

No. ADQ. 650663

CLASIFI. 690.22

A495a

U.A.Q. ING.

Ingeniería de Estructuras  
Cimentaciones

ODA CH

178A 0

**UNIVERSIDAD AUTONÓMA DE  
QUERÉTARO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

**MAESTRIA EN CONSTRUCCIÓN  
TRABAJO DE INVESTIGACIÓN I**

**RODRIGO AMBRIZ MEDINA**

*Querétaro, Qro. 1995*

**Efecto de los asentamientos  
en las estructuras**

# Indice

## Capítulo I - Introducción

---

1.1 Introducción.	1
-------------------	---

## Capítulo II - Análisis tradicional de las estructuras

---

2.1 Modelo de solución de una Estructura.	3
2.1.1 Antecedentes.	3
2.1.2 Plantamiento del problema.	4
2.2 Métodos tradicionales de Solución.	6
2.2.1 Método de Rigideces.	6
2.2.2 Solución de la Estructura Planteada	17

## Capítulo III - Interacción Suelo - Estructura

---

3.1 Plantamiento del problema	35
3.2 Calculo de las deformaciones en la Masa del Suelo	37
3.2.1 Matriz de Rigideces del Suelo	
3.2.2 Solución de la Estructura Planteada	47

## Capítulo IV - Conclusiones y recomendaciones

---

4.1 Marco comparativo	54
4.2 Conclusiones y recomendaciones	57
4.3 Bibliografía	59

# Capítulo I - Introducción

---

## Introducción:

En el análisis de las estructuras existen algunas variantes que no están en función de la geometría o de las características mecánicas de los elementos que la forman, esto se debe a que las estructuras se desplantan sobre un medio semi-infinito (suelo), con características mecánicas y físicas distintas al material que conforman a la estructura.

El suelo al igual que el concreto y el acero al ser sometido a cargas "intensas" presenta deformaciones, que en algunos casos pueden ser considerables, sobre todo si se trata de suelos finos, como arcillas de alta compresibilidad.

En el análisis de las estructuras se hizo práctica común no considerar la deformación del suelo y su repercusión en las mismas; y al hacerlo así, las condiciones de frontera son erróneas.

En el estudio realizado en los siguientes capítulos se encontrará el marco de referencia, para considerar los efectos de los asentamientos producto de una sobrecarga en la masa de suelo; y no hacerlo.

En este trabajo, se analizará teóricamente el marco de una estructura sometida a cargas gravitacionales, con variantes en su cimentación (zapatas aisladas y contratrabes, zapatas aisladas y trabe de liga).

Se trabajan dos casos:

- \* Sin tomar en cuenta los asentamientos.
- \* Considerando los asentamientos en la masa de suelo.

En las últimas décadas ha habido un avance tecnológico en la Ingeniería de Sistemas, desarrollándose una variedad de programas (software) que facilitan la tarea del Ingeniero, en áreas como: Topografía, Estructuras, Mecánica, Hidráulica, etc.

En los capítulos siguientes, se desarrollan las secuencias del análisis estructural de los marcos bajo distintas condiciones.

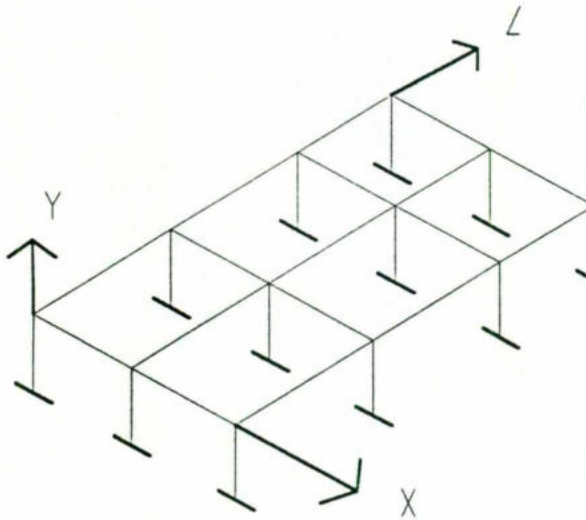
# Capítulo II - Análisis tradicional de las Estructuras

---

## 2.1 Modelo de solución de una estructura

### 2.1.1 Antecedentes

Usualmente, el análisis estructural se desarrolla considerando en forma independiente cimentación y suelo. Al discretizar la estructura, se toman marcos en los sentidos de los ejes coordenados (  $x$ - $y$  ó  $y$ - $z$  ); considerando empotramiento perfecto en los extremos de los marcos.



Para éste trabajo, se analizará un marco en el sentido X-Y

Marco de referencia para la estructura  
Fig. 2.1

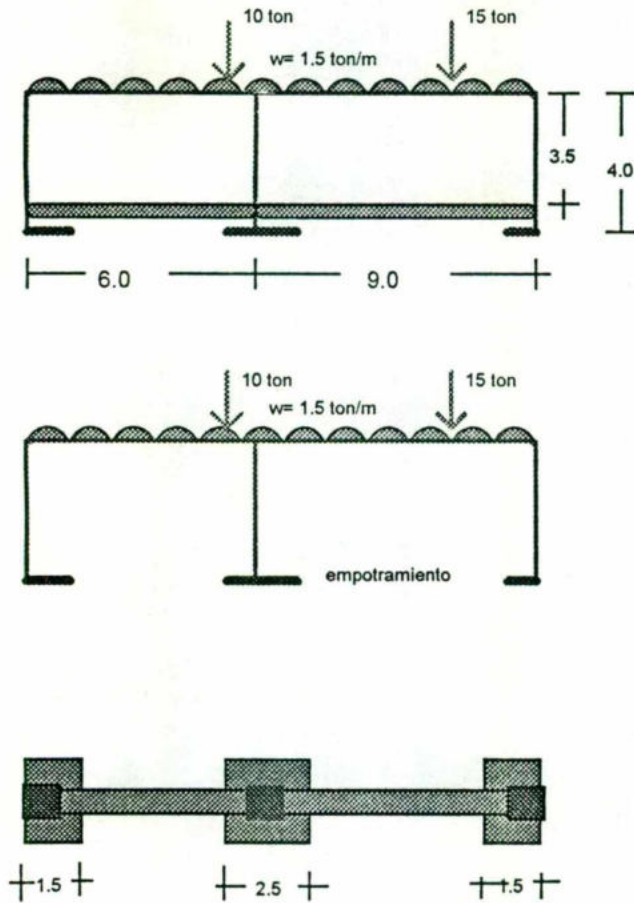
### 2.1.2 Plantamiento del problema:

Preseleccionanda la geometría de los elementos estructurales, así como el tipo de cimentación que ha de soportar a la estructura, además del tipo de material a emplear en su construcción; se procede al desarrollo del análisis.

Se plantean dos propuestas en el tipo de cimentación: La primera es por medio de zapatas aisladas y contratrabe, la segunda es similar, cambiando la contratrabe por una trabe de liga.



En la primer alternativa, la contratrabe y zapatas son el empotramiento de las columnas.



En el estudio de las Estructuras existen varios métodos para su análisis, entre ellos tenemos el de Cross, Kani; y otros de mayor "complejidad, como el de Rigideces o flexibilidades, que han sido programados para ser ejecutados en computadoras personales.

Estos dos últimos métodos se han utilizado muy poco, por la cantidad de trabajo que hay que elaborar; en la actualidad, pueden ser utilizados en la solución de estructuras más complejas, con ayuda de programas especializados en el ramo.

PLANTA DE CIMENTACION

FIG. 2.2

## 2.2 Métodos tradicionales de solución:

### 2.2.1 Método de Rigideces:

El análisis de estructuras hiperestáticas se puede realizar utilizando el método de flexibilidades o el de rigideces, en el primero las incógnitas son fuerzas, mientras que en el segundo, son desplazamientos.

El grado de indeterminación cinemática, normalmente, es inferior al que se tiene cuando se plantean como incógnitas las fuerzas en los extremos de las barras, por lo que por facilidad en la solución del sistema de ecuaciones, se recomienda que el estudio de estructuras altamente hiperestáticas sea realizado utilizando el método de rigideces. (ref. 1, 2, 3.)

En los párrafos siguientes se describe brevemente el método de rigideces, no es la finalidad de enseñar el método, sino utilizarlo como herramienta en el análisis de las estructuras.

### Ecuaciones básicas del Método de Rigideces:

la ec. básica del método de rigideces expresa el equilibrio de cada uno de los nudos en función de los coeficientes de influencia de la rigidez nodal y de los desplazamientos nodales desconocidos.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ d_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_{nn} \end{bmatrix}$$

Ec. 2.1

En forma compuesta el arreglo anterior se acostumbra escribir como:

$$[ Q ] = [ K ] [ d ] \dots\dots\dots\text{Ec. 2.2}$$

donde:

[ Q ] Vector de carga.

[ K ] Matriz de rigidez de la estructura.

[ d ] Vector de desplazamiento.

En la matriz de rigidez, cada término  $K_{ij}$  es la fuerza nodal correspondiente al grado de libertad  $i$ , causado por la aplicación de un desplazamiento unitario, que pertenece al grado de libertad  $j$ , y todos los términos de una columna  $ij$ , de la matriz de rigideces, son fuerzas nodales producidas por la aplicación de un solo desplazamiento nodal unitario .

**Matriz de Rigidez de una barra en el sistema local:**

La fig. 2.3 muestra el elemento  $i$  de longitud " $L$ ", con los seis grados de libertad. ( 3 desplazamientos lineales y 3 giros)

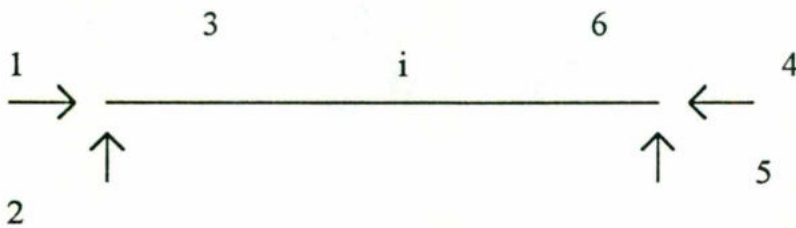


Fig. 2.3

La matriz de rigidez para este elemento es de sexto orden.

$$[k'] = \begin{bmatrix} k'_{11} & k'_{12} & k'_{13} & k'_{14} & k'_{15} & k'_{16} \\ k'_{21} & k'_{22} & k'_{23} & k'_{24} & k'_{25} & k'_{26} \\ k'_{31} & k'_{32} & k'_{33} & k'_{34} & k'_{35} & k'_{36} \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & k'_{44} & k'_{45} & k'_{46} \\ k'_{51} & k'_{52} & k'_{53} & k'_{54} & k'_{55} & k'_{56} \\ k'_{61} & k'_{62} & k'_{63} & k'_{64} & k'_{65} & k'_{66} \end{bmatrix}$$

Ec. 2.3

Y se determina aplicando un desplazamiento unitario, correspondiente a cada uno de los grados de libertad de la barra en estudio.

Conociendo el trabajo de deformación efectuado por los elementos mecánicos (mto. "M" y fza. axial "N") aplicados sobre una barra plana, se esta en posibilidad de calcular los desplazamientos y giros, que sufre cualquier sección.

A continuación, se presenta la matriz de un elemento de sección constante en función de las siguientes variables.

- L** Long. del elemento
- A** Sección del miembro
- I** Mto. de inercia
- E** Módulo de elasticidad

**MATRIZ DE RIGIDEZ DEL ELEMENTO i**

$$[k^i] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^2} & \frac{6EI}{L} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

**Acople de la Matriz de Rigideces de la Estructura.**

Un paso importante, consiste en formar la matriz de rigideces global. Al sustituir los valores correspondientes en cada miembro, se obtiene la matriz de rigideces del elemento en el sistema de coordenadas del mismo; rotando éste en el sistema de coordenadas de la estructura, se obtiene la matriz del miembro en el sistema de coordenadas de la estructura. cuya expresión es:

$$[K] = [R^T][k][R]. \quad 2.4$$

donde:

$[K]$  Matriz de rigidez del elemento en coordenadas de la estructura.

$[R^T]$  Transpuesta de la matriz de rotación.

$[k]$  Matriz de rigidez del elemento.

$[R]$  Matriz de rotación del elemento

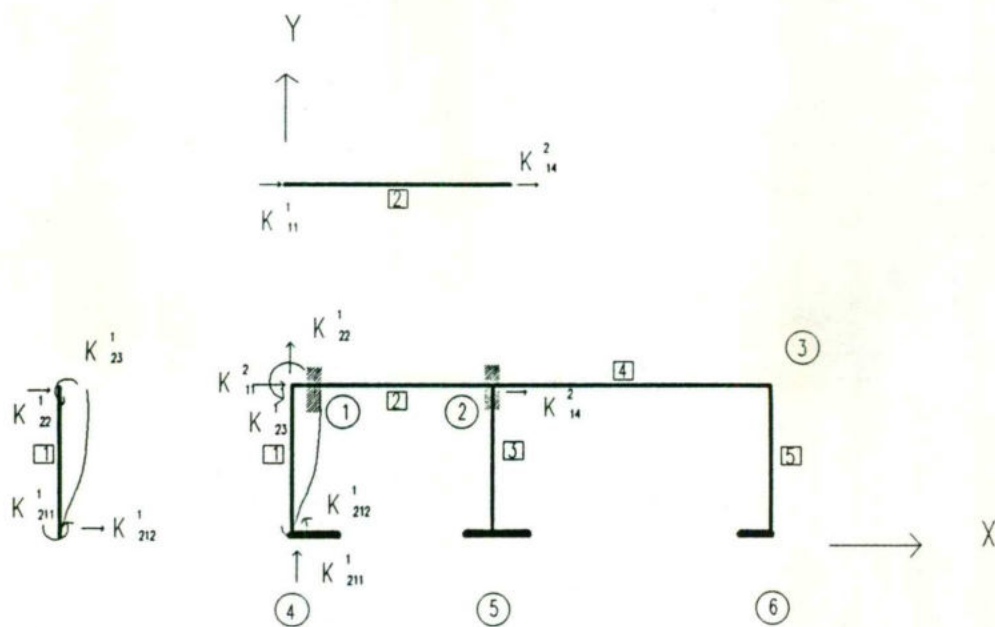
donde :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

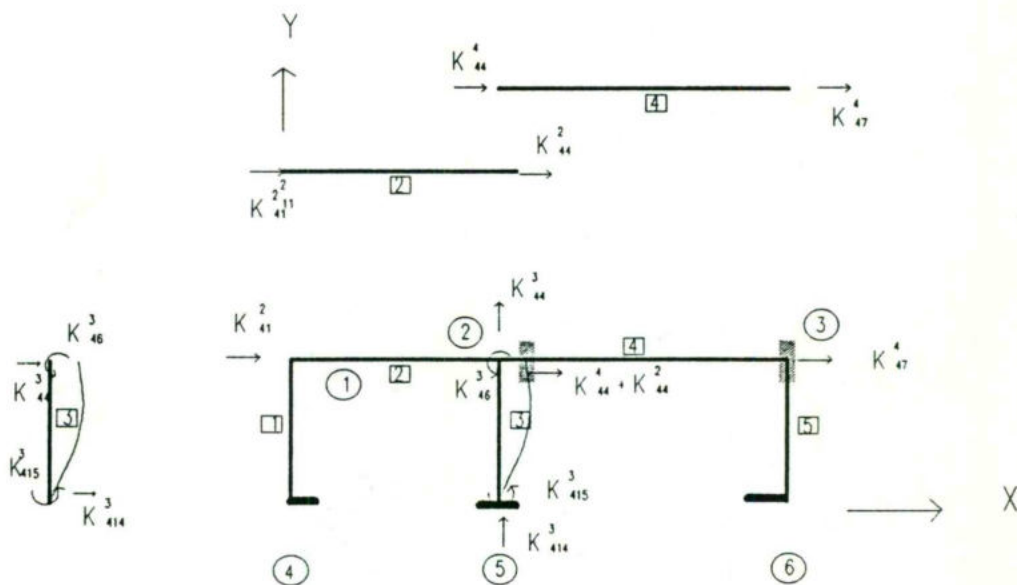
El elemento  $K$ , de la matriz de rigideces del conjunto, se forma con la fuerza correspondiente al grado de libertad  $i$ , causado por un desplazamiento unitario correspondiente a  $j$ . Cada una de estas rigideces nodales se forma de acuerdo a la suma de las rigideces de los miembros.

Al identificar los coeficientes de la estructura restringida  $r_{mn}$ , el primer subíndice identifica la acción en concordancia con el desplazamiento correspondiente del nudo y el segundo subíndice identifica el desplazamiento unitario que se impuso a la estructura restringida.

La solución de la estructura indeterminada se obtiene superponiendo la solución de la estructura restringida sometida a la acción de la carga original con una combinación lineal de las soluciones correspondientes a la imposición individual de desplazamientos unitarios de los nudos de la estructura restringida. Estas soluciones deben combinarse en tal forma que se anulen las acciones producidas por las restricciones artificiales. También, combinando las diversas soluciones de la estructura restringida pueden calcularse las reacciones de los apoyos de la estructura indeterminada original. ( ver fig. a continuación)

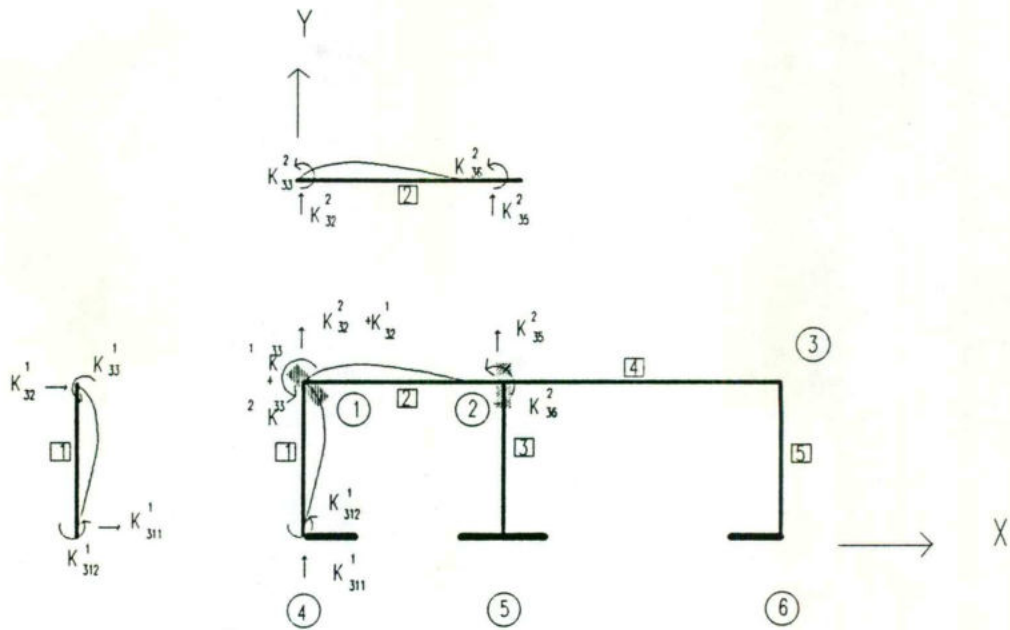


IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 1  
 TRASLACION DEL NUDO 1

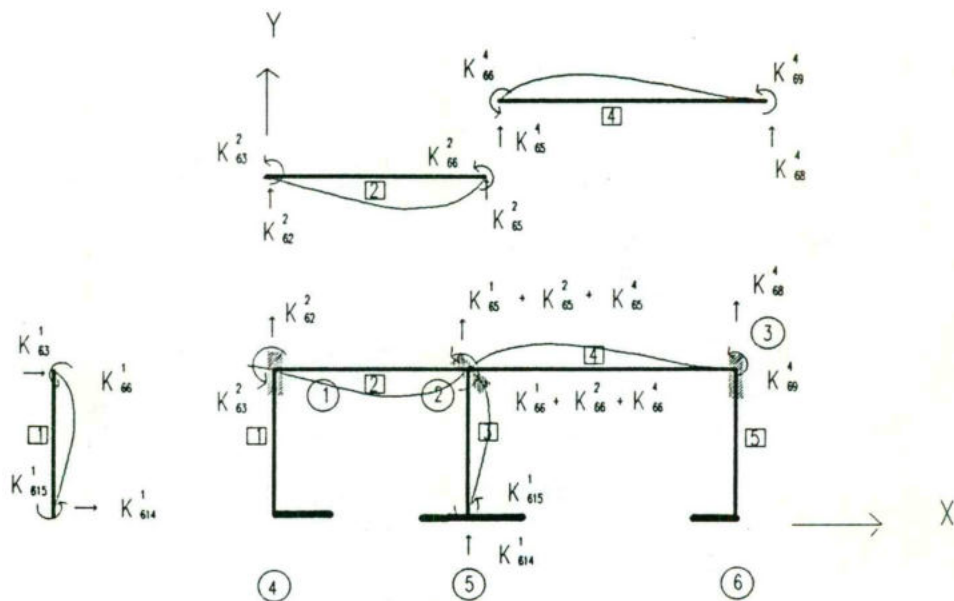


IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 4  
 TRASLACION DEL NUDO 2

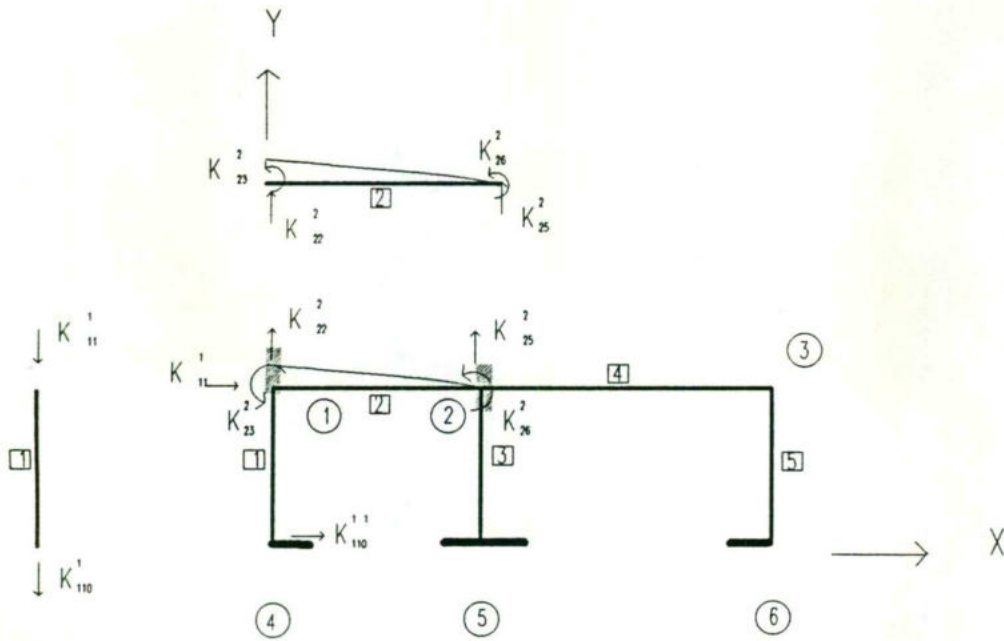




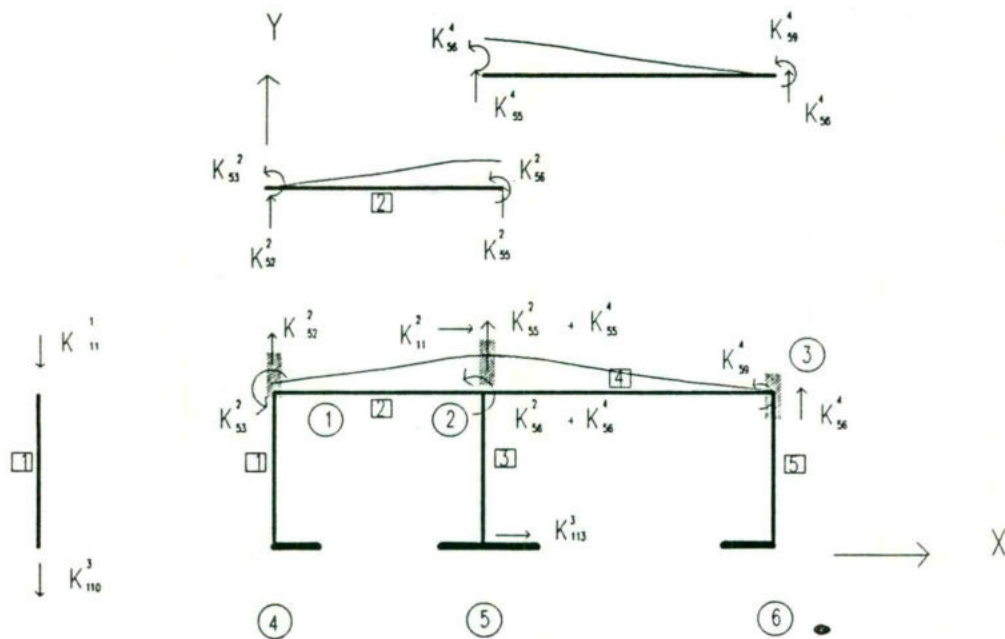
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 3  
ROTACION DEL NUDO 1



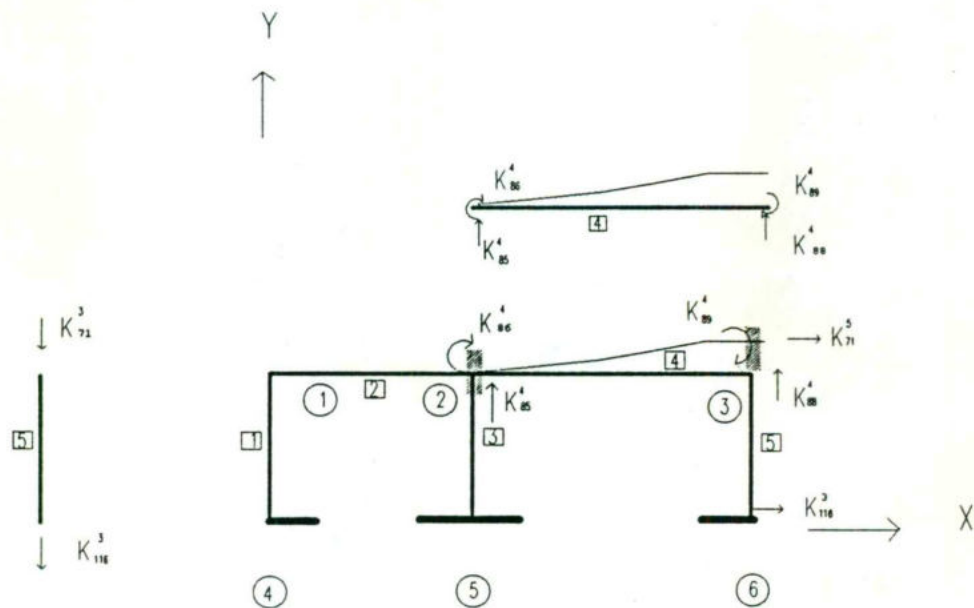
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 6  
ROTACION DEL NUDO 2



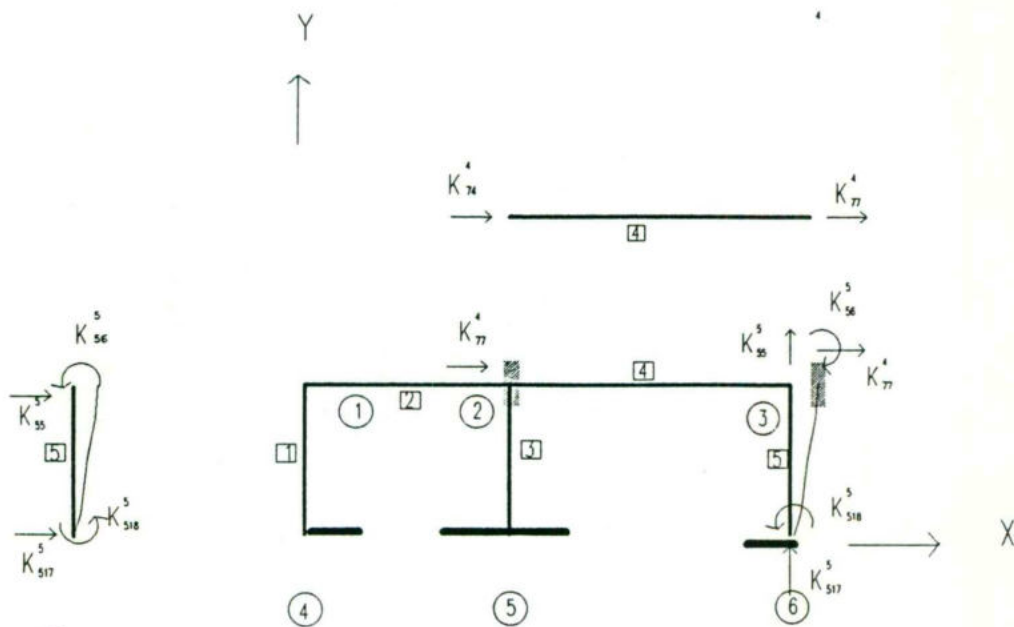
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 2  
TRASLACION DEL NUDO 1



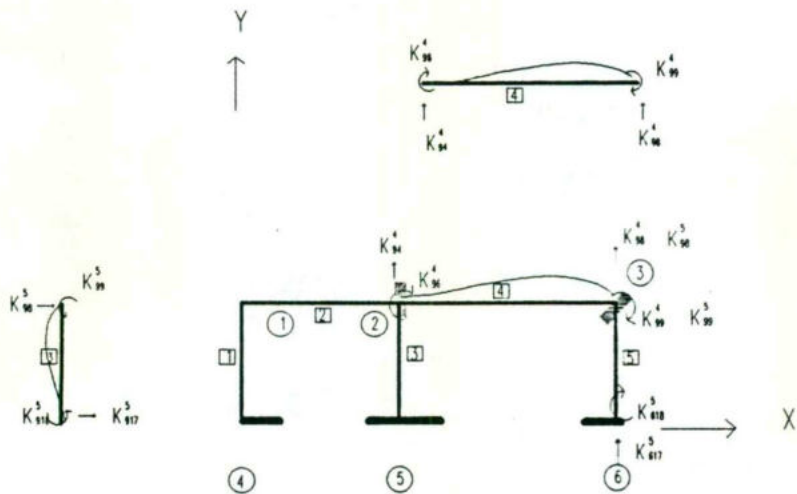
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 5  
TRASLACION DEL NUDO 2



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 8  
ROTACION DEL NUDO 3



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 7  
ROTACION DEL NUDO 3



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 9  
ROTACION DEL NUDO 3

### 2.2.2 Solución de la Estructura Planteada:

Al realizar sumas, en los nudos de los coeficientes de rigidez, producto de un desplazamiento unitario, se obtiene la matriz de la estructura  $[K]$

$$[K] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} 5758.4 & 0 & 178.9 & -5666.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8743.1 & 75.6 & 0 & -25.2 & 75.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 178.9 & 75.6 & 767.4 & 0 & -75.6 & 151.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5666.7 & 0 & 0 & 9536.2 & 0 & 178.9 & -3777.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -25.2 & -75.6 & 0 & 8750.6 & -42.0 & 0 & -7.5 & 33.6 & 0 \\ 0 & 75.6 & 151.2 & 178.9 & -42 & 969 & 0 & -33.6 & 100.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3777.8 & 0 & 0 & 3869.5 & 0 & 178.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7.5 & -33.6 & 0 & 8725.4 & -33.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33.6 & 100.8 & 178.9 & -33.6 & 666.6 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} [k_{ff}] \\ [k_{fr}] \end{matrix} & \begin{matrix} -91.7 & 0 & 178.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8717.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -178.9 & 0 & 232.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -91.7 & 0 & 178.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8717.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -178.9 & 0 & 232.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -91.7 & 0 & 178.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7.5 & -33.6 & 0 & 8725.4 & -33.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33.6 & 100.8 & 178.9 & -33.6 & 666.6 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} [k_{rr}] \\ [k_{rr}] \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Obtenida la matriz de la estructura, se procede a determinar los desplazamientos en los nudos.

$$[d'] = [k_{ff}]^{-1} [Q] = \begin{bmatrix} 5758.4 & 0 & 178.9 & -5666.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8743.1 & 75.6 & 0 & -25.2 & 75.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 178.9 & 75.6 & 767.4 & 0 & -75.6 & 151.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5666.7 & 0 & 0 & 9536.2 & 0 & 178.9 & -3777.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -25.2 & -75.6 & 0 & 8750.6 & -42 & 0 & -7.5 & 33.6 & 0 \\ 0 & 75.6 & 151.2 & 178.9 & -42 & 969 & 0 & -33.6 & 100.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3777.8 & 0 & 0 & 3869.5 & 0 & 178.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7.5 & -33.6 & 0 & 8725.4 & -33.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33.6 & 100.8 & 178.9 & -33.6 & 666.6 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -6.2 \\ -5.9 \\ 0 \\ -22.9 \\ -3.9 \\ 0 \\ 18.4 \\ 28.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0305 \\ -0.0007 \\ -0.0001 \\ -0.0310 \\ -0.0028 \\ -0.0037 \\ -0.0327 \\ 0.0023 \\ 0.0520 \end{bmatrix}$$

### Calculo de desplazamiento, reacciones y fuerzas en las barras.

(ref. 1,2 y 3 )

La solución básica del método de rigideces, permite conocer los desplazamientos "d"; para lo cual, se puede agrupar como a continuación se indica.

$$\begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fr} \\ K_{rf} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ gr \end{bmatrix} \quad \text{ec.2.5}$$

donde:

$[K_{ff}]$  Es la ordenación cuadrada de los coeficientes de rigidez para los grados de libertad sin restricción.

$[K_{rr}]$  Es una ordenación cuadrada de coeficientes de rigidez para los grados de libertad restringidos.

$[K_{fr}][K_{rf}]$  Son la ordenación rectangular de los coeficientes de rigidez que representan el acoplamiento entre los grados de libertad restringidos y los no restringidos.

$[d]$  Es el vector de los desplazamientos que se busca.

$[dr]$  Los grados de libertad restringidos

$[g]$  Es el vector de las cargas aplicadas.

$[gr]$  Vector de las fuerzas de restricción (reacciones)

\*Ref. 1 Fred W. Beaufait "Análisis Estructural" : Printice/Hall. International Madrid 1981.

\*Ref. 2 White, Gergeley y Sexsmith: " Análisis de Estructuras Hiperestáticas " : vol 2: Limusa 1981

\*Ref. 3 M Gere y William Weaver Jr. Análisis de "Estructuras Reticulares" : CECSA México 1983

Haciendo Operaciones

$$[K_{ff}][d] + [K_{fr}][dr] = [g]$$

$$[K_{rf}][d] + [K_{rr}][dr] = [gr]$$

de donde:

$$[K_{ff}][d] = [g] - [K_{fr}][dr]$$

$$[K_{ff}^{-1}][K_{ff}][d] = [K_{ff}^{-1}]\{[g] - [K_{fr}][dr]\}$$

de aqui:

$$-[d] = [K_{ff}^{-1}]\{[g] - [K_{fr}][dr]\} \quad \text{ec. 2.6}$$

**Fuerzas en los extremos de las barras de la Estructura.**

El paso final del procedimiento de solución es la determinación de las fuerzas en los extremos, estas se determinan por medio de la sig. ecuación.

$$[g'] = [k'][d'] \quad 2.7$$

Los valores "d", obtenidos en la solución, están en el sistema de coordenadas de la estructura, para usar "d" en ésta alternativa se debe transformar a la ecuación 2.7; esto, se hace de la sig. manera:

$$[g'] = [k'] [R] [d] \quad 2.8$$

en la que

[R] Matriz de rotación del miembro:

Las fuerzas en los extremos de cada barra, con cargas sobre ellas, se obtienen, sumando las fuerzas de efecto bajo doble empotramiento, con las calculadas con la ec. 2.7

$$[Fi] = [F'i] + [g']$$

$$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

en donde:

[Fi] = Fuerza de empotramiento en la dirección del desplazamiento i.



En la fig. 2.4 se muestra los elementos mecánicos del marco en estudio ( se consideró únicamente el marco empotrado en sus extremos, "método tradicional").

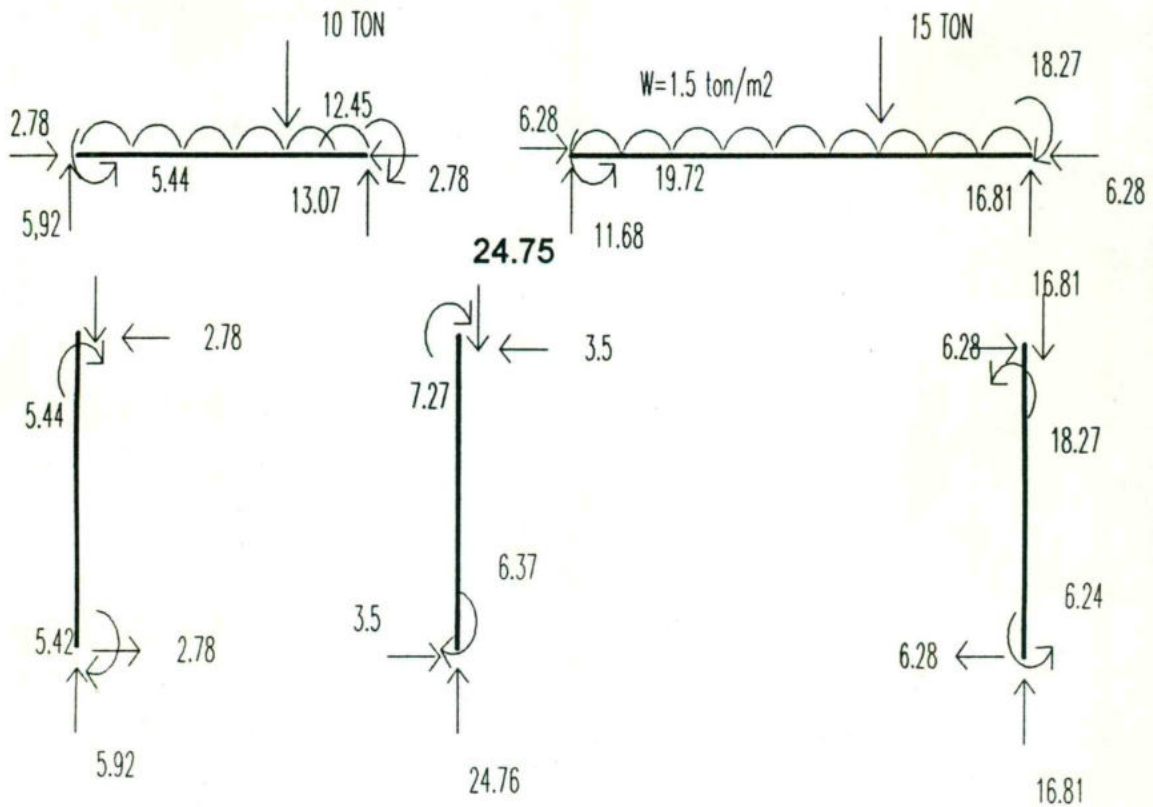
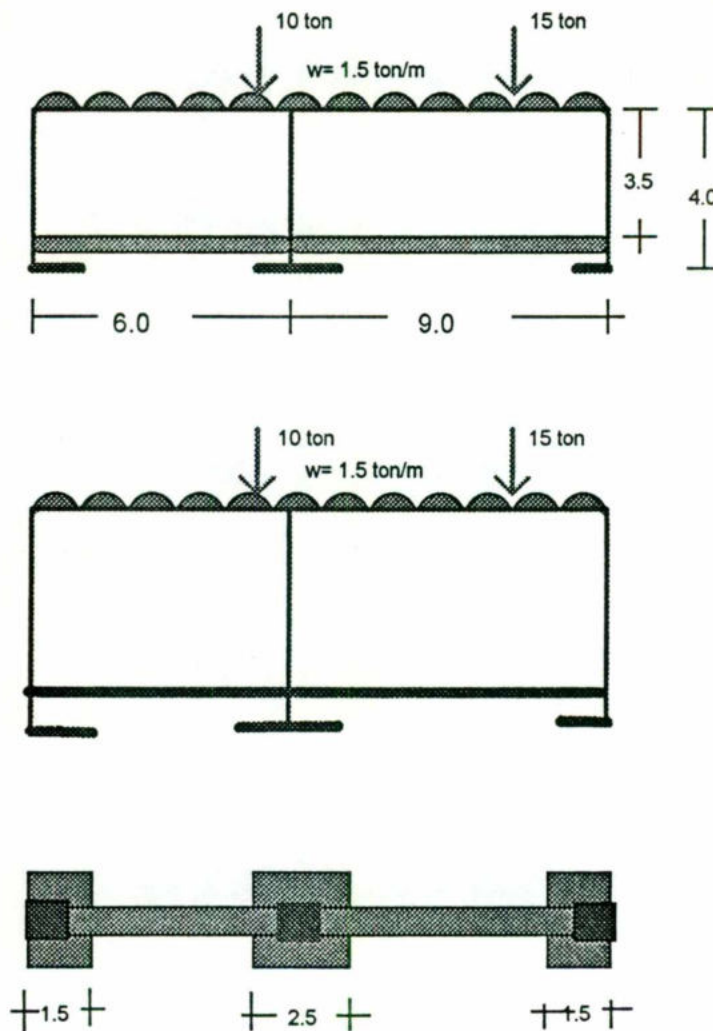


Fig. 2.4

Nota:

Los momentos estan en ton-m y las reacciones en ton.

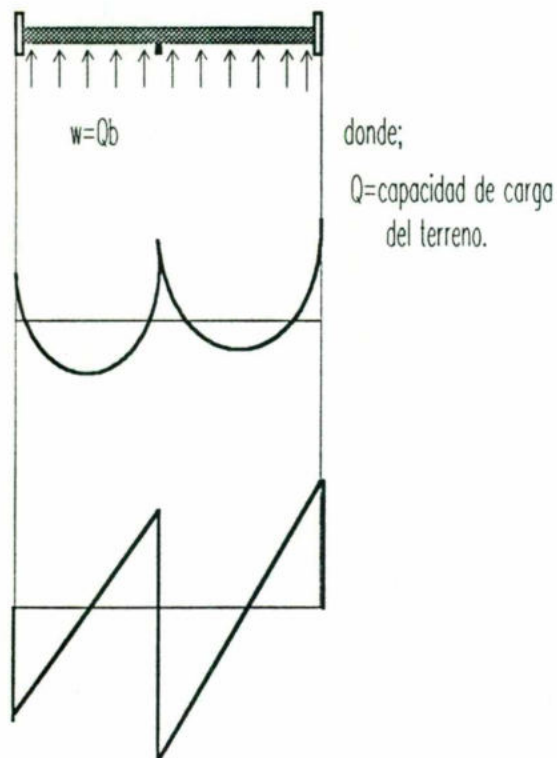
La segunda alternativa en el análisis del marco, se hizo considerando una trabe de liga en la base de las columnas, como muestra las fig 2.5.  
La diferencia con la anterior alternativa, es que, esta trabe de liga pasa a formar parte del marco.



PLANTA DE CIMENTACION

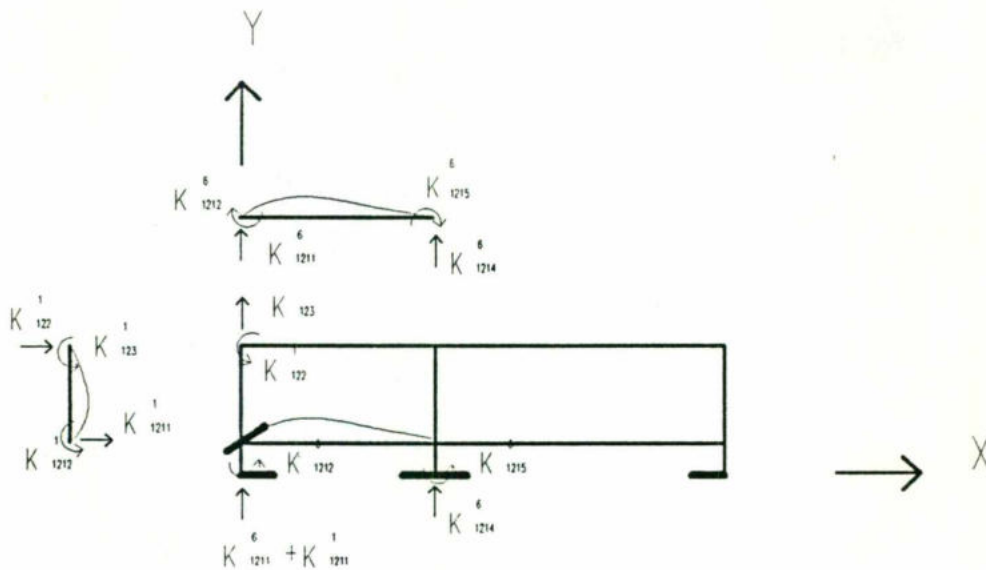
FIG. 2.5

Por otro lado, e independientemente del marco; tradicionalmente se han analizado las traveses de liga, con las presiones del suelo como carga, denominandoseles "contratrabe", por el hecho de que esta presión es de sentido contrario a la carga de gravedad, que actúa sobre las traveses.

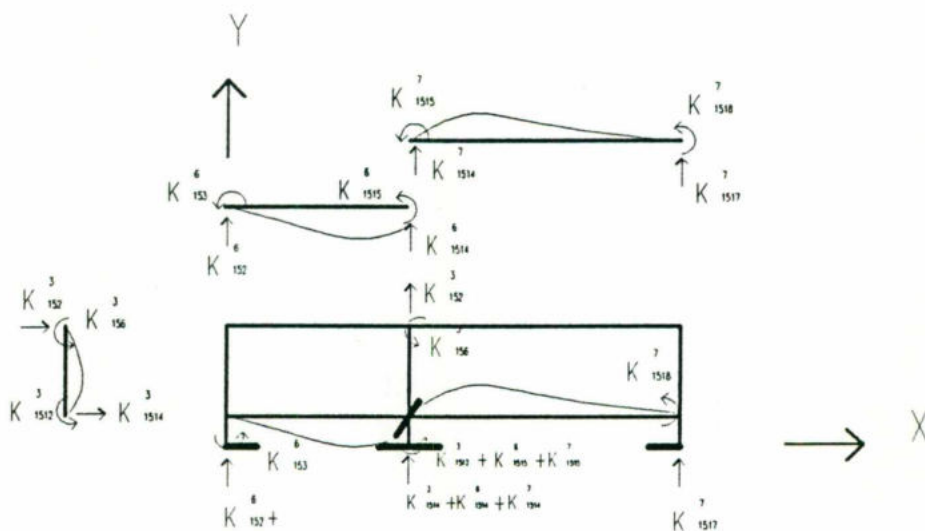


En el siguiente capítulo se muestra lo erróneo de esta consideración

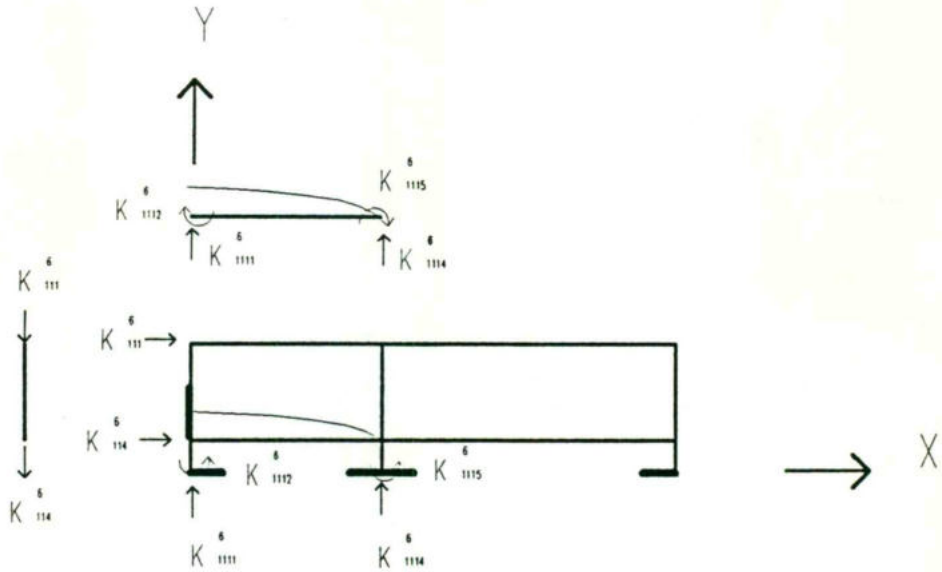
El procedimiento de cálculo fué similar, que para el caso anterior, bajo estas características, aparecen otros nueve grados de libertad, que en las siguientes gráficas se muestran, correspondientes a la union de la trabe de liga y las columnas.



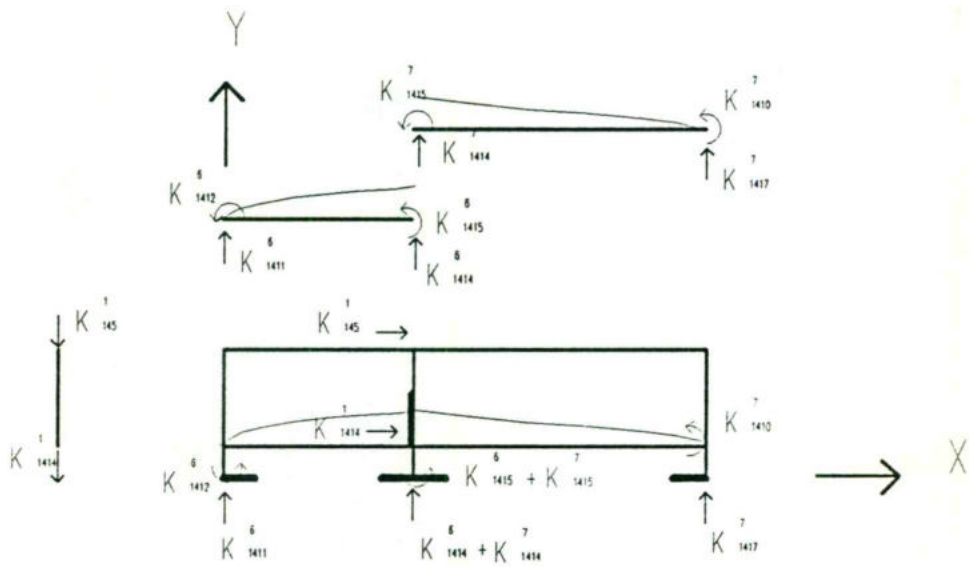
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 12  
ROTACION DEL NUDO 4



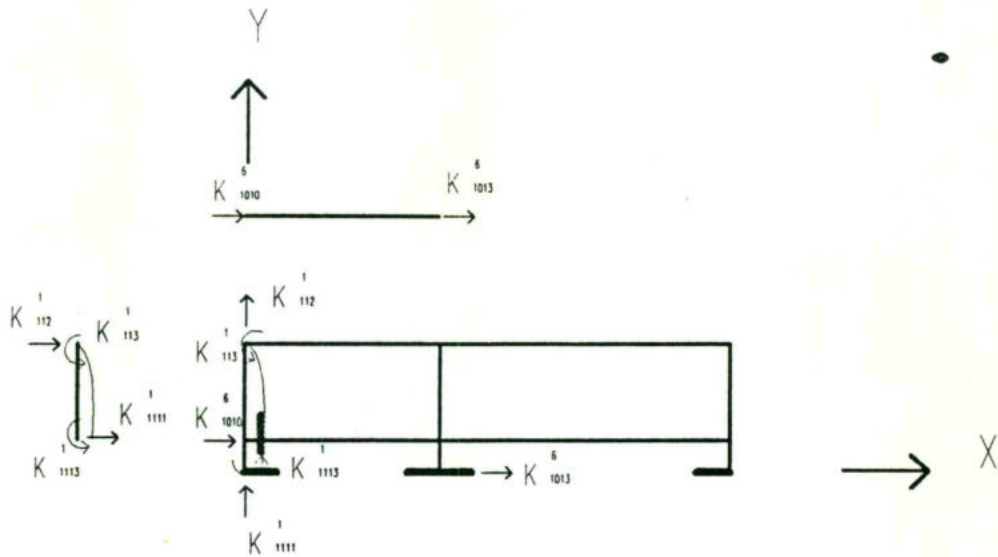
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 15  
ROTACION DEL NUDO 5



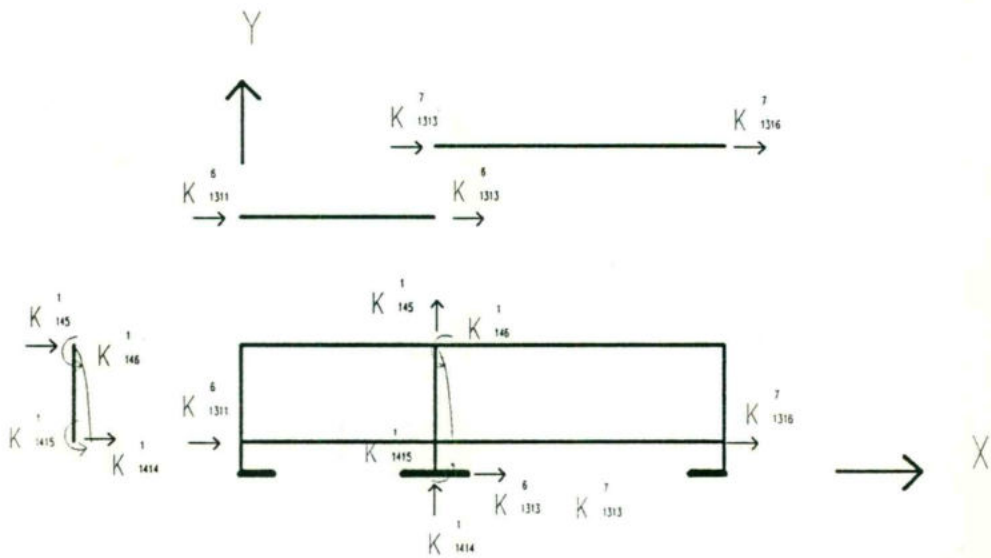
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 11  
ROTACION DEL NUDO 4



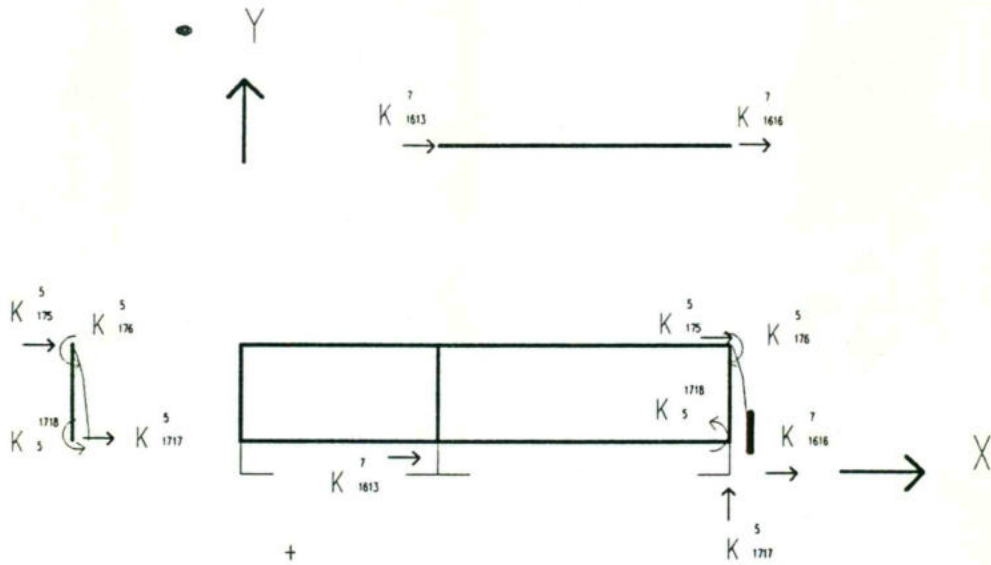
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 14  
ROTACION DEL NUDO 5



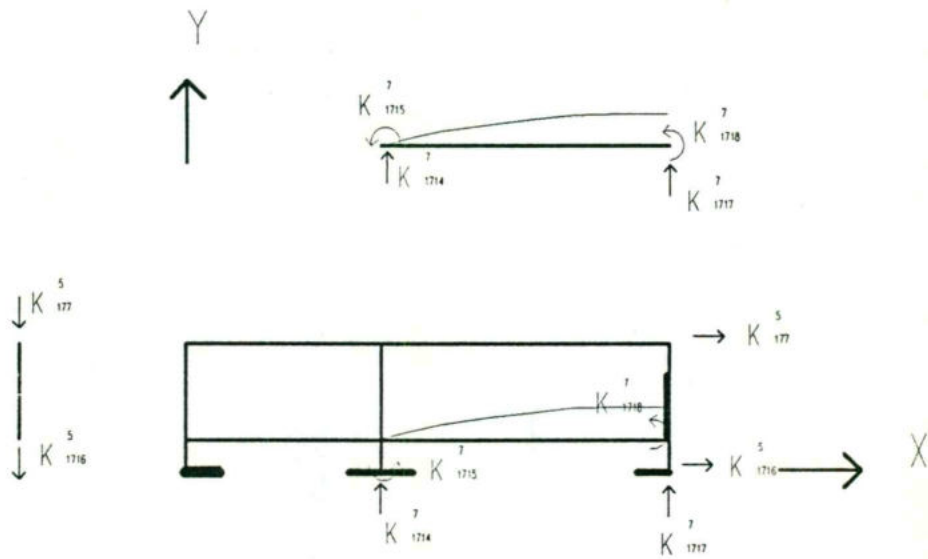
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 10  
ROTACION DEL NUDO 4



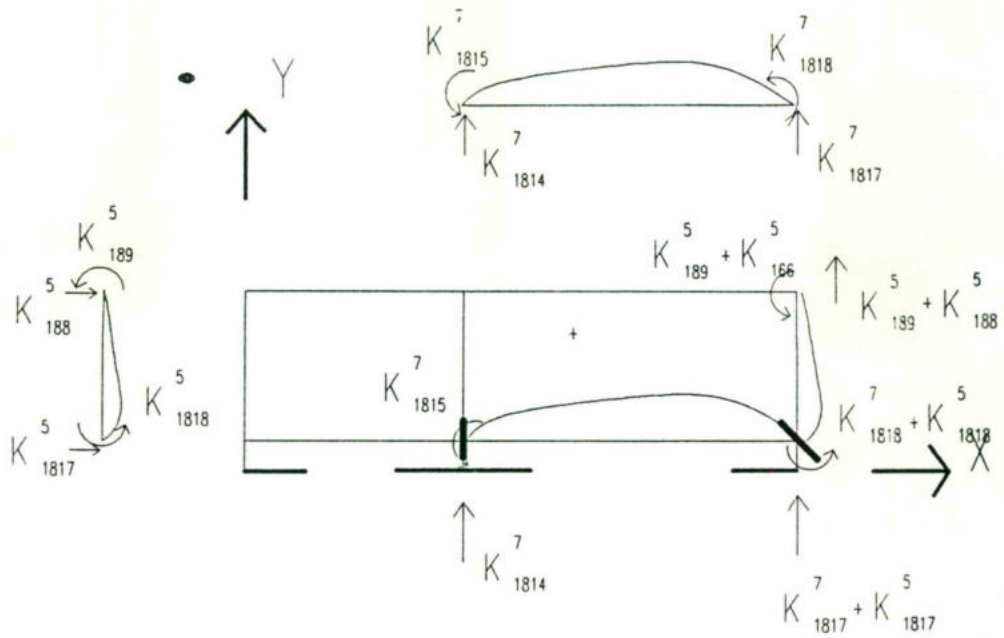
IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 13  
ROTACION DEL NUDO 5



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 16  
ROTACION DEL NUDO 6



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 17  
ROTACION DEL NUDO 6



IMPOSICION DE UNA UNIDAD DEL DESPLAZAMIENTO 18  
ROTACION DEL NUDO 6





Al igual que para el caso No. 1 se sustituyen los valores de los desplazamientos obtenidos en las ecuaciones correspondientes.

En la fig. 2.6 se muestran elementos mecánicos del marco en estudio ( se considera una trabe de liga en la base de apoyo ).

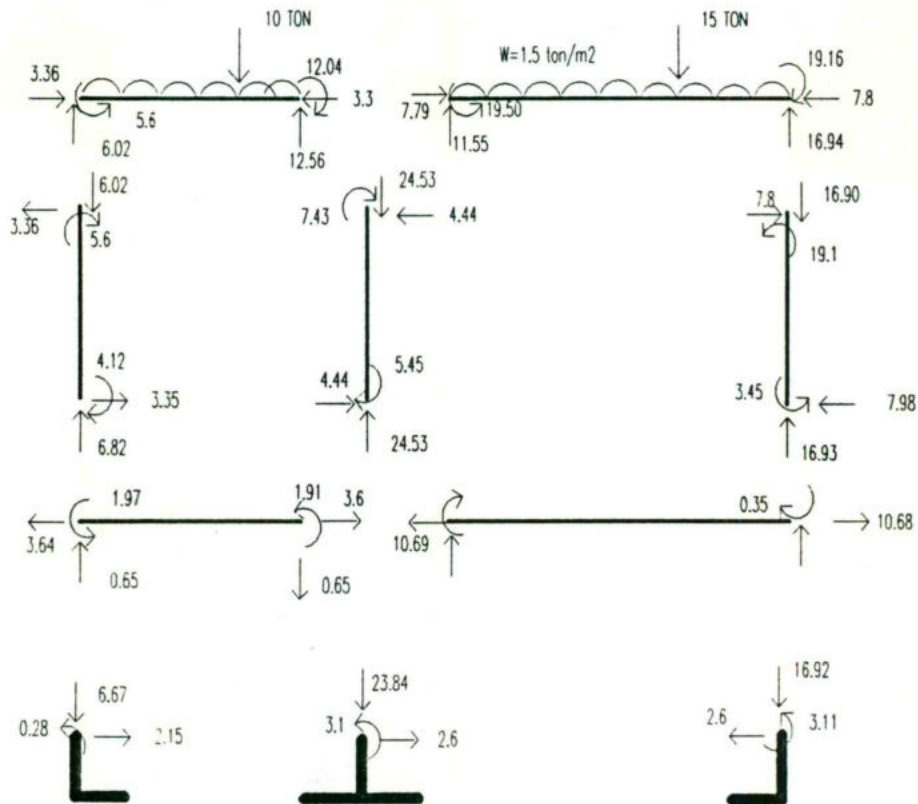


fig.2.6

Nota;

Las unidades de los momentos estan en Ton-m y la reacciones en ton

### **Observaciones en base a los resultados de estas dos alternativas:**

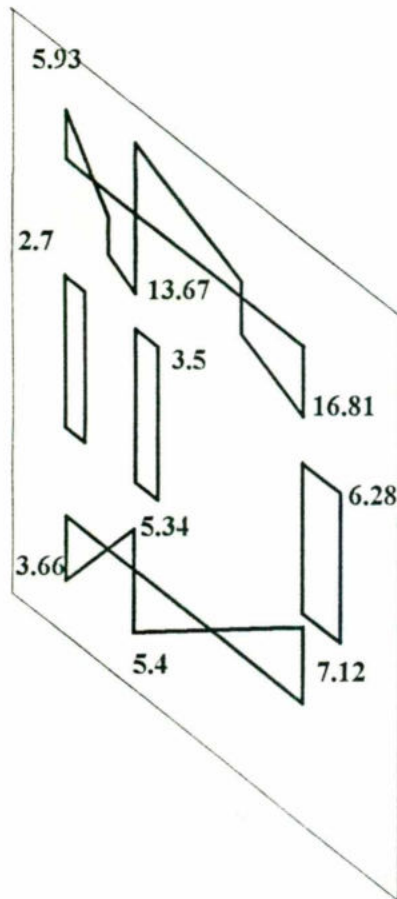
Al cambiar las variables y las condiciones de frontera en el análisis del marco, hay cambios de magnitud y sentido en los elementos mecánicos. Al incluir otros elementos en el marco, como trabes de liga en la base de las columnas, incrementa la rigidez de éste, lo cual repercute en los desplazamientos de los nudos.

Cuando se consideran elementos que ligen a las columnas en sus bases, permite a las cimentaciones transmitir al suelo presiones más uniformes, debido a que los momentos son absorbidos por las trabes de liga, lo cual no genera cargas asimétricas en los apoyos (zapatas), por lo tanto se concluye, que resulta benéfico el ligar las columnas en las bases.

Cuando éstas no existen, se transmiten presiones variables, debido a que se considera la base de las columnas empotradas, generándose una carga asimétrica en la cimentación, producto del momento en el empotramiento.

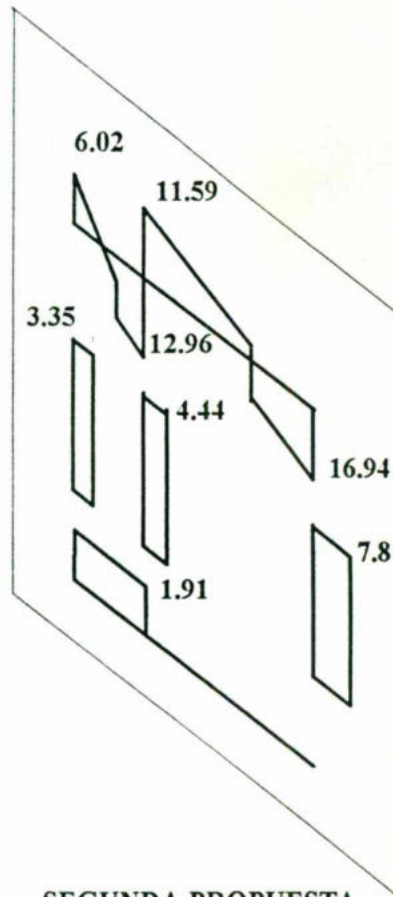
En las siguientes fig. se comparan los dos análisis, mostrándose éstas diferencias.

DIAGRAMA DE CORTANTE



PRIMERA PROPUESTA

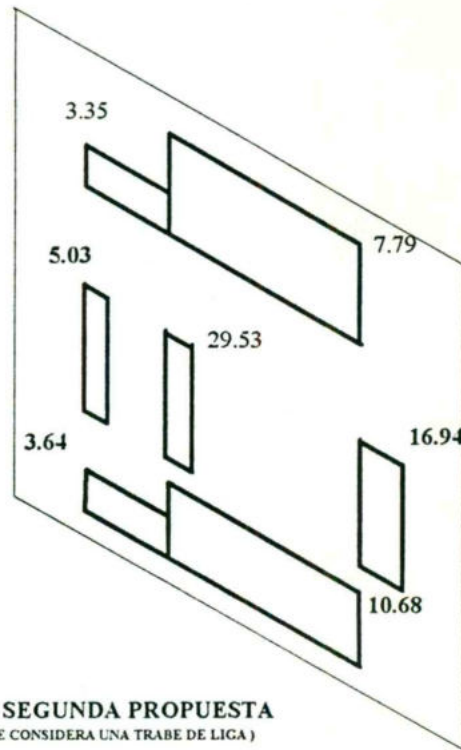
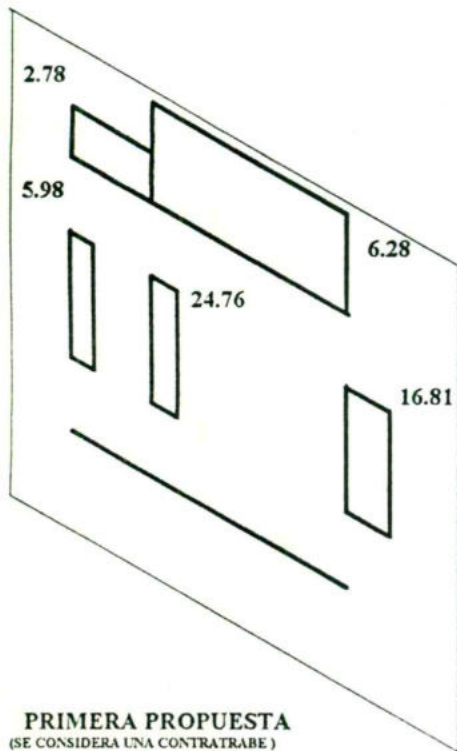
(SE CONSIDERA UNA CONTRATRABE)



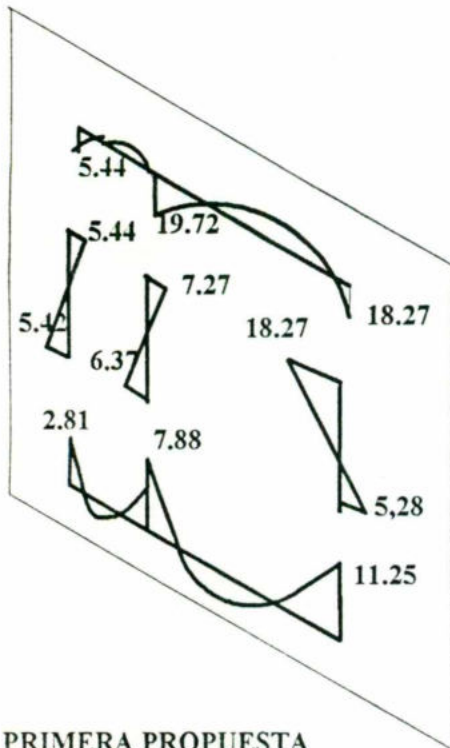
SEGUNDA PROPUESTA

(SE CONSIDERA UNA TRABE DE LIGA)

DIAGRAMA DE FZAS. NORMALES

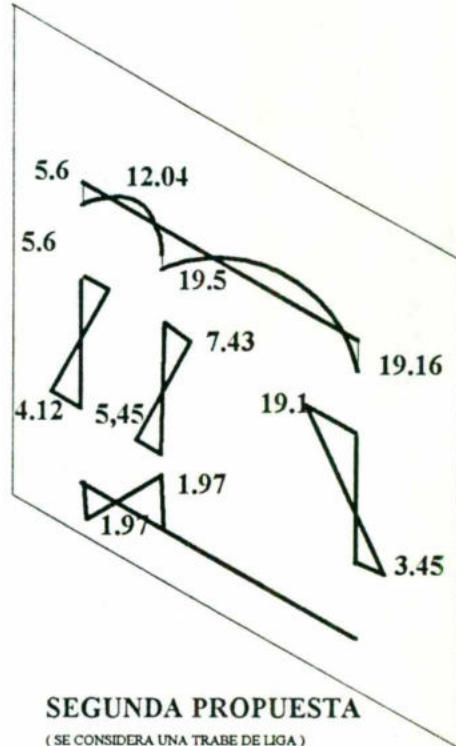


DIGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES



PRIMERA PROPUESTA

( SE CONSIDERA UNA CONTRATRABE )



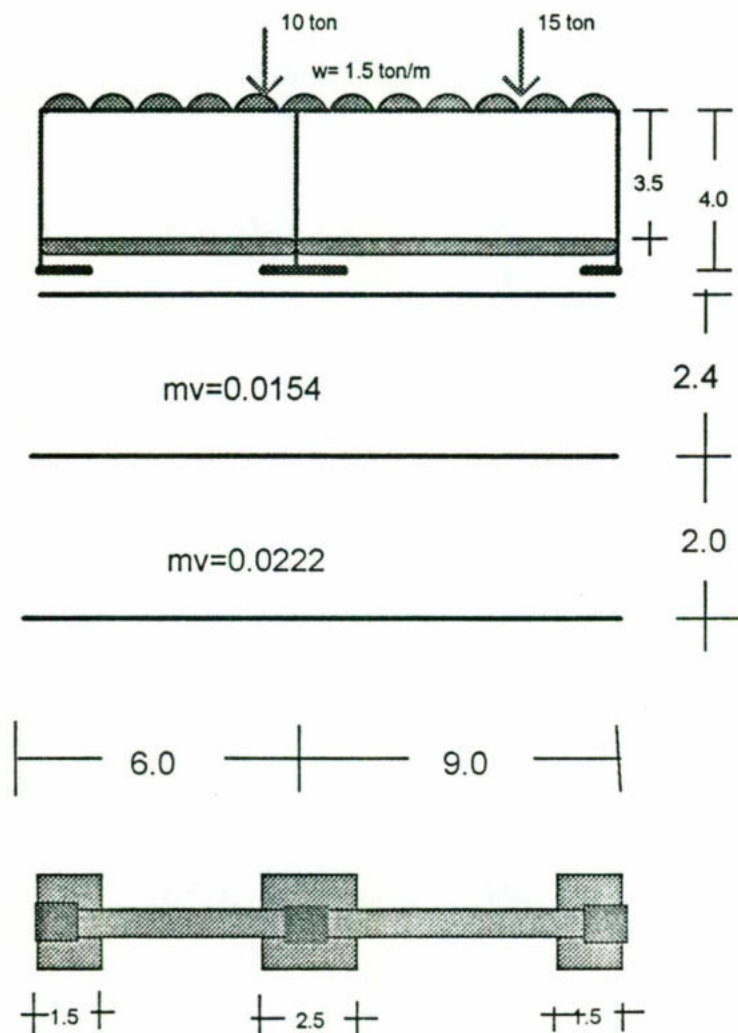
SEGUNDA PROPUESTA

( SE CONSIDERA UNA TRABE DE LIGA )

# Capítulo III - Interacción Suelo Estructura

## 3.1 Plantamiento del problema:

En las páginas siguientes se desarrolla la solución del problema, tomando en cuenta los asentamientos bajo los apoyos de la estructura, ocasionados por la presión en la masa del suelo.



PLANTA DE CIMENTACION

Fig 3.1

Para esto, es necesario considerar la interacción entre el suelo y la estructura, por medio de columnas equivalentes de suelo, mismas que tendrán una rigidez. El conjunto de estas genera una matriz de rigidez de las columnas equivalentes del suelo.

Aunado a la matriz anterior, (matriz de rigidez de la estructura), puede establecerse la matriz de rigideces del conjunto suelo-estructura, lo cual puede representarse por medio de la ec. siguiente.

$$[K] = [K_{sc}] + [K_E] \quad 3.1$$

en la que

$[K]$  Matriz de rigideces del conjunto suelo-estructura

$[K_{sc}]$  Matriz de rigideces de las columnas equivalentes del suelo.

$[K_E]$  Matriz de rigideces de la estructura.



### 3.2 Calculo de las deformaciones en la Masa del Suelo:

#### Matriz de rigideces del Suelo:

El método de rigideces define al coeficiente de influencia  $K_{ij}$ , como el valor de la fuerza que se produce en  $i$ , debido al efecto de un desplazamiento unitario aplicado en  $j$

La ec. básica de rigideces, establece que:

$$[F] = [K][d] \quad 3.2$$

El método de las fuerzas por contraposición considera coeficientes de influencia  $f_{ij}$ , que representan el desplazamiento que ocurre en  $i$ , cuando se aplica una fuerza unitaria en  $j$ ; su ec. general es :

$$[d] = [f][F] \quad 3.3$$

$$[F] = [f^{-1}][d] \quad 3.4$$

Ecuacion que igualada con la correspondiente al método de rigideces; muestra que, la inversa de la matriz de flexibilidades es igual a la matriz de rigideces.

$$[f]^{-1} = [k] \quad 3.5$$

$$[f]^{-1}[d] = [K][d]$$

**Determinación de los coeficientes de influencia ( ref. 4, 5 y 6 )**

Para determinar los coeficientes de influencia provenientes de los asentamientos del suelo, se hace uso de la ec. 3.6, que permite determinar estos asentamientos a causa de la consolidación del suelo. Ver fig. 3.2

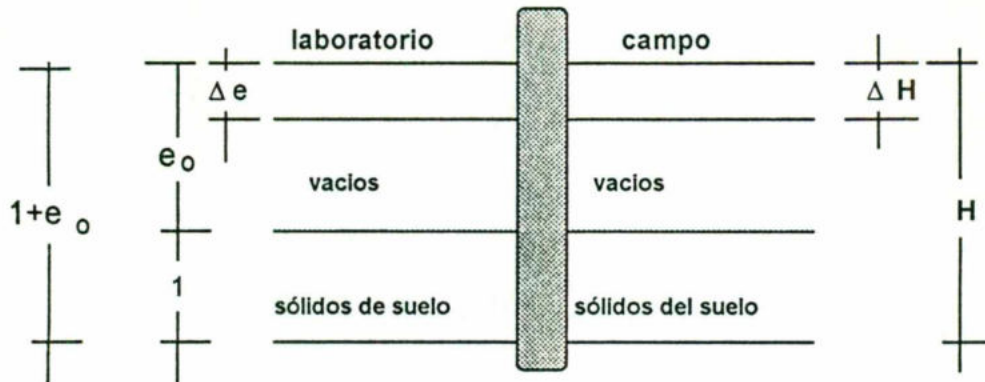


Fig 3.2

por proporciones tenemos que:

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

y sabiendo que:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta p} \quad \text{y} \quad m_v = \frac{a_v}{(1 + e_0)}$$

se obtiene  $\Delta H = m_v \Delta p H$  3.6

en donde:

$\Delta H$  Asentamiento del estrato

$m_v$  Coeficiente de compresibilidad volumétrica unitario en  $\frac{cm^3}{Kg}$

$\Delta p$  Incremento de presión en el estrato  $\frac{Kg}{cm^2}$

H Espesor del estrato.

La ec. de Boussinesq (ref. 5), para la obtención de esfuerzos en la masa de suelo. ver fig. 3.3, es:

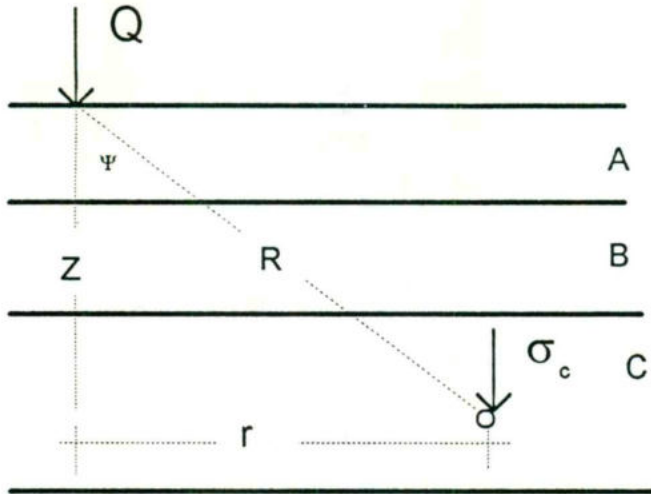


Fig. 3.3

$$\sigma_c = \left[ \frac{3Q}{2\pi Z^2} \right] \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2} \right]^{\frac{5}{2}} \quad \text{Ec. 3.7}$$

Sin embargo y para este caso, se puede aplicar la ec. de Frohlich( ref. 6 )

$$\sigma_c = \frac{Q}{Z} I_{FH} \quad \text{Ec. 3.8}$$

en la que

$$I_{FH} = \frac{X}{2\pi} \text{COS} \varphi^{(x+2)}$$

Ecuación de Frohlich, presentada por el Dr. Leonardo Zeevaert, para calcular esfuerzos en la masa de suelo cuando se tiene una superficie rectangular sujeta a la acción de una carga uniformemente distribuida.

Siendo X, el factor de distribución de esfuerzos de Frohlich. Dicho factor depende de las condiciones estratigráficas y mecánicas de compresibilidad del suelo:

Para  $X = 1.5$ , el valor de  $\sigma_c$  coincide aproximadamente con la solución de Westergard, para un suelo fuertemente estratificado, reforzado por estratos horizontales múltiples e indeformables,  $u = 0$

Con  $X = 2$ , el valor obtenido de  $\sigma_c$  corresponde a suelos estratificados, con estratos de diferente deformabilidad ( el caso que aquí se presenta ).

Con  $X = 3$ , el valor de  $\sigma_c$  coincide con la solución de Boussinesq, para suelos homogéneos e isotrópico.

Con  $X = 4$ , el valor de  $\sigma_c$  corresponde a un suelo homogéneo en el que la compresibilidad se reduce con la profundidad, como es el caso de las arenas.

Haciendo uso de la expresión 3.8, se pueden construir redes de esfuerzos, por medio de las cuales se determinan las influencias unitarias  $I_{FH}$  en el subsuelo. Aplicando la ec. 3.6 se puede calcular el desplazamiento vertical del estrato "c", bajo el punto "j", debido a una carga unitaria aplicada en i; de la sig. forma: (ver fig. 3.4)

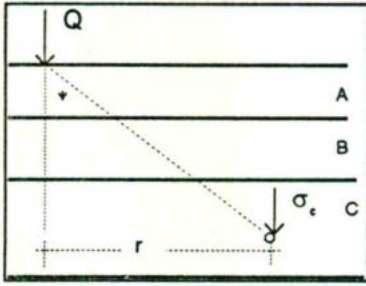


Fig 3.4

Si hubiera "K" cargas unitarias aplicadas, el desplazamiento del estrato "n", bajo el punto j, sería:

$$\delta_{jc} = \sum_{i=1}^k \delta_{ji}^c \quad 3.9$$

Para el caso en que existan "n" estratos, el desplazamiento del terreno en el punto j debido a una carga en i, se determina con la expresión.

$$\delta_j = \sum_{c=1}^n \delta_{ji}^c$$

El incremento de presión en un punto c, puede establecerse, como:

$$\Delta P_c = I_c^{ji} Q_i \quad 3.10$$

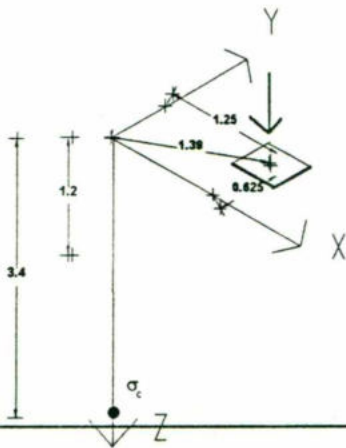
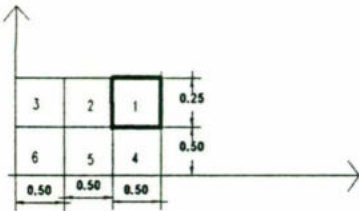
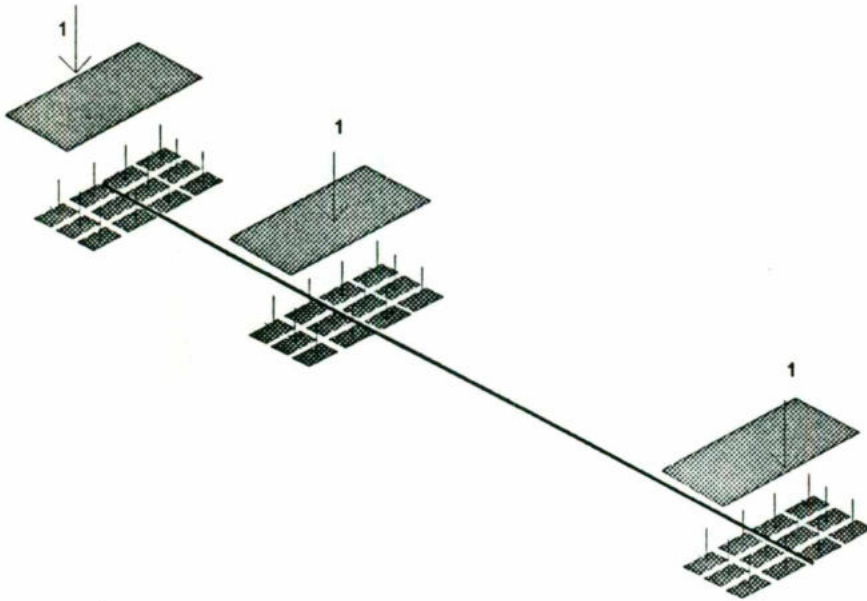
$$\delta_{ji}^c = m_c^v \Delta P_c H_c = \partial_c \Delta P = I_c^{ji} Q_i$$

Considerando que la carga i es una carga unitaria (Q=1); se obtiene.

$$\delta_{ji}^c = \partial_c I_c^{ji} \quad 3.12$$

Con la aplicación de los conceptos anteriores se determina la matriz de influencia de las cargas  $i$ .

Para esto, la cimentación se puede discretizar en "N" áreas, como lo muestra la sig. figura 3.5



Al tomar de manera particular cada area con su carga proporcional, ésta transmite un esfuerzo a la masa del suelo, valores que se sustituyen en la ec.

$$I_{fh} = \frac{X}{2\pi} \text{COS}^{(X+2)} \varphi$$

permiten obtener la matriz de influencia.

$I_{fh}$ .

**MATRIZ DE INFLUENCIA ( carga correspondiente a la col. de la izq.)**

	Iji	Mv H	$\partial 1$
0.102828	0.023843	0.03696	0.004859
0.000566	0.002441	0.04440	0.000317
0.000011	0.000080		0.000004

**MATRIZ DE INFLUENCIA ( carga correspondiente a la col. central.)**

			$\partial 2$
0.000368	0.001738	0.03696	0.000090
0.115838	0.024650	0.04440	0.005375
0.000071	0.000447		0.000022

**MATRIZ DE INFLUENCIA( carga correspondiente a la col. de la derecha)**

			$\partial 3$
0.000011	0.00008	0.03696	0.000036
0.000096	0.000584	0.04440	0.000029
0.102828	0.023843	0.004859	

**MATRIZ DE FLEXIBILIDADES DEL SUELO ( TABLA 3.1 )**

[ mf ]

	$\partial 1$	$\partial 2$	$\partial 3$
	0.004859	0.000090	0.000036
	0.000317	0.005357	0.000029
	0.000004	0.000022	0.004859

Los asentamientos que se generan en un suelo, idealmente elástico, debido a la aplicación de cargas concentradas, se obtiene con el arreglo matricial

$$[\partial_i] = [m_f][Q_i] \quad 3.13$$

Si en la superficie se tiene "n" cargas unitarias, aplicadas en "n" areas iguales, el arreglo para [m<sub>f</sub>] toma la forma:

$$m_f = [f] = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{nn} \end{bmatrix}$$

Cada elemento fijo, es el desplazamiento en i, debido a la aplicación de una carga unitaria aplicada en el punto j, siendo de este arreglo la matriz de flexibilidades del suelo.

Recordando que la inversa de la matriz de flexibilidades es igual a la matriz de rigideces, entonces:

$$[K] = [f]^{-1}$$



La matriz de rigideces del suelo será:

$$[K_{sc}] = \begin{bmatrix} 205.9 & -3.48 & -0.149 \\ -4.95 & 186.1 & -1.140 \\ -0.147 & -0.87 & 208.58 \end{bmatrix}$$

Para que la inversa de la matriz de flexibilidades sea igual a la matriz de rigideces, las acciones que se elijan como redundantes hiperestáticas en la solución por flexibilidades, debe de corresponder a los desplazamientos desconocidos de la solución por rigideces, para un problema determinado; condición que no es muy común en el análisis de estructuras; para éste estudio si ocurre, ya que el suelo se idealiza como una serie de resortes siendo los desplazamientos desconocidos, las deformaciones axiales de esos mismos resortes ( ver fig. 3.6 )

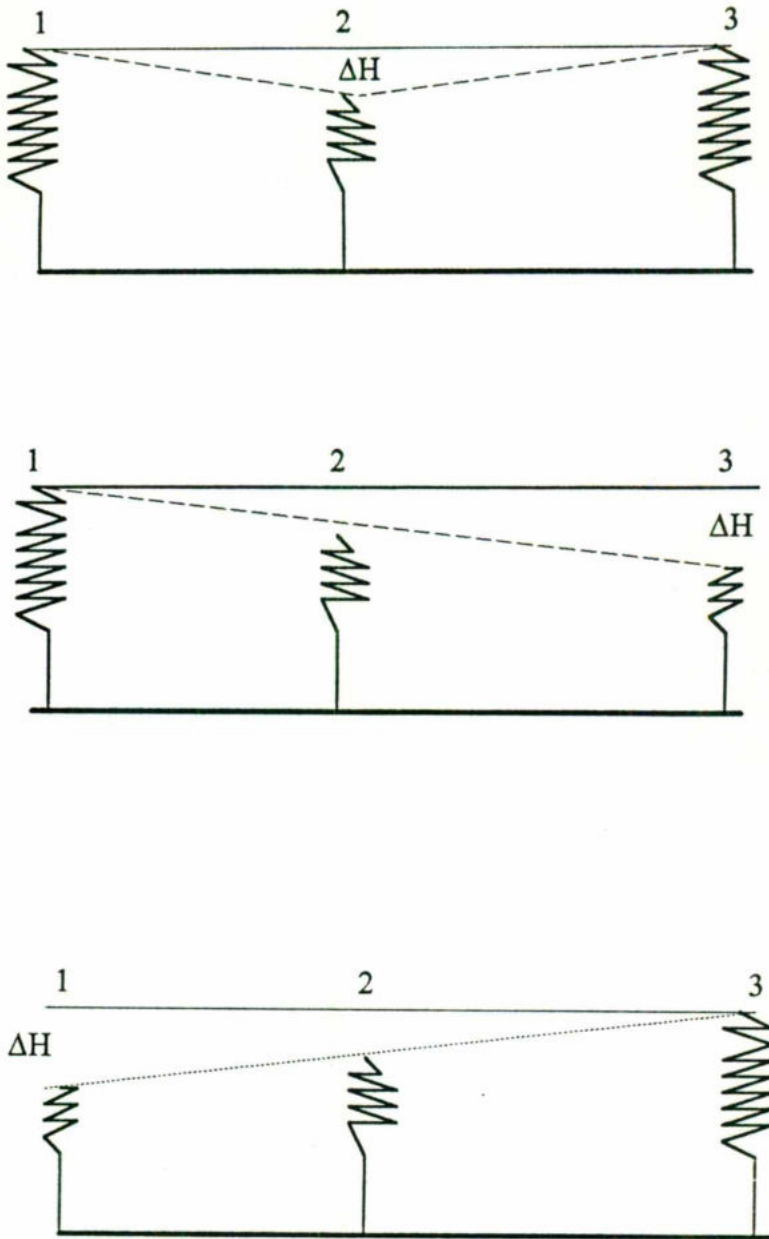


FIG. 3.6



sustituyendo valores de  $[d]$  en la ec.  $[g]=[k][R][d]$ , se obtienen las fzas. correspondientes a los desplazamientos de los nudos.

En la siguiente fig. se muestran los elementos mecánicos del marco, en el cual se considera una contratrabe en la base de apoyo así como las deformaciones del suelo.

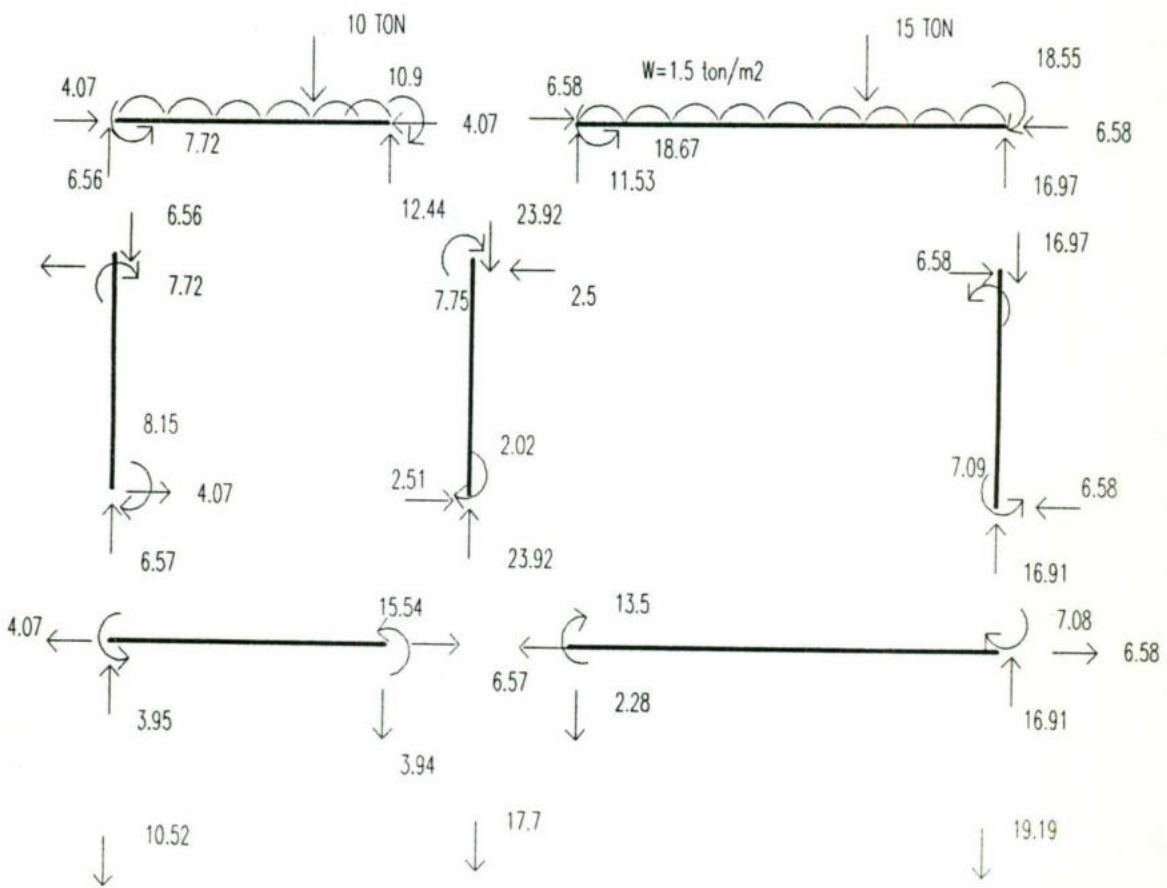


Fig. 3.7

Nota:

Los momentos estan en ton-m y las fzas. axiales y cortantes en ton.

sustituyendo valores de  $[d]$  en la ec.  $[g]=[k][R][d]$ , se obtienen la fzas. correspondientes a los desplazamientos de los nudos.

En la siguiente fig. se muestran los elementos mecánicos del marco, en el cual se considera una trabe de liga así como las deformaciones del suelo.

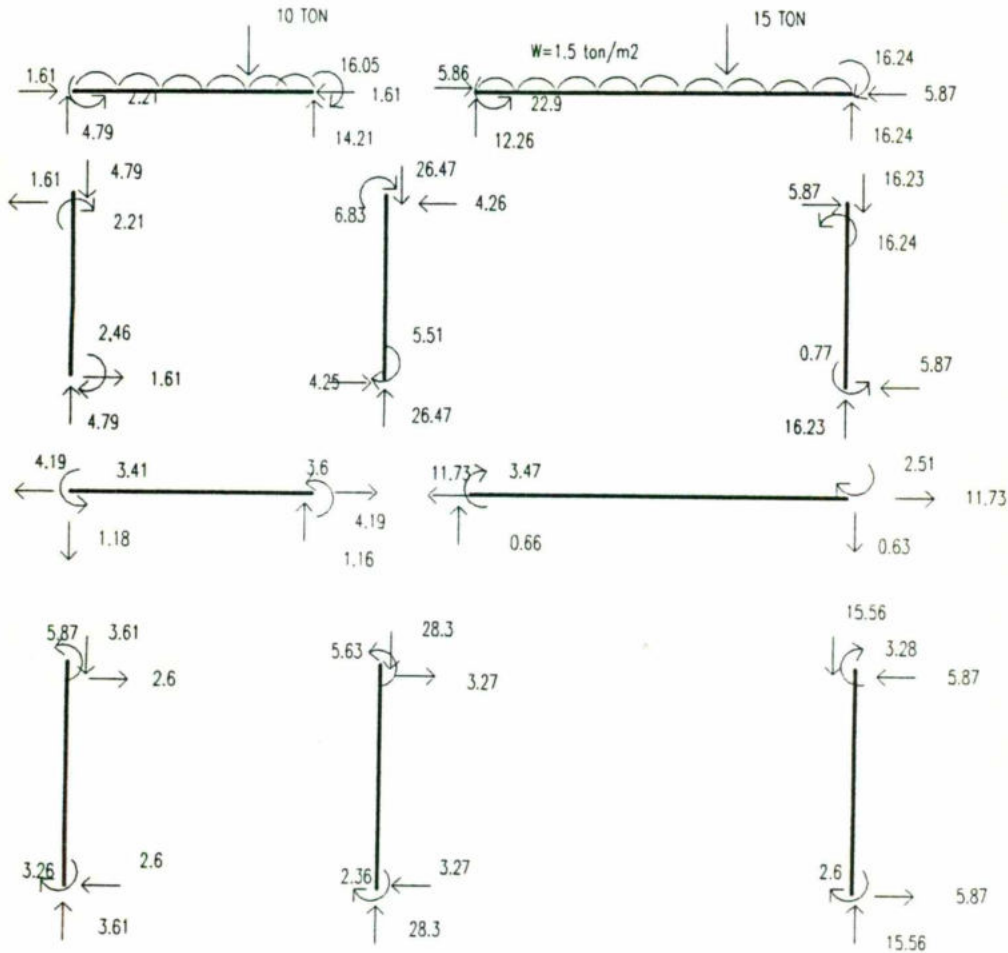


Fig. 3.8

Nota:

Los momentos están en ton-m y las fzas. axiales y cortantes en ton.

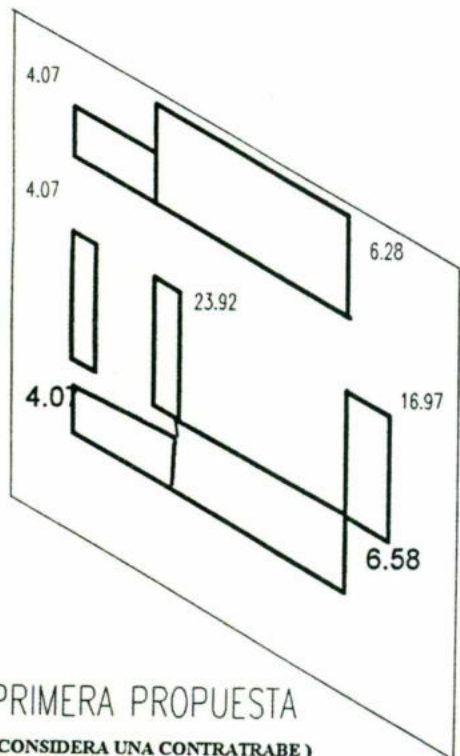
### **Observaciones en base a los resultados de estas dos alternativas;**

Al incluir las deformaciones del suelo en el análisis de la estructura, hay cambios de magnitud y sentido de los elementos mecánicos respecto a los métodos tradicionales .

Haciendo el análisis global suelo-estructura se obtienen resultados más acordes a la "realidad", ya que el suelo al igual que la estructura presenta deformación al ser sometido a cargas intensas, en el análisis descrito no se toma en cuenta la sobre explotación de los mantos acuíferos.

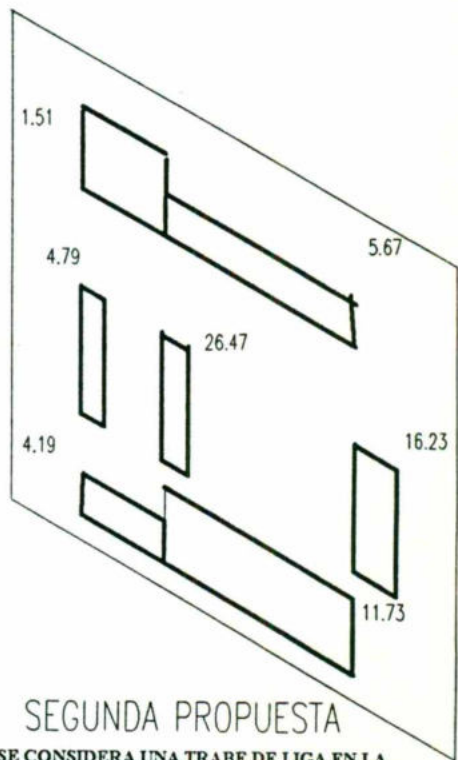
En la siguientes fig. se compara los dos análisis, mostrandose las diferencias en sus elementos mecánicos.

FZAS. NORMALES



PRIMERA PROPUESTA

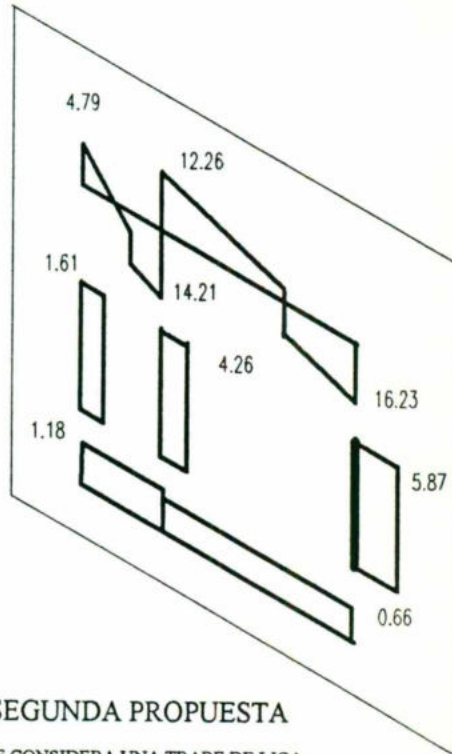
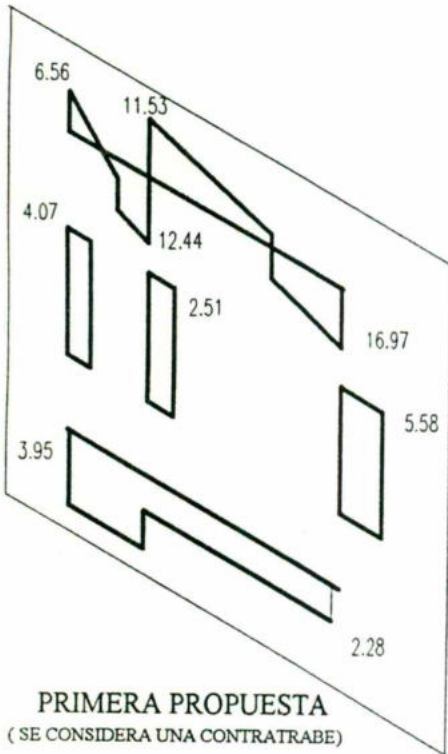
(SE CONSIDERA UNA CONTRATRABE)



SEGUNDA PROPUESTA

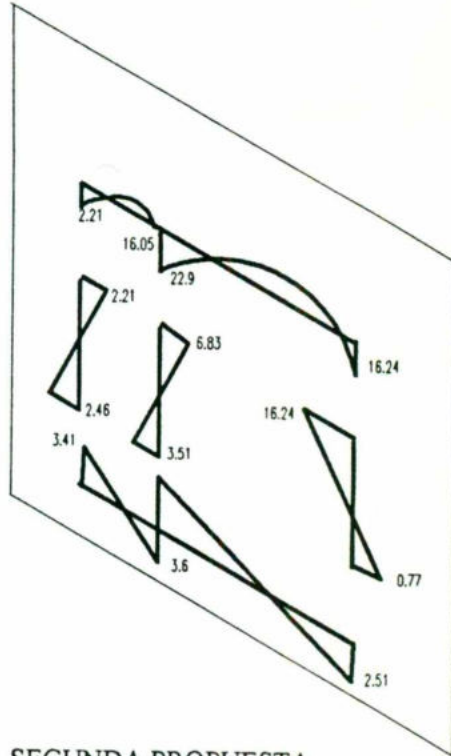
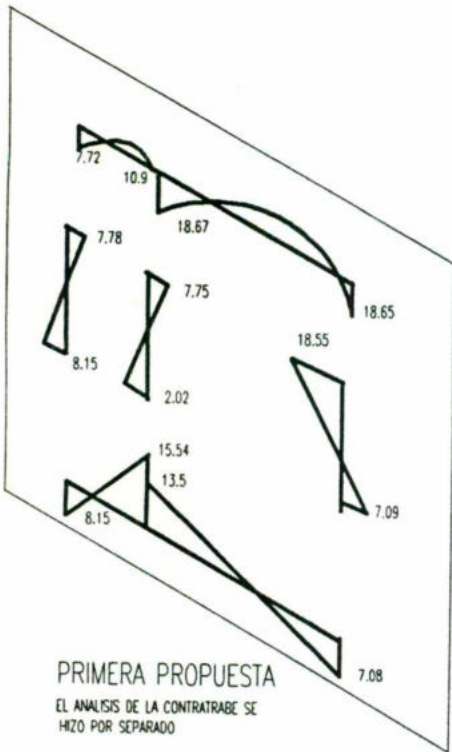
(SE CONSIDERA UNA TRABE DE LIGA EN LA BASE DE LA COLUMNA)

FZAS. CORTANTES





MOMENTOS FLEXIONANTES



SEGUNDA PROPUESTA  
(SE CONSIDERA UNA TRABE DE LIGA EN LA BASE DE LA COLUMNA)

□

# Capítulo IV - Conclusiones y Recomendaciones

## 4.1 Marco comparativo:

### Diagrama de Fuerzas Cortantes

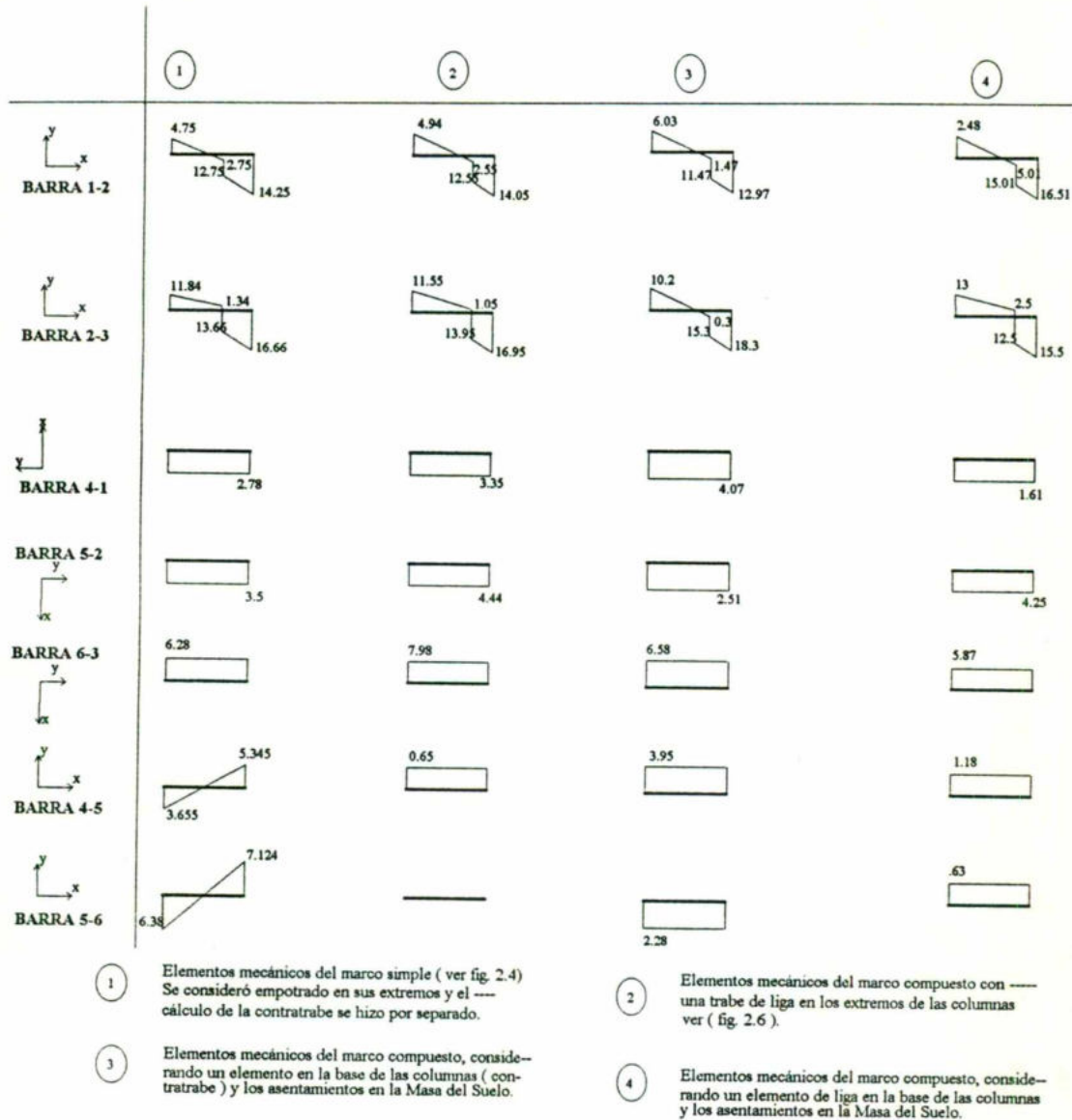


Fig 4.1

Diagrama de Fuerza Axial

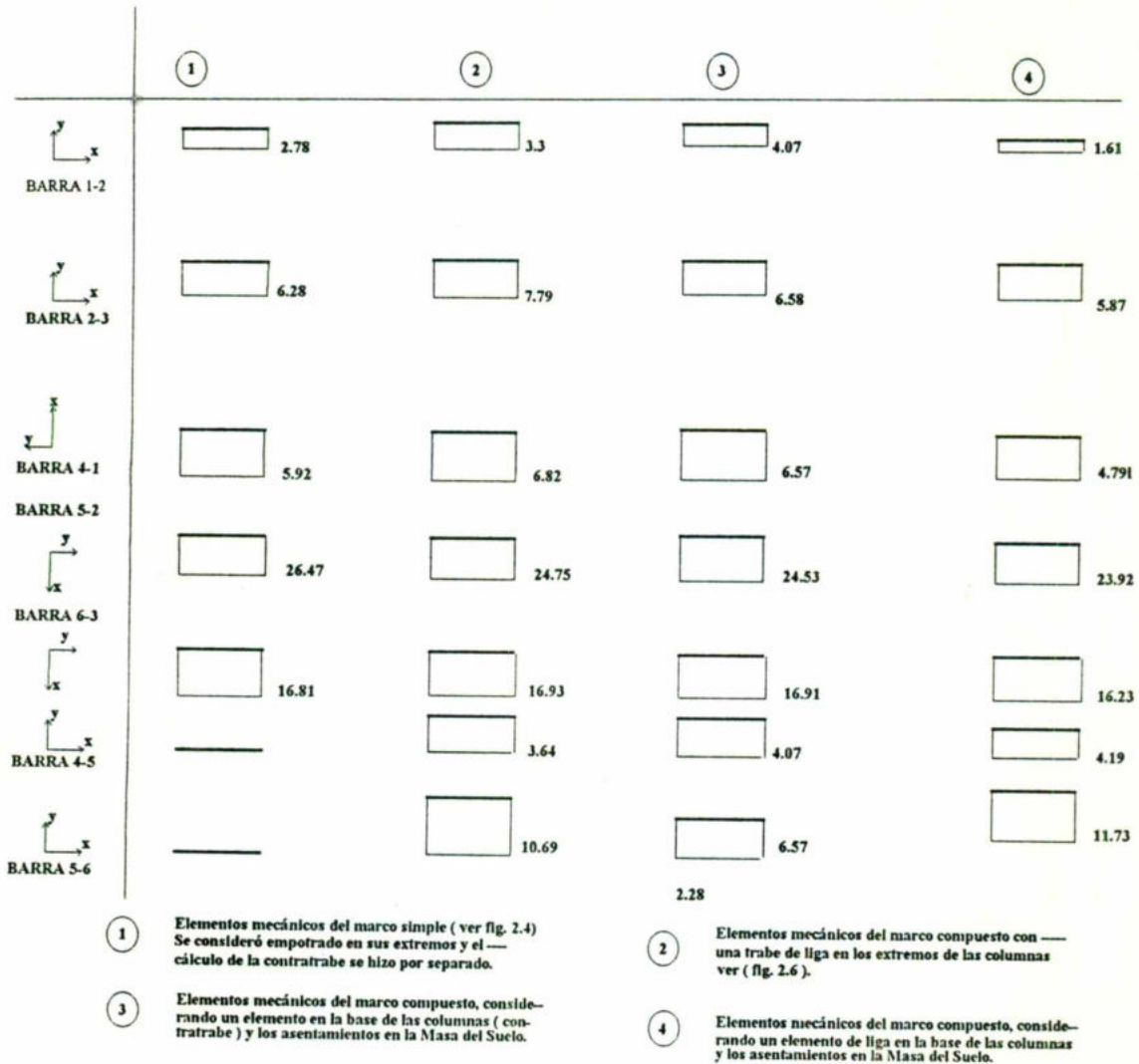
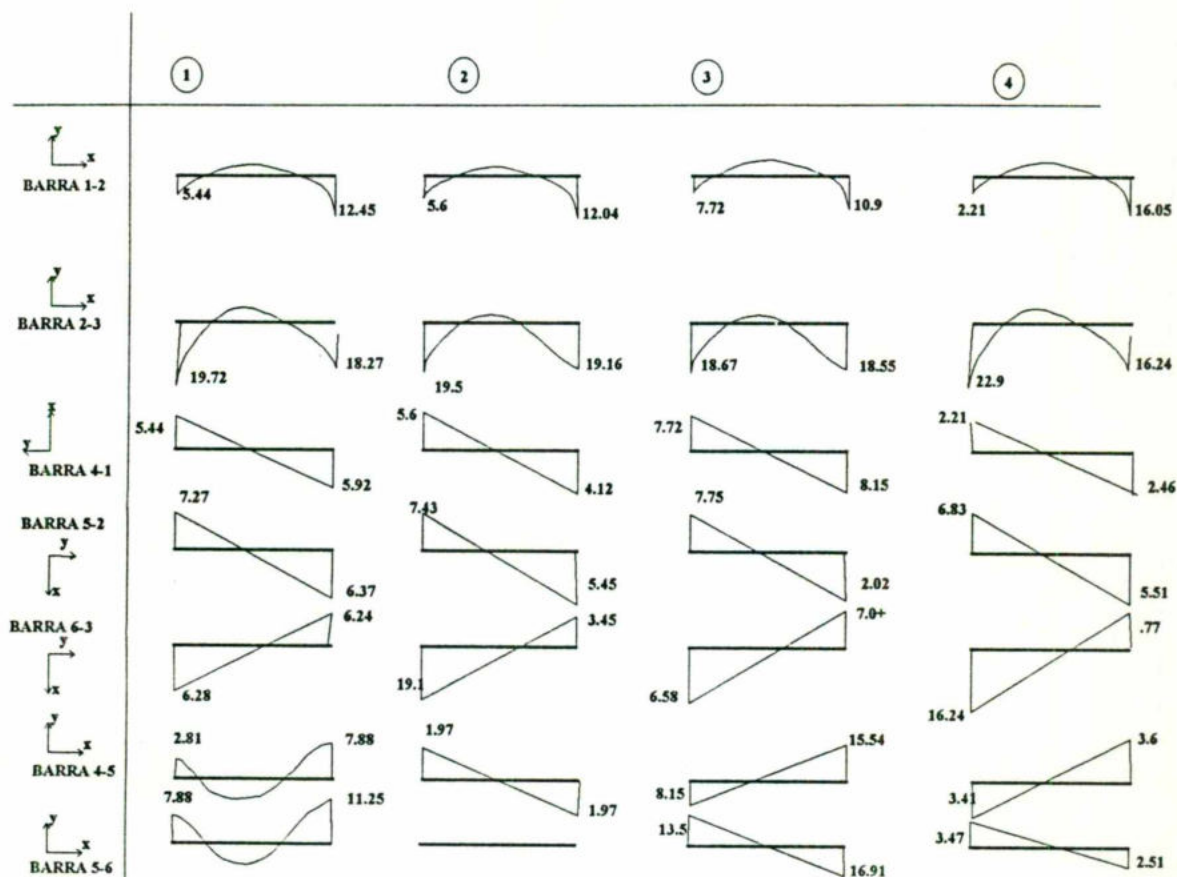


Fig. 4.2

Diagrama de Momentos Flexionantes



- ① Elementos mecánicos del marco simple ( ver fig. 2.4) Se consideró empotrado en sus extremos y el cálculo de la contrabe se hizo por separado.
- ② Elementos mecánicos del marco compuesto con una trabe de liga en los extremos de las columnas ver ( fig. 2.6 ).
- ③ Elementos mecánicos del marco compuesto, considerando un elemento en la base de las columnas ( contrabe ) y los asentamientos en la Masa del Suelo.
- ④ Elementos mecánicos del marco compuesto, considerando un elemento de liga en la base de las columnas y los asentamientos en la Masa del Suelo.

Fig.4.3

### 4.2 Conclusiones generales:

En el capítulo II, se analizó un marco considerándose empotrado en sus extremos, en el segundo planteamiento se considera una trabe de liga. Las condiciones de frontera establecidas permitieron con cierta facilidad determinar los valores de los elementos mecánicos del marco.

Las deformaciones en la masa del suelo producto de sobrecargas juegan un papel importante en el comportamiento de la estructura, al ser tomados en cuenta en el análisis estructural, son determinantes en la magnitud, dirección y sentido de los elementos mecánicos.

Al considerar la trabe unida a la base de las columnas y de la cimentación se transmiten presiones más uniformes a la masa del suelo, lo que proporciona asentamientos más uniformes.

Si se considerarán los asentamientos en los apoyos del marco, se tendrán cambios considerables de los elementos mecánicos en magnitud y sentido. Sin embargo, ésta condición de apoyo es más real e importante de tomar en cuenta, en suelos de mediana a alta compresibilidad.

De los resultados obtenidos se concluye que la trabe de liga redistribuye las cargas a la cimentación cuando se considerarán los asentamientos en los apoyos, al no tomarlos en cuenta únicamente trabaja como un elemento a tensión; dependerá del tipo de suelo.

Los desplazamientos en los apoyos de la estructura juegan un papel importante, al considerar los asentamientos en el análisis del marco en estudio, cambia parcialmente la dirección y sentido de los elementos mecánicos, además de que redistribuye las presiones a la masa del suelo.

Al incluir las trabes de liga en la base de las columnas o cimentación, resulta benéfico, ya que al considerarlas hay una redistribución de las cargas, por lo tanto, de presiones en la masa del suelo, y a su vez los asentamientos diferenciales serán mínimos.

El ingeniero estructurista deberá tener contacto con el especialista en suelos para que ambos determinen las condiciones de frontera para la solución del problema,

al igual, el ingeniero constructor debe ejecutar los planos acorde a las especificaciones que dicte el proyectista, basta cambiar los niveles de las trabes de liga para cambiar los resultados de los elementos mecánicos.

**Bibliografía:**

r.1 **Fred W. Beaufait:** "Análisis Estructural": Printece/Hall. Internacional: Madrid 1981.

r.2 **White, Gergeley y Sexsmith:** "Análisis de Estructuras Hiperestáticas": Vol 2: Limusa 1981

r.3 **M Gere y William Weaver Jr.:** "Análisis de Estructuras Reticulares": CECSA México 1983

r.4 **Joseph E. Bowles:** " Hand Book Engineering"

r.5 **Eulálio Juárez Badillo y Alfonso Rico Rodriguez:** "Mecánica de Suelos": Tomo I: Editorial Limusa: 1973

r.6 **Leonardo Zeevart W:** " Interaccion Suelo Estructura": Editorial Limusa