



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencias en Mecatrónica

Diseño e implementación de un sistema de frenado cinético-regenerativo aplicado a una bicicleta de impulsión híbrida

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el diploma/grado de (o la)

Maestro en Ciencias en Mecatrónica

Presenta:

David Robledo Jiménez

Dirigido por:

Dr. Ángel Pérez Cruz

SINODALES

Dr. Ángel Pérez Cruz

Presidente

Firma

Dr. Aurelio Domínguez González

Secretario

Firma

Dr. Carlos Gustavo Manríquez Padilla

Vocal

Firma

Dr. Isaías Cueva Pérez

Suplente

Firma

M.C. Manuel García Quijada

Suplente

Firma

San Juan del Rio, Qro.
15 de noviembre del 2023
México



Dirección General de Bibliotecas y Servicios Digitales
de Información



Diseño e implementación de un sistema de frenado
cinético-regenerativo aplicado a una bicicleta de
impulsión híbrida

por

David Robledo Jiménez

se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Clave RI: IGMAC-224256

RESUMEN

Los vehículos eléctricos representan una alternativa de movilidad, sin embargo, no tienen protagonismo en comparación con los vehículos de combustión interna, ya que su autonomía está limitada a la capacidad de carga de la batería y los kilómetros que recorren debido ello. Las bicicletas eléctricas tienen ya tiempo en el mercado, su falta de uso está relacionada con el esfuerzo que se requiere para utilizarla, por ello se han incorporado sistemas de apoyo y recuperación de energía, como los frenos regenerativos, sistemas cinético-regenerativos (KERS, por sus siglas del inglés Kinematic Energy Recovery System), paneles solares, etc. Cada uno por separado funciona correctamente, pero tienen áreas de oportunidad cuando se combinan dos o más de estos, debido a que la unificación de más de uno requiere de un módulo de control o la creación de un sistema de transmisión para cambiar entre los modos de manejo. El presente trabajo tiene como propósito investigar los efectos sobre la incorporación de dos sistemas de regeneración de energía en una bicicleta de impulsión híbrida, de modo que los sistemas provean un apoyo al usuario, disminuyendo la cantidad de energía necesaria para realizar un trayecto urbano, agregando un motor eléctrico para asistir en pendientes inclinadas y hacer el trayecto más confortable y menos exhaustivo. El motor fue alimentado por una batería que se recarga durante el trayecto mediante el uso de los frenos regenerativos y la reanudación del movimiento será apoyada por el uso del KERS, conformado por un resorte de torsión que almacena energía cinética, la cual es utilizada para reanudar la marcha sin necesidad de realizar algún esfuerzo inicial.

Para el diseño y fabricación de los sistemas de regeneración, se usaron herramientas de simulación y diseño mecánico, ya que se busca disminuir el peso del mecanismo y simplificar su integración, considerando como restricciones su integridad estructural, así como el correcto funcionamiento y acoplamiento de dichos sistemas a la bicicleta. Por último, se realizaron pruebas experimentales con los sistemas regenerativos incorporados, verificando el correcto funcionamiento de los elementos que intervienen en la transmisión del movimiento para la carga y descarga del sistema.

(Palabras clave: KERS, resorte, regeneración)

SUMMARY

Electric vehicles represent an alternative for mobility, however, they do not have prominence compared to internal combustion vehicles, since their autonomy is limited to the charging capacity of the battery and the kilometers they travel due to it. Electric bicycles have been on the market for some time, their lack of use is related to the effort required to use them, for this reason, energy support and recovery systems have been incorporated, such as regenerative brakes, kinetic-regenerative systems (KERS), solar panels, etc. Each separately works correctly, but they have areas of opportunity when two or more of these are combined, because unifying more than one requires a control module or the creation of a transmission system to switch between driving modes. The purpose of this work is to investigate the effects of the incorporation of two energy regeneration systems in a hybrid drive bicycle to provide support to the user, reducing the amount of energy necessary to make an urban journey, adding an electric motor to assist on steep slopes and making the journey more comfortable and less exhausting. The motor was powered by a battery that is recharged during the journey through the use of regenerative brakes and the resumption of movement will be supported by the use of KERS, made up of a torsion spring that stores kinetic energy, which is used to resume the movement without the need to make any initial effort. For the design and manufacture of the regeneration systems, simulation and mechanical design tools were used, since the aim is to reduce the weight of the mechanism and simplify its integration, considering its structural integrity as restrictions, as well as the correct operation and coupling of the systems on the bicycle. Finally, experimental tests were carried out with the incorporated regenerative systems, verifying the correct functioning of the elements involved in the transmission of movement for loading and unloading the system.

Key words: (KERS, spring, regeneration)

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a la Universidad Autónoma de Querétaro, al campus San Juan del Río, a la facultad de ingeniería, y al posgrado en Mecatrónica por apoyarme en todo momento en la realización de mis estudios, así como la culminación de los mismos.

Agradezco a mis padres y a mis hermanas por brindarme siempre ese apoyo moral para continuar con mis estudios, aun cuando se presentaron momentos difíciles, siempre estuvieron ahí y fueron mi sostén para culminar con mis estudios de posgrado.

Agradezco al Dr. Ángel Pérez Cruz y al Dr. Carlos Gustavo Manríquez Padilla ya que ellos me hicieron la atenta invitación a realizar mis estudios de posgrado, así como también le dieron seguimiento a mi trabajo de investigación, y fueron parte fundamental para la culminación del mismo, siempre me orientaron tanto en el ámbito académico como personal.

Agradezco al M.C Manuel García Quijada y al Dr. Juan Primo Benítez por el apoyo y conocimiento que me brindaron en todo momento para la realización de mi proyecto de tesis en el ámbito de la manufactura, siendo uno de los pilares importantes de este trabajo de investigación, donde me orientaron para el uso de maquinaria de laboratorio.

También quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo económico de la beca que ayudo en mi formación y permitió culminar mis estudios de posgrado, realizando así los trabajos de investigación pertinentes para la obtención del grado.

INDICE

RESUMEN	ii
SUMMARY	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
INDICE	v
INDICE DE FIGURAS	vii
INDICE DE TABLAS.....	ix
1 INTRODUCCION	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Descripción del problema	9
1.3 Justificación.....	10
1.4 Hipótesis	11
1.5 Objetivos	11
1.5.1 Objetivo general:	11
1.5.2 Objetivos particulares:	11
1.6 Planteamiento general.....	12
2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	13
2.1 Bicicletas eléctricas	13
2.2 Análisis por elemento finito.....	16
2.3 Regeneración de energía	20
2.4 Dinámica de bicicleta.....	21
2.5 Transmisión de potencia	26
2.6 Procesos de manufactura.....	28
3 METODOLOGIA.....	34
3.1 Diseño de KERS	36
3.1.1 Diseño conceptual.....	39
3.1.2 Simulación y análisis del sistema	40
3.2 Fabricación de prototipo funcional.....	56
3.2.1 Maquinado	56
3.2.2 Impresión 3D.....	58
3.3 Integración de sistemas.....	60
3.4 Pruebas y análisis	60

4	RESULTADOS Y DISCUSION	62
4.1	Diseño y manufactura del diseño.....	62
4.1.1	Análisis estructural del sistema	62
4.1.2	Construcción del prototipo	74
4.2	Validación del sistema.....	81
4.2.1	Integración del sistema.....	83
4.2.2	Pruebas de funcionalidad	84
5	CONCLUSIONES.....	86
	LITERATURA CITADA	88

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Bicicleta tipo Tándem (Diaconescu, A. 2020)	14
Figura 2.- Biela discretizada para un análisis de deformaciones (Budynas & Nisbett, 2012)	16
Figura 3.- Rin de automóvil mallado con una geometría hexagonal de 8 nodos (Bathe, 2007)	17
Figura 4.- Los distintos tipos de geometría para el mallado de una pieza a) Elementos triangulares b) Elementos cuadriláteros c) Elementos tetraédricos d) Elementos hexaédricos regulares e) Hexaédricos irregulares (Logan, 2012).....	18
Figura 5 Diagrama de cuerpo libre de la bicicleta y sus reacciones.....	22
Figura 6. Diagrama de cuerpo libre de la bicicleta para análisis dinámico.	23
Figura 7. a) Engranaje simple b) Engranaje compuesto c) Engranaje epicíclico (Budynas & Nisbett,2012).....	27
Figura 8 a) Pieza realizada en fundición b) Pieza después del proceso de maquinado	29
Figura 9 Proceso de arranque de viruta en un torneado (Schimd, 2008)	30
Figura 10 Ilustración de proceso de fresado (Schmid,2008).	32
Figura 11.- Metodología del trabajo de investigación.....	34
Figura 12. Modelo CAD de la bicicleta y sistema de reconversión.....	35
Figura 13. a) Vista frontal plato resorte b) Vista trasera plato resorte	40
Figura 14 Sistema KERS propuesto	40
Figura 15 a) Plato base con resorte de torsión y b) modelo virtual	41
Figura 16 Carga del sistema KERS	44
Figura 17 Flujo del movimiento de la descarga del sistema.....	48
Figura 18 Centro de maquinado DYNA DM4322	57
Figura 19 Calculo de parámetros de maquinado para Acero 4140	58
Figura 20 Impresora Dremel DigiLab 3D45	59
Figura 21 Trazado del factor de seguridad de plato de entrada	63
Figura 22 Trazado del factor de seguridad de soporte de balero	63
Figura 23 Trazado del factor de seguridad del Collarin de entrada.....	64
Figura 24 Trazado del factor de seguridad del Plato tensor entrada.....	65
Figura 25 Trazado del factor de seguridad de Leva deslizante 1	65
Figura 26 Trazado del factor de seguridad del Trinquete de entrada.....	66
Figura 27 Trazado del factor de seguridad del Trinquete de salida.....	67
Figura 28 Trazado del factor de seguridad de la Leva deslizante 2	67
Figura 29 Trazado del factor de seguridad del Plato tensor salida.....	68

Figura 30 Trazado del factor de seguridad del Collarín de salida	69
Figura 31 Trazado del factor de seguridad de soporte de balero chico.....	70
Figura 32 Trazado del factor de seguridad del plato resorte	70
Figura 33 Trazado del factor de seguridad de Leva de carga	71
Figura 34 Trazado del factor de seguridad de trinquete de anillo.....	72
Figura 35 Trazado del factor de seguridad del engrane solar	72
Figura 36 Trazado del factor de seguridad del trinquete interno	73
Figura 37 Trazado del factor de seguridad de la leva interna	74
Figura 38 a) Proceso de fabricación de trinquete de anillo b) Maquinado finalizado de contornos externos del trinquete.	74
Figura 39 Trinquete de anillo terminado	75
Figura 40 a) Careado de cara superior b) Fresado del contorno externo del trinquete	76
Figura 41 Proceso de fabricación de Trinquete de salida	76
Figura 42 a) Plato de entrada terminado b) Maquinado de eje de rotación.....	77
Figura 43 Ensamble del mecanismo KERS	77
Figura 44 Impresión del eje de rotación y soporte de balero.....	78
Figura 45 Levas móviles impresas	79
Figura 46 Proceso de impresión de Plato tensor salida	79
Figura 47 Componentes maquinados del KERS previo a su armado.....	80
Figura 48 a) KERS físico b) Modelo virtual	81
Figura 49 Gráfico de Torque vs Desplazamiento del resorte simulado	82
Figura 50 Soportes del KERS.....	83
Figura 51 KERS a) Herramienta para pernos de cadena b) Sistema montado con soportes y cadena.....	84
Figura 52 a) Activación de sistema b) Sistema posterior a su activación.	85

INDICE DE TABLAS

Tabla 1 Clasificación de procesos de remoción de material Schimd (2008)	29
Tabla 2 Parámetros de corte implicados en el torneado.	31
Tabla 3 Parámetros de corte implicados en el fresado de piezas	32
Tabla 4 Criterios de diseño del trabajo de investigación.	39
Tabla 5 Resumen de cargas aplicadas a la entrada del sistema	54
Tabla 6 Resumen de cargas aplicado en la descarga del sistema.....	56
Tabla 7 Parámetros de impresión del laminador.....	60
Tabla 8 Parámetros para el cálculo de energía recabada.....	82

1 INTRODUCCION

En los últimos años, el uso de los vehículos eléctricos ha ido en aumento, esto con el propósito de tener un mejor aprovechamiento de la energía y de reducir emisiones contaminantes al planeta, teniendo aún áreas de oportunidad en las cuales se puede mejorar. En los vehículos eléctricos es sabido que parte de la energía utilizada para frenar se disipa en forma de calor, ya sea en un automóvil, en una motocicleta o una bicicleta; por ello, se han diseñado sistemas que aprovechen dicha energía para que no sea desperdiciada, comúnmente llamados frenos regenerativos. Estos sistemas básicamente usan un motor eléctrico que funciona como generador cuando se requiere frenar el vehículo, convirtiendo la energía mecánica en energía eléctrica, la cual, una vez esta es almacenada en una batería, pueda ser usada como alimentación del motor para ocuparlo como fuente de impulsión.

1.1 Antecedentes

Los frenos regenerativos han tenido un desarrollo más prolifero en automóviles en comparación con otros vehículos como lo son las motocicletas y bicicletas; por esta razón, la mayoría de trabajos están enfocados en automóviles, ya que fueron pioneros en el desarrollo de estos sistemas, pero en motocicletas y bicicletas aún está en desarrollo e investigación (Von Albrichsfeld & Karner, 2009). Otra manera de aprovechar la energía que se pierde a la hora de frenar es mediante el uso de "KERS". Los sistemas cinético-regenerativos son sistemas que permiten reducir la velocidad de algún vehículo y almacenar la energía mecánica recabada, proporcionando aceleración al vehículo una vez que esta energía es liberada; a diferencia de los frenos regenerativos, éstos son sistemas en los que no se puede almacenar la energía cinética durante largos periodos de tiempo, por lo que su uso es inmediato (Kumar et al., 2021). Los sistemas de regeneración de energía son ampliamente usados en los automóviles, desde particulares, hasta de carreras, como es el ejemplo de la fórmula 1, donde se incorpora un motor eléctrico para que pueda operar en conjunto con el motor a gasolina (Nayak,2015). Aunque se haga uso de motores eléctricos y sistemas de regeneración

de energía, el automóvil sigue generando emisiones contaminantes, ya que aún cuenta con el motor de combustión interna; por ello, se ha optado por utilizar estos sistemas en vehículos menos contaminantes, como lo puede ser la bicicleta, agregando únicamente el motor eléctrico y haciendo así su uso más confortable, equiparándolo al de un automóvil.

En cuanto a frenos regenerativos, se sabe que su uso comenzó con el automóvil, siendo el primer vehículo a ruedas en utilizar este sistema. Von Albrichsfeld & Karner (2009) clasificaron estos sistemas en dos grupos de acuerdo con su configuración, dichas configuraciones se diferencian de acuerdo a la distribución de la carga que reciben los frenos convencionales y el motor, el cual se usa como freno al invertir su giro y usarse como generador de energía. Para la primera configuración, el freno mecánico tiene toda la carga de frenado y el motor funge como un apoyo alterno. La segunda configuración reparte la carga de frenado entre un freno mecánico convencional y el motor. En este caso los autores optan por un sistema con la segunda configuración, desarrollado por Continental®, el cual trata de maximizar la carga de frenado en el motor generador. Los autores comprueban que la desaceleración producida por el generador es menor a altas velocidades y, por el contrario, es mayor a bajas velocidades. Por su parte, Arai et al. (2019) realizaron la comparativa del sistema de acoplamiento de unos frenos regenerativos con resorte de torsión en un modelo de un cuarto de automóvil, donde se usa únicamente una rueda, el motor de propulsión y el sistema de dirección que se une con la rueda, de modo que se emule únicamente una cuarta parte del automóvil. El sistema está conformado por un motor eléctrico, tres engranes magnéticos, un resorte de torsión, motor de cambio y un freno convencional. El resorte de torsión funciona como medio de almacenaje de energía cinética, que es almacenada realmente como energía potencial elástica, y posteriormente liberada y convertida en energía cinética. El sistema propuesto cuenta con 4 modos de funcionamiento, el primero es el modo “Aceleración” donde se aprovecha la energía almacenada por el resorte torsional, dicho resorte sirve como propulsor, posteriormente está el modo “Regenerativo” en el cual el vehículo se detiene mediante la activación del resorte torsional, recargándose así de energía potencial elástica. Después se tiene el

modo “Neutral” donde no está conectado ni el motor eléctrico, ni el resorte torsional, y el método de frenado es el sistema convencional de frenos. Por último, está el modo “Motor Eléctrico” el cual tiene como sistema propulsor al motor eléctrico. Los autores proponen una mejora en el mecanismo de acoplamiento para los distintos modos de manejo, cambiando los engranajes magnéticos por una serie de engranajes planetarios, ya que el acoplamiento consume energía por el motor de cambio. Finalmente, se demuestra una mejora del 47% en la tasa de regeneración usando la configuración de engranajes planetarios en lugar de los engranajes magnéticos. Cabe destacar que el uso de frenos regenerativos en automóviles compactos es eficiente, esto debido a que la masa que se está desacelerando es considerable y es más sencillo romper la inercia del motor que funciona como generador; además, la fuente de impulsión es un motor a gasolina, lo cual no representa ningún esfuerzo en el usuario. A pesar de ello, el uso de estos sistemas aplicado a motocicletas y bicicletas no ha sido estudiado ampliamente, existiendo un área de oportunidad muy grande para su aplicación.

Ahora bien, como sistemas alternos a los frenos regenerativos, existen los sistemas cinético-regenerativos, siendo estos utilizados tanto en vehículos utilitarios, así como en automóviles de carreras y, en este caso, en bicicletas. Menon et al. (2013) plantean la existencia de dos tipos de KERS; por una parte, están los eléctricos, presentando una eficiencia del 31 al 34% en la recuperación de energía. Estos sistemas basan su principio de funcionamiento en la conversión de energía cinética a eléctrica. Por el contrario, los KERS mecánicos, los cuales están basados en dos principios de funcionamiento, la rueda inercial y el resorte de torsión, presentan una eficiencia del 70%, la cual es mucho mayor en comparación con los sistemas eléctricos. La única diferencia radica en el tiempo de almacenaje, siendo mayor en los sistemas eléctricos mientras que, en los mecánicos, su uso deberá ser casi inmediato después de su recuperación. Para la investigación que realizaron los autores, se utilizó una rueda inercial, la cual demostró tener mayor eficiencia cuando se presentan frenados de manera repetitiva o constante. Como conclusión del trabajo se menciona que la energía que puede almacenar la rueda inercial depende directamente del peso y el radio de esta. Kumar et al. (2021) diseñaron un sistema cinético-regenerativo para una bicicleta

que incorporaba una rueda inercial como sistema de recuperación de energía, la cual estaba conectada mediante una cadena de transmisión a la rueda trasera, lo cual permitía transferir la energía cinética de la rueda trasera a la rueda inercial; además, se incorporaba un casete de cambios de velocidad en la rueda inercial para cambiar la relación de transmisión y así tener un mejor aprovechamiento de energía. El mecanismo de acoplamiento se activa y desactiva mediante un embrague mecánico controlado por una palanca de freno manual modificada que utiliza un actuador, el cual, al estar acoplado, comienza el proceso de almacenamiento de energía. Los autores mencionan que el proceso regenerativo es recomendable hacerlo con la relación de radios de los *sprockets* máxima (radio trasero a radio delantero) para que la rueda inercial (radio delantero) se cargue de manera más rápida; por el contrario, si se desea utilizar la energía cinética almacenada, se debe hacer uso de la relación de radios mínima para así poder transmitir la energía cinética almacenada en la rueda inercial hacia la rueda trasera de la bicicleta. De otro modo, esto hará que el aumento de velocidad después del frenado regenerativo sea más difícil y costoso.

En otro ejemplo de sistemas cinético-regenerativos, Kumbhojkar et al. (2015) implementaron un KERS con rueda inercial como principio de funcionamiento. Los autores propusieron el uso de dos embragues centrífugos como mecanismo de acoplamiento. De modo que el primero funciona para la recolección de energía y el segundo para la utilización de la energía recabada. El primer embrague se activa una vez la rueda trasera alcanza la velocidad "X" definida para su activación, en ese momento una zapata comienza a hacer contacto con el tambor, lo cual genera que comience a girar, dicho movimiento es transmitido a la rueda inercial por medio de un piñón y una cadena conectado a dicha rueda. Por otra parte, para el uso de la energía cosechada, se requiere que la rueda trasera alcance una velocidad "Y" siendo esta menor a la velocidad "X" antes mencionada, cuando esto sucede una zapata en el tambor del segundo embrague comenzará a hacer contacto y transmitirá la energía disponible desde la rueda inercial hacia la rueda trasera de la bicicleta de la misma manera que en la cosecha de energía. Como conclusión Kumbhojkar et al. (2015), Kumar et al. (2021) y Menon et al. (2013) sugieren la incorporación de un sistema de

Transmisión Continuamente Variable (por sus siglas en inglés CVT) para mejorar la selección de las relaciones de transmisión y tener un mayor aprovechamiento de energía, a su vez mencionan que la correcta selección de la rueda inercial es una variable de diseño importante para considerar ya que está agregando peso a la bicicleta, pero mejora a su vez el funcionamiento del sistema mismo.

Una variante de los sistemas cinético-regenerativo con rueda inercial son los sistemas que usan un resorte de torsión, el cual es capaz de regenerar energía mediante el almacenamiento de energía potencial elástica. Thombre et al. (2014) implementaron un sistema cinético regenerativo con un resorte de torsión para la cosecha de energía aplicado a un automóvil. El sistema consistía en un resorte de torsión que estaba unido a un sistema de transmisión de engranajes planetarios, el cual se encargaba de cargar, así como de transmitir la energía almacenada por el resorte. Para la cosecha de energía se debían aplicar los frenos, esto provocaba que el engranaje solar deje de girar; como consecuencia, los engranajes planetarios comenzaban a girar sobre su propio eje y a su vez movían el engranaje de anillo, este engranaje estaba soldado al resorte de torsión, provocando que comenzaran a cargarse de energía potencial elástica, internamente tenía un embrague para evitar que el resorte liberara la energía de manera involuntaria. Para la utilización de la energía, el proceso era el inverso, una vez pisado el acelerador, el embrague se liberaba y permitía utilizar la energía que fue almacenada en el resorte de torsión. Si bien se menciona como era activado el sistema, no especificaba si para la activación del mismo, era necesario utilizar un motor y energía eléctrica o si se realizaba por medios mecánicos, son aspectos que la mayoría de trabajos de este tipo, no especifican como debe realizarse dicha activación, siendo estas, áreas de oportunidad para investigar.

Khokhri et al. (2021) diseñaron un sistema con resorte de torsión, el sistema se conforma de un embrague como mecanismo de acoplamiento, un set de engranajes planetarios y el resorte de torsión. Todo este sistema está acoplado a la rueda trasera, de modo que cuando el usuario activa el freno, el mecanismo de embrague se activa también, esto produce que el engranaje solar se quede fijo y los engranajes planetarios comience a girar, lo cual produce que el engranaje de anillo comience a girar también,

comenzando el almacenaje de energía debido a que uno de los extremos del resorte de torsión está unido a dicho engrane. Para el aprovechamiento de la energía, el otro extremo del resorte de torsión está unido al engranaje solar, de modo que el engranaje de anillo quedaba fijo y la energía almacenada era transmitida hacia el engrane solar y a su vez hacia las ruedas, funcionando como un impulso extra a la hora de retomar la marcha. Como resultados obtuvieron que, para volver a retomar la marcha desde cero, se requiere de más energía cuando se incorpora el sistema de frenos regenerativos. Esto debido al peso que agrega y a la fricción de los componentes mecánicos del sistema, teniendo un consumo energético de 752.3 J cuando se incorporan el sistema cinético regenerativo, en comparación con los 912.74 J que se ocupan cuando el sistema cinético regenerativo no es incorporado. Ahora bien, Brent & Papadopoulos (1988) mencionaron que tanto los sistemas con resorte de torsión como los que incorporan una rueda inercial son bastante utilizados para la regeneración de energía, pero los autores especificaron que el sistema con rueda inercial es superior al de resorte de torsión, por su capacidad de almacenaje de energía, debido a la mayor cantidad de masa que posee en comparación con el resorte de torsión. También se menciona que los sistemas con rueda inercial son más pesados, siendo esto una desventaja, además de que se requieren de sistemas de transmisión CVT para tener una mayor eficiencia en la recolección de energía. Como conclusiones, se puede apreciar, que los sistemas que incorporan rueda inercial, tienen una mayor capacidad de almacenaje de energía en comparación con el resorte de torsión, la desventaja es que tienen un mayor peso, el cual está ligado a su capacidad de almacenaje, esto debido a que entre mayor sea el radio la rueda de inercia, mayor será el almacenaje, así como también lo será su peso. Por otra parte, el resorte torsional, tiende a ser más compacto, y por ende su peso disminuye considerablemente en comparación de la rueda inercial, la desventaja de este sistema se presenta en el mecanismo de activación, que si bien, es un tema que no se toca en las investigaciones previamente presentadas, tampoco existe una vasta fuente de información acerca de cómo puede realizarse este proceso, así como tampoco se presenta una variante a la utilización de embragues mecánicos o eléctricos, como método de activación del sistema, habiendo un área de oportunidad bastante amplia en cuanto a resortes de torsión se trata.

Además de los sistemas previamente mencionados, existen otros que incorporan mecanismos de recolección de energía diferentes como lo puede ser un dinamo o la captación de energía solar. Suyambazhahan (2011) implementó un sistema de frenos regenerativos para un modelo de un cuarto de automóvil. Para este sistema usó un motor eléctrico, un motor a gasolina, un alternador, un dinamo y un embrague magnético. El sistema funciona principalmente con el motor a gasolina y es apoyado por el motor eléctrico, dicho motor se alimenta con la batería de 12V del automóvil. La batería es recargada mientras los frenos se aplican, debido a que cuando estos son activados, el embrague magnético se acopla, haciendo girar el dinamo, el cual produce voltaje para alimentar el alternador y, finalmente, el alternador se encarga de recargar las baterías. Se demostró además que la cantidad de corriente producida por el alternador incrementa conforme aumentan las revoluciones del motor en el momento que los frenos son aplicados, siendo el sistema más eficiente para altas revoluciones del motor. Para su trabajo Corno et al. (2015) utilizaron nuevamente un dinamo como mecanismo de recolección de energía, aplicado a una bicicleta eléctricamente asistida en su pedaleado, para el desarrollo se hizo uso de una bicicleta comercial de una sola velocidad, implementando 4 componentes adicionales, los cuales fueron, un motor eléctrico sin escobillas, un controlador para el motor, un dinamo y un sensor para el pedal. El sistema controla la cantidad de energía de apoyo que suministra el motor eléctrico, el controlador por su parte propicia la información necesaria para monitorear la cadencia de pedaleo, el estado de carga de la batería y estado de fatiga del usuario, parámetros que ayudaron a determinar si había una mejora en el sistema. Como resultado, se determinó que la asistencia que se proveía al usuario era menor si el peso del usuario era bajo, mientras más aumenta el peso del usuario también se aumenta la asistencia que recibe. Por otra parte, se midió el ritmo cardiaco y se encontró que este disminuye 5 unidades cuando la bicicleta es asistida eléctricamente. Además, se implementó un algoritmo para la eficiencia de pedaleo; de forma que, cuando el pedaleo es eficiente, el sistema recupera energía. Por otra parte, cuando el pedaleo es ineficiente, se dedica a brindar apoyo mediante el uso del motor.

Kulkarni & Kadi (2016) fabricaron una bicicleta de impulsión híbrida con dos sistemas

de recuperación de energía. El primero es un panel solar, montado en la parte trasera, y el segundo es un dinamo acoplado a la rueda trasera de la bicicleta. Cada sistema tiene una unidad de acondicionamiento de voltaje para poder cargar la batería. Además, se incorporó un acelerador en el manubrio para dosificar la energía y poder así variar la velocidad de esta. La autonomía que entrega la bicicleta es de 25 km cuando la pila está completamente cargada y alcanza una velocidad máxima de 15 km/h cuando es asistida por el motor eléctrico. Todo este sistema agrega 10 kg de peso a la bicicleta. Por otro lado, Guanetti et al. (2017) propusieron un sistema de frenos regenerativos en una bicicleta, el cual no tenía cadenas de transmisión, este sistema es impulsado por las pedaleadas del usuario (contiene un dinamo acoplado a los pedales), así como de la asistencia eléctrica del motor, debido a que implementa un sistema de control que distribuye la carga de energía que aporta el usuario y las baterías del sistema. El sistema de control calcula la potencia que la rueda necesita, existiendo dos posibilidades. En la primera, la energía es suministrada por el ciclista o bien, el dinamo, sumado a la energía que aportan las baterías; por otra parte, si la potencia requerida es nula o innecesaria, el motor funciona como generador y comienza a regenerar energía. El dinamo como regenerador demuestra ser una opción viable, claro que por sí solo no es capaz de generar energía suficiente para cargar una batería o accionar un motor, pero conectado a sistemas de conversión, como los vistos anteriormente, es posible realizarlo además de que el peso de los componentes no genera una carga extra para el usuario, siendo inclusive más liviana en comparación con los KERS de rueda inercial.

Además de los trabajos previamente revisados, existen herramientas que permiten realizar análisis modales, los cuales son capaces de estimar propiedades dinámicas, siendo estas de gran utilidad a la hora de someter la pieza o mecanismo ante una perturbación externa. Tang et al. (2014) realizaron un análisis modal de un resorte de torsión usado para la regeneración de energía, haciendo uso del análisis por elemento finito para determinar las variaciones en la frecuencia natural del resorte, ante diferentes tamaños y formas de perfil utilizados para el resorte de torsión. Los perfiles analizados fueron dos perfiles rectangulares, uno de 40 X 2 mm y el otro de 10 X 2 mm y un perfil en forma de "I". Los resultados indicaron que la frecuencia natural no se veía afectada

por el ancho o la forma del perfil. Gracias a este tipo de análisis, se puede conocer la respuesta del sistema ante perturbaciones y en conjunto con herramientas como el elemento finito, se es capaz de determinar también la durabilidad del sistema, ahorrando costos y tiempos a la hora de la fabricación de prototipos, reduciendo así el desperdicio de material. De la revisión de literatura presentada se puede concluir que existen sistemas que realizan las acciones de regeneración de energía tanto mecánica como eléctrica, cumpliendo con la función para la cual fueron creados, pero que no son los más eficientes o, en su defecto, agregan más carga o peso provocando mayor resistencia para el usuario, siendo así una desventaja más que un sistema de apoyo. Por lo tanto, existe aún una gran área de oportunidad para la mejora de estos sistemas a través del desarrollo de nuevos sistemas haciendo uso de herramientas y metodologías de diseño

1.2 Descripción del problema

El aprovechamiento de la energía que es perdida durante el proceso de frenado que se lleva a cabo en una bicicleta es un área que hoy día es bastante estudiada. Por ello, se han creado sistemas regenerativos de energía, los cuales tienen áreas de oportunidad para su mejoramiento o inclusive para la creación de nuevos sistemas. Aunque ya existen distintos sistemas regenerativos que, si bien, cumplen con su función, agregan peso a la bicicleta, incrementando la carga que debe mover el usuario al momento de utilizar la misma, producto de una mala selección o diseño de los componentes del sistema que, a su vez, son sistemas complejos de usar. De esta manera, utilizarlos requiere dedicar tiempo para operarlos, lo cual disminuye la concentración del ciclista a la hora de manejar, siendo un peligro para el ciclista mismo. Por último, las bicicletas como medio de transporte no son las predilectas, debido a que muchas veces su uso puede ser agotador y generar incomodidad a la hora de utilizarlas, motivo por el que el automóvil es preferido antes que la bicicleta aun sabiendo que la movilidad urbana se ve ralentizada debido al uso excesivo del automóvil. Para poder mejorar el uso de la bicicleta, se debe hacer énfasis no solo en la incorporación de un motor eléctrico sino en el aprovechamiento de energía que es desperdiciada en diversas

partes de la bicicleta, perjudicando su autonomía, siendo la capacidad de la batería un factor que determina la distancia que se puede recorrer. Los trabajos que se han desarrollado se apoyan únicamente de la parte teórica dado que pocos son los que han desarrollado un prototipo funcional, razón por la cual no se ha podido estudiar la eficiencia del sistema. Por otra parte, el acomodo que tienen los componentes dentro del sistema influye de manera significativa, agregando peso y componentes al sistema, haciendo el sistema más pesado y difícil de operar, siendo contraproducente a lo que se quiere lograr, inclusive, en algunos casos, es necesario implementar actuadores o sistemas de acoplamiento los cuales a su vez, requieren de energía para su activación, perdiendo así la energía que acaba de ser recuperada,.

1.3 Justificación

La implementación de sistemas de regeneración de energía ayudará a disminuir la carga motriz que conlleva su funcionamiento, esto beneficiará al usuario, permitiéndole utilizar la energía regenerada para alimentar al motor eléctrico y activarlo en pendientes prolongadas o trayectos difíciles, así como también la reanudación del movimiento después de un alto total, sin la necesidad de suministrar grandes cantidades de energía motriz, fatigando en menor medida al usuario, y disminuyendo los picos de corriente que se generan cuando se activa nuevamente el sistema, viéndose reflejado en la autonomía de la batería y el confort del usuario. Para el desarrollo de los sistemas se usarán herramientas de simulación para determinar la factibilidad de los mecanismos a fabricar y no generar desperdicios en el proceso de fabricación, a su vez se incorporará la cantidad mínima de componentes para no agregar más peso a la bicicleta

También, se debe tomar en cuenta que, hoy día, el calentamiento global es un problema que afecta de manera importante a todo el mundo, por ello es importante comenzar a aprovechar energías verdes o renovables, y con ello emitir menos contaminantes al medio ambiente; por ende, la bicicleta es el medio de transporte que puede contribuir a disminuir las emisiones contaminantes, mejorando la movilidad urbana, la cual se ve beneficiada con la reducción de los tiempos de traslado de un lugar

a otro.

1.4 Hipótesis

La implementación de sistemas de frenado regenerativo y cinético regenerativo en bicicletas permitirá disminuir la cantidad de energía motriz necesaria para realizar desplazamientos en zona urbana, ya que reduce la cadencia de pedaleo y facilitará la reanudación del movimiento después de aplicar un frenado sin que esta energía sea desperdiciada, apoyándose en el análisis del elemento finito para garantizar la dinámica más adecuada para los sistemas y mejorando el aprovechamiento de energía.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general:

Diseñar, fabricar y probar experimentalmente un prototipo de bicicleta de impulsión híbrida incorporando sistemas de regeneración para mejorar la recolección de energía, haciendo uso del análisis por elemento finito.

1.5.2 Objetivos particulares:

- Seleccionar y dimensionar la bicicleta que se usará en la investigación para conocer el área de trabajo y determinar los criterios de diseño, haciendo uso de programas de diseño asistido por computadora.
- Seleccionar un kit de reconversión eléctrica que cuente con frenos regenerativos y modelar mecánicamente el sistema cinético-regenerativo adecuado para la fuente de impulsión eléctrica y motriz tomando en cuenta los criterios de diseño para su integración.
- Diseñar elementos mecánicos de acoplamiento para habilitar el cambio de los modos de operación del sistema de impulsión híbrida mediante el uso de herramientas de diseño.
- Construir el prototipo de impulsión híbrida con regeneración de energía

para realizar pruebas funcionales del sistema mediante el uso de máquinas y equipo de laboratorio.

- Realizar pruebas prácticas del sistema para verificar el correcto accionamiento de sus componentes mediante el uso de un rodillo de entrenamiento estático para su activación.

1.6 Planteamiento general

El presente trabajo pretende implementar un sistema cinético-regenerativo de energía en una bicicleta de impulsión híbrida, la bicicleta cuenta con un sistema de frenos regenerativos, el cual se enfoca a la regeneración de energía para recargar la batería. Por otra parte, el KERS estará enfocado a la regeneración de energía, para su uso inmediato, de modo que se convertirá la energía cinética en energía potencial elástica. Se cuantificará también la cantidad de energía recabada por el KERS, de modo que se pueda disminuir así la cantidad de energía motriz utilizada por el usuario para realizar trayectos urbanos. Cabe destacar, que los trabajos que se han realizado acerca del tema, carecen de implementación y en algunos casos la experimentación se limita únicamente al cálculo de la energía recabada mediante el uso de un software de elemento finito, o en su defecto a cálculos analíticos realizados mediante formulaciones cinéticas y cinemáticas.

2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En esta sección se presentan las bases sobre las que se apoya el trabajo, abarcando los principales temas relacionados con el principio de funcionamiento que tienen los mecanismos para su diseño e implementación, así como un breve repaso acerca de la historia de la bicicleta eléctrica y como esta ha ido evolucionando e incorporando mejoras en su funcionamiento.

2.1 Bicicletas eléctricas

La bicicleta eléctrica es una clase de vehículo eléctrico, basado en una bicicleta convencional, con la única diferencia de que se le ha agregado un motor eléctrico como medio de propulsión, siendo un medio de transporte ecológico en comparación con un automóvil o una motocicleta, teniendo como fuente de alimentación una batería.

Las bicicletas eléctricas tienen sus orígenes en el año de 1890 de la misma manera que las bicicletas convencionales, siendo registradas diversas patentes acerca del desarrollo de bicicletas eléctricas. Como lo es el caso de Ogden Bolton, quien registro su patente de una bicicleta que usaba un motor de escobillas de seis polos, el cual se encontraba montado en la rueda trasera. Por otra parte, Hosea W en 1897 registró su patente usando motores eléctricos de doble sentido de giro, esta patente sería utilizada nuevamente por la marca Giant Lafree en el año de 1990 para crear sus bicicletas eléctricamente asistidas. Posteriormente, en el año de 1920 Heinzmann una marca alemana comenzó la producción en masa de motores eléctricos para bicicletas, siendo estos montados primeramente en una bicicleta tipo tándem, como se puede apreciar en la Figura 1, para posteriormente ser incorporados en las bicicletas del servicio de mensajería alemana.



Figura 1.- Bicicleta tipo Tándem (Diaconescu, A. 2020)

Para el año de 1930 Lejay Manufacturing registró la patente de la “GoBike” una bicicleta que montaba un generador perteneciente al Ford “Modelo T” el cual se encontraba acoplado a la rueda trasera. Después Moulton Consultants Ltd desarrolló una bicicleta con transmisión de doble cadena, la primera era usada para mover el piñón trasero, mientras que la segunda era utilizada para conectar al motor eléctrico. Para el año de 1940 se registró un incremento en el número de bicicletas que se utilizaban, esto debido a la escasez de vehículos motorizados grandes derivado de los estragos de la segunda guerra mundial. Cabe destacar que la mayoría de las patentes que se generaron durante este periodo, fueron opacadas por el desarrollo que tuvo la industria de las motocicletas, por su importante rol durante el periodo de guerra. Inclusive en el periodo post-guerra debido a que fue prohibida la restauración de la industria aeronáutica, los ingenieros que se dedicaban a la manufactura de motores para aviones, vieron una oportunidad en la industria de motocicletas, quedando aún más dilucidado el desarrollo de las bicicletas eléctricas, que a pesar de lo sucedido se vieron beneficiadas por el desarrollo de nuevas tecnologías. No fue sino hasta 1973 cuando el uso de la bicicleta fue fomentado, aunque no tuvo una respuesta positiva, pues no ganó mucha popularidad a pesar de esto; por el contrario, en Estados Unidos, se tuvo un rol importante como medio de transporte urbano, derivado de la crisis petrolera del 1973. En el año de 1982 Egon Gelhard desarrolla una bicicleta eléctrica que trabajaba con el principio de “pedaleo eléctricamente asistido” el cual incorporaba un sensor en el pedal, el cual activaba el motor para funcionar como apoyo a la hora de pedalear. Para los

años posteriores se registra un incremento en el registro de patentes, todas relacionadas con el desarrollo de sensores de torque para el pedaleado eléctricamente asistido. En 2005 el desarrollo de bicicletas eléctricas tuvo un repunte, gracias a la creación de baterías de litio, esto debido a que se reducía notablemente el peso de las bicicletas y mejoraba la capacidad de carga de la batería (Hung & Lim, 2020).

Las principales ventajas de una bicicleta eléctrica son: la facilidad económica de su adquisición y la reducida cantidad de contaminantes que emite, por la parte económica se puede apreciar que el costo por kilómetro, incluyendo el mantenimiento de la bicicleta, es 0.7 centavos (estadounidenses) menos en comparación con una motocicleta, que tiene un costo de \$0.031 /km, o de \$0.62 /km en comparación con un automóvil. Además, una bicicleta eléctrica, requiere de 6 a 8 horas de carga, con la cual puede recorrer alrededor de 35 a 50 km a una velocidad de 20 km/h dependiendo, claro, del peso que se está moviendo. Desde el punto de vista ambiental, se sabe que las emisiones emitidas por un automóvil son las siguientes:

- CO 3.15 g/km
- CO₂ 1.82 g/km
- NOX 2.29 g/km

Por lo que se puede concluir que, mediante el uso de una bicicleta eléctrica, por cada 100 km recorridos, un promedio de 8.5 Lts de gasolina son ahorrados y, por ende, la contaminación se ve reducida (Salmeron-Manzano & Manzano-Agugliaro, 2018).

Hoy día, de acuerdo al país, existen diferentes regulaciones, por ejemplo, en china la bicicleta no debe exceder los 20 km/h y pesar más de 40 kg; por otra parte, en Europa al ser manufacturadas sus bicicletas en Holanda y Alemania, estas deben ser del tipo "Pedaleado asistido", de la misma manera en la que se hace en Japón, solo que, en este país, las bicicletas son producidas por la industria automotriz. A su vez, Taiwan es uno de los principales exportadores de Europa y los Estados Unidos (Mütze & Tan ,2005).

2.2 Análisis por elemento finito

El análisis por elemento finito es un conjunto de técnicas y métodos numéricos para la resolución de esfuerzos en sólidos continuos. Básicamente el método hace de un componente mecánico continuo una serie de pequeñas subestructuras o elementos, dividiéndolos y así discretizándolos, usando funciones polinomiales y operaciones matriciales como se muestra en la Figura 2 donde se puede apreciar el modelo de una biela de motor, a la izquierda se encuentra el modelo 3D, a su derecha se muestra el modelo ya discretizado y dividido en partes más pequeñas. Por último, se puede también apreciar el resultado del análisis de deformaciones (Budynas & Nisbett, 2012).



Figura 2.- Biela discretizada para un análisis de deformaciones (Budynas & Nisbett, 2012)

El verdadero propósito para el cual fue desarrollado este método fue por necesidad de analizar estructuras complejas en el ámbito de la ingeniería aeronáutica, esto debido a que largos sistemas de ecuaciones algebraicas debían ser resueltas y, gracias a la ayuda de un ordenador, esta tarea se volvió algo más sencillo de realizar. Si bien, no se conoce exactamente el origen de este método, el nombre que hoy día lleva fue acuñado por R.W Clough en el año de 1960, año donde el potencial que tenía este método fue claramente visto, por lo que comenzó a realizarse investigación y desarrollo en Europa y en los Estados Unidos. Claro que, si no hubiera habido un desarrollo en los programas computacionales, todo este desarrollo no sería posible. Hoy día, hay una diversidad de software que cuentan con módulos de elemento finito, de este modo es más sencillo

mostrar las gráficas y los resultados de los cálculos, algunos de los más destacados son Nastran, ANSYS, ASK y SAP. Originalmente este método era usado únicamente para análisis estructurales, pero hoy día es también usado para análisis multi-físicos, siendo posible resolver problemas que incluyen flujos de fluidos y sus interacciones con las estructuras a analizar.

El método del elemento finito se rige por la utilización de nodos, los cuales están distribuidos por todo el sólido ya sea en sus caras o en sus esquinas o, en su defecto, pueden estar ubicados dentro del volumen a analizar, considerando que en ningún momento se traslapan los nodos, pero todos estos juntos, conforman el sólido o fluido, justo como puede apreciarse en la Figura 3 (Bathe, 2007).

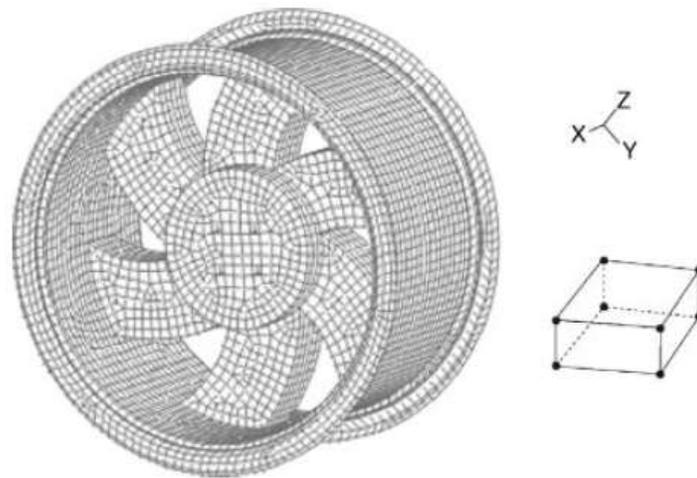


Figura 3.- Rin de automóvil mallado con una geometría hexagonal de 8 nodos (Bathe, 2007)

Existen diferentes geometrías para representar los elementos en los que subdivide el sólido, en la Figura 4 se muestra una tabla con las principales geometrías utilizadas, tanto para análisis en 2 dimensiones, como para 3 dimensiones, donde se explica cuáles son sus principales aplicaciones y usos. Para análisis no lineales de estructuras, es preferible utilizar cuadriláteros de 4 nodos cuando estamos utilizando únicamente dos dimensiones, para sólidos se recomienda utilizar el hexágono de 8 nodos.

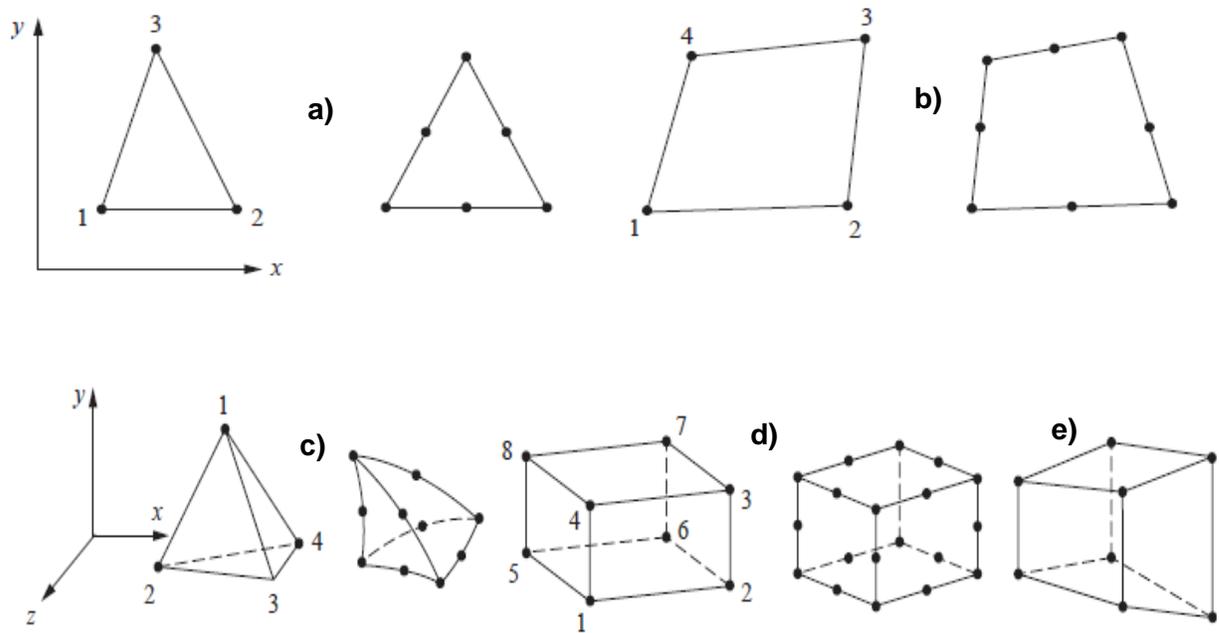


Figura 4.- Los distintos tipos de geometría para el mallado de una pieza a) Elementos triangulares b) Elementos cuadriláteros c) Elementos tetraédricos d) Elementos hexaédricos regulares e) Hexaédricos irregulares (Logan, 2012)

En cuanto a teoría estructural se refiere, la ecuación que rige el método de elemento finito se denomina “ecuación global de rigidez”, la cual nos permite conocer la fuerza o el desplazamiento de los nodos de nuestro sólido a estudiar, la ecuación es la que se presenta enseguida:

$$\{F\} = \{K\}\{d\} \quad \text{Ec.1}$$

La matriz F representa las fuerzas que se presentan en cada nodo, habiendo desplazamientos en X , Y y Z , siendo estos representados por la letra u, v y w , respectivamente, la matriz se representa de la siguiente manera:

$$F = \begin{Bmatrix} F_{1X} \\ F_{1Y} \\ F_{1Z} \\ F_{2X} \\ F_{2Y} \\ F_{2Z} \\ \vdots \\ F_{nX} \\ F_{nY} \\ F_{nZ} \end{Bmatrix} \quad d = \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \vdots \\ U_n \\ V_n \\ W_n \end{Bmatrix} \quad \text{Ec.2}$$

Por otra parte, la matriz de rigidez se representa de la siguiente manera, del lado izquierdo se muestra la matriz de rigidez local, y del lado derecho la global.

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{Ec.3}$$

A su vez, también se muestra la ecuación de esfuerzo-deformación de un material, la cual permite calcular los esfuerzos de los elementos siendo estos el producto de una matriz de elasticidad del material y un vector de deformaciones. Los vectores de esfuerzo y deformación se muestran en la siguiente ecuación, cabe aclarar que estas ecuaciones aplican para elementos sometidos a estados de esfuerzo en los 3 ejes.

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec.4}$$

Para la matriz de elasticidad está implicado el coeficiente de poisson (ν) que representa cuanto se estrecha un prisma de material isotrópico, y el módulo de elasticidad de Young (K),

$$[D] = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & 1-v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 1-v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2} \end{bmatrix} \quad \text{Ec.5}$$

2.3 Regeneración de energía

Los vehículos eléctricos parecieran ser la solución a los problemas de contaminación que se tiene hoy en el mundo, ya que estos producen menor cantidad de contaminantes en comparación con los vehículos que montan un motor de combustión interna, pero la principal razón por la cual estos vehículos no son tan comercializados, tiene que ver con la autonomía que pueden entregar como menciona, siendo inferior en comparación con los motores a gasolina (Younes et al., 2013). Por ello este es un problema que ha dado pie a la investigación para aumentar la autonomía o, en su defecto, la disminución del consumo de energía cuando estos vehículos están en funcionamiento. Se han desarrollado sistemas de regeneración de energía, pero los más utilizados hoy en día son aquellos que pueden convertir la energía cinética en energía eléctrica. El primero de ellos son los llamados “Frenos regenerativos” este sistema basa su principio de funcionamiento en la conversión de energía mecánica, más específicamente la energía cinética que posee el vehículo y es convertida a energía eléctrica mientras el vehículo es frenado, cargando así la batería o la fuente de alimentación, corresponde básicamente al funcionamiento del alternador de un automóvil, el cual se rige por el principio de inducción electromagnética, dicho principio establece que la generación de una fuerza electromotriz (ϵ) es producto de la variación de un flujo magnético que circula a través de las espiras internas del motor, la cual se ve influenciada por las vueltas (N) o espigas por las que pasa dicho flujo magnético, lo cual produce una salida de energía del motor. Para el caso de los frenos regenerativos, este principio funciona al revés, de manera que la fuerza electromotriz es inducida, y se tiene a la salida un voltaje de

alimentación, el cual va dirigido a recargar la batería del sistema.

Más específicamente, el motor eléctrico ayuda a disminuir la velocidad del vehículo, rotando en la dirección inversa de giro del motor, funcionando como un generador, recargando así la batería como se aprecia en la Figura 5, donde el esquema del lado derecho, representa el sistema en su modo regenerativo. Por otra parte, del lado izquierdo se muestra el arreglo en su modo propulsión, donde las baterías suministran energía para propulsar el motor eléctrico. Este tipo de sistemas es bastante utilizado en automóviles y motocicletas, donde se puede notar como reduce el consumo de combustible y las emisiones contaminantes, ya que muchos de estos sistemas están montados en automóviles híbridos, donde se utiliza tanto un motor eléctrico como uno de combustión interna.

2.4 Dinámica de bicicleta

La dinámica de la bicicleta está regida por las reacciones que se generan entre la bicicleta y el suelo, producto de la interacción con su medio. Para la bicicleta en particular, se tiene una interacción similar a la de un automóvil, solo que en este caso se tienen únicamente dos ruedas, el análisis que se puede desarrollar, puede ser estático o dinámico, el primero de ellos sirve para determinar parámetros como las reacciones de las llantas con el suelo, para ellos se debe tener conocimiento de características como la ubicación del centro de gravedad, distancia entre ejes, distancia entre el centro de gravedad y ejes de rotación, etc. Por otra parte, el análisis dinámico sirve para poder determinar parámetros como lo es la distancia y torque de frenado, distribución de pesos, aceleración o desaceleración de la bicicleta misma. Con base a lo establecido por Reza N (2017), primeramente, se calcularon las reacciones de la bicicleta de manera estática, para ello se usó el diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 5 donde existen dos reacciones normales (F_{y1} y F_{y2}) en cada una de las llantas.

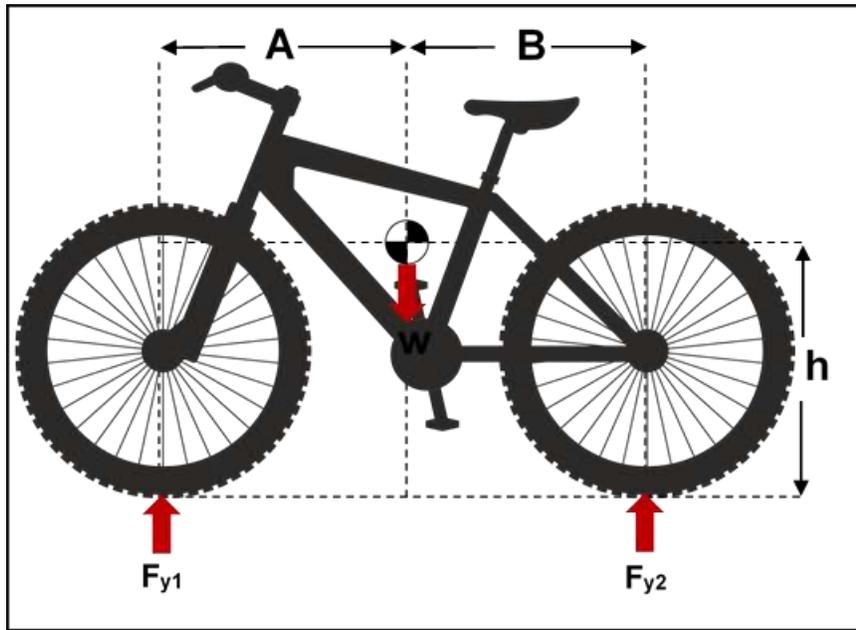


Figura 5 Diagrama de cuerpo libre de la bicicleta y sus reacciones.

Para determinar las reacciones de la bicicleta, se debe realizar una sumatoria de fuerzas y momentos de manera estática, como se muestra en la ecuación 6

$$\begin{array}{ll}
 \Sigma F_x = 0 & \Sigma M_x = 0 \\
 \Sigma F_y = 0 & \Sigma M_y = 0 \\
 \Sigma F_z = 0 & \Sigma M_z = 0
 \end{array}
 \qquad \text{Ec.6}$$

Por otra parte, para el análisis dinámico se utiliza el diagrama de cuerpo libre de la Figura 6, donde se integran las mismas 3 reacciones del análisis estático, agregándose las reacciones longitudinales que tiene la llanta con el suelo (F_{x1} y F_{x2}) y la aceleración de la bicicleta (a_x).

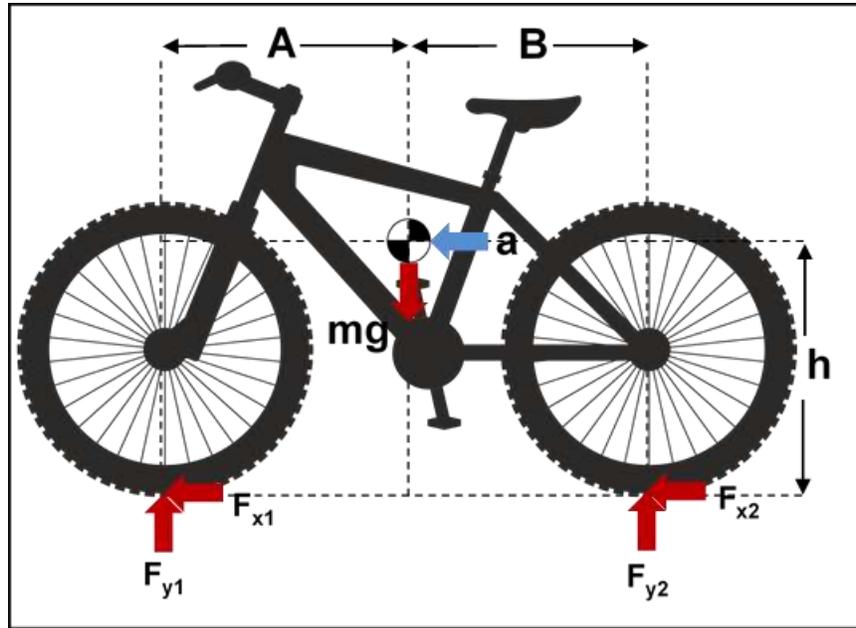


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre de la bicicleta para análisis dinámico.

Existen diversas variables que deben calcularse, la primera de ellas es la aceleración del cuerpo, así como la distribución de pesos, que conlleva el efecto de la aceleración misma; Para el cálculo de la aceleración se debe utilizar la segunda ley de Newton, la cual enuncia que la aceleración de un cuerpo u objeto, es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él, las ecuaciones que rigen a esta ley, se muestran enseguida:

$$\Sigma F_x = ma_x$$

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_z = ma_z$$

Ec.7

De acuerdo a lo que menciona (Reza N, 2017) dependiendo de la tracción que presente el vehículo, la reacción contraria de donde se encuentre la fuente de impulsión (trasera o delantera) puede tomarse como 0 debido a que la fuente de tracción conlleva la mayor parte del contacto con el suelo, siendo la reacción complementaria, casi nula. Para ello se tienen las siguientes dos formulaciones, que se ocupan de las reacciones longitudinales de la llanta con el suelo:

$$\begin{aligned}
 F_{x1} &= \mu_x F_{y1} \\
 F_{x2} &= \mu_x F_{y2}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 8}$$

De estas ecuaciones se puede determinar que la aceleración máxima de la bicicleta, cuando las llantas todavía no pierden el contacto con el pavimento, son dependientes del coeficiente de fricción:

$$a_{max_x} = \mu_x g \tag{Ec. 9}$$

De la ecuación 7 se derivan algunas ecuaciones secundarias, estas toman en cuenta que la distribución de pesos en la bicicleta se comporta de manera diferente cuando está en reposo a cuando esta se encuentra en movimiento, razón por la cual, derivada de la ecuación 8 que se ocupa de las reacciones longitudinales en la bicicleta (F_{x1} y F_{x2}) surge la siguiente ecuación

$$\mu_x (F_{y1} + F_{y2}) = ma_x \tag{Ec. 10}$$

Aquí se puede apreciar que la sumatoria de las fuerzas longitudinales dependen de un coeficiente de fricción, a su vez, cada una de las reacciones normales (F_{y1} y F_{y2}) tiene su componente tanto estática como dinámica, de manera que cuando un cuerpo acelera, la distribución de pesos cambia con ello, ya que tiende a concentrar el peso en la parte trasera del vehículo, esta compensación puede apreciarse en la ecuación 9 donde se le suma la componente dinámica a la reacción normal trasera, caso contrario de la reacción frontal, donde esta componente es restada:

$$F_{Y1} = (F_{y1})_{st} + (F_{y1})_{dyn} = \frac{1}{2}mg \frac{B}{l} - \frac{1}{2}ma \frac{h}{l}$$

$$F_{Y2} = (F_{y2})_{st} + (F_{y2})_{dyn} = \frac{1}{2}mg \frac{A}{l} + \frac{1}{2}ma \frac{h}{l} \quad \text{Ec. 11}$$

Otro aspecto importante a considerar es la parte cinética, ya que se debe llevar el cuerpo desde una velocidad definida hasta el estado de reposo, por lo cual se deben utilizar un par de ecuaciones que se muestran enseguida, dichas ecuaciones ayudan a determinar tanto el torque de frenado, así como la potencia necesaria para el motor eléctrico que se incorporará. Las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} P &= fv \\ T &= Fd \end{aligned} \quad \text{Ec. 12}$$

Para el cálculo de la potencia requerida del motor, se debe definir una velocidad promedio que se quiere alcanzar, esta velocidad se utiliza para poder determinar las fuerzas longitudinales desarrolladas en la rueda de la bicicleta, en este caso se usa únicamente la reacción de la rueda trasera (F_{x2}), ya que en esta rueda estará montado el motor eléctrico. Una vez calculada la reacción se puede proceder al cálculo de la potencia del motor, con la ecuación 12. De igual manera se puede calcular el torque de entrada, pero para la aceleración de la bicicleta no es de suma importancia, caso contrario para la desaceleración, donde el torque de frenado, será la variable de entrada para el análisis estructural de cada uno de los elementos críticos, por lo que se calcula con la ecuación 12.

Por último, para el cálculo de la desaceleración, es necesario conocer el tiempo de frenado (t), debido a que permitirá obtener tanto la desaceleración, así como la distancia de frenado de la bicicleta (d), partiendo de una velocidad crucero definida por el usuario (V_o) hasta llegar a un estado de reposo (V_f), las fórmulas se presentan en la ecuación 13, y son parte de la cinemática de la bicicleta.

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$
$$V_f^2 = V_o^2 + 2a(d - d_o) \quad \text{Ec. 13}$$

2.5 Transmisión de potencia

La transmisión de potencia es una actividad muy común en cuanto a mecanismos se refiere, esto debido a que es necesario como su nombre lo dice, transmitir movimiento de una entrada a una salida, para entregarla y accionar algún mecanismo, o bien, aumentar la cantidad de energía que es entregada en la salida. Hoy día existen diversos tipos de sistemas de transmisión, enseguida se enlistarán los más usados:

- Engranés
- Catarinas de cadena
- Poleas y bandas

Para el proyecto en curso, únicamente se hace uso de los sistemas por engranes y catarinas de cadena, para ello, es importante profundizar en las ecuaciones que rige la transmisión de potencia por medio de engranes y catarinas. Otro aspecto importante a considerar es el tipo de trenes de engranajes que se ocupan, existen 3 principales configuraciones, las cuales se pueden apreciar en la Figura 7.

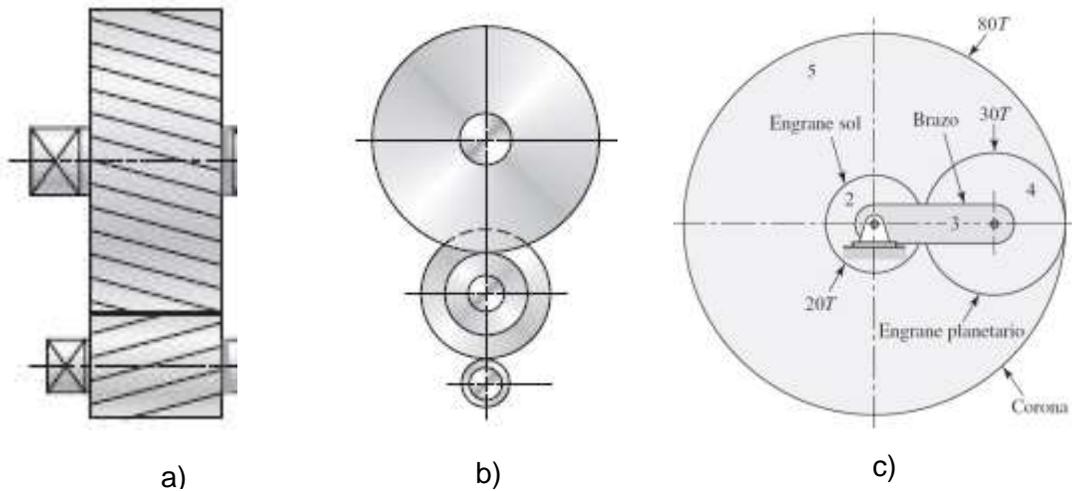


Figura 7. a) Engranaje simple b) Engranaje compuesto c) Engranaje epicíclico (Budynas & Nisbett,2012)

En el inciso a) de la Figura 7 se puede apreciar un tren de engranajes simples, donde únicamente tienen contacto dos engranes. En el inciso b) se puede apreciar una configuración similar, solo que, en este caso, existe más de un engrane por eje a estos trenes se les llama compuestos, mientras que los simples únicamente montan un engrane por eje, los compuestos pueden llevar mínimo 2 de ellos, por lo que la relación de transmisión se ve afectada. Por último, el inciso c) es un tren de engranajes planetarios, el cual se compone de un engrane corona o anillo, el cual tiene su dentado por la parte interior del engrane, contrario a los engranes tradicionales; un engrane solar, normalmente colocado al centro del sistema, y un par de engranes planetarios, los cuales orbitan al engrane solar, comúnmente movidos por un porta satélites o brazo.

Cada uno de estos sistemas tiene su ecuación para calcular su relación de velocidad, dichas ecuaciones se muestran enseguida de acuerdo a lo establecido por Budynas & Nisbett (2012):

$$\text{Simple } m_v = \frac{N_1 N_2}{N_2 N_3} \dots = \frac{N_e}{N_s}$$

$$\text{Compuesto } m_v = \frac{N_1 N_3}{N_2 N_4} \dots \frac{N_{n-1}}{N_n}$$

$$\text{Epicícliclo } \frac{N_1 N_3 \dots N_{n-1}}{N_2 N_4 \dots N_n} = \frac{w_l - w_{arm}}{w_f - w_{arm}} \quad \text{Ec. 14}$$

Para el caso de las catarinas y la cadena se tiene la misma formulación que un tren de engranajes simple, debido a que solo se toma en cuenta el número de dientes de la Catarina conducida o, de entrada, y el de salida. Cabe aclarar que, para el trabajo de investigación, se optó por adquirir el set de engranajes epicíclicos..

2.6 Procesos de manufactura

La manufactura está inmersa en nuestro día a día, ya que casi cualquier cosa que podamos observar alrededor de nosotros, estuvo inmersa en un proceso de manufactura, bien como menciona Schmid (2008) el proceso de manufactura consiste en la conversión de materia prima en un producto, comprendiendo también así las actividades en las que este producto fabricado es utilizado para la elaboración de otros productos más. La clasificación que puede adquirir un producto manufacturado, se divide en dos, la primera refiere a los productos discretos, los cuales son usados como unidad, como lo pueden ser clavos, pijas, tuercas, etc. Por otra parte, los productos continuos, son aquellos que una vez manufacturados, pueden dividirse en partes más pequeñas para su uso, como lo puede ser una tubería, solera, alambre, etc. Ahora bien, existe una gran variedad de procesos de manufactura, los más comunes se enlistan enseguida:

- Fundición de metal
- Formado y moldeado
- Procesos de maquinado

Cada uno de estas tres categorías tiene diversos procesos de manufactura, pero para la presente investigación, se abordará la parte de procesos de maquinado y sus correspondientes maquinas herramientas.

El maquinado comprende un grupo de procesos donde la principal característica es

la remoción de material, así como la modificación de las superficies que ya han sido realizadas, abarcando operaciones secundarias y de acabado. Como se menciona en el párrafo anterior existen piezas que pueden ser fabricadas por alguna de las otras dos categorías de procesos, pero ninguna es capaz de entregar acabados pulidos, o finos, como lo es el caso de los maquinados, en la Figura 8 se puede apreciar un cigüeñal de un automóvil, el cual fue producido mediante fundición de metales, en el lado izquierdo se puede observar el producto recién salida del proceso de fundición, mientras que del lado derecho, el resultado después de haber maquinado la misma pieza.

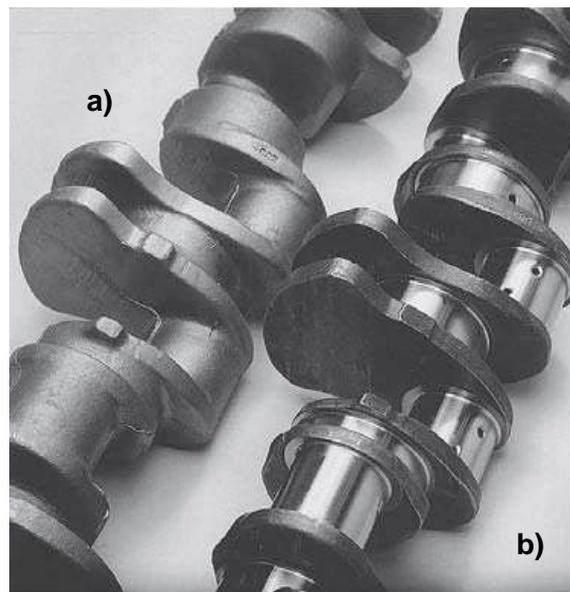


Figura 8 a) Pieza realizada en fundición b) Pieza después del proceso de maquinado

A su vez, los procesos de remoción de material se clasifican en 3 categorías de la siguiente manera:

Corte	Proceso abrasivo	Procesos avanzados
<ul style="list-style-type: none"> • Torneado • Fresado • Centros de maquinado 	<ul style="list-style-type: none"> • Rectificado 	<ul style="list-style-type: none"> • Métodos eléctricos • Métodos químicos • Métodos térmicos • Uso de laser

Tabla 1 Clasificación de procesos de remoción de material Schimd (2008)

Para la realización de este trabajo se utilizarán procesos de remoción de material del tipo “Corte”, razón por la cual, se abordará un poco en ellos, y que parámetros de mecanizado están involucrados en este proceso de manufactura.

Torneado

El torneado es un proceso de remoción de material basado en el uso de una herramienta de corte de un solo punto de corte, este proceso mantiene la herramienta estática, de cierta manera, debido a que la misma se mueve para realizar las diferentes operaciones que se pueden realizar en un torno, por el contrario, la pieza que se va a maquinar se mantiene girando en una pieza móvil del torno llamada Chuck, de manera que al acercará la herramienta de corte al material, esta producirá el desprendimiento o remoción de material. En la Figura 9 se puede apreciar de mejor manera la operación de torneado.

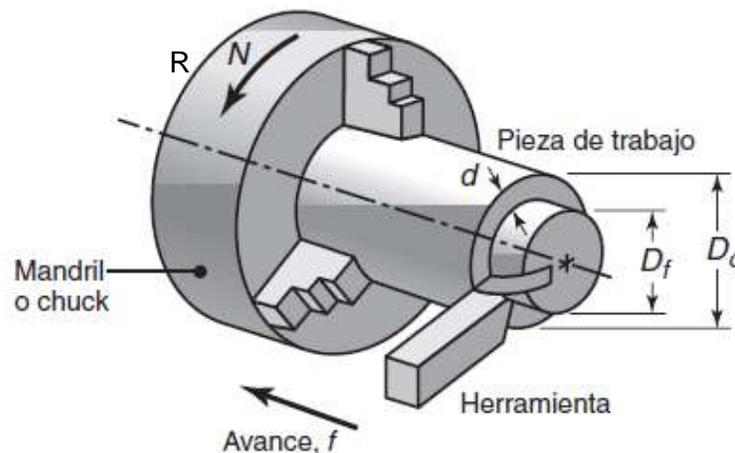


Figura 9 Proceso de arranque de viruta en un torneado (Schimd, 2008)

Los parámetros de corte involucrados en el proceso de torneado son los siguientes:

Velocidad de corte (V_c)	Refiere a la velocidad relativa que tiene la pieza y la herramienta de corte
Revolución por minuto (RPM)	Refiere a la velocidad de rotación de la pieza, medida normalmente en RPM

Avance (<i>f</i>)	Refiere a la distancia que recorre la herramienta por revolución de la pieza.
---------------------	---

Tabla 2 Parámetros de corte implicados en el torneado.

En la Tabla 2, se enlistaron los principales parámetros de corte involucrados, de los cuales, dos de ellos pueden conseguirse de tablas (Velocidad de corte y Avance) dependiendo de que material se esté maquinando y su respectivo diámetro, por ello, el único parámetro que se debe calcular es la velocidad de rotación de la pieza, la cual puede calcularse con la Ecuación 15, de manera que la velocidad de rotación (RPM) es el residuo de los productos de la velocidad de corte (V_c) y mil, entre el producto de Pi por el diámetro de la pieza (D), la ecuación se muestra enseguida:

$$RPM = \frac{1000 * v_c}{\pi * D} \quad \text{Ec.15}$$

Fresado

El fresado es un tipo de maquinado donde el eje de rotación de la herramienta es perpendicular al plano de la pieza; para el fresado, contrario al torneado, la parte móvil es la herramienta de corte, la cual gira sobre un eje de rotación, y al acercarse a la pieza, la cual se encuentra sujeta a la bancada de la fresadora, se produce la remoción de material, las fresas o herramientas corte son fabricadas normalmente con aceros de alta velocidad, y en algunos casos cuentan con recubrimientos para mejorar sus capacidades de remoción; para estas herramientas, cada uno de los dientes cuenta como una herramienta de corte de un solo punto, de manera que por la rotación que lleva, cuenta con varios puntos de remoción de material. En la Figura 10 se puede apreciar de mejor manera el proceso de fresado.

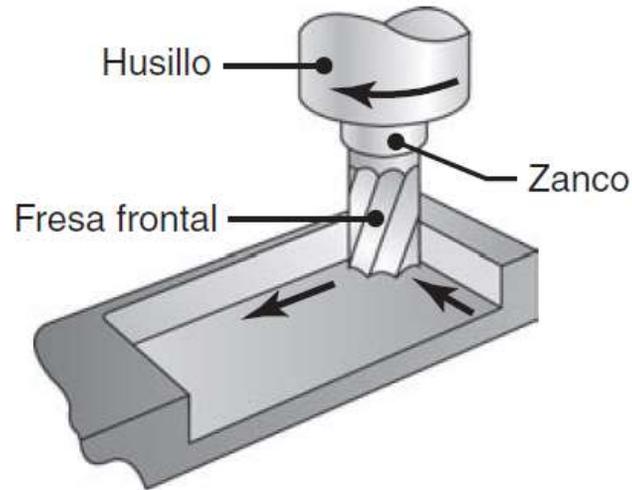


Figura 10 Ilustración de proceso de fresado (Schmid,2008).

Los parámetros de corte involucrados en el proceso de fresado son los siguientes:

Velocidad de corte (V_c)	Refiere a la velocidad relativa que tiene la pieza y la herramienta de corte
Revolución por minuto (RPM)	Refiere a la velocidad de rotación de la pieza, medida normalmente en RPM
Avance (f)	Refiere a la distancia que recorre la herramienta por revolución de la pieza.
Numero de filos o dientes (n)	Refiere al número de filos que posee el cortador o herramienta de corte
Alimentación por diente (Feed)	Refiere a la distancia que recorre la herramienta mientras un diente se encuentra cortando

Tabla 3 Parámetros de corte implicados en el fresado de piezas

La única diferencia con el torneado, radica básicamente en el cálculo del avance, debido a que, para el torneado, ya existen tablas para este parámetro, en el caso de la fresadora hay que calcular este parámetro, el cual se ve influenciado por el número de dientes del cortador. De igual manera, existen tablas para calcular el valor de la velocidad de corte, en función de que material se está maquinando, este valor permite

calcular las RPM con las que girará la herramienta, donde se ocupa nuevamente la Ecuación 15, para el caso del cálculo del avance, únicamente se deben multiplicar el número de dientes del cortador (n) por la velocidad de giro de la herramienta (RPM) por la alimentación por diente (Ecuación 16), este último parámetro, se obtiene de tablas, donde en base al material que se esté maquinando, y el diámetro del cortador que se esté usando, se calcula el avance de la herramienta, siendo este parámetro, junto con las RPM los dos parámetros que se introducen en la maquina fresadora, Para el caso de las catarinas y la cadena se tiene la misma formulación que un tren de engranajes simple, debido a que solo se toma en cuenta el número de dientes de la Catarina conducida.

$$f = RPM * n * Feed$$

Ec.16

3 METODOLOGIA

En esta sección se expone la forma en que se trabaja para la realización de la investigación en curso (ver Figura 11), explicando de manera detallada cual fue proceso que se lleva a cabo, y como es que cada parte de este fue realizada, de modo que se pueda tener un orden para la culminación de la investigación.

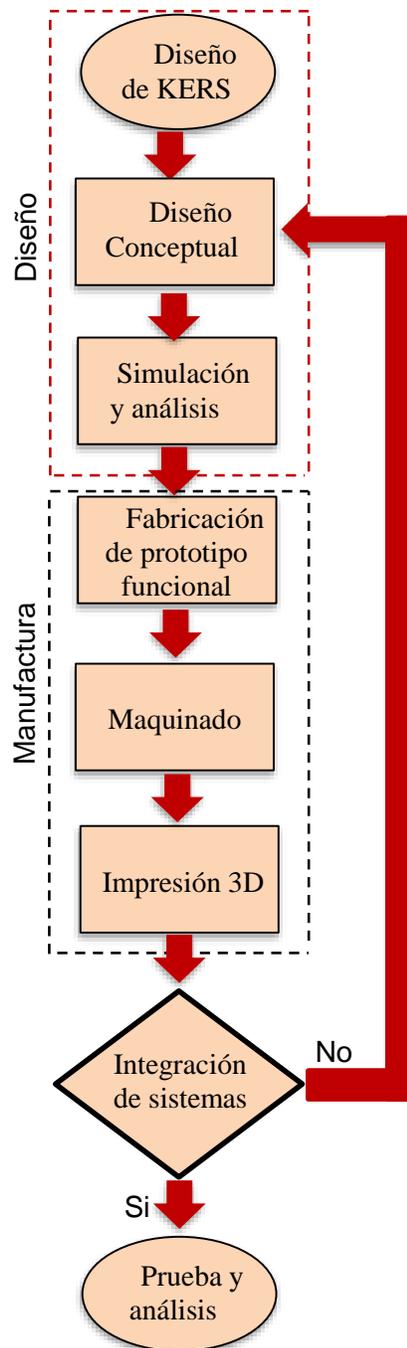


Figura 11.- Metodología del trabajo de investigación.

Para el proyecto se seleccionó una bicicleta de montaña comercial, la cual contaba con una rodada de 26 pulgadas, se seleccionó un kit de reconversión eléctrica que con base a las ecuaciones 5, 7 y 10, se realizaron los cálculos de la potencia requerida para mantener una velocidad crucero de 25 km/h y producir una aceleración máxima antes de perder el contacto entre las llantas y el suelo, se optó por obtener el kit que contaba con un motor de 900W, el kit se seleccionó con una rodada de 26 pulgadas ya que la bici adquirida era de esta misma rodada. Una vez se obtuvo la bicicleta, se procedió a la realización del modelo CAD, esto con la finalidad de tener un modelo virtual en donde se fueran acoplando los sistemas de kit, así como los elementos del sistema cinético-regenerativo. El kit consta de un motor eléctrico, el cual va acoplado en la rueda trasera, un controlador, una pantalla LCD donde se muestran los valores de velocidad y potencia entregada, así como el sensor de pedaleado asistido y su correspondiente acelerador, el modelo se puede apreciar en la Figura 12, donde se encuentran dichos componentes, ya incorporados en la bicicleta.



Figura 12. Modelo CAD de la bicicleta y sistema de reconversión

3.1 Diseño de KERS

Para el diseño del KERS se tomaron en cuenta consideraciones tales como la dinámica de la bicicleta, torque, distancias y tiempos de frenado, para ello usó el diagrama de cuerpo libre de la bicicleta, mostrado en la sección anterior, en este diagrama de cuerpo libre, se tomaron en cuenta las reacciones normales de las llantas producto del contacto que tiene estas con el piso, así como la fuerza de frenado producida por la desaceleración de la bicicleta, la cual es opuesta en sentido, con respecto a la dirección de movimiento de la bicicleta. También se consideró la fuerza que ejerce el peso que se ubica en el centro de gravedad, el cual tiene una altura “h” de 436.56 mm, una distancia “A” del eje de rotación delantero al centro de gravedad de 706.95 mm y una distancia “B” del eje trasero de rotación al centro de gravedad de 365 mm, todos estos parámetros se pueden visualizar en la Figura 5. Las medidas se obtuvieron del modelo CAD generado, con ayuda de un software de diseño, calculando de manera gráfica los parámetros antes mencionados.

Los cálculos para las reacciones de las fuerzas, se realizaron de manera estática y dinámica, esto debido a que cuando un vehículo es frenado, existe una transferencia de peso, lo cual modifica la reacción en cada llanta, y por ende la fuerza de frenado se ve afectada, siendo la reacción dinámica, dependiente de la reacción que se calcula de manera estática.

Para la fabricación del sistema se utilizaron técnicas convencionales de maquinado, como lo es el uso de torno y fresadora CNC, así como también el uso de tecnología aditiva (impresión 3D).

Criterios de diseño

Concepto	Criterio	Descripción
Peso neto	Tener un peso neto no mayor a 100 kg	Se consideró el peso promedio de un adulto sano entre 20 a 30 años

		(70 kg), el peso de la bicicleta con sistema eléctrico (20 kg) y el peso del sistema KERS (10 kg)
Inclinación camino	Considerar un camino plano o sin inclinación para los cálculos cinemáticos y cinéticos	Para los cálculos de aceleración máxima y torque de frenado se consideró un camino con pendiente de 0°
Aceleración máxima	La aceleración de la bicicleta no deberá rebasar el valor de 3.72 m/s ²	Considerada como la aceleración antes de que alguna de las dos ruedas pierda contacto con el piso
Principio de funcionamiento KERS	Utilizar el resorte de torsión, como principio de regeneración de energía	Se seleccionó en vez de la rueda de inercia, debido a que añadía menos peso al sistema, y su diseño era más compacto
Resistencia a la fluencia	Diseñar las piezas con un factor de seguridad de 2 o mayor a este.	Se realizaron análisis estáticos para determinar que el esfuerzo debido a las cargas introducidas, no superara el de fluencia del material, optando por diseñar que tuvieran al menos un factor de 2
Velocidad objetivo	Establecer la velocidad crucero de 15 km/h para realizar los cálculos de torque y tiempo de	Se seleccionaron los 15 km/h como velocidad crucero para el cálculo del torque de frenado.

	frenado	
Tiempo de frenado	Establecer el tiempo de frenado mediante la realización de pruebas funcionales con los frenos regenerativos	Con base a la experimentación realizada, se obtuvo un tiempo de 3.5 seg, partiendo de una velocidad de 15 km/h en un camino plano.
Torque de frenado	Establecer el valor del torque máximo de entrada del sistema	Con base a la velocidad objetivo, se calculó un torque de 110 Nm producto de un frenado de emergencia, donde las dos llantas están al límite de perder la tracción con el suelo.
Coeficiente de adhesión	Utilizar el coeficiente de adhesión de los neumáticos sobre asfalto	Se usó el coeficiente de adhesión de 0.38 extraído de tablas para realizar los cálculos de las reacciones dinámicas de la bicicleta.
Material de diseño	Utilizar acero de medio contenido de carbono como material para el diseño del sistema.	Las piezas originalmente fueron diseñadas para ser fabricadas por procesos de manufactura convencionales (fresa y torno), usando un acero 4130 para su fabricación
Material de Fabricación	Utilizar materiales de manufactura aditiva para la fabricación del sistema.	Se optó por fabricar las piezas con material de impresión 3D debido a que

		<p>las horas de fabricación y el desperdicio se veía disminuido de manera considerable.</p>
--	--	---

Tabla 4 Criterios de diseño del trabajo de investigación.

3.1.1 Diseño conceptual

Ya calculados los parámetros de diseño, y en base a la revisión de literatura hecha previamente, se decidió usar un resorte de torsión, el cual se adecuaba más a los propósitos de la investigación en curso, por dicha razón, se decidió usar un plato base, donde se montó el resorte de torsión, el cual tiene uno de sus extremos fijo a la base donde se montan los baleros, mientras que el otro extremo, se fijaba al plato base, de esta manera el plato puede girar alrededor de un balero que está colocado a la pieza contigua, y ya que uno de los extremos del resorte se encuentra fijo a las base, permite la torsión del resorte y así con ello, la recuperación de energía cinética a energía potencial elástica, este mecanismo se puede apreciar de una mejor manera en la Figura 13.

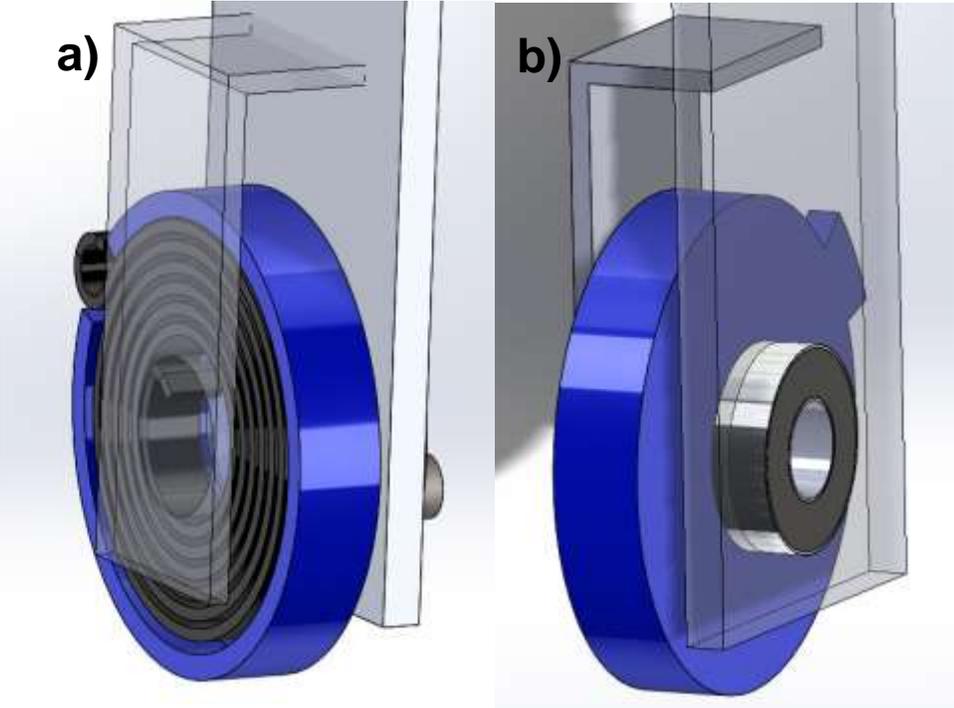


Figura 13. a) Vista frontal plato resorte b) Vista trasera plato resorte

Este plato a su vez, se encuentra conectado a un set de engranajes planetarios, los cuales permiten invertir el sentido de giro, haciendo posible la carga y descarga del sistema, manteniendo siempre el mismo sentido de giro a la salida, los engranajes planetarios se encuentran acoplados a un eje de salida, el cual cuenta con 2 catarinas, una de ellas que se encuentra acoplada en todo momento al sprock del sistema de transmisión de potencia, pero al contar con un balero en su centro, realiza la función de una polea loca, sin transmitir movimiento alguno, mientras que el otro sirve como acoplamiento al sistema KERS propuesto, realizando así la carga y descarga del KERS, el sistema completo se muestra en la Figura 14.

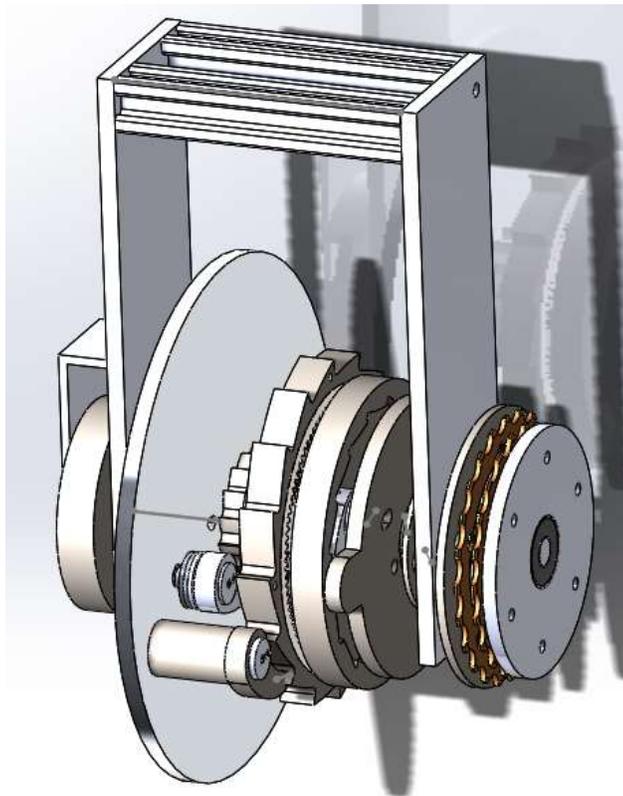


Figura 14 Sistema KERS propuesto

3.1.2 Simulación y análisis del sistema

Para la simulación se tomó como referencia el modelo físico que se desarrolló

previamente, el cual constaba de una base, la cual fue fabricada en aluminio, un resorte torsional de acero de bajo carbono que fue adquirido de una refacción de motocicleta, así como un balero y un eje de entrada fabricado de igual modo en aluminio.

En la reducción de carga computacional, se simplificó el sistema, razón por la cual el modelo virtual únicamente cuenta con el resorte de torsión, y un cilindro en el centro del mismo, el cual funciona como centro de rotación en la simulación. Se seleccionaron los componentes más importantes del sistema, de modo que se asemejara al comportamiento real, y con ello poder identificar y cuantificar la cantidad de energía que puede ser recabada con este sistema, dicho sistema se muestra en la Figura 15 donde se contrasta el modelo físico (lado izquierdo) con el modelo virtual (lado derecho).

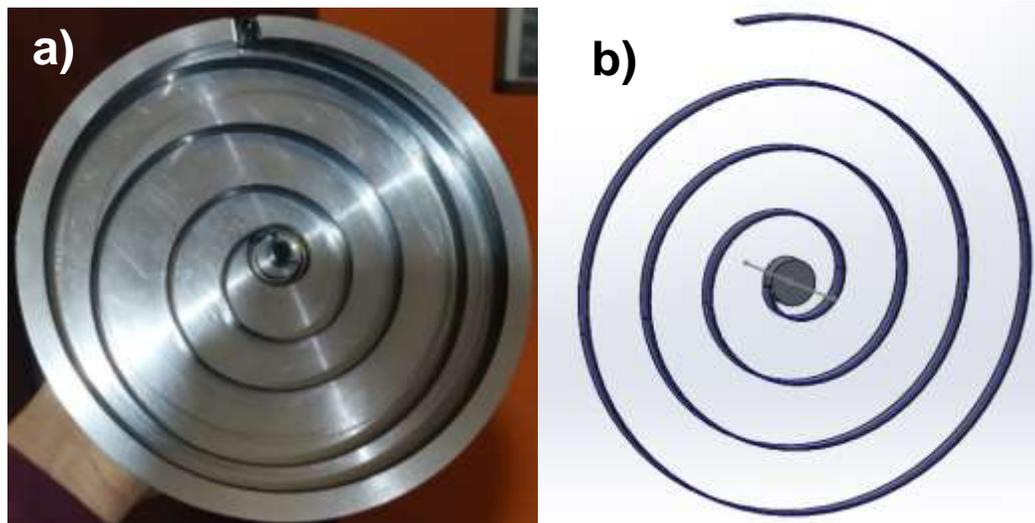


Figura 15 a) Plato base con resorte de torsión y b) modelo virtual

En la validación del sistema, se realizaron primeramente, 5 pruebas experimentales, en las cuales, el sistema de plato-resorte-eje, se le introducía un peso, para poder determinar la cantidad de desplazamiento angular que el peso producía en el sistema, cada prueba se realizó con un distinto peso, y cada una de ellas tomaba un punto de reposo, como el punto de referencia para poder determinar el desplazamiento angular producido por el peso introducido, los valores obtenidos, fueron guardados para su futura comparación con los resultados arrojados por la simulación computacional.

Estimación de energía

La simulación del comportamiento del resorte de torsión, se usó el software de elemento finito ANSYS®, donde se realizó la simulación de energía de deformación producida por la introducción de un desplazamiento angular, para ello, era necesario, haber definido las condiciones fronteras del sistema, como lo son las geometrías fijas y el eje de rotación, así como los desplazamientos que presenta cada geometría, o en su defecto si no los presenta. Posteriormente se malló el sistema, de manera que las deformaciones pudieran ser visibles de una mejor manera, para ello se recurrió al uso de dos tipos de malla adicional al mallado convencional, la primera de ellas fue la malla “Sizing” la cual permitió modificar el tamaño del elemento de la malla, de modo que en las caras de la geometría que tuvieran una longitud muy pequeña, se pudieran introducir elementos con un tamaño mucho menor en comparación con los elementos del mallado convencional. Por otra parte, se usó el método de “refinamiento”, que en conjunto con el método de Sizing, ayudó con el aumento del número de elementos de malla, presentes en geometrías de longitud reducidas, donde es importante tener elementos más pequeños y un mayor número de ellos, para poder visualizar de manera correcta la deformación presenta en dichas geometrías. Se realizaron dos simulaciones, cada una de ellas se realizó dos veces, donde una de ellas se corría usando la herramienta de grandes deformaciones, para poder visualizar el cambio existente, producto de usar esta herramienta; Las simulaciones realizadas fueron la de deformaciones, y energía de deformación, para cuantificar así la cantidad de energía que se producía debido a la aplicación de un movimiento angular.

Para calcular la constante del resorte y la energía que puede almacenar, se debe conocer el desplazamiento angular, así como el torque que se está generando en el mismo, para ello se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} T &= -K\theta \\ U &= \frac{1}{2}K\theta^2 \end{aligned} \quad \text{Ec. 17}$$

El cálculo del desplazamiento angular se debe conocer dos valores, el primero es referente a la distancia de frenado, la cual se calculó mediante el uso de las ecuaciones 13, y una vez obtenida la distancia de frenado, se debía calcular el segundo valor, que

hace referencia a cuantas revoluciones de la rueda ocurrían durante el recorrido de la distancia de frenado, para ello bastaba únicamente con calcular el perímetro de la llanta, y determinar el cociente de la distancia de frenado y el perímetro de la llanta, obteniendo así el desplazamiento angular. Por otra parte, para el cálculo de la energía se hizo uso de la fórmula de la ecuación 17, donde se tomaron dos casos para obtener la cantidad de energía recabada, el primero fue usando la “ k ” del resorte simulado (mínima), y el segundo la “ k ” calculada con base al torque de entrada del sistema (máxima), para determinar el porcentaje de recuperación de la energía necesaria para reanudar el movimiento y alcanzar la velocidad crucero.

Por otra parte, se realizaron análisis estáticos de cada pieza que conforma el sistema KERS, de manera que no hubiera fallas por fluencia en ninguna las piezas, para poder garantizar la integridad estructural del sistema.

Carga del sistema

El análisis estático y dinámico realizado, se hizo con base a las ecuaciones 6 y 7 previamente mostradas en la sección “Dinámica de la bicicleta” con las cuales se calculó el torque de entrada, resultado de un frenado de emergencia, donde se partía de una velocidad de 25 km/h hasta llegar al estado de reposo, sin perder en ningún momento el contacto entre las llantas y el pavimento, dando como resultado un torque de 110 Nm. Debido a la geometría del sistema, el torque de entrada es el mismo en cada una de las piezas que realizan la carga del sistema, debido a que todos giran alrededor del mismo eje. En la Figura 16 se aprecia el flujo de movimiento que tiene el movimiento de entrada, el cual culmina con la torsión del plato donde se encuentra el resorte del KERS. El análisis, no se realizó en todas las piezas, únicamente se tomó en cuenta las piezas más críticas, las cuales fueron elegidas debido a que transmiten el movimiento desde la entrada hasta la salida, el tipo de análisis realizado fue estático, donde se buscó asegurar la integridad estructural del sistema, cada una de las partes, fue sometida a una carga ya sea axial o de torsión, dependiendo de la pieza y como esta transmitía el movimiento, dicho análisis fue desarrollado mediante el uso de SolidWorks, para poder obtener los esfuerzos debido a la aplicación de las cargas, y con ello calcular el factor de seguridad de cada pieza por separado.

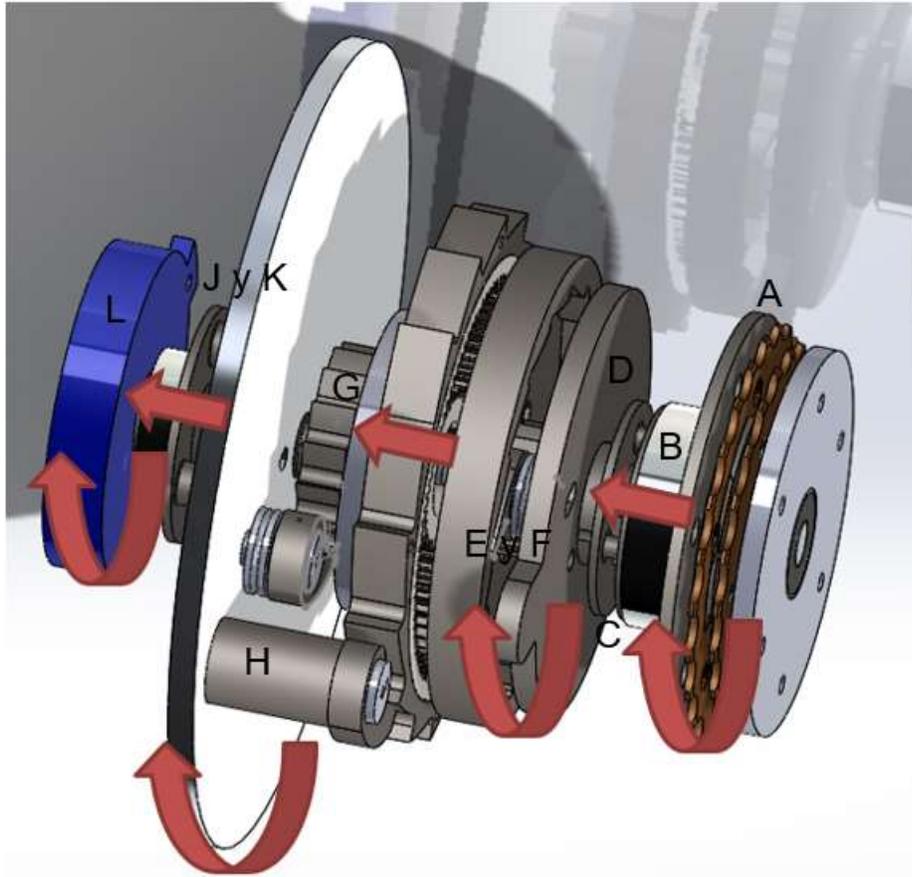


Figura 16 Carga del sistema KERS

- Plato de entrada (A)

Como se mencionó con anterioridad el torque de entrada es de 110 Nm el cual es aplicado a la periferia de la pieza, debido a que en esta parte se monta la catarina que conecta con la cadena de transmisión hacia la rueda trasera. Como punto crítico se tomaron los agujeros que conectan con la siguiente pieza, debido a que se unen mediante el uso de opresores, y existe un esfuerzo en las caras cilíndricas donde se colocan los opresores, por ello las geometrías fijas fueron los agujeros de los tornillos.

- Soporte de balero 25mm (B)

Esta pieza es la continuación del plato de entrada, solo que se dividió para introducir el balero en la periferia de dicha pieza, de modo que la unión se hará mediante el uso de opresores. Cabe destacar, que esta pieza también sirve como soporte del sistema, por lo que carga una parte del peso total del sistema mismo siendo los mismos agujeros

de la pieza pasada las geometrías fijas para el análisis estático y las geometrías críticas a analizar, además se agregaron otras geometrías fijas, siendo los 3 pernos, que transmiten el movimiento a la siguiente pieza. De igual manera que la pieza anterior, el torque aplicado siguen siendo 110 Nm.

- Collarín de entrada (C)

Esta pieza como su nombre lo dice es un collarín deslizante, el cual permite hermanar el movimiento del plato de entrada, el soporte del balero y el collarín. Por una parte, el collarín únicamente cuenta con 4 mm de desplazamiento, el cual es activado mediante la tensión de dos cables de acero que van conectados a la orilla del mismo, topando por la parte izquierda, con el Plato tensor de entrada (D) y del lado derecho con el soporte del balero, lo cual evita que los agujeros del collarín puedan salirse de su lugar. Para esta pieza se tomaron los agujeros de los pernos que conectan con la pieza anterior como geometría crítica, tomándose como geometría fija, y aplicando el mismo torque de 110 Nm a la periferia de la pieza.

- Plato tensor de entrada (D)

Esta pieza se conforma del plato circular donde van montadas las poleas que permiten mover el collarín deslizante, a su vez cuenta con dos ejes deslizantes, los cuales integran una leva en sus extremos, dichas levas, son las encargadas de alternar el movimiento entre la carga y la descarga, esto es posible, debido a que una de las dos levas, se encuentra en contacto con su trinquete correspondiente, mientras que la otra se encuentra despegada, una vez es tensado el cable, una leva sube, y la otra entra en contacto con su trinquete correspondiente. Para esta pieza se tomó como geometría crítica las ranuras de los ejes deslizante, como geometrías fijas se tiene la geometría externa del collarín, así como el inicio de la corredera del eje deslizante. Nuevamente, el torque es aplicado a la periferia de la pieza.

- Leva deslizante 1 (E)

La leva deslizante 1 es de las 4 levas, la que mayor carga presenta, debido a que la magnitud de la fuerza que se aplica sobre la punta de esta, es de 5500 N, esta carga está distribuida sobre toda la cara de contacto que tiene la leva con el trinquete, razón

por la cual se definió como una carga distribuida, además, se definieron dos condiciones fronteras, la primera es la geometría fija de la corredera interna de la leva, debido a que es la parte de la geometría que hace contacto con el fin de la corredera. Además, se definió una bisagra en la cara interna de la leva, para que limitara el desplazamiento de los elementos en el sentido axial.

- Trinquete de entrada(F)

Esta pieza es la encargada de transmitir el movimiento transmitido desde el plato de entrada, hacia el eje de rotación, como se mencionó anteriormente, una vez que la leva del eje deslizante se encuentra en contacto con el trinquete, el cual está fijo al eje de rotación por medio de un cuñero. Para esta pieza se tiene como geometría fija la ranura del eje y la cuña, y el torque se aplicó en las caras laterales de la pieza, siendo de igual manera el torque de entrada de 110 Nm.

- Trinquete de salida(G)

El eje de rotación cuenta con dos trinquetes unidos al mismo, el primero, fue el que se mencionó anteriormente (Trinquete de entrada) y el segundo es el Trinquete de salida(F), este trinquete conecta con el primero de los dos ejes del plato base, donde se encuentra el resorte de torsión, La geometría fija de esta pieza es la geometría del eje y el cuñero, y el torque se aplica en las paredes laterales de la pieza.

- Leva deslizante 2 (H)

Para esta leva, se definieron las mismas condiciones frontera de la leva deslizante 1(E), teniendo una geometría fija en la geometría interna de la corredera, y la definición de una bisagra en la cara interna de la leva. La diferencia radica en la magnitud de la carga axial que se aplica, siendo en este caso de 2444 N.

- Plato tensor de salida (I)

Esta pieza es la parte final del proceso de carga del sistema, de un lado tiene dos ejes el primero es deslizante, debido a que para la carga se requiere este se encuentre conectado al eje de rotación para poder transmitir el movimiento de entrada hacia el plato base, mientras que, para la descarga, el contacto de este eje no es necesario para

transmitir movimiento hacia la salida. Por el contrario, para la descarga, el segundo eje, el cual es estático es necesario para la transmisión de movimiento. Del otro lado tiene un balero, donde asienta el eje de rotación de esta pieza, el cual es independiente del eje de rotación de los trinquetes y las otras piezas que conforman la carga del sistema. Por ello como geometrías fijas se eligió el centro de la pieza (donde se coloca el balero) así como el inicio de la corredera del eje deslizante. Nuevamente el torque se aplicó a la periferia de la pieza.

- Collarín de salida (J)

Para el collarín de entrada se definieron las condiciones frontera de la misma manera que con el collarín de entrada, se definió como geometría fija los agujeros que conectan con el soporte de balero 10mm (K) y el torque del mismo modo, se definió a la periferia con una magnitud de 110Nm.

- Soporte balero 10mm (K)

Para este soporte se definió como geometría fija tanto los agujeros de los opresores, así como los cilindros que sirven como corredera para el collarín, y se aplicó el mismo torque de entrada de 110 Nm de magnitud.

- Base resorte (L)

Esta pieza al ser parte del soporte del resorte de torsión y almacenar al resorte mismo, se definieron como geometría fija los 4 agujeros de los opresores, así como el agujero que detiene unos de los extremos del resorte, siendo estas las dos condiciones frontera del análisis. En cuanto a la carga, se definió el torque de entrada el cual se aplicó en la cara externa de las paredes que soportan al resorte.

Descarga del sistema

Para la descarga de sistema, se toma el mismo torque de entrada; debido a que el resorte no tiene una respuesta lineal, ya que no se basa en la ley de los resortes de Hooke, se ocupa una constante de rigidez “ k ” variable con respecto a la longitud que el mismo es comprimido, de manera que mientras más se comprime el resorte, esta constante K disminuye su valor, razón por la cual, se toman los mismos 110 Nm de

torque ya que son máximos. Para el caso de la descarga, el movimiento de inicio lo tiene el plato base, con el resorte comprimido, de ahí se transmite al set de engranajes planetarios, y por último a los platos que están conectados, para tener el mismo sentido de giro que se tiene cuando se pedalea la bicicleta, el diagrama del flujo del movimiento se puede apreciar mejor en la Figura 17. Algunas piezas se omitieron, debido a que ya se realizó su análisis en la “carga del sistema” lo único que cambiaba era el sentido de aplicación del torque.

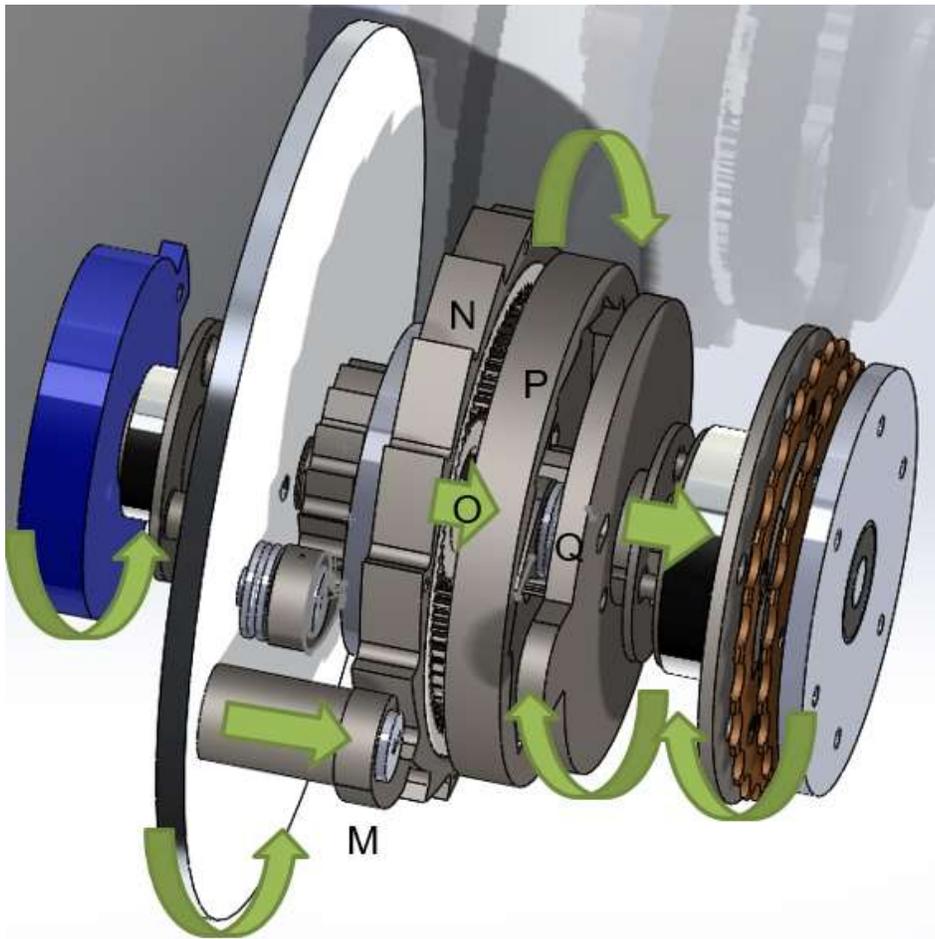


Figura 17 Flujo del movimiento de la descarga del sistema

En la descarga del sistema, el movimiento de entrada, es el resorte que se encuentra torsionado, debido a que se tomó como ideal el análisis, se infiere que la energía cinética que poseía la bicicleta, fue almacenada por el KERS y convertida a energía potencial elástica, de manera que el resorte entrega los mismos 110 Nm como torque de entrada, se optó por el uso de un sistema de engranajes planetarios debido a que como se

mencionó antes, permite la inversión del giro, lo cual hace posible mantener el sentido de giro de la salida del sistema, esto debido a que la rueda de la bicicleta, no cambia en ningún momento su sentido de giro, por lo cual era necesario contar con un sistema que hiciera esta inversión, ya sea en la entrada del sistema, o en alguna etapa de la transmisión del movimiento hacia la salida.

- Leva de carga (M)

De igual manera que con las levas anteriores, para la definición de la carga hubo que calcular la magnitud de la fuerza axial que actúa en la punta de la leva, siendo esta magnitud de 973 N. Para las condiciones frontera se definió como geometría fija la cara circular de la corredera interna de la leva, así como también se definió como bisagra la cara interna de la leva, esto para restringir el desplazamiento de los elementos.

- Trinquete anillo (N)

Esta pieza se encuentra montada sobre el engranaje de anillo, y es la encargada de transmitir el movimiento del resorte del plato base mediante el eje donde una leva se encarga de transferir el movimiento hacia el trinquete del anillo. Para el análisis, se tomó como geometría fija la cara interna del trinquete, se aplicó el torque de retorno en las caras laterales de la pieza.

- Engrane solar (O)

Para esta pieza hubo un cambio en el torque aplicado, esto debido a la reducción que se tiene producto de la relación de transmisión del set de engranajes planetarios, donde se tiene un aumento en la velocidad angular del engranaje solar, pero con ello una pérdida del torque que esta pieza presenta, la relación entre la velocidad de entrada y la de salida fue de 57.6:1, por lo que el torque se vio disminuido hasta 1.9 Nm. En este caso las geometrías fijas se seleccionaron como los agujeros de los tornillos, lo cuales tienen conexión con la siguiente pieza.

- Trinquete interno (P)

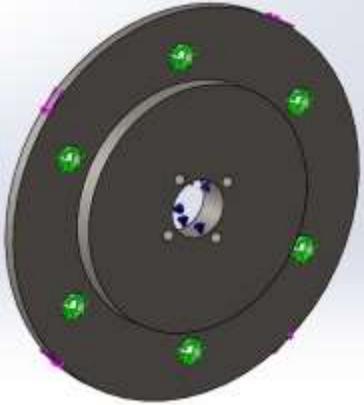
Esta pieza es la encargada de transmitir el movimiento que produce el engrane solar, conectado mediante 3 tornillos, razón por la cual la geometría fija de esta pieza se toma

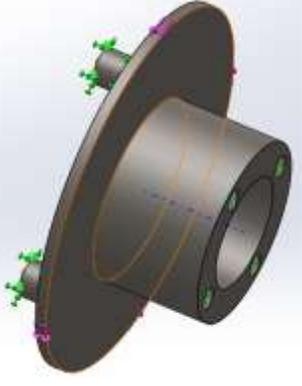
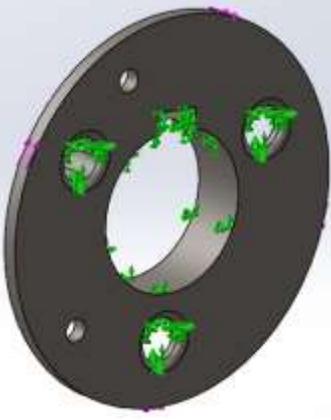
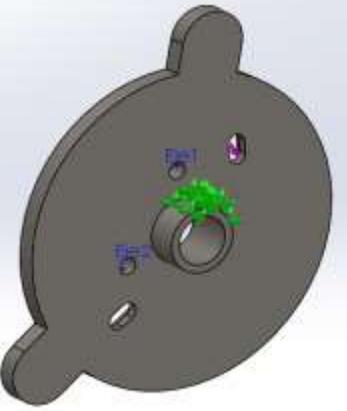
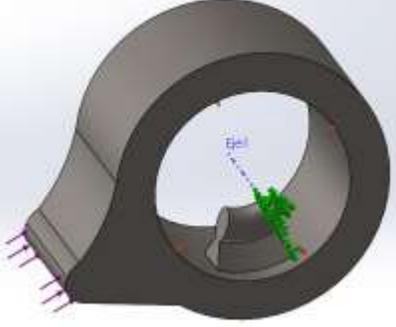
en los agujeros de los tornillos, por otro lado, el torque es aplicado a la periferia de la pieza siendo el mismo torque de la pieza anterior.

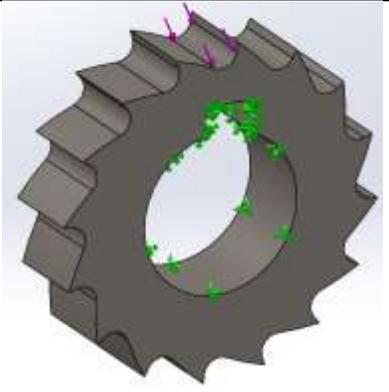
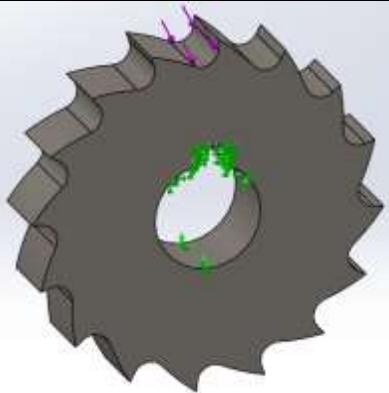
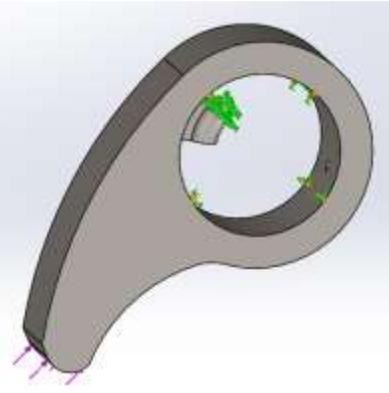
- Leva interna (Q)

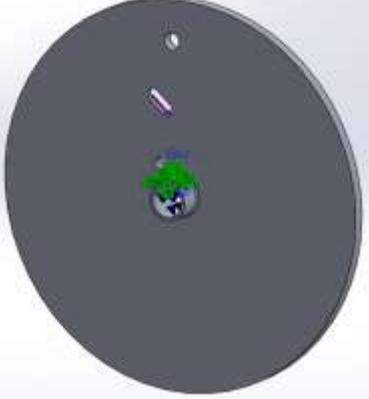
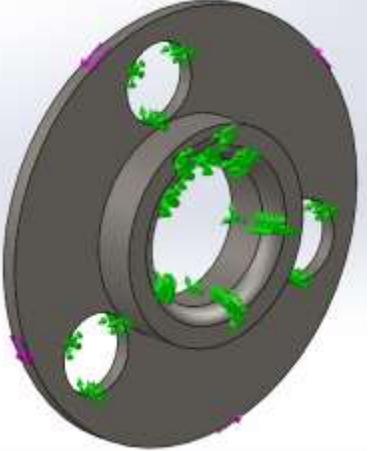
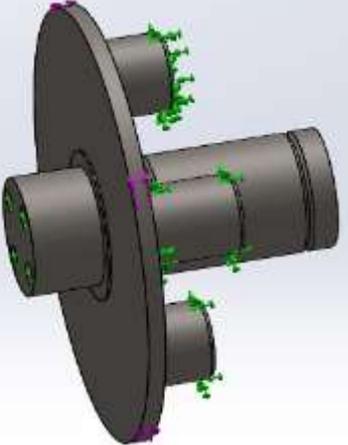
Siendo esta la última leva la carga transmitida ha sido reducida, debido a la reducción que producen los engranes planetarios, de manera que únicamente se transmiten 1.9 Nm, debido al funcionamiento del mecanismo, en la leva se aplica una carga axial en la punta de la leva, la cual esta uniformemente distribuida sobre la cara que tiene contacto con el trinquete interno (P), dicha carga axial tiene un valor de 20N. Por otra parte, la definición de condiciones frontera se hizo de la misma manera que con las 3 levas anteriores, una geometría fija y la definición de una cara como bisagra.

Matriz de análisis realizados

Pieza		Condiciones fronteras	
		Cargas	Sujeciones
	Plato de entrada	Torsión: 110 Nm aplicados en la periferia	-Sujeción de balero: Cara cilíndrica interna -Geometría fija: Agujeros de sujeción con catarina

	<p>Soporte de balero 25mm</p>	<p>Torsión: 110 Nm aplicados en la periferia</p>	<p>-Geometría fija: Agujeros de sujeción con plato de entrada y cilindros corredera</p>
	<p>Collarín de entrada</p>	<p>Torsión: 110 Nm aplicados en la periferia</p>	<p>-Geometría fija: Agujeros de corredera cilíndrica y cuñero de corredera lineal</p>
	<p>Plato tensor entrada</p>	<p>Axial: 5500 N en la cara de la ranura que tiene contacto con la leva deslizante 1</p>	<p>-Geometría fija: Cuñero de corredera lineal (cara externa)</p>
	<p>Leva deslizante 1</p>	<p>Carga axial: 5500 N aplicados a la cara de contacto con el trinquete de entrada</p>	<p>-Sujeción de bisagra: Cara cilíndrica interna de la leva -Geometría fija: Cara de corredera interna</p>

			de leva, que sirve de tope mecánico para limitar el giro de la leva
	Trinquete de entrada	Carga axial: 5500 N aplicados a la cara de contacto con la leva deslizante	-Geometría fija: Cara interna de cuñero que sujeta al trinquete con el eje de rotación.
	Trinquete de salida	Carga axial: 2444 N aplicada a la cara de contacto leva deslizante 2	-Geometría fija: Cara interna de cuñero que sujeta al trinquete con el eje de rotación.
	Leva deslizante 2	Carga axial: 2444 N aplicada a la cara de contacto con trinquete de salida	-Sujeción de bisagra: Cara cilíndrica interna de la leva -Geometría fija: Cara de corredera interna de leva, que sirve de tope mecánico para

			limitar el giro de la leva
	Plato tensor de salida	Carga axial: 2444 N aplicada a la cara de contacto con leva deslizante 2	-Sujeción de balero: Cara cilíndrica interna -Geometría fija: Cuñero de corredera lineal (Cara externa)
	Collarín de salida	Torsión: 110 Nm aplicados en la periferia	-Geometría fija: Agujeros de corredera cilíndrica y cuñero de corredera lineal
	Soporte balero 10mm	Torsión: 110 Nm aplicados en la periferia	-Geometría fija: Agujeros de sujeción con plato resorte y cilindros corredera

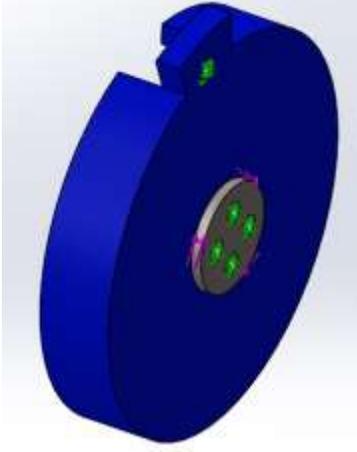
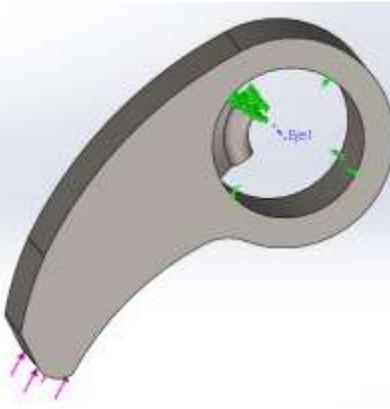
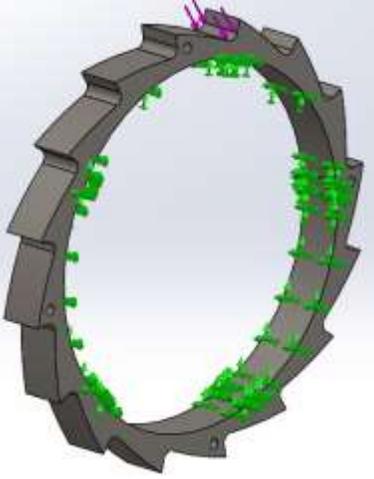
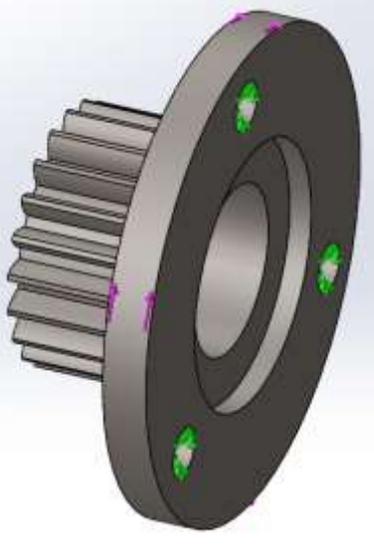
	Plato resorte	Torsión: 110 Nm Aplicado en la cara cilíndrica que tiene contacto con el balero	-Geometría fija: Agujeros de sujeción con soporte de balero y agujero de sujeción de un extremos del resorte
---	---------------	---	---

Tabla 5 Resumen de cargas aplicadas a la entrada del sistema

Pieza		Condiciones frontera	
		Cargas	Sujeciones
	Leva de carga	Carga axial: 973 N aplicada a la cara de contacto con trinquete de anillo	-Sujeción de bisagra: Cara cilíndrica interna de la leva -Geometría fija: Cara de corredera interna de leva, que sirve de tope mecánico para limitar el giro de la leva

	<p>Trinquete anillo</p>	<p>Carga axial: 973 N aplicada a la cara de contacto con leva de carga</p>	<p>-Geometría fija: Cara interna del trinquete que tiene contacto con el engranaje de anillo.</p>
	<p>Engrane solar</p>	<p>Torsión: 1.9 Nm producto de la reducción del set de engranajes epicíclicos.</p>	<p>-Geometría fija: Cara interna del trinquete que tiene contacto con el engranaje de anillo.</p>
	<p>Trinquete interno</p>	<p>Carga axial: 20N aplicada a la cara de contacto con leva interna</p>	<p>-Sujeción de balero: Cara cilíndrica interna -Geometría fija: Agujeros de sujeción con engrane solar</p>

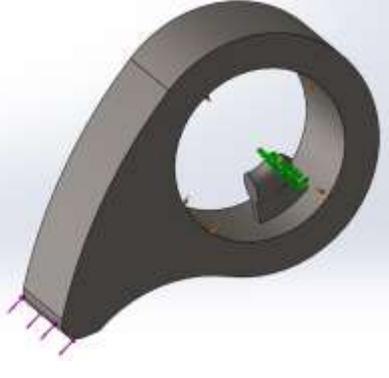
	<p>Leva interna</p>	<p>Carga axial: 20N aplicada a la cara de contacto con trinquete interno</p>	<p>-Sujeción de bisagra: Cara cilíndrica interna de la leva -Geometría fija: Cara de corredera interna de leva, que sirve de tope mecánico para limitar el giro de la leva</p>
---	---------------------	--	--

Tabla 6 Resumen de cargas aplicado en la descarga del sistema

3.2 Fabricación de prototipo funcional

Una vez se tiene diseñado el sistema cinético-regenerativo y se han realizado los análisis pertinentes, se procedió con la manufactura del prototipo diseñado, inicialmente se realizaron piezas mediante procesos de mecanizado tradicionales, como lo es el torno o una fresadora de control numérico por computadora (CNC), siendo algunos de estos, elementos que soportaban una gran carga de torsión o fuerza, posteriormente se optó por procesos de manufactura aditiva, como lo es la impresión 3D, para poder tener así el prototipo físico del sistema propuesto.

3.2.1 Maquinado

Para el maquinado se hizo uso de un centro de maquinado CNC, taladro de banco, torno y fresadora convencional, dicho equipo se encontraba en los laboratorios de la universidad. El centro de maquinado utilizado fue el modelo DM4322 de la marca DYNA Mechatronics (Figura 18) cuyas dimensiones de trabajo corresponden a 1100 mm en el eje X, 560 mm en el eje Y y Z, adecuados para las piezas que se fabricaron para el presente trabajo.



Figura 18 Centro de maquinado DYNA DM4322

Las piezas que se maquinaron con dicha herramienta, fueron las siguientes:

- Trinquete
- Levas
- Bases de baleros
- Cortes de perfil Bosch
- Eje principal

Debido a que hubo diversos re-diseños del sistema, en las piezas como es el eje principal, tuvieron que ser reemplazados, y por motivos de evitar generar mayor desperdicio de material y tiempo, se optó por generar las piezas restantes, con la tecnología aditiva (impresión 3D)

Los parámetros de maquinado para la fabricación de las piezas se calcularon con base a la ecuación 12 y 13 de la sección anterior, de los cuales, el diámetro de la herramienta (cortador 3/16 de carburo) y el número de filos (4 filos), era conocido, mientras que la velocidad de corte y la alimentación por dientes (F_s de la Figura 19) se obtuvo de tablas, en función del diámetro de herramienta, y el material a maquinar; Para

ello se realizó un programa en “*Guide*” de MatLab, donde se introducían los parámetros antes mencionados, y el programa calculaba las RPM y el avance que se debía introducir en el centro de maquinado.

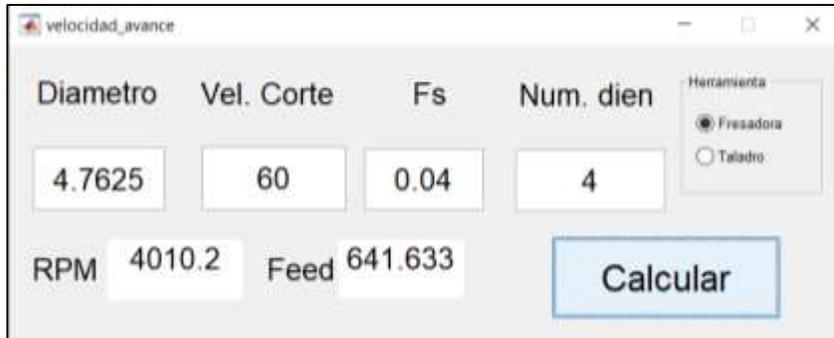


Figura 19 Calculo de parámetros de maquinado para Acero 4140

Un aspecto importante a aclarar, es que estos parámetros son válidos únicamente si se tiene un sistema de refrigeración por inundación, ya que en todo momento la pieza está siendo rociada por chorros de líquido refrigerante, motivo por el cual, para la fabricación de las piezas, se modificó directamente en la máquina, el *Feed* (Avance) bajando el porcentaje a un 30% del valor total definido previamente.

3.2.2 Impresión 3D

Como se mencionó con anterioridad, el motivo de migrar a tecnológicas de manufactura aditiva, fue con la intención de no generar más desperdicios, aunque también se debe tomar en cuenta, que el rediseño de piezas como las levas, conllevaban maquinados con un alto grado de dificultad, por lo que se optó por las facilidades que ofrece la impresión 3D, en cuanto a generación de geometrías se refiere.

La impresora utilizada para la fabricación de piezas 3D fue una impresora de la marca Dremel, el modelo Digilab 3D45 (Figura 20), la cual tiene un volumen de impresión de 255x155x170 mm, siendo suficiente para la creación de las piezas faltantes del mecanismo.

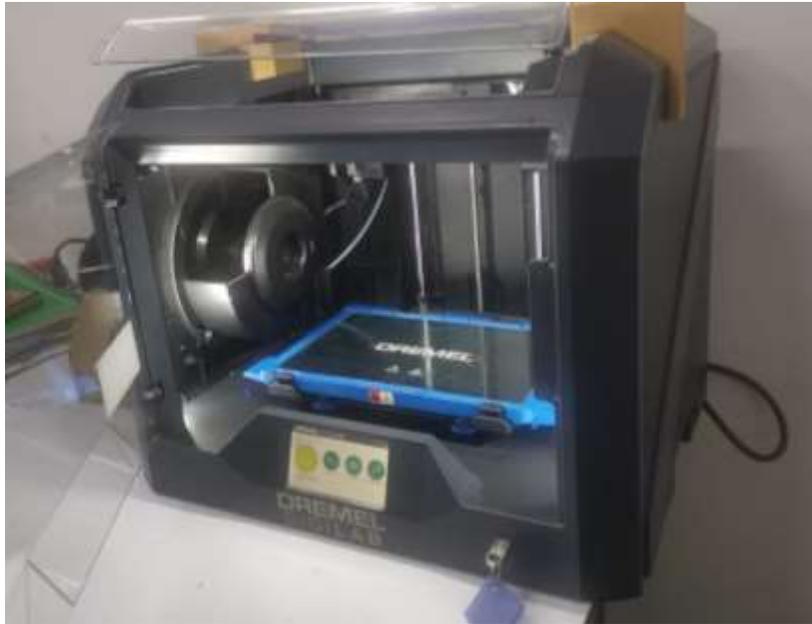


Figura 20 Impresora Dremel DigiLab 3D45

Básicamente el resto del sistema se realizó con piezas creadas mediante la impresión 3D, enseguida se enlistan las piezas generadas con dicha tecnología:

- Eje principal (rediseñado)
- Eje secundario
- Soportes de baleros
- Platos para sujeción de catarinas
- Levas
- Platos de sujeción de levas y ejes deslizantes
- Collarines
- Plato base (del resorte de torsión)
- Tapas de engranajes epicíclicos

Los parámetros de impresión utilizados para la fabricación de las piezas antes mencionadas se enlistan como se muestra en la Tabla 7.

Parámetro	Valor
Material	PLA
Temperatura de boquilla	230°C
Temperatura de cama de impresión	60°C
Patrón de relleno	Panal de abeja
Densidad de relleno	50 %
Alto de capa	0.2 mm
Velocidad de impresión	60 mm/s
Velocidad de retracción	60 mm/s
Ángulo de voladizo de soportes	65°

Tabla 7 Parámetros de impresión del laminador

Una vez se generaron todas las piezas pertenecientes al sistema, el siguiente paso fue realizar el ensamble de todo el mecanismo, tomando como referencia el modelo digital que previamente se había generado, de esta manera sería posible corroborar el correcto funcionamiento del sistema.

3.3 Integración de sistemas

Una vez se fabricaron cada uno de los componentes del KERS, se procedió a incorporar el sistema a la bicicleta. Para ello, se usó el modelo CAD de la Figura 12 y se añadirán los soportes y acoplamientos correspondientes para poder montar dicho sistema en la bicicleta. Para los soportes se ocupó placa de aluminio 6061 donde se montaron los baleros, además, se usó perfil Bosch de aluminio para unir el KERS con el cuadro de la bicicleta, así como también la tornillería correspondiente para unir las plazas y los perfiles extruidos de aluminio.

3.4 Pruebas y análisis

Una vez que se montó el KERS en la bicicleta, se procedió a realizar las pruebas funcionales, primeramente, se corroboró que el accionamiento de las levas deslizantes,

los trinquetes y los collarines correspondientes, cumplieran con su función, para posteriormente realizar la prueba funcional del resorte, pedaleando la bicicleta a bajas velocidades verificando la torsión del resorte.

4 RESULTADOS Y DISCUSION

En esta sección se muestran todos los análisis que se realizaron, así como los productos fabricados derivados del seguimiento de la metodología de esta investigación, dando como resultado un prototipo funcional de un sistema cinético-regenerativo.

4.1 Diseño y manufactura del diseño

Para el diseño del KERS se optó por utilizar un sistema de engranajes epicíclicos, debido a que permite invertir el sentido de giro de la entrada del sistema, lo cual es adecuado debido a que, para la torsión del resorte del sistema, se debe cargar en un sentido y liberar en el sentido contrario. Se usaron herramientas de simulación para asegurar la integridad estructural del KERS, por otra parte, basado en el diseño hecho previamente, se fabricaron los elementos pertenecientes al sistema mediante el uso de procesos de manufactura tradicionales y de adición 3D,

4.1.1 Análisis estructural del sistema

Para asegurar la integridad estructural del sistema, realizó un análisis estático de deformaciones de las piezas encargadas de transmitir el movimiento desde la entrada del sistema, hasta la torsión del resorte, así como también desde la descarga del sistema, hasta la entrega del movimiento a la rueda trasera, como se mencionó en la sección anterior, se introdujo un par de torsión equivalente al calculado en un frenado de emergencia, y se definieron las geometrías fijas. Enseguida se muestra el trazado del factor de seguridad de las piezas mencionadas con anterioridad, iniciando por la carga del sistema.

Carga del sistema

- Disco de entrada (A)

Enseguida se muestra el trazado del factor de seguridad de la pieza, se buscó que tuviera un factor de seguridad mínimo de 2. El factor de seguridad obtenido fue de 26, presentándose en los agujeros que sostienen la Catarina de entrada, la cual soporta

todo el torque de entrada de la rueda trasera de la bicicleta.

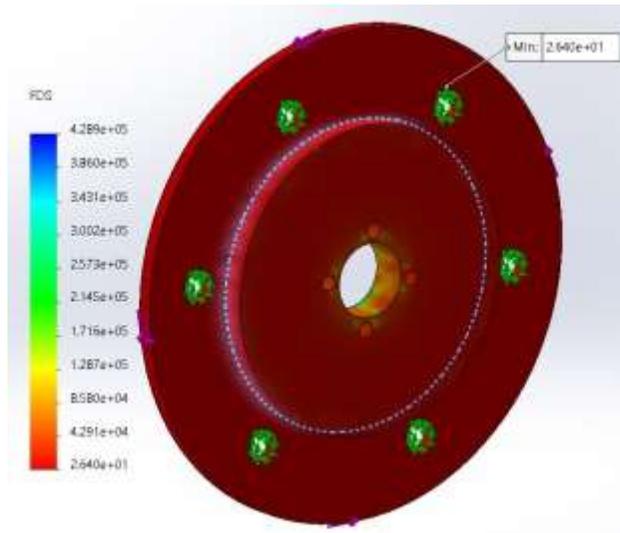


Figura 21 Trazado del factor de seguridad de plato de entrada

- Soporte balero 25mm (B)

Para esta pieza se obtuvo un factor de seguridad de 2.4, el cual se encuentra en un punto crítico de la geometría, siendo los cilindros que fungen como correderas del collarín, a su vez que transmiten el torque a la siguiente pieza. El punto crítico es el redondeo de los cilindros.

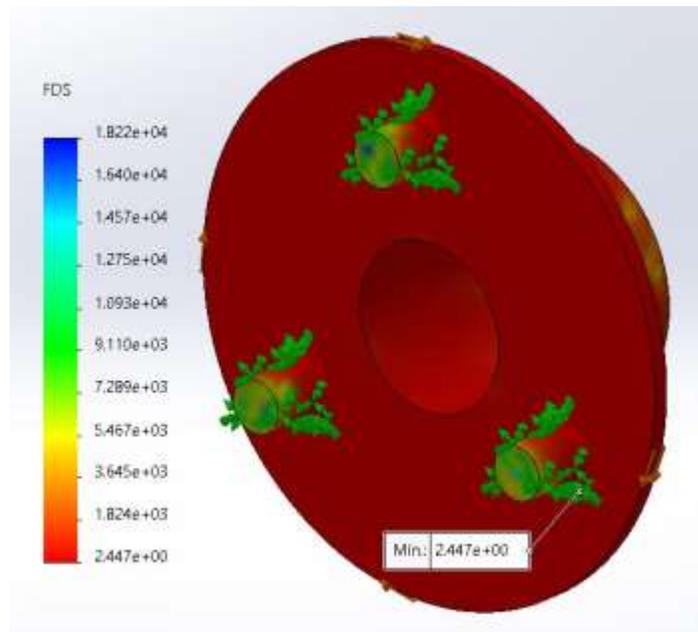


Figura 22 Trazado del factor de seguridad de soporte de balero

- Collarin de entrada (C)

En esta pieza, como puede apreciarse en la Figura 23, el trazado del factor de seguridad dio como resultado un valor mínimo de 3.2 en los agujeros, donde justamente se encuentra en contacto con la pieza anterior, por ello, aquí es donde se encuentra aplicada la mayor carga de la pieza.

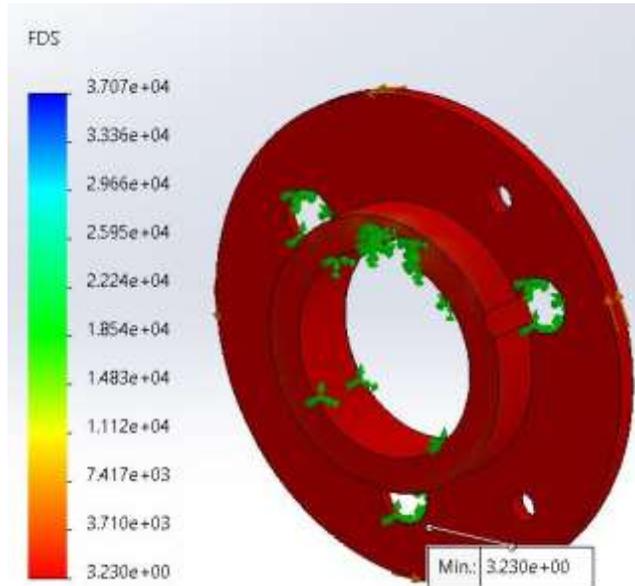


Figura 23 Trazado del factor de seguridad del Collarin de entrada

- Plato tensor de entrada (D)

Este plato es el encargado de transmitir el movimiento a la siguiente pieza, pero en este caso mediante el uso de levas móviles, las cuales van montadas en las correderas, razón por la cual, aquí se encuentra la mayor cantidad de deformaciones y con ello el valor mínimo de factor de seguridad, teniendo un valor de 2.

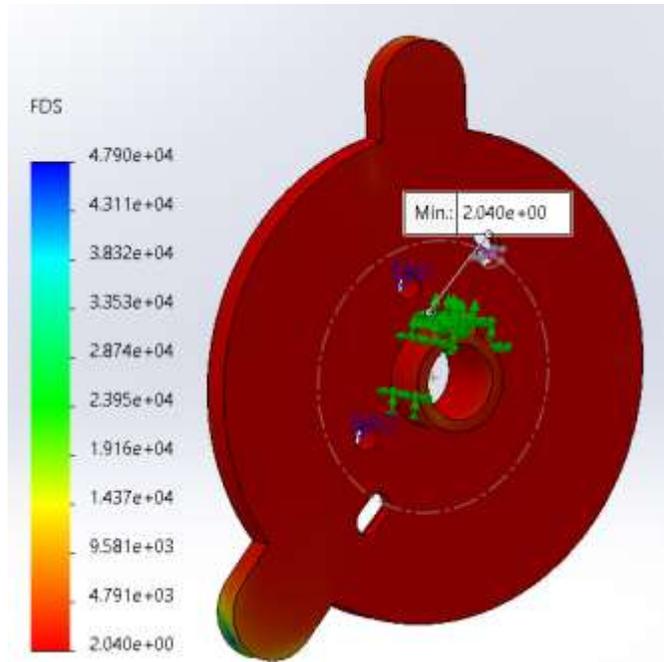


Figura 24 Trazado del factor de seguridad del Plato tensor entrada

- Leva deslizante 1 (E)

Esta leva deslizante dio como resultado un factor de seguridad de 2.14, siendo la punta de la leva, la geometría con el valor más pequeño, esto debido a que la carga a la cual está sometida, es demasiado alta en comparación con su tamaño, el trazado del factor de seguridad puede observarse en la Figura 25.

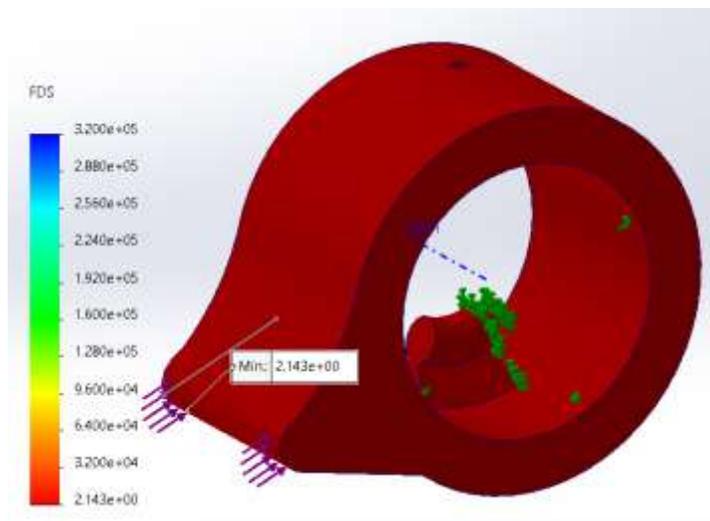


Figura 25 Trazado del factor de seguridad de Leva deslizante 1

- Trinquete de entrada(F)

Para esta pieza se aplicó una carga axial, esta se encuentra distribuida en la cara de contacto con la leva deslizante 1, mediante el uso de un cuñero, se fijó el trinquete al eje de rotación, de manera que el factor de seguridad mínimo es de 2.1, se encuentra en la geometría que tiene contacto con la leva deslizante, como se muestra en la Figura 26.

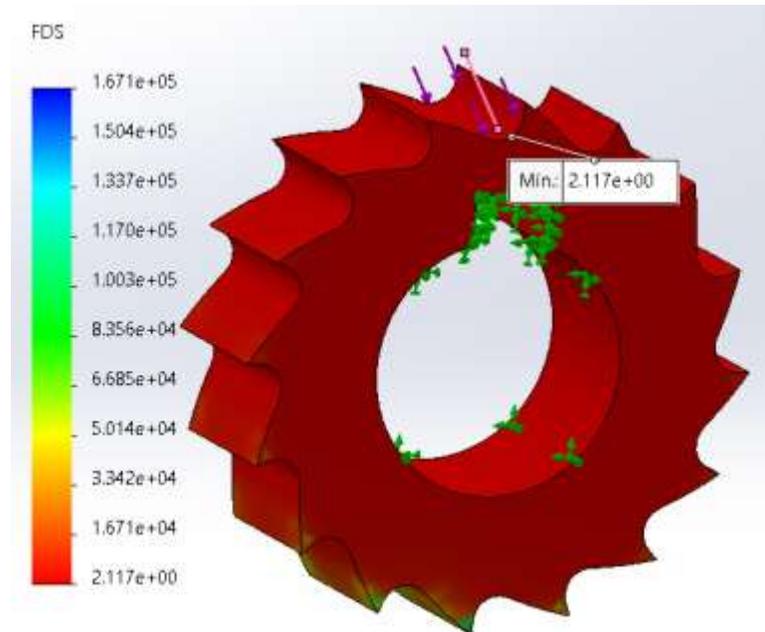


Figura 26 Trazado del factor de seguridad del Trinquete de entrada

- Trinquete de salida(G)

De la misma manera que el trinquete anterior, esta pieza está sujeta al eje de rotación mediante el uso de un cuñero, la geometría con el menor factor de seguridad se encuentra en la cara de contacto con la leva deslizante 2, teniendo un valor de 8.3 de factor de seguridad.

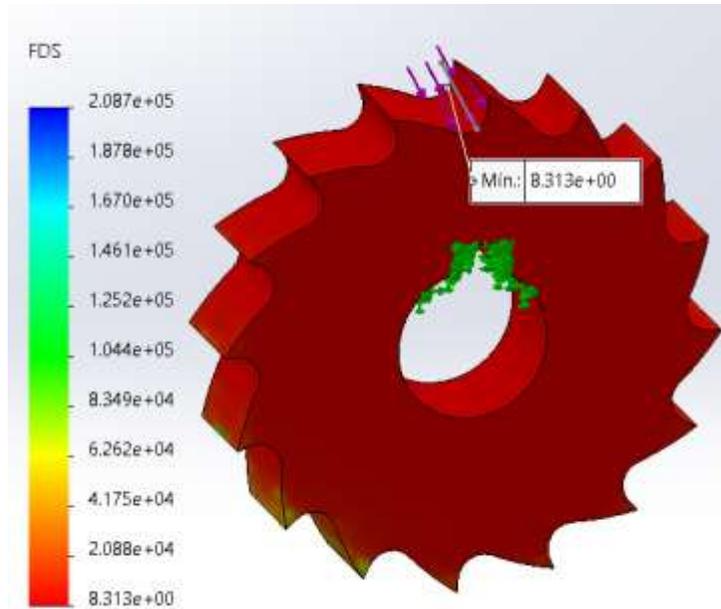


Figura 27 Trazado del factor de seguridad del Trinquete de salida

- Leva deslizante 2 (H)

Como con la primera leva, la carga aplicada fue definida de manera distribuida a lo largo de la cara de contacto con el trinquete, solo que en este caso la carga cambio, aplicándose una carga de 2444 N y obteniéndose así un factor de seguridad de 2.29 en la base de la punta de la leva.

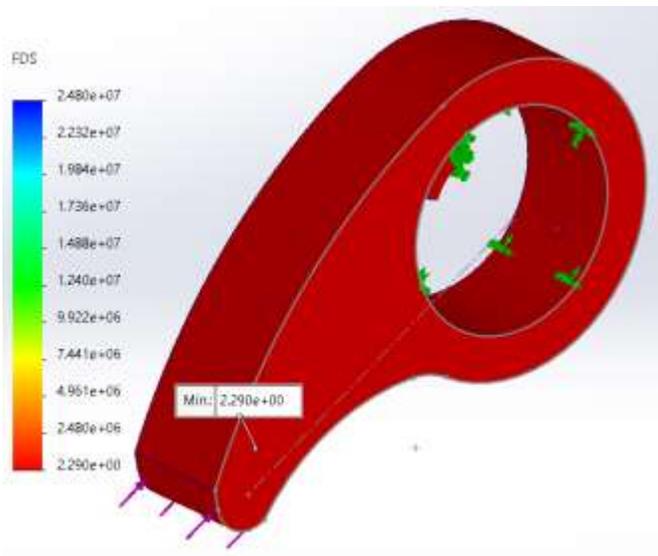


Figura 28 Trazado del factor de seguridad de la Leva deslizante 2

- Plato tensor salida(I)

Para este plato de salida, la geometría crítica se presenta en la corredera del cuñero, encargado de transmitir el movimiento que antecede a la pieza, por lo tanto, se obtuvo un valor de factor de seguridad de 2.

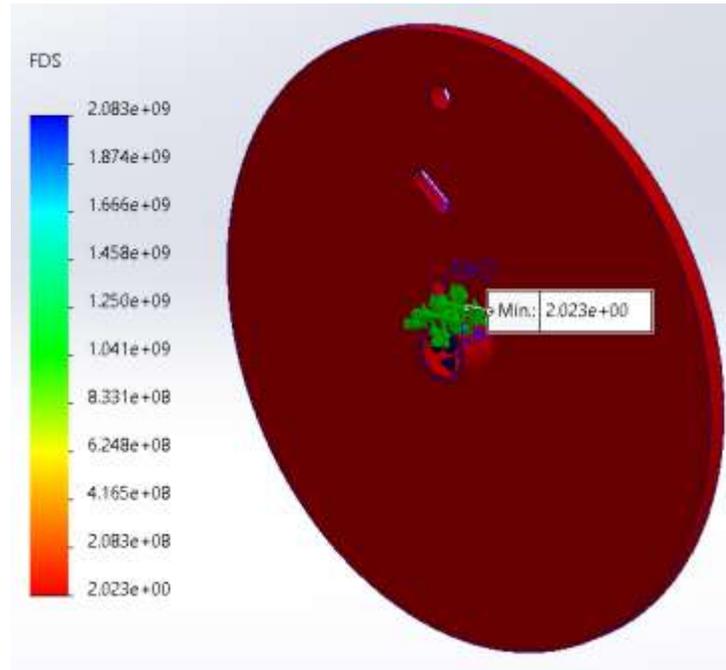


Figura 29 Trazado del factor de seguridad del Plato tensor salida

- Collarín de salida (J)

En este collarín el tamaño de la pieza se incrementó, aunque sigue conservando las geometrías críticas, siendo estas los agujeros de las correderas cilíndricas de la conexión con la siguiente pieza, obteniendo un factor de seguridad de 7.15.

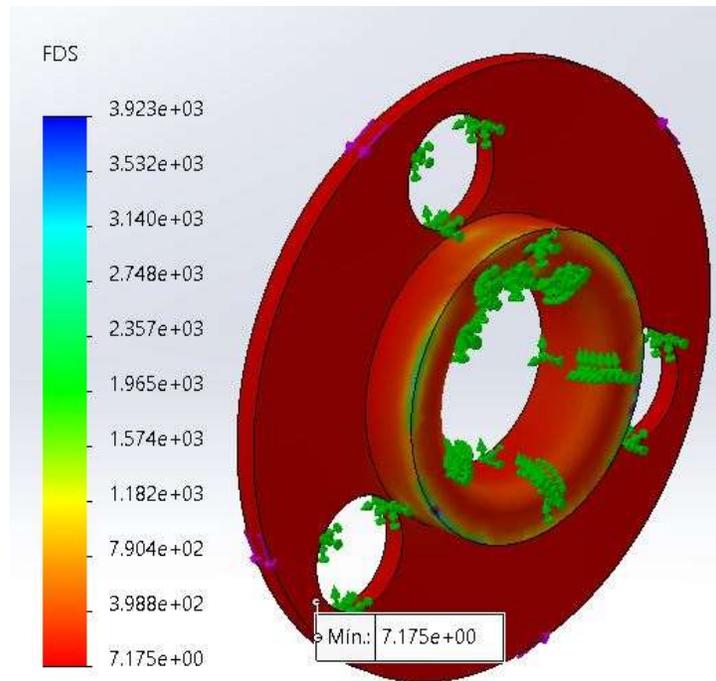


Figura 30 Trazado del factor de seguridad del Collarín de salida

- Soporte de balero chico (K)

En el soporte se podría especular que el factor mínimo estaría en los agujeros de los opresores que conectan con la siguiente pieza, pero la geometría que presentó el valor mínimo, fueron los cilindros que conectan con el collarín anterior, teniendo un valor de 3.8, lo que significa que el valor del esfuerzo producido por la carga introducida, es al menos 3 veces menor que el del esfuerzo de fluencia del material, por lo que soporta el esfuerzo producido por la carga, y más que eso.

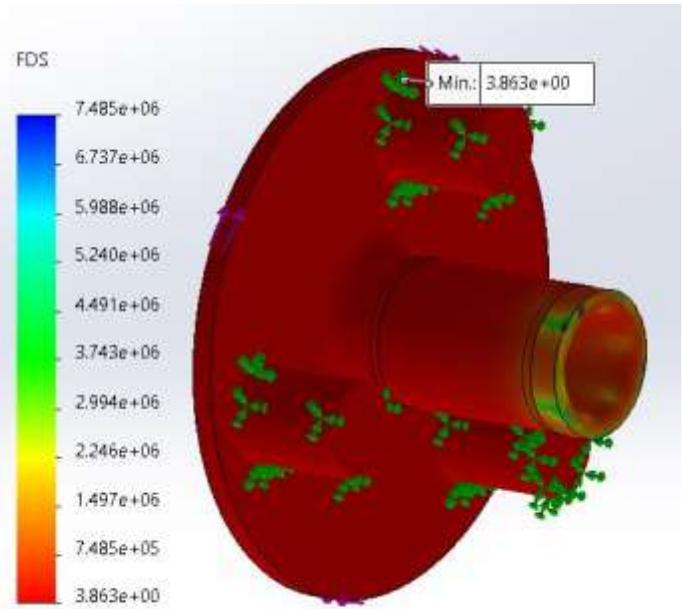


Figura 31 Trazado del factor de seguridad de soporte de balero chico

- Plato resorte (L)

Contrario a lo sucedido en la pieza anterior, en este plato la geometría con el factor de seguridad más pequeño, si fueron los agujeros de los opresores que unen este plato con la pieza anterior, obteniendo un valor de 2.74, siendo superior al mínimo permitido o establecido para los análisis.

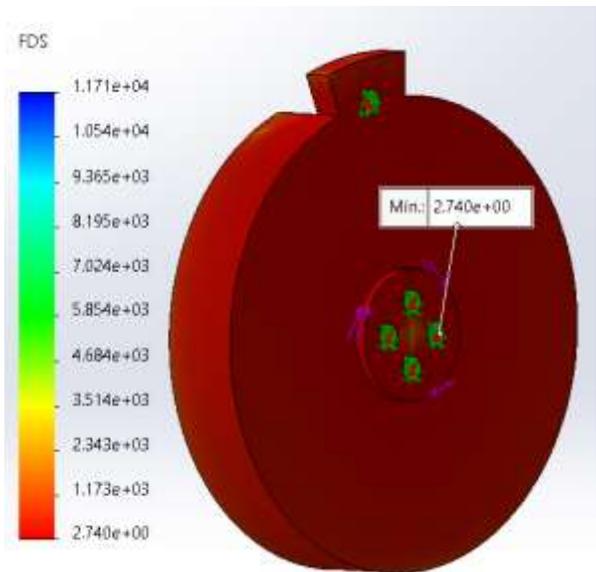


Figura 32 Trazado del factor de seguridad del plato resorte

Descarga del sistema

- Leva de carga (L)

Como se puede apreciar en la Figura 33, el resultado del análisis arroja que la geometría que tiene el valor de factor de seguridad más bajo es la base de la corredera interna de la leva, esto debido a que es la geometría que se encarga de recibir la transmisión del movimiento, y con ello la carga que es aplicada a la leva.

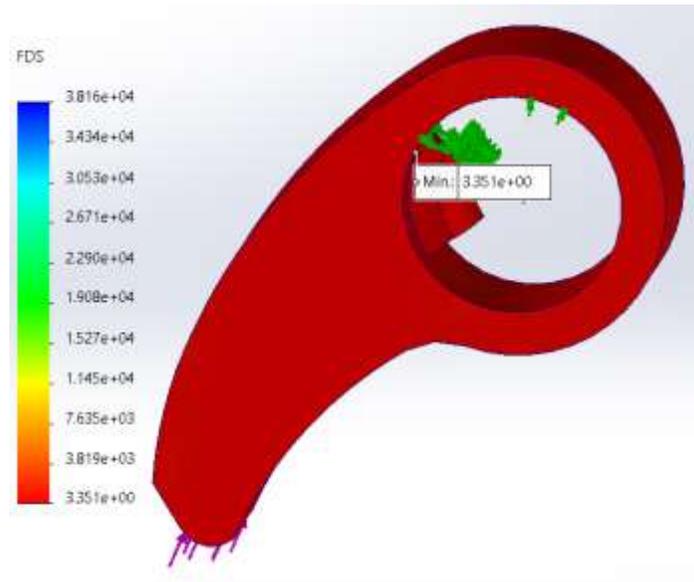


Figura 33 Trazado del factor de seguridad de Leva de carga

- Trinquete anillo (M)

Para esta pieza debido al diámetro del trinquete, la carga que se aplica no es significativa, por lo que, como se puede apreciar en la Figura 34, el factor de seguridad mínimo de la pieza fue de 23.3, cumpliendo con el requerimiento establecido.

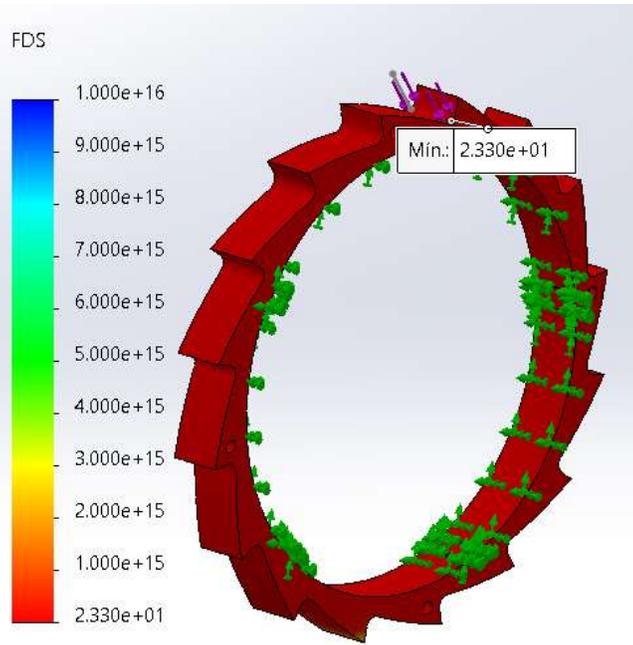


Figura 34 Trazado del factor de seguridad de trinquete de anillo

- Engrane solar (N)

Para el engrane solar, debido a la relación de desmultiplicación del set de engranajes epicíclicos, el troque disminuye considerablemente, razón por la que la pieza no está sometida a un estado de esfuerzos grande, y su valor mínimo del factor de seguridad es de 123.

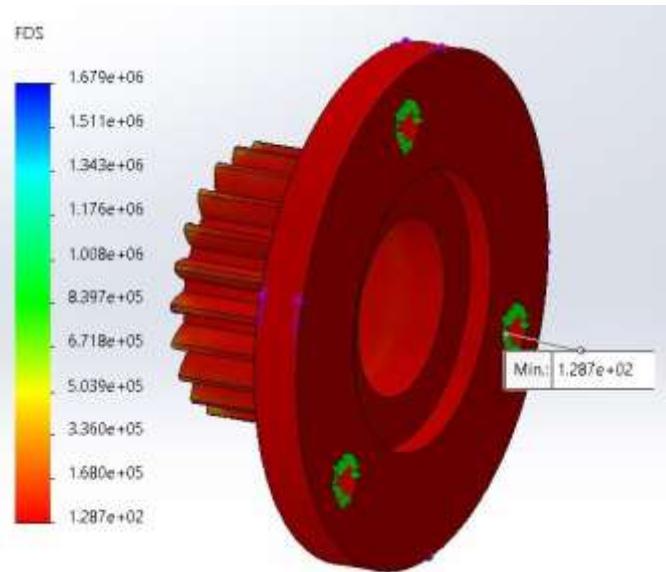


Figura 35 Trazado del factor de seguridad del engrane solar

- Trinquete interno (O)

De la misma manera que la pieza anterior, al disminuir la carga que se aplica, los esfuerzos disminuyen y con ello aumenta el valor del factor de seguridad, para este trinquete se obtuvo un valor mínimo de 462.

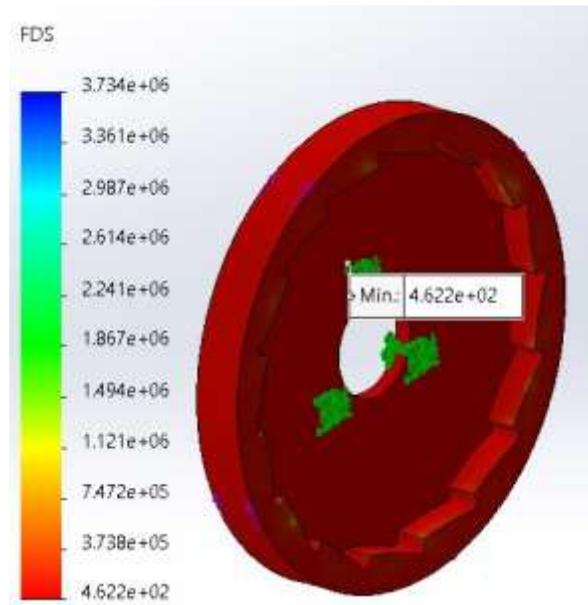


Figura 36 Trazado del factor de seguridad del trinquete interno

- Leva interna (P)

Por último, para la leva interna, se obtuvo un valor de factor de seguridad de 6.98 el cual se ubica en la base de la corredera interna, que es donde asienta el resorte que permite el retorno de la leva para su correcto accionamiento, el trazado del factor de seguridad se muestra en la Figura 37.

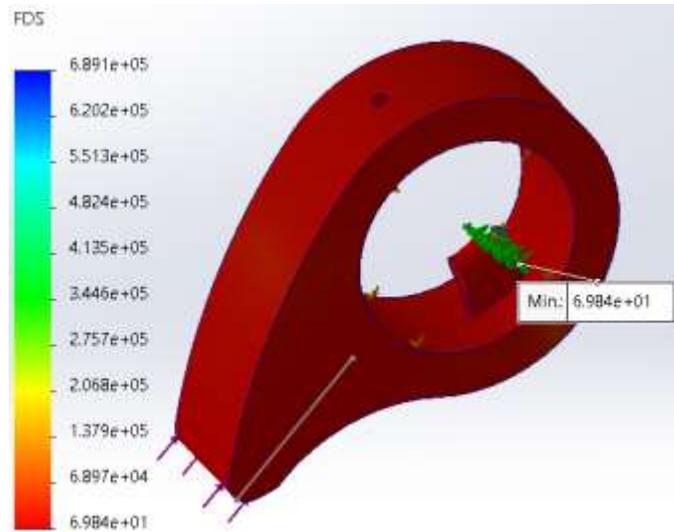


Figura 37 Trazado del factor de seguridad de la leva interna

4.1.2 Construcción del prototipo

Como se mencionó en la sección anterior, para la realización del proyecto se hizo uso de procesos de manufactura tradicionales, como lo es el torno y la fresadora, así como también de la manufactura aditiva. Las primeras piezas que se fabricaron fueron mediante el uso de una fresadora CNC, la pieza que se maquinó fue el trinquete anillo (M) para el cual, se generó previamente un código G para poder maquinarlo, en la Figura 38 puede apreciarse parte del proceso de su fabricación.

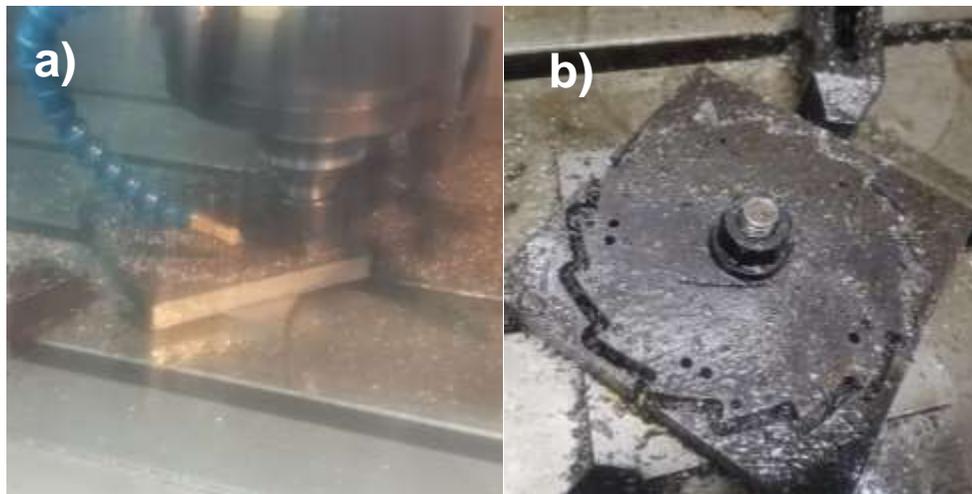


Figura 38 a) Proceso de fabricación de trinquete de anillo b) Maquinado finalizado de contornos externos del trinquete.

Una vez se maquinaron los contornos exteriores del trinquete, se procedió a realizar el vaciado de la geometría interna, ya que al interior del trinquete se coloca el engrane de anillo del engranaje epicíclico, el cual se había adquirido previamente; con la ayuda de una prensa se colocó el trinquete por fuera del engrane antes mencionado, el resultado se muestra en la Figura 39.



Figura 39 Trinquete de anillo terminado

La segunda pieza fabricada fue el Trinquete de salida(G) para el cual se llevó a cabo el mismo proceso, en este caso se optó por rectificar una de las caras superiores (Figura 40 a)), y el resultado se muestra en la Figura 40

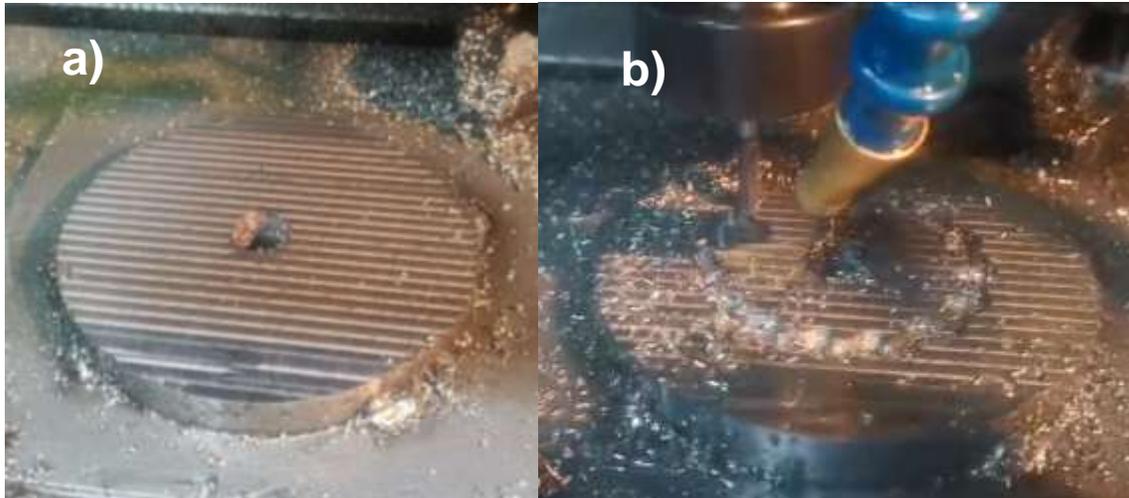


Figura 40 a) Careado de cara superior b) Fresado del contorno externo del trinquete

El resultado final de esta pieza se muestra en la Figura 41, se puede apreciar que cuenta con 3 agujeros pequeños, estos originalmente servirían para sujetar este trinquete con el embrague, pero posteriormente se llegó a la conclusión de que no serían necesarios.



Figura 41 Proceso de fabricación de Trinquete de salida

Posteriormente se maquinaron algunas piezas más, como lo es el eje de rotación, el plato de entrada, entre otras, en la Figura 42 pueden apreciarse algunas de ellas

y como es que se integraban entre sí.

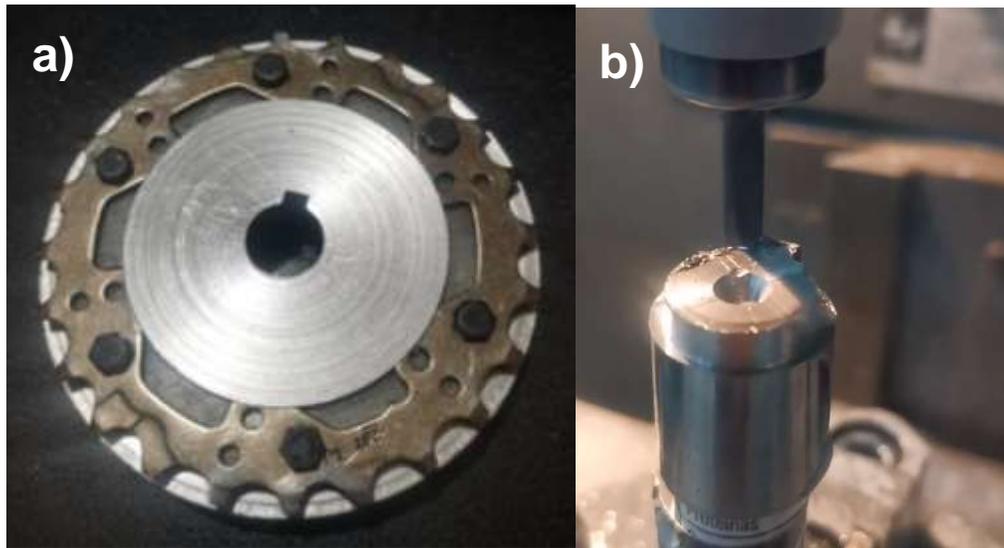


Figura 42 a) Plato de entrada terminado b) Maquinado de eje de rotación

En la Figura 43 se muestra como ensamblan las componentes maquinadas hasta ese punto de la investigación, producto de todos los maquinados que se realizaron.



Figura 43 Ensamble del mecanismo KERS

Debido a distintos reajustes que hubo en el diseño del mecanismo, se optó por el uso de la manufactura aditiva, debido a que el tiempo de fabricación y el desperdicio se

disminuía considerablemente, por ello, el resto del mecanismo, se optó por imprimirlo, con la ayuda de impresoras 3D.

En las Figuras 44, 45 y 46, se puede apreciar un poco del proceso de fabricación mediante adición 3D, para este proceso era necesario únicamente contar con el modelo 3D, el cual se había realizado previamente, y había que convertirse al formato STL el resto, era solamente hacer uso del laminador de preferencia, y la impresora hacia el resto, en la Figura 43 se aprecia el resultado de la impresión del eje de rotación (lado izquierdo), el cual tuvo que volverse a fabricar debido a cambios en las dimensiones del mismo, del lado derecho se muestra el soporte de balero (B).



Figura 44 Impresión del eje de rotación y soporte de balero

Otra de las partes que se imprimió y facilitó el proceso de fabricación, por las bondades que ofrece la impresión 3D, fueron las levas y sus ejes deslizantes, si bien, se diseñaron de manera que pudieran ser manufacturadas por métodos de mecanizado tradicionales, se aprovechó la facilidad de generación de geometrías de la impresora

3D, enseguida se muestran las piezas impresas (Figura 45).



Figura 45 Levas móviles impresas

También se imprimieron los platos donde iban montadas las levas móviles, fueron de las piezas más tardadas, debido a las dimensiones de la pieza, en la Figura 46 se muestra la impresión del Plato tensor salida(I).

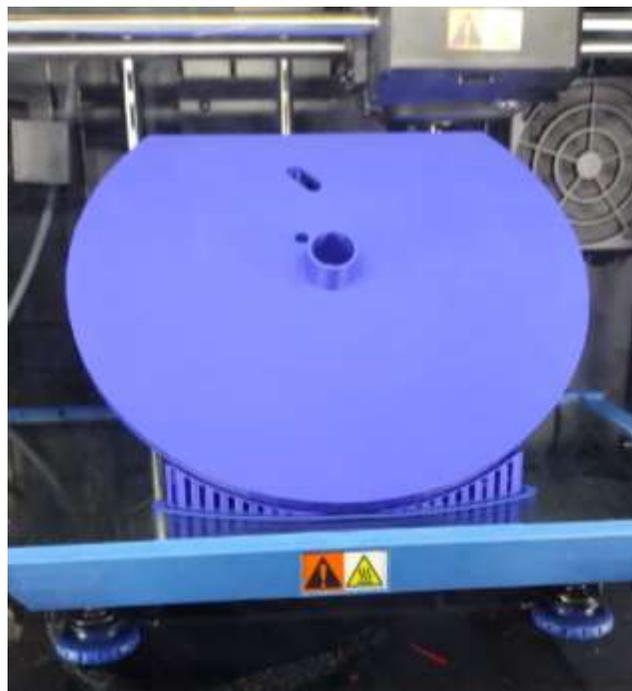


Figura 46 Proceso de impresión de Plato tensor salida

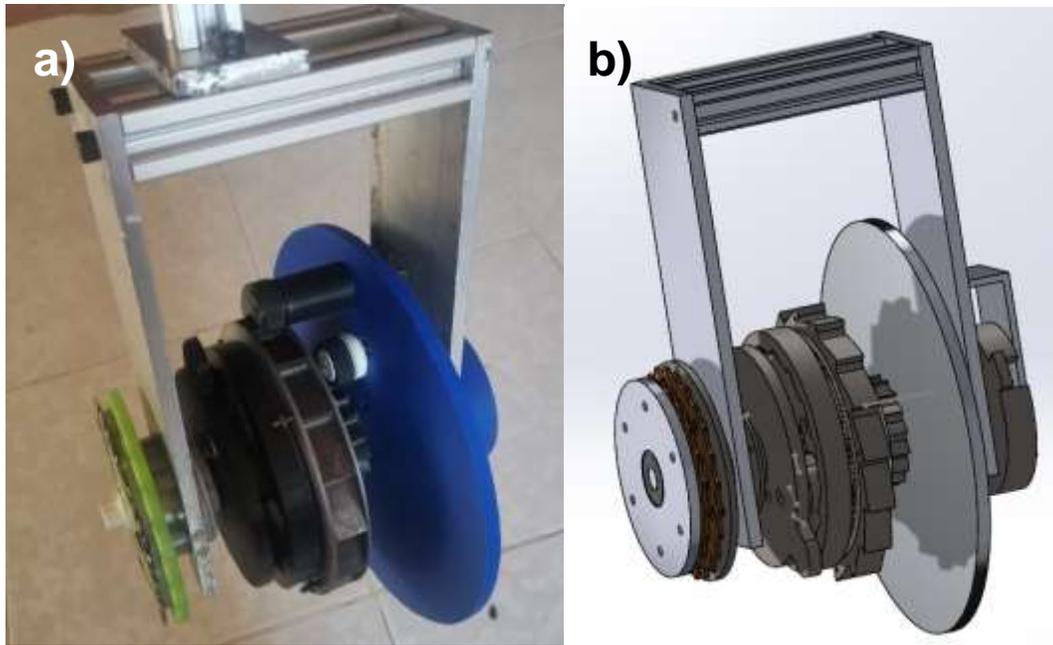


Figura 48 a) KERS físico b) Modelo virtual

4.2 Validación del sistema

Para la validación del sistema, se tuvo que colocar el KERS en su lugar correspondiente con la ayuda de soportes que ayudaran a mantenerlo fijo en su posición, esto para poder conectar el KERS con la rueda trasera, mediante el uso de una cadena de transmisión, para posteriormente realizarle las pruebas funcionales y asegurar el correcto funcionamiento de cada uno de los componentes que integran el sistema, si bien el torque utilizado para los análisis estructurales corresponde al torque de un frenado de emergencia, para este prototipo, no se aplicó la misma carga, esto debido a que la mayoría de los componentes están fabricados en materiales con una resistencia a la fluencia mucho menor en comparación con las piezas metálicas, además de que el único propósito del prototipo, es corroborar el funcionamiento del mismo.

En cuanto a la estimación de energía, como se mencionó en el capítulo anterior, se tomaron datos basados en la simulación realizada en ANSYS, dicho datos arrojaron los datos representados en la gráfica de la Figura 49.

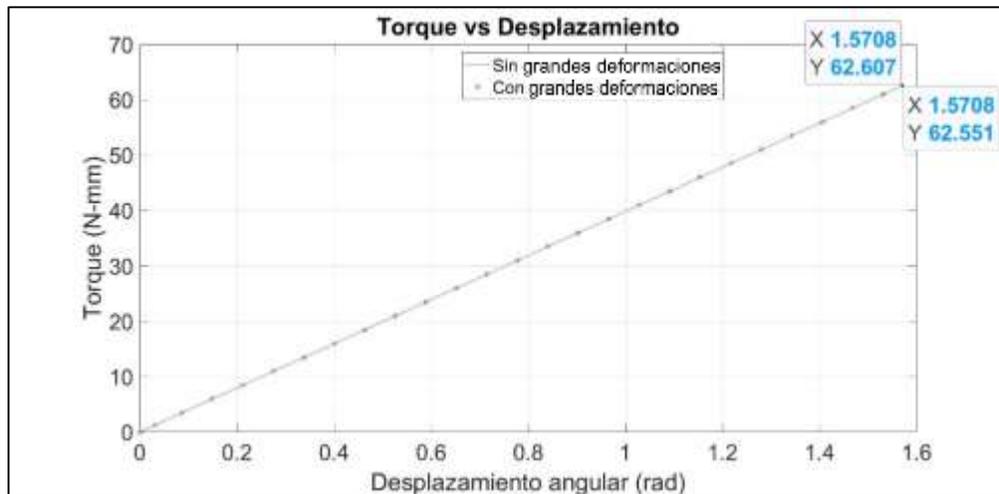


Figura 49 Gráfico de Torque vs Desplazamiento del resorte simulado

Con los datos presentados en la figura 49 y mediante el uso de las ecuaciones 11 y 15 se obtuvo la constante k del resorte de la simulación, así como la energía que este podía almacenar; por otra parte, se obtuvo el valor de rotación del sistema, producto de dar 3.64 vueltas al realizar el frenado de la bicicleta, se calculó la constante k para satisfacer el desplazamiento angular y el torque de entrada calculado, así como su energía, dichos valores se enlistan en la siguiente tabla.

Parámetro	Mínimo	Máximo
Constante de rigidez (k)	0.039 N*m/rad	4.80 N*m/rad
Desplazamiento angular (θ)	22.9 rad	22.9 rad
Energía almacenada	10.360 J	1258.58 J

Tabla 8 Parámetros para el cálculo de energía recabada

Para poder determinar el porcentaje de energía recuperada del total que es necesaria para mover la bicicleta y alcanzar la velocidad cruceo definida (15 km/h) se realiza el cálculo de energía cinética que tiene una bicicleta, con un peso de 100 kg (ya con usuario y sistemas integrados), el valor resultante es de 868.027 J, de manera que si se usa el resorte simulado, y las vueltas que desarrolla no producen una deformación permanente en el resorte, el porcentaje de recuperación del caso mínimo sería del 1.19%, mientras que para el caso máximo, donde se calculó la constante del resorte en base a la distancia de frenado calculada previamente, habría una recuperación total de la velocidad, inclusive habría una ganancia del 1.44%, siendo este un caso ideal.

4.2.1 Integración del sistema

Una vez que se tuvo el KERS armado, se procedió a la integración del mismo, para ello, se requirió del uso de perfil Bosch, así como cadena para bicicleta, esto para poder acoplar la rueda trasera al sistema de catarinas que monta el KERS.

Primeramente, se deben montar los soportes que iban al cuadro de la bicicleta, esto con la finalidad de poder dejar fijo el sistema y evitar que este se moviera producto del movimiento y las vibraciones producidas por la movilización de la bicicleta. En la Figura 50, se pueden apreciar los soportes que se fijan al cuadro de la bicicleta, así como los que se fijan al eje de rotación de la rueda trasera.



Figura 50 Soportes del KERS

Posterior a la colocación de los soportes, se procedió a colocar la cadena, para ello, se tuvo que medir y aproximar el largo de la cadena, en base a las distancias que existían entre las catarinas del KERS y el sprock de la rueda trasera, para ello se ocupó de una herramienta especializada (Figura 51 lado izquierdo a)) la cual permite sacar y meter los pernos que unen los eslabones de la cadena, colocando los dos eslabones en una ranura, donde el centro de un tornillo contiene una punta, dicha punta es la encargada de sacar el perno antes mencionado. En la Figura 51 (lado derecho b)) se puede apreciar el sistema ya montado con la cadena puesta.



Figura 51 KERS a) Herramienta para pernos de cadena b) Sistema montado con soportes y cadena

4.2.2 Pruebas de funcionalidad

Por último, se realizaron las pruebas funcionales, donde se verificó el correcto funcionamiento del sistema, desde la transmisión del movimiento, así como el accionamiento de los mecanismos internos y el resorte de torsión.

En la Figura 52 se puede apreciar la transmisión de movimiento producida por el pedal, el cual transmite el movimiento de la rueda trasera hacia la Catarina de entrada del KERS. En la imagen puede visualizarse el movimiento de la leva, ya que el sistema, al pedalear la bicicleta, gira en sentido horario (si se mira de un costado la bicicleta quedando la llanta trasera a la izquierda, y la delantera a la derecha) de manera que en la Figura 52 (lado izquierdo), la leva se encuentra en la posición del número 11 (si se toma un reloj como referencia) y en el lado derecho estaría en la posición del número 2.

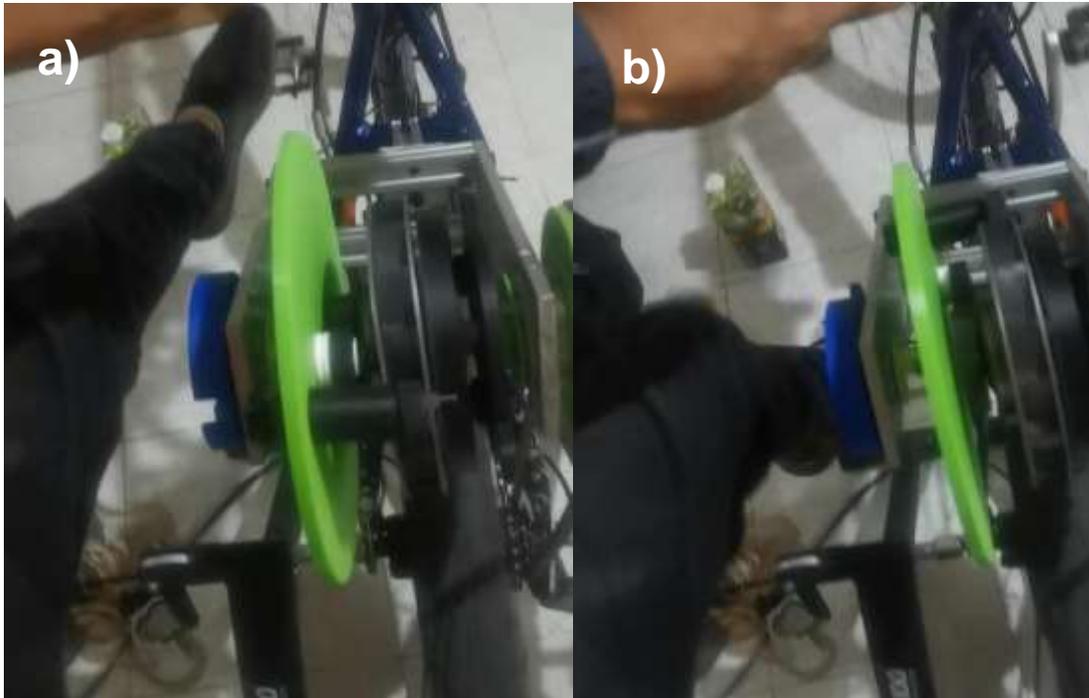


Figura 52 a) Activación de sistema b) Sistema posterior a su activación.

Para corroborar ahora el funcionamiento del resorte de torsión, se realizó una prueba, donde se muestra la posición inicial del resorte previo a torsionarse, así como después de moverse y encontrarse en un estado máximo de torsión, esto se apreciará de mejor manera tomando como referencia la geometría irregular del plato del resorte donde se fija uno de los extremos del resorte, cambiando la posición en que se encuentra entre una imagen y otra.

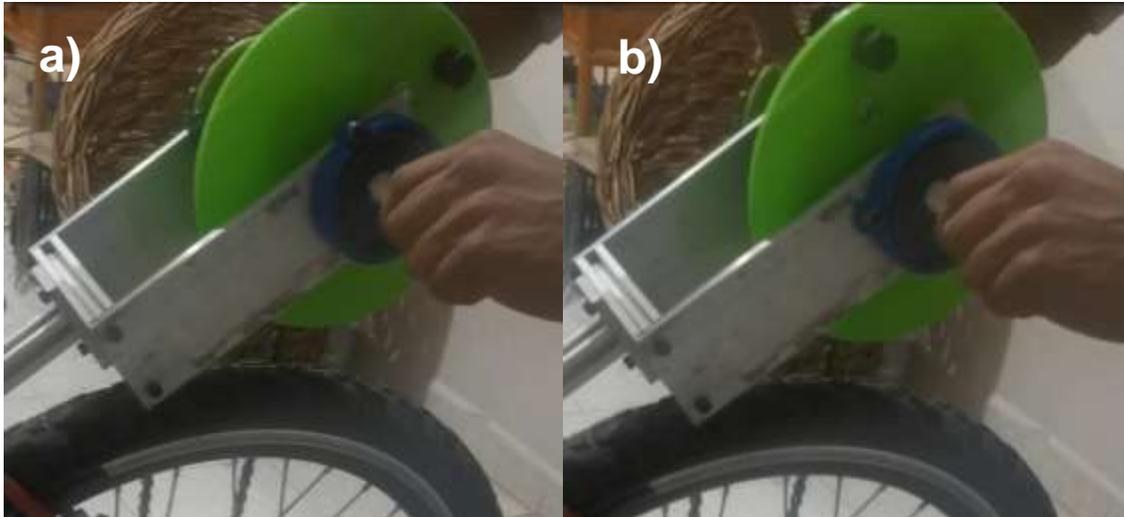


Figura 53 a) Resorte en estado de reposo b) Torsión del resorte

5 CONCLUSIONES

Con base a los objetivos planteados al inicio de la investigación, y los resultados presentados en la sección anterior, se puede apreciar que hubo una correcta implementación del sistema, el cual además de ser funcional, cumple con los requerimientos mínimos de diseño (factor de seguridad), asegurando así la integridad estructural del sistema, con lo que se puede asegurar que no fallará por fluencia. Aspectos importantes a resaltar sería la cuestión del peso, ya que si bien, para esta investigación se priorizo únicamente la creación de un prototipo funcional, así como su integridad estructural, por lo que el peso de los componentes y el material con el cual serían fabricados, fue un detalle que se pasó por alto, por lo que el sistema ya ensamblado tenía un peso de 2.2 kg, que claro, al tener la mayoría de sus piezas impresas, no representa un peso significativo, más sin embargo el peso calculado en el software era de 4 kg siendo esto mismo, un área de oportunidad a trabajar en futuros trabajos, debido a que disminuir el peso del sistema, ayudarla al ciclista a disminuir con ello, la carga motriz para mover la bicicleta junto con el sistema, pudiéndose desarrollar trabajos de optimización. Otro punto a destacar, sería el desarrollo de la metodología del presente trabajo, como se mencionó al principio, un problema que se presentó a la hora de desarrollar esta investigación, fue la carencia de la implementación de lo teórico o calculado, a lo práctico, o en su defecto, si era

realizado, no había una explicación del cómo se realiza la implementación o como es que los sistemas eran activados, si bien en este trabajo no se detalla cada paso del proceso, si es claro cuál es la metodología a desarrollar, sirviendo como apoyo para futuras investigaciones, además de que se logra a la integración de más de un sistema de regeneración de energía en la bicicleta.

En cuanto a futuras mejoras a realizar, quedaría pendiente la integración de un sistema de accionamiento de las correderas y las levas, ya sea mediante el uso de chicotes y un líquido hidráulico, o meramente de manera manual, aunque se aconseja hacerlo con fluido hidráulico ya que reduce la cantidad de fuerza que necesita ser aplicada para la activación del sistema, estos sistemas tienen que estar hermanados para reducir la cantidad de movimientos de activación independientes. Por otra parte, queda a desarrollar para futuras investigaciones, la selección del resorte de torsión adecuado para el sistema.

LITERATURA CITADA

- Arai, Y., Sakuraba, T., Sano, S., Sakaguchi, T., & Uchiyama, N. (2019, January). Design and Experimental Verification of a Regenerative Brake System with a Spiral Spring and Gears. In 2019 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII) (pp. 729-733). IEEE.
- Brent, M. R., & Papadopoulos, J. M. (1988). U.S. Patent No. 4,744,577. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Corno, M., Berretta, D., Spagnol, P., & Savaresi, S. M. (2015). Design, control, and validation of a charge sustaining parallel hybrid bicycle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24(3), 817-829.
- Suyambazhahan, S. (2011). Experimental Study of Regenerative Brakes System Used in an Automobile Engine. In 38th National Conference on Fluid Mechanics and Fluid Power December (pp. 15-17).
- Guanetti, J., Formentin, S., Corno, M., & Savaresi, S. M. (2017). Optimal energy management in series hybridelectric bicycles. *Automatica*, 81, 96-106.
- Khokhri, A., Agarwal, S., Yashwardhan, S. S., & Routh, B. (2021, May). Spiral spring and planetary gear based regenerative braking system design for bicycles. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2341, No. 1, p. 020046). AIP Publishing LLC.
- Kulkarni, M. P. K. M. S., & Kadi, P. (2016). Hybrid Powered Electric Bicycle. *International Journal for Scientific Research and Development*, 4(5), 1017-1020.
- Kumar, A., Kumari, K., Kumar, G., Kumar, M., & Singh, B. P. Bicycle kinetic energy recovery system by using flywheel-a review.
- Kumbhojkar, N., Mohite, K., Kulkarni, A., & Patil, S. (2015). Design and Implementation of Kinetic Energy Recovery System (KERS) in Bicycle. *Journal Impact Factor*, 6(4), 101-108.
- Menon, S. S., Sooraj, M. S., Mohan, S., Disney, R., & Sukumaran, S. (2013). Design and analysis of kinetic energy recovery system in bicycles. *IJRSET*, ISSN, 2319-8753.
- Tang, J. Q., Wang, Z. Q., Mi, Z. Q., & Yu, Y. (2014). Finite element analysis of flat spiral spring on mechanical elastic energy storage technology. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 7(5), 993-1000.
- Thombre, M., Borkar, P., & Bhoje, M. (2014). Kinetic Energy Recovery System Using Spring. *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, 8(4), 654-658.
- von Albrichsfeld, C., & Karner, J. (2009). Brake system for hybrid and electric vehicles (pp. 01-1217). Warrendale, PA, USA: SAE International.
- Cikanek, S. R., & Bailey, K. E. (2002, May). Regenerative braking system for a hybrid electric vehicle.
- Hung, N. B., & Lim, O. (2020). A review of history, development, design and

research of electric bicycles. *Applied Energy*, 260, 114323.

Mütze, A., & Tan, Y. C. (2005, October). Performance evaluation of electric bicycles. In *Fortieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005 Industry Applications Conference*, 2005. (Vol. 4, pp. 2865-2872). IEEE.

Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2012). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. McGrawHill..

Salmeron-Manzano, E., & Manzano-Agugliaro, F. (2018). The electric bicycle: Worldwide research trends. *Energies*, 11(7), 1894.

Bathe, K. J. (2007). Finite element method. *Wiley encyclopedia of computer science and engineering*, 1-12.

Yoong, M. K., Gan, Y. H., Gan, G. D., Leong, C. K., Phuan, Z. Y., Cheah, B. K., & Chew, K. W. (2010, November). Studies of regenerative braking in electric vehicle. In *2010 IEEE Conference on Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology* (pp. 40-45). IEEE.

Younes, Z., Boudet, L., Suard, F., Gérard, M., & Rioux, R. (2013, May). Analysis of the main factors influencing the energy consumption of electric vehicles. In *2013 international electric machines & drives conference* (pp. 247-253). IEEE.

Diaconescu, A. (2020) *Bicicleta Tandem*. [Imagen]. Recuperado de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bicicleta_tandem.jpg

Kalpakjian, S., & Schmid, S. R. *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*. 2008. Pearson Educación, México. Capítulos, 30, 31.

Logan, D. L. (2012). *A first course in the finite element method* (Vol. 5). Thomson.