con la finalidad de demostrar la linealidad de la configuración del equipo de medición, se realizaron un conjunto de mediciones para determinar la frecuencia de resonancia de un material con elasticidad lineal. Por lo cual, una muestra de acero inoxidable 316L de 35 mm de longitud libre y un ancho de 3 mm es utilizada con esta finalidad.

3.1.3 Parámetros elásticos no lineales

Para describir el comportamiento no lineal del papel, se propone el uso de dos parámetros no lineales, los cuales son la frecuencia de resonancia lineal f_0 y el módulo de elasticidad lineal E_0 . Para extraer el parámetro f_0 , se utiliza en primer lugar un análisis de regresión lineal como el utilizado en (Park et al., 2014). En este análisis, f_0 se determina mediante el cruce con el eje y en la relación entre la frecuencia de resonancia y la amplitud de la aceleración de entrada. El análisis de regresión lineal es utilizado debido a que es difícil obtener experimentalmente el valor de f_0 (Leśnicki et al., 2011).

Un ejemplo ilustrativo de la estimación de f_0 con las frecuencias de resonancia de una muestra de papel cromatográfico se muestra en la Figura 7. En esta figura se puede observar un cambio en la frecuencia de resonancia con el incremento de la vibración en el vástago vibratorio (línea sólida). Este mismo enfoque es utilizado para encontrar el valor de f_0 en las muestras de diferentes tipos de papel. Este procedimiento es repetido para obtener f_0 en cada muestra de un tipo de papel.

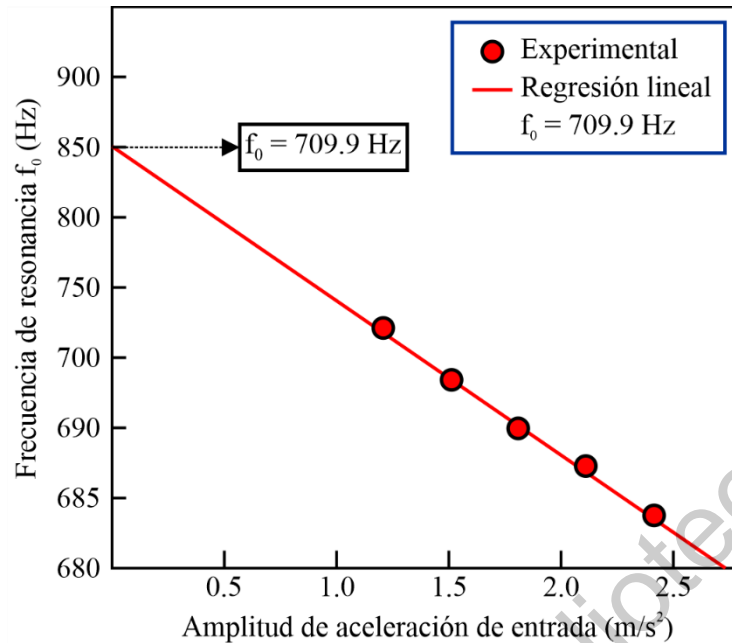


Figura 7. Estimación de la frecuencia de resonancia lineal f_0 de una muestra de papel cromatográfico.

El cómputo de la frecuencia de resonancia relativa (Ecuación 2.26) es realizado entonces para muestra. En la Figura 8 se muestra la relación entre la frecuencia de resonancia relativa y la amplitud de la aceleración del vástago para la misma muestra de papel cromatográfico utilizado en el ejemplo ilustrativo. A partir de esta figura, es posible observar una variación lineal de la frecuencia de resonancia relativa como la observada en (Park et al., 2014). Posteriormente, el parámetro no lineal de histéresis para papel α_p es estimado a partir de la pendiente de la regresión lineal (línea sólida) en la Figura 8. Este procedimiento es realizado una vez para cada muestra en cada tipo de papel para garantizar la reproducibilidad en la estimación del valor de α_p .

Posteriormente, la frecuencia de resonancia f_0 es entonces utilizada para estimar el módulo de elasticidad lineal E_0 del papel con la ecuación 3.2, la cual es derivada de la ecuación 2.23.

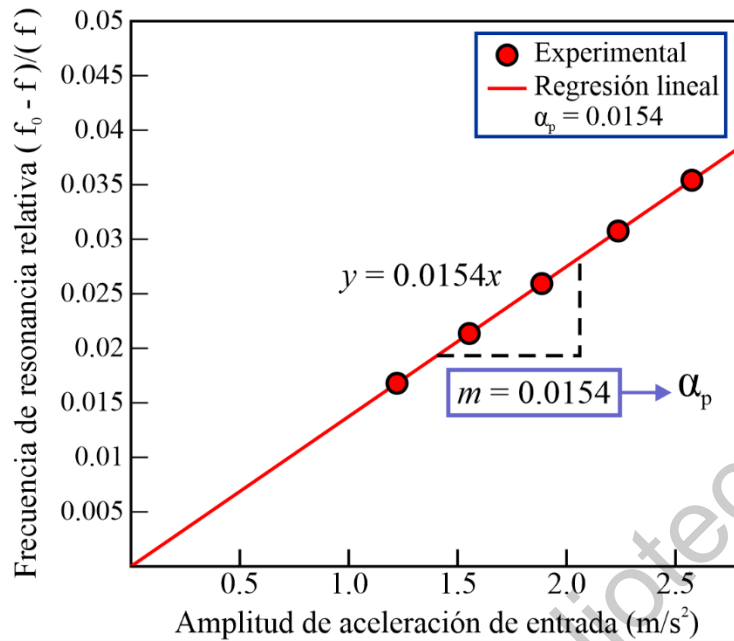


Figura 8. Estimación del parámetro no lineal de histéresis α_p de una muestra de papel de cromatografía.

$$E_0 = (2\pi f_0) \left[\frac{\rho A(x)}{I} \right] \left[\frac{l}{B_c} \right]^4 \quad (3.2)$$

donde B_c es una constante que depende del modo de vibración flexural. Para el primero modo de vibración $B_1 = 1.875$.

3.2 Respuesta en frecuencia en el transporte de fluidos

La estructura interna del papel provee de un medio excelente para el transporte de fluidos sin la necesidad de una fuerza externa. Esto se debe a las propiedades higroscópicas de las fibras de celulosa, como la capilaridad y la absorción (Perez-Cruz et al., 2017a). Esto ha permitido el desarrollo de dispositivos con la capacidad de transportar líquidos y de almacenarlos en el papel. Los dispositivos microfluídicos de papel hacen uso de estas propiedades para

aplicaciones como detección de sustancias, bio-ensayos, análisis colorimétrico, diagnóstico médico y pruebas de calidad en alimentos (Carrell et al., 2019).

Diversos autores han estudiado el cambio en las propiedades mecánicas del papel debido a su interacción con líquidos. Por ejemplo, Douezan et al (Douezan et al., 2011a) propusieron un modelo paramétrico para estudiar la deformación higro-mecánica del papel de trazo. En este trabajo los autores determinaron el módulo de elasticidad del papel seco y saturado de líquido. En otro trabajo, Reyssat et al. (Reyssat y Mahadevan, 2011) estudiaron la respuesta mecánica del papel de trazo debido a fenómenos relacionados con la interacción entre dicho papel y el agua. Los autores determinaron la relación entre la deformación del papel y los cambios en grosor y módulo de elasticidad de este. En otro ejemplo, Lee et al. (Reyssat y Mahadevan, 2011) cuantificaron los cambios en la geometría del papel cuando absorbe agua proveniente de un pequeño tubo capilar. Se determinó la relación entre el módulo de elasticidad del papel y su nivel de humedad local. Pérez et al. han estudiado el fenómeno de transporte en el papel de manera bidimensional y la deflexión en el papel debida a la absorción de agua (Perez-Cruz et al., 2017c, 2017d). En estos trabajos, el papel y su interacción con el agua fueron estudiados desde un punto de vista estático o cuasi-estático.

Sin embargo, la creciente gama de aplicaciones de los dispositivos mecánicos basados en papel demanda un mayor nivel de conocimiento del comportamiento del papel y su interacción con líquidos en condiciones dinámicas. De un análisis del estado del arte en cuanto al comportamiento mecánico del papel mojado, se puede llegar a la conclusión de que dicho comportamiento mecánico puede ser considerado como un fenómeno lineal. Por lo cual, es necesario proponer un modelo paramétrico tridimensional que permita relacionar las propiedades mecánicas del papel con el fenómeno higroscópico del transporte de líquido.

Por lo cual, los autores proponen realizar un estudio paramétrico de la respuesta dinámica de los sistemas basados en papel debido a la interacción local de un líquido con dicho material. En este estudio se propone el uso de un modelo tridimensional resuelto de manera numérica en un software de análisis por elemento finito (COMSOL®). Dicho modelo acopla la física del comportamiento mecánico del papel en condiciones dinámicas con el problema de transporte del líquido en el papel. Este modelo de transporte de líquido está basado en el modelo no-lineal de transporte de Richards de medios porosos para determinar la concentración de líquido en el papel.

Cuatro parámetros son considerados inicialmente para describir la respuesta dinámica del papel en conjunto con el fenómeno de transporte de líquido en tres dimensiones. (i) Dos parámetros que gobiernan el transporte del líquido; la constante de difusividad equivalente D_0 y el término sink/source s , y (ii) dos parámetros que definen el comportamiento del módulo de elasticidad, la constante de relajación β y la proporción entre el módulo de elasticidad en saturación y el módulo de elasticidad en seco m .

Para simplificar el análisis en este estudio, los siguientes parámetros normalizados son introducidos en la ecuación 3.3

$$\phi = \frac{\varphi}{\varphi_s} \quad (3.3)$$

$$T = \frac{t}{\tau} \quad (3.4)$$

donde τ representa la constante de tiempo del fenómeno, y φ_s representa el contenido de humedad en saturación. Utilizando un enfoque similar al de (Perez-Cruz et al., 2017c), la constante de tiempo es representada por la ecuación 3.4

$$\tau = \frac{h^2}{D_0 \phi_s} \quad (3.5)$$

De esta manera, el parámetro D_0 está ahora implícito en el parámetro τ . El parámetro sink/source s puede ser descrito en términos de la constante de tiempo τ por la ecuación 3.5

$$F = (s)(\tau) \quad (3.6)$$

Para poder obtener una solución al problema de transporte, es necesario establecer las condiciones iniciales y las condiciones frontera para la viga cantiléver. La condición inicial de concentración es representada como

$$\phi(x, y, z, 0) = 1 \quad (3.7)$$

y las condiciones de frontera son representadas como

$$\phi(x, y, 0, T) = 0 \quad (3.8)$$

$$\phi(x, y, 0, T) = 0 \quad (3.9)$$

Un enfoque numérico es utilizado para obtener la respuesta dinámica del modelo multifísico 3D que acopla el fenómeno de transporte con el de elasticidad de la viga cantiléver basada en papel. Un análisis paramétrico es llevado a cabo para determinar la influencia individual de los parámetros F , β y m en la respuesta dinámica de la viga. Finalmente se presenta también la validación experimental de este estudio paramétrico.

3.2.1 Solución numérica

El modelo multifísico (transporte de líquido y elasticidad) es implementado y resuelto en COMSOL Multiphysics para determinar la respuesta dinámica de la viga. Un modelo numérico es utilizado debido a la complejidad implícita del fenómeno involucrado en este problema, tales como la dependencia de las propiedades mecánicas en la distribución espacial y la variación temporal de la concentración del líquido. Un modelo de ecuación diferencial parcial basado en coeficientes (Ecuación 2.29) que incluye el parámetro normalizado s es implementado en COMSOL para describir el fenómeno de transporte de líquido en la viga cantiléver de papel.

Por otra parte, un modelo de mecánica de sólidos es utilizado para describir el comportamiento elástico de la viga cantiléver utilizando la proporción entre el módulo de elasticidad en saturación y en seco m y la constante de relajación β . Una función empírica basada en los resultados experimentales encontrados en (Lee et al., 2016) es utilizada para describir el módulo de elasticidad en función de estos parámetros y de la concentración del líquido. La función es representada en la ecuación 3.10

$$E(x, y, z, \phi) = \frac{E_{dry}}{m^{-1} + (1 - m^{-1})e^{-\beta\phi(x,y,z,t)}} \quad (3.10)$$

donde E_{dry} es el módulo de elasticidad del papel en seco y β es la constante de relajación que determina la dinámica de la transición entre el estado saturado y el seco. En este modelo mecánico se añadió una condición frontera de fijación en $x = 0$. Además, también se añadió una masa por unidad de volumen uniformemente distribuida en el elemento viga. Esta masa es dependiente de la concentración ϕ y fue añadida para representar la masa del líquido en la viga.

La solución del problema es obtenida en dos pasos. Primero, se realiza un estudio de un fenómeno dependiente del tiempo en COMSOL para determinar la concentración $\phi(x, y, z)$ en el instante t . Después, un estudio de eigenfrecuencia para el primer modo de vibración en flexión es realizado para obtener la frecuencia de resonancia f en un instante t . Para simplificar el análisis, la frecuencia de resonancia es normalizada mediante la ecuación 3.11

$$f_n = \frac{f}{f_{ss}} \quad (3.11)$$

donde f_{ss} representa la frecuencia de resonancia de la viga en estado estable. Este estado estable es referido de ahora en adelante como equivalente al estado en que la viga está completamente seca, es decir, un estado en el cual la concentración ϕ ha regresado a su estado inicial antes de cualquier interacción con un líquido.

3.2.2 Análisis paramétrico

La solución del problema de transporte de líquido acoplado con el de elasticidad puede ser descrita en términos de tres parámetros: (i) el término normalizado sink/source F , (ii) la constante de relajación (β) y (iii) la relación entre el módulo de elasticidad en saturación y en seco (m). Sin embargo, es necesario investigar la influencia de cada parámetro en la respuesta dinámica del problema. Para estudiar esta influencia, se proponen tres valores para el parámetro F , dos valores para el parámetro β y cuatro valores para el parámetro m . Estos valores son presentados en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2 Valores para el estudio paramétrico.

Parámetro	Valores utilizados
$F(1/s)$	-1×10^{-3} , -1×10^{-1} , -10
β	1, 8
m	1×10^{-3} , 1×10^{-2} , 1×10^{-1} , 1

Los valores para β y m son seleccionados a partir de un análisis de la ecuación 3.10. De este análisis se puede observar que el incremento en el valor de β podría llevar a un cambio del estado en saturación a seco cuasi-instantaneo. Por lo tanto, los valores mayores a $\beta = 8$ son evitados. Los valores para m son seleccionados de acuerdo con los valores del módulo de elasticidad del papel en saturación obtenidos en (Douezan et al., 2011a; Lee et al., 2016).

3.2.3 Validación experimental

La validación del estudio paramétrico es descrita en esta sección. El procedimiento experimental puede ser resumido en los siguientes pasos:

- 1) Fabricación de vigas cantiléver basadas en papel
- 2) Medición de la frecuencia de resonancia de las muestras
- 3) Comparación entre la respuesta del modelo y la respuesta experimental

3.2.3.1 Fabricación de las muestras

Para estudiar la respuesta dinámica de una viga cantiléver de papel después de ser saturada con un líquido, un conjunto de muestras de papel cromatográfico Whatman® 3MM son fabricadas. Este papel es utilizado debido a que varios desarrollos de sistemas basados en papel lo han utilizado (Liu et al., 2011b; Wang et al., 2018a). Además, el transporte de líquido en este papel ya ha sido estudiado en (Perez-Cruz et al., 2017d). La configuración de las muestras es mostrada en la Figura 9

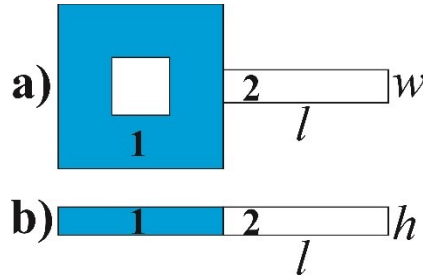


Figura 9. Configuración de las vigas cantiléver basadas en papel. (a) Vista superior, (b) Vista lateral.

Las vigas consisten en dos dominios, los cuales son mostrados en la Figura 9, el dominio fijo (1) y el dominio flexionante (2). Las muestras tienen una longitud $l = 10 \text{ mm}$ y $b = 2 \text{ mm}$. Una región hidrofóbica es creada en el dominio (1), mientras que la porción libre de la viga es hidrofílica, por lo que permite el transporte de líquido. Estas regiones hidrofóbicas son creadas con el proceso de fabricación basado en impresión de cera descrito en la sección 3.2.

3.2.3.2 Medición de la respuesta en frecuencia de la viga en voladizo

Las vigas de papel son almacenadas en un ambiente controlado a 60 % de humedad relativa a 25 °C por 24 horas para garantizar un contenido de humedad uniforme en el papel. Un conjunto de tres soluciones de etanol-agua destilada al 0 %, 25 % y 50 % (v/v) de etanol son preparadas para validar el modelo. El volumen de saturación V_s para la porción libre de las muestras es calculada para determinar el volumen de solución requerido para los experimentos con la ecuación 3.1. Esta ecuación puede ser reescrita de la siguiente manera

$$V_{sol} = V_a P \quad (3.12)$$

para obtener el volumen de solución a partir de la porosidad P del papel utilizado y del volumen aparente de la viga V_a .

Un valor de porosidad del 68.48 % para el papel de cromatografía Whatman® 3MM (Cueva-Perez et al., 2019). Por lo tanto, un valor de $V_{sol} = 4.7 \mu L$ es utilizado para saturar el dominio (2) de las vigas en todos los experimentos. Una serie de experimentos preliminares fue realizada para determinar el tiempo necesario para cada prueba que comprende desde el estado en saturación hasta el seco. A partir de estos experimentos se determinó que se necesita un periodo de 4800 segundos para poder captar la evolución completa del estado en saturación al seco.

El procedimiento para obtener la frecuencia de resonancia de las muestras durante el fenómeno de transición del estado en saturación a seco puede ser resumido en los siguientes pasos:

- 1) La viga cantiléver de papel es colocada y fijada en el equipo de medición de la frecuencia de resonancia.
- 2) Una gota de solución de volumen V_{sol} es colocada en el punto central del dominio (1) de la viga cantiléver utilizando una micropipeta.
- 3) La viga cantiléver es sometida a una excitación armónica puramente mecánica en el primer modo de vibración en flexión. La frecuencia de resonancia es monitoreada durante 4800 segundos.

3.2.3.3 Aproximación de los resultados experimentales

La frecuencia de resonancia experimental obtenida es también normalizada a partir de la frecuencia de resonancia en seco de la muestra utilizando la ecuación 3.11. Un ajuste de curvas con un software matemático comercial es utilizado para obtener un modelo aproximado de los tres resultados experimentales, obteniendo los valores para los parámetros F , β y m . Un enfoque de minimización de error RMS

es utilizado para sintonizar los parámetros que describen mejor los resultados experimentales.

3.3 Cosecha de energía de vibraciones

Se propone la fabricación y un estudio experimental de un prototipo de sensor basado en papel para determinar la factibilidad de la cosecha de energía a través de un sensor basado en papel.

3.3.1 Fabricación

Para estudiar la posibilidad de un sensor de papel enfocado a la cosecha de energía a través de un principio electromagnético, se propone la fabricación de una viga en voladizo de papel con un camino conductivo. En la Figura 10 se muestra una representación esquemática de esta viga. Las dimensiones de la viga son las siguientes: la longitud (l) es de 30 mm y el ancho (b) es de 8 mm.

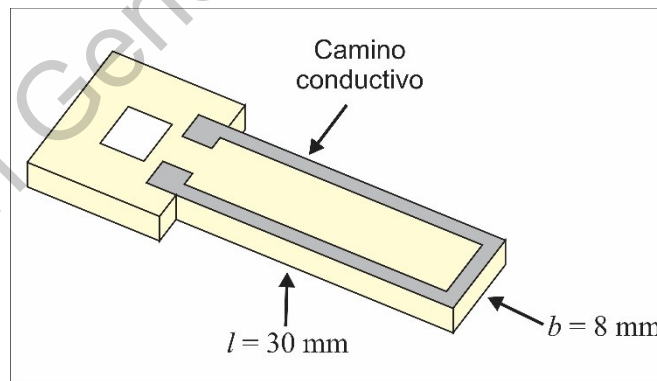


Figura 10. Representación esquemática del prototipo de cosechador de energía basado en papel.

La fabricación del prototipo de sensor enfocado a la cosecha de energía consiste en tres pasos simples: el dibujo de la forma del sensor, trazado del camino conductivo y corte. El camino conductivo fue trazado en la capa superior de la viga como se muestra en la Figura 10, este camino fue trazado manualmente utilizando un pincel fino y tinta de plata. El camino conductivo tiene un ancho de 1 mm. El corte de las vigas fue realizado a través de un cortador manual de precisión.

3.3.2 Medición de energía cosechada

Con la finalidad de probar la cosecha de energía, se fabricaron 3 prototipos diferentes de sensores enfocados a la cosecha de energía con 3 tipos de papel distintos, los cuales fueron papel de traza marca Canson®, papel de oficina HP® Office y papel de cromatografía Whatman® Grado 1.

En la Figura 11 se muestra la configuración experimental utilizada para realizar la medición del voltaje producido por la vibración del sensor. En la Figura 11(a) se muestra el montaje experimental desde una vista superior. La viga es montada en un vástago que se encuentra en una base inmóvil. Un imán de neodimio es colocado de manera frontal a la muestra. Para producir una excitación en la viga se colocó un ventilador de computadora a una distancia $d = 10$ cm de la viga.

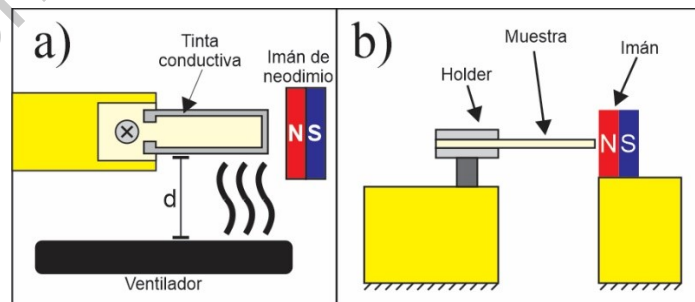


Figura 11. Configuración experimental para la medición del voltaje generado por el sensor orientado a la cosecha de energía.

Capítulo 4. Resultados

En la primera sección de este capítulo se presentan los resultados del estudio de respuesta dinámica no lineal, en el cual se reporta la causa del comportamiento no lineal, así como los resultados para los parámetros elásticos no lineales (α_p y E_0) y la frecuencia lineal f_0 de cada tipo de papel estudiado. En la segunda sección se presentan los resultados del estudio paramétrico de análisis de respuesta en frecuencia del papel que interactúa con un líquido. Se presentan también los resultados del estudio experimental con las 3 soluciones binarias de agua destilada y etanol, así como un análisis del tiempo de secado del papel para cada caso y un análisis de error para validar la precisión del modelo paramétrico propuesto.

4.1 Estudio de respuesta dinámica no lineal

En esta sección se presentan los resultados de las estimaciones del parámetro no lineal α_p para diferentes tipos de papel. Se presenta también una discusión sobre la causa del comportamiento no lineal en el papel, así como también una discusión sobre los resultados obtenidos y la relación entre la porosidad y el comportamiento no lineal del papel.

4.1.1 Causa del comportamiento no lineal

Para determinar la causa del comportamiento no lineal del papel, se realizaron las mediciones de la frecuencia de resonancia para las muestras y se calcularon las frecuencias de resonancia relativas para cada nivel de excitación. Las frecuencias de resonancia relativas son calculadas con la ecuación 2.26. En la Figura 12, las frecuencias de resonancia relativas para las muestras de papel de

cromatografía y para la muestra de acero son mostradas. En esta figura se puede observar que la frecuencia de resonancia relativa para la muestra de acero inoxidable es de cero (marcadores negros cuadrados). Esto indica que la frecuencia de resonancia no es dependiente de la amplitud de excitación y se demuestra que el equipo de medición no introduce no linealidades en la medición. Asumiendo una excitación mecánica pura y un contenido uniforme de humedad en el papel durante las mediciones, se puede concluir entonces que el comportamiento no lineal del papel es causado por las características inherentes al material como la porosidad, el tipo de *filler* utilizado durante la fabricación y el tipo de fibras en el material.

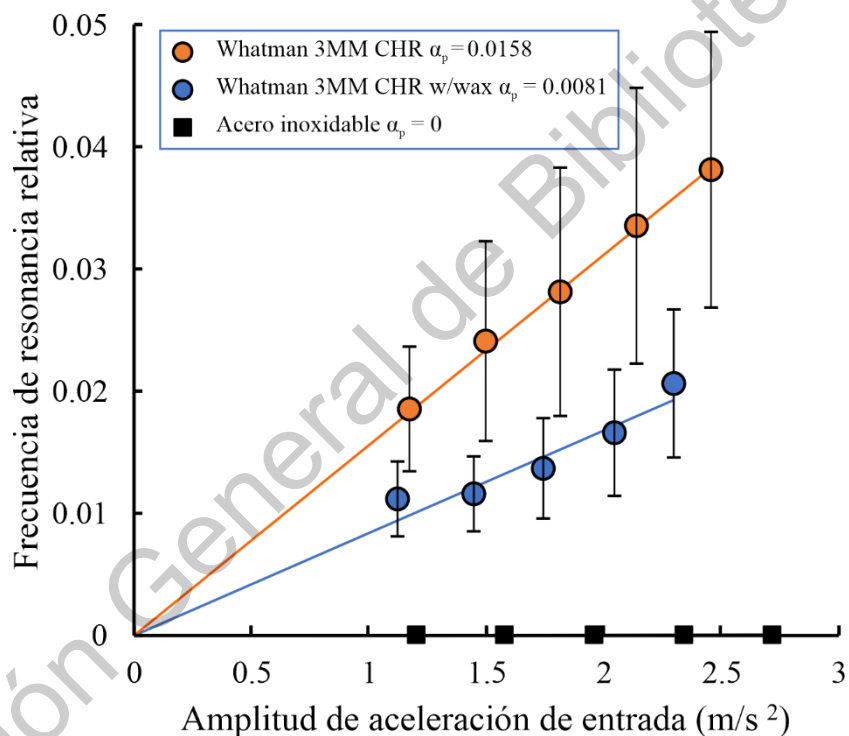


Figura 12. Frecuencias de resonancia relativas para muestras de papel de cromatografía ($\alpha_p = 0.0158$), papel de cromatografía tratado con cera ($\alpha_p = 0.0081$) y acero inoxidable 316L ($\alpha_p = 0$).

Se debe notar también que existe un incremento lineal de la frecuencia de resonancia relativa para ambos casos de papel cromatográfico (marcadores

circulares azules y rojos). Sin embargo, las muestras de papel cromatográfico que no fueron tratadas con cera exhibieron un valor más alto de α_p que en el caso de las muestras que fueron tratadas con cera. De esta manera es evidenciado que existe una dependencia entre la porosidad y el material de relleno en el papel cromatográfico.

En la Figura 13 se ilustra una comparación entre las frecuencias de resonancia relativas obtenidas para los tres tipos de papel de oficina utilizados. Como primer punto, debe notarse que los papeles de la marca HP® exhiben un comportamiento similar. En este caso los valores de α_p son muy similares, por lo que no se detectó una diferencia notable entre papeles de oficina de la misma marca, pero de diferente gramaje. Como segundo punto, se puede notar una pequeña diferencia entre los papeles con el mismo gramaje (Xerox® Digital Paper y HP® Office Ultra White). Esta diferencia puede ser atribuida a diferentes factores envueltos en la fabricación del papel como el tamaño de las fibras y su orientación, así como el material de relleno utilizado. Estos factores cambian dependiendo del fabricante del papel y pueden tener una influencia significativa en el comportamiento dinámico del papel.

Una tercera comparativa es presentada con la finalidad de analizar el comportamiento del parámetro α_p en los tres papeles de traza utilizados. Estos tipos de papel son del mismo fabricante, sin embargo poseen un gramaje diferente, tales como los utilizados en Douezan et al., (2011b). Esta comparativa es presentada en la Figura 14. En esta figura se puede observar que el valor de α_p es incrementado con el espesor de las muestras. Este efecto podría ser causado por diferentes factores tales como el incremento del número de fibras con el espesor de las hojas.

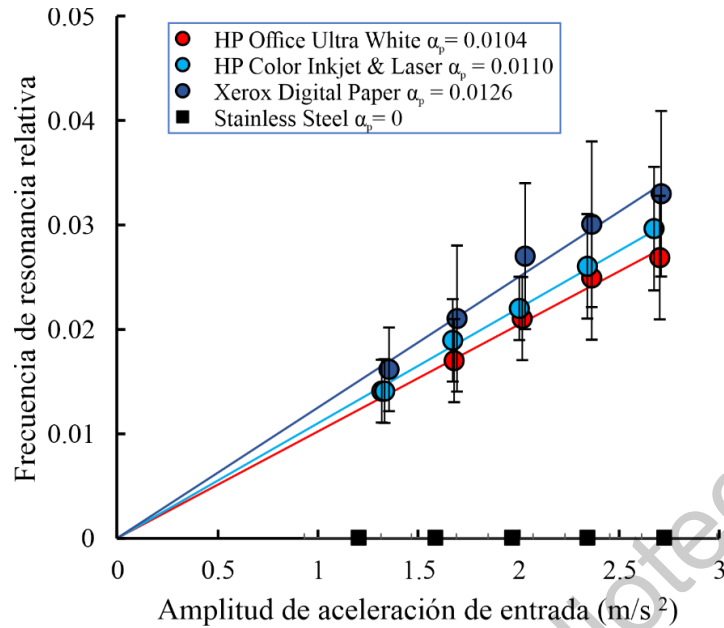


Figura 13. Frecuencias de resonancia relativas para papel de oficina de diferentes marcas y gramajes. HP® Office Ultra White ($\alpha_p = 0.0104$), HP® Color Ink & Laser ($\alpha_p = 0.0158$) y Xerox® Digital Paper ($\alpha_p = 0.0126$).

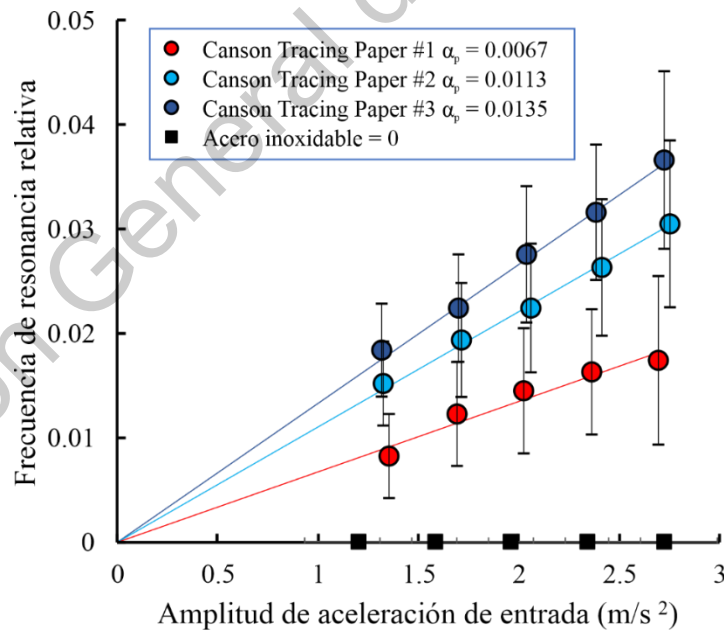


Figura 14. Frecuencias de resonancia relativas para traza de la misma marca, pero con diferente densidad y gramaje. Canson tracing paper #1 ($\alpha_p = 0.0067$), Canson tracing paper #2 ($\alpha_p = 0.0113$) y Canson tracing paper #3 ($\alpha_p = 0.0135$).

4.1.2 Estimación de los parámetros no lineales

Para obtener una descripción del comportamiento elástico del papel que está sujeto a vibraciones, los autores proponen la estimación de dos parámetros no lineales característicos. La estimación de estos parámetros para cada tipo de papel es presentada en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1 Resultados de la estimación de la frecuencia de resonancia lineal f_0 , el módulo de elasticidad lineal E_0 y el parámetro de no-linealidad tipo histéresis α_p .

Tipo de papel	f_0 (Hz)	E_0 (GPa)	α_p
Whatman® 3MM CHR	680.4 ± 55.3	0.84 ± 0.13	0.0158
Whatman® 3MM CHR con cera	848.0 ± 65.4	1.30 ± 0.20	0.0081
HP® Office Ultra White	269.9 ± 14.3	2.10 ± 0.22	0.0104
HP® Color Inkjet & Laser	267.6 ± 26.6	1.87 ± 0.36	0.0110
Xerox® Digital Paper	217.8 ± 16.8	1.37 ± 0.21	0.0126
Canson® Tracing Paper #1	221.8 ± 21.7	6.34 ± 1.33	0.0067
Canson® Tracing Paper #2	286.6 ± 32.7	8.36 ± 1.88	0.0113
Canson® Tracing Paper #3	330.8 ± 37.5	6.52 ± 1.44	0.0135

Debido a que existe una variación de la frecuencia de resonancia con la amplitud de excitación, no es posible obtener un único valor para el módulo de elasticidad del papel. En la literatura se pueden encontrar algunos ejemplos donde se ha intentado caracterizar la elasticidad del papel a partir de la aplicación de fuerzas estáticas. Por ejemplo, en (Liu et al., 2011a) se utilizó un método de deflexión para determinar el valor del módulo de elasticidad para el papel de cromatografía Whatman® 3MM. En este método, se utiliza la correlación entre la fuerza aplicada y la deflexión de la viga para obtener este valor. Un método similar fue utilizado en (Ren et al., 2012) para obtener el módulo de elasticidad de papel de oficina. Sin embargo, estos valores no pueden representar completamente el comportamiento elástico del papel, ya que la estimación del módulo de elasticidad es dependiente del nivel de deformación en el material. Por esta misma razón, se

puede afirmar que los valores provistos por los estándares de caracterización tales como ISO 5628 y TAPPI T535 om96 no proveen la suficiente información acerca del comportamiento elástico del material. Para solventar este inconveniente, se propone el uso del parámetro α_p en conjunto con el módulo de elasticidad lineal E_0 para obtener una mejor descripción del comportamiento elástico del papel.

La relación entre el nivel de porosidad del papel y los valores obtenidos para α_p fue estudiada también. Se realizó un análisis de regresión lineal para determinar si dicha relación existe; sin embargo, no se encontró ninguna relación aparente entre la porosidad y el valor de α_p . Es posible que el tipo de material de relleno utilizado en la fabricación del papel pueden tener una mayor influencia en α_p . Son necesarios estudios más detallados sobre la influencia individual de ciertas características del papel en α_p . Los valores de f_0 y de E_0 son ahora utilizados para comparar tipos de papel con características similares. Una primera comparación utilizando el papel cromatográfico puede ser hecha utilizando estos parámetros. De esta comparativa es evidente que existe un incremento de f_0 y de E_0 en el papel cromatográfico tratado con cera. A partir de los valores de porosidad del papel cromatográfico sin cera y el papel cromatográfico con cera se puede concluir que una reducción de la porosidad con un tratamiento para rellenar los espacios vacíos en este papel puede ser utilizado para influir en su comportamiento dinámico.

Se debe notar también que los valores de f_0 y de E_0 son muy similares para los papeles de la marca HP®. De esta manera se confirma que estos papeles provenientes del mismo fabricante presentan un comportamiento similar. Para el papel de traza, se observa que los valores para f_0 son similares. Sin embargo, existe una diferencia significativa en el valor de E_0 en el papel de Canson® #2. Esta diferencia podría ser atribuida a una mayor densidad y un menor nivel de porosidad con respecto a los papeles Canson® #1 y Canson® #3.

El módulo de elasticidad lineal de los diversos tipos de papel utilizados es comparado también con los valores obtenidos para papel similar utilizado en la literatura. Por ejemplo, un módulo de elasticidad de 2.0 ± 0.17 GPa fue determinado para el papel de cromatografía Whatman® 3MM utilizado en (Liu et al., 2011b). En otro ejemplo, un valor de 0.03 GPa fue calculado para papel de oficina en (Ren et al., 2012). La diferencia entre los valores obtenidos en estos trabajos puede ser atribuida al método de deflexión utilizado para caracterizar estos materiales, el cual no es adecuado para describir su comportamiento elástico bajo cargas dinámicas. Es interesante notar también que, aunque el estándar T535 om96 utiliza un método dinámico para realizar esta caracterización elástica, no toma en cuenta que el nivel de excitación influye en la respuesta en frecuencia del papel. Además, este estándar fue realizado con la finalidad de caracterizar materiales tipo papel utilizados en aplicaciones de embalaje. Por lo cual, es necesario proponer en un futuro, un método que tome en cuenta estos factores para proveer de una descripción más completa del comportamiento elástico del papel en aplicaciones con cargas dinámicas.

Como último punto, se analizaron las causas de los niveles de error en las mediciones de la frecuencia de resonancia, los cuales han sido identificados como: (i) Sistema de medición, (ii) sujeción de la muestra y (iii) homogeneidad del material. Para identificar la contribución de cada una, un conjunto de tres experimentos fue realizado. El primer experimento consistió en una serie de mediciones secuenciales sin remover la muestra del vástago vibratorio (N=11). Un coeficiente de variación (CV) de 0.12 % fue obtenido, lo cual muestra que la contribución del sistema de medición al error es muy pequeña. El segundo experimento consistió en una serie de mediciones montando y desmontando la misma muestra (N=11), obteniendo un CV de 5.74 %. Aquí se puede observar que el error incrementa debido a factores relacionados con la sujeción de la muestra como la fuerza de sujeción o la longitud efectiva de la muestra. Finalmente, se realizó un experimento que consistió en una serie de mediciones montando y desmontando diferentes muestras (N=11),

obteniendo un CV de 9.41 %. Por lo cual se concluye que la homogeneidad de las muestras incrementa el nivel de error en las mediciones. Estos niveles de error pueden ser disminuidos mejorando los factores relacionados a la sujeción de la muestra y a la homogeneidad en la fabricación de las muestras.

4.2 Respuesta en frecuencia en el transporte de fluidos

En esta sección se presentan los resultados del análisis paramétrico y se discute la influencia de cada parámetro propuesto en la respuesta dinámica del problema de variación de elasticidad con el transporte del líquido en una viga cantiléver de papel. Posteriormente, los resultados de la validación experimental son presentados, y la precisión del modelo es discutida mediante un análisis del error entre la respuesta obtenida de manera numérica y entre los resultados experimentales para cada una de las tres soluciones de agua destilada – etanol.

4.2.1 Análisis paramétrico

En las figuras 15 y 16 se presentan los resultados numéricos de la respuesta dinámica de la viga en voladizo de papel. Para este análisis se consideraron los dos parámetros relacionados con la relajación del módulo de elasticidad β y m y el parámetro relacionado con el transporte de líquido s .

En la Figura 15 se muestra el análisis paramétrico correspondiente a las combinaciones de parámetros para $\beta = 1$. En esta figura se muestran tres gráficas, las cuales corresponden a cada uno de los tres diferentes valores para el parámetro F . Cada una de estas graficas muestran la variación de la frecuencia de resonancia normalizada f_n con respecto al tiempo. En cada gráfica se muestran los resultados para los cuatro valores distintos de m . En estas graficas se puede observar que cuando el valor de m es disminuido, el valor inicial de f_n es disminuido también. Sin

embargo, como se muestra en la figura 15a, que el tiempo de estado estable T_s no es afectado cuando el valor de m es cambiado. Esta conclusión puede ser también aplicada a los resultados mostrados en la Figura 15b y 15c, correspondientes a los valores de $F = -0.1$ y $s = -0.001$ ya que este tiempo T_s tampoco es cambiado con el valor de m . De esta figura también puede ser notado que las familias de curvas son muy similares para los tres valores de F

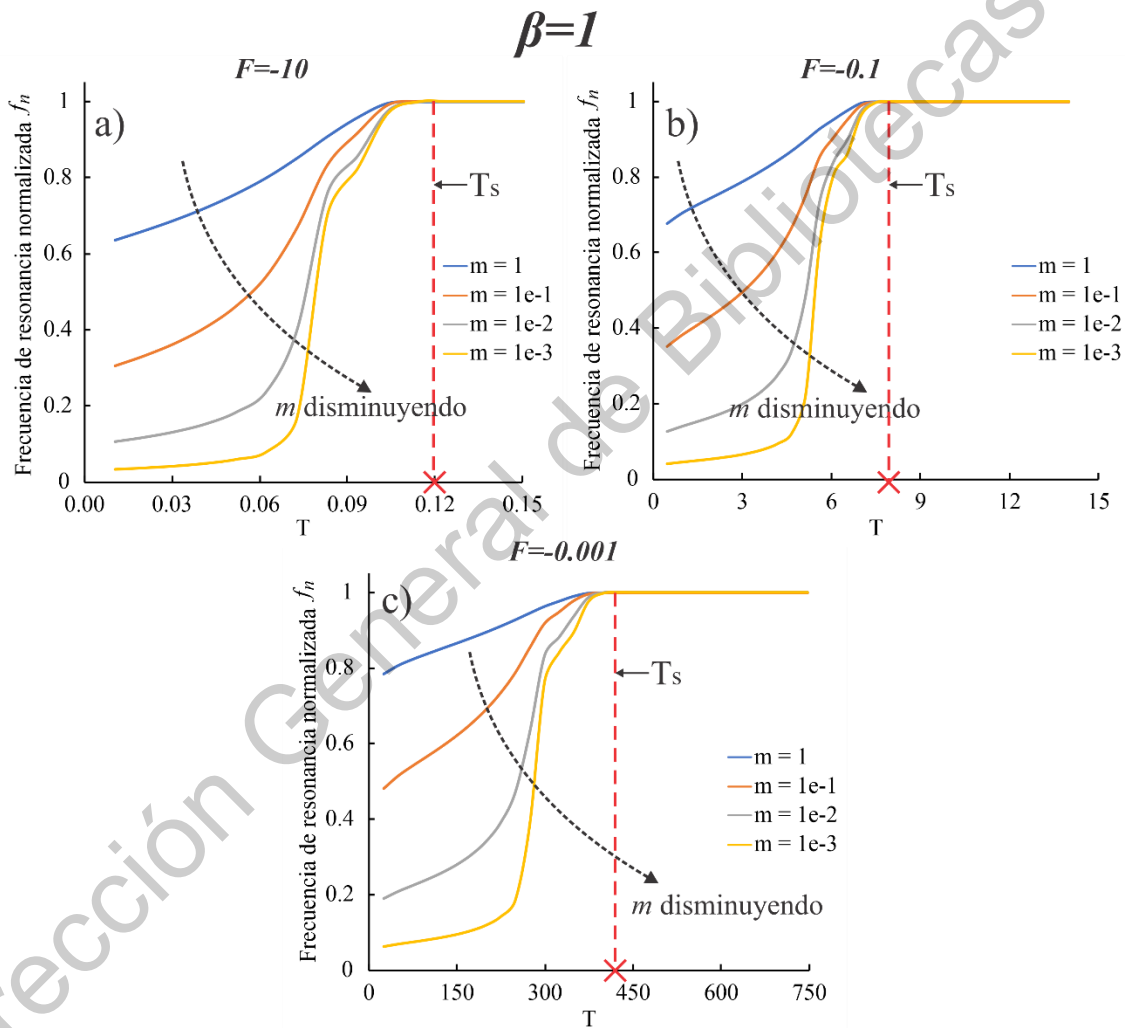


Figura 15. Frecuencia de resonancia normalizada para una viga en voladizo de papel, caso $\beta = 1$. (a) $s = -10$, (b) $s = -0.1$ y (a) $s = -0.001$.

En la Figura 16 los resultados del análisis paramétrico para las combinaciones que incluyen el valor de $\beta = 8$ son mostrados. A partir del análisis de estos resultados se pueden observar algunos puntos interesantes. Por ejemplo, el valor de m no afecta al tiempo T_s cuando el valor de s es constante. De manera similar a los resultados mostrados en la Figura 15, cuando el valor de m es incrementado, el valor inicial de f_n es también disminuido. Sin embargo, debe también observarse que en el caso de $\beta = 8$ el decaimiento en este valor inicial es mayor que en el caso de $\beta = 1$. Este fenómeno puede ser observado a partir de una comparación entre las gráficas de la Figura 15 y las gráficas de la Figura 16. Otro punto para destacar es que las familias de curvas también son muy similares entre sí para este valor de β . Al igual que en el caso de $\beta = 8$ se muestra también una dependencia entre los valores de s y del tiempo T_s .

Una comparación adicional puede ser realizada a partir de la observación del comportamiento de T_s para ambos casos de β . Por ejemplo, se puede notar que los valores de T_s son iguales en las gráficas de las figuras 15a y 16a, en las cuales el valor de $s = -10$. Este argumento puede ser también aplicado a los pares de gráficas correspondientes a los valores de $F = -0.1$ y $s = -0.001$. Por lo tanto, se puede concluir que el valor de F cambia la escala de tiempo de la respuesta dinámica.

Desde un punto de vista físico del problema, las gráficas de las figuras 15 y 16 pueden ser vistas como una representación de un proceso de secado en una viga en voladizo basada en papel, desde el estado de saturación hasta el estado completamente seco. El tiempo T_s puede ser utilizado en este contexto para caracterizar el tiempo de secado de un líquido acuoso. Es importante señalar que este tiempo de secado es disminuido cuando la magnitud de F es incrementada. Esta magnitud puede interpretarse como la velocidad a la cual un líquido es transportado hacia el medio externo que rodea a la viga. Por lo tanto, una mayor magnitud de s está asociada a una salida del líquido más rápida desde la viga.

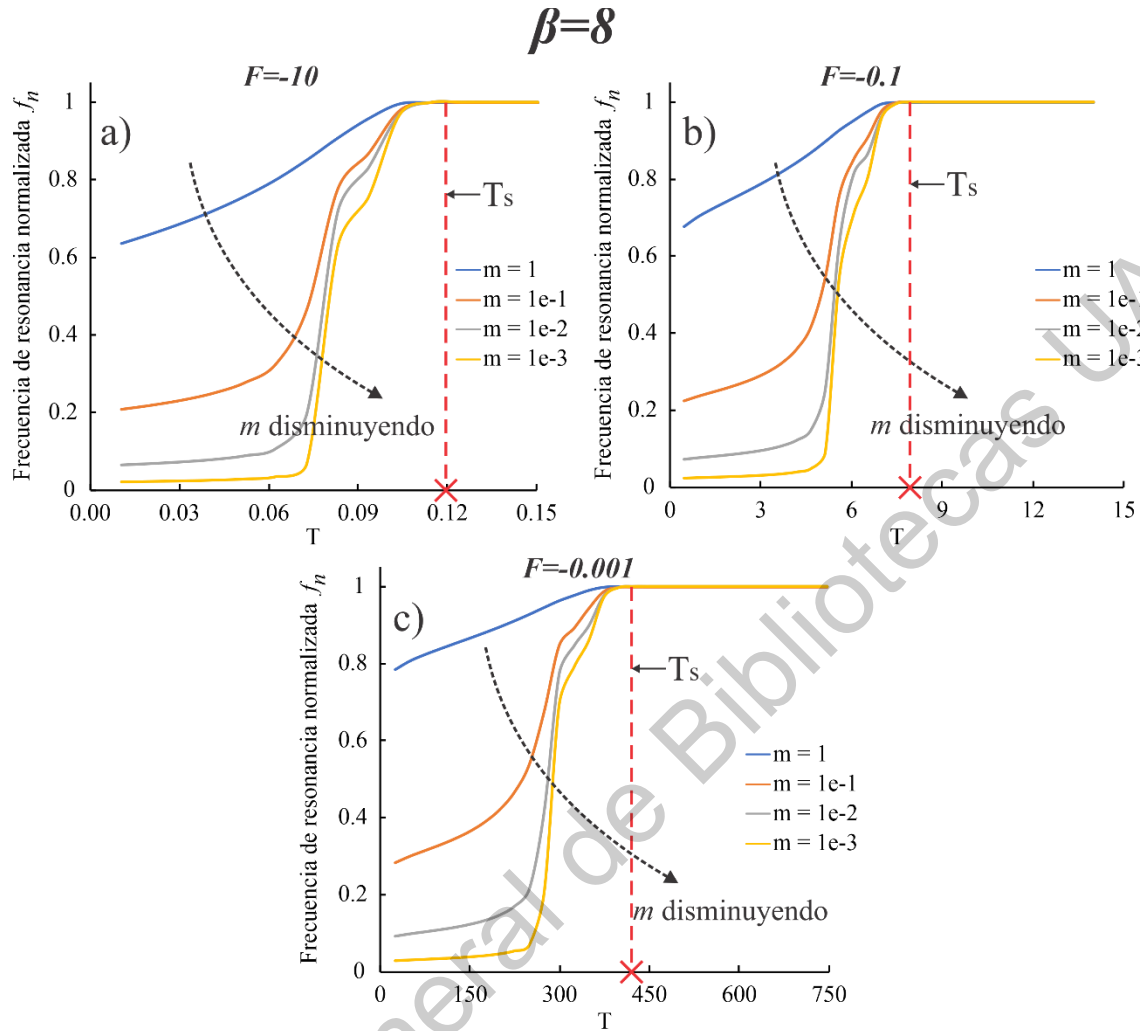


Figura 16. Frecuencia de resonancia normalizada para una viga en voladizo de papel, caso $\beta = 8$. (a) $s = -10$, (b) $s = -0.1$ y (a) $s = -0.001$.

El decremento en los valores de m puede ser interpretado físicamente como un líquido que tiene un mayor efecto de reblandecimiento inicial en el papel. Este efecto es evidenciado por el valor inicial de la frecuencia f_n , ya que este valor es proporcional a la rigidez del material. Se debe poner especial atención en el caso en el que $m = 1$, ya que, desde un punto de vista físico, este valor de m representaría un líquido que no genera ningún efecto de reblandecimiento en el módulo de elasticidad. En el caso donde $m = 1 \times 10^{-3}$ se representaría una

situación donde el líquido causa una disminución del módulo de elasticidad en tres órdenes de magnitud cuando el material está saturado.

Varios autores han determinado experimentalmente los valores de m para diferentes tipos de papel. Por ejemplo, Douezan et al. obtuvieron un valor de $m = 2.4 \times 10^{-1}$ para papel de trazo (Douezan et al., 2011a), mientras que Lee et al. obtuvieron un valor de 2.9×10^{-2} para papel filtro Whatman® (Lee et al., 2016). Por lo cual, el rango de valores para m queda cubierto por el rango de valores seleccionados en este estudio.

Para determinar el tipo de relación existente entre la magnitud de s y el tiempo T_s se realizó un análisis donde ahora se incluyeron 6 valores diferentes para F . Los valores de s son mostrados en la tabla junto con sus valores correspondientes de T_s en la Tabla 4-2. Es importante señalar que, en este análisis paramétrico, el valor de T_s es considerado como el primer instante de tiempo en el cual la frecuencia de resonancia ha alcanzado su valor de estabilidad en la solución numérica $f_n = 1$.

Tabla 4-2 Valores de T_s para cada magnitud de s .

$ F $	T_s
0.001	453.52
0.01	56.05
0.1	7.94
1	1.05
10	0.12
100	0.013

De los resultados mostrados en la Tabla 4-2, se puede observar un decremento en el valor de T_s con el incremento en la magnitud del parámetro *sink/source* F . Este resultado valida la observación de que la velocidad de transporte

de un líquido hacia el exterior de la viga de papel acelera el proceso de secado. A partir de un ajuste de curvas de la relación entre F y T_s , se observó que estos dos parámetros guardan una relación no lineal entre ellos. En la figura 17 se presenta una gráfica en escala logarítmica base 10 donde se muestra la relación entre la magnitud de F y el tiempo de estabilidad T_s . En esta figura se puede observar que existe un comportamiento lineal cuando estas variables son relacionadas en una escala logarítmica ($R^2 = 0.9993$). De este análisis se puede concluir que se pueden utilizar magnitudes más grandes de F para modelar un proceso de secado más rápido en el papel.

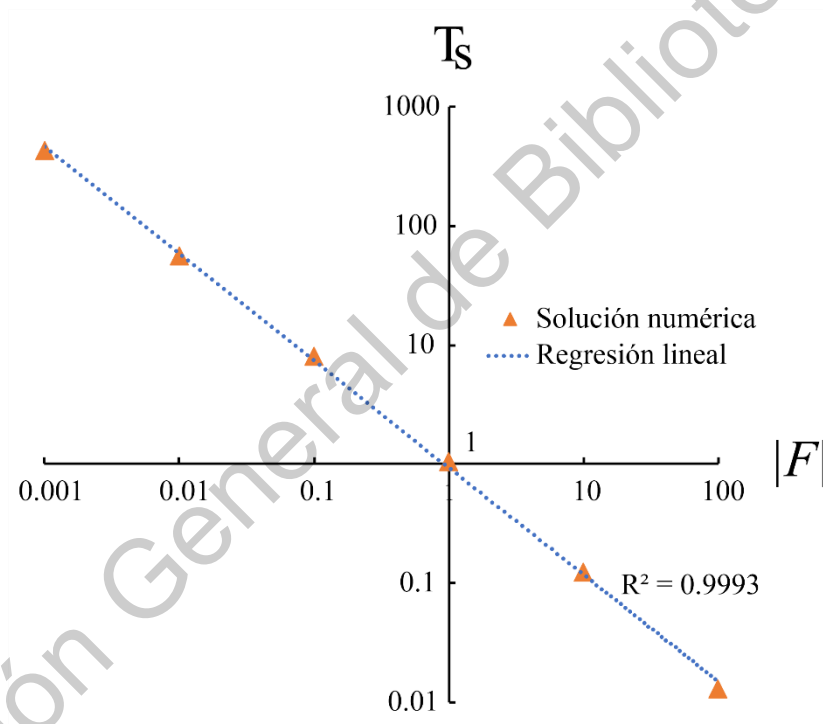


Figura 17. Gráfica a escala logarítmica base 10 para la función que relaciona el tiempo de secado T_s y la magnitud de s .

4.2.2 Validación experimental

En la Figura 18 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y los resultados numéricos para las soluciones binarias. La línea continua naranja representa la solución numérica del problema, mientras que la línea punteada azul representa los resultados experimentales. El tiempo de secado T_s es determinado para cada solución binaria y está indicado por una línea roja. Se obtuvieron valores para T_s de 1.7×10^5 , 1.21×10^5 y 1.07×10^5 para las soluciones con una concentración de etanol de 0 %, 25 % y 50 % respectivamente. Estos resultados indican que una mayor concentración de etanol produce un proceso de secado más rápido en la viga de papel. Este resultado concuerda con el hecho de que el etanol es una sustancia que posee una mayor volatilidad que el agua. Esta volatilidad es dependiente de los enlaces intermoleculares en el líquido. Las moléculas de agua poseen unos enlaces intermoleculares más fuertes en comparación con los del etanol. Por lo tanto, es más sencillo que el etanol rompa la interfaz entre líquido y gas cuando se añade energía cinética al líquido. Entonces, se puede concluir que las soluciones con una mayor concentración de etanol se produce un proceso de secado más rápido.

Los parámetros resultantes para cada solución binaria son representados en la Tabla 4-3. De un análisis de estos resultados, se puede notar que los valores de β parecen no guardar una relación con el contenido de etanol en la solución. Es interesante señalar también que la magnitud de s es incrementada con el contenido de etanol, lo cual indica que la velocidad del transporte del líquido hacia el exterior es mayor cuando el contenido de etanol es más incrementado. A partir de los valores de m es importante notar que este parámetro también es incrementado con el contenido de etanol en la solución. Ya que

m está relacionado la disminución del módulo de elasticidad en saturación, se puede concluir que el agua destilada causa un efecto de reblandecimiento mayor en el papel que el etanol.

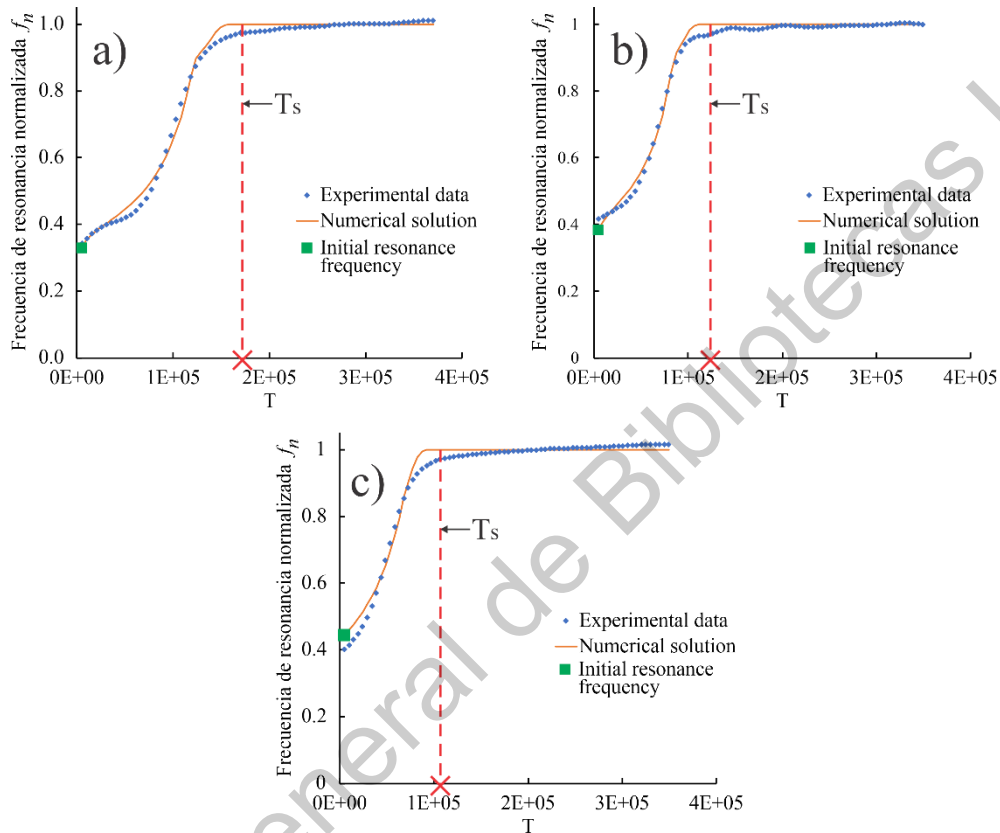


Figura 18. Resultados experimentales y aproximación numérica para cada solución binaria, (a) Etanol al 0 %, (b) Etanol al 25 % y (c) Etanol al 50 %.

Tabla 4-3 Parámetros sintonizados para las soluciones agua destilada-etanol.

	Parámetros		
	β	m	F
Etanol 0 %	1.1	1.3×10^{-2}	-9.0×10^{-7}
Etanol 25 %	1.0	1.7×10^{-2}	-1.3×10^{-6}
Etanol 50 %	1.0	3.0×10^{-2}	-1.2×10^{-5}

La precisión del modelo aproximado a los resultados experimentales es evaluada mediante un análisis de error para cada solución binaria. Los resultados numéricos y experimentales son comparados punto a punto mediante una función de error representada en la ecuación 4.1

$$e_a(t) = f_n(t) - r_{ex}(t) \quad (4.1)$$

Donde e_a es el error absoluto en el instante t y r_{ex} es la frecuencia de resonancia experimental normalizada.

Las funciones de error para cada una de las soluciones son mostradas en las figuras 19(a) a 19(c). En esta figura se puede observar que en ningún caso la magnitud del error absoluto es mayor al 6 % en cada caso. La magnitud máxima del error absoluto para cada solución binaria es de 4.0 %, 3.6 % y 5.2 % respectivamente. El error RMS es calculado mediante la ecuación 4.2

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_n - r_{ex})^2}{n_d}} \quad (4.2)$$

Donde n_d representa el número de muestras de la función. Los valores del error RMS calculado para cada solución son de 1.8 %, 1.5 % y 2.1 % respectivamente, validando así la precisión de este estudio.

Es importante señalar que, para este estudio paramétrico, la higoexpansión del papel es despreciada para modelar este fenómeno de elasticidad dependiente de la concentración de un líquido. De acuerdo con las observaciones realizadas en (Douezan et al., 2011a; Reyssat y Mahadevan, 2011), la higoexpansión máxima del papel obtenida está entre 3.5 % y 10 %. Por lo tanto, se realizó un análisis teórico para determinar el efecto que pudiera generar la expansión del papel. Considerando

un incremento del 10 % del grosor del papel, se obtuvo un incremento en la frecuencia de resonancia del 15 %. Sin embargo, debe tomarse en cuenta que el grosor de la viga de papel no permanece constante durante el proceso de secado, ya que este grosor depende de la concentración del líquido. Por lo cual, la precisión del modelado de este problema puede ser mejorada en un futuro si este factor de higror expansión es tomado en cuenta.

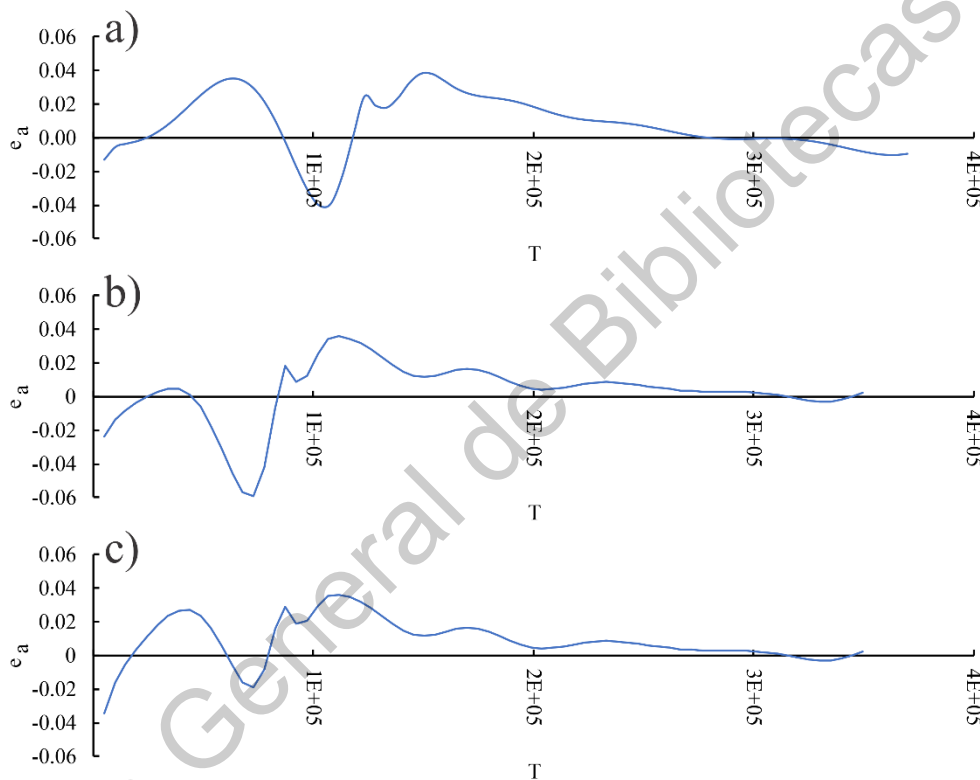


Figura 19. Error absoluto para las soluciones (a) Etanol al 0 %, (b) Etanol al 25 % y (c) Etanol al 50 %.

4.3 Cosecha de energía

En esta sección se presentan los resultados de cosecha de energía obtenidos experimentalmente con los 3 prototipos fabricados. Se reportan el voltaje

RMS obtenido y la frecuencia fundamental de la onda de voltaje producida en cada casa.

En la Figura 20 se muestra un cosechador de energía fabricado con papel marca Canson® con un camino conductivo de tinta de plata. El proceso de fabricación tomó aproximadamente 10 minutos por cada muestra. Se realizó también una estimación del costo de fabricación de cada cosechador, obteniendo un precio aproximado de 15 pesos en materias primas. Es importante resaltar estos costos debido a que la fabricación de un MEMS convencional de silicio requiere de instalaciones que pueden rondar desde cientos de miles hasta millones de dólares sin tomar en cuenta los costos de mantenimiento de dichas instalaciones y los componentes de los equipos dentro de las mismas.

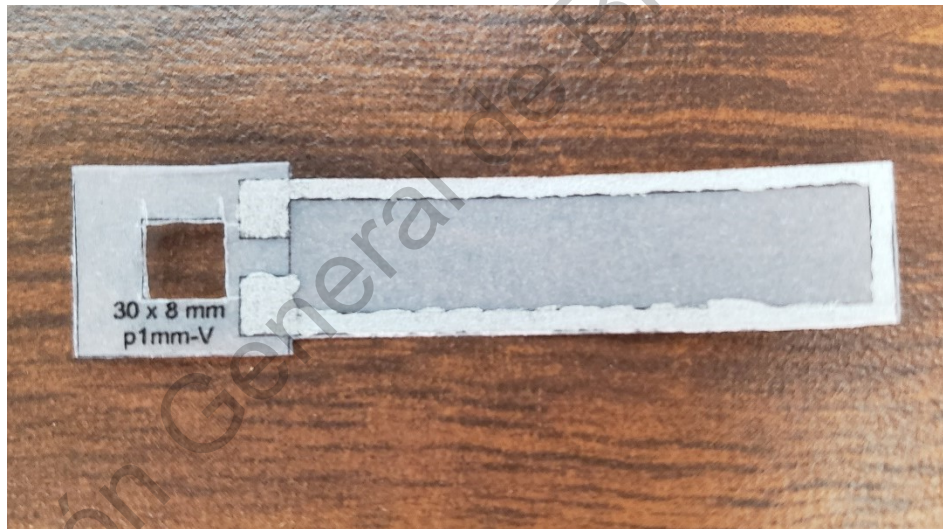


Figura 20. Cosechador de energía fabricado con papel Canson® y tinta de plata.

En la Figura 21 se ilustra el montaje experimental para el estudio del nivel de cosecha de energía de las muestras fabricadas. La viga fue montada sobre un vástago y fijada al mismo mediante un mecanismo de holder.

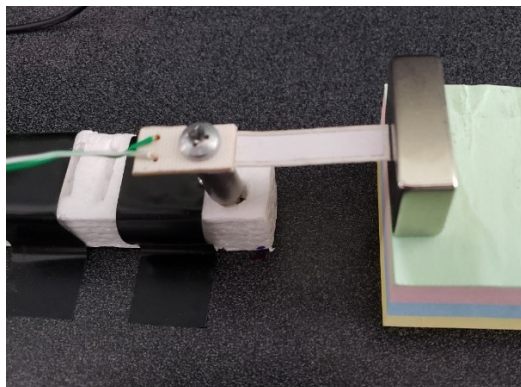


Figura 21. Montaje experimental para el estudio del nivel de cosecha de energía de un cosechador electromagnético basado en papel.

Para descartar que la medición de voltaje sea debida al ruido se realizó un análisis mediante FFT en una de las vigas sin excitación y posteriormente con excitación. En la Figura 22 se muestra una comparativa entre el análisis del espectro en frecuencia sin y con excitación producida por el ventilador.

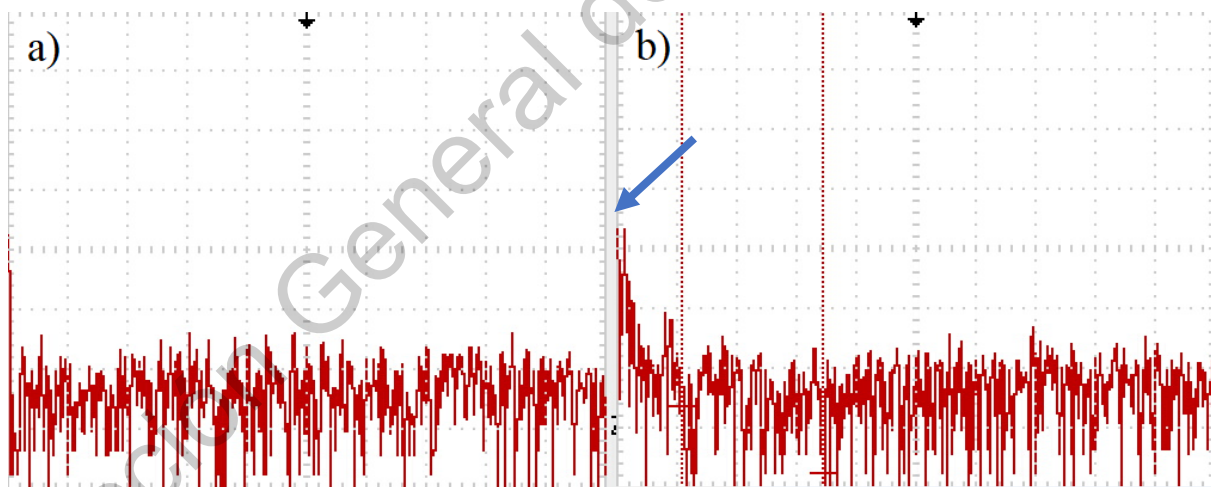


Figura 22. Resultados del análisis de espectro en frecuencia en una de las vigas a) Sin excitación y b) Con excitación.

De una comparativa entre ambas figuras se puede apreciar que en la Figura 20(b) existe una componente fundamental de aproximadamente 38 Hz que no es

apreciable en la Figura 20(a). De este resultado se puede concluir que la forma de onda de voltaje obtenida posee componentes en frecuencia que no son debidas al ruido sino a la excitación del ventilador.

Para el cosechador hecho de papel Canson® se obtuvo un voltaje RMS de 1.5 mV, con una frecuencia fundamental de 36.7 Hz. En el caso del sensor de papel de cromatografía Whatman® grado 1 se obtuvo un voltaje RMS de 1.05 mV y una frecuencia fundamental de 32.1 Hz. Finalmente, en el caso del sensor de papel HP® Office se obtuvo un voltaje RMS de 1.02 mV, con una frecuencia fundamental de 37.9 Hz.

De los resultados obtenidos en esta sección se puede concluir que es posible implementar un sensor basado en papel enfocado a la cosecha de energía de manera sencilla, rápida y con un bajo costo de fabricación y de equipo utilizado en comparación a los sensores MEMS tradicionales de silicio/metal.

Capítulo 5. Conclusiones y prospectivas

Se estudió experimentalmente la respuesta en frecuencia de vigas en voladizo basadas en papel. Se utilizó un método basado en la excitación armónica de muestras de papel para determinar la causa del comportamiento no lineal del papel, y se encontró que la fuente de este comportamiento lineal está asociada a las propiedades intrínsecas del papel, y que no es dependiente de variaciones higro-térmicas.

El comportamiento no lineal de las vigas en voladizo de papel es consistente con el comportamiento de un sistema de parámetros concentrados no lineal con una rigidez cuadrática. Este hallazgo puede ser utilizado para modelar el comportamiento no lineal de distintos tipos de papel utilizando un modelo no lineal de parámetros concentrados. El comportamiento elástico no lineal del papel puede ser descrito mediante el uso de dos parámetros: el parámetro no lineal de histéresis y el módulo de elasticidad lineal. Estos parámetros fueron utilizados para comparar tres grupos de papel con características similares.

Se determinó experimentalmente la porosidad de estos materiales para determinar si esta porosidad tiene una relación con el comportamiento no lineal. Sin embargo, los resultados no mostraron una dependencia entre la porosidad y los dos parámetros no lineales. Esto indica que otros factores asociados a las fibras y al *filler* utilizado en la fabricación del papel podrían tener una mayor influencia. En el futuro se podrían realizar estudios experimentales y modelos que permitan determinar la influencia del tipo de fibras de celulosa y del *filler* utilizado en la fabricación del material basado en papel.

Se realizó también un estudio paramétrico para describir la respuesta dinámica del papel cuando interactúa con soluciones acuosas. Se propuso un

modelo numérico tridimensional que acopla un modelo tridimensional de transporte en el papel con el cambio de elasticidad en el mismo. El comportamiento elástico del papel fue modelado considerando los efectos no lineales en el papel los cuales incluyen la dinámica del cambio de elasticidad del papel de un estado saturado a no saturado y la relajación inicial del módulo de elasticidad en saturación. Se utilizaron 3 parámetros para describir el cambio en la respuesta en frecuencia del papel de un estado saturado a no saturado, los cuales son: el término s (término sink/source), el cuál está asociado al tiempo de secado en el papel, el termino m determina la frecuencia de resonancia inicial en estado de saturación y el termino β , que determina la dinámica de la transición del estado saturado al seco.

Se utilizó este modelo paramétrico para estudiar el proceso de secado de vigas en voladizo de papel de manera experimental con 3 soluciones binarias diferentes. Se determinó que el modelo presenta una buena precisión para estudiar dicho fenómeno mediante un análisis de error. El error obtenido es relativamente pequeño dada la complejidad y las no linealidades del fenómeno estudiado. Este modelo puede ser utilizado en el futuro para producir dispositivos de bajo costo como sensores para la caracterización de líquidos y tecnología vestible.

Se construyeron 3 prototipos de sensores enfocados a la cosecha de energía. La geometría de estos sensores consta de una viga en voladizo de papel y un imán permanente de neodimio. Estos sensores funcionan bajo el principio electromagnético de la ley de Faraday. Se fabricaron 3 prototipos con materiales diferentes y se determinó el nivel de cosecha de energía experimentalmente para cada uno de ellos. Se demostró que es posible implementar un sensor basado en papel enfocado a la cosecha de energía con materiales de bajo costo y procesos de fabricación simples.

5.1 Prospectivas

Existe un área de oportunidad al mejorar el sistema de medición de la frecuencia de resonancia debido a las limitaciones actuales del sistema, las cuales son la frecuencia de muestreo del sensor CCD y la reducción del tamaño de los componentes utilizados en dicho sistema. Es posible estudiar muestras cuya frecuencia de resonancia sea mayor a las obtenidas en este trabajo de investigación si se cambia el sensor CCD por uno de mayor velocidad de muestreo. Se recomienda también automatizar el proceso de fabricación de las muestras para disminuir este factor de error al momento de realizar las mediciones de frecuencia de resonancia.

A pesar de la disminución de las dimensiones de las muestras con respecto a otras encontradas en la literatura, el tamaño de la muestra es relativamente grande para ser considerado dentro de la categoría de los MEMS. Por lo tanto, se sugiere estudiar en trabajos futuros la implementación de procesos de fabricación más finos y precisos. Esta disminución en las dimensiones puede generar dispositivos cuya frecuencia de resonancia sea más elevada, por lo cual se podría incrementar el campo de aplicación de los sistemas mecánicos basados en papel.

Aunque se descartó que la causa del comportamiento no lineal en frecuencia del papel sea debido a variaciones higrotérmicas, la causa primordial de dicho comportamiento no ha sido determinada con precisión. Se sugiere que en trabajos futuros se estudie la microestructura del papel para determinar la causa exacta de la no linealidad y su influencia en el comportamiento dinámico del mismo, lo cual incluye aspectos como la distribución espacial, tamaño y características mecánicas de las fibras de celulosa.

Referencias bibliográficas

- [1] J. Iannacci, "Reliability of MEMS: A perspective on failure mechanisms, improvement solutions y best practices at development level," *Displays*, vol. 37, pp. 62–71, 2015.
- [2] J. Chang, M. J. Holyoak, G. K. Kannell, M. Beacken, M. Imboden, y D. J. Bishop, "High performance, continuously tunable microwave filters using MEMS devices with very large, controlled, out-of-plane actuation," *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 27, no. 6, pp. 1135–1147, 2018.
- [3] X. Zeng y H. Jiang, "Improved Dynamic Range of Microwave Power Sensor by MEMS Cantilever Beam," *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 353–354, 2011.
- [4] N. K. Khaira, T. Singh, y R. R. Mansour, "Monolithically Integrated RF MEMS-Based Variable Attenuator for Millimeter-Wave Applications," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 67, no. 8, pp. 3251–3259, 2019.
- [5] J. Iannacci *et al.*, "RF-MEMS for 5G mobile communications: A basic attenuator module demonstrated up to 50 GHz," *Proc. IEEE Sensors*, pp. 6–8, 2017.
- [6] M. M. Saleem, A. M. Danish, J. Iqbal, y S. A. Bazaz, "Wide bandwidth 2-DoF electromagnetic MEMS energy harvester for low g applications," *Microsyst. Technol.*, vol. 23, no. 12, pp. 5477–5489, 2017.
- [7] L. min Cao, Z. xu Li, C. Guo, P. peng Li, X. qiang Meng, y T. ming Wang, "Design y Test of the MEMS Coupled Piezoelectric–Electromagnetic Energy Harvester," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, vol. 20, no. 4, pp. 673–686, 2019.
- [8] P. Podder, P. Constantinou, D. Mallick, A. Amann, y S. Roy, "Magnetic Tuning of Nonlinear MEMS Electromagnetic Vibration Energy Harvester," *J.*

Microelectromechanical Syst., vol. 26, no. 3, pp. 539–549, 2017.

- [9] S. Nabavi y L. Zhang, “Nonlinear Multi-Mode Wideband Piezoelectric MEMS Vibration Energy Harvester,” *IEEE Sens. J.*, vol. 19, no. 13, pp. 4837–4848, 2019.
- [10] A. Rivadeneyra *et al.*, “Tunable MEMS piezoelectric energy harvesting device,” *Microsyst. Technol.*, vol. 22, no. 4, pp. 823–830, 2016.
- [11] D. R. Rotake, A. D. Darji, y N. S. Kale, “Design of microfluidic experimental setup for the detection of heavy metal ions using piezoresistive BioMEMS sensor,” *Microelectron. Int.*, vol. 1, pp. 10–28, 2019.
- [12] H. Y. Jeong *et al.*, “Rapid antibiotic susceptibility testing system: Life saving bioMEMS devices,” *Tech. Dig. - Int. Electron Devices Meet. IEDM*, pp. 10.4.1-10.4.4, 2018.
- [13] J. G. Wolynski *et al.*, “Utilizing Multiple BioMEMS Sensors to Monitor Orthopaedic Strain y Predict Bone Fracture Healing,” *J. Orthop. Res.*, vol. 37, no. 9, pp. 1873–1880, 2019.
- [14] V. R. Mamilla y K. S. Chakradhar, “Micro Machining for Micro Electro Mechanical Systems (MEMS),” *Procedia Mater. Sci.*, vol. 6, no. Icmpc, pp. 1170–1177, 2014.
- [15] M. P. Bartetzko y F. Pfrengle, “Automated Glycan Assembly of Plant Oligosaccharides y Their Application in Cell-Wall Biology,” *ChemBioChem*, vol. 20, no. 7, pp. 877–885, 2019.
- [16] Y. Wang *et al.*, “A flexible paper-based hydrogen fuel cell for small power applications,” *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 44, no. 56, pp. 29680–29691, 2019.
- [17] F. L. Wignes, C. Glascoe, G. Makar, T. Karakolak, y P. Sekhar, “A paper based 2-element antenna for WLAN MIMO applications fabricated using inkjet technology,” *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 59, no. 11, pp. 2785–2790, 2017.

- [18] A. Vena, B. Sorli, Y. Belaizi, B. Saggin, y J. Podlecki, "An Inkjet Printed RFID-enabled Humidity Sensor on Paper based on Biopolymer 2 . Design y Fabrication of an RFID sensor," no. June, pp. 2–4, 2018.
- [19] H. Zhang, E. Smith, W. Zhang, y A. Zhou, "Inkjet printed microfluidic paper-based analytical device (μ PAD) for glucose colorimetric detection in artificial urine," *Biomed. Microdevices*, vol. 21, no. 3, 2019.
- [20] X. Liu, M. Mwangi, X. Li, M. O'Brien, y G. M. Whitesides, "Paper-based piezoresistive MEMS sensors," *Lab Chip*, vol. 11, no. 13, pp. 2189–2196, 2011.
- [21] T. L. Ren, H. Tian, D. Xie, y Y. Yang, "Flexible Graphite-on-Paper piezoresistive sensors," *Sensors (Switzerland)*, vol. 12, no. 5, pp. 6685–6694, 2012.
- [22] A. Fraiwan, H. Lee, y S. Choi, "A paper-based cantilever array sensor: Monitoring volatile organic compounds with naked eye," *Talanta*, vol. 158, pp. 57–62, 2016.
- [23] A. Perez-Cruz, I. Stiharu, y A. Dominguez-Gonzalez, "A novel physical sensing principle for liquid characterization using Paper-Based Hygro-Mechanical systems (PB-HMS)," *Sensors (Switzerland)*, vol. 17, no. 7, 2017.
- [24] X. Li, P. Zwanenburg, y X. Liu, "Magnetic timing valves for fluid control in paper-based microfluidics," *Lab Chip*, vol. 13, no. 13, pp. 2609–2614, 2013.
- [25] Z. Ding, P. Wei, G. Chitnis, y B. Ziaie, "Ferrofluid-impregnated paper actuators," *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 59–64, 2011.
- [26] A. S. Chen, H. Zhu, Y. Li, L. Hu, y S. Bergbreiter, "A paper-based electrostatic zipper actuator for printable robots," *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 5038–5043, 2014.
- [27] A. Perez-Cruz, I. Stiharu, y A. Dominguez-Gonzalez, "Lorentz force actuation

of paper-based electromechanical systems,” *2017 13th Int. Eng. Congr. CONIIN 2017*, pp. 1–4, 2017.

- [28] Y. H. Wang *et al.*, “A paper-based piezoelectric accelerometer,” *Micromachines*, vol. 9, no. 1, 2018.
- [29] M. Safaei, H. A. Sodano, y S. R. Anton, “A review of energy harvesting using piezoelectric materials: State-of-the-art a decade later (2008-2018),” *Smart Mater. Struct.*, vol. 28, no. 11, 2019.
- [30] W. Tian, Z. Ling, W. Yu, y J. Shi, “A review of MEMS scale piezoelectric energy harvester,” *Appl. Sci.*, vol. 8, no. 4, pp. 1–20, 2018.
- [31] A. Mohanty, S. Parida, R. K. Behera, y T. Roy, “Vibration energy harvesting: A review,” *J. Adv. Dielectr.*, vol. 9, no. 4, pp. 1–17, 2019.
- [32] S. S. Rao, *Mechanical Vibrations Fifth Edition*. 2010.
- [33] K. J. Leśnicki, J. Y. Kim, K. E. Kurtis, y L. J. Jacobs, “Characterization of ASR damage in concrete using nonlinear impact resonance acoustic spectroscopy technique,” *NDT E Int.*, vol. 44, no. 8, pp. 721–727, 2011.
- [34] S. J. Park, H. J. Yim, y H. G. Kwak, “Nonlinear resonance vibration method to estimate the damage level on heat-exposed concrete,” *Fire Saf. J.*, vol. 69, pp. 36–42, 2014.
- [35] P. Balasubramanian, G. Ferrari, y M. Amabili, “Identification of the viscoelastic response y nonlinear damping of a rubber plate in nonlinear vibration regime,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 111, pp. 376–398, 2018.
- [36] F. Chitsaz Yazdi y A. Jalali, “Vibration behavior of a viscoelastic composite microbeam under simultaneous electrostatic y piezoelectric actuation,” *Mech. Time-Dependent Mater.*, vol. 19, no. 3, pp. 277–304, 2015.
- [37] S. Leadenham y A. Erturk, “Unified nonlinear electroelastic dynamics of a bimorph piezoelectric cantilever for energy harvesting, sensing, y actuation,”

Nonlinear Dyn., vol. 79, no. 3, pp. 1727–1743, 2014.

- [38] A. Askar, “Macropore drainage of unsaturated swelling soil,” vol. 36, no. 5, p. 104, 1998.
- [39] M. Camporese, S. Ferraris, M. Putti, P. Salandin, y P. Teatini, “Hydrological modeling in swelling/shrinking peat soils,” *Water Resour. Res.*, vol. 42, no. 6, pp. 1–15, 2006.
- [40] F. Kalinka y B. Ahrens, “A modification of the mixed form of Richards equation y its application in vertically inhomogeneous soils,” *Adv. Sci. Res.*, vol. 6, pp. 123–127, 2011.
- [41] P. Kumar, “Layer averaged Richard’s equation with lateral flow,” *Adv. Water Resour.*, vol. 27, no. 5, pp. 521–531, 2004.
- [42] X. Chen y Y. Dai, “Differential transform method for solving Richards’ equation,” *Appl. Math. Mech. (English Ed.)*, vol. 37, no. 2, pp. 169–180, 2016.
- [43] Z. Zhang *et al.*, “Finite analytic method based on mixed-form Richards’ equation for simulating water flow in vadose zone,” *J. Hydrol.*, vol. 537, pp. 146–156, 2016.
- [44] I. C. Naula Reina, G. A. Albuja Proaño, R. A. Carrillo Flores, y C. F. Izurieta Cabrera, “Modelación y simulación numérica de la Ecuación de Richards para problemas de infiltración,” *Enfoque UTE*, vol. 7, no. 1, p. 46, 2016.
- [45] A. Perez-Cruz, I. Stiharu, y A. Dominguez-Gonzalez, “Two-dimensional model of imbibition into paper-based networks using Richards’ equation,” *Microfluid. Nanofluidics*, vol. 21, no. 5, pp. 1–12, 2017.
- [46] A. Perez-Cruz, I. Stiharu, y A. Dominguez-Gonzalez, “Nonlinear imbibition influence on the hygro-mechanical bending response of paper due to its interaction with water,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 97, no. June, pp. 89–95, 2017.

- [47] F. U. Khan y I. Ahmad, "Review of energy harvesters utilizing bridge vibrations," *Shock Vib.*, vol. 2016, 2016.
- [48] C. Y. Sue y N. C. Tsai, "Human powered MEMS-based energy harvest devices," *Appl. Energy*, vol. 93, pp. 390–403, 2012.
- [49] A. R. M. Siddique, S. Mahmud, y B. Van Heyst, "A comprehensive review on vibration based micro power generators using electromagnetic y piezoelectric transducer mechanisms," *Energy Convers. Manag.*, vol. 106, pp. 728–747, 2015.
- [50] C. H. Wong, Z. Dahari, A. Abd Manaf, y M. A. Miskam, "Harvesting raindrop energy with piezoelectrics: A review," *J. Electron. Mater.*, vol. 44, no. 1, pp. 13–21, 2015.
- [51] Y. H. Wang *et al.*, "A paper-based piezoelectric accelerometer," *Micromachines*, vol. 9, no. 1, p. 19, Jan. 2018.
- [52] J. E. Unosson, C. Persson, y H. Engqvist, "An evaluation of methods to determine the porosity of calcium phosphate cements," *J. Biomed. Mater. Res. - Part B Appl. Biomater.*, vol. 103, no. 1, pp. 62–71, 2015.
- [53] M. Lee, S. Kim, H. Y. Kim, y L. Mahadevan, "Bending y buckling of wet paper," *Phys. Fluids*, vol. 28, no. 4, 2016.
- [54] S. Douezan, M. Wyart, F. Brochard-Wyart, y D. Cuvelier, "Curling instability induced by swelling," *Soft Matter*, vol. 7, no. 4, pp. 1506–1511, 2011.
- [55] X. Liu, M. Mwangi, X. Li, M. O'Brien, y G. M. Whitesides, "Paper-based piezoresistive MEMS sensors," *Lab Chip*, vol. 11, no. 13, pp. 2189–2196, 2011.

- [56] I. Cueva-Perez, R. A. Osornio-Rios, I. Stiharu, y A. Perez-Cruz, "Extraction of nonlinear elastic parameters of paper from the amplitude-dependent frequency response of cantilever beams," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 111, no. February, pp. 42–48, 2019.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Dirección General de Bibliotecas UAQ



Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Non-Linear Mechanics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/nlm

Extraction of nonlinear elastic parameters of paper from the amplitude-dependent frequency response of cantilever beams

Isaias Cueva-Perez^a, Roque Alfredo Osornio-Rios^a, Ion Stiharu^b, Angel Perez-Cruz^{a,*}

^a Mecatrónica/Facultad de Ingeniería, Campus San Juan del Río, Universidad Autónoma de Querétaro, Río Moctezuma 249, Col. San Cayetano, 76807 San Juan del Río, Querétaro, Mexico

^b Department of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia University, 1455 De Maisonneuve Blvd. W. Montreal, Quebec, Canada H3G 1M8



ARTICLE INFO

MSC:
00-01
99-00

Keywords:
Paper-based
Frequency response
Nonlinear vibration
Elasticity
Dynamic behavior
Cantilever beam

ABSTRACT

In recent years, paper has been used as an alternative to traditional substrate materials in the development of strain sensors and accelerometers due to its flexibility, disposability due to environment low footprint and low cost. A lack of knowledge about the sources of nonlinearity in the mechanical behavior of paper makes difficult to consistently predict its performance. The characterization procedures available in the literature are based on both static and dynamic loading as a first attempt to describe the elastic behavior of paper in sensing applications. However, these procedures do not reveal the necessary information to describe the elastic behavior of paper under dynamic excitation. In this work, the nonlinear dynamic response of a harmonically excited paper-based cantilever beam is studied. A lumped model with a quadratic nonlinearity is adopted to describe the nonlinear response of paper-based cantilever beams. The obtained results show that the nonlinear resonance frequency response is dependent on the intrinsic properties of paper when discarding hygrothermal variations of paper as the main source of nonlinear behavior. It was found that the estimation of two nonlinear elastic parameters, α_p (hysteresis nonlinear parameter) and E_p (linear elastic modulus) could yield an improved description of the elastic behavior of paper subjected to vibrations. It was concluded that the existing paper characterization standards should be adapted to better predict the dynamic behavior of paper-based mechanical systems. Different types of paper materials were analyzed to study the influence of the intrinsic characteristics of paper on the nonlinear parameters.

1. Introduction

Paper-based systems have emerged as an excellent alternative for fabrication of sensors and actuators given their mechanical properties such as flexibility, weight, absorbency, capillarity, disposability and biodegradability [1]. The above features offer novel alternatives in comparison to other materials used to fabricate portable sensors. Paper-based devices including both sensor and actuators have been constructed for applications such as substance detection [2], point-of-care testing [3] and flexible electronics [4] with the aim of enhancing the portability and easiness of fabrication. The development of paper-based mechanical devices began with the introduction of the electro-active polymer actuators and devices (EAPad) in 2000 [5]. The authors developed an actuator consisting of a piece of paper sandwiched between two compliant electrodes. Since then, different approaches to use paper as a structural material in electro-mechanical devices have been attempted. For example, magnetic field actuators have been fabricated by Li et al. [6] and Ding et al. [7] by impregnating paper with a ferrofluid. In another work, Fraiwan et al. [8] developed a volatile organic compound

sensor for gas detection consisting of a paper-based cantilever beam array within a fixed frame. The beam was fabricated by spin coating a sensitive polymer on the paper. Furthermore, in recent years printable sensors have also been built taking advantage of paper properties in recent years. For example, Mraovic [9] developed a capacitive humidity sensor by screen printing conductive electrodes on paper and cardboard. In another example, Perez et al. [10] proposed a novel sensing principle using the hygroscopic properties of paper by fabricating millimeter-sized cantilever beams. The usage of the paper-based cantilever beams has been evaluated in the development of force sensors. For instance, Liu et al. [11] developed a force sensor using chromatography paper as the structural material and screen-printed carbon piezoresistors. Ren et al. [12] used a similar approach to fabricate a piezoresistive force sensor made of a white pad paper on which a graphite piezoresistor was printed. Both works were focused on the measurement of static forces. In a recent work, Wang et al. [13] introduced a paper-based piezoelectric accelerometer. This accelerometer consisted of a card stock paper substrate and a ZnO-NW-coated piezoelectric paper. Even though the suitability of paper-based cantilever beams has been demonstrated

* Corresponding author.

E-mail address: angel.perez@uaq.mx (A. Perez-Cruz).

<https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2019.01.017>

Received 25 October 2018; Received in revised form 29 January 2019; Accepted 30 January 2019

Available online 7 February 2019

0020-7462/© 2019 Elsevier Ltd. All rights reserved.

over the past few years, little attention has been paid to their elastic properties.

From a mechanical design point of view the elastic properties of paper are critical. Available standards in the literature provided by ISO (International Organization for Standardization) and TAPPI (Technical Association of the Pulp and Paper Industry) recommended to conduct mechanical characterization of paper assuming linear elasticity [14,15]. These standards describe a procedure based on the application of static or dynamic forces to paper samples. For instance, ISO 5628 standard describes a static method that correlates the bending stiffness with the deflection of samples under 2, 3 or 4-point loads [14]. By contrast, T535 om-96 standard [15] specifies a dynamic method based on the correspondence between the resonance length of a vibrating sample under base excitation and its bending stiffness. The suitability of these standards to provide an accurate description of the dynamic behavior of paper-based systems under different excitation conditions has not yet been evaluated.

Particular attention has to be focused on the standard T535 om-96 as some observations made by the authors in a former work [16] suggest that a nonlinear softening effect may have been appeared as the excitation amplitude of the cantilever beam increased. The source of this non-linearity was not clearly identified as the current excitation levels may have thermally induced local moisture variations in the specimens. However, if the source of this non-linearity is inherent to paper, the mechanical characterization methods using linear assumption, such as in standard T535 om-96, may yield to inaccurate results. For instance, the cantilever beam static response was used to calculate the Young's modulus assuming linear elasticity in [13]. However, in this case the measured resonance frequency could change as the acceleration increases, thus making difficult to obtain a single value of Young's modulus for different excitation levels. Therefore, a better understanding of the elastic behavior of paper is needed to enhance the capabilities to model and build paper-based mechanical devices.

In this work, the nonlinear dynamic response of paper-based cantilever beams is investigated by conducting mechanical characterization of paper-based cantilever beams. The source of nonlinearity is determined, and an elastic model is proposed to describe the behavior of paper. An experimental validation of the model is presented. Finally, the feasibility of performing mechanical characterization of paper-based cantilever beams that takes into account the material nonlinearity is discussed.

2. Nonlinear elastic model

Various approaches to study the elastic behavior of paper are available in the open literature. For example, in [17] an in-plane elasto-plastic model that correlates the behavior of paper with its manufacturing parameters was proposed. In another work, two viscoelastic models were proposed to describe rheological phenomena in Chinese calligraphy paper under stretching loads [18]. Multiple elastic moduli parameters were obtained in both models. An in-plane elasto-plastic model that describes the anisotropic and nonlinear behavior of laminated paper was presented in [19]. A set of uniaxial tests performed in multiple directions of paper fiber was performed to calibrate the constitutive elasto-plastic material parameters such as initial yield stress among others. This model was validated with a set of experiments performed under complex loading configurations. These models are found to accurately capture the static behavior of the material. However, the application of these models has not been considered to describe the behavior of paper-based mechanical systems as plastic deformation it is not present in these systems.

Highly available paper materials have been used to build cantilever force sensors [11–13]. Static characterization methods were used to estimate the elastic modulus of paper assuming a linear elastic behavior. In these methods, the static response of the beams was used to obtain a single elastic modulus value. However, this assumption could not

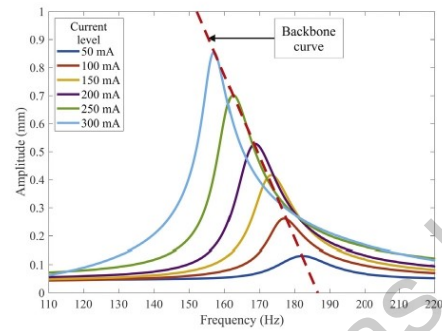


Fig. 1. Frequency response of paper-based cantilevers in [16] at different excitation levels and backbone curve.

be valid as previous elastic models of paper have demonstrated a nonlinear elastic behavior under static loads. Furthermore, a lack of knowledge about the elastic behavior of paper under dynamic loads pointed towards the need to address this aspect. A good understanding of this issue can lead to the development of better paper based dynamic systems such as sensors, actuators and energy harvesters.

Amplitude-dependent resonance frequency shifts have been observed in nonlinear elastic materials subjected to forced vibration. This phenomenon can be found in sensing, actuation and energy harvesting applications [20–22] where non-homogeneous materials such as composites, laminated, anisotropic or functionalized materials are used while exhibiting a hardening or softening effect. For instance, a softening effect was found in the current-driven paper-based electromechanical system (PB-EMS) from [16]. A resonance frequency shift with the increased excitation level can be observed from the analysis of the resonance curves illustrated in Fig. 1. A linear fit that connects the resonance peak at all excitation levels is displayed with a red dashed line (backbone curve) to point out a linear frequency shift.

The considered models are driven by previous models that are used for characterizing the response of such structures made of non-homogeneous materials, to forced dynamic inputs. The amplitude-dependent response of non-homogeneous materials such as the observed in [16] can be predicted by phenomenological nonlinear stiffness models. Such lumped-parameter models are adequate to analyze the frequency response of materials with quadratic or cubic stiffness nonlinearities as in [23]. On one hand, a quadratic stiffness model predicts a backbone curve that changes linearly with the response amplitude. This model may be described by Eq. (1):

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + x - x^2 \operatorname{sgn}(x) = f(t) \quad (1)$$

On the other hand, a cubic nonlinear-stiffness model predicts a quadratic variation of the peak response amplitude. This model can be described by Eq. (2):

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + x - x^3 = f(t) \quad (2)$$

Experimental studies on nonlinear resonance have been conducted to investigate the mechanical behavior of specified materials. Different efforts have been conducted to identify similar nonlinear parameters in mechanical systems. For instance, the identification of nonlinear parameters of structures exhibiting geometric vibrations [24,25]. In another example, a series of impact-based vibration tests were conducted to estimate the degree of thermal damage in concrete samples in [26]. A linear resonance frequency shift could be observed in

the case of damaged concrete samples. This amplitude-dependent frequency response is caused by hysteresis nonlinearities on the material

strain–stress relationship [27]. In these studies, a hysteresis nonlinear parameter α was then correlated with the relative shift of resonance frequency $(f_0 - f)/f$ to estimate the degree of damage, where f_0 is the linear resonance frequency, and f is the resonance frequency at a certain response amplitude.

An expression for the elastic modulus of the studied material can then be derived using the hysteretic non-linearity phenomenological model and classical nonlinear relationships [26] as follows:

$$E = E_0[1 + \beta\epsilon + \delta\epsilon^2 + \alpha(\Delta\epsilon + \epsilon \operatorname{sgn}(\dot{\epsilon}))] \quad (3)$$

Where E_0 is the linear elastic modulus, β is the quadratic nonlinear parameter, δ is the cubic nonlinear parameter, ϵ is the strain, α is a measure of the hysteretic nonlinearity of the material, $\Delta\epsilon$ is the strain amplitude, $\dot{\epsilon}$ is the strain rate, and $\operatorname{sgn}(\dot{\epsilon})$ is the sign function defined as: if $\dot{\epsilon} > 0$, $\operatorname{sgn}(\dot{\epsilon}) = 1$; conversely, if $\dot{\epsilon} < 0$, then $\operatorname{sgn}(\dot{\epsilon}) = -1$.

The relative resonant frequency can be related with the strain amplitude as follows [26]:

$$\frac{f_0 - f}{f_0} = \alpha_h \Delta\epsilon \quad (4)$$

where f_0 is the linear resonance frequency, f is the measured resonance frequency at increased excitation level, and α_h is the hysteresis nonlinear parameter proportional to α . This parameter is measured by amplitude-dependent resonance frequency shift and used as a characteristic value to describe the elastic behavior of nonlinear materials.

3. Materials and methods

In order to study the elastic behavior of paper, a method based on the analysis of the resonance frequency behavior of paper is described in this section. Different levels of pure mechanical excitation are used to determine the nonlinearity dependence on the intrinsic nature of paper and discard thermally-induced effects that could be the source of nonlinear behavior in [16]. An estimation of nonlinear parameters f_0 and E_0 for different paper materials is also addressed in order to describe the elastic behavior of paper when subjected to vibrations.

3.1. Samples

In order to examine the nonlinear behavior of different paper-based materials, nine samples are fabricated from eight types of paper. These materials can be found in the development of paper-based mechanical systems such as in [11–13]. The samples are designed in a cantilever beam configuration with a uniform rectangular cross-section and a length of $l = 10$ mm and a width of $w = 2$ mm. The beam shape and dimensions are first laid out using a vector graphics software. An additional set of nine wax-printed chromatography paper samples are fabricated to study the nonlinear parameters dependency on paper porosity. A wax coating layer is printed over the full length of the beam using a solid wax printer (Xerox® ColorQube 8570), then the samples are baked on a conventional electric oven at 115 °C for 8 min to allow the melted wax to penetrate through the sample thickness.

In order to determine the effect of porosity on the elastic behavior of paper, a series of porosity estimations based on the solvent resaturation method are conducted. Paper samples of 40 mm of length and 40 mm of width are fabricated and immersed in water to detect the weight change once the samples are saturated. The porosity Φ is then estimated with Eq. (5) [28]:

$$\Phi (\%) = \left(\frac{(m_{sat} - m_d)/\rho_{sol}}{V_a} \right) \cdot 100 \quad (5)$$

where m_{sat} is the mass of the sample saturated with distilled water, m_d is the mass of the dry sample, ρ_{sol} is the distilled water density, and V_a is the apparent volume of the sample calculated with the outer dimensions of the sample. A summary of the thicknesses and densities of the paper sheets along with the estimated porosity values for the papers are shown in Table 1.

Table 1
Thickness, density and porosity values for the paper materials.

Material	Thickness (μm)	ρ (kg m^{-3})	Φ (%)
Whatman® 3MM CHR Paper	340	544.1	68.48
Whatman® 3MM CHR Paper w/wax	340	588.4	21.03
HP® Office Ultra White	100	750.0	48.05
HP® Color Inkjet & Laser	110	818.2	52.71
Xerox® Digital Paper	100	750.0	45.54
Canson® Tracing Paper #1	60	1200.0	49.36
Canson® Tracing Paper #2	70	1285.7	52.00
Canson® Tracing Paper #3	90	1244.4	47.92

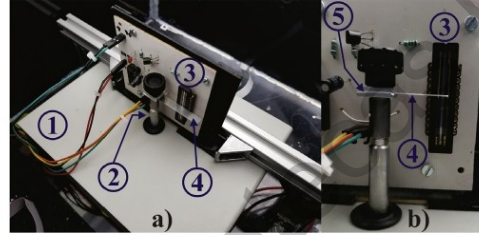


Fig. 2. Resonant frequency measurement system and its components. (a) Isometric view of the system, (b) Front view of vibrating socket and sensor. 1- Vibration generator; 2- Vibrating socket; 3- CCD sensor; 4- Sample; 5- Sample holder.

3.2. Vibration test and measurement

In order to obtain uniform moisture content within the paper during the tests, all the samples are stored in a 60% relative humidity environment at 25 °C for about 24 h. Fig. 2a illustrates an overview of the experimental setup for the resonance vibration tests. A mechanical vibration generator (3B Scientific 1000701) is used to excite the samples at the first flexural mode of vibration. Sinusoidal signals are driven into the generator to produce the vibration. The excitation level of vibration is determined by the amplitude of the sinusoidal input signals. A pure mechanical excitation is used to avoid considerable thermally-induced effects on paper that may be produced by electromagnetic actuation such as in [16]. A sample holder is used to mount the samples and fix them to the vibration generator as shown in Fig. 2b. This setup is used to base-excite the cantilever beams and to obtain the vibration forced response.

A CCD (*Charge-Coupled Device*) sensor (Toshiba TCD1304) is aligned and placed close to the free-end of the samples as displayed in Fig. 2b. In order to detect the forced-vibration of the samples, an ultrabright-LED array is used to cast a shadow of the beam onto the sensor. The LED array is aligned with the sensor and placed to a distance $d = 340$ mm in order to ensure the best resolution for the vibration amplitude measurements (0.2 mm). An operational amplifier circuit (LM324, Texas Instruments) is used to condition and convert the analog sensor signal to a digital signal. This digital signal is then used to determine the vibration amplitude of the sample at a certain frequency and level of excitation.

Five different levels of mechanical excitation were produced to measure the resonance frequencies on the nine samples of each paper material. Sinusoidal signals ranging from 4 V to 8 V with steps of 1 V were generated. Excitation voltages below 4 V produce a vibration amplitude that is difficult to detect due to the resolution of the sensor and the measurement setup. Excitation levels above 8 V are avoided since large vibration amplitudes could also induce nonlinear vibration effects. The mechanical response of the vibration generator is characterized in order to report the results in terms of mechanical variables. The acceleration of the vibrating socket is obtained for a range of frequencies of 200 Hz to 1000 Hz for the sinusoidal signal amplitudes (4 V to 8 V). A linear incremental measurement algorithm was implemented to

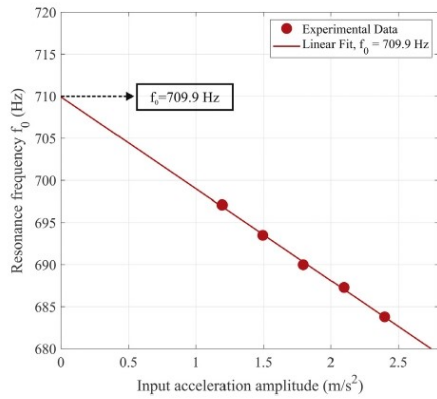


Fig. 3. Measurement of linear resonance frequency f_0 of chromatography paper sample.

determine the resonance frequency with steps of 1 Hz. A delay period of 5 s is added between each excitation frequency to avoid effects due to vibratory transient response. The measurements are performed sequentially without removing the sample from the vibration generator.

In order to demonstrate the linearity of this measurement setup, a similar procedure is also conducted to determine the resonance frequencies of a linear elastic material such as steel. Therefore, a stainless steel 316L sample with 35 mm of free beam length and a width of 3 mm is tested.

3.3. Nonlinear elastic parameters

From the experiments conducted, a nonlinear frequency response of paper samples is evidenced from the resonance frequency shifts with the increase of excitation. In [26], a linear regression analysis is used to determine the linear resonance frequency (f_0) as the y-axis intercept of the relationship between resonance frequency and peak amplitude of acceleration.

An illustrative example of f_0 estimation with resonance frequencies of a chromatography paper sample is shown in Fig. 3. From this figure, a linear frequency shift with the increment of the mechanical excitation is observed (solid line). A similar procedure to [26] is adapted to find the f_0 value of paper samples from the relationship between resonance frequency and excitation amplitude. This procedure is repeated to obtain f_0 for the nine samples of each paper type. As f_0 represents the resonance frequency at zero excitation level, it is extremely difficult to experimentally measure this value.

Afterwards, a relative frequency analysis is performed for each sample. The relative frequency $(f_0 - f)/f$ is computed for the different excitation levels. Fig. 4 shows the relationship between the relative resonance frequency and excitation level for the same chromatography paper sample. From this figure, a linear variation of the relative resonance frequency such as in the samples from [26] is observed. A hysteretic nonlinearity parameter for paper α_p can be estimated by the slope of the linear regression (solid line) of the 5 excitation levels. It should be noticed that this value is not entirely equivalent to the one assessed in [26] where peaks of acceleration are used instead of input acceleration amplitudes. This procedure is performed once in the nine samples of each material to ensure reproducibility of the α_p estimation.

The linear resonance frequency f_0 is then used to estimate the linear elastic modulus E_0 of the material.

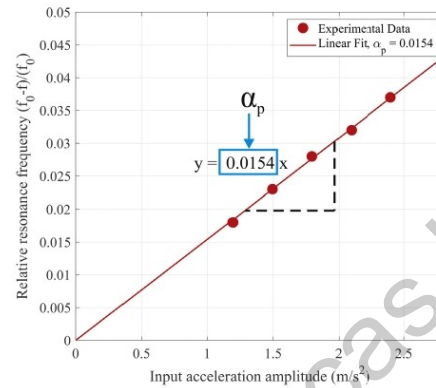


Fig. 4. Measurement of hysteretic nonlinearity parameter of chromatography paper sample α_p .

The following expression derived from the Euler Bernoulli beam model can be used:

$$E_0 = (2\pi f_0)^2 \left[\frac{\rho A}{J} \right] \left[\frac{l^4}{k_f} \right]$$

where ρ is the material density, A is the cross-sectional area of the sample, J is the moment of inertia, l is the length of the sample, and k_f is a factor that depends on the vibration mode. For the first flexural mode of vibration $k_f = 1.875$.

4. Results and discussion

In this section, the results of the α_p estimations are presented and discussed in order to analyze the source of nonlinear vibration of paper. Afterwards, a discussion about the results obtained for the nonlinear parameters of paper is also presented.

4.1. Nonlinearity source

In order to determine the source of nonlinearity of paper, the resonance frequency measurements for the materials used in this work are presented. The relative resonance frequencies for each excitation level are first calculated using the left side of Eq. (4). In Fig. 5, the relative resonance frequencies for the chromatography paper samples and the stainless steel specimen are shown. As can be seen in this Fig. 5 (black filled markers), the resonance frequency of a linear elastic sample does not vary with increasing amplitude, showing that the measurement setup does not introduce any noticeable nonlinear behavior. Assuming a pure mechanical excitation and a uniform moisture content on samples during measurements, it can be concluded that nonlinear behavior is produced by the inherent characteristics of paper such as porosity, filler types used during fabrication and the type of fibers in the material.

A linear increment should be also noticed from Fig. 5 in both chromatography paper cases. However, the non-treated samples (red circle markers) exhibit a higher α_p value than the wax-printed samples (blue filled circle markers), evidencing a dependency on both porosity of chromatography paper and filler.

In Fig. 6, a comparison with the relative resonance frequencies of office paper similar to the used in [12] is shown. Firstly, a similar behavior between the HP office paper should be noticed from the closeness of the α_p values, thus not detecting a noticeable difference between papers from the same brand but different specific mass (assuming same porosity and fiber properties). Secondly, a slight difference between

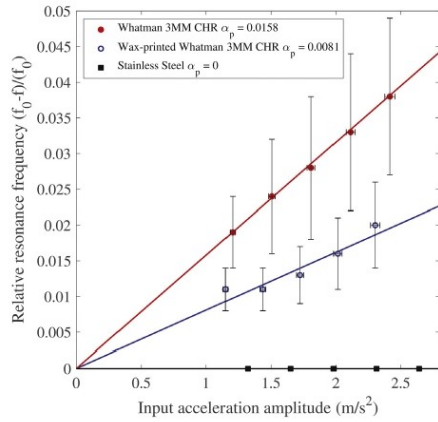


Fig. 5. Relative resonance frequencies for chromatography paper samples ($\alpha_p = 0.0158$), wax-treated chromatography paper samples ($\alpha_p = 0.0081$) and stainless steel 316L ($\alpha_p = 0$).

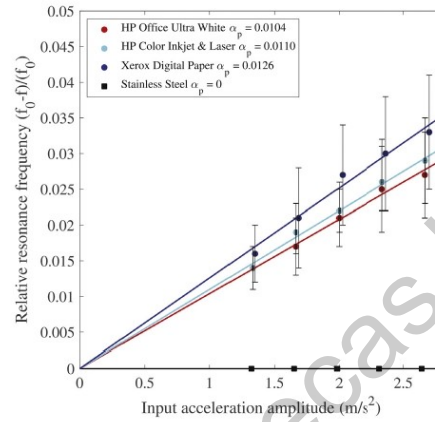


Fig. 6. Comparison of results for different office paper brands and grammages. HP Office Ultra White ($\alpha_p = 0.0104$), HP Color Inkjet & Laser ($\alpha_p = 0.0110$) and Xerox Digital Paper ($\alpha_p = 0.0126$).

papers with equal specific mass (Xerox Digital Paper and HP Office Ultra White) can be noticed. This difference could be attributed to different factors involved in the fabrication of paper such as fiber size, fiber orientation distribution and filler type. Such factors vary among paper manufacturers and could have a major influence on the dynamic behavior of paper.

A third comparative case is presented in order to study behavior of the hysteretic nonlinear parameter of tracing paper from the same manufacturer but with different specific mass, such as the ones used in [29]. This comparative is illustrated in Fig. 7. From this figure, it can be noticed that the α_p is incremented with the thickness of the samples. This effect might be caused by different factors such as the increasing number of fibers with the thickness of the sheets. Effects on the nonlinear response of paper-based systems at the micro level (fiber mechanical properties) are not studied in this work due to a lack of knowledge regarding the subject in the literature. While some authors have studied mechanical properties of paper as a simple whole sheet [17], fiber models [30–32] are complex and require special effort to be solved.

However, the authors consider that such studies could open new perspectives on the study of paper-based systems and be presented in future works.

4.2. Nonlinear parameters estimation

In order to obtain a description of the elastic behavior of paper subjected to vibration, the authors suggest the estimation of two characteristic nonlinear parameters. The estimation of these parameters for the paper samples is presented in Table 2.

As can be inferred from the variation of relative resonance frequency in the results from Section 4.1, a unique value of the elastic modulus cannot be estimated directly with Eq. (5). The measurement of the elastic properties of paper is dependent on the excitation level used in the characterization method. In the literature, paper materials have been characterized with the application of static forces. For instance, in [11] a deflection method was used to determine an elastic modulus value for chromatography paper. In this method, a correlation between the applied force and the deflection of the beam is used to find an elastic modulus value. A similar method was used in [12] to obtain an elastic modulus value to characterize the elasticity of office paper.

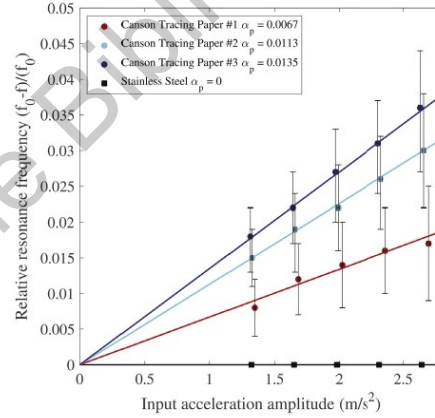


Fig. 7. Comparison of results for tracing paper with different density and thickness. Canson tracing paper #1 ($\alpha_p = 0.0067$), Canson tracing paper #2 ($\alpha_p = 0.0113$) and Canson tracing paper #3 ($\alpha_p = 0.0135$).

Table 2

Results for the estimation of the linear resonance frequency f_0 , linear elastic modulus E_0 and hysteresis nonlinear parameter α_p .

Material	f_0 (Hz)	E_0 (GPa)	α_p
Whatman® 3MM CHR Paper	680.4 ± 55.3	0.84 ± 0.13	0.0158
Whatman® 3MM CHR Paper w/wax	848.0 ± 65.4	1.30 ± 0.20	0.0081
HP® Office Ultra White	269.9 ± 14.3	2.10 ± 0.22	0.0104
HP® Color Inkjet & Laser	267.6 ± 26.6	1.87 ± 0.36	0.0110
Xerox® Digital Paper	217.8 ± 16.8	1.37 ± 0.21	0.0126
Canson® Tracing Paper #1	221.8 ± 21.7	6.34 ± 1.33	0.0067
Canson® Tracing Paper #2	286.6 ± 32.7	8.36 ± 1.88	0.0113
Canson® Tracing Paper #3	330.8 ± 37.5	6.52 ± 1.44	0.0135

However, these values cannot entirely represent the elastic behavior, as the elastic modulus estimation is dependent on the strain level the material. For the same reason, it can be stated that the values provided

by the paper standards such as ISO 5628 and TAPPI T535 om96 do not provide enough information about the elasticity of the material. To solve this problem, the authors suggest the use of the α_p parameter together with the linear elastic modulus E_0 in order to assess a better description of the elasticity of paper.

The relationship between paper porosity and the α_p values was also studied. It could be assumed that these parameters are related. However, from a linear regression analysis, no apparent relation is found between porosity and α_p . It is possible that the filler type has a stronger influence on the α_p parameter. Further studies should be conducted in this regard to determine other characteristics of paper that affect the α_p value. The linear resonance frequency and the linear elastic modulus can be used to compare sets of papers with similar characteristics. A first comparison from the chromatography paper results can be made using these parameters. An increment in f_0 and E_0 values is evidenced in the wax-printed samples. From the porosity values obtained, it can be concluded that a reduction in this parameter with a filler treatment could be used to influence the dynamic behavior of chromatography paper for specific applications.

It should be also noticed that the f_0 and E_0 values are very similar for the HP papers, thus confirming a similar behavior of these papers of the same manufacturer. For tracing paper, a similarity in the f_0 values can be also observed. However, a noticeable difference can be noticed in the E_0 value for tracing paper #2, that could be attributed to the higher density and lower porosity values in comparison with tracing paper #1 and #3. The linear elastic modulus can be compared with values obtained in the literature for similar materials. For instance, an elastic modulus was determined to be 2.0 ± 0.17 GPa in [11]. In another example, a value of 0.03 GPa was calculated for office paper [12]. The difference from the values obtained could be attributed to the bending static method used to characterize these materials. Moreover, it is important to notice that the methods used in these works are not suitable to describe the elastic behavior of paper under dynamic loads. A similar statement can be made for the characterization standard TAPPI T535 om96, as this standard does not provide any consideration for the excitation level on the samples. Moreover, the estimated elastic parameters obtained with the method described in this standard is only suitable for materials used in static applications such as packaging. Therefore, it is necessary to adapt the method proposed in [15] in order to have a more complete description of the elastic behavior of paper under dynamic conditions.

The results in Figs. 5–7 show a significant error. Three main sources of error have been identified as: (i) sensing system, (ii) clamping and (iii) homogeneity of paper. In order to identify contribution of each source, a set of 3 experiments are performed in order to identify the main source of error. The first experiment consisted in a series of sequential measurements without removing the sample from the clamp ($N = 11$). A coefficient of variation (CV) of 0.12% was obtained showing low error of the measurements due to the sensing principle. A second experiment consisting in a series of measurements mounting and unmounting the same sample ($N = 11$) obtaining a CV of 5.74%. Here, it can be seen that the error increases may be due to clamping issues such as clamping force or effective length of the cantilever beam. Finally, a third experiment consisting in a series of measurement ($N = 11$) with different samples was also performed, obtaining a CV of 9.41%. From these results, it can be concluded that the homogeneity of the paper samples also increases the error of the measurements. It suggested that improving the clamping issues as well as the homogeneity of the sample may decrease the error.

5. Conclusions

In this work, the vibration response of paper-based cantilever beams was studied. A method based on the harmonic excitation of paper samples was used to determine the source of nonlinear behavior of paper and it was found that this source is not dependent on hygrothermal variations. The nonlinear behavior of paper is consistent with the behavior

of a lumped parameter stiffness model with a quadratic nonlinearity. This finding could be used in future works to propose a nonlinear stiffness model for paper materials. The obtained results indicate a nonlinear hysteretic behavior for the studied materials. This behavior was used to obtain an improved description of the elastic properties of paper with a hysteresis nonlinear parameter and a linear elastic modulus. These parameters were used to compare groups of papers with similar characteristics. The porosity of the materials was used to study the influence of this parameter on the nonlinear behavior. However, the results show no apparent dependency between these parameters, indicating that other factors such as filler and fiber type and size could have a greater influence. Further studies should be conducted on this regard to obtain an elastic model that considers such parameters.

Acknowledgments

This work was supported by the CONACyT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) (Mexico) scholarship number 591667/304869 and the project SEP-CONACYT (Mexico) (grant number 222453-2013). The authors declare that there is no conflict of interest with this publication.

References

- M.I.G. Almeida, B.M. Jayawardane, S.D. Kolev, I.D. McKelvie, Developments of microfluidic paper-based analytical devices (μ PADs) for water analysis: A review, *Talanta* 177 (2018) 176–190, <http://dx.doi.org/10.1016/j.talanta.2017.08.072>.
- Q. Niu, L. Lan, T. Li, Z. Guo, T. Jiang, Z. Zhao, Z. Feng, J. Xi, A highly selective turn-on fluorescent and naked-eye colorimetric sensor for cyanide detection in food samples and its application in imaging of living cells, *Sensors Actuators B* 276 (August) (2018) 13–22, <http://dx.doi.org/10.1016/j.snb.2018.08.066>.
- F. Bedin, J. Boulet, E. Voilin, G. Theillet, A. Rubens, C. Rozand, Paper-based point-of-care testing for cost-effective diagnosis of acute flavivirus infections, *J. Med. Virol.* 89 (9) (2017) 1520–1527, <http://dx.doi.org/10.1002/jmv.24806>.
- H.P. Phan, T.P. Vuong, P. Bencech, P. Xavier, P. Borel, 'Hello-Shaped' wideband monopole antennas on paper substrate, in: International Conference on Advanced Technologies for Communications, 2017–October 2017, pp. 35–38, <http://dx.doi.org/10.1109/ATC.2017.8167637>.
- J. Kim, J.-Y. Kim, S. Choe, Electro-active papers: its possibility as actuators, *Proc. SPIE - Int. Soc. Opt. Eng.* 3987 (2000) 203–209, <http://dx.doi.org/10.1117/12.387779>.
- X. Li, P. Zwanenburg, X. Liu, Magnetic timing valves for fluid control in paper-based microfluidics, *Lab Chip* 13 (13) (2013) 2609–2614, <http://dx.doi.org/10.1039/c3lc00006k>.
- Z. Ding, P. Wei, G. Chitnis, B. Ziaie, Ferrofluid-impregnated paper actuators, *J. Microelectromech. Syst.* 20 (1) (2011) 59–64, <http://dx.doi.org/10.1109/JMEMS.2010.2100026>.
- A. Fraiwan, H. Lee, S. Choi, A paper-based cantilever array sensor: Monitoring volatile organic compounds with naked eye, *Talanta* 158 (2016) 57–62, <http://dx.doi.org/10.1016/j.talanta.2016.05.048>.
- M. Mraovićutek, T. Muck, M. Pivar, J. Trontelj, A. Pleteršek, Humidity sensors printed on recycled paper and cardboard, *Sensors* 14 (8) (2014) 13628–13643, <http://dx.doi.org/10.3390/s140813628>.
- A. Perez-Cruz, I. Stharu, A. Dominguez-Gonzalez, A novel physical sensing principle for liquid characterization using Paper-Based Hygro-Mechanical systems (PB-HMS), *Sensors* 17 (7), <http://dx.doi.org/10.3390/s17071667>.
- X. Liu, M. Mwangi, X. Li, M. O'Brien, G. Whitesides, Paper-based piezoresistive mems sensors, *Lab Chip* 11 (13) (2011) 2189–2196, <http://dx.doi.org/10.1039/c1lc20161a>.
- T.L. Ren, H. Tian, D. Xie, Y. Yang, Flexible graphite-on-paper piezoresistive sensors, *Sensors* 12 (5) (2012) 6685–6694, <http://dx.doi.org/10.3390/s120506685>.
- Y.H. Wang, P. Song, X. Li, C. Ru, G. Ferrari, P. Balasubramanian, M. Amabili, Y. Sun, X. Liu, A paper-based piezoelectric accelerometer, *Micromachines* 9 (1) (2018) 19, <http://dx.doi.org/10.3390/mi9010019>.
- ISO 5628:2012 Paper and board - Determination of bending stiffness by static methods - General Principles, Standard, International Organization for Standardization, 2012.
- T535 om-96 Bending Stiffness of Paper and Paperboard (Resonance Length Method), Standard, Technical Association of the Pulp and Paper Industry, 1996.
- A. Perez-Cruz, I. Stharu, A. Dominguez-Gonzalez, Lorentz force actuation of paper-based electromechanical systems, in: 2017 13th International Engineering Congress, CONIIN 2017, <http://dx.doi.org/10.1109/CONIIN.2017.7968194>.
- A.L. Erkkilä, T. Leppänen, J. Hämäläinen, T. Tuovinen, Hygro-elasto-plastic model for planar orthotropic material, *Int. J. Solids Struct.* 62 (2015) 66–80, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.02.001>.

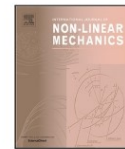
- [18] H. Gao, F. Wang, Z. Shao, Study on the rheological model of Xuan paper, *Wood Sci. Technol.* 50 (2) (2016) 427–440, <http://dx.doi.org/10.1007/s00226-015-0781-1>.
- [19] Y. Li, S.E. Stapleton, S. Reese, J.W. Simon, Anisotropic elastic-plastic deformation of paper: Out-of-plane model, *Int. J. Solids Struct.* 130–131 (2018) 172–182, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.10.003>.
- [20] M. Radgolchin, H. Moeenfar, An analytical approach for modeling nonlinear vibration of doubly clamped functionally graded Timoshenko microbeams using strain gradient theory, *Int. J. Dyn. Control* 6 (3) (2017) 990–1007, <http://dx.doi.org/10.1007/s40435-017-0369-8>.
- [21] D. Hajer, E.M. Abderrahim, R. Jean-Luc, M. Charfeddin, T. Mohamed, H. Mohamed, Experimental analysis of the linear and nonlinear vibration behavior of flax fibre reinforced composites with an interleaved natural viscoelastic layer, *Composites B* 151 (2018) 201–214, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.06.015>.
- [22] F. Chitsaz Yazdi, A. Jalali, Vibration behavior of a viscoelastic composite microbeam under simultaneous electrostatic and piezoelectric actuation, *Mech. Time-Depend. Mater.* 19 (3) (2015) 277–304, <http://dx.doi.org/10.1007/s11043-015-9264-x>.
- [23] S. Leademham, A. Erturk, Unified nonlinear electroelastic dynamics of a bimorph piezoelectric cantilever for energy harvesting, sensing, and actuation, *Nonlinear Dynam.* 79 (3) (2014) 1727–1743, <http://dx.doi.org/10.1007/s11071-014-1770-x>.
- [24] F. Alijani, M. Amabili, P. Balasubramanian, S. Carra, G. Ferrari, R. Garziera, Damping for large-amplitude vibrations of plates and curved panels, Part 1: Modeling and experiments, *Int. J. Non-Linear Mech.* 85 (2016) 23–40, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2016.05.003>.
- [25] P. Balasubramanian, G. Ferrari, M. Amabili, Identification of the viscoelastic response and nonlinear damping of a rubber plate in nonlinear vibration regime, *Mech. Syst. Signal Process.* 111 (2018) 376–398, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.03.061>.
- [26] S.J. Park, H.J. Yim, H.G. Kwak, Nonlinear resonance vibration method to estimate the damage level on heat-exposed concrete, *Fire Saf. J.* 69 (2014) 36–42, <http://dx.doi.org/10.1016/j.firesaf.2014.07.003>.
- [27] K.J. Lesnicki, J.Y. Kim, K.E. Kurtis, L.J. Jacobs, Characterization of ASR damage in concrete using nonlinear impact resonance acoustic spectroscopy technique, *NDT and E Int.* 44 (8) (2011) 721–727, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ndteint.2011.07.010>.
- [28] J. Engstrand Unosson, C. Persson, H. Engqvist, An evaluation of methods to determine the porosity of calcium phosphate cements, *J. Biomed. Mater. Res. Part B: Appl. Biomater.* 103 (1) (2015) 62–71, <http://dx.doi.org/10.1002/jbm.b.33173>.
- [29] S. Douezan, M. Wyart, F. Brochard-Wyart, D. Cuvelier, Curling instability induced by swelling, *Soft Matter* 7 (4) (2011) 1506–1511, <http://dx.doi.org/10.1039/c0sm00189a>.
- [30] Q. Meng, B. Li, T. Li, X.Q. Feng, Effects of nanofiber orientations on the fracture toughness of cellulose nanopaper, *Eng. Fract. Mech.* 194 (2018) 350–361, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.03.034>.
- [31] P.T. Larsson, T. Lindström, L.A. Carlsson, C. Fellers, Fiber length and bonding effects on tensile strength and toughness of kraft paper, *J. Mater. Sci.* 53 (2018) 3006–3015, <http://dx.doi.org/10.1007/s10853-017-1683-4>.
- [32] E. Bosco, R.H. Peerlings, M.G. Geers, Hygro-mechanical properties of paper fibrous networks through asymptotic homogenization and comparison with idealized models, *Mech. Mater.* 108 (2017) 11–20, <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.01.013>.

Dirección General de Bibliotecas UAQ



Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Non-Linear Mechanics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/nlm

A parametric study on the nonlinear dynamic response of paper-based mechanical systems due to liquid transport



Isaias Cueva-Perez^a, Angel Perez-Cruz^a, Ion Stiharu^b, Aurelio Dominguez-Gonzalez^a, Miguel Trejo-Hernandez^a, Roque Alfredo Osornio-Rios^{a,*}

^a Mecatrónica/Facultad de Ingeniería, Campus San Juan del Río, Universidad Autónoma de Querétaro, Río Moctezuma 249, Col. San Cayetano, 76807 San Juan del Río, Querétaro, Mexico

^b Department of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia University, 1455 De Maisonneuve Blvd. W. Montreal, Quebec, Canada H3G 1M8

ARTICLE INFO

Keywords:

Paper-based structures
Cantilever beam
Water transport
Dynamic response
Parametric study
Bending response
Relaxation

ABSTRACT

In recent years, the mechanical response of paper when interacting with liquids has been investigated. Nonlinear phenomena inherent to paper-liquid interaction such as the Young modulus relaxation, hygrostrain and liquid transport have been considered. However, the mechanical response of paper has only been studied for a static or quasi-static bending response. In this work, a parametric study is presented to study the dynamic response of paper-based mechanical systems interacting with liquids. A three-dimensional multiphysics model is implemented and solved in COMSOL[®] to couple the liquid transport and the mechanical response problem. The Richard's model and an elasticity formulation are used to describe the liquid transport and the mechanical problem respectively. Three parameters are selected from this model in order to describe the dynamic response of paper. The influence of each parameter on the dynamic response is also determined. This model is validated experimentally with resonance frequency measurements on paper-based cantilever beams using three water-ethanol solutions. The results show that this model can be used to describe the drying process of paper-based devices under dynamic loads. This study can lead to the development of low-cost devices for liquid characterization.

1. Introduction

In recent years, paper-based devices have emerged as an interesting alternative in the development of sensors and actuators due to its properties, such as low weight, low fabrication cost, disposability, high-availability and capillarity. The development of these devices started with the introduction of electro-active polymer actuators in 2000 [1]. In this work, Kim et al. developed an actuator consisting of a paper element sandwiched between two electrodes. Since then, different attempts to develop paper mechanical devices have been done. For instance, Ding et al. [2] fabricated paper-based magnetic actuators with paper as a structural material and a ferromagnetic fluid to produce actuation. In another work, Fraiwan et al. [3] implemented a naked-eye detection sensor for gas detection consisting of an array of paper-based cantilever beams fixed within a frame. Paper-based mechanical devices have been also developed for static force sensing. Meanwhile, Liu et al. [4] built an inertial sensor with chromatography paper as a substrate and printed carbon resistors as sensing element. In another example, Ren et al. [5] developed a force sensor using office paper with a printed graphite piezoresistor over the paper substrate. In a recent development, Wang et al. [6] constructed a paper-based piezoelectric

accelerometer. This device is made with a card stock paper substrate and ZnO-NWs (zinc oxide nanowires) coated paper. These works paid little attention to mechanical properties of the paper substrates such as bending stiffness or elastic modulus.

In this respect, different studies focusing on the mechanical properties of paper can be found in the open literature. For example, Erkkilä et al. [7] proposed two models that correlate the elasto-plastic behavior and hygroexpansion-shrinkage of paper with few manufacturing parameters. Gao et al. [8] studied the creep and relaxation phenomena of Chinese calligraphy paper under stretching loads. The authors used Burgers model to describe creep behavior and a five-element Maxwell model to describe the relaxation. In another example, Li et al. [9] developed an elasto-plastic model to describe the nonlinear behavior of laminated paper. A set of experiments with paper samples was performed to calibrate the elasto-plastic parameter models. Hall et al. [10] studied the elastic behavior of aged paper by performing nondestructive deflection tests on paper strips held horizontally. Properties such as the bending and the elastic moduli were obtained by fitting the deflection profiles of the strips to nonlinear bending theories. These works provided a better understanding of the mechanical response of paper under static or quasi-static loads.

* Corresponding author.

E-mail address: raosornio@hspdigital.org (R.A. Osornio-Rios).

<https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2019.103280>

Received 4 June 2019; Received in revised form 29 August 2019; Accepted 18 September 2019

Available online 27 September 2019

0020-7462/© 2019 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Nomenclature	
b	Beam width [m]
$D(\varphi)$	Moisture diffusivity [m^2s^{-1}]
D_0	Equivalent diffusivity constant [m^2s^{-1}]
$E(x, y, z, \varphi)$	Young modulus as a function of moisture content [N m^{-2}]
E_{dry}	Young modulus of dry paper [N m^{-2}]
e_a	Absolute error
e_{RMS}	Root mean square error
f	Sink/Source term [1/s]
F	Normalized sink/source term
f_r	Resonance frequency [Hz]
$f_{r,s}$	Dry resonance frequency [Hz]
f_n	Normalized resonance frequency
h	Beam thickness [m]
J	Elasticity tensor
l	Beam length [m]
m	Ratio between saturated and dry Young modulus
n	Power of diffusivity function
P_t	Dimensionless paper porosity
r_{ex}	Normalized experimental resonance frequency
S	Stress tensor [N m^{-2}]
T	Dimensionless time
T_s	Steady state constant
u	Displacement vector [m]
V_a	Sample apparent volume [m^3]
V_{sol}	Saturation liquid volume [m^3]
x, y, z	Space coordinates [m]
X, Y, Z	Material coordinates [m]
Greek symbols	
β	Relaxation constant
ϵ	Total strain tensor
ρ	Paper density [kg m^{-3}]
τ	Time constant [s]
ϕ	Dimensionless moisture content
$\varphi(x, y, z, t)$	Moisture content [m^3m^{-3}]
φ_s	Saturated moisture content [m^3m^{-3}]
ω	Eigen frequency [rad/s]

The internal structure of paper provides an excellent medium to transport liquids without an external force. Furthermore, the absorbency of paper enables the possibility of the storage of reagents inside paper. Paper-based microfluidic devices make use of these properties, enabling its usage in applications such as substance detection, bioassays, colorimetric analysis, medical diagnosis, environmental testing and food quality testing [11]. Some authors have studied the changes in the mechanical properties of paper caused by the interaction with liquids. For instance, Douezan et al. [12] proposed a parameter model to study the curling of wet tracing paper. The authors also determined the Young modulus for saturated paper and dry paper. In another work, Reyssat et al. [13] studied the mechanical response of tracing paper due to water interaction phenomena such as swelling and liquid transport. The authors related the curvature of the paper sample with the changes in thickness and Young modulus of the paper. The Young modulus is described with an empirical form that fits an exponential function in terms of the water content. In another example, Lee et al. [14] quantified the geometry and mechanics of filter paper

when it imbibes water from a capillary. The Young modulus was correlated to its wetness by measuring the tensile stress and strain using a tensile meter. Perez et al. [15] proposed a two-dimensional imbibition model of paper-based networks using the nonlinear Richard's equation for unsaturated porous media. The numerical solution of this model provided the unsaturated distribution of liquid inside paper. In another example, Perez et al. [16] studied the bending response of paper beams due to water imbibition. The authors proposed a model that considers three hygro-mechanical phenomena: water imbibition, fiber swelling and the softening effect in paper due to water interaction. The bending response of paper was characterized using only four parameters. It should be noticed that this works only provide a description of the interaction of paper with liquid from a static or quasi-static approach. However, the increasing applications of paper-based mechanical systems demands more knowledge about the dynamic behavior of the wet paper. Furthermore, it is known from the literature that the mechanical behavior of wet paper can be considered as a combination of nonlinearities such as the relaxation of the material and the liquid transport [16].

In this work, a parametric study of the dynamic response of paper-based mechanical systems due to its interaction with liquids is presented. A three-dimensional multiphysics model is implemented and solved numerically in COMSOL[®] to couple the physics of the liquid transport problem and the mechanical problem. The liquid transport is described with the nonlinear Richard's model for porous media to determine the liquid concentration in a paper-based cantilever beam. The dynamic response of the beams is described using three parameters from the multiphysics model: (i) the relaxation constant of the material β , (ii) the ratio between the saturated and dry Young modulus m and (iii) the normalized sink/source term F . A numerical analysis is carried out in order to determine the individual influence of these parameters in the dynamic response of the beam. The model is experimentally validated with three aqueous solutions of with 0%, 25% and 50% volume of ethanol. The results show that the drying process in paper subjected to dynamic loads can be accurately characterized despite the nonlinearities and complexity of the physical phenomena involved. This study can lead to the development of low-cost devices for the characterization of different liquids.

2. Modeling

Let us consider a generic paper-based cantilever beam as shown in Fig. 1 with length l , width b and thickness h initially saturated with a water-based liquid. Some phenomena must be considered to study the dynamic response of the beam during a drying process. First, the liquid interacts with the paper fibers, thus producing a relaxation of the Young modulus as the water acts as a plasticizer [17]. Second, a moisture gradient is produced as the top ($z = h$) and bottom ($z = 0$) surfaces of the beam which are exposed to an ideal zero-moisture concentration. The transport phenomena through the lateral surfaces of the beam is neglected as the area of lateral surfaces is negligible in comparison with the top and bottom surfaces.

A three-dimensional liquid transport–solid mechanics model is used to analyze the response of a paper-based cantilever beam under dynamic loads with the following assumptions. (i) The liquid is transported to the top and bottom surfaces of the beam, (ii) The liquid transport is a nonlinear three-dimensional transport problem from a saturated state to a completely dry state. (iii) The effects of expansion/shrinking of the fibers, hydrostatic pressure and inertial forces are neglected. (iv) Paper is a linear elastic material. (v) The Young modulus of paper depends on the moisture concentration.

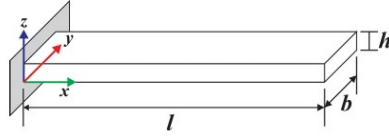


Fig. 1. Geometry of the paper-based cantilever beam.

2.1. Liquid transport

The changes in the mechanical properties of paper related to liquid transport could be captured by using a suitable, three-dimensional transport model. The nonlinear Richard's model is used in this study as it has been used in the literature to describe liquid flow in porous media. The suitability of this model in describing liquid transport in paper has already been discussed in [15]. For a three-dimensional unsaturated porous media, the Richard's model that formulates the liquid concentration is presented in Eq. (1)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (D(\varphi) \nabla \varphi) - \frac{\partial}{\partial y} (D(\varphi) \nabla \varphi) - \frac{\partial}{\partial z} (D(\varphi) \nabla \varphi) = f \quad (1)$$

where $D(\varphi)$ is the moisture diffusivity, $\varphi(x, y, z, t)$ is the moisture content in the position (x, y, z) at an instant t (see Fig. 1) and f is the sink/source term that represents the liquid inflow or outflow. The initial condition is $\varphi(x, y, z, 0) = \varphi_s$, where φ_s is the moisture content at saturation; the boundary conditions are zero liquid content ($\varphi = 0$) in $z = 0$ and $z = h$, and a nonflux condition at the lateral surfaces where $x = 0, x = l, y = 0$ and $y = b$. It must be considered that a discontinuity is present in the interfaces at $z = 0$ and $z = h$ as the value of φ suddenly rises to φ_s at $t = 0$; thus incrementing the complexity of the model. $D(\varphi)$ represents the moisture diffusivity and can be described in a Richard's equation framework by the Eq. (2) [16].

$$D(\varphi) = D_0 \varphi^n \quad (2)$$

where D_0 represents an equivalent diffusivity constant, and the order n is related to the pore size distribution of paper [16]. In this study, a value of $n = 6$ is used, according to the results obtained in [16] when modeling the liquid transport process in paper with Richard's model.

2.2. Elasticity model

In this study, the paper-based cantilever beam is modeled as a linear elastic element. The stress and deformation state are referred to the total Lagrangian formulation. In this formulation, when a body is deformed, the material coordinates of the body X remain unchanged. The spatial coordinates x change with the applied forces and time as presented in Eq. (3)

$$x = X + u(X, t) \quad (3)$$

where u represents the displacement vector. The global cartesian components in the directions of x, y and z are defined as u, v , and w respectively. Hence the displacement gradient is defined as:

$$\nabla u = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} & \frac{\partial u}{\partial Y} & \frac{\partial u}{\partial Z} \\ \frac{\partial v}{\partial X} & \frac{\partial v}{\partial Y} & \frac{\partial v}{\partial Z} \\ \frac{\partial w}{\partial X} & \frac{\partial w}{\partial Y} & \frac{\partial w}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

In this elasticity formulation, it is assumed that the beam undergoes small deflection in pure bending. Therefore, the total strain tensor is written in terms of the displacements as shown in Eq. (4)

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T) \quad (4)$$

Hence, the stress tensor S for a linear elastic material can be expressed as follows:

$$S = J : \varepsilon \quad (5)$$

where J is the fourth order elasticity tensor and ':' represents the double dot tensor product. In the context of this formulation, the dynamic behavior of the beam can be described by Eq. (6) as follows:

$$-\rho \omega^2 u = \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial z} \quad (6)$$

where ρ represents the density of the material and ω represents the eigenfrequencies of the beam.

For this study, the Young modulus is dependent on the liquid concentration. For this study, an empirical function based on the experimental results observed in [14] is proposed. This function is represented in Eq. (7)

$$E(x, y, z, \varphi) = \frac{E_{dry}}{m^{-1} + (1 - m^{-1}) e^{-\beta \varphi(x, y, z, t)}} \quad (7)$$

where E_{dry} is the Young modulus of dry paper, m is the ratio between the saturation Young modulus and E_{dry} , and β is a relaxation constant that determines the dynamic of the transition between wet and dry states. From an analysis of this equation, it can be observed that the Young modulus has a nonlinear behavior due to its dependence on the liquid-transport solution.

2.3. Model parameters

Four parameters are initially considered to describe the dynamic response of a paper-based cantilever beam as follows. (i) Two parameters that govern the liquid transport; the equivalent diffusivity constant D_0 and the sink/source term f , and (ii) two parameters that define the behavior of the Young modulus; the relaxation constant β and the ratio between wet and dry Young modulus m . A difference with the formulation presented in [16] can be noticed, as the sink/source term was not considered to describe the liquid transport.

In order to simplify the analysis in this study, the following sets of normalized parameters are introduced

$$\phi = \frac{\varphi}{\varphi_s} \quad (8a)$$

$$T = \frac{t}{\tau} \quad (8b)$$

where τ represents the time constant of the problem. Using a similar approach as in [16], the time-scale can be represented by the following expression as

$$\tau = \frac{h^2}{D_0 \varphi_s} \quad (9)$$

In this manner, the parameter D_0 can be discarded as it is now implicitly included in the parameter τ . The sink/source parameter f can be rewritten to be described in terms of the time constant τ as follows:

$$F = f \tau \quad (10)$$

Thus, the initial condition for the concentration is represented as

$$\phi(x, y, z, 0) = 1 \quad (11a)$$

and the boundary conditions are represented as

$$\phi(x, y, 0, T) = 0 \quad (11b)$$

$$\phi(x, y, h, T) = 0 \quad (11c)$$

3. Materials and methods

The numerical approach used to obtain the dynamic response of the multiphysics model is described in this section. A parametric analysis is performed to determine the individual influence of the three parameters on the dynamic response of the model. An experimental validation is also presented to check the validity of this parametric study.

Parameter	Values used
$F(1/s)$	$-1 \times 10^{-3}, -1 \times 10^{-1}, -10$
β	1, 8
m	$1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-1}, 1$

3.1. Numerical solution

The multiphysics model (liquid transport and elasticity) is implemented and solved by COMSOL to determine the dynamic response of the beam. A numerical model is used considering the complexity of the phenomena involved in this study, such as the dependence of the mechanical properties on the spatial distribution and time variation of the concentration. A Coefficient Form PDE (Partial Differential Equation) model is implemented to describe the liquid transport phenomena based on Eq. (1) using the normalized sink/source parameter F . A Solid Mechanics model is implemented to describe the mechanical behavior of the cantilever beam using the ratio of the wet and dry Young modulus m and the relaxation constant β . Eq. (7) is implemented in this model to describe the Young modulus of paper with the concentration ϕ . It is important to point out that hygroscopic strain is not considered in this model as microscopic scale effects are not studied. It is expected that this model can be used to determine the dynamic response of the beam using only the parameters F , m and β . A fixed boundary condition is added in one end of the beam where $x = 0$. Furthermore, a mass per unit of volume dependent on the concentration ϕ is also added to the beam domain to represent the liquid mass on the beam.

The solution of the problem is obtained in 2 steps. First, a time-dependent study is used to determine the concentration $\phi(x, y, z)$ at an instant t . Secondly, an eigenfrequency study for the first flexural vibration mode is performed to obtain the resonance frequency f_r at an instant t . A MUMPS (Multifrontal Massively Parallel sparse direct Solver) solver is used to obtain the solution in both studies. The resonance frequency values are normalized using Eq. (12):

$$f_n = \frac{f_r}{f_{ss}} \quad (12)$$

where f_{ss} represents the steady state resonance frequency of the beam. From now on, this state is considered to be equivalent to a completely dry state, namely, a state when the concentration ϕ has returned to its initial state before interacting with the liquid.

3.2. Parametric analysis

From the formulation presented in Section 2, it can be noticed that the solution of the liquid-transport-elasticity model can be described with only 3 parameters: (i) the normalized sink/source term (F), (ii) the relaxation constant (β) and (iii) the ratio between wet and dry Young modulus of paper (m). However, it is necessary to investigate the influence of each parameter in the dynamic response of the model. Therefore, a parametric analysis is performed using the numerical approach described in Section 3.1. The parameter values used in this analysis are presented in Table 1.

The values for β and m are selected according to an analysis of Eq. (6). From this analysis it can be observed that the increment β could lead to a quasi-instantaneous drying response. Therefore, values greater than $\beta = 16$ are avoided. The values for m is selected according with the reported values of the Young modulus of paper in saturated state [12,14]

3.3. Experimental validation

The validation of the parametric model is performed in this section by experiments described below. The experimental procedure can be summarized in the following steps:

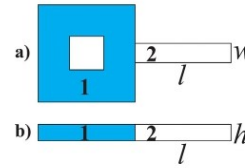


Fig. 2. Paper-based cantilever beam sample configuration (a) Top view, (b) Lateral view.

- (1) Fabrication of the paper-based sample
- (2) Measurement of the resonant frequency of the sample by experiments described in this section
- (3) Develop a model of the sample beam response using an error minimization approach

3.3.1. Sample fabrication

In order to study the dynamic response of paper when saturated with liquid, a set of samples are fabricated from Whatman® 3MM chromatography paper ($h = 340 \mu\text{m}$). This kind of paper has been used in the development of paper-based systems such as in [4,6]. Furthermore, its liquid transport behavior has been already studied in [15]. The configuration of the samples is shown in Fig. 2. The samples consist of 2 domains, the fixed domain (1) and the flexing beam domain (2). The samples are fabricated with rectangular-cross section and a length $l = 10 \text{ mm}$ and a width of $b = 2 \text{ mm}$. A hydrophobic region on the samples at the clamping part is created while the rest of the beam is left as a hydrophilic region. A Xerox® ColorQube 8570 printer is used to deposit a wax layer on top of the samples (domain 1, Fig. 2). Then, the samples are baked on an electric heated oven at a temperature of $115 \text{ }^\circ\text{C}$ for 8 min. This process is performed to melt the wax and make it penetrate throughout the thickness h forming the hydrophobic region. This procedure to form hydrophobic regions with melted wax has already been used in the development of microfluidic devices such as in [18].

3.3.2. Measurement of the paper-based cantilever beam dynamic response

The paper samples are stored in a controlled environment chamber set to 60% of relative humidity and $25 \text{ }^\circ\text{C}$ for 24 h to ensure a uniform moisture content in the samples. All the experiments are carried out in the system described in [19]. A set of three distilled water-ethanol solutions with ethanol at 0%, 25% and 50% (v/v) are prepared to validate the model. The saturation volume V_s for the paper sample is calculated to determine the required volume of solution for the experiments with Eq. (13) [20]:

$$P_t (\%) = \frac{(m_{sat} - m_{dry}) / \rho_{sol}}{V_a} \quad (13)$$

where m_{sat} is the mass of the saturated paper sample, m_{dry} is the mass of the dry paper sample, ρ_{sol} is the solution density, V_a is the apparent volume of the paper sample and P_t is the porosity of the sample. The numerator of Eq. (13) represents the liquid volume necessary to saturate the sample (V_{sol}); hence, it can be rewritten as follows:

$$V_{sol} = V_a P_t \quad (14)$$

A porosity value of 68.48% for the chromatography paper is used [19]. Therefore, a value of $V_{sol} = 4.7 \mu\text{L}$ is used to saturate the domain 2 of the samples. This volume is used in all the experiments, assuming this volume saturates the domain 2 of the samples. From a series of preliminary experiments, it is determined that a time period of 4800 s is necessary to study the complete drying phenomena from saturated to dry.

The measurement procedure to obtain the resonance frequency of the sample is summarized in the following steps:

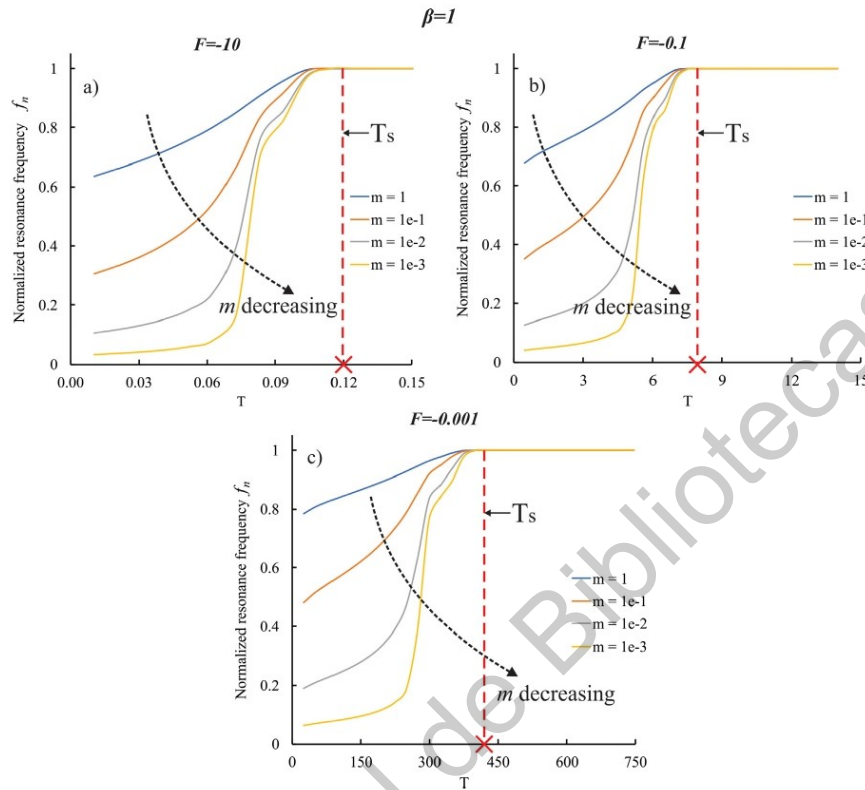


Fig. 3. Normalized resonance frequency of the beam for $\beta = 1$ (a) $F = -10$ 1/s; (b) $F = -0.1$ 1/s; (c) $F = -0.001$ 1/s.

- (1) A paper sample is placed and mounted on the resonance frequency measurement system described in [19].
- (2) A micropipette is used to place a volume V_{sol} of solution in one spot located at the top center of the beam.
- (3) A pure mechanical harmonic excitation is used to obtain the resonance frequency of the sample on the first flexural mode. The resonance frequency of the sample is monitored for 4800 s.

3.3.3. Model approximation

The experimental resonance frequency is also normalized to the dry resonance frequency obtained in the numerical results (f_{ss}) using Eq. (12). A fitting curve procedure is then applied to the 3 experimental results to obtain an approximated model with the parameters F , β and m . An RMS error minimization approach is then used to tune the model parameters that better describes the experimental results.

4. Results and discussion

In this section, the results for the parametric analysis are presented and the influence of each model parameter over the model response is discussed. The experimental validation results are presented, and the accuracy of the model is discussed by analyzing the error between the numerical solution and the experimental results for each liquid solution.

4.1. Parametric analysis

Figs. 3 and 4 represent the dynamic response of the cantilever beam. For this analysis, the individual influence of 2 parameters related with the nonlinear relaxation (β and m) and one related to the liquid transport (F) are considered. In Fig. 3, the parametric analysis corresponding to the combinations of parameters for $\beta = 1$ are represented in three plots, each one corresponding to different values of F . Each plot shows the time variation of the normalized resonance frequency f_n for 4 selected values of m . It can be noticed from these plots that when the value of m is decreased, the initial value of f_n is also decreased; thus, modifying the shape of the curve. However, it can be noted in Fig. 3a that the steady state time T_s is not affected when the value of m is changed. This statement also applies when $F = -0.1$ and $F = -0.001$ that corresponds to Figs. 3b and 3c respectively. It can be also noticed that the families of curves are similar for the three values of F .

In Fig. 4, the parametric analysis for $\beta = 8$ are shown. From these plots, some interesting points should be noticed. The family of curves are similar for the three values of F and the time T_s is also increased with decreasing values of F . However, it should be observed that the increment in β produces a greater decay in the initial frequency of f_n . This phenomenon can be observed in the 3 plots of Fig. 3 when compared with the family of curves obtained with $\beta = 1$. An additional comparison can be done by observing the behavior of T_s in Figs. 3 and 4. For instance, it can be observed that T_s is the same in Figs. 3a and

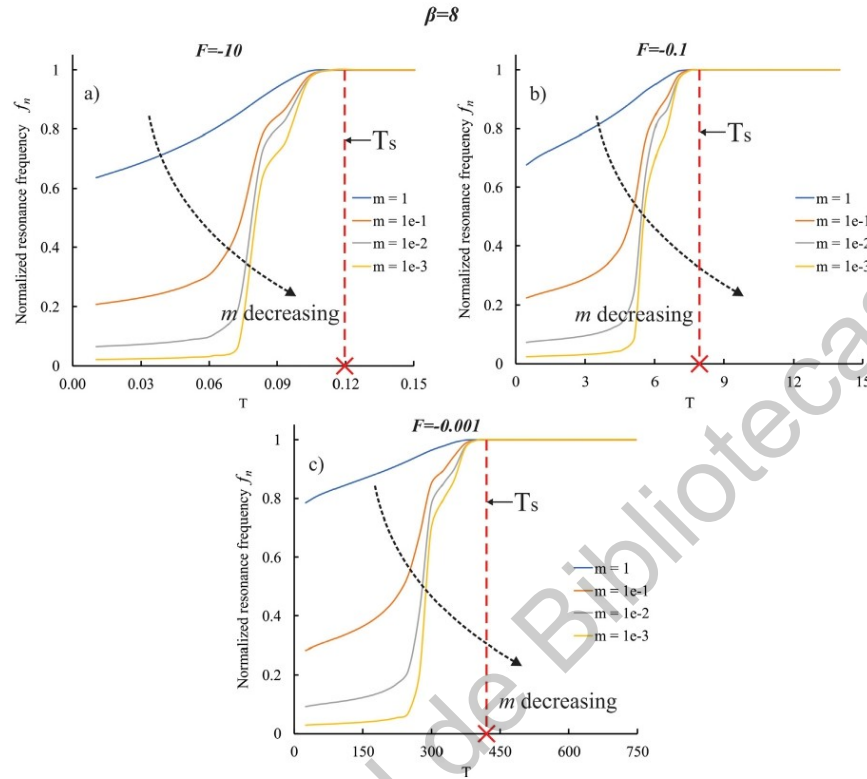


Fig. 4. Normalized resonance frequency of the beam for $\beta=8$ with different values of F (a) $F=-10$ 1/s; (b) $F=-0.1$ 1/s; (c) $F=-0.001$ 1/s.

4a where $F = -10$. A similar statement can be done about the pair of plots with $F = -0.1$ and $F = -0.001$. Therefore, it can be concluded that F changes the time-scale of the dynamic response.

From a physical point of view, the plots in Figs. 3 and 4 can be used to represent the drying process of a paper-based cantilever beam, from the saturation state to the dry state. The time T_s can be used in this context to characterize the drying time. It is interesting to point out that this drying time is incremented when the magnitude of F is also incremented. This magnitude is related with the liquid flow to the external surrounding media; therefore, greater magnitudes of F imply a greater outflow of liquid from the sample.

The decrease in the values of the ratio m can be physically interpreted as a liquid having a greater softening effect on paper. This effect is evidenced by the initial value of the normalized resonance frequency f_n , as this value is proportional to the stiffness of the sample. Special attention should be paid to the cases where $m = 1$ from a physical point of view, representing a situation where a liquid has no effect on the Young modulus value. The case of $m = 1 \times 10^{-3}$ represents a situation where a liquid causes the reduction of the paper Young modulus in three orders of magnitude when saturated. In comparison, some authors have experimentally determined the value of m for different types of paper. For instance, Douezan et al. obtained a value of $m = 2.4 \times 10^{-1}$ for tracing paper [12]; while Lee et al. determined a value of $m = 2.9 \times 10^{-2}$ for Whatman filter paper [13]. It can be observed that these cases are covered with the range of values selected for this study. The effect of the relaxation constant β can be seen from Fig. 4. It should be

Table 2
Values of T_s for the magnitude of F .

$ F $	T_s
0.001	423.52
0.01	56.05
0.1	7.94
1	1.05
10	0.12
100	0.013

noticed that this parameter affects the dynamics of the transition from the saturated state to the dry state.

The previous analysis is extended to 6 different values of F in order to determine the relationship between the sink/source term F and the time T_s . The values of $|F|$ and their corresponding values of T_s are presented in Table 2. In this study, T_s is obtained as the first instant in which the resonance frequency has reached a steady value ($f_n = 1$) in the numerical solution.

From Table 2, the value of T_s is observed to decrease with the magnitude of the normalized sink/source term F . This validates the fact that a greater liquid outflow accelerates the drying process. From a curve fitting analysis of this data, it is evident that the drying time T_s has a nonlinear relationship with the sink/source term. From the physical point of view, it can be stated that the drying time has an exponential dependence on the outflow of liquid from the sample. A

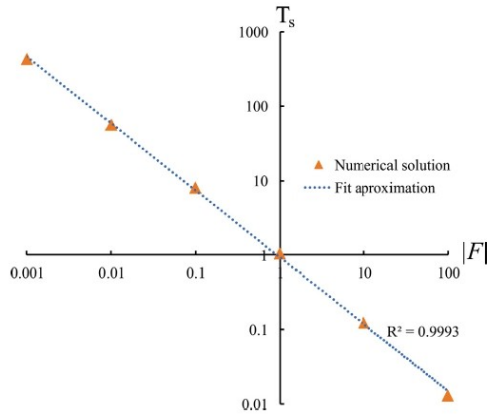


Fig. 5. Log-log scale plot for the function that represents the behavior of T_s with the magnitude of F .

10-base logarithmic scale x-y plot is presented in Fig. 5, showing a high linear behavior when analyzed in this scale ($R^2 = 0.9993$). From this analysis, it can be observed that higher values of F should be used to model a faster drying process in paper.

4.2. Experimental validation

In Fig. 6, the comparison between the experimental and numerical results for the 3 binary solutions is presented. The continuous line represents the numerical solution of the problem, and the dotted line represents the experimental measurements. The drying time T_s is determined for each solution in order the drying process of each solution. For the 3 solutions, a drying time T_s of 1.7×10^5 , 1.21×10^5 and 1.07×10^5 are obtained for the 0%, 25% and 50% ethanol solutions respectively. These results indicate that greater concentration of ethanol produces a faster drying process in the paper samples; agreeing with the fact that ethanol has a higher volatility than water. It must be remarked that the volatility depends on the strength of the liquid intermolecular bonds. The water molecules have stronger intermolecular bonds when compared to ethanol. Therefore, it is easier for ethanol to break the interface between liquid and gas when kinetic energy is added to the liquid. It can be concluded that solutions with greater ethanol content produce a faster drying process.

The resulting parameters for each binary solution are presented in Table 3. From the analysis of this Table, it can be observed that the values of β do not seem to be correlated with the ethanol content. It is interesting to notice that the magnitude of F increase with the content of ethanol; indicating that the output rate of liquid from paper to the surrounding media is faster when the ethanol content in the solution is increased. From the values m , it is important to notice that this parameter increases when the ethanol content is increased in the solution. As m is related to the relaxation of the Young modulus, it can be concluded that water causes a greater relaxation effect on paper than ethanol.

The accuracy of the approximated models is evaluated after running error analysis for each binary solution. The numerical and experimental results are compared obtaining an error function with Eq. (14)

$$e_a(t) = f_n(t) - r_{ex}(t) \quad (15)$$

where e_a is the absolute error at an instant t and r_{ex} is the normalized experimental resonance frequency.

Table 3
Fitted parameters for water-ethanol solutions.

Solution	Parameters		
	β	m	F
Ethanol 0%	1.1	$1.3e-2$	$-9.0e-7$
Ethanol 25%	1.0	$1.7e-2$	$-1.3e-6$
Ethanol 50%	1.0	$3.0e-1$	$-1.2e-5$

The error functions are illustrated in Fig. 7a to c. It can be observed from this Figure that the error does not have a magnitude greater than 6% in each case. The maximum magnitude of error is computed for each binary solution, obtaining values of 4.0%, 3.6% and 5.2% respectively. The RMS error is computed with Eq. (15)

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_n - r_{ex})^2}{n_d}} \quad (16)$$

where n_d represents the number of samples. The RMS error values obtained are 1.8%, 1.5% and 2.1%, further validating the accuracy of the study.

It must be noted that, for this parametric study, the hygroexpansion strain of paper is discarded in the analysis. According to the observations made in [12,13], the maximum hygroexpansive strain in paper ranges from 3.5% to 10%. Therefore, a theoretical analysis is addressed in order to determine the effect on the resonance frequency due to thickness variation alone; obtaining an increment of 15%. However, it must be noted that the sample thickness is not constant through the drying process; as it depends on the liquid concentration. The accuracy of the model could be improved in future analysis if these factors are considered.

5. Conclusions

In this paper, a parametric study that describes the nonlinear dynamic response of paper when interacting with water-based liquids is presented. A three-dimensional numerical model is used to describe the physics of paper with three parameters, coupling the nonlinear Richard's model of liquid transport with an elasticity model. The elasticity model is formulated considering the nonlinear effects of paper relaxation and liquid transport on the behavior of the Young modulus. The influence of these parameters in the dynamic response of paper is determined: the normalized sink/source term F is related to the drying time of the paper sample; m determines the initial resonance frequency and β determines the dynamics of the transition from saturated to dry. The drying process of paper is accurately modeled; this can be proved by the accurate response obtained for three different binary solutions. An error analysis is performed, obtaining a relatively small error given the complexity and nonlinearity of the liquid transport physics. This work can provide some means of producing low cost devices such as liquid characterization sensors and wearable devices.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

CRediT authorship contribution statement

Isaias Cueva-Perez: Data curation, Formal analysis, Investigation, Software. Angel Perez-Cruz: Conceptualization, Data curation, Formal analysis, Funding acquisition, Methodology, Project administration, Resources, Validation, Visualization. Ion Stiharu: Conceptualization. Aurelio Dominguez-Gonzalez: Funding acquisition, Resources. Miguel Trejo-Hernandez: Visualization. Roque Alfredo Osornio-Rios: Funding acquisition, Investigation, Methodology, Project administration, Resources, Supervision, Visualization.

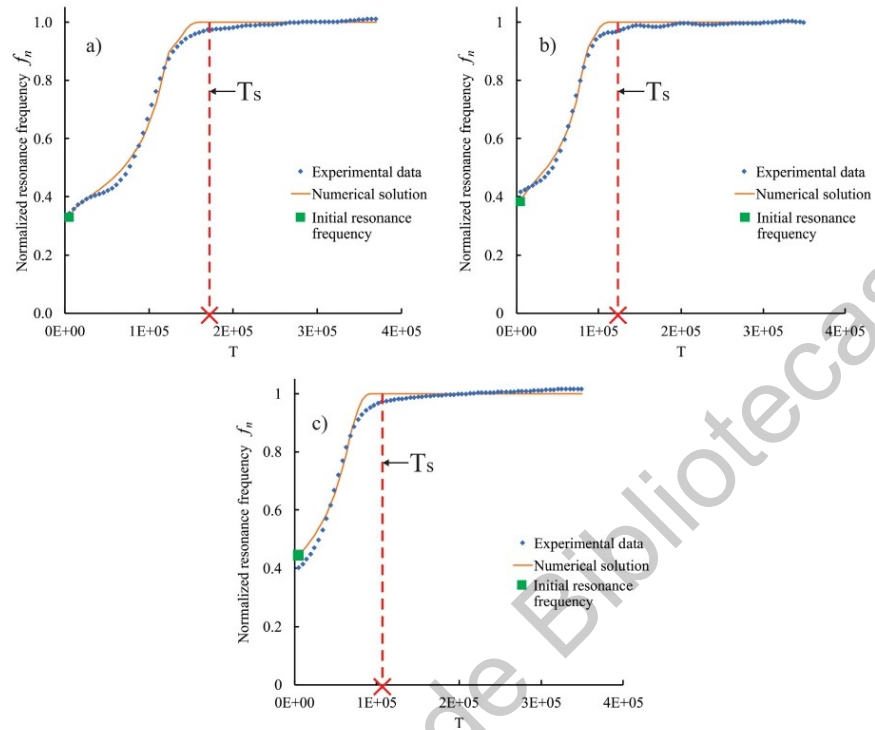


Fig. 6. Experimental results with numerical approximation. (a) Ethanol 0%; (b) Ethanol 25% and (c) Ethanol 50%.

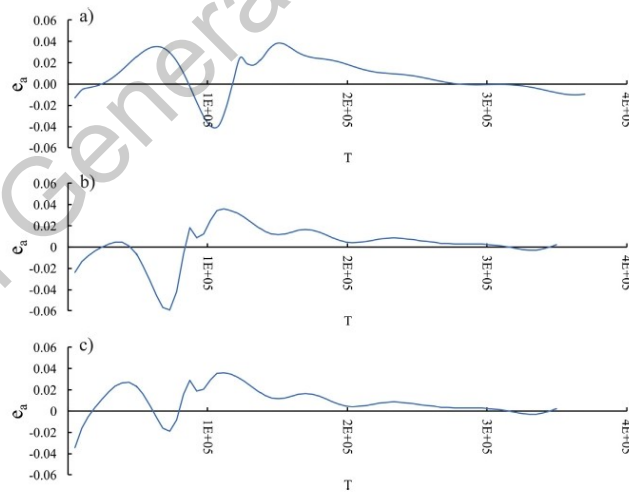


Fig. 7. Absolute error for (a) Ethanol 0%; (b) Ethanol 25% and (c) Ethanol 50%.

Acknowledgments

This work was supported by the CONACyT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología), Mexico scholarship number 591667/304869 and the project FOFIUAQ-2018 (grant number FIN201903).

References

- [1] J. Kim, J.-Y. Kim, S. Choe, Electroactive papers: possibility as actuators, in: *Smart Struct. Mater. 2000 Electroact. Polym. Actuators Devices*, Vol. 3987, 2003, p. 203, <http://dx.doi.org/10.1117/12.387779>.
- [2] Z. Ding, P. Wei, G. Chitnis, B. Ziaie, Ferrofluid-impregnated paper actuators, *J. Microelectromech. Syst.* 20 (2011) 59–64, <http://dx.doi.org/10.1109/JMEMS.2010.2100026>.
- [3] A. Fraiwan, H. Lee, S. Choi, A paper-based cantilever array sensor: Monitoring volatile organic compounds with naked eye, *Talanta* 158 (2016) 57–62, <http://dx.doi.org/10.1016/j.talanta.2016.05.048>.
- [4] X. Liu, M. Mwangi, X. Li, M. O'Brien, G.M. Whitesides, Paper-based piezoresistive MEMS sensors, *Lab Chip* 11 (2011) 2189–2196, <http://dx.doi.org/10.1039/c1lc20161a>.
- [5] T.L. Ren, H. Tian, D. Xie, Y. Yang, Flexible Graphite-on-Paper piezoresistive sensors, *Sensors* 12 (2012) 6685–6694, <http://dx.doi.org/10.3390/s120506685> (in Switzerland).
- [6] Y.H. Wang, P. Song, X. Li, C. Ru, G. Ferrari, P. Balasubramanian, M. Amabili, Y. Sun, X. Liu, A paper-based piezoelectric accelerometer, *Micromachines* 9 (2018) <http://dx.doi.org/10.3390/mi9010019>.
- [7] A.L. Erkkilä, T. Leppänen, J. Hämäläinen, T. Tuovinen, Hygro-elasto-plastic model for planar orthotropic material, *Int. J. Solids Struct.* 62 (2015) 66–80, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.02.001>.
- [8] H. Gao, F. Wang, Z. Shao, Study on the rheological model of Xuan paper, *Wood Sci. Technol.* 50 (2016) 427–440, <http://dx.doi.org/10.1007/s00226-015-0781-1>.
- [9] Y. Li, S.E. Stapleton, S. Reese, J.W. Simon, Anisotropic elastic-plastic deformation of paper: Out-of-plane model, *Int. J. Solids Struct.* 130–131 (2018) 172–182, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.10.003>.
- [10] A.K.I. Hall, T.C. O'Connor, M.K. McGath, P. McGuigan, The bending mechanics of aged paper, *J. Appl. Mech.* 85 (2018) 071005, <http://dx.doi.org/10.1115/1.4039881>.
- [11] C. Carrell, A. Kava, M. Nguyen, R. Menger, Z. Munshi, Z. Call, M. Nussbaum, C. Henry, Beyond the lateral flow assay: A review of paper-based microfluidics, *Microelectron. Eng.* 206 (2019) 45–54, <http://dx.doi.org/10.1016/j.mee.2018.12.002>.
- [12] S. Douezan, M. Wyart, F. Brochard-Wyart, D. Cuvelier, Curling instability induced by swelling, *Soft Matter* 7 (2011) 1506–1511, <http://dx.doi.org/10.1039/c0sm00189a>.
- [13] E. Reyssat, L. Mahadevan, How wet paper curls, *Europhys. Lett.* 93 (2011) <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/93/54001>.
- [14] M. Lee, S. Kim, H.Y. Kim, L. Mahadevan, Bending and buckling of wet paper, *Phys. Fluids* 28 (2016) <http://dx.doi.org/10.1063/1.4944659>.
- [15] A. Perez-Cruz, I. Stharu, A. Dominguez-Gonzalez, Two-dimensional model of imbibition into paper-based networks using Richards' equation, *Microfluid. Nanofluid.* 21 (2017) 1–12, <http://dx.doi.org/10.1007/s10404-017-1937-0>.
- [16] A. Perez-Cruz, I. Stharu, A. Dominguez-Gonzalez, Nonlinear imbibition influence on the hygro-mechanical bending response of paper due to its interaction with water, *Int. J. Non-Linear Mech.* 97 (2017) 89–95, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2017.09.002>.
- [17] S. Schmid, S. Kühne, C. Hierold, Influence of air humidity on polymeric microresonators, *J. Micromech. Microeng.* 19 (2009) <http://dx.doi.org/10.1088/0960-1317/19/6/065018>.
- [18] T. Tian, X. Wei, S. Jia, R. Zhang, J. Li, Z. Zhu, H. Zhang, Y. Ma, Z. Lin, C.J. Yang, Integration of target responsive hydrogel with cascaded enzymatic reactions and microfluidic paper-based analytic devices (μ PADS) for point-of-care testing (POCT), *Biosens. Bioelectron.* (2016) <http://dx.doi.org/10.1016/j.bios.2015.09.049>.
- [19] I. Cueva-Perez, R.A. Osornio-Rios, I. Stharu, A. Perez-Cruz, Extraction of nonlinear elastic parameters of paper from the amplitude-dependent frequency response of cantilever beams, *Int. J. Non-Linear Mech.* 111 (2019) 42–48, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2019.01.017>.
- [20] J.E. Unosson, C. Persson, H. Engqvist, An evaluation of methods to determine the porosity of calcium phosphate cements, *J. Biomed. Mater. Res. B* 103 (2015) 62–71, <http://dx.doi.org/10.1002/jbm.b.33173>.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

CERTIFICADO

Registro Público del Derecho de Autor

Para los efectos de los artículos 13, 162, 163 fracción I, 164 fracción I, 168, 169, 209 fracción III y demás relativos de la Ley Federal del Derecho de Autor, se hace constar que la **OBRA** cuyas especificaciones aparecen a continuación, ha quedado inscrita en el Registro Público del Derecho de Autor, con los siguientes datos:

AUTORES: CUEVA PEREZ ISAIAS
OSORNIO RIOS ROQUE ALFREDO
PEREZ CRUZ ANGEL

TITULO: PROGRAMA DE COMPUTO PARA DETERMINAR VIBRACIONES MECANICAS
DE SISTEMAS MICROFLUIDICOS

RAMA: PROGRAMAS DE COMPUTACION

TITULARES: CUEVA PEREZ ISAIAS
OSORNIO RIOS ROQUE ALFREDO
PEREZ CRUZ ANGEL

Con fundamento en lo establecido por el artículo 168 de la Ley Federal del Derecho de Autor, las inscripciones en el registro establecen la presunción de ser ciertos los hechos y actos que en ellas consten, salvo prueba en contrario. Toda inscripción deja a salvo los derechos de terceros. Si surge controversia, los efectos de la inscripción quedarán suspendidos en tanto se pronuncie resolución firme por autoridad competente.

Con fundamento en los artículos 2, 208, 209 fracción III y 211 de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 64, 103 fracción IV y 104 del Reglamento de la Ley Federal del Derecho de Autor; artículos 1, 3 fracción I, 4, 8 fracción I y 9 del Reglamento Interior del Instituto Nacional del Derecho de Autor, se expide el presente certificado.

Número de Registro: 03-2019-081610430500-01

México D.F., a 21 de agosto de 2019

EL DIRECTOR DEL REGISTRO PÚBLICO DEL DERECHO DE AUTOR

JESUS PARETS GOMEZ



Apéndice D – Manual del usuario del sistema de medición de frecuencia de resonancia

Descripción general

El equipo de medición de la frecuencia de resonancia fue diseñado con el objetivo de determinar la frecuencia de resonancia de vigas en voladizo mediante un principio de medición óptico. Este equipo determina la frecuencia de resonancia y amplitud de vibración de vigas en voladizo mediante el uso de un sensor CCD en combinación con un generador de vibraciones.

En la Figura D-1 se muestran las partes que componen el sistema de medición, los cuales son 1) Generador de vibraciones mecánicas (3B Scientific® 1000701), 2) Vástago vibratorio, 3) Sensor CCD y 5) Mecanismo de sujeción. El componente número 4 es la muestra cuya respuesta en frecuencia se desea analizar, en la Figura D-1(a) se puede observar una lana de acero inoxidable 316L y en la Figura D-1(b) se muestra una viga de papel de cromatografía de 20 mm de largo por 2 mm de ancho.

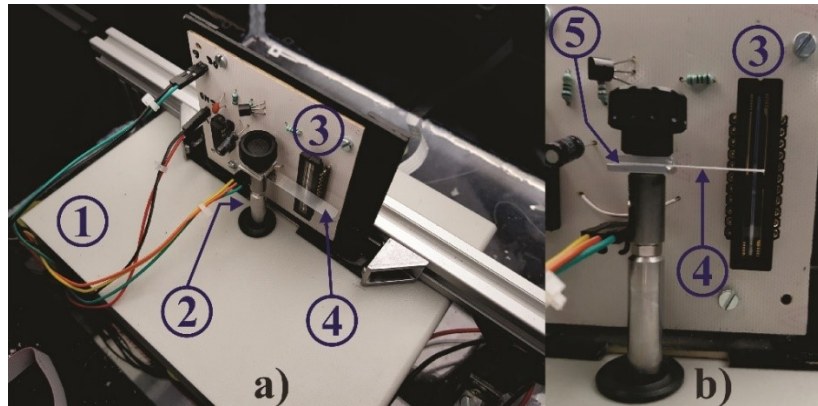


Figura D-1. Sistema de medición de la frecuencia de resonancia y sus componentes. (a) Vista isométrica del sistema, (b) vista frontal del vástago vibratorio y sensor CCD. 1- Generador de vibraciones; 2- Vástago vibratorio; 3- Sensor CCD; 4- Muestra; 5- Mecanismo de sujeción.

Principio de operación

El generador de vibraciones es utilizado para someter las muestras a una excitación armónica en el primer modo de vibración mediante excitación base. El usuario puede determinar el nivel de vibración al que es sometida la viga mediante software. El sensor CCD tiene como salida una señal analógica, que es convertida en una señal digital mediante acondicionamiento de señales. Esta señal es producida por la sombra de la viga proyectada sobre el sensor CCD, la cual es generada mediante un conjunto de LEDs ultrabrillantes. Esta señal digital es utilizada para determinar la posición de la viga en una muestra en un instante de tiempo t .

En la Figura D-2 se muestran tres posiciones posibles en los que se puede encontrar la viga con respecto al sensor CCD cuando ésta es sometida a vibraciones.

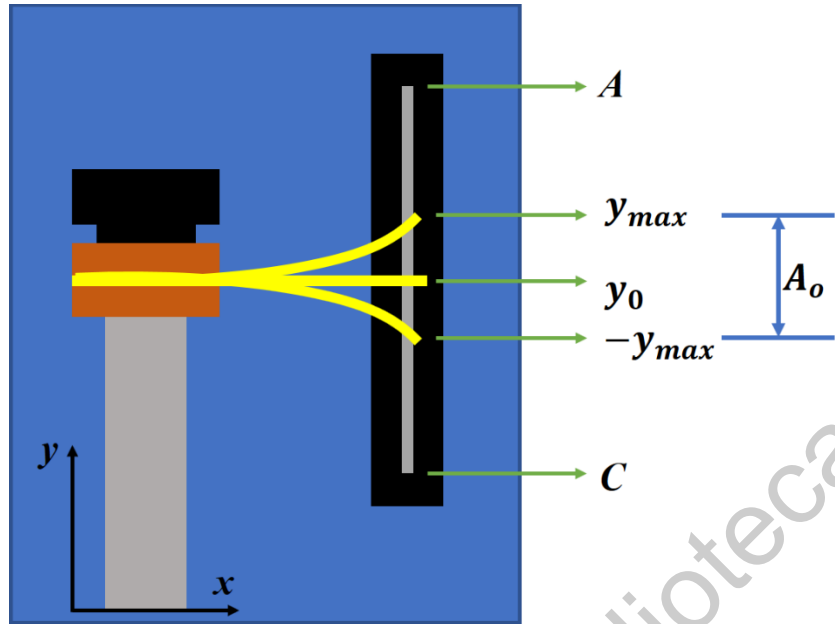


Figura D-2. Vista frontal del vástago vibratorio y del sensor CCD.

Las posiciones y_0 , y_{max} y y_{min} corresponden a las posiciones inicial, deflexión máxima positiva y deflexión máxima negativa. En la figura D-3 se muestran las señales digitales cuando la viga se encuentra cada una de estas posiciones.

La señal digital es procesada por el software del sistema para obtener la amplitud de vibración de la viga cuando está sometida a una determinada frecuencia de excitación.

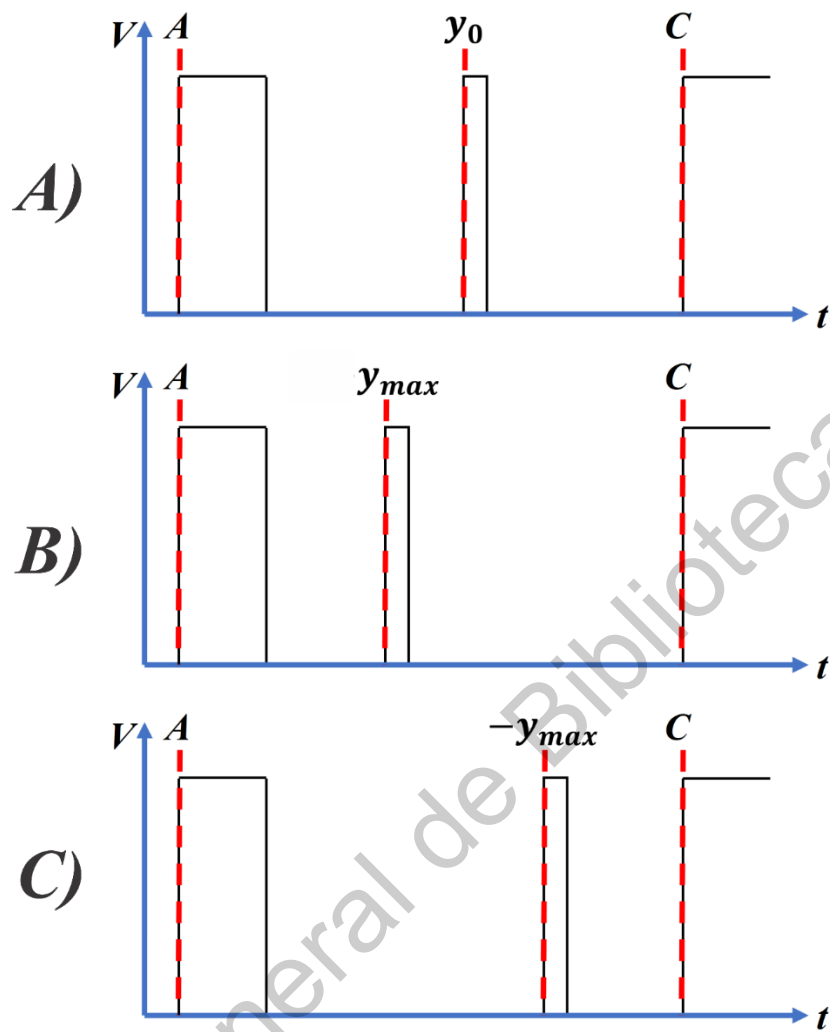


Figura D-3. Señal acondicionada del sensor en a) Posición inicial y_0 , b) Máxima deflexión positiva y_{max} y c) Máxima deflexión negativa y_{min} .

Componentes requeridos para el funcionamiento del sistema

Fuentes de alimentación

- a) Fuente de voltaje de ± 12 V (alimentación de la etapa de potencia)
- b) Fuente analógica @4.3 V (para etapa de acondicionamiento)
- c) Fuente de 5 V (alimentación de LEDs ultrabrillantes)

Electrónica

- a) Etapa de potencia (ver Figura D-4)
- b) Etapa de acondicionamiento (ver Figura D-5)
- c) Tarjeta de desarrollo ST Núcleo-F401R (ver Figura D-6)
- d) Tarjeta FPGA (ver Figura D-7)
- e) Sensor CCD (ver Figura D-8)
- f) LEDs ultrabrillantes

Mecánica

- a) Generador de vibraciones

Ambiente controlado

- a) Humidificador
- b) Caja de ambiente controlado

Asignación de pines en tarjetas

Etapa de potencia

PIN	COLOR DEL CABLE	DESCRIPCION
OUT	Caimán rojo	Salida de etapa de potencia
GND	Caimán negro	Tierra señal salida de etapa de potencia

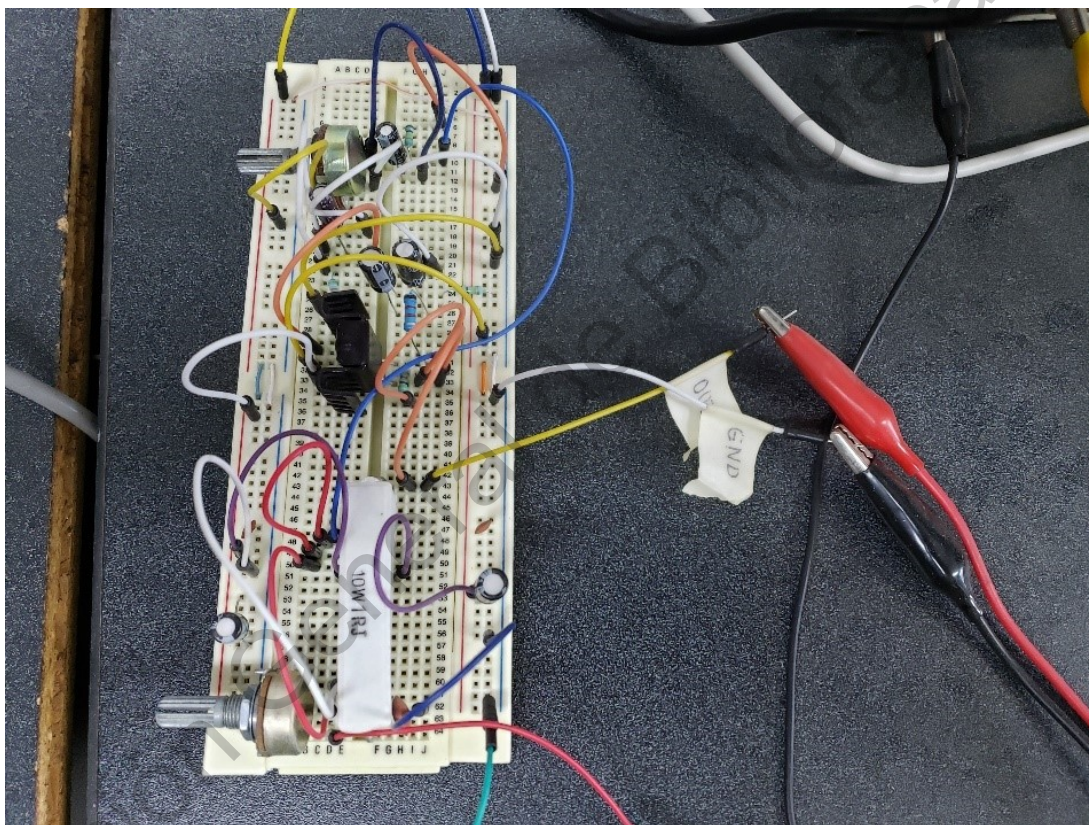


Figura D-4. Etapa de potencia.

Etapa de acondicionamiento

PIN	COLOR DEL CABLE	DESCRIPCION
VCC	Rojo	Alimentación de 4.3 V
GND	Azul	Tierra de fuente de alimentación
SO	Rojo	Señal acondicionada (hacia tarjeta FPGA)
GND	Azul	Tierra de señal de salida del sensor (hacia FPGA)
SI	Amarillo	Señal de salida del sensor CCD
GND	Blanco c/café	Tierra de salida del sensor CCD

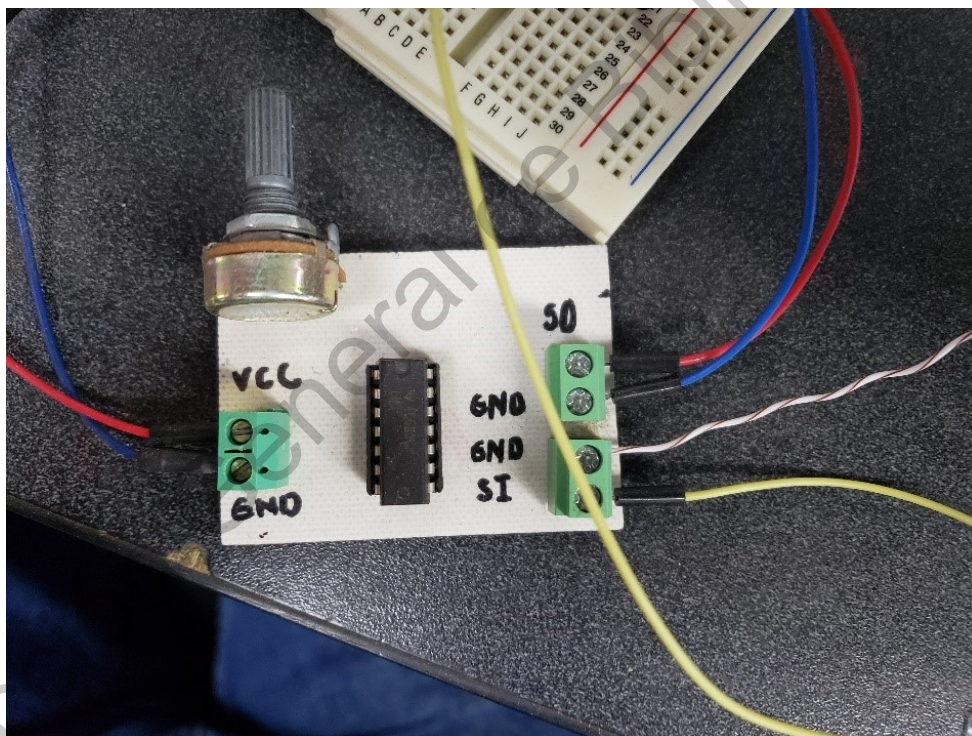


Figura D-5. Etapa de acondicionamiento de señal del sensor CCD.

Tarjeta ST Núcleo-F401R

PIN	COLOR DEL CABLE	DESCRIPCION
SCK/D13	Azul	Señal del driver sensor (hacia pin I de la tarjeta sensor)
PWM/D5	Naranja	Señal del driver sensor (hacia pin C de la tarjeta sensor)
A0	Blanco c/azul	Señal del driver sensor (hacia pin S de la tarjeta sensor)
3V3	Verde	Alimentación del sensor CCD (3.3 V)
GND	Blanco c/verde	Tierra de alimentación de sensor CCD

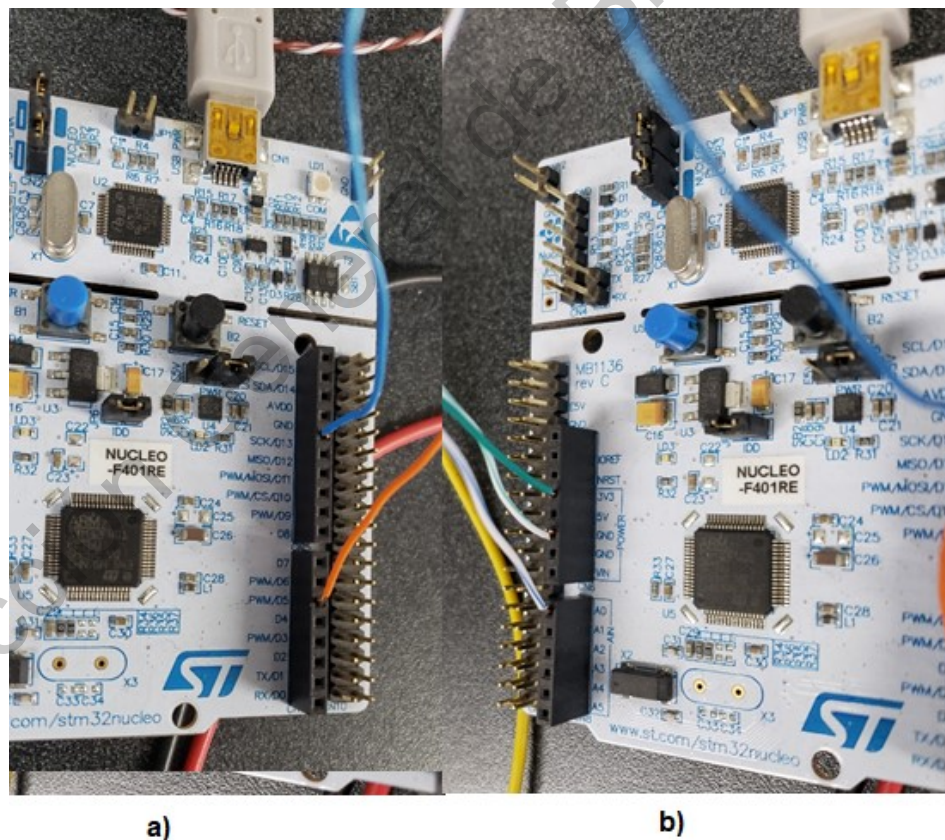


Figura D-6. Conexiones en la tarjeta ST Núcleo F401R. a) Conexiones de pines en la sección derecha y b) conexiones de pines en la sección izquierda.

Tarjeta FPGA

PIN	COLOR DEL CABLE	DESCRIPCION
GND	Gris	Tierra FPGA (conectar la tierra de la salida de etapa de acondicionamiento)
4	Café	Señal del sensor (desde pin SO de etapa de acondicionamiento)
DAC1	Rojo	Salida positiva del DAC (hacia etapa de potencia)
DAC2	Verde	Tierra DAC (hacia tierra de etapa de potencia)

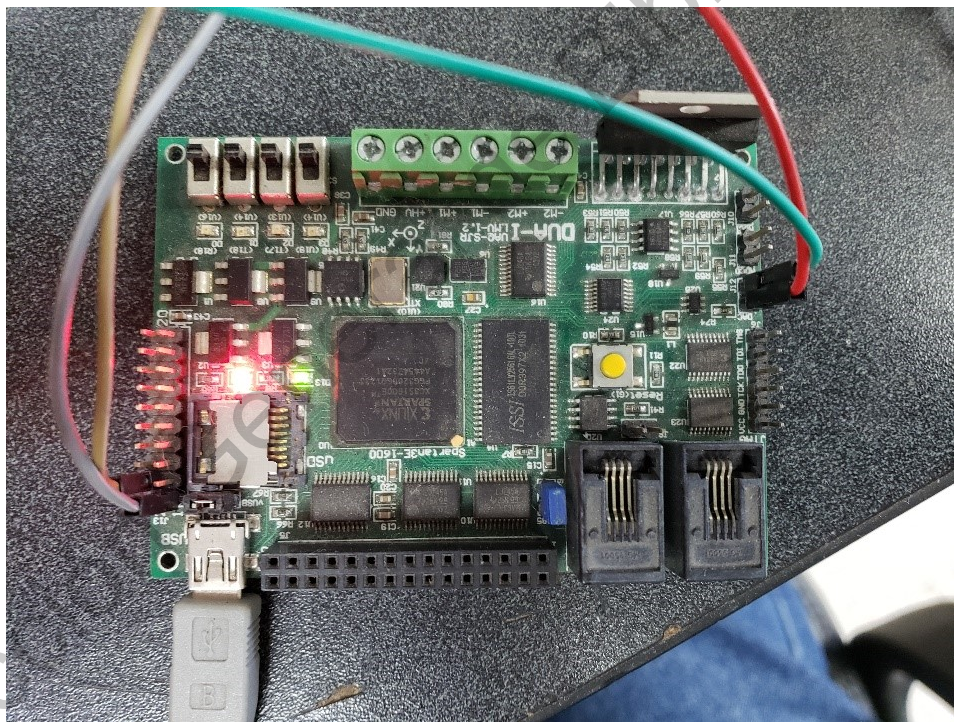


Figura D-7. Tarjeta FPGA.

Tarjeta con sensor CCD

PIN	COLOR DEL CABLE	DESCRIPCION
VCC	Rojo	Alimentación tarjeta (3.3 V, desde tarjeta ST Núcleo F401R)
GND	Negro	Tierra alimentación (desde tarjeta ST Núcleo F401R)
ICG	Verde	Driver sensor (desde pin SCK/D13 de la tarjeta ST Núcleo F401R)
CLK	Naranja	Driver sensor (desde pin PWM/D5 de la tarjeta ST Núcleo F401R)
SH	Amarillo	Driver sensor (desde pin A0 de la tarjeta ST Núcleo F401R)
SO_CCD	Verde	Salida del sensor (hacia pin SI de etapa de acondicionamiento)
GND	Negro	Tierra salida sensor (hacia tierra de acondicionamiento)

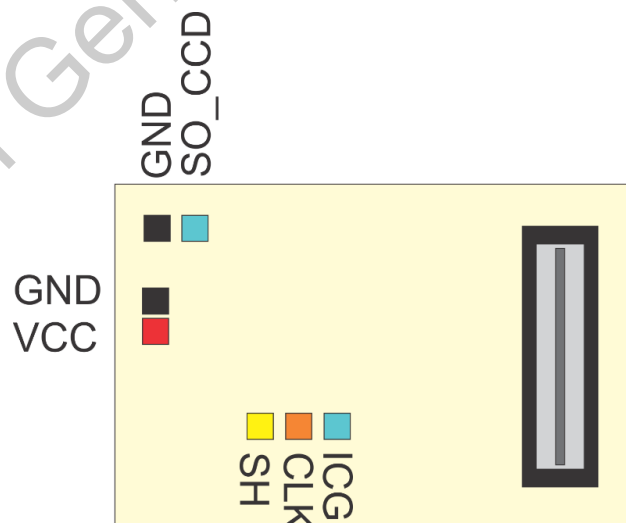


Figura D-8. Tarjeta con sensor CCD.

Uso del sistema

Preparación previa del sistema

En el caso de realizar mediciones con muestras (vigas) de papel dentro de la caja de ambiente controlado. Posteriormente, se deber configurar el humidificador que se muestra en la Figura D-9. Utilice los botones (señalados en amarillo) para configurar la humedad relativa que desee.



Figura D-9. Botones para configurar el nivel de humedad.

Una vez que el humidificador esté configurado con el nivel de humedad deseado, deje pasar por lo menos 24 horas antes de realizar los experimentos. Este tiempo es necesario para que las muestras tengan un contenido de humedad uniforme antes de realizar las mediciones.

El humidificador cuenta con un indicador LED que se enciende cuando hay un bajo nivel de agua en el cartucho. Si esto ocurre, retire el humidificador del ambiente controlado, desconectándolo de la toma de corriente y rellene de nuevo el cartucho con agua destilada hasta que la esponja quede saturada. Esto puede comprobarse volteando hacia abajo el cartucho después de haberlo llenado, para quitar un excedente de agua que pudiera haber quedado. Posteriormente coloque

de nuevo el humidificador en el ambiente controlado y configure de nuevo a la humedad deseada.

Montaje de una muestra

El mecanismo de sujeción de muestras consiste en un tornillo, un holder de aluminio que consiste en 2 pequeñas placas y el vástago del generador de vibraciones. A continuación, se muestra el procedimiento para montar una viga en el equipo de medición.

1. Coloque una de las piezas del holder en el tornillo como se muestra en la Figura D-10.

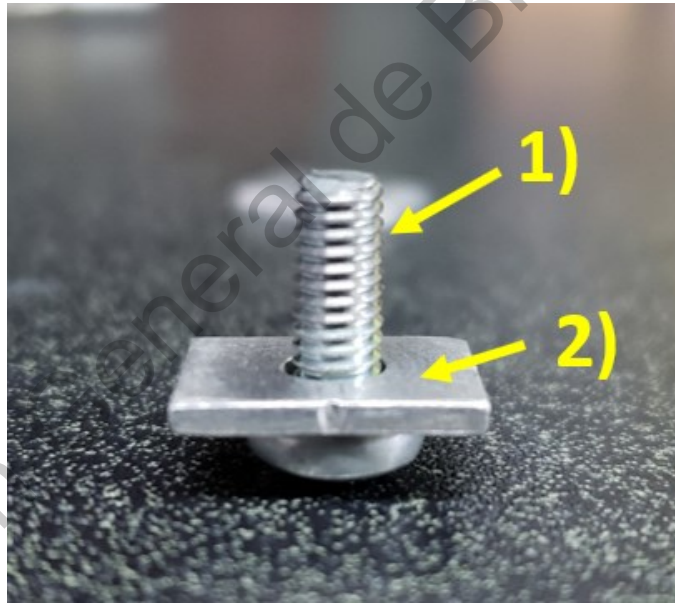


Figura D-10. Vista lateral del mecanismo de montaje. 1) Tornillo de sujeción y 2) Holder de aluminio

2. Coloque una muestra de papel sobre el holder de aluminio como se muestra en la Figura D-11.

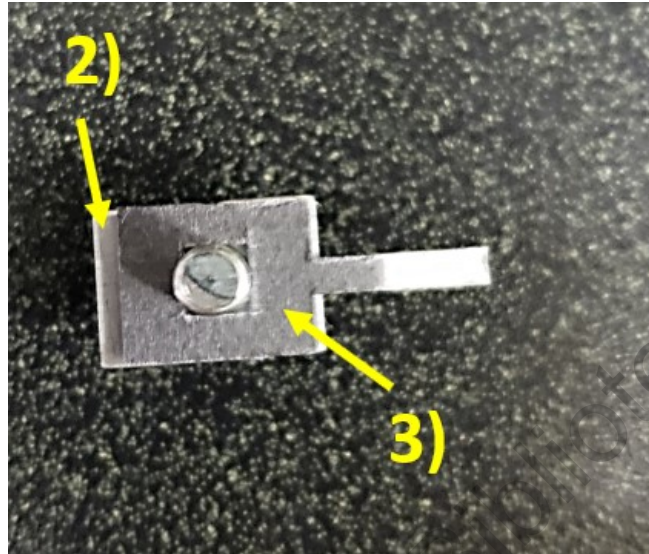


Figura D-11. Vista superior del montaje de una muestra de papel. 2) Holder y 3) Muestra de papel.

3. Coloque la segunda pieza del holder para sujetar la muestra a manera de sándwich como se muestra en la Figura D-12. En la Figura D-13 se muestra la alineación correcta que debe tener la muestra con respecto al mecanismo de sujeción.



Figura D-12. Vista lateral del mecanismo de montaje. 1) Tornillo de sujeción; 2) Holder de aluminio.

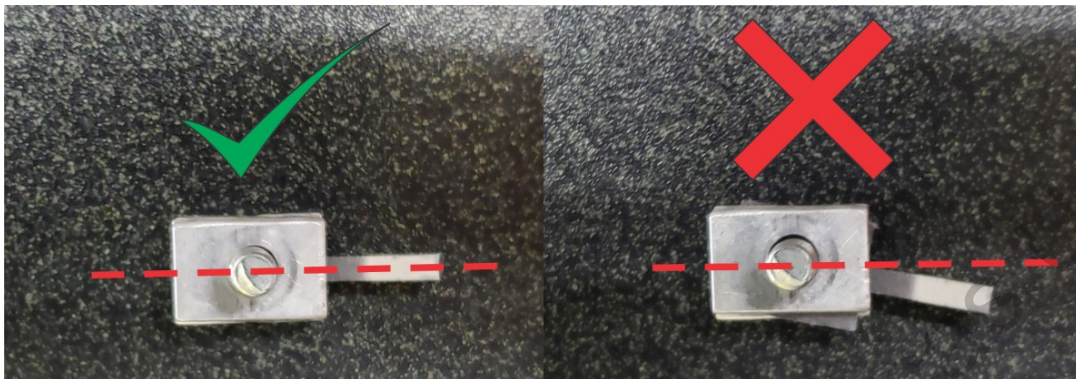


Figura D-13. Alineación de la muestra con respecto al mecanismo de sujeción.

4. Inserte el mecanismo de sujeción atornillándolo en el vástago del generador de vibraciones como se muestra en la figura D-14. Cuide que la alineación de la muestra con respecto al holder se mantenga como en la Figura 13.



Figura D-14. Montaje del mecanismo en el vástago del shaker. 4) Vástago

5. Inserte el vástago en el generador de vibraciones. Cuide la alineación de la muestra con respecto al sensor CCD. En la figura 15 se muestra la alineación correcta de la muestra.

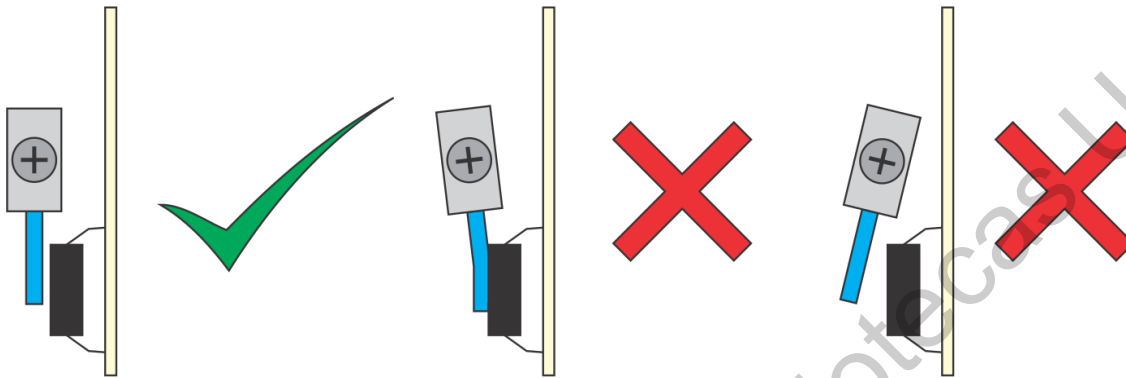


Figura D-15. Alineación de la muestra con respecto al sensor CCD (Vista superior).

Software

El software del sistema de medición de la frecuencia de resonancia consiste en diversos ejecutables con los que se pueden realizar distintos tipos de mediciones. Este software corre bajo el sistema operativo Ubuntu y requiere de la instalación previa de la biblioteca de Boost para C++ para un correcto funcionamiento. A continuación, se detallan los archivos que componen el software del sistema de medición.

Archivos del sistema de medición

Nota: Todos los archivos que se muestran a continuación deben estar ubicados en una misma carpeta

Nombre del archivo	Descripción
FIR_LUT.bit	Archivo .bit para programar la tarjeta FPGA
program	Archivo de comandos Bash que realiza la programación del FPGA (mediante el archivo FIR_LUT.bit)
dorada	Archivo de comandos Bash que ejecuta la medición de la frecuencia de resonancia con algoritmo de sección dorada (medidor_v5)
barrido_inc	Archivos de comandos Bash que ejecuta la medición de la frecuencia de resonancia con un algoritmo de búsqueda incremental (medbarr_inc)
barrido_dec	Archivos de comandos Bash que ejecuta la medición de la frecuencia de resonancia con un algoritmo de búsqueda incremental (medbarr_dec)
parametros.txt	Configuración txt con los parámetros deseados para ejecutar la prueba
voltajes.txt	Archivo que contiene las amplitudes p/señal senoidal

Configuración del archivo parametros.txt

Para configurar una prueba es necesario editar el archivo "parametros.txt" y posteriormente guardarlo. A continuación, se explica el contenido de este archivo línea por línea.

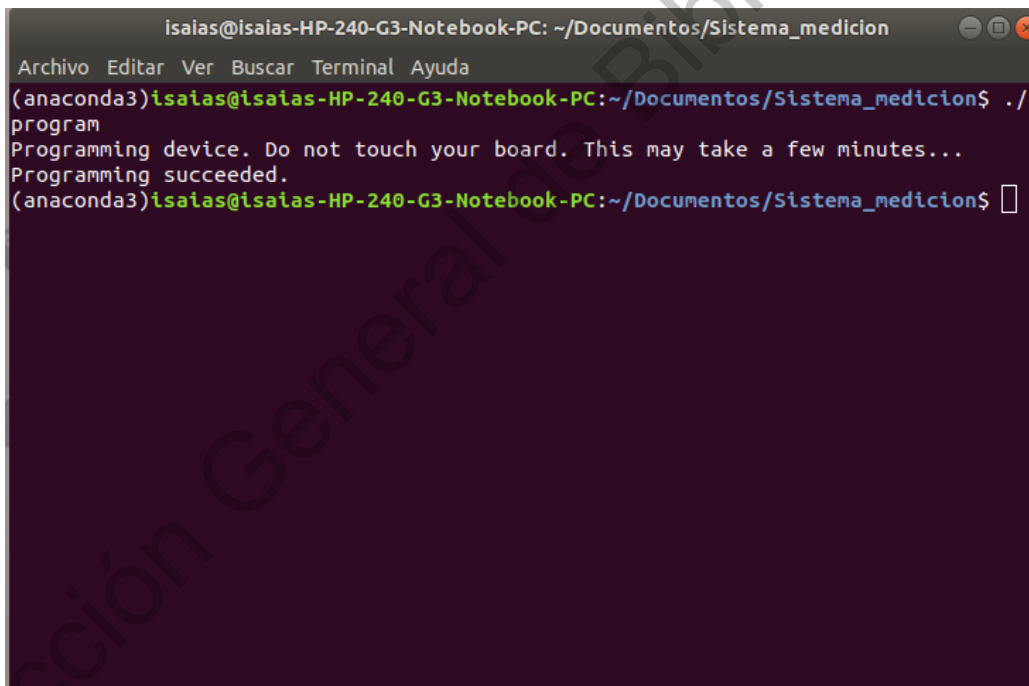
Línea	Descripción	Tipo de dato
1	Tipo de papel o material	Cadena
2	Dirección de corte del papel	Entero positivo
3	Longitud de la muestra en mm	Float
4	Ancho de la muestra en mm	Float
5	Número de repeticiones de la prueba (obsoleto en la versión actual del sistema)	Entero positivo
6	Ejecutar prueba sustituyendo la muestra	Carácter ('n' o 's')
7	Frecuencia inferior del rango de búsqueda de la frecuencia	Flotante (≥ 250 Hz)
8	Frecuencia superior del rango de búsqueda de la frecuencia	Flotante (< 1000 Hz)
9	Tipo de líquido (en caso de hacer una prueba con líquidos)	Entero positivo (entre 0 y 5, que son los valores preset, aunque se pueden configurar más de ser necesario)
10	Concentración de una sustancia (en caso de hacer prueba con líquidos)	Flotante (entre 0 y 100)
11	Configuración de muestras con cera	Entero positivo (entre 0 y 3)
12	Duración de la prueba en segundos	Flotante (50 hacia arriba)

Para una mejor referencia de la configuración de la prueba se puede consultar el archivo "guia.txt" que está dentro la carpeta con los archivos del software del sistema.

Como ejecutar una prueba

Una vez que se ha montado la muestra y se ha configurado la prueba en el archivo `parametros.txt` se debe realizar lo siguiente

1. Conecte el cable de alimentación de la tarjeta FPGA a su computadora.
2. Conecte el cable JTAG de la tarjeta FPGA hacia la computadora.
3. En consola de comandos de Ubuntu diríjase a la carpeta donde se encuentren ubicados los archivos del software del sistema de medición y ejecute el comando `./program`. No desconecte ni toque la tarjeta FPGA mientras es programada. (Figura D-16).



```
isaias@isaias-HP-240-G3-Notebook-PC: ~/Documentos/Sistema_medicion
Archivo Editar Ver Buscar Terminal Ayuda
(anaconda3)isaias@isaias-HP-240-G3-Notebook-PC:~/Documentos/Sistema_medicion$ ./
program
Programming device. Do not touch your board. This may take a few minutes...
Programming succeeded.
(anaconda3)isaias@isaias-HP-240-G3-Notebook-PC:~/Documentos/Sistema_medicion$
```

Figura D-16. Programación de la tarjeta FPGA con consola de comandos en el sistema operativo Ubuntu

4. Una vez que la tarjeta FPGA esté programada encienda las fuentes de alimentación del sistema y conecte la tarjeta Núcleo F401-R a un adaptador de corriente mediante su respectivo cable USB.

5. Coloque la muestra que desea analizar tal y como se describe en la subsección “Montaje de una muestra”.
6. Presione el botón de reset de la tarjeta FPGA antes de comenzar la prueba (Figura D-17).

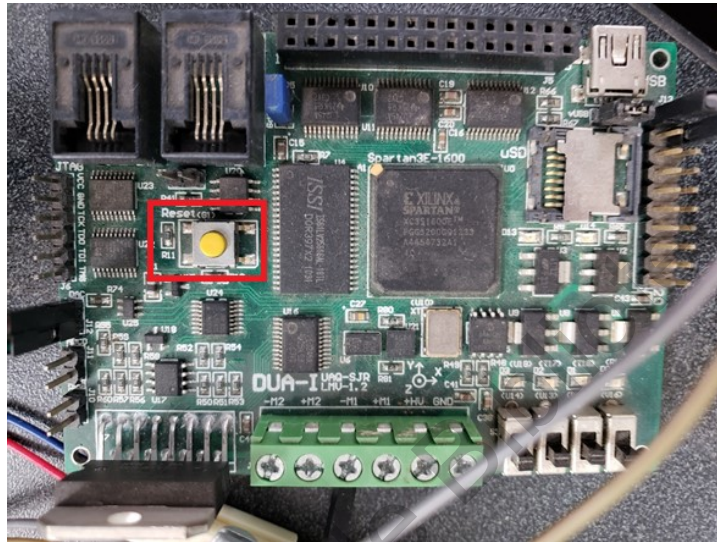


Figura D-18. Botón reset de la tarjeta FPGA.

7. Posteriormente ejecute una de las siguientes opciones en la consola dependiendo de la prueba que desee realizar:
 - a. `./dorada`
 - b. `./barrido_inc`
 - c. `./barrido_dec`

Prueba con algoritmo de búsqueda de la sección dorada (`./dorada`)

Esta prueba permite encontrar la primera frecuencia de resonancia de una viga mediante el algoritmo de búsqueda de la sección dorada. Este archivo (`./dorada`) ejecuta una prueba que hace mediciones y comparaciones en ciertos puntos de la curva.

Esta prueba comienza con un rango de búsqueda inicial que va desde f_i hasta f_h . Este rango es especificado en las líneas 7 y 8 del archivo "parámetros.txt". Este rango es elegido mediante la experiencia del usuario, que podría tener un conocimiento previo de la frecuencia de resonancia aproximada de acuerdo con el material utilizado. Si se desconoce completamente cual podría ser esta frecuencia de resonancia se recomienda configurar el rango entre 250 Hz y 1000 Hz.

Si se desea realizar solo una medición, se debe dejar un tiempo de 50 (línea 12 de "parámetros.txt"). Si se desea observar la evolución del valor de la frecuencia de resonancia con respecto al tiempo (como en un proceso de secado, por ejemplo), entonces se debe especificar un valor más alto, dependiendo del tiempo estimado de secado, que puede ser conocido por la experiencia previa del usuario. Al final la prueba se genera un archivo con los resultados de la medición cuya extensión es .csv (Archivo de valores separados por comas).

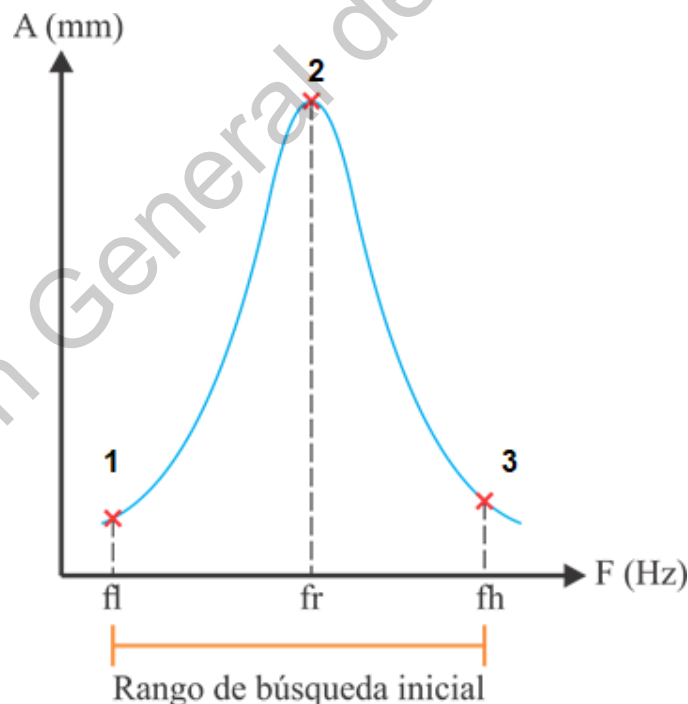


Figura D-19. Curva de resonancia de una muestra. 1) Frecuencia inferior del rango de búsqueda inicial, 2) Frecuencia de resonancia y 3) Frecuencia superior del rango de búsqueda inicial.

Prueba de barrido incremental o decremental

Este tipo de prueba consiste en realizar un barrido incremental (`./barrido_inc`) o un barrido decremental (`./barrido_dec`), dependiendo del ejecutable que se escoja. La prueba es ejecutada probando de 2 en 2 Hz desde la frecuencia inicial del rango hasta la frecuencia final. Este rango es especificado desde las líneas 7 y 8 del archivo "parametros.txt". Antes de ejecutar este análisis se recomienda ejecutar una medición previa con `./dorada`. Al final la prueba se genera un archivo con los resultados de la medición cuya extensión es `.csv` (Archivo de valores separados por comas).

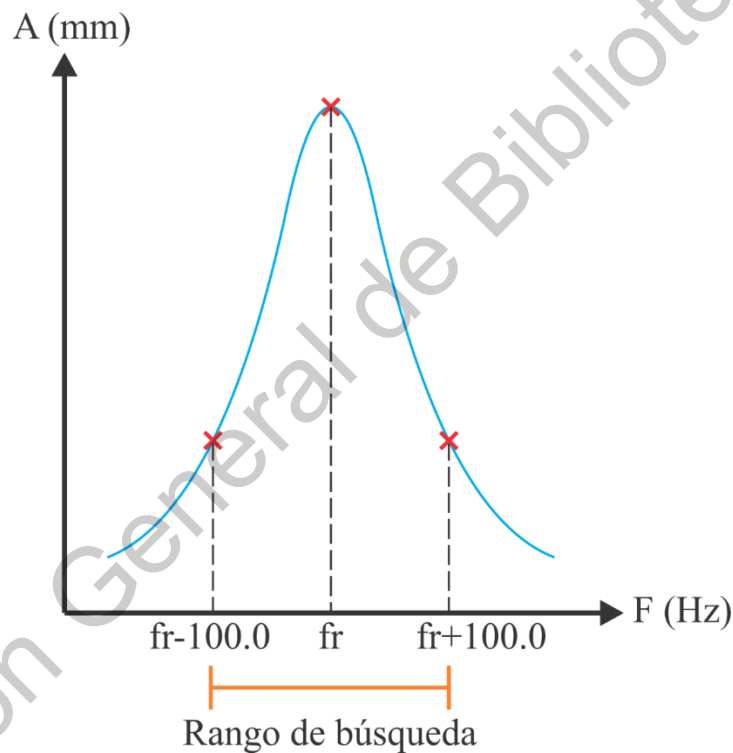


Figura D-20. Curva de resonancia con la frecuencia resonancia y el rango de búsqueda que abarca un ancho de banda de 200 Hz.

Troubleshooting (Solución de problemas comunes)

1. Cannot open device

Solución: Reseteo el FPGA con el botón amarillo, verifique que la tarjeta FPGA esté correctamente conectada a la computadora.

2. 'core' generado

Solución:

- Verifique que todas las fuentes estén encendidas y que la tarjeta Núcleo F401-R esté conectada al adaptador de corriente
- Verifique que haya una muestra montada en el sistema de medición y que esté colocada correctamente
- Verifique que haya 12 líneas en el archivo "parametros.txt" y que todos los parámetros estén correctamente escritos

Recomendaciones generales

1. Mantener cerrada la tapa del equipo de medición (ambiente controlado) cuando se realicen mediciones para evitar interferencias de fuentes de luz externas.
2. Mantener las muestras de papel clasificadas y organizadas de manera adecuada para poder identificarlas correctamente antes y después de las mediciones.
3. No golpear la caja de ambiente controlado ni colocarla sobre una superficie a desnivel o con vibraciones para no generar interferencia.
4. Calibrar la salida del generador de señales del sistema midiendo el voltaje que entra al generador de vibraciones.