



**Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ingeniería Matemática**

**“MODELOS DE CADENAS MARKOVIANAS EN LA PLANEACIÓN DEL TRANSPORTE
CARRETERO EN MÉXICO”**

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Maestra en Matemáticas Aplicadas

Presenta:

Irma Molina Flores

Dirigido por:

Dr. Eric Moreno Quintero

SINODALES

Dr. Eric Moreno Quintero
Presidente

M. en C. Verónica Josefina Soria Anguiano
Secretario

M. en I. Alfonso Herrera García
Vocal

M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yáñez
Suplente

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera
Suplente

Dr. Aurelio Domínguez González
Director de la Facultad

Dr. Inico Torres Pacheco
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
México
Diciembre 2012

La presente obra está bajo la licencia:
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



CC BY-NC-ND 4.0 DEED

Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

Usted es libre de:

Compartir — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciante no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

Bajo los siguientes términos:



Atribución — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.



NoComercial — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



SinDerivadas — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

No hay restricciones adicionales — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

Avisos:

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.

RESUMEN

Existen tres tipos de licencia federal de conductor para el autotransporte de carga en México: B, C y E, según la complejidad del vehículo y/o servicio y del nivel de capacitación del operador. Con el tiempo los cambios de estados en la población de licencias: las nuevas, las renovadas, las que piden categoría adicional, los duplicados, etc., reflejan la dinámica del mercado laboral de los operadores y los requerimientos de capacitación. Este trabajo propone que estos cambios pueden verse como transiciones entre diferentes estados de un proceso estocástico. Así, un enfoque de Cadena de Markov para estudiar la evolución de las licencias federales de conductor para el autotransporte de carga en México parece apropiado. Se muestran los pasos para modelar los estados de las licencias como una cadena Markoviana y algunos resultados numéricos. La información obtenida de las matrices de probabilidades de transición, de las probabilidades de estado estable y de los tiempos de recurrencia caracteriza los estados del sistema y sugiere oportunidades de mejora en diversos aspectos del ámbito del autotransporte de carga, como son la seguridad en el transporte, el cumplimiento de las reglas de operación o el reforzamiento de la capacitación de operadores; cuestiones que son útiles en los procesos de planeación y mejora de políticas para el subsector.

Descriptor: Licencia federal de conductor del autotransporte de carga, proceso estocástico, cadena de Markov.

SUMMARY

There are three types of license in the federal road freight service for Mexican drivers: B, C and E, depending on the complexity of the driving and the operator's training level. Over the time, status changes occurring in the licenses population: brand new, renewed, additional category, duplicate, etc., reflect the dynamics of the operators' labor market and the corresponding training requirements. This work proposes that these changes can be seen as transitions among different states of a stochastic process. Thus, a Markov chain approach to study the evolution of driver's licenses in the federal road freight transport in Mexico seems appropriate. The steps to model the evolution of changes in the states of licenses as a Markov chain are presented as well as some numerical results. Information obtained on transition probabilities matrices, stable state probabilities and recurrence times, characterize system states and suggests improvement opportunities in several aspects of the road freight industry, like security, compliance with the license's rules or reinforcing of operator training programs, things that are useful for the planning and policy design for this subsector.

Keywords: Federal road freight service license, stochastic process, Markov chain.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es el resultado del interés en la aportación de mejora de la planeación del Transporte Carretero en México, principalmente, del Dr. Eric Moreno Quintero. Su conocimiento y experiencia como investigador titular del Instituto Mexicano del Transporte, su principal línea de trabajo la modelación matemática en sistemas de transporte, aportó una constante retroalimentación al desarrollo de esta tesis; agradezco su dirección.

La Dirección General del Autotransporte Federal (DGAF) y la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), a través de su página web, puso al alcance de los usuarios las bases de datos aquí utilizadas.

El Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), quien impulsa el desarrollo de la investigación científica, tuvo la contribución financiera en la realización de esta tesis.

Mis familiares, amigos y compañeros que me apoyaron en momentos difíciles.

Gracias.

ÍNDICE GENERAL

| | Página |
|--|---------------|
| RESUMEN | i |
| SUMMARY | ii |
| AGRADECIMIENTOS | iii |
| ÍNDICE GENERAL | iv |
| ÍNDICE DE TABLAS | v |
| ÍNDICE DE FIGURAS | vi |
| 1. INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 1.1 Antecedentes..... | 1 |
| 1.2 Planteamiento general | 4 |
| 1.3 Hipótesis..... | 7 |
| 1.4 Objetivos | 7 |
| 1.5 Justificación | 8 |
| 2. REVISIÓN DE LITERATURA | 10 |
| 3. METODOLOGÍA..... | 19 |
| 3.1 El enfoque de Cadenas de Markov..... | 19 |
| 3.2 Los elementos de modelación de la Cadena Markoviana..... | 21 |
| 3.3 Un modelo Markoviano en la evolución de licencias federales mexicanas de conductor | 30 |
| 4. DESARROLLO DEL MODELO Y RESULTADOS | 36 |
| 4.1. El desarrollo del modelo. | 36 |
| 4.2. Los resultados obtenidos..... | 49 |
| 5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS..... | 60 |
| BIBLIOGRAFÍA | 63 |

ÍNDICE DE TABLAS

| Tabla | Página |
|---|---------------|
| 1.1 Tipos de licencias federales de conductor (Fuente: Estadística Básica del Autotransporte Federal 2008, P. 61) | 2 |
| 4.1 Probabilidades de estado estable para los tres tipos de licencia en las categorías nacional e internacional..... | 52 |
| 4.2 Tendencias de cambios de licencias B y C en su periodo de vigencia | 56 |
| 4.3 Tendencias de cambios de licencias E en su periodo de vigencia | 56 |
| 4.4 Tiempos medios de 1ª pasada a partir del estado V de vigencia | 58 |
| 4.5 Tiempos medios de recurrencia..... | 59 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| Figura | Página |
|---|---------------|
| 1.1 Participación porcentual del Autotransporte de carga y el FFCC en el PIB de Transporte y Almacenaje (Fuente: Martínez et al., 2007 -Manual Estadístico del Sector Transporte 2007. IMT-). | 4 |
| 3.1 Diagrama de transición de estados y probabilidades del sistema una fotocopidora. | 22 |
| 3.2 Matriz de transición del sistema de la fotocopidora..... | 23 |
| 3.3 Relaciones entre los estados de las licencias federales del autotransporte de carga..... | 32 |
| 3.4 Diagrama de transición. Modelo básico del sistema de licencias..... | 34 |
| 4.1 Partición del intervalo de observación de llegadas al azar | 37 |
| 4.2 Llegadas Poissonianas al estado de expedición..... | 42 |
| 4.3 Llegadas Poissonianas al estado de categoría adicional | 42 |
| 4.4 Gráficas de los datos 2001 a 2009 suavizados con un promedio móvil de periodo 5 | 46 |

1. INTRODUCCIÓN

Esta tesis se divide en cinco capítulos. El primero de ellos es la presente introducción, que contiene los antecedentes, el planteamiento general del caso de estudio, la hipótesis, los objetivos y la justificación del tema a desarrollar. El capítulo dos, contiene una revisión de la literatura referente a la aplicación de temas relacionados como los procesos estocásticos y los modelos de las cadenas de Markov; se presenta una amplia revisión bibliográfica. El capítulo tres, presenta el desarrollo del modelo de las cadenas de Markov, así como las herramientas estadísticas utilizadas; se incluye la metodología propuesta. El capítulo cuatro, muestra los resultados obtenidos a partir del análisis de las bases de datos de las licencias federales de conductor del autotransporte de carga en México, después de aplicar la metodología del capítulo tres. El capítulo cinco, presenta las conclusiones del presente trabajo de tesis y las perspectivas para desarrollos posteriores. En la última sección se enlistan las fuentes bibliográficas consultadas.

1.1 Antecedentes

El Reglamento de Autotransporte Federal y Servicios Auxiliares (RAFSA) en México establece que los conductores de los vehículos del autotransporte federal deberán obtener y en su caso, renovar la licencia federal de conductor otorgada por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). El trámite de la licencia federal de conductor en sus dos modalidades, nacional e internacional, se realiza conforme a las categorías autorizadas y de acuerdo al trabajo a realizar por el operador. En la modalidad internacional se les exige a los conductores que mueven cargas que cruzan la frontera (generalmente hacia Estados Unidos).

La licencia federal de conductor en sus modalidades nacional e internacional se clasifica en las categorías: “A”, “B”, “C”, “D”, “E” y “F” (en lo sucesivo tipos de licencia); según la clase de vehículo de autotransporte federal a conducir como se indica en la Tabla 1.1.

Los tipos “A”, “B”, “C”, “D”, “E” y “F” autorizan conducir vehículos destinados al servicio público federal de transporte de pasajeros y carga. Las licencias tipo “A”, “D” y “F” son para el traslado de pasajeros; y los otros tres tipos son para conducir vehículos de carga, en los servicios de carga general y de carga especializada: el tipo “B” para tractocamiones con distintas configuraciones de remolque; “C” para camiones de dos y de tres ejes (C2 y C3); y “E” si se trata de un vehículo de carga destinado al transporte de carga de materiales y residuos peligrosos.

Los distintos tipos de licencia se orientan a las necesidades de los distintos mercados de transporte de carga.

Tabla 1.1 Tipos de licencias federales de conductor (Fuente: Estadística Básica del Autotransporte Federal 2008, P. 61)

| Tipo | Autorizado para conducir vehículos del sistema de autotransporte federal de: |
|-------------|---|
| A | pasajeros y exclusivo de turismo. |
| B | carga para tractocamiones con distintas configuraciones de remolque, excepto los de materiales y residuos peligrosos. |
| C | carga para camiones de 2 y 3 ejes, C2 ("rabón") y C3 ("torton"). |
| D | exclusivo de turismo en su modalidad de chofer-guía. |
| E | carga general, materiales y residuos peligrosos. |
| F | de y hacia los puertos marítimos y aeropuertos (transportación de pasajeros). |

Las licencias tipo C se usan en transporte de corto itinerario con vehículos C2 y C3, para movimientos de carga general como puede ser transporte de frutas y hortalizas, cemento, madera, mudanzas, etc., en traslados dentro de una población o entre poblaciones no muy alejadas.

Las licencias tipo B se usan en el movimiento de vehículos articulados que suelen hacer viajes de largo itinerario, muchos de los cuales forman los flujos de mercancías que cruzan la frontera con los Estados Unidos. En la modalidad “internacional”, para cruzar fronteras, generalmente hacia los Estados Unidos, la licencia federal de conductor se otorga a partir de los 21 años de edad cumplidos,

requiriéndose además de lo solicitado en la modalidad nacional, conocer el idioma inglés y el reglamento del país extranjero.

La licencia tipo E se usa en el traslado de substancias, materiales o residuos peligrosos.

Para tener acceso a otros mercados de transporte de carga, los operadores con licencia vigente de algún tipo pueden solicitar alguna categoría adicional, una vez que han aprobado un curso de capacitación en algún centro reconocido por la SCT, por ejemplo para conducir camiones con materiales peligrosos, o para manejar autobuses o transporte de turismo especializado. Los cambios de categorías de licencia, la baja de alguna categoría o la adición de otras categorías reflejan las necesidades de los distintos mercados de transporte donde se requieren esos operadores: carga general, carga especializada, transporte de pasajeros o turismo. Paralelamente, las solicitudes de licencias nuevas así como los cambios de categorías reflejan la dinámica del sistema de capacitación actual que suministra operadores aptos para el transporte de carga. Por otra parte, los pagos de derechos por cualquier trámite de licencia representan ingresos para la SCT.

Las licencias federales de conductor son una fuente de información importante para diversos fines en la planeación del autotransporte de carga. La reglamentación que exige tener una licencia de conductor para el transporte de carga, no es sólo un cobro de derechos de la autoridad del transporte. La obtención de una licencia y sus sucesivas renovaciones son un control para asegurar que los operadores tienen la capacitación técnica adecuada para transportar carga, lo que incide en la mejora de la seguridad en las carreteras y en el manejo técnico adecuado que ahorra combustible.

Desde el punto de vista de las empresas transportistas, la licencia de los operadores es el documento que les facilita las contrataciones de personal confiable para atender las demandas de sus clientes. Desde la perspectiva de la capacitación, la demanda de operadores por las empresas transportistas incide en la solicitud de cursos a los centros de capacitación que preparan a los operadores para solicitar la licencia.

De esta forma, los cambios en el conjunto de las licencias federales de conductor a lo largo del tiempo pueden reflejar las necesidades de operadores en los distintos mercados de trabajo, las necesidades de capacitación, las tendencias de generación de licencias nuevas y las tendencias de cambios de categorías que promueven los propios operadores que buscan oportunidades adicionales en los mercados del transporte de carga.

1.2 Planteamiento general

El autotransporte de carga como insumo del sector productivo, es absolutamente indispensable. Su posición dominante se ve reflejada en el PIB de la rama Transporte y Almacenaje para el periodo 2003 – 2009, como se ilustra en la Figura 1.1. La participación porcentual del autotransporte de carga en el PIB de esta Rama Transporte y Almacenaje es de alrededor del 42%, muy superior a la de su competidor, el ferrocarril, que aporta apenas alrededor del 2%.

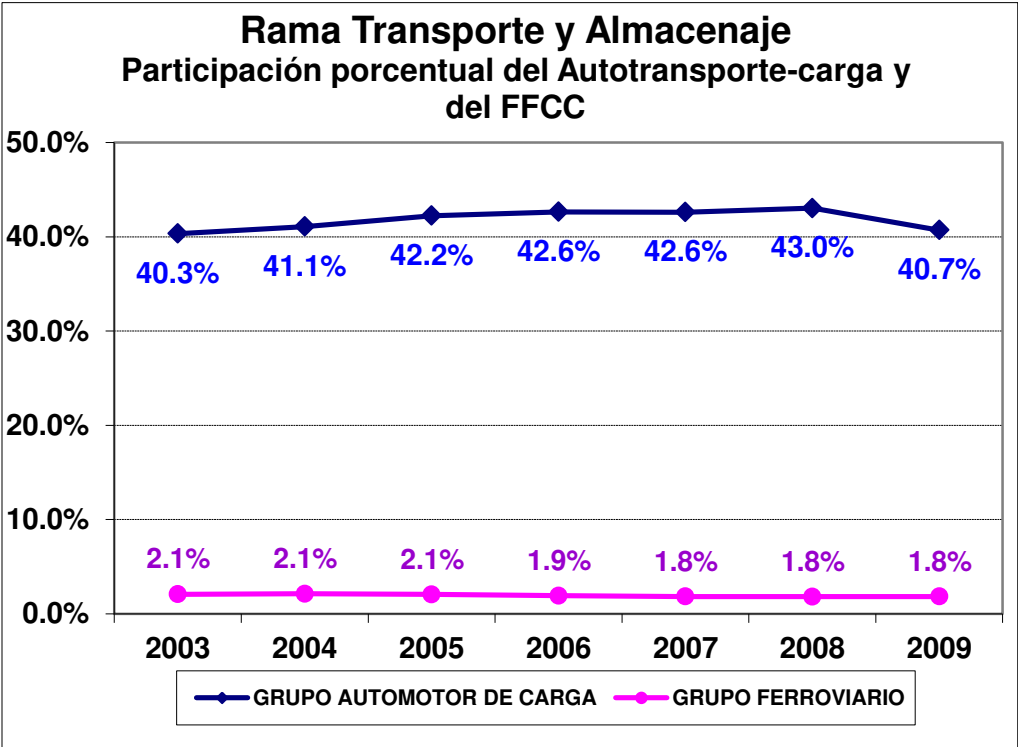


Figura 1.1 Participación porcentual del Autotransporte de carga y el FFCC en el PIB de Transporte y Almacenaje (Fuente: Martínez et al., 2007 - Manual Estadístico del Sector Transporte 2007. IMT-).

El servicio federal de carga, al ser una forma de transporte, conlleva de manera natural impactos indeseados al ser llevado a cabo. Típicamente se han considerado como impactos indeseados del transporte: la contaminación ambiental, el consumo de energías no renovables y la congestión. Muchas de las políticas ambientales actuales, así como las de consumo racional de combustibles y de prácticas logísticas de ruteo para mejorar las condiciones de congestión están enfocadas a atenuar estos impactos mencionados.

Sin embargo, hay otros impactos no deseados que también es importante atender. Entre estos están: los accidentes en carreteras, los incidentes ambientales causados por camiones transportando sustancias peligrosas, la competencia desleal que sufren las empresas transportistas por la presencia de operadores no calificados que depredan tarifas, la falta de capacitación técnica de operadores o incluso su total ausencia, que lleva a usos ineficientes del combustible y a operaciones y maniobras que llegan a provocar daño estructural al camino.

Es para este último tipo de impactos no deseados que la información sobre licencias de operadores se vuelve relevante. En sus procesos de planeación, la SCT no tiene actualmente información con mucho detalle sobre la evolución de las licencias federales de conductor. Esta falta de detalle en la información dificulta el diseño de políticas orientadas a atenuar los impactos del autotransporte federal en las áreas citadas de seguridad carretera, promoción de la capacitación técnica adecuada para operadores y la competencia desleal en los mercados de carga.

De acuerdo con el Reglamento de Autotransporte Federal y Servicios Auxiliares (1994), la SCT establece un registro de las licencias de conductor otorgadas, para evaluar la incidencia en la comisión de infracciones a la ley y sus reglamentos por parte de los conductores, así como su participación en accidentes. El mismo reglamento menciona que será motivo de anulación de una licencia federal de conductor, el hecho de que se compruebe posteriormente a su expedición que el interesado no hubiere proporcionado en su solicitud información

correcta. En este caso, el interesado podrá obtener una nueva licencia, si subsana las deficiencias encontradas.

En un estudio que el Instituto Mexicano del Transporte (IMT) hizo en 2006 para la SCT sobre licencias de conductor en el autotransporte de carga se observaron diversas irregularidades: conductores que no portan su licencia federal de conductor; otros que llevan sólo una licencia estatal; otros con licencias vencidas o con licencia federal que no les permite transportar la carga que transportan, etc. Esta situación revela un riesgo a la seguridad de los propios operadores y a la de otros conductores de vehículos, además de la situación de ilegalidad y de propensión a generar algunos de los impactos no deseados que ya se mencionaron.

Por otra parte, en julio de 2010 la Cámara Nacional del Autotransporte de Carga (CANACAR) lanzó una iniciativa de capacitación junto con el Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica y el Centro de Capacitación para el Trabajo Industrial para capacitar 2000 operadores al año a nivel nacional (Cervantes, 2010a); al mismo tiempo CANACAR ha señalado la gran carencia de operadores del autotransporte de carga que limita las posibilidades de actividad de las empresas transportistas (Cervantes, 2010b; Valdés, 2011).

Derivado de estas acciones, se ha anunciado la profesionalización de 2100 operadores al año, con el nuevo Centro de Capacitación y Formación para Operadores de Transporte Federal en Guanajuato para aliviar la falta de operadores calificados (Info-Transportes On Line, 2011).

Además de la necesidad de capacitar operadores, el interés por agilizar el autotransporte internacional con los Estados Unidos a raíz de la esperada reapertura de la frontera norteamericana en octubre de 2011, es un problema actual que se refleja en la demanda de nuevas licencias y en las solicitudes de categorías adicionales (Cervantes, 2010c).

La demanda de los distintos mercados de transporte, por ejemplo: el flujo de contenedores, mucho del cual cruza la frontera y requiere operadores con licencia de categoría internacional; el traslado de residuos peligrosos, que necesita operadores con licencia tipo E; o los viajes de largo itinerario que realizan

operadores con licencia B, influye en la decisión de los operadores de cambiar de tipo de licencia atraídos por las distintas demandas.

Por lo anterior, el tener un mejor conocimiento de la dinámica que siguen las licencias federales de operador es un primer paso para diseñar políticas y medidas de control dirigidas a mejorar la situación actual y a atenuar los impactos indeseados que resultan de la misma.

En este trabajo se aborda el enfoque de modelación matemática de la dinámica de las licencias federales de operador como una herramienta que servirá de apoyo a las tareas de planeación de la SCT en este tema.

1.3 Hipótesis

La evolución de la emisión de las licencias federales de conductor del autotransporte federal de carga en México y los cambios de categorías se modelan con un enfoque de las cadenas de Markov.

1.4 Objetivos

Principal

- Desarrollar una metodología que estime la evolución de la emisión de las licencias federales de conductor del autotransporte federal de carga en México.

Particulares

- Usar datos del periodo 2001-2009 para construir un primer modelo Markoviano considerando los estados de expedición, refrendo, duplicado, reexpedición y categoría adicional; y estimar su evolución.
- Detallar los pasos para modelar la evolución en la demanda de licencias federales de conductor considerando la transición entre los estados bajo un enfoque de cadena de Markov.

- Identificar posibles líneas de trabajo futuro para extender la modelación presentada y mejorar resultados.

1.5 Justificación

Para abordar la problemática descrita, una metodología basada en un modelo matemático de la evolución de las licencias federales de conductor, que muestre el comportamiento de la generación de licencias nuevas, las probabilidades de migrar a otras categorías o de pedir categorías adicionales, las tendencias en las solicitudes de duplicados y las de las renovaciones al cabo de la vigencia de las licencias puede ser de gran ayuda para estimar las necesidades de emisión de licencias por la SCT, así como para dimensionar la oferta de capacitación de operadores en los centros de capacitación del sector y de otros participantes como es el caso de la Cámara Nacional del Autotransporte de Carga (CANACAR).

Un caso especial y de mucha importancia es la evolución de las licencias en el movimiento de materiales y residuos peligrosos, que se relaciona con la demanda de este tipo de servicio. Una estimación de su evolución puede servir para evaluar las necesidades de capacitación, de aplicación de regulaciones de circulación carretera y de prevención de riesgos ambientales.

Como beneficio adicional, tener estimaciones de las necesidades de emisión de licencias nuevas, renovadas, duplicadas y de cambios o adición de categorías permitirá a la DGAF tener un pronóstico básico de los ingresos por derechos que se generarán por esos trámites.

Los datos de las licencias federales de conductor del transporte de carga que administra la Dirección General de Autotransporte Federal (DGAF), indican que las licencias son un proceso dinámico de expedición, refrendo, reexpedición, duplicado, cambio de categoría, etc., que podría relacionarse con las demandas de los mercados de transporte y la capacitación existente.

Por las razones expuestas, en este trabajo se explora la evolución del conjunto de licencias federales de conductor considerándolo como un sistema

donde las licencias cambian entre distintos estados (expedida, refrendada, etc.) bajo un comportamiento probabilístico descrito por una cadena de Markov. La identificación de un número finito de estados en los cuales puede estar una licencia, así como la verificación de que las llegadas al sistema siguen un comportamiento Poissoniano ha sido el primer paso para proponer este tipo de modelo.

Los detalles de la construcción del modelo, las dificultades encontradas al desarrollarlo y los procesos de estimación de parámetros del modelo se describen en las secciones siguientes.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

A continuación se presenta una breve revisión bibliográfica de aplicaciones de las cadenas de Markov, metodología que se usará para desarrollar el tema de la presente tesis.

La representación de un sistema físico, organizacional o empresarial de comportamiento estocástico a través de estados que lo describen y las transiciones entre ellos se ha utilizado con éxito en el marco de las cadenas markovianas para diversas aplicaciones en áreas como: medicina, construcción, aeronáutica, computación, finanzas, hidrología y ambiental. Sus campos de aplicación abarcan la predicción (en áreas como la economía, la climatología, etc.), el control estadístico de procesos (de gran importancia en la industria) y la optimización de sistemas aleatorios dinámicos, entre otros.

Jiang y Kumares, (1989) desarrollaron un modelo de cadenas de Markov para estimar los tiempos de vida y el mantenimiento requerido en un sistema de puentes en el estado norteamericano de Indiana.

Lau y Mattheiss, (1992) muestran un modelo de pronóstico de la estructura dinámica de las aerolíneas norteamericanas con importantes sugerencias para la política aeronáutica de ese país en la década de los 90's.

D'Amico et al., (2005) consideran que el problema de riesgo de crédito es una de las cuestiones más importantes de las matemáticas financieras modernas. Éste consiste en el cálculo de la probabilidad de incumplimiento de pago de una empresa al entrar en deuda. El problema puede ser estudiado mediante modelos de transición de Markov. La generalización de los modelos de transición mediante modelos semi-Markov homogéneos está en su trabajo de investigación. La idea es considerar el problema de riesgo de crédito como un problema accesible. En un ambiente semi-Markov es posible considerar a las probabilidades de transición que cambian como una función de tiempo de espera en un estado. Mostraron cómo aplicar los modelos semi-Markov en un ambiente de riesgo crediticio.

Yang et al., (2005) presentaron una nueva metodología que involucra el uso de la recurrencia o las cadenas de Markov dinámicas para modelar el estado de agrietamiento del pavimento en el tiempo con probabilidades de transición que son determinadas a través de un modelo logístico. Utilizaron las probabilidades de transición de una forma explícita. Compararon las nuevas cadenas de Markov recurrentes desarrolladas con las cadenas de Markov estáticas conocidas, aplicándolas al caso de estudio de la condición del pavimento del estado de Florida (parte de una base de datos). Concluyeron diciendo que para la dinámica de los estados de transición de agrietamiento y aleatoriedad experimentada con el proceso de agrietamiento del pavimento, la recurrencia de las cadenas de Markov provee una apropiada, aplicable y sobre todo, metodología computacionalmente eficiente para modelar el proceso de deterioro del pavimento con respecto a los agrietamientos.

Albornoz et al., (2006) presentaron un modelo probabilístico que contribuye al estudio de la dinámica en el comportamiento y permanencia de pacientes en una unidad de cuidados intensivos cardiológica. El modelo utilizado corresponde a una Cadena de Markov en tiempo discreto, que mediante la definición de determinados niveles de gravedad de un paciente (estados) y la obtención de las correspondientes probabilidades de transición entre un nivel de gravedad y otro, permite predecir los tiempos de permanencia además de planificar adecuadamente la atención de pacientes; que ha sido materia de estudio en numerosos trabajos, que comprenden la utilización de índices de gravedad, métodos estadísticos y modelos probabilísticos. Una extensión del modelo propuesto comprende métodos más complejos como aquellos basados en aprendizaje, como son los modelos ocultos de Markov (Hidden Markov Models).

Amor et al., (2007) trabajaron con un modelo de Cadenas de Markov Acopladas (CMC), extensión de las cadenas de Markov en dos dimensiones. Éstas han sido usadas en la reducción de incertidumbre en estructuras geológicas cuando se han acondicionado a varios sondeos. Este modelo lo aplicaron a un depósito acuífero no consolidado localizado en el delta central Rhine-Meuse (área de estudio: la ciudad y municipio de Gorkum, en Holanda) en los Países Bajos.

Hicieron una comparación entre los modelos CMC y SIS (Simulación Indicadora Secuencial), éste último se basa en las teorías Kriging y co-Kriging del mismo depósito. Estas son teorías geoestadísticas, se basan en un método de regresión (“Proceso Gaussiano de Regresión”) para aproximar e interpolar datos. Sus resultados mostraron la aplicabilidad potencial del modelo CMC para reducir la incertidumbre en configuraciones geológicas cuando está disponible un número suficiente de sondeos. La reproducción de las características geológicas globales requiere un número relativamente menor de sondeos (para el caso de estudio nueve sondeos con espaciado de 30 m en una distancia de 240 m). Sin embargo, la reproducción de la proporción de cada estado requiere un número relativamente grande de sondeos (en este caso de estudio 31 sondeos con espaciado de 8 m en una distancia de 240 m). Mostraron que los variogramas pueden ser engañosos al modelar el patrón espacial y que sólo reflejan parte de la estructura espacial completa en el campo. Concluyeron que el uso de probabilidades de transición mediante el modelo CMC aporta un mejor enfoque alternativo debido a que usa información de puntos múltiples.

Li et al., (2007) comentan en su artículo que un diluvio es un tipo inesperado y el más común de los desastres naturales causado por muchos factores, cuyo mecanismo es complejo. Un sistema gris o sistema de caja gris es un sistema similar al sistema real que representa y del cual se tiene un conocimiento parcial del interior del sistema, es decir, de sus variables internas; la característica básica de un sistema gris es que parte de información incompleta para la investigación. En la teoría de un sistema gris, GM (n,m) denota un modelo gris, donde n es el orden de la ecuación diferencial y m es el número de variables. Un modelo gris predice valores futuros de series de tiempo basadas en un conjunto de datos recientes que dependen del tamaño de las ventanas del predictor. Por ejemplo el Modelo Gris de Primer Orden en una Variable, GM (1,1), es un modelo de predicción de series de tiempo que presenta eficiencia computacional en sus predicciones (Kayacan et al., 2010). Dan a conocer las desventajas que presenta el modelo GM (1,1) y las cadenas de Markov y las analizan. La teoría Grey-Markov predice el diluvio y desarrollan un modelo para

hacer estimaciones. Las leyes hidrológicas las controlaron con la estimación teórica del sistema gris GM (1,1), un modelo predictivo mejorado con las cadenas de Markov.

Barreira et al., (2008) mencionan que dado un espectro multifractal, es decir una función f que varía con el parámetro α y que usualmente se supone cóncava, diferenciable y estrictamente positiva: $f(\alpha) = -\sum_i \alpha_i \ln \alpha_i$, consideraron el problema de determinar si es posible recuperar el potencial que origina el espectro. La solución afirmativa a este problema podría corresponder a una clasificación "multifractal" de sistemas dinámicos, es decir una clasificación basada en la información dada por el espectro multifractal. Para el espectro de la entropía en las cadenas de Markov demuestran que es posible tener ambas, rigidez multifractal y no rigidez multifractal, variando apropiadamente la cadena de Markov y la posibilidad de definir el espectro. La no rigidez ocurre en algunos casos genéricos. Contrastaron fuertemente con la opinión de algunos expertos en el sentido de que debería ser posible, para recuperar el potencial con alguna relación de equivalencia al menos en cierto sentido genérico.

Lacour, 2008, aplicó las cadenas de Markov ocultas, es decir un modelo doblemente estocástico en el que hay un proceso subyacente que está oculto; este proceso solo puede ser visto a través de las observaciones. Estudió el siguiente modelo de las cadenas de Markov ocultas: $Y_i = X_i + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n + 1$ con X_i una cadena de Markov estacionaria y recurrente de valor real positivo y ε_i , $1 \leq i \leq n + 1$, un ruido independiente de la sucesión X_i con una distribución conocida. Presentó un estimador de adaptación de la densidad de transición basada en el cociente de un estimador de deconvolución de la densidad de X_i y un estimador de la densidad de (X_i, X_{i+1}) . Y detalló algunos ejemplos.

Yeon et al., (2008) desarrollan un modelo de cadenas de Markov para la estimación del tiempo de traslado de los viajeros en una carretera con congestionamiento; encontrando buenas aproximaciones de los tiempos pronosticados por el modelo con respecto a los tiempos medidos.

Augustovski et al., (2009) para entender el agobio por la enfermedad neumocócica (PD), una de las principales causas de morbilidad y mortandad infantil en Argentina, y representar con una línea la necesidad y la eficacia de la vacunación con las vacunas antineumocócicas conjugadas, construyeron un modelo Markoviano. Con éste estimaron las tasas de incidencia y mortalidad por PD- meningitis (hombre), bacteremia/septicemia (BACT), neumonía (PNEU), otitis media aguda (AOM)- de un hipotético, corte de nacimientos de 750,000 infantes Argentinos nacidos en el periodo 2006-2015. Realizaron una revisión sistemática de la literatura para seleccionar e incorporar parámetros input.

Delli y Pompili (2009), se ocuparon de un problema de diseño de un algoritmo de control basado en la asignación de demanda para el acceso a la red vía satelital utilizando un modelo de predicción de tráfico basado en cadenas de Markov moduladas asociadas a un proceso Poisson (MMPP), donde a cada estado $i = 1, \dots, N_M$ se le asocia un proceso Poisson y la tasa de variación cambia (es modulada) de acuerdo con la cadena de Markov. Parte de sus objetivos fue garantizar la Calidad del Servicio (QoS) para el tráfico de internet, mientras que de manera eficiente se explotó la interfaz de aire. El algoritmo propuesto es el encargado de repartir de forma dinámica la capacidad de enlace de banda ancha en una transmisión vía satélite entre las conexiones en progreso. Otro objetivo fue satisfacer los requisitos de QoS de cada conexión y la optimización de la explotación del ancho de banda satelital. Una aproximación de la Teoría de Control para un circuito cerrado fue adoptada para abordar eficazmente el problema de la demora entre las peticiones de ancho de banda y la asignación de ancho de banda, mientras se minimiza la sobrecarga de señalización causada por mensajes de control. El algoritmo propuesto, también, es eficiente al enfrentar tanto el retardo de propagación por satélite como los retrasos inherentes a la naturaleza periódica del mecanismo de solicitud de ancho de banda. Propusieron un algoritmo de asignación de demanda y un modelo de predicción de tráfico con cadenas de Markov, que mejora el rendimiento global de redes de satélite a través de experimentos de simulación.

Ibarra (2009), construye un modelo de cadena de Markov que representa el desenvolvimiento de los alumnos de pregrado en Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (San Cristóbal, Venezuela), para pronosticar su tiempo promedio de permanencia en la universidad, estimar las probabilidades de evolución dinámica de los alumnos en cada semestre de la carrera, así como sus probabilidades de graduación o abandono. Los resultados que obtuvo le permiten afirmar que el modelo aumenta considerablemente el conocimiento sobre el proceso evolutivo de los estudiantes en las carreras de la universidad, que es información fundamental para la gestión de la planificación universitaria.

Lwin et al., (2009) observaron que la necesidad de alta disponibilidad (HA) y recuperación ante desastres (DR) en el entorno de tecnologías de la información (TI) es más estricto que en la mayoría de los demás sectores. Muchas empresas requieren de disponibilidad de aplicaciones críticas de negocio, 24 horas al día, siete días a la semana y no pueden permitirse ninguna pérdida de datos en caso de un desastre. Es vital que la infraestructura TI sea resistente con respecto a la interrupción, aun cuando los sitios fallen y que las operaciones de las empresas puedan continuar sin impacto significativo. La DR tiene una gran importancia en el servicio de TI. La agrupación de múltiples servidores estándar de la industria en conjunto para permitir el compartir la carga de trabajo y las capacidades de conmutación por error es un enfoque de bajo costo. En su artículo presentaron la disponibilidad de un Proceso Semi-Markov (SMP), es decir un Proceso de Markov en el que las probabilidades de transición entre estados pueden variar a medida que transcurren más ciclos; un análisis de la diferencia de tiempo de inactividad del modelo SMP y la aproximación del modelo de la Cadena de Markov de Tiempo Continuo (CTMC).

Su-Lien (2009), compara la fiabilidad de un modelo Markoviano en tiempo continuo contra la fiabilidad de un modelo Markoviano en tiempo discreto con el fin de estimar el riesgo de crédito y préstamos para la investigación del Banco Chiao Tung de Taiwán. El modelo de la cadena de Markov de tiempo continuo puede captar la migración de eventos raros. La prima de riesgo variable con el tiempo, se

extraído del valor del préstamo y el precio correspondiente libre de riesgo y la matriz de transición se trasladó a una matriz de transición neutral de riesgo por la prima de riesgo variable en el tiempo. Los resultados empíricos indicaron que el modelo de la cadena de Markov en tiempo discreto puede estar subestimando la probabilidad de incumplimiento, tanto en el riesgo más bajo como en la clase de puntuación especulativa. Comparando la pérdida dado el incumplimiento y la tasa de morosidad, se concluyó que el modelo de la cadena de Markov en tiempo continuo es más fiable y eficaz para medir el riesgo crediticio de los préstamos bancarios.

Zhang et al., (2009) propusieron un nuevo modelo para el reconocimiento de actividades complejas a largo plazo que involucran a varias personas. Su modelo es llamado “modelo descompuesto de las cadenas de Markov ocultas”, consiste en una combinación espacial y abstracta jerárquica que captura las características multimodal, a largo plazo y a escala múltiple de actividades. La descomposición en el espacio y el tiempo ofrece ventajas conceptuales de compactación y claridad, esto reduce el tamaño del espacio de los estados, así como el número de parámetros. El modelo propuesto es eficiente cuando el número de personas es variable. Introducen un algoritmo de aproximación eficiente para inferir y estimar el parámetro. Experimentos con actividades múltiples con personas y actividades individuales multimodales demostraron que el método propuesto es más eficiente y realizable que modelos familiares, tal como el modelo de cadenas de Markov ocultas (HMMs), HMMs jerárquico y HMMs multiobservación.

Patlevič et al., (2010) investigaron el uso de los Modelos de Cadenas de Markov ocultas para resolver un problema de conexión de control de admisión (CAC) en las redes de telefonía celular. Para una mayor efectividad de utilización de banda ancha y soporte de la calidad del servicio (QoS), hacen énfasis en la necesidad de lograr obtener una conexión de control de admisión con la mínima probabilidad de bloqueo de transferencia. En su trabajo presentaron un esquema umbral CAC orientado para operar con dos clases de conexiones con un modelo de cadenas de Markov, utilizado para el cálculo del valor del umbral basado en las

condiciones iniciales en las redes y hacer más efectiva la operatividad de las redes de celular. En su artículo se extrapolan el modelo de cadenas de Markov basado en CAC para tres clases de conexiones y el esquema de cómo generalizar el problema para n clases de conexiones.

Singh et al., (2010) observaron que los antioxidantes son moléculas esenciales en el sistema humano, pero no son moléculas milagrosas. No son potenciadores del rendimiento, ni pueden prevenir o curar enfermedades cuando se toman en exceso. Su valor suplementario está en discusión. Muchos intentos clínicos de alta calidad en suplementos de antioxidantes no han mostrado efecto o resultados adversos que van desde la morbilidad hasta cualquier causa de mortandad. Consideran que la técnica del modelo Markoviano y el meta-análisis, son modelos estadísticos con los cuales se obtienen respuestas concluyentes con la comparación de un gran número de ensayos, que sustentan sus afirmaciones. Sin embargo, ninguna de estas técnicas estadísticas es perfecta.

Los autores citados, como parte de la metodología de su caso de estudio, consideraron un proceso estocástico en tiempo discreto $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$ o en tiempo continuo $\{X(t), t \geq 0\}$, asimismo las probabilidades de transición que cambian como una función del tiempo de espera en un estado, la recurrencia, la clasificación de la cadena, entre otras propiedades que presentan los modelos Markovianos.

Los modelos Markovianos son diversos, están las cadenas de Markov dinámicas, las cadenas de Markov acopladas, las cadenas de Markov moduladas, las cadenas de Markov ocultas, etc.; por otra parte está la teoría Grey-Markov, la cual combina la teoría de un sistema gris con un modelo gris que predice valores futuros de series de tiempo y las cadenas de Markov, para desarrollar un modelo predictivo mejorado.

El caso de estudio de la evolución de la emisión de las licencias federales de conductor del sector autotransporte de carga en México no ha sido estudiado bajo el enfoque de las cadenas de Markov, sin embargo se presta atención a la metodología seguida por Jiang y Kumares, (1989), Lau y Mattheiss, (1992), y

Yeon et al., (2008); debido a que el planteamiento del sistema físico y organizacional estudiado y el modelo desarrollado generan una buena estimación y aproximación de los tiempos pronosticados por el modelo con respecto a los tiempos medidos. En este trabajo de tesis se da la pauta a seguir con el fin de conseguir el objetivo principal, mencionado anteriormente.

3. METODOLOGÍA

3.1 El enfoque de Cadenas de Markov

Una Cadena de Markov es un tipo particular de proceso estocástico.

Un proceso estocástico puede definirse como una colección de variables aleatorias indexadas $\{X_t, t \in T\}$ que describen la evolución de algún sistema de comportamiento aleatorio. El sistema representado suele ser algún sistema físico, económico, organizacional, administrativo, etc., que interesa estudiar para conocer sus tendencias de comportamiento a corto y a largo plazo.

La evolución del sistema se observa a través de los cambios que tiene al pasar por los distintos estados en que puede encontrarse. T es el conjunto índice del proceso. La clasificación del proceso estocástico depende de:

- El espacio de estados, $\{S_k, k = 1, 2, \dots, M\}$.
- El parámetro índice (normalmente el tiempo, t).
- Las dependencias estadísticas entre las variables aleatorias X_t para distintos valores del índice t .

El conjunto de posibles valores (o estados) que puede tomar X_t es su espacio de estados; si tal conjunto es finito o infinito contable, se dirá que se tiene un proceso de estado discreto o una cadena. Por el contrario si los elementos del conjunto están comprendidos en un intervalo continuo finito o infinito, entonces se dirá que se tiene un proceso de estado continuo.

Ahora considérese el parámetro índice t . Si los instantes en que se producen los cambios de la variable aleatoria son finitos o contables, es un proceso de tiempo discreto; si los cambios se producen en cualquier instante dentro de intervalos finitos o infinitos, entonces se tiene un proceso de tiempo continuo.

Un proceso estocástico indexado con números enteros no negativos, en tiempo discreto, se describe como: $\{X_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$; tal conjunto es una sucesión en la que cada “observación” corresponde a una variable aleatoria. Un proceso estocástico indexado con números reales no negativos, en tiempo continuo, se describe como: $\{X(t), t \geq 0\}$.

Los distintos tipos de procesos estocásticos se distinguen por la relación de la variable X_t con los valores anteriores o posteriores a ésta. Para ello es preciso especificar la función de distribución conjunta de las variables aleatorias $X_t = \{X_0, X_1, \dots\}$, es decir $P[X_{t+1} = j \mid X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{t-1} = x_{t-1}, X_t = i]$ para toda $t = 0, 1, 2, \dots, n$, $x = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{t-1})$, $i, j \geq 0$. En cualquier caso es la función de distribución conjunta la que describe la relación entre las variables del proceso estocástico. Un tipo de proceso estocástico caracterizado por la relación de dependencia entre las variables aleatorias es el proceso de Markov.

Un proceso Markoviano está formado por un conjunto de objetos y un conjunto de estados tales que:

- i) En cualquier momento dado cada objeto estará en uno de los estados (diferentes objetos no necesariamente estarán en diferentes estados).
- ii) La probabilidad de que un objeto cambie de un estado a otro (incluyendo que se mantenga en el mismo estado) durante un periodo, depende sólo de estos dos estados, y no cambia a lo largo del tiempo.

El número entero de períodos transcurridos desde que el proceso inicia, son las etapas del proceso, las cuales pueden ser finitas o infinitas. Si el número de estados es finito o infinito contable, el proceso Markoviano es una Cadena de Markov.

Las Cadenas de Markov muestran la llamada Propiedad Markoviana, que exige que toda la historia pasada se resuma en el estado actual. Se pide que la distribución sea sin memoria, como es el caso de la distribución exponencial para tiempo continuo y la geométrica para tiempo discreto.

La propiedad Markoviana se describe como sigue (Weisstein, 2012):

$$P[X_t = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, X_2 = i_2, \dots, X_{t-1} = i] = P[X_t = j \mid X_{t-1} = i]$$

Las probabilidades condicionales $P[X_{n+k} = j \mid X_k = i]$, $n \geq 0$, $i, j \geq 0$, se conocen como probabilidades de transición de un paso, en el tiempo discreto, con rango en el espacio muestral de estados. Si las probabilidades de transición son independientes de n se dice que la cadena de Markov es homogénea, es decir, las probabilidades de transición son estacionarias y cumplen:

$$p_{ij} = P[X_{n+1} = j \mid X_n = i] = P[X_1 = j \mid X_0 = i], \text{ para } i, j \geq 0 \text{ y } n = 1, 2, 3, \dots,$$

donde p_{ij} es la probabilidad de cambiar del estado i al j en un periodo.

Para estimar la evolución del sistema que representa la Cadena de Markov, se requiere conocer la distribución inicial de estados en los que se encuentra el sistema al inicio de las observaciones. De esta manera, considerando lo mencionado anteriormente, se puede decir que una Cadena de Markov es un proceso estocástico que tiene las siguientes características:

- a) Un número finito de estados $\{1, 2, \dots, M\}$.
- b) La propiedad Markoviana.
- c) Probabilidades de transición estacionarias (sin cambio en el tiempo).
- d) Un conjunto de probabilidades iniciales $P[X_0 = j]$ para toda j en el conjunto de estados (Hillier y Lieberman, 2010).

3.2 Los elementos de modelación de la Cadena Markoviana

Una vez identificados los posibles estados en que puede estar el sistema que modela una Cadena de Markov, se construye un diagrama de transición, que es una gráfica dirigida donde los nodos representan los estados del sistema y los arcos indican las posibles transiciones entre ellos.

A modo de ejemplo, considérese como sistema una fotocopiadora de un departamento universitario que se observa cada semana y que puede estar en cuatro estados posibles:

- 1) opera normalmente
- 2) detenida por falta de papel
- 3) opera con tóner bajo
- 4) parada por falla grave

El diagrama de transición que muestra las posibilidades de que el sistema (la fotocopidora) cambie de estado se ve enseguida; los valores p_{ij} que aparecen sobre los arcos son las probabilidades de transitar del estado “ i ” al estado “ j ”. Los arcos que entran y salen en un mismo nodo indican que el sistema podría quedarse en ese estado en la siguiente observación temporal (Figura 3.1).

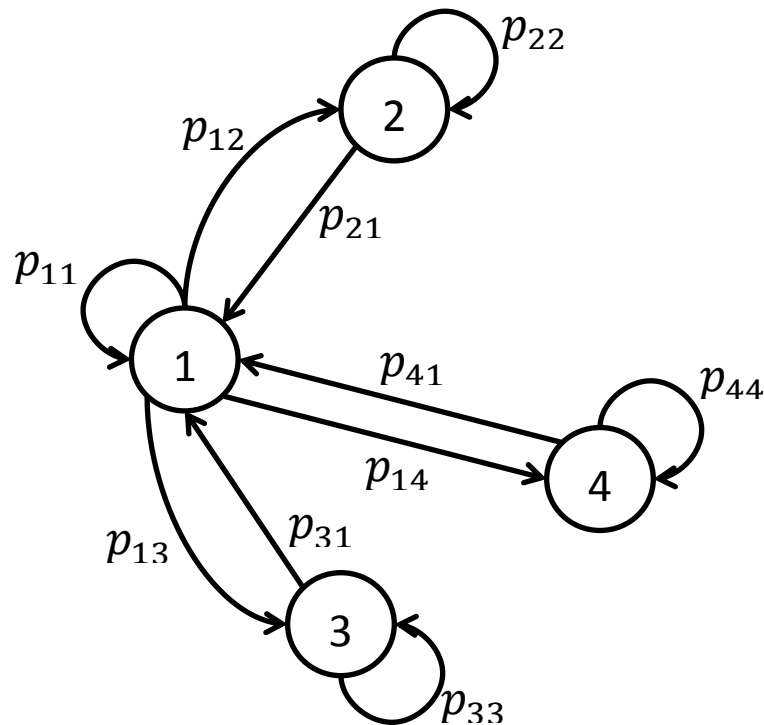


Figura 3.1 Diagrama de transición de estados y probabilidades del sistema una fotocopidora.

En cada nodo (Figura 3.1), la suma de probabilidades de las flechas que salen de dicho nodo deben sumar uno, para cubrir todas las posibilidades de

cambios a partir de ese nodo; así, por ejemplo, se tiene en el nodo 1): $p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} = 1$.

La información de las probabilidades de transición del diagrama se resume en la llamada matriz de probabilidades de transición $\mathbf{P}_{n \times n}$ que tiene tantas filas como estados hay en el sistema, y la entrada $p_{ij} = P[\text{el sistema vaya del estado } i \text{ al } j]$ son las probabilidades de transición en un paso.

Esta matriz es una matriz estocástica, definida como una matriz cuadrada con entradas no-negativas, con la propiedad de que la suma a lo largo de cualquier fila es uno (Weisstein, 2012).

La matriz de probabilidades de transición $\mathbf{P}_{n \times n}$ del ejemplo de la fotocopidora se muestra en la Figura 3.2, es una matriz de dimensión 4×4 y cuyas entradas son las probabilidades de transición en un paso p_{ij} , $i, j = 1, 2, 3, 4$. Las probabilidades de transición en un paso satisfacen la restricción de no negatividad, $p_{ij} \geq 0$ y la suma de las entradas de cada fila es igual a uno, $\sum_{j=1}^4 p_{ij} = 1$, $i = 1, 2, 3, 4$.

$$\mathbf{P}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.18 & 0.36 & 0.10 \\ 0.67 & 0.33 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.67 & 0 \\ 0.83 & 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}$$

Figura 3.2 Matriz de transición del sistema de la fotocopidora.

Puesto que el sistema evoluciona cambiando entre sus estados, se plantea la cuestión de conocer la probabilidad de que el sistema pase del estado i al j en n pasos; esta probabilidad se denota por $p_{ij}^{(n)}$ y la matriz cuyas entradas son esas probabilidades es la matriz de probabilidades de transición en n pasos, que se denota por $\mathbf{P}^{(n)}$. Cuando $n = 1$, el superíndice n no se escribe y se hace referencia a ésta como una matriz de transición (Hillier y Lieberman, 2010).

La situación del sistema luego de n observaciones (o pasos) se indica con un vector de probabilidades de estado, $\mathbf{X}^{(n)}$, de dimensión $M \times 1$, cuya entrada k –ésima x_k es la probabilidad de que el sistema esté en el estado k , de modo que el vector $\mathbf{X}^{(n)}$ indica las probabilidades de estar en los M estados luego de n períodos de observación. El vector de estado inicial $\mathbf{X}^{(0)}$ representa el estado en que se encontraba el sistema al iniciar las observaciones.

Las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov nos proveen de un método para calcular las probabilidades de transición en n períodos. Estas ecuaciones son:

$$P_{ij}^{n+m} = \sum_{k=0}^{\infty} P_{ik}^n P_{kj}^m \text{ para toda } n, m \geq 0, i, j \geq 0$$

Por notación es más fácil de entender que $P_{ik}^n P_{kj}^m$ representa la probabilidad de que, estando en el estado i , el proceso irá al estado j en $n+m$ transiciones a través de un camino que contiene al estado k en la n –ésima transición. Así, sumando sobre todos los estados intermedios k se obtiene la probabilidad de que el proceso estará en el estado j después de $n+m$ transiciones.

De esa relación se concluye fácilmente que la matriz de probabilidades de transición en n pasos denotada $\mathbf{P}^{(n)}$ se obtiene de la potencia n –ésima de la matriz \mathbf{P} , es decir: $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^n$.

Conociendo la distribución de estados inicial del sistema, representada en el vector de probabilidades de estado inicial $\mathbf{X}^{(0)}$, y utilizando las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov se verifica sin mucha dificultad que el vector de probabilidades del periodo siguiente, $\mathbf{X}^{(1)}$ puede obtenerse como: $\mathbf{X}^{(1)} = \mathbf{P}^t \mathbf{X}^{(0)}$, donde \mathbf{P} superíndice t significa la matriz transpuesta; y en general, el vector de probabilidades de estado luego de n pasos es: $\mathbf{X}^{(n)} = (\mathbf{P}^t)^n \mathbf{X}^{(0)}$.

De esta forma se tiene la posibilidad de estimar cuál será la probable situación en que se encuentre el sistema dentro de n períodos a partir del inicio de las observaciones del mismo.

Con los datos del ejemplo del sistema de la fotocopidora que inicia operando normalmente (desde el estado 1), se encontrará la probable situación en que estará el sistema al término de un periodo de observación $n = 3$ semanas. Para ello se requiere del vector de probabilidades de estado inicial $\mathbf{X}^{(0)}$ y de la matriz de probabilidades de transición \mathbf{P} del sistema:

$$\mathbf{X}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.18 & 0.36 & 0.10 \\ 0.67 & 0.33 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.67 & 0 \\ 0.83 & 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}$$

Enseguida se procede al cálculo del vector de probabilidades de estado luego de tres semanas de observación, $n = 3$, utilizando las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov, mediante la expresión $\mathbf{X}^{(3)} = (\mathbf{P}^t)^3 \mathbf{X}^{(0)}$:

$$(\mathbf{P}^t)^3 \mathbf{X}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.67 & 0.33 & 0.83 \\ 0.18 & 0.33 & 0 & 0 \\ 0.36 & 0 & 0.67 & 0 \\ 0.10 & 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}^3 * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.4123 \\ 0.1223 \\ 0.4112 \\ 0.0542 \end{bmatrix}$$

El vector de probabilidades de estado, $\mathbf{X}^{(3)}$, luego de tres semanas de observación del sistema, muestra que la fotocopidora presenta una probabilidad del: 41.23% de seguir operando normalmente, 41.12% de seguir operando con tóner bajo, 12.23% de encontrarse detenida por falta de papel y 5.42% de encontrarse parada por falla grave; ello indica que es más probable que el sistema se encuentre operando, normalmente o con bajo tóner, a que se encuentre detenido y, aun menos, parado por falla grave.

La evolución a largo plazo del sistema en principio podría observarse por el comportamiento de las potencias de la matriz de transición, P^n cuando n tiende a infinito, a fin de estimar las probabilidades de que el sistema esté en cada uno de sus estados en el largo plazo. Este enfoque puede ser útil cuando el “largo plazo” puede ser ajustado a la escala temporal que define el sistema en la realidad. En el ejemplo de la fotocopidora, si se considera una vida útil de cinco años, el “largo plazo” sería alrededor de $5 \times 52 = 260$ semanas.

Sin embargo, es posible calcular las probabilidades de largo plazo analíticamente, cuando la cadena de Markov tiene la propiedad de que en su evolución es posible ir de cualquier estado i a cualquier otro estado j en un número finito de pasos.

Esta es la llamada propiedad ergódica y se describe respecto a las características de los estados de la cadena: a) cuando todos los estados de la cadena son recurrentes (que siempre es posible ser revisitados desde otros estados), y b) cuando los estados son aperiódicos, es decir, el regreso a ellos no exige hacerlo en un número entero de periodos de observación (Taha, 2012).

Los estados de la cadena y la convergencia.

En una cadena de Markov los estados se clasifican como sigue.

Se dice que el estado j es accesible desde el estado i si $P_{ij}^n \geq 0$, para algún $n \geq 0$. Dos estados i y j que son accesibles uno del otro se dice que se comunican, y se escribe $i \leftrightarrow j$.

La relación de comunicación entre estados satisface las siguientes propiedades:

- i) El estado i se comunica con el estado i , para todo $i \geq 0$.
- ii) Si el estado i se comunica con el estado j , entonces el estado j se comunica con el estado i .
- iii) Si el estado i se comunica con el estado j y el estado j se comunica con el estado k , entonces el estado i se comunica con el estado k .

Se puede notar claramente que las condiciones anteriores determinan una relación de equivalencia. Dos estados que se comunican son de la misma clase. Dos clases de estados son idénticos o disjuntos.

El concepto de comunicación divide al espacio de estados en clases de equivalencia. Se dice que una cadena de Markov es irreducible si sólo hay una clase, es decir si todos los estados se comunican entre sí.

En una cadena de Markov irreducible y ergódica, el vector de probabilidades de estado $\mathbf{X}^{(n)}$ converge a un vector límite \mathbf{L} , que representa las probabilidades de que el sistema permanezca en los diferentes estados en el largo plazo (Taha, 2012).

Así, una matriz estocástica \mathbf{P} es ergódica si existe $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n$ esto es, si cada $[p_{ij}^n]$ tiene un límite conforme $n \rightarrow \infty$. Se denota a la matriz límite, que es necesariamente una matriz estocástica, por \mathbf{P}^∞ . Los componentes de $\mathbf{X}^{(\infty)}$, definidos por la ecuación $\mathbf{X}^{(\infty)} = [\mathbf{X}^{(0)}]^t \mathbf{P}^n$, son las distribuciones de estado límite y representan las proporciones aproximadas de objetos en los diferentes estados de una cadena de Markov, después de un gran número de períodos. Llamando $\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)}$, $j \geq 0$ que es independiente de i , entonces π_j es la única solución no negativa del sistema de ecuaciones lineales simultáneas (ecuaciones de estado estable, Hillier y Lieberman, 2010):

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i p_{ij}, \quad \sum_{j=0}^M \pi_j = 1, \quad j \geq 0$$

En el ejemplo del sistema de la fotocopiadora se tiene un proceso descrito por una cadena de Markov irreducible, presenta sólo una clase de equivalencia (Figura 3.1); además, es ergódica, su vector de probabilidades de estados $\mathbf{X}^{(n)}$, $n \rightarrow \infty$, converge al vector límite \mathbf{L} en $n = 16$:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0.4032 \\ 0.1083 \\ 0.4399 \\ 0.0486 \end{bmatrix}$$

En la vida útil de la fotocopidora, 260 días, a largo plazo la probabilidad de que el sistema se encuentre operando normalmente es de 40.32%; se tiene una probabilidad mayor a ésta del 43.99% de que el sistema se encuentre operando con tóner bajo; una probabilidad menor, del 10.83% , de que el sistema este detenido y poco probable que el sistema se encuentre parado por falla grave, 4.86% .

La matriz estocástica \mathbf{P} es ergódica ya que existe el $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.36 & 0.18 & 0.36 & 0.10 \\ 0.67 & 0.33 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0.67 & 0 \\ 0.83 & 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n = \begin{bmatrix} 0.4032 & 0.1083 & 0.4398 & 0.0485 \\ 0.4032 & 0.1083 & 0.4398 & 0.0485 \\ 0.4032 & 0.1083 & 0.4398 & 0.0485 \\ 0.4032 & 0.1083 & 0.4398 & 0.0485 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n$$

La matriz se estabiliza en sus valores hasta diezmilésimas a partir de que \mathbf{P} se eleva a la potencia $n = 20$. Todos los elementos de la matriz tienen elementos idénticos, lo que significa que la probabilidad de que el sistema esté en cada estado j ya no depende del estado inicial del sistema (Hillier y Lieberman, 2010). Esta matriz límite coincide con las entradas correspondientes del vector límite \mathbf{L} .

Las ecuaciones de estado estable son:

$$\pi_1 = 0.36\pi_1 + 0.67\pi_2 + 0.33\pi_3 + 0.83\pi_4$$

$$\pi_2 = 0.18\pi_1 + 0.33\pi_2$$

$$\pi_3 = 0.36\pi_1 + 0.67\pi_3$$

$$\pi_4 = 0.10\pi_1 + 0.17\pi_4$$

$$1 = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4$$

$$0 \leq \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4 \leq 1$$

La primer ecuación establece que la probabilidad de quedar en el estado 1 después de la siguiente transición es igual a la probabilidad de estar en el estado 1 ahora y luego permanecer en el estado 1 después, más la probabilidad de estar en el estado 2 ahora y luego permanecer en el estado 1, más la probabilidad de estar en el estado 3 ahora y luego permanecer en el estado 1, más la probabilidad de estar en el estado 4 ahora y luego permanecer en el estado 1. Las siguientes tres ecuaciones se enuncian de forma análoga, en términos de los estados 2, 3 y 4. La quinta ecuación determina que las probabilidades de estos estados mutuamente excluyentes deben sumar 1. La desigualdad expresa el hecho de que las probabilidades están acotadas.

Al resolver de forma simultánea el sistema de ecuaciones no redundantes con el software de optimización LINGO v. 13.0, se obtiene la solución:

$$\pi_1 = 0.4032 \quad \pi_2 = 0.1083 \quad \pi_3 = 0.4398 \quad \pi_4 = 0.0485$$

Estas probabilidades son las mismas que se obtuvieron en cada renglón de la matriz \mathbf{P}^{20} , donde 20 transiciones resultaron ser suficientes para que las probabilidades de estado sean en esencia independientes del estado inicial.

Con este esquema básico de modelación de la Cadena de Markov se obtienen:

- Las matrices de probabilidades de transición en n pasos, $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^n$.
- Los vectores de probabilidades de estado en el paso n , $\mathbf{X}^{(n)}$.

- El vector de probabilidades de estado estable $X^{(n)} = \pi$, cuando $n \rightarrow \infty$.
- Los valores esperados de cualquier costo, ganancia o parámetro de desempeño del sistema que esté asociado a los estados.

También es posible estimar las probabilidades de llegar a algún estado de interés en un número determinado de pasos y el tiempo medio para regresar a un estado luego de haber partido de él; estos últimos cálculos se muestran en el desarrollo del modelo de las licencias más adelante.

3.3 Un modelo Markoviano en la evolución de licencias federales mexicanas de conductor

Las bases de datos anuales con el número de trámites de las licencias federales de conductor por: cambio de categoría, expedición, reexpedición, duplicado, refrendo y categoría adicional de las 32 entidades federativas del país, son los registros que da a conocer la SCT a través de la DGAF en sus estadísticas. Las licencias federales de conductor para el autotransporte de carga se clasifican en tres tipos, en sus modalidades nacional e internacional: “B”, “C” y “E”; como ya se mencionó en el Capítulo 1.

De acuerdo a las reglas de operación del autotransporte federal de carga, las licencias de manejo tipo B y C a partir del año 2011 tienen una vigencia de 5 años, mientras que la tipo E es de sólo tres años. A pesar de la vigencia, se tienen que refrendar cada dos años para que se consideren vigentes. Hasta el año 2010 las licencias tenían una vigencia de 10 años para solicitar una reexpedición, los datos analizados sobre los números de licencias (expedidas, reexpedidas, etc.) corresponden al período 2001–2009; y eran refrendadas cada 2 años (SEGOB, 2010). En este trabajo se supondrá que este cambio en el plazo de vigencia no afecta directamente las probabilidades de transición. Más bien se considera que las probabilidades de transición entre estados de las licencias dependen de los cambios entre estados motivados por la demanda de operadores en los distintos servicios del autotransporte de carga y por la oferta de capacitación que les

permite migrar a otras categorías, además de las posibilidades de cancelaciones de licencia en los casos de mal comportamiento del operador.

El sistema de la emisión de las licencias federales cambia su estado con el transcurso del tiempo de modo aleatorio. El conjunto de licencias federales es una población que se observa año con año y en la cual sus elementos cambian de estado constantemente (al menos envejecen y su vigencia termina), la evolución de este sistema se podría conocer al estimar las probabilidades de cambio de estado y luego al estimar la evolución temporal que tendrá la población en sus estados a medida que transcurre el tiempo.

En la Figura 3.3 se muestran las relaciones entre los estados de las licencias: expedición, duplicado, refrendo, reexpedición, categoría adicional, baja, B, C y E (los tipos de licencias); para un periodo de estudio que va del año 2001 al 2009. El proceso inicia en el estado de expedición de la licencia tipo B, C y E; después de dos años se emigra al estado de refrendo y se regresa al estado B, C o E desde donde es posible ir al estado de duplicado o baja (salida) en cualquier momento, considerando un periodo de vigencia de diez años y cinco refrendos se entra al estado de reexpedición y nuevamente se regresa al estado de partida (B, C o E).

Dos años de antigüedad con cualquiera de las licencias tipo B y C son necesarios para acceder al estado de categoría adicional y adquirir la licencia tipo E, sin embargo este requisito no es indispensable para adquirir las licencias tipo B o C teniendo alguna de éstas.

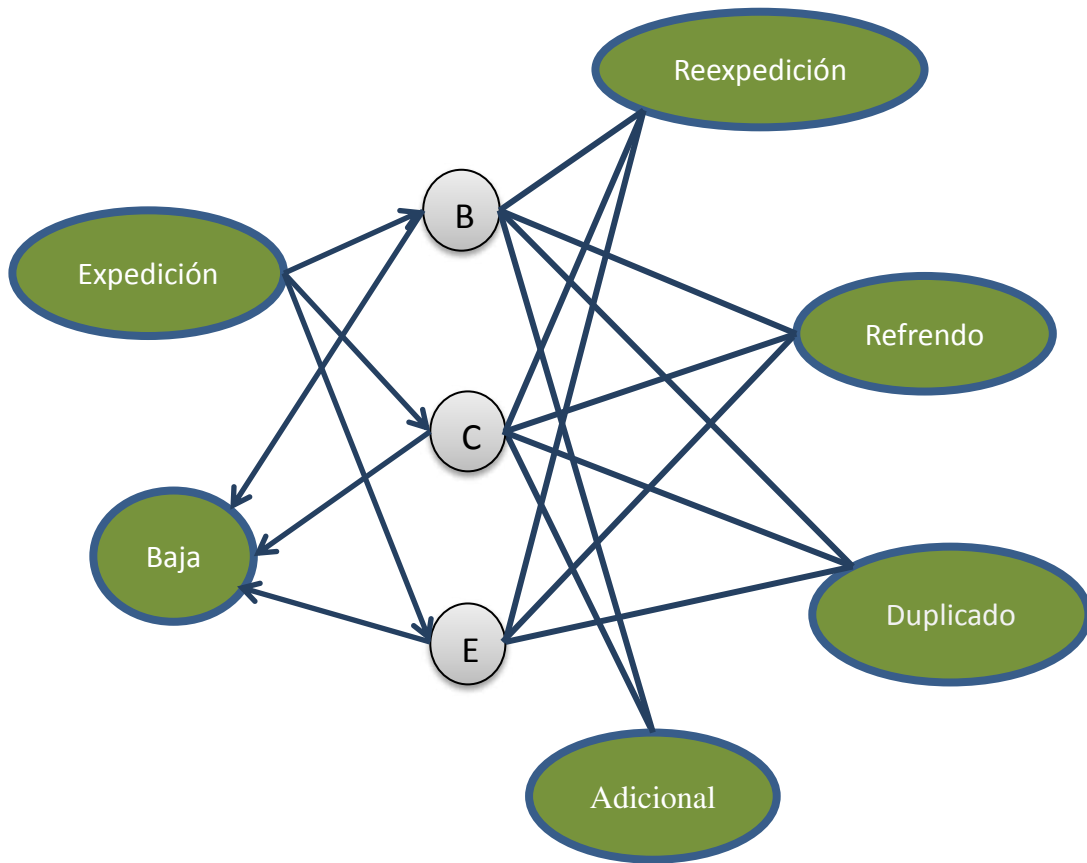


Figura 3.3 Relaciones entre los estados de las licencias federales del autotransporte de carga.

El diagrama de la Figura 3.3 es una gráfica dirigida donde los nodos de color gris representan los tres tipos de licencia para el autotransporte de carga, los nodos de color verde simbolizan los estados por tipo de trámite, las aristas (líneas no dirigidas) comunican a los estados y los arcos (líneas dirigidas) indican que el estado j es accesible desde el estado i . Éste muestra la dinámica general del conjunto de licencias federales de conductor. Sin embargo, los registros administrativos de la DGAF solamente cuentan el número de trámites en cada posible estado, y no llevan seguimiento detallado de los cambios directos de estados en todos los casos.

En virtud de lo anterior, el modelo propuesto para analizar la evolución de las licencias se redujo a una versión más sencilla, el modelo básico que se describe enseguida.

Primero se identificaron los estados del sistema de operaciones del autotransporte federal de carga y sus posibles cambios se representaron con un diagrama de la transición entre ellos.

La razón para usar esta primera representación fue que los datos proporcionados por la SCT son datos agregados de trámites realizados, de modo que en algunos estados como “Duplicado” o “Categoría Adicional” pueden contabilizarse licencias nuevas, licencias refrendadas o licencias vigentes.

El modelo básico identifica cinco estados para las licencias:

V = vigente, para licencias nuevas o refrendadas

D = duplicado para las que solicitaron duplicado

A = adicional para las que piden categoría adicional

X = reexpedición, para las que renuevan al término de vigencia; y

E = es el estado de entradas y salidas al sistema.

Una licencia nueva entra al sistema por el estado E , que se usa para entradas y salidas del sistema, y transita directamente al estado V , que es la categoría de vigente. Cada dos años las licencias deben refrendarse para conservar la vigencia y seguir en el estado V ; pero también pueden visitar los estados D o A y regresar al estado V o abandonar el sistema saliendo hacia el estado E . Al término de su vigencia de 10 años, las licencias deben solicitar reexpedición (visita al estado X) para recuperar vigencia; los que no lo hacen abandonan el sistema. En caso de pérdida o robo, se puede obtener un duplicado (visita al estado D). Se puede solicitar una categoría adicional, como la licencia internacional o la adición de otro tipo de licencia (visita al estado A). La Figura 3.4 ilustra el diagrama de transiciones asociado, a los diferentes trámites en las operaciones del autotransporte federal de carga.

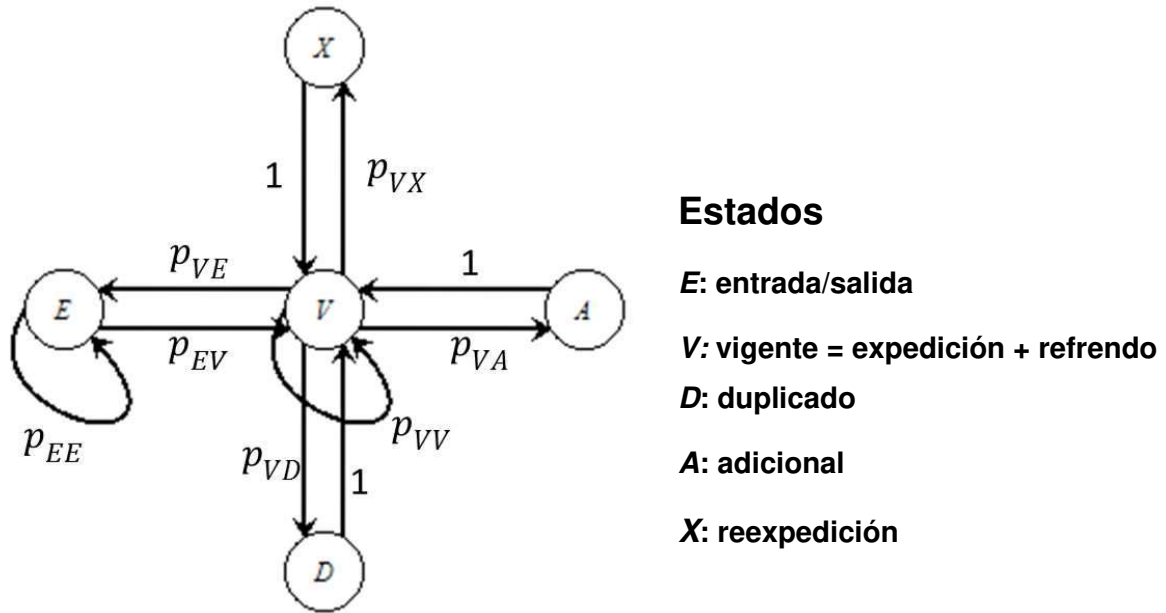


Figura 3.4 Diagrama de transición. Modelo básico del sistema de licencias

En la metodología típica de cadenas Markovianas, ya establecido el diagrama de transición se busca estimar las probabilidades de transición entre los estados; la probabilidad de transición del estado “ i ” al estado “ j ” se denota como p_{ij} .

Con la información disponible de las licencias federales de la DGAF, sin embargo, no fue posible estimar las frecuencias de transiciones entre estados directamente, pues los registros resultaron ser datos de trámites agregados en cada clasificación. Las licencias reportadas en expedición, refrendo y reexpedición son conjuntos disjuntos, si bien los trámites de duplicado y categoría adicional podrían tener casos que también estén en los otros estados.

Debido a estas características de la información disponible sobre las licencias, el enfoque usado entonces fue estimar la permanencia de las licencias en cada estado con los porcentajes de licencias registrados en cada clasificación respecto de la población total como una primera aproximación a la probabilidad de permanencia en esos estados.

En el enfoque tradicional, cuando se pueden estimar las transiciones directas entre los estados, la construcción de la matriz de probabilidades de transición P sirve para estimar la permanencia del sistema en sus diferentes estados a largo plazo, aprovechando las propiedades de convergencia de las potencias de la matriz P como se mostró en el ejemplo de la fotocopidora anterior.

Desde el punto de vista conceptual de un sistema estocástico, éste transita entre sus estados de manera aleatoria a lo largo de las observaciones, y por tanto una primera aproximación a su comportamiento probabilístico puede hacerse con un enfoque frecuencial. En este sentido, se está usando la probabilidad objetiva empírica. Para la permanencia en un estado cualquiera del sistema, ésta es la probabilidad del evento de que el sistema visite ese estado, y se determina observando en qué fracción de tiempo sucedieron eventos semejantes en el pasado.

$$\text{Probabilidad de que un evento suceda} = \frac{\text{\#de veces que ocurrió el evento}}{\text{\#de resultados en total}}$$

Partiendo de esta información y con las ecuaciones de equilibrio de entradas y salidas de los estados se estimaron posteriormente las correspondientes probabilidades de transición en un solo paso, para construir la matriz de probabilidades de transición. Los datos utilizados fueron del periodo 2001 al 2009.

En el siguiente capítulo se detallan los cálculos realizados y los resultados obtenidos.

4. DESARROLLO DEL MODELO Y RESULTADOS

4.1. El desarrollo del modelo.

Para verificar que el sistema de licencias federales de conductor manifiesta la propiedad Markoviana que debe tener la cadena que lo representa, se comenzó por analizar el patrón de llegadas a los estados.

El diagrama de transiciones de la Figura 3.4 describe los pasos posibles de un estado a otro por las flechas que unen los estados; éstos se producen, en la práctica, instantáneamente, cuando los operadores del autotransporte de carga solicitan algún trámite relacionado con algún estado o dejan de solicitar el trámite correspondiente.

En el sistema de licencias se da un proceso con estados discretos $\{E, V, D, X, A\}$ y el paso del sistema de un estado a otro se produce en forma instantánea, de acuerdo con el reglamento de tránsito y con que los registros resultaron ser datos de trámites agregados en cada clasificación. En consecuencia, los momentos de pasos posibles de un estado a otro no se establecieron de antemano, sino que son indeterminados o aleatorios; y el paso de un estado a otro puede realizarse, en principio, en cualquier momento.

Las solicitudes de trámites de licencias: expediciones, duplicados, categoría adicional, etc., que hacen los operadores suceden en general de manera espontánea e independiente, por lo que puede suponerse que las llegadas a cada uno de esos estados ocurren completamente al azar.

En tal caso, puede demostrarse que la variable aleatoria del conteo de llegadas a los estados aparece con una distribución Poisson.

Para verificar esta condición, se considera que las llegadas a un estado cualquiera ocurren en promedio de λ por unidad de tiempo, de modo que para un intervalo pequeño de tiempo $(t, t + \Delta t)$ se tiene, aproximadamente, que la probabilidad de tener una llegada es $\lambda \Delta t$, la probabilidad de que no haya llegadas es $(1 - \lambda \Delta t)$ y la probabilidad de tener dos o más llegadas (clientes) es

prácticamente nula. Se supone, además, que las llegadas en ese intervalo de tiempo son independientes de las que ocurren en cualquier otro intervalo que no se traslape con el original (Cox y Smith, 1964, pp. 6-9).

Para estimar las probabilidades de llegadas en un intervalo de tiempo de longitud t_0 dado, se hace una aproximación dividiendo este intervalo en n subintervalos de longitud $\Delta t = t_0 / n$ como se indica en la Figura 4.1, donde los puntos indican una llegada completamente al azar. Entonces, aproximando la probabilidad de que se tenga una llegada en un subintervalo por $\lambda\Delta t$, y la probabilidad de no tener una llegada por $(1 - \lambda\Delta t)$, el esquema de la Figura 4.1 puede interpretarse como un experimento binomial con n repeticiones donde el éxito es tener una llegada en un subintervalo y el fracaso es no tener una llegada. Si X es el número de llegadas en el intervalo, la probabilidad binomial asociada es:

$$P[X = k] = \binom{n}{k} (\lambda\Delta t)^k (1 - \lambda\Delta t)^{n-k} , \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots$$

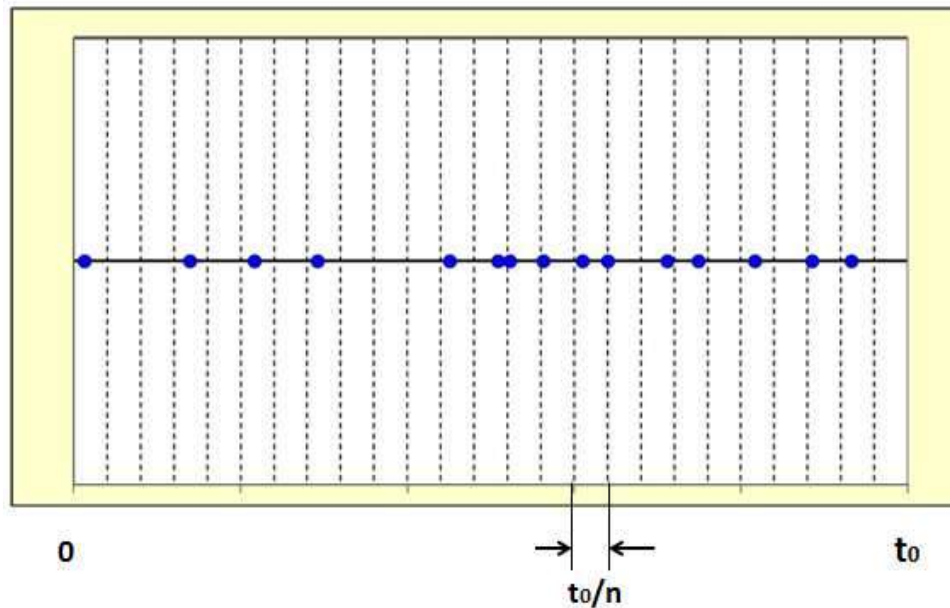


Figura 4.1 Partición del intervalo de observación de llegadas al azar

Para estimar la probabilidad de que haya k llegadas en todo el intervalo continuo, se hace tender el número de intervalos a infinito y la probabilidad deseada se obtiene del límite siguiente:

$$P[X = k | T = t_0] = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} (\lambda \Delta t)^k (1 - \lambda \Delta t)^{n-k}$$

y como $\Delta t = t_0 / n$, el límite es:

$$P[X = k | T = t_0] = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\lambda \frac{t_0}{n} \right)^k \left(1 - \lambda \frac{t_0}{n} \right)^{n-k}$$

Que se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} P[X = k | T = t_0] &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{k! (n-k)!} \lambda^k \frac{t_0^k}{n^k} \left(1 - \lambda \frac{t_0}{n} \right)^{n-k} = \\ &= \frac{(\lambda t_0)^k}{k!} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^k (n-k)!} \left(1 - \lambda \frac{t_0}{n} \right)^{n-k} \end{aligned}$$

Para calcular este límite se observa que:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^k (n-k)!} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-k+1)}{n \times n \times n \times \dots \times n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \times \frac{(n-1)}{n} \times \frac{(n-2)}{n} \times \dots \times \frac{(n-k+1)}{n} = 1 \end{aligned}$$

Y por otra parte,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \lambda \frac{t_0}{n} \right)^{n-k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda t_0}{n} \right)^{n-k} = e^{-\lambda t_0}$$

Con lo que resulta:

$$P[X = k | T = t_0] = \frac{(\lambda t_0)^k}{k!} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^k (n-k)!} \left(1 - \lambda \frac{t_0}{n} \right)^{n-k} = \frac{e^{-\lambda t_0} (\lambda t_0)^k}{k!}$$

Y por tanto la variable X que cuenta el número de llegadas completamente al azar en el intervalo de longitud t_0 tiene una distribución Poisson de parámetro λt_0 .

En tal caso, puede demostrarse que la variable aleatoria del conteo de llegadas a los estados aparece con una distribución Poisson (Cox y Smith, 1964, p. 6).

Para el sistema de licencias, ya que no se estimaron directamente las probabilidades de transición, la propiedad Markoviana se analizó con el patrón de llegadas a los distintos estados, usando datos recientes de conteos de trámites que registró la DGAF a nivel semanal.

Con esta información se confirmó que las llegadas a los estados: expedición (licencia nueva), reexpedición, duplicado y categoría adicional muestran un patrón Poissoniano. Se ajustaron los datos a una distribución Poisson y se determinó la bondad de ajuste, logrando en todos los casos una buena aproximación.

De la caracterización Poissoniana de las visitas a los estados se puede deducir que los tiempos entre llegadas de trámites a los estados están distribuidos exponencialmente. Primeramente, se hace notar que si una variable aleatoria X tiene distribución Poisson de parámetro λ , la probabilidad del número de ocurrencias (p , ej. llegadas a un estado) que se dan en un intervalo de tiempo t está dada por:

$$P[X = k | T = t] = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots$$

El tiempo T que transcurre entre ocurrencias de la variable X es una variable aleatoria también y se puede, entonces, preguntar ¿cuál es la probabilidad de tener una ocurrencia después de transcurrido un tiempo t ? Esto equivale a la condición:

$$P[X = 0 | T = t] = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t} = P[T > t]$$

Pero considerando que:

$$P[T > t] = 1 - P[T \leq t] = e^{-\lambda t}$$

Resulta que la función de distribución acumulada F_T de la variable aleatoria T es:

$$F_T(t) = P[T \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}$$

Y por tanto se deduce que T tiene distribución exponencial de parámetro λ .

Esta distribución exponencial manifiesta la propiedad de ausencia de memoria. Esta propiedad se describe considerando el tiempo que falta hasta que se presente la siguiente ocurrencia de la variable Poissoniana X .

Si se están observando las ocurrencias Poissonianas de X , y ya ha transcurrido un tiempo t , la pregunta que surge es: ¿cuál es la probabilidad de que se tenga que esperar un tiempo adicional s , dado que ya transcurrió un tiempo t ?

En términos de probabilidad condicional se tiene lo siguiente:

$$P[T > t + s | T > t]$$

Desarrollando la expresión anterior resulta:

$$P[T > t + s | T > t] = \frac{P[(T > t + s) \cap (T > t)]}{P[T > t]} =$$

$$\frac{P[T > t + s]}{P[T > t]} = \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda s} = P[T > s]$$

El resultado anterior indica que la distribución de probabilidad del tiempo que falta para observar la siguiente ocurrencia Poissoniana de X es siempre la misma, sin importar cuánto tiempo previo haya transcurrido (Hillier y Lieberman, 1991, p.602). Dicho de otra forma, la historia previa del sistema es irrelevante.

Esta propiedad de ausencia de memoria de la distribución exponencial es la que se comparte con el comportamiento del sistema estocástico de las licencias federales de conductor. Si observamos que el sistema se encuentra en el estado “ i ” y nos preguntamos por la probabilidad de que en el siguiente periodo de observación esté en el estado “ j ”, sabiendo la historia previa de los estados que ha visitado el sistema, se puede considerar la pregunta en términos del tiempo que hay que esperar para observar el tránsito al estado “ j ”. Si ya ha transcurrido un tiempo t , la pregunta que se puede hacer ahora es: ¿cuál es la probabilidad de

que haya que esperar un tiempo adicional s para observar la llegada al estado j ? Mientras se espera esa ocurrencia, el sistema puede estar visitando otros estados, pero la probabilidad de tener que esperar el tiempo adicional s dado que ya se esperó un tiempo t es la misma que simplemente la probabilidad de esperar un tiempo s . Dicho de otra forma, la historia previa del sistema es irrelevante para la observación que se está esperando.

En suma, de la caracterización Poissoniana de las visitas a los estados se deduce que los tiempos entre llegadas de trámites a los estados están distribuidos exponencialmente, y como se señala en la literatura estadística (Hillier y Lieberman, 2010), la distribución exponencial tiene esa propiedad de ausencia de memoria que comparte con el comportamiento del sistema estocástico de las licencias analizadas.

Las Figuras 4.2 y 4.3 enseguida muestra datos de 18 semanas de conteos para los casos de licencias nuevas y para duplicados así como los correspondientes ajustes obtenidos con el paquete JMP v.9.0. Se usaron datos semanales para tener un mayor número de datos, en comparación con las series anuales originalmente tratadas.

JMP es un paquete estadístico producido por el SAS Institute, Inc., un desarrollador de software estadístico de Carolina del Norte, Estados Unidos; es ampliamente usado y reconocido en el medio estadístico norteamericano. JMP puede ligar gráficas con estadísticas robustas, tanto en memoria como en pantalla. Es un paquete visual, interactivo y que abarca gran variedad de técnicas estadísticas. La interactividad de gráficas con datos en este paquete ayuda a revelar contextos y a aclarar puntos de vista que usualmente no se pueden apreciar analizando solamente las tablas numéricas (JMP, 2012).

El nivel de confianza de las pruebas de bondad de ajuste fue del 95%, utilizando la prueba de Kolomgorov-Smirnov. Los valores-p obtenidos fueron en todos los casos mayores al 5%, por lo que se aceptó la hipótesis de que los datos siguen una distribución Poisson.

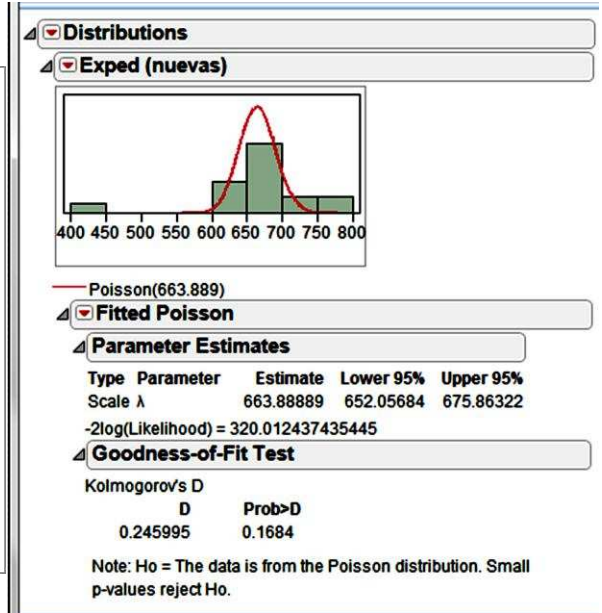


Figura 4.2 Llegadas Poissonianas al estado de expedición

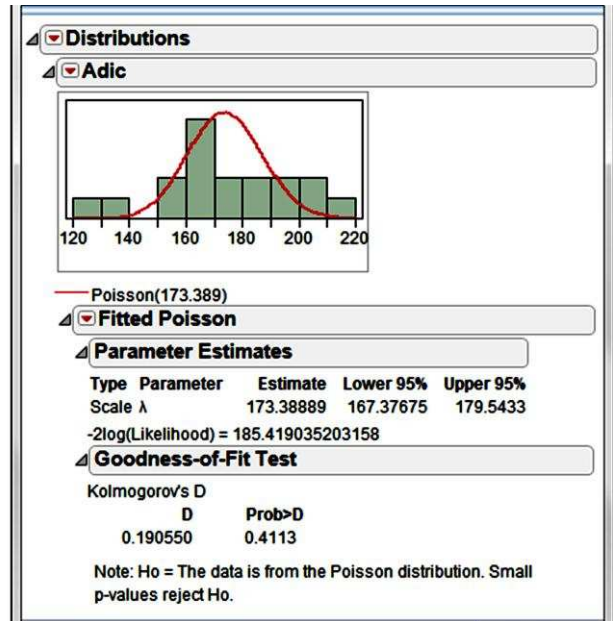
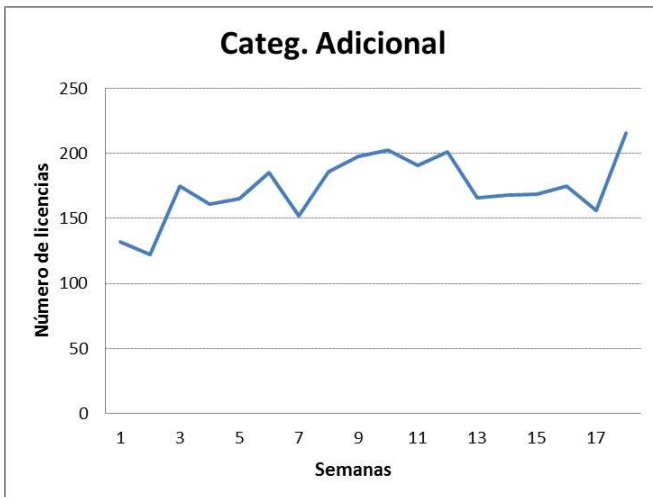


Figura 4.3 Llegadas Poissonianas al estado de categoría adicional

En consecuencia, de la caracterización Poissoniana de las visitas a los estados se deduce que los tiempos entre llegadas de trámites a los estados están distribuidos exponencialmente, y como se señala en la literatura estadística (Hillier y Lieberman, 2010), la distribución exponencial tiene esa propiedad de ausencia de memoria que comparte con el comportamiento del proceso estocástico.

La estimación de los estados estables.

Como se mencionó anteriormente, las características de la información disponible en la DGAF, al no permitir el cálculo de las transiciones directas entre todos los estados, planteó la posibilidad de estimar la permanencia del sistema en sus estados con los porcentajes de licencias en cada estado comparado con el total de licencias en cada año, usando un enfoque de probabilidad frecuencial.

Al estimar estas probabilidades de estados con el enfoque frecuencial se encontró una gran variabilidad en los datos disponibles de las licencias en algunos años, en parte por trámites extraordinarios de regularización de licencias que realizó la DGAF y que incidieron en sus estadísticas anuales. Para atenuar esta variabilidad se utilizó una técnica de suavización de datos.

Las técnicas de suavización de datos se utilizan cuando existen cambios bruscos o movimientos irregulares en la serie; tienen la ventaja de ser relativamente simples y alcanzar un buen nivel de predicción en periodos de tiempos cortos. La idea es definir a partir de la serie observada una nueva serie que suavice los efectos ajenos a la tendencia (estacionalidad, efectos aleatorios), de manera que se pueda determinar la dirección de la tendencia. Para suavizar la serie se usa una función o filtro lineal, el filtro lineal más usado es la media móvil.

La técnica de medias móviles tiene por objetivo eliminar de la serie los componentes estacionales y accidentales. Los métodos básicos son el de promedios móviles simples y el de media móvil centrada, descritos brevemente a continuación.

a. Promedios móviles simples (PMS)

El promedio móvil de los n valores de los datos más recientes de la serie de tiempo, es:

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \text{donde los } x_i \text{ son los valores de datos más recientes.}$$

Los PMS se utilizan como pronóstico para el siguiente período.

El término móvil indica que conforme se tenga disponible una nueva observación de la serie de tiempo, se reemplaza la observación más antigua en la ecuación y se calcula un nuevo pronóstico. Como resultado el promedio se modificará, a medida que se agreguen nuevas observaciones.

La variable n es un indicador del número de períodos que habrán que tomarse para calcular el promedio, generalmente varía entre tres a cinco, dependiendo de cuántos elementos tiene la serie.

Este método tiene una serie de variantes para eliminar el componente irregular y/o el componente estacional, los cuales se basan en la construcción de una serie de variables a partir de los datos originales, realizando para ello un promedio de los datos. La variante media móvil centrada es la que se utilizó para los datos de las licencias.

b. Media móvil centrada:

Esta media móvil no se construye promediando los datos anteriores al dato actual, sino que se utilizan simétricamente los datos adyacentes. En general, la media móvil centrada en el dato y_t de orden s se define como:

$$MC_t^s = \frac{y_{t-\frac{s-1}{2}} + \dots + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \dots + y_{t+\frac{s-1}{2}}}{s},$$

donde $t = \left\{ \begin{array}{l} \frac{s+1}{2} \quad \text{si } s \text{ es impar} \\ \frac{s}{2} + 1 \quad \text{si } s \text{ es par} \end{array} \right\}, s \geq 3$

Cuando el orden de la media móvil centrada es par se utilizan para el cálculo $s + 1$ observaciones, ponderando cada uno de los datos extremos con un valor igual a 0.5 ; por ejemplo, la media móvil centrada en y_t de orden $s = 6$ es:

$$MC_t^6 = \frac{0.5y_{t-3} + y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2} + 0.5y_{t+3}}{6},$$

La principal ventaja de esta media móvil es que al utilizar los datos adyacentes, tanto anteriores como posteriores, no vamos a tener el problema de retrasar la evolución de la variable, es decir, tanto la serie original como la media móvil centrada van a tener en las mismas fechas los valores máximos y mínimos.

El principal inconveniente será que al utilizar las observaciones posteriores a cada dato original, para su construcción, no tendremos observaciones de la *MC* al final de la muestra disponible, siendo ésta precisamente la parte de la muestra más interesante para el análisis. Esta dificultad se resuelve si disponemos de predicciones fiables para los próximos períodos.

Las medias móviles son interpretadas como una aproximación a la evolución de la serie temporal y, en ocasiones, se utilizan como estimación de la tendencia de la misma. Ellas tienen una naturaleza cambiante con el paso del tiempo, en función del comportamiento de la variable.

Con estas técnicas, la variabilidad se redujo suavizando los datos 2001 a 2009 con un promedio móvil de periodo 5 , a partir del cual se obtuvieron las primeras estimaciones para las probabilidades de estados X , A , D y V (Figura 4.4).

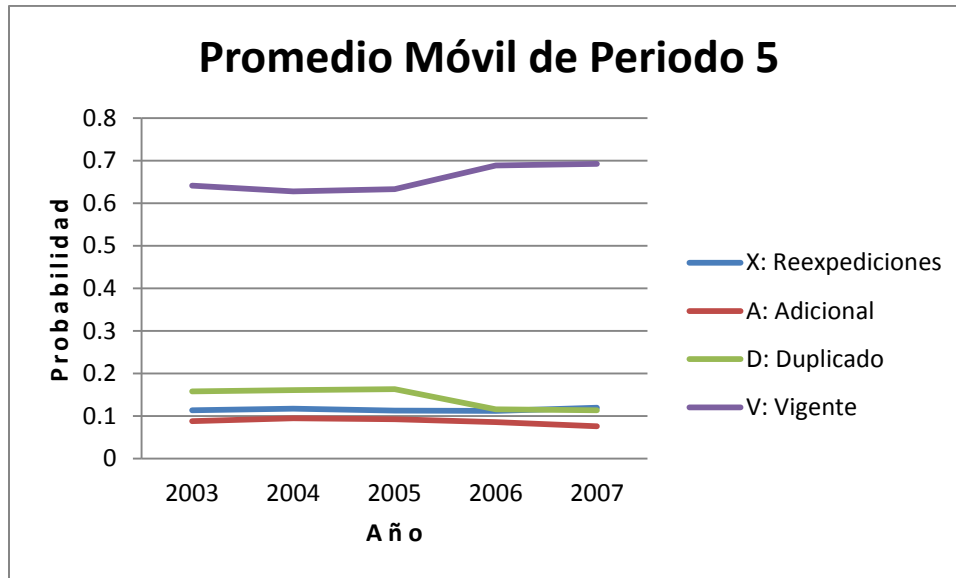


Figura 4.4 Gráficas de los datos 2001 a 2009 suavizados con un promedio móvil de periodo 5.

El cálculo de la matriz de probabilidades de transición.

Para estimar la matriz de probabilidades de transición se desarrolló un sistema de ecuaciones que expresa las probabilidades de estado estable y sus relaciones con las de transición, agregando además la condición de que las sumas de probabilidades sean uno.

Las probabilidades de transición p_{XV} , p_{AV} y p_{DV} se consideraron 1, pues si una licencia visita los estados X , A o D , con probabilidad 1 regresa al estado de vigencia.

Con los posibles estados del sistema como: E , X , A , D y V , la estructura de la matriz P de probabilidades de transición asociada al diagrama de la Figura 3.4 es la siguiente, donde las filas de la matriz indican los estados.

$$P = \begin{matrix} & E & X & A & D & V \\ \begin{matrix} E \\ X \\ A \\ D \\ V \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_{EE} & 0 & 0 & 0 & p_{EV} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ p_{VE} & p_{VX} & p_{VA} & p_{VD} & p_{VV} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

El sistema de ecuaciones y desigualdades resultante es:

$$\begin{aligned} E &= p_{EE}E + p_{VE}V \\ X &= p_{VX}V \\ A &= p_{VA}V \\ D &= p_{VD}V \\ V &= p_{EV}E + X + A + D + p_{VV}V \quad \dots (4.1) \\ p_{EE} + p_{EV} &= 1 \\ p_{VE} + p_{VX} + p_{VA} + p_{VD} + p_{VV} &= 1 \\ E + X + A + D + V &= 1 \\ p_{EE}, p_{VE}, p_{VX}, p_{VA}, p_{VD}, p_{EV}, p_{VV}, E, X, A, D, V &\geq 0 \\ p_{EE}, p_{VE}, p_{VX}, p_{VA}, p_{VD}, p_{EV}, p_{VV}, E, X, A, D, V &\leq 1 \end{aligned}$$

Donde las probabilidades de los estados X , A , D y V se estimaron inicialmente de la información suavizada de las licencias en el periodo 2001 a 2009.

Con las probabilidades estimadas para X , A , D y V se resolvió el sistema de ecuaciones (4.1) para cada tipo de licencia B, C y E tanto en clasificación nacional como internacional y se obtuvieron las matrices de probabilidades de transición correspondientes con el software de optimización LINGO v. 13.0.

LINGO es un paquete de optimización producido por LINDO SYSTEMS INC., un conocido desarrollador de software de programación lineal y no-lineal de Chicago, Illinois, en los Estados Unidos. Puede resolver problemas de optimización lineal, no-lineal, cuadrática, estocástica y entera de manera eficiente. (LINGO, 2012).

Para la clasificación “Nacional” se obtuvieron las matrices de transición P_{NB} , P_{NC} y P_{NE} correspondientes a los tipos de licencia B, C y E respectivamente, como se ve enseguida:

$$P_{NB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1139 & 0.1040 & 0.2601 & 0.5220 \end{bmatrix}$$

$$P_{NC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1073 & 0.1230 & 0.2640 & 0.5057 \end{bmatrix}$$

$$P_{NE} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1491 & 0.1883 & 0.2624 & 0.4002 \end{bmatrix}$$

Para la clasificación “Internacional” las matrices de transición P_{IB} , P_{IC} y P_{IE} correspondientes a los tipos de licencia B, C y E respectivamente, resultaron:

$$P_{IB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1704 & 0.1049 & 0.2102 & 0.5145 \end{bmatrix}$$

$$P_{IC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1399 & 0.1483 & 0.2079 & 0.5039 \end{bmatrix}$$

$$P_{IE} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1944 & 0.2070 & 0.2361 & 0.3625 \end{bmatrix}$$

Considerando el total de licencias, se obtuvieron las matrices de transición P_{NT} para la clasificación nacional y P_{IT} para la clasificación internacional, como sigue:

$$P_{NT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1220 & 0.1262 & 0.2734 & 0.4784 \end{bmatrix}$$

$$P_{IT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1750 & 0.1325 & 0.2160 & 0.4765 \end{bmatrix}$$

En cada matriz de transición mostrada, la última fila contiene las estimaciones de las probabilidades $p_{VE}, p_{VX}, p_{VA}, p_{VD}$ y p_{VV} .

4.2. Los resultados obtenidos.

De las matrices de probabilidades de transición estimadas, con el procedimiento anterior, se pudieron observar varias características del sistema de licencias.

En todos los casos se observa que la probabilidad p_{VE} de la salida del sistema es cero (elemento 5,1 de cada matriz), indicando una fuerte permanencia de las licencias en el sistema. En cuanto a las entradas, se observa que la estimación de la probabilidad p_{EV} de entrada al sistema, resulta prácticamente 1

(elemento 1,5 de la matriz), lo que indica un flujo de nuevos operadores que entran al sistema con alta probabilidad.

Estas dos probabilidades sugieren que la cantidad de operadores que abandonan el sistema es prácticamente nula, hecho que está ligado a la crónica escasez de operadores reportada en el autotransporte de carga, lo cual está asociado a la alta probabilidad de que nuevos operadores entren al sistema.

Igualmente se observa que ningún elemento de la diagonal es 1, por lo que no hay estados absorbentes.

Un estado se llama estado absorbente si, después de haber entrado ahí el proceso nunca saldrá de él. Por consiguiente, el estado i es absorbente si y sólo si $p_{ii}=1$ (Hillier y Lieberman, 2010).

Ésto indica que el sistema de licencias continuará a lo largo del tiempo cambiando entre sus estados y a largo plazo mostrará una distribución de probabilidad entre sus estados.

También se ve que las probabilidades de solicitud de reexpedición al fin de la vigencia p_{VX} son mayores para las licencias tipo E que para el resto tanto en nacionales como internacionales: 11.4% para el tipo B y 10.7% para el tipo C contra 14.9% para el tipo E en nacionales; mientras que son 17% para el tipo B, 13.9% para el tipo C y 19.4% para el tipo E en internacionales.

Las probabilidades de solicitar categoría adicional, p_{VA} igualmente resultan mayores para las licencias tipo E: 10.4% para tipo B y 12.3% para tipo C contra 18.3% para tipo E en nacionales; y 10.49% para tipo B, 14.83% para tipo C contra 20.7% para tipo E en licencias internacionales.

Estos valores son consistentes con las mayores exigencias de capacitación y de nivel de servicio para los operadores de licencia E, ya que son los únicos que pueden mover materiales y residuos peligrosos y generalmente son operadores con mejores salarios que los de otras categorías.

Tanto en nacionales como en internacionales se nota que las probabilidades de reexpediciones de las licencias tipo B es mayor que las del tipo C. Dado que el tipo B es el servicio de movimiento de carga con tractocamiones

de largo itinerario, es posible que estas diferencias se expliquen por las mayores necesidades de operadores que hay en ese mercado de carga.

En cuanto a duplicados de licencias, se ve que en nacionales e internacionales las probabilidades de solicitar este trámite es de alrededor del 26% para las primeras y oscila entre 21% y 24% para las internacionales.

En el caso de los totales de licencias, la probabilidad de solicitar duplicado es aproximadamente 27% para nacionales y 22% para internacionales. El trámite de duplicado se realiza cuando la licencia del operador sufre robo, pérdida o destrucción y debe presentar acta levantada ante una autoridad competente. Esta probabilidad que ronda alrededor del 25% podría ser un reflejo del ambiente de inseguridad en el autotransporte de carga.

Por último, las probabilidades p_{VV} de permanecer en el estado de vigencia, resultaron mayores para las licencias tipo B y C (alrededor del 51%) que para las licencias tipo E (40% nacionales; 36.3% internacionales) tanto en nacionales como internacionales. Este dato puede interpretarse con el diagrama de transición de la Figura 3.4, en el sentido de que a medida que el sistema evoluciona en el tiempo, algunas licencias que están en el estado vigente V , se quedan ahí sin transitar a otros estados. El hecho de que las licencias tipo E tengan menores valores en esa probabilidad indica que son más dinámicas y se mueven más a otros estados, lo que es explicable por la actividad más especializada y mejor pagada que tienen estos operadores.

Con las matrices de transición obtenidas se verificaron las probabilidades de estado estable con el software WinQSB v. 2.0 (Quantitative System for Business for Windows) calculando además los tiempos de primera pasada, como se explica más adelante. Este software es un paquete creado por el Dr. Yih-Long Chang, del Georgia Institute of Technology norteamericano, con una serie de módulos para resolver diversos problemas de investigación de operaciones, y que es de uso extendido en los ambientes de ingeniería industrial (Chang et al., 2003).

Los resultados se ven en la Tabla 4.1 y coinciden con las primeras estimaciones de las probabilidades de estado obtenidas de los datos de licencias, p_{VX} .

Tabla 4.1 Probabilidades de estado estable para los tres tipos de licencia en las categorías nacional e internacional.

| Estado | NACIONAL | | | | INTERNACIONAL | | | |
|--------|----------|--------|--------|--------|---------------|--------|--------|--------|
| | B | C | E | Total | B | C | E | Total |
| E | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| X | 0.0771 | 0.0718 | 0.0932 | 0.0802 | 0.1147 | 0.0935 | 0.1187 | 0.1148 |
| A | 0.0703 | 0.0823 | 0.1177 | 0.0829 | 0.0706 | 0.0991 | 0.1264 | 0.0870 |
| D | 0.1760 | 0.1767 | 0.1640 | 0.1797 | 0.1415 | 0.1390 | 0.1442 | 0.1418 |
| V | 0.6766 | 0.6692 | 0.6251 | 0.6572 | 0.6732 | 0.6684 | 0.6107 | 0.6564 |

De las probabilidades de estado estable de la Tabla 4.1 se observan ciertas características de las licencias. El estado con mayor probabilidad es el *V* de vigente, indicando que los trámites más frecuentes son el de expedición y refrendo en todos los casos, representando entre 65% y 67% aproximadamente de la población de licencias.

El estado *D* de duplicado tiene mayores probabilidades para las licencias nacionales (entre 16% y 18% aprox.) que para las internacionales (alrededor del 14%). Mientras que el estado *X* de reexpedición, así como el *A* de categoría adicional tiene mayores probabilidades en licencias internacionales que en las nacionales.

Las exigencias de mejor capacitación de operadores y de un nivel más elevado del servicio en licencias internacionales comparado con el de licencias nacionales y también mayores niveles de seguridad en el transporte de carga internacional podrían estar relacionadas a estas diferencias en valores.

Los tiempos de primera pasada.

En la evolución del sistema de licencias, un aspecto de interés es el tiempo en que las licencias visitan ciertos estados por vez primera. En la jerga de

cadena Markovianas, este lapso se llama tiempo de primera pasada para ir de un estado dado a otro. En el caso en que el estado de origen y fin de la transición es el mismo, se habla de tiempo de recurrencia.

La probabilidad de que el sistema pase del estado i al j por primera vez en exactamente n pasos (el tiempo de primera pasada en n pasos) se denota, como sigue:

$$P[\text{el sistema pase del estado } i \text{ al } j \text{ por primera vez en } n \text{ pasos}] = f_{ij}^{(n)}$$

Conforme a esta definición es claro que la probabilidad de primera pasada de i a j en un solo paso es: $f_{ij}^{(1)} = p_{ij}^{(1)} = p_{ij}$.

Para calcular la probabilidad de primera pasada en dos pasos, se observa que: $p_{ij}^{(2)} = f_{ij}^{(2)} + f_{ij}^{(1)} p_{jj}$ indicando que el tránsito de i a j en dos pasos se puede hacer al ir de i a j en dos pasos por primera vez, o al ir de i a j en un solo paso y luego permanecer una vez más en j . De la ecuación anterior: $f_{ij}^{(2)} = p_{ij}^{(2)} - f_{ij}^{(1)} p_{jj}$.

Continuando el razonamiento para el caso de tres pasos, resulta:

$$f_{ij}^{(3)} = p_{ij}^{(3)} - f_{ij}^{(1)} p_{jj}^{(2)} - f_{ij}^{(2)} p_{jj}$$

Y en general, se tiene la siguiente fórmula recursiva:

$$f_{ij}^{(n)} = p_{ij}^{(n)} - f_{ij}^{(1)} p_{jj}^{(n-1)} - f_{ij}^{(2)} p_{jj}^{(n-2)} - \dots - f_{ij}^{(n-1)} p_{jj} \quad \dots (4.2)$$

Así, si se han identificado los estados i , de inicio y j de llegada, la ecuación (4.2) calcula recursivamente la probabilidad de que el sistema transite por primera vez entre dichos estados en n pasos; las probabilidades de transición en k pasos $p_{jj}^{(k)}$ se obtienen de las potencias de la matriz de probabilidades de transición P .

Para el estudio del sistema de licencias federales de conductor, la ecuación (4.2) permite estimar tendencias de cambio de un estado i a un estado j para cualquier número n de pasos (años). En particular, considerando el tiempo de vigencia de las licencias, de 10 años para los tipos tipo B, C y de tres años para las licencias tipo E, las tendencias de cambio se pueden estimar con la

probabilidad de que el cambio de i a j ocurra por primera vez en alguno de los años de la vigencia de la licencia. Así, para las licencias B y C es:

$P[\text{ir del estado } i \text{ al } j \text{ por primera vez en 1 año, ó en 2 años, ó } \dots, \text{ ó en 10 años}]$

$$= \sum_{k=1}^{10} f_{ij}^{(k)}$$

Y para las licencias tipo E es:

$$P[\text{ir del estado } i \text{ al } j \text{ por primera vez en 1 año, ó en 2 años, ó en 3 años}] = \sum_{k=1}^3 f_{ij}^{(k)}$$

Con la ecuación (4.2) se calcularon las probabilidades de los tiempos de primera pasada donde el estado de inicio fue V (vigente) y los estados de llegada fueron X (reexpedición), A (categoría adicional) y D (duplicado).

Las probabilidades $f_{VX}^{(k)}$ representan el paso del estado de vigencia al estado de reexpedición, y de cierta forma indican la supervivencia de las licencias en el sistema. Las probabilidades $f_{VA}^{(k)}$ representan las búsquedas de categoría adicional, que suelen estar ligadas a la competencia por entrar a otros mercados de carga o a otros servicios, y las probabilidades $f_{VD}^{(k)}$ indican la tendencia a solicitar duplicado, lo que puede relacionarse con el ambiente de seguridad en la operación del transporte de carga o la actitud hacia la obligatoriedad de la licencia por parte de los operadores.

Para el cálculo recursivo y las potencias de las matrices se utilizó el paquete Maple; el ejemplo prototipo para calcular $\sum_{k=1}^{10} f_{VX}^{(k)}$ para las licencias nacionales B es como sigue:

[Tipo B-Nacional. Definición de la matriz de transición

>

B:=Matrix(5,5,[[0,0,0,0,1],[0,0,0,0,1],[0,0,0,0,1],[0,0,0,0,1],[0,0.1139,0.1040,0.2601,0.5220]]);

$$B := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1139 & 0.1040 & 0.2601 & 0.5220 \end{bmatrix}$$

[Cálculo de potencias 2 a 10:

>

Digits:=4:evalm(B^2);evalm(B^3);evalm(B^4);evalm(B^5);evalm(B^6);evalm(B^7);evalm(B^8);evalm(B^9);evalm(B^10);

[Cálculo de la probabilidad de tiempo de primera pasada Vigencia-Reexpedición

>fvx1:=B[5,2];

fvx2:=(B^2)[5,2]-fvx1*B[2,2];

fvx3:=(B^3)[5,2]-fvx1*(B^2)[2,2]-fvx2*B[2,2];

fvx4:=(B^4)[5,2]-fvx1*(B^3)[2,2]-fvx2*(B^2)[2,2]-fvx3*B[2,2];

fvx5:=(B^5)[5,2]-fvx1*(B^4)[5,2]-fvx2*(B^3)[2,2]-fvx3*(B^2)[2,2]-fvx4*B[2,2];

fvx6:=(B^6)[5,2]-fvx1*(B^5)[5,2]-fvx2*(B^4)[2,2]-fvx3*(B^3)[2,2]-fvx4*(B^2)[2,2]-fvx5*B[2,2];

fvx7:=(B^7)[5,2]-fvx1*(B^6)[5,2]-fvx2*(B^5)[2,2]-fvx3*(B^4)[2,2]-fvx4*(B^3)[2,2]-fvx5*(B^2)[2,2]-fvx6*B[2,2];

fvx8:=(B^8)[5,2]-fvx1*(B^7)[5,2]-fvx2*(B^6)[2,2]-fvx3*(B^5)[2,2]-fvx4*(B^4)[2,2]-fvx5*(B^3)[2,2]-fvx6*(B^2)[2,2]-fvx7*B[2,2];

fvx9:=(B^9)[5,2]-fvx1*(B^8)[5,2]-fvx2*(B^7)[2,2]-fvx3*(B^6)[2,2]-fvx4*(B^5)[2,2]-fvx5*(B^4)[2,2]-fvx6*(B^3)[2,2]-fvx7*(B^2)[2,2]-fvx8*B[2,2];

fvx10:=(B^10)[5,2]-fvx1*(B^9)[5,2]-fvx2*(B^8)[2,2]-fvx3*(B^7)[2,2]-fvx4*(B^6)[2,2]-fvx5*(B^5)[2,2]-fvx6*(B^4)[2,2]-fvx7*(B^3)[2,2]-fvx8*(B^2)[2,2]-fvx9*B[2,2];

fvx1 := 0.1139 ; fvx2 := 0.05946 ; fvx3 := 0.07251 ; fvx4 := 0.05950 ; fvx5 := 0.05888

fvx6 := 0.05097 ; fvx7 := 0.04804 ; fvx8 := 0.04362 ; fvx9 := 0.04027 ;

fvx10 := 0.03691

fvx1+fvx2+fvx3+fvx4+fvx5+fvx6+fvx7+fvx8+fvx9+fvx10 ;
0.5841

La Tabla 4.2 a continuación muestra los resultados de estos cálculos para las licencias tipo B y C, tanto en clasificación nacional como internacional, y en la Tabla 4.3 se muestran los resultados para las licencias tipo E.

Tabla 4.2 Tendencias de cambios de licencias B y C en su periodo de vigencia

| Licencias tipo B | $\sum_{k=1}^{10} f_{VX}^k$ | $\sum_{k=1}^{10} f_{VA}^k$ | $\sum_{k=1}^{10} f_{VD}^k$ |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Nacional | 0.5841 | 0.5478 | 0.9054 |
| Internacional | 0.7486 | 0.5494 | 0.8311 |
| Licencias tipo C | | | |
| Nacional | 0.5559 | 0.6109 | 0.9443 |
| Internacional | 0.6637 | 0.6881 | 0.8535 |

Tabla 4.3 Tendencias de cambios de licencias E en su periodo de vigencia

| Licencias tipo E | $\sum_{k=1}^3 f_{VX}^k$ | $\sum_{k=1}^3 f_{VA}^k$ | $\sum_{k=1}^3 f_{VD}^k$ |
|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Nacional | 0.2999 | 0.3713 | 0.4980 |
| Internacional | 0.3766 | 0.3984 | 0.4475 |

De la Tabla 4.2 se pueden observar varias tendencias en las licencias tipos B y C. Primeramente, las probabilidades $f_{VX}^{(k)}$, que en cierta forma indican la supervivencia de las licencias en el sistema resulta mayor siempre para licencias internacionales que para nacionales, lo que indica un mayor nivel de reexpediciones en licencias internacionales que en nacionales. Estas probabilidades sin embargo, no son demasiado grandes; la mayor encontrada es para la tipo B internacional con un 74.86%, y la menor es de 55.59% para las licencias C nacionales. Estas probabilidades son bastante menores en el caso de las licencias tipo E, con un máximo de 37.66% para la clasificación internacional (Tabla 4.3).

Dado que el cambio $V - X$ significa una reexpedición, estas probabilidades indican que no todos los operadores con las respectivas licencias están tramitando

la reexpedición en el plazo de vigencia de 10 años; además de que los que menos lo hacen son los del tipo C nacional.

Estos cálculos, algo sorprendentes, resultan consistentes con el estudio de licencias de 2006 del IMT; en el cual se encontró que de alrededor de 50,500 encuestas realizadas en camino a operadores, cerca del 27% eran casos en que la licencia ya estaba vencida o que no se había refrendado; es decir casos que no han reexpedido. El bajo valor de probabilidad de reexpedición en las licencias tipo E sugieren que la tasa de reexpedición en el plazo de vigencia de 3 años es aún menor que para los otros tipos de licencia.

En el caso del cambio de estado $V - A$, estimado con las probabilidades $f_{VA}^{(k)}$, las tablas anteriores muestran que las licencias tipo B tienen alrededor del 55% de probabilidad contra valores entre 61% y 69% para las licencias tipo C y valores entre 37% y 40% para las licencias tipo E. Este resultado sugiere que las licencias tipo B y C tienen mayor dinamismo buscando categorías adicionales, lo que claramente les permite acceder a otros mercados de carga, en comparación con las licencias tipo E.

Finalmente, para el caso del cambio de estado $V - D$, estimado con las probabilidades $f_{VD}^{(k)}$, las Tablas 4.2 y 4.3 muestran que se tienen altas probabilidades (0.83 a 0.94) de que los conductores soliciten duplicados a lo largo de los periodos de vigencia, para los tipos de licencia B y C, la probabilidad disminuye (0.44 a 0.49) para el tipo de licencia E; en el caso de las licencias internacionales se observan probabilidades ligeramente menores. Este cálculo, también resulta consistente con los hallazgos del estudio de licencias realizado por el Instituto Mexicano del Transporte (IMT, 2006) donde se encontró que de los casos de operadores sin licencia, 14% fueron explicados por robo de la licencia y 8% por extravío, lo que da un 22% aproximadamente que califica para solicitar duplicado, un resultado no tan lejos del estimado por las probabilidades de solicitar duplicado ya mencionadas.

Los tiempos medios de primera pasada.

Puesto que el tiempo de primera pasada también es una variable aleatoria, se suele hablar de los valores esperados.

Dados dos estados i, j del sistema, el valor esperado del tiempo de primera pasada de i a j , denotado μ_{ij} cumple la relación (Hillier y Lieberman, 2010):

$$\mu_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik} \mu_{kj}$$

Donde p_{ik} es la probabilidad de transición del estado i a un estado intermedio k . Para las licencias, se estimaron los tiempos medios de primera pasada partiendo del estado de vigencia V , usando WinQSB; la Tabla 4.4 da los resultados.

Tabla 4.4 Tiempos medios de 1ª pasada a partir del estado V de vigencia

| Tiempos medios de 1a. pasada desde el estado V (años) | | | | | | | | |
|---|------------------|----------|----------|----------|---------------------------|----------|----------|----------|
| Licencias nacionales | | | | | Licencias Internacionales | | | |
| Estado | Tipo de licencia | | | | Tipo de licencia | | | |
| | B | C | E | Total | B | C | E | Total |
| E | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| X | 11.98 | 12.93 | 9.73 | 11.47 | 7.72 | 9.69 | 7.42 | 7.71 |
| A | 13.21 | 11.15 | 7.50 | 11.06 | 13.16 | 9.09 | 6.91 | 10.50 |
| D | 4.68 | 4.66 | 5.10 | 4.57 | 6.07 | 6.20 | 5.94 | 6.05 |
| V | 1.48 | 1.49 | 1.56 | 1.52 | 1.49 | 1.50 | 1.64 | 1.52 |

En esta tabla se ve que en todos los casos, la primera visita hacia el estado de entradas-salidas E es prácticamente nula, pues el tiempo esperado es infinito; esto sugiere que en la práctica no hay abandonos del sistema de licencias.

Los tiempos esperados de primera pasada por el estado X de reexpedición son en general mayores para las licencias nacionales que para las

internacionales. Este tiempo en principio debería estar cercano a 10 (años) ya que es el tiempo de vigencia de las licencias, sin embargo en las licencias nacionales se muestran tiempos mayores para las licencias B y C.

En cuanto a duplicados, los tiempos esperados de primera pasada son mayores para las licencias internacionales que para las nacionales; aproximadamente seis años para las primeras y cerca de cinco años para las segundas.

Los tiempos esperados de recurrencia también se estimaron. La Tabla 4.5 enseguida da los resultados.

Tabla 4.5 Tiempos medios de recurrencia.

| Tiempos medios de recurrencia (años) | | | | | | | | |
|---|------------------|-------|-------|-------|---------------------------|-------|------|-------|
| Licencias nacionales | | | | | Licencias Internacionales | | | |
| Estado | Tipo de licencia | | | | Tipo de licencia | | | |
| | B | C | E | Total | B | C | E | Total |
| X | 12.98 | 13.93 | 10.73 | 12.47 | 8.72 | 10.69 | 8.42 | 8.71 |
| A | 14.21 | 12.15 | 8.50 | 12.06 | 14.16 | 10.09 | 7.91 | 11.50 |
| D | 5.68 | 5.66 | 6.10 | 5.57 | 7.07 | 7.20 | 6.94 | 7.05 |
| V | 1.48 | 1.49 | 1.60 | 1.52 | 1.49 | 1.50 | 1.64 | 1.52 |

Los tiempos medios de recurrencia indican las mismas características que los tiempos de primera pasada mostrados en la Tabla 4.4. En particular, salvo por los tiempos de recurrencia del estado *V* de vigencia, los demás tiempos son iguales a los de primera pasada desde el estado *V* más uno; esto refleja la estructura del diagrama de transiciones, ya que para cualquiera de los estados *X*, *A* y *D*, una vez que se les visita, con probabilidad uno regresan al estado de vigencia *V*.

5. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS

El enfoque metodológico seguido, como una primera representación, permitió analizar el proceso de emisión de las licencias federales de conductor del transporte de carga en México correspondiente al periodo 2001-2009, considerando datos recientes de conteos de trámites que registró la DGAF a nivel semanal.

El sistema de licencias federales de conductor descrito sigue un proceso estocástico, su comportamiento es descrito por una cadena de Markov discreta en tiempo continuo. Los datos de las licencias tipo B, C y E son generados mediante un proceso dinámico de expedición, refrendo, reexpedición, duplicado y cambio de categoría; que se relacionan con las demandas de los mercados del transporte y la capacitación existente.

La modelación como cadena de Markov se realizó con un enfoque distinto al convencional de obtener primero las probabilidades de transición entre estados y luego estimar las probabilidades de estado a largo plazo, debido a la calidad de los datos con los que se trabajó. Este enfoque se basó en la observación de la permanencia del sistema en sus diversos estados en el periodo de observación 2001 a 2009, ajustando los cálculos de permanencia en los estados usando el principio de la probabilidad frecuencial y técnicas de suavización con promedios móviles centrados.

Las probabilidades de los tiempos de primera pasada desde el estado de vigencia hacia los otros estados identificó algunas deficiencias en el proceso de reexpediciones y refrendos, así como la fuerte tendencia a solicitar duplicados derivada de los casos de robo de licencia y extravío, los cuales tuvieron valores cercanos a los reportados en los hallazgos del estudio de licencias del IMT en 2006.

Algunas sugerencias para mejora, que también ya fueron reportadas en el citado estudio del IMT son las siguientes:

1. Mejorar la vigilancia e inspección en carreteras y diseñar sanciones más efectivas para los casos de irregularidades en las licencias de operador.
2. Desarrollar campañas educativas para la población de operadores, auxiliadas por la simplificación de trámites de las licencias, dando mayores facilidades o implementando trámites electrónicos a través de Internet.
3. Revisar más detalladamente el cumplimiento de la normatividad de licencias para las tipo E, particularmente por el riesgo implícito en la actividad de movimiento de materiales y residuos peligrosos que amparan estas licencias.
4. Solicitar campañas de concientización a través de las asociaciones de transportistas (CANACAR, CONATRAM o Confederación Nacional de Transportistas Mexicanos) para reducir las irregularidades de licencias en los operadores.
5. Aumentar las facilidades y la cobertura de los centros de capacitación de operadores, a fin de que sea más sencillo obtener la capacitación y entrar al mercado del transporte de carga.

Extensiones adicionales a este trabajo son los pronósticos de evolución de la población de licencias usando las matrices de transición y los vectores de estado inicial; el cambio de las reglas de operación que a partir de 2010 eliminaron los refrendos y redujeron a cinco años la vigencia de licencias, y también la investigación de las posibles transiciones que se dan de licencias nacionales hacia internacionales que probablemente se vean alentadas por la reciente apertura de la frontera norte al paso de camiones mexicanos dentro del territorio norteamericano.

El análisis mostrado se puede delimitar a los datos de las licencias en cada estado de la República, a fin de caracterizar el comportamiento de las licencias localmente, lo que puede ser de utilidad para las políticas de transporte a nivel local o regional que realizan las delegaciones de la SCT en los estados.

Los resultados obtenidos representan un apoyo a la gestión de planeación del subsector del autotransporte de carga así como al diseño de políticas para mejorar el desempeño del mismo. Se confía en que el seguimiento de esta metodología con datos de años venideros mejorará las estimaciones y dará resultados más precisos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Albornoz, V., M. Hinrichsen, P. Miranda y P. Peña. 2006. Uso de cadenas de Markov para la predicción de la dinámica del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidado intensivo cardiológica. *Ingeniare, Revista Chilena de Ingenierías*, 14 (2): 153-158.
- [2] Amro, M., M. Elfeki & F.M. Dekking. 2007. Reducing geological uncertainty by conditioning on boreholes: the coupled Markov chain approach. *Hydrogeology Journal*, 15: 1439-1455.
- [3] Augustovski, F., S. García, A. Pichon & R. Debbag. 2009. Childhood pneumococcal disease burden in Argentina. *Rev. Panam Salud Pública*, 25(5): 423-430.
- [4] Barreira, L. & V. Saraiva. 2008. Multifractal Nonrigidity of Topological Markov Chains. *Journal of Statistical and Physics*, 130: 387-412
- [5] Cervantes, Sarai. 2010a. Estima Canacar capacitar 2 mil operadores por año. T21. Noticias. 21/06/10. Disponible en: www.t21.com.mx.
- [6] Cervantes, Sarai. 2010b. Se agudiza falta de operadores en autotransporte. T21. Noticias. 25/07/10. Disponible en: www.t21.com.mx.
- [7] Cervantes, Sarai. 2010c. Pide ATA abrir frontera a camiones mexicanos. T21. Noticias. 23/12/10. Disponible en: www.t21.com.mx.
- [8] Chang, Y.L and K. Desai. 2003. WinQSB Version 2.0. John Wiley & Sons, Inc. USA.
- [9] Cox, D.R. y W. L. Smith. 1964. Estudio matemático de las colas. 1ª. Edición en español. UTEHA. México. P. 6.
- [10] D'Amico, G., J. Janssen & R. Manca. 2005. Homogeneous semi-Markov reliability models for credit risk management. *Decisions in Economics and Finance*, 28: 79-93.
- [11] Delli, F., & D. Pompili. 2009. A demand-assignment algorithm based on a Markov modulated chain prediction model for satellite bandwidth allocation. *Wireless Netw*, 15: 999-1012.

- [12] DGAF. Dirección General de Autotransporte Federal, SCT. 2006. Reglamento de Autotransporte Federal y Servicios Auxiliares (en línea). Disponible en: www.sct.gob.mx
- [13] Hillier, F. & G. Lieberman. 1991. Introducción a la investigación de operaciones. 3ª. Edición. Mc Graw Hill Interamericana. México.
- [14] Hillier, F. & G. Lieberman. 2010. Introducción a la investigación de operaciones. 9ª. Edición. Mc Graw Hill Interamericana. México.
- [15] Ibarra, F. 2009. Revista Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias. Universidad de Carabobo Venezuela, Año 2, I (2): 39-51. Disponible en: www.redalyc.org
- [16] IMT. 2006. Estudio sobre licencias federales de conducir. Proyecto SE-03/06 para la Dirección General de Autotransporte Federal. Instituto Mexicano del Transporte. Querétaro, México.
- [17] Martínez, J. J., M. A. Moreno, M. C. Morales, A. Herrera, J. A. Balbuena, J. A. Arroyo, A. Bustos y J. A. Pérez. 2007. Manual Estadístico del Sector Transporte. IMT. Disponible en: www.imt.mx
- [18] Info-Transportes On Line. 2011. La Canacar, la UTL y Flecha Amarilla crean carrera en Administración de Sistemas de Transporte. INFO-TRANSPORTES SERVICIOS E INFORMACIÓN LOGÍSTICA. 27/06/11. Disponible en: http://www.info-transportes.com.mx/index.php?option=com_content&task=view&id=3991
- [19] Jiang, Y. & C. S. Kumares. 1989. Bridge Service Life Prediction Model Using the Markov Chain. Transportation Research Record, 1223: 24-30.
- [20] JMP. (2012). Dynamic data visualization and deep analytics on the desktop. Disponible en : <http://www.jmp.com/software/jmp10/>
- [21] Kayacan, E., B. Ulutas & O. Kaynak. 2010. Grey system theory-based models in time series prediction. Expert Systems with Applications 37: 1784-1789.

- [22] Lacour, C. 2008. Adaptive estimation of the transition density of a particular hidden Markov chain. *Journal of Multivariate Analysis*. Volume 99, Issue 5. P. 787-814.
- [23] Lau, R.S.M. & T.H. Mattheiss. 1992. A Markov Model of the Growth and Profitability of the U.S. Airline Industry. *Logistics and Transportation Review*. 28 (2): 189-205.
- [24] Li, X., X. Wang, W. Shao, L. Xia, G. Zhang, B. Tian, W. Li & P. Peng. 2007. Forecast of Flood in Chaohu Lake Basin of China Based on Grey-Markov Theory. *Chinese Geographical Science*, 17(1): 064-068.
- [25] LINGO . (2012). LINGO 13.0 - Optimization Modeling Software for Linear, Nonlinear, and Integer Programming. Disponible en: http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=10
- [26] Lwin, T.T. & T. Thein. 2009. High Availability Cluster System for Local Disaster Recovery with Markov Modeling Approach. *International Journal of Computer Science Issues*, 6 (2): 25-32.
- [27] Patlevič, P. & L. Doboš. 2010. Markov Model Based CAC algorithms for Cellular Networks. *Journal of Computer Science and Control Systems*, 3(1): 169-172.
- [28] SCT. Estadística Básica del Autotransporte Federal 2008. Operación del Autotransporte Federal, P. 61-65.
- [29] SCT. Reglamento de Autotransporte Federal y Servicios Auxiliares 1994. Disponible en: http://www.anafapyt.org.mx/reglamentos/R_AUTOTRANSPORTE_FEDERAL_Y_SERV_AUXILIARES.pdf
- [30] SEGOB. Secretaría de Gobernación. (2010). Acuerdo por el que se modifica la vigencia de la licencia federal de conductor. *Diario Oficial de la Federación*, 24/04/2010. Disponible en: http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5140041&fecha=21/04/2010

- [31] Singh, P., A. Chandra, F. Mahdi, A. Roy & P. Sharma. 2010. Reconverne and Reconnect the Antioxidant Hypothesis in Human Health and Disease. *Ind. J. Clin. Biochem*, 25(3):225-243.
- [32] Su-Lien Lu. 2009. Comparing the reliability of a discrete-time and a continuous-time Markov chain model in determining credit risk. *Applied Economics Letters*, Volume 16, Issue 11. P. 1143-1148.
- [33] Taha, H. 2012. *Investigación de operaciones*. Edición. Prentice Hall. México.
- [34] Valdés, Luis C. 2011. Canacar promueve instalación de escuela de operarios en La Laguna. *MILENIO*. 25/08/11. Disponible en: laguna.milenio.com
- [35] Weisstein, E. 2012. Stochastic Matrix. From MathWorld--A Wolfram Web Resource: <http://mathworld.wolfram.com/StochasticMatrix.html>.
- [36] Yang, J., M. Gunaratne, J.J. Lu & B. Dietrich. 2005. Use of Recurrent Markov Chains for Modeling the Crack Performance of Flexible Pavements. *Journal of Transportation Engineering*. P. 861-872.
- [37] Yeon, J., L. Elefteriadou & Lawphongpanich. 2008. Travel time estimation on freeway using Discrete Time Markov Chains. *Transportation Research B*, 42: 325-338.
- [38] Zhang, W., F. Chen & W. Xu. 2009. Bi-dimension decomposed hidden Markov models for multi-person activity recognition. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*. 10(6):810-819.