

# Optimización dinámica de transmisiones mecánicas mediante

## **TESIS**

Para lograr el grado académico de:

## **Maestro en Ciencias en Mecatrónica**

Por:

**Stephanie Virginia Camacho**

Agosto 2015, San Juan del Río, Querétaro

La presente obra está bajo la licencia:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



CC BY-NC-ND 4.0 DEED

Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

### Usted es libre de:

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciante no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

### Bajo los siguientes términos:



**Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.



**NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



**SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

### Avisos:

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias en Mecatrónica

Optimización dinámica de transmisiones mecánicas mediante algoritmos genéticos.

Opción de titulación  
**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
Maestría en Ciencias en Mecatrónica.

**Presenta:**

Ing. Stephanie Virginia Camacho Gutiérrez.

Dirigido por:  
Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa.

Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa  
Presidente

Firma

Dr. Aurelio Domínguez González  
Secretario

Firma

Dr. Roque Alfredo Osornio Ríos  
Vocal

Firma

Dr. Juan Primo Benítez Rangel  
Suplente

Firma

Dr. Carlos López Cajún  
Suplente

Firma

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Aurelio Domínguez González  
Director de la Facultad  
\_\_\_\_\_  
Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña  
Directora de Investigación y Posgrado

Centro Universitario  
Querétaro, Qro.  
Agosto 2015

# Resumen

El diseño convencional de una transmisión mecánica es deficiente porque descarta los efectos de las interacciones dinámicas entre componentes, tales como excitaciones externas debido a defectos en los mismos que podrían causar fallas tempranas. Para ello, se propone una metodología de diseño basada en un algoritmo genético continuo con el fin de evitar resonancias y el efecto de “beating vibration” en una transmisión mecánica de una sola etapa mediante la maximización de la distancia entre sus frecuencias de excitación que a menudo se superponen. Además, se proponen dos funciones objetivo para hacer frente al problema de optimización, una suma ponderada de funciones de costos y una distancia mínima máxima. Los resultados muestran que el diseño final fue mejorado un 20% comparado con el diseño inicial de una transmisión mecánica, por lo que la metodología es considerada válida, además de que toma en cuenta las consideraciones de diseño de engranes de las normas AGMA y la selección de componentes reales, por lo que la aplicación de este método es completamente práctica.

**(Palabras clave:** Optimización, transmisión mecánica, algoritmos genéticos)

# Summary

The conventional design of a mechanical transmission is deficient because it does not consider the effects of the dynamic interactions between components, such as external stimuli due to defects in it, which could cause early failure. For this reason, a design methodology based on continuous genetic algorithm is proposed in order to avoid resonances and the beating vibration effect in a mechanical transmission of a single stage. To achieve this, the distances between consecutive excitation frequencies are maximized. In addition, two objective functions are proposed to address the optimization problem, a weighted sum of cost functions and maximum minimum distance. The results show that the final design was improved by 20% compared with the initial design of a mechanical transmission, so the methodology is considered valid, besides taking into account the design considerations gears AGMA and selection real components, so the application of this method is quite practical.

**(Key words:** Optimization, mechanical transmission, genetic algorithm)

# Dedicatorias

A mi familia quienes siempre han estado apoyándome en todas mis decisiones.

A mi prometido, quién me ha dado ánimos para seguir mi camino y alcanzar mis más anhelados sueños.

A ellos, quienes me han dado alas para volar, raíces para volver y motivos para quedarme.

# Agradecimientos

A mis compañeros de maestría, de quienes aprendí y ahora considero amigos.

A mis sinodales, por su disponibilidad y apoyo. En especial a mi asesor el Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa, por sus sabios consejos y por alentarme en mi investigación para crecer como científico.

A la Universidad Autónoma de Querétaro, por la calidad de sus programas de posgrado. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por confiar en mí y brindarme una beca, ya que sin su apoyo hubieran sido imposible los artículos publicados y este trabajo de tesis.

# Índice General

Resumen .....	I
Summary .....	IV
Dedicatorias.....	V
Agradecimientos .....	VI
Índice General .....	VII
Índice de Figuras .....	X
Índice de Tablas .....	XII
Capítulo 1 .....	1
1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes. ....	1
1.2 Justificación.....	4
1.3 Descripción del Problema. ....	5
1.4 Hipótesis. ....	5
1.5 Objetivo.....	5
1.5.1 Objetivos particulares .....	5
Capítulo 2. ....	6
2. Fundamentación Teórica.....	6
2.1 Transmisión mecánica. ....	6
2.1.1 Engranés .....	6
2.1.1.1 Engranés rectos.....	6
2.1.1.2 Nomenclatura y propiedades de los engranes rectos .....	6
2.1.1.3 Fuerzas, par torsional y potencia de engranes. ....	10
2.1.1.4 Números de esfuerzos admisibles .....	11
2.1.1.5 Diseño convencional de engranes .....	14



2.1.2	Rodamientos .....	17
2.1.2.1	Tipos de rodamientos .....	17
2.1.2.2	Selección de rodamientos.....	18
2.2	Modelo de una transmisión mecánica simple.....	20
2.2.1	Fuerzas de excitación.....	22
2.3	Métodos de optimización.....	23
2.3.1	Establecimiento de un problema de optimización.....	25
2.3.2	Búsqueda exhaustiva. ....	25
2.3.3	Optimización analítica .....	26
2.3.4	Método Simplex.....	27
2.3.5	Método Complex .....	27
2.3.6	Algoritmos evolutivos.....	28
	Cúmulo de partículas .....	28
	Algoritmos Genéticos. ....	29
	Elementos de los Algoritmos Genéticos.....	29
	Algoritmo Genético Simple.....	30
Capítulo 3	.....	32
3.	Metodología.....	32
3.1	Selección del algoritmo de optimización .....	32
3.2	Algoritmo de optimización .....	33
3.2.1	Función objetivo .....	35
3.2.2	Variables de diseño .....	36
3.2.3	Restricciones.....	38
3.2.4	Operadores del algoritmo genético propuesto.....	41
3.2.4.1	Selección, apareamiento y cruce .....	41
3.2.5	Mutación.....	42

3.3 Programación del algoritmo de optimización.....	42
Capítulo 4 .....	49
4.    Resultados y discusión.....	49
4.1 Selección de la función objetivo .....	49
4.1.1 Algoritmo genético continuo con sumatoria ponderada.....	49
4.1.2 Algoritmo genético con la máxima mínima distancia .....	52
4.1.3 Discusión: Funciones objetivo .....	55
4.2 Resultados del programa de optimización dinámica de una transmisión mecánica.....	56
4.2.1 Discusión, programa de optimización dinámica de una transmisión mecánica.....	61
Capítulo 5 .....	62
5.    Conclusiones.....	62
6.    Bibliografía .....	63
Apéndices	

# Índice de Figuras

Figura 2-1 Propiedades de los engranes .....	7
Figura 2-2 Hoja de cálculo de engranes .....	15
Figura 2-3 Hoja de cálculo de engranes, continuación .....	16
Figura 2-4 Rodamiento de bolas.....	17
Figura 2-5 Rodamiento de rodillos cilíndricos .....	17
Figura 2-6 Rodamiento de agujas.....	18
Figura 2-7 Rodamiento de rodillos cónicos.....	18
Figura 2-8 Modelo dinámico de una transmisión mecánica simple.....	20
Figura 2-9 Ángulo efectivo .....	21
Figura 2-10. Desplazamiento radial de un eje montado en un rodamiento de bolas. ....	22
Figura 3-1 Categorías de optimización. ....	32
Figura 3-2 Diagrama de flujo del algoritmo de control. ....	34
Figura 3-3 Transmisión mecánica simple. ....	35
Figura 3-4 Frecuencias consecutivas .....	36
Figura 3-5 Parámetros de diseño de los rodamientos .....	37
Figura 3-6 Diagrama de flujo general del programa de optimización.....	43
Figura 3-7 Diagrama de flujo, modulo selección.....	44
Figura 3-8 Diagrama de flujo del módulo de vida útil de engranes. ....	45
Figura 3-9 Factor de geometría J para engranes rectos 20°. ....	46
Figura 3-10 Factor de geometría J par engranes rectos 25° .....	46
Figura 3-11 Factor J interpolado para engranes rectos 20° .....	47
Figura 3-12 Factor de geometría J interpolado para engranes rectos 25°	47
Figura 3-13 Diagrama de flujo, vida útil de rodamientos.....	48
Figura 4-1 Diseño inicial (suma ponderada) .....	50
Figura 4-2 Diseño final (suma ponderada).....	51
Figura 4-3 Convergencia del algoritmo genético (suma ponderada) .....	52
Figura 4-4 Diseño inicial (máxima mínima distancia) .....	54
Figura 4-5 Diseño final (máxima mínima distancia) .....	54

Figura 4-6 Convergencia del algoritmo genético (máxima mínima distancia) .....	55
Figura 4-7 Convergencia del programa de optimización dinámica. ....	59

# Índice de Tablas

Tabla 2-1 Técnicas de optimización.....	24
Tabla 4-1 Mejores valores de las variables de diseño (suma ponderada)	49
Tabla 4-2 Rodamiento de entrada .....	50
Tabla 4-3 Rodamiento de salida .....	50
Tabla 4-4 Engranés .....	50
Tabla 4-5 Mejores valores de las variables de diseño (suma ponderada)	51
Tabla 4-6 Rodamiento de entrada .....	51
Tabla 4-7 Rodamiento de salida .....	51
Tabla 4-8 Engranés .....	51
Tabla 4-9 Mejores valores de las variables de diseño (máxima mínima distancia) .....	52
Tabla 4-10 Rodamiento de entrada .....	52
Tabla 4-11 Rodamiento de salida .....	52
Tabla 4-12 Engranés .....	52
Tabla 4-13 Mejores valores de las variables de diseño (máxima mínima distancia) .....	53
Tabla 4-14 Rodamiento de entrada .....	53
Tabla 4-15 Rodamiento de salida .....	53
Tabla 4-16 Engranés .....	53
Tabla 4-17 Variables de diseño iniciales.....	58
Tabla 4-18 Frecuencias de excitación, diseño inicial, rodamiento entrada	58
Tabla 4-19 Frecuencias de excitación, diseño inicial, rodamiento salida.	58
Tabla 4-20 Frecuencias de excitación, diseño inicial, engranes .....	58
Tabla 4-21 Variables de diseño optimizadas .....	58
Tabla 4-22 Frecuencias de excitación, diseño final, rodamiento entrada	58
Tabla 4-23 Frecuencias de excitación, diseño final, rodamiento salida ...	59
Tabla 4-24 Frecuencias de excitación, diseño final, engranes .....	59
Tabla 4-25 Geometría de engranes optimizados .....	60

# Capítulo 1

## 1. Introducción.

Debido a la necesidad de transmitir potencia y movimiento, las transmisiones mecánicas están presentes en una amplia variedad de máquinas, desde electrodomésticos hasta automóviles. Siendo este último sector uno de los más importantes a nivel mundial con una producción de 80 millones 108 mil unidades de vehículos (Secretaría de Desarrollo Económico de San Luis Potosí, 2012). En la industria mexicana el sector automotriz representa el 2.8% en el valor agregado bruto nacional y un 15.5% en el sector manufacturero (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, 2013). En 2013, México se posiciona en octavo lugar como productor de vehículos a nivel mundial (Asociación Mexicana de la Industria Automotriz, 2014).

No obstante, la construcción de una transmisión mecánica se ha limitado al diseño de cada componente (rodamientos, engranes, ejes, flechas, etc.) en base a los requerimientos de potencia, velocidad y vida útil sin tomar la contribución de cada componente en la dinámica del sistema. Es por ello, que el presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una metodología, basada en un algoritmo genético, que optimice el diseño de una transmisión mecánica evitando que se produzcan resonancias y distribuyendo óptimamente las frecuencias de excitación inherentes al sistema.

### 1.1 Antecedentes.

A nivel institucional y nacional no se encontraron tesis relacionadas con la optimización de la dinámica de transmisiones mecánicas. Sin embargo, a nivel internacional la literatura reporta varios trabajos relacionados al diseño óptimo de engranes, rodamientos y cajas de engranes. Muchos de ellos se enfocaron en minimizar el volumen. Gologlu y Zeyveli (2009) minimizaron el volumen de un tren de engranes por medio de algoritmos genéticos, usaron restricciones relacionadas

con la geometría de los engranes y el módulo normal; el número de dientes y el ancho de cara fueron elegidos como variables de diseño. Rajiv Tiwari (2009) también usó algoritmos genéticos para optimizar pero en rodamientos cilíndricos de rodillos, para ello utilizó restricciones relacionadas con la vida útil de los valores. Huang et al. (2009) redujeron el volumen de un motor de camión de tamaño medio basados en características estructurales y requerimientos de diseño, por medio de una programación cuadrática secuencial. Zhang et al. (2009) optimizaron el volumen de un engrane helicoidal cónico espiral, tomando en cuenta catorce variables de diseño principalmente relacionadas con la geometría del engrane. Qimin y Qili (2010) optimizaron el volumen de un reductor de engranes planetarios usando la optimización de cúmulo de partículas.

Otros trabajos se han centrado en la minimización del error de transmisión y del ruido. Bonori et al. (2008) usaron un algoritmo genético para minimizar el error de transmisión estático en engranes rectos por medio de modificaciones de perfil microgeométricas. Faggion et al. (2011) también usaron modificaciones de perfil en engranes rectos para disminuir el error de transmisión estático y dinámico utilizando un método de optimización Simple-Aleatorio. Kong et al. (2013) implementaron un algoritmo de optimización de un solo parámetro, Quasi-Newton, para minimizar el torque de inicio y sus fluctuaciones que pueden causar ruido en una transmisión magnética de engranes planetarios.

Todos estos trabajos tienen resultados positivos usando diferentes métodos de optimización. Sin embargo, los algoritmos genéticos y la optimización por cúmulo de partículas sobresalen. La optimización por cúmulo de partículas está basada en el comportamiento colaborativo de poblaciones biológicas, como una parvada o un enjambre; inicialmente se genera una población aleatoria (conjunto de soluciones) la cual se dispersa en el espacio de diseño hacia la solución óptima en un número de iteraciones (movimientos) basados en una enorme cantidad de información sobre el espacio que es asimilado y compartido por todos los miembros del conjunto. Los algoritmos genéticos están inspirados en los principios de la genética y evolución e imitan la dinámica de la reproducción; para encontrar las soluciones de diseño utilizan la metodología “la sobrevivencia del más apto”, es

decir, sobrevivirán los individuos que logren adaptarse a su ambiente (funciones objetivo y restricciones). Esto acontece de tal manera que durante varias generaciones (iteraciones) los rasgos deseables (características de diseño) evolucionarán y permanecerán en el genoma de la población; sólo los individuos que tengan los rasgos más fuertes prevalecerán (Hassan et al., 2004). Estas técnicas, optimización por cúmulo de partículas y algoritmos genéticos, están inspiradas en la naturaleza y han demostrado ser soluciones efectivas a los problemas de optimización. Sin embargo, estas técnicas no son una panacea, a pesar de su aparente solidez. Hay parámetros de control que intervienen en estos métodos heurísticos y el ajuste adecuado de estos parámetros es un punto clave para el éxito así como la selección adecuada de una función objetivo (Jones, 2005). Aun así, prevalecen porque son simples para implementar y siempre encuentran una solución aún si el espacio de soluciones es discontinuo o tiene cambios abruptos. Actualmente, hay una discusión acerca de cuál algoritmo de optimización es el mejor ( Hammad y Thannoo, 2007; Khosla et al., 2007; Maldonado y Castillo, 2012). Para el fin de este trabajo, se eligió usar como método de optimización a los algoritmos genéticos ya que tienen más referencias de implementación.

En la extensa búsqueda literaria no se encontraron metodologías que optimicen el diseño de una transmisión mecánica completa. Sin embargo, hay enfoques que relacionan las vibraciones con las iteraciones entre los componentes. Parey et al. (2005) presentaron un modelo dinámico para predecir defectos tempranos en un sistema rodamiento-engrane; modelaron el comportamiento no lineal tal como fuerzas de excitación y encontraron que dichos defectos incrementan la frecuencia del engrane. Tao et al. (2014) propusieron un método para predecir y reducir vibraciones y ruido de un reductor de engranes modificando el espesor de la caja, para ello fueron consideradas las características dinámicas de los engranes y de la caja, las fuerzas dinámicas de los rodamientos se tomaron como excitaciones y las vibraciones fueron calculadas con elemento finito. Jauregui (2013) estableció que la rigidez de la carcasa establece una condición que permite a las ondas no lineales viajar entre engranes y rodamientos. Estas ondas se convierten en un estímulo para la sincronización no lineal y su efecto incrementa la



carga dinámica entre ambos elementos. Esta sincronización dinámica puede ser minimizada al asegurar una carcasa rígida y al optimizar las frecuencias de excitación de engranes y rodamientos.

En este trabajo se propone un método para minimizar la excitación dinámica producida por los elementos rodantes de una transmisión mecánica. Para lograr este propósito se utilizará un algoritmo genético con el objetivo de obtener el diseño con las frecuencias de excitación mejor distribuidas.

## **1.2 Justificación.**

A nivel nacional y local existen varias empresas que se dedican a la manufactura y diseño de autopartes. Tal es el caso de TREMEC que no solo se especializa en el diseño y producción de soluciones de transferencia de torque para la industria automotriz, lo hace también para el sector agrícola y militar. Por medio del M.I. José Luis Meléndez, ingeniero de diseño de TREMEC, se informó de la problemática que existe en la fase de laboratorio cuando se detectan fallas en los acoplamientos de transmisiones mecánicas, aunque se realiza un diseño detallado de cada uno de los elementos no existe una metodología que tome de manera integral la aportación dinámica de cada componente en la transmisión a fin de evitar errores como el de los acoplamientos.

Asimismo, en la búsqueda extensa que se ha hecho sobre el tema de optimización dinámica de transmisiones mecánicas no se ha encontrado una literatura que aborde el diseño de dichas transmisiones tomando en cuenta la aportación de cada componente a la dinámica del sistema. Esto implica un campo de estudio con mucho potencial ya que el optimizar una transmisión puede resultar en una disminución considerable en las vibraciones mecánicas provocadas por fallos en los diseños. De igual forma, es importante recalcar que una optimización dinámica global disminuye las vibraciones de los sistemas mecánicas, situación que se traduce en el aumento de la vida útil de las máquinas y disminución en el mantenimiento correctivo, ayudando a cualquier empresa o inclusive a un sector tan grande como el automotriz a disminuir costos en todos los rubros (mantenimiento, producción, etc.).

### **1.3 Descripción del Problema.**

El diseño de transmisiones mecánicas comprende el dimensionamiento de varios elementos, principalmente engranes, rodamientos, ejes y la carcasa. Generalmente, el diseño de una transmisión es hecho calculando individualmente a cada elemento, de tal manera que las interacciones entre los componentes son difícilmente consideradas. Las interacciones entre ellos son vistas en el dominio estático y las interacciones dinámicas son despreciadas.

Sin embargo, estas interacciones dinámicas tienen dos efectos, el primero, una carga dinámica debida a ondas viajando a través de los elementos rotatorios, y segundo, excitaciones debidas a los defectos en los elementos. Debido a ello, se requiere de una metodología que tome en cuenta la aportación de cada componente en la dinámica del sistema.

### **1.4 Hipótesis.**

Se obtiene un mejor diseño de una transmisión mecánica si se toma la aportación de cada elemento a su dinámica y se minimizan los efectos de interferencia entre frecuencias.

### **1.5 Objetivo.**

Desarrollar una metodología de diseño basada en algoritmos genéticos que tome en cuenta la aportación de cada elemento a la dinámica de la transmisión mecánica al minimizar los efectos de interferencia entre frecuencias cercanas.

#### **1.5.1 Objetivos particulares**

- a. Seleccionar en la literatura un modelo matemático que tome en cuenta las contribuciones de cada elemento en la dinámica de una transmisión mecánica.
- b. Desarrollar un algoritmo genético que maximice las distancias entre las frecuencias de una transmisión mecánica.

# Capítulo 2.

## 2. Fundamentación Teórica.

En esta sección se presenta un panorama acerca del diseño convencional de una transmisión mecánica que junto con los algoritmos de optimización y modelos dinámicos representan la base teórica de la metodología propuesta.

### 2.1 Transmisión mecánica.

Una transmisión mecánica es un mecanismo para transmitir potencia y movimiento entre dos o más elementos. Básicamente se encuentra constituida por engranes, ejes y rodamientos.

#### 2.1.1 Engranes

Los engranes son ruedas dentadas cilíndricas que se usan para transmitir movimiento y potencia desde un eje giratorio hasta otro. Con frecuencia se emplean para producir un cambio en la velocidad angular del engrane conducido (engrane o corona,  $G$ ) relativa a la del engrane conductor (piñón,  $P$ ). Existen varios tipos de engranes que tienen distintas geometrías de diente. Los principales son: rectos, helicoidales, cónicos, tornillo sin fin-corona. Sin embargo, para efectos de este trabajo sólo se describirán los engranes rectos.

##### 2.1.1.1 Engranes rectos

Los engranes rectos tienen dientes rectos y paralelos al eje del árbol que los sostiene. La forma de las caras de los dientes de engranes rectos tiene una geometría especial llamada involuta. Cuando dos dientes de estos perfiles engranan y giran, existe una relación constante de velocidad angular entre ellos.

##### 2.1.1.2 Nomenclatura y propiedades de los engranes rectos

Las dimensiones de los engranes, Figura 2-1, son determinadas de acuerdo con sus especificaciones, tales como: paso diametral  $P_d$  o módulo  $m$ , número de dientes  $N$ , ángulo de presión  $\phi$  y coeficiente de perfil de desplazamiento

x. Esta sección introduce los cálculos para el dimensionamiento de engranes rectos estándar. Las definiciones fueron obtenidas de la norma de la American Gear Manufacturers Association (AGMA) 1012-G05, las fórmulas de Mott, (2006) y únicamente las fórmulas de addendum y dedendum del catálogo técnico de referencia de engranes KHK tomando en cuenta que:

$$m = \frac{1}{P_d} \quad (2-1)$$

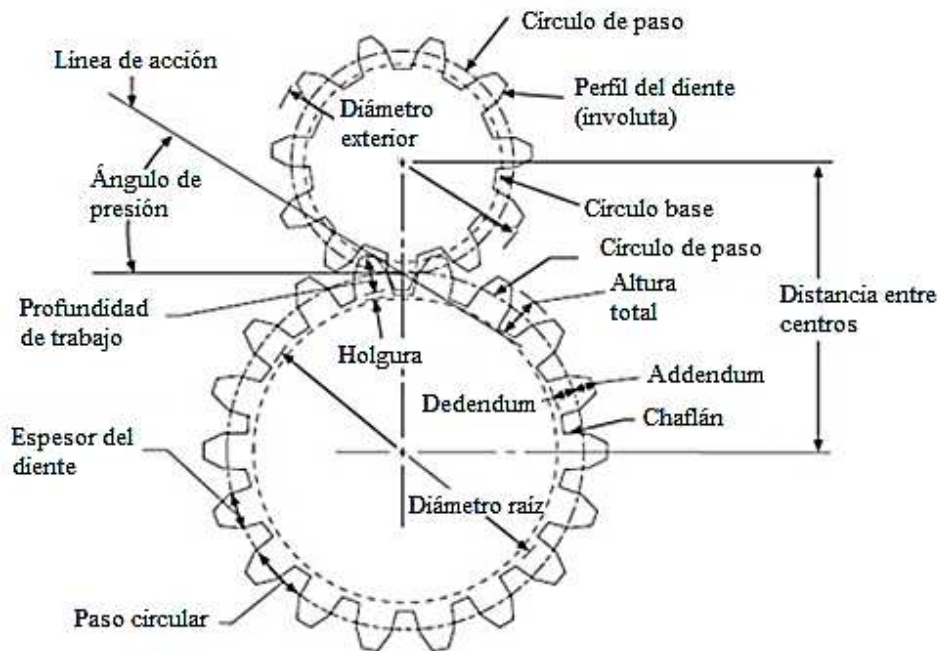


Figura 2-1 Propiedades de los engranes

- Diámetro de paso,  $D$ : Durante el ciclo de engranado hay dos círculos, uno para cada engrane, que permanecen tangentes y son llamados círculos de paso. El diámetro de este círculo es el diámetro de paso, y el punto de tangencia es el punto de paso.
- Paso: Distancia entre dientes adyacentes. Existen tres maneras de indicar el paso: paso circular, paso diametral y módulo métrico.
- Paso circular,  $p$ : Distancia de un punto del diente de un engrane en el círculo de paso al punto correspondiente del siguiente diente,

medida a lo largo del círculo de paso.  $D$  es el diámetro de paso y  $N$  el número de dientes.

$$p = \pi D / N \quad (2-2)$$

- Paso diametral,  $P_d$ : Número de dientes por pulgada de diámetro de paso.

$$P_d = \frac{N_G}{D_G} = \frac{N_P}{D_P} \quad (2-3)$$

- Módulo métrico,  $m$ : Es el paso de los engranes en el SI. Diámetro de paso del engrane, en mm, entre el número de dientes.

$$m = \frac{D_G}{N_G} = \frac{D_P}{N_P} \quad (2-4)$$

- Addendum, o altura de la cabeza,  $a$ : Distancia radial desde el círculo de paso hasta el exterior del diente.

$$a = \frac{1.00}{P_d} \quad (2-5)$$

- Dedendum, o altura del pie,  $b$ : Distancia radial desde el círculo de paso hasta el fondo del espacio del diente.

$$b = \frac{1.25}{P_d} \quad (2-6)$$

- Holgura,  $c$ : Distancia radial desde el exterior del diente hasta el fondo del hueco entre dientes del engrane opuesto, cuando el diente está totalmente engranado.

$$c = b - a \quad (2-7)$$

- Diámetro exterior,  $D_0$ : Diámetro del círculo que encierra el exterior de los dientes del engrane.

$$D_0 = D + 2a \quad (2-8)$$

- Diámetro de raíz,  $D_R$ : Diámetro que contiene el fondo del espacio del diente, que es la circunferencia de raíz.

$$D_R = D - 2b \quad (2-9)$$

- Altura total,  $h_t$ : Distancia radial del exterior.

$$h_t = a + b \quad (2-10)$$

- Profundidad de trabajo,  $h_k$ : Distancia radial que un diente se introduce en el espacio entre dientes del engrane correspondiente.

$$h_k = 2a \quad (2-11)$$

- Espesor del diente,  $t$ : Longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado de un diente a otro. Teóricamente es:

$$t = \frac{p}{2} = \frac{\pi}{2P_D} \quad (2-12)$$

- Ancho de la cara,  $F$ : Ancho del diente medido en la dirección paralela al eje del diente. El valor recomendado para engranes de transmisión general es:

$$F = 12/Pd \quad (2-13)$$

También debe ser menor que el doble del diámetro de paso del piñón.

- Chaflán: Es el arco que une al perfil de la involuta del diente con la raíz del espacio entre dientes.
- Cara: Superficie del diente de un engrane, desde el círculo de paso hasta el círculo externo del engrane.
- Flanco: Superficie del diente de un engrane, desde la raíz del espacio entre dientes.
- Distancia entre centros,  $C$ : Distancia del centro del piñón al centro del engrane.

$$C = \frac{D_G}{2} + \frac{D_P}{2} = \frac{N_G + N_P}{2P_D} \quad (2-14)$$

- Ángulo de presión,  $\phi$ : Es el ángulo que forma la tangente a los círculos de paso y la línea trazada normal a la superficie de diente del engrane (línea de acción), que siempre es tangente al círculo base. El diámetro del círculo base,  $D_b$  es:

$$D_b = D \cos \phi \quad (2-15)$$

- Relación de contacto,  $m_f$ : Se usa para indicar el número de dientes en contacto durante la transmisión de potencia. Una relación mínima recomendada es de 1.2.

$$m_f = \frac{\sqrt{R_{oP}^2 - R_{bP}^2} + \sqrt{R_{oG}^2 - R_{bG}^2 - C \sin \phi}}{p \cos \phi} \quad (2-16)$$

$R_o$  corresponde al radio exterior,  $R_b$  al radio del círculo base, del piñón y engrane, respectivamente.

- La relación de velocidades,  $VR$ : es la relación de velocidad angular del engrane de entrada a la del engrane de salida.
- Velocidad en la línea de paso de un engrane,  $v_t$ : La velocidad lineal de un punto que gira a una distancia  $R$  de su centro de rotación, con una velocidad angular  $\omega$  es:

$$v_t = R\omega \quad (2-17)$$

### 2.1.1.3 Fuerzas, par torsional y potencia de engranes.

Para el cálculo de esfuerzos en los dientes de engranes se requiere de los siguientes conceptos:

- Par torsional,  $T$ : Es el producto de la fuerza que actúa tangente al círculo de paso multiplicado por el radio del piñón.

$$T = W_t R = W_t \left(\frac{D}{2}\right) = \frac{P}{n} \quad (2-18)$$

Donde  $W_t$  es la fuerza tangencial que ejercen los dientes del piñón sobre los dientes del engrane,  $R$  es el radio del círculo de paso,  $P$  es la potencia de entrada y  $n$  es la velocidad de rotación.

- Fuerza tangencial,  $W_t$ :

$$W_t = (126\,000)P/(nD) \quad (2-19)$$

- Fuerza radial,  $W_r$ :

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (2-20)$$

- Fuerza normal,  $W_n$ :

$$W_n = W_t / \cos \phi \quad (2-21)$$

- Potencia,  $P$ : La potencia también puede expresarse como:

$$P = W_t R \omega = W_t v_t \quad (2-22)$$

- Carga aplicada en un diente,  $P_a$ :

$$P_a = W_t / F \cos \phi \quad (2-23)$$

#### 2.1.1.4 Números de esfuerzos admisibles

Para garantizar la transmisión de potencia, la AGMA ha desarrollado un conjunto de números de esfuerzo admisible, los cuales se comparan con los valores calculados de esfuerzos flexionantes en el diente, para evaluar la aceptación de diseño propuesto.

Otra forma de evaluar el diseño es por la picadura de la superficie del diente, que en general se presenta donde hay grandes esfuerzos de contacto. Para asegurar la durabilidad de los engranes ante este tipo de falla la AGMA establece un número de esfuerzo de contacto admisible, que se comparan con los valores calculados de esfuerzo de contacto en el diente a fin de evaluar la aceptación del diseño. Ambos números se encuentran estipulados en la norma AGMA 2001-D04.

#### Durabilidad

Los dientes de engranes deben ser capaces de funcionar durante su vida útil esperada, sin tener muchas picaduras en su perfil. La picadura es el fenómeno en el que se eliminan pequeñas partículas de la superficie de las caras de diente, debido a grandes esfuerzos que causan fatiga (Mott, 2006).

A finales del siglo XIX, H. Hertz desarrolló una teoría matemática para calcular los esfuerzos superficiales y deformaciones producidas cuando dos cuerpos curvos se presionan mutuamente. Para el caso a mano, estos es, cilindro sobre cilindro con sus ejes paralelos (Drago, 1988).

$$\text{Esfuerzo de contacto } \sigma_c = \sqrt{\frac{W_c}{F} \frac{1}{\pi \{ [(1-\nu_1^2)/E_1] + [(1-\nu_2^2)/E_2] \}} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \quad (2-24)$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a los materiales de los cuerpos en contacto.  $E$  es el módulo de elasticidad, y  $\nu$  es la relación de Poisson.  $F$  es la longitud de las



superficies de contacto y los radios de curvatura de las superficies son  $r_1$  y  $r_2$ . Cuando (20) se aplica a los engranes,  $F$  es el ancho de la cara de los dientes, y  $W_c$  es la fuerza normal ejercida por el diente motriz sobre el conducido. El segundo término de la ecuación (20), con la raíz cuadrada, se le da el nombre del coeficiente elástico  $C_p$ .

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi\left\{\left[\frac{1-\nu_p^2}{E_p}\right] + \left[\frac{1-\nu_g^2}{E_g}\right]\right\}}} \quad (2-25)$$

De acuerdo a la AGMA 2001-D04, la fórmula para calcular el número de esfuerzo de contacto es

$$S_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d F}} \quad (2-26)$$

Donde:

- $S_c$             Número de esfuerzo de contacto,  $lb/in^2$
- $C_p$             Coeficiente elástico,  $\sqrt{lb/in^2}$
- $W_t$             Carga tangencial transmitida,  $lb$
- $K_o$             Factor de sobrecarga
- $K_v$             Factor dinámico
- $K_s$             Factor de tamaño
- $K_m$             Factor de distribución de carga
- $C_f$             Factor de condición de superficie
- $F$               Ancho de cara del miembro más estrecho,  $in$
- $d$               Diámetro de paso operativo del piñón,  $in$

$$d = \frac{2C}{m_G + 1}$$

Donde:

- $C$               Distancia entre centros operativa,  $in$
- $m_G$            Relación de engranaje

La relación del número de esfuerzo de contacto calculado con el número de esfuerzo de contacto admisible es:

$$S_c \leq \frac{S_{ac} Z_N C_H}{S_H K_T K_R} \quad (2-27)$$

Donde:

$s_{ac}$	Número de esfuerzo de contacto permisible, Apéndice A, $lb/in^2$
$Z_N$	Factor de resistencia a la picadura por número de ciclos de esfuerzo
$C_H$	Factor por relación de durezas
$S_H$	Factor de seguridad por picadura
$K_T$	Factor por temperatura
$K_R$	Factor de confiabilidad

Resistencia a la flexión

La fuerza tangencial  $W_t$  produce un momento flexionante en el diente del engrane parecido al de una viga en voladizo. El esfuerzo flexionante que resulta es máximo en la base del diente. En 1892, Lewis fue el primero en considerar la forma básica del diente en el análisis de esfuerzo en engranes. En su honor, la fórmula básica del esfuerzo flexionante, se conoce como ecuación de Lewis (Drago, 1988).

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{F Y} \quad (2-28)$$

Donde:

$Y$	Es el factor de forma de Lewis, que depende de la forma del diente, el ángulo de presión, el paso diametral, el número de dientes y el lugar donde actúa la fuerza tangencial.
-----	--

Muchas modificaciones han sido propuestas a la ecuación de Lewis desde su publicación. La fórmula fundamental para el cálculo de esfuerzo flexionante en un diente de engrane es:

$$s_t = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J} \quad (2-29)$$

Donde:

$s_t$	Número de esfuerzo flexionante, $lb/in^2$
$K_B$	Factor de espesor de orilla
$J$	Factor de geometría, donde $J = Y/K_t$
$K_t$	Factor de concentración de esfuerzos en la zona del chaflán

La relación del número de esfuerzo flexionante y el esfuerzo flexionante admisible es:

$$S_t \leq \frac{S_{at}Y_N}{S_F K_T K_R} \quad (2-30)$$

Donde:

$S_{at}$  Número de esfuerzo flexionante admisible, Apéndice A,  $lb/in^2$

$Y_N$  Factor por ciclos de esfuerzo

$S_F$  Factor de seguridad

#### 2.1.1.5 *Diseño convencional de engranes*

El procedimiento convencional para diseñar una reducción simple (dos engranes, piñón y corona) se muestra a continuación.

- Identificar la velocidad de entrada al piñón, la velocidad deseada en el engrane y la potencia a transmitir.
- Elegir el material para los engranes.
- Especificar el factor de sobrecarga (Apéndice A)
- Especificar un valor tentativo del paso diametral.
- Especificar el ancho de cara dentro del intervalo recomendado para engranes de transmisión general (Mott, 2006).
- Calcule la carga transmitida, la velocidad de la línea de paso, el número de calidad, el factor de geometría y otros factores para las ecuaciones de esfuerzo flexionante y esfuerzo de contacto.
- Itere el proceso para buscar diseños más óptimos.

La Figura 2-2 y Figura 2-3 muestran un ejemplo de una hoja de cálculo de diseño de engranes. Los colores gris claro son datos de entrada.

Ingreso de datos iniciales			
Potencia de entrada	P	25	HP
Velocidad de entrada	np	1750	rpm
Paso diametral	Pd	6	
Número de dientes del piñón	Np	24	
Velocidad de salida deseada	ng	500	rpm
Número claculado de dientes del engrane		84	
Datos calculados			
Velocidad real de salida	ng	500	rpm
Relación de engrane	mg	3.5	
Diámetro de paso, piñón	Dp	4	pulg
Diámetro de paso, engrane	Dg	14	pulg
Distancia entre centros	C	9	pulg
Velocidad de la línea de paso	vt	1833	pies/min
Carga transmitida	Wt	450	lb

*Figura 2-2 Hoja de cálculo de engranes*

Ingreso de datos secundarios			
Lineamientos para ancho de cara	Mín	Nom	Máx
	1.333	2	2.667
Ancho de cara	F	2	
Relación:	F/Dp=	0.5	
	F/Dp <	2	
Coefficiente elástico	Cp	2300	
Número de calidad	Qv	6	
Factores de geometría para flexión:			
Piñón	Jp	0.36	
Engrane	Jg	0.43	
Factor de geometría para picadura	I	0.112	

Factores en el análisis de diseño				
	Si F < 1.0	Si F > 1.0		
Factor de proporción del piñón, Cpf	0.042	0.042		
Cpf	0.042			
Tipo de transmisión	Abierta	Comercial	Presición	Extra Prec.
Factor de alineamiento de engranado, Cma	0.264	0.143	0.08	0.048
Ingrese Cma	0.264			
Factor de alineamiento Km, calculado	1.31			
Factor de sobrecarga, Ko	1.75	Factor por tamaño, Ks	1	
Factor por espesor de borne en piñón, KB	1	Factor por espesor de borde en engrane, KB	1	
Factor dinámico, Kv	1.35	Factor por relación de	1	
Factor de servicio, SF	1	Factor de confiabilidad, KR	1	
Duración de diseño	3000	horas		
Piñón-No. Ciclos por carga	3.2 E+08			
Engrane-No. Ciclos por carga	8.3 E +07			
Factor por ciclos de esfuerzo flexionante			Factor por ciclos de esfuerzo de picadura	
Piñón	Ynp	0.96	Znp	0.92
Engrane	Yng	0.98	Zng	0.95
Análisis de esfuerzos: Flexión				
Piñón, Sat requerido	17,102		psi	
Engrane, Sat requerido	13,280		psi	
Análisis de esfuerzos: Picadura				
Piñón, Sac requerido	133,471		psi	
Engrane, Sac requerido	129,256		psi	

Figura 2-3 Hoja de cálculo de engranes, continuación

## 2.1.2 Rodamientos

El propósito de un rodamiento es soportar una carga y al mismo tiempo, permitir el movimiento relativo entre dos elementos de máquina. Un rodamiento queda definido por dos características principales, el tipo y las dimensiones. (Chevalier, 2014)

### 2.1.2.1 Tipos de rodamientos

Existe una gran variedad de rodamientos para diferentes aplicaciones, enseguida, se presentan los rodamientos más comunes.

- Rodamientos de una hilera de bolas: Estos rodamientos soportan cargas radiales y axiales, se utilizan en mecanismos de pequeñas y medianas dimensiones.



*Figura 2-4 Rodamiento de bolas*  
(Holani Bearings Pvt. Ltd., Madhya Pradesh, India)

- Rodamientos de rodillos cilíndricos: Soportan cargas radiales muy importantes, pero ninguna axial, son adecuados para velocidades grandes de giro y se utilizan para mecanismos de dimensiones medias si la carga radial va acompañada de choques.



*Figura 2-5 Rodamiento de rodillos cilíndricos*  
(Holani Bearings Pvt. Ltd., Madhya Pradesh, India)

- Rodamientos de agujas: Soportan cargas radiales importantes con un volumen relativamente reducido, pero al igual que los rodamientos de rodillos cilíndricos, no soportan ninguna carga axial.



*Figura 2-6 Rodamiento de agujas*  
(Holani Bearings Pvt. Ltd., Madhya Pradesh, India)

- Rodamientos de rodillos cónicos: Los conos por los caminos de rodadura y los rodillos cónicos tienen un mismo vértice  $S$  situado sobre el eje de rodamiento, son adecuados para aplicaciones de grandes cargas axiales y radiales pero no son adecuados para grandes velocidades de giro. Se usan para mecanismos de precisión fuertemente solicitados.



*Figura 2-7 Rodamiento de rodillos cónicos*  
(Holani Bearings Pvt. Ltd., Madhya Pradesh, India)

#### 2.1.2.2 Selección de rodamientos

Existen varios criterios para determinar como un rodamiento debe ser seleccionado. Estos incluyen la vida de fatiga del rodamiento, la precisión rotacional, requerimientos de potencia, límites de temperatura, etc. En este trabajo se tratará con la vida del rodamiento relacionada con la fatiga asociada a los materiales.

Carga dinámica equivalente radial  $P$

La carga radial dinámica equivalente es definida como la carga singular que si se aplica al rodamiento, resultará en la misma vida que con cargas combinadas. Para todos los tipos de rodamientos, la ecuación toma la siguiente forma:

$$P_r = (X F_r) + (Y F_a) \quad (2-31)$$

Donde:

$X$	Factor de giro
$F_r$	Carga radial, lb
$Y$	Factor axial
$F_a$	Carga axial, lb

De acuerdo a Timken Company (2011), los valores de  $X$  y  $Y$  varían dependiendo el modelo del rodamiento. Sin embargo, debido a que los engranes rectos solo producen cargas radiales y no axiales, la ecuación (2-31) se transforma en:

$$P_r = F_r \quad (2-32)$$

Vida nominal de un rodamiento.

La vida nominal de un rodamiento, ( $L_{10}$ ), es la vida que el 90% de un grupo de rodamientos idénticos completará o excederá antes que se desarrollen esquilas. La  $L_{10}$  es también asociada con el 90% de confiabilidad para un solo rodamiento para cierta carga.

La vida nominal ha sido calculada como se muestra en la siguiente ecuación, para rodamientos bajo cargas radiales o combinadas, donde la carga radial dinámica equivalente ha sido determinada y está basada en un millón de ciclos.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P_r}\right)^e (1 \times 10^6) \quad (2-33)$$

Donde:

$L_{10}$	Duración nominal del rodamiento, revoluciones
$C$	Carga dinámica de base, se obtiene directamente de las tablas del proveedor (Apéndice C), lbf.
$e$	3 para rodamientos de bolas y 3/10 para rodamientos de rodillos.

Timken Company (2011) agrega factores de ajuste a la ecuación de vida nominal del rodamiento, sin embargo, para efectos de esta tesis se consideran condiciones normales.



## 2.2 Modelo de una transmisión mecánica simple.

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica de un sistema con precisión, o lo más cercano a ello (Ogata, 2003). Dado que la definición del modelo dinámico está fuera del objetivo, el modelo utilizado fue tomado de Jáuregui Correa (2014).

El modelo dinámico se muestra en la Figura 2-8, considera la rigidez de los rodamientos y de los engranes. Este modelo considera sólo cuatro grados de libertad y básicamente está definido por dos masas  $M_1$  y  $M_2$  (piñón, engrane y sus ejes) con sus correspondientes inercias rotacionales  $J_1$  y  $J_2$ , diámetros de paso  $r_1$  y  $r_2$ , rigidez torsional  $K_1$  y  $K_2$ , rigidez lateral (de los rodamientos)  $S_1$  y  $S_2$ , rigidez del diente  $S_T$  y fuerza del engrane  $P$ .

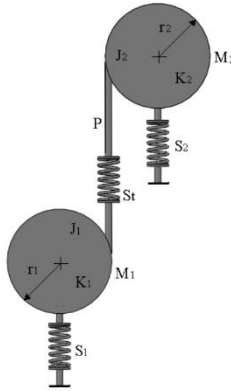


Figura 2-8 Modelo dinámico de una transmisión mecánica simple.

$$m_1 \ddot{x}_1 = (S_1 + S_2)x_1 - S_1 x_2 + S_1 r_1 \theta_1 - S_1 r_2 \theta_2 = P(t) \quad (2-34)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = (S_1 + S_2)x_2 - S_1 x_1 - S_1 r_1 \theta_1 + S_1 r_2 \theta_2 = 0 \quad (2-35)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 = (S_1 r_1 + 2S_1 r_1)x_1 - 2S_1 r_1 x_2 + 2S_1 r_1^2 \theta_2 - 2S_1 r_1 r_2 \theta_2 = 0 \quad (2-36)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 = (S_2 r_2 - 2S_1 r_2)x_2 + 2S_1 r_2 x_1 + 2S_1 r_1 r_2 \theta_1 - 2S_1 r_2^2 \theta_2 = 0 \quad (2-37)$$

La rigidez de los engranes es calculada de la deformación del diente y está en función de su relación de contacto.

$$S_t = 2Eb \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 (n+1)[c_0 + c_1 \theta + c_2 \theta^2 + c_3 \theta^3] \quad (2-38)$$

Donde  $E$  es el módulo de Young,  $n$  es la parte entera de la relación de contacto,  $b$  es el ancho de la cara y  $\alpha$  se calcula a partir de la Figura 2-9.

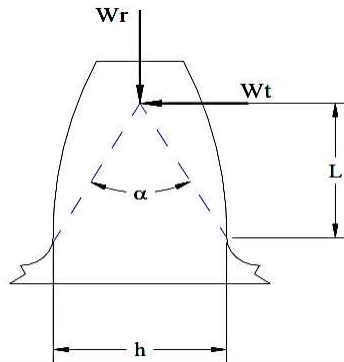


Figura 2-9 Ángulo efectivo  
(Jáuregui Correa & González Brambilla, Mechanical vibrations of discontinuous systems., 2009)

Los coeficientes son determinados por:

$$c_0 = \left[ m_p + \sum_i \frac{1}{\pi i} \text{sen} \left( 2\pi i (m_p - n) \right) \right] \quad (2-39)$$

$$c_1 = \sum_i \frac{N}{\pi i} \left[ 1 - \cos \left( 2\pi i (m_p - n) \right) \right] \quad (2-40)$$

$$c_2 = \sum_i \frac{N^2 i}{\pi} \left[ \text{sen} \left( 2\pi i (m_p - n) \right) \right] \quad (2-41)$$

$$c_3 = \sum_i \frac{N^3 i^2}{6\pi} \left[ 1 - \cos \left( 2\pi i (m_p - n) \right) \right] \quad (2-42)$$

$N$  es el número de dientes del piñón,  $m_p$  es la relación de contacto de engranajes y  $n$  es la parte entera de la relación de contacto. La rigidez de los rodamientos ( $S1$  y  $S2$ ) se determina a partir de la deformación elástica de los elementos rodantes y de su posición angular. La deformación del elemento rodante se calcula utilizando la fórmula de esfuerzo de contacto Hertz y la posición angular de la cinemática del rodamiento. La Figura 2-10 muestra la deformación del elemento rodante. La carga de reacción de cada rodamiento se calcula como se

muestra en la ecuación 
$$P_t = E \sqrt{\frac{Dd}{D-d} \left( \frac{\delta_i}{\alpha} \right)^3} \quad (2-43).$$

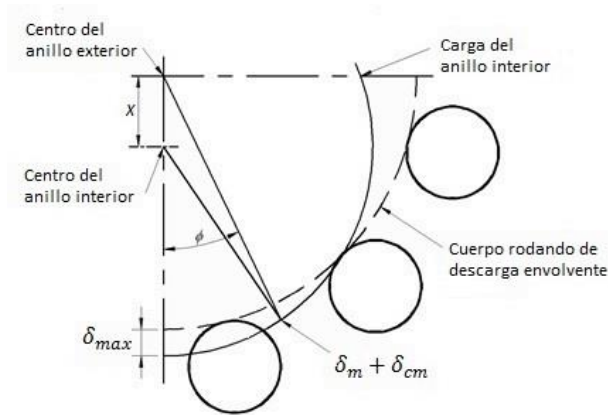


Figura 2-10. Desplazamiento radial de un eje montado en un rodamiento de bolas. (Jáuregui Correa & González Brambilla, Mechanical vibrations of discontinuous systems., 2009)

$$P_t = E \sqrt{\frac{Dd}{D-d} \left(\frac{\delta_i}{\alpha}\right)^3} \quad (2-43)$$

Donde  $D$  es el diámetro de traslación,  $d$  es el diámetro del rodillo o de la bola,  $\alpha$  es el ángulo de contacto del rodamiento y  $\delta$  depende de la posición instantánea como:

$$\delta_i = \delta_{max} \cos \left[ \frac{\pi}{2} - i \left( \phi + \frac{2(i-1)\pi}{N} \right) \right] \quad (2-44)$$

La posición actual es encontrada usando:

$$\phi = \frac{d \cos(w_b t)}{D + \frac{d}{2}} \cos(\alpha) \quad (2-45)$$

La respuesta dominante del sistema depende de las fuerzas de excitación.

### 2.2.1 Fuerzas de excitación

Defectos de los dientes del engranaje excitan el sistema en dos frecuencias: una es la frecuencia de giro  $w_i$ , y el otro es la frecuencia del tren de engranaje  $w_t$ . ( $N$  es el número de dientes)

$$w_t = w_i N \quad (2-46)$$

Por otra parte, hay cuatro frecuencias de excitación asociados con la cinemática de rodamientos: rotación, traslación y movimientos hipo y epicloides.

$$\omega_{ir} = \frac{N}{2} \left[ 1 + \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (2-47)$$

$$\omega_{or} = \frac{N}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (2-48)$$

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (2-49)$$

$$\omega_{re} = \frac{D}{d} \left[ 1 + \left( \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right)^2 \right] \omega_i \quad (2-50)$$

Donde  $\omega_{ir}$  es la frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna,  $\omega_{or}$  la frecuencia entre el elemento rodante y la pista externa,  $\omega_c$  es la frecuencia de la carcasa,  $\omega_{re}$  la frecuencia de giro del elemento rodante,  $N$  es el número de elementos rodantes,  $d$  el diámetro del elemento rodante,  $D$  el diámetro de paso,  $\alpha$  el ángulo de contacto axial y  $\omega_i$  la frecuencia de giro del eje. Estas cuatro frecuencias producen vibraciones no-síncronas.

### **2.3 Métodos de optimización**

La optimización es el acto de obtener el mejor resultado bajo ciertas circunstancias. El último objetivo de todas las decisiones es minimizar el esfuerzo requerido o maximizar el beneficio decidido. Dado que el esfuerzo o el beneficio requerido en cualquier situación práctica puede ser expresado como una función de ciertas variables de decisión, por lo que la optimización puede ser definida como el proceso de encontrar las condiciones que den los valores máximos o mínimos de una función.

Existe una gran variedad de métodos de optimización para resolver diferentes tipos de problemas de ingeniería. Los métodos de búsqueda óptima también son conocidos como técnicas de programación matemática. La Tabla 2-1 lista varias técnicas de programación matemática, métodos estocásticos y estadísticos.

Tabla 2-1 Técnicas de optimización

<b>Técnicas de programación matemática</b>	<b>Técnicas de procesos estocásticos</b>	<b>Métodos estadísticos</b>
Métodos de cálculo	Teoría de decisión estocástica	Análisis de regresión
Cálculo de variaciones	Proceso de Markov	Reconocimiento de patrones
Programación no lineal	Teoría de filas	Diseño de experimentos
Programación geométrica	Métodos de simulación	Análisis discriminativo
Programación cuadrática	Teoría de confiabilidad	
Programación lineal		
Programación dinámica		
Programación entera		
Programación estocástica		
Programación separable		
Programación multiobjetivo		
Métodos de red: CPM y PERT		
Teoría del juego		
Templado simulado		
Algoritmos evolutivos		
Redes neuronales		
Búsqueda exhaustiva		

Las técnicas de programación matemática son útiles para encontrar el mínimo (o máximo) de una función de muchas variables bajo un conjunto prescrito de restricciones. Las técnicas de procesos estocásticos pueden ser usadas para analizar problemas descritos para un conjunto de variables aleatorias conociendo su distribución de probabilidad. Los métodos estadísticos posibilitan analizar datos experimentales y construir modelos empíricos para obtener la representación más precisa de la situación física (Rao, 2009).

Dado que el problema de optimización de este trabajo trata con varias variables con restricciones se procederá a dar una reseña de los métodos principales de programación matemática.

### 2.3.1 Establecimiento de un problema de optimización

Un problema de optimización puede ser establecido como sigue:

$$\text{Encontrar } X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{Bmatrix} \text{ la cual minimice } f(X)$$

Sujeta a las restricciones

$$g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2-51)$$

$$l_j(X) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Donde  $X$  es un vector  $n$ -dimensional llamado vector de diseño,  $f(X)$  es la función objetivo,  $g_j(X)$  y  $l_j(X)$  son conocidos como restricciones de desigualdad e igualdad, respectivamente. El número de variables  $n$  y el número de restricciones  $m$  o  $p$  necesitan estar relacionados de alguna manera. El problema establecido en la ecuación (2-51) es llamado problema de optimización con restricciones.

### 2.3.2 Búsqueda exhaustiva.

La búsqueda exhaustiva es la fuerza bruta de aproximación para optimizar encontrando el mínimo (o máximo) global. Esta aproximación requiere revisar un espacio de solución extremadamente largo pero finito con el número de combinaciones dado por:

$$V = \prod_{i=1}^{Nvar} Q_i \quad (2-52)$$

Donde:

$V$             Número de diferentes combinaciones variables

$Nvar$         Número total de diferentes variables

$Q_i$            Número de diferentes valores que la variable  $i$  pueda tener

Con suficientes muestras, la búsqueda exhaustiva no queda atrapada en mínimos locales y trabaja para variables continuas o discretas. Sin embargo, toma demasiado tiempo para encontrar el mínimo global. Otro problema es que el mínimo global puede perderse por un submuestreo, por lo tanto, este método es práctico

sólo para un número pequeño de variables en un espacio limitado (Haupt Randy, 2004).

### 2.3.3 Optimización analítica

El cálculo provee las herramientas para encontrar el mínimo de varias funciones objetivo. En el siglo XVIII, Lagrange introdujo una técnica para incorporar las restricciones de igualdad en la función costo. El método conocido como multiplicadores de Lagrange, encuentra el extremo de una función  $f(x, y, \dots)$  con restricciones  $g_m(x, y, \dots) = 0$ , al encontrar el extremo de una nueva función  $F(x, y, \dots, k_1, k_2, \dots) = f(x, y, \dots) + \sum_{m=1}^M k_m g_m(x, y, \dots)$ . Entonces los gradientes son tomados en términos de las nuevas variables  $k_m$  y las restricciones son automáticamente satisfechas. Si se considera la ecuación 2-53 con la restricción  $x + y = 0$ . Las restricciones son agregadas a la función objetivo y se produce una nueva función (ecuación 2-54).

$$\text{Mínimo de } f(x, y) = x \sin(4x) + 1.1y \sin(2y) \quad (2-53)$$

$$f_\lambda = x \sin(4x) + 1.1y \sin(2y) + k(x + y) \quad (2-54)$$

Tomando el gradiente de esta función de tres variables nos lleva a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \sin(4x_m) + 4x_m \cos(4x_m) + k = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= 1.1 \sin(4y_m) + 2.2y_m \cos(2y_m) + k = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial k} &= x_m + y_m = 0 \end{aligned} \quad (2-55)$$

Restando la segunda ecuación de la primera y empleando  $y_m = -x_m$  obtenemos:

$$4x_m \cos(4x_m) + \sin(4x_m) + 1.1 \sin(2x_m) + 2.2x_m \cos(2x_m) = 0 \quad (2-56)$$

Donde  $(x_m, -x_m)$  son los mínimos de la ecuación 2-54. La solución es una familia de líneas cruzando el camino.

Los métodos analíticos llevan rápidamente cuesta abajo la solución pero frecuentemente encuentran el mínimo incorrecto (mínimo local) y en general, no trabajan bien con variables discretas (Haupt Randy, 2004).

#### 2.3.4 Método Simplex

Con el desarrollo de las computadoras, en 1965 Nelder y Mead introdujeron el método Simplex Downhill, el cual no necesitaba ningún cálculo de derivadas. El método simplex es la figura más elemental que puede ser formada en la dimensión  $N$  y tiene  $N+1$  lados (por ejemplo, un triángulo en un espacio bidimensional). Este método comienza en  $N + 1$  puntos que forman el inicio simplex, únicamente el punto  $P_0$  es dado por el usuario, los otros  $N$  puntos son encontrados con:

$$P_n = P_0 + c_s e_n \quad (2-57)$$

Donde  $e_n$  son vectores unitarios  $N$  y  $c_s$  son constantes escalares. El objetivo del método es mover el simplex hasta que rodee el mínimo, y entonces, encoger el simplex alrededor del mínimo hasta que haya un error aceptable. Cada iteración genera un nuevo vértice para el simplex, si el nuevo punto es mejor que alguno de los vértices existentes, reemplaza al peor vértice. Este método suele quedar atrapado en mínimos locales, pero puede ser combinado con algoritmos de búsqueda aleatoria.

#### 2.3.5 Método Complex

El método Complex (Simplex con restricciones), fue propuesto por primera vez en 1965 por Box, es usado para buscar el máximo valor de una función  $f(x_1, \dots, x_n)$  sujeta a  $m$  restricciones de la forma  $X_{i,low} \leq x_i \leq X_{i,up}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , donde  $x_{n+1}, \dots, x_m$ , son funciones de  $x_1, \dots, x_n$ , y las restricciones inferiores y superiores  $X_{i,low}$  y  $X_{i,up}$  son funciones de restricción o funciones de  $x_1, \dots, x_n$ . El método consiste básicamente en construir un método simplex con  $k \geq n + 1$  vértices, moviéndose sobre el espacio de diseño y encogiéndolo hasta que sus dimensiones alcancen una tolerancia de error definida a través de las operaciones de reflexión, contracción y expansión (Sgrott Jr. et al., 2015).



### 2.3.6 Algoritmos evolutivos

Las técnicas de computación evolutiva han recibido gran atención debido al potencial que tienen para optimizar funciones numéricas complejas. Estos algoritmos evolutivos son métodos de búsqueda estocásticos que imitan la evolución biológica natural o el comportamiento de las especies. En esta categoría se incluyen a los algoritmos genéticos, algoritmos meméticos, cúmulo de partículas, colonia de hormigas, entre otros (Elbeltagi et al., 2005). Siendo los algoritmos genéticos y cúmulo de partículas los más utilizados.

#### *Cúmulo de partículas*

La idea básica del algoritmo de cúmulo de partículas es el intercambio inteligente de la información acerca de los mejores valores locales y globales.

El algoritmo empieza con un vector N-dimensional en el espacio R. Una población de M partículas se asume que se involucrará en este espacio y a cada partícula se le asignará la siguiente posición y vector de velocidad, respectivamente.

$$r^i = [r_1^i(t) \ r_2^i(t) \ \dots \ r_N^i(t)]^t \quad (2-58)$$

$$v^i = [v_1^i(t) \ v_2^i(t) \ \dots \ v_N^i(t)]^t \quad (2-59)$$

Entonces cada partícula examinará su rendimiento a través de las siguientes vistas.

- a) Perspectiva individual: Cada partícula evaluará su rendimiento (evaluando la función objetivo). En la iteración  $l$ , la partícula  $i$  comparará su valor presente  $f(x^i)$  con los guardados en el vector  $p^{i,L}(l)$ . Si el valor  $f(x^i(l+1)) > f(p^{i,L}(l))$ , entonces el algoritmo establece  $p^{i,L}(l+1) = r^i$ .
- b) Perspectiva colectiva: La partícula mira al rendimiento de todo el conjunto. El mejor rendimiento de todas las partículas es guardado en el vector de mejores globales  $p$ . El valor presente es comparado con el calculado con  $p$  y el algoritmo establece que:  $p(l+1) = r^i$  si  $f(r^i) > f(p(l))$

La principal idea en el algoritmo de cúmulo de partículas es combinar dos diferentes perspectivas para determinar la siguiente posición en la siguiente iteración (Mikki y Kishk, 2008).

*Algoritmos Genéticos.*

Los algoritmos genéticos (AG) son algoritmos de búsqueda basados en la mecánica de la selección natural y de la genética natural. Ellos combinan la supervivencia de la cadena más fuerte de una estructura con un intercambio de información aleatorio dispuesto para formar un algoritmo de búsqueda. En cada generación, un nuevo conjunto de criaturas (cadenas) es creado usando bits y piezas del conjunto anterior más fuerte. Sin embargo, los algoritmos genéticos no son simplemente un camino aleatorio, ellos explotan eficientemente la información histórica para especular nuevos puntos de búsqueda con un esperado mejoramiento en el rendimiento (Goldberg, 1989)

*Elementos de los Algoritmos Genéticos.*

Existen dos elementos en los algoritmos genéticos: la población y los individuos. El primero es una solución particular mientras que la población es un conjunto de individuos involucrados en un proceso de búsqueda. Los grupos de individuos juntos forman dos tipos de soluciones, los cromosomas y los fenotipos; los cromosomas son la materia prima de información “genética” con la que trata el algoritmo genético y el fenotipo es la expresión del cromosoma en términos del modelo. Un cromosoma está dividido en genes, un gen es la representación del algoritmo genético de un factor individual para un factor de control, cada factor en el espacio de soluciones corresponde a un gen en el cromosoma.

Otro elemento importante en el algoritmo genético es la aptitud de un individuo la cual es el valor de una función objetivo para su fenotipo. Para el cálculo de la aptitud, el cromosoma tiene que ser primero decodificado y la función objetivo tiene que ser evaluada. Este parámetro no sólo indica lo bueno de la solución, sino que también corresponde con lo cerca que el cromosoma es óptimo.

Ahora bien, el algoritmo genético más simple involucra tres tipos de operadores: selección, cruce y mutación. El centro del algoritmo genético

corresponde a la reproducción, proceso en el cual se crean nuevos y esperadamente individuos más aptos. Este proceso consta principalmente de tres etapas: seleccionar a los padres, cruzar a los padres para crear nuevos individuos y reemplazar los individuos antiguos de la población con los nuevos.

La cruce o recombinación es el proceso de tomar dos soluciones padres y obtener de ellos un hijo, después del proceso de selección la población es enriquecida con nuevos individuos. La cruce es un operador que procede en tres pasos: seleccionar aleatoriamente un par de cadenas individuales para el apareamiento, seleccionar un sitio de cruce aleatoriamente a lo largo de la longitud de la cadena e intercambiar la posición de las dos cadenas siguientes del sitio de cruce.

Después de cruce, las cadenas se someten a mutación. La mutación impide que el algoritmo quede atrapado en un mínimo local y desempeña el papel de recuperación de materiales genéticos perdidos, así como para alterar al azar la información genética.

Finalmente, existen varios criterios de convergencia para terminar el algoritmo como establecer un número máximo de generaciones, terminar después de un tiempo específico o no detectar cambios en la aptitud de la población (Sivanandam S. N., 2008)

#### *Algoritmo Genético Simple.*

Con un problema claramente definido a resolver y una representación en cadena de bits para soluciones candidatas, un simple algoritmo genético funciona de la siguiente manera:

1. Comenzar con una población generada al azar de tamaño  $n$  con cromosomas binarios de longitud  $l$  (soluciones candidatas a un problema).
2. Calcular la aptitud  $f(x)$  de cada cromosoma  $x$  en la población.
3. Repita los pasos siguientes hasta que se haya creado la  $n$  descendencia:

4. Seleccionar un par de cromosomas padres de la población actual, la probabilidad de selección es una función creciente de la aptitud. La selección se realiza "con el reemplazo", lo que significa que el mismo cromosoma se puede seleccionar más de una vez para convertirse en un padre.
5. Con probabilidad  $p_c$  (la "probabilidad de cruce" o "tasa de cruce"), cruzar un par en un punto elegido al azar (elegido con probabilidad uniforme) para formar dos crías. Si ningún cruce tiene lugar se formarán dos crías, que son copias exactas de sus respectivos padres.
6. Mutar las dos crías en cada lugar con una probabilidad  $p_m$  (la probabilidad de mutación o tasa de mutación) y luego colocar los cromosomas resultantes en la nueva población. Si  $n$  es impar, un nuevo miembro de la población puede ser desechado de forma aleatoria.
7. Reemplazar la población actual con la nueva población.
8. Ir al paso 2.

Cada iteración de este proceso se denomina una generación. Un AG típicamente itera para entre 50 y 500 o más generaciones (Mitchell, 1998).

# Capítulo 3

## 3. Metodología

De los antecedentes y la fundamentación teórica, se puede determinar que el primer paso para desarrollar la metodología de optimización dinámica de una transmisión mecánica es elegir el algoritmo de optimización, segundo, determinar la función objetivo y restricciones, y finalmente, realizar la optimización. En los siguientes apartados se mostrarán detalladamente estos pasos y la interfaz de usuario para hacer práctica la aplicación de la metodología.

### 3.1 Selección del algoritmo de optimización

En el capítulo dos se presentaron varios algoritmos de optimización, para definir al algoritmo adecuado se deberá determinar en primera instancia el tipo de problema de optimización. La Figura 3-1 ayuda a visualizar este punto.



Figura 3-1 Categorías de optimización.

Por la naturaleza básica del problema de optimización, maximizar las distancias entre las frecuencias de excitación, el proceso implicará una función objetivo, de múltiples variables discretas y continuas (relacionadas con las ecuaciones de frecuencias de excitación del capítulo 2) con restricciones de

desigualdad (distancia mínima entre frecuencias, vida útil de engranes y vida útil de rodamientos). Con estas características se sabe de antemano, de acuerdo al capítulo anterior, que los métodos analíticos no serán fáciles de implementar y que probablemente arrojen resultados erróneos (máximos locales y no globales).

La opción viable está relacionada con los algoritmos evolutivos, puesto que su naturaleza permite encontrar máximos globales y resultan fáciles de implementar. De las opciones presentadas, destacan los algoritmos genéticos y cúmulo de partículas; como se describió en los antecedentes, hay una discusión acerca de cuál se desempeña mejor, se optó por los algoritmos genéticos ya que hay más referencias de implementación con buenos resultados.

En los algoritmos genéticos existen dos variaciones de implementación, binaria y continua. Se eligió el segundo tipo, algoritmo genético del tipo continuo, ya que de acuerdo a Haupt Randy (2004), provee muchas ventajas sobre un algoritmo genético binario. Primero, en un algoritmo genético continuo las variables de diseño están representados por números de punto flotante con la precisión determinada por la máquina en lugar de tener una precisión limitada por su representación binaria. En segundo lugar, un AG continuo requiere menos almacenamiento que un AG binario porque un solo número flotante representa la variable en lugar de N bits enteros. Finalmente, el algoritmo genético continuo es naturalmente más rápido que un GA ya que los cromosomas no tienen que ser decodificados antes de la evaluación de la función objetivo.

### ***3.2 Algoritmo de optimización***

El algoritmo genético utilizado en este trabajo consta de cuatro partes principales: evaluación de la función objetivo, selección, cruce y mutación; la definición de estos elementos es la misma que la descrita en el capítulo dos. El diagrama de flujo se aprecia en la Figura 3-2 Diagrama de flujo del algoritmo de control

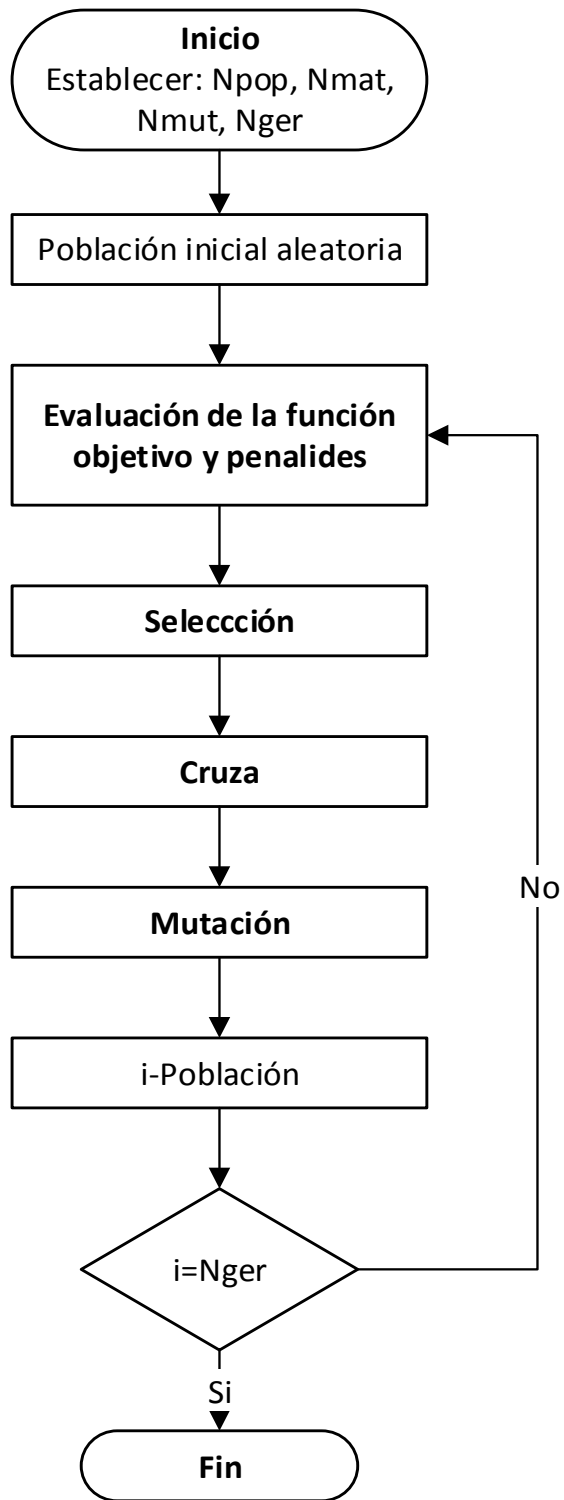


Figura 3-2 Diagrama de flujo del algoritmo de control.  
(Haupt Randy, 2004).

### 3.2.1 Función objetivo

La función objetivo es la parte medular del algoritmo genético; está relacionada directamente con el problema de minimizar o maximizar ya sea una función matemática, un experimento, o un juego. En este caso, el objetivo de la optimización es maximizar la distancia entre las frecuencias de excitación de una transmisión mecánica simple, como la mostrada en la Figura 3-3.

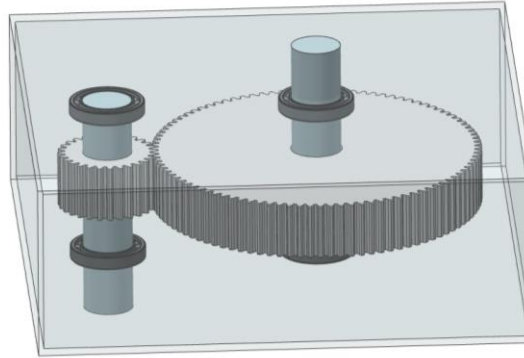


Figura 3-3 Transmisión mecánica simple.

Puesto que los algoritmos genéticos son fáciles de implementar pero no ofrecen lineamientos específicos para formular la función objetivo, la correcta elección de la función objetivo viene de la experiencia o de corridas de prueba de optimización. En este trabajo se optó por la segunda opción, de tal forma que se plantearon dos funciones objetivo, una suma ponderada de funciones objetivo y distancia mínima máxima entre frecuencias adyacentes

- Suma ponderada de funciones objetivo:

Esta función objetivo radica en la maximización de la suma ponderada de las diferencias entre las frecuencias consecutivas. Los valores de los pesos  $w_n$  fueron determinados experimentalmente.

$$\sum_{i=1}^{11} w_n |\omega_{n+1} - \omega_n| \quad (3-1)$$

Donde:

$w_n$	Valores de los pesos
$\omega_{n+1}, \omega_n$	Frecuencias de excitación consecutivas



En total son once frecuencias de excitación que se desea encontrar su mejor distribución en el espectro de frecuencias. Cuatro frecuencias de excitación corresponden a cada rodamiento, en total ocho, las otras corresponden a la velocidad de rotación del piñón, del engrane y la frecuencia del tren de engranaje.

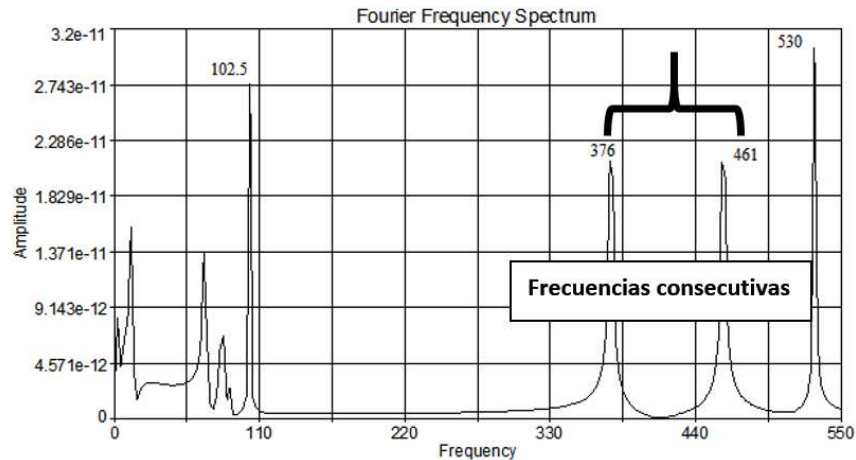


Figura 3-4 Frecuencias consecutivas

- Distancia mínima máxima

Esta función objetivo consiste en maximizar la diferencia mínima entre todas las frecuencias consecutivas como se muestra *a continuación*:

$$\min |\omega_{n+1} - \omega_n| \quad (3-2)$$

Para seleccionar a la función objetivo, se implementaron las dos propuestas en el algoritmo genético, tomando como única restricción la distancia mínima. Los resultados se muestran en el siguiente capítulo.

### 3.2.2 Variables de diseño

El AG comienza por definir un cromosoma o un conjunto de valores de las variables a ser optimizadas. Si el cromosoma tiene variables  $N_{var}$  (una problema de optimización N-dimensional) dado por  $p_1, p_2, \dots, p_{N_{var}}$ , entonces el cromosoma se escribe como un vector de  $N_{var}$  elementos.

Las frecuencias de excitación, descritas en el capítulo 2, determinan en gran medida las variables de diseño del algoritmo genético: número de elementos rodantes, diámetro de los elementos rodantes, diámetro de paso del rodamiento, ángulo de contacto axial del rodamiento, número de dientes del engrane y número de dientes del piñón.

Sin embargo, para darle practicidad a esta metodología los datos del número de elementos rodantes, diámetro de los elementos rodantes, diámetro de paso del rodamiento y ángulo de contacto axial del rodamiento fueron obtenidos de una base de datos de 47 elementos (Apéndice C) construida a partir del catálogo de rodamientos de bolas con contacto angular Timken®.

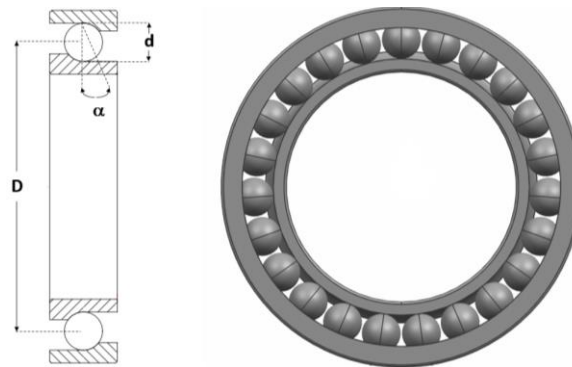


Figura 3-5 Parámetros de diseño de los rodamientos

El catálogo Timken® proporciona el número de elementos rodantes, el ángulo de contacto, el diámetro del barreno, el diámetro del anillo exterior e interior de rodamiento, el índice de carga radial estática y el índice de carga radial dinámica. Pero no especifica el diámetro de paso del rodamiento, mismo que tampoco fue posible sacar de los planos y modelos cad que ofrece el fabricante puesto que son archivos genéricos (.dxf, .iges, .sat, etc.). Para solucionar este problema se estimó el diámetro de paso con la siguiente fórmula:

$$D_p = D_i + \frac{D_i - D_o}{2} \quad (3-3)$$

Las variables de diseño correspondientes a los datos de los rodamientos son:  $b_1$  y  $b_2$ , que corresponden al índice de los rodamientos seleccionados de la base de datos, por ejemplo, cuando el programa llame al rodamiento  $b_1 = 1$ , se

obtendrán los datos del número de elementos rodantes, diámetro de los elementos rodantes, diámetro de paso, ángulo de contacto axial del primer rodamiento de la base de datos.

Sería natural pensar que las siguientes variables de diseño corresponden al número de dientes del piñón y número de dientes de la corona. Sin embargo, la relación entre estos números de dientes está determinada por la relación de reducción  $r$ . De tal manera que si tenemos la relación de reducción y el número de dientes de la corona, por ejemplo, es posible determinar el número de dientes del piñón.

$$N_p = N_g/r \quad (3-4)$$

A fin de ampliar el espacio de soluciones en cuanto al número de dientes de los engranes, se estableció como variable de diseño la relación de reducción  $r$ , la cual deberá variar dentro de los límites de desviación superior e inferior.

Finalmente, la última variable de diseño está relacionada con el paso diametral de los engranes. Esta variable no está implicada directamente con las frecuencias de excitación, sin embargo, interviene de manera importante en las restricciones del algoritmo genético por lo que se consideró indispensable que el algoritmo genético determinara su valor óptimo. Al igual que los rodamientos, los pasos diametrales son obtenidos de una base de datos de pasos diametrales estándar (Apéndice C).

El vector de variables de diseño (cromosoma) queda expresado como:

$$X = \{b_1, b_2, N_g, P_d, r\} \quad (3-5)$$

### 3.2.3 Restricciones

En un algoritmo genético se pueden observar diferentes tipos de restricciones: restricciones de desigualdad, restricciones de igualdad y restricciones de dominio. Este último establece los límites inferior y superior de las variables.

Los valores de  $b_1$  y  $b_2$  están limitados por el tamaño de la base de datos, 47 elementos, de tal manera que van desde uno a cuarenta y siete. Con el fin de asegurar que no exista interferencia entre engranes rectos con ángulo de presión

de 20° o 30°, el número mínimo de dientes del piñón debe ser 18, de tal manera que el valor mínimo de los dientes de la corona  $N_g$  debe ser:

$$N_{gmin} = 18r \quad (3-6)$$

El valor típico máximo de dientes en engranes no debe sobrepasar 200 dientes (Mott, 2006). Para evitar la limitación de opciones del número de dientes del piñón y de la corona, se añadió una ligera variación  $k$  en la relación de reducción  $r$ . Los valores que puede tomar  $P_d$  provienen de una base de datos con 15 elementos comerciales.

$$1 < b_1 < 192 \quad (3-7)$$

$$1 < b_2 < 192 \quad (3-8)$$

$$N_{gmin} < N_g < 200 \quad (3-9)$$

$$r - kr < r < r + kr \quad (3-10)$$

$$1 < P_d < 15 \quad (3-11)$$

El método penalización de Sivanandam S. N. (2008) fue utilizado para aplicar las siguientes limitaciones: distancia mínima entre frecuencias consecutivas, vida útil de los engranes en base al esfuerzo de contacto y flexión y vida útil de los rodamientos.

El problema de optimización con una suma ponderada de funciones de objetivo se convierte en:

$$\sum_{i=1}^{10} w_n |\omega_{n+1} - \omega_n| - P_j \Phi \quad (3-12)$$

Con la función objetivo de distancia mínima máxima, el problema de optimización se transforma en:

$$\min |\omega_{n+1} - \omega_n| - P_j \Phi \quad (3-13)$$

En ambos casos,  $\Phi$  es la función de penalización y  $P_j$  son los coeficientes de penalización, que se aplican cada vez que las restricciones son violadas. En el caso particular  $P_{1.1}$  y  $P_{1.2}$  se usan con la función objetivo de suma ponderada de funciones y distancia mínima máxima, respectivamente.

$$\Phi = |\omega_{n+1} - \omega_n| \quad (3-14)$$

$$P_{1.1} = (150 - w_n |\omega_{n+1} - \omega_n|)/150 \quad (3-15)$$

$$P_{1.2} = (150 - |\omega_{n+1} - \omega_n|)/150 \quad (3-16)$$

Como se anticipó al principio del capítulo, se tienen restricciones relacionadas con la vida útil esperada de engranes y rodamientos. En el caso de los engranes, los factores que se relacionan con la vida útil son los factores por ciclos de esfuerzos  $Z_N$  y  $Y_N$ , ligados al número de esfuerzo de contacto y esfuerzo flexionante, respectivamente. De tal manera que transformaremos las ecuaciones (2-27) y (2-30) en restricciones de desigualdad para cada engrane:

$$\frac{S_c S_H K_T K_R}{C_H S_{ac}} \leq Z_N \quad (3-17)$$

$$\frac{S_t S_F K_T K_R}{S_{at}} \leq Y_N \quad (3-18)$$

El lado izquierdo de la ecuación (3-17) lo llamaremos  $Z_{Nx}$  y el lado izquierdo de la ecuación (3-18),  $Y_{Nx}$ . Los coeficientes de penalización relacionados con la vida útil de los engranes son:

$$P_2 = \frac{Z_{Nx} - Z_N}{Z_{Nx}} \quad (3-19)$$

$$P_3 = \frac{Y_{Nx1} - Y_{N1}}{Y_{Nx1}} \quad (3-20)$$

$$P_4 = \frac{Y_{Nx2} - Y_{N2}}{Y_{Nx2}} \quad (3-21)$$

La penalidad relacionada con  $Y_N$  se calcula para el engrane y para el piñón.

Finalmente, tenemos las restricciones relacionadas con la vida útil de los rodamientos. La ecuación (2-33) se transforma en una restricción de desigualdad para cada rodamiento:

$$\left(\frac{c}{P_r}\right)^e (1x10^6) \geq 1x10^6 \quad (3-22)$$

Los coeficientes de penalización de los rodamientos son:

$$P_5 = \frac{1x10^6 - L_{d1}}{1x10^6} \quad (3-23)$$

$$P_6 = \frac{1x10^6 - L_{d2}}{1x10^6} \quad (3-24)$$

Los coeficientes de penalización son aplicados cada vez que se violan las restricciones, y en caso contrario, los coeficientes de penalización se vuelven cero.

### 3.2.4 Operadores del algoritmo genético propuesto.

Como se observa en el diagrama de flujo de la Figura 3-2, el algoritmo genético se compone de cuatro módulos principales: La evaluación de la función objetivo con restricciones, la selección, cruza y mutación.

Para arrancar el algoritmo genético deben ser establecidos los siguientes valores: tamaño de la población,  $N_{POP}$ , el número de generaciones,  $N_{ger}$ , la tasa de mutación,  $N_{mut}$ , y la tasa de apareamiento,  $N_{mat}$ .

La primera población se genera con valores aleatorios entre los límites superior e inferior de las variables de diseño. El algoritmo iterará hasta que alcance el número de generaciones establecido.

#### 3.2.4.1 Selección, apareamiento y cruza

Para realizar la selección, de los  $N_{POP}$  cromosomas de una población dada se eligen de acuerdo a la tasa de apareamiento los cromosomas que dieron los más altos valores en la evaluación de la función objetivo y el resto son descartados para hacer lugar para la nueva generación. El apareamiento se realiza eligiendo parejas aleatoriamente de la población que sobrevivió a la selección.

Varias aproximaciones diferentes han sido propuestas para realizar la cruza en algoritmos genéticos continuos. El método de cruza elegido en este trabajo es el de Haupt Randy (2004), el cual es una combinación de un método de extrapolación con un método de cruza. Este comienza seleccionando un punto de cruce  $\alpha$  se elige al azar:

$$\alpha = \text{redondear}(\text{no. aleatorio entre } 0 \text{ y } 1 * \text{tamaño del cromosoma}(Nvar)) \quad (3-25)$$

Sea:

$$madre = [p_{m1} \quad p_{m2} \quad \dots \quad p_{mNvar}] \quad (3-26)$$

$$padre = [p_{p1} \quad p_{p2} \quad \dots \quad p_{pNvar}] \quad (3-27)$$

Entonces las variables seleccionadas son combinadas para formar los nuevos valores que aparecerán en los hijos.

$$p_{new1} = p_{m\alpha} - \beta[p_{m\alpha} - p_{p\alpha}] \quad (3-28)$$

$$p_{new2} = p_{p\alpha} - \beta[p_{m\alpha} - p_{p\alpha}]$$

Donde  $\beta$  es un número aleatorio entre 0 y 1. El paso final para completar la cruce con el resto de los cromosomas, por ejemplo, un punto de cruce igual a 2:

$$descendencia_1 = [p_{m1} p_{m2} p_{new1} \dots p_{newNvar}] \quad (3-29)$$

$$descendencia_2 = [p_{p1} p_{p1} p_{new2} \dots p_{newNvar}]$$

### 3.2.5 Mutación

El operador de mutación produce cambios aleatorios espontáneos en varios cromosomas (Mitsuo Gen, 2000). Con el fin de hacer esto y evitar un mínimo local, números aleatorios son elegidos para seleccionar la fila y columnas de la matriz de la población a mutar (Haupt Randy, 2004). Una variable mutada se sustituye por una nueva variable aleatoria entre los límites superior e inferior.

### 3.3 Programación del algoritmo de optimización.

Con la información descrita hasta el momento, es posible programar de manera general el algoritmo genético. Sin embargo, para aplicar las restricciones es necesario determinar todos los factores involucrados en los esfuerzos de contacto y flexión, y los relacionados con la vida de diseño de los rodamientos. Para lograr este objetivo, se requieren de datos preliminares para ejecutar el algoritmo de optimización. Como el material de los engranes, las condiciones de temperatura, sobrecarga, potencia, etc. Estos lineamientos deberán ser introducidos por el usuario diseñador de acuerdo a lo especificado en los Apéndices A y B en una hoja de cálculo de Excel llamada "Datos.xlsx".

Después se deberá ejecutar el archivo "Principal GA.m" en matlab; este archivo leerá los datos de la hoja de datos de Excel y ejecutará el algoritmo genético. El diagrama general se muestra en la Figura 3-6. En la figura 3-7 se muestran los módulos que componen el subprograma de "Selección" del algoritmo genético. En él se evalúa la función objetivo, se aplican las restricciones y se eligen los mejores valores para que pasen al módulo de apareamiento, cruce y mutación.

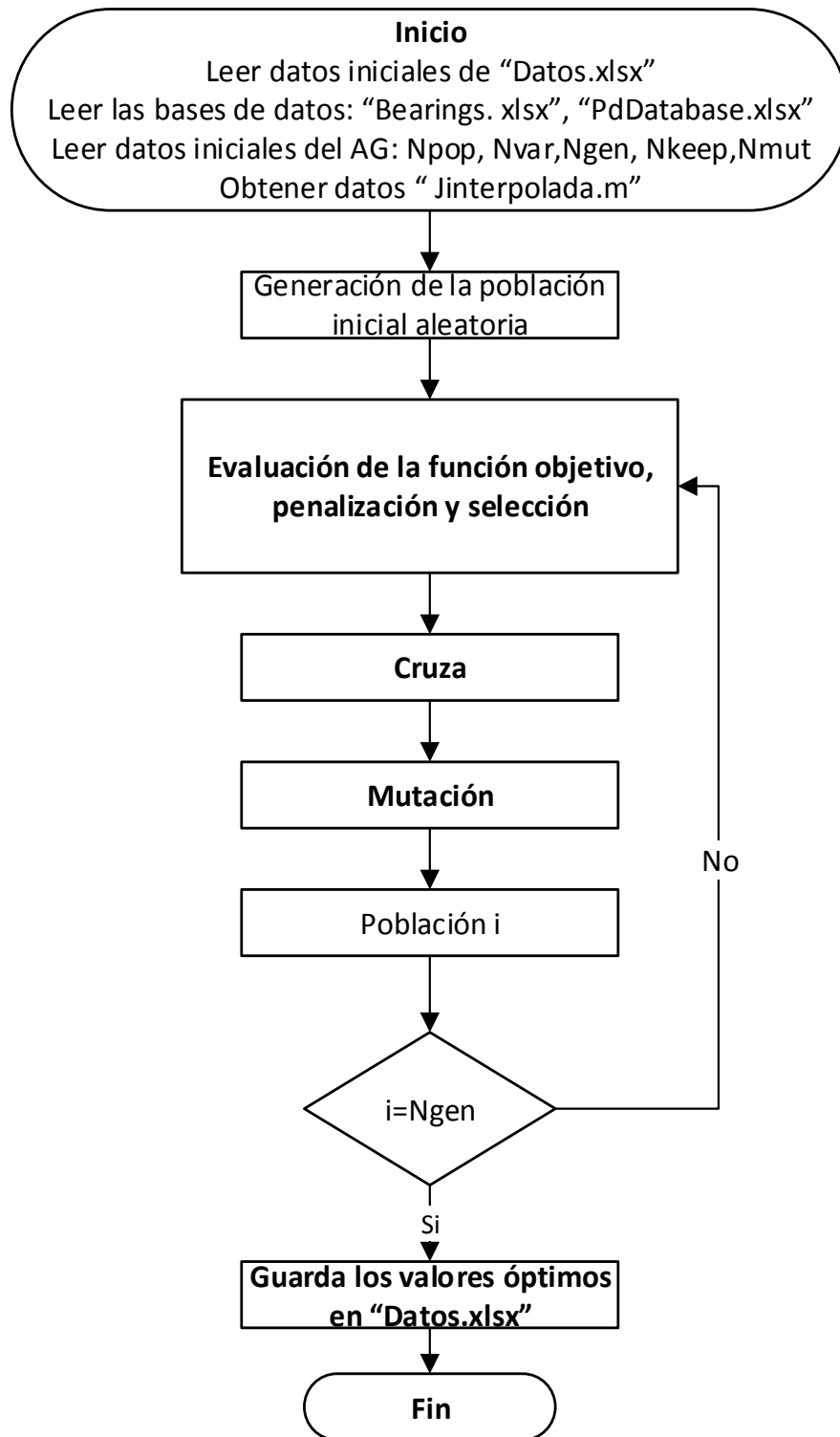


Figura 3-6 Diagrama de flujo general del programa de optimización.



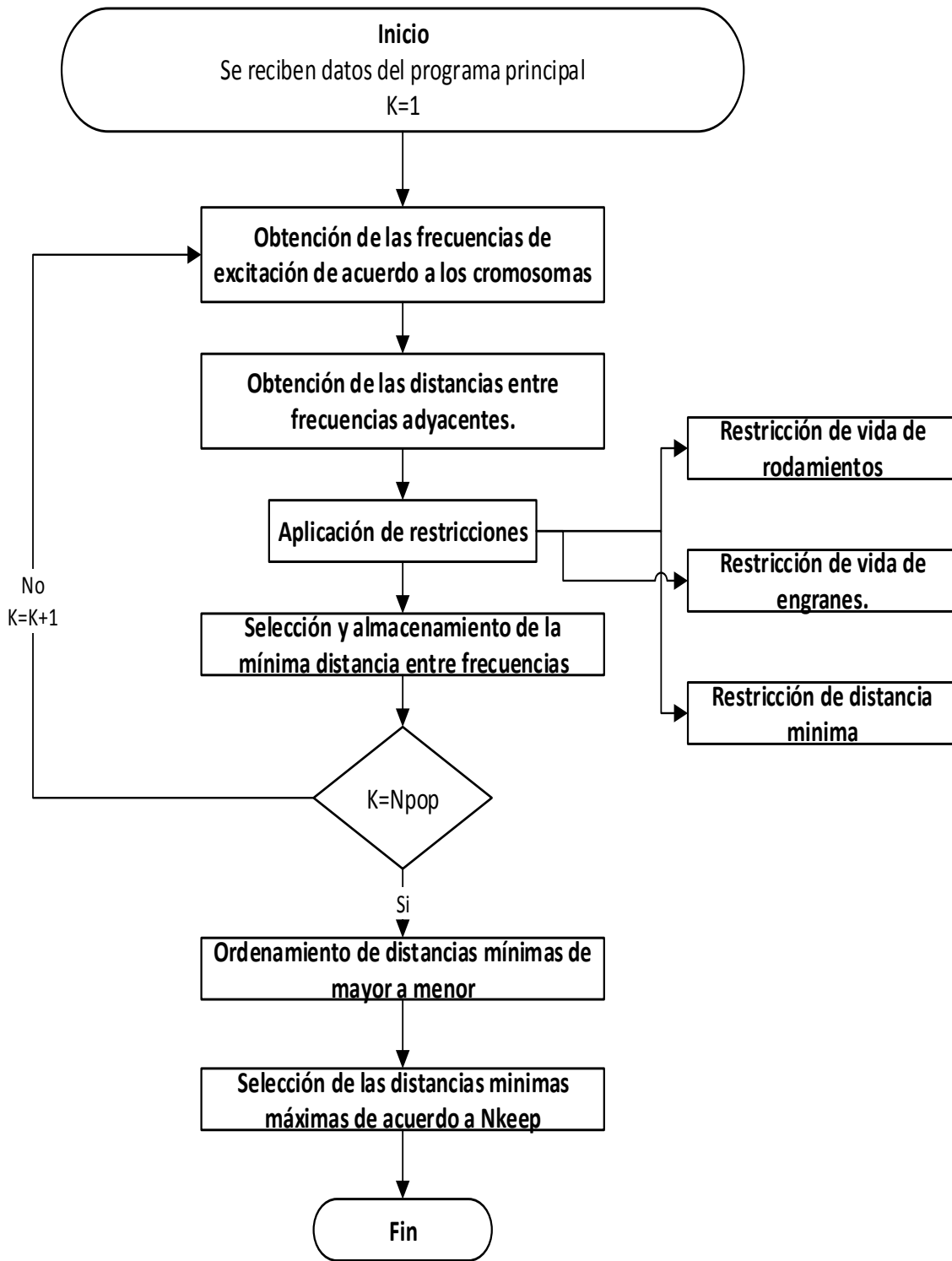


Figura 3-7 Diagrama de flujo, modulo selección.

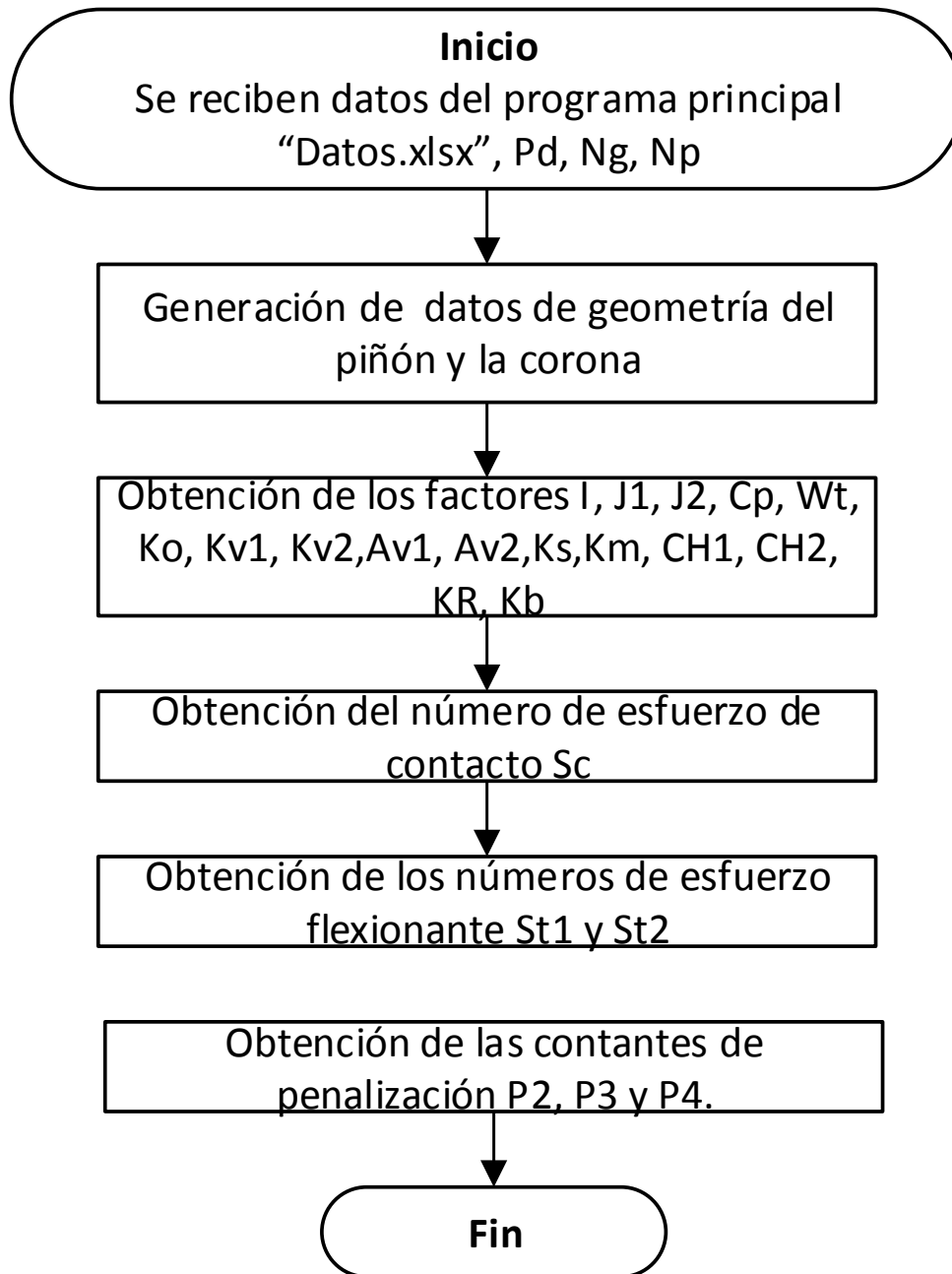


Figura 3-8 Diagrama de flujo del módulo de vida útil de engranes.

Los valores de los factores fueron obtenidos de acuerdo a la norma AGMA 2001-D04 y a lo especificado en el Apéndice A, con excepción del factor J que se interpoló de acuerdo a las siguientes gráficas (Mott, 2006) con la carga aplicada en la punta del diente:

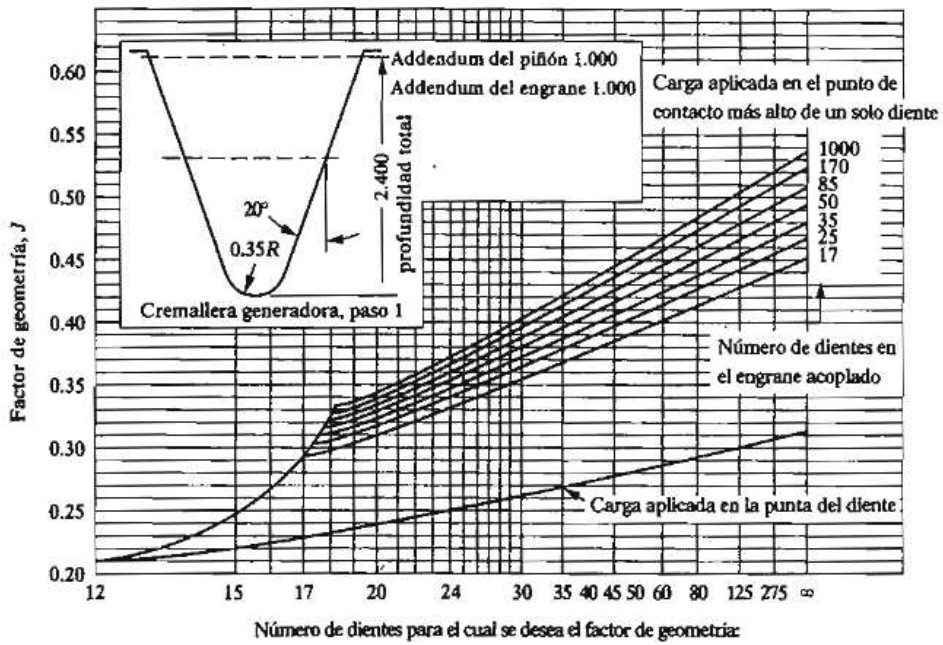


Figura 3-9 Factor de geometría  $J$  para engranes rectos  $20^\circ$ .  
(Mott, 2006)

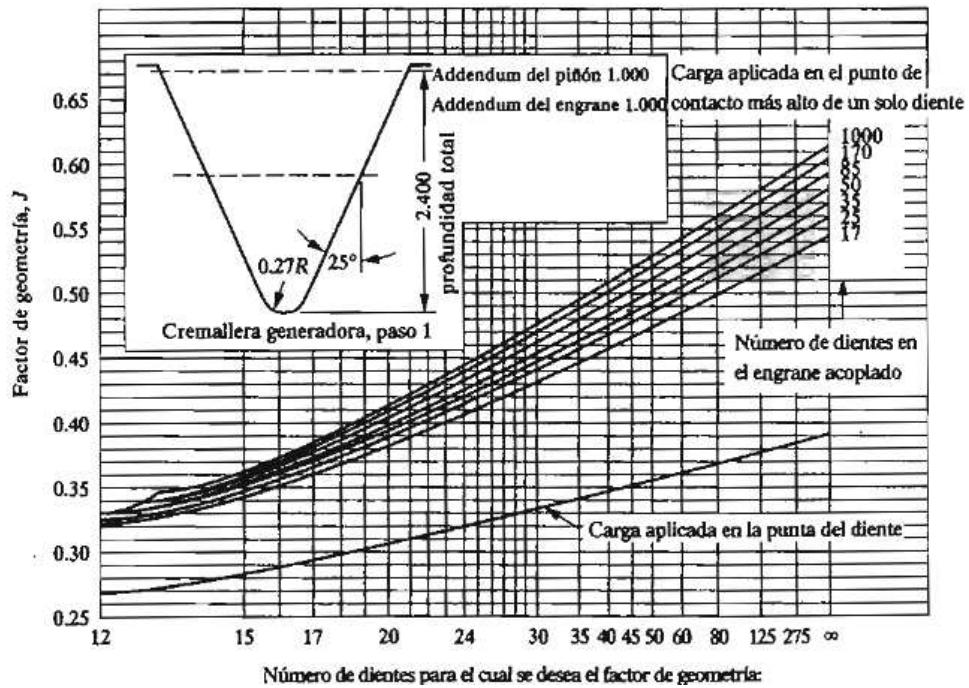


Figura 3-10 Factor de geometría  $J$  par engranes rectos  $25^\circ$ .  
(Mott, 2006)

En las siguientes figuras se muestra el factor de Geometría J obtenido después de aplicar la función de interpolación cúbica de curva en Matlab® (función spline).

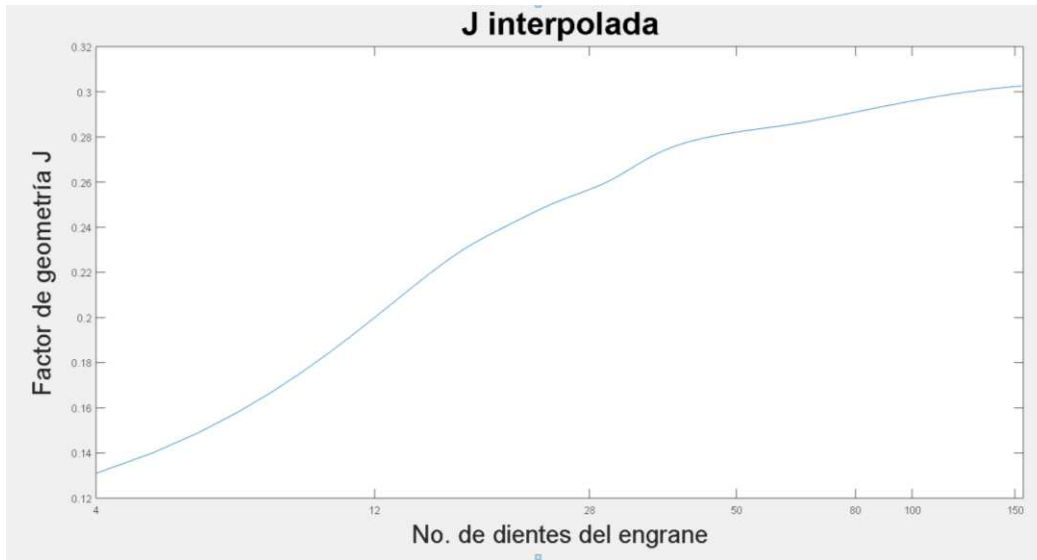


Figura 3-11 Factor J interpolado para engranes rectos 20°

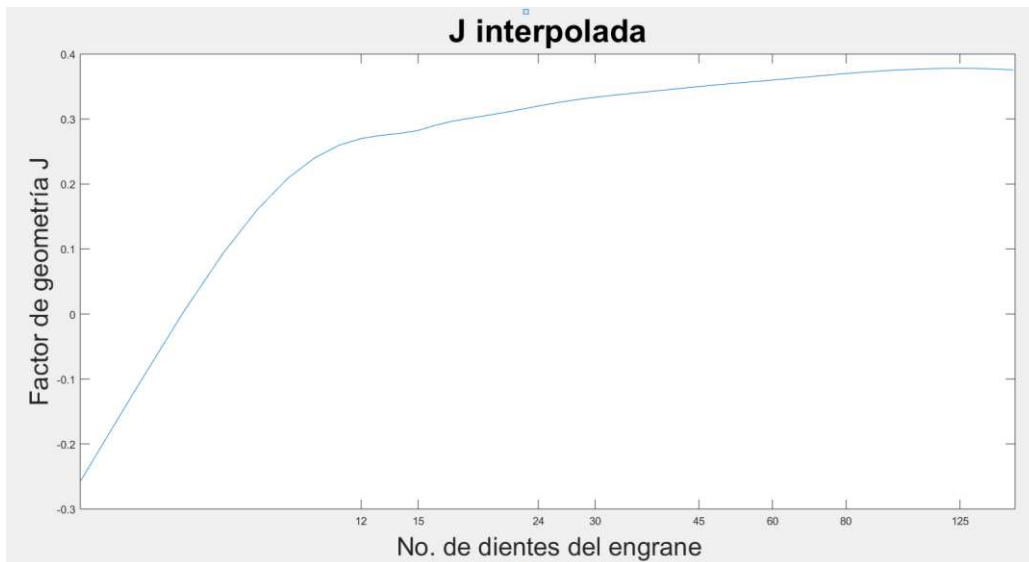


Figura 3-12 Factor de geometría J interpolado para engranes rectos 25°

Como se aprecia en la figura, la interpolación da valores negativos para engranes con dientes  $\leq 5$ , para este caso en particular, se tomó el mínimo valor de J positivo.

A continuación se muestra el diagrama de flujo del módulo para obtener las constantes de penalización de la vida útil de rodamientos.

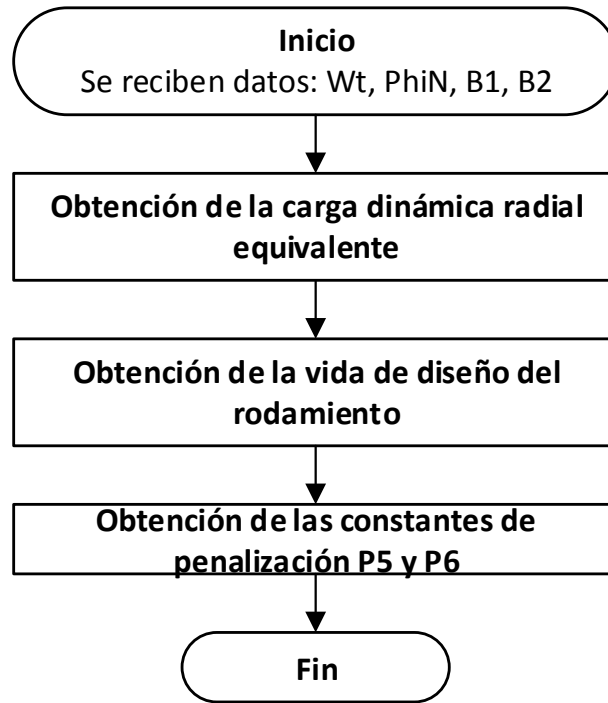


Figura 3-13 Diagrama de flujo, vida útil de rodamientos.

# Capítulo 4

## 4. Resultados y discusión

La presente sección muestra los resultados después de implementar el algoritmo. El apartado 4.1, selección de la función objetivo, muestra los resultados del algoritmo genético continuo con las dos funciones objetivo propuestas y con una penalidad, la distancia mínima, por lo que no se incluyó la variable de diseño  $Pd$ , paso diametral. Asimismo, contiene un análisis de los resultados del algoritmo genético con las funciones objetivo propuestas. El apartado 4.2, algoritmo genético con restricciones, muestra los resultados después de haber implementado el algoritmo genético con la función objetivo que previamente dio mejores resultados además de incluir las restricciones de vida útil de rodamientos, engranes y distancia mínima.

### 4.1 Selección de la función objetivo

Para implementar el algoritmo genético se definieron los siguientes valores:

$$N_{pop} = 25$$

$$N_{ger} = 500$$

$$N_{mat} = 0.4$$

$$N_{mut} = 0.1$$

$$r = 3$$

$$\omega = 26.166667 \text{ Hz}$$

#### 4.1.1 Algoritmo genético continuo con sumatoria ponderada

Los valores del diseño inicial se muestran en la Tabla 4-1 y corresponden con las mejores variables de diseño de primera generación de algoritmo genético. Las frecuencias de excitación de la entrada y salida del rodamiento se indican en la Tabla 4-2 y Tabla 4-3, respectivamente. Las frecuencias asociadas con los engranajes se muestran en la Tabla 4-4.

Tabla 4-1 Mejores valores de las variables de diseño (suma ponderada)

Valores iniciales			
$b1$	$b2$	$Ng$	$r$
12	146	136	3.0891465

Tabla 4-2 Rodamiento de entrada

Valores iniciales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
503.5304	429.8028	13.4313	354.4204

Tabla 4-3 Rodamiento de salida

Valores iniciales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
118.9256	98.1086	4.2655	88.3430

Tabla 4-4 Engranajes

Valores iniciales (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.4362	1283.3333

El espectro de frecuencias del diseño inicial del reductor se muestra en la Figura 4-1. La distancia mínima entre frecuencias fue 3,9896 Hz.

Después de implementar el algoritmo, se obtuvo la suma máxima ponderada. Los valores finales se muestran en la Tabla 4-5. Las frecuencias de excitación de la entrada de cojinete y el rodamiento de salida se indican en la Tabla 4-6 y Tabla 4-7, respectivamente. Las frecuencias asociadas con los engranajes se muestran en la Tabla 4-8. El espectro de frecuencias del diseño final se muestra en la Figura 4-2. La convergencia del algoritmo genético se muestra en la Figura 4-3.

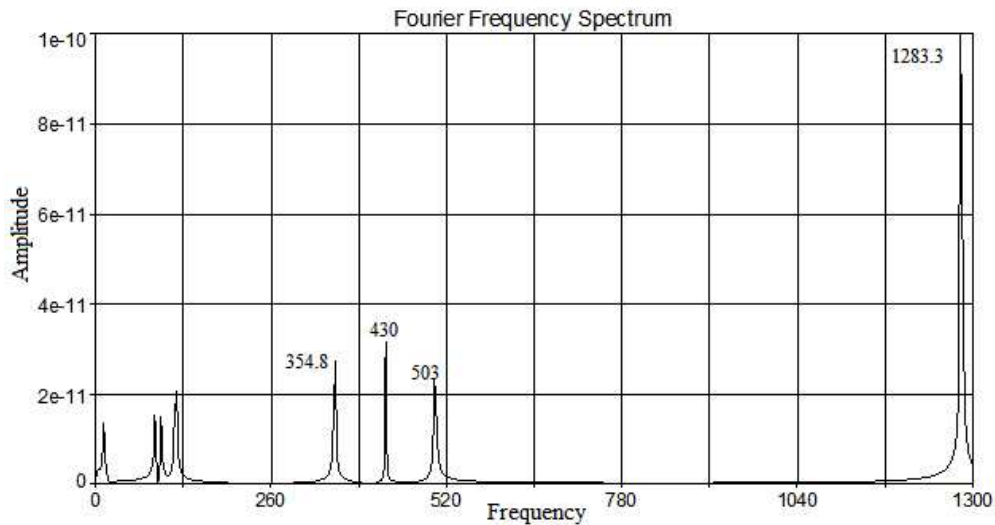


Figura 4-1 Diseño inicial (suma ponderada)

Tabla 4-5 Mejores valores de las variables de diseño (suma ponderada)

Valores finales			
$b1$	$b2$	$N_g$	$R$
8	191	150	3.0050

Tabla 4-6 Rodamiento de entrada

Valores finales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
532.7629	458.9037	13.4971	376.1624

Tabla 4-7 Rodamiento de salida

Valores finales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
64.0523	42.8920	3.8992	45.6038

Tabla 4-8 Engranajes

Valores finales (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.7222	1458.3333

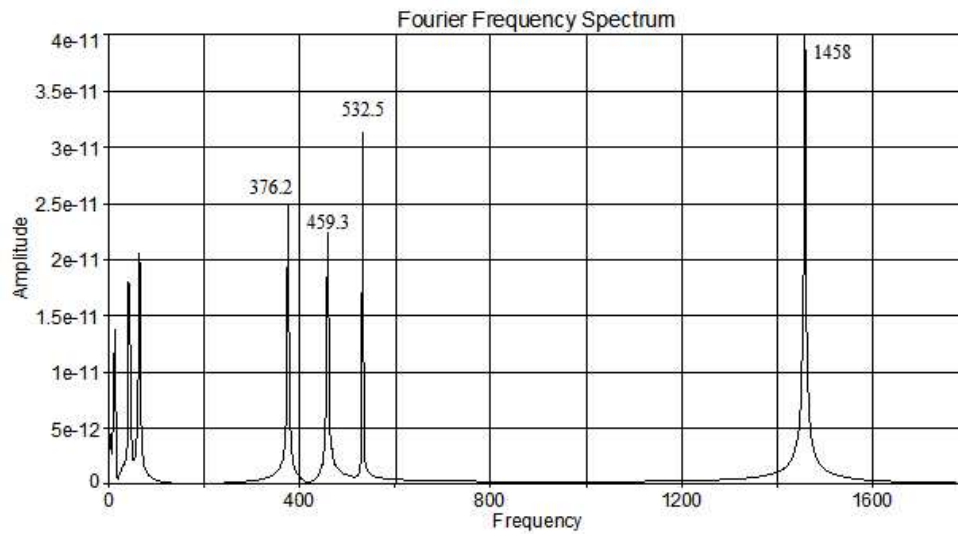


Figura 4-2 Diseño final (suma ponderada)



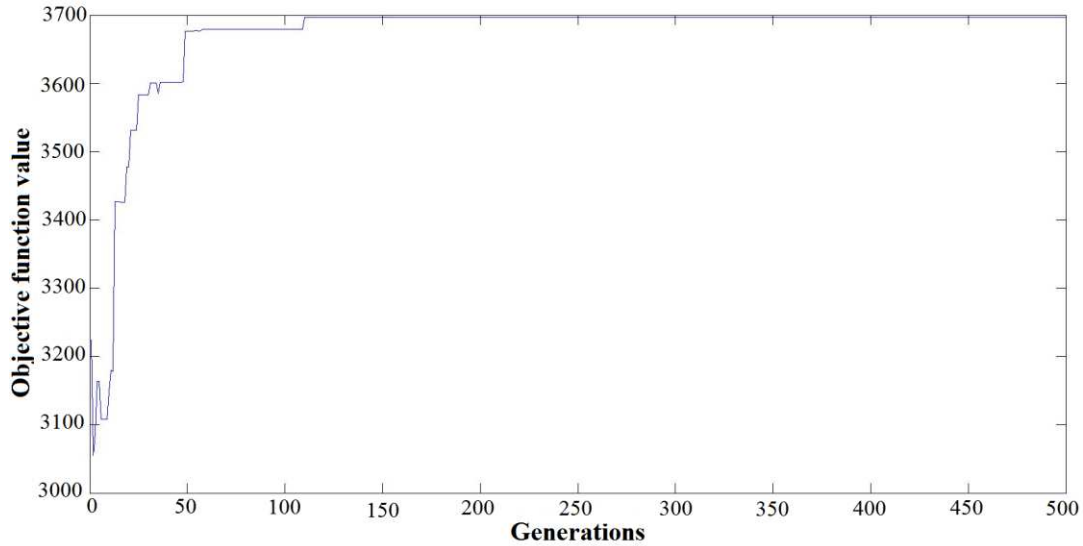


Figura 4-3 Convergencia del algoritmo genético (suma ponderada)

#### 4.1.2 Algoritmo genético con la máxima mínima distancia

Los valores de las variables de diseño de la primera generación del algoritmo se muestran en la Tabla 4-9. Las frecuencias de excitación del rodamiento de entrada se indican en el cuadro 4-10 y del rodamiento de salida en el cuadro 4-11. Las frecuencias relacionadas con los engranes se muestran en la Tabla 4-12.

Tabla 4-9 Mejores valores de las variables de diseño (máxima mínima distancia)

Valores iniciales			
$b1$	$b2$	$Ng$	$r$
9	112	91	3.0047

Tabla 4-10 Rodamiento de entrada

Valores iniciales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
530.4836	461.1830	13.5642	376.4135

Tabla 4-11 Rodamiento de salida

Valores iniciales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
132.4791	107.9054	4.3162	89.9050

Tabla 4-12 Engranes

Valores iniciales (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.6153	875

El espectro de frecuencia del reductor en su configuración inicial se muestra en la Figura 4-4. A pesar de ser la primera generación, la distribución de frecuencias es bastante buena, la distancia mínima entre frecuencias fue 3,9488 Hz.

Por último, se encontró que la distancia máxima mínima entre frecuencias adyacentes. Las variables de diseño final están en la Tabla 4-13 Mejores valores de las variables de diseño. Las frecuencias de excitación debidas a los rodamientos se muestran en la Tabla 4-14 y Tabla 4-15. Las frecuencias de los engranes están en la Tabla 4-16. La frecuencia del espectro del diseño final de la caja de cambios es mostrada en la Figura 4-5. La convergencia del algoritmo genético se muestra en la Figura 4-6.

*Tabla 4-13 Mejores valores de las variables de diseño (máxima mínima distancia)*

Valores finales			
$b1$	$b2$	$N_g$	$r$
9	42	10	3.0335

*Tabla 4-14 Rodamiento de entrada*

Valores finales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
530.4836	461.1830	13.5642	376.4135

*Tabla 4-15 Rodamiento de salida*

Valores finales (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
102.3501	81.3998	3.8761	68.6498

*Tabla 4-16 Engranes*

Valores finales (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	8.75	87.5

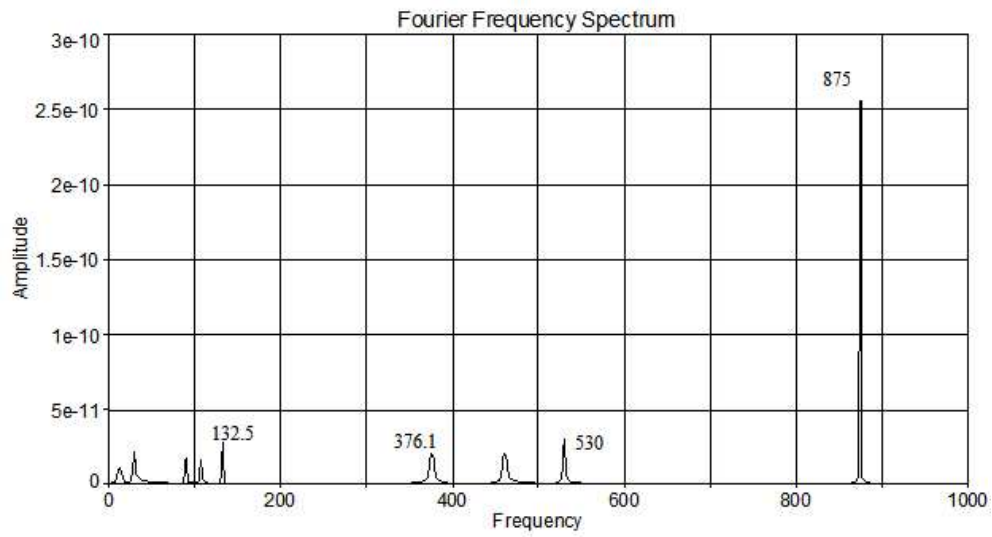


Figura 4-4 Diseño inicial (máxima mínima distancia)

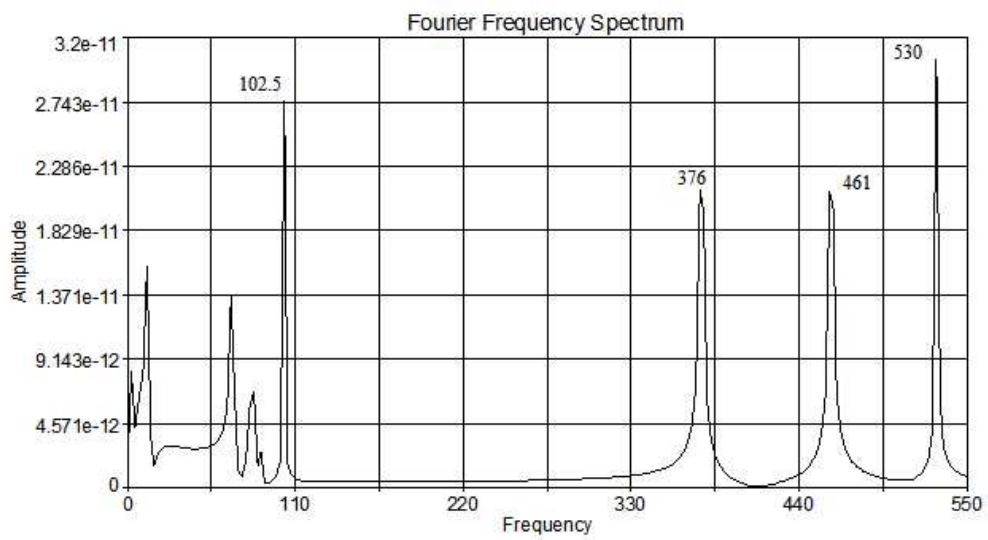


Figura 4-5 Diseño final (máxima mínima distancia)

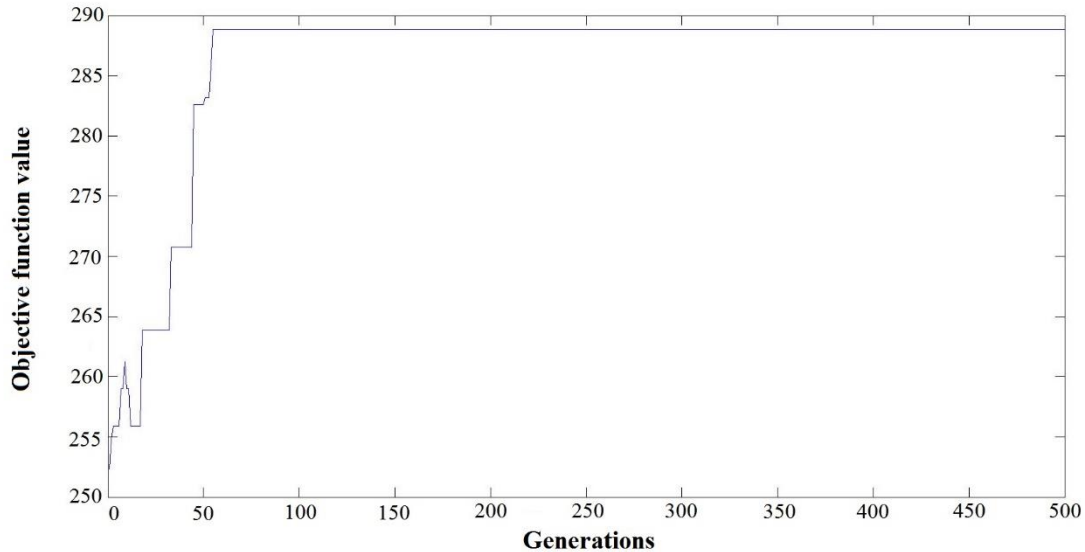


Figura 4-6 Convergencia del algoritmo genético (máxima mínima distancia)

#### 4.1.3 Discusión: Funciones objetivo

La Fig. 4-2 se muestra la distribución de frecuencias de excitación de la transmisión después de la aplicación del algoritmo genético. Aunque se obtuvo la suma máxima, la distancia mínima entre las frecuencias se redujo a 3.7912 Hz en comparación con la Fig. 4-1 con los valores iniciales. Esto se debe a que los valores de los pesos no son los adecuados cuando hay un cambio significativo en los valores de las variables de diseño. Por lo que requiere un ajuste dinámico de los pesos.

La figura 4-4 muestra la distribución inicial de frecuencias de excitación de la transmisión, que difieren de los valores de la Fig. 4-2 debido a que los valores iniciales de las variables de diseño son aleatorias. Fig. 4-5 muestra la distribución de frecuencias de excitación después de implementar el algoritmo genético con la máxima mínima distancia. Se puede observar que las frecuencias de diseño óptimo (Fig.4-5) son mejores que el diseño original (Fig.4-4). La distancia mínima entre frecuencias consecutivas fue 4.8142 Hz. Esto asegura que las frecuencias de excitación no entren en resonancia, y por tanto, se eligió esta función objetivo como parte del programa de optimización dinámica de transmisiones mecánicas.

#### 4.2 Resultados del programa de optimización dinámica de una transmisión mecánica

Para implementar el programa de optimización dinámica se colocaron los siguientes datos de inicio en el archivo "Datos.xlsx".

<b>Geometría Engranés</b>	
Velocidad de entrada	1500 rpm
Velocidad de salida deseada	500 rpm
Desviación superior de relación de engranes	0.03
Desviación inferior de relación de engranes	0.03
Distancia entre centros operativa	9 in
Ángulo de presión	14.5°

<b>Distribucion de carga</b>	
Modificación de helice	1
Distancia entre rodamientos	5 in
Distancia al apoyo más cercano	1.4 in
Tipo de cárcasa	2
Modificador de factor alineación	1
<b>Factor de relación de dureza</b>	
Terminado superficial del piñón	1.37 $\mu$ in
Dureza Brinell del piñón	543 HB
Dureza Brinell de la corona	543 HB
<b>Carga tangencial transmitida</b>	
Potencia de la fuente	2 HP
<b>Factor de confiabilidad</b>	
Grado de confiabilidad	1
<b>Factor de seguridad SF</b>	1.1
<b>Factor de seguridad SH</b>	1.1

<b>Factor dinámico</b>	
Factor de calidad piñón	7
Factor de calidad corona	7
Desviación singular del paso piñón	0
Desviación singular del paso corona	0
<b>Factor espesor de orilla</b>	
Espesor bajo la raíz	0
<b>Coefficiente elástico</b>	
Relación Poisson piñón	0.3
Relación Poisson corona	0.3
Modulo de elasticidad piñón E	30000000
Modulo de elasticidad corona E	30000000
<b>Factor de sobrecarga</b>	
Fuente de potencia	1
Maquina impulsada	1
<b>Factor de condición superficial resistencia a picadura CF</b>	1
<b>Factor de temperatura</b>	1

<b>Factores Zn y Yn</b>	
Valor Zn Piñón	1
Valor Zn Corona	1
Valor Yn Piñón	1
Valor Yn Corona	1
Número de esfuerzo contacto admisible piñón	175000
Número de esfuerzo flexionante admisible piñón	45000
Número de esfuerzo contacto admisible corona	175000
Número de esfuerzo flexionante admisible corona	45000

Y en el programa "PrincipalGA.m", se tiene por default los siguientes:

- Npop=25;
- Nvar=5;
- Gen=500
- Nkeep=.4
- Nmut=.1

Después de implementar el algoritmo genético con la función objetivo de distancia mínima máxima y todas las restricciones descritas en el capítulo 3, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Diseño inicial

Tabla 4-17 Variables de diseño iniciales

Valores iniciales				
<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>Ng</i>	<i>Pd</i>	<i>r</i>
29	43	168	3	2.9805

Tabla 4-18 Frecuencias de excitación, diseño inicial, rodamiento entrada

Valores iniciales (cpm)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
15251.62	11748.37	652.68	10978.77

Tabla 4-19 Frecuencias de excitación, diseño inicial, rodamiento salida

Valores iniciales (cpm)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
5323.18	4176.81	219.83	3700.64

Tabla 4-20 Frecuencias de excitación, diseño inicial, engranes

Valores iniciales (cpm)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
1500	500	84000

- Diseño optimizado

Tabla 4-21 Variables de diseño optimizadas

Valores finales				
<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>Ng</i>	<i>Pd</i>	<i>r</i>
43	21	57	5	3.1667

Tabla 4-22 Frecuencias de excitación, diseño final, rodamiento entrada

Valores finales (cpm)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
15969.54	12530.45	649.49	11101.92

Tabla 4-23 Frecuencias de excitación, diseño final, rodamiento salida

Valores finales (cpm)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
3353.02	2231.182	194.26	1953.26

Tabla 4-24 Frecuencias de excitación, diseño final, engranes

Valores iniciales (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
1500	473.684	27000

Y enseguida se muestra la convergencia del algoritmo genético del programa de optimización dinámica:

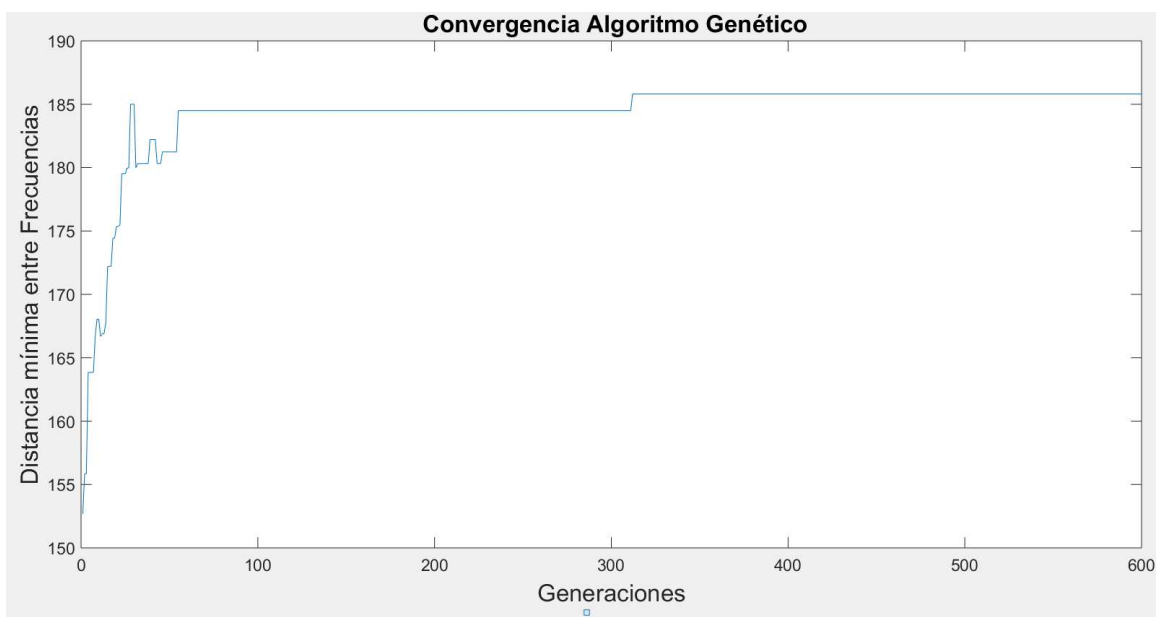


Figura 4-7 Convergencia del programa de optimización dinámica.

Asimismo, en la tabla se aprecia los datos de la geometría de los engranes rectos estándar que se generaron con los valores óptimos a través del programa de optimización dinámica de una transmisión mecánica.



Tabla 4-25 Geometría de engranes optimizados

	<b>Piñón</b>	<b>Corona</b>	
<b>No. De dientes</b>	18	57	
<b>Paso diametral</b>			5
<b>Relación de reducción</b>			3.166666667
<b>Distancia entre centros teórica</b>			7.5
<b>Paso circular</b>			0.628318531
<b>Addendum</b>			0.2
<b>Dedendum</b>			0.25
<b>Holgura</b>			0.05
<b>Profundidad total del diente</b>			0.45
<b>Profundidad de trabajo</b>			0.4
<b>Ancho de cara</b>			1.957620152
<b>Relación de contacto</b>			2.4
<b>Diámetro de paso</b>	3.6	11.4	
<b>Diámetro de base</b>	3.485331505	11.0368831	
<b>Diámetro exterior</b>	4	11.8	
<b>Factores</b>			
<b>Factor de geometría I</b>			0.065
<b>Coeficiente elástico Cp</b>			2290.603906
<b>Carga tangencial transmitida Wt</b>			648.4090274
<b>Factor de sobrecarga Ko</b>			1
<b>Factor dinámico Kv</b>	1.338281758	1.338281758	
<b>Calidad Av</b>	7	7	
<b>Factor de tamaño Ks</b>			1
<b>Factor distribución de carga Km</b>			1.211040432
<b>Factor de confiabilidad KR</b>			1.5
<b>Factor espesor de orilla Kb</b>			1
<b>Factor relación de durezas CH</b>	1	1	
<b>Factor de geometría J</b>	0.3	0.3	
<b>Número de esfuerzo de contacto</b>			40451.85567
<b>Número de esfuerzo flexionante</b>	7297.813517	7297.813517	
<b>Constantes de Penalización Znx</b>	0.381403211	0.381403211	
<b>Constantes de Penalización Ynx</b>	0.267586496	0.267586496	

#### 4.2.1 *Discusión, programa de optimización dinámica de una transmisión mecánica*

En el diseño inicial, la distancia mínima entre frecuencias fue de 152.68 *cpm* (2.544 *Hz*). En el diseño final, la distancia mínima entre frecuencias fue de 185.81 *cpm* (3.0967 *Hz*), de tal forma que comparado con el diseño inicial, el diseño final de la transmisión mecánica fue optimizado en un 21.73%.

Asimismo, se cumplieron con las restricciones de vida útil, el valor de  $Z_{nx}$  fue de 0.3814, el de  $Y_{nx1}$  y  $Y_{nx2} = 0.2675$ , de los rodamientos  $L_{d1} = 8.3854e + 09$  y  $L_{d2} = 1.1839e + 10$ .

$$Z_{N1} \leq Z_N \rightarrow 0.3814 < 1$$

$$Y_{nx1} \leq Y_{N1} \rightarrow 0.2675 < 1$$

$$Y_{nx2} \leq Y_{N2} \rightarrow 0.2675 < 1$$

$$L_{d1} > 1e6 \rightarrow 8.3854e + 09 > 1e6$$

$$L_{d2} > 1e6 \rightarrow 1.1839e + 10 > 1e6$$

$$d > d_{min} \rightarrow 3.0967 \text{ Hz} > 2.5$$

Por lo descrito en la discusión de resultados, se puede concluir que el programa de optimización mejora la distribución de las frecuencias de excitación en un 20%, aproximadamente, y que la geometría de los engranes y rodamientos seleccionados, cumplen con la vida útil de diseño.

# Capítulo 5

## 5. Conclusiones

El diseño convencional de una transmisión mecánica es deficiente ya que no considera interacciones dinámicas entre los elementos de una transmisión pues se diseñan por separado engranes, ejes y rodamientos, asimismo, los análisis se hacen a velocidades y torque constante. Sin embargo, hay excitaciones externas debido a los defectos en los componentes que podrían disminuir la vida útil de estos componentes y de la transmisión, en general. Por ello, se propuso una metodología de diseño basada en algoritmos genéticos que maximice las frecuencias de excitación, evitando que se produzcan resonancias y la aparición del efecto “beat vibration”

Por otra parte, dos funciones objetivo fueron propuestas, una suma ponderada y una distancia mínima máxima. Los resultados muestran que ambos planteamientos encontraron la solución óptima, sin embargo, la suma ponderada requiere un ajuste dinámico de pesos debido a los cambios significativos que ocurren en los valores de las variables de diseño disminuyen la distancia mínima entre frecuencias adyacentes. En contraste, la función objetivo de distancia mínima máxima mejora sin problemas la distancia entre frecuencias consecutivas.

Asimismo, es importante mencionar que la metodología propuesta incluye las consideraciones de diseño de la normatividad de AGMA, lo que garantiza que las soluciones encontradas sean factibles. Por todo lo anterior, se concluye que esta metodología es viable para el diseño de una transmisión mecánica, igualmente abre una brecha para un campo de investigación que no ha sido explorado por completo, el diseño dinámico de una transmisión mecánica.

## 6. Bibliografía

- AGMA. (2005). *Gear nomenclature, Definitions of Terms*. Alexandria: AGMA.
- American Gear Manufacturers Association. (1989). *AGMA 908-B89*. Alexandria: AGMA.
- American Gear Manufacturers Association. (2001). *AGMA 1012-D09*. Alexandria: AGMA.
- Asociación Mexicana de la Industria Automotriz. (Marzo de 2014). Boletín de prensa. México.
- Bonori, G., Barbieri, M., & Pellicano, F. (2008). Optimum profile modifications of spur gear by means of genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration* 313, 603-616. doi:10.1016/j.jsv.2007.12.013
- Chevalier, A. (2014). *Dibujo Industrial*. México: Limusa.
- Drago, R. J. (1988). *Fundamentals of gear design*. Butterworth-Heinemann Ltd.
- Elbeltagi, E., Hegazy, T., & Grierson, D. (2005). Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms. *Advanced Engineering informatics, Elsevier*, 43-53.
- Faggioni M, S. F. (2011). *Dynamic optimization of spur gears* (Vol. 46). Elsevier.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing.
- Gologlu, C., & Zeyveli, M. (2009). A genetic approach to automate preliminary design of gear drives. *Computers & Industrial Engineering*, 57, 1043-1051. doi:10.1016/j.cie.2009.04.006
- Hammad, A., & Thannoo, B. (2007). Genetic algorithm versus particle swarm optimization in N-Queen problem. *Journal of Al-Nahrain University*, 172-177.
- Hassan, R., Cohanin, B., Weck, O., & Venter, G. (2004). A comparison between swarm optimization and the genetic algorithm. *Proceedings of the 1st AIAA multidisciplinary design optimization specialist conference*, 18-21.
- Haupt Randy, H. S. (2004). *Practical genetic algorithms*. Hoboken, New Jersey, USA: Wiley Interscience Publication. doi:10.1002/0471671746.ch6
- Holani Bearings Pvt. Ltd. (21 de 04 de 2015). *HBL Bearings*. Obtenido de [http://www.holani.in/hbl\\_product\\_range](http://www.holani.in/hbl_product_range)

- Huang, W., FU, L., Liu, X., Wen, Z., & Zhao, L. (2009). The structural optimization of gearbox based on sequential quadratic programming method. *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation.*, 356-359. doi:10.1109/ICICTA.2009.553
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía. (2013). *La industria automotriz en México, 2013. Serie de estadísticas sectoriales*. México: INEGI.
- Jáuregui Correa, J. C. (2014). Parameter identification and monitoring of mechanical systems under nonlinear vibration. *Elsevier*.
- Jáuregui Correa, J. C., & González Brambilla, O. (2009). *Mechanical vibrations of discontinuos systems*. (Cuarta ed.). Aguascalientes: NOVA Science Publishers Inc.
- Jauregui-Correa, J. C. (2013). The effect of nonlinear traveling waves on rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 129-142. doi:10.1016/j.ymssp.2012.08.013
- Jones, C. (2005). Comparison of genetic algorithm and particle swarm optimization. *International Conference on Computer Systems and Technologies (CompSysTech' 2005)*.
- Khosla, A., Kumar, S., & Rahul Ghosh, K. (2007). A comparison of computational efforts between particle swarm optimization and genetic algorithm for identification of fuzzy models. *IEEE*, 245-250.
- Kohara Gear Industry Co, LTD. (2004). *Gear Technical Reference*. Japón: KGI.
- Kong, F., Zhu, X., Quan, L., Ge, Y., & Qiao, L. (2013). Optimizing design of magnetic planetary gearbox for reduction of cogging torque. (IEEE, Ed.) *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2013 IEEE*, 1 - 5. doi:10.1109/VPPC.2013.6671697
- Lozano Guzmán, A. A., & Jáuregui Correa, J. C. (2013). *Las vibraciones mecánicas en el mantenimiento predictivo*. Santiago de Querétaro, México: UAQ/Fundap/IPN.
- Maldonado, Y., & Castillo, O. (2012). Comparison between Multiobjective GA and PSO for Parameter Optimization of AT2-FLC for a real application in FPGA. *IEEE*, 1 - 6. doi:10.1109/NAFIPS.2012.6291047

- Mikki, S., & Kishk, A. (2008). *Particle swarm optimization: a physics-based approach*. Mississippi: Morgan & Claypool Publishers series.
- Mitchell, M. (1998). *An Introduction to Genetic Algorithms (Complex Adaptive Systems)*. United States of America: MIT.
- Mitsuo Gen, R. C. (2000). *Genetic algorithms and engineering optimization*. Ashikaga, Japón: Wiley-Interscience publication.
- Mott, R. (2006). *Diseño de elementos de maquinas* (Fourth ed.). Mexico: Pearson Educacion.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderna*. Madrid: Pearson Educación.
- Parey, A., El Badaoui, M., Guillet, F., & Tandon, N. (2005). Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect. *Journal of sound and vibration*, 547-561.
- Qimin, X., & Qili, X. (2010). Study on optimal design planetary gear reducer based on particle swarm algorithm and matlab. *2010 Sixth International Conference on Semantics, Knowledge and Grids*, 391 - 394. doi:10.1109/SKG.2010.67
- Rajendra, R., & Pratihari Dilip, K. (2011). Particle swarm optimization algorithm vs. genetic algorithm to develop integrated scheme for obtaining optimal mechanical structure and adaptive controller of a robot. *Intelligent Control and Automotion*.(2), 430-449. doi:10.4236/ica.2011.24050
- Rajiv Tiwari, K. S. (Mayo de 2009). An optimum design of crowned cylindrical roller bearings using genetic algorithms. *Journal of mechanical design*, 131. doi:10.1115/1.3116344
- Rao, S. S. (2009). *Engineering optimization*. West Lafayette: Wiley-Interscience Publication.
- Secretaría de Desarrollo Económico de San Luis Potosí. (2012). *Industria Automotriz y de autopartes del estados de San Luis Potosí*. San Luis: SEDECO.
- Sgrott Jr., O., Noriler, D., Wiggers, V., & Meier, H. (2015). Cyclone optimization by COMPLEX method and CFD simulation. *Powder technology* 277, 11-21.

- Sivanandam S. N., D. S. (2008). *Introduction to Genetic Algorithms*. TN, India: Springer.
- Tao, Q., Zhou, J., Sun, W., & Kang, J. (2014). The low-noise optimization method for gearbox in consideration of operating conditions. *Proceeding of the 20 international conference on automation and computing*.
- Timken Company. (2011). *Timken engineering manual*. Estados Unidos: Timken.
- Zhang, Z., Chen, D., Bai, Y., Yang, Z., & Feng, M. (2009). The optimization design of triple gear-box assembled with spiral-behaviour of helical-spur gear. *Computer-Aided Industrial Design & Conceptual Design, 2009. CAID & CD 2009. IEEE 10th International Conference on*, 2078-2081. doi:10.1109/CAIDCD.2009.5374903
- Zhao, K., Yao, F., Wang, H., Mi, Y., & in Wang, Y. (2011). Research on application of Genetic Algorithm Optimization Design of Trasformer. *Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT), 2011 4th International Conference on*, 955-958. doi:10.1109/DRPT.2011.5994031

# APÉNDICE A, Engranés

## *Factores de esfuerzos admisibles*

En está apéndice se detalla el cálculo de los factores presentes en los esfuerzos admisibles. Estas fórmulas y recomendaciones están basadas en la norma AGMA 2001-D04, a menos que se indique lo contrario.

Factor de geometría I

Este factor evalúa el radio de curvatura de contacto de los perfiles de los dientes basados en la geometría del diente. Estos radios se utilizan para evaluar la tensión de contacto de Hertz en el flanco del diente. Los efectos de las proporciones del diente y de la carga compartida son considerados.

$$I = \frac{\cos \phi_r C_\psi^2}{\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) d m_N} \quad (A1)$$

Donde

$\phi_r$	Ángulo de presión transversal operativo
$C_\psi$	Factor de sobrelapamiento helicoidal
$d$	Diámetro operativo de paso del piñón
$m_N$	Relación de carga compartida
$\rho_1$	Radio de curvatura del piñón en el punto de esfuerzo de contacto
$\rho_2$	Radio de curvatura del engrane en el punto de esfuerzo de contacto

La descripción detallada de estos parámetros se encuentra en la norma AGMA 908-B89.

Factor de geometría J

El factor de geometría evalúa la forma del diente, la posición más perjudicial en que se aplica la carga, entre otros. El procedimiento de cálculo de este factor debe ser repetido para el piñón y el engrane usando las dimensiones apropiadas para cada uno.

$$J = \frac{Y C_\psi}{K_f m_N} \quad (A2)$$



Donde

$K_f$  Factor de corrección de flexión

La descripción detallada de estos parámetros se encuentra la norma AGMA 908-B89.

Factor dinámico  $K_V$

Con este factor se considera que la carga es resistida por un diente, con cierto grado de impacto, y que la carga real sobre el diente es mayor que la carga transmitida sola. (Mott, 2006)

$$K_V = \left( \frac{C}{C + \sqrt{v_t}} \right)^{-B} \quad (A3)$$

$$C = 50 + 56(1.0 - B) \quad \text{para} \quad 6 \leq A_v \leq 12 \quad (A4)$$

$$B = 0.25(A_v - 5.0)^{0.667} \quad (A5)$$

Donde:

$A_v$  Número de calidad de la exactitud de la transmisión

La velocidad de línea de paso máxima recomendada para una  $A_v$  es determinada por:

$$v_t \text{ max} = [C + (14 - A_v)]^2 \quad (A6)$$

Si se desconoce el número de calidad puede referirse a la norma AGMA 2001-D04 para aproximar el valor usando la variación de paso del piñón y corona.

Factor de sobrecarga  $K_O$

Los factores de sobrecarga consideran la probabilidad de que variaciones de carga, vibraciones, cambios de velocidad y otras características específicas de la aplicación, puedan causar cargas máximas mayores a  $W_t$ . De Mott (2006) se obtiene la tabla A1, de factores de sobrecarga sugeridos, ya que la AGMA no emite valores de  $K_O$ .

Tabla A1 Factores de sobrecarga sugeridos

Fuente de potencia	Máquina Impulsada			
	Uniforme	Choque ligero	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75
Choque ligero	1.20	1.40	1.75	2.25
Choque moderado	1.30	1.70	2.00	2.75

Factores de seguridad,  $S_H$  y  $S_F$

Cuando  $K_O$  y  $K_R$  son usados, un factor adicional debe ser considerado por consideraciones de seguridad y riesgos económicos, junto con otros aspectos cuantificables del diseño específico y aplicación. Mott (2006) recomienda un valor modesto entre 1.00 y 1.50.

Factor de condición superficial,  $C_f$

Depende del acabado superficial, esfuerzo residual y efectos de plasticidad. Este factor puede ser tomado como unidad si la condición superficial apropiada es llevada a cabo.

Factor por relación de durezas,  $C_H$

El factor de relación de durezas depende de la relación de engrane, terminado superficial del piñón, dureza del piñón y engrane. Puede ser calculado con:

$$C_H = 1.0 + A(m_G - 1.0) \quad (A7)$$

$$A = 0.00898 \left[ \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right] - 0.00829 \quad (A8)$$

Donde:

$H_{BP}$  Es el número de dureza Brinell del piñón.

$H_{BG}$  Es el número de dureza Brinell del engrane.

Esta ecuación es válida para el rango:

$$1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7 \quad (A9)$$

Si

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2, A = 0.0 \quad (A10)$$

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.7, A = 0.00698 \quad (A11)$$

Cuando piñones de superficie endurecida (48 HRC o más duros) se trabajan con engranajes endurecidos (180-400 HB), se logra un efecto de endurecimiento de trabajo. El factor  $C_H$  varía con el acabado de la superficie del piñón,  $f_p$ , y la dureza engranaje de acoplamiento.

$$C_H = 1.0 + B(450 - H_{BG}) \quad (A12)$$

$$B = 0.99975 (e)^{-0.0112(f_p)} \quad (A13)$$

Donde:

$e$  Base natural

$f_p$  Acabado superficial del piñón, micro pulgadas,  $R_a$

Factor de distribución de carga,  $K_m$

El factor de distribución de la carga modifica la valoración de las ecuaciones para reflejar la distribución no - uniforme de la carga a lo largo de las líneas de contacto. La cantidad de la no - uniformidad de la distribución de la carga es causada por, y depende de, las siguientes influencias:

- Variación en la manufactura de engranes
- Variaciones de montaje de engranajes instalados
- Las deformaciones debidas a cargas aplicadas
- Las distorsiones debidas a efectos térmicos y centrífugos

Para calcular el valor del factor de distribución de carga:

$$K_m = 1.0 + C_{pf} + C_{ma} \quad (A14)$$

Donde:

$C_{pf}$  Factor de proporción del piñón

$C_{ma}$  Factor de alineamiento de engranado

Cuando  $F \leq 1.0$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.025 \quad (A15)$$

Cuando  $1.0 \leq F \leq 17$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F \quad (A16)$$

Cuando  $17 \leq F \leq 40$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 \quad (A17)$$

Tenemos:

$$C_{ma} = A + B(F) + C(F^2) \quad (A18)$$

Los valores empíricos de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  están en la Tabla A2.

Tabla A2 Constantes empíricas;  $A$ ,  $B$  y  $C$

Curva	A	B	C
Curva 1 Engranaje abierto	$2.47 \times 10^{-1}$	$0.167 \times 10^{-1}$	$-0.765 \times 10^{-4}$
Curva 2 Unidades de engranajes cerradas comercialmente	$1.27 \times 10^{-1}$	$0.158 \times 10^{-1}$	$-1.093 \times 10^{-4}$
Curva 3 Unidades de engranajes cerradas de precisión	$0.675 \times 10^{-1}$	$0.128 \times 10^{-1}$	$-0.926 \times 10^{-4}$
Curva 4 Unidades de engranajes cerradas de extra precisión	$0.380 \times 10^{-1}$	$0.102 \times 10^{-1}$	$-0.822 \times 10^{-4}$

Factor de confiabilidad,  $K_R$

Los valores estadísticos de  $K_R$  se muestran en la Tabla A3.

Tabla A3 Factor de confiabilidad  $K_R$

Confiabilidad	$K_R$
0.90, una falla en 10	0.85
0.99, una falla en 100	1.00
0.999, una falla en 1000	1.25
0.9999, una falla en 10 000	1.50

Factor de temperatura,  $K_T$

El factor de temperatura es generalmente tomado como unidad cuando engranes operan con temperaturas de aceite y no excedan los 250 °F. Si fuese mayor, habría que hacer una consideración dada por la pérdida de dureza y fuerzas.

Factor de tamaño,  $K_S$

El factor de tamaño refleja la no-uniformidad de las propiedades del material. La AGMA indica que un valor de 1.0 funciona para la mayoría de los engranes, pero para engranes con dientes grandes o grandes anchos de cara se recomienda manejar un valor mayor.

Factor de espesor de orilla,  $K_B$

Cuando el espesor de borde no es suficiente para proporcionar soporte completo para la raíz del diente, la ubicación del fallo por fatiga puede ser a través de la corona en lugar del filete del diente. En tales casos se recomienda el uso del factor  $K_B$ . Este valor se calcula en base al parámetro geométrico de la relación de respaldo,  $m_B$  (Fig. A1):

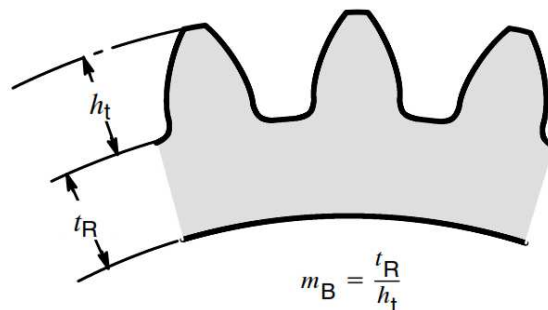


Figura A1 Relación de respaldo  
(American Gear Manufacturers Association, 2001)

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (A19)$$

Donde:

$t_R$             Espesor de orilla  
 $h_t$             Profundidad total del diente

$$\text{Si } m_B \geq 1.2, K_B = 1.0 \quad (A20)$$

$$\text{Si } m_B < 1.2, K_B = 1.6 \ln \left( \frac{2.242}{m_B} \right) \quad (A21)$$

Factores por ciclos de carga  $Z_N$  y  $Y_N$

Ajustan los números de esfuerzo admisible para el número requerido de ciclos de operación. En la actualidad no hay datos suficientes para proporcionar curvas ciclo estrés precisas para todo tipo de engranajes y aplicaciones. AGMA sugiere curvas de ciclo de estrés para la resistencia a las picaduras y flexión como se muestra en las figuras A2 y A3. El valor de  $N$ , el número de ciclos de esfuerzo, se obtiene como sigue:

$$N = 60 Lnq \quad (A22)$$

Donde:

$L$  Vida en horas del engrane

$n$  Velocidad, rpm

$q$  Número de contactos por revolución

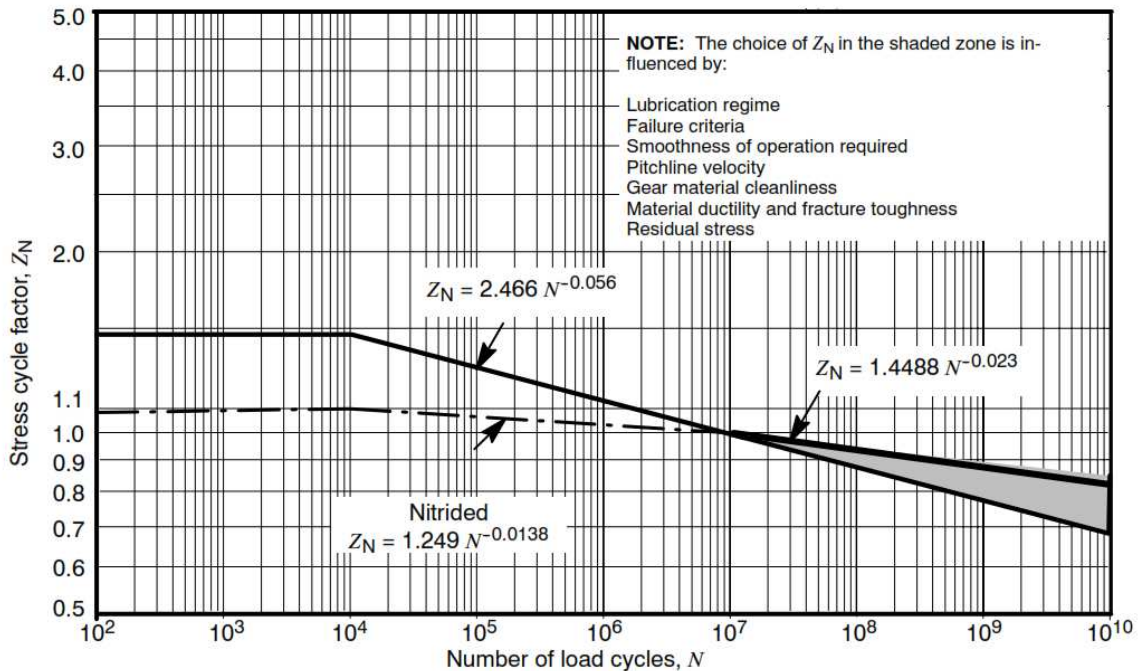


Figura A2. Factor de resistencia a la picadura por número de ciclos de esfuerzo (American Gear Manufacturers Association, 2001)

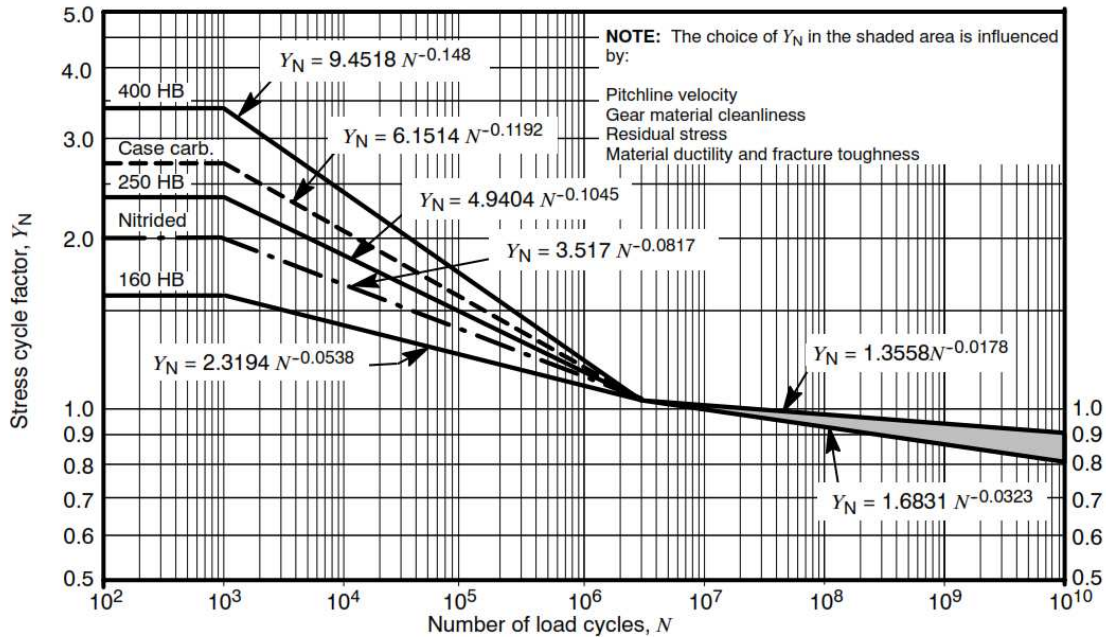


Figura A3. Factor por ciclos de esfuerzo  
(American Gear Manufacturers Association, 2001)

Números de esfuerzo permisible

Los números de esfuerzo permisible para materiales de engranes varían de acuerdo con la composición de los materiales, tensión residual, microestructuras, calidad, tratamiento térmico y prácticas de proceso. Los números de esfuerzo de contacto de la norma AGMA 2001-D04 fueron determinados o estimados de pruebas de laboratorio y experiencia de campo acumulada. Para engranes de acero endurecido se pueden utilizar las siguientes gráficas para obtener los números de esfuerzos permisibles de contacto (Fig. A4) y flexión (Fig. A5). Si se requiere de otro material, puede referirse a la norma AGMA 2001-D04.

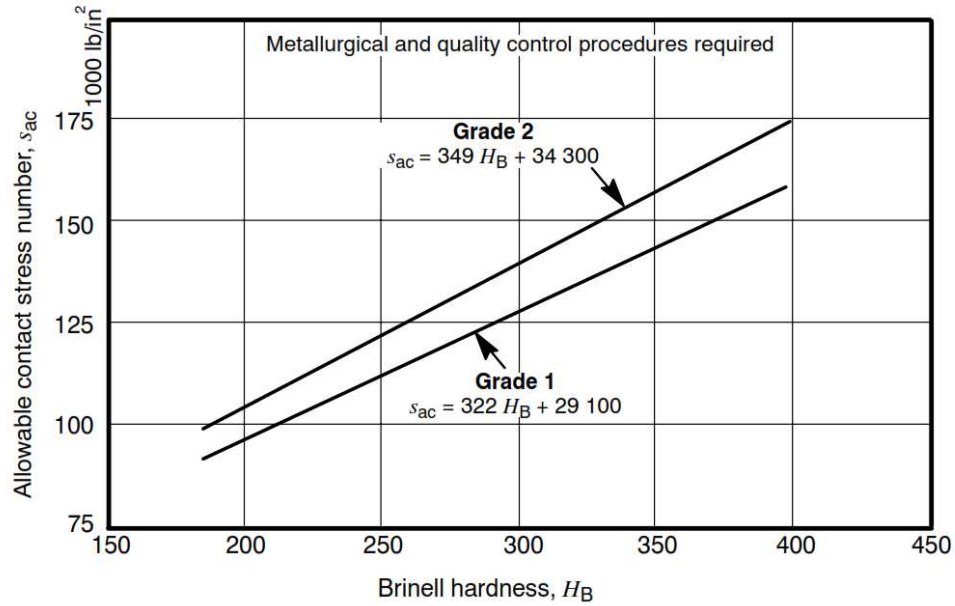


Figura A4. Número de esfuerzo de contacto permisible para engranes de acero endurecido.  
 (American Gear Manufacturers Association, 2001)

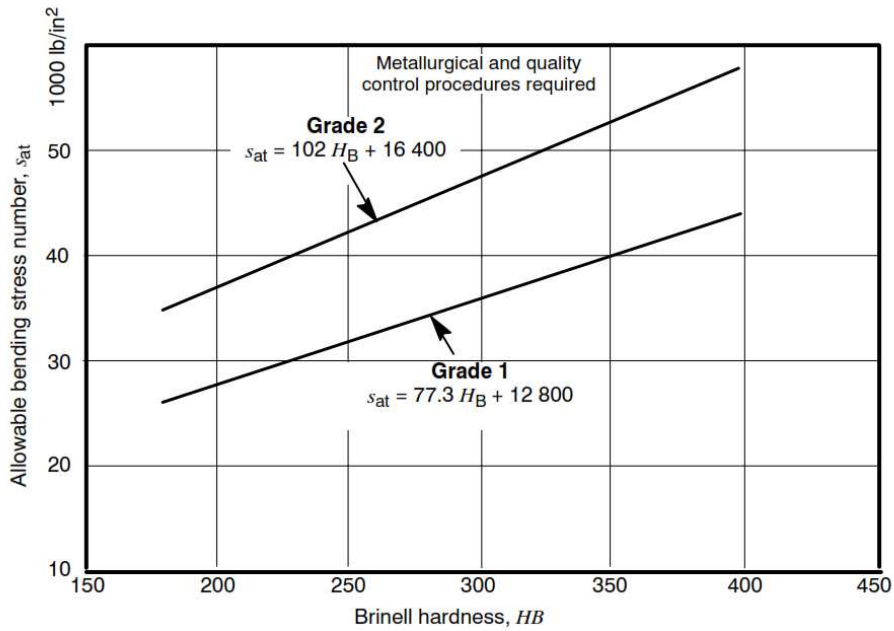


Figura A5. Número de esfuerzo flexionante admisible para engranes de acero endurecido.  
 (American Gear Manufacturers Association, 2001)



# **APÉNDICE B, Manual de usuario del programa de optimización**

El programa de optimización dinámica de transmisiones mecánicas se compone de dos partes principales: el programa de optimización en Matlab© y el libro de Excel para datos de entrada y resultados. Ambos archivos y complementos deben ser guardados en la misma carpeta para su funcionamiento.

El programa de optimización está compuesto por 32 archivos, dos de los cuales son archivos de Excel© que sirven como base de datos de rodamientos y pasos diametrales estándar. El programa principal se llama “PrincipalGA.m”, solo hay que ejecutarlo y mantener cerrado el archivo de Excel© de datos de entrada-salida, no se deben hacer modificaciones en ninguno de los archivos de Matlab© puesto que se pone en riesgo el desempeño de todo el sistema.

El programa de optimización está planteado para encontrar el diseño óptimo de una transmisión mecánica de una etapa al separar las frecuencias de excitación de acuerdo a los datos de inicio dados por el usuario. El resultado de esta optimización serán los datos de fabricación del piñón y la corona (engranes rectos) y los modelos de los rodamientos de entrada y salida.

## ***Archivo de datos de entrada y resultados del programa de optimización.***

Antes de utilizar el programa “PrincipalGA” deberá llenar los campos de “Datos de Entrada” del archivo “Datos.xlsx” como se indica en los siguientes apartados.

### ***Datos de entrada para la geometría de los engranes***

En la primera pestaña “Datos de entrada geometria” del archivo “Datos.xlsx” deberá llenar los campos de B3 a B15 como se indica a continuación:

- Velocidad de entrada: Velocidad de entrada de la transmisión, rpm o cpm.
- Velocidad de salida deseada: Velocidad deseada a la salida de la transmisión mecánica, rpm o cpm.
- Desviación superior de la relación de engranes: A fin de ampliar el campo de soluciones, se propone un porcentaje de desviación superior (0 a 1) de la relación de reducción.
- Desviación inferior de la relación de engranes: A fin de ampliar el campo de soluciones, se propone un porcentaje de desviación inferior (0 a 1) de la relación de reducción.
- Distancia entre centros operativa: Distancia entre los centros de los engranes, in.
- Ángulo de presión: Ángulo de presión normal estándar de los engranes, en grados.
- Ángulo de hélice: Ángulo de hélice estándar de los engranes, debido a que se limitó el programa a engranes rectos, el valor de este ángulo debe ser 0°.
- Coeficiente de modificación de addendum del piñón: Socavación del addendum del piñón, in.
- Coeficiente de modificación de addendum de la corona: Socavación del addendum de la corona, in.

***Datos de entrada para el cálculo de factores del esfuerzo flexionante y de contacto de engranes.***

*Factor de distribución de carga*

- Modificación de hélice:  $S_i=.8$ ,  $N_o=1$ .
- Distancia entre rodamientos: Distancia entre rodamientos, in.
- Distancia al apoyo más cercano: Distancia al apoyo más cercano, in.
- Tipo de carcasa: 1 Abierta, 2 Cerrada calidad común, 3 Cerrada precisa, 4 Cerrada alta precisión.
- Modificador del factor de alineación:  $Lapeado=.8$ ,  $default=1$ .

#### *Factor de relación de dureza*

- Terminado superficial del piñón. Aspereza promedio,  $\mu\text{in}$ .
- Dureza Brinell del piñón: Dureza del material del piñón, HB.
- Dureza Brinell de la corona: Dureza del material de la corona, HB.

#### *Carga tangencial transmitida*

- Potencia de la fuente. En HP.

#### *Factores de seguridad*

- Factor de seguridad SF. Se recomienda un valor entre 1 y 1.5.
- Factor de seguridad SH. Se recomienda un valor entre 1 y 1.5.

#### *Factor dinámico*

- Factor de calidad del piñón. Dependiendo de la aplicación, el valor se establece de 6 a 12. El valor cero le indica al programa que debe calcular el factor de calidad en base a la norma AGMA-2001-D04.
- Factor de calidad de la corona. Dependiendo de la aplicación, el valor se establece de 6 a 12. El valor cero le indica al programa que debe calcular el factor de calidad en base a la norma AGMA-2001-D04.
- Desviación singular del paso del piñón. En caso de poner cero en el factor de calidad, deberá especificar la desviación singular del paso del piñón,  $\mu\text{in}$ .
- Desviación singular del paso de la corona. En caso de poner cero en el factor de calidad, deberá especificar la desviación singular del paso de la corona,  $\mu\text{in}$ .

#### *Coeficiente elástico*

- Relación de Poisson del piñón. Relación de Poisson del material del engrane.
- Relación de Poisson de la corona. Relación de Poisson del material de la corona.
- Módulo de elasticidad del piñón. Módulo de elasticidad del piñón de acuerdo al material de fabricación elegido. En  $\text{lb/in}^2$ .

- Módulo de elasticidad de la corona. Módulo de elasticidad del piñón de acuerdo al material de fabricación elegido. En lb/in<sup>2</sup>.

#### *Factor de sobrecarga*

- Fuente de potencia. Uniforme=1, Choque ligero=2, Choque moderado=3. Valor default=3.
- Maquina impulsada. Uniforme=1, Choque ligero=2, Choque moderado=3, Choque pesado=4. Valor default=4.

#### *Factor de condición superficial de resistencia a la picadura*

- Factor de condición superficial. Puede ser tomado como unitario si se asegura que se obtendrá la condición de superficie apropiada.

#### *Factor de temperatura*

- Factor de temperatura. Se recomienda el valor de uno si los engranes con o sin aceite no exceden los 250°F o trabajan por encima de los 32°F.

#### *Factores por ciclos de esfuerzos*

- Valor Zn piñón: Zn=1 si la vida de diseño del piñón es establecida en 10<sup>7</sup> ciclos, en otro caso deberá llenar los campos de vida en horas del piñón, número de aplicaciones de carga por revolución y tomar el dato de número de ciclos de estrés del piñón para calcular el valor apropiado de Zn utilizando la figura A2.
- Valor Zn corona: Zn=1 si la vida de diseño del piñón es establecida en 10<sup>7</sup> ciclos, en otro caso deberá llenar los campos de vida en horas de la corona, número de aplicaciones de carga por revolución y tomar el dato de número de ciclos de estrés de la corona para calcular el valor apropiado de Zn utilizando la figura A2.
- Valor Yn piñón: Yn=1 si la vida de diseño del piñón es establecida en 10<sup>7</sup> ciclos, en otro caso deberá llenar los campos de vida en horas del piñón, número de aplicaciones de carga por revolución y tomar el dato de número de ciclos de estrés del piñón para calcular el valor apropiado de Yn utilizando la figura A3 de acuerdo al material elegido para la fabricación del piñón.

- Valor  $Y_n$  corona:  $Y_n=1$  si la vida de diseño de la corona es establecida en  $10^7$  ciclos, en otro caso deberá llenar los campos de vida en horas del piñón, número de aplicaciones de carga por revolución y tomar el dato de número de ciclos de estrés del piñón para calcular el valor apropiado de  $Y_n$  utilizando la figura A3 de acuerdo al material elegido para la fabricación de la corona.

### ***Datos de salida, geometría de engranes***

De acuerdo a los variables de diseño que optimizaron los algoritmos genéticos, se generaron los datos de geometría, complementarios a los ingresados en la pestaña “Datos entrada geometría” para fabricar el piñón y la corona.

- No. De dientes del piñón y engrane.
- Paso diametral.
- Relación de reducción real.
- Distancia entre centros teórica
- Paso circular.
- Addendum.
- Dedendum.
- Holgura.
- Profundidad total del diente.
- Profundidad de trabajo.
- Ancho de cara.
- Relación de contacto.
- Diámetro de paso del piñón y de la corona.
- Diámetro base del piñón y de la corona.
- Diámetro exterior del piñón y de la corona.
- Factor de geometría I.
- Coeficiente elástico.
- Carga tangencial transmitida.
- Factor de sobrecarga.
- Factor dinámico.
- Calidad del engrane y piñón.

- Factor de tamaño.
- Factor de distribución de carga.
- Factor de confiabilidad.
- Factor espesor de orilla.
- Factor relación de durezas.
- Factor geometría J.
- Número de esfuerzo de contacto.
- Número de esfuerzo flexionante.

El cálculo de estos factores está basado en lo descrito en este trabajo de tesis (Capítulo 2, 3 y Apéndices).

### ***Datos de salida, resultados del algoritmo genético***

En esta sección se muestran los resultados del algoritmo genético, el vector de variables de diseño con los mejores resultados de la primer y última generación, así como las frecuencias de excitación resultantes.

- Número de dientes del piñón.
- Número de dientes de la corona.
- Número de elementos bolas del rodamiento de entrada.
- Diámetro de paso del rodamiento de entrada. El dato resultante es aproximado, como es explico en la sección de metodología, en pulgadas.
- Diámetro de bolas del rodamiento de entrada. En pulgadas.
- Ángulo de hélice del rodamiento de entrada. En radianes.
- Modelo del rodamiento de entrada. El número corresponde al índice que le corresponde en la base de datos, para conocer el modelo real consulte el apéndice C.
- Número de elementos bolas del rodamiento de salida.
- Diámetro de paso del rodamiento de salida. El dato resultante es aproximado, como es explico en la sección de metodología, en pulgadas.

- Diámetro de bolas del rodamiento de salida. En pulgadas.
- Ángulo de hélice del rodamiento de salida. En radianes.
- Modelo del rodamiento de salida. El número corresponde al índice que le corresponde en la base de datos, para conocer el modelo real consulte el apéndice C.
- Frecuencia de excitación de las bolas del rodamiento de entrada. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de las pistas del rodamiento de entrada. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de la órbita de las bolas sobre la pista exterior del rodamiento de entrada. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de la órbita de las bolas sobre la pista interior del rodamiento de entrada. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de las bolas del rodamiento de salida. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de las pistas del rodamiento de salida. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de la órbita de las bolas sobre la pista exterior del rodamiento de salida. En rpm o cpm.
- Frecuencia de excitación de la órbita de las bolas sobre la pista interior del rodamiento de salida. En rpm o cpm.
- Frecuencia del piñón. En rpm o cpm.
- Frecuencia de la corona. En rpm o cpm.
- Frecuencia del tren de engranaje. En rpm o cpm.

### **Reporte de diseño de una transmisión mecánica simple.**

Desde el archivo de datos entrada-salida puede ser generado un reporte con todos los datos requeridos para la fabricación del piñón y de la corona y para la selección de los rodamientos de bolas de contacto angular. A continuación se muestra un ejemplo del reporte.

Geometría Engranés	
Velocidad de entrada	1500
Velocidad de salida deseada	500
Desviación superior de relación de engranes	0.03
Desviación inferior de relación de engranes	0.03
Distancia entre centros operativa	9
Ángulo de presión	14.5

07/12/2015

Figura B1. Hoja 1 del Reporte del programa de optimización.



Datos de entrada para factores del esfuerzo de contacto y flexionante

2

Distribucion de carga		Factor dinámico	
Modificación de helice	1	Factor de calidad piñón	7
Distancia entre rodamientos	5	Factor de calidad corona	7
Distancia al apoyo más cercano	1.4	Desviación singular del paso piñón	0
Tipo de carcasa	2	Desviación singular del paso corona	0
Modificador de factor alineación	1	Factor espesor de orilla	
Factor de relación de dureza		Espesor bajo la raíz	0
Terminado superficial del piñón	1.37	Coefficiente elástico	
Dureza Brinell del piñón	543	Relación Poisson piñón	0.3
Dureza Brinell de la corona	543	Relación Poisson corona	0.3
Carga tangencial transmitida		Modulo de elasticidad piñón	300000000
Potencia de la fuente	2	Modulo de elasticidad corona	300000000
Factor de confiabilidad		Factor de sobrecarga	
Grado de confiabilidad	1	Fuente de potencia	1
Factor de seguridad SF	1.1	Maquina impulsada	1
Factor de seguridad SH	1.1	Factor de condición superficial resistencia a picadura CF	1
		Factor de temperatura	1

07/12/2015

Figura B2. Hoja 2 Reporte del programa de optimización.

Datos de entrada para factores del esfuerzo de contacto y flexionante

3

Factores Zn Y Yn	
Número de ciclos de estrés piñón	135000000
Vida en horas piñón	1500
Velocidad piñón	1500
Número de aplicaciones de carga por revolución piñón	1
Número de ciclos de estrés corona	45000000
Vida en horas corona	1500
Velocidad corona	500
Número de aplicaciones de carga por revolución corona	1
Valor Zn Piñón	1
Valor Zn Corona	1
Valor Yn Piñón	1
Valor Yn Corona	1
Número de esfuerzo contacto admisible piñón	175000
Número de esfuerzo flexionante admisible piñón	45000
Número de esfuerzo contacto admisible corona	175000
Número de esfuerzo flexionante admisible corona	45000

07/12/2015

Figura B3. Hoja 3 Reporte del programa de optimización.

Datos de diseño para la fabricación de engranes rectos estándar

4

	Piñón	Corona	
<b>Geometría de los Engranes</b>			
No. De dientes	18	57	
Paso diametral			5
Relación de reducción			3.166666667
Distancia entre centros teórica			7.5
Paso circular			0.628318531
Addendum			0.2
Dedendum			0.25
Holgura			0.05
Profundidad total del diente			0.45
Profundidad de trabajo			0.4
Ancho de cara			1.957620152
Relación de contacto			2.4
Díametro de paso	3.6	11.4	
Díametro de base	3.485331505	11.0368831	
Díametro exterior	4	11.8	
<b>Factores</b>			
Factor de geometría I			0.065
Coficiente elástico Cp			2290.603906
Carga tangencial transmitida Wt			648.4090274
Factor de sobrecarga Ko			1
Factor dinámico Kv	1.338281758	1.338281758	
Calidad Av	7	7	
Factor de tamaño Ks			1
Factor distribución de carga Km			1.211040432
Factor de confiabilidad KR			1.5
Factor espesor de orilla Kb			1
Factor relación de durezas CH	1	1	
Factor de geometría J	0.3	0.3	
Número de esfuerzo de contacto			40451.85567
Número de esfuerzo flexionante	7297.813517	7297.813517	
Constantes de Penalización Znx	0.381403211	0.381403211	
Constantes de Penalización Ynx	0.267586496	0.267586496	

07/12/2015

Figura B4. Hoja 4 Reporte del programa de optimización.

Resultado del algoritmo genético para la optimización de la distribución de frecuencias de excitación

5

Vector 1ª generación		Vector última generación	
Número de dientes piñón	56	Número de dientes piñón	18
Número de dientes engrane	168	Número de dientes engrane	57
Número de bolas del rodamiento 1	18	Número de bolas del rodamiento 1	19
Diámetro de paso rodamiento 1	2.55905	Diámetro de paso rodamiento 1	3.0512
Diámetro de bolas rodamiento 1	0.34375	Diámetro de bolas rodamiento 1	0.40625
Angulo de hélice 1	0.261799388	Angulo de hélice 1	0.436332313
Modelo del rodamiento 1	29	Modelo del rodamiento 1	43
Número de bolas del rodamiento 2	19	Número de bolas del rodamiento 2	12
Diámetro de paso rodamiento 2	3.0512	Diámetro de paso rodamiento 2	2.2638
Diámetro de bolas rodamiento 2	0.40625	Diámetro de bolas rodamiento 2	0.53125
Angulo de hélice 2	0.436332313	Angulo de hélice 2	0.698131701
Modelo del rodamiento 2	43	Modelo del rodamiento 2	21

07/12/2015

Figura B5. Hoja 5 Reporte del programa de optimización.

Frecuencias de excitación 1ª generación (rpm)		Frecuencias de excitación última generación (rpm)	
Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna Wir Rodamiento entrada	15251.6264	Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna Wir Rodamiento entrada	15969.54392
Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista externa Wor Rodamiento entrada	11748.3736	Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista externa Wor Rodamiento entrada	12530.45608
Frecuencia de la carcasa Wc Rodamiento entrada	652.6874223	Frecuencia de la carcasa Wc Rodamiento entrada	659.4976882
Frecuencia de giro del elemento rodante Wre Rodamiento entrada	10978.77017	Frecuencia de giro del elemento rodante Wre Rodamiento entrada	11101.92333
Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna Wir Rodamiento salida	5323.181308	Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna Wir Rodamiento salida	3353.027745
Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista externa Wor Rodamiento salida	4176.818692	Frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista externa Wor Rodamiento salida	2331.182782
Frecuencia de la carcasa Wc Rodamiento salida	219.8325627	Frecuencia de la carcasa Wc Rodamiento salida	194.2652318
Frecuencia de giro del elemento rodante Wre Rodamiento salida	3700.64111	Frecuencia de giro del elemento rodante Wre Rodamiento salida	1953.26504
Frecuencia de tren de engranaje	84000	Frecuencia de tren de engranaje	27000
Frecuencia piñón	1500	Frecuencia piñón	1500
Frecuencia corona	500	Frecuencia corona	473.6842105

07/12/2015

Figura B6. Hoja 6 Reporte del programa de optimización.

## **APÉNDICE C, Bases de datos**

### **Base de datos de rodamientos de bolas, Timken**

Para seleccionar los rodamientos de la base de datos del fabricante Timken se hizo un filtrado con las siguientes condiciones:

- Tipo de bola: Acero
- Tipo de jaula: Bola pilotada, jaula de latón prensado; CR – jaula con exterior fenólico; jaula de acero.
- Diámetro del barreno:  $\leq 3$  in.

Número de parte	d Barreno	D Barreno externo	C Ancho del anillo interior	B Ancho del anillo exterior	Número de bolas	Ángulo de contacto	Ce Carga dinámica (lbf)
<b>7205WN</b>	0.9843 in	2.0472 in	0.5906 in	0.5906 in	13	0.6981	3750
<b>7207WN</b>	1.378 in	2.8346 in	0.6693 in	0.6693 in	13	0.6981	6950
<b>7208WN</b>	1.5748 in	3.1496 in	0.7087 in	0.7087 in	14	0.6981	8150
<b>7209WN</b>	1.7717 in	3.3465 in	0.7480 in	0.748 in	14	0.6981	9150
<b>7210WN</b>	1.9685 in	3.5433 in	0.7874 in	0.7874 in	15	0.6981	9500
<b>7211WN</b>	2.1654 in	3.937 in	0.8268 in	0.8268 in	15	0.6981	11800
<b>7212WN</b>	2.3622 in	4.3307 in	0.8661 in	0.8661 in	15	0.6981	14300
<b>7303WN</b>	0.6693 in	1.8504 in	0.5512 in	0.5512 in	9	0.3491	4550
<b>7304WN</b>	0.7874 in	2.0472 in	0.5906 in	0.5906 in	10	0.6981	4400
<b>7305WN</b>	0.9843 in	2.4409 in	0.6693 in	0.6693 in	11	0.6981	5850
<b>7307WN</b>	1.378 in	3.1496 in	0.8268 in	0.8268 in	12	0.6981	9300
<b>7308WN</b>	1.5748 in	3.5433 in	0.9055 in	0.9055 in	12	0.6981	11400
<b>7312WN</b>	2.3622 in	5.1181 in	1.2205 in	1.2205 in	12	0.6981	22800

Número de parte	d Barreno	D Barreno externo	C Ancho del anillo interior	B Ancho del anillo exterior	Número de bolas	Ángulo de contacto	Ce Carga dinámica (lbf)
<b>7405W</b>	0.9843 in	3.1496 in	0.8268 in	0.8268 in	8	0.3491	12000
<b>7406W</b>	1.1811 in	3.5433 in	0.9055 in	0.9055 in	9	0.3491	15600
<b>7407W</b>	1.378 in	3.937 in	0.9843 in	0.9843 in	9	0.3491	18000
<b>7408W</b>	1.5748 in	4.3307 in	1.0630 in	1.063 in	10	0.3491	22400
<b>2MV9106WI</b>	1.1811 in	2.1654 in	0.5118 in	0.5118 in	14	0.2618	3770
<b>3MV9106WI</b>	1.1811 in	2.1654 in	0.5118 in	0.5118 in	14	0.4363	3600
<b>2MV9107WI</b>	1.378 in	2.4409 in	0.5512 in	0.5512 in	15	0.2618	4760
<b>3MV9107WI</b>	1.378 in	2.4409 in	0.5512 in	0.5512 in	15	0.4363	4540
<b>2MV9108WI</b>	1.5748 in	2.6772 in	0.5906 in	0.5906 in	16	0.2618	4920
<b>3MV9108WI</b>	1.5748 in	2.6772 in	0.5906 in	0.5906 in	16	0.4363	4670
<b>2MV9109WI</b>	1.7717 in	2.9528 in	0.6299 in	0.6299 in	17	0.2618	6080
<b>3MV9109WI</b>	1.7717 in	2.9528 in	0.6299 in	0.6299 in	17	0.4363	5760
<b>2MV9110WI</b>	1.9685 in	3.1496 in	0.6299 in	0.6299 in	18	0.2618	6270
<b>3MV9110WI</b>	1.9685 in	3.1496 in	0.6299 in	0.6299 in	18	0.4363	5910
<b>2MV9112WI</b>	2.3622 in	3.7402 in	0.7087 in	0.7087 in	19	0.2618	8730
<b>3MV9112WI</b>	2.3622 in	3.7402 in	0.7087 in	0.7087 in	19	0.4363	8290
<b>2MV204WI</b>	0.7874 in	1.8504 in	0.5512 in	0.5512 in	10	0.2618	3620
<b>3MV204WI</b>	0.7874 in	1.8504 in	0.5512 in	0.5512 in	10	0.4363	3490
<b>2MV205WI</b>	0.9843 in	2.0472 in	0.5906 in	0.5906 in	12	0.2618	4130

Número de parte	d Barreno	D Barreno externo	C Ancho del anillo interior	B Ancho del anillo exterior	Número de bolas	Ángulo de contacto	Ce Carga dinámica (lbf)
<b>3MV205WI</b>	0.9843 in	2.0472 in	0.5906 in	0.5906 in	12	0.4363	3950
<b>2MV206WI</b>	1.1811 in	2.4409 in	0.6299 in	0.6299 in	12	0.2618	5740
<b>3MV206WI</b>	1.1811 in	2.4409 in	0.6299 in	0.6299 in	12	0.4363	5490
<b>2MV207WI</b>	1.378 in	2.8346 in	0.6693 in	0.6693 in	12	0.2618	7580
<b>3MV207WI</b>	1.378 in	2.8346 in	0.6693 in	0.6693 in	12	0.4363	7240
<b>2MV208WI</b>	1.5748 in	3.1496 in	0.7087 in	0.7087 in	11	0.2618	9070
<b>3MV208WI</b>	1.5748 in	3.1496 in	0.7087 in	0.7087 in	11	0.4363	8690
<b>2MV209WI</b>	1.7717 in	3.3465 in	0.7480 in	0.748 in	13	0.2618	10200
<b>3MV209WI</b>	1.7717 in	3.3465 in	0.7480 in	0.748 in	13	0.4363	9700
<b>2MV210WI</b>	1.9685 in	3.5433 in	0.7874 in	0.7874 in	14	0.2618	10700
<b>3MV210WI</b>	1.9685 in	3.5433 in	0.7874 in	0.7874 in	14	0.4363	10200
<b>2MV211WI</b>	2.1654 in	3.937 in	0.8268 in	0.8268 in	14	0.2618	13200
<b>3MV211WI</b>	2.1654 in	3.937 in	0.8268 in	0.8268 in	14	0.4363	12600
<b>2MV212WI</b>	2.3622 in	4.3307 in	0.8661 in	0.8661 in	14	0.2618	16000
<b>3MV212WI</b>	2.3622 in	4.3307 in	0.8661 in	0.8661 in	14	0.4363	15200



**Base de datos de rodamientos de bolas del algoritmo genético.**

<b>Índice</b>	<b>No. De bolas</b>	<b>Diámetro de paso</b>	<b>Diámetro de las bolas</b>	<b>Ángulo de hélice</b>	<b>Carga dinámica</b>	<b>Modelo</b>
1	9	1.25985	0.375	0.34906585	4550	7303WN
2	10	1.3189	0.3125	0.26179939	3620	2MV204WI
3	10	1.3189	0.3125	0.43633231	3490	3MV204WI
4	10	1.4173	0.375	0.6981317	4400	7304WN
5	13	1.51575	0.3125	0.6981317	3750	7205WN
6	12	1.51575	0.3125	0.26179939	4130	2MV205WI
7	12	1.51575	0.3125	0.43633231	3950	3MV205WI
8	14	1.67325	0.28125	0.26179939	3770	2MV9106WI
9	14	1.67325	0.28125	0.43633231	3600	3MV9106WI
10	11	1.7126	0.4375	0.6981317	5850	7305WN
11	12	1.811	0.375	0.26179939	5740	2MV206WI
12	12	1.811	0.375	0.43633231	5490	3MV206WI
13	15	1.90945	0.3125	0.26179939	4760	2MV9107WI
14	15	1.90945	0.3125	0.43633231	4540	3MV9107WI
15	8	2.06695	0.6875	0.34906585	12000	7405W
16	13	2.1063	0.4375	0.6981317	6950	7207WN
17	12	2.1063	0.4375	0.26179939	7580	2MV207WI
18	12	2.1063	0.4375	0.43633231	7240	3MV207WI
19	16	2.126	0.3125	0.26179939	4920	2MV9108WI
20	16	2.126	0.3125	0.43633231	4670	3MV9108WI
21	12	2.2638	0.53125	0.6981317	9300	7307WN
22	9	2.3622	0.75	0.34906585	15600	7406W
23	14	2.3622	0.46875	0.6981317	8150	7208WN
24	11	2.3622	0.5	0.26179939	9070	2MV208WI
25	11	2.3622	0.5	0.43633231	8690	3MV208WI
26	17	2.36225	0.34375	0.26179939	6080	2MV9109WI
27	17	2.36225	0.34375	0.43633231	5760	3MV9109WI
28	12	2.55905	0.59375	0.6981317	11400	7308WN

29	18	2.55905	0.34375	0.26179939	6270	2MV9110WI
30	18	2.55905	0.34375	0.43633231	5910	3MV9110WI
31	14	2.5591	0.5	0.6981317	9150	7209WN
32	13	2.5591	0.5	0.26179939	10200	2MV209WI
33	13	2.5591	0.5	0.43633231	9700	3MV209WI
34	9	2.6575	0.812	0.34906585	18000	7407W
35	15	2.7559	0.5	0.6981317	9500	7210WN
36	14	2.7559	0.5	0.26179939	10700	2MV210WI
37	14	2.7559	0.5	0.43633231	10200	3MV210WI
38	10	2.95275	0.875	0.34906585	22400	7408W
39	15	3.0512	0.5625	0.6981317	11800	7211WN
40	14	3.0512	0.5625	0.26179939	13200	2MV211WI
41	14	3.0512	0.5625	0.43633231	12600	3MV211WI
42	19	3.0512	0.40625	0.26179939	8730	2MV9112WI
43	19	3.0512	0.40625	0.43633231	8290	3MV9112WI
44	15	3.34645	0.625	0.6981317	14300	7212WN
45	14	3.34645	0.625	0.26179939	16000	2MV212WI
46	14	3.34645	0.625	0.43633231	15200	3MV212WI
47	12	3.74015	0.875	0.6981317	22800	7312WN

***Base de datos de pasos diametrales estándar.***

<b>Pd</b>
2
3
4
5
6
8
10
12
16
20
24
32
48
64
80

# APÉNDICE D, Programa de optimización dinámica.

## Programa: PrincipalGA.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programa          principal          diseño          Algoritmos
Geneticos%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
filename='Datos.xlsx';
%Datos de entrada
[num]=ReadData(filename,'B2','B5','Datos entrada geometria');
r=num(1)/num(2);          %Relación de reducción real
Npop=25;                  %Numero de cromosomas
Nvar=5;                   %No. Genes (Variables de diseño)
Gen=600;                  %Numero de generaciones
rmin=round(r*(1-num(4)),3);
rmax=round(r*(1+num(3)),3);
n2min=round(18*r);
ub=[47 47 200 15 rmax];  %Bordes superiores
lb=[1 1 n2min 1 rmin];  %Bordes inferiores
Nkeep=.4;                %Población apareamiento
Nmut=.1;                  %Población mutada

%Poblacion inicial
[pop]=InitialPopulation(Npop,Nvar,ub,lb);
%Base de datos de Rodamientos
B= xlsread('Bearings.xlsx');
%Datos de entrada
[InputData]=AllDataInput(filename);
%Valores interpolados de J
[J20,J25]=InterpolacionJ();

Sol=zeros(1,Gen);
Best=zeros(Gen,Nvar);
ffbest=zeros(Gen,11);
for i=1:Gen
%Selecciona la población para reproducirse
```

```

[Selpop,NumKeep,sol,bestva,fbest]=Selecpop(pop,Npop,Nvar,Nkeep,B,num(1),InputData,J20,J25);
%Emparejamiento
[PairingMat,NumPair]=Pairing(Npop,NumKeep);
%Apareamiento
[SpringMat]=Mating(Selpop,Nvar,PairingMat,NumPair);
pop=[Selpop;SpringMat];
%Mutación
[pop]=Mutation(pop,Nmut,Npop,Nvar,ub,lb);
%Mejores valores
    Sol(1,i)=sol;
    Best(i,:)=bestva;
    ffbest(i,:)=fbest;
end
plot(Sol)
title('Convergencia Algoritmo Genético')
xlabel('Generaciones')
ylabel('Distancia mínima entre Frecuencias')
R=SaveBestValues(filename,B,Best,ffbest,Gen,InputData,J20,J25);

```

### **Programa: InitialPopulation.m**

```

function[pop]=InitialPopulation(Npop,Nvar,ub,lb)
%Esta función genera la población inicial
%Normalized matrix
pop=rand(Npop,Nvar);           %Poblacion
%%Unnormalized matrix
for i=1:Npop
    for j=1:Nvar
        if (j<5)
            pop(i,j)=round((ub(j)-lb(j))*pop(i,j)+lb(j));
        else
            pop(i,j)=(ub(j)-lb(j))*pop(i,j)+lb(j);
        end
    end
end
end

```

### Programa: Selecpop.m, Función objetivo: mínimo maximo

```
function[Selecpop,NumKeep,sol,bestva,fbest]=Selecpop(pop,Npop,Nvar,Nkeep,B,  
w,InputData,J20,J25)
```

```
%%%Esta función selecciona a los individuos más aptos de la poblacion%%%
```

```
%w=frecuencia del piñón
```

```
%kind=Tipo de engrane, 1=recto 2=helicoidal
```

```
dmin=w*.1; %Distancia min entre frecuencia
```

```
aux=zeros(1,11);
```

```
d=zeros(1,10);
```

```
fpop=zeros(Npop,11);
```

```
fitpop=zeros(Npop,1);
```

```
for k=1:Npop
```

```
    aux(10)=w; %Frecuencia del piñón
```

```
    Ntp=round(pop(k,3)/pop(k,5)); %Dientes del piñón
```

```
    aux(11)=w/(pop(k,3)/Ntp); %Frecuencia de la corona
```

```
    for i=1:2
```

```
        %Frecuencias de los rodamientos
```

```
        aux(1+(i-
```

```
1)*4)=(B(pop(k,i),1)/2)*(1+(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
```

```
        aux(2+(i-1)*4)=(B(pop(k,i),1)/2)*(1-
```

```
(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
```

```
        aux(3+(i-1)*4)=(1/2)*(1-
```

```
(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
```

```
        aux(4+(i-1)*4)=(B(pop(k,i),2)/B(pop(k,i),3))*(1-
```

```
((B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2)*(cos(B(pop(k,i),4))))^2))*aux(9+i);
```

```
    end
```

```
    %Frecuencia del tren de engranaje
```

```
    aux(9)=pop(k,3)*aux(11);
```

```
    fpop(k,:)=aux;
```

```
    aux=sort(aux);
```

```
    %%%%%%%%%%%%%Función costo%%%%%%%%%
```

```

for r=1:10
    d(r)=abs(aux(r+1)-aux(r));
    %Aplicamos restricciones
    if d(r)<dmin
        cte=(dmin-d(r))/dmin;
    else
        cte=0;
    end
    [cZn,cYn1,cYn2,Wt]=GearsLife(InputData,pop(k,4),Ntp,pop(k,3),J20,J25);
    [k1,k2]=BearingLoad(Wt,degtorad(InputData(2)),B(pop(k,1),5),B(pop(k,2),5));
    d(r)=d(r)-cte*d(r)-(cZn*d(r))-(cYn1*d(r))-(cYn2*d(r))-(k1*d(r))-(k2*d(r));
end
fitpop(k)=min(d);
aux=zeros(1,11);
d=zeros(1,10);
end
 [~,Index]=sort(fitpop,'descend');
NumKeep=round(Nkeep*Npop);
Selecpop=zeros(NumKeep,Nvar);
for j=1:NumKeep
    Selecpop(j,:)=pop(Index(j),:);
end
bestva=pop(Index(1),:);
sol=fitpop(Index(1));
fbest=fpop(Index(1),:);

```

### Programa: Selecpop.m, Función objetivo: Sumatoria ponderada

```
function [Selecpop,NumKeep,sol,bestva]=Selecpop(pop,Npop,Nvar,Nkeep,B)
%%Esta función selecciona a los individuos más aptos de la poblacion%%
w=1750; %Frecuencia de operacion piñon
min=150; %Distancia min entre frecuencia
aux=zeros(1,11);
d=zeros(1,10);
dm=zeros(1,10);
fitpop=zeros(Npop,1);
for k=1:Npop
    aux(10)=w; %Frecuencia del piñon
    Ntp=round(pop(k,3)/pop(k,4)); %Dientes del piñon
    aux(11)=w/(pop(k,3)/Ntp); %Frecuencia de la corona
    for i=1:2
        %Frecuencias de los rodamientos
        aux(1+(i-
1)*4)=(B(pop(k,i),1)/2)*(1+(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
        aux(2+(i-1)*4)=(B(pop(k,i),1)/2)*(1-
(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
        aux(3+(i-1)*4)=(1/2)*(1-
(B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2))*cos(B(pop(k,i),4)))*aux(9+i);
        aux(4+(i-1)*4)=(B(pop(k,i),2)/B(pop(k,i),3))*(1-
((B(pop(k,i),3)/B(pop(k,i),2)*(cos(B(pop(k,i),4))))^2))*aux(9+i);
    end
    %Frecuencia del tren de engranaje
    aux(9)=pop(k,3)*aux(11);
    aux=sort(aux);
    %%%%%%%%%%%%%Función costo%%%%%%%%%%%%
for r=1:10
    d(r)=abs(aux(r+1)-aux(r));
    %Aplicamos restricciones
```



```

    if d(r)<min
        cte=(min-d(r))/min;
        d(r)=d(r)-cte*d(r);
    end
    if r<10
        dm(r)=.099*d(r);
    else
        dm(r)=.01*d(r);
    end
end
fitpop(k)=sum(dm);
aux=zeros(1,11);
end
%fitpop
[~,Index]=sort(fitpop,'descend');
NumKeep=round(Nkeep*Npop);
Selecpop=zeros(NumKeep,Nvar);
for j=1:NumKeep
    Selecpop(j,:)=pop(Index(j),:);
end
bestva=pop(Index(1),:);
sol=fitpop(Index(1));
%Selecpop

```

### **Programa: Pairing.m**

```

function [PairingMat,NumPair]=Pairing(Npop,NumKeep)
NumPair=Npop-NumKeep;
ma=ceil(NumKeep*rand(1,NumPair));
pa=ceil(NumKeep*rand(1,NumPair));
PairingMat=[ma;pa];

```

### Programa: Mating.m

```
function[SpringMat]=Mating(Selecpop,Nvar,PairingMat,NumPair)
```

```
    %%%Programa para generar descendencia%%%
```

```
SpringMat=zeros(NumPair,Nvar);
```

```
for i=1:NumPair
```

```
    alpha=ceil(rand*Nvar);          %Punto de cruza
```

```
    if (alpha == 1)
```

```
        start=2;
```

```
        final=Nvar;
```

```
        if mod(i,2)
```

```
            SpringMat(i,1)=Selecpop(PairingMat(1,i),1);
```

```
        else
```

```
            SpringMat(i,1)=Selecpop(PairingMat(2,i),1);
```

```
        end
```

```
    elseif (alpha == Nvar)
```

```
        start=1;
```

```
        final=Nvar-1;
```

```
        if mod(i,2)
```

```
            SpringMat(i,Nvar)=Selecpop(PairingMat(1,i),Nvar);
```

```
        else
```

```
            SpringMat(i,Nvar)=Selecpop(PairingMat(2,i),Nvar);
```

```
        end
```

```
    else
```

```
        start=alpha+1;
```

```
        final=Nvar;
```

```
        if mod(i,2)
```

```
            SpringMat(i,1:alpha)=Selecpop(PairingMat(1,i),1:alpha);
```

```
        else
```

```
            SpringMat(i,1:alpha)=Selecpop(PairingMat(2,i),1:alpha);
```

```
        end
```

```
    end
```

```

beta=rand(1,1);
for j=start:final
    if mod(i,2)
        SpringMat(i,j)=Selecpop(PairingMat(1,i),j)-
beta*(Selecpop(PairingMat(1,i),j)-Selecpop(PairingMat(2,i),j));
    else
        SpringMat(i,j)=Selecpop(PairingMat(2,i),j)-
beta*(Selecpop(PairingMat(2,i),j)-Selecpop(PairingMat(1,i),j));
    end
    if (j<5)
        SpringMat(i,j)=round(SpringMat(i,j));
    end
end
SpringMat(i,1:Nvar);
end

```

### **Programa: Mutation.m**

```
function[pop]=Mutation(pop,Nmut,Npop,Nvar,ub,lb)
```

```
Varmut=round(Nmut*Nvar*Npop); %Número de variables que van a mutar
```

```
Mcol=ceil(Nvar*rand(1,Varmut));
```

```
Mrow=ceil(Npop*rand(1,Varmut));
```

```
for i=1:Varmut
```

```
    if (Mcol(i)<5)
```

```
        pop(Mrow(i),Mcol(i))=round((ub(Mcol(i))-lb(Mcol(i)))*rand(1,1)+lb(Mcol(i)));
```

```
    else
```

```
        pop(Mrow(i),Mcol(i))=(ub(Mcol(i))-lb(Mcol(i)))*rand(1,1)+lb(Mcol(i));
```

```
    end
```

```
end
```

### Programa: AllDataInput.m

```
function[InputData]=AllDataInput(filename)
```

```
%Datos entrada geometria
```

```
[GearGeometry]=ReadData(filename,'B6','B7','Datos entrada geometria');
```

```
%Datos de entrada factores
```

```
[FactorDistribucion]=ReadData(filename,'B2','B6','Datos de entrada factores');
```

```
[FactorDureza]=ReadData(filename,'B8','B10','Datos de entrada factores');
```

```
[CargaTangencial]=ReadData(filename,'B12','B12','Datos de entrada factores');
```

```
[FactorConfiabilidad]=ReadData(filename,'B14','B14','Datos de entrada factores');
```

```
[FactoresSeguridad]=ReadData(filename,'B15','B16','Datos de entrada factores');
```

```
[FactorDinamico]=ReadData(filename,'D2','D5','Datos de entrada factores');
```

```
[FactorOrilla]=ReadData(filename,'D7','D7','Datos de entrada factores');
```

```
[CoeficienteElastico]=ReadData(filename,'D9','D12','Datos de entrada factores');
```

```
[FactorSobrecarga]=ReadData(filename,'D14','D15','Datos de entrada factores');
```

```
[OtrosFactores]=ReadData(filename,'D16','D17','Datos de entrada factores');
```

```
[FactoresZnYn]=ReadData(filename,'F10','F17','Datos de entrada factores');
```

```
InputDataFactors=[FactorDistribucion;      FactorDureza;      CargaTangencial;
```

```
FactorConfiabilidad;FactoresSeguridad; ...
```

```
FactorDinamico; FactorOrilla; CoeficienteElastico; FactorSobrecarga;
```

```
OtrosFactores; FactoresZnYn];
```

```
InputData=[GearGeometry; InputDataFactors];
```

**Programa: round\_two.m**

```
function [ output ] = round_two( input )
multiplier=1;
flag = 0;
i=-10;
while (flag==0)
    if (abs(input)<(multiplier*(10^(i+1))))
        flag=1;
    end
    i=i+1;
end
output=round(input/(10^(i-2)));
output =output*10^(i-2);
end
```

**Programa: BearingLoad.m**

```
function[k1,k2]=BearingLoad(Wt,PhiN,B1,B2)
k=3; %Constante para rodamientos de bolas
Wr=Wt*tan(PhiN);
Fr=(Wr/2)+(Wt/2);
Ld1=((B1/Fr)^3)*1e+6;
Ld2=((B2/Fr)^3)*1e+6;
if Ld1>1e+6
    k1=0;
else
    k1=(1e+6-Ld1)/1e+6;
end
if Ld2>1e+6
    k2=0;
else
    k2=(1e+6-Ld2)/1e+6;
end
```

### Programa: GearsLife.m

```
function[cZn,cYn1,cYn2,Wt]=GearsLife(InputData,Pd,n1,n2,J20,J25)
%cZn=Constante para penalidad del factor por ciclos de esfuerzos
    %resistencia a la picadura
%cYn=Constantes para penalidad del factor por ciclos de esfuerzos para la
    %resistencia a la flexión
%InputData= Datos de diseño proporcionados por el usuario
%Pd=Paso diametral, dato por GA
%n1=Dientes del piñón
%n2=Dientes de la corona
Phi=degtorad(InputData(2));
[Do1,Do2,ht,F,mG]=GeometriaEngranEsRectosGA(n1,n2,Pd);
[l,d]=GeometriaEngraneRecto_Factorl(n1,n2,InputData(1),Pd,Phi);
%Factor de geometria J
k1=n1-17;
k2=n1-17;
if k1 < 1
    k1=1;
end
if k2<1
    k2=1;
end
if InputData(2)==20
    J1=J20(k1);
    J2=J20(k2);
else
    J1=J25(k1);
    J2=J25(k2);
end
[Cp]=CoeficienteElastico(InputData(20),InputData(21),InputData(22),InputData(23)
);
[Wt]=FuerzaTangencialTransmitida(InputData(11),n1,d);
[Ko]=FactorSobrecargaKo(InputData(24),InputData(25));
[Kv1,Kv2,Av1,Av2]=FactorVelocidadKv(Pd,Do1,Do2,InputData(17),InputData(18),I
nputData(15),InputData(16));
[Ks]=FactorTamanoKs(Pd);
[Km]=FactorDistribucionCargaKm(InputData(3),InputData(4),InputData(5),InputDat
a(6),F,d,InputData(7));

%Número de esfuerzo de contacto Sc
```

```
[Sc]=ResistenciaPicadura(Cp,Wt,Ko,Kv1,Ks,Km,d,F,InputData(26),l);
```

```
[CH1,CH2]=FactorRelacionDurezaCH(InputData(9),InputData(10),InputData(11),m  
G);
```

```
[KR]=FactorConfiabilidadKR(InputData(12));
```

```
[Kb]=FactorEspesorOrillaKb(InputData(19),ht);
```

```
%Constante de resistencia a la picadura para penalizar a los cromosomas
```

```
Zn1=(Sc*InputData(14)*InputData(27)*KR)/(InputData(32)*CH1);
```

```
Zn2=(Sc*InputData(14)*InputData(27)*KR)/(InputData(34)*CH2);
```

```
if Zn1<InputData(28)
```

```
    cZn=0;
```

```
else
```

```
    cZn=(Zn1-InputData(28))/Zn1;
```

```
end
```

```
%Número de esfuerzo flexionante St
```

```
[St1,St2]=ResistenciaFlexion(Wt,Ko,Kv1,Kv2,Ks,Pd,F,Km,Kb,J1,J2);
```

```
%Constante de esfuerzo flexionante para penalizar
```

```
Yn1=(St1*InputData(13)*InputData(27)*KR)/InputData(33);
```

```
Yn2=(St2*InputData(13)*InputData(27)*KR)/InputData(35);
```

```
if Yn1<InputData(29)
```

```
    cYn1=0;
```

```
else
```

```
    cYn1=(Yn1-InputData(29))/Yn1;
```

```
end
```

```
if Yn2<InputData(31)
```

```
    cYn2=0;
```

```
else
```

```
    cYn2=(Yn2-InputData(31))/Yn2;
```

```
end
```

**Programa: CoeficienteElastico.m**

```
function[Cp]=CoeficienteElastico(vp,vg,Ep,Eg)
% Cp=Coeficiente elástico
% vp=Relación de Poisson para el piñón
% vg=Relación de Poisson para el engrane
% Ep=Módulo de elasticidad del piñón (lb/in^2)
% Eg=Módulo de elasticidad de la corona (lb/in^2)
Cp=sqrt(1/(pi*(((1-vp^2)/Ep)+((1-vg^2)/Eg))));
```

**Programa: FactorConfiabilidadKR.m**

```
function [KR]=FactorConfiabilidadKR(Opcion)
% KR=Factor de confiabilidad
% Opcion=Falla en x operaciones
switch Opcion
    case 1
        %Menos de una falla en 10,000
        KR=1.50;
    case 2
        %Menos de una falla en 1,000
        KR=1.25;
    case 3
        %Menos de una falla en 100
        KR=1.00;
    case 4
        %Menos de una falla en 10
        KR=0.85;
    otherwise
        %Menos de una falla en 2
        KR=0.70;
End
```

**Programa: FactorEspesorOrillaKb.m**

```
function[Kb]=FactorEspesorOrillaKb(tr,ht)
if tr==0
    Kb=1.0;
else
    mB=tr/ht;
    if mB<1.2
        Kb=1.6*log(2.242/mB);
    else
        Kb=1.0;
    end
end
```



**Programa: FactorDistribucionCargaKm.m**

```
function[Km]=FactorDistribucionCargaKm(CMC,DR,DA,TS,FW,DPP,CE)
```

```
%CMC=Modificación de hélice, si=.8,no=1
```

```
%DR=Distancia entre rodamientos
```

```
%DA=Distancia al apoyo mas cercano
```

```
%TS=1 Abierto, 2 Cerrado calidad comun, 3 Cerrado preciso,
```

```
%4 Cerrado alta precision
```

```
%CE=Modificador factor alineacion, .8 lapeado, 1 default
```

```
RF=FW/10/DPP;
```

```
if (RF < 0.05)
```

```
    RF=0.05;
```

```
end
```

```
if (FW <=1)
```

```
    CPF=RF-0.025;
```

```
elseif (FW <= 17)
```

```
    CPF=RF-0.0375+0.0125*FW;
```

```
elseif (FW<=40)
```

```
    CPF=RF-0.1109+0.0207*FW-0.000228*FW^2;
```

```
else
```

```
    CPF=0;
```

```
end
```

```
S1=abs(DR/2-DA);
```

```
S1S=S1/DR;
```

```
if (S1S< 0.175)
```

```
    CPM=1;
```

```
else
```

```
    CPM=1.1;
```

```
end
```

```
if (TS==1)
```

```
    c=0.247;
```

```
    d=0.0167;
```

```
    e=-0.0000765;
```

```
elseif(TS==2)
```

```
    c=0.127;
```

```
    d=0.0158;
```

```
    e=-0.0001093;
```

```
elseif(TS==3)
```

```
    c=0.0675;
```

```
    d=0.0128;
```

```
    e=-0.0000926;
```

```
else
```

```
    c=0.038;
```

```
    d=0.0102;
```

```
    e=-0.0000822;
```

```
end
```

```
CMA=c+d*FW+e*FW^2;
```

```
Km=1+CMC*(CPF*CPM+CMA*CE);
```

**Programa: FactorRelaciónDurezaCH.m**

```
function[CH1,CH2]=FactorRelacionDurezaCH(HBP,HBG,fp,mG)
%1=Piñón
%2=Corona
%CH1,CH2=Factor de relación de dureza
%HBP=Dureza Brinell del piñón
%HBG=Dureza Brinell de la corona
CH1=1.0;
Ratio=HBP/HBG;

if HBP > 451 && HBG >180 && HBG < 400
    if fp>64
        CH2=1.0;
    else
        B=0.00075*exp(-0.0112*fp);
        CH2=1.0+B*(450-HBG);
    end
else
    if Ratio < 1.2
        A=0;
    elseif Ratio >1.7
        A=0.00698;
    else
        A=0.00898*Ratio-0.00829;
    end
    CH2=1.0+A*(mG-1.0);
End
```

**Programa: FactorSobrecargaKo.m**

```
function[Ko]=FactorSobrecargaKo(Fuente,MImpulsada)
%Ko=Factor de sobrecarga
%Fuente=Fuente de potencia del sistema
%MImpulsada=Maquina impulsada

switch Fuente
    case 1 %Uniforme
        switch MImpulsada
            case 1 %Uniforme
                Ko=1.0;
            case 2 %Choque ligero
                Ko=1.25;
            case 3 %Choque moderado
                Ko=1.5;
            otherwise %Choque pesado
                Ko=1.75;
        end
    case 2 %Choque ligero
        switch MImpulsada
            case 1 %Uniforme
                Ko=1.20;
```

```

        case 2 %Choque ligero
            Ko=1.40;
        case 3 %Choque moderado
            Ko=1.75;
        otherwise %Choque pesado
            Ko=2.25;
    end
    otherwise %Choque moderado
        switch MImpulsada
            case 1 %Uniforme
                Ko=1.30;
            case 2 %Choque ligero
                Ko=1.70;
            case 3 %Choque moderado
                Ko=2.00;
            otherwise %Choque pesado
                Ko=2.75;
        end
    end
end

```

**Programa: FactorTamañoKs**

```

function [Ks]=FactorTamañoKs(Pd)
%Ks=Factor de tamaño decidido
%Pd=Paso diametral
if Pd >= 5
    Ks=1.00;
elseif Pd==4
    Ks=1.05;
elseif Pd==3
    Ks=1.15;
elseif Pd==2
    Ks=1.25;
else
    Ks=1.40;
End

```

**Programa: FactorVelocidadKv.m**

```

function [Kv1,Kv2,Av1,Av2]=FactorVelocidadKv(Pnd,de1,de2,f_pt1,f_pt2,Av1,Av2)
%1=piñón
%2=corona
%Pnd=Paso diametral normal
%de1,de2=diametro exterior
%f_pt=Desviación singular de paso
%Kv1,Kv2=Factor de velocidad
%dT=Tolerancia de diametro
if Av1==0
    dT1=de1-(2/Pnd);
    if dT1<15.75 && dT1>0.20
        a1=log1p(0.0254*abs(f_pt1))/0.3466;
        b1=log1p((7.62/Pnd)+0.0762*dT1+5.2)/0.3466;
    end
end

```

```

    Av1=ceil(a1+b1+5);
elseif dT1>15.75 && dT1<39.37
    a1=log1p(0.0254*abs(f_pt1))/0.3466;
    b1=log1p((7.62/Pnd)+0.6048*(dT1^0.5)+4)/0.3466;
    Av1=ceil(a1+b1+5);
else
    warning('dt1, Tolerancia fuera de los limites, no apta para AGMA 2001-D04')
end
end
if Av2==0
    dT2=de2-(2/Pnd);
    if dT2<15.75 && dT2>0.20
        a2=log1p(0.0254*abs(f_pt2))/0.3466;
        b2=log1p((7.62/Pnd)+0.0762*dT2+5.2)/0.3466;
        Av2=ceil(a2+b2+5);
    elseif dT2>15.75 && dT2<39.37
        a2=log1p(0.0254*abs(f_pt2))/0.3466;
        b2=log1p((7.62/Pnd)+0.6048*(dT2^0.5)+4)/0.3466;
        Av2=ceil(a2+b2+5);
    else
        warning('dt2, Tolerancia fuera de los limites, no apta para AGMA 2001-D04')
    end
end
end

B1=0.25*((Av1-5.0)^0.667);
B2=0.25*((Av2-5.0)^0.667);
C1=50+56*(1.0-B1);
C2=50+56*(1.0-B2);
vt1Max=(C1+(14-Av1))^2;
vt2Max=(C2+(14-Av2))^2;

Kv1=(C1/(C1+sqrt(vt1Max)))^-B1;
Kv2=(C2/(C2+sqrt(vt2Max)))^-B2;

```

#### **Programa: FuerzaTangencialTransmitida**

```

function[Wt]=FuerzaTangencialTransmitida(P,n1,d)
%P=Ptencia transmitida en hp
%n1=número de dientes del piñón
%d=diametro operativo de paso
vt=(pi*n1*d)/12;
Wt=(33000*P)/vt;

```

#### **Programa: GeometriaEngraneRectoFactorl.m**

```

function[l,d]=GeometriaEngraneRecto_Factorl(n1,n2,Cr,Pd,PhiN)
%Geometría de engranes rectos basada en las norma AGMA 908-B89 para el calculo del
factor de geometría l
%Todos los ángulos en radianes
%%Nomenclatura%%
%1 =piñón

```

```

%2 =corona
%n2=dientes de la corona
%n1=dientes del piñón
%Pd=paso diametral
%PhiN=Ángulo de presión transversal normal
%Cr=Distancia operativa entre centros
%x1 y x2=0, por ser engranes rectos estándar
x1=0;
x2=0;
Cr=Cr*Pd;          %Ajustamos el valor de acuerdo a la norma
psi=0;            %Angulo de helice
mG=n2/n1;         %Relación de reducción
R1=n1/(2*cos(psi)); %Radio de paso estándar piñón
R2=R1*mG;         %Radio de paso estándar corona
%Angulo de presión transversal estandar*
Phi=atan(tan(PhiN)/cos(psi));
Rb1=R1*cos(Phi);  %Radio base del piñón
Rb2=Rb1*mG;       %Radio de base corona
%Angulo de presion transversal operativo
PhiR=acos((Rb2+Rb1)/Cr);
Pb=(2*pi*Rb1)/n1; %Paso base transversal
%Diametro exterior o diametro de adendo
Do1=((n1/cos(psi))+2*(1+x1));
Do2=((n2/cos(psi))+2*(1+x2));
%Do1 y Do2 en radios
Ro1=(Do1)/2;
Ro2=(Do2)/2;

%%Longitudes derivadas de la línea acción%%
C6=Cr*sin(PhiR);
C1=C6-sqrt(Ro2^2-Rb2^2);
C3=C6/(mG+1);
C4=C1+Pb;          %HPSTC
C5=sqrt(Ro1^2-Rb1^2);
C2=C5-Pb;          %LPSTC
Z=C5-C1;
%%Relaciones de contacto%%
mP=Z/Pb;          %Relación de contacto transversal
mF=0.0;           %Relación de contacto axial*

%Relación de carga compartida*, relacionado con el error 01
mN=1.0;

%%%%%%%%%Datos para el factor l%%%%%%%%%
Rho1=C2;          %Radio de curvatura en el LPSTC piñón*
Rho2=C6-Rho1;    %Radio de curvatura en el LPSTC corona*
Cpsi=1.0;        %Factor de sobrelapamiento helicoidal*
d=(2*Cr)/(mG+1); %Diametro de paso operativo del piñón*

l=round_two((cos(PhiR)*(Cpsi^2))/(((1/Rho1)+(1/Rho2))*d*mN));

```

**Programa: InterpolacionJ.m**

```
function[J20,J25]=InterpolacionJ()
%Engranés rectos 20°
x1=[12 15 17 20 24 30 35 45 60 80 125 275];
y1=[.2 .22 .23 .24 .25 .26 .27 .28 .285 .291 .3 .31];
r=18:200;
J20=spline(x1,y1,r);
%Engranés rectos 25°
x2=[12 13 15 16 18 21 24 28 35 45 60 80 125 275];
y2=[.27 .275 .2825 .29 .30 .31 .32 .33 .34 .35 .36 .37 .378 .384];
J25=spline(x2,y2,r);
```

**Programa: GeometriaEngranésRectosGA.m**

```
function[Do1,Do2,ht,F,mG]=GeometriaEngranésRectosGA(n1,n2,Pd)
```

```
%n1=no. dientes piñón
%n2=no. dientes corona
%Pd=Paso diametra
%PhiN=Angulo de presión normal estándar
d1=n1/Pd;           %Diametro de paso (o referencia)piñón
d2=n2/Pd;           %Diametro de paso (o referencia)corona
a=1/Pd;            %Addendum
b=1.25/Pd;         %Dedendum
ht=a+b;            %Profundidad del diente
Do1=d1+2*a;        %Diametro exterior piñón
Do2=d2+2*a;        %Diametro exterior corona
F=12/Pd;           %Ancho de cara
if (F/d1)>2
    F=d1;
end
mG=n2/n1;
```

**Programa: GeometriaReductorEngranésRectos.m**

```
function[r,cs,pc,a,b,c,ht,hk,mf,F,d1,d2,db1,db2,do1,do2]=GeometriaReductorEngranésRectos(n1,n2,Pd,PhiN)
```

```
%Esta función calcula la geometría de una reducción de engranes rectos
%estándar
%n1=no. dientes piñón
%n2=no. dientes corona
%Pd=Paso diametra
%PhiN=Angulo de presión normal estándar
r=n2/n1;           %Relación de reducción real
d1=n1/Pd;          %Diametro de paso (o referencia)piñón
d2=n2/Pd;          %Diametro de paso (o referencia)corona
cs=(n1+n2)/(2*Pd); %Distancia entre centros teórica
pc=(pi*d1)/n1;     %Paso circular
a=1/Pd;            %Addendum
b=1.25/Pd;         %Dedendum
c=b-a;             %Holgura
ht=a+b;            %Profundidad del diente
hk=2*a;            %Profundidad de trabajo
```

```

db1=d1*cos(PhiN);           %Diametro de base piñón
db2=d2*cos(PhiN);           %Diametro de base corona
do1=d1+2*a;                  %Diametro exterior piñón
do2=d2+2*a;                  %Diametro exterior corona
rb1=db1/2;
rb2=db2/2;
ro1=do1/2;
ro2=do2/2;
%Relación de contacto entre engranes
mf=(sqrt(ro1^2-rb1^2)+sqrt(ro2^2-rb2^2)-cs*sin(PhiN))/(pc*cos(PhiN));
F=12/Pd;                      %Ancho de cara
if (F/d1)>2
    F=d1;
End

```

#### **Programa: ResistenciaFlexion.m**

```

function[st1,st2]=ResistenciaFlexion(Wt,Ko,Kv1,Kv2,Ks,Pd,F,Km,Kb,J1,J2)
st1=Wt*Ko*Kv1*Ks*(Pd/F)*((Km*Kb)/J1);
st2=Wt*Ko*Kv2*Ks*(Pd/F)*((Km*Kb)/J2);

```

#### **Programa: ResitenciaPicadura.m**

```

function[Sc]=ResistenciaPicadura(Cp,Wt,Ko,Kv,Ks,Km,d,F,Cf,l)
%%Esta función obtiene el número de esfuerzo de contacto
Sc=Cp*sqrt(Wt*Ko*Kv*Ks*(Km/(d*F))*(Cf/l));

```

#### **Programa:GearsLifeForSaving.m**

```

function[l,Cp,Wt,Ko,Kv1,Kv2,Av1,Av2,Ks,Km,KR,Kb,CH1,CH2,J1,J2,Sc,St1,St2,Zn1,Zn2,
Yn1,Yn2]=GearsLifeForSaving(InputData,Pd,n1,n2,J20,J25,Do1,Do2,ht,F,mG)
%InputData= Datos de diseño proporcionados por el usuario
%Pd=Paso diametral, dato por GA
%n1=Dientes del piñón
%n2=Dientes de la corona
Phi=degtorad(InputData(2));
[l,d]=GeometriaEngraneRecto_Factorl(n1,n2,InputData(1),Pd,Phi);
%Factor de geometria J
k1=n1-17;
k2=n1-17;
if k1 < 1
    k1=1;
end
if k2<1
    k2=1;
end
if InputData(2)==20
    J1=J20(k1);
    J2=J20(k2);
else
    J1=J25(k1);
    J2=J25(k2);
end

```

```
[Cp]=CoeficienteElastico(InputData(20),InputData(21),InputData(22),InputData(23));
[Wt]=FuerzaTangencialTransmitida(InputData(11),n1,d);
[Ko]=FactorSobrecargaKo(InputData(24),InputData(25));
[Kv1,Kv2,Av1,Av2]=FactorVelocidadKv(Pd,Do1,Do2,InputData(17),InputData(18),InputData(15),InputData(16));
[Ks]=FactorTamanoKs(Pd);
[Km]=FactorDistribucionCargaKm(InputData(3),InputData(4),InputData(5),InputData(6),F,d,InputData(7));
```

**Programa: ReadData.m**

```
function[num]=ReadData(filename,startrange,endrange,sheet)
xlRange=strcat(startrange,':',endrange);
num=xlsread(filename,sheet,xlRange);
```

**Programa: SaveBestValues.m**

```
function[a]=SaveBestValues(filename,B,Best,ffbest,Gen,InputData,J20,J25)
%Escribimos las frecuencias de los valores 1° Generación y última
%generación
xlswrite(filename,transpose(ffbest(1,:)),'Resultado GA','F2')
xlswrite(filename,transpose(ffbest(Gen,:)),'Resultado GA','I2')

%Escribimos los datos de los valores óptimos del engrane 1° Generación
xlswrite(filename,Best(1,3),'Resultado GA','B3')
Np=round(Best(1,3)/Best(1,5));
xlswrite(filename,Np,'Resultado GA','B2')
%Escribimos los datos del rodamiento 1, 1° Generación
xlswrite(filename,transpose(B(Best(1,1),1:4)),'Resultado GA','B4')
xlswrite(filename,Best(1,1),'Resultado GA','B8')
%Escribimos los datos del rodamiento 2, 1° Generación
xlswrite(filename,transpose(B(Best(1,2),1:4)),'Resultado GA','B9')
xlswrite(filename,Best(1,2),'Resultado GA','B13')

%Escribimos los datos de los valores óptimos del engrane última generación
xlswrite(filename,Best(Gen,3),'Resultado GA','D3')
```



```

Np=round(Best(Gen,3)/Best(Gen,5));
xlswrite(filename,Np,'Resultado GA','D2')
%Escribimos los datos del rodamiento 1, 1° Generación
xlswrite(filename,transpose(B(Best(Gen,1),1:4)),'Resultado GA','D4')
xlswrite(filename,Best(Gen,1),'Resultado GA','D8')
%Escribimos los datos del rodamiento 2, 1° Generación
xlswrite(filename,transpose(B(Best(Gen,2),1:4)),'Resultado GA','D9')
xlswrite(filename,Best(Gen,2),'Resultado GA','D13')

%Escribimos los valores de la geometría de los engranes optimizados
[r,cs,pc,a,b,c,ht,hk,mf,F,d1,d2,db1,db2,do1,do2]=GeometriaReductorEngranesRec
tos(Np,Best(Gen,3),Best(Gen,4),degtorad(InputData(2)));
A=[Np Best(Gen,3)];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','B3')
A=[Best(Gen,4);r;cs;pc;a;b;c;ht;hk;mf;F];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','D4')
A=[d1 d2;db1 db2;do1 do2];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','B15:C17')

[l,Cp,Wt,Ko,Kv1,Kv2,Av1,Av2,Ks,Km,KR,Kb,CH1,CH2,J1,J2,Sc,St1,St2,Zn1,Zn2,Y
n1,Yn2]=GearsLifeForSaving(InputData,Best(Gen,4),Np,Best(Gen,3),J20,J25,do1,
do2,ht,F,r);
A=[l;Cp;Wt;Ko];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','D19')
A=[Kv1 Kv2;Av1 Av2];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','B23:C24')
A=[Ks;Km;KR;Kb];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','D25')
A=[CH1 CH2;J1 J2];
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranes','B29:C30')
xlswrite(filename,Sc,'Geometria de los Engranes','D31')

```

```
A=[St1 St2];  
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranés','B32')  
A=[Zn1 Zn2;Yn1 Yn2];  
xlswrite(filename,A,'Geometria de los Engranés','B33:C34')  
a=1;
```

## APÉNDICE D, Artículos Publicados

**Artículo 1:** Aplicación de un algoritmo genético para minimizar las vibraciones de una transmisión mecánica.

Nombre de la publicación: Avances en la investigación y en el desarrollo tecnológico de la Facultad de ingeniería.

ISBN: 978-607-513-160-3

Páginas: 249-254

**Artículo 2:** Optimization of gearbox dynamics by a continuous genetic algorithm.

Nombre de la publicación: CONIIN 2015

ISBN: En trámite

Páginas: No definido

**Artículo 3:** Gearbox dynamic optimization using genetic algorithms.

Nombre de la publicación: IFToMM 14th World Congress

DOI: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.0S3.037

# Aplicación de un algoritmo genético para minimizar las vibraciones de una transmisión mecánica.

Application of a genetic algorithm to minimize vibrations of a mechanical transmission.

S.V. Camacho Gutiérrez, División de estudios de posgrado, Facultad de ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro.

RESUMEN: Este artículo presenta una metodología para minimizar las vibraciones de una transmisión mecánica simple por medio de algoritmos genéticos, para ello, se maximizan las distancias entre las frecuencias de los componentes a fin de evitar superposiciones (resonancias) y por tanto, se minimicen vibraciones causadas por la interacción entre los elementos. Para llevar a cabo esta propuesta se utilizó la herramienta de optimización "gamultobj" de Matlab. Los resultados indican que este método es factible para minimizar las vibraciones de la transmisión.

Palabras clave: Optimización, algoritmos genéticos, transmisión mecánica, vibraciones.

ABSTRACT: This paper presents a method to minimize the vibrations of a simple mechanical transmission through genetic algorithms, to do this, the distances between the frequencies of the components are maximized in order to avoid overlaps (resonances) and therefore, minimize vibrations caused by the interaction between elements. To implement this proposal, the optimization tool "gamultobj" of Matlab was used. The results indicate that this method is feasible to minimize vibrations.

Keywords: Optimization, genetic algorithms, mechanical transmission, vibrations.

## 1. INTRODUCCIÓN.

Debido a la necesidad de transmitir potencia y movimiento, las transmisiones mecánicas se encuentran presentes en una amplia variedad de máquinas, desde electrodomésticos hasta automóviles. No obstante, la metodología usada en el diseño convencional de una transmisión mecánica se basa en la selección de componentes utilizando estándares y consideraciones del diseñador. Si bien esta metodología toma en cuenta la cinemática de los componentes y algunas características dinámicas como esfuerzos y pares, desestima la contribución de cada componente en el comportamiento total del sistema.

Por otra parte, las investigaciones sobre la optimización en el diseño de transmisiones mecánicas se han centrado en la obtención de parámetros óptimos de diseño mediante el uso, principalmente, de dos métodos de optimización: cúmulo de partículas y algoritmos genéticos. La optimización por cúmulo de partículas (PSO) es una técnica estocástica desarrollada por los Doctores Eberhart y Kennedy en 1995, inspirada en el comportamiento social de una parvada o un cardumen para adaptarse a su entorno, encontrar alimentos y evitar depredadores mediante la implementación de un enfoque de intercambio de información (Eberhart y Shi, 2001). La PSO se caracteriza por tener fácil realización, alta precisión, rápida

convergencia, pocos parámetros de ajuste y significativamente mejor eficiencia computacional (Qimin y Qili, 2010). Se ha encontrado en aplicaciones de diversas áreas, como: problemas de optimización con restricciones (Chen et al., 2009; Abe y Komuro, 2010; Rajendra y Pratihari, 2011; Burkus y Odry, 2013), problemas de máximos y mínimos (Niu et al., 2012; Qimin y Qili, 2010), problemas de optimización multiobjetivo (Zhongkai et al., 2010; Hultmant et al., 2012; Lee y Kim, 2013) y muchas otras más.

Los algoritmos genéticos (GA) están basados en una metodología de búsqueda de propósito general, de optimización y de aprendizaje. Este último está basado en los principios darwinianos de la evolución biológica, la reproducción, y "la supervivencia del más apto" (Goldberg, 1989). Es por ello que han sido ampliamente utilizados para resolver complejos problemas de optimización ya que pueden manejar variables continuas y discretas, restricciones no lineales y funciones de restricción sin requerir la información del gradiente. Al igual que un PSO, un GA obtiene soluciones de alta precisión y convergencia. Asimismo, se ha implementado en una amplia variedad de sectores: sintonización de sistemas de control (HSU et al., 1996; Ito et al., 2000), diseño de componentes diversos (Yandong, 2009; Zhao et al., 2011; Ghai et al., 2013), problemas multiobjetivos

(Grundler, 2000; Low y Wong, 2004; Liu et al., 2014), entre otros.

En lo que respecta a trabajos relacionados con transmisiones mecánicas o algunos de sus componentes, la literatura reporta trabajos en los que se optimiza el diseño de engranes, baleros y cajas de engranes al minimizar el volumen de los mismos (Gologlu y Zeyveli, 2009; Huang et al., 2009; Luo y Liao, 2009; Rajiv, 2009; Zhang et al., 2009; Li et al., 2010; Qimin y Qili, 2010; Zhang et al., 2010). Muy pocos artículos se han centrado en minimizar las vibraciones de estos componentes, como el de Bonori et al. (2007) quienes propusieron un GA para obtener modificaciones micro-geométricas óptimas de un par de engranes rectos a fin de minimizar el error de transmisión estática, logrando reducir considerablemente las vibraciones causadas por este defecto; Kong et al. (2013) sugirieron el uso un algoritmo de optimización de un parámetro y una optimización Quasi-Newton para reducir el torque de arranque y las fluctuaciones de torque que pueden causar ruido y vibraciones en una transmisión de engranes planetarios magnéticos.

El análisis de la literatura muestra que es posible disminuir las vibraciones de una transmisión mecánica optimizando las variables de diseño, y que los algoritmos inteligentes, como el GA y PSO, proveen la herramienta necesaria para lograr dicho objetivo. Dado que el problema de estudio implica varias funciones objetivo y restricciones de borde, resulta idóneo utilizar algoritmos genéticos para el problema de optimización ya que han demostrado obtener mejores valores óptimos para problemas multi-objetivos en comparación a un PSO (Maldonado y Castillo, 2012).

El enfoque de este trabajo es totalmente diferente a los presentados por Bonori et al. (2007) y Kong et al. (2013), ya que el objetivo es desarrollar una metodología basada en algoritmos genéticos para la optimización de una transmisión mecánica al controlar la banda de frecuencias a la que opera, de tal manera que se eviten resonancias. Asimismo, el caso de estudio corresponde a la optimización de una transmisión mecánica simple

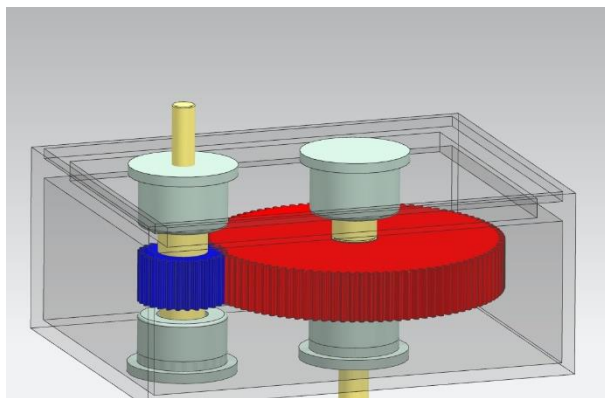


Figura 1 Transmisión mecánica simple.

(Figura 1), es decir, un reductor de engranes rectos, con baleros a los extremos de sus respectivos ejes.

## 2. DESARROLLO DEL ALGORITMO GENÉTICO.

Como se describió anteriormente, los algoritmos genéticos están inspirados en los principios de la genética y la evolución e imitan la dinámica de la reproducción; para encontrar las soluciones de diseño utilizan la metodología “la sobrevivencia del más apto”, es decir, sobrevivirán los individuos que logren adaptarse a su ambiente (funciones objetivo o de ajuste y restricciones). Esto acontece de tal manera que durante varias generaciones (iteraciones) los rasgos deseables (características de diseño) evolucionarán y permanecerán en el genoma de la población; solo los individuos que tengan los rasgos más fuertes prevalecerán (Hassan et al, 2005).

### 2.1 Formulación del problema.

Previo a determinar la función de ajuste, se requiere determinar ecuaciones que relacionen características del sistema con el objetivo de la optimización, maximizar las distancias entre las frecuencias de operación de los componentes de la transmisión mecánica (baleros y engranes). De Jauregui-Correa (2013) se tomaron las ecuaciones (1,2,3 y 4) que describen las frecuencias de excitación de los baleros:

$$\omega_{ir} = \frac{N}{2} \left[ 1 + \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (1)$$

$$\omega_{or} = \frac{N}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (2)$$

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega_i \quad (3)$$

$$\omega_{re} = \frac{d}{d} \left[ 1 + \left( \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right)^2 \right] \omega_i \quad (4)$$

Donde  $\omega_{ir}$  es la frecuencia de contacto entre el elemento rodante y la pista interna,  $\omega_{or}$  la frecuencia entre el elemento rodante y la pista externa,  $\omega_c$  es la frecuencia de la carcasa,  $\omega_{re}$  la frecuencia de giro del elemento rodante,  $N$  es el número de elementos rodantes,  $d$  el diámetro del elemento rodante,  $D$  el diámetro de paso,  $\alpha$  el ángulo de contacto axial y  $\omega_i$  la frecuencia de excitación.

Para llevar a cabo el análisis completo son necesarias las frecuencias de los engranes determinadas por las ecuaciones 5, 6.  $\omega_p$  es la frecuencia del piñón, que gira a la misma velocidad que la frecuencia de excitación  $\omega$ ,  $\omega_g$  es frecuencia del engrane o corona,  $r$  es la relación de reducción. Cabe mencionar que las frecuencias naturales

de la caja de transmisión no son tomadas en cuenta ya que por su naturaleza operan en un rango mayor.

$$\omega_p = \omega \quad (5)$$

$$\omega_g = \omega_p/r \quad (6)$$

## 2.2 Funciones de ajuste.

Puesto que el objetivo es evitar la superposición de las frecuencias, se calcularon las distancias críticas  $d_i$  (ecuación 7), entre las frecuencias de operación de cada uno de los componentes del sistema quedando así 28 funciones objetivo a maximizar.

$$d_i = |\omega_i - \omega_j| \quad (7)$$

## 2.3 Variables de diseño.

Las variables de diseño son aquellos parámetros que el GA modificará a fin de obtener las distancias máximas entre las frecuencias de los componentes. Como a la frecuencia de excitación  $\omega$  se le asigna un valor constante, las frecuencias del piñón y el engrane,  $\omega_p$  y  $\omega_g$ , se convierten en constantes también, así como la relación de reducción  $r$ . Para simplificar la implementación en el algoritmo se le asignó un valor de cero al ángulo de contacto  $\alpha$  de los baleros.

Sea  $x_1 = N_p$ ,  $x_2 = d_p/D_p$ ,  $x_3 = N_g$ ,  $x_4 = d_g/D_g$ , el vector de variables de diseño queda expresado como:

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

## 2.4 Restricciones.

Ya que los valores de las variables de diseño no pueden tener valores infinitos, se restringen a las condiciones de borde superiores ( $ub$ ) e inferiores ( $lb$ ):

$$ub = [150.8 \ 150.8]$$

$$lb = [3.2 \ 3.2]$$

Asimismo, las funciones objetivo deben cumplir con las siguientes restricciones:

$$N < \pi \frac{D}{a} \quad (8)$$

$$d_i > .1w \quad (9)$$

## 2.5 Implementación del algoritmo genético.

Para efectuar la optimización planteada del diseño de una transmisión mecánica simple se utilizará la herramienta de optimización del software Matlab llamada “gamultobj” la cual maneja un algoritmo genético multiobjetivo, con restricciones lineales y de borde, y una identificación

Pareto-frontal. Este último concepto se refiere a que un cambio en cada generación que mejore un objetivo no debe hacer que empeore la situación de los demás. En la figura 1 se aprecia el diagrama de flujo del algoritmo genético y algunos de los parámetros que se utilizaron.

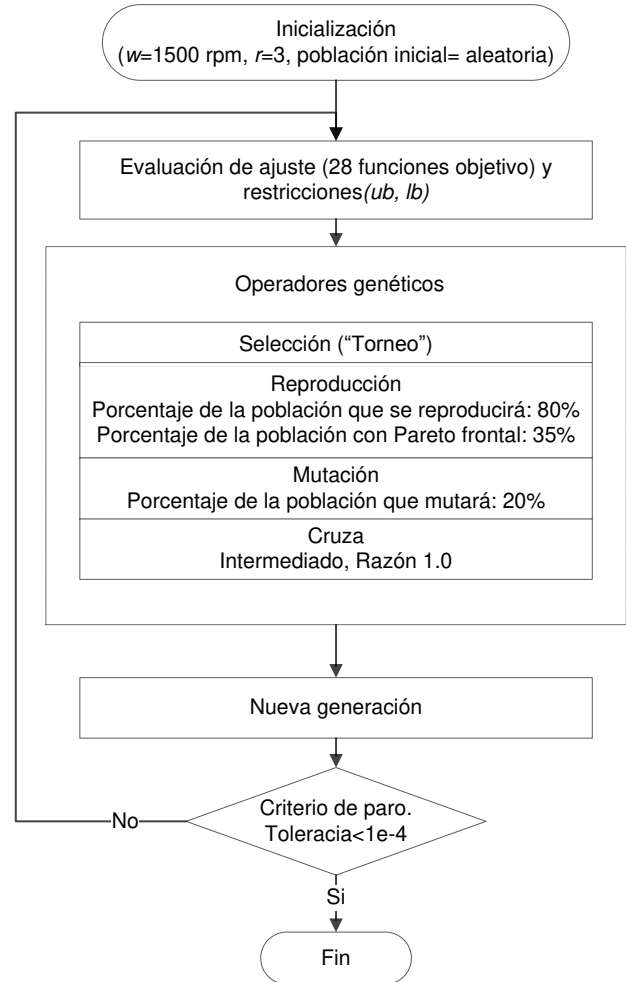


Figura 2 Diagrama de flujo del GA implementado.

En selección se eligió “torneo”, el cual consiste en escoger a cada padre al tomar dos individuos aleatoriamente. La función de cruza “intermedio” crea a los hijos mediante la ecuación 10, donde  $rand$  es un número aleatorio y  $p$  es una razón dada por el usuario. El criterio de Pareto-frontal especifica el porcentaje de los mejores valores que pasarán a la siguiente generación. El criterio para detener el ciclo se establece al verificar si el cambio promedio de las funciones objetivo de las generaciones es menor a la tolerancia establecida. Otro criterio es cuando se alcanza el número máximo de generaciones, en este caso de estudio se estableció en 800.

$$hijo_1 = padre_1 + rand * p * (padre_2 - padre_1) \quad (10)$$

Las funciones objetivo se almacenaron en un script de Matlab.

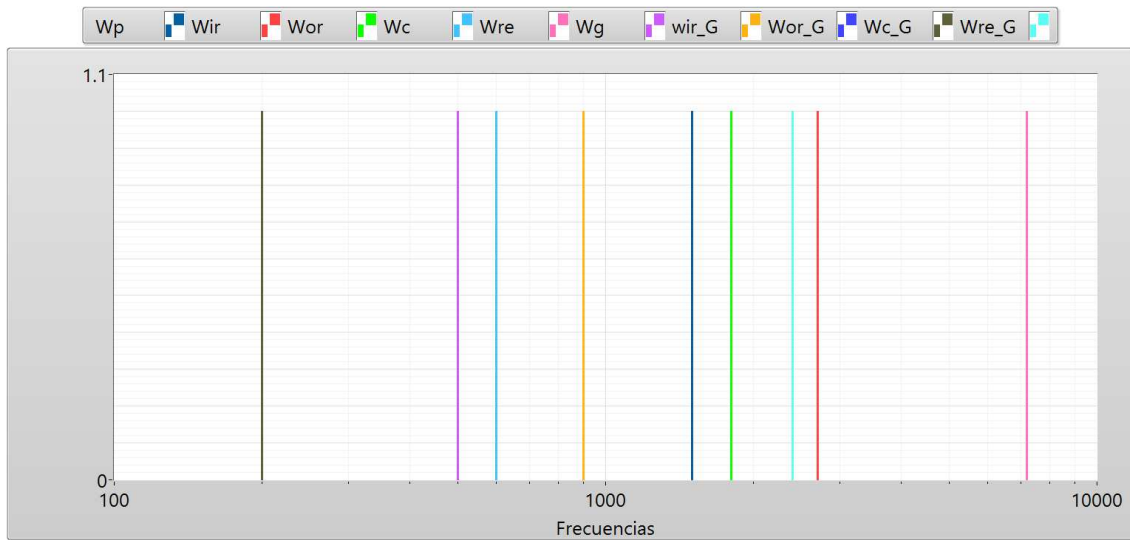
### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

La Figura muestra el espectro de frecuencias de la transmisión mecánica con los valores obtenidos de la primera generación del algoritmo genético, la distancia mínima entre las frecuencias críticas fue de 0 rpm (0 Hz), esto significa, que hay una superposición entre dos frecuencias, en este caso corresponde a la frecuencia de la carcasa del balero del piñón  $\omega_c$  y la frecuencia  $\omega_{or}$  de la

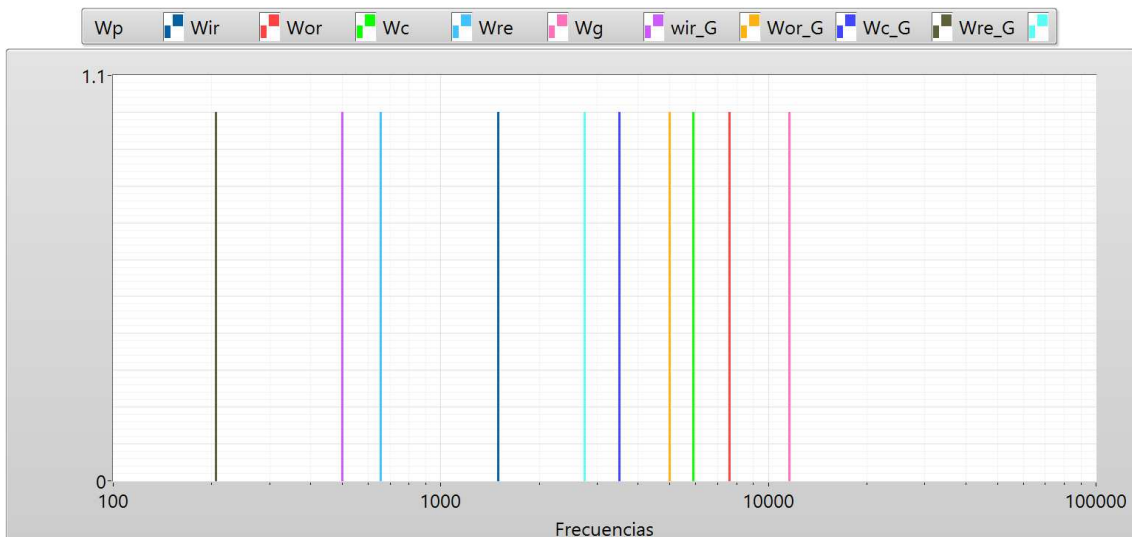
corona; la distancia máxima entre las frecuencias fue de 4500 rpm (75 Hz). El vector  $x^{opt1}$  contiene los valores óptimos de las variables de diseño de la primera generación.

$$x^{opt1} = (3, .2, 3, .2)$$

En la Figura 3 es presentado el espectro de frecuencias de la transmisión mecánica con los parámetros obtenidos de la última generación del algoritmo genético ( $x^{opt-final}$ ), la diferencia mínima entre las frecuencias fue de 154.375 rpm (2.5729 Hz) y la máxima de 3 962.9 rpm (66.0483 Hz).



*Figura 3 Espectro de frecuencias de la caja de transmisión, 1° generación del GA.*



*Figura 3 Espectro de frecuencias de la caja de transmisión, última generación del GA.*

$$x^{opt-final} = (9, .1275, 17, .1765)$$

De los resultados se observa que la primera generación del algoritmo genético no cumple con la restricción de que la distancia entre frecuencias sea mayor al 10% de la frecuencia de excitación  $w$  (2.5 Hz), sin embargo, la distancia máxima es mayor a la obtenida en la última generación. Esto se debe a la naturaleza de las ecuaciones y a la optimización multi-objetivo. En la última generación, las funciones objetivo no violaron las restricciones impuestas.

#### 4. CONCLUSIÓN.

Se presentó una nueva propuesta para minimizar las vibraciones de una transmisión mecánica, al maximizar las distancias entre las frecuencias de operación de los elementos utilizando un algoritmo genético multi-objetivo. Asimismo, se agregaron restricciones de diseño como el número máximo y mínimo de bolas y la distancia mínima entre frecuencias.

Los resultados obtenidos en la Figura 3 muestran que esta metodología es factible para maximizar las distancias entre las frecuencias. Esto significa que independientemente de la frecuencia de excitación de la transmisión, no habrá superposición entre las frecuencias de los componentes, evitando de esta manera resonancias que indudablemente disminuirán la vida útil del sistema.

Como trabajo futuro se deberán refinar los parámetros del algoritmo genético, además de incluir consideraciones dinámicas y que los parámetros óptimos coincidan con valores comerciales.

#### 5. REFERENCIAS.

- Abe, A., & Komuro, K. (2010). Trajectory planning for saving energy using soft computing methods. *Proceedings of International Conference on control, automations and systems.*, 1462 - 1467.
- Bonori, G., Barbieri, M., & Pellicano, F. (2008). Optimum profile modifications of spur gear by means of genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 313, 603-616. doi:10.1016/j.jsv.2007.12.013
- Burkus, E., & Odry, P. (2013). Mechanical and walking optimization of hexapod robot using PSO. *IEEE 9th International Conference on Computational Cybernetics*, 177 - 180. doi:10.1109/ICCCyb.2013.6617583
- Chen, Q., Guo, G., & C, L. (2009). An improved PSO Algorithm to Optimize BP Neural Work. *Proceedings of 5 th International Conference on Natural Computation*, 357 - 360. doi:10.1109/ICNC.2009.436
- Eberhart, R., & Shi, Y. (2001). Particle swarm optimization: developments, applications and resources. *Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on, 1*, 81-86. doi:10.1109/CEC.2001.934374
- Ghai, D., Mohanty, S. P., & Thakral, G. (2013). Fast analog design optimization using regression - based modeling and genetic algorithm: A nano-CMOS VCO case study. (IEEE, Ed.) *14th Int'l Symposium on Quality Electronic Design*, 406-411. doi:10.1109/ISQED.2013.6523643
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing.
- Gologlu, C., & Zeyveli, M. (2009). A genetic approach to automate preliminary design of gear drives. *Computers & Industrial Engineering*, 57, 1043-1051. doi:10.1016/j.cie.2009.04.006
- Grundler, D. (200). Multiobjective optimization of heat transfer plant using decision table controler and genetic algorithm. *Evolutionary Computation, 2000. Proceedings of the 2000 Congress on, 1*, 517-521. doi:10.1109/CEC.2000.870340
- Hassan, R., Cohanin, B., Weck, O., & Venter, G. (2004). A comparison between swarm optimization and the genetic algorithm. *Proceedings of the 1st AIAA multidisciplinary design optimization specialist conference*, 18-21.
- Hsu, C.-c., Yamada, S.-i., Fujikawa, H., & Shida, K. (1996). A multi-operator self-tuning genetic algorithm for fuzzy control rule optimization. *IEEE*, 842-847. doi:10.1109/IECON.1996.565987
- Huang, W., FU, L., Liu, X., Wen, Z., & Zhao, L. (2009). The estructural optimization of gearbox based on sequential quadratic programming method. *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation.*, 356-359. doi:10.1109/ICICTA.2009.553
- Hultmann Ayala, H. V., dos Santo Coelho, L., Guerra, F. A., & Coelho, M. C. (2012). Electrical Transmission Lines Design through Integer Multiobjective Particle Particle Swarm Optimization Approach. *2012 Brasilyan Simposium on Neuronal Networks*, 214-219. doi:10.1109/SBRN.2012.10



- Ito, K., Iwasaki, M., & Matsui, N. (2000). GA-Based practical compensator design for motion control system. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 6(2), 453-458. doi:10.1109/3516.928728
- Jauregui-Correa, J. C. (2013). The effect of nonlinear traveling waves on rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 129-142. doi:10.1016/j.ymsp.2012.08.013
- Kong, F., Zhu, X., Quan, L., Ge, Y., & Qiao, L. (2013). Optimizing design of magnetic planetary gearbox for reduction of cogging torque. (IEEE, Ed.) *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2013 IEEE*, 1 - 5. doi:10.1109/VPPC.2013.6671697
- Lee, K.-B., & Kim, J.-H. (2013). Multiobjective particle swarm optimization with preference-based sort and its application to path following footstep optimization for humanoid robots. *IEEE Transactions on evolutionary computation.*, 755-766. doi:10.1109/TEVC.2013.2240688
- Liu, T.-K., Chen, Y.-p., & Chou, J.-h. (2014). Developing a multiobjective optimization scheduling system for a screw manufacturer: a refined genetic algorithm approach. *IEEE Access, practical innovations: opent solutions.*, 356-364. doi:10.1109/ACCESS.2014.2319351
- Low, K.-S., & Wong, T.-S. (2004). Optimization of a Hard Disk Drive Using Multiobjective Genetic Algorithm. (IEEE, Ed.) *Cybernetics and Intelligent Systems, 2004 IEEE Conference on*, 2, 706 - 711. doi:10.1109/ICCIS.2004.1460674
- Luo, Y., & Liao, D. (2009). The elite multi-parent crossover evolutionary algorithm optimum design of automobile gearbox. *2009 International conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence.*, 545-549. doi:10.1109/AICI.2009.59
- Maldonado, Y., & Castillo, O. (2012). Comparison between Multiobjective GA and PSO for Parameter Optimization of AT2-FLC for a real application in FPGA. *IEEE*, 1 - 6. doi:10.1109/NAFIPS.2012.6291047
- Niu, S., Chen, N., Ho, S., & Fu, W. (2012). Design optimization of magnetic gears using mesh adjustable finite-element algorithm for improved torque. *IEEE*, 48(11), 4156 - 4159. doi:10.1109/TMAG.2012.2201920
- Qimin, X., & Qili, X. (2010). Study on optimal design planetary gear reducer based on particle swarm algorithm and matlab. *2010 Sixth International Conference on Semantics, Knowledge and Grids*, 391 - 394. doi:10.1109/SKG.2010.67
- Rajendra, R., & Pratihari Dilip, K. (2011). Particle swarm optimization algorithm vs. genetic algorithm to develop integrated scheme for obtaining optimal mechanical structure and adaptive controller of a robot. *Intelligent Control and Automation.*(2), 430-449. doi:10.4236/ica.2011.24050
- Rajiv Tiwari, K. S. (Mayo de 2009). An optimum design of crowned cylindrical roller bearings using genetic algorithms. *Journal of mechanical design*, 131. doi:10.1115/1.3116344
- Yandong, S. (2009). Hybrid genetic algorithm optimization of vehicle major reducer. *2009 Second International Conference on Computation Technology and Automation.*, 339-341. doi:10.1109/ICICTA.2009.89
- Zhang, X.-q., Hu, Z.-q., Lun, C.-f., & Yu, J.-j. (2010). Optimization design of spur gear reducer based on genetic algorithm. (IEEE, Ed.) *E-Product E-Service and E-Entertainment (ICEEE), 2010 International Conference on*, 1 - 4. doi:10.1109/ICEEE.2010.5661361
- Zhang, Z., Chen, D., Bai, Y., Yang, Z., & Feng, M. (2009). The optimization design of triple gear-box assembled with spiral-behaviour of helical-spur gear. *Computer-Aided Industrial Design & Conceptual Design, 2009. CAID & CD 2009. IEEE 10th International Conference on*, 2078-2081. doi:10.1109/CAIDCD.2009.5374903
- Zhao, K., Yao, F., Wang, H., Mi, Y., & in Wang, Y. (2011). Research on application of Genetic Algorithm Optimization Design of Trasformer. *Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT), 2011 4th International Conference on*, 955-958. doi:10.1109/DRPT.2011.5994031

# Optimization of gearbox dynamics by a continuous genetic algorithm

S.V. Camacho<sup>#1</sup>, J.C. Jauregui<sup>#2</sup>, A. Dominguez<sup>#3</sup>

<sup>#</sup> *División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, Centro Universitario, Cerro de las Campanas S/N, Las Campanas, C. P. 76010, Querétaro, Qro., México.*

<sup>1</sup> scamacho21@alumnos.uaq.mx

<sup>2</sup> jc.jauregui@uaq.mx

<sup>3</sup> auredgz@uaq.mx

**Abstract**— The conventional design of a gearbox is deficient because it dismisses the effects of dynamic iterations between components such as external excitations due to defects on thereof, which can cause early failure. In this paper, a methodology based on a continuous genetic algorithm and a dynamic model is presented in order to minimize vibrations or to eliminate resonances on a simple gearbox by maximizing the distance between their excitation frequencies which often-overlap. Also, there were proposed two objective functions to deal with the optimization problem, a weighted sum of cost functions and a maximum minimum distance. The results show that the function objective maximum minimum distance improve the distribution between the excitation frequencies, therefore, they can be applied in the design of a gearbox.

**Keywords**—*optimization; gearbox dynamics; continuous genetic algorithm.*

## I. INTRODUCTION

In this paper, a methodology for the optimal design of a simple gearbox based on their dynamic model is presented. This is performed by a continuous genetic algorithm that finds the best distribution between the excitation frequencies (due to defects in the elements), additionally, a comparison among two different objective functions was made. So that the noise is minimized and the resonances are eliminated.

Because of the need to transmit power and motion, gearboxes are present in a wide range of machines. However, the methodology used in the conventional design of a transmission is based on the selection of components using standards and above all, in the experience of the designer. Therefore, the dynamic interactions between its components are scarcely considered.

The literature reports several studies related to the optimal design of gears, bearings and gearboxes. Many of them focused on minimizing the volume, as Gologlu and Zeyvali [1] who minimized the volume of gear trains by a genetic algorithm. There were used restrictions related to the geometry of the gears and the normal module, the number of teeth and the face width were chosen as design variables. Rajiv [2] also used a genetic algorithm to optimize the volume in a crowded cylindrical roller bearings, he used design constraints to improve the life of bearings. Huang et al. [3] reduced the volume of a medium sized motor truck based on structural features and design

requirements, they used a sequential quadratic programming. Zhang et al. [4] optimized the volume of a spiral bevel helical gear. They took into account 14 design variables mainly related to the geometry of the gears. Qimin and Qili [5] optimized a planetary gear reducer to minimize its volume using particle swarm optimization.

Moreover, vibration studies have only focused on minimizing the transmission error and noise. Bonori et al. [6] used a genetic algorithm to optimize spur gears by micro-geometric modifications and minimization of the static transmission error which causes vibrations. Faggioni et al. [7] used profile modifications in spur gears in order to reduce gear vibrations related to static transmission error and dynamic transmission error by a means of Random-Simplex optimization. Kong et al. [8] suggested the use of optimization algorithms of a single parameter. They proposed the Quasi-Newton method for minimizing the starting torque and torque fluctuations that may cause noise and vibrations in a magnetic planetary gear transmission.

All these works had positive results using different optimization methods. However, genetic algorithms and particle swarm optimization stand out because they are simpler to implement and they always find a solution even if the model is discontinuous or the solution space has abrupt changes. Nowadays, there is a discussion about which optimization algorithm is the best. But, in this work a genetic algorithm was chosen because there are more implementation references.

## II. DYNAMIC MODEL

The dynamic interactions between the components of a mechanical transmission cause external excitations due to defects from thereof. These excitations generate vibrations, therefore, it is necessary to prevent overlapping frequencies, so as to prevent early failure. The natural frequencies of the system are not considered because they are usually found far from the excitation frequencies. Case study corresponds to a single-stage gearbox.

The goal of this work is to minimize the vibrations of a gearbox by maximizing the distance between their excitation frequencies that commonly overlap. From [9], four excitation frequencies (1-4), due to the kinematics of each bearing, were taken.

$$\omega_{ir}=N/2[1+d/D*\cos(\alpha)]\omega_i \quad (1)$$

$$\omega_{or}=N/2[1-d/D*\cos(\alpha)]\omega_i \quad (2)$$

$$\omega_c=1/2 [1-d/D*\cos(\alpha)]\omega_i \quad (3)$$

$$\omega_{re}=D/d[1-(d/D*\cos(\alpha))^2]\omega_i \quad (4)$$

The frequency  $\omega_{or}$  corresponds to the contact frequency between the roller element and the internal track,  $\omega_{or}$  is the contact frequency between the roller element and the external track,  $\omega_c$  is the casing frequency and  $\omega_{re}$  is the roller spin frequency. These frequencies are multiplied by the rotational speed  $\omega_i$ .  $N$  is the number of rolling elements,  $d$  is the rolling element diameter,  $D$  the pitch diameter and the axial contact angle  $\alpha$ .

Additionally, the frequency of the pinion  $\omega_p$  (5), the gear frequency  $\omega_g$  (6) and the gear mesh frequency  $\omega_{gm}$  (7) were taken into account.  $\omega$  is the excitation frequency of gearbox,  $r$  is the reduction ratio and  $N_g$  is the number of teeth of gear. The pinion teeth number  $N_p$  is determined by the variables  $N_g$  and  $r$ .

$$\omega_p=\omega \quad (5)$$

$$\omega_g=\omega_p/r \quad (6)$$

$$\omega_{gm}=\omega_g*N_g=\omega_p*N_p \quad (7)$$

### III. DEFINING THE OPTIMIZATION PROBLEM

Genetic algorithms (GA), which were invented by John Holland in 1975, are a heuristic method based on ‘‘Survival of the fittest’’. They combine the persistence of the strongest with a random exchange of information arranged to form a search algorithm. In every iteration, a new generation is created using data of the fittest previous set. However, genetic algorithms are not just a random path, they efficiently take advantage of historical information to speculate new search points with an expected improvement in performance [10].

In this optimization problem a continuous genetic algorithm was proposed as it provides many advantages over binary genetic algorithm [11]. First, in a continuous genetic algorithm the design variables are represented by floating point numbers with the machine precision rather than have precision limited by their binary representation. Second, the continuous GA requires less storage than binary GA because a single floating number represents the variable instead of  $N$  bits integers. Finally, the continuous genetic algorithm is naturally faster than binary GA since the chromosomes do not have to be decoded prior to the evaluation of the cost function.

#### A. Objective function

The goal of optimization is to maximize the distance between the frequencies which usually overlap. To achieve this, two objective functions were proposed, a weighted sum of cost functions and a maximum minimum distance.

#### 1) Weighted sum of cost functions

This objective function lies in maximizing the weighted sum [11] of the differences between consecutive frequencies. The weight values  $w_n$  were determined experimentally.

$$cost=\sum_{n=1}^{10} w_n |\omega_{n+1}-\omega_n| \quad (8)$$

#### 2) Maximum minimum distance

This objective function consists on maximizing the minimum difference between among all consecutive frequencies as shown (9).

$$cost= \min |\omega_{n+1}-\omega_n| \quad (9)$$

#### B. Design variables

The excitation frequencies of each bearing were determined by the number of rolling elements, the rolling element diameter, the pitch diameter and the axial contact angle (Fig. 1). Nevertheless, these parameters are encompassed in the first and second design variables,  $b1$  and  $b2$ , inasmuch as the values of these parameters are extracted from a database of 192 actual bearings.

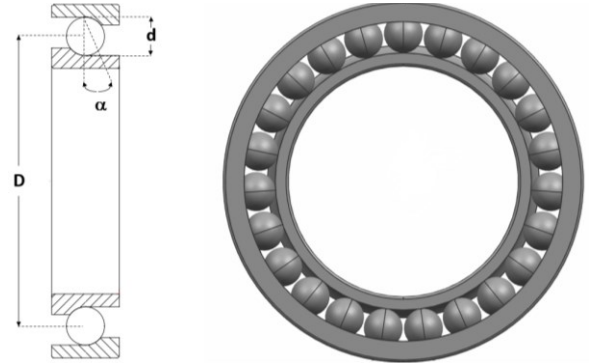


Figure 1 Bearing parameters.

The third and fourth design variables,  $N_g$  and  $r$ , equate to the number of teeth of the gear and the reduction ratio. Finally, the design variable vector (chromosome) is expressed as:

$$X = \{b1, b2, N_g, r\} \quad (10)$$

#### C. Constraints

In a genetic algorithm can be observed different kind of restrictions as inequality constraints, equality constraints and domain constraints. The latter establishes the lower and upper bounds on the variables, in this case, the bounds are expressed in (11-14). The values of  $b1$  and  $b2$  are limited by the size of the database bearings. In order to ensure that the minimum number of the pinion teeth is 4, the minimum value of  $N_g$  is 13 and the maximum value is 152 according to [12]. To avoid pinion-gear options limitation, a slight variation was added in the reduction ratio  $r$ .

$$1 < b1 < 192 \quad (11)$$

$$1 < b2 < 192 \quad (12)$$

$$13 < N_g < 152 \quad (13)$$

$$2.99 < r < 3.1 \quad (14)$$

On the other hand, for this case, it is only necessary to define a restriction of inequality, the difference between consecutive distances must be greater than 2.5 Hz [13] (15).

$$|\omega_{n+1} - \omega_n| > 2.5 \text{ Hz} \quad (15)$$

#### IV. PROGRAMMING THE GENETIC ALGORITHM

The genetic algorithm is composed of four main modules and its flowchart can be seen in Fig. 2. To start, the population size,  $N_{pop}$ , the generation number,  $N_{ger}$ , the rates of mutation,  $N_{mut}$ , and the probability of crosses,  $N_{mat}$ , are established.

Subsequently, the first population is generated with random values between the upper and lower limits. Thus, the algorithm begins to iterate until it reaches the set number of generations.

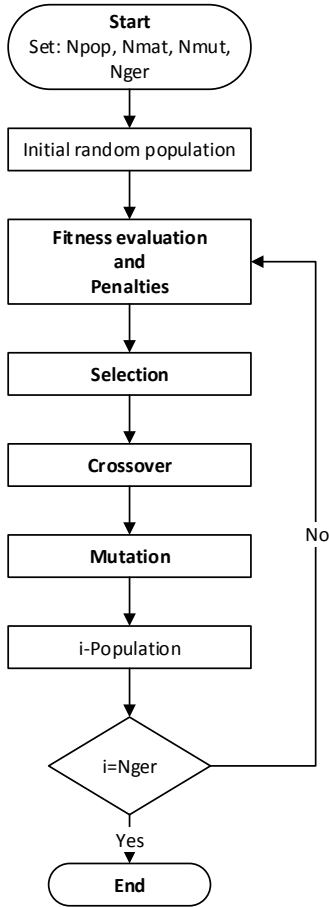


Figure 2 Flowchart of genetic algorithm.

##### A. Fitness evaluation and penalties.

The fitness evaluation is conducted for each individual (chromosome) of the population as follows:

- Find mechanical transmission frequencies that commonly overlap (1-7).
- Sort frequencies.
- Get the cost (8) or (9).

The penalty method from [14] was used to apply the limitation of the minimum distance, so, the optimization problem with a weighted sum of cost functions becomes:

$$\sum_{i=1}^{10} w_n [|\omega_{n+1} - \omega_n| - p\Phi] \quad (16)$$

With the objective function maximum minimum, the optimization problem turns into:

$$\min[|\omega_{n+1} - \omega_n| - p\Phi] \quad (17)$$

In both cases,  $\Phi$  is the penalty function and  $p$  is the penalty coefficient, which are applied each time the constraint is violated.

$$\Phi = |\omega_{n+1} - \omega_n| \quad (18)$$

$$p = (150 - w_n |\omega_{n+1} - \omega_n|) / 150 \quad (19)$$

##### B. Selection and Crossover.

According to the mating rate, the highest values from fitness evaluation and penalties are selected to be parents and the offspring are combination of them. Next, a point crossover  $\alpha$  is chosen randomly (18).

$$\alpha = \text{round}(\text{random} * \text{size chromosome}) \quad (18)$$

Then, the variables after point crossover are combined, as shown (19 and 20), to form new variables that will appear in the children.  $p$  represents the variables after point crossover,  $\beta$  is a random number between 0 and 1,  $d$  and  $m$  distinguish between the dad and the mom parent [11].

$$Off_1 = p_{m\alpha} - \beta(p_{m\alpha} - p_{d\alpha}) \quad (19)$$

$$Off_2 = p_{d\alpha} - \beta(p_{d\alpha} - p_{m\alpha}) \quad (20)$$

##### C. Mutation

The mutation operator produces spontaneous random changes in various chromosomes [15]. In order to do this and avoid a global minimum, random numbers are elected to select the row and columns of the population matrix to be mutated [11]. A mutated variable is replaced by a new random variable between upper and lower limits.

#### V. RESULTS

The case of study corresponds to a single-stage gearbox, i.e. with four bearings (two equal), two shafts and two gears (Fig. 3). In order to implement the continuous genetic algorithm the following parameters were defined:

$$N_{pop} = 25$$

$$N_{ger} = 500$$

$$N_{mat} = 0.4$$

$$N_{mut} = 0.1$$

$$r = 3$$

$$\omega = 26.166667 \text{ Hz}$$

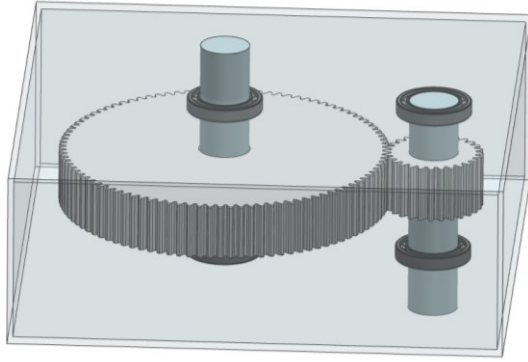


Figure 3. Single-stage gearbox

The frequency spectrum of the final design is shown in Fig. 5. The convergence of the genetic algorithm is shown in Fig. 6.

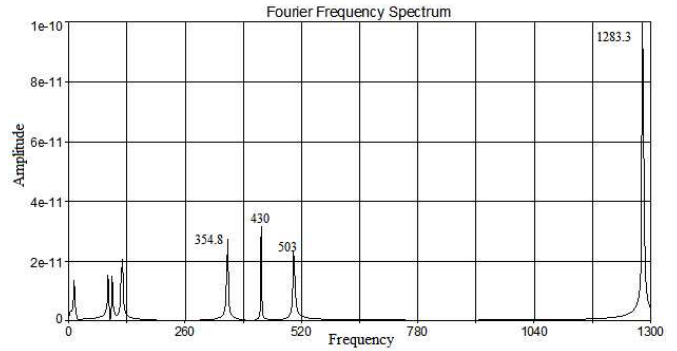


Figure 4. Initial design

A. Continuous genetic algorithm with a weighted sum.

The values of the initial design are shown on table 1 and they correspond to the best design variables from first generation of genetic algorithm. The excitation frequencies of the input bearing and the output bearing are noted on table 2 and 3, respectively. The frequencies associated with the gears are shown in table 4.

Table 1 Best design variables values

Initial values			
$b1$	$b2$	$Ng$	$r$
12	146	136	3.0891465

Table 2 Input bearing

Initial values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
503.5304	429.8028	13.4313	354.4204

Table 3 Output bearing

Initial values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
118.9256	98.1086	4.2655	88.3430

Table 4 Gears

Initial values (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.4362	1283.3333

Table 5 Best design variables values

Final values			
$b1$	$b2$	$Ng$	$R$
8	191	150	3.0050

Table 6 Input bearing

Final values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
532.7629	458.9037	13.4971	376.1624

Table 7 Output bearing

Final values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
64.0523	42.8920	3.8992	45.6038

Table 8 Gears

Final values (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.7222	1458.3333

The frequency spectrum of the initial design of the gearbox is shown in Fig. 4. In this spectrum, it can be seen that the distance between consecutive frequencies are fairly distributed. The minimum distance between frequencies was 3.9896 Hz.

After implementing the algorithm, the maximum weighted sum was obtained. The final values are shown on table 5. The excitation frequencies of the input bearing and the output bearing are noted on table 6 and 7, respectively. The frequencies associated with the gears are shown in table 8.

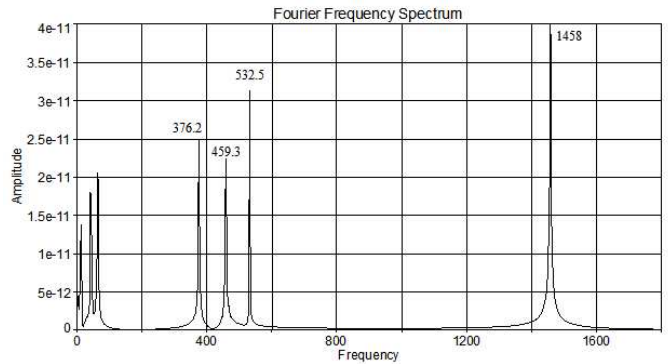


Figure 5. Final design

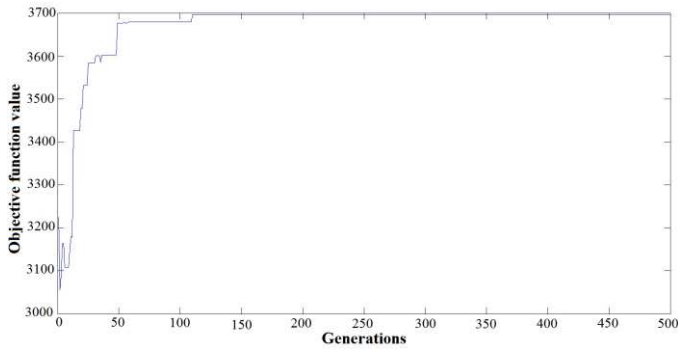


Figure 6. Convergence of the genetic algorithm

**B. Continuous genetic algorithm with maximum minimum distance.**

The values of design variables from first generation are shown on table 9. The excitation frequencies of the input bearing are noted on table 10 and the output bearing on table 11. The frequencies related with the gears are shown in table 12.

TABLE 9 Best design variables values

Initial values			
$b1$	$b2$	$Ng$	$r$
9	112	91	3.0047

Table 10 Input bearing

Initial values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
530.4836	461.1830	13.5642	376.4135

Table 11 Output bearing

Initial values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
132.4791	107.9054	4.3162	89.9050

Table 12 Gears

Initial values (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	9.6153	875

The frequency spectrum of the gearbox in its initial configuration is shown in Fig. 7. Despite being the first generation, distribution of frequencies is quite good, the minimum distance between frequencies was 3.9488 Hz.

Lastly, the maximum minimum distance between adjacent frequencies was found. The final design variables are in table 13. The excitation frequencies due to bearings are shown in table 14 and 15 and the frequencies of the gears are in table 16. The spectrum frequency of the final design of the gearbox is

shown in Fig. 8. The convergence of the genetic algorithm is shown in Fig. 9.

Table 13 Best design variables values

Final values			
$b1$	$b2$	$Ng$	$r$
9	42	10	3.0335

Table 14 Input bearing

Final values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
530.4836	461.1830	13.5642	376.4135

Table 15 Output bearing

Final values (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
102.3501	81.3998	3.8761	68.6498

Table 16 Gears

Final values (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$\omega_{gm}$
29.16667	8.75	87.5

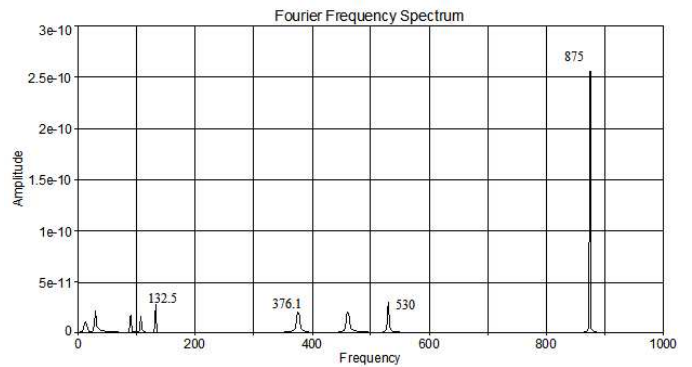


Figure 7. Initial design

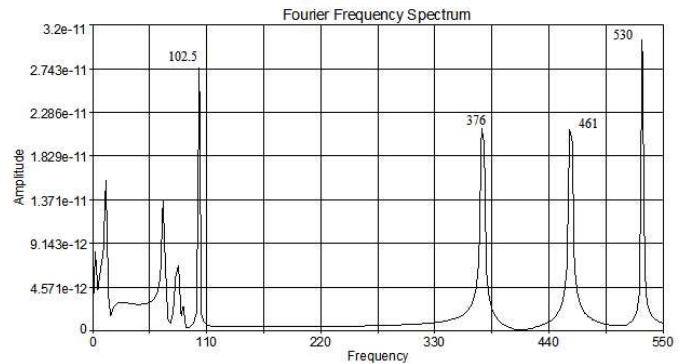


Figure 8. Final design

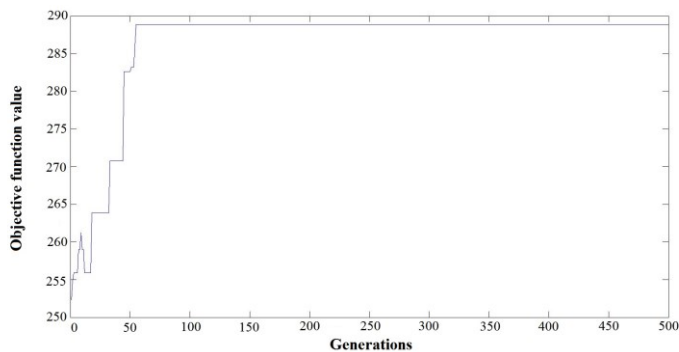


Figure 9. Convergence of genetic algorithm.

## VI. DISCUSSION

*Fig. 5* shows the distribution of gearbox excitation frequencies after implementing the genetic algorithm. Although the maximum sum was obtained, the minimum distance between frequencies was decreased to 3.7912 Hz compared with the *Fig. 4* with the initial values. This is because the values of the weights are not suitable when there is a significant change in the values of the design variables, so that it would require a dynamic adjustment of the weights.

*Fig. 7* shows the initial distribution of gearbox excitation frequencies, which differ from the values of *Fig. 4* because the initial values are random. *Fig. 8* shows the distribution of gearbox excitation frequencies after implementing the genetic algorithm with the maximum minimum distance. It can be seen that the frequencies of the optimum design (*Fig. 8*) are better than the original design (*Fig. 7*). The minimum distance between consecutive frequencies was 4.8142. This ensures that the gearbox frequencies are not in resonance.

## VII. CONCLUSIONS.

The dynamic interactions between the elements of a gearbox are hardly considered in the conventional design, however, there are external excitations due to the defects on the components that could decrease their lives. The results of the proposed method shows that it is possible to optimize the design of gearboxes in order to minimize vibrations and to eliminate resonances because of external excitations.

Two objective function were proposed, a weighted sum and a maximum minimum distance. Both algorithms found the optimal solution but the weighted sum required a dynamic adjustment of weights because of the significant changes in the values of the design variables decreased the minimum distance between adjacent frequencies. In contrast, the maximum minimum distance improve smoothly the minimum distance between consecutive frequencies.

## VIII. REFERENCES

- [1] C. Gologlu y M. Zeyveli, «A genetic approach to automate preliminary design of gear drives.,» *Computers & Industrial Engineering*, vol. 57, pp. 1043-1051, 2009.
- [2] K. S. K. Rajiv Tiwari, «An optimum design of crowned cylindrical roller bearings using genetic algorithms.,» *Journal of mechanical design*, vol. 131, Mayo 2009.
- [3] W. Huang, L. FU, X. Liu, Z. Wen y L. Zhao, «The estructural optimization of gearbox based on sequential quadratic programming method.,» *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation.*, pp. 356-359, 2009.
- [4] Z. Zhang, D. Chen, Y. Bai, Z. Yang y M. Feng, «The optimization design of triple gear-box assembled with spiral-behaviour of helical-spur gear.,» *Computer-Aided Industrial Design & Conceptual Design, 2009. CAID & CD 2009. IEEE 10th International Conference on*, pp. 2078-2081, 2009.
- [5] X. Qimin y X. Qili, «Study on optimal design planetary gear reducer based on particle swarm algorithm and matlab.,» *2010 Sixth International Conference on Semantics, Knowledge and Grids*, pp. 391 - 394, 2010.
- [6] G. Bonori, M. Barbieri y F. Pellicano, «Optimum profile modifications of spur gear by means of genetic algorithms.,» *Journal of Sound and Vibration 313*, pp. 603-616, 2008.
- [7] S. F. B. G. P. F. Faggioni M, *Dynamic optimization of spur gears*, vol. 46, Elsevier, 2011, pp. 544-557.
- [8] F. Kong, X. Zhu, L. Quan, Y. Ge y L. Qiao, «Optimizing design of magnetic planetary gearbox for reduction of cogging torque.,» *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2013 IEEE*, pp. 1 - 5, 2013.
- [9] J. C. Jauregui-Correa, «The effect of nonlinear traveling waves on rotating machinery.,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, pp. 129-142, 2013.
- [10] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning.*, Addison-Wesley Publishing, 1989, p. 412.
- [11] H. S. Haupt Randy, *Practical genetic algorithms*, Hoboken, New Jersey: Wiley Interscience Publication, 2004.

- [12] R. Mott, Diseño de elementos de maquinas, Fourth ed., Mexico: Pearson Educacion, 2006, p. 944.
- [13] A. A. Lozano Guzmán y J. C. Jáuregui Correa, Las vibraciones mecánicas en el mantenimiento predictivo, Santiago de Querétaro: UAQ/Fundap/IPN, 2013.
- [14] D. S. N. Sivanandam S. N., Introduction to Genetic Algorithms, TN: Springer, 2008.
- [15] R. C. Mitsuo Gen, Genetic algorithms and engineering optimization., Ashikaga: Wiley-Interscience publication, 2000.



## Gearbox dynamic optimization using genetic algorithms

J.C. Jauregui<sup>1</sup>

Universidad Autonoma de Queretaro  
Queretaro, Mexico

S. V. Camacho<sup>2</sup>

Universidad Autonoma de Queretaro  
Queretaro, Mexico

A. Dominguez<sup>3</sup>

Universidad Autonoma de Queretaro  
Queretaro, Mexico

**Abstract:** *This paper presents the application of a genetic algorithm in order to optimize the dynamic response of a mechanical transmission. The optimization takes into account the principal parameters which influence overlapping excitation frequencies (resonances) and therefore, minimize vibrations caused by the interaction among the gearbox elements. The optimization maximizes the sum of difference between consecutive frequencies. Results show that the continuous genetic algorithm proposed allow the inclusion of complex models, such as the nonlinear gearbox model, and the solution search within a space design with abrupt changes and discontinuous functions. This method can be applied for the preliminary design process and it sets the basic gearbox design solution.*

**Keywords:** Optimization, dynamic model, gearbox, genetic algorithms

### I. Introduction

Gearbox design comprises the dimensioning of several elements, mainly gears, bearings, shafts, seals and the housing. In most practice, designing a gearbox is done by calculating each element individually. Nevertheless, the interaction between them is generally reviewed in the static domain and their dynamic interaction is hardly considered. These dynamic interactions have two effects: a dynamic loading due to travelling waves among the rotating elements and the external excitations due to defects in the elements. In this work, a method for minimizing the dynamic excitation produced by the rotating elements is presented. The minimization is obtained using a generic algorithm and the objective function is defined as the design with the best distributed excitation frequencies.

In this work, the genetic algorithm is based on the dynamic model of a gearbox. Most of the gearbox dynamic models considered that the gear mesh stiffness varies with time and the bearings have a nonlinear stiffness. Although there are many publications dealing with optimum gear design, few papers present solutions with an overall dynamic gearbox model.

Ghafari et. al. [1] present a method for determining the vibrations of a balanced ball bearings. They presented a math model similar to the one in Nova publishers. They presented a bifurcation analysis and they got similar phase diagrams. The nonlinear behavior is very sensible to preloading and clearance (obviously because it determines the overall stiffness and the stiffness is a function of the deformation).

Li and Liang [2] utilized a "synchrosqueezing" transform to identify gearbox failures. They compare the WT and HHT and set some of the limitations. To overcome these limitations, they proposed the synchrosqueezing transform. They demonstrate why a constant frequency signal has a horizontal line in Time Frequency map. Their method is similar to the CWT with a different mother function. They only were able to identify the gear mesh frequency.

Baguet and Jacuenot [3] presented an analysis of the interaction between a gear pair and the hydrodynamic bearings. In their analysis they introduced the nonlinear gear mesh stiffness and for the nonlinear hydrodynamic forces they used the Reynolds equation. Jauregui [4] stated that the stiffness of the housing sets a condition that allows nonlinear waves to travel between gears and bearings. These waves become a stimuli for a nonlinear synchronization and this effect increments the dynamic loading in both elements. Dynamic synchronization can be minimized by assuring a stiff housing and by optimizing the excitation frequencies of gears and bearings. Chang-Jian [5] presented the analysis of the nonlinear response of gear-bearing system. They based their analysis on gear errors, mainly from the profile form. They established a lumped mass model and they analyzed the solution with Poincaré maps, bifurcation diagrams, Liapunov exponent and fractal dimension. They present the nonlinear behavior in a phase diagram, from this diagram, it is clear that their model has a similar behavior as a Duffing's system. Finally, Parey et. al. [6] present a dynamic model for predicting early defects. They modeled the nonlinear behavior as excitation forces and they found that the defects increase the gear mesh frequency.

There are different publications that deal with bearing failures. Bearing failures are difficult to predict since, at early stages, they generate vibrations of very low energy content. Therefore, these vibrations are difficult to detect with current vibration sensors. This is one of the reasons why it is important to design a gearbox in such a way that

---

<sup>1</sup> [jc.jauregui@uaq.mx](mailto:jc.jauregui@uaq.mx)

<sup>2</sup> [scamacho21@alumnos.uaq.mx](mailto:scamacho21@alumnos.uaq.mx)

<sup>3</sup> [adominguez@uaq.mx](mailto:adominguez@uaq.mx)

the excitation frequencies never coincide. Yu, J. et. al. [7] present a bearing defect detection method using displacement transducers. Their method is based on the analysis of the displacement response, measurements were taken at the outer race, and the diagnosis is based on the radial deformation. They assumed that the deflection amplitude is proportional to the radial load and the defects produce spikes. These spikes vary with load and speed producing harmonic components of the outer ring frequency. But in general they conclude that the defects are associated to the element frequency

Many researchers have been working on the optimization of gears. Faggioni et al [8] developed a method for reducing gear vibrations by modifying the tooth profile. The optimum profile is determined at different torque levels. They modeled the mesh stiffness as a periodic function and they expand it as a Fourier series. They expanded the series around the gear mesh frequency instead of the using the contact ratio as a wave form. They also included the backlash in their model. They found optimal tooth profiles for different torque conditions. Carbonell et al. [9], as well as Bartelmus et. al. [10], modify the tooth profile for optimizing the static transmission error. They used the Particle Swarm algorithm method for searching the best solution.

Genetic algorithms and the Particle Swarm Optimization method have become the most used optimization algorithms in mechanical design. They enable the solution of complex optimization problems and they are able to find adequate solutions regardless of discontinuities of abrupt changes in the design space. [11]. Gologlu and Zeyveli [12] described the application of a genetic algorithm to determine the preliminary design of a gearbox. They optimized the weight of a single reduction transmission. They selected module, number of teeth and face width as design variables. Hassan et. al. [13] compared genetic algorithms with particle swarm optimization technique. Both methods starts from a set of initial solution (initial population) and search for a better population through a set of rules either deterministic or probabilistic. Genetic algorithms are very popular for their ability to solve nonlinear problems but they need a very high computational effort. The Particle Swarm Optimization method is an alternative to overcome this limitation. Kumar et. al. [14] optimized the design of a crowned cylindrical roller bearings using generic algorithms. They solved the design problem considering the nonlinear constrains and their objective function is the fatigue life. Luo and Liao [15] also optimized the weight of a truck gearbox. They found the optimum weight using an evolutionary algorithm. Qimin and Qili [16] found the optimum weight of a planetary gearbox using the Particle Swarm algorithm. Rajendra and Partihar [17] compare the Particle Swarm Algorithm with the genetic algorithm in the optimization of mechanical structures and robot controllers. They found that the Particle Swarm Algorithm has a better performance than the genetic algorithm for their application.

In this work genetic algorithms were preferred over other algorithms because they are easier to implement and there are more references available for solving implementations problems. In the following section, the

dynamic model is described and an example of a simple gearbox design is presented

## II. Dynamic model for the gearbox

The dynamic model considers the nonlinear gear mesh and ball bearing stiffness. Since the definition of the dynamic model is out of the scope of this work, the actual model is taken from [18]

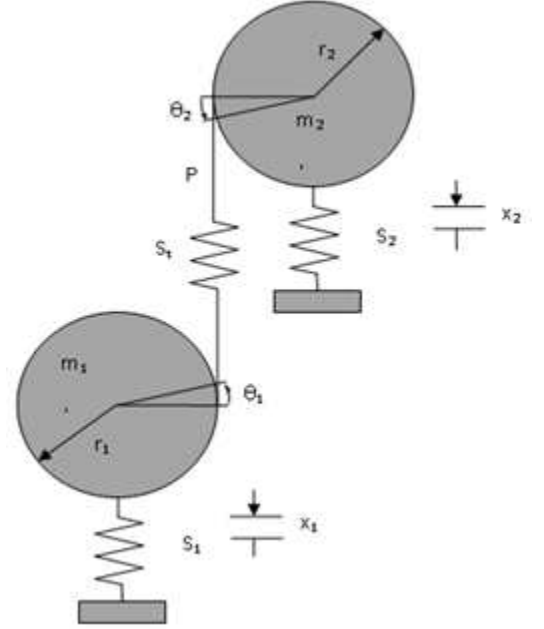


Fig. 1 Dynamic model, taken from [18]

### Gearbox model

The dynamic model is determined from Fig. 1. In this model only four degrees of freedom are considered. The equations of motion are:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{S_1}{m_1}x_1 + \frac{S_t}{m_1}[(x_1 - x_2) + (r_1\theta_1 + r_2\theta_2)] &= \frac{P_1(t)}{m_1} \\ \ddot{x}_2 + \frac{S_2}{m_2}x_2 - \frac{S_t}{m_2}[(x_1 - x_2) + (r_1\theta_1 + r_2\theta_2)] &= \frac{P_2(t)}{m_2} \\ \ddot{\theta}_1 + \frac{S_t r_1}{J_1}[(x_1 - x_2) + (r_1\theta_1 + r_2\theta_2)] &= \frac{r_1 P_e(t)}{J_1} \\ \ddot{\theta}_2 - \frac{S_t r_2}{J_2}[(x_1 - x_2) + (r_1\theta_1 + r_2\theta_2)] &= \frac{-r_2 P_e(t)}{J_2} \end{aligned} \quad (1)$$

Whete  $x_1$  is the radial displacement of the pinion,  $x_2$  is the radial displacement of the gear,  $\theta_1$  is the angular displacement of the pinion,  $\theta_2$  is the angular displacement of the gear,  $m_1$  is the mass of the pinion,  $m_2$  is the mass of the gear,  $J_1$  is the moment of inertia of the pinion,  $J_2$  is the moment of inertia of the gear.

The mesh stiffness is calculated from the teeth deformation and it is a function of the contact ratio

$$S_t = 2Ebtan\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 (n+1)[c_0 + c_1\theta + c_2\theta^2 + c_3\theta^3] \quad (2)$$

where  $E$  the Young modulus,  $n$  is the integer part of the contact ratio,  $b$  is the face width and  $\alpha$  is calculated from Fig. 2.

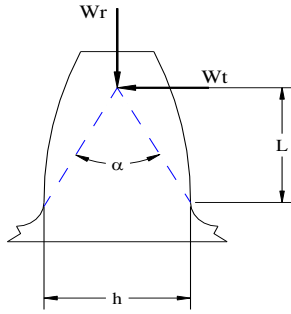


Fig. 2. Effective angle [18]

The coefficients are found as:

$$\begin{aligned} c_0 &= \left[ m_p + \sum_i \frac{1}{\pi i} \sin(2\pi i(m_p - n)) \right] \\ c_1 &= \sum_i \frac{N}{\pi i} [1 - \cos(2\pi i(m_p - n))] \\ c_2 &= \sum_i \frac{N^2 i}{\pi} [\sin(2\pi i(m_p - n))] \\ c_3 &= \sum_i \frac{N^3 i^2}{6\pi} [1 - \cos(2\pi i(m_p - n))] \end{aligned} \quad (3)$$

and  $m_p$  is the contact ratio

The stiffness of the bearing ( $S_1$  and  $S_2$ ) are determine from the elastic deformation of the roller and its angular position. The roller deformation is calculated using the Hertz contact stress formula and the angular position from the kinematics of the bearing. There are four excitation frequencies associated with the roller kinematics: spin rotation, translation and the hypo and epicyclical motions. The elastic deformation is nonlinear due to the deformation function and the roller's translation. This translation changes continuously the number of roller that supports the load.

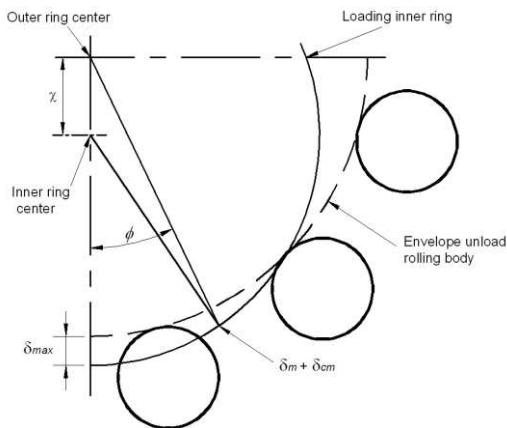


Fig. 3. Roller diagram (From [18])

Figure 3 shows a sketch representing the deformation of the roller element. From this figure and using Hertz' formula, the reacting load of each roller is calculated as:

$$P_i = E \sqrt{\frac{Dd}{D-d}} \left( \frac{\delta_i}{\alpha} \right)^3 \quad (4)$$

where  $D$  is the translation diameter,  $d$  is the roller diameter,  $\alpha$  is the bearing's contact angle and  $\delta_i$  depends on the instantaneous position as:

$$\delta_i = \delta_{max} \cos \left[ \frac{\pi}{2} - i \left( \phi + \frac{2(i-1)}{N} \right) \right] \quad (5)$$

The actual position is found using:

$$\phi = \frac{d \cos(\omega_b t)}{D + \frac{d}{2}} \cos(\alpha) \quad (6)$$

The dominant response of the system depends on the excitation forces.

#### Excitation forces

Gear teeth defects excite the system at two frequencies: one is the rotating frequency, and the other is the gear mesh frequency. The external gear force has at least these terms:

- Run out effect ( $F_r$ ) is a sinusoidal function with a  $2\pi$  period and amplitude of the gear eccentricity.
- Pitch error ( $f_p$ ) is a short wave length function with a period of  $2\pi/N$ , and the accumulated pitch effort ( $F_p$ ) is a long wave function with a period of  $2\pi$ .
- The profile angle error is another source of vibration and it can be represented as long period function:  
 $F_\phi = \varepsilon \tan(\omega t)$

Thus, the excitation force caused by the gears is:

$$P_e(t) = S_t [(F_p + F_r) \sin(\omega t) + (f_p + F_\phi) \sin(N\omega t)] \quad (7)$$

The bearings excitation forces act on the axial displacements. They depend on the kinematics of the roller and the excitation frequencies are defined as:

$$F(t) = F_{ir} \cos(\omega_{ir}) + F_{or} \cos(\omega_{or}) + F_c \cos(\omega_c) + F_{re} \cos(\omega_{re}) \quad (8)$$

The four frequencies shown in Eq. 6 are calculated with the following equations:

- Contact frequency between the roller element and the internal track  $\omega_{ir}$ :
- $\omega_{ir} = \frac{N}{2} \left[ 1 + \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega \quad (9)$
- Contact frequency between the roller element and the external track  $\omega_{or}$ :
- $\omega_{or} = \frac{N}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega \quad (10)$
- The casing frequency  $\omega_c$ :

$$\omega_c = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right] \omega \quad (11)$$

- The roller spin frequency  $\omega_{re}$ :

$$\omega_{re} = \frac{D}{d} \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \cos(\alpha) \right)^2 \right] \omega \quad (12)$$

The four factors multiplying the rotation speed  $\omega$  are non-integer numbers and they produce non-synchronous vibrations.

### III Optimization algorithm

The genetic algorithms are inspired by the principles of genetics and evolution; finding design solutions using the methodology "survival of the fittest", ergo individuals will survive if they are able to adapt to their environment (objective functions and restrictions). This happens so that for several generations (iterations), desirable traits will evolve and will remain in the genome of the population; only individuals who have the strongest traits prevail (Hassan et al, [13]).

To begin the process of fitting the genetic algorithm it is necessary to define the design variables, figure 1 shows chromosome with these elements;  $N_{b1}$  and  $N_{b2}$  are number bearings ball,  $d_{b1}/D_{b1}$  and  $d_{b2}/D_{b2}$  are the rate between diameter of the ball and bearing pitch diameter,  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$  are axial contact angle of the bearings,  $N_g$  is the teeth number of gear and  $r$  the reduction ratio. The pinion teeth number is determined by the design variables  $N_g$  and  $r$ . The design values are limited by upper and lower limits, which are expressed in the equations (13).

$N_{b1}$	$d_{b1}/D_{b1}$	$\alpha_1$	$N_{b2}$	$d_{b2}/D_{b2}$	$\alpha_2$	$N_g$	$r$
Bearing pinion parameters			Bearing pinion parameters			Gears parameters	

Figure 4 Design variables

$$\begin{aligned} 5 &\leq N_{b1} \leq 20 \\ .02 &\leq d_{b1}/D_{b1} \leq 2 \\ 18 &\leq \alpha_1 \leq 20 \\ 5 &\leq N_{b2} \leq 20 \\ .02 &\leq d_{b2}/D_{b2} \leq 2 \\ 18 &\leq \alpha_2 \leq 20 \\ 40 &\leq N_g \leq 250 \\ 2.99 &\leq r \leq 3.1 \end{aligned} \quad (13)$$

The design was verified using the AGMA recommendations. The solution is restricted to sustain at least  $10^7$  cycles. This condition was considered for gears as well as bearings.

#### Optimization procedure

The procedure for finding the optimal solution can be summarized in Fig. 5. The first step defines the size of the population ( $N_{pop}$ ), the mating rate ( $N_{keep}$ ), the mutation rate ( $N_{mut}$ ) and the number of generations ( $Gener$ ).

Subsequently, the initial population is generated randomly, taking into account the limits.

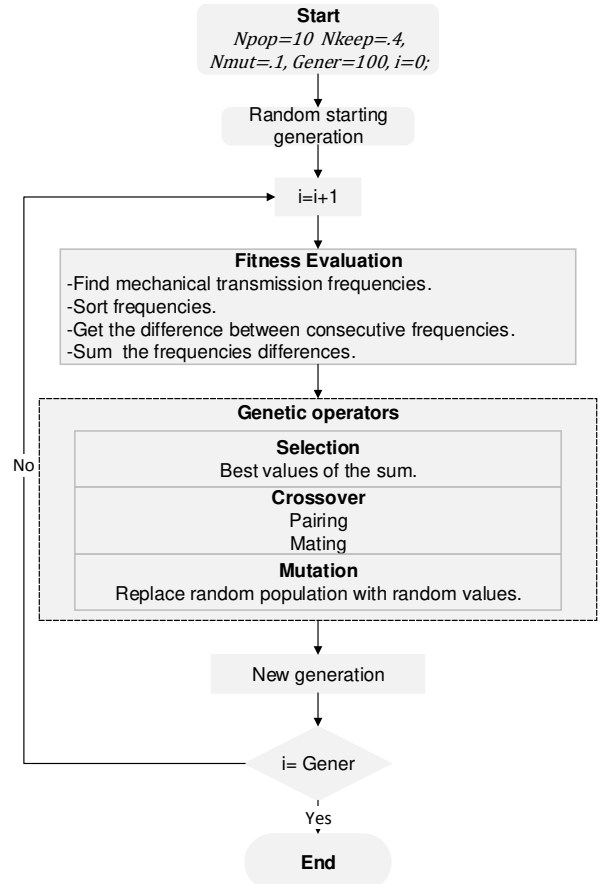


Figure 5 Flow chart of genetic algorithm implemented.

Next, fitness evaluation is executed as indicated at Fig. 5. The objective function (eq. 14) maximizes the sum of the differences between consecutive frequencies  $\omega_{k+1}$  and  $\omega_k$ . It is limited to  $n$  number of frequencies of the transmission.

$$\sum_{k=1}^n |\omega_{k+1} - \omega_k| \quad (14)$$

For a new population, genetic operators are applied. With Selection, according to the percentage of mating, the highest values obtained from fitting evaluation are chosen. To make the crossing, parents of the selected population are chosen randomly (pairing); then mating takes place selecting a variable from parents to be the crossover point (equation 10). Then, the selected variables are combined to form the offspring (equation 11 and 12).  $\beta$  is a random value between 0 and 1,  $d$  and  $m$  differentiate between the dad and mom parent [11].

$$\alpha = \text{round}(\text{random} * \text{size chromosome}) \quad (15)$$

$$\text{off}_1 = p_{m\alpha} - \beta(p_{m\alpha} - p_{d\alpha}) \quad (16)$$

$$\text{off}_2 = p_{d\alpha} - \beta(p_{d\alpha} - p_{m\alpha}) \quad (17)$$

Finally, mutation is carried out to randomly select

members of the population and replace them with allowable random numbers. This cycle continues until the number of generations is attained.

#### IV Results

The optimization algorithm was applied to a single reduction gearbox. The range of solution was set within practical values (Eq. 13)

The following parameters were used:

$$\begin{aligned} N_{pop} &= 10 \\ N_{keep} &= .4 \\ N_{mut} &= .1 \\ Gener &= 100 \end{aligned}$$

##### Initial design

The initial values correspond to an initial design. (Table 1). The initial design has the following excitation frequencies (Table 2).

Table 1

Initial values							
$N_{b1}$	$N_{b2}$	$d_{b1}/D_{b1}$	$d_{b2}/D_{b2}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$N_g$	$r$
14	8	0.044	0.035	0	0	118	3.01

Table 2 (Gears)

Initial frequencies (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$N_p \omega_p$
25	8.26	975.00

For the input shaft bearing, the excitation frequencies are

Table 2 (Input shaft bearing)

Excitation frequencies (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
182.84	167.15	11.93	556.45

The output shaft frequencies are listed in Table 4

Table 4 (Output shaft bearing)

Excitation frequencies (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
34.11	31.98	3.99	256.00

With this excitation forces, the nonlinear model was solved and the dynamic response is shown in the frequency spectrum displayed in Fig. 6

In the spectrum, it can be seen that the distance between adjacent frequencies are not evenly distributed

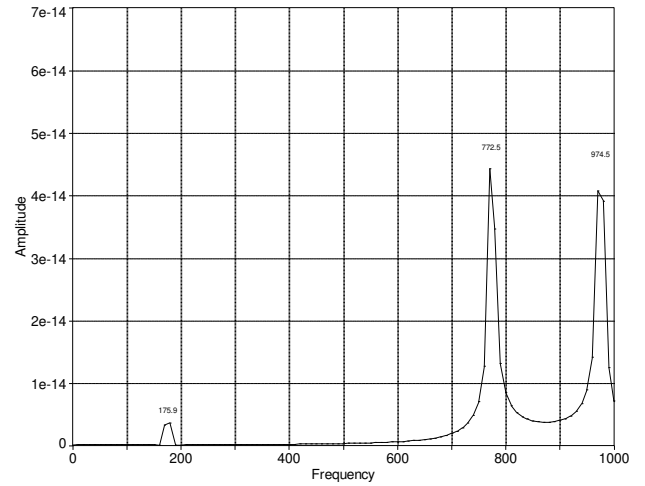


Fig. 6 Initial design

After applying the algorithm an optimum solution was found. The convergence history of genetic algorithm is shown in Fig. 7.

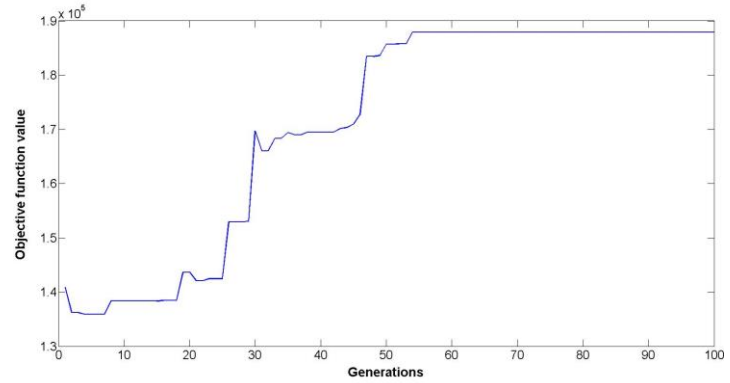


Fig. 7 Evolution of the algorithm

The final solution is presented in following tables. The final solution is presented in Table 5.

Table 5 Final solution

Initial values							
$N_{b1}$	$N_{b2}$	$d_{b1}/D_{b1}$	$d_{b2}/D_{b2}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$N_g$	$r$
10	18	0.085	0.025	19	19	44	3.09

Table 6 includes the excitation frequencies corresponding to the gears.

Table 6 (Gears)

Initial frequencies (Hz)		
$\omega_p$	$\omega_g$	$N_p \omega_p$
25	7.9	350

For the input shaft bearing, the excitation frequencies are

Table 7 (Input shaft bearing)

Excitation frequencies (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
135.61	114.38	11.44	292.26

The output shaft frequencies are listed in Table 8

Table 8 (Output shaft bearing)

Excitation frequencies (Hz)			
$\omega_{ir}$	$\omega_{or}$	$\omega_c$	$\omega_{re}$
73.38	69.79	3.87	316.88

The dynamic response for the optimum design is presented in Fig. 8

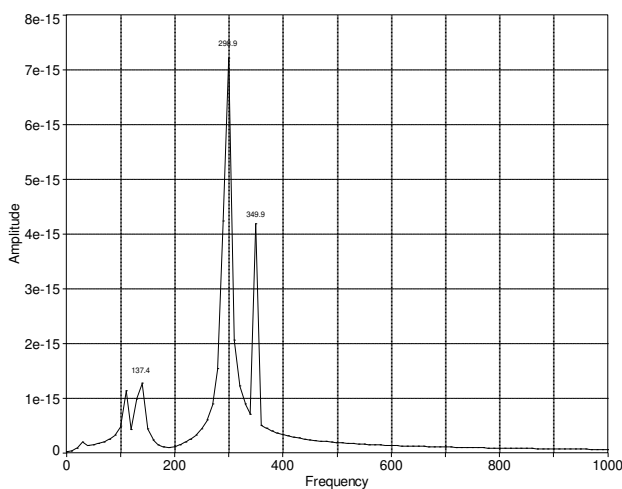


Fig. 8. Frequency spectrum of the optimum solution

Comparing the results, it can be seen that the frequencies of the optimum design are considerable lower than the original design. This result is quite considerable since it assures that the gearbox will have no resonance. On the other hand, this solution has good fatigue strength and the bearings have an acceptable expected life.

### III. Conclusions

The genetic algorithm is one of the most appropriate optimization methods for complex problems, such as the dynamic design of gearboxes. As shown in this work, a complete analysis of a gearbox design must include the determination of the life requirements but also the dynamic interaction among their elements.

In the early design stages, the designer must confirm that the excitation frequencies are sufficiently away from each other, in order to avoid beating effects or resonances.

In this work, a genetic algorithm was applied to design a gearbox with the objective of keeping the distance between adjacent frequencies as far as possible. The design variables are the number of teeth and the bearing parameters. In this way, the solution assures that there is a low possibility of having beating frequencies or resonances. The genetic algorithm allows for complex verifications; at each iteration, the solution is compared

with the dynamic response and it verifies that there are no frequencies near the nonlinear response.

Further work will include a large bearing data base for searching in available parts.

### References

- [1] S. H. Ghafari, E. M. Abdel-Rahman, F. Golnaraghi, and F. Ismail, "Vibrations of balanced fault-free ball bearings," *J. Sound Vib.*, vol. 329, pp. 1332–1347, 2010.
- [2] C. Li and M. Liang, "Timefrequency signal analysis for gearbox fault diagnosis using a generalized synchrosqueezing transform," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 26, pp. 205–217, 2012.
- [3] S. Baguet and G. Jacquenet, "Nonlinear couplings in a gear-shaft-bearing system," *Mech. Mach. Theory*, vol. 45, no. 12, pp. 1777–1796, 2010.
- [4] J. C. Jauregui-Correa, "The effect of nonlinear traveling waves on rotating machinery," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 39, no. 1–2, pp. 129–142, Aug. 2013.
- [5] C. W. Chang-Jian, "Strong nonlinearity analysis for gear-bearing system under nonlinear suspension-bifurcation and chaos," *Nonlinear Anal. Real World Appl.*, vol. 11, pp. 1760–1774, 2010.
- [6] a. Parey, M. El Badaoui, F. Guillet, and N. Tandon, "Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect," *J. Sound Vib.*, vol. 294, pp. 547–561, 2006.
- [7] J. J. Yu, D. E. Bently, P. Goldman, K. P. Dayton, and B. G. Van Slyke, "Rolling Element Bearing Defect Detection and Diagnostics Using Displacement Transducers," *J. Eng. Gas Turbines Power*, vol. 124, no. 3, p. 517, 2002.
- [8] M. Faggioni, F. S. Samani, G. Bertacchi, and F. Pellicano, "Dynamic optimization of spur gears," *MAMT*, vol. 46, no. 4, pp. 544–557, 2011.
- [9] A. Carbonelli, E. Rigaud, and A. Le Bot, "Particle Swarm Optimization as an Efficient Computational Method in order to Minimize Vibrations of Multimesh Gears Transmission," vol. 2011, 2011.
- [10] W. Bartelmus, F. Chaari, R. Zimroz, and M. Haddar, "Modelling of gearbox dynamics under time-varying nonstationary load for distributed fault detection and diagnosis," *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. 29, no. 4, pp. 637–646, 2010.
- [11] R. L. Haupt and S. E. Haupt, *Practical genetic algorithms with CD-Rom*. 2004.
- [12] C. Gologlu and M. Zeyveli, "A genetic approach to automate preliminary design of gear drives," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 57, no. 3, pp. 1043–1051, 2009.
- [13] R. Hassan and B. Cohanaim, "A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm," *1st AIAA Multidiscip. Des. Optim. Spec. Conf.*, pp. 1–13, 2005.
- [14] K. S. Kumar, R. Tiwari, and P. V. V. N. Prasad, "An Optimum Design of Crowned Cylindrical Roller Bearings Using Genetic Algorithms," *J. Mech. Des.*, vol. 131, no. May 2009, p. 051011, 2009.
- [15] Y. Luo and D. Liao, "The elite multi-parent crossover evolutionary optimization algorithm to optimum design of automobile gearbox," *2009 Int. Conf. Artif. Intell. Comput. Intell. AICI 2009*, vol. 1, pp. 545–549, 2009.
- [16] X. Qimin and X. Qili, "Study on Optimal Design of Planetary Gear Reducer Based on Particle Swarm Algorithm and Matlab," *2010 Sixth Int. Conf. Semant. Knowl. Grids*, pp. 391–394, 2010.
- [17] R. Rajendra, "Particle Swarm Optimization Algorithm vs Genetic Algorithm to Develop Integrated Scheme for Obtaining Optimal Mechanical Structure and Adaptive Controller of a Robot," *Intell. Control Autom.*, vol. 02, no. November, pp. 430–449, 2011.
- [18] Jauregui, C., *Parameter Identification and Monitoring of Mechanical Systems Under Nonlinear Vibration*, Elsevier, ISBN :9781782421658, Netherlands, 2014.