



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

**Diagnóstico de fallas mecánicas en máquinas rotativas  
considerando el comportamiento dinámico no lineal  
mediante diagramas de recurrencia**

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
**Doctor en Ingeniería**

Presenta:

**M.C. Ignacio Torres Contreras**

Dirigido por:

**Dr. Juan Carlos Antonio Jáuregui Correa**

Querétaro, Qro., a 27 de septiembre de 2023.



Dirección General de Bibliotecas y Servicios Digitales  
de Información



Diagnóstico de fallas mecánicas en máquinas  
rotativas considerando el comportamiento dinámico  
no lineal mediante diagramas de recurrencia.

**por**

Ignacio Torres Contreras

se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0  
Internacional](#).

**Clave RI:** IGDCN-284146



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Doctorado en Ingeniería

**Diagnóstico de fallas mecánicas en máquinas rotativas  
considerando el comportamiento dinámico no lineal  
mediante diagramas de recurrencia**

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
**Doctor en Ingeniería**

Presenta:

**M.C. Ignacio Torres Contreras**

Dirigido por:

Dr. Juan Carlos Antonio Jáuregui Correa

Dr. Juan Carlos Antonio Jáuregui Correa  
Presidente

---

Dr. José Salvador Echeverría Villagómez  
Secretario

---

Dr. Juan Primo Benítez Rangel  
Vocal

---

Dr. Aurelio Domínguez González  
Suplente

---

Dr. Epigmenio Muñoz Guevara  
Suplente

---

---

Dra. Margarita Teresa de Jesús García Gasca  
Directora de la Facultad

---

Dr. Manuel Toledano Ayala  
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario, Querétaro, Qro.

Septiembre, 2023

México

# Dedicatoria

*A la memoria de mi madre Lucía, con admiración y respeto para mi padre Eduardo,  
y con mucho amor para mi esposa Ma. Elena y mis hijas Ana Belén y Susana  
por su apoyo incondicional en mi superación profesional.*

# Agradecimientos

Un agradecimiento y reconocimiento muy especial al Dr. Juan Carlos Jáuregui Correa por creer en nuestro proyecto y darnos su confianza, por brindar todo el tiempo necesario y el soporte científico para el desarrollo del trabajo de investigación desarrollado. Agradezco de igual forma a mis sinodales, al Dr. Salvador Echeverría Villagómez y Dr. Juan Primo Benítez Rangel por su tiempo y dedicación para compartir sus conocimientos en beneficio de nuestro trabajo. Igualmente, agradezco la entusiasta e importante contribución como revisores suplentes de tesis al Dr. Aurelio Domínguez González y al Dr. Epigmenio Muñoz Guevara. Agradezco también el apoyo y los sabios consejos del Dr. Irineo Torres Pacheco, Director de Investigación y Posgrado.

Finalmente, pero no menos importante, agradezco a la Universidad Autónoma de Querétaro por abrir sus puertas y haberme dado la oportunidad para realizar el sueño del Doctorado y por la robusta formación en la investigación científica brindada a través de los profesores de las asignaturas cursadas.

*Ignacio Torres Contreras*

# Resumen

Esta tesis plantea una solución para mejorar las metodologías para el diagnóstico y predicción de fallas en maquinaria rotativa. El problema actual en este tema es la necesidad de incrementar la precisión de los procesos de análisis de datos de vibraciones que arroja la maquinaria para poder formular un mejor diagnóstico para predecir las fallas de sus elementos con mayor anticipación que los métodos actuales. Adicionalmente, también busca desarrollar herramientas para la caracterización del comportamiento no lineal de las maquinas rotativas. Por lo cual, el presente trabajo de investigación propone y desarrolla una nueva metodología de análisis combinando los diagramas de recurrencia con un nuevo método de integración basado en el corrimiento de fase de los modos empíricos del espectro de vibración obtenidos mediante un acelerómetro. Este nuevo método tiene la capacidad para analizar tanto las vibraciones lineales como las vibraciones no lineales sujetos a regímenes estacionarios y no estacionarios, con lo cual puede mejorar los beneficios del mantenimiento predictivo en maquinaria. El nuevo método de integración fue comparado con el típico método de integración por la Regla de Simpson 3/8 para validar su efectividad. Los hallazgos mostraron que el método propuesto proporciona significativamente más información que Simpson. La metodología propuesta con gráficos de recurrencia y el nuevo método de integración fueron contrastados contra los mismos gráficos de recurrencia calculados con Simpson 3/8 en la caracterización de la fricción seca sobre un disco desbalanceado en un banco experimental y los resultados nuevamente mostraron significativas diferencias a favor del método propuesto. Finalmente, la nueva metodología fue aplicada para analizar la condición operativa del aerogenerador de 12 kW y los resultados describieron congruentemente la condición operativa de la máquina.

---

Por lo tanto, los resultados experimentales comprobaron que efectivamente el nuevo método de análisis tiene la capacidad para incluir a los fenómenos no lineales bajo condiciones no estacionarias en sus análisis y probó ser más efectivo contra los gráficos obtenidos mediante métodos de integración convencionales.

***Palabras claves***— Diagnóstico de fallas, vibraciones mecánicas, gráfico de recurrencias, mantenimiento predictivo, sistemas dinámicos no lineales, Transformada de Hilbert-Huang.

# Abstract

This thesis proposes a solution to improve diagnostic systems and failure prediction in rotating machinery. The current problem in this matter is the challenge to increase the precision in the vibration data analysis processes produced by the machinery to formulate a better diagnosis to predict failures of its elements with greater anticipation than current methods. Additionally, it also seeks to improve the methodologies that allow the identification and analyses of the nonlinear behavior of rotating machines. Thus, this research proposes a new methodology combining the recurrence plot with a new integration methodology derived from the phase shift of the empirical mode decompositions of a signal obtained by an accelerometer. This new method has the capability to analyze not only linear vibration but also nonlinear in stationary and nonstationary regimens. Thus, the new method can improve the benefits of well-known predictive maintenance benefices due to inclusion of all real dynamic phenomena in the analysis. The new integration method was compared with the typical 3/8 Simpson's Rule to validate the effectiveness. The findings demonstrated that the proposed methodology provided much more information than Simpson. The recurrence plot with the new integration method was contrasted with 3/8 Simpson's Rule integration, and again the results were highly better than Simpson to characterize dry friction on an unbalance test disk setup. Finally, the new methodology was tested to analyze some dynamic conditions of a 12 kW wind turbine and the result described the performance of the operated conditions of the machine. Therefore, the experimental outcomes demonstrated that the proposed methodology has the capability to analyze nonlinear and nonstationary mechanical systems and is more effective than those obtained with a conventional integration methodology.

---

**Keywords**— Fault diagnosis, vibration analysis, recurrence plot, predictive maintenance, non-linear systems, Hilbert-Huang transform.

# Índice general

<b>Bibliografía</b>	<b>1</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Justificación . . . . .	5
1.2 Planteamiento del problema . . . . .	8
1.3 Hipótesis y objetivos . . . . .	10
1.3.1 Hipótesis . . . . .	10
1.3.2 Objetivo general . . . . .	10
1.3.3 Objetivos específicos . . . . .	10
1.4 Estructura de la tesis . . . . .	11
<b>2 Antecedentes</b>	<b>13</b>
2.1 Reseña histórica de las vibraciones . . . . .	13
2.2 Diagnóstico de fallas de máquinas rotativas . . . . .	15
2.3 Diagramas de recurrencia . . . . .	20
2.4 Métodos de integración en el dominio del tiempo . . . . .	23
2.5 Revisión de patentes . . . . .	27
<b>3 Fundamentos teóricos</b>	<b>28</b>
3.1 Vibraciones mecánicas . . . . .	28
3.2 Movimiento armónico . . . . .	30
3.3 Tipos de vibraciones . . . . .	33
3.3.1 Vibración libre . . . . .	34

3.3.2	Vibración forzada . . . . .	37
3.4	Vibraciones bajo condiciones generales de fuerza . . . . .	41
3.4.1	La Transformada de Fourier . . . . .	41
3.4.2	Integral de convolución . . . . .	43
3.4.3	La Transformada de Laplace . . . . .	44
3.4.4	Métodos numéricos . . . . .	44
3.4.5	Transformada Wavelet Continua . . . . .	46
3.5	Sistemas lineales y no lineales . . . . .	47
3.6	Diagrama de fase . . . . .	48
3.7	Ecuaciones tradicionales no lineales de Duffing y van der Pol . . . . .	50
3.8	Diagramas de recurrencia . . . . .	50
3.8.1	Análisis cualitativo de concurrencias . . . . .	53
3.8.2	Análisis cuantitativo de recurrencias . . . . .	54
3.8.3	Diagramas de recurrencia cruzadas . . . . .	56
3.9	Transformada de Hilbert-Huang y EMD . . . . .	57
3.9.1	Descomposición de los modos intrínsecos de una señal . . . . .	58
3.10	Integración de señal de aceleración y velocidad. . . . .	60
<b>4</b>	<b>Metodología</b>	<b>62</b>
4.1	Metodología . . . . .	62
4.2	Método de integración PSEMDI . . . . .	64
4.3	Método PSEMDI-RP para diagnóstico de fallas . . . . .	68
4.3.1	Redefinición de RP . . . . .	68
4.3.2	Metodología PSEMDI-RP . . . . .	69
4.4	Validación del método de integración PSEMDI . . . . .	70
4.4.1	Coherencia . . . . .	70
4.4.2	Correlación cruzada . . . . .	71
4.5	Aplicación de PSEMDI-RP a un caso de fricción seca . . . . .	71
4.6	Modelo del arreglo para estudio . . . . .	71

4.6.1	Disco desbalanceado sobre una flecha flexible y sujeto a fricción . . . .	73
4.6.2	Fricción seca en un rotor golpeando la carcasa . . . . .	77
4.7	Banco experimental para las pruebas . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>81</b>
5.1	Metodología de integración para un espectro de aceleración en el dominio del tiempo: PSEMDI . . . . .	81
5.1.1	Sensibilidad de RP . . . . .	82
5.1.2	Funciones de referencia . . . . .	86
5.1.3	Obtención de los IMF de la señal mediante EMD . . . . .	88
5.1.4	Frecuencias fundamentales de los IMF . . . . .	89
5.1.5	Caracterización de las frecuencia fundamentales de los IMF . . . . .	89
5.1.6	Corrimiento de los IMF para la obtención de la velocidad . . . . .	90
5.1.7	Cálculo del desplazamiento a partir de la velocidad . . . . .	91
5.1.8	Validación de la velocidad y desplazamiento . . . . .	92
5.1.9	Transformada de Hilbert-Huang en los IMF . . . . .	94
5.1.10	Método PSEMDI y señales no lineales . . . . .	95
5.1.11	Aplicación de PSEMDI a señales no lineales . . . . .	99
5.1.12	Integración de señales no lineales por la Regla de Simpson 3/8 . . . .	101
5.2	Metodología para el análisis dinámicos de sistemas mecánicos y diagnóstico de fallas: PSEMD-RP . . . . .	104
5.2.1	Construcción de un RP . . . . .	104
5.2.2	Análisis cualitativo del RP . . . . .	106
5.2.3	Análisis cuantitativo de RP . . . . .	106
5.3	Aplicación del PSEMDI-RP a experimentos en banco de pruebas . . . . .	107
5.3.1	Caso 1a: RP obtenido por SDEMDI-RP a 700 rpm . . . . .	108
5.3.2	Caso 1b: RP obtenido por SDEMDI-RP a 1,800 rpm . . . . .	110
5.3.3	Caso 2a: RP obtenido por SDEMDI-RP a 700 rpm . . . . .	112
5.3.4	Caso 2b: RP obtenido por SDEMDI-RP a 1,800 rpm . . . . .	114

5.3.5	Análisis cuantitativo de resultados . . . . .	115
5.3.6	Resultados cualitativos y cuantitativos de SDEMDI-RP . . . . .	118
5.3.7	Resultados cualitativos y cuantitativos con PSEMDI-RP . . . . .	122
5.3.8	Aplicación de PSEMDI-RP a monitoreo de la condición del aerogenerado . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>135</b>
6.1	Trabajos futuros . . . . .	140

# Índice de tablas

Tabla 2.1	Reseña histórica sobre vibraciones. . . . .	13
Tabla 2.2	Metodologías usadas para el diagnóstico de la condición y de fallas mecánicas en aerogeneradores. . . . .	16
Tabla 2.3	Categorías de las técnicas del diagnóstico de fallas en Aerogeneradores (1988-2018). . . . .	17
Tabla 2.4	Aprendizaje de máquina y diagnóstico de fallas en Aerogeneradores (1988-2018). . . . .	17
Tabla 2.5	Comparativo de técnicas fractales, métodos no lineales y entropía. . . . .	18
Tabla 2.6	Metodologías más utilizadas en los análisis dinámicos. . . . .	19
Tabla 3.1	Tipos de respuesta para los sistemas de vibración libre. . . . .	35
Tabla 3.2	Significado de los patrones en los RP. . . . .	54
Tabla 4.1	Método de integración PSEMDI. . . . .	67
Tabla 4.2	Método de análisis PSEMDI-RP. . . . .	69
Tabla 4.3	Datos del banco de pruebas. . . . .	73
Tabla 5.1	Análisis cuantitativo del pico Gaussiano y el suavizado con diferentes puntos. . . . .	86
Tabla 5.2	Descripción de las frecuencias fundamentales de los IMF. . . . .	90
Tabla 5.3	Análisis cuantitativo para las funciones de referencia. . . . .	106
Tabla 5.4	Cuantificación de resultado por SDEMDI-RP. . . . .	116
Tabla 5.5	Cuantificación de resultado por PSEMDI-RP. . . . .	117
Tabla 5.6	Condiciones de prueba para análisis exhaustivo con SDEMDI-RP. . .	119

Tabla 5.7	Cuantificación de los parámetros de recurrencia para el aerogenerador. . . . .	134
-----------	--	-----

# Índice de figuras

Figura 1.1	Pronóstico del desarrollo del mercado del PdM. . . . .	6
Figura 2.1	(a) Desplazamiento, velocidad y aceleración para la función lineal $x(t) = \text{sen}(2t + \phi)$ ; (b) Señal no lineal generada por la combinación de un movimiento senoidal y ruido blanco. . . . .	24
Figura 3.1	Representación de un sistema mecánico. . . . .	29
Figura 3.2	Representación del movimiento armónico simple. . . . .	31
Figura 3.3	Movimiento libre con diferentes factores de amortiguamiento. . . . .	38
Figura 3.4	Representación de los gráficos de fase de la función armónica lineal: $x = \text{sin}(2t + \phi)$ . . . . .	49
Figura 3.5	(a) Trayectoria de fase en el espacio del sistema de Lorenz y (b) Diagrama de recurrencia de dicho sistema. . . . .	52
Figura 3.6	Comportamiento dinámico de una viga en voladizo mostrando sus deformaciones grandes. . . . .	53
Figura 3.7	Efectos de la sensibilidad de RP en la detección de los cambios en un sistema. . . . .	53
Figura 3.8	Primer modo de vibración IMF1 (línea roja) a partir de sus envolventes (línea verde) que a su vez son estimadas de los datos de prueba (línea azul). . . . .	59
Figura 3.9	IMF resultantes para un análisis de referencia. . . . .	60
Figura 4.1	Diagrama de la metodología de investigación. . . . .	63
Figura 4.2	Diseño del banco de pruebas. . . . .	72
Figura 4.3	Esquema de un disco desbalanceado con fricción sobre una flecha flexible. . . . .	74
Figura 4.4	Gráfica de la velocidad angular contra la deflexión de la flecha. . . . .	76

Figura 4.5	Gráfico de la fuerza de fricción entre rotores. . . . .	77
Figura 4.6	Banco de pruebas. . . . .	78
Figura 4.7	Banco mostrando el arreglo de los sensores de vibración, tacómetro y masa de desbalanceo. . . . .	80
Figura 5.1	Gráficos del Pico Gaussiano simple y con ruido. . . . .	83
Figura 5.2	Picos Gaussianos suavizados y normalizados. . . . .	84
Figura 5.3	RP del Pico Gaussiano simple y con ruido suavizados con promedio de 30 y 50 puntos. . . . .	85
Figura 5.4	Funciones de referencia $a_{R1}$ , $v_{R1}$ y $d_{R1}$ . . . . .	87
Figura 5.5	IMF de la señal $a_{R1}$ . . . . .	88
Figura 5.6	Frecuencias fundamentales de cada IMF mediante DFT. . . . .	89
Figura 5.7	Corrimiento de $\frac{1}{4}\tau_f$ de los IMF hacia adelante para la obtención de la velocidad. . . . .	90
Figura 5.8	Obtención del espectro de velocidad por PSEMDI a partir de la $a_{R1}$ . . . . .	91
Figura 5.9	Obtención del espectro de desplazamiento por PSEMDI a partir de la velocidad. . . . .	92
Figura 5.10	Comparación visual entre velocidad y desplazamiento calculado vs funciones de referencia. . . . .	93
Figura 5.11	Comparación entre resultados calculados contra las funciones de referencia mediante la Coherencia $\gamma_{xy}^2(f)$ . . . . .	93
Figura 5.12	Correlación cruzada entre la velocidad y el desplazamiento de referencia contra los calculados por PSEMDI. . . . .	94
Figura 5.13	HHT de la señal $y_1$ . . . . .	95
Figura 5.14	IMFs de la señal $y_2$ . . . . .	96
Figura 5.15	DFT de los IMF de la señal $y_2$ . . . . .	97
Figura 5.16	HHT de la señal $y_2$ . . . . .	98
Figura 5.17	Señales de vibración a analizar: (a) Acelerómetro; (b) Vibrómetro. . . . .	100
Figura 5.18	Comparación entre la velocidad PSEMDI y del vibrómetro. . . . .	100
Figura 5.19	Comparativo de coherencia y correlación cruzada entre velocidad obtenidos por PSEMDI y vibrómetro. . . . .	101

Figura 5.20	Comparación de espectros de velocidad obtenidos por SDEMDI y vibrómetro.	102
Figura 5.21	Comparativo de coherencia y correlación cruzada entre velocidad obtenidos por SDEMDI y vibrómetro. . . . .	103
Figura 5.22	Diagramas de fase para las funciones de referencia. . . . .	105
Figura 5.23	RP para la función de referencia. . . . .	105
Figura 5.24	Diagrama de flujo para el comparativo entre los métodos SDEMDI-RP basado en la integración de Simpson 3/8 contra el método PSEMDI-RP. . . . .	108
Figura 5.25	Espectro de aceleración y la tendencia para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	109
Figura 5.26	Velocidad y desplazamiento obtenidos para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	109
Figura 5.27	Diagramas de fase para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	110
Figura 5.28	Diagrama de recurrencia para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	110
Figura 5.29	Espectro de aceleración y su tendencia para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	111
Figura 5.30	Velocidad y desplazamiento obtenidos para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	111
Figura 5.31	Diagramas de fase para el caso analizado para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	112
Figura 5.32	Diagrama de recurrencia para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP. . . . .	112
Figura 5.33	Velocidad y desplazamiento obtenidos mediante PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm. . . . .	113
Figura 5.34	Diagramas de fase con PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm. . . . .	113
Figura 5.35	Diagrama de recurrencia con PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm. . . . .	114
Figura 5.36	Velocidad y desplazamiento obtenidos con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm. . . . .	114
Figura 5.37	Diagramas de fase con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm. . . . .	115
Figura 5.38	Diagrama de recurrencia con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm. . . . .	115

Figura 5.39	Diagrama de flujo para el análisis cuantitativo entre los métodos SDEMDI-RP y PSEMDI-RP. . . . .	116
Figura 5.40	Análisis cuantitativo entre los métodos M1 y M2. . . . .	118
Figura 5.41	RP para cuatro condiciones de carga y cinco velocidades diferentes con SDEMDI-RP. . . . .	120
Figura 5.42	Análisis cuantitativo del sistema mecánico experimental con SDEMDI-RP: (a) Resultados con A y U; (b) Resultados con A y U+F; (c) Resultados con V y U; (d) Resultados con V y U+F. . . . .	121
Figura 5.43	Comparativo estadístico del promedio <i>RMS</i> de los parámetros de cuantificación del sistema con SDEMDI-RP. . . . .	122
Figura 5.44	RP obtenidos mediante PESMDI-RP para las cuatro condiciones de carga y cinco velocidades diferentes. . . . .	123
Figura 5.45	Análisis cuantitativo con PSEMDI-RP: (a) Resultados con A y U; (b) Resultados con A y U+F; (c) Resultados con V y U; (d) Resultados con V y U+F. . . . .	124
Figura 5.46	Comparativo estadístico del promedio <i>RMS</i> de los parámetros de cuantificación del sistema con PSEMDI-RP. . . . .	125
Figura 5.47	Aerogenerador UAQ. . . . .	126
Figura 5.48	Análisis dinámico con PSEMDI-RP del aerogenerador 12 kW para el rango de 50,000 a 51,023 datos y para los puntos de medición Ax13: (a) Señal de aceleración; (b) DFT de la señal; (c) Wavelet y Ax 23: (d) Señal de aceleración; (e) DFT de la señal; (f) Wavelet. . . . .	128
Figura 5.49	IMF de la aceleración para el caso Ax13-Rango: 50,000-51,023. . . . .	129
Figura 5.50	Frecuencias instantáneas para cada IMF del caso Ax13-Rango: 50,000-51,023 datos . . . . .	130
Figura 5.51	IMF de la aceleración para el caso Ax23-Rango: 50,000-51,023. . . . .	131
Figura 5.52	Frecuencias instantáneas para cada IMF del caso Ax23-Rango: 50,000-51,023 datos . . . . .	132

Figura 5.53 RP para los dos casos analizado del sistema mecánico experimental con PSEMDI-RP: (a) Punto Ax13; y (b) Punto Ax23. Rango de muestreo 50,000-51,023 datos. . . . . 133

# Capítulo 1

## Introducción

Este trabajo de investigación plantea y desarrolla una solución para mejorar los sistemas de diagnóstico y predicción de fallas en máquinas rotativas basado en el estudio de las vibraciones mecánicas. El problema actual en este tema estriba en la necesidad de incrementar la precisión de los procesos de análisis de datos de vibraciones que arroja la maquinaria para poder formular un mejor diagnóstico para predecir las fallas de sus elementos con mayor anticipación que los métodos actuales, mismas que son demandadas por la necesidad de satisfacer las exigencias derivadas de los avances científicos, tecnológicos y del mercado globalizados en esta área de conocimiento. Además, otro punto de interés del trabajo es la creación de nuevas herramientas que puedan identificar e incluir el comportamiento no lineal en los análisis de las máquinas rotativas para reforzar y complementar las pocas tecnologías que actualmente existen con esta capacidad.

La adecuada inclusión de los fenómenos no lineales en los análisis de vibración convencionales proporciona un contexto completo en la señal para la caracterización del comportamiento real una máquina rotativa, el cual permitirá una mejor predicción de fallas (Yudong et al., 2023). Dentro de las metodologías existentes para realizar un análisis de falla en maquinaria, están los estadísticos, con modelos analíticos y mediante análisis espectrales experimentales. Los tres métodos aplican sin mayor complicación en los sistemas lineales, no obstante, para

un sistema no lineal, los modelos analíticos no son factibles dada la naturaleza caótica de los mismos. Es por ello que, el análisis espectral experimental basado en las vibraciones mecánicas puede ser uno de los mejores métodos en la industria para la caracterización dinámica de un sistema no lineal, así como para la identificación de fallas de la misma índole en las máquinas (Lyu et al., 2023).

A manera de introducción en el tema de vibraciones mecánicas es conveniente recordar que las máquinas rotativas transforman la energía de entrada generada por un motor en energía mecánica mediante la rotación de sus componentes o viceversa (Martin, 2002). A su vez, la rotación e interacción entre sus partes producen vibraciones, ruido y calor. De tal manera que toda maquinaria rotativa presenta un comportamiento dinámico característico derivado del tipo de componente giratorio, al diseño, manufactura, aplicación y éste puede ser representado mediante un espectro de vibraciones. En condiciones reales el comportamiento de una máquina está representado por una señal de vibración compleja que involucra el comportamiento lineal y no lineal de sus elementos. Algunos ejemplos de máquinas rotativas son los motores eléctricos y de combustión interna, turbinas de gas y vapor, máquinas eólicas, bombas, compresores, sopladores, generadores, cajas reductoras e incrementadoras de velocidad, por mencionar algunas.

De igual manera se entiende que una falla mecánica en máquina rotativa es una condición operativa adversa provocada por el desgaste de sus componentes internos originados por lubricación deficiente, fatiga de los materiales originados por el propio trabajo o debido a sobrecargas del equipo. Los daños acumulados en los componentes de la máquina aumentan la severidad de las vibraciones, el ruido y la temperatura (Tris Atmaja and Arifianto, 2011). El campo de aplicación más representativo en cuanto al diagnóstico de fallas en maquinaria es el diagnóstico de fallas, la evaluación de la severidad, predicción de falla para la toma oportuna de decisiones y planeación estratégica del mantenimiento, proceso conocido como Mantenimiento Predictivo (Li et al., 2016).

En la industria se han implementado diversas estrategias para la caracterización dinámica de las máquinas rotativas y el diagnóstico de sus fallas, de las cuales, destaca el mantenimiento

predictivo (PdM), por sus siglas en inglés (Predictive Maintenance), basado en el monitoreo de vibraciones, para el control de la condición y la generación de las acciones correctivas a través de un plan de mantenimiento programado (Olarte C. et al., 2010). El uso del PdM, ha incrementado la confiabilidad de las máquinas, reduciendo el costo del mantenimiento y las pérdidas económicas, condiciones laborales, de seguridad y del medio ambiente debidas a las fallas inesperadas y en algunos casos catastróficas (Qin et al., 2018). Dentro de este universo, existen varias metodologías para realizar análisis y predicción de fallas en las máquinas basados en el estudio de las vibraciones mecánicas. No obstante, muy pocas metodologías toman en cuenta las no linealidades y las que los aplican se encuentran en desarrollo (Yuxin et al., 2022).

Por su parte, un sistema dinámico no lineal puede definirse como aquel que estudia la evolución de los procesos o fenómenos durante el tiempo y caracteriza el comportamiento dinámico a través de sus correspondientes sistemas de ecuaciones no lineales, (Nayfeh and Pai, 2008). Algunas características propias de un sistema no lineal, son: a) la relación entre los cambios de la señal de entrada y salidas en un sistema no es proporcional; b) existe una alta dependencia entre la respuesta y las condiciones iniciales; c) la respuesta a una excitación armónica puede ser periódica pero no armónica (Macau, 2020). En la realidad, los fenómenos dinámicos en maquinaria rotativa son mayormente no lineales (Marinca and Herişanu, 2011). Sin embargo, éstos se han venido simplificando con base en modelos lineales.

Es importante puntualizar que la metodología medular del presente trabajo son los diagramas de recurrencia (RP), por sus siglas en inglés (Recurrence Plot). Los RP pueden ser un método alternativo basados en datos de vibración experimentales, tienen una alta sensibilidad para la detección de los cambios del sistema y una alta capacidad para identificar los comportamientos no lineales y no estacionarios en los sistemas rotativos (Eckmann et al., 1995) y (Samborski et al., 2015). RP ha mostrado un alto potencial para analizar sistemas no lineales en varios áreas de la ciencia: medicina, física, química, biología, ingeniería, ciencias de la tierra, finanzas y economía, solo por citar algunas, (Samborski et al., 2015). Con el desarrollo de nuevos equipos de cómputo, el tiempo en el manejo y procesamiento de datos ha

sido reducido drásticamente generando mejores oportunidades para poder aplicar este tipo de metodologías (Marwan et al., 2013). En la última década, han aparecido diversos métodos de ésta índole, tales como: los análisis de recurrencia cuantitativos, el porcentaje de recurrencia, los porcentajes determinísticos, la longitud de línea y divergencia máxima, entropía de la distribución de longitud de línea y sobre tendencias (Marwan, 2017).

Actualmente, las metodologías para el diagnóstico y predicción de fallas sujetas a condiciones operativas no lineales y no estacionarias siguen siendo un gran reto y por ende un importante tema de estudio. Las metodologías convencionales empleadas para el diagnóstico y predicción de fallas típicamente están enfocadas para sistemas lineales y estacionarios. Dicho enfoque, genera resultados con una significativa incertidumbre (Kan et al., 2015). Sin embargo los RP, no son usados de manera industrial en el mantenimiento predictivo para maquinarias rotativas (Jáuregui-Correa, 2019), debido en gran parte a la dificultad para conservar las no linealidades de la señal de vibración durante el proceso de integración mediante las técnicas y equipos de adquisición de datos a partir de acelerómetros industriales.

La investigación desarrollada en el presente trabajo plantea una nueva metodología de análisis para mejorar la caracterización dinámica y el diagnóstico de fallas de maquinaria mediante la inclusión de los sistemas no lineales aplicando los RP, dado que de esta manera se podrá tener en el análisis la parte lineal y no lineal del comportamiento de las máquinas y detectar sus cambios de estado de manera muy temprana. Sin embargo, para poder utilizar RP en el diagnóstico de la condición en maquinaria, era necesario desarrollar un método nuevo de integración capaz de conservar las no linealidades de los sistemas dinámicos durante el procesamiento de integración de la señal de vibración obtenida con acelerómetros industriales. La nueva metodología es validada experimentalmente mediante pruebas de fricción seca y contrastada contra los resultados de métodos de integración convencionales. Los resultados finales arrojaron una diferencia muy significativa a favor de la metodología propuesta.

## 1.1. Justificación

Como se ha podido demostrar hasta el momento, el diagnóstico de fallas o de la condición de la maquinaria rotativa es una necesidad fundamental para la confiabilidad. El PdM, colecta y procesa la información del monitoreo de la condición (CM), por sus siglas en inglés (Condition Monitoring). Con PdM es factible detectar fallas en etapas muy tempranas con el objetivo de reducir paros no programados, costos de operación, facilitando una respuesta proactiva, para mejorar la productividad, confiabilidad, disponibilidad, mantenibilidad, la seguridad del personal y medio ambiente, por mencionar algunas (Wang et al., 2019a). En la industria, el costo del mantenimiento puede llegar a alcanzar del 15 al 60 % del costo de producción (Moble, 2002). Mediante PdM el costo de mantenimiento ha reducido hasta un 30 %, los paros no programados un 75 % y ha incrementado la producción un 25 % (Kan et al., 2015). Esto significa que cualesquier mejora en el diagnóstico de falla tendrá una repercusión importante en los beneficios del PdM.

Otro indicador fundamental a nivel internacional que muestra la relevancia de PdM en la actualidad, esta sustentado por el reporte técnico que IoT-Analytics (2018), el cual presenta el pronóstico de crecimiento con respecto a las inversiones en las tecnologías sobre PdM para el periodo de 2018 al 2024. El mismo reporte refiere un incremento de \$ 23.5 billones US, con una tasa compuesta de crecimiento actual, por sus siglas en inglés CAGR (Compound Annual Growth Rate) del 39 % como lo muestra la Figura 1.1. Dichas estadísticas están basadas en la información de las 13 empresas más importantes en PdM y considera a las 7 metodologías más sobresalientes en este rubro (hardware, transferencia de datos, almacenamiento de datos, análisis, aplicaciones, sistemas de integración y servicios), y 12 segmentos industriales (automotriz, transporte, energía, minera, petroquímica y agua entre otras). Como puede observarse en la misma figura, las inversiones para el 2024 crecerán un 81 % con respecto a las del presente año 2022. También es posible notar que prácticamente cada dos años, las inversiones tienen a duplicarse.

Como ya se ha comentado, la mayoría de las técnicas de predicción de falla actuales solo cu-

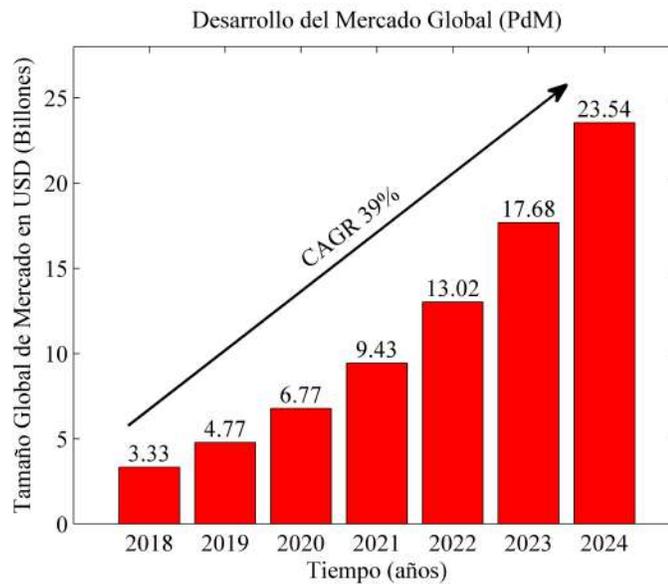


Figura 1.1: Pronóstico del desarrollo del mercado del PdM.

*Fuente: IoT-Analytics (2018).*

bren a los sistemas lineales y estacionarios en ingeniería y especialmente en el sector industrial y detectan las fallas cuando han llegado a un estado severo o significativo. Sin embargo, en el mundo real existen muchos casos de comportamientos no lineales y no estacionarios que al no ser considerados en el análisis generan incertidumbre en los análisis dinámicos y predicción de fallas. De acuerdo con Kan et al. (2015), los pocos métodos actuales utilizados para cubrir la parte no lineal del comportamiento dinámico de las máquinas rotativas están en la etapa inicial de su desarrollo.

Li et al. (2016) encontró que las fallas típicas en una embarcación marítima están localizadas en el sistema de propulsión y de acuerdo con las estadísticas el 80 % de las fallas ocurren en las cajas reductoras, de las cuales el 60 % corresponden a los engranajes. Cabe resaltar que dentro de una caja de engranes ocurren muchos fenómenos no lineales, debido a los deslizamiento relativos entre engranes, bujes, guías en combinación con la lubricación.

Con el crecimiento de las energías renovables y específicamente en el sector eólico, han aumentado los parques industriales de aerogeneradores y en consecuencia, también se ha incrementado el costo de operación y mantenimiento. Algunos reportes señalan que aproxima-

damente el 12 % de las fallas en un aerogenerador son originados en la cajas incrementadoras o reductoras de velocidad. Además de otros fenómenos no lineales que se dan en este tipo de tecnología, se tiene que los regímenes de operación debidos al comportamiento caótico del viento son no estacionarios, una situación que complica los análisis dinámicos con las técnicas convencionales. Wang et al. (2019b) determinó que los principales algoritmos avanzados aplicados del procesamiento de señales en aerogeneradores son: kurtosis espectral, wavelets, resonancia estocástica, representación sparse, distribución de Wigner-Ville, Dynamic time warping, por mencionar algunos . Por su parte Salameh et al. (2018) dio una lista de los métodos tradicionales principales para análisis de vibraciones en el mismo campo: la transformada de Fourier, la distribución de Wigner-Ville, las Wavelets, la descomposición de los modos empíricos de una señal y máquinas de vector soporte .

Los RP se han aplicado exitosamente en varios campos biomecánicos de la medicina y biología, en la física, química, ciencia de materiales, economía, inteligencia artificial, solo por mencionar algunos (Kan et al., 2015). Las características principales de RP son la capacidad para identificar el comportamiento no lineal, no estacionario de los sistemas dinámicos y su alta sensibilidad para detectar y evaluar cambios en los sistemas a muy tempranas etapas. Sin embargo y a pesar del potencial que tienen, los RP tienen algunas limitaciones relevantes para su aplicación de manera generalizada. Una de ellas es la complejidad para correlacionar la topología de los gráficos contra la respuesta del sistema, la cual es realizada con base en la solución analítica de un modelo. La segunda limitación es la construcción de diagrama de fase a partir de la medición de vibraciones en el dominio del tiempo, dado que el parámetro típico para medición la vibración en una máquina es por medio de un acelerómetro. Una vez que se ha realizado el registro de vibración, ésta tiene que ser integrada dos veces para poder construir los diagramas de fase y el RP mediante el desplazamiento y la velocidad. Es importante resaltar que los métodos de integración convencionales, no tienen la capacidad para conservar las no linealidades de la señal durante el proceso de integración de la aceleración (Jáuregui-Correa, 2019).

De esta manera, es factible concluir que hay una alta necesidad de mejorar las metodologías

y tecnologías para la caracterización de un sistema dinámico y que incluyan en el análisis la parte no lineal en los sistemas mecánicos, mismos que actualmente, no se están considerando adecuadamente. Además, las pocas metodologías existentes que consideran las no linealidades, están en proceso de desarrollo, debido a la dificultad de la aplicación en el mundo real y a la inexistencia de bases de datos para su validación. Mediante la inclusión de los análisis no lineales con la metodología de RP en los análisis dinámicos, se pretende mejorar la información obtenida de las vibraciones, para incrementar la confiabilidad de las máquinas rotativas.

La incógnita científica de éste trabajo de investigación está relacionada con el impacto del comportamiento dinámico de las máquinas rotativas cuando se incluye adecuadamente en el modelo del diagnóstico de fallas la parte no lineal de los sistemas dinámicos de las máquinas rotativas.

## **1.2. Planteamiento del problema**

En la sección 1.1, quedó asentado que actualmente existen industrialmente muy pocas metodologías de análisis dinámicos para identificar adecuadamente los fenómenos no lineales en un sistema mecánico. Sin embargo, a pesar de que en las últimas décadas se han realizado muchos trabajos para la consideración de los dichos fenómenos, las técnicas más utilizadas industrialmente siguen siendo las convencionales. Las técnicas más utilizadas para el diagnóstico de fallas de las máquinas rotativas están basados en la teoría de Fourier. A pesar de los buenos resultados obtenidos tanto en el rendimiento de la confiabilidad de las máquina, así como en el ahorro económico al minimizar los paros no programados, esta técnica no tiene los fundamentos técnicos adecuados para identificar los fenómenos no lineales. Además, las no linealidades y su alta sensibilidad a las condiciones iniciales afectan los resultados de la integrales y por tanto los resultados en los sistemas de monitoreo de una máquina rotativa. Esta situación abre la oportunidad y la necesidad para proponer nuevas metodologías que sean capaces de incluir el comportamiento no lineal dentro de los análisis dinámicos para

mejorar los diagnósticos haciéndolos más reales, confiables y precisos. Adicionalmente, los métodos convencionales detectan las fallas cuando éstas han llegado a un grado de deterioro significativamente avanzado, por lo que si se requiere mejorar los tiempo de detección, son necesarios nuevas soluciones que tenga una mayor sensibilidad a los cambios de los sistemas dinámicos.

En años recientes, los RP han comenzado a ser aplicados muy poco a algunos sistemas mecánicos con éxito. Basados en los buenos resultados, en la capacidad para identificar y caracterizar a los sistemas no lineales, y a su alta sensibilidad para detectar cambios en los sistemas, se propone la metodología de RP para la caracterización de las fallas en maquinaria rotativa.

De igual manera, se ha comentado que uno de los problemas críticos para la construcción y aplicación de los RP es resolver la doble integral de los espectros de aceleración obtenidos a través de acelerómetros para poder obtener los espectros de velocidad y desplazamiento sin perder las señales no lineales del sistema analizado. A pesar de que existen varias técnicas utilizadas para estos fines, la mayoría utiliza filtros para el procesamiento de las señales, o bien teorías lineales para estimar las no linealidades, mismas que afectan drásticamente los procesos de integración y por ende, la confiabilidad de los resultados. El problema de la aplicación de los filtros, estriba en que al eliminar frecuencias bajas y altas, se pierde información importante sobre los sistemas no lineales. Otro problema de los métodos actuales de integración es que tienden a incrementar las bajas frecuencias y por el contrario disminuyen las altas frecuencias de manera significativa.

El planteamiento del problema de investigación consiste en tres etapas: a) El objetivo principal es el mejoramiento de la caracterización y el diagnóstico de fallas en maquinaria rotativa mediante la inclusión de las no linealidades de los sistemas dinámicos con los RP; b) Para poder aplicar los RP en el análisis de los sistemas dinámicos se requiere desarrollar una metodología de integración con la capacidad de integrar la señal de vibración obtenida con un acelerómetro industrial sin perder las señales no lineales y que sea aplicable sistemas no estacionarios; c) Proponer y desarrollar una metodología de análisis combinando los RP con el método de integración nuevo.

## **1.3. Hipótesis y objetivos**

### **1.3.1. Hipótesis**

Debido a que los RP representan el comportamiento de un sistema dinámico sin alterar la naturaleza de la señal vibratoria, su aplicación al análisis de señales obtenidas con acelerómetros industriales identifica el comportamiento no lineal de una máquina rotatoria y anticipa la presencia de fallas en sus componentes, ya que una pequeña alteración en el comportamiento funcional de una máquina rotativa modifica significativamente la topología de los RP, es factible desarrollar una metodología para el análisis dinámico de maquinaria rotativa que mejore significativamente el diagnóstico y predicción de fallas mecánicas en contraste con los resultados obtenidos con las metodologías convencionales. Donde, las variables de entrada son las componentes lineal y no lineal de la señal de vibración en el dominio del tiempo para la obtención y cuantificación de la topología de los RP.

### **1.3.2. Objetivo general**

Desarrollar una metodología que no altere la naturaleza de la señal vibratoria y con base en los RP para el análisis dinámico de maquinaria rotativa que mejore significativamente el diagnóstico y la predicción de fallas en la maquinaria rotativa.

### **1.3.3. Objetivos específicos**

Los objetivos específicos que son la base para el desarrollo del objetivo general del presente trabajo de investigación son listados a continuación:

- Implementar una metodología de integración a partir del espectro de aceleración obtenido por un acelerómetro en el dominio del tiempo para la obtención de la velocidad

y desplazamiento conservando las linealidades y no linealidades de la señal y que sea aplicable a sistemas estacionarios y no estacionarios.

- Desarrollar una metodología para los análisis dinámicos de maquinaria rotativa con base en el método de integración propuesto y RP.
- Validación de la metodología nueva para los análisis dinámicos de maquinaria rotativa con su aplicación en casos dinámicos de fricción seca y un caso real.

## 1.4. Estructura de la tesis

El presente trabajo realizado esta estructurado en seis capítulos, el apéndice y el registro bibliográfico para sustentar y describir el desarrollo de la investigación que fue llevada a cabo durante el programa de doctorado.

Capítulo 1, da una introducción general del tema de investigación, la justificación, el planteamiento del problema, la hipótesis, el objetivo general y los específicos.

Capítulo 2, presenta una breve reseña del estudio de las vibraciones, muestra los antecedentes, el estatus actual y tendencias sobre tema del diagnóstico de la condición y fallas en maquinaria rotativa, documenta la pertinencia de la aplicación de RP y resume su situación en el mercado en cuanto a patentes se refiere.

Capítulo 3, plantea las bases técnicas del tema de las vibraciones mecánicas, las diferentes técnicas que existen y aplican al tema de investigación, define a los sistemas mecánicos lineales y no-lineales, presenta la teoría sobre RP, cita los principales métodos que tienen la capacidad para estudiar sistemas no lineales y finalmente resume la situación y problemáticas de los métodos de integración de una señal de vibración cuando se aplican a sistemas no lineales.

Capítulo 4, describe la metodología propuesta y el arreglo experimental empleado para la investigación a fin de demostrar la hipótesis y cumplir con los objetivos propuestos.

Capítulo 5, muestra los resultados alcanzados de acuerdo con la metodología y experimentación propuesta, así como los aspectos más relevantes del trabajo de experimentación y de la investigación como tal.

Capítulo 6, expone las conclusiones con base en los resultado experimentales de la investigación y propone algunos posibles trabajos futuros del tema.

El apéndice contiene los productos de los artículos publicados en revistas indexadas, congresos internacionales y nacionales.

Al final del reporte técnico están descritas las fuentes bibliográficas requeridas para el desarrollo y sustento del presente trabajo de investigación.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Reseña histórica de las vibraciones

Rao (2017) realizó una reseña histórica sobre los estudios de vibraciones y es resumida en la Tabla 2.1 y de la que puede asumirse que las vibraciones mecánicas tienen su origen desde la invención de la rueda en la edad de piedra (4,500 A.C.) y de las primeras primeras reglas observadas para la producción de sonidos a partir de los instrumentos musicales en la cultura china, hindú, japonesa y egipcia (4,000 A. C.). Como un dato importante para el tema de investigación desarrollado, es preciso enfatizar que Poincaré es considerado como el fundador de los análisis no lineales y junto con los trabajos de Fourier siguen representando las bases de los estudios de vibración en la actualidad.

Tabla 2.1: Reseña histórica sobre vibraciones.

Año	Contribución
287-212 A.C.	Arquímedes propone las primeras teorías sobre las máquinas.
350 A.C.	Aristóteles sienta lo primeros trabajos científicos sobre la música y el sonido.
582-507 A.C.	Pitágoras genera las primeras investigaciones científicas del sonido musical.
132 D.C.	Zhang Heng inventa el primer sismógrafo.
1564-1642	Galileo implementa la dinámica experimental moderna y caracteriza el comportamiento del péndulo con los parámetros de vibración.
1653-1716	Joseph Sauveur define el término de acústica para describir la ciencia del sonido.

*Sigue en la página siguiente*

Tabla 2.1 (Continúa de la página anterior)

Año	Contribución
1686	Isaac Newton describe la ley universal de gravitación y las leyes de movimiento, de las cuales, la segunda ley establece las ecuaciones para el movimiento vibratorio de un cuerpo.
1713	Brook Taylor propone el Teorema de Taylor para series infinitas.
1755	Daniel Bernoulli, Leonard Euler, Jean D' Alembert mejoran el Teorema de Taylor introduciendo las derivadas parciales en las ecuaciones de movimiento y proponen el principio de superposición.
1812	Joseph Fourier desarrolla la teoría analítica sobre conducción del calor a través de la descomposición de funciones periódicas trigonométricas y convergentes, misma que valida el principio de superposición.
1759	Joseph Lagrange da la solución analítica de la vibración en una cuerda.
1784	Charles Coulomb plantea las ecuaciones de movimiento de las vibraciones torsionales.
1756-1824	Chladni propone un método a base de arena para estudiar los modos de vibración de placas.
1877	Rayleigh presenta un método para calcular la frecuencia vibratoria de un sistema conservativo mediante la ley de la conservación de la energía o método de Rayleigh.
1902	Frahm concluy que es de suma importancia tomar en cuenta la vibración torsional y atenuadores de vibración durante el diseño de ejes para las hélices en las embarcaciones marinas.
1845-1913	De Laval desarrolla una solución experimental para resolver el problema de vibración de un rotor desbalanceado.
1859-1943	Aurel Stodola mejora los análisis de vibración en elementos estructurales, tales como vigas y placas.
1878-1972	Timoshenko impulsa la teoría de la vibración de vigas al incluir los efectos de inercia y los esfuerzos por cortante.
1892	Poincaré aporta el método de perturbación con la aproximación de la solución de sistemas mecánicos celestes no lineales.
1892	Lyapunov sienta las bases para la teoría de estabilidad moderna, misma que es válida para cualquier tipo de sistema dinámico.
1920	Duffing y su contemporáneo van der Pol introducen soluciones definidas a la teoría de la no linealidad, las cuales atraen la atención en ingeniería.
1930	Wiener y Khinchin plantean la función de correlación y la densidad espectral, mismas que impulsaron el progreso de las vibraciones aleatorias.
1943-1945	Lin y Rice mejoran las metodologías sobre vibraciones aleatorias para resolver problemas prácticos de ingeniería.

Fuente : Rao (2017)

## 2.2. Diagnóstico de fallas de máquinas rotativas

Actualmente se está viviendo una revolución industrial provocada por los avances científicos y tecnológicos y por la economía globalizada. A su vez, la época actual se caracteriza por el desarrollo de máquinas inteligentes, el Internet de las Cosas (IoT), por sus siglas en inglés (Internet of Things), la inteligencia artificial y el Big Data (Rao, 2011; Lei et al., 2016).

Para hacerle frente a la cuarta revolución industrial, las máquinas rotativas requieren trabajar en condiciones más demandantes por un lado y minimizar la robustez de sus diseños por el otro lado. Dicho compromiso demanda incrementar la comprensión de los fenómenos dinámicos de la maquinaria para mejorar su confiabilidad y rentabilidad, razón por la cual es fundamental considerar a todos los fenómenos dinámicos involucrados (Martinez-Guerra and Mata-Machuca, 2016).

El campo científico y tecnológico que se encarga del diagnóstico de la condición y de falla de la maquinaria rotativa es conocido como mantenimiento predictivo PdM (Hsueh et al., 2019). Las principales tecnologías a nivel industrial para el diagnóstico fallas en maquinaria son: análisis de vibraciones, inspección por ultrasonido y voltajes, análisis de aceites y de metales por ferrografía, termografía y análisis de tierras por mencionar algunas. Los instrumentos de medición más utilizados para los análisis de vibraciones son: acelerómetros, sensores magnéticos, corrientes de Eddy, interferómetros láser, sensores piezoeléctricos, entre otros (Chen et al., 2018). Sin embargo, los análisis de vibraciones son la técnica más utilizada en la industria para caracterizar la condición operativa de la maquinaria y para la predicción de las fallas (Rashid et al., 2017; Wang, 2018). Lv et al. (2022) trabajo reciente sobre el diagnóstico de fallas mecánicas con base en el procesamiento de señales de vibración demostrando lo importante de esta técnica en la actualidad.

Li et al. (2016) clasificó las metodologías utilizadas en los análisis de fallas de maquinaria rotativa en tres categorías: estadísticas, con modelos y en el dominio del tiempo y frecuencia como lo muestra la Tabla 2.2.

Los métodos tradicionales más utilizados para el diagnóstico de fallas de maquinaria se basan en el procesamiento de las señales de vibraciones, tales como la transformada de Fourier, distribución de Wigner-Ville, Wavelets, transformada de Hilbert-Huang, máquina de vector de soporte (Salameh et al., 2018; Zhu et al., 2022).

Baltazar et al. (2018) por su parte, clasificó de principales categorías y técnicas de diagnóstico de fallas utilizadas en aerogeneradores, mismas que son ilustradas en la Tabla 2.3. Dicha clasificación está en función del número de artículos publicados y las categorías con más publicaciones son las que manejan procesamiento de señales. La Tabla 2.4 describe las técnicas comprendidas dentro del aprendizaje de máquina. Estas estadísticas, demuestran que el procesamiento de señales es la técnica más utilizada en el diagnóstico de maquinaria.

Tabla 2.2: Metodologías usadas para el diagnóstico de la condición y de fallas mecánicas en aerogeneradores.

Metodología	Categoría	Técnicas
Análisis estadístico	Prueba de hipótesis	Pruebas de Kolmogorov-Smirnov, Satterthwaite's t', Willcoxon rank-suma.
	Índice estadístico	Kurtosis, Distancia Euclidiana, Distancia Mahalanobis, Distancia Kullback-Leibler, Distancia Bayesian.
	Aprendizaje estadístico	Análisis del componente principal, Análisis del discriminante de Fisher, Mínimos cuadrados parciales, Escalado multidimensional, Isomapas, Eigenmapas Laplacianos, Sistemas embebidos, Mejoramiento del vector común, Mapas de difusión.
	Modelado estadístico	Modelado de las series de tiempo, Teoría de la evidencia de Dempster-Shafer, Modelado oculto de Markov, Modelado proporcional de covarianza.
Modelos con filtros		Wavelet, Kalman, Filtrado de partícula, Componente-base latente, Morfológico, Demodulación de la resonancia, Kurtosis espectral.
Análisis en el dominio del tiempo	Tiempo o frecuencia	Transformada rápida de Fourier, Transformada discreta de Fourier, Tiempo síncrono, Demodulación de resonancia, Análisis de la envoltura del espectro, Kurtosis espectral.
	Tiempo-frecuencia	Wavelets, Transformada de Fourier de tiempo-corto, Descomposición del modo empírico, Distribución de Wigner-Ville, Espectro de energía Teager.

Fuente: Baltazar et al. (2018).

Tabla 2.3: Categorías de las técnicas del diagnóstico de fallas en Aerogeneradores (1988-2018).

Posición	Categoría	Artículos	Porcentaje (%)
1	Procesamiento de señales	285	45.67
2	Aprendizaje de máquina	177	28.37
3	Basado en modelos	113	18.11
4	Otros	49	7.85

Fuente: Baltazar et al. (2018).

Tabla 2.4: Aprendizaje de máquina y diagnóstico de fallas en Aerogeneradores (1988-2018).

Posición	Aprendizaje de máquina	Artículos	Porcentaje (%)
1	Redes neuronales	60	33.9
2	Sistemas de Fuzzy	39	22.03
3	Análisis de datos por SCADA	24	13.56
4	Vector soporte de máquina	18	10.17
5	Métodos híbridos	14	7.91
6	Redes Bayesianas	6	3.39
7	Algoritmos Clustering	5	2.82
8	Fusión de información	3	1.69
9	Otros	8	4.52

Fuente: Baltazar et al. (2018).

Tang et al. (2015) realizó un análisis de 53 técnicas complejas tales como: entropía, análisis funcionales, gráficos de recurrencia, análisis cuantitativo de recurrencia, Wavelet, exponente de Lyapunov, gráficos de fase, diagrama de Poincaré, caos determinístico, análisis fractales, por citar solo algunos. Dichas técnicas fueron clasificadas en tres grupos: métodos fractales, dinámicos no lineales y entropía. Finalmente, hizo un comparativo entre dos tres grupos y el cual, es resumido en la Tabla 2.5. La conclusión del comparativo, es que existen grados similares de complejidad en su aplicación y un cierto grado de complementariedad entre ellos.

Tabla 2.5: Comparativo de técnicas fractales, métodos no lineales y entropía.

	<b>Métodos Fractales</b>	<b>Métodos dinámicos no lineales</b>	<b>Entropía</b>
Enfoque	Auto-similaridad	Propiedad de atractor	Estados de desorden
Complejidad	Auto-similaridad débil	Estructura de atractor compleja	Nivel de desorden alto
Regularidad	Auto-similaridad Robústa	Punto fijo	Nivel de desorden bajo
Ventajas	Describe de manera global y local la estructura de las series del tiempo	Visualización de datos dinámicos en el espacio de fase	Provee una medición directa del desorden, el proceso de cálculo es simple
Desventajas	Proceso de medición complicado, dependiente de la cantidad de datos	El atractor es difícil de cuantificar, interpretar y capturar, dependiente del tamaño de la muestra	Poca atención a los procesos dinámicos no lineales

Fuente: Tang et al. (2015).

Sun et al. (2017) encontró que algunos componentes de las máquinas rotativas tienen comportamientos fuertemente no lineales y que pueden influir significativamente en los resultados de la caracterización de un sistema dinámico: claros en las chumaceras, rodamientos rígidos de bolas o cilíndricos, engranajes, juntas rotativas, sellos, alabes de rotores, aerodinámica, lubricantes y fluidos en general.

Las limitaciones tecnológicas del monitoreo de vibraciones en los métodos tradicionales son la simplificación en los métodos de adquisición de datos y análisis, los sistemas de adquisición de un solo canal manejan datos de un estado estable y principalmente de la vibración en el dominio de la frecuencia. Los análisis en el dominio del tiempo son utilizados para determinar la tendencia en el tiempo y los diagramas en el tiempo analizan la forma de onda de una señal. La mayor parte de fallas mecánicas son originadas cuando se alcanza la frecuencia de los componentes involucrados, los espectros en el dominio de la frecuencia son obtenidos de los datos en el dominio del tiempo por medio de la Transformada rápida de Fourier (FFT), por sus siglas en inglés (Fast Fourier Transform), (Mobley, 2002).

Kan et al. (2015) realizó una clasificación de las técnicas más comunes en los análisis y pre-

dicción de fallas no lineales y no estacionarios, dentro de las que destacan: matriz de recurrencia, filtros de partículas, filtros Kalman, modelo oculto de Markov, regresiones Gaussianas, máquina de vector de soporte, redes neuronales artificiales y de Fuzzy.

Huang and Attoh-Okine (2005) comparó las tres metodologías más utilizadas en análisis dinámicos y éstos son mostrados en la Tabla 2.6. Puede observarse claramente la gran diferencia que existe entre el método Hilbert-Huang, las Wavelets contra Fourier.

Tabla 2.6: Metodologías más utilizadas en los análisis dinámicos.

<b>Característica</b>	<b>Fourier</b>	<b>Wavelets</b>	<b>Hilbert-Huang</b>
No lineal	No	Si	Si
No estacionario	No	Si	Si
Base teórica	Completamente teórico	Completamente teórico	Teórico-Empírico

*Fuente: Huang and Attoh-Okine (2005).*

Una metodología alterna a Fourier para analizar las no linealidades de los sistemas dinámicos es la transformada Hilbert-Huang (HHT), por sus siglas en inglés (Hilbert-Huang Transform), la cual, es una metodología empírica compuesta por dos partes: el método de la descomposición empírica de los modos de vibración (EMD), por sus siglas en inglés (Empirical Mode Decomposition), y del análisis de Hilbert-Huang (Tsakalozos et al., 2012). Mediante esta metodología es viable el procesamiento de las mediciones y la aplicación de filtros para calcular desde sus integrales los estados operativos instantáneos de velocidad, desplazamiento y las frecuencias en los sistemas mecánicos de estudio, HHT (Wang, 2018). Actualmente se ha venido incrementando la aplicación de HHT en combinación con otras técnicas para el estudio de fallas en baleros en condiciones no estacionarios. Adicionalmente, HHT puede estimar la entropía del sistema (Wang et al., 2017). HHT se combina con las Wavelets para analizar gráficamente sus resultados. Para Aldrich (2019), el aprendizaje profundo (*deep learning*), representa una área de investigación emergente con un alto potencial en el diagnóstico de la condición y de fallas de maquinaria.

Sin embargo, a pesar de las bondades de los análisis de vibraciones convencionales en el

dominio del tiempo y de la frecuencia, y de que han sido las metodologías más utilizadas hasta hoy, los resultados obtenidos tienen un alto grado de incertidumbre porque no consideran adecuadamente las no linealidades, y más aun cuando los sistemas son regímenes no estacionarios (Jáuregui-Correa, 2019). Esta situación da pauta y obliga a desarrollar nuevas y mejores metodologías de análisis dinámicos en maquinaria mediante una mejor inclusión y análisis de los sistemas dinámicos no linealidades con mejores bases de cálculo para que describan la realidad de una manera más precisa y fidedigna a fin de acrecentar la confiabilidad de los resultados y disminuir la incertidumbre de las metodologías actuales.

### **2.3. Diagramas de recurrencia**

Los RP han sido aplicados exitosamente en diversas áreas de la ciencia: física, química, biología, medicina, ingeniería, ciencias de la tierra, finanzas y economía, por mencionar solo algunas. Según Marwan et al. (2013); Marwan (2017) los nuevos sistemas de cómputo, tales como los sistemas BIG DATA y el IoT, han dado un nuevo impulso a los procesos de cómputo haciendo las tareas tradicionales más sencillas, rápidas y menos tediosas. Dicha situación ha favorecido el resurgimiento de metodologías que por su complejidad de cálculo eran muy complicadas para su aplicación.

La cuantificación de las recurrencias es una característica fundamental de los RP, la cual considera el cálculo de los siguientes parámetros: tasa de recurrencia, determinismo, laminaridad, divergencia, Entropía de Shanon, líneas diagonales y verticales máximas y la tendencia (Marwan et al., 2007).

Algunos campos de aplicación de los RP son: Xiong et al. (2017) realizó una combinación entre RP y EMD para analizar el comportamiento del flujo de vehicular en ciudades. Kwuimy et al. (2017) realizó algunos trabajos para caracterizar el viento mediante la propiedad de cuantificación de RP. Bian and Shang (2017) estudió las comunicaciones con simulaciones no lineales. Bigdeli et al. (2017) estudió la radiación solar con series de tiempo también en

combinación con RP. Algunas aplicaciones en electroquímica han sido realizadas por Cruz-Borbolla et al. (2017). Guan et al. (2018) realizó estudios de termo-acústica usando las series en el tiempo y RP para la caracterización de motores, experimentos térmicos y fluidos. Lajmert et al. (2018) empleó RP para la caracterización de procesos de maquinados convencionales. Hsueh et al. (2019) efectuó estudios sobre la velocidad instantánea de un motor de combustión a diésel con RP y HHT con éxito. Abid and Lefebvre (2021) combinó las redes neuronales convolucionales con RP para el estudio de campos geomagnéticos. Acharya et al. (2019) empleó RP para el estudio del corazón humano. Chandran et al. (2019) trabajó con la topología y mapas logísticos con la ayuda de RP.

Más concretamente, los RP se han comenzado a aplicar en algunos campos dinámicos en sistemas mecánicos, tales como los que a continuación se mencionan: Acuña-González et al. (2008) aplicó los RP para realizar estudios sobre pruebas de fatiga. Lei et al. (2016) y Baptista et al. (2018) propusieron la inclusión de las tendencias de las fallas en el mantenimiento predictivo mediante un mejoramiento en el procesamiento de los datos. Gracias a los RP se desarrolló el concepto de los diagramas de recurrencia de Fuzzy como una técnica alternativa para la cuantificación de las similitudes entre los estados de fases de dos estados sobre una trayectoria en el dominio del tiempo y en las cuales, los resultados revelaron texturas diferentes que mejoran notablemente su visualización (Lajmert et al., 2018). Por su lado, Jiang et al. (2019) utilizó los RP en combinación con las redes neuronales convolucionales para el diagnóstico de fallas de un motor trifásico, como primer paso la señal fue convertida desde el dominio del tiempo en imágenes 2D o RP y finalmente las imágenes obtenidas fueron procesadas con redes neuronales. Sun et al. (2019) aplicó los RP para solucionar ciertos fenómenos de fricción y para solucionar problemas en las series de tiempo, aplicó el atractor de Lorenz y resolvió las ecuaciones de cuarto orden aplicando el método de integración Runge-Kuta. Wang et al. (2019b) ha sido uno de los pocos investigadores que ha aplicado los RP para predecir fallas de rodamientos, cuantificando y cualificando los daños aplicando el reconocimiento de las imágenes derivadas de los mismos RP.

La principal razón para la selección de la metodología RP en el presente trabajo de investi-

gación, es porque proporcionan más detalles de los sistemas no lineales que las las Wavelets y la transformada del Hilbert-Huang. En primer lugar, muestran gráficos que revelan el comportamiento general del sistema, el cambio de régimen, la estabilidad, la periodicidad entre otros. En segundo lugar, tratándose de una matriz, es posible la cuantificación de las características del espectro de vibración mediante el valor total de la matriz, de las líneas diagonales, horizontales y verticales. Es decir, que toda la matriz está ligada a propiedades específicas del sistema analizado. De acuerdo con la metodología de los RP, se requieren dos variables para la realización de los diagramas de fase y los gráficos de recurrencia: el desplazamiento y la velocidad. En la caracterización dinámica de las maquinas rotativas, el acelerómetro es el elemento más común para el registro de las señales de vibración. Esta situación implica que es necesario realizar dos integraciones en el dominio del tiempo para calcular la función del desplazamiento y de la velocidad (Rios and de Mello, 2016).

Por lo tanto, para poder aplicar los RP en la caracterización y predicción de las fallas en maquinas rotativas y en general en sistemas mecánicos dinámicos, es necesario resolver dos retos principales: a) solucionar la doble integración en el dominio del tiempo a partir de los espectros de vibración obtenidos por un acelerómetro industrial, los cuales son indispensables para la construcción de los gráficos de fase en el espacio y de los RP y b) la correlación entre la matriz RP y el fenómeno físico sujeto de estudio (Jáuregui-Correa, 2019). Es importante hacer énfasis en que el método nuevo de integración debe tener la capacidad de conservar las no linealidades de los sistemas dinámicos durante todo el procesamiento de la señal. En cuanto a la correlación de la matriz de recurrencia contra los fenómenos físicos, se logrará con el desarrollo de bancos de información para caracterizar cada situación específica o tipo de falla y podrá combinarse con algún método alternativo, tales como de inteligencia artificial por citar alguno, para hacer más ágil dicho diagnóstico a partir de los RP. La fricción seca es el fenómeno no lineal con el que se trabaja en la presenta investigación.

## 2.4. Métodos de integración en el dominio del tiempo

Actualmente, la conversión de la aceleración en las series de tiempo a partir de un acelerómetro industrial, sigue siendo un tema de estudio en los análisis de vibraciones. El reto más importante del proceso de integración de la aceleración es conservar las no linealidades de un sistema dinámico durante el procesamiento de integración de la señal de aceleración y más aún cuando se trabaja con regímenes no estacionarios. Los métodos convencionales idealizan los fenómenos dinámicos de estudio con modelos lineales simplificados que no consideran adecuadamente las no linealidades del sistema analizado. Las dos metodologías convencionales más utilizadas para integrar la señal de aceleración son la integración en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Sin embargo, ambas generan errores significativos a causa de la resolución de la frecuencia de la adquisición de datos de la señal, del procesamiento digital de la misma, de los métodos de integración y especialmente cuando las señales son complejas e involucran sistemas no lineales (Torres-Contreras et al., 2021b).

La Figura 2.1a presenta el desplazamiento, la velocidad y su aceleración para la señal lineal senoidal simple  $x(t) = \text{sen}(2t + \phi)$ . Puede observarse que en todos los casos las características de las señales no cambian a lo largo del tiempo. Un sistema de vibración es lineal cuando la respuesta es igual a la suma de sus entradas individuales (propiedad aditiva) y además, cuando se cumple que el producto del estado y de la entrada por una constante, es equivalente a la respuesta multiplicada por la misma constante (propiedad de proporcionalidad). La integración de una señal lineal senoidal simple es relativamente sencilla, pero ésta se complica con el incremento de las señales involucradas. La integración para este tipo de señales ha sido resuelta con los métodos convencionales en el dominio del tiempo y de la frecuencia (FFT). Un sistema de vibración es no lineal cuando no cumple con la propiedad de aditividad ni de proporcionalidad. Un ejemplo sencillo de una señal de vibración no lineal es mostrado en la Figura 2.1b. Dicha señal fue generada por la combinación de una señal senoidal más ruido blanco. Donde, el ruido blanco representa la señal no lineal. La integración para este caso no es nada trivial. Las metodologías de integración convencionales simplifican

la señal mediante la aplicación de filtros para eliminar el ruido y analizar solamente las señales senoidales principales. Sin embargo, las señales no lineales son producidas por ciertos componentes de los sistemas mecánicos que generalmente están inmersos en un sistema de lubricación, tales como: chumaceras, rodamientos, engranajes, motores de combustión, turbinas, compresores, bombas, correderas, tornillos sin-fin, por mencionar solo algunos. Cuando las señales no linealidades son eliminadas, no es posible incluirlas en el diagnóstico de los componentes generadores de dichas señales y en la mayoría de los casos, son componentes muy críticos de la maquinaria. En condiciones reales, las señales de vibración son predominantemente no lineales y tienen un grado de complejidad muy alto, por lo que, la integración de la señal de aceleración con los métodos convencionales es extremadamente complicada, razón por la cual solo realizan los análisis con modelos simplificados y asumiendo un porcentaje de incertidumbre muy significativo para los fenómenos no lineales.

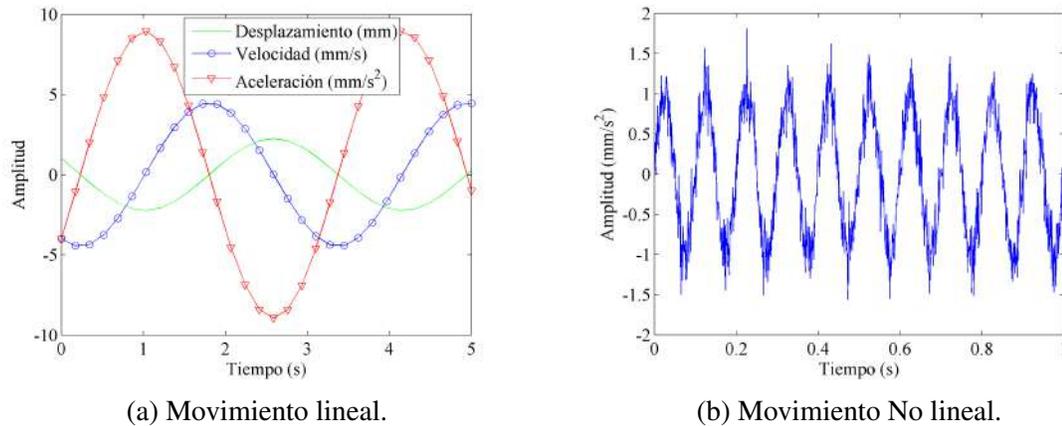


Figura 2.1: (a) Desplazamiento, velocidad y aceleración para la función lineal  $x(t) = \text{sen}(2t + \phi)$ ; (b) Señal no lineal generada por la combinación de un movimiento senoidal y ruido blanco.

Para resolver la integración de la aceleración, es necesario contar con los valores iniciales del desplazamiento y velocidad, pero en la realidad, dichos valores resultan ser muy complicados de calcular. Por lo general, las condiciones iniciales del sistema son datos desconocidos y esta condición genera errores que se acumulan durante el proceso de integración. De ahí que se han hecho muchos esfuerzos para lidiar y resolver las integraciones de la aceleración mediante estrategias para minimizar y compensar los errores acumulables.

Muchos métodos de integración han sido propuestos para corregir las desviaciones como resultado de la integración del espectro de aceleración y dentro de las cuales está la formulada por Pan et al. (2016), quien define una línea base flotante para encontrar la razón de la desviación generada por el método de integración de la señal. Gilbert et al. (2010), propuso aplicar un filtro análogo y un circuito integrado para integrar la aceleración y obtener el desplazamiento, concluyendo que esto solo era valido cuando existia continuidad en el dominio y que quedaba restringido a bajas frecuencias. Por su lado, Han (2010) implementó un método en el dominio de la frecuencia con base en factores de ajuste de las curvas después de la integración para solucionar los errores debidos a las frecuencias bajas provenientes de los componentes DC durante el proceso, de esta manera, podía convertir la señal de aceleración en velocidad y desplazamiento. Tu et al. (2014), trabajó en un método capaz de compensar los corrimientos generados por las integraciones de la aceleración aplicando filtros de Kalman. El método divide la serie en el dominio del tiempo en cuatro intervalos: inicialización, estático, permanente y transitorio. Una vez reconocido el corrimiento de la línea base del transitorio, aplicó filtros para corregir dicho corrimiento de la integración. Schultz et al. (2015) realizó un estudio en el que demostró que las bajas frecuencias son más fáciles de modelar con técnicas para los sistemas mecánicos. Zhu et al. (2015) desarrolló una metodología de integración más avanzada al combinar la descomposición de los modos empíricos de la transformada de Hilbert con las distancias Euclidianas para poder analizar casos no lineales y no estacionarios, abriendo más posibilidades en este campo. Un estudio de (Rios and de Mello, 2016) reveló que las frecuencias altas son más fáciles de modelar con técnicas del tipo estocástico. Otra metodología para la integración de la aceleración es la propuesta por Yang et al. (2016), la cual se basa en el ajuste de las curvas por medio de sus envolventes generadas por lo puntos de medición para lograr realizar los ajustes en la velocidad y desplazamiento calculando el valor medio entre las envolventes superior e inferior. Pan et al. (2016) por su parte introdujo otra técnica de integración llamada corrección de las líneas base para ajustar las desviaciones de las curvas obtenidas después de ser integradas representadas por una relación absoluta entre la media calculada y las RMS reales del espectro, éstos se integran para realizar el ajuste de las curvas durante el proceso de integración. Rostami and Shojaee (2017) introdujo una metodología de

integración explícita en el dominio del tiempo con la aplicación de B-Splines cúbicos con un modificador *alfa* desarrollado para resolver problemas dinámicos estructurales y una de sus características era su independencia con respecto de las condiciones iniciales del sistema. Zheng et al. (2019), propuso una metodología de integración para la aceleración en línea al combinar la compensación de la línea base, con mínimos cuadrados y filtros pasa altas para calcular el desplazamiento en tiempo real. Guzman-Acevedo et al. (2019) combinó la tecnología de los teléfonos celulares con el sistema de posicionamiento global (GPS), por sus siglas en inglés (Global Position System), y acelerómetros para el monitoreo del desplazamiento en puentes en tiempo real; concluyendo que es posible utilizar sensores inteligentes en ciertas situaciones, sentando las bases para nuevas aplicaciones. Chen et al. (2019) propuso una metodología de integración al descomponer las señales de resonancia base en el espectro de vibración y combinándolo con las Wavelets para diagnosticar fallas en los rodamientos. Haylett and Johnson (2019) desarrolló un experimento combinando un micro sistema-mecánico (MEMS), por sus siglas en inglés (Micro-Electro-Mechanical System), con potenciómetros y filtros para obtener el desplazamiento a partir de la aceleración calculada por integración; concluyó que la forma más efectiva era medir directamente el desplazamiento mediante un láser, pero que ésta era una solución de mayor costo. Xu et al. (2019) implementó una técnica aplicando un algoritmo recursivo integral con la Regla Simpson para resolver la integración de la aceleración, el cual combinó las fórmulas de Newton-Leibniz con la regla 3/8 de Simpson y un proceso para corregir las desviaciones originadas por el proceso de la integración en una mesa para pruebas sísmicas. Han et al. (2019) implementó la doble integración de la aceleración para el estudio del desplazamiento de edificios de grandes altitudes debidos a temblores. Han et al. (2019) aplicó la doble integración de la aceleración para el diagnóstico del daño en edificios por sismos sobre una mesa experimental de prueba combinando la función de transferencia, las series de Fourier para la integración y el ajuste de sus tendencias por el método de mínimos cuadrados.

## 2.5. Revisión de patentes

A continuación son presentadas las patentes más representativas sobre el tema de estudio: CN102889987A (2013), plantea un método para el diagnóstico de fallas en engranajes a través de la aplicación del clasificador de Bayes, la transformada de Kermel y de Laplace para el procesamiento de la información. La patente CN103471708B (2013), propone un método para el diagnóstico de fallas en sistemas mecánicos mediante la inclusión de análisis no lineales para la rotación de las partículas, diagramas de frecuencia, espectrogramas y picos en el dominio del tiempo. La patente CN104374575A (2014), fundamenta una técnica para el diagnóstico de fallas de rodamientos aplicando un método de separación para caracterizar fallas en los sistemas dinámicos no estacionarios. CN105841961A (2016), es otra patente que desarrolla una metodología para la caracterización de fallas en rodamientos combinando las redes neuronales con las Wavelets. En la CN105628383A (2016) patenta una metodología para la caracterización de fallas de rodamientos mediante un modelo mejorado de mínimos cuadrados con máquina de vectores de soporte para el aprendizaje, aplica análisis de recurrencia, extrae las componentes no lineales en combinación con el análisis en el dominio del tiempo para hacer la clasificación de las fallas para el diagnóstico. La patente CN105628383A (2017), propone una metodología para diagnosticar fallas en baleros adecuando la técnica de máquina de vectores de soporte por mínimos cuadrados y mejorando la migración basada en el aprendizaje; esta metodología puede analizar sistemas no lineales cuando se combina con los gráficos de recurrencia. En la patente CN112734001A (2020) provee una método inteligente para diagnosticar fallas en un mecanismo por cadenas para un aerogenerador con base en la migración del espectro de orden, combinando la señal original obtenida por Fourier, extrayendo los espectros de envolventes con la transformada de Hilbert y estableciendo un mapa de fallas mediante un aprendizaje por redes neuronales convolucionales en una dimensión.

La revisión de patentes realizada muestra aquellas que guardan mayor semejanza con el presente tema de investigación y puede concluirse que no existe una metodología patentada igual a la propuesta.

# Capítulo 3

## Fundamentos teóricos

### 3.1. Vibraciones mecánicas

La vibración es definida como un movimiento repetitivo en un intervalo de tiempo. Mientras que la teoría de las vibraciones estudia las oscilaciones y movimientos de partículas, así como las fuerzas que interactúan entre ellas. Los sistemas vibratorios están formados los siguientes elementos: a) para el almacenamiento de la energía potencial (elemento elástico); b) para el almacenamiento de la energía cinética (masa inercial); c) un disipador gradual de energía (amortiguador). De igual manera, un sistema vibratorio involucra un mecanismo para la conversión de su energía potencial a cinética y viceversa. En los sistemas amortiguados, una parte de la energía en cada ciclo y ésta puede ser compensada a través de una fuente externa para conservar un sistema estable, (Rao, 2017). Un sistema dinámico puede ser representado de manera general como un sistema masa-resorte-amortiguamiento-fuerza de excitación como puede observarse en la Figura 3.1, donde  $m$ ,  $k$ ,  $c$ ,  $F(t)$  y  $x$  son la masa del cuerpo, la constante de rigidez del resorte, el coeficiente de amortiguamiento, la fuerza externa aplicada al sistema y el desplazamiento vertical de la masa respectivamente. El grado de libertad del sistema es definido en función del número mínimo de las variables que se requieren para la determinación de la posición de las partículas del sistema en tiempo.

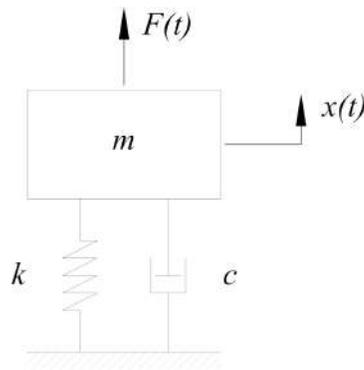


Figura 3.1: Representación de un sistema mecánico.

De acuerdo al número de grados de libertad, los sistemas dinámicos son clasificados como: a) *Sistemas discretos* cuando el grado de libertad es finito; b) *Sistemas continuos* si tienen un grado de libertad infinito.

De igual manera, la vibración es comúnmente clasificada como:

- **Vibración libre:** cuando después de ser excitado, un sistema permanece vibrando por sí mismo en ausencia de alguna fuerza excitatriz externa.
- **Vibración forzada:** si la vibración de un sistema está en función de una fuerza excitatriz externa.
- **Vibración no amortiguada:** cuando no existen pérdidas de energía por fricción o alguna otra resistencia al movimiento del sistema.
- **Vibración amortiguada:** si existen pérdidas de energía por fricción o alguna otra resistencia al movimiento del sistema.
- **Vibración lineal:** cuando todos los componentes del sistema tienen un comportamiento lineal y aplican el principios de superposición y homogeneidad, además de que las soluciones analíticas son muy conocidas.
- **Vibración no lineal:** si todos o algunos de los componentes del sistema no tienen un comportamiento lineal y por tanto, no aplica el principio de superposición, ni el de proporcionalidad. Adicionalmente, las soluciones analíticas son desconocidas.

- **Vibración determinística:** es aquella cuyos valores de las fuerzas de excitación en el sistema son conocidas a lo largo del tiempo.
- **Vibración aleatoria:** si los valores de las fuerzas de excitación en el sistema no pueden ser conocidas a lo largo del tiempo.

## 3.2. Movimiento armónico

En un sistema vibratorio o dinámico tanto las excitaciones como las repuestas dependen del tiempo, de las condiciones iniciales y de las excitaciones externas. El reto del análisis es poder hacer una predicción del comportamiento dinámico del sistema para las condiciones iniciales. La estrategia general utilizada para la caracterización del sistema dinámico es mediante la aplicación de una modelación matemática simplificada del sistema físico, plantear las ecuaciones matemáticas del sistema, resolver dichas ecuaciones y finalmente analizar e interpretar los resultados.

Un movimiento oscilatorio es aquel que se repite constantemente de manera regular o irregular. El movimiento que se repite a intervalos de tiempo iguales es llamado *movimiento periódico*, mientras que el movimiento periódico más sencillo es conocido como *movimiento armónico simple*. Un modelo simplificado del movimiento armónico simple puede observarse en la Figura 3.2 y donde:  $A$ ,  $\omega$  y  $t$  son la *amplitud* del movimiento, la frecuencia angular y el tiempo respectivamente. Algunas definiciones características de un movimiento armónico son: el *ciclo* definido como una revolución o la distancia entre dos crestas máximas continuas de la curva senoidal, el *periodo* o duración del ciclo  $\tau = 2\pi/\omega$ , la *frecuencia* de oscilación son los ciclos por la unidad del tiempo  $f = 1/\tau = \omega/(2\pi)$  y el *ángulo de fase* definido de las condiciones iniciales del movimiento  $(x_0, v_0)$  como  $\phi = \tan^{-1}(v_0/x_0\omega)$ .

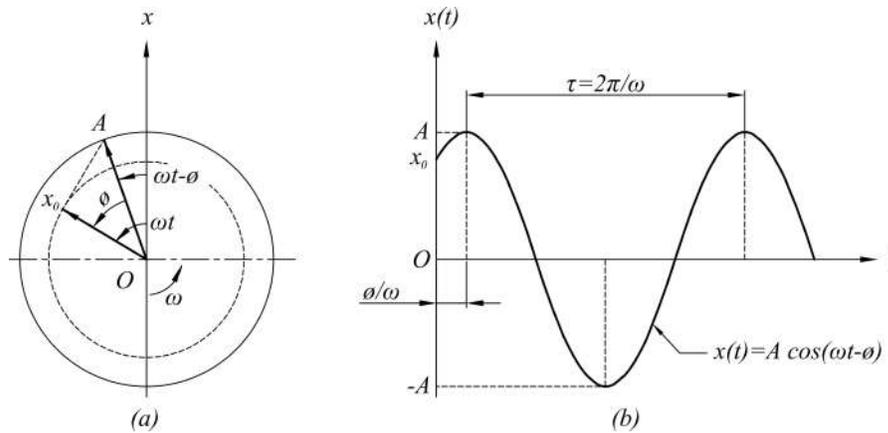


Figura 3.2: Representación del movimiento armónico simple.

Asumiendo solamente la parte real del sistema y considerando un corrimiento de fase inicial, el desplazamiento sobre el eje  $x$  está dado por:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (3.1)$$

La velocidad queda determinada por la primera derivada con respecto del tiempo:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}(t) = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \quad (3.2)$$

Y la aceleración es obtenida con la segunda integración:

$$\ddot{x}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (3.3)$$

Normalmente, la caracterización completa del movimiento debe realizarse para cada eje coordenado  $x, y, z$  de acuerdo a la situación. Sin embargo, cuando éste es efectuado simultáneamente sobre un plano  $x, y$ , lo usual es incluir los números imaginarios. De esta manera y considerando la parte imaginaria del sistema, la parte real considera la proyección del vector de posición  $\vec{X}$  a lo largo del eje  $x$  mientras que la parte imaginaria es su proyección sobre el eje  $y$ .

$$\vec{X} = A(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = A e^{i\theta} = A e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

La velocidad y aceleración son obtenidas con las integraciones de la Ec. (3.4):

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = i\omega A e^{i\omega t} = i\omega \vec{X} \quad (3.5)$$

$$\frac{d^2\vec{X}}{dt^2} = -\omega^2 A e^{i\omega t} = -\omega^2 \vec{X} \quad (3.6)$$

Los desplazamientos, la velocidad y aceleración para la solución para la parte real con número complejos luego de una serie de simplificaciones y la aplicación de la identidad  $\cos(\cos \omega t = \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2)$  son:

$$x = \operatorname{Re}[A e^{i\omega t}] = A \cos \omega t \quad (3.7)$$

$$v = \operatorname{Re}[i\omega A e^{i\omega t}] = \omega A \cos(\omega t + \pi/2) \quad (3.8)$$

$$a = \operatorname{Re}[-\omega^2 A e^{i\omega t}] = \omega^2 A \cos(\omega t + \pi) \quad (3.9)$$

Por último, los desplazamientos, la velocidad y aceleración para la solución de la parte imaginaria con número complejos y expresadas con la función seno, son:

$$x = \operatorname{Im}[A e^{i\omega t}] = A \operatorname{sen} \omega t \quad (3.10)$$

$$v = \operatorname{Im}[i\omega A e^{i\omega t}] = \omega A \operatorname{sen}(\omega t + \pi/2) \quad (3.11)$$

$$a = \text{Im}[-\omega^2 A e^{i\omega t}] = \omega^2 A \text{sen}(\omega t + \pi) \quad (3.12)$$

### 3.3. Tipos de vibraciones

La ecuación diferencial general de movimiento para múltiples partículas y que describe la respuesta de un sistema dinámico con múltiples grados de libertad, usando la segunda ley de Newton y la Figura 3.1 como referencia, puede ser expresada en forma matricial por la Ec. (3.13).

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

Donde,  $m$ ,  $c$ ,  $k$  y  $F$  representan los valores escalares de la masa, el coeficiente de amortiguamiento, la rigidez y la fuerza de excitación para cada partícula del sistema. En tanto que,  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  y  $x$  son la aceleración, la velocidad y el desplazamiento para cada partícula respectivamente.

La forma reducida de la Ec. (3.13) es:

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (3.14)$$

Donde,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  y  $\mathbf{F}(t)$  son las matrices de masa, amortiguamiento, la rigidez y las fuerzas de

excitación externas del sistema respectivamente.

La Ec. (3.14) aplicada a un sistema lineal con varios cuerpos, con un grado de libertad, para un movimiento armónico y en coordenadas rectangulares es definida por la Ec. (3.15):

$$m_{eq}\ddot{x} + c_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = F_{eq} \quad (3.15)$$

Donde,  $m_{eq}$ ,  $c_{eq}$ ,  $k_{eq}$  y  $F_{eq}$ , son la masa, el coeficiente de amortiguamiento, la rigidez y las fuerza de excitación equivalentes del sistema.

### 3.3.1. Vibración libre

La vibración libre de un sistema queda representada por la Ec. (3.15) cuando  $F_{eq} = 0$  y es definida por la Ec. (3.16):

$$m_{eq}\ddot{x} + c_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = 0 \quad (3.16)$$

Tomando en cuenta que la frecuencia natural del sistema está definida por  $\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}}$ , que el factor de amortiguamiento es expresado por  $\zeta = \frac{c_{eq}}{2\sqrt{k_{eq}m_{eq}}}$  y sustituyendo sus valores de en la Ec. (3.16), resulta:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (3.17)$$

La solución de la Ec. (3.17) tiene la forma  $x(t) = Ae^{\alpha t}$  y la solución resultante es:

$$\alpha = \omega_n(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) \quad (3.18)$$

Considerando que  $i = \sqrt{-1}$  y que la forma de la solución de la ecuación es dependiente de  $\alpha$ , pueden definirse los cuatro casos mostrados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Tipos de respuesta para los sistemas de vibración libre.

Caso	F. Amortiguamiento	Tipo	Solución ( $\alpha$ )
1	$\zeta = 0$	No amortiguada	$\pm i\omega_n$
2	$0 < \zeta < 1$	Subamortiguada	$\omega_n(-\zeta \pm i\sqrt{1-\zeta^2})$
3	$\zeta = 1$	Amortiguamiento crítico	$-\omega_n$
4	$\zeta > 1$	Sobreamortiguada	$\omega_n(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2-1})$

**Caso 1)** *Vibración libre de un sistema sin amortiguamiento* ( $\zeta = 0$ ). Es el movimiento que ocurre en ausencia de fuerzas externas ( $F_{eq}(t) = 0$ ), sin amortiguamiento ( $c_{eq} = 0$ ) del sistema, ambas raíces son imaginarias y puede definirse como  $m_{eq}\ddot{x} + k_{eq}x = 0$ . La ecuación equivalente es la siguiente:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (3.19)$$

La solución tiene la forma  $x(t) = B_1 e^{i\omega_n t} + B_2 e^{-i\omega_n t}$  y una ecuación alternativa es:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega_n t + \phi) \quad (3.20)$$

Aplicando las condiciones iniciales del sistema  $x(0) = x_0$  y  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ , resulta la ecuación final siguiente:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \text{sen} \omega_n t \quad (3.21)$$

Donde la constante A es definida como:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (3.22)$$

y con un ángulo de fase igual a:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0} \right) \quad (3.23)$$

El periodo para este movimiento es:  $T = \frac{2\pi}{\omega_n}$ .

**Caso 2) Vibración libre Subamortiguada** ( $0 < \zeta < 1$ ). Este movimiento es caracterizado porque las soluciones son conjugadas y complejas. La solución tiene la siguiente forma:

$$x(t) = B_1 e^{(-\zeta - i\sqrt{1-\zeta^2})\omega_n t} + B_1 e^{(-\zeta + i\sqrt{1-\zeta^2})\omega_n t} \quad (3.24)$$

Sustituyendo las condiciones iniciales y simplificando resulta:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left( x_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} \text{sen } \omega_d t \right) \quad (3.25)$$

Asumiendo que  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ , puede plantearse la siguiente ecuación alternativa:

$$x(t) = A e^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \phi_d) \quad (3.26)$$

Donde el valor de las constantes  $A$  y  $\phi$  son:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left( \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} \right)^2} \quad (3.27)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{x_0 \omega_d}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0} \right) \quad (3.28)$$

Y el periodo queda definido como:  $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$ .

**Caso 3) Movimiento libre con amortiguamiento crítico** ( $\zeta = 1$ ). Este movimiento es caracterizado porque tiene una sola raíz y es de la forma  $x(t) = e^{-\omega_n t}$ . La solución general del movimiento es:

$$x(t) = e^{-\omega_n t}(C_1 + C_2 t) \quad (3.29)$$

Al aplicar las condiciones iniciales resulta:

$$x(t) = e^{-\omega_n t} [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t] \quad (3.30)$$

**Caso 4)** Movimiento libre con subamortiguamiento ( $\xi > 1$ ). Es un movimiento con ambas raíces reales.

$$x(t) = C_1 e^{-\omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + C_2 e^{-\omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \quad (3.31)$$

Tomando en cuenta las condiciones iniciales, es posible encontrar la solución final del sistema:

$$x(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left\{ \left[ \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} + x_0(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] e^{\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}t} + \left[ -\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} + x_0(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \right] e^{-\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}t} \right\} \quad (3.32)$$

Algunos gráficos representativos de los movimientos para los casos 2, 3 y 4 son ilustrados en la Figura 3.3. Claramente contrasta el comportamiento del sistema con diferentes valores del factor de amortiguamiento.

### 3.3.2. Vibración forzada

La vibración forzada es el caso general de la Ec. (3.14) cuando se incluye la fuerza externa de excitación armónica, además de todas las variables de rigidez, amortiguamiento y en un sistema de un grado de libertad está definido por  $m_{eq}\ddot{x} + c_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = F_{eq}(t)$ . Simplificando,

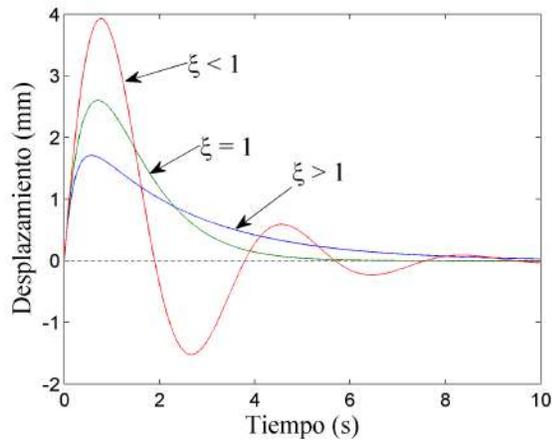


Figura 3.3: Movimiento libre con diferentes factores de amortiguamiento.

reemplazando la velocidad natural, la rigidez del sistema y asumiendo que la fuerza externa desplaza al resorte en forma armónica, se tiene la ecuación final:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{1}{m_{eq}}F_{eq}(t) \quad (3.33)$$

La Ec.(3.33) tiene la siguiente solución general:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (3.34)$$

Donde,  $x_h(t)$  y  $x_p(t)$  son la solución homogénea cuando  $F_{eq}(t) = 0$  y la solución específica del sistema cuando  $F_{eq}(t)$  es incluida, respectivamente.

Una fuerza de excitación externa periódica simple se caracteriza por tener la siguiente forma:

$$F_{eq}(t) = F_0\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (3.35)$$

Donde,  $F_0$ ,  $\omega$  y  $\psi$  son la amplitud de la excitación, la velocidad angular y el ángulo de fase, respectivamente.

### Vibración forzada para un sistema sin amortiguamiento

La vibración forzada para un sistema sin amortiguamiento sujeto a una fuerza externa armónica y con un grado de libertad, tiene la siguiente ecuación:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0}{m_{eq}} \text{sen}(\omega t + \psi) \quad (3.36)$$

a) La solución homogénea cuando el valor de  $\omega \neq \omega_n$ , es:

$$x_p(t) = \left| \frac{F_0}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right| \text{sen}(\omega t + \psi - \phi) \quad (3.37)$$

De tal manera, que la solución general para este caso tomando en cuenta la solución homogénea y la particular es:

$$x(t) = \left[ x_0 - \frac{F_0 \text{sen } \psi}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \cos(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n} \left[ \dot{x}_0 - \frac{F_0 \omega \cos \psi}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \text{sen}(\omega_n t) + \left| \frac{F_0}{m_{eq}(\omega_n^2 - \omega^2)} \right| \text{sen}(\omega t + \psi - \phi) \quad (3.38)$$

b) Análogamente, la solución homogénea cuando el valor de  $\omega = \omega_n$ , es:

$$x_p(t) = -\frac{F_0}{2m_{eq}\omega_n} t \cos(\omega_n t + \psi) \quad (3.39)$$

La solución general considerando la solución homogénea y la particular es:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} + \frac{F_0 \cos \psi}{2m_{eq}\omega_n^2} \right) \text{sen}(\omega_n t) - \frac{F_0}{2m_{eq}\omega_n} t \cos(\omega_n t + \psi) \quad (3.40)$$

### Vibración forzada para un sistema con amortiguamiento

La vibración forzada para un sistema con amortiguamiento sujeto a una fuerza externa armónica

nica y con un grado de libertad, tiene la siguiente ecuación:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F_0}{m_{eq}}\text{sen}(\omega t + \psi) \quad (3.41)$$

La solución general particular para este caso es:

$$x_p(t) = X\text{sen}(\omega t + \psi - \phi) \quad (3.42)$$

El valor de  $X$  es:

$$X = \frac{F_0}{m_{eq}[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2]^{1/2}} \quad (3.43)$$

Y el valor de  $\phi$  es:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{2\zeta\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \quad (3.44)$$

Donde;  $X$  y  $\phi$  son la amplitud de la fuerza de excitación armónica externa y el ángulo de fase entre la respuesta y la excitación.

La respuesta de estado estable para este sistema con una fuerza de excitación externa armónica y un grado de libertad es:

$$x(t) = \frac{F_0}{m_{eq}\omega_n^2}M(r, \zeta)\text{sen}(\omega t + \psi - \phi) \quad (3.45)$$

Donde:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (3.46)$$

y

$$M(r, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 - (2\zeta r)^2}} \quad (3.47)$$

### 3.4. Vibraciones bajo condiciones generales de fuerza

Las funciones generales de fuerza que se aplican a un sistema dinámico pueden ser periódicas (no armónicas) o no periódicas. Las fuerzas no periódicas son aquellas que ocurren repentinamente con magnitudes constantes, cuando se aplica una rampa de fuerza o una fuerza que varía exponencialmente. Otra característica es que pueden actuar por periodos de tiempo cortos, largos o infinitos. Las respuestas a un sistema tipo no periódico son determinadas por los tres métodos generales convencionales: a) Integral de convolución, b) Transformada de Laplace y c) Métodos numéricos. Los métodos (a) y (b) son analíticos y se caracterizan porque estudian las fuerzas aplicadas al sistema en función de parámetros de diseño. En tanto que los métodos numéricos son utilizados principalmente para determinar la respuesta de un sistema mecánico para una fuerza arbitraria que no tiene una solución analítica o resulta demasiado complicada.

#### 3.4.1. La Transformada de Fourier

La transformada de Fourier (FT), por sus siglas en inglés (Fourier Transform), sigue siendo el método clásico más empleado en ingeniería y en muchos otros campos de la ciencia y principalmente es utilizado para el procesamiento de señales. La característica más importante de la FT, es su capacidad para transformar las señales del dominio en el tiempo al dominio de la frecuencia y viceversa al aplicar su transformada inversa. FT calcula los resultados en función del promedio de las frecuencias para el periodo de la señal analizada, por lo que no tiene la capacidad para identificar las no linealidades, ni para analizar sistemas no estacionarios y por tanto, se tienen que hacer consideraciones simplificadas para su inclusión.

Sea una señal de entrada  $x(t)$  y una función  $e^{-i2\pi f}$ , entonces la respuesta del sistema puede expresarse con la fórmula siguiente:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi f t} dt \quad (3.48)$$

De manera similar, las series de Fourier pueden encontrar las respuestas de sistemas armónicos en presencia de fuerzas periódicas de sistemas continuos. Sea  $F(t)$  una fuerza o  $x(t)$  un desplazamiento periódicos con un período  $\tau = 2\pi/\omega$ , donde su solución puede expresarse de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(j\omega t) + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sen(j\omega t) \quad (3.49)$$

Donde los coeficientes  $a_j$  y  $b_j$  son determinados por:

$$a_j = \frac{2}{\tau} \int_1^{\tau} \cos(j\omega t) dt, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3.50)$$

$$b_j = \frac{2}{\tau} \int_1^{\tau} \sen(j\omega t) dt, \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.51)$$

Para el caso en que la fuerza aplicada al sistema es periódica y de forma irregular, la respuesta del sistema es determinada por las series de Fourier discretas. Para ciertos casos, la fuerza  $F(t)$  puede aplicarse solamente en ciertos números discretos  $t_1, t_2, \dots, t_N$  puede aplicarse la transformada discreta de Fourier (DFT), por sus siglas en inglés (Discrete Fourier Transform). Sean  $F_1, F_2, \dots, F_N$  las fuerzas aplicadas en los tiempos  $t_1, t_2, \dots, t_N$  respectivamente y donde el periodo esta definido por  $\tau = N/\Delta t$  constante y equidistante, se tiene que:

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F_i \quad (3.52)$$

$$a_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F_i \cos \left( \frac{2j\pi t_i}{\tau} \right) \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3.53)$$

$$a_j = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F_i \operatorname{sen} \left( \frac{2j\pi t_i}{\tau} \right) \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3.54)$$

### 3.4.2. Integral de convolución

Las fuerzas que se aplican en los sistemas no periódicos y que varían con el tiempo de manera intermitente, son conocidas como impulso y se caracterizan por sus grandes magnitudes en  $F$  y porque actúan en un tiempo muy corto  $\Delta t$ . Sea  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{x}_2$  la velocidad inicial y final de una masa  $m$ , donde el impulso del sistema puede expresarse de la siguiente manera:

$$\text{Impulso} = F\Delta = m\dot{x}_2 - m\dot{x}_1 \quad (3.55)$$

La cual es posible reescribirse como:

$$\mathbf{F} = \int_t^{t+\Delta t} F dt \quad (3.56)$$

El impulso unitario  $\mathbf{f}$ , para un tiempo  $t = 0$  puede ser definido de la siguiente manera:

$$\mathbf{f} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_t^{t+\Delta t} F dt = 1 \quad (3.57)$$

Para que  $F dt$  sea un valor finito, se debe cumplir que  $\mathbf{F}$  tender al infinito y  $dt$  a cero.

De esta manera, el impulso unitario,  $\mathbf{f} = 1$ , también es expresado con la función de Dirac:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}\delta(t) = \delta(t) \quad (3.58)$$

Por último, la magnitud del impulso  $F$ , a  $t = 0$  es:

$$F = f\delta(t) \quad (3.59)$$

### 3.4.3. La Transformada de Laplace

En contraste con las series de Fourier que solamente pueden ser aplicadas para conocer la respuesta de funciones periódicas en los estados estables, la transformada de Laplace (LT), por sus siglas en inglés (Laplace Transform), describe los eventos transitorios de funciones no periódicas. Algunas de las características más interesantes de LT, son que puede aplicarse para ecuaciones diferenciales lineales en ecuaciones algebraicas y que encuentra las respuestas de un sistema con varias funciones de fuerzas sin la necesidad de precisar la forma de dichas respuestas.

La transformada de Laplace es definida como:

$$\mathcal{L}[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (3.60)$$

### 3.4.4. Métodos numéricos

Las simulaciones numéricas son utilizadas para la determinación de la respuesta de un sistema que está sometido a fuerzas arbitrarias. Por su naturaleza son métodos complejos y que muchas veces no pueden describir de una manera sencilla el comportamiento de un sistema simple. Sin embargo, normalmente son usados para situaciones experimentales y verificar la exactitud de soluciones analíticas. Por otro lado, son muy útiles para estudiar los comportamientos de los sistemas en función sus parámetros.

Sea la ecuación de movimiento de la Ec.(3.61) con las condiciones iniciales  $x(t = 0) = x_0$  y  $\dot{x} = \dot{x}_0$ . Para transformar dicha ecuación en otra equivalente de primer orden se tiene que

$$x_1(t) = x(t) \text{ y } x_2(t) = \dot{x}_1(t)$$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (3.61)$$

Haciendo el cambio de variables  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ , despejando el término de la aceleración y dividiendo entre la masa:

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{c}{m}x_2(t) - \frac{k}{m}x_1(t) + \frac{1}{m}F(t) \quad (3.62)$$

La Ec.(3.62) puede expresarse con un vector de la siguiente manera:

$$\dot{\vec{X}}(t) = \vec{F}(\vec{X}, t) \quad (3.63)$$

Los vectores quedan definidos por:

$$\vec{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \dot{\vec{X}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix},$$

$$\vec{F}(\vec{X}, t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{c}{m}x_2(t) - \frac{k}{m}x_1(t) + \frac{1}{m}F(t) \end{Bmatrix} \quad (3.64)$$

Algunos métodos de solución para las Ecs.(3.64), tales como el de Runge-Kutta, comienzan con un valor inicial al inicio del movimiento conforme a la siguiente expresión:  $x_{i+1} = x_i + \Delta x_i$ . Donde,  $x_{i+1}$  es el valor de  $x$  en el tiempo  $t = t_{i+1}$ ,  $x_i$  es el valor de  $x$  para  $t = t - i$  y  $\Delta x_i$  es el incremento de  $x_i$ . Ahora, si la solución de  $x(t)$  es válida para el intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq T$  y  $T$  es dividido en  $n$  partes iguales de tal manera que  $\Delta t = T/n$ , entonces,  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = \Delta t$ ,  $t_2 = 2\Delta t$ , ...,  $t_i = i\Delta t$ , y  $T = n\Delta t$ . Aplicando las series de Taylor para encontrar  $x(t)$  para  $t + \Delta t$  y donde  $k$  de  $(\Delta^k)$  representa el orden del algoritmo

de Runge-Kutta y es de la forma:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \dot{x}\Delta t + \ddot{x}\frac{(\Delta t)^2}{2!} + \dddot{x}\frac{(\Delta t)^3}{3!} + \dots \quad (3.65)$$

Asumiendo una serie de cuarto orden y comenzando con el vector inicial conocido  $x_0$  y  $\dot{x}_0$ , se tiene:

$$\vec{X}_{i+1} = \vec{X}_i + \frac{1}{6}[\vec{K}_1 + 2\vec{K}_2 + 2\vec{K}_3 + \vec{K}_4] \quad (3.66)$$

Y donde:

$$\vec{K}_1 = h\vec{F}(\vec{X}_i, t_i) \quad (3.67)$$

$$\vec{K}_2 = h\vec{F}(\vec{X}_i + \frac{1}{2}\vec{K}_1, t_i + \frac{1}{2}h) \quad (3.68)$$

$$\vec{K}_3 = h\vec{F}(\vec{X}_i + \frac{1}{2}\vec{K}_2, t_i + \frac{1}{2}h) \quad (3.69)$$

$$\vec{K}_4 = h\vec{F}(\vec{X}_i + \vec{K}_3, t_i) \quad (3.70)$$

### 3.4.5. Transformada Wavelet Continua

La Transformada Wavelet Continua (CWT), por sus siglas en inglés (Continuous Wavelet Transform), es otra metodología para el procesamiento de señales que proporciona mayor información que FT, ya que tiene la capacidad de implementar análisis localizados en el tiempo de la señal de estudio, dicha capacidad abre la posibilidad para detectar discontinuidades o eventos transitorios tales como impulsos en la señal. De igual manera, tiene la capacidad para

analizar fenómenos dinámicos en sistemas no lineales. La CWT es definida con la siguiente ecuación:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi \left( \frac{t - b}{a} \right) dt \quad (3.71)$$

Donde;  $x(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $a$  y  $b$  son la señal de entrada, la función base llamada Wavelet, el factor de escala y la distancia de traslación en el tiempo respectivamente. La CWT es uno de los métodos que presenta los resultados a manera de un mapa de colores con respecto al tiempo-frecuencia.

### 3.5. Sistemas lineales y no lineales

De acuerdo con la primera sección del presente capítulo, el comportamiento de un sistema puede ser clasificado en dos tipos: a) *lineal* o b) *no lineal*.

a) *Sistema lineal* cuando la respuesta es proporcional a la entrada y que además aplican los principios de homogeneidad, superposición, replicación y las relaciones entre la entrada y salidas son claras y relativamente fáciles de conocer. La homogeneidad significa que la entrada y la respuesta de un sistema son iguales cuando ambas son escaladas por el mismo factor  $K$ , o sea,  $Ky_1(t) = Kx_1(t)$ . La superposición significa que puede aplicarse la propiedad de aditividad entre las señales de entrada y las respuestas de cada una de ellas, es decir, si la entrada está compuesta de dos señales  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ , la respuesta podrá expresarse como a adición de sus respuestas individuales  $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ . La replicación indica que para la misma acción y condiciones a la entrada, se reproducen los mismos resultados. Las relaciones claras entre causa y efecto se refiere a que basta conocer los primeros ciclos del sistema para conocerlo en sus totalidad.

Las metodologías vistas hasta ahora son aplicadas comúnmente para trabajar con los sistemas lineales y estacionarios, otros han demostrado tener la capacidad para analizar eventos

transitorios en sistemas no estacionarios. Pero todos ellos están limitados cuando se trata de sistema no-lineales.

b) En un sistema no lineal no hay proporcionalidad ya que pequeñas causas provocan grandes efectos, tampoco aplica la propiedad de aditividad, son muy sensibles a las condiciones iniciales, no se puede reproducir de modo exacto el mismo experimento, son inestables e imprevisibles.

Los sistemas dinámicos generalmente son descritos mediante modelos y soluciones analíticas. Sin embargo, no todos los sistemas pueden ser determinados con soluciones analíticas y especialmente los sistemas no lineales dado que son extremadamente difíciles de resolver en contraste con los sistemas lineales. A pesar de ello, las soluciones de los sistemas lineales han sido útiles para estudiar los sistemas no lineales aunque con modelos simplificados de zonas localizadas cercanas a los puntos de operación y asumiendo un estado estable. No obstante y de acuerdo con (Daroogheh et al., 2017), los fenómenos no lineales son predominantes en los sistemas dinámicos reales de maquinaria.

A continuación se presentan los métodos que tienen la capacidad para resolver sistemas no lineales y dentro de ellos está el método propuesto para el presente trabajo de investigación.

### 3.6. Diagrama de fase

Dentro de las primeras metodologías aplicadas para analizar fallas mecánicas en maquinaria están los diagramas de fase, los cuales, se basan en el principio de Hamilton. El principio de Hamilton establece que cuando un sistema se mueve de un estado a otro en un tiempo  $t_1$  a  $t_2$ , dentro de una trayectoria Newtoniana, todas las posibles rutas reales siguen el principio de estacionariedad. El diagrama de fase describe el cambio de una partícula a través del tiempo en función del desplazamiento y el momento en el espacio Jáuregui-Correa (2019):

$$H(p, q) = \frac{p^2}{2m} + V(q) \quad (3.72)$$

Donde;  $p$ ,  $q$  y  $V(q)$  son el momento lineal, la posición y la energía potencial, respectivamente. El sistema de equilibrio queda representado cuando:  $\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$  y  $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$ . Por tanto, para una función  $\phi(p, q)$ , la evolución de la partícula en el diagrama de fase está dado como una función en el tiempo:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial q} \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial H}{\partial q} \quad (3.73)$$

La estabilidad dinámica del sistema de acuerdo con el teorema de Liouville se obtiene cuando:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial H}{\partial p} \dot{p} = 0 \quad (3.74)$$

La Ec. (3.74) significa que el volumen de diagrama de fase se conserva en el tiempo. Sea un vector de posición  $\vec{x}(t)$  y suponiendo que el momento lineal está solamente en función de la velocidad, la trayectoria de la partícula puede representarse mediante un gráfico en el espacio representado en la Figura 3.4a y/o con el plano de fase en dos dimensiones de acuerdo con la Figura 3.4b.

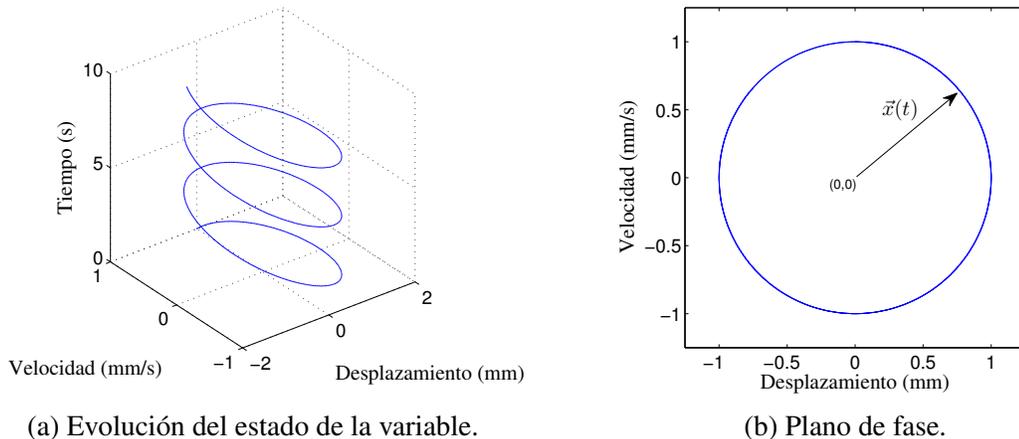


Figura 3.4: Representación de los gráficos de fase de la función armónica lineal:  $x = \sin(2t + \phi)$ .

### 3.7. Ecuaciones tradicionales no lineales de Duffing y van der Pol

Las ecuaciones de Duffing y de van der Pol son las ecuaciones más utilizadas en la caracterización de sistemas mecánicos no lineales, (Gonzalez-Cruz, 2016). Utilizando el modelo de la Figura 3.1 y adicionando la variable  $\beta$  para representar la no linealidad del sistema la Ec. (3.14) queda expresada por la Ec. (3.75). La solución por aproximaciones sucesivas para dicha ecuación es:  $\omega^2 = \omega_n^2 + \frac{3}{4}\beta^2 - \frac{F}{A}$ .

$$\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \beta x^3 = F \cos(\omega t) \quad (3.75)$$

Definiendo a  $\mu$  como el amortiguamiento no lineal del sistema, la ecuación del movimiento según van der Pol es:

$$\ddot{x} - \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0 \quad (3.76)$$

La Ec. (3.76) es un modelo muy útil para estudiar un punto fijo junto a un ciclo único en condiciones estables.

### 3.8. Diagramas de recurrencia

Como se ha comentado, los diagramas de recurrencia han sido aplicados con éxito en distintas disciplinas de la ciencia. Sin embargo, ha tenido poco uso en el campo de ingeniería y específicamente en la caracterización dinámica de sistemas mecánicos no lineales. A continuación se describe la metodología.

Los gráficos de recurrencia permiten visualizar las trayectorias de una partícula en el espacio de fase en función de la posición y velocidad de la partícula mediante un mapa aplicando el

principio de Hamilton.

La trayectoria de una partícula puede representarse mediante un vector discreto  $\vec{x}(t)$ , en el tiempo  $t$  sobre el plano de fase, como se ilustra en la Figura 3.6a.

$$\vec{x}(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n) \quad (3.77)$$

El diagrama de recurrencia (Marwan et al., 2007) es definido como:

$$\mathbf{R}_{i,j} = \Theta(\epsilon_i - \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|) \quad (3.78)$$

Donde;  $\epsilon_i$  es un error de control,  $\|\cdot\|$  es la norma y  $\Theta(x)$  es la función Heaviside. Luego,  $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^m$ , para  $i, j = 1 = 1 \dots N$ .

El resultado es una matriz de dimensión  $N \times N$  al comparar los estados  $i, j$  del sistema en el tiempo. Cuando los estados son similares se asigna un valor  $R_{i,j} = 1$  en la matriz, en caso de ser diferentes reciben el valor  $R_{i,j} = 0$ . A la matriz resultante se le conoce como diagrama o gráfico de recurrencias.

La Figura 3.5 describe el comportamiento del sistema dinámico de Lorenz. En la Figura 3.6a pueden observarse a tres puntos próximos sobre las trayectorias vecinas en el sistema de Lorenz. Donde,  $A$  es la posición inicial de un punto  $x_i$ ,  $B$  es la posición del mismo punto luego de una vuelta  $x_j$ ,  $D$  es la posición del punto de referencia en la siguiente vuelta  $x_{j+1}$ ,  $C$  es el error del control de recurrencia  $\epsilon$ . Los puntos  $A$  y  $B$  son negros porque están dentro del error de control, es decir, hay recurrencia. En cambio, el punto  $D$  es transparente debido que está fuera del círculo  $C$ . La Figura 3.5b es el gráfico de recurrencia del sistema de Lorenz.

Por definición  $R_{i,j}^{m,\epsilon_i} = 1 (i = 1 \dots N)$  y representa la principal línea diagonal formada por sus puntos negros en RP. Tal diagonal es conocida como línea de identidad (*LOI*), por sus siglas en inglés (Line of identity). *LOI* tiene un ángulo de 45 con respecto al eje horizontal.

Otra característica muy importante de RP es la capacidad para representar y analizar deforma-

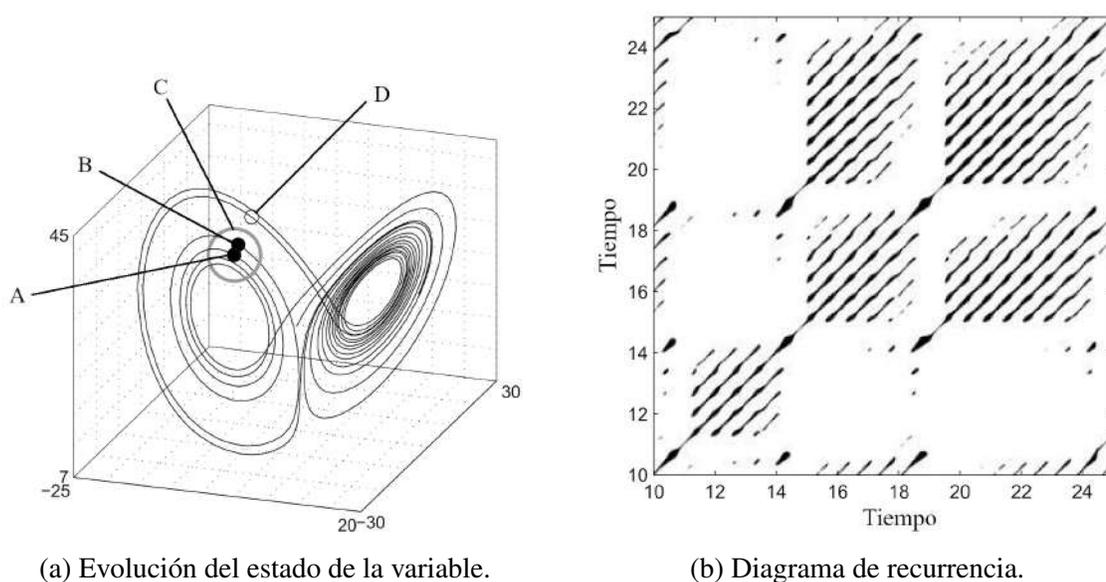


Figura 3.5: (a) Trayectoria de fase en el espacio del sistema de Lorenz y (b) Diagrama de recurrencia de dicho sistema.

Fuente: Marwan et al. (2007).

ciones grandes. La Figura 3.6 muestra gráficamente las flexiones sobre una viga en voladizo que está empotrada en un solo extremo. Puede observarse que todos los ciclos están debidamente registrados en el gráfico de fase en el espacio Figura 3.6a y de igual manera, el RP correspondiente da un patrón de líneas característico de dicho comportamiento mostrado en la Figura 3.6b.

La selección del error permito  $\varepsilon$  es un punto crítico en los gráficos de recurrencia. Una regla empírica para su selección es tomar un valor del 10 % del diámetro máximo de su fase, Sin embargo, cada caso de estudio debe analizarse específicamente. Los resultados de un mismo análisis considerando diferentes valores para  $\varepsilon$  son mostrados en la Figura 3.7. El patrón de a Figura 3.7-I, es homogéneo característico del ruido blanco y uniforme. el patrón de la Figura 3.7-II representa un movimiento periódico. El patrón de la Figura 3.7-III corresponde a un mapa logístico para una fórmula específica. El patrón de la Figura 3.7-IV es propio de un movimiento disruptivo. Los valores para el error permito de los gráficos son:  $\varepsilon=0.2$  (I, III y IV) y  $\varepsilon=0.4$  (II). Estos ejemplos dan una idea del efecto que el error permitido tiene sobre los gráficos.

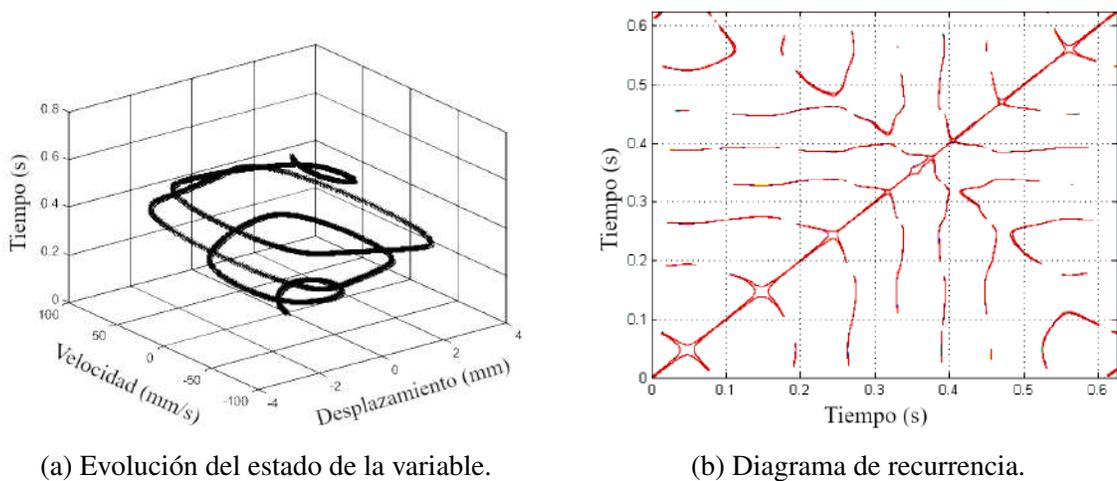


Figura 3.6: Comportamiento dinámico de una viga en voladizo mostrando sus deformaciones grandes.

Fuente: Jáuregui-Correa (2019).

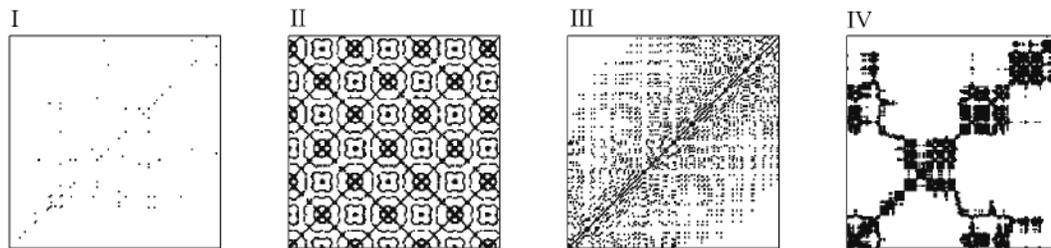


Figura 3.7: Efectos de la sensibilidad de RP en la detección de los cambios en un sistema.

Fuente: Marwan et al. (2007).

### 3.8.1. Análisis cualitativo de concurrencias

El propósito original de los RP era visualizar las trayectorias más grandes y el tiempo de su evolución. Los patrones de la estructura de la matriz RP mostraron que tenían una clara relación con el comportamiento dinámico del sistema. Eckmann et al. (1987) fue el primer investigador que usó la topología y la textura de RP para la caracterización de los sistemas dinámicos complejos. La topología muestra si el sistema es homogéneo, periódico, si hay pequeñas variaciones o si el sistema es disruptivo. En tanto que la textura es caracterizada por los puntos y las líneas diagonales, verticales y horizontales.

La Tabla 3.2, describe algunos significados de los patrones resultantes en los gráficos de recurrencia .

Tabla 3.2: Significado de los patrones en los RP.

Patrón en la gráfica	Significado
Homogeneidad	Sistema estacionario (Fig. 3.7-I)
Estructuras periódicas	Sistema oscilatorio (Fig. 3.7-II)
Cambios pequeños	Sistema con variación lenta de parámetros (Fig. 3.7-III)
Zonas blancas	Sistema disruptivo (Fig. 3.7-IV)
Puntos	Fluctuaciones en el sistema / ruido
Líneas diagonales	Sistema determinístico o caótico
Líneas verticales, horizontales	Estado laminar
Agrupamientos	Diferentes estados
Estructura curvadas	Cambios dinámicos

### 3.8.2. Análisis cuantitativo de recurrencias

Como se ha explicado en la sección anterior, la topología de RP permite la visualización de los fenómenos no lineales sujetos a condiciones no estacionarias, conforme a las Ecs. (3.77) y (3.78). Una metodología para cuantificar de una manera más objetiva el sistema dinámico sujeto de estudio es el análisis cuantitativo de recurrencia (RQA), por sus siglas en inglés (Recurrence Quantification Analysis) que fue introducido por (Zbilut et al., 1998). Los parámetros utilizados para dicha la cuantificación son descritos a continuación.

Tasa de recurrencia ( $RR$ ), por sus siglas en inglés (Recurrence Rate), es la densidad de todos los puntos de recurrencia de la matriz RP.

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{i,j} m, e \quad (3.79)$$

Determinismo del sistema ( $DET$ ), por sus siglas en inglés (Determinism), proporciona la razón de los puntos de recurrencia que se encuentran en las líneas diagonales  $l$  de la estructura matricial  $P^e(l) = \{l_i; i = 1 \dots N_l\}$ , y  $N_l$  es el número absoluto de las líneas diagonales de RP. Esta medida es diferente del determinismo del proceso.

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP^\epsilon(l)}{\sum_{i,j}^N R_{i,j}^{m,\epsilon}} \quad (3.80)$$

Longitud media de la línea diagonal ( $L$ ), por sus siglas en inglés (Average Diagonal Line Length), es el tiempo promedio en que dos segmentos están cerca entre ellos sobre la trayectoria y también se le conoce como tiempo de predicción promedio.

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP^\epsilon(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P^\epsilon(l)} \quad (3.81)$$

Longitud máxima  $L_{max}$  de las estructuras diagonales de la matriz. La longitud máxima de las líneas diagonales y está relacionado con el máximo exponente positivo de Lyapunov (Eckmann et al., 1987).

$$L_{max} = \max(\{l_i; i = 1 \dots N_l\}) \quad (3.82)$$

Divergencia ( $DIV$ ), por sus siglas en inglés (Divergence), es el inverso de la longitud máxima.

$$DIV = \frac{1}{L_{max}} \quad (3.83)$$

La Entropía ( $ENTR$ ), por sus siglas en inglés (Entropy), define a la entropía de Shannon con respecto a la distribución de la frecuencia de las longitudes de las líneas diagonales y describe la complejidad de la estructura determinística del sistema.

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^N p(l) \ln p(l) \quad \text{para,} \quad L = \frac{P^\epsilon(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P^\epsilon(l)} \quad (3.84)$$

La Tendencia ( $TREND$ ), por sus siglas en inglés (Trend), es el coeficiente de la regresión lineal con respecto a la  $RR$  y las líneas diagonales paralelas a la principal o línea de identidad

LOI por sus siglas en inglés (Line of identity), en RP cuando  $R_{i,i} = 1$ .

$$TRENDA = \frac{\sum_{i=l}^N (i - N/2)(RR_i - \langle RR_i \rangle)}{\sum_{i=l}^N (i - N/2)^2} \quad (3.85)$$

Laminaridad ( $LAM$ ), por sus siglas en inglés (Laminarity), es definida como la razón entre los puntos de recurrencia formados por las estructuras verticales y el conjunto del total de los puntos de recurrencia.

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N vP^\epsilon(v)}{\sum_{v=l}^N vP^\epsilon(v)} \quad (3.86)$$

Tiempo de captura (TT), por sus siglas en inglés (Trapping Time), es el promedio de las longitudes verticales de la matriz RP, es decir es un indicador del tiempo que un sistema permanecerá en un estado específico.

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{min}}^N vP^\epsilon(v)}{\sum_{v=v_{min}}^N vP^\epsilon(v)} \quad (3.87)$$

Longitud máxima de las estructura verticales ( $V_{max}$ ), por sus siglas en inglés (Maximal Length of the Vertical Structures), da una resultado similar a  $L_{max}$ .

$$V_{max} = \max(\{v_i; i = 1 \dots L\}) \quad (3.88)$$

### 3.8.3. Diagramas de recurrencia cruzadas

Hasta ahora se ha visto que los RP representan una trayectoria  $\vec{x}_i$  de longitud  $N_x$  en el diagrama de fase. Sin embargo, agregando una segunda trayectoria  $\vec{y}_j$  con una longitud  $N_y$  al mismo diagrama de fase, es posible realizar una comparación entre todos los puntos de las dos trayectorias. Dicha comparación es conocida como diagramas de recurrencia cruzadas (CRP), por sus siglas en inglés (Cross Recurrence Plot).

$$\mathbf{CR}_{i,j} = \Theta(\epsilon_i - \|\vec{x}_i - \vec{y}_j\|) \quad (3.89)$$

Donde;  $\epsilon_i$  es un error de control,  $\|\cdot\|$  es la norma y  $\Theta(x)$  es la función Heaviside. Donde,  $\vec{x}_i, \vec{y}_j \in \mathbb{R}^m$ , para  $i = 1 = 1 \dots N_x, j = 1 = 1 \dots N_y$ .

### 3.9. Transformada de Hilbert-Huang y EMD

La HHT es un metodología empírica para el análisis de datos en el dominio del tiempo-frecuencia-energía. Esta técnica es adaptativa y tiene la capacidad de describir procesos no lineales en regímenes no estacionarios. Consta de dos partes: a) descomposición de los modos intrínsecos EMD, y b) el análisis espectral de Hilbert (HSA) por sus siglas en inglés (Hilbert Spectral Analysis) (Huang et al., 1998).

Una forma para determinar la frecuencia instantánea por medio de HHT de una función conjugada compleja  $y(t)$  con respecto de cualquier función real  $x(t)$  de  $L^p$ , es la siguiente:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.90)$$

Donde;  $PV$  es el valor principal de la integral singular. La señal analítica se define como se indica a continuación:

$$z(t) = x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (3.91)$$

Donde;  $a(t) = \sqrt{x^2 + y^2}$  y  $\theta(t) = \arctang(y/x)$ . Siendo  $a(t)$  la amplitud instantánea,  $\theta$  la función de la fase y por tanto, la frecuencia instantánea queda dada por:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (3.92)$$

### 3.9.1. Descomposición de los modos intrínsecos de una señal

El método para la descomposición de los modos intrínsecos EMD tiene la capacidad para analizar sistemas mecánicos no lineales y no estacionarios. El principio de esta metodología es el de descomponer una series de datos complejos en el dominio del tiempo en un número finito de funciones modales intrínsecas IMF más simples. EMD es una metodología adaptativa para todo tipo de sistemas. Dicha descomposición extrae la energía del espectro para las diferentes escalas de tiempo intrínsecas (Huang et al., 1998). El método comienza identificando los máximos y mínimos del espectro en el dominio del tiempo. Posteriormente construye las envolventes con splines cúbicos para cada serie de máximos y mínimos mediante interpolación. El siguiente paso es calcular una tercera envolvente con los valores medios  $m_1$  entre las envolventes de máximos y mínimas, esta nueva envolvente es el primer IMF. El proceso se repite continuamente hasta que se cumpla cualquiera de las dos condiciones: a) que el valor de la media entre las envolventes máxima y mínima tienda a cero, y b) que el número de extremos y cruces por cero no difiera por más de la unidad.

$$h_1 = x(t) - m_1 \quad (3.93)$$

Donde;  $h_1$  es el primer componente, es decir, el IMF1.

La Figura 3.8, ilustra el primer modo calculado para un espectro en el dominio del tiempo.

El resultado de este proceso genera un número finito de IMF descritos por la siguiente la Ec. (3.94):

$$x(t) = \sum_{i=1}^N IMF_i + Res(t) \quad (3.94)$$

Donde,  $IMF_i(t)$ ,  $N$  y  $Res(t)$  son todos los posibles IMF, el número de IMF generados y el residuo respectivamente. Cuando los datos contienen alguna tendencia, ya sea debida al propio comportamiento del sistema dinámico o por algún proceso de integración, el residuo

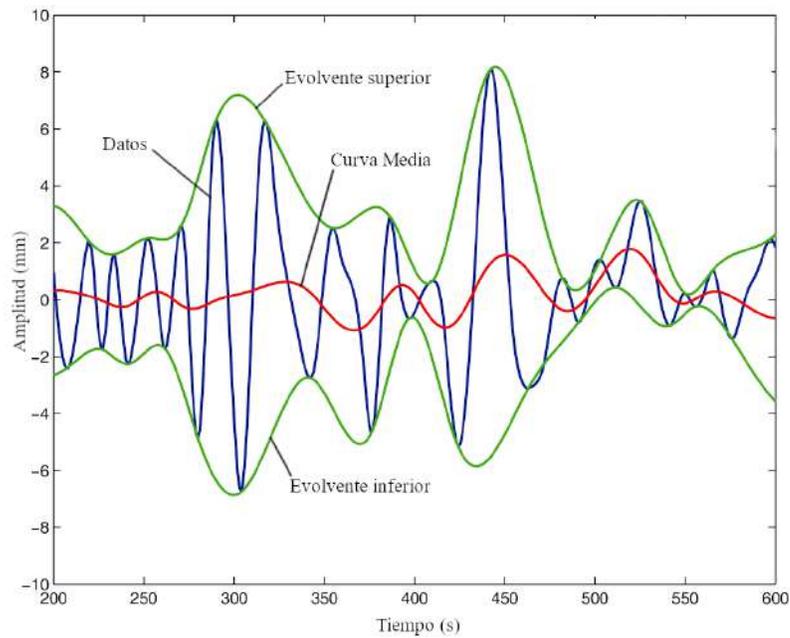


Figura 3.8: Primer modo de vibración IMF1 (línea roja) a partir de sus envolventes (línea verde) que a su vez son estimadas de los datos de prueba (línea azul).

*Fuente: Huang et al. (1998).*

y los modos más bajos describen dicha tendencia.

La capacidad de EMD para descomponer una señal compleja en oscilación más simples y para encontrar la la tendencia de los datos analizados, han hecho que el los últimos años se haya venido aplicando para resolver el problema de la tendencia de la integración del espectro de aceleración para fines prácticos en ingeniería (Wang and Ji, 2018).

Finalmente, todos los IMF pueden gratificarse como puede observarse en la Figura 3.9.

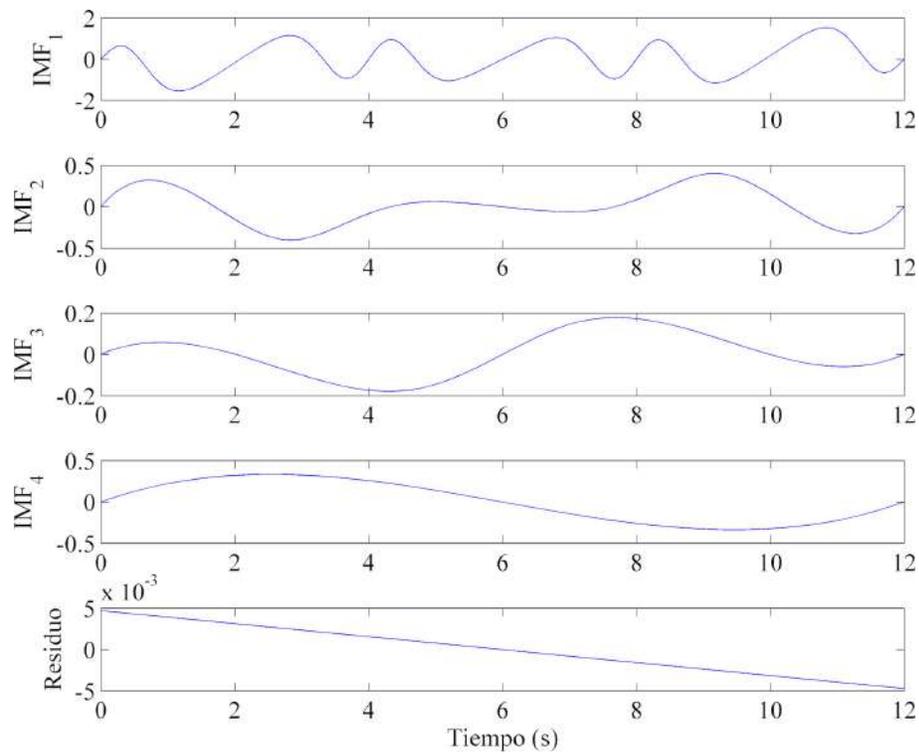


Figura 3.9: IMF resultantes para un análisis de referencia.

*Fuente: Algoritmo adaptado de Matlab.*

### 3.10. Integración de señal de aceleración y velocidad.

Para encontrar el espectro del desplazamiento de un sistema dinámico, es necesario realizar una doble integración de la aceleración registrada mediante un acelerómetro industrial. Las metodologías de integración más representativas pertenecen al dominio del tiempo y de la frecuencia. En el dominio del tiempo la integración de la señal de aceleración es procesada directamente dentro del mismo dominio. Mientras que en el dominio de la frecuencia, la señal original es transformada al dominio de la frecuencia aplicando la FFT; donde posteriormente, tiene lugar la integración. Finalmente, el resultado vuelve a transformarse al dominio del tiempo a través de la IFT para obtener de esta manera la velocidad o desplazamiento. Cada paso de integración provoca errores acumulativos, los cuales, al final generan fuertes tendencias sobre los espectros resultantes. Los errores son el resultado de la densidad en la

discretización de los datos adquiridos, de las condiciones iniciales que son generalmente desconocidas, del acondicionamiento de la señal del equipo y del método de integración. Por lo tanto, las tendencias deben ser corregidas para que los resultados sean confiables (Xu et al., 2019). Las tendencias son normalmente corregidas mediante el cálculo y extracción de las curvas representativas de las tendencias. El método clásico para encontrar la tendencia es por medio de una función polinomial. Sin embargo, cada vez surgen nuevas alternativas, tales como el empleo del método EMD (Bokde et al., 2019; Voznesensky and Kaplun, 2019). Cuando se trata con funciones armónicas simples, la selección de un polinomio de segundo grado puede resolver el problema. Sin embargo, en caso de vibraciones complejas, el grado del polinomio debe ser mayor y su selección tiende a ser subjetivo y dependiente del criterio de investigador.

Dado que las condiciones iniciales de la velocidad y del desplazamiento del muestreo son desconocidas, usualmente son definidas con un valor inicial de cero. Dicha suposición produce errores en los resultados que deben ser considerados para minimizar las desviaciones en la integración. Los dos métodos de integración más utilizados son la regla del trapecio y de Simpson.

El presente trabajo, las integrales serán comparadas contra la regla de Simpson 3/8 dado que es la técnica que tiene un menor error de truncamiento (Xu et al., 2019).

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{8} \left[ f(a) + 3f\left(\frac{b+2a}{3}\right) + 3f\left(\frac{2b+a}{3}\right) + f(b) \right] - \frac{(b-a)^5}{6480} f^{(4)}(\xi) \quad (3.95)$$

De tal manera que el error de truncamiento es definida por la siguiente ecuación y donde  $\xi \in (a, b)$ :

$$e(f) = -\frac{(b-a)^5}{6480} f^{(4)}(\xi) \quad (3.96)$$

# Capítulo 4

## Metodología

### 4.1. Metodología

La metodología propuesta para desarrollar el tema de investigación es mostrado en el diagrama de la Figura 4.1. Como puede observarse, dicha metodología está en función de los objetivos de tal manera que al desarrollar los objetivos específicos, se logra cumplir con el objetivo general. También se han marcado con líneas de color y discontinuas las contribuciones principales del tema de investigación. El primer recuadro en color rojo y línea punteada, representa el método de integración propuesto (PSEMDI), por sus siglas en inglés (Phase Shift Empirical Mode Decomposition Integration). El método de integración propuesto consiste en descomponer la señal de vibración en aceleración mediante EMD e integrar cada modo de vibración de acuerdo con la identidad del corrimiento de fase tomando en cuenta el período fundamental y los pesos de cada IMF, para que al final sumando nuevamente todos los IMF, se obtenga el espectro de velocidad. Al repetir el mismo procedimiento y partiendo de la velocidad puede determinarse el espectro para el desplazamiento. De esta manera, se logra realizar la doble integración de la señal conservando las características del EMD y especialmente las no linealidades de la señal, mismas que son la razón fundamental de la presente investigación.

El segundo recuadro en color azul y línea punteada, representa el método para el diagnóstico de fallas de maquinaria con base en el método de integración propuesto y RP, de tal manera que, a esta combinación se le ha llamado metodología PSEMDI-RP.

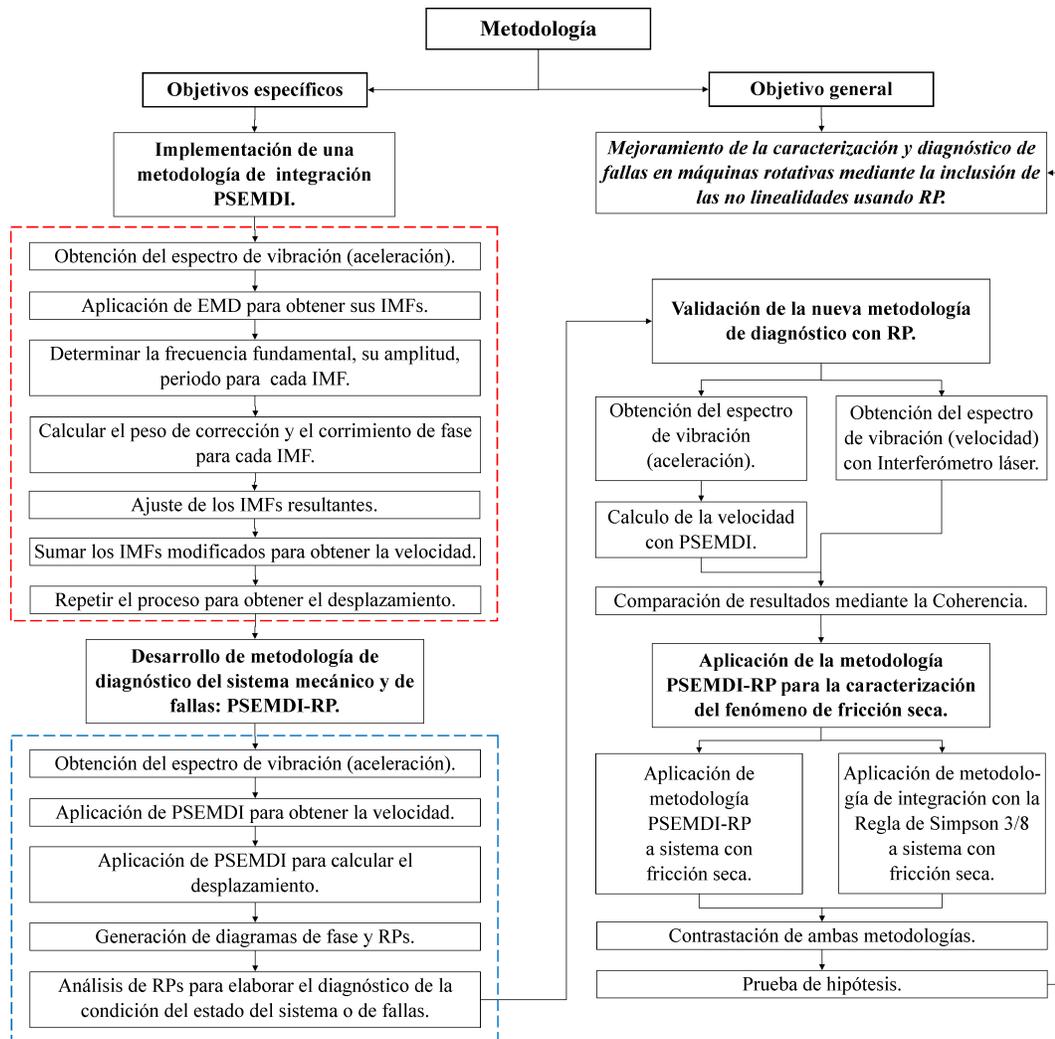


Figura 4.1: Diagrama de la metodología de investigación.

El siguiente paso es la validación de la metodología PSEMDI-RP por medio de la contrastación de los resultados entre la velocidad obtenida con el método PSEMDI-RP y la velocidad obtenida directamente con un espectrómetro láser en el banco de pruebas ilustrado en la Figura 4.6. La vibración registrada es la debida a un caso de fricción seca sobre la superficie exterior de un cilindro metálico. El parámetro de comparación será mediante un gráfico de recurrencia.

Finalmente, la metodología PSEMDI-RP es aplicada a un caso de fricción seca sobre el banco de pruebas mostrado en la Figura 4.6, y los resultados son comparados contra los obtenidos a través de un método de integración convencional, que para el presente caso, es la regla de Simpson 3/8. Dicha contrastación, además de cumplir con el objetivo general, es utilizada para comprobar la hipótesis del proyecto de investigación.

Finalmente el nuevo método PSEMDI-RP es aplicado en un caso real y en específico para diagnosticar la condición del aerogenerador de 12 kW instalado en las instalaciones de la Universidad Autónoma de Querétaro, Campus Aeropuerto.

## 4.2. Método de integración PSEMDI

Como fue descrito en el capítulo 3, EMD descompone una señal de vibración en un conjunto de espectros con sus modos empíricos o IMF en el dominio del tiempo a diferentes rangos de frecuencias y cuya peculiaridad principal es que conserva todos los fenómenos dinámicos del sistema, es decir, fenómenos lineales, no lineales y puede representar sin mayor problema cualquier sistema estacionario y no estacionario. De igual manera, se comentó que los IMF con rangos de frecuencias más bajos son los que contienen las tendencias de baja vibración y que se han utilizado para eliminar los errores de tendencia provocados por los métodos de integración convencionales. También se describió que esta técnica ha sido combinado con otras metodologías para estudiar algunos problemas en baleros por mencionar solo alguno.

Para el presente trabajo, la propuesta es utilizar EMD para realizar la integración directamente sobre los IMF, de tal manera que cuando se vuelvan a sumar el resultado sea la señal integrada. Para tal caso, es muy interesante notar que al calcular las frecuencias fundamentales de cada IMF, siempre hay una frecuencia dominante excepto para los espectros de alta frecuencia. Por lo tanto, tomando en cuenta dicha frecuencia dominante en cada IMF, es posible aplicar la propiedad de la señal mediante el corrimiento de fase de  $90^\circ$  para realizar su integración. En consecuencia por cada integración la señal deberá correrse un cuarto del

periodo de la frecuencia fundamental Torres-Contreras et al. (2021a). Con esta aseveración no solo es posible calcular la integración aproximada de la señal, sino que también podrán obtenerse los espectros con todas las características de la señal original y especialmente las no lineales, las cuales son el tema principal de la investigación en curso. A continuación se describe el método de integración propuesto.

Asumiendo que  $A_{f_i} \cos(w_{f_i}t)$  representa a un  $IMF_i$ , se tiene la siguiente ecuación:

$$a(t) = A_{f_1} \cos(w_{f_1}t) + A_{f_2} \cos(w_{f_2}t) + \dots + A_{f_n} \cos(w_{f_n}t) \quad (4.1)$$

De acuerdo con la integración correspondiente, se tiene que:

$$v(t) = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt = -\frac{A_{f_1}}{w_{f_1}} \sin(w_{f_1}t) - \frac{A_{f_2}}{w_{f_2}} \sin(w_{f_2}t) - \dots - \frac{A_{f_n}}{w_{f_n}} \sin(w_{f_n}t) + K \quad (4.2)$$

Luego, al aplicar la propiedad del corrimiento de fase, resulta:

$$v(t) = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt = \frac{A_{f_1}}{w_{f_1}} \cos\left(w_{f_1}t + \frac{\tau_{f_1}}{4}\right) + \frac{A_{f_2}}{w_{f_2}} \cos\left(w_{f_2}t + \frac{\tau_{f_2}}{4}\right) + \dots + \frac{A_{f_n}}{w_{f_n}} \cos\left(w_{f_n}t + \frac{\tau_{f_n}}{4}\right) + K \quad (4.3)$$

Donde;  $a(t)$ ,  $v(t)$  y  $t$  son la aceleración, la velocidad y el tiempo respectivamente; de igual manera  $w_{f_i}$ ,  $A_{f_i}$  y  $\tau_{f_i}$  son la frecuencia fundamental de cada  $IMF_i$ , su amplitud y su periodo. Finalmente,  $K$  es la constante de integración.

La frecuencia fundamental está dada por la siguiente Ec. (4.4), la cual, está basada en la DFT. Y donde;  $n$  es el número de secuencia del dato discreto a evaluar,  $N$  es el tamaño de la muestra,  $i$  es el número de IMF evaluados,  $k$  son las frecuencias discretas en las que se descompone la señal respectivamente. De esta manera  $w_{f_i}$  es la frecuencia con el máximo valor de la amplitud  $A_{f_i}$  del espectro de frecuencias de la DFT.

$$w_{f_i}(k) = k_{max} \left( \sum_{n=0}^{N-1} IMF_i(n) e^{\frac{-j2\pi kn}{N}} \right) \quad (4.4)$$

Para corregir la amplitud de los IMF luego de la integración habrá que estimar el valor del peso de referencia, mismo que está definido como:

$$W_{ri} = \frac{A_{fi}}{2\pi w_{fi}} \quad (4.5)$$

De esta manera, las nuevas amplitudes de los  $IMF_i$  pueden ser expresadas de acuerdo con la Ec. (4.6).

$$IMF_{i1} = \frac{IMF_{i0}}{p_{ri}} \quad (4.6)$$

Para terminar con la integración es necesario realizar el corrimiento de fase tomando como referencia la  $w_{fi}$  y su periodo correspondiente  $\tau_{fi}$ . Dicho corrimiento está definido por el número de puntos de corrimiento (NPC) que se debe correr todo el gráfico de  $IMF_i$  y que es equivalente a  $1/4$  de  $\tau_{fi}$ .

$$NPC_i = \frac{F_s}{w_{fi} \left( \frac{\tau_{fi}}{4} \right)} \quad (4.7)$$

La integración del espectro  $IMF_i$  queda resuelta por la Ec. (4.8). Como puede observarse, el espectro comienza en el dato NPC debido al corrimiento de fase. Esto significa que hay una reducción de datos a analizar por el proceso de integración.

$$IMF_{i2} = \sum_{n=NPC_i}^N IMF_{i1} \quad (4.8)$$

Finalmente, se suman todos los  $IMF_i$  integrados para obtener la señal de aceleración integrada y de esta manera, encentrar el espectro de la velocidad.

El proceso es repetido para encontrar el desplazamiento a partir del espectro de la señal de velocidad obtenida.

La Tabla 4.1 describe los pasos resumidos para la implementación del método de integración PESMDI. Los datos principales de entrada son la frecuencia de muestreo ( $F_s$ ), el tiempo de adquisición muestral ( $T_s$ ) y el número de datos a analizar. Como regla general, la señal fue ajustada para hacer coincidir la media del espectro con el origen de la abscisa del gráfico tiempo-aceleración. Posteriormente, la señal es normalizada.

Tabla 4.1: Método de integración PSEMDI.

Paso	Proceso de integración
1	Obtención del espectro de vibración usando un acelerómetro industrial.
2	Calcular los IMF de la señal de aceleración con EMD.
3	Encontrar la amplitud y periodo de la frecuencia fundamental de cada $IMF_i$ con DFT.
4	Estimar el peso para cada amplitud fundamental y hacer la compensación: $W_i = \frac{A_i}{2\pi w_{f_i}}$ .
5	Encontrar las nuevas amplitudes para los $IMF_i$ corregidos: $IMF_{i1} = \frac{IMF_{i0}}{W_i}$ .
6	Aplicar el corrimiento de fase con $\tau_{f_i}/4$ para cada $IMF_i$ .
7	Sumar los nuevos $IMF_i$ corregidos para obtener la velocidad.
8	Repetir los pasos 2–7 to para encontrar el desplazamiento partiendo de la velocidad.

Como todos los métodos de integración de la misma índole, éste también puede ser clasificado como un método aproximación dado que de alguna manera, EMD hace la función de un filtro especial. Una restricción importante y que no está relacionada con la certeza de los resultados, es que al aplicar la propiedad del corrimiento de fase, las señales deben desplazarse 1/4 del periodo fundamental, esta condición implica una reducción del rango de datos analizados equivalente al mismo corrimiento. Para altas frecuencias, dicho corrimiento es pequeño, pero para frecuencias bajas, el corrimiento es significativo y pudiera llegar a reducir hasta un 50 % el número de datos útiles en un análisis. Este efecto deberá tomarse en cuenta antes de iniciar una análisis mediante la metodología propuesta y para asegurar que la zona de interés no se vea afectada por esta situación.

### 4.3. Método PSEMDI-RP para diagnóstico de fallas

La metodología de análisis propuesta para el diagnóstico de la condición o de fallas en maquinaria rotativa es la combinación de PSEMDI y RP como había de esperarse. La característica más importante que puede resaltarse de ambos métodos es la capacidad para analizar sistemas mecánicos no lineales y regímenes no estacionarios. Adicionalmente, RP añade la propiedad de analizar sistemas mecánicos en maquinaria de manera cualitativa y cuantitativa.

#### 4.3.1. Redefinición de RP

De acuerdo con la sección 3.8 del capítulo 3, una partícula en movimiento dentro de su plano de fase es descrita por el vector  $\vec{x}(t)$  de la Ec. (3.77), misma que puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\vec{x}_{pi}(t) = \sqrt{\vec{v}_i^2 + \vec{x}_i^2} \quad (4.9)$$

Donde,  $\vec{v}_i$  y  $\vec{x}_i$  son la velocidad y el desplazamiento respectivamente obtenidos por la integración de la aceleración con el método PSEMDI.

Adicionalmente, puede considerarse al ángulo de fase como un segundo criterio para tener un mayor control en la descripción de la trayectoria de la partícula como lo muestra la siguiente expresión:

$$\vec{x}_{ai}(t) = \arctan \left( \frac{\vec{v}_i}{\vec{x}_i} \right) \quad (4.10)$$

Así, es factible reescribir la Ec. (3.78) como se muestra a continuación:

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & : |\vec{x}_{pi} - \vec{x}_{pj}| < \epsilon \\ 1 & : |\vec{x}_{ai} - \vec{x}_{aj}| < \epsilon \\ 0 & : |\vec{x}_{pi} - \vec{x}_{pj}| > \epsilon \\ 0 & : |\vec{x}_{ai} - \vec{x}_{aj}| > \epsilon \end{cases} \quad \text{where } i, j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.11)$$

Donde, el error máximo permitido para la matriz de recurrencia  $R_{i,j}$  es  $\epsilon$ .

### 4.3.2. Metodología PSEMDI-RP

La metodología de análisis PSEMDI-RP es descrita en la Tabla 4.2 y comienza por la medición de la vibración sobre un punto específico de una máquina o sistema mecánico. El espectro de vibración es obtenido por medio de un acelerómetro industrial y por lo tanto, las unidades corresponderán a las de aceleración de acuerdo con el sistema de unidades que se use. Se deberá tener en cuenta la pérdida del rango de medición debido al corrimiento de fase de los espectros IMF más bajos para que las frecuencias de interés no se vean afectadas. Es importante conocer la frecuencia de muestreo, ajustar la media del espectro contra el eje horizontal del gráfico y normalizar el espectro de vibración.

Tabla 4.2: Método de análisis PSEMDI-RP.

Paso	Proceso para los análisis
1	Obtención del espectro de vibración usando un acelerómetro industrial.
2	Realizar la doble integración mediante PSEMDI para transformar la aceleración en la velocidad y finalmente en su desplazamiento.
3	Construir los gráficos de fase en el espacio y en un plano para mayor claridad del comportamiento dinámico del sistema.
4	Elaborar el gráfico RP.
5	Análisis cualitativo y cuantitativo del sistema de estudio basado en RP.
6	Elaboración del reporte de resultados con el diagnóstico del sistema mecánico y/o de falla.

El método de análisis PSEMDI-RP es un método gráfico experimental que requiere de un trabajo previo para tipificar los diferentes tipos de fallas de los sistemas mecánicos o maquinaria para poder maximizar su utilidad. Probablemente, pueda combinarse con algún algoritmo de inteligencia artificial para poder aprovechar todo su potencial.

## 4.4. Validación del método de integración PSEMDI

La validación del método de integración propuesto, consiste en la comparación entre el espectro de velocidad generado por PSEMDI y el espectro de velocidad obtenido con un interferómetro láser o mejor conocido como vibrómetro láser para un mismo caso de carga de fricción desarrollado en el banco de pruebas mostrado en la Figura 4.6. La comparación es realizada a través de dos criterios: a) Coherencia y b) Correlación cruzada entre ambas señales.

### 4.4.1. Coherencia

La coherencia  $\gamma_{xy}^2(f)$  entre dos señales  $x(t)$  y  $y(t)$  está definida por la siguiente ecuación:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} \in [0, 1] \quad (4.12)$$

Donde;  $G_{xy}(f)$  es el espectro cruzado entre las señales comparadas,  $G_{xx}(f)$  y  $G_{yy}(f)$  son sus respectivas autodensidades espectrales.

Los valores de la coherencia son descriptores estadísticos que indican la existencia de alguna correlación entre las señales comparadas. El valor de la coherencia oscila entre 0 y 1, el valor más alto significa que hay una perfecta similitud estructural entre ambas señales y sucede lo contrario con los valores que tienden a cero. Obviamente, un valor igual a 0 indica que no hay ninguna correlación entre las señales comparadas.

#### 4.4.2. Correlación cruzada

Un segundo método para comparar dos señales de vibración en el tiempo  $x$  y  $y$ , es la Correlación Cruzada, la cual, calcula la similaridad de las señales asumiendo un tiempo  $d$  de desplazamiento entre ellas. Los valores de la función son máximos cuando existe una mayor similitud entre las señales.

$$r_{xy}(d) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+d)y^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t-d) dt \quad (4.13)$$

#### 4.5. Aplicación de PSEMDI-RP a un caso de fricción seca

El método PSEMDI-RP es probado mediante su aplicación en un caso de fricción seca sobre la superficie radial externa de un disco desbalanceado conforme al arreglo conceptual del banco de prueba mostrado en la Figura 4.2. La idea general del experimento es analizar el mismo caso de fricción seca con la nueva metodología PSEMDI-RP y contrastar los resultados contra los obtenidos a través de un método de integración convencional y RP. El método de integración convencional que se utiliza es la Regla de Simpson 3/8 (Ec. 3.95), dado que tiene un menor error de truncamiento que el Trapezoidal y la demanda de recursos de computo es razonablemente baja. Los resultados son contrastados entre ambas metodologías y con ello se hace la prueba de la hipótesis de la investigación.

#### 4.6. Modelo del arreglo para estudio

El arreglo conceptual del banco de pruebas empleado para la experimentación es descrito en la Figura 4.2. El banco de pruebas incluye un disco de acero de masa  $m$ , ensamblado en una flecha con un diámetro  $d$  y soportada equidistántemente entre dos chumaceras. Un motor eléctrico mueve la flecha por medio de un cople flexible. El disco cuenta con barrenos

roscados dentro de un círculo concéntrico para colocar hasta 16 masas de prueba para generar el desbalanceo. Un acelerómetro unidireccional está montado en posición vertical en la base de la chumacera A. La celda de carga está unida a una placa de acero para realizar el contacto con la superficie externa del disco y con un montaje flexible para asegurar que siempre haya contacto y minimizar los efectos de contacto para no sobrecargar al motor. Conforme al diseño del banco, la fuerza de fricción se incrementa con el aumento del desbalanceo y de la velocidad y tiene un comportamiento predominantemente armónico. El ajuste de la precarga entre la celda de carga ha sido ajustado al mínimo suficiente para asegurar un ligero contacto entre la placa de contacto de la celda y la superficie del disco. De esta manera, la fuerza centrífuga generada por la masa de desbalanceo provoca una deflexión en la flecha, misma que produce una fuerza de contacto contra la celda de carga, como es representado en la Figura 4.3.

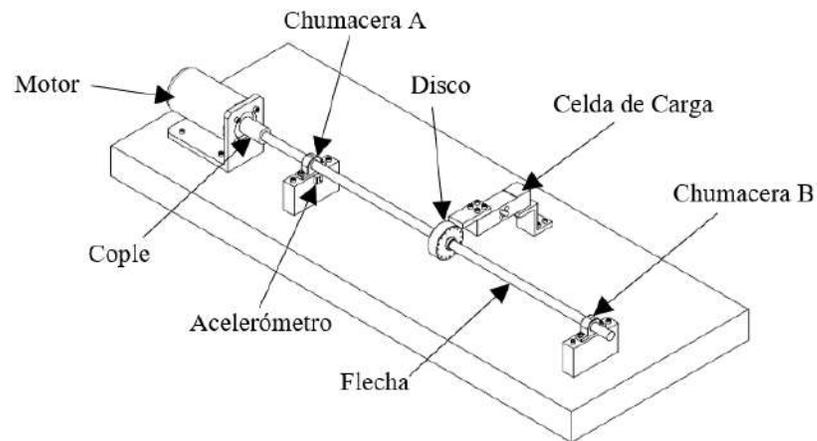


Figura 4.2: Diseño del banco de pruebas.

Las dimensiones físicas del arreglo del banco de pruebas, así como el tipo de material de la flecha y sus propiedades son descritas en la siguiente Tabla 4.3 y corresponden con el diseño de la Figura 4.2.

Tabla 4.3: Datos del banco de pruebas.

Parámetro	Valor	Unidades
Diámetro de la flecha, ( $d$ )	19	mm
Distancia entre apoyos A y B, ( $L$ )	700	mm
Distancia entre apoyos A y Disco, ( $a$ )	350	mm
Distancia entre apoyos B y Disco, ( $b$ )	350	mm
Masa de la flecha, ( $m_f$ )	0.223	kg
Material de la flecha	AISI 1045	
Módulo de elasticidad de la flecha, ( $E$ )	210	GPa
Momento de inercia de la sección transversal de la flecha, ( $I$ )	6,397.1	mm <sup>4</sup>
Diámetro exterior del disco, ( $D$ )	75	mm
Espesor del disco, ( $E_d$ )	25	mm
Masa del disco, ( $m_d$ )	0.819	kg
Ancho de la placa de fricción, ( $A_p$ )	38	mm
Masa para el desbalanceo, ( $m$ )	12	gr
Radio de ubicación de masa de desbalanceo, ( $e$ )	32.5	mm

#### 4.6.1. Disco desbalanceado sobre una flecha flexible y sujeto a fricción

La Figura 4.3, es un esquema que describe el comportamiento del sistema flecha-disco con fricción de la Figura 4.2. Se ha omitido el círculo correspondiente a la sección de la flecha por motivos de mayor claridad del concepto. El punto  $O$  representa la posición de la flecha y del disco cuando están debidamente balanceados. La posición del disco  $D$  es debida a la flexión de la flecha por la acción de la fuerza centrífuga  $F_c$  generada por la masa de desbalanceo  $m$ , su excentricidad  $e$  y de la velocidad de rotación del disco  $\omega$ . De igual forma,  $H$  es el punto de contacto entre la celda de carga y la superficie radial externa del disco, donde el montaje de la celda tiene una constante de rigidez  $k_c$ . El sistema de coordenadas absoluto  $x$  y  $y$  con origen en  $0$  describe el movimiento del sistema. La velocidad angular de la línea  $OD$  es  $\dot{\theta} = d\theta/dt$ . Cabe aclarar que  $\dot{\theta}$  y  $\omega$  son diferentes.

De la Ec. (3.14) aplicada al sistema del banco de prueba, la ecuación correspondiente es la Ec. (4.14):

$$m_d \ddot{R} + (c_i + c_e) \dot{R} + (k_f + k_c) R = m R \omega^2 \quad (4.14)$$

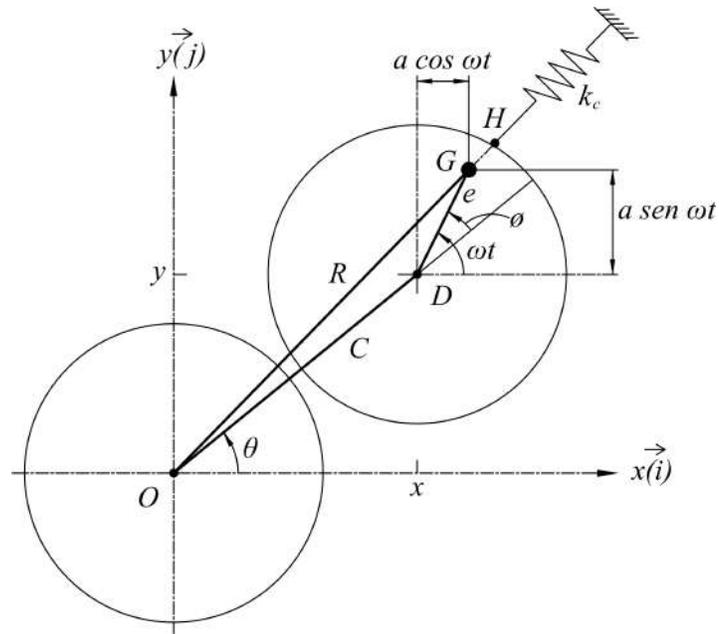


Figura 4.3: Esquema de un disco desbalanceado con fricción sobre una flecha flexible.

Adaptación de: Rao (2017).

Donde;  $c_i$  y  $c_e$  son los coeficientes de amortiguamiento interno y externo del sistema,  $k_f$  y  $k_c$  son las constantes de rigidez de la flecha y de la celda de carga. La fuerza centrífuga generada por la masa de desbalanceo  $m$  está representada por  $F_c = m(R + e)\omega^2$ .

El radio vector  $\vec{R}$  de la masa de desbalanceo localizada en  $G$  es:

$$\vec{R} = (x + a \cos \omega t)\vec{i} + (y + a \sin \omega t)\vec{j} \quad (4.15)$$

Para el caso de estudio, los coeficientes de amortiguamiento no son considerados. Sustituyendo la Ec. (4.15) en la Ec. (4.14), es posible obtener la siguiente ecuación de movimiento en su forma escalar:

$$m_d \ddot{x} + (k_f + k_c)x = m e \omega^2 \cos \omega t \quad (4.16)$$

$$m_d \ddot{y} + (k_f + k_c)y = me\omega^2 \text{sen } \omega t \quad (4.17)$$

Dado que la Ec. (4.15) y la Ec. (4.15) describen la vibración lateral del sistema en un estado estable de rotación de la flecha, es posible simplificar obtener una ecuación simple para dicha ecuación de movimiento mediante la relación para números complejos:  $q = x + iy$ , donde,  $i = (-1)^{1/2}$ :

$$m_d \ddot{q} + (k_f + k_c)q = me\omega^2 e^{i\omega t} \quad (4.18)$$

Esta ecuación tiene la siguiente solución clásica y en la que  $C$ ,  $\beta$ ,  $A$  y  $\phi$  son constantes y  $k = k_f + k_c$ :

$$q(t) = Ce^{-(\alpha t + \beta)} + Ae^{i(\omega t - \phi)} \quad (4.19)$$

De esta manera, la expresión para la amplitud de movimiento circular de la flecha está dada por la Ec. (4.20) y en la que se ha simplificado sabiendo que  $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$  :

$$q = \frac{m\omega^2 e}{(k - m\omega^2)} = \frac{e}{\left(\frac{\omega_n}{\omega}\right)^2 - 1} \quad (4.20)$$

Observando la Ec. (4.20), puede notarse que para  $w = 0$ , la flexión es nula. Cuando  $w^2 = k/m$ ,  $y$  tiende hacia un valor infinito. En este caso,  $w$  es conocida como velocidad crítica  $w_n$ . Otra característica, es que cuando  $w < w_n$ ,  $q$  tiene un valor positivo y éste cambia de signo cuando  $w_n > w$ . A velocidades angulares muy altas,  $q$  tiende a tomar el valor negativo de la excentricidad  $e$ . En consecuencia, las flexiones mayores corresponden a valores cercanos de la frecuencia natural  $w_n$ . La Figura 4.4 describe el comportamiento entre el desplazamiento y la velocidad angular del sistema.

Se tiene que para el arreglo del experimento de la Figura 4.3 y asumiendo que se trata de un

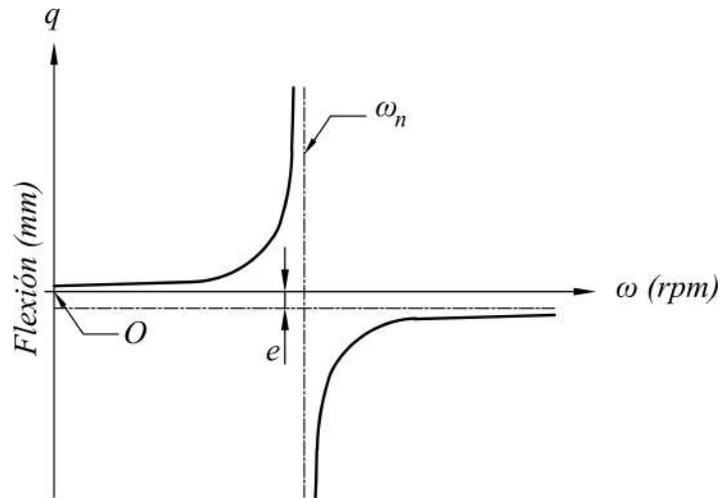


Figura 4.4: Gráfica de la velocidad angular contra la deflexión de la flecha.

sistema estático, la rigidez de la flecha es  $k = F/y = Mg/q_{st}$ . Así, la velocidad natural de la flecha es:  $\omega_n = \sqrt{g/q_{st}}$ .

Despreciando la masa de la flecha y suponiendo que los apoyos son chumaceras, la deflexión estática de la flecha  $q_{st}$  está dada por la siguiente expresión:

$$q_{st} = \frac{mga^2b^2}{3EIL} \quad (4.21)$$

De la misma manera la velocidad crítica está definida como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EIL}{mga^2b^2}} \quad (4.22)$$

Para el banco de pruebas se tiene que para un análisis estático, la flexión  $q_{st} = 0.043$  mm y la velocidad crítica del rotor es de  $\omega_n = 4,575$  rpm. Dicha velocidad crítica deberá considerarse en el protocolo de pruebas para evitar alguna posible resonancia contra las velocidad de prueba que se designen.

#### 4.6.2. Fricción seca en un rotor golpeando la carcasa

El gráfico representativa de la fuerza de fricción generada entre un eje girando dentro de un alojamiento es mostrado en la Figura 4.5. Cuando las cargas son extremadamente altas rompen la película de aceite provocando una fricción entre las superficies en contacto. Una lubricación deficiente puede producir fricción entre las superficies de contacto.

La metodología de la fricción seca ha sido una de las más utilizadas para su estudio y es definida por la siguiente ecuación (Jauregui-Correa et al., 2019):

$$F_{\mu} = \mu F_N \text{sign}(r\theta) \quad (4.23)$$

Donde,  $F_{\mu}$ ,  $\mu$ ,  $F_N$ ,  $r$  y  $\theta$  son la fuerza de fricción sobre el punto de contacto entre las dos superficies, el coeficiente de fricción, la fuerza normal, la distancia entre ambos círculos y el ángulo de la fuerza normal contra la horizontal respectivamente. Nótese que la fuerza de fricción es directamente proporcional con el incremento de la fuerza normal. De manera general, se considera un valor de  $\mu_d = 0.18$  para el coeficiente de fricción dinámico entre las superficies de acero.

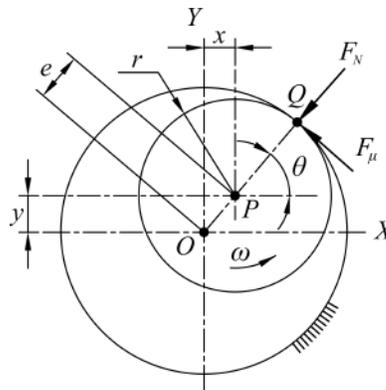


Figura 4.5: Gráfico de la fuerza de fricción entre rotores.

Como puede observarse, el esquema es muy similar al mostrado en la Figura 4.3, donde  $F_N$  será la fuerza centrífuga debido a la masa de prueba para el desbalanceo y variará en función

de la velocidad angular del rotor y de la masa de prueba para el desbalanceo.

## 4.7. Banco experimental para las pruebas

El banco de pruebas se compone de un sistema para la adquisición de datos y un controlador embebido modelo CompactRIO cRio-9074, de 8 ranuras, un CPU de 400 MHz, 128 MB RAM, con un almacenamiento de 256 MB, un FPGA de 2M de Compuertas de la marca National Instruments. Tiene un módulo de 4 canales NI9234 para la adquisición de datos dinámicos, un canal para entradas análogas NI9205 y un módulo digital con 32 canales NI9403. Los datos son adquiridos y procesados por medio de un programa desarrollado en LabVIEW. En la Figura 4.6 se describe el arreglo del banco físico de acuerdo con el modelo conceptual comentado en la Figura 4.2 y con los datos del banco mostrados en la Tabla 4.3.

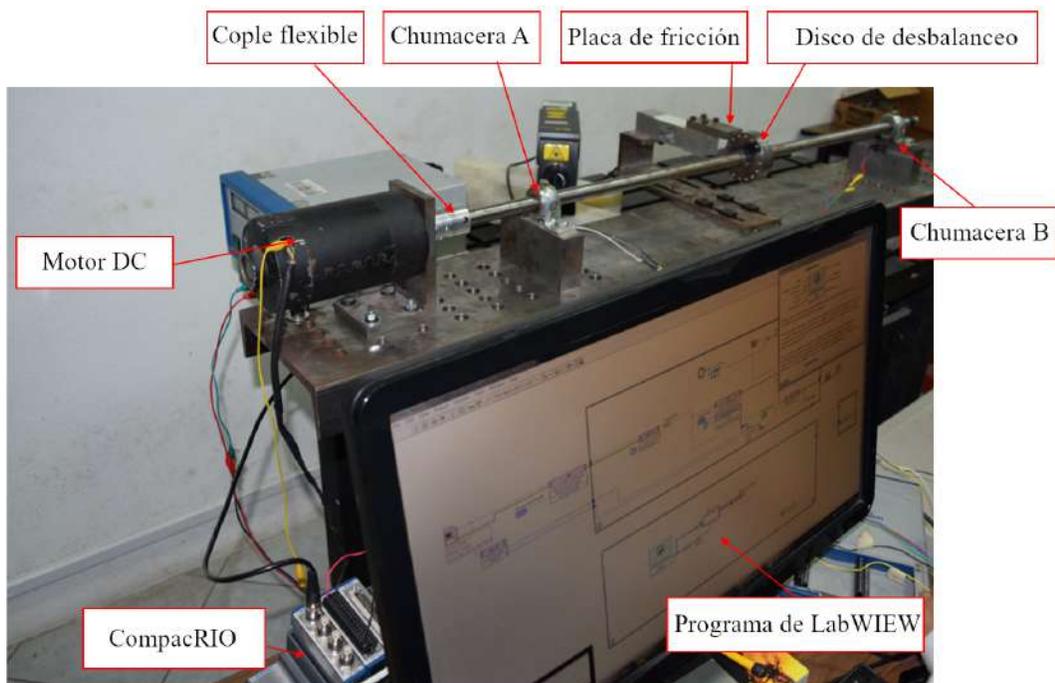


Figura 4.6: Banco de pruebas.

La medición de la vibración en aceleración es por medio de un acelerómetro industrial con las siguientes características: unidireccional ADXL103, rango de medición de  $\pm 1.7$  g, sen-

sibilidad de 1,000 mV/g y ancho de banda de 0.5 Hz a 2.5 Kz. Dicho acelerómetro quedó ubicado por debajo de la chumacera A sobre su lado hacia el disco en posición vertical con el sentido positivo hacia arriba como puede observarse en las Figuras 4.2 y 4.7.

El vibrómetro láser fue proyectado en la dirección radial-horizontal sobre la superficie del disco de prueba por debajo de la zona de contacto entre el disco y la placa de fricción, y con un ángulo de inclinación sobre el plano horizontal de  $25^\circ$  en dirección hacia el lado del motor según el arreglo del banco de pruebas de la Figura 4.7.

De igual manera, las rpm fueron medidas y controladas a través de un tacómetro láser mediante un colector de vibraciones ViBXpert II de la marca Pruftechnik.

La celda de carga de la marca Rhino tipo RH1242 está manufacturada en aluminio, tiene una capacidad para 100 kg de carga, cuenta con una resistencia de entrada de  $404 \pm 15 \Omega$  y con una resistencia de salida de  $350 \pm 3 \Omega$ . Dicha celta es clase C3 con una protección IP65. La celda de carga hace contacto con la superficie radial exterior del disco a través de una placa de acero con un ancho de 38 mm.

Para la medición de los datos de aceleración, de manera general se usó una frecuencia de adquisición del sistema de 3 kHz y se tomaron muestras en bloques de 1,042 datos cada uno.

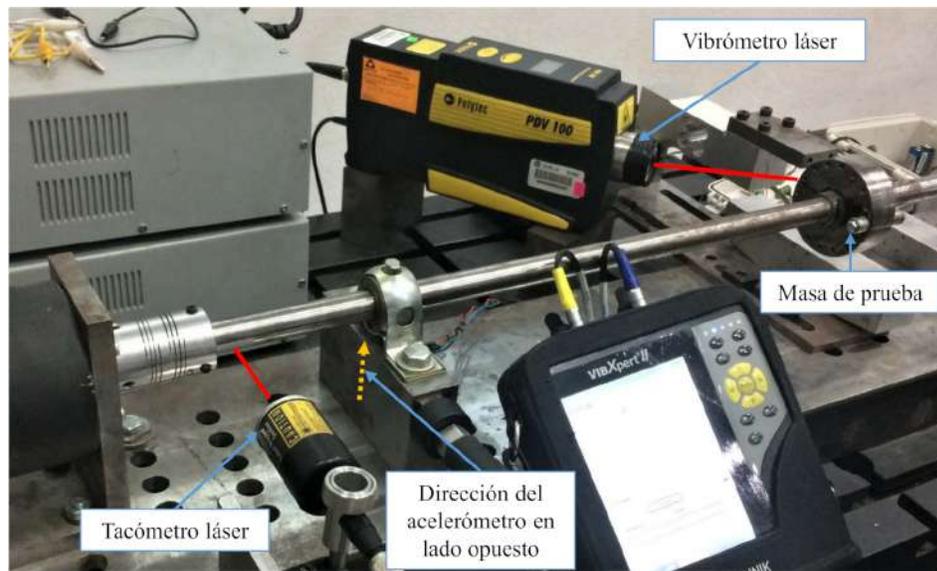


Figura 4.7: Banco mostrando el arreglo de los sensores de vibración, tacómetro y masa de desbalanceo.

# Capítulo 5

## Resultados

Los resultados de este capítulo son presentados conforme al método descrito en la Figura 4.1 del Capítulo 4. De acuerdo con el enfoque anterior, para alcanzar el objetivo general del trabajo de investigación, es necesario cubrir objetivos específicos. El principal objetivo específico es desarrollar un método de integración en el dominio del tiempo para preservar las señales no lineales del espectro de vibración.

### **5.1. Metodología de integración para un espectro de aceleración en el dominio del tiempo: PSEMDI**

La idea principal y el antecedente de la nueva metodología de integración es porque para poder utilizar RP en el diagnóstico de maquinaria es necesario integrar la señal de vibración que normalmente viene de un acelerómetro convencional y lo más importante es que pueda conservar las señales no lineales durante el proceso de integración para que sea compatible con la naturaleza de RP. Como se mencionó en las secciones anteriores, los dos enfoques tradicionales para la integración de las señales están en el dominio del tiempo y de la frecuencia, pero ambos métodos usan filtros y bases matemáticas específicas para sistemas lineales y estacio-

narios. Estos métodos conducen a una gran pérdida de información de la señal, especialmente para señales no lineales. Sin embargo, a pesar de sus inconvenientes, los métodos tradicionales son válidos cuando el foco de interés está en fenómenos lineales y sistemas estacionarios, además de que han sido probados en la industria por mucho tiempo con excelentes resultados.

Una de las técnicas más utilizadas en la integración de la aceleración en el dominio del tiempo es la corrección de las tendencias debidas al proceso de integración por los métodos de Newton-Cotes, las cuales consisten en sustituir una función por un polinomio con un grado relativamente bajo para que no consuma demasiados recursos de cómputo. Dentro de estas técnicas están la regla del Trapecio, Simpson y Bode por mencionar solo algunas. Básicamente, las tendencias producidas por dichas técnicas son debidas a los errores en los valores iniciales que generalmente son desconocidos y por los errores propios del método, mismas que van siendo acumuladas durante todo el proceso. Por tal razón, después de cada paso de integración, es necesario eliminar dichas tendencias.

Algunos autores usan alternativas más actuales para eliminar la tendencia en la integración, tales como EMD referido en el capítulo 2. Recordando que EMD tiene algunas características bastante interesantes, entre las que pueden resaltarse las siguientes: a) la capacidad para decomponer cualquier señal en un conjunto de modos de vibración simples o IMF; b) conservar todas las propiedades del espectro de la señal incluyendo las señales lineales no lineales; y c) puede analizar tanto los sistemas estacionarios o no estacionarios. Los IMF de baja frecuencia son utilizados para identificar las tendencias de los errores de integración, sin embargo, la elección del número del IMF depende del mejor juicio del investigador. Esta situación es subjetiva y similar a elegir el valor del exponente en el método de mínimos cuadrados.

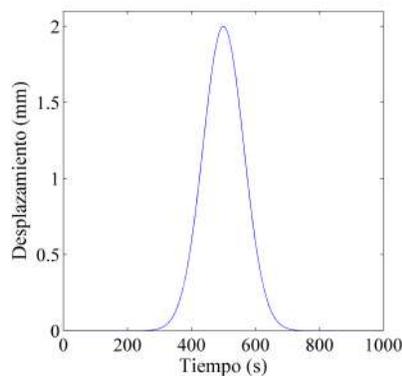
### **5.1.1. Sensibilidad de RP**

La sensibilidad de los gráficos de recurrencia es probada contra la detección de pequeños cambios en una señal de vibración. Para tal efecto, se usará el gráfico de un pico Gaussiano simétrico con ruido, el cual recibirá un proceso de suavizado para generar pequeñas defor-

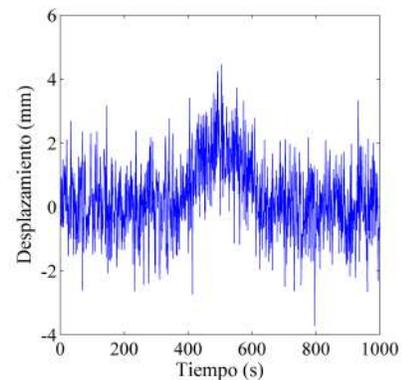
maciones en su fase (plano horizontal), amplitud (plano vertical) y de perfil. Los resultados son comparados gráfica y cuantitativamente contra el mismo pico pero sin ruido.

El proceso de suavizado de una señal es utilizado para eliminar el ruido. Básicamente, los algoritmos para un suavizado consisten en realizar un promedio de las amplitudes ( $y$ ) de un determinado número de puntos consecutivos ( $x$ ) y asignar el resultado a la variable central de la serie considerada. Para lograr un buen suavizado en la señal es necesario aplicar varias veces el mismo proceso de suavizado. Algunos de los algoritmos más utilizados para el suavizado de las señales (O'Haver, 2023) son: a) suavizado rectangular, y b) suavizado triangular. En realidad el suavizado triangular es el mismo algoritmo que el suavizado rectangular con la excepción de que al triangular se le aplica una función de suavizado ponderada que consta de aplicar ciertos coeficientes a las variables  $y$ .

Para el presente caso, se genera el pico Gaussiano con 1000 puntos, donde el punto máximo central estará localizado en la posición 500 y el ancho de su base consta de 150 lugares como lo muestra la Figura 5.1a. A dicho pico se le agrega ruido blanco con la función de Matlab "whitenoise(x)", el resultado puede observarse en la Figura 5.1b.



(a) Pico Gaussiano (PG).



(b) Pico Gaussiano con ruido (PGR).

Figura 5.1: Gráficos del Pico Gaussiano simple y con ruido.

Para el análisis, se consideran dos espectros suavizados con 30 y 50 puntos adyacentes y aplicando tres pasadas a cada uno. Los resultados para el suavizado son mostrados en la Figura 5.2a, y en la cual puede notarse que el método ha creado varios picos antes y después del pico

Gaussiano. Los picos finales para el análisis son obtenidos eliminando dichas irregularidades mediante un filtro y posteriormente normalizando los gráficos. Los resultados son ilustrados en la Figura 5.2b. Los gráficos evidencian la fuerte influencia del promedio de puntos considerados para el promedio sobre los resultados del suavizado. A medida que el promedio de puntos aumente, la curva se aproxima más al pico original. De esta manera son calculados los tres picos de análisis y puede verse que las desviaciones en fase, amplitud y de perfil son mínimas.

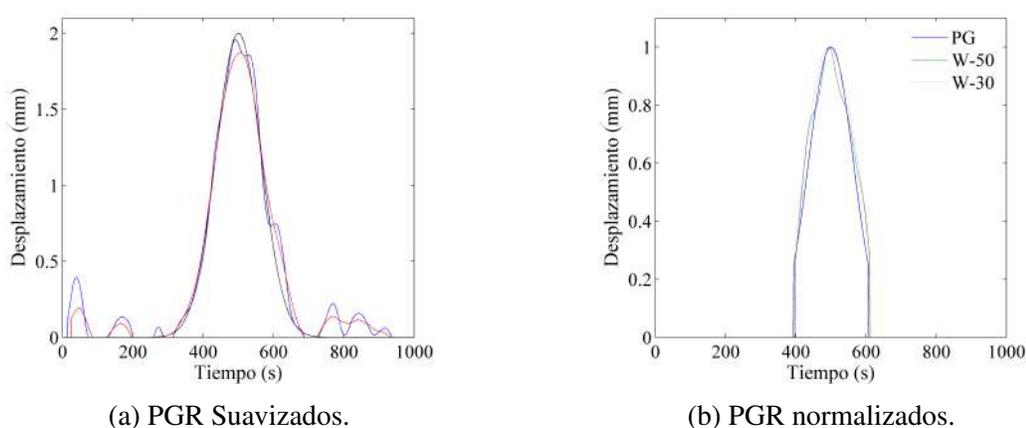
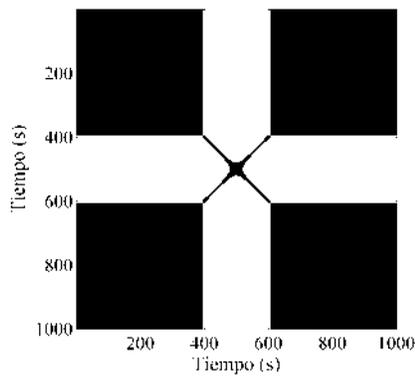
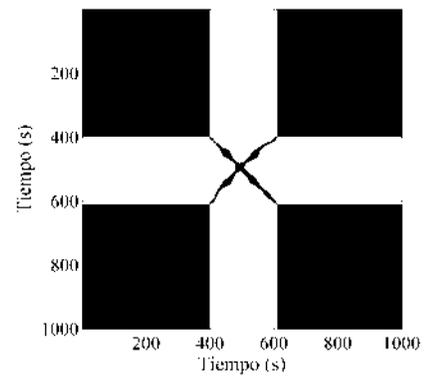


Figura 5.2: Picos Gaussianos suavizados y normalizados.

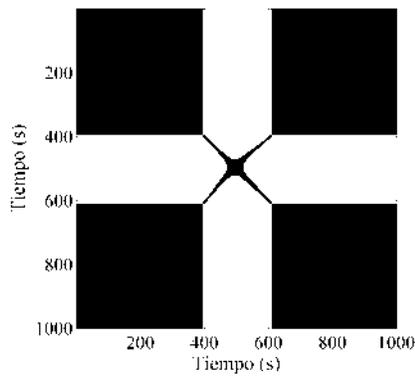
A continuación, se calculan los RP para los tres picos y los resultados pueden observarse en la Figura 5.3. Las áreas en color negro corresponden a los datos que fueron eliminados mediante el filtro. La representación del pico es mediante dos líneas cruzadas al centro del gráfico como se ilustra en la Figura 5.3a y donde la diagonales principales son definidas por las líneas diagonales que comienzan en la esquina superior izquierda y baja hasta la esquina inferior opuesta del lado derecho. El pico suavizado con 30 puntos presenta una diagonal con varios nudos y un diagonal cruzada con nudos y formando un línea curvada de acuerdo con la Figura 5.3b. El gráfico par el suavizado con 50 puntos da una cruz más semejante al pico simple, sin embargo presenta una mayor área en su intersección y la segunda diagonal perpendicular se aproxima más a una línea sin llegar a serlo en su totalidad, ver Figura 5.3c.



(a) RP del PG.



(b) RP de PGR y 30 puntos.



(c) RP de PGR y 50 puntos.

Figura 5.3: RP del Pico Gaussiano simple y con ruido suavizados con promedio de 30 y 50 puntos.

La Tabla 5.1 proporciona los resultados del análisis cuantitativo para los tres perfiles del pico Gaussiano. Los parámetros para los picos suavizados tienen diferencias en sus valores en prácticamente todos los parámetros contra el pico simple. Las líneas diagonales y verticales máximas tuvieron las mayores variaciones contra el pico simple, el valor máximo es de 4 contra el pico suavizado con 30 puntos y de 1 contra el de 50. La máxima diferencia entre los dos picos suavizados fue de 3 para las mismas líneas comentadas.

Tabla 5.1: Análisis cuantitativo del pico Gaussiano y el suavizado con diferentes puntos.

<b>Parámetro</b>	<b>PG</b>	<b>PGS-30</b>	<b>PGS-50</b>
<i>RR</i>	0.062	0.063	0.062
<i>DET</i>	1.0	1.0	1.0
<i>L</i>	174.84	173.87	174.58
<i>L<sub>max</sub></i>	393	397	394
<i>ENTR</i>	5.79	5.82	5.82
<i>LAM</i>	1.0	1.0	1.0
<i>TT</i>	210.49	210.30	210.13
<i>V<sub>max</sub></i>	394	398	395

Torres-Contreras et al. (2021b) realizó un trabajo sobre el efecto de las variaciones de ángulo de fase producido por las variaciones durante la integración del espectro de vibración a través de RP y mostró que era posible detectar cambios muy pequeños en los espectros mediante esta metodología. De igual manera, demostró que un corrimiento de fase de  $\pi/8$  y una ligera variación en un pico gaussiano podían caracterizarse claramente con los análisis RP. Tomando como base dicho trabajo además del análisis realizado, puede concluirse que RP tiene una alta resolución. Esta característica le otorga la capacidad para detectar pequeños variaciones en los sistemas dinámicos y por tanto, podrá sentar las bases para realizar predicciones con mayor anticipación que los métodos convencionales.

### 5.1.2. Funciones de referencia

Suponiendo la función de referencia correspondiente a un movimiento periódico integrada por dos funciones senoidales tal y como lo muestra la Ec.(5.1), y teniendo en cuenta que la primera y la segunda derivada también corresponden a la velocidad y la aceleración.

$$d_{R1} = y_1(t) = \text{sen}(2\pi F_1 t) + 2 \text{sen}(2\pi F_2 t) \quad (5.1)$$

$$v_{R1} = \dot{y}_1(t) = (2\pi F_1) \cos(2\pi F_1 t) + 2(2\pi F_2) \cos(2\pi F_2 t) \quad (5.2)$$

$$a_{R1} = \ddot{y}_1(t) = -(2\pi F_1)^2 \text{sen}(2\pi F_1 t) - 2(2\pi F_2)^2 \text{sen}(2\pi F_2 t) \quad (5.3)$$

Donde;  $F_1 = 50 \text{ Hz}$  y  $F_2 = 100 \text{ Hz}$  son las frecuencias de cada señal respectivamente, se asume que la frecuencia de muestreo es  $2,000 \text{ Hz}$  y  $512$  muestras. Obviamente, las ecuaciones corresponden a un movimiento periódico lineal y estacionario.

Las gráficas de las tres ecuaciones anteriores son mostradas en la Figura 5.4. Nótese que en todos los casos los resultados fueron normalizados y este procedimiento siempre será común en todos los análisis del capítulo.

Los gráficos servirán de referencia para su posterior comparación con otras señales analizadas durante el desarrollo de las secciones aplicables.

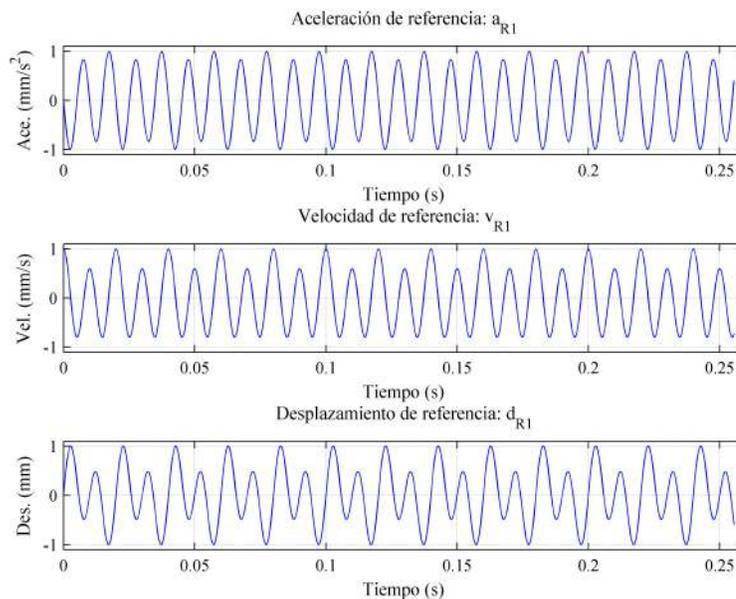


Figura 5.4: Funciones de referencia  $a_{R1}$ ,  $v_{R1}$  y  $d_{R1}$ .

### 5.1.3. Obtención de los IMF de la señal mediante EMD

Otra característica de los IMF es que al ser modos de vibración resultantes del promedio de las envolventes de los máximos y mínimos de la señal analizada  $h_i = x(t) - m_i$ , tienden a dividirse en grupos con rangos de frecuencias con características muy similares para cada IMF, de tal manera que la frecuencia dominante puede ser utilizada como referencia para el método de integración propuesto.

A continuación la aceleración dada por la Ec. (5.3), será considerada como referencia para la evaluación del método de integración propuesto, es decir, PSEMDI.

En primer lugar, la señal de aceleración debe descomponerse en sus IMF mediante EMD. Para este caso en particular, resultan dos IMF más el Residuo y como pueden observarse en la Figura 5.5. Donde, la señal original es la suma de los dos IMF y el residuo. Puede notarse que ambos IMF corresponden a las dos frecuencias componentes de la aceleración y son obviamente constantes durante el tiempo analizado.

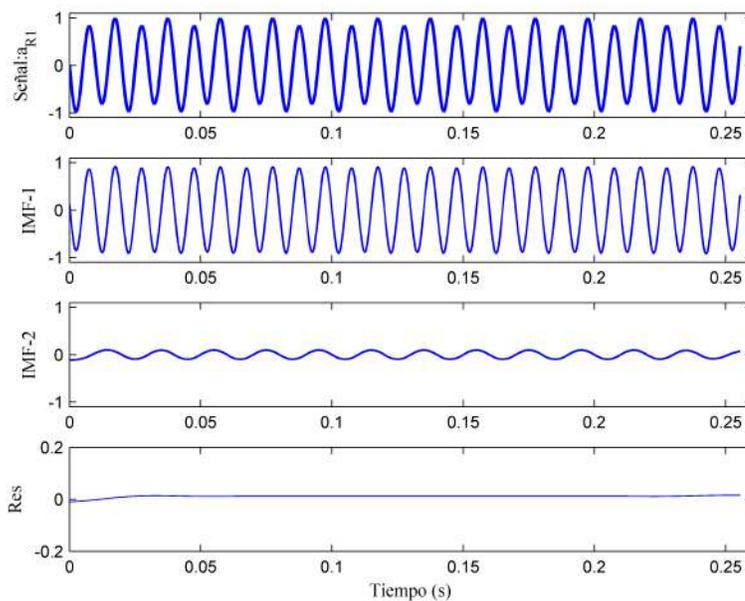


Figura 5.5: IMF de la señal  $a_{R1}$ .

### 5.1.4. Frecuencias fundamentales de los IMF

Los gráficos DFT para cada IMF ilustrados en la Figura 5.6 indican claramente las frecuencias de 50 y 100 Hz, al igual que sus respectivas amplitudes.

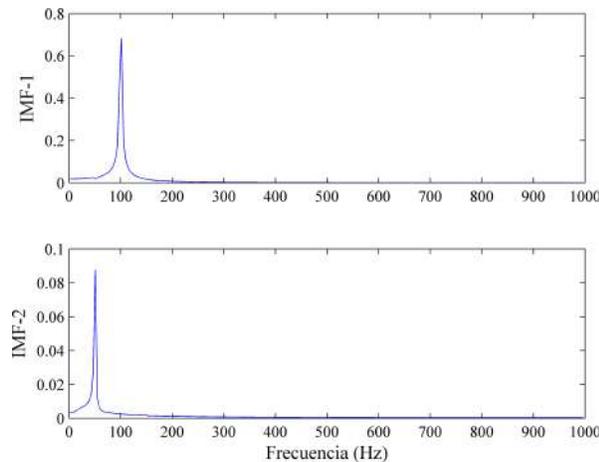


Figura 5.6: Frecuencias fundamentales de cada IMF mediante DFT.

### 5.1.5. Caracterización de las frecuencia fundamentales de los IMF

De acuerdo con la metodología de la sección 4.2 del capítulo 4 y la sección anterior, la frecuencia fundamental para cada IMF es calculada con base en DFT y queda definida por la máxima frecuencia del espectro como fue descrito en la Figura 5.6. Análogamente, la amplitud y el periodo de la frecuencia fundamental son la base de cálculo para la realización del proceso de integración. La Tabla 5.2 resume todas las características de las frecuencias fundamentales del ejemplo de análisis de la Ec. (5.3). La última columna de dicha tabla proporciona el número de puntos que se debe correr el espectro IMF para el correspondiente al  $\tau_f/4$ . Es importante subrayar que el IMF-2 tiene la menor frecuencia y periodo más grande, lo cual demanda el mayor corrimiento del espectro. Por otro lado, IMF-1, contiene la mayor frecuencia y, por lo tanto, estará sujeto al menor corrimiento.

Tabla 5.2: Descripción de las frecuencias fundamentales de los IMF.

IMF	$w_f$	$A_f$	$W_f$	$NPC_f$
1	101.5625	0.6823	0.00110	5
2	50.7813	0.0875	0.00027	10

### 5.1.6. Corrimiento de los IMF para la obtención de la velocidad

Una vez determinada la frecuencia fundamental, su periodo y el número de puntos para el desplazamiento de cada IMF, se pueden realizar los ajustes. Cada IMF debe ser desplazado  $NPC_f$  lugares hacia adelante del gráfico y posteriormente afectado por su peso. Cabe comentar que los resultados finales varían de acuerdo con la dirección del desplazamiento o corrimiento aplicado.

La Figura 5.7, da el corrimiento de los dos IMF para la señal de la Ec. (5.3).

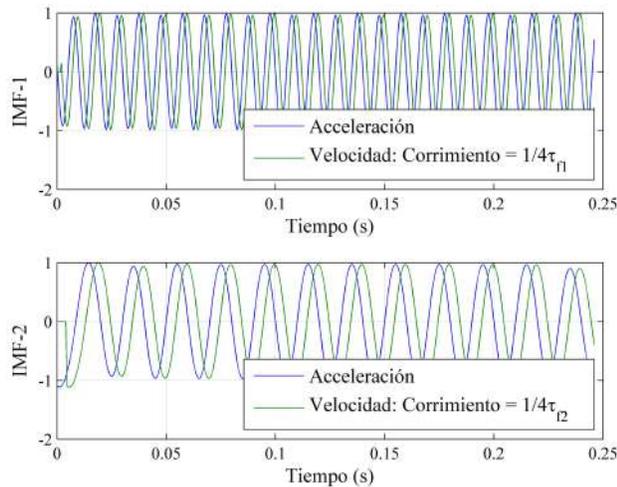


Figura 5.7: Corrimiento de  $\frac{1}{4}\tau_f$  de los IMF hacia adelante para la obtención de la velocidad.

Después del corrimiento y escalamiento de todos los IMF, debe realizarse la suma de los mismos y ajustar la dimensión el vector resultante de acuerdo al número de datos del valor máximo de  $NPC_f=10$  de la Tabla 5.2. Por lo tanto, para el presente caso el número total de datos terminó reduciéndose a 502 datos. La sumatoria de los IMF genera en consecuencia el

vector de velocidades de acuerdo con el método PSEMDI. El resultado final para la velocidad normalizada es mostrada en la Figura 5.8.

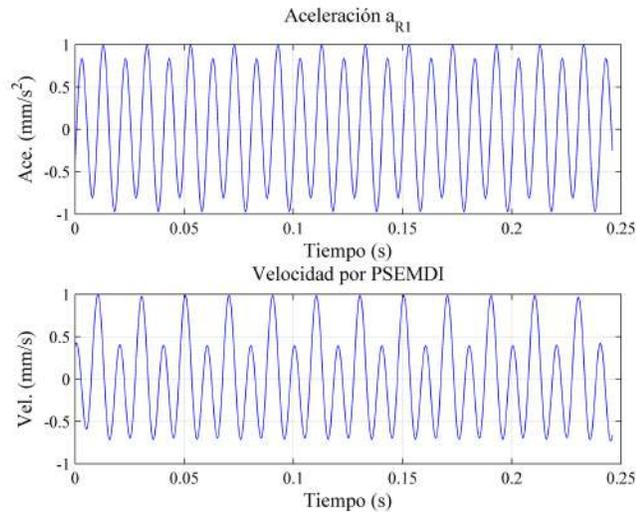


Figura 5.8: Obtención del espectro de velocidad por PSEMDI a partir de la  $a_{R1}$ .

### 5.1.7. Cálculo del desplazamiento a partir de la velocidad

Para calcular el espectro de desplazamiento, la entrada será la señal de velocidad obtenida por PSEMDI y nuevamente se aplicará el procedimiento anterior. El resultado final del desplazamiento es presentado en la Figura 5.9. De acuerdo con el nuevo cálculo, el número máximo de puntos para el corrimiento del IMF más bajo resultó ser de 10 posiciones, por lo que la dimensión final del vector de desplazamiento es de 492 datos.

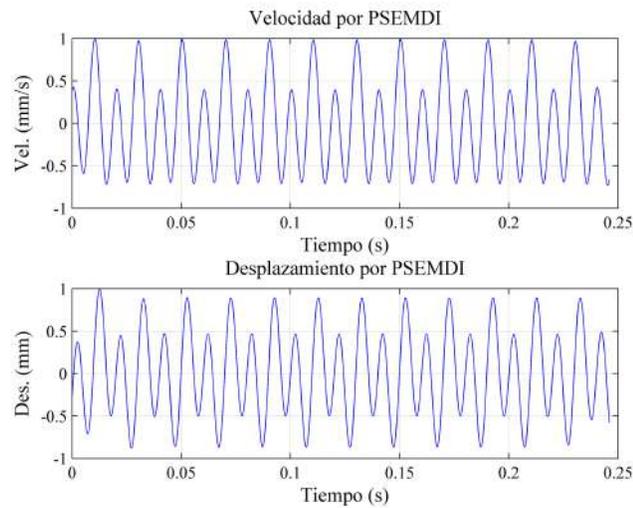


Figura 5.9: Obtención del espectro de desplazamiento por PSEMDI a partir de la velocidad.

### 5.1.8. Validación de la velocidad y desplazamiento

Un método para calcular la similitud entre dos señales de vibración es a través de la coherencia  $\gamma_{xy}^2(f)$ , referida en el capítulo 4. Por lo tanto, la coherencia será utilizada para validar los resultados de las velocidades y desplazamientos calculados por el método PSEMDI contra sus respectivas funciones de referencia y la Ec.(4.12).

La Figura 5.10 proporciona una comparación visual de los resultados y muestra que la mayor diferencia está en la amplitud. Dicha diferencia está relacionada con la constante de integración que debería ser incluida y no está considerada. Sería de esperarse que cuanto mayor sea la complejidad de la señal, mayor será el sesgo en los resultados. En cuanto al período, no hubo diferencias significativas.

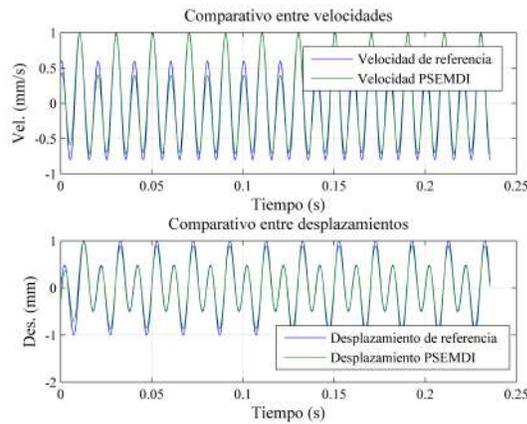


Figura 5.10: Comparación visual entre velocidad y desplazamiento calculado vs funciones de referencia.

La Figura 5.11 muestra los gráficos del cálculo de coherencia para los resultados y también arroja el valor RMS de los valores de coherencia para fines de un comparativo numérico puntual. El valor RMS para las velocidades es de 0.97, en tanto que para el desplazamiento resultó ser de 0.94.

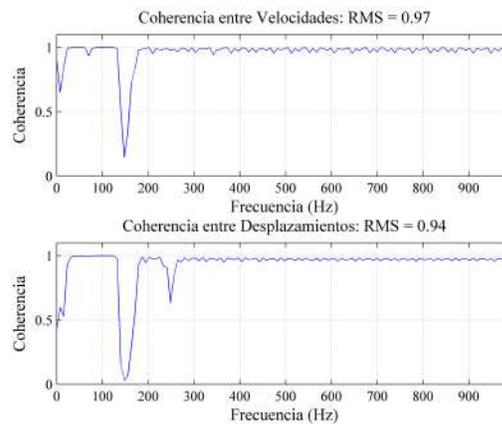


Figura 5.11: Comparación entre resultados calculados contra las funciones de referencia mediante la Coherencia  $\gamma_{xy}^2(f)$ .

El error resultante es debido a la pérdida de información para cada ciclo de cálculo del proceso. Sobre las frecuencias de estudio, es decir, 50 y 100 Hz, los valores de coherencia son cercanos a 1, salvo por algunas pequeñas zonas al inicio y final de los rangos analizados.

Otra forma de comparar la similitud entre dos señales en el tiempo es por medio de la correlación cruzada. Los resultados de dicha correlación son presentados en la Figura 5.12. La correlación cruzada de las dos señales tiene mayores valores de correlación cuando el desplazamiento entre ambas es mínimo y éste adquiere valores mayores a medida que dicho desplazamiento aumenta para el caso de las funciones de referencia y luego vuelve a decrecer.

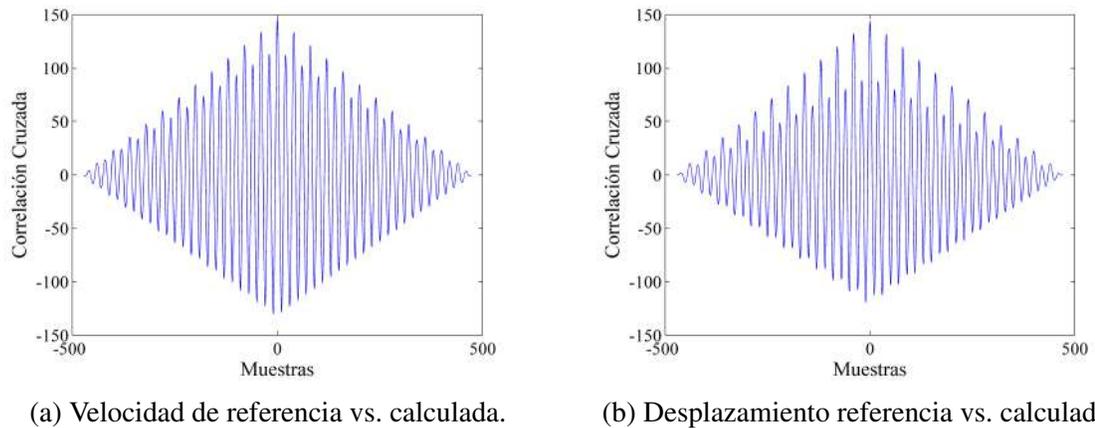


Figura 5.12: Correlación cruzada entre la velocidad y el desplazamiento de referencia contra los calculados por PSEMDI.

### 5.1.9. Transformada de Hilbert-Huang en los IMF

Adicionalmente, la aplicación de la HHT y los IMF genera los gráficos de las frecuencias instantáneas para cada IMF, los cuales son presentados en la Figura 5.13. Dichos gráficos indican que las frecuencias instantáneas permanecen constantes a lo largo del tiempo, al igual que sus amplitudes, lo cual era de esperarse dado que la señal analizada es del tipo lineal y estacionaria. Otro detalle interesante es que los gráficos superiores del lado derecho son la suma de las frecuencias instantáneas similares, mientras que los picos altos y delgados son otro indicativo de que la señal es lineal y son muy similares a los espectros DFT de los gráficos de la Figura 5.6. Además, las frecuencias principales de estudio 50 y 100 Hz son muy claras.

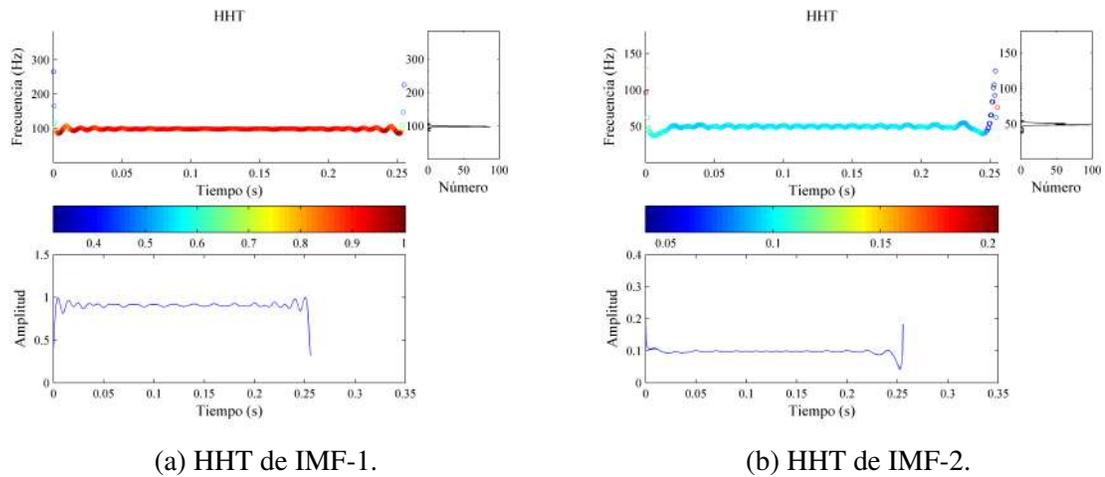


Figura 5.13: HHT de la señal  $y_1$ .

Fuente: Algoritmo adaptado de (Tao, 2023).

De acuerdo con el método PSEMDI propuesto, es posible concluir que para la señal analizada su integral es equivalente a la suma de las integrales de cada IMF. También puede comentarse que tanto la coherencia entre las señales de referencias y los resultados de PSEMDI tienen valores cercanos a 1 y que las correlaciones cruzadas tienden a ser muy aproximadas a la relación cruzada entre la misma función de referencia. Los resultados analizados están dentro en el rango lineal y estacionario.

### 5.1.10. Método PSEMDI y señales no lineales

Una de las principales fortalezas del método PSEMDI es que al tener como base EMD, puede procesar no solo las señales lineales y estacionarias, sino que también cualquier otro tipo de señal, tales como las señales no lineales y no estacionarias. Para demostrar dicha capacidad se añadirá ruido a la señal de referencia de la Ec. (5.3).

Agregando ruido blanco gaussiano a la señal  $a_{R1}$  con la función *awgn* de Matlab, se tiene la siguiente Ec. (5.4):

$$a_{R2} = a_{R1} + awgn(y_1, snr) \quad (5.4)$$

Donde;  $snr = 15$  es la relación de la señal a ruido en dB.

Los IMF para la segunda señal  $a_{R2}$  son presentados en la Figura 5.14. Dicha figura presenta tres IMF y el residuo, y puede observarse que el IMF-1 contiene prácticamente todo el espectro no lineal generado por el ruido.

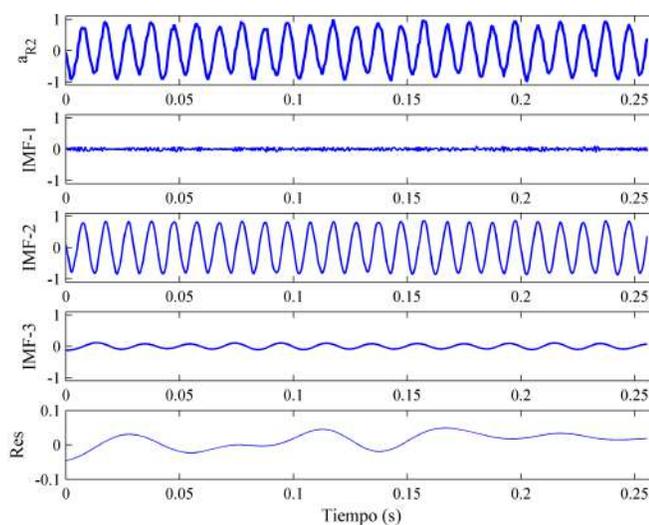


Figura 5.14: IMFs de la señal  $y_2$ .

En contraste, los IMF restantes representan las frecuencias de 100 y 50 Hz, no obstante, también tienen parte de la no linealidad generada por el ruido. De tal manera que al final, todos los IMF tienen características no lineales en mayor o menor grado y éstas quedan evidenciadas por las irregularidades tanto en amplitud como en la variación del periodo. Es importante enfatizar la tendencia de los IFM para agrupar las señales en grupos similares de vibraciones como se observa en la misma figura.

La Figura 5.15, da los DFT para cada IMF de la señal  $y_2$ . A través de estos otros gráficos puede comprobarse que el IMF-1 contiene principalmente a todo el fenómeno no lineal generado por el ruido blanco. También es muy evidente observar que los IMF-2 e IMF-3 están

representados por las frecuencias principales de 100 y 50 Hz, a pesar de llevar implícitamente parte de la no linealidad del ruido. Es evidente que en ambos casos hay una afectación en la amplitud de dichas frecuencias.

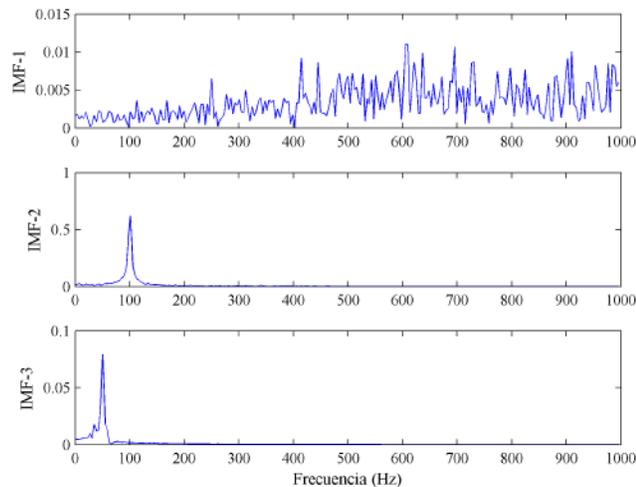


Figura 5.15: DFT de los IMF de la señal  $y_2$ .

Los gráficos de las frecuencias instantáneas son calculados usando HHT y mostrados en la Figura 5.16. Como puede observarse, el ruido blanco transformó la señal y ahora fue descompuesta en 3 espectros IMF. El IMF-1 ilustrado en la Figura 5.16a presenta una mayor dispersión en la variación de las frecuencias y amplitudes instantáneas, mientras que el IMF-2 de la Figura 5.16b es el más estable. Sin embargo, en todos los casos hay un comportamiento no lineal. Cada figura contiene un gráfico en la esquina superior del lado derecho cuya abscisa es llamada Número y proporciona un valor estadístico de las frecuencias coincidentes. De dicha distribución pudiera seleccionarse la frecuencia más común en el espectro como un segundo criterio para la selección de la frecuencia fundamental del espectro para usarse como base del método de integración, pero de acuerdo con las Figuras 5.14 y 5.15, es preferible utilizar la frecuencia dominante de cada IMF mediante DFT. Por esta razón el método de integración propuesto está basado en la aplicación de dichas frecuencias dominantes, ya que contienen la información más completa y detallada de cada IMF y por lo tanto, proporciona una mejor integración.

Hasta el momento, puede concluirse que ha quedado demostrado que mediante la descomposición de una señal de vibración con EMD es posible analizar cualquier tipo de señal de vibración y específicamente las no-lineales en regímenes no-estacionarios, mismas que son las señales objeto del presente trabajo.

Hasta el momento, puede concluirse que utilizando EMD para la descomposición de señales de vibración, es posible analizar cualquier tipo de señal de vibración, especialmente las señales no lineales en regímenes no estacionarios, las cuales son el objetivo principal de la presente investigación.

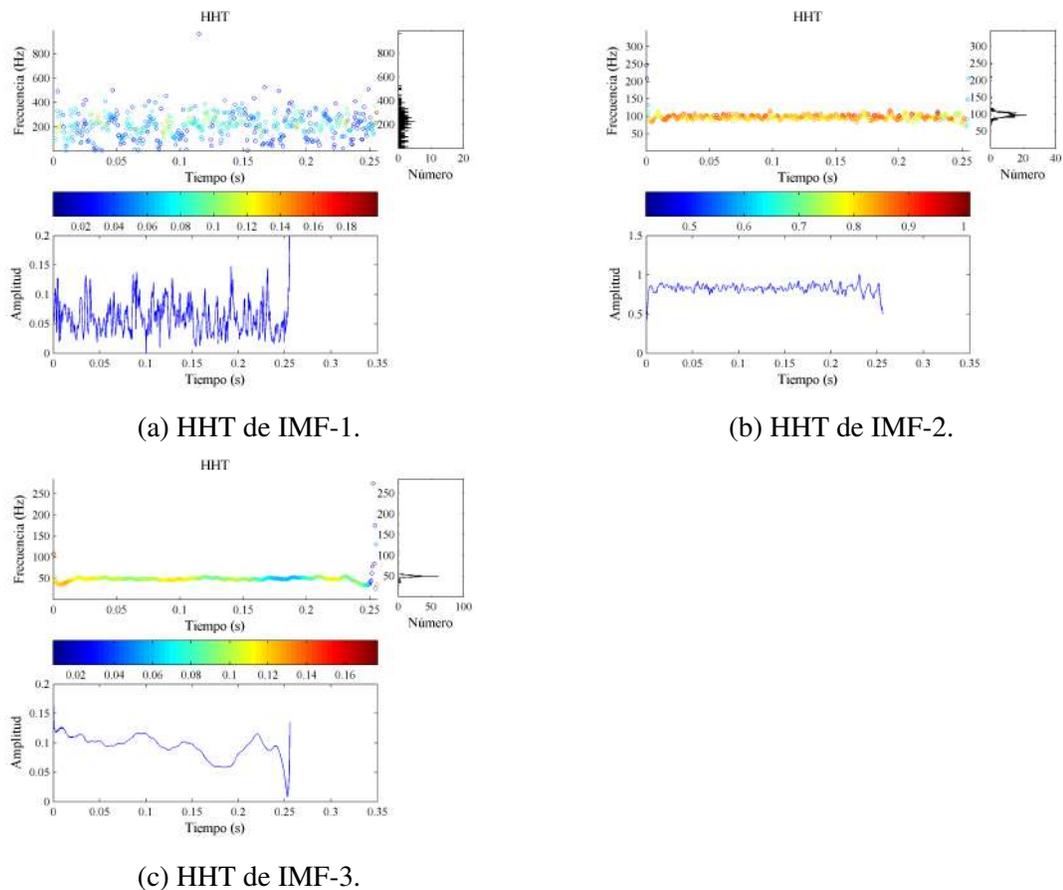


Figura 5.16: HHT de la señal  $y_2$ .

### 5.1.11. Aplicación de PSEMDI a señales no lineales

A continuación, el PSEMDI será aplicado a un caso experimental para comparar sus resultados de la velocidad contra la señal de velocidad tomada con un vibrómetro láser de acuerdo con el banco experimental de la Figura 4.6. Según el arreglo del banco, los puntos de medición serán: el acelerómetro localizado debajo del apoyo A en posición radial-vertical con el sentido positivo hacia arriba, y el vibrómetro cuyo punto de medición está proyectado sobre la superficie del disco de prueba adyacente al punto de fricción en la posición radial-horizontal y con un ángulo de inclinación sobre el plano horizontal de  $25^\circ$  hacia el lado del motor como fue descrito en la Figura 4.7. Cabe comentar que el arreglo del banco da un modelo experimental muy flexible dado que los puntos de medición están separados 700 mm, el eje es muy esbelto, los sensores tienen una dirección diferente con relación al centro del eje y adicionalmente están tienen diferentes tecnologías para la adquisición de los datos.

El espectro analizado corresponde al caso de desbalanceo más fricción a 1,100 rpm (UF-1100) y con la masa de prueba de 12 gr para provocar el desbalanceo del sistema. La frecuencia de adquisición es de 3,000 Hz para ambos sensores de vibración y las muestras son de 1,024 datos. Todos los espectros analizados son normalizados y su media es ajustada para que coincida con el eje de las abscisas. Para este caso, el periodo es de 0.086 segundos.

Primeramente, el espectro correspondiente a la aceleración obtenida por el acelerómetro y el vibrómetro láser pueden observarse en la Figura 5.17. El primer detalle visible, es que el espectro del vibrómetro mostrado en la Figura 5.17b, presenta una mayor densidad de vibración en comparación del espectro de aceleración de la Figura 5.17a y también tiene una ondulación de baja frecuencia. Esto significa que el vibrómetro proporciona más información que el acelerómetro, sobre todo porque está más cerca del punto de fricción. Para fines de comparación, es necesario descomponer la señal del vibrómetro en sus IMF con la finalidad de sustraer el espectro de máxima y de mínima frecuencia a fin de igualar la información contra el de aceleración. El de espectro de la velocidad del vibrómetro será utilizado en los siguientes comparativos .

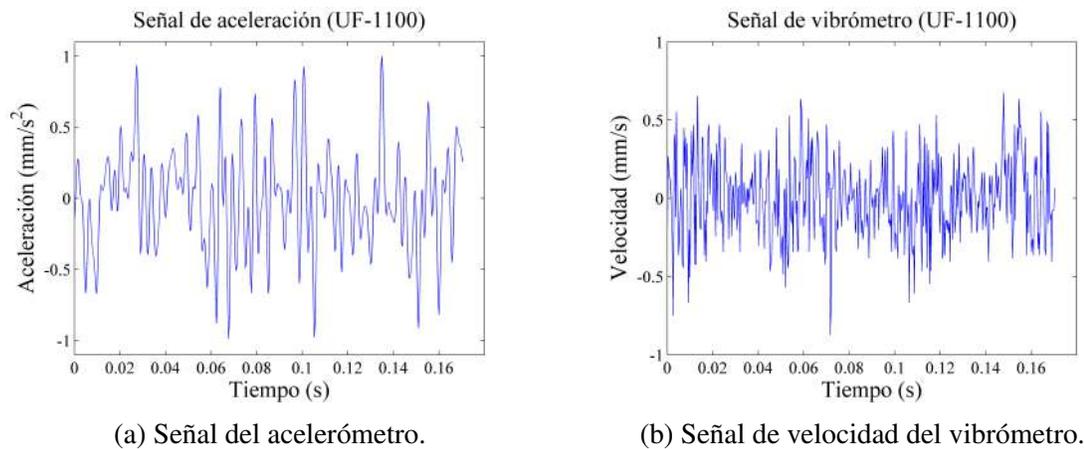


Figura 5.17: Señales de vibración a analizar: (a) Acelerómetro; (b) Vibrómetro.

El segundo paso es integrar el espectro de aceleración mediante el método PSEMDI para encontrar el espectro de velocidad, el cual será comparado contra el espectro del vibrómetro. La Figura 5.18 proporciona la comparación entre los dos espectros. La línea continua en azul representada al espectro de velocidad obtenida por PSEMDI y la línea punteada en rojo corresponde a la velocidad del vibrómetro. A simple vista, es posible detectar que hay cierta similitud en las ondas de vibración entre ambas señales.

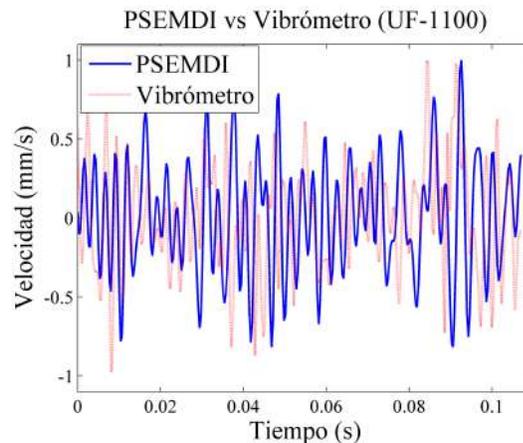


Figura 5.18: Comparación entre la velocidad PSEMDI y del vibrómetro.

Algunas formas más objetivas para evaluar la similitud entre las señales es a través de la coherencia y correlación cruzada entre ellas, como se ilustra en la Figura 5.19. Los gráficos

con los resultados del cálculo de la coherencia pueden observarse en la Figura 5.19a. Los tres picos con los mayores porcentajes de coherencia son A(1,0.53), B(23,0.59) y E(96,0.60), donde el primer número y segundo dan la frecuencia y la coherencia en su magnitud cuadrada respectivamente. La máxima coherencia es el punto E. Del gráfico y de los valores especificados puede concluirse que la coherencia general del espectro no es muy cercana a 1. De acuerdo con la correlación cruzada entre la señales de la Figura 5.19b, el patrón del espectro tiende además de una alta densidad una forma trapezoidal propia de cuando existe una buena similitud entre la misma señal de referencia.

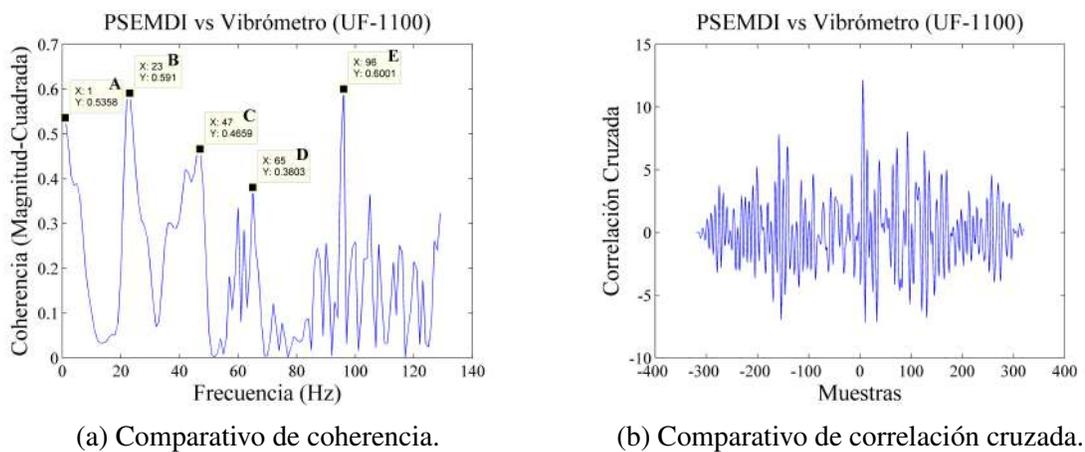


Figura 5.19: Comparativo de coherencia y correlación cruzada entre velocidad obtenidos por PSEMDI y vibrómetro.

### 5.1.12. Integración de señales no lineales por la Regla de Simpson 3/8

Para comparar el método propuesto contra los métodos convencionales, el espectro de aceleración será integrado mediante la Regla de Simpson 3/8 y la tendencia será corregida por EMD (SDEMEDI), por sus siglas en inglés (Simpson Detrending Empirical Mode Decomposition Integration), de acuerdo como se describió en la metodología. El resultado será confrontado contra la velocidad del vibrómetro por medio de la coherencia y la correlación cruzada entre ambas señales.

Los espectros de referencia para el análisis serán los mismos de la sección anterior mostrado

en la Figura 5.17. Las condiciones de cálculo serán las mismas y solamente la diferencia será el método de integración indicado.

Los espectros de velocidad obtenidos por SDEMDI y el vibrómetro se muestran en la Figura 5.20. A primera vista, puede observarse una gran diferencia entre las dos señales. El espectro de velocidad sigue conteniendo una segunda tendencia superior a la que le fue sustraída y ha dejado un efecto de suavizado con una densidad de vibración mucho menor que la obtenida con el método PSEMDI. Este es un ejemplo de que en este tipo de metodologías la definición del grado del polinomio para definir la tendencia es subjetivo y su elección queda al buen juicio del investigador. Definitivamente, el resultado ha perdido mucha información de la señal.

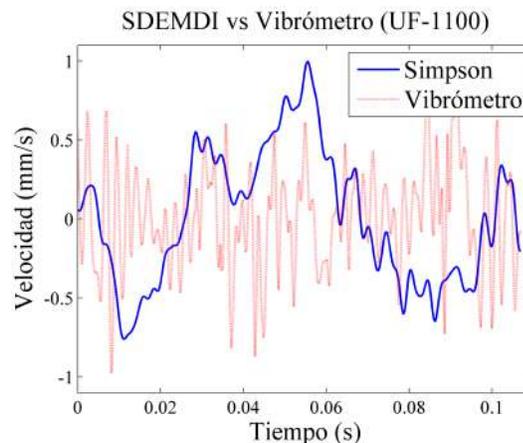


Figura 5.20: Comparación de espectros de velocidad obtenidos por SDEMDI y vibrómetro.

La coherencia y la correlación cruzada entre las señales de vibración son presentadas en Figura 5.21. Los tres picos con la mayor coherencia de acuerdo con la Figura 5.21a: C(78,0.52), D(86,0.65) y E(116,0.51). Donde la máxima coherencia es el punto D. El patrón del espectro indica que en general la coherencia es ligeramente mayor que la obtenida con el método PSEMDI pero solamente en altas frecuencias del rango analizado, a diferencia de PSEMDI cuyos valores están abarcan todo el rango analizado. También es posible observar que la correlación cruzada es de una densidad de información mucho más baja que la calculada con PSEMDI.

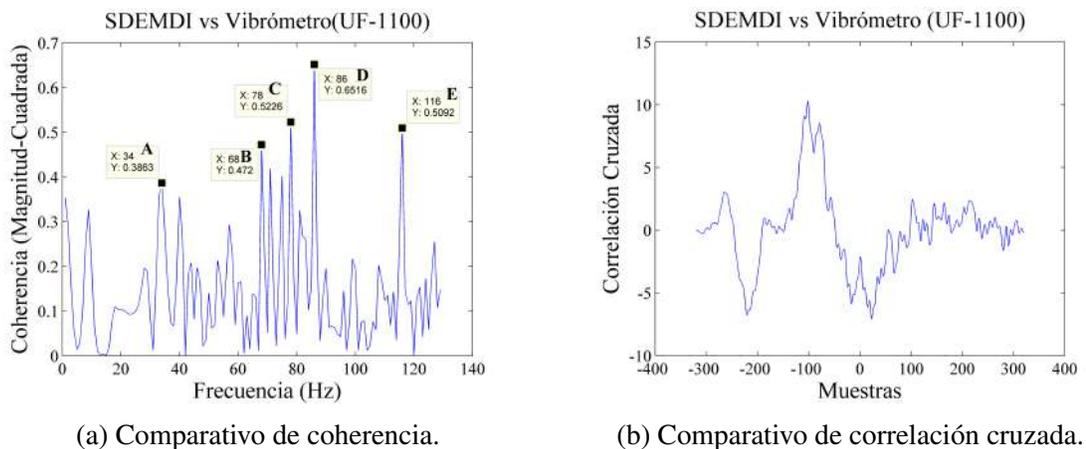


Figura 5.21: Comparativo de coherencia y correlación cruzada entre velocidad obtenidos por SDEMDI y vibrómetro.

Es importante recordar que fue necesario aplicar un filtro a la señal del vibrómetro para eliminar el espectro de mayor frecuencia, así como los dos espectros de más baja frecuencia, dado que resultó que debido a que arrojó mayor información por razones de la tecnología de medición, a que está muy cerca del punto de fricción y a que estuvo censando la rugosidad del disco.

De igual manera, fue necesario ajustar los espectros para compensar el desfaseamiento originado por la posición relativa entre los sensores de vibración, para compensar esta situación y por el sentido de giro, el ajuste fue correr un espectro el número de punto equivalente a  $270^\circ$ .

Con base en los resultados mostrados, es posible concluir que el método PSEMDI presentó una coherencia más uniforme contra SDEMDI y que dicha diferencia fue corroborada por la correlación cruzada en las cuales, fue posible observar una diferencia muy significativa a favor de PSEMDI. Por lo tanto, se concluye que el método de integración PSEMDI es mejor que los métodos de integración convencionales en el dominio del tiempo.

## 5.2. Metodología para el análisis dinámicos de sistemas mecánicos y diagnóstico de fallas: PSEMD-RP

Como se ha venido comentando a lo largo de las secciones pasadas, el presente trabajo tiene como uno de los objetivos principales desarrollar una metodología con la capacidad para analizar sistemas mecánicos no lineales y en regímenes no estacionarios, y que además tenga la capacidad para identificar y diagnosticar las fallas de la misma índole en maquinaria rotativa.

Para tal efecto, se planteó la hipótesis de que al incluir el comportamiento no lineal en un método de análisis, es factible mejorar el desempeño de sistemas mecánicos, así como incrementar la certeza en la prevención de fallas en la maquinaria.

Por lo tanto, para probar la hipótesis, se ha propuesto la metodología PSEMDI-RP, que combina la metodología de integración PSEMDI desarrollada en la sección anterior y los RP. Haciendo énfasis en que RP es un método muy probado y exitoso en el análisis de fenómenos no lineales en otros campos del conocimiento. Sin embargo, para una aplicación efectiva en el campo de la maquinaria era necesario mejorar el método de integración de la señal de vibración adquirida a través de acelerómetros. Recordando también que los métodos tradicionales para la integración de la aceleración son básicamente dos: en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Ambos métodos realizan la integración aplicando filtros para eliminar las frecuencias altas y bajas de la señal y están basados en conceptos teóricos lineales, los cuales contribuyen a la pérdida de la señal no lineal.

### 5.2.1. Construcción de un RP

La subsección 4.3.1 del capítulo 4, describió en movimiento de una cuerpo en un plano de fase mediante los vectores definidos por la Ec. (4.9) y Ec. (4.10) y la matriz de recurrencia  $R_{i,j}$  está definida por la Ec. (4.11). Para las funciones de prueba analizadas y sabiendo que éstas contienen el desplazamiento según la Ec. (5.1) y la velocidad representada por la Ec.

(5.2), es factible calcular sus diagramas de fase como son mostrados en la Figura 5.22.

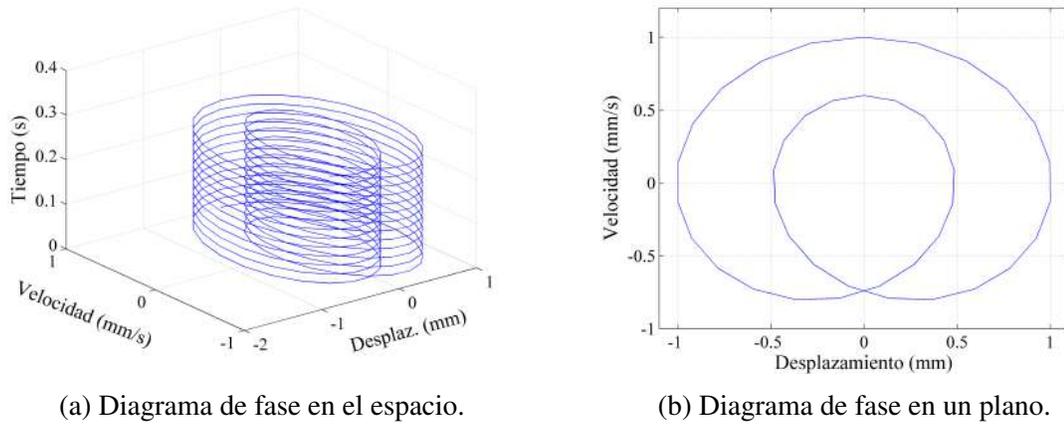


Figura 5.22: Diagramas de fase para las funciones de referencia.

Análogamente, el RP para las funciones de referencia conforme a la Ec. (4.11) y utilizando un gráfico de contorno para la matriz de recurrencia es ilustrado en la Figura 5.23.

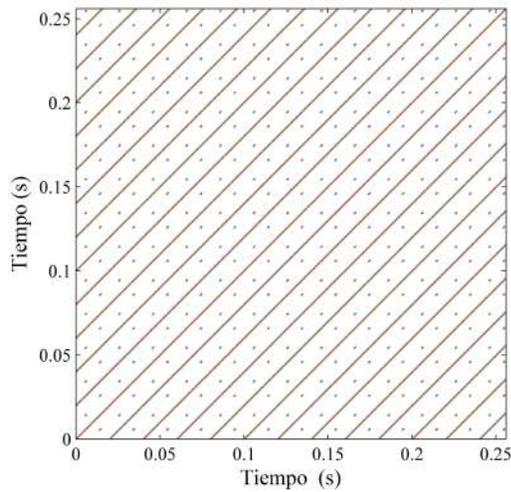


Figura 5.23: RP para la función de referencia.

### 5.2.2. Análisis cualitativo del RP

La Figura 5.23 muestra una diagonal principal con origen en la coordenada (0,0) y 13 líneas diagonales que son paralelas con respecto a la diagonal principal, las cuales representan a cada ciclo de un punto a la frecuencia  $F_2=100$  Hz. La primera diagonal formada por la línea punteada y adyacente a la diagonal principal representa la frecuencia  $F_1=50$  Hz con un total tiene 26 ciclos en el tiempo de muestreo considerado. De esta forma, queda demostrado que la separación entre las líneas diagonales paralelas correspondes al periodo de cada frecuencia del sistema. El patrón del gráfico es representativo de un sistema lineal, periódico y estacionario conforme a la sección 3.8.1 del capítulo 3.

### 5.2.3. Análisis cuantitativo de RP

La segunda característica de RP es la capacidad para cuantificar el sistema dinámico en cuestión. Para el RP de las funciones de referencia de la Ec. (4.11) y de acuerdo con las ecuaciones de la sección 3.8.2 del capítulo 3, el resultado para los ocho parámetros principales que describen al sistema es mostrado en la Tabla 5.3:

Tabla 5.3: Análisis cuantitativo para las funciones de referencia.

<b>Parámetro de recurrencia</b>	<b>Valor</b>
$RR$	0.062
$DET$	0.496
$L$	7.780
$L_{max}$	472
$ENTR$	0.167
$LAM$	0.270
$TT$	2.815
$V_{max}$	4

Los pasos descritos en esta sección constituyen el método PSEMDI-RP propuesto para el

análisis de sistemas mecánicos y sus fallas. La novedad del método es que integra del espectro vibración obtenido mediante un acelerómetro y como ya se ha mencionado, conserva la no linealidad del comportamiento dinámico de un sistema mecánico y es aplicable a ambos regímenes estacionario y no estacionario. Estas características le otorgan la capacidad para analizar dinámicamente cualquier tipo de sistema mecánico, incluyendo la no linealidad del sistema, a diferencia de los métodos convencionales.

### **5.3. Aplicación del PSEMDI-RP a experimentos en banco de pruebas**

A continuación, el método PSEMDI-RP es aplicado a varios casos de carga en el banco experimental y los resultados son contrastados contra los obtenidos mediante la integración aplicando el la Regla de Simpson 3/8 y corrigiendo la tendencia por EMD (SDEMDI-RP), por sus siglas en inglés (Simpson Detrending by Empirical Mode Decomposition).

Los experimentos fueron realizados de acuerdo a las características del banco de pruebas descritas en la sección 4.7 del capítulo 4.

Las condiciones de prueba y la metodología de análisis del experimento son presentadas en la Figura 5.24. Dos casos de carga fueron analizados, el primero fue operando el banco con un desbalanceo de 12 grs. en el disco, más la aplicación de una fuerza de fricción sobre la superficie del diámetro del disco, se realizaron pruebas a 700 y 1,800 rpm, la vibración fue registrada con un acelerómetro y los RP fueron calculados por medio del método SDEMDI-RP. El segundo caso de carga contempla el mismo arreglo anterior con la diferencia de que los RP fueron calculados con el método propuesto PSEMDI-RP. La combinación de los dos casos de carga más las dos velocidades de prueba generan cuatro condiciones de carga por método. El punto de contacto entre la fuerza de fricción y la superficie del disco es seco, es decir, sin aplicación de ningún lubricante. Es importante comentar que la fuerza de fricción contra el disco fue mínima en reposo para ajustarlo a la capacidad del par del motor y asegurar

la máxima velocidad de prueba teniendo en cuenta que la fuerza de fricción se incrementa con la velocidad.

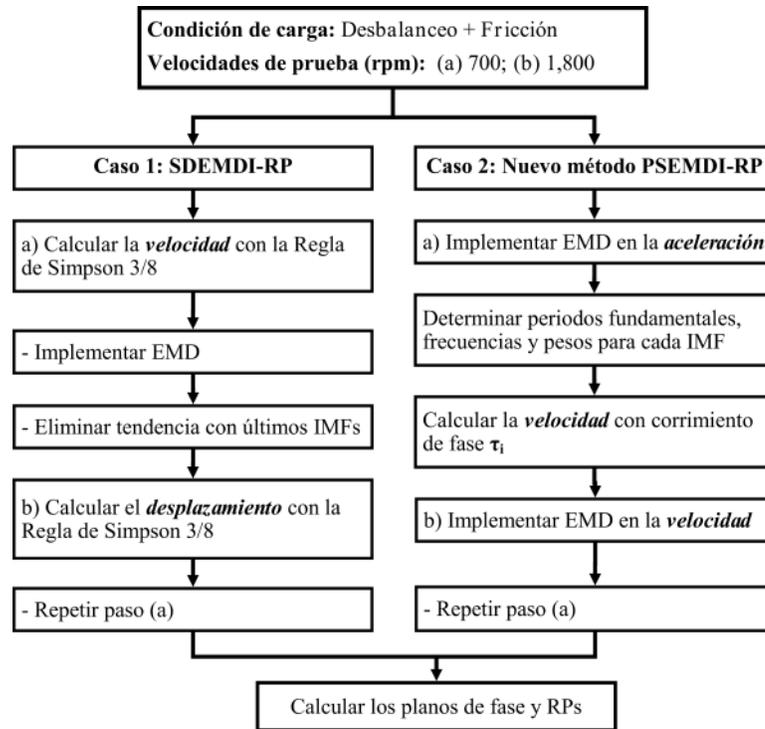


Figura 5.24: Diagrama de flujo para el comparativo entre los métodos SDEMDI-RP basado en la integración de Simpson 3/8 contra el método PSEMDI-RP.

### 5.3.1. Caso 1a: RP obtenido por SDEMDI-RP a 700 rpm

Los resultados del cómputo de RP para cada caso son realizados de acuerdo al diagrama de flujo ilustrado en la Figura 5.24. La tolerancia máxima de recurrencia es igual a 0.1 para todos los casos analizados.

El espectro de aceleración para el primer caso y a 700 rpm es mostrado en la Figura 5.25a y la tendencia del error de integración por la Regla de Simpson 3/8 puede observarse en línea roja en la Figura 5.25b. La curva de tendencia podría aproximarse más a las características del espectro, pero esto significa eliminar más tendencias o bajas frecuencias.

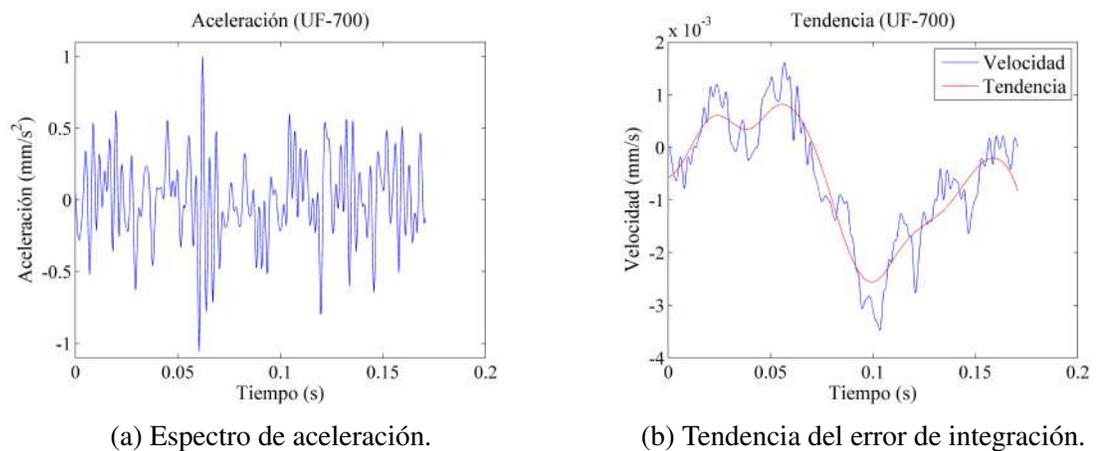


Figura 5.25: Espectro de aceleración y la tendencia para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP.

Para obtener el espectro de desplazamiento, es necesario repetir el proceso, pero en función del nuevo espectro de velocidad recientemente calculado. Los gráficos finales de la velocidad y desplazamiento, son presentados en la Figura 5.26. Inmediatamente y a simple vista puede observarse que el resultado tiene una densidad de oscilaciones mucho menor que el espectro de aceleración.

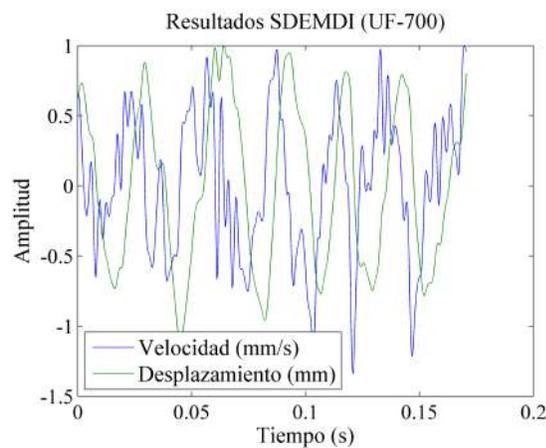


Figura 5.26: Velocidad y desplazamiento obtenidos para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP.

Una vez calculada la velocidad y el desplazamiento, pueden construirse sus diagramas de fase respectivos, los cuales son ilustrados en la Figura 5.27. En dichos diagramas es mucho más sencillo observar la densidad de las oscilaciones calculadas mediante esta metodología.

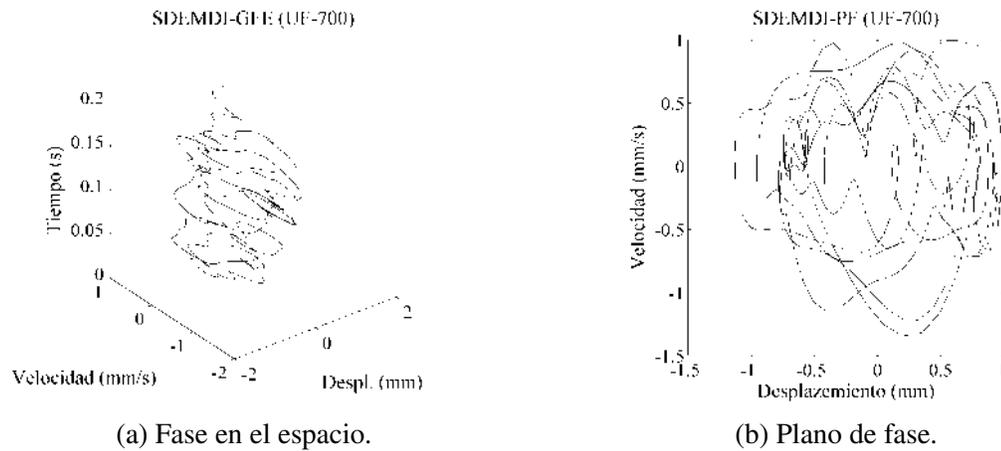


Figura 5.27: Diagramas de fase para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP.

Finalmente, el RP es mostrado en la Figura 5.28. Nótese las diagonales bien definidas y curvas propias de un movimiento periódico e inestable.

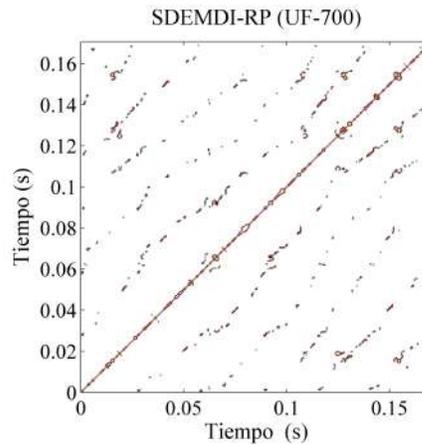


Figura 5.28: Diagrama de recurrencia para el caso 1 a 700 rpm con SDEMDI-RP.

### 5.3.2. Caso 1b: RP obtenido por SDEMDI-RP a 1,800 rpm

El espectro de aceleración para el caso 1 a 1,800 rpm puede observarse en la Figura 5.29a y la tendencia del error debido a la integración por la Regla de Simpson 3/8 es ilustrado en la Figura 5.29b.

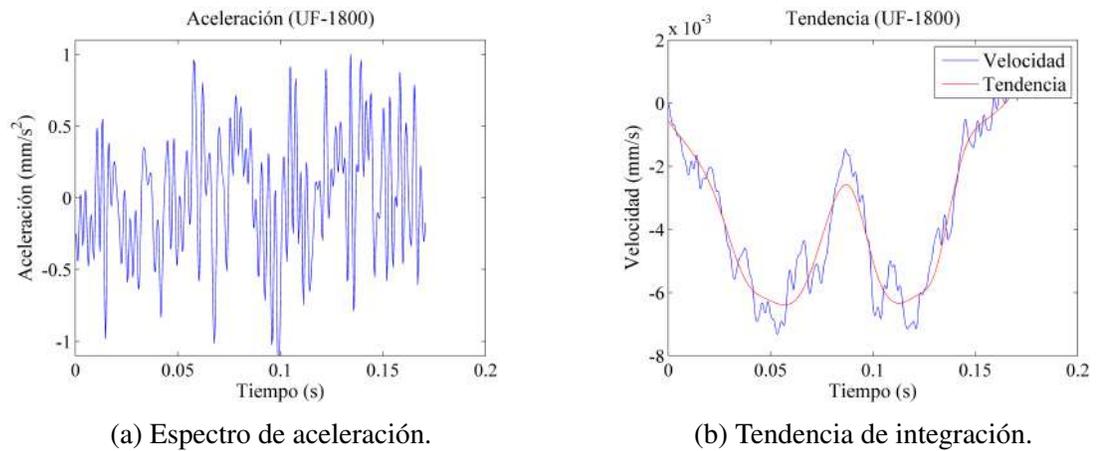


Figura 5.29: Espectro de aceleración y su tendencia para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP.

El gráfico de la velocidad y el desplazamiento son presentados en la Figura 5.30. Nuevamente puede notarse que los resultados tienen una densidad de oscilaciones mucho menores que el espectro de aceleración, incluso la línea ha resultado muy lisa sin las oscilaciones propias del espectro de aceleración.

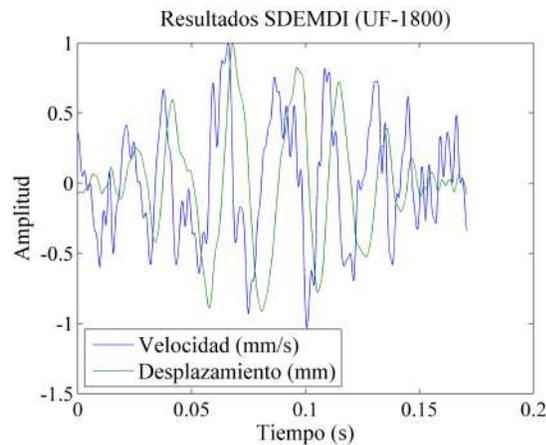


Figura 5.30: Velocidad y desplazamiento obtenidos para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP.

Sus diagramas de fase respectivos están ilustrados por la Figura 5.31.

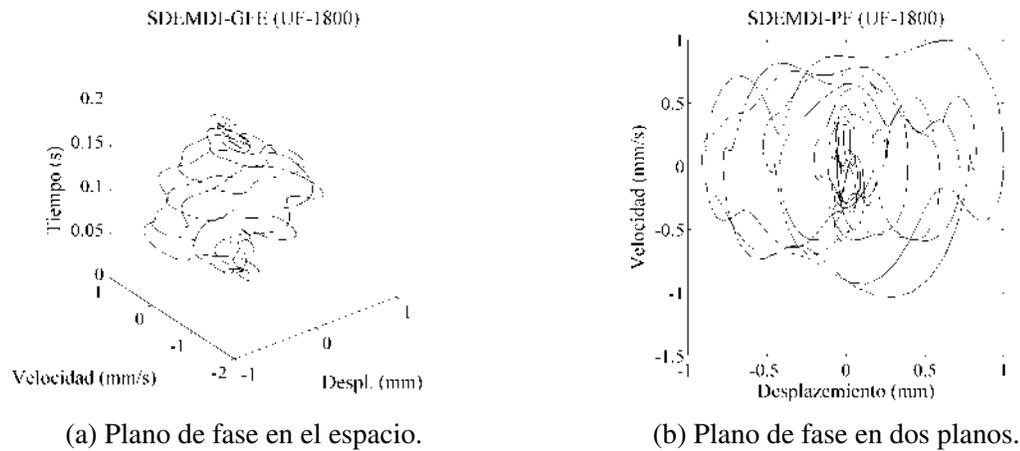


Figura 5.31: Diagramas de fase para el caso analizado para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP.

El RP para el caso analizado es ilustrado en la Figura 5.32. El patrón del gráfico sigue mostrando las diagonales bien definidas, pero con periodos más cortos y el sistema es más inestable que a 700 rpm.

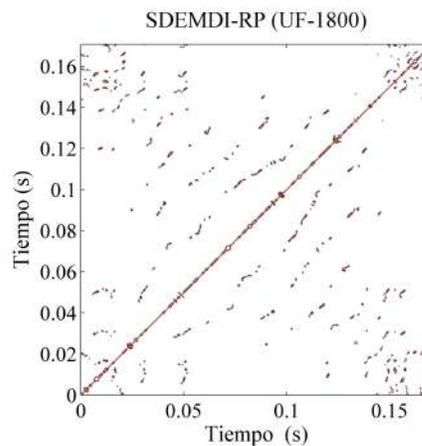


Figura 5.32: Diagrama de recurrencia para el caso 1 a 1,800 rpm con SDEMDI-RP.

### 5.3.3. Caso 2a: RP obtenido por SDEMDI-RP a 700 rpm

El espectro de aceleración para el caso 2 a 700 rpm es el mismo que en la Figura 5.25a, y el resultado de velocidad y desplazamiento calculados por el método PSEMDI propuesto son mostrados en la Figura 5.33.

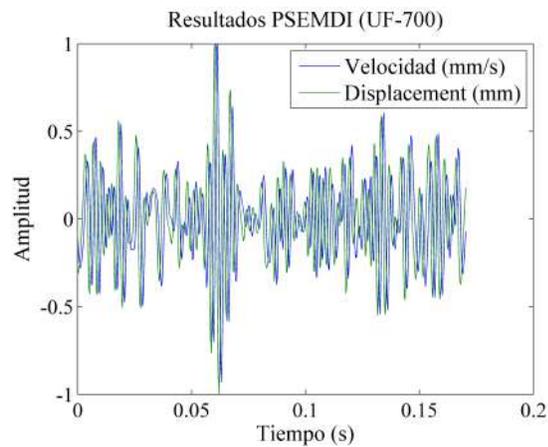


Figura 5.33: Velocidad y desplazamiento obtenidos mediante PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm.

Los diagramas de fase para el caso 2a, son presentados en la Figura 5.34. Puede observarse la gran diferencia que hay contra el método SDEMEDI.

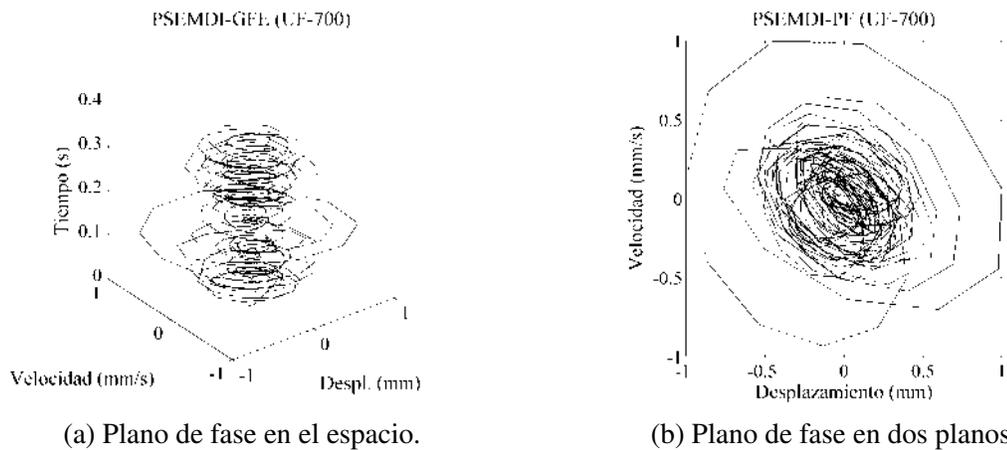


Figura 5.34: Diagramas de fase con PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm.

Finalmente, el RP para este caso es presentado en la Figura 5.35. La diferencia en la densidad de puntos contra los observados en los primeros dos casos es bastante contrastante a simple vista. Esta diferencia habla de que el método PSEMDI-RP conserva más información de la señal inicial, lo cual es precisamente un objetivo esencial del tema de investigación.

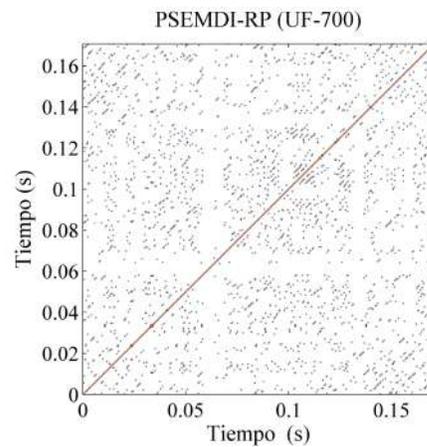


Figura 5.35: Diagrama de recurrencia con PSEMDI para el caso 2 a 700 rpm.

### 5.3.4. Caso 2b: RP obtenido por SDEMDI-RP a 1,800 rpm

El espectro de aceleración para el caso 2 a 1,800 rpm es el mismo que en la Figura 5.29a, la velocidad y desplazamiento calculados con PSEMDI son mostrados en la Figura 5.36.

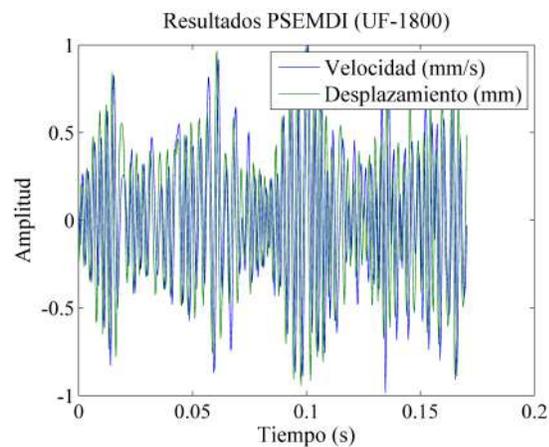


Figura 5.36: Velocidad y desplazamiento obtenidos con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm.

Sus respectivos diagramas de fase para el caso 2b, pueden observarse en la Figura 5.37.

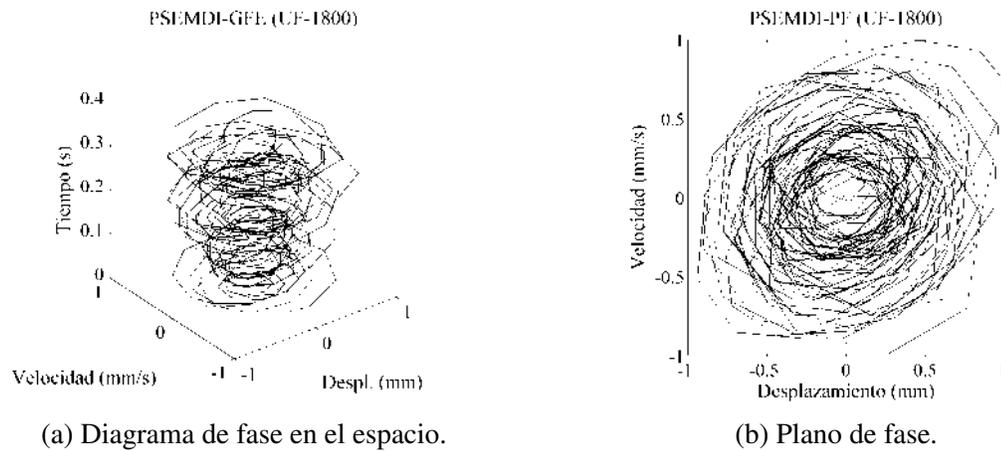


Figura 5.37: Diagramas de fase con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm.

El RP para este caso está representado en la Figura 5.38. El patrón visual del gráfico es del mismo orden en cantidad de información que arroja en comparación con los obtenidos con el método de integración SDEMDI.

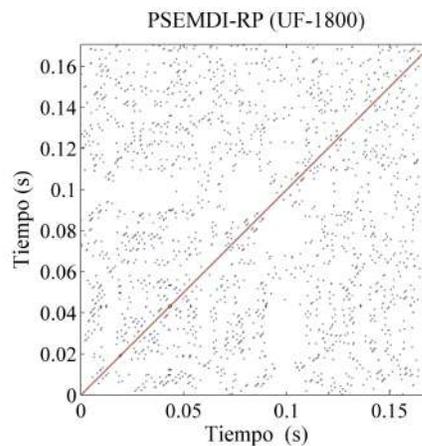


Figura 5.38: Diagrama de recurrencia con PSEMDI para el caso 2 a 1,800 rpm.

### 5.3.5. Análisis cuantitativo de resultados

El análisis cuantitativo con los resultados calculados la metodología propuesta PSEMDI-RP y su comparación con el método convencional SDEMDI-RP están basados en el diagrama de la Figura 5.39. Dicho diagrama describe dos casos de carga y dos velocidades de prueba que

serán calculados y contrastados por las metodologías SDEMDI-RP y PSEMDI-RP. El número de casos de prueba analizados hace un total de 8. La idea de este análisis es contrastar además de las dos técnicas, los casos sin fricción y con fricción.

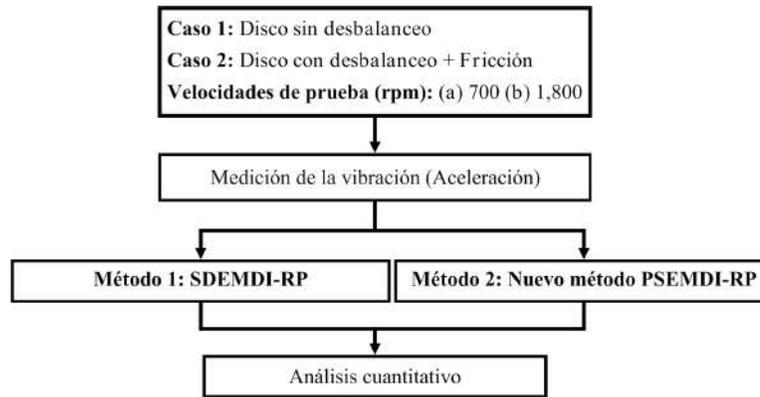


Figura 5.39: Diagrama de flujo para el análisis cuantitativo entre los métodos SDEMDI-RP y PSEMDI-RP.

La Tabla 5.4, contiene el cálculo cuantitativo de los ocho parámetros de recurrencia conforme a la Figura 5.39 y con el método SDEMDI-RP. La tabla indica que el valor de la mayoría de los parámetros aumentan ligeramente a 700 rpm, pero el incremento es mayor para todos los parámetros a 1,800 rpm.

Tabla 5.4: Cuantificación de resultado por SDEMDI-RP.

Parametro	U700	UF700	U1800	UF1800
<i>RR</i>	0.06	0.06	0.06	0.06
<i>DET</i>	0.77	0.78	0.63	0.74
<i>L</i>	3.54	3.64	3.28	3.60
<i>L<sub>max</sub></i>	72	57	41	92
<i>ENTR</i>	1.56	1.64	1.49	1.61
<i>LAM</i>	0.89	0.90	0.78	0.85
<i>TT</i>	3.64	3.44	3.39	4.02
<i>V<sub>max</sub></i>	25	15	15	19

De la misma manera, la Tabla 5.5 describe los resultados cuantitativos para el método pro-

puesto PSEMDI-RP. A diferencia del caso anterior, hay parámetros que se incrementan y otros disminuyen ante la presencia de fricción en las dos velocidades de prueba. En general, también se observa que los valores son más estables.

Tabla 5.5: Cuantificación de resultado por PSEMDI-RP.

<b>Parametro</b>	<b>U700</b>	<b>UF700</b>	<b>U1800</b>	<b>UF1800</b>
<i>RR</i>	0.06	0.06	0.06	0.05
<i>DET</i>	0.15	0.17	0.15	0.17
<i>L</i>	2.51	2.50	2.45	2.58
<i>L<sub>max</sub></i>	8	9	7	9
<i>ENTR</i>	0.95	0.95	0.89	1.02
<i>LAM</i>	0.19	0.25	0.22	0.13
<i>TT</i>	2.13	2.42	2.30	2.10
<i>V<sub>max</sub></i>	5	7	6	4

La Figura 5.40 proporciona una descripción general de todos los resultados para los dos métodos de integración estudiados. El gráfico muestra que los resultados con el método M1 (SDEMDI-RP) son mayormente irregulares y con valores más altos que el método M2 (PSEMDI-RP), el cual arroja datos con un mayor grado de estabilidad, proporcionalidad y representa un incremento más homogéneo de los parámetros en presencia de la fricción para las dos velocidades analizadas.

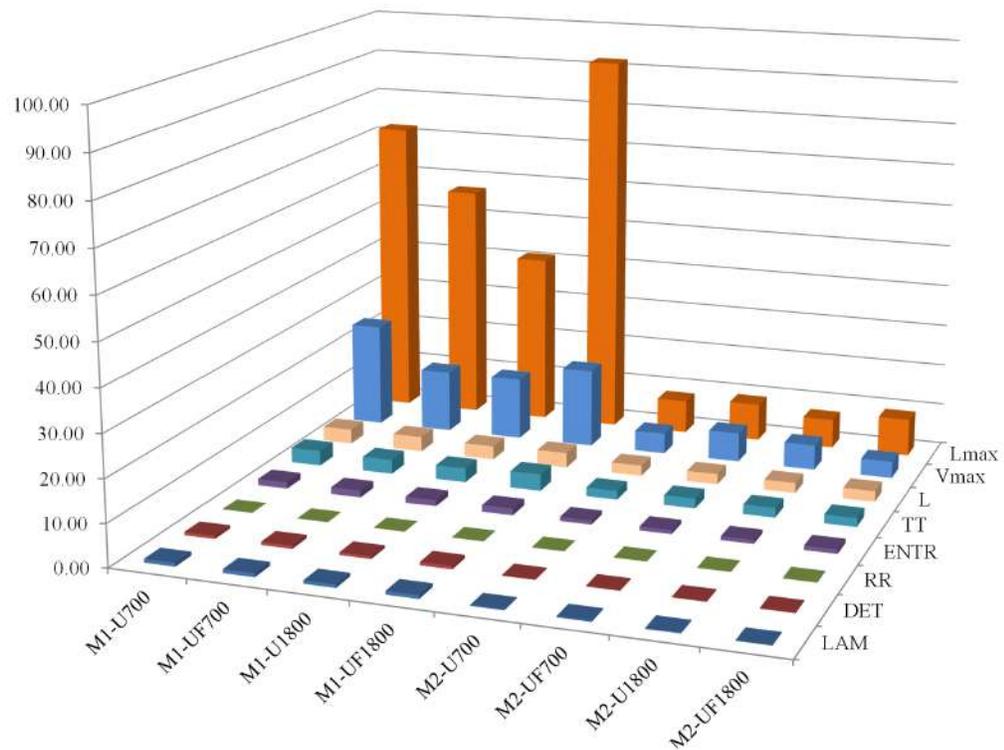


Figura 5.40: Análisis cuantitativo entre los métodos M1 y M2.

Los resultados del análisis cuantitativo observados hasta ahora han sido irregulares y es difícil llegar a una conclusión sobre las diferencias entre los métodos analizados y la contribución de la fricción en los resultados. El parámetro que se ha mantenido congruente durante todos los casos en ambos casos con la adición de la fricción ha sido el determinante ( $DET$ ) de la matriz de recurrencia y el segundo parámetro que puede ser un buen descriptor de la fricción es la Diagonal máxima ( $Lmax$ ) para el método PSEMDI-RP. Los resultados para M1 se mantienen con un mayor grado de incertidumbre debido a la irregularidad de los datos.

### 5.3.6. Resultados cualitativos y cuantitativos de SDEMDI-RP

Para tratar de encontrar resultados más concluyentes con SDEMDI-RP, a continuación, se propone el siguiente experimento indicado en la Tabla 5.6.

El análisis plantea la realización de un experimento con dos condiciones de carga: a) disco sin

desbalanceo y sin fricción; y b) disco con desbalanceado y con fricción. Cada condición de carga será registrada mediante el acelerómetro y vibrómetro de acuerdo al arreglo del banco experimental. El experimento se correrá desde las 700 hasta las 1,900 rpm con incrementos de 100 rpms. En total habrá 52 casos de carga analizados.

El vibrómetro tiene la ventaja que solo es necesario aplicar el método PSEMDI para obtener el desplazamiento dado que mide directamente la velocidad, por lo que será un buen parámetro de comparación. Sin embargo, se ha comentado que éste equipo proporciona mucha más información que el acelerómetro porque está localizado en un punto adyacente al punto de aplicación de la fricción, la distancia relativa con el acelerómetro es grande, la condición estructural del banco de pruebas es muy flexible y el vibrómetro censará la vibración generada por la rugosidad superficial del disco.

Tabla 5.6: Condiciones de prueba para análisis exhaustivo con SDEMEDI-RP.

<b>Caso</b>	<b>Condición de prueba</b>	<b>Instrumento de medición</b>	<b>Rango de velocidad (rpm)</b>	<b>Inc. de velocidad (rpm)</b>	<b>Designación</b>
A1	Disco balanceado sin fricción	Acelerómetro	700–1,900	100	Unb-A
A2		Vibrometro			Unb-V
B1	Disco desbalanceado con Fricción	Acelerómetro	700–1,900	100	Unb+Fric-A
B2		Vibrometro			Unb+Fric-V

Los datos del sistema de adquisición, así como los del bando en general son los mismos que los del primer experimento. En la Figura 5.44 se resumen solo los resultados para 5 casos de carga. Sin embargo, en las siguientes dos figuras que hacen una descripción estadística del experimento, se incluyen todos los casos y parámetros analizados. La primera y segunda columna de la figura referida corresponden a los resultados obtenidos con el acelerómetro y la tercera y cuarta columna son los resultados del vibrómetro. Como puede observarse, los RP del caso analizado presentan una clara diferencia cuando la fricción es aplicada al disco para los dos sensores de vibración. Los resultados con el vibrómetro dan la mejor descripción del sistema.

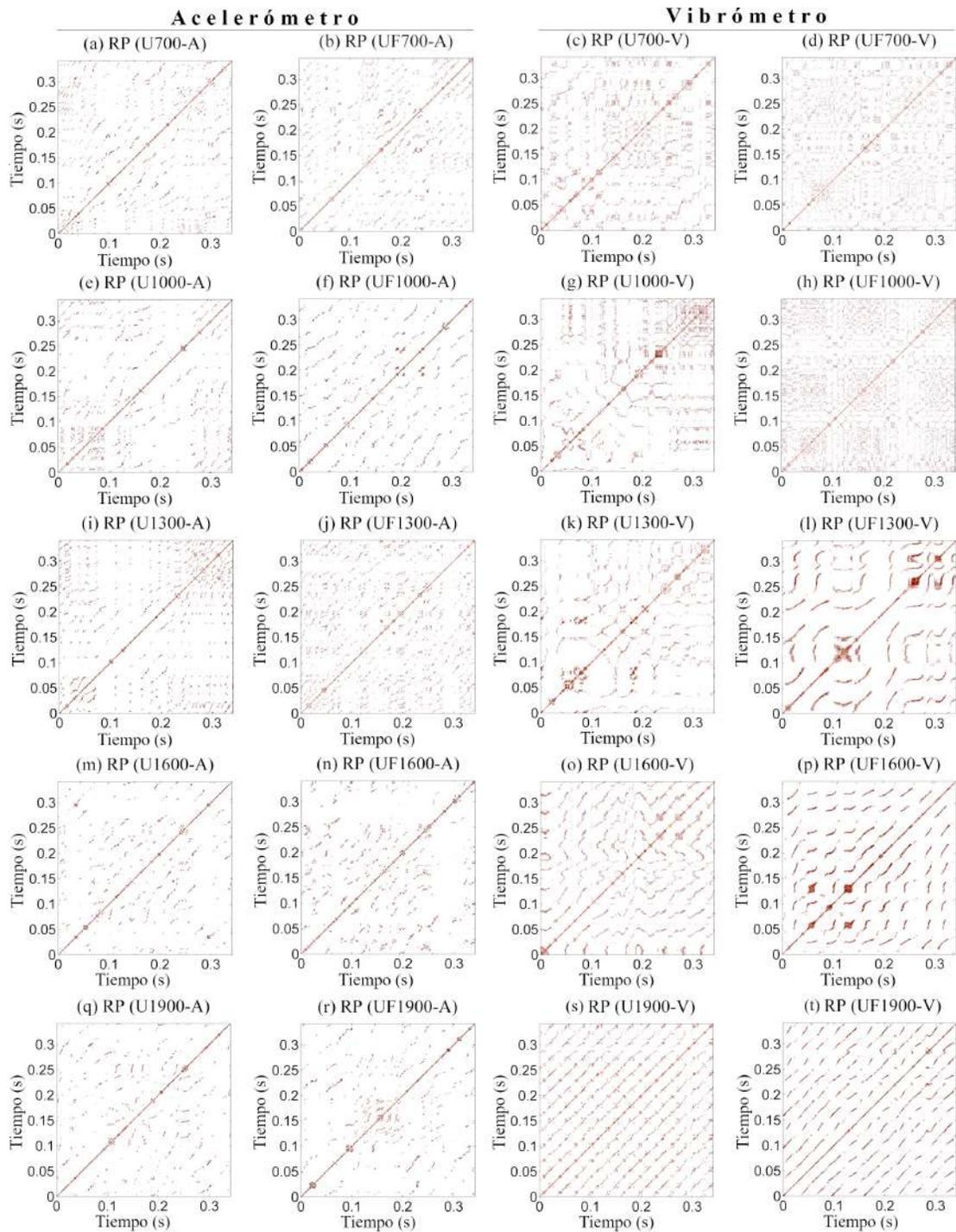


Figura 5.41: RP para cuatro condiciones de carga y cinco velocidades diferentes con SDEMDI-RP.

De igual manera, los resultados para los parámetros de cuantificación del sistema dinámico son mostrados en la Tabla 5.48. De acuerdo con los resultados de la figura, el parámetro más

representativo del sistema dinámico es  $L_{max}$  en primer lugar y seguido por  $V_{max}$  para todos los casos analizados. También puede notarse que las mediciones realizadas con el vibrómetro son más representativas del sistema en función de la velocidad.

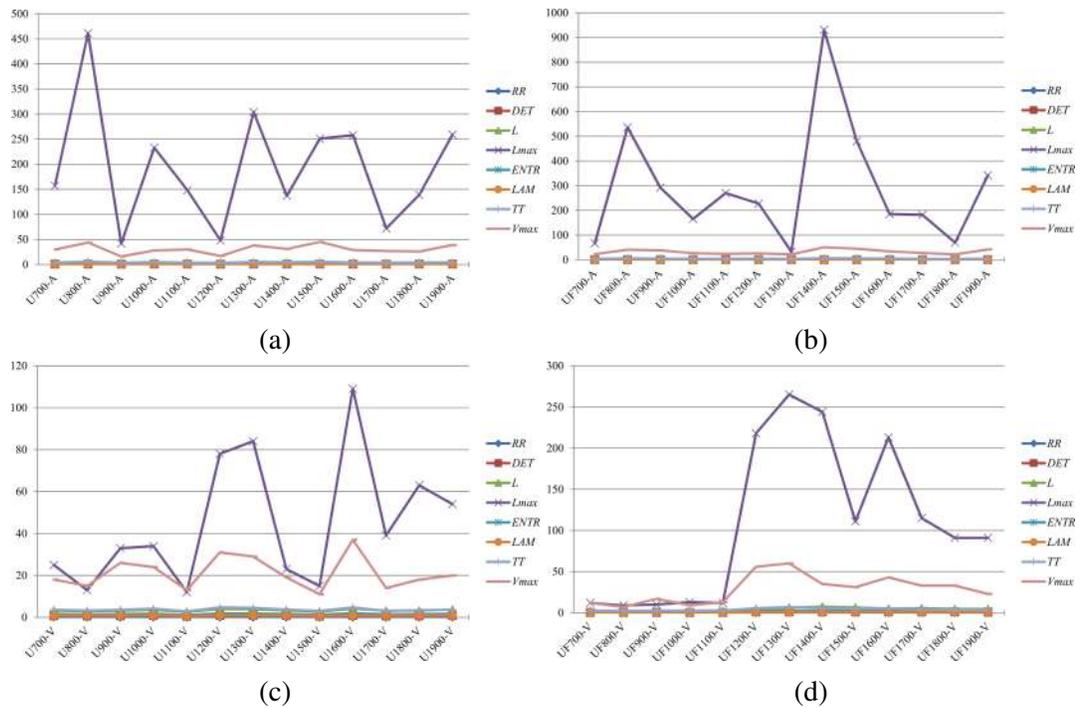


Figura 5.42: Análisis cuantitativo del sistema mecánico experimental con SDEMDI-RP: (a) Resultados con A y U; (b) Resultados con A y U+F; (c) Resultados con V y U; (d) Resultados con V y U+F.

Finalmente, se presenta un gráfico mostrando los datos estadísticos con las RMS promedio para todos los parámetros de cuantificación del sistema en la Figura 5.46. Dicha figura muestra que  $L_{max}$  es el parámetro más representativo del sistema y refleja claramente el efecto de la fricción para los dos casos de carga planteados. También puede comentarse que las mediciones con el acelerómetro arrojaron los valores promedio más altos.

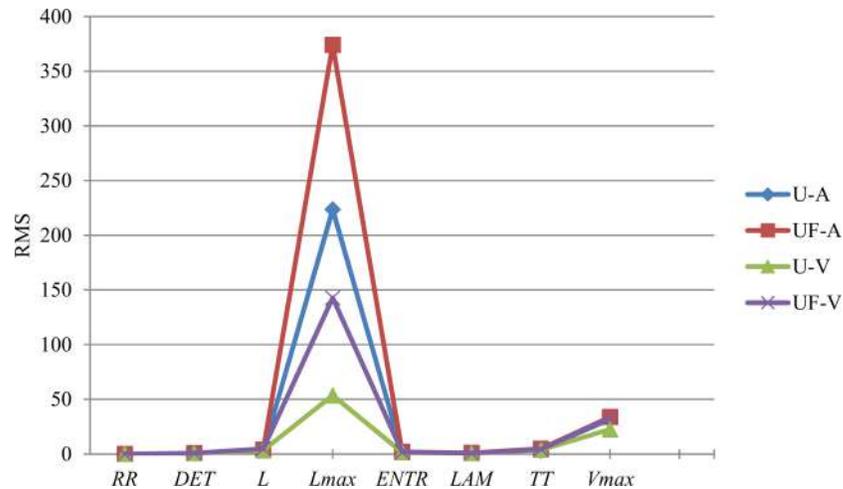


Figura 5.43: Comparativo estadístico del promedio  $RMS$  de los parámetros de cuantificación del sistema con SDEMDI-RP.

### 5.3.7. Resultados cualitativos y cuantitativos con PSEMDI-RP

El siguiente experimento consistió en repetir el mismo procedimiento de la sección anterior pero ahora aplicando el método propuesto PSEMDI-RP con la finalidad de evaluar las diferencias entre ambas técnicas, los efectos de la fricción y los sensores de vibración. Los datos del sistema de adquisición y del bando siguen siendo los mismos. La Figura 5.44 presenta los resultados para los mismos 5 casos de carga previamente analizados. La diferencia entre los patrones de los RP contrasta significativamente contra los gráficos derivados con el método SDEMDI-RP. Los RP obtenidos con el vibrómetro presentan una mayor concordancia más acorde con el incremento de la velocidad. Incluso los periodos correspondientes a la frecuencia de giro son muy definidos con la peculiaridad del efecto de la fricción sobre las mismas líneas diagonales. Sin embargo, también los RP calculados con la información de los acelerómetros tienen una diferencia muy clara cuando la fricción es aplicada al sistema.

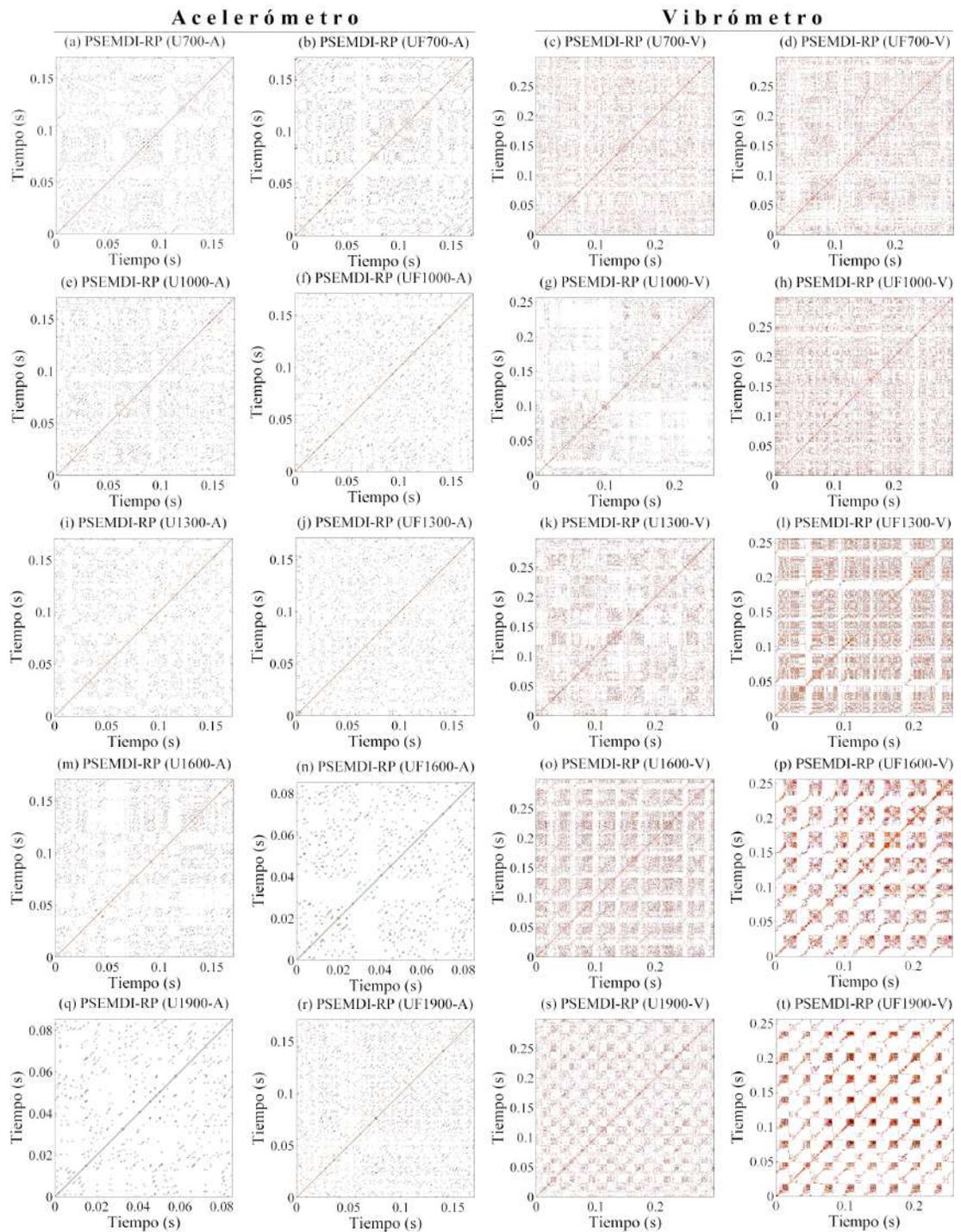


Figura 5.44: RP obtenidos mediante PESMDI-RP para las cuatro condiciones de carga y cinco velocidades diferentes.

La Tabla 5.48 da los resultados para los parámetros de cuantificación del sistema dinámico.

De acuerdo con los resultados de la dicha figura, el parámetro dominante del sistema es  $L_{max}$  y en segundo lugar está  $V_{max}$ . Nuevamente, las mediciones realizadas con el vibrómetro resultaron ser más representativas del sistema en función de la velocidad. Claramente queda en evidencia la afectación del sistema por la acción de la fricción.

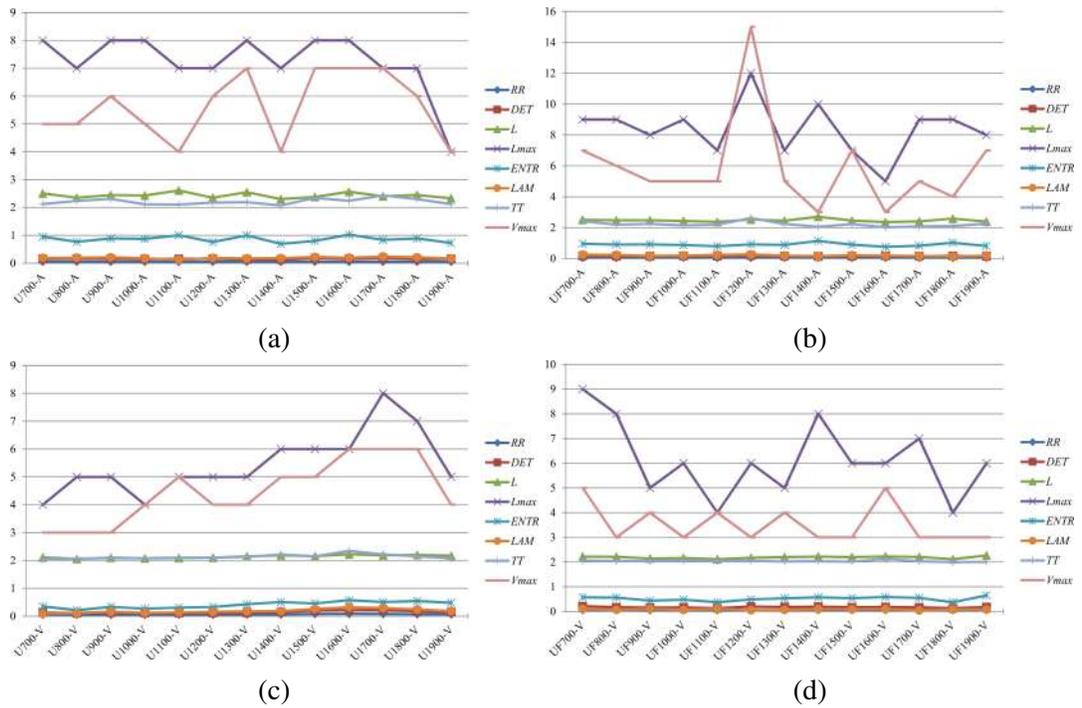


Figura 5.45: Análisis cuantitativo con PSEMDI-RP: (a) Resultados con A y U; (b) Resultados con A y U+F; (c) Resultados con V y U; (d) Resultados con V y U+F.

Los datos estadísticos con las RMS promedio para todos los parámetros de cuantificación del sistema son presentados en la Figura 5.46. Dicha figura muestra que  $L_{max}$  es el parámetro más representativo del sistema y refleja claramente el efecto de la fricción para los dos casos de carga planteados. Adicionalmente, puede concluirse que las mediciones con el acelerómetro arrojaron los promedios más altos.

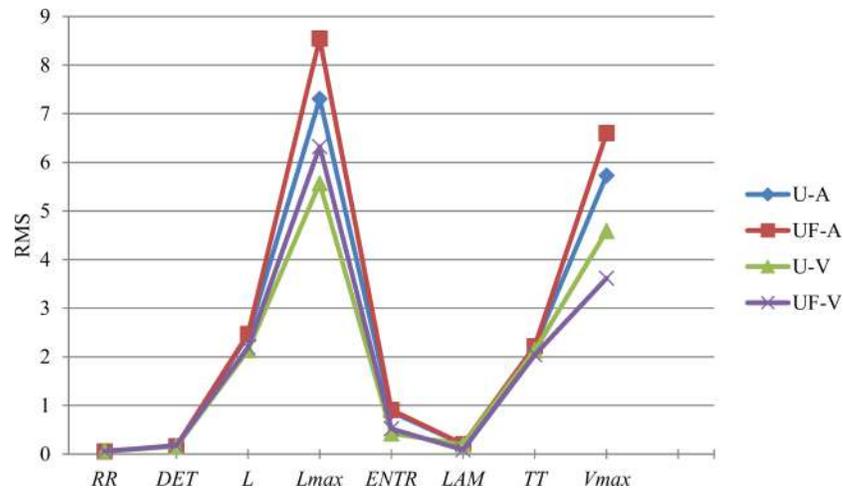


Figura 5.46: Comparativo estadístico del promedio  $RMS$  de los parámetros de cuantificación del sistema con PSEMDI-RP.

### 5.3.8. Aplicación de PSEMDI-RP a monitoreo de la condición del aerogenerado

La metodología PSEMDI-RP es aplicada para determinar la condición dinámica de operación del aerogenerador de 12 kW de la UAQ Campus Aeropuerto y evaluar si representa congruentemente a los espectros de vibración en el dominio del tiempo. Es importante destacar que el tren de potencia del equipo está operando normalmente y que la operación solo está expuesta a los efectos turbulentos y caóticos del viento de la zona. Para tal efecto se obtuvo una base de datos del muestreo de la operación del equipo.

La máquina es de eje horizontal, el rotor consta de dos palas o hélices. El eje principal que sostiene al rotor está apoyado sobre dos soportes con baleros y el generador queda localizado del lado opuesto al rotor como puede observarse en la Figura 5.47.

Por otro lado, la frecuencia de muestreo es 1,594 Hz, los datos de operación fueron registrados diariamente en bloques de 1,024 datos y cada bloque de muestreo consta de un total de 72,102 registros en cada uno de los seis puntos de muestreo en posición axial. Los datos de vibración fueron tomados mediante acelerómetros. No se dispone de los datos de diseño de

los elementos del tren de potencia, por lo que no es posible realizar un análisis detallado de los resultados. Solamente se sabe que la velocidad nominal del eje de potencia es de 300 rpm (5 Hz).



Figura 5.47: Aerogenerador UAQ.

*Fuente: Cortesía de la Universidad Autónoma de Querétaro.*

Inicialmente, es posible comentar que debido a la baja velocidad es necesario un sensor adecuado para este rango de frecuencias tan bajo, por lo que queda descartado un acelerómetro industrial común. Una característica típica de los acelerómetros es que por defecto tienden a maximizar el espectro de baja frecuencia y por el contrario minimizan las altas frecuencias.

La frecuencia principal del aerogenerador es  $1X$  y la frecuencia del paso de las dos palas es  $2X$ . Dado que no disponía de datos sobre los baleros y el generador, sus frecuencias quedan excluidas del análisis. Donde  $X$  representa la velocidad del eje del rotor.

El propósito de los análisis realizados es mostrar las diversas técnicas disponibles en este campo conforme a la Tabla 2.6 de la sección 2.2 del capítulo 2. Estos incluyen el análisis en el dominio de la frecuencia (DFT), Wavelets, HHT y RP. Cada uno tiene sus propias caracterís-

ticas y alcances, los cuales han sido destacados durante el análisis.

El punto de partida suele ser la localización del punto de medición y posteriormente, registrar los espectros de vibración correspondientes. Por supuesto que previamente, es de suma importancia aplicar un procedimiento adecuado para la instrumentación del sistema de adquisición, así como determinar los parámetros de medición. El método recomendado es realizar las mediciones de acuerdo con la norma *ISO 18436-2 "Vibration Condition Monitoring and Diagnostics"*.

Solo se analizarán dos casos definidos por la posición de cada sensor y para un rango de puntos de muestreo de 50,000 a 51,023 datos de un total de 72,102 datos registrados. Dichos espectros fueron seleccionados específicamente porque sus características contrastan como podrá observarse en sus espectros.

Los primeros resultados son ilustrados en la Figura 5.48. En primer lugar, está el espectro de aceleración en el dominio del tiempo, seguido de su respectivo diagrama de DFT y en tercer lugar es presentado el gráfico Wavelet correspondiente para cada sensor analizado. La característica principal de Fourier es que tiene una base completamente teórica y queda limitado para analizar solo fenómenos lineales y estacionarios. Ha sido un técnica muy rentable y usada por su simplicidad para visualizar el espectro de frecuencias y llevar un control de su amplitud para el control de las fallas o de la condición de la maquinaria. En cambio, las Wavelets aunque también tienen una base completamente teórica, también poseen la capacidad para identificar fenómenos no lineales y regímenes no estacionarios, los aerogeneradores son el ejemplo perfecto para su aplicación y esto puede observarse en la Figura 5.48c y la Figura 5.48f. Dichos gráficos presentan franjas rojas y azules, las cuales, representan las frecuencias presentes en los tiempos correspondientes y es evidente que éstas cambian con el tiempo. Sin embargo, muestran muy pocas no linealidades o éstas no son claramente evidenciados para estos casos. El gráfico 5.48c muestra un comportamiento muy caótico del sistema y señala la frecuencia de giro del eje del rotor sobre la línea "A" (1.7 Hz) y la frecuencia de las palas sobre la línea "B" (4.8 Hz) de manera aproximada. Las frecuencias localizadas a la altura de la línea "C" pueden pertenecer a los baleros o al generados. El gráfico 5.48f es más simplifi-

cado dado que en su DFT predomina la frecuencia de 1.563 Hz (línea “A”) con una magnitud 5.5 veces mayor que la anterior. Ligeramente pueden observarse algunas zonas sobre la línea con una frecuencia de 3.47 Hz, muy cercana a 2X.

Como una conclusión parcial de estas dos metodologías es que, el gran ausente en la escena son los fenómenos no lineales del sistema dinámico debido a sus limitaciones propias determinadas por sus bases teóricas.

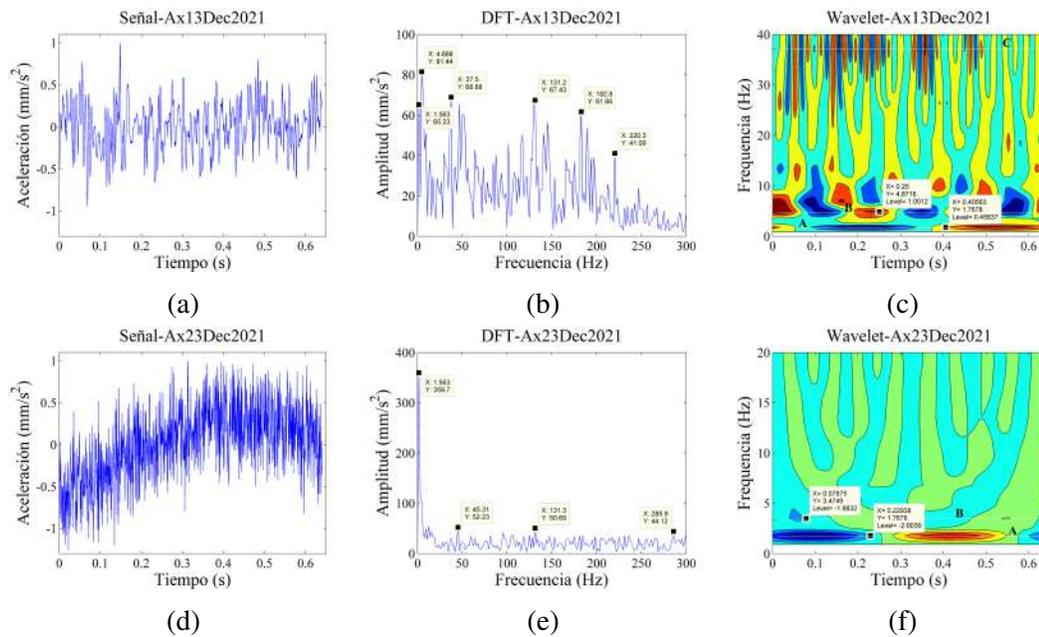


Figura 5.48: Análisis dinámico con PSEMDI-RP del aerogenerador 12 kW para el rango de 50,000 a 51,023 datos y para los puntos de medición Ax13: (a) Señal de aceleración; (b) DFT de la señal; (c) Wavelet y Ax 23: (d) Señal de aceleración; (e) DFT de la señal; (f) Wavelet.

Una técnica relativamente reciente, que comenzó a ganar popularidad hace algunas décadas, es la Transformada de Hilbert-Huang. Misma que tiene una base tanto gráfica experimental como teórica y se caracteriza por la capacidad adicional para analizar las señales no lineales en regímenes no estacionarios.

Los resultados de los IMF por la descomposición aplicando EMD a la señal del aceleración para el caso de Ax13 con el rango de 50,000-51,023 es mostrada en la Figura 5.49. En dicha figura, es posible observar que cada uno de los siete IMF es una señal no lineal y no estacio-

naria por lo que queda representada cualquier condición del sistema. Si se graficara el DTF tendría una descomposición similar a los IMF, pero todos serían con frecuencias y amplitudes constantes y serían solamente diferentes entre cada IMF.

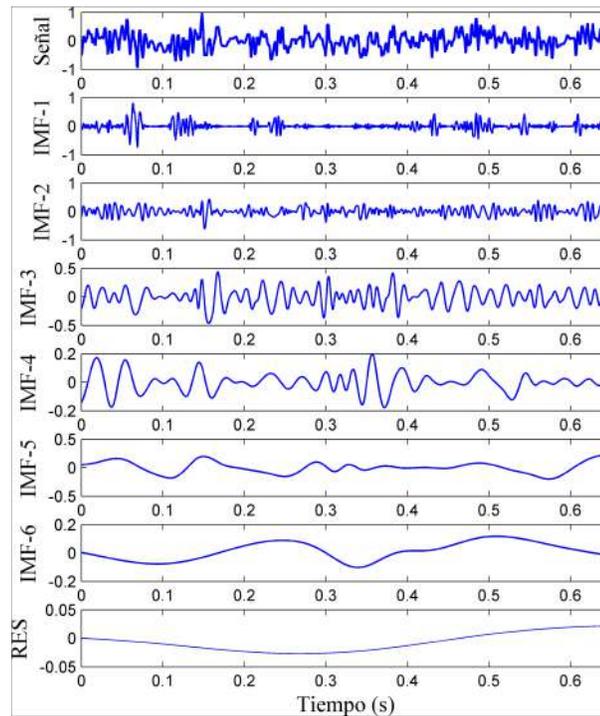


Figura 5.49: IMF de la aceleración para el caso Ax13-Rango: 50,000-51,023.

Al aplicar HHT a cada IMF, se obtienen sus respectivas frecuencias instantáneas y mediante las cuales es posible realizar diferentes análisis de la señal, así como aplicar diferentes tipos de gráficos para facilitar su interpretación y visualización, estos son presentados en la Figura 5.50. Una estrategia para el diagnóstico de la condición de maquinaria es buscar la frecuencia de operación de algún componente de interés. A continuación, se busca la frecuencia más cercana y de esta forma podrá caracterizarse el comportamiento dinámico con base en la frecuencias y amplitudes instantáneas. Para los dos casos de estudio, los últimos espectros HHT podrían corresponder al comportamiento del rotor y de las palas. Las frecuencias mayores estarían relacionadas con las frecuencias de los baleros y el generador.

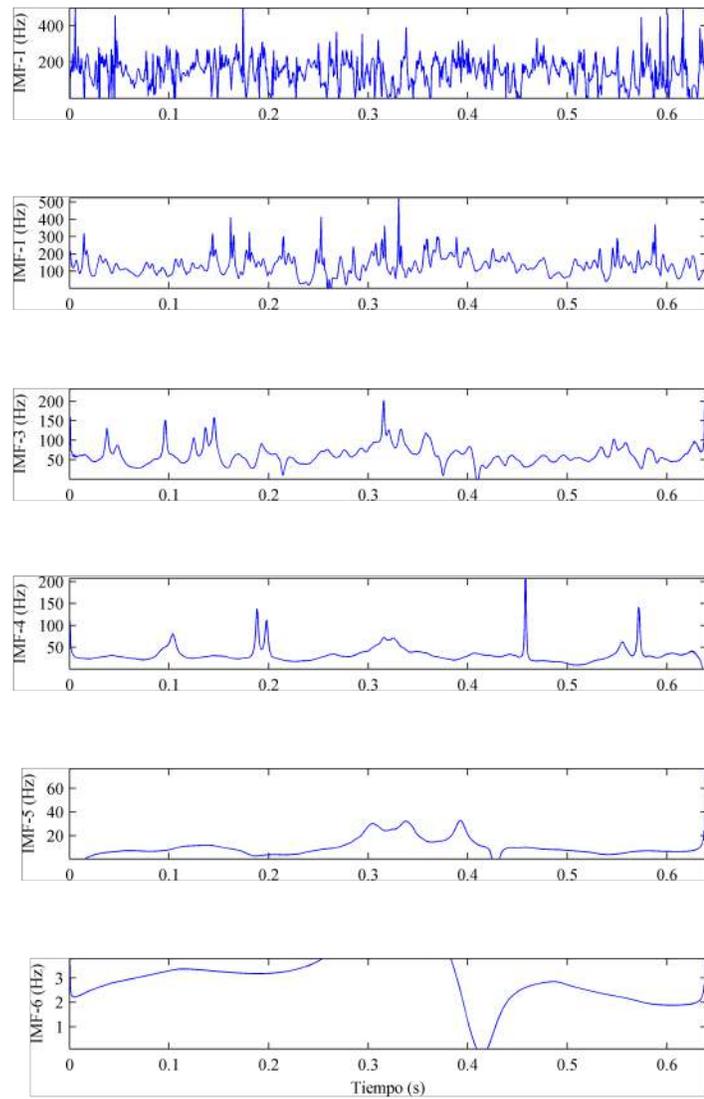


Figura 5.50: Frecuencias instantáneas para cada IMF del caso Ax13-Rango: 50,000-51,023 datos

Los resultados de los IMF por la descomposición aplicando EMD a la señal de aceleración para el caso Ax23 con un rango de 50,000-51,023 es mostrada en la Figura 5.51.

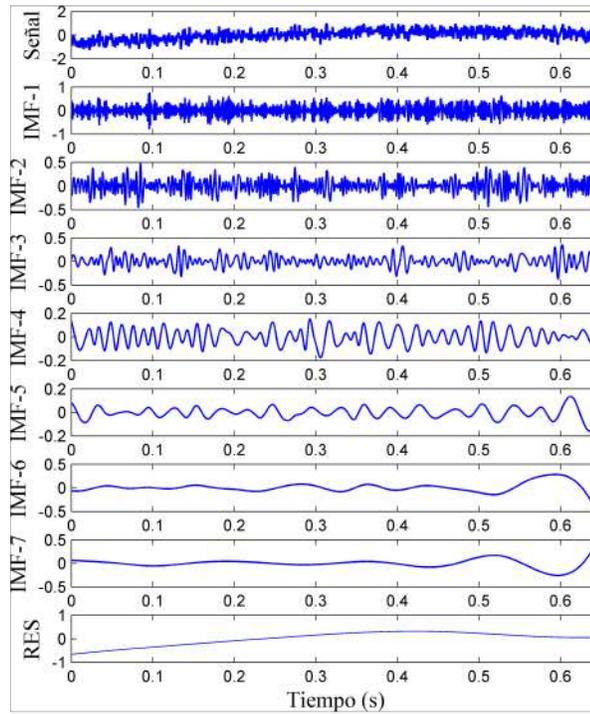


Figura 5.51: IMF de la aceleración para el caso Ax23-Rango: 50,000-51,023.

Los gráficos para HHT de cada IMF pueden observarse en la Figura 5.50. Para este caso resultaron siete espectros y en general, puede observarse que las frecuencias son más estables, sobre todo las más bajas a diferencia del caso anterior.

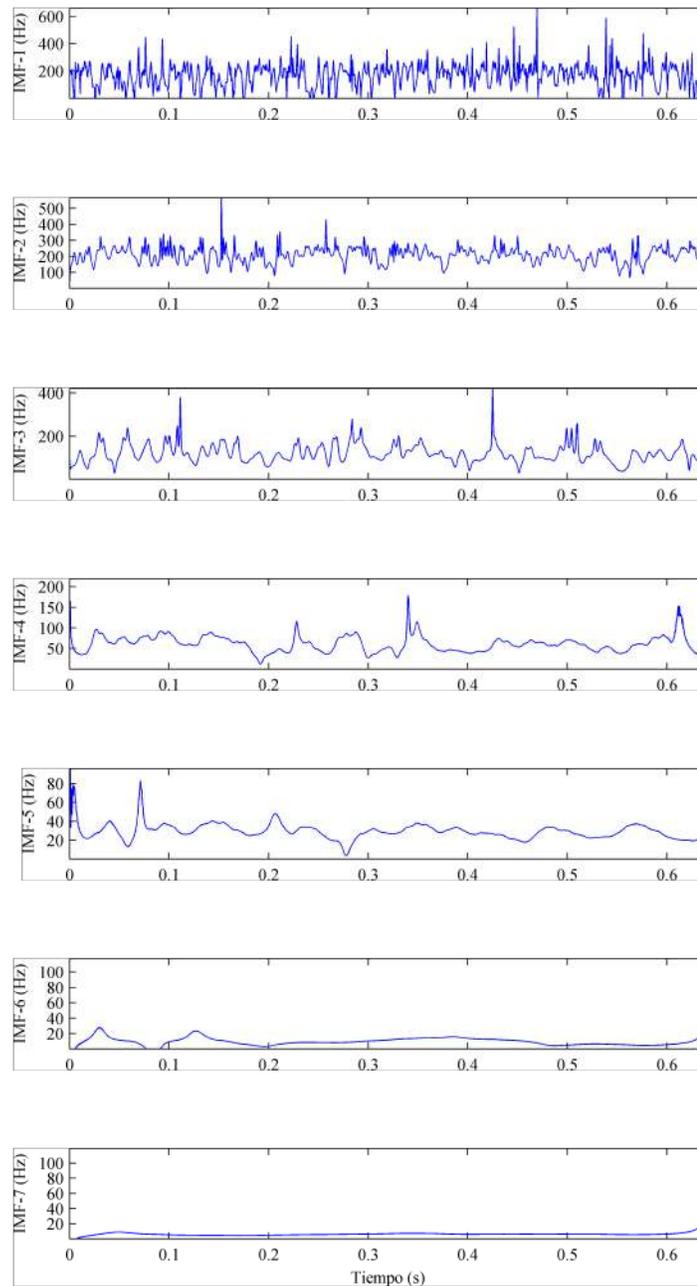


Figura 5.52: Frecuencias instantáneas para cada IMF del caso Ax23-Rango: 50,000-51,023 datos

Los RP para los dos casos analizados son mostrados en la Figura 5.53. El RP del punto de medición Ax23 describe un movimiento armónico debido a la predominancia de la frecuencia de 1.563 Hz ( $\tau_3 = 0.21$  s) y está representado por la retícula rectangular del padrón del gráfico

definido por las franjas horizontales y verticales. También hay señales de ruido en el sistema. Por su parte el RP del punto Ax13 genera un patrón caótico e irregular con diversas formas geométricas anidadas al principio y al final del periodo de muestreo tienden a formar bucles de tamaño considerable. Se ha trazado la línea diagonal correspondiente a la frecuencia 1.563 Hz para mostrar el comportamiento de la frecuencia del paso de las aspas y como puede observarse por la variación del viento. La resolución del gráfico RP puede ser mejorada incrementando el valor de la tolerancia de recurrencia  $\epsilon$ . Claramente también pueden observarse muchas diagonales a frecuencias con periodo más bajos y espaciados a 0.02 (200 Hz), aproximadamente y están localizadas junto a la diagonal principal. Sobre la propia diagonal principal hay pequeñas zonas con acumulación de puntos con periodos de muestre más bajos. La misma línea diagonal principal es muy diferente de la diagonal principal de caso Ax23.

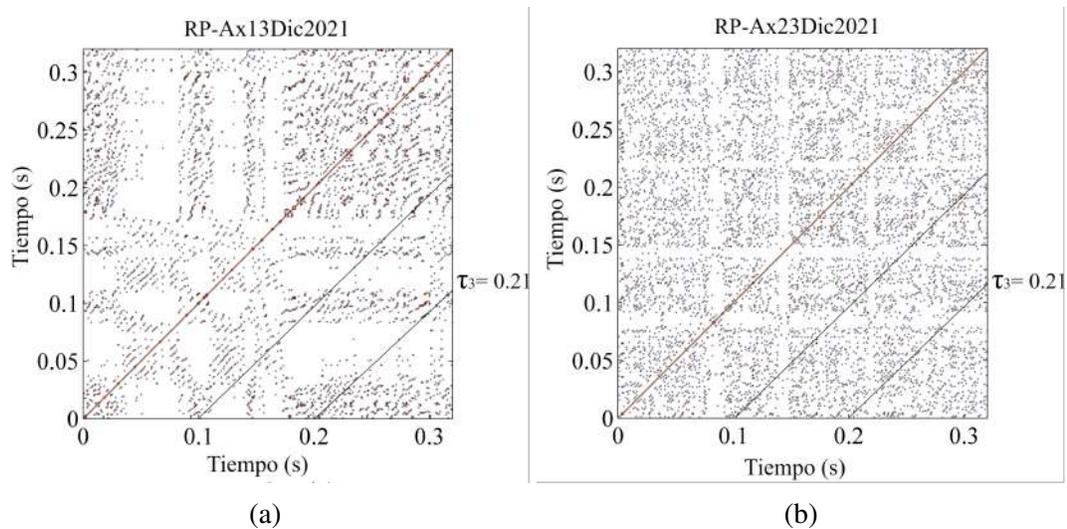


Figura 5.53: RP para los dos casos analizado del sistema mecánico experimental con PSEMDI-RP: (a) Punto Ax13; y (b) Punto Ax23. Rango de muestreo 50,000-51,023 datos.

La Tabla 5.7 proporciona el análisis cuantitativo de ambos casos. Los resultados indican que, en general, todos los valores de los parámetros para el caso Ax23 bajaron y fueron congruentes con el patrón de los RP. Los valores más altos son un indicativo del comportamiento caótico del sistema. Los parámetros que registraron los mayores cambios son  $L_{max}$  y  $V_{max}$ , los cuales, han sido los más representativos de los sistemas estudiados.

Tabla 5.7: Cuantificación de los parámetros de recurrencia para el aerogenerador.

<b>Parametro</b>	<b>Ax13Dec2021</b>	<b>Ax23Dec2021</b>
<i>RR</i>	0.07	0.06
<i>DET</i>	0.24	0.12
<i>L</i>	2.43	2.15
<i>L<sub>max</sub></i>	10	4
<i>ENTR</i>	0.88	0.44
<i>LAM</i>	0.37	0.12
<i>TT</i>	2.57	2.02
<i>V<sub>max</sub></i>	8	4

De acuerdo con el rango de medición de 1024 puntos, no fue posible observar las diagonales que describen a las frecuencias del rotor y de las palas debido a que el método de integración pierde algunos datos durante el proceso de integración. Esta situación pudo ser resuelta tomando el doble de datos para el muestreo, es decir, 2048 datos.

A partir de estos primeros resultados es posible realizar ajustes de los parámetros de medición, así como de la tolerancia de recurrencia para iniciar con un análisis más detallado y en el que deberían estar considerados todos los datos de diseño de los componentes del equipo.

Por lo tanto, con base en los resultados obtenidos, ha quedado demostrado que el método PSEMDI-RP tiene la capacidad para describir los fenómenos lineales y no lineales sin importar que el sistema sea o no de velocidad variable y que representa una herramienta nueva para realizar análisis dinámicos más completos que los métodos convencionales en máquinas rotativas para caracterizar su condición y realizar un mejor diagnóstico y predicción de fallas.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En el presente trabajo de investigación se ha presentado el marco teórico, la justificación y la relevancia del tema sobre los análisis dinámicos para la caracterización dinámica de sistema mecánicos aplicados a maquinaria rotativa y ha desarrollado la nueva metodología de análisis PSEMDI-RP, la cual, es una combinación de RP con un nuevo método de integración de la señal obtenida con un acelerómetro mediante la integración por el corrimiento de fase de los IMF calculados por EMD. El método propuesto se distingue de las metodologías tradicionales por su capacidad para analizar todo tipo de sistemas mecánicos independientemente de las condiciones de operación, y su característica principal es incluir las no linealidades en el análisis.

El primer capítulo presentó la justificación general del tema de investigación, el planteamiento del problema a resolver y la hipótesis propuesta con sus objetivos generales y específicos. El capítulo dos mostró el estado del arte con respecto a la propuesta de aplicar RP al diagnóstico de maquinaria, y en donde, fueron expuestas las diversas técnicas existentes con sus respectivas características y alcances. Dentro de este capítulo se demostraron las ventajas y capacidades de RP para analizar todos tipo de sistemas dinámicos ya sea lineales y no lineales en regímenes de velocidad variable. También se mostró que las metodologías convencionales que actualmente son utilizadas en los sistema de mantenimiento predictivo no tienen dichas

capacidades, por lo que ofrecen diagnósticos incompletos de la condición de la maquinaria. Posteriormente, durante el capítulo tres fueron sentadas las bases técnicas del tema de investigación, así como las bases teóricas de los principios y metodología que se emplearon en el desarrollo de la investigación. La metodología aplicada al tema fue la razón de ser del capítulo cuatro y finalmente, el capítulo cinco presentó todos los resultados experimentales, los cuales serán discutidos a continuación.

El capítulo cinco fue estructurado esencialmente en tres secciones principales, de las cuales, la primera describió el desarrollo de un nuevo método de integración PSEMDI cuya característica principal es que conserva la no linealidad de la señal durante el proceso de integración. Para poder tener un punto de referencia de la nueva metodología de integración fue necesario definir una serie de funciones de referencia contra las que se compararían los resultados obtenidos a fin de evaluar los resultados en forma objetiva. La nueva metodología de integración está basada en el concepto del corrimiento de fase para obtener las funciones de velocidad y desplazamiento a partir de un espectro de aceleración en el dominio del tiempo. Para poder realizar la integración mediante dicho corrimiento de fase, es necesario descomponer la señal de aceleración con la ayuda de EMD a fin de obtener los IMF a diferentes frecuencias y amplitudes. La fortaleza de los IMF radica en que descompone experimentalmente la señal en nuevos espectros que integran todo tipo de señales sin importar si el sistema tiene una velocidad variable y específicamente las no linealidades. Esta característica hace que la integración sea de la misma naturaleza de RP. Posteriormente, es necesario encontrar las frecuencia dominantes, sus amplitudes y localización con DFT de cada IMF para poder estimar el corrimiento de fase equivalente a un cuarto del periodo fundamental para obtener la integración a fin de encontrar la velocidad. La metodología incluye el cálculo de un factor de peso para corregir la amplitud de manera proporcional con el corrimiento y está en función de la frecuencia y amplitud fundamental. Finalmente, todos los IMF son sumados para encontrar la velocidad. Repitiendo el mismo procedimiento pero ahora con la velocidad se calcula el desplazamiento de la señal. Con ambos espectros pueden calcularse los diagramas de fase y los RP respectivos. Los resultados de la velocidad y desplazamiento fueron comparados con-

tra las funciones de referencia mediante la coherencia y la correlación cruzada entre ambas señales. El comparativo entre la velocidad y desplazamiento estimados a partir de la aceleración de la función de referencia, fue comparado contra las mismas funciones de referencia. Cabe aclarar que fueron considerado dos casos: a) funciones de referencia de un movimiento armónico, y b) una señal generada en el banco de pruebas considerando una condición de desbalanceo más un fuerza de fricción en el disco de prueba a 1,100 rpm y el cálculo fue realizado con un método de integración propuesto PSEMDI y el método convencional SDEMEDI (Regla de Simpson 3/8). La coherencia para el caso (a) tuvo un RMS 0.97 y 0.94 para la velocidad y el desplazamiento respectivamente. Las diferencias estuvieron concentradas en diferencias de amplitudes básicamente. Los gráficos de la correlación cruzada mostraron diagramas muy similares a los resultados cuando se comparar una misma señal y la máxima desviación ocurrió con el desplazamiento. El caso (b) es una condición fuertemente no lineal debido a la fricción y los resultados de la integración fueron contrastados contra el espectro de velocidad obtenido directamente con un vibrómetro láser apuntando sobre la superficie del mismo disco. Para el método PSEMDI, la coherencia indicó tres picos con valores de coherencia mayores de 0.5: A(1, 0.53), B(23, 0.59) y E(96, 0.60). Estos puntos abarcan a todo el rango de las frecuencias analizadas. Donde el primer número entre paréntesis representa al frecuencia y el segundo la coherencia. El promedio de la coherencia de los tres punto es 0.57. La correlación cruzada tubo un patrón cercano al espectro teórico siendo éste más optimista que la coherencia. Los resultados muestran que los fenómenos no lineales complican significativamente a las metodologías de integración. Para el método SDEMEDI, los tres picos con con valores de coherencia mayores de 0.5 fueron: C(78, 0.52), D(86, 0.65) y E(116, 0.51). Las frecuencias indican que solo hay coherencia en las zona de alta frecuencia. El promedio de la coherencia de los tres punto es 0.56. La correlación cruzada tubo un patrón fuertemente alejado al espectro teórico. Los resultados de la correlación cruzada mostraron una diferencia muy grande entre ambos métodos y de los cuales la correlación cruzada para el método propuesta fue significativamente mejor. El comparativo entre coherencia indica que existe una ligera diferencia a favor de PSEMDI y que además, los valores abarcan todo el ancho del rango de frecuencias analizadas.

La segunda y tercera sección describieron los resultados del nuevo método de análisis PSEMDI-RP y de su contraste contra el método convencional SDEMDI-RP para diferentes casos de carga en el banco de pruebas: disco con y sin desbalanceo, disco con y sin fricción, diferentes velocidades desde 700 hasta 1900 rpm con incrementos de 100 rpm y midiendo con acelerómetro y con vibrómetro. El objetivo de estas pruebas fue evaluar el método propuesto contra un método convencional típico, analizar el efecto de la fricción en el sistema y sobre todo en los RP, contrastar los resultados entre el acelerómetro y el vibrómetro y en el sistema dinámico general del arreglo del banco de pruebas. De igual manera, los análisis cuantitativos de los RP fueron incluidos como parte del análisis.

Los resultados iniciales del comparativo entre los métodos PSEMDI-RP y SDEMDI-RP para el caso de prueba con el disco desbalanceado y fricción a 700 y 1800 rpm, mostraron una diferencia significativamente a favor del método propuesto PSEMDI-RP. Dichas mejoras pudieron ser observadas tanto en los diagramas de fase como en sus RP y quedó de manifiesto que PSEMDI-RP proporciona más información que el método convencional para los casos analizados.

Los primeros resultados del análisis cuantitativo entre los métodos PSEMDI-RP y SDEMDI-RP considerando el disco sin y con desbalanceo y sin y con fricción a 700 y 1800 rpm, indicaron que el método arroja valores más uniformes y estables que los obtenidos con el método convencional. En general, todos los parámetros de recurrencia se incrementaron con la presencia de la fuerza de fricción. A su vez, los parámetros de recurrencia que se mantuvieron más constantes durante el análisis y con la adición de la fricción fueron el Determinante y la Diagonal Máxima de la matriz de recurrencia. Mientras que hubo mayor incertidumbre en los resultados del método convencional.

Para confirmar los resultados entre los métodos PSEMDI-RP y SDEMDI-RP obtenidos hasta ahora fue realizado un análisis exhaustivo con cada metodología combinando el disco balanceado y desbalanceado, el disco sin fricción y con fricción, utilizando el acelerómetro y el vibrómetro y efectuando el análisis para un rango de velocidades desde 700 a 1900 rpm con incrementos de 100 rpm. En total resultaron 52 casos de carga por cada método. En dicho

estudio, los análisis cuantitativos también fueron incluidos. Nuevamente, todos los resultados obtenidos previamente fueron confirmados. El nuevo método PSEMDI-RP proporcionó más información que el convencional. Los RP generados con el vibrómetro mostraron una mayor densidad de información para el caso analizado. Los RP del método PSEMDI-RP tienen mayor similitud con los resultados del vibrómetro. El análisis estadístico con los parámetros de recurrencia indicó que la diagonal máxima fue el parámetro más representativo del sistema para todos los casos y éste fue igual en ambos métodos de comparación. Los resultados con el vibrómetro arrojaron los valores más altos en general. En ambos métodos fue posible hacer la distinción de la fricción. La diferencia que se tuvo contra los resultados del vibrómetro, puede deberse a que éste estuvo muy cercano a punto de fricción, por lo que registró más vibración que el acelerómetro además de la diferencia de la tecnología del sistema de adquisición de la señal.

Finalmente, la metodología PSEMDI-RP fue aplicada a un caso real para el diagnóstico de la condición del aerogenerador de 12 kW localizado en la Universidad Autónoma de Querétaro Campus Aeropuerto. En esta máquina fueron aplicadas varias de las metodologías más representativas en el diagnóstico de maquinaria y cada una de ellas tiene sus ventajas y limitaciones. De las metodologías consideradas solo dos tienen la capacidad para poder analizar señales no lineales y regímenes no estacionarios: HHT y RP. RP tiene la ventaja sobre HHT que puede cuantificar el sistema con al menos 8 parámetros para poder analizar los sistemas tanto cualitativa como cuantitativamente. Para el diagnóstico de la condición del aerogenerador, RP mostró congruencia con el caso analizado, los patrones de los RP y los parámetros de cuantificación fueron también congruentes con los espectros analizados.

Con base en todos los resultados presentados, puede concluirse que en el desarrollo del trabajo de investigación ha demostrado que el método PSEMDI-RP tiene una alta sensibilidad para identificar pequeñas variaciones en los sistemas mecánicos y la capacidad para describir fenómenos lineales y no lineales sin importar que el sistema sea o no de velocidad variable. También se ha demostrado que la metodología propuesta representa una herramienta nueva para realizar análisis dinámicos más completos que los métodos convencionales en máquinas

rotativas para caracterizar su condición y realizar un mejor diagnóstico y predicción de fallas. Por lo tanto, la hipótesis planteada en la presente investigación ha quedado comprobada a favor del nuevo método de análisis.

## 6.1. Trabajos futuros

A partir del trabajo de investigación realizado con RP, han sido identificados los siguientes temas de investigación a futuro para mejorar y complementar la metodología PSEMDI-RP:

- Para facilitar el diagnóstico cuantitativo es preciso hacer que el diagrama RP sea del tipo iterativo para poder medir directamente sobre el diagrama y aplicar trazos a fin de poder realizar un mejor análisis del sistema.
- Dada la tendencia actual basada en la IoT, es recomendable aplicar algún método para el procesamiento digital de los RP que permita realizar análisis con más detalle y de manera interactiva con el usuario.
- El análisis cuantitativo ha sido llevado a cabo de acuerdo con la metodología desarrollada por (Marwan, 2017). Sin embargo, es necesario desarrollar estimaciones propias para un mejor análisis de los datos de la matriz de recurrencia.
- De igual manera, los algoritmos utilizados para obtener los IMF han sido de algunos autores y dada la complejidad de los espectros analizados, es factible trabajar en algún algoritmo propio para obtener resultados más adaptables al campo de aplicación y al mismo tiempo disminuir los tiempos de procesamiento.
- Desarrollar un catálogo de fallas típicas con RP de maquinaria rotativa para facilitar el diagnóstico y disminuir tiempos de análisis. Para ello es indispensable contar con un banco de prueba automatizado y simplificar los tipos de falla para eliminar contaminación de ruido y vibraciones de otras fuentes ajenas a la falla que sea caracterizada.

# Bibliografía

- Abid, M. and Lefebvre, G. (2021). Improving indoor geomagnetic field fingerprinting using recurrence plot-based convolutional neural networks. *Journal of Location Based Services*, 15(1):61–87. 21
- Acharya, U. R., Faust, O., Ciaccio, E. J., Koh, J. E. W., Oh, S. L., San Tan, R., and Garan, H. (2019). Application of nonlinear methods to discriminate fractionated electrograms in paroxysmal versus persistent atrial fibrillation. *Computer methods and programs in biomedicine*, 175:163–178. 21
- Acuña-González, N., García-Ochoa, E., and González-Sánchez, J. (2008). Assessment of the dynamics of corrosion fatigue crack initiation applying recurrence plots to the analysis of electrochemical noise data. *International Journal of Fatigue*, 30(7):1211–1219. 21
- Aldrich, C. (2019). Process fault diagnosis for continuous dynamic systems over multivariate time series. In *Time Series Analysis-Data, Methods, and Applications*. IntechOpen. 19
- Baltazar, S., Li, C., Daniel, H., and de Oliveira, J. V. (2018). A review on neurocomputing based wind turbines fault diagnosis and prognosis. In *2018 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Chongqing)*, pages 437–443. IEEE. 16, 17
- Baptista, M., Sankararaman, S., de Medeiros, I. P., Nascimento Jr, C., Prendinger, H., and Henriques, E. M. (2018). Forecasting fault events for predictive maintenance using data-driven techniques and arma modeling. *Computers & Industrial Engineering*, 115:41–53. 21

- Bian, S. and Shang, P. (2017). Recurrence quantity analysis based on singular value decomposition. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 46:1–13. 20
- Bigdeli, N., Borujeni, M. S., and Afshar, K. (2017). Time series analysis and short-term forecasting of solar irradiation, a new hybrid approach. *Swarm and evolutionary computation*, 34:75–88. 20
- Bokde, N., Feijóo, A., Villanueva, D., and Kulat, K. (2019). A review on hybrid empirical mode decomposition models for wind speed and wind power prediction. *Energies*, 12(2):254. 61
- Chandran, P., Gopal, R., Chandrasekar, V., and Athavan, N. (2019). Chimera states in coupled logistic maps with additional weak nonlocal topology. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 29(5):053125. 21
- Chen, B., Shen, B., Chen, F., Tian, H., Xiao, W., Zhang, F., and Zhao, C. (2019). Fault diagnosis method based on integration of rssd and wavelet transform to rolling bearing. *Measurement*, 131:400–411. 26
- Chen, X., Wang, S., Qiao, B., and Chen, Q. (2018). Basic research on machinery fault diagnostics: Past, present, and future trends. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 13(2):264–291. 15
- Cruz-Borbolla, J., Garcia-Ochoa, E., Narayanan, J., Maldonado-Rivas, P., Pandiyan, T., and Vásquez-Pérez, J. M. (2017). Electrochemical and theoretical studies of the interactions of a pyridyl-based corrosion inhibitor with iron clusters (fe 15, fe 30, fe 45, and fe 60). *Journal of molecular modeling*, 23(12):342. 21
- Darooogeh, N., Meskin, N., and Khorasani, K. (2017). A dual particle filter-based fault diagnosis scheme for nonlinear systems. *IEEE transactions on control systems technology*, 26(4):1317–1334. 48

- Eckmann, J., Kamphorst, S. O., and Ruelle, D. (1987). Recurrence plots of dynamical systems. *EPL*, 4:973–977. 53, 55
- Eckmann, J.-P., Kamphorst, S. O., Ruelle, D., et al. (1995). Recurrence plots of dynamical systems. *World Scientific Series on Nonlinear Science Series A*, 16:441–446. 3
- Gilbert, H. B., Celik, O., and O'Malley, M. K. (2010). Long-term double integration of acceleration for position sensing and frequency domain system identification. In *2010 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 453–458. IEEE. 25
- Gonzalez-Cruz, C. (2016). *Identificación de parámetros en sistemas mecánicos no lineales*. PhD thesis, Posgrado de Ingeniería. Universidad Autónoma de Querétaro. 50
- Guan, Y., Liu, P., Jin, B., Gupta, V., and Li, L. K. (2018). Nonlinear time-series analysis of thermoacoustic oscillations in a solid rocket motor. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 98:217–226. 21
- Guzman-Acevedo, G. M., Vazquez-Becerra, G. E., Millan-Almaraz, J. R., Rodriguez-Lozoya, H. E., Reyes-Salazar, A., Gaxiola-Camacho, J. R., and Martinez-Felix, C. A. (2019). Gps, accelerometer, and smartphone fused smart sensor for shm on real-scale bridges. *Advances in Civil Engineering*, 2019. 26
- Han, H., Park, M., Park, S., Kim, J., and Baek, Y. (2019). Experimental verification of methods for converting acceleration data in high-rise buildings into displacement data by shaking table test. *Applied Sciences*, 9(8):1653. 26
- Han, S. (2010). Measuring displacement signal with an accelerometer. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 24(6):1329–1335. 25
- Haylett, J. and Johnson, P. (2019). Comparison of measurement methods for evaluating displacement of commercial vehicle seats. Technical report, SAE Technical Paper. 26

- Hsueh, Y., Ittangihala, V. R., Wu, W.-B., Chang, H.-C., and Kuo, C.-C. (2019). Condition monitor system for rotation machine by cnn with recurrence plot. *Energies*, 12(17):3221. 15, 21
- Huang, N. E. and Attoh-Okine, N. O. (2005). *The Hilbert-Huang transform in engineering*, volume 1. CRC Pres. 19
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N.-C., Tung, C. C., and Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971):903–995. 57, 58, 59
- IoT-Analytics, G. (2018). Predictive maintenance report 2018-24. Technical report, IoT Analytics GmbH. 5, 6
- Jauregui-Correa, J. C., Camacho, S., and Basaldua-Sanchez, J. (2019). Analysis of the effect of different friction models on the dynamic response of a rotor rubbing the housing. In Uhl, T., editor, *Advances in Mechanism and Machine Science*, pages 4227–4236, Cham. Springer International Publishing. 77
- Jiang, Y., Zhu, H., Malekian, R., and Ding, C. (2019). An improved quantitative recurrence analysis using artificial intelligence based image processing applied to sensor measurements. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, 31(10):e4858. 21
- Jáuregui-Correa, J. (2019). Identification of nonlinearities in mechanical systems using recurrence plots. In *Nonlinear Structural Dynamics and Damping*, pages 83–118. Springer. 4, 7, 20, 22, 48, 53
- Kan, M. S., Tan, A. C., and Mathew, J. (2015). A review on prognostic techniques for non-stationary and non-linear rotating systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 62:1–20. 4, 5, 6, 7, 18

- Kwuimy, C. K., Adewusi, S., and Nataraj, C. (2017). Characterization of the vibration transmitted in the human arm using selected recurrence quantification parameters. *Nonlinear Dynamics*, 88(4):2873–2887. 20
- Lajmert, P., Rusinek, R., and Kruszyński, B. (2018). Chatter identification in milling of inconel 625 based on recurrence plot technique and hilbert vibration decomposition. In *MATEC Web of Conferences*, volume 148, page 09003. EDP Sciences. 21
- Lei, Y., Jia, F., Lin, J., Xing, S., and Ding, S. X. (2016). An intelligent fault diagnosis method using unsupervised feature learning towards mechanical big data. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(5):3137–3147. 15, 21
- Li, Z., Jiang, Y., Hu, C., and Peng, Z. (2016). Recent progress on decoupling diagnosis of hybrid failures in gear transmission systems using vibration sensor signal: A review. *Measurement*, 90(C):4–19. 2, 6, 15
- Lv, Y., Zhao, W., Zhao, Z., Li, W., and Ng, K. K. (2022). Vibration signal-based early fault prognosis: Status quo and applications. *Advanced Engineering Informatics*, 52:101609. 15
- Lyu, F., Xie, C., Bie, F., Miao, X., Wu, Y., and Zhang, Y. (2023). Nonlinear vibration feature recognition method for reciprocating compressor cylinder based on vmd-multifractal spectrum. *Shock and Vibration*, 2023:15. 2
- Macau, E. E. (2020). A mathematical modeling approach from nonlinear dynamics to complex systems. 3
- Marinca, V. and Herişanu, N. (2011). Nonlinear dynamic analysis of an electrical machine rotor–bearing system by the optimal homotopy perturbation method. *Computers & Mathematics with Applications*, 61(8):2019–2024. 3
- Martin, G. H. (2002). *Kinematics and dynamics of machines*. Waveland Press. 2
- Martinez-Guerra, R. and Mata-Machuca, J. L. (2016). *Fault detection and diagnosis in nonlinear systems*. Springer. 15

- Marwan, N. (2017). Historical review of recurrence plots. *Potsdam Institute for Climate Impact Research*. 4, 20, 140
- Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M., and Kurths, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics reports*, 438(5-6):237–329. 20, 51, 52, 53
- Marwan, N., Schinkel, S., and Kurths, J. (2013). Recurrence plots 25 years later—gaining confidence in dynamical transitions. *EPL (Europhysics Letters)*, 101(2):20007. 4, 20
- Mobley, R. K. (2002). *An introduction to predictive maintenance*. Elsevier. 5, 18
- Nayfeh, A. H. and Pai, P. F. (2008). *Linear and nonlinear structural mechanics*. John Wiley & Sons. 3
- Olarte C., W., Botero Arbeláez, M., and Cañon Zabaleta, B. (2010). Análisis de vibraciones: una herramienta clave en el mantenimiento predictivo. *Scientia et Technica*, 2(45). 3
- O’Haver, T. (2023). Pragmatic introduction to signal processing. *Appl. Sci. Meas.*, page 529. 83
- Pan, C., Zhang, R., Luo, H., and Shen, H. (2016). Baseline correction of vibration acceleration signals with inconsistent initial velocity and displacement. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(10):1687814016675534. 25
- Qin, A., Hu, Q., Lv, Y., and Zhang, Q. (2018). Concurrent fault diagnosis based on bayesian discriminating analysis and time series analysis with dimensionless parameters. *IEEE Sensors Journal*, 19(6):2254–2265. 3
- Rao, J. (2011). *History of rotating machinery dynamics*, volume 20. Springer Science & Business Media. 15
- Rao, S. (2017). *Mechanical Vibrations*. Pearson Education, Incorporated. 13, 14, 28, 74
- Rashid, M., Aziz, M. A., and Khan, M. R. (2017). An experimental design of bypass magneto-rheological (mr) damper. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 260, page 012021. IOP Publishing. 15

- Rios, R. A. and de Mello, R. F. (2016). Applying empirical mode decomposition and mutual information to separate stochastic and deterministic influences embedded in signals. *Signal Processing*, 118:159–176. 22, 25
- Rostami, S. and Shojaee, S. (2017). Alpha-modification of cubic b-spline direct time integration method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 17(10):1750118. 25
- Salameh, J. P., Cauet, S., Etien, E., Sakout, A., and Rambault, L. (2018). Gearbox condition monitoring in wind turbines: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 111:251–264. 7, 16
- Samborski, S., Wiczorkiewicz, J., and Rusinek, R. (2015). A numerical-experimental study on damaged beams dynamics. *Eksploatacja i Niezawodność*, 17(4):624–631. 3
- Schultz, D., Spiegel, S., Marwan, N., and Albayrak, S. (2015). Approximation of diagonal line based measures in recurrence quantification analysis. *Physics Letters A*, 379(14-15):997–1011. 25
- Sun, G., Zhu, H., Ding, C., Jiang, Y., and Wei, C. (2019). On the boundedness of running-in attractors based on recurrence plot and recurrence quantification analysis. *Friction*, 7(5):432–443. 21
- Sun, J., Yan, C., and Wen, J. (2017). Intelligent bearing fault diagnosis method combining compressed data acquisition and deep learning. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 67(1):185–195. 18
- Tang, L., Lv, H., Yang, F., and Yu, L. (2015). Complexity testing techniques for time series data: A comprehensive literature review. *Chaos, Solitons & Fractals*, 81:117–135. 17, 18
- Tao, S. (2023). Hilbert-huang transform program (hht). MathWorks. 95
- Torres-Contreras, I., Jáuregui-Correa, J. C., Echeverría-Villagómez, S., Benítez-Rangel, J. P., and Camacho-Martínez, S. (2021a). Diagnosis of friction on an unbalanced rotor by phase-

- shift empirical mode decomposition integration and recurrence plot. *Applied Sciences*, 11(17). 65
- Torres-Contreras, I., Jáuregui-Correa, J. C., López-Cajún, C. S., and Echeverría-Villagómez, S. (2021b). Effects of phase shift errors in recurrence plot for rotating machinery fault diagnosis. *Applied Sciences*, 11(2). 23, 86
- Tris Atmaja, B. and Arifianto, D. (2011). Machinery fault identification using blind sound separation and fuzzy system. 2
- Tsakalozos, N., Drakakis, K., and Rickard, S. (2012). A formal study of the nonlinearity and consistency of the empirical mode decomposition. *Signal Processing*, 92(9):1961–1969. 19
- Tu, R., Wang, R., Walter, T. R., and Diao, F. (2014). Adaptive recognition and correction of baseline shifts from collocated gps and accelerometer using two phases kalman filter. *Advances in Space Research*, 54(9):1924–1932. 25
- Voznesensky, A. and Kaplun, D. (2019). Adaptive signal processing algorithms based on emd and itd. *IEEE Access*, 7:171313–171321. 61
- Wang, H. and Ji, Y. (2018). A revised hilbert–huang transform and its application to fault diagnosis in a rotor system. *Sensors*, 18(12):4329. 59
- Wang, T., Han, Q., Chu, F., and Feng, Z. (2019a). Vibration based condition monitoring and fault diagnosis of wind turbine planetary gearbox: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 126:662–685. 5
- Wang, Y. (2018). Research on the fault diagnosis of mechanical equipment vibration system based on expert system. In *2018 International Conference on Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control (SDPC)*, pages 636–641. IEEE. 15, 19

- Wang, Y., Yang, L., Xiang, J., Yang, J., and He, S. (2017). A hybrid approach to fault diagnosis of roller bearings under variable speed conditions. *Measurement Science and Technology*, 28(12):125104. 19
- Wang, Y., Zhou, B., Cheng, M., Fu, H., Yu, D., and Wu, W. (2019b). A fault diagnosis scheme for rotating machinery using recurrence plot and scale invariant feature transform. In *3rd International Conference on Mechatronics Engineering and Information Technology (ICMEIT 2019)*, pages 675–681. Atlantis Press. 7, 21
- Xiong, H., Shang, P., and Bian, S. (2017). Detecting intrinsic dynamics of traffic flow with recurrence analysis and empirical mode decomposition. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 474:70–84. 20
- Xu, J., Xu, X., and Cui, X. (2019). A new recursive simpson integral algorithm in vibration testing. *Australian Journal of Mechanical Engineering*, pages 1–7. 26, 61
- Yang, Y., Zhao, Y., and Kang, D. (2016). Integration on acceleration signals by adjusting with envelopes. *Journal of Measurements in Engineering*, 4(2):117–121. 25
- Yudong, C., Minping, J., Yifei, D., Xiaoli, Z., Peng, D., and Liudong, G. (2023). Complex domain extension network with multi-channels information fusion for remaining useful life prediction of rotating machinery. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 192. 1
- Yuxin, W., Md. Fashiar, R., Honglun, X., and Tzu-Liang Bill, T. (2022). Recent advances and trends of predictive maintenance from data-driven machine prognostics perspective. *Measurement*, 187:110276. 3
- Zbilut, J. P., Giuliani, A., and Webber, C. L. (1998). Detecting deterministic signals in exceptionally noisy environments using cross-recurrence quantification. *Physics Letters A*, 246(1):122–128. 54
- Zheng, W., Dan, D., Cheng, W., and Xia, Y. (2019). Real-time dynamic displacement monitoring with double integration of acceleration based on recursive least squares method. *Measurement*, 141:460–471. 26

Zhu, F., Liu, C., Yang, J., and Wang, S. (2022). An improved mobilenet network with wavelet energy and global average pooling for rotating machinery fault diagnosis. *Sensors*, 22(12):4427. 16

Zhu, Y., Jiang, W., Kong, X., Zheng, Z., and Hu, H. (2015). An accurate integral method for vibration signal based on feature information extraction. *Shock and vibration*, 2015. 25