

2023

Conocimiento especializado del profesor de  
primaria sobre el Sistema de Numeración Decimal

Claudia Inés Olvera  
Sánchez



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Psicología y Educación

## Conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el Sistema de Numeración Decimal

Tesis

Que como parte de los requisitos para  
obtener el Grado de

Maestra en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

Presenta

Claudia Inés Olvera Sánchez

Dirigido por:

Dra. Erika García Torres

Co-Directora:

Dra. Dinazar Isabel Escudero Ávila

Querétaro, Qro. a mayo de 2023



Dirección General de Bibliotecas y Servicios Digitales  
de Información



Conocimiento especializado del profesor de primaria  
sobre el Sistema de Numeración Decimal

**por**

Claudia Inés Olvera Sánchez

se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0  
Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

**Clave RI:** PSMAC-300422



**Universidad Autónoma de Querétaro**

**Facultad de Psicología y Educación**

**Maestría en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas**

Conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el Sistema de  
Numeración Decimal

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de Maestra en Aprendizaje  
de la Lengua y las Matemáticas presenta

Claudia Inés Olvera Sánchez

Dirigido por:

Dra. Erika García Torres

Dra. Erika García Torres  
Presidente

Dra. Dinazar Isabel Escudero Ávila  
Secretario

Dra. Diana Violeta Solares Pineda  
Vocal

Dra. Ana María Reyes Camacho  
Suplente

Dra. Lilia Patricia Aké Tec  
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.

Mayo, 2023

México

# Agradecimientos

Al CONACYT, por el apoyo brindado para cursar la maestría en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas.

A Dios por la fuerza y gracia que me concedió para terminar este posgrado a pesar de todas las circunstancias que atravesé. Lo empecé con la noticia de cáncer de seno de mi hermana, un proceso que ocurrió a la par de la maestría, después el accidente de mi hermano. Creí que no podría con esto, que mis capacidades y habilidades no serían suficientes, no obstante, Dios me mostró que de su mano lo puedo todo.

A mi familia, por aguantar pacientemente cada vez que tuve que cancelar o posponer algún plan. Gracias mamá, papá, hermanos por acompañarme a veces involuntariamente en este proceso.

A mis profesores por su paciencia, especialmente a mi asesora de tesis, la doctora Erika, quien me acompañó con una actitud paciente y mostrándome que cualquier situación por compleja que pareciera se podía y debía afrontar, también por su amabilidad a pesar de mis errantes inicios.

A mis compañeros de clase, porque fueron apoyo y contención muchas veces, porque me inspiraban a no rendirme. Los conocí a través de sus historias de vida, y de su disposición para orientarme y apoyarme. Raquel, Gaby, Yola, Brenda, Yare, Abi, Pepe, Magdis, Mich.

A mis colegas y amigos que formaron parte de esta investigación por supuesto, gracias por el tiempo y espacio en tiempos complicados por el COVID 19. Paola Gabriela Cardoso Huerta, Marleny Sánchez Cárdenas, Francisco Reynosa Diaz, Cynthia Guzmán Briseño.

A los amigos que echaban porras y escuchaban mi estrés. A Joseph, mi compi gringo, que apareció para practicar mi inglés, pero se quedó a escuchar, alentar y vivir este proceso conmigo.

# Índice

Resumen	11
Abstract	12
Motivaciones	13
Introducción	15
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	17
1. El SND y su enseñanza	17
1.1 El sistema de numeración decimal como objeto matemático y cultural	17
1.1.1 Características del SND	20
1.1.2 EL SND en el currículo escolar	21
1.1.3 Concepciones y dificultades en el aprendizaje del SND	22
1.2 La enseñanza del Sistema de Numeración Decimal	24
1.2.1 Contexto del aprendizaje de matemáticas en primaria	27
1.2.2 El papel del docente en la enseñanza de las matemáticas y del SND	28
1.3 Conocimiento profesional docente	29
1.3.1 Perfil profesional del docente de primaria	31
1.3.2 Conocimiento matemático del profesor de primaria	31
1.4 Conocimiento especializado del profesor de matemáticas	33
1.4.1 Modelo MTSK	34
1.5 Pregunta y objetivo de la investigación	34
CAPÍTULO 2. EL MTSK COMO MODELO DE ANÁLISIS	35
2.1 Antecedentes del modelo MTSK	35
2.2 Descripción del modelo MTSK en función del SND	36
2.2.1 Conocimiento matemático del contenido MK	36
2.2.1.1 Conocimiento de los temas KoT	36
2.2.1.2 Conocimiento de la estructura matemática KSM	38
2.2.1.3 Conocimiento de la práctica matemática KPM	39
2.2.2 Conocimiento didáctico del contenido PCK	40
2.2.2.1 Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	41
2.2.2.2 Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	42
2.3.1 Organización de categorías del MTSK en función del SND	45
Organización de las categorías del MTSK en función del SND	45
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	49

3. Participantes	49
3.1 Técnicas para obtener datos	50
3.2 Descripción de las actividades	52
3.2.1 Actividad 1. Ejercicio de cálculo mental	52
Tabla 2. Operaciones básicas	52
3.2.2 Actividad 2. Lección de un libro de texto de primaria	55
Figura 1	55
3.2.3 Actividad 3. Ejercicio de decimales	58
3.2.4 Actividad 4. Cuestionario sobre sistemas de numeración	59
3.3 Entrevistas	61
3.4 Oportunidad, indicio y evidencia	62
3.5 Organización de los datos	63
Figura 2	64
3.6 Segunda reorganización de los datos y nueva propuesta	64
3.7 Consideraciones éticas	65
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS	66
4. Codificación de las actividades	66
Codificación de actividades	68
4.1. Informe de resultados de la actividad 1 “Ejercicio de cálculo mental”	70
4.1.1 Transcripción de la actividad 1	70
Transcripción de la actividad 1	70
4.1.2. Primera asignación de categorías para la actividad 1	76
Primera asignación de subdominios y categorías	76
4.1.3. Revisión y reasignación de subdominios y categorías	79
Segunda asignación de subdominios y categorías con justificación	79
4.1.4 Informe de resultados de la actividad 1	81
4.1.5 KoT de la actividad 1	81
4.1.5.1 Propiedades del SND	81
4.1.5.2 Procedimientos	82
4.1.6 KPM de la actividad 1	83
4.1.6.1 Practicas ligadas a la matemática general	83
4.1.7 Creencias y valores	83
4.1.8 Resumen del conocimiento especializado de los profesores en la actividad 1	84

4.2. Informe de resultados de la actividad 2 “Análisis de una lección del libro de texto”	84
4.2.1 Asignación y justificación	85
Asignación de categorías y justificación	85
4.2.2. KoT de la actividad 2	93
4.2.2.1 Conceptos y definiciones	93
4.2.3 KPM actividad 2	93
4.2.3.1 Practicas ligadas a una temática matemática	93
4.2.4 KSM actividad 2	94
4.2.4.1 Conexiones de complejización	94
4.2.4.2 Conexiones de simplificación	94
4.2.5. KMT actividad 2	94
4.2.5.1 Recursos y materiales	95
4.2.5.2 Estrategias y técnicas de enseñanza	95
4.2.6 KFLM actividad 2	96
4.2.6.1 Teorías de aprendizaje personales	96
4.2.6.2 Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido	97
4.2.6.3 Formas de interacción con un contenido	98
4.2.6.4 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido	98
4.2.7 KMLS actividad 2	98
4.2.7.1 Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido	98
4.2.7.2 Secuenciación de los temas	100
4.2.8 Creencias y valores	100
4.3. Informe de resultados de la actividad 3 “Ejercicio de decimales con errores”	102
4.3.1 Asignación de categorías y justificación	103
Segunda asignación de categorías y justificación de la actividad 3	103
4.3.2. KoT de la actividad 3	110
4.3.2.1 Conceptos y definiciones	110
4.3.2.2 Propiedades del SND	111
4.3.2.3 Registros de representación	111
4.3.3 KSM actividad 3	112
4.3.3.2 Conexiones de simplificación	113
4.3.4. KMT actividad 3	113

4.3.4.1 Recursos y materiales	113
4.3.4.2 Estrategias y técnicas de enseñanza	114
Figura 3	116
4.3.5. KFLM actividad 3	116
4.3.5.1 Dificultades y fortalezas asociadas al aprendizaje de un contenido	116
4.3.5.2 Formas de interacción con un contenido	117
4.3.5.3 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido	117
4.3.6 KMLS actividad 3	118
4.3.6.1 Secuenciación de los temas	118
4.3.7 Creencias y valores sobre la enseñanza	119
4.4. Informe de resultados de la actividad 4 “Cuestionario sobre sistemas de numeración”	121
4.4.1 Asignación y justificación	122
Asignación de categorías y justificación de la actividad 4	122
4.4.2. KoT de la actividad 4	126
4.4.2.1 Fenomenología	126
4.4.2.2 Conceptos y definiciones	127
4.4.2.3 Propiedades del SND	128
4.4.3. KMT actividad 4	129
4.4.3.1 Teorías personales de enseñanza	129
4.4.4. KFLM actividad 4	130
4.4.4.1 Formas de interacción con un contenido	130
4.4.4.2 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido	130
4.4.5 Creencias y valores	131
4.4.6. Resumen del conocimiento especializado de los profesores	131
4.5 Informe general del conocimiento de los profesores a las actividades de análisis.	133
4.5.1 Presencia de subdominios por actividad	134
Presencia de subdominios por actividad	134
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES	136
5.1 Contraste del conocimiento de los profesores sobre el SND y la propuesta de conocimiento del MTSK en función del SND.	136
5.1.1 Conocimiento matemático	136
5.1.1.1 Conocimiento de los temas, KoT	137
5.1.1.3 Conocimiento de la práctica matemática, KPM	138

5.1.2 Conocimiento didáctico	139
5.1.2.1 Conocimiento de la enseñanza matemática KMT	139
5.1.2.2 Conocimiento de las características de aprendizaje de los alumnos, KFLM	140
5.1.2.3 Conocimiento de los estándares curriculares KMLS	142
5.2 Aportes de la investigación	143
5.3 Limitaciones de la investigación	145
REFERENCIAS	147

## Índice de tablas

<i>Tabla 1 Organización de las categorías del MTSK en función del SND</i>	37
<i>Tabla 2. Operaciones básicas</i>	48
<i>Tabla 3. Codificación de actividades</i>	64
<i>Tabla 4. Transcripción</i>	68
<i>Tabla 5. Primera asignación de subdominios y categorías</i>	72
<i>Tabla 6. Segunda asignación de subdominios y categorías con justificación</i>	78
<i>Tabla 7. Asignación de categorías y justificación</i>	91
<i>Tabla 8. Segunda asignación de categorías y justificación</i>	108
<i>Tabla 9. Asignación de categorías y justificación</i>	123
<i>Tabla 10. Presencia de subdominios por actividad</i>	130

## Índice de figuras

Figura 1 .....	55
Figura 2 .....	64
Figura 3 .....	116

## Resumen

Existen diversas investigaciones con niños de primaria que abordan aspectos del Sistema de Numeración Decimal, en adelante SND, y las dificultades de los alumnos en su aprendizaje, algunas hablan sobre la concepción de los alumnos acerca del cero (Lerner y Sadovsky, 1994), otras tratan temas como la enseñanza del valor de posición en los primeros ciclos (Broitman, 2015) o bien destacan la importancia de comprender el SND a través de operar y reflexionar con todo el sistema y dirigir la mirada hacia como debería ser la enseñanza del SND (Terigi y Wolman, 2007). Estos resultados denotan los conocimientos y retos que enfrentan los alumnos en la comprensión del SND, elemento clave en la apropiación de otros saberes matemáticos, por esta razón es preciso centrar la atención en la enseñanza del SND como parte del proceso de aprendizaje, y en consecuencia, en los profesores como agentes a través de los cuales los alumnos adquieren los conocimientos que necesitan a lo largo de su trayecto en primaria. En razón de lo anterior, es de nuestro interés en esta investigación conocer ¿qué conocimientos matemáticos y didácticos posee el profesor de primaria sobre el SND? Para caracterizar y describir estos conocimientos se utiliza el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, conocido como MTSK por sus siglas en inglés (*Mathematics Teaching Specialized Knowledge*). Los participantes de esta investigación fueron docentes de nivel primaria de escuelas de organización completa en la zona urbana del municipio de Querétaro. La toma de datos se realizó en sesiones de trabajo colectivas en las cuales se plantearon 4 actividades relacionadas con el conocimiento sobre el SND, además de dos entrevistas posteriores. Se utilizó un instrumento de análisis para organizar y categorizar los datos de acuerdo con los subdominios del modelo, lo cual permitió describir el conocimiento manifestado en cada actividad, categorizarlo y justificar su asignación en las categorías del modelo. Finalmente, esta investigación muestra la caracterización y categorización del conocimiento especializado de los informantes y las reflexiones en torno al mismo.

**Palabras clave:** Sistema de Numeración Decimal, conocimiento especializado, profesor, primaria

## **Abstract**

There are several research studies with elementary school children that address aspects of the Decimal Number System (DNS) and students' difficulties in learning it. Some studies focus on students' conception of zero (Lerner and Sadovsky, 1994), others discuss topics such as teaching place value in the early grades (Broitman, 2015), and some highlight the importance of understanding the DNS through operating and reflecting on the entire system and directing attention to how DNS should be taught (Terigi and Wolman, 2007). These results highlight the knowledge and challenges that students face in understanding the DNS, a key element in acquiring other mathematical knowledge. Therefore, it is essential to focus on DNS instruction as part of the learning process and, consequently, on teachers as agents through whom students acquire the necessary knowledge throughout their primary education. Given the above, it is of our interest in this research to understand the mathematical and didactic knowledge that primary school teachers possess regarding the DNS. To characterize and describe this knowledge, the Mathematics Teaching Specialized Knowledge (MTSK) model is used. Participants in this research were primary school teachers from comprehensive schools in the urban area of Querétaro municipality. Data collection was carried out in collective work sessions where four activities related to DNS knowledge were proposed, followed by two subsequent interviews. An analysis instrument was used to organize and categorize the data according to the subdomains of the model, allowing for the description and categorization of the knowledge manifested in each activity, justifying its assignment to the model's categories. Finally, this research presents the characterization and categorization of the informants' specialized knowledge, along with reflections on the same.

**Keywords:** Decimal Number System, specialized knowledge, teacher, primary school.

## **Motivaciones**

En primer lugar, hay que decir, que el pensamiento de los niños es asombroso.

*Yo: Resuelvan la siguiente suma con cálculo mental;  $17+26$  y díganme cómo lo hicieron*

*Alumno: Son 43, lo resolví así; primero completé dos veintes*

*Yo: ¿Dos veintes? ¿Cómo?*

*Alumno: Sí, tomas prestados tres del 26 y lo sumas a 17, ya tienes dos veintes qué sumados dan 40, y como agarraste 3 de los seis del 26 entonces quedan 3 y los sumas al 40 y da 43.*

Desde que egresé de la normal hasta el día de hoy, tengo una pregunta constante; ¿los alumnos aprenden lo que les enseño? Comparto esta pregunta con muchos colegas, incluso hemos discutido métodos, estrategias, recursos, materiales, estilos de enseñanza, estilos de aprendizaje, contexto social y ambiente escolar, es decir, cada uno de los diferentes aspectos que integran nuestra práctica profesional, con el propósito de saber qué y cómo aprenden los alumnos y si nuestra enseñanza es efectiva. El principal elemento que ha guiado nuestra discusión es, la experiencia profesional que hemos desarrollado, producto de nuestra observación, análisis y reflexión, constante de lo que pasa en el aula, y fuera de ella, cuando planeamos las clases y cuando evaluamos el conocimiento.

La observación y reflexión de mi práctica profesional, es al mismo tiempo mi principal motivación para mejorar. Al mirar el trabajo de mis alumnos, sus aciertos, procesos, errores que enfrentan y como los afrontan, cuestiono también mi enseñanza. Me pregunto cuáles son los saberes que necesitan dominar para resolver con éxito las tareas matemáticas que se les asignan. A través de sus procedimientos descubro como organizan sus ideas y pensamiento, el cual por cierto es práctico y sencillo. Al mirar cómo interactúan los alumnos con los contenidos matemáticos, observo que su contexto y saberes previos son determinantes, que los alumnos buscan practicidad, lenguaje sencillo y que los aprendizajes sean significativos o al menos tengan relación con lo que ellos viven diariamente en su entorno.

Asimismo, en la búsqueda de recursos, estrategias, y técnicas para responder a las dudas y dificultades de los alumnos, encuentro una nueva interrogante, ¿qué elementos, saberes, argumentos y recursos conozco y en qué medida, para apoyar a mis alumnos? Entonces, reviso los planes de estudio, los libros de texto, reflexiono sobre experiencias previas de

enseñanza de ese contenido, recurro a mi formación profesional, a los cursos o talleres que alguna vez tomé, incluso a las pláticas improvisadas entre colegas sobre las dificultades en el aula. A la luz de este panorama reconozco mis áreas de oportunidad en el conocimiento de un tema, lo que sé, lo que no sé y lo que debería saber.

En esta última afirmación de “lo que debería saber” es donde se sitúa la motivación final para esta investigación sobre el Sistema de Numeración Decimal y su enseñanza en primaria. Me interesa, de forma personal, saber qué es lo que conozco del contenido como tal, de la forma en que se enseña y de cómo lo aprenden los alumnos, así como qué debería saber. La respuesta a estas cuestiones puede ser amplia, corta, variada, pero poco definida, entonces me doy cuenta de que necesito una guía, un esquema, o bien al menos una lista de cotejo que me permita comparar cuáles son mis conocimientos, los que tengo y los que necesito desarrollar. De este modo me he acercado al SND por su importancia en el aprendizaje matemático, al modelo MTSK y a mí misma como objeto de investigación.

## **Introducción**

El SND es un elemento esencial en la enseñanza, porque a partir de la adquisición y comprensión del sistema y sus características se pueden abordar otros contenidos matemáticos. Sus características y propiedades relacionadas entre sí, implican para su aprendizaje un proceso amplio de reflexión y análisis por parte del alumno, por lo tanto, se debe procurar una enseñanza que no limite o dosifique el sistema, enseñando cada propiedad y característica de forma aislada (Terigi y Wolman, 2007).

A través de los resultados de investigaciones con niños en primaria se pueden observar las dificultades a las que se enfrentan los alumnos en la interacción con el SND. Tal es el caso de los errores de yuxtaposición en la escritura de números, es decir que los niños de primer y segundo ciclo escriben los números tal y como los escuchan de forma aditiva sin considerar el valor de posición (Orozco et al., 2007, citado por Rodríguez, 2016); otro caso es el que reportan Lerner y Sadovsky (1994) sobre la concepción de los niños sobre el cero con alumnos de entre 5 y ocho de edad, así como las reflexiones que hacen algunos autores sobre las dificultades de los alumnos en la comprensión de las unidades compuestas y el valor de posición (Orozco y Bedoya, 1991) y la necesidad de utilizar la multiplicación para poder establecer la relación parte todo del valor de posición (Kamil, 1986).

En relación con lo anterior, la enseñanza del SND se considera un medio para la mejora en la comprensión de las propiedades del sistema, y al maestro como agente mediador entre los conceptos, definiciones y procedimientos que deben aprender los alumnos. En primaria la enseñanza de las matemáticas y del SND está a cargo de profesores con una formación multidisciplinar. Por esta razón consideramos pertinente conocer cuál es el conocimiento matemático del profesor de primaria sobre el SND dada la importancia de la enseñanza del SND como puente para la adquisición de otros contenidos matemáticos. Las habilidades y competencias matemáticas que posea el docente influyen en su enseñanza y en el aprendizaje de los alumnos. Estos aspectos se desarrollan en el capítulo uno de esta investigación.

Para describir cuál es el conocimiento que el profesor de primaria tiene sobre el SND es preciso conocer qué es lo se espera o se busca explorar del mismo. Es decir, contar con una estructura de cómo se puede organizar y clasificar lo que el maestro conoce y la forma en que lo conoce. Para guiar el proceso de exploración sobre el conocimiento de los maestros,

esta investigación utiliza el modelo para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018). Las categorías de análisis, su estructura y organización en torno a un contenido matemáticos se describe en el capítulo dos de esta investigación.

En el capítulo tres se explica el método utilizado para recoger datos, la selección de participantes, el diseño de las actividades, características y propósito, para trabajar con los profesores, el desarrollo de las sesiones, toma de video, transcripción y la codificación de los datos, además de las entrevistas para profundizar en los datos. Se destaca el carácter colectivo de las sesiones con los profesores, presente en la categorización y organización de las participaciones de los profesores. El uso de los constructos: *oportunidad*, *indicio* y *evidencia*, de conocimiento matemático para asignar una categoría y justificarla (Flores-Medrano, 2015). En este capítulo también se explica el instrumento que permitió categorizar los datos y la justificación por parte de los investigadores sobre las categorías asignadas.

En el capítulo 4 se presenta el análisis de los datos. Se muestra la organización en tablas de los argumentos de los profesores en cada actividad, así como dos entrevistas individuales. Se expone también la designación de categorías, así como la justificación de las asignaciones y el instrumento que se utilizó para la categorización (Escudero-Ávila, 2015). Después, cada tabla de asignación y justificación en cada actividad, se describen los elementos de conocimiento encontrados en cada una, categoría por categoría. Estas descripciones acompañadas de justificaciones de la presencia de los subdominios en cada actividad, permite tener un panorama de cuáles conocimientos sobre el SND evocan los profesores y de qué forma lo hacen.

Por último, derivado del análisis en el capítulo anterior, en el capítulo cinco se describen las conclusiones en cuanto al conocimiento de los profesores según el MTSK. Se mencionan los aportes de la investigación a la luz de otras investigaciones con profesores en formación y por último se habla del potencial de las actividades que se plantearon para explorar conocimiento matemático en las limitaciones de la investigación.

## CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1. El SND y su enseñanza

#### 1.1 El sistema de numeración decimal como objeto matemático y cultural

El Sistema de Numeración Decimal (en adelante SND), que usamos tanto en el contexto escolar como en la vida cotidiana, parte de una construcción histórica de por lo menos tres milenios. Tiene su origen en la India, de donde se expandió al mundo árabe y Europa debido al crecimiento del comercio, ya que este sistema se caracteriza por ser económico en su escritura (Ifrah, 1987), pero ello no significa que sus reglas de escritura sean prácticas y sencillas, aun cuando, por el uso y nuestros años de formación en comparación con los niños pequeños, nos parezca que sí. Al analizar los momentos clave en la historia de la numeración podemos distinguir un proceso evolutivo y cognitivo muy parecido al que los alumnos siguen cuando empiezan a apropiarse de los números y el sistema de numeración decimal (Martí, 2003).

Uno de los primeros momentos históricos fue *la biyección*, que consiste en emparejar los elementos de dos colecciones. Cuando estas eran muy grandes y no se podían controlar, surgieron *los agrupamientos*, los cuales consistían en una marca significativa diferente a las usadas para corresponder las colecciones, como piedras más grandes, nudos, marcas diferentes en madera o huesos. Los babilonios es el pueblo más antiguo del que se tiene registro que usaba agrupamientos alrededor del 3000 a. C, los cuales eran de 1, 10 y 60, que posteriormente serían sus bases (Ifrah, 1987). Estos momentos históricos se pueden comparar con las estructuras lógicas que el niño desarrolla en los primeros años, de acuerdo a Piaget (Chamorro, 2005), es decir, el conteo uno a uno o correspondencia biunívoca, y la conservación de los objetos designados, así mismo con dos de los cinco principios de Gelman y Gallistel (citados en Miranda Álvarez et al., 2018), la correspondencia término a término y el principio de cardinalidad. Estos conceptos permiten después construir el agrupamiento y la base, así como en la historia de la numeración, y seguir posteriormente con la representación escrita.

La representación escrita es uno de los procesos que más abstracción implicó. Algunas culturas como la egipcia relacionaban los sonidos de algunas cosas con la escritura, como espiral y flor de loto, que sonaba igual que 100 y 1000. Otras civilizaciones usaron letras para representar números como los romanos, sin embargo, una de las principales dificultades era operar con estas representaciones por la cantidad de símbolos que usaban, algo que caracteriza al SND es su practicidad, economía y representación, resultado de la combinación de varios elementos que a la par de las necesidades cotidianas expandieron su uso (Steward, 2012).

El SND tuvo su origen en la India aproximadamente en el 400 a. C y su sistema de representación consistía en nombrar los números de una cantidad, empezando por el menor y pronunciando sus respectivas potencias, por ejemplo, 457 se decía, siete, cinco, diez, cuatro cien, para los números donde había ceros intermedios, se utilizaba la palabra “sunya” que significaba vacío, el número 2014 se decía, cuatro, un diez, sunya, dos mil recitando los números de acuerdo a su posición de menor a menor, se cree que este fue el origen del cero hindú y del valor de posición. Estas características del SND son parte de su practicidad y a la vez de la dificultad para comprenderlo, puesto que en el uso cotidiano el SND implica un proceso de abstracción que no es transparente (Ifrah, 1987)

Escribir y operar con diferentes cantidades y cifras parece algo simple, pero en realidad es por la práctica constante, la memorización y los años de reflexión en torno a, que lo hacemos así. La representación escrita del SND no es transparente debido a que existen irregularidades y reglas de escritura implícitas que requieren análisis y reflexión (Terigi y Wolman, 2007). Por ejemplo, en la oralidad, al mencionar una cantidad, se nombra cada potencia que la integra y el número de veces que se multiplica, sin embargo, en la escritura el valor de cada cifra queda representado por su posición. Si bien la composición de los nombres de los agrupamientos es en su mayoría regular como las decenas, no todos los números guardan una relación estable con su representación, tal es el caso de los números del 11 al 15. En el caso del 20 o el 100, estos no guardan un patrón lingüístico como sus sucesores (treinta, cuarenta, dos cientos, tres cientos) (Cid et al., 2003).

La repetición de la serie numérica y los agrupamientos que la conforman, es compleja, y se hace más difícil en los cambios de decena (Cid et al., 2003) puesto que a medida que aumentan los agrupamientos en la serie, los alumnos deben recordar, integrar por medio de la posición cada agrupamiento que han alcanzado, es decir que del 109 no sigue el 200, sino el 110 porque aún no se ha completado una centena completa pero sí una nueva decena. Suponer que las reglas e irregularidades antes mencionadas son fáciles de comprender para los alumnos, es negar el largo proceso de reflexión, uso y memorización que tuvimos los adultos acerca del SND. Sin embargo, al ser el SND un objeto cultural que se encuentra presente en la vida diaria, es común que tanto los alumnos como nosotros nos hayamos encontrado en algún momento operando con él, aun sin comprenderlo del todo.

Los alumnos tienen conocimientos sobre los números y el sistema de numeración porque interactúan con ellos diariamente en su vida familiar y social, sin embargo, esta interacción en ocasiones es ajena a las reglas de operación del sistema y los usos del mismo (Chamorro, 2005). Los números en los códigos de barras de algunos productos, el número en el bus, por ejemplo, son usados más como una etiqueta que no sigue un orden o tiene algún valor. Además, los niños también hacen cuentas, ven a sus papás comprar cosas y pagar, entonces saben que los precios representan una cantidad o valor de un determinado objeto (Sinclair y Sinclair, 1984).

Los hijos de comerciantes, por ejemplo, demuestran una gran habilidad para el uso de los números y las operaciones, por otro lado, los alumnos en la escuela, al momento de resolver problemas similares a los de los hijos de comerciantes, no muestran esta misma habilidad. Tal parece entonces que los aprendizajes de la escuela estuvieran disociados con la vida cotidiana (Carragher, 1994). Nuestro sistema de numeración es un objeto social presente en las actividades cotidianas, que surgió de una necesidad social de los comerciantes árabes por encontrar una forma rápida y práctica de llevar sus registros. A través de la historia del mismo puede observarse una búsqueda constante de economía y practicidad (Terigi y Wolman 2007). Esta forma de interactuar con el sistema de numeración, de nuestros antepasados, también puede observarse en los alumnos al tratar de comprender las propiedades del sistema, es decir, ellos buscan practicidad y utilidad.

### ***1.1.1 Características del SND***

El SND es un sistema posicional, base diez, compuesto por diez símbolos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) que permiten formar cantidades infinitas mediante la repetición de los mismos. Se lee de izquierda a derecha nombrando cada potencia de la base y por cuanto se multiplica ( $3421 = 3 \times 1000 + 4 \times 100 + 20 \times 2 + 1$ ) Cada número en una cantidad representa una potencia o unidad de orden dada por la posición que ocupa, si no existe unidad de orden se representa con un (303 =  $300 + 0 + 3$ ) cero. Las unidades de orden representan cuantas veces la base diez se está multiplicando ( $10 = 10^1$ ,  $100 = 10^2 \dots$ ) (Cid et al., 2003). Dentro de cada unidad de orden está contenida otra, de modo que la escritura de los números es la constante incorporación de un nuevo agrupamiento en otro. Esto, por un lado, permite a los alumnos observar y construir patrones de representación para aprender los números, por otro lado, cuando el número crece esto se hace un poco difícil porque los agrupamientos que hay que recordar para integrar son más, es común entonces ver que los alumnos pasen del 209 al 300 en vez de 210.

El SND es aditivo y multiplicativo porque cada cantidad que se forma es la expresión de la suma del producto de diferentes potencias ( $7643 = 7 \times 1000 + 6 \times 100 + 40 \times 3 + 3 \times 1$ ), esta suma total se nota cuando se pronuncia el número, pero en la escritura el producto de cada potencia está representado el valor de posición de cada cifra (Fomin, 1975), por ello resulta difícil leer, escribir e interpretar números porque las reglas de escritura y oralidad del SND son diferentes. Una de ellas es la escritura de los números del 11 al 15, cuya escritura es diferente a los del 16 al 19, cuyo nombre se forma de la palabra diez y la unidad, (dieciocho). Esto implica dificultades a los alumnos que se guían por pistas lingüísticas en la escritura (Zacañino et al., 2011). En otros sistemas numéricos como el chino existe un nombre para cada base y se escriben y nombran tal como suenan (shi es 10 y yi es uno, y se escribe shi-yi = diez y uno = 11) (Broitman, 2014). Otra irregularidad es que las potencias después del mil no tienen un nombre específico, por lo tanto, están compuestas por otras bases, por ejemplo, diez mil o cincuenta mil. La forma en la que los números se dicen es diferente de cómo se escriben, por el valor de posición, por ello cuando decimos treinta y cuatro, no escribimos 304 sino 34 (Cid et al., 2003).

### ***1.1.2 EL SND en el currículo escolar***

En el currículo escolar, a través de los años la enseñanza de los contenidos matemáticos, así como los números y el SND han partido de un enfoque memorístico, que asume que memorizar reglas de operación sin comprenderlas es suficiente. Se ha pretendido mostrar el SND de la manera más simple posible (Miranda Álvarez et al., 2018) sin considerar su complejidad, debido a sus irregularidades orales y sus reglas de escritura, que implican la abstracción de sus propiedades, como el valor de posición. Este tipo de enseñanza “simple” impide a los alumnos interactuar con el sistema, razonar las dificultades que enfrentan y desarrollar estrategias para favorecer su aprendizaje. Es a partir de los años ochenta y noventa, que los programas de estudio consideran la importancia del contexto, la utilidad de los contenidos matemáticos, y el resolver problemas para un aprendizaje con sentido para los alumnos (SEP, 1993). Actualmente, este enfoque de resolución de problemas sigue vigente. En los planes actuales, aprendizajes clave (SEP, 2017 y programa de estudios del 2011 (SEP, 2011) la enseñanza del SND se aborda de la siguiente forma.

En preescolar se trabaja el programa de aprendizajes clave 2017, donde el SND se ubica dentro del eje número, álgebra y variación, del cual se abordan la serie numérica hasta el veinte, su memorización, la correspondencia y representación de los números y su numeral, así como comparar colecciones, por tamaño, orden, cualidades, estrategias de conteo y enumeración, cardinalidad, orden y problemas con los números hasta el veinte. En primaria se trabaja con el plan, aprendizajes, clave 2017, sin embargo, solo en primer y segundo grado los libros de texto del alumno y maestro están organizados de acuerdo a este programa. El SND se ubica en el eje número, álgebra y variación, el principal aprendizaje a desarrollar en primer y segundo grado, es la lectura y escritura de números hasta el 1000.

En primer grado se trabajan los números hasta el 100 abordados por bloques, comenzando por los primeros diez divididos en subgrupos de cinco, luego se trabajan los números del 11 al 15, la elección de este tramo es por las irregularidades de la serie en estos números. Se continúa con los números al treinta, después al 50, donde se abordan los agrupamientos de decenas y las regularidades de la serie. Se enseña la descomposición numérica para representar números hasta el 30, 50, y 100, así como estrategias de conteo. En segundo de continuidad al SND con la serie hasta el mil, se aborda la centena buscando la mayor cantidad

de agrupamientos de diez, y las regularidades y características de la serie hasta el 100 y el 1000, se sugiere la enseñanza a través de materiales como el dinero, se analiza el valor de posición en las unidades y decenas.

A partir de tercero de primaria, como ya se mencionó, el libro de texto del alumno y del docente están organizados de acuerdo al plan 2011, por esta razón a continuación se describe como se presenta la enseñanza del SND en los contenidos en estos materiales. El principal aprendizaje a desarrollar es la lectura y escritura de números de cuatro, cinco y más de seis cifras. Se enseña la descomposición aditiva de números hasta cuatro cifras y el valor de posición y absoluto de un número, así como las regularidades de la serie, a través de sucesiones numéricas.

En cuarto grado se enseña la notación desarrollada y se introducen los decimales, se analiza el valor de posición tanto en números naturales como decimales y como se ubican en la recta numérica. Se aborda la descomposición aditiva, multiplicativa y mixta. En quinto grado se analizan sistemas numéricos no posicionales y a partir de las características de estos se analizan las del SND. En sexto grado se aborda la lectura y escritura de grandes números tanto naturales como decimales, se comparan grandes cantidades y se opera con ellas.

Para que los alumnos resuelvan problemas relacionados con la vida cotidiana, necesitan utilizar tanto el conocimiento escolar como sus saberes previos derivados de la interacción diaria con el sistema. Conocer cuáles son las concepciones previas de los alumnos y las dificultades con el SND le permite al docente una mejor comprensión de qué y cómo necesita diseñar su enseñanza. Al respecto, diferentes autores se han dado a la tarea de analizar tanto las concepciones como los errores y dificultades de los alumnos al interactuar con el SND.

### ***1.1.3 Concepciones y dificultades en el aprendizaje del SND***

Las características y propiedades del SND están estrechamente relacionadas con las concepciones e ideas que los alumnos han formulado y las estrategias que usan para operar con él. Lerner y Sadovsky (1994) mencionan cuatro concepciones principales que tienen los niños sobre el SND:

- 1) La cantidad de cifras de una cantidad como criterio comparativo

- 2) El orden de los números
- 3) La falta de correspondencia entre la numeración escrita y hablada
- 4) El apoyo fonético para los números nudo
- 5) El uso del cero

La primera concepción es que la cantidad de cifras se corresponde con la magnitud del número representado, es decir, 234 es mayor que 23 porque tiene más cifras. Esta forma de comparar las cantidades con números enteros es funcional porque el SND es aditivo y multiplicativo, cada cantidad es el resultado de la suma de sus agrupamientos, de modo que entre más agrupamientos hay en una cantidad esta es mayor, como 234 corresponde a las centenas decenas y unidades es mayor que 23 que representa decenas y unidades. (Cid et al., 2003).

La segunda concepción es que cuando la cantidad de cifras es la misma, se toma el valor del primer número en la cifra para comparar cuál es mayor (el primero es el que manda) de este modo saben que 431 es mayor que 321 porque el 4 en 431 es más grande que el 3 en 321. El SND se lee de izquierda a derecha, comenzando por el mayor (Bedoya & Orozco, 1991), esto favorece a los alumnos al utilizar este criterio de comparación con números enteros.

La tercera concepción y a la vez dificultad es que los alumnos escriben los números tal y como los escuchan, pero en el SND la numeración escrita no corresponde con la numeración hablada (Cid et al., 2003) lo que deriva en la yuxtaposición de cantidades, que consiste en escribir los números sin respetar el valor de posición de los agrupamientos, guiándose por la oralidad, de modo que los niños cuando escuchan treinta y cuatro escriben 304 en lugar de 34.

La cuarta concepción es que para los alumnos es más fácil escribir números nudo, como 10, 20, 30 porque se apoyan en la oralidad del sufijo “ta” de las decenas. A medida que los agrupamientos aumentan, escribir cantidades que no son cerradas resulta complicado porque los alumnos tienen que sumar, integrar y representar cada agrupamiento por medio del valor de posición. Además de estas concepciones, otros autores hablan acerca de dificultades como el uso del cero y los materiales para la enseñanza de los agrupamientos.

La quinta concepción hace referencia a que los alumnos tienen distintas formas de interpretar el valor y uso del cero. Lerner y Sadovsky (1994) en su investigación con niños de primero, tercero y quinto de primaria, encontraron que los alumnos saben que el cero da valor a las cantidades como en 10 y 100, pero por sí solo no vale nada. Por otro lado, los alumnos en sexto grado, conciben el cero como un indicador de como sumar, un diferenciador de cantidades y en una investigación con una muestra de diez alumnos de primaria se observó que lo usaban para representar la ausencia de un agrupamiento, de acuerdo con Ávalos y Solares (2018). Los alumnos saben que el cero también tiene una posición, cuando expresan que el cero indica que no se completó un agrupamiento. Estas aproximaciones muestran la evolución de la interacción con el cero y el SND a medida que avanzan en la escuela, por eso es importante mirar sus dificultades desde la interacción de los alumnos con el contenido.

En cuanto a los materiales, Broitman, hace referencia a que la enseñanza de los agrupamientos con distintos materiales, no lleva al alumno a abstraer el concepto de valor de posición de los números en la representación escrita (2014), porque el valor de posición implica conocer las propiedades multiplicativa y aditiva del SND, además de la base y la multiplicación de la base, así como la representación oral y escrita del valor de posición al escribir cantidades. Tanto las concepciones como las dificultades de los alumnos al interactuar con el sistema, permiten visualizar la importancia que tiene la forma en que se enseña el SND. Los aspectos previamente descritos proveen un valioso eje de análisis para el docente. Estos permiten orientar la mirada sobre aquello que los niños saben de los números y cómo, para así saber qué conocimientos didácticos y matemáticos son necesarios por parte del profesor en su enseñanza, para el logro de los aprendizajes y la comprensión del SND.

## **1.2 La enseñanza del Sistema de Numeración Decimal**

Coincidimos con Broitman (2014) en que la enseñanza del SND debe partir del conocimiento profundo del sistema, desde su construcción histórica, para comprender el largo proceso de observación y reflexión que implicó a la humanidad. Asimismo, es necesario conocer sus características y reglas de operación que no son naturales sino el producto de milenios de

abstracción. Desde esta perspectiva se puede mirar a qué se enfrentan los alumnos cuando aprenden el SND en la escuela. Antes de acceder a un sistema escolar, es probable que hayan operado con el sistema, pues muchas de las acciones cotidianas implican el manejo del sistema aun sin comprenderlo del todo.

Los alumnos constantemente utilizan los números y desarrollan estrategias para operar con ellos, las cuales funcionan en el contexto mismo e inmediato donde se usan, pero al enfrentarse a tareas más complejas estos conocimientos son insuficientes porque el SND si bien es un objeto social tiene reglas de operación y regularidades que no son naturales (Terigi y Wolman 2007), comprender el SND no implica desacreditar las habilidades y conocimientos que los alumnos han desarrollado previamente, producto de la interacción social con el mismo, sino confrontarlas mediante el análisis y la reflexión para construir conocimientos más complejos que les permitan hacer eficiente su aprendizaje y deje de ser operativo y memorizado.

El SND es un contenido clave en la enseñanza escolar, porque es la base para la adquisición de otros saberes matemáticos (Terigi y Wolman, 2007). Su enseñanza debe considerar el aprendizaje de sus características, propiedades, reglas de operación e irregularidades, y como estos elementos están presentes al momento de resolver problemas de diversa índole. La comprensión del SND y sus propiedades tendrá impacto en el aprendizaje de otros contenidos matemáticos.

Es necesario operar con todo el sistema de numeración para comprenderlo. El uso de materiales para la enseñanza de las propiedades del SND es insuficiente. Para apropiarse de los conceptos relacionados con el SND, es necesario reflexionar sobre las características del sistema en lugar de enseñar de forma aislada las propiedades, puesto que estos se relacionan entre sí. Por ejemplo, al enseñar el valor de posición es necesario trabajar los agrupamientos, estos a su vez están relacionados la propiedad multiplicativa y aditiva del sistema, y la representación numérica (Kamil, 1986) La resolución de algoritmos, es una forma simple de operar con el sistema siguiendo una serie de pasos que se aplican y memorizan, pero, puede ser una buena oportunidad de aprendizaje, si se reflexiona sobre las características del sistema. Una muestra de lo anterior es la estimación, la cual permite a los alumnos el

razonamiento entre los números y las operaciones (García, 2014). Los procedimientos no convencionales ayudan a los alumnos a desarrollar sus propios procedimientos heurísticos, como sumar cantidades nudo, juntar agrupamientos comunes, completar agrupamientos y calcular cifras de un producto o cociente, por ejemplo, al sumar  $491+209$  se puede descomponer en  $400+200$  y  $91+9$ .

Considerando lo anterior, la enseñanza tradicional del SND que dosifica el contenido al enseñar los números de uno por vez, aumentando la cantidad en cada grado, que se reduce a la resolución de algoritmos y la enseñanza de agrupamientos con distintos materiales, antes de observar y analizar las características y reglas del SND, no permite observar las regularidades del sistema, la recursividad de los agrupamientos, la posición de los números y su valor (Terigi y Wolman, 2007). En consecuencia, la falta de razonamiento compromete las posibilidades de los alumnos de adquirir dominio sobre el contenido matemático y apropiarse del saber que construyen.

En el aprendizaje del SND es necesario retomar constantemente los elementos aprendidos, antes de integrar nuevos conceptos además de considerar los saberes sociales construidos por los alumnos en su interacción diaria, porque así es como se genera nuevo conocimiento y reflexión sobre el sistema. Esto debe considerarse desde la planificación, hasta la ejecución de actividades y el análisis e interpretación de los errores de los niños hasta la intervención. Dicho conocimiento sugiere una significativa labor de indagación, observación, análisis y reflexión de su práctica por parte del docente que comienza desde su formación.

La formación de los profesores, por lo tanto, debe fortalecer su conocimiento como profesionales tanto en los aspectos didácticos como disciplinares. De acuerdo con lo anterior, es preciso entonces que los maestros conozcan los diferentes aspectos relacionados con un contenido, que incluye los conceptos, propiedades, fenómenos, estructura, prácticas, así como la forma en que este contenido se puede enseñar, materiales, estrategias y como es que los alumnos se relacionan con él, además de cómo se organiza en el currículo escolar. Ya en el desempeño profesional, los docentes pueden enriquecer o complementar su formación de diversas formas.

Se considera importante desarrollar espacios de análisis y reflexión sobre las actividades que se implementan en el aula, las estrategias, los materiales y sus adecuaciones, así como las dificultades que enfrentan los docentes para transmitir un conocimiento, además de las observaciones a cómo los alumnos interactúan con los contenidos. Lo anterior es parte de la actividad docente, que de acuerdo con Ponte (2012) es una función indispensable de los maestros, pues ellos son los principales agentes de su formación. En este sentido, el conocimiento de los profesores sobre el SND y su forma de enseñanza les da una mayor posibilidad de incidir en el aprendizaje de este por parte de sus alumnos. Tanto la formación docente como la práctica del maestro están orientadas por el contexto profesional donde se desarrollan, para un maestro de primaria este contexto es multidisciplinar en ambos sentidos, por lo tanto, es importante conocer este contexto para comprender el saber profesional del maestro de primaria.

### ***1.2.1 Contexto del aprendizaje de matemáticas en primaria***

En primaria existen dos planes vigentes. El plan de estudios 2011 y el plan de aprendizajes clave para una educación integral 2017 este último es el que rige los contenidos en primaria, sin embargo, solamente los libros de primer y segundo grado están organizados temáticamente de acuerdo a este plan. La enseñanza de las matemáticas se ubica en el campo formativo pensamiento matemático que está dentro del componente de formación académica, en este plan se establece que se asignen 5 periodos lectivos de 50 min a la semana para matemáticas, después de lengua materna es la materia con mayor carga horaria, casi la cuarta parte del total de la jornada, en la cual deben abordarse los diferentes contenidos matemáticos entre los cuales se incluye el SND. En los primeros grados el enfoque principal es en el aprendizaje de la cadena numérica, los agrupamientos de decenas y el conteo, para proseguir a la resolución de problemas, medidas y figuras geométricas (SEP, 2017).

A pesar de la carga horaria con que cuenta la enseñanza de las matemáticas en primaria, esto no es suficiente, pues los alumnos necesitan razonar y reflexionar sobre los contenidos que aprenden, de acuerdo con los resultados de PISA (2018). Dicha evaluación consta de seis niveles de competencia matemática que se espera han logrado los alumnos a los quince años en el trayecto formativo que ya traen de primaria, los niveles comenzando desde el más alto evalúan lo siguiente; en el nivel seis se espera que los alumnos reflexionen sobre los procesos

matemáticos que utilizan que argumenten sus resultados y procedimientos, en el nivel cinco se espera que los alumnos puedan usar modelos matemáticos diferentes, que comparen y reflexionen cual procedimiento utilizar, el nivel 4 es donde los alumnos razonan sus procedimientos, el nivel 3 es la ejecución de distintos procesos, el nivel 2 es la interpretación de los conceptos matemáticos, y el nivel 1 es la identificación de conceptos y ejecución de tareas simples de matemáticas, en este nivel se encuentra el 30.28% de los jóvenes en México, mientras que el 25.96% está por debajo de este nivel lo que significa que los estudiantes no pueden modelar situaciones complejas, comparar y elegir los procedimientos adecuados para resolver un problema (MEJOREDUC, 2020) esto nos muestra que el trayecto formativo y de enseñanza en primaria tiene importantes áreas de oportunidad, para cuando los jóvenes egresan y se enfrentan a la secundaria.

Es importante mencionar la necesidad de que las tareas matemáticas que se planteen en primaria vayan más allá de la reproducción de conocimientos y resolución de algoritmos y se enfoquen en el análisis argumentación y reflexión de los contenidos matemáticos, en donde el SND tiene un lugar clave, pues la reflexión de las propiedades y características del mismo permite a los alumnos una mejor interacción y eficacia en el abordaje de distintos problemas y contenidos matemáticos. Se espera y demanda del docente, por lo tanto, el conocimiento de diversas estrategias, técnicas y conocimientos para la enseñanza, así como saber seleccionar los recursos óptimos y establecer los medios necesarios para el logro de los aprendizajes matemáticos de los alumnos.

### ***1.2.2 El papel del docente en la enseñanza de las matemáticas y del SND***

Los profesores se enfrentan constantemente con el desafío de enseñar un contenido y lograr la apropiación del mismo por parte de los alumnos. Esto forma parte de lo que constituye ser un buen maestro de acuerdo al perfil y parámetros para docentes citado en aprendizajes clave (SEP, 2014) el cual expresa que “un docente que conoce a sus alumnos y sabe cómo aprenden y lo que deben aprender, organiza y evalúa el trabajo educativo y realiza una intervención didáctica pertinente” (p. 41).

En consecuencia el conocimiento necesario por parte de un profesor para la enseñanza de los contenidos matemáticos debe considerar tanto el aspecto disciplinar como el didáctico para cumplir con los propósitos del aprendizaje de las matemáticas en educación básica, los cuales buscan que los alumnos conciban las matemáticas como una construcción social, adquieran actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas, desarrollen confianza en sus propias capacidades y cultiven habilidades que les permitan plantear y resolver problemas (SEP, 2017). En primaria, relacionado en el SND, uno de los propósitos que expresa el programa de aprendizajes clave (SEP, 2017) es que los alumnos utilicen la estimación y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales; para lograr este propósito es preciso que los alumnos conozcan los números, sus relaciones, y las características y propiedades del sistema. Se requiere de un amplio conocimiento profesional y específico hacia las matemáticas por parte del maestro de primaria para lograr los propósitos descritos.

### **1.3 Conocimiento profesional docente**

Cuando se habla de conocimiento profesional, este se define como el cuerpo de conocimientos y habilidades que son necesarias para funcionar en una profesión en particular, de acuerdo a Tamir (2005), por otro lado, Ibarrola (2018) define el saber profesional como un dispositivo que permite integrar los rasgos básicos del trabajo a desempeñar con el conocimiento especializado que ello requiere y con las diversas dimensiones históricas y contextuales que lo afectan. La docencia, por lo tanto, como profesión, precisa un conjunto de saberes y habilidades específicas por parte de quienes, la ejercen, acordes al contexto cultural y social donde se desempeñan, los maestros como profesionales, entonces, son aquellas personas que participan en la satisfacción de las necesidades sociales educativas y sus problemas, no solo como trabajo sino con base en un conocimiento especializado de alto nivel (Ibarrola, 2018).

La formación docente parte de un saber colectivo y dialógico (Mercado 2002) es decir, es una construcción que tiene diferentes vertientes, desde la formación en los centros educativos para maestros, que puede provenir tanto de formadores que comparten esta construcción multidisciplinaria y algunos profesionales en áreas específicas, así como la

información que recogen de la experiencia diaria en el aula, la reflexión que hacen sobre ella, las experiencias que comparten con otros docentes, los materiales que consultan y sus propios valores y memorias personales, todo ello en un constante intercambio entre la práctica y la teoría. Esta construcción de saberes permite al docente desempeñar su función específica que es la enseñanza, la cual es más que una simple transmisión de saberes, pronunciar, o decir, se requiere más que un dominio de ciertos contenidos para lograr una buena enseñanza y su efecto en el aprendizaje.

Enseñar no es una simple transmisión de saberes, es una construcción colectiva para la cual el docente precisa de un conocimiento profesional que se distingue del disciplinar. La calidad de este conocimiento está determinada por su eficacia en la resolución de problemas prácticos de la enseñanza y el manejo de los recursos disponibles (Ponte, 2008). Shulman (1986), citado en (Garritz & Trinidad Velasco, 2018) describe este conocimiento como el que utiliza el profesor para dar ejemplos, analogías, explicar un contenido, demostrar y formular y representar un tema para que sea comprensible para otros, así como el conocimiento de los alumnos, sus concepciones, y preconcepciones acerca de un tema, sus dificultades, interacciones, como el conocimiento pedagógico. Un conocimiento particular de docentes y que en conjunto con el conocimiento de los contenidos dan forma al conocimiento profesional.

Los profesores de primaria tienen en su quehacer profesional la labor de una enseñanza multidisciplinar en un contexto social complejo, que además demanda buenos resultados. Enseñar diferentes contenidos implica para el maestro no solamente el dominio de estos, sino el conocimiento de las características de aprendizaje de sus alumnos y de diversas técnicas y estrategias de enseñanza en relación con el contenido que se enseña, así, por ejemplo, las estrategias para enseñar español no son las mismas que se requieren para abordar un contenido matemático, el docente necesita conocer qué y cómo enseñar cada contenido disciplinar que le demanda su práctica educativa. Si se considera como dice Ponte que los docentes aprenden a partir de su propia práctica y la reflexión (2012) es preciso que tengan herramientas que les permitan analizar su desempeño profesional, aunque existen parámetros que describen el ideal de un buen maestro (INEE, 2018), para analizar su práctica los maestros necesitan una mirada profesional y especializada sobre el conocimiento

matemático que requieren. En esta investigación buscamos conocer el conocimiento especializado del profesor de primaria en la enseñanza de las matemáticas (Carrillo et al., 2013)

### ***1.3.1 Perfil profesional del docente de primaria***

Como profesionales de la educación, una de las competencias que los maestros deben desarrollar durante su formación es, aprender de forma autónoma y tener iniciativa para fortalecer su desarrollo personal. En el desempeño como profesionales específicamente en la educación primaria se espera que los maestros, establezcan relaciones entre los principios, conceptos y contenidos que maneja el plan de estudios para el logro de su aprendizaje por parte de los alumnos de acuerdo a su grado educativo, que utilicen métodos pertinentes para favorecer el aprendizaje, que utilicen recursos y medios didácticos adecuados para sus alumnos, y que diseñen, planifiquen y apliquen sus conocimientos disciplinares y pedagógicos para responder a las necesidades educativas requeridas.

La formación disciplinar de los maestros de primaria busca en ellos un conocimiento profundo y específico de los contenidos de acuerdo a su campo y área de enseñanza. Este conocimiento es multidisciplinar y contempla las diferentes asignaturas que conforman el currículo, el nivel conceptual requerido para su enseñanza, así como los aspectos didácticos de las mismas. Los maestros desarrollan estos aprendizajes durante los ocho semestres de su trayecto formativo de acuerdo al plan de estudios para maestros de primaria (Acuerdo N°14/07/18, 2018). Además, durante el ejercicio de su práctica los maestros aprenden continuamente como enseñar diversos contenidos y profundizar en ellos acorde al contexto y nivel conceptual de sus alumnos.

### ***1.3.2 Conocimiento matemático del profesor de primaria***

En cuanto a las matemáticas en el plan de la licenciatura en primaria, estas buscan que el maestro estudie diferentes conceptos y procedimientos, así como adquirir un lenguaje matemático para resolver problemas. La enseñanza matemática en el currículo de formación docente abarca cinco semestres, de los cuales los primeros dos son para la enseñanza de aritmética, primero con números naturales y luego decimales y fraccionarios, que es donde

se ubica el contenido, SND. El propósito de estos cursos es que el docente comprenda ampliamente los conceptos matemáticos para que desarrolle estrategias de enseñanza de resolución de problemas usando las operaciones básicas, se busca que los docentes desarrollen competencias que ayuden a los alumnos a apropiarse de las nociones aritméticas y que comprendan y justifiquen el uso de las operaciones aritméticas (Acuerdo N°14/07/18, 2018). Por lo tanto, el conocimiento del SND y sus características tiene un papel importante porque en el desarrollo de las operaciones básicas están implícitas las propiedades del SND, que es indispensable que el docente conozca, pues ello le dará mayores herramientas para ayudar a sus alumnos. Por otro lado, respecto a al conocimiento didáctico se espera que el docente utilice y conozca metodologías adecuadas para promover el aprendizaje de sus alumnos, que incorpore recursos y medios didácticos pertinentes de acuerdo con el conocimiento de los procesos cognitivos de sus alumnos.

Como se puede apreciar, debido al carácter multidisciplinar de la formación docente, y los desafíos de enseñanza que enfrenta el maestro, este tiene el desafío de profundizar más allá de su formación previa. La mayor parte del conocimiento profesional que el maestro pondrá en acción en su práctica diaria será producto de la formación constante que el mismo gestione, la cual es clave para el logro de un buen perfil profesional. Parte de lo que integra este perfil será derivado de su práctica, a través de sus observaciones, análisis y reflexiones sobre los contenidos matemáticos que enseña en el aula, además de las dificultades que sortee, los retos que resuelva y la forma en como logra que sus alumnos se apropien de los conocimientos, conceptos y razonamientos matemáticos.

Los elementos de conocimiento matemático que adquieren los docentes durante la formación se complementan con el conocimiento didáctico desarrollado en el aula. El docente es quien debe hacer un análisis y cuestionar sus áreas de fortaleza y de oportunidad en la enseñanza de un contenido matemático para así buscar los recursos, estrategias y saberes que necesita desarrollar. Un primer paso en la búsqueda de la mejora de la práctica es cuestionarse cuánto y qué conoce sobre determinado tema, que debería saber, porque y para que, de modo que un siguiente paso sea implementar las acciones necesarias para alcanzarlo.

#### **1.4 Conocimiento especializado del profesor de matemáticas**

Los docentes tienen un perfil profesional específico que define su trabajo, es decir poseen conocimientos y habilidades que tienen sentido para quien ejerce la enseñanza. Además de estas habilidades, se han explicado que de acuerdo al grado o nivel educativo también existen ciertos criterios y competencias a desarrollar, en este sentido existe algo más que define el carácter profesional de cada maestro, y la enseñanza específica de ciertos contenidos. Un maestro de artes, por ejemplo, necesita conocer elementos y características de las diferentes manifestaciones de arte y profundizar en alguna. Un maestro de idiomas tiene ciertas habilidades que le permiten no solo conocer la estructura del lenguaje sino transmitir estas características a sus alumnos. Enseñar matemáticas entonces requiere desarrollar ciertas habilidades, estrategias, características, y un conocimiento amplio en varios aspectos de cada contenido matemático.

De acuerdo a Godino et al., (2003), lo que los maestros piensan o creen sobre las matemáticas, condiciona su trabajo en clase. Los autores enuncian algunas de las creencias más comunes, como el considerar las matemáticas como algo concreto, es decir, que cada objeto matemático existe y se puede observar, lo que da lugar a una enseñanza con base en las propiedades, o definiciones de los objetos matemáticos en lugar de su aplicación. Otra visión es mirar las matemáticas como el producto del ingenio histórico de varias generaciones, de modo que los errores de los alumnos se comparan con los procesos históricos de la humanidad a lo largo de la construcción matemática. Otras concepciones son ver las matemáticas como algo muy abstracto que solo se puede entender a través de teorías elaboradas, axiomas o postulados y la concepción de que hay una estrecha relación entre las matemáticas y su aplicación.

Existen determinados conocimientos y habilidades propios para la enseñanza matemática, además de la didáctica que cada profesor desarrolla y ejerce en su práctica. En esta investigación nos interesa conocer el conocimiento matemático de los profesores de primaria en la enseñanza del SND. Lo anterior considerando la enseñanza multidisciplinar que hacen los docentes en primaria. Para explorar y describir el conocimiento matemático de los profesores en forma específica, es de suma utilidad contar con un esquema que permita organizar este conocimiento.

### **1.4.1 Modelo MTSK**

El modelo MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge) es un modelo que permite analizar el conocimiento matemático y didáctico matemático del docente de matemáticas (Muñoz-Catalán et al., 2015). Para nuestro caso, del docente de primaria cuando enseña matemáticas. Para identificar y definir el conocimiento que subyace en la enseñanza de un contenido es necesario conocer cómo se define y estructura dicho contenido. El modelo MTSK provee una especie de mapa que permite identificar de forma amplia los aspectos relacionados con un contenido matemático. Este modelo explora, describe y organiza el conocimiento matemático y didáctico matemático, en dos dominios principales, los cuales se integran a su vez por subdominios y categorías de análisis. En el capítulo siguiente se profundizará sobre el modelo.

### **1.5 Pregunta y objetivo de la investigación**

Con base en la estructura que ofrece el modelo MTSK y el análisis de la práctica docente desde diferentes aspectos, buscamos explorar el conocimiento específico de matemáticas del profesor de primaria sobre el SND en un momento específico. Por ello nuestra pregunta de investigación y objetivo son los siguientes:

*¿Cuál es el conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el sistema de numeración decimal?*

Objetivo: Conocer el conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el sistema de numeración decimal.

## **CAPÍTULO 2. EL MTSK COMO MODELO DE ANÁLISIS**

El modelo MTSK permite analizar el conocimiento matemático y didáctico del docente de matemáticas. Para identificar y definir el conocimiento que subyace en la enseñanza de un contenido es necesario conocer cómo se define y estructura dicho contenido. El modelo MTSK provee una especie de mapa que permite identificar de forma amplia los aspectos relacionados con un contenido matemático. Este modelo se ha utilizado en primaria en estudios como la enseñanza de las rectas en geometría de una maestra de quinto grado (Liñán-García, 2017) y la enseñanza de los números racionales en sexto grado por parte de un profesor de matemáticas que trabaja en primaria (Rojas et al., 2015). Hasta el momento no hay estudios en el nivel de primaria relacionados con la enseñanza del SND. Por medio del modelo se ha podido analizar sobre dichos contenidos de una forma sistemática y estructurada. Existen otros modelos que describen el conocimiento matemático y anteceden al MTSK, pero, con algunas diferencias en la estructura y organización de las categorías.

### **2.1 Antecedentes del modelo MTSK**

El modelo MTSK Mathematics Teaching Specialiced Knowledge por sus siglas en inglés es un modelo que integra conocimientos matemáticos y didácticos que en conjunto solo tienen sentido para el profesor de matemáticas. Este modelo tiene como antecedente el modelo MKT propuesto por Ball (Ball et al., 2008) el cual tiene su base en la propuesta de conocimiento profesional de Shulman (1986). El modelo MKT integró los dominios de conocimiento matemático y didáctico, tal como los integra el modelo MTSK, sin embargo, la diferencia entre estos modelos se halla en los subdominios, CCK conocimiento común del contenido y el CHMC conocimiento del horizonte matemático, puesto que ambos no denotaban el carácter específico del conocimiento matemático. Lo anterior en el sentido de que el conocimiento común de una persona puede ser muy general y no estar relacionado específicamente con la práctica matemática. En cuanto al horizonte matemático, este se refería a las relaciones de un contenido con diversos contenidos, lo cual puede ser muy amplio y difícil de sistematizar. En el modelo MTSK estos subdominios corresponden a la práctica matemática, KPM y la estructura matemática, KSM.

## **2.2 Descripción del modelo MTSK en función del SND**

El modelo se compone de dos dominios principales, el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico, los cuales buscan describir de forma sistemática y estructurada el conocimiento matemático del profesor de matemáticas. La principal intención es, describir de forma amplia qué conocen los profesores y cómo, es decir, la naturaleza de su conocimiento. Al centro del modelo se ubican las creencias, valores y concepciones de los profesores sobre las matemáticas, las cuales impactan la práctica educativa. A continuación, se describen los dominios y subdominios que lo componen.

### **2.2.1 Conocimiento matemático del contenido MK**

El conocimiento que el profesor manifiesta al enseñar un contenido, que abarca los conceptos, definiciones, procedimientos, las conexiones entre los conceptos, el porqué de los procedimientos, la forma de proceder en matemáticas, el lenguaje matemático y su precisión. (Carrillo et al., 2013). En este caso el sistema de numeración decimal que además constituye la base de los demás conocimientos matemáticos a lo largo de la formación escolar. Se organiza en tres subdominios, conocimiento de los temas (KoT- *Knowledge of Topics*), conocimiento de la estructura matemática KSM, y conocimiento de la práctica matemática KPM.

#### **2.2.1.1 Conocimiento de los temas KoT**

El KoT se define como conocimiento amplio y profundo de los contenidos matemáticos, es decir, aquello que le permite al docente manejar y trabajar los contenidos matemáticos en su enseñanza, conocer las propiedades de forma fundamentada, los procedimientos, fenómenos, así como aspectos epistemológicos que ayudan a comprender y dan significado a los conceptos. Entendemos, por temas, los expuestos en el *National Council of Teacher of Mathematics-NCTM* (2000) (Escudero-Ávila, 2015, p.27). Dichos temas están desarrollados por nivel educativo, en lo que corresponde a primaria están organizados de acuerdo a los siguientes ejes temáticos; números y operaciones, álgebra, geometría, medida, análisis de datos y probabilidad. Para el caso de esta investigación, nos interesan los temas relacionados con el SND. En primaria, en México estos temas se describen en el eje “número, álgebra y

variación, de acuerdo con el programa de aprendizajes clave, (SEP, 2017). Para el caso del SND se refiere a que los maestros conozcan las definiciones, conceptos, fenómenos, procedimientos implicados en el eje donde se integra el SND en primaria. Para organizar el conocimiento de los temas se han establecido 5 categorías donde enseguida se ubica el contenido SND

*Fenomenología:* El conocimiento de amplios y variados contextos donde se puede situar un contenido matemático, como la historia de los sistemas numéricos, que permite conocer mediante el análisis y comparación las propiedades y características del SND y la relación entre el cuerpo humano y la construcción de símbolos para representar los números.

*Conceptos y definiciones:* Conocimiento de conceptos relacionados con un contenido matemático específico y las definiciones asociadas a los objetos matemáticos que lo componen, que el docente conozca los conceptos relacionados con el SND como los enuncian (Ávila, 2007; Bedoya y Orozco, 199; Broitman, 2014; Cid et al., 2003).

- Dígitos: numerales consecutivos que sirven para formar cantidades de manera infinita, repitiéndolos, gracias al valor de posición en el SND, son diez (0123456789)
- Agrupamientos: integración de diez elementos que a su vez se integran en otro, como una centena está formada de diez decenas y cada decena de diez unidades.
- Cero: numeral que integraron diversas culturas para representar la ausencia de algo y especialmente de un agrupamiento en una cantidad y evitar confusiones.
- Valor de posición: valor de un número de acuerdo a la posición que ocupa en una cifra: 32, el tres vale 3 y 30.
- Base: Indica el agrupamiento total de elementos donde vuelve a iniciar el conteo, el SND es base diez.
- Conversión: Pasar de un elemento a otro
- Decimal: Subconjunto de los números racionales que tiene al menos una expresión decimal, se representa con fracciones cuyo denominador es una potencia de diez y que a su vez se representa usando el punto decimal. ( $1/10=0.1$ )
- Potencia: Exponente que expresa la cantidad de unidades de orden representadas en un número.
- Cardinal: valor total de una colección

*Propiedades del SND:* Las características propias de un contenido matemático. El SND es multiplicativo, aditivo y posicional. Es multiplicativo porque cada número en una cifra indica el valor del agrupamiento que representa y cuantas veces se multiplica. Es aditivo porque cada cantidad que se forma es la representación de la suma de cada agrupamiento que la integra. Es posicional porque cada cifra en una cantidad representa un determinado agrupamiento de acuerdo a su posición, cada número en una cantidad posee un valor de posición y un valor absoluto ( $4358 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 8$ ), (Cid et al., 2003).

*Procedimientos:* Conocimiento práctico, el saber hacer, conocer tanto procedimientos convencionales como heurísticos, Las propiedades del SND permiten realizar diversos procedimientos y operar con los algoritmos convencionales, como las sumas, y restas verticales, la división con galera, entre otros y no convencionales que los alumnos desarrollan para resolver un problema como redondear agrupamientos.

*Registros de representación:* De acuerdo con Duval (2006) son las diferentes formas de representar un contenido matemático, puede ser pictórico, numérico, expresión oral, fracción, un ejemplo son las representaciones de los números decimales (0.25,  $25/100$ ,  $\frac{1}{4}$ , dibujo de un cuarto y dibujo de un cuarto de papas). : El SND tiene una representación oral con irregularidades, en la serie numérica del 11 al 15 y repetición de los agrupamientos en los números mayores de mil como (diez mil= 10 000) y otra escrita. La relación entre ambas representaciones está dada por la integración de los agrupamientos, sus potencias y el valor de posición que se asigna a cada numeral (Cid et al., 2003). Esto nos permite expresar oralmente doscientos quince, y escribir 215.

### ***2.2.1.2 Conocimiento de la estructura matemática KSM***

El conocimiento de que le permite a un profesor enseñar temas como fundamentación para otros posteriores, que da lugar a relaciones entre los temas que pueden ser intra conceptuales, es decir, conexiones entre conceptos del mismo tema. Otras conexiones son, inter conceptuales, es decir, conexiones entre diferentes temas. Existen además conexiones

temporales que permiten secuenciar un tema, y delimitar los contenidos. En este estudio del SND abordaremos las conexiones de complejización y simplificación. Estas conexiones pueden ser para construir un concepto complejo, o para simplificar un contenido a partir de temas más sencillos, es decir, de complejización y simplificación.

*Conexiones complejización:* Conexiones entre contenidos sencillos que permiten construir conceptos complejos, como conocer la relación entre el valor de posición del SND, la descomposición aditiva y su uso en operaciones como la resta (Muñoz-catalán et al., 2015). El uso de la suma para abordar más adelante el concepto de multiplicación a través de la iteración.

*Conexiones simplificación:* Conexiones entre los contenidos que permiten explicar los conceptos complejos, estableciendo relaciones con conceptos más sencillos, por ejemplo, saber que para resolver la raíz cuadrada se puede usar el cuadrado de un número o el producto de números iguales, así como la relación entre el concepto de unidad de orden y los agrupamientos

### ***2.2.1.3 Conocimiento de la práctica matemática KPM***

Referido al cómo se procede en matemáticas, Carrillo y colaboradores lo definen como aquellas acciones que permiten la creación de conocimiento matemático, como hacer, proceder, crear, conocer, experimentar, buscar patrones, clasificar, conjeturar (Carrillo et al., 2013; Rojas et al, 2015), así como gestionar razonamientos. En primaria se aborda la práctica matemática, en aspectos tales como la clasificación, la búsqueda de contraejemplos y la argumentación, Delgado (2020) propone algunas categorías como, la construcción de definiciones, y el lenguaje matemático. Las que se corresponden con el SND y su enseñanza, se describen a continuación.

*Argumentación:* Uso de argumentos para convencer de la validez de una respuesta, dar cuenta o razón de algo, alguien o ante alguien con el objetivo de lograr su comprensión y aprobación, en este caso, cuando los alumnos describen sus procedimientos y estrategias al resolver algoritmos y confirmar la certeza de sus respuestas con otros.

*Pensamiento inductivo:* Dar ejemplos, hacer tanteos, ejemplos con casos particulares y

modificar algunas condiciones, ver que sucede, para establecer una regla general, por ejemplo, la estimación y el cálculo mental permiten explorar las propiedades y características del SND.

*Pensamiento deductivo:* A partir de una teoría establecida, definición o concepto, explicar y demostrar casos particulares, por ejemplo, las reglas de posición de los enteros al trabajar los decimales.

*Lenguaje matemático:* Lo que confiere un carácter único al conocimiento matemático, es su poder como instrumento de comunicación conciso y sin ambigüedades (Delgado, 2020) Por ejemplo, la precisión y economía de los números arábigos para la escritura de cantidades.

*Prácticas ligadas a una temática matemática:* Conocimiento de cómo se enseña o razona en un tema específico, por ejemplo, en el SND, la enseñanza es progresiva y retoma los elementos del KoT. Cada contenido permite la progresión del siguiente, el conteo de grandes cantidades permite al alumno recurrir a estrategias que le permitan clasificar y enumerar una gran colección, a partir de agrupar cantidades que ya domina, como de cinco en cinco y así aumentar el control del agrupamiento para introducir la decena y después las centenas, en vez de enseñar el concepto de cada una de forma aislada.

### ***2.2.2 Conocimiento didáctico del contenido PCK***

Se refiere al conjunto de conocimientos, destrezas y habilidades que los profesores necesitan y aplican en el acto de enseñar, ligados directamente con la práctica de aula como actividad principal y ligados a un contenido específico (Escudero-Ávila y Carrillo, 2020). Este se organiza de la siguiente forma, el conocimiento del contenido matemático como objeto de aprendizaje KFLM, el conocimiento de un contenido matemático como objeto de enseñanza KMT y el conocimiento de la organización o secuenciación de este contenido desde una visión general de los estándares y objetivos de aprendizaje, KMLS.

### ***2.2.2.1 Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM***

Es el conocimiento que permite al profesor reconocer, analizar y comprender determinados procesos de aprendizaje de las matemáticas, lo cual le ayudara a analizar los errores de sus alumnos, sus aciertos, dificultades y formas de razonar. El objetivo principal del KFLM es reconocer el contenido matemático como objeto de aprendizaje, para conocer cuáles con las características del aprendizaje de un contenido matemático a través de la observación y análisis por parte del profesor de las interacciones de los alumnos con el contenido. Con respecto al SND, se describen las siguientes categorías y posibles elementos.

*Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido matemático:* Conocimiento de las dificultades epistemológicas, como la comprensión en el uso del cero para saber qué implica el cero en una cantidad y cómo opera el cero en una suma o en una resta, o cuál ha sido su función a través de la historia, como representar la ausencia de algo (Broitman, 2014). Conocimiento de los errores de escritura en las cantidades, a causa de la diferencia entre oralidad y escritura del sistema, la dificultad para comprender el valor de posición de un número (Cid et al., 2003). Entre las fortalezas están, las habilidades de los alumnos de usar la repetición de los números para inferir los que siguen, también los cálculos prácticos como redondear números, agregar o quitar ceros.

*Formas de interacción con un contenido:* Conocimiento de como interactúan los alumnos con el SND, concepciones, dificultades y estrategias que desarrollan como resultado de. En la interacción con el SND y la resolución de algoritmos, los alumnos buscan simplificar pasos, al redondear cantidades, añadir o quitar ceros o buscar completar decenas o centenas y luego sumar agrupamientos cerrados, es decir desarrollan sus propias estrategias (García, 2014) Los alumnos aplican lo que han aprendido en otras situaciones, por ejemplo, si aprendieron que el cero no tiene valor en una suma, aplican esa regla para una resta. Los alumnos conciben que el total de cifras de un número está relacionado con su valor, a más cifras más valor (Lerner y Sadovsky, 1994) y aplican esta regla también con los decimales. Se basan en las pistas lingüísticas de los números para su escritura; como seguir la serie del 21 al 29 porque se apoyan en el prefijo veinte y agregan la unidad, pero en números como 12

y 15 esta pista no funciona porque estos no transparentes (Zacañino et al., 2011). Los alumnos se habitúan al uso de la base diez, lo que dificulta operar cuando se cambia la base.

*Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido:* Conocimiento de lo que los alumnos piensan y esperan al aprender el SND. Los alumnos esperan que el aprendizaje de los números, algoritmos y características del sistema tenga relación con la vida cotidiana, es decir, que resuelvan problemas comunes como ir al mercado y sacar la cuenta, comparar precios o ver quien tienen más dulces o estampas. Los alumnos están interesados en un aprendizaje práctico y con un lenguaje sencillo, por eso resuelven un algoritmo como la multiplicación usando una suma iterada. En adición a lo anterior, los alumnos enfrentan el SND esperando que sea sencillo porque han visto números y operado con números en su vida diaria, sin embargo, sus concepciones no se ajustan a las reglas de operación del sistema que son complejas y poco transparentes (Terigi y Wolman, 2007)

*Teorías formales y personales asociados al aprendizaje de un contenido matemático:* Que el profesor conozca resultados de investigación tales como, el conteo, la enumeración, la serie numérica, el agrupamiento. Teorías de la construcción del número, como los principios del conteo de Gelman y Gallistel (1978) citado en Miranda et al. (2018), que le ayuden a identificar dificultades y errores en el aprendizaje de la serie en los primeros grados e intervenir su enseñanza.

#### **2.2.2.2 Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT**

El conocimiento sobre las distintas posibilidades de enseñanza de un contenido matemático, estrategias, teorías, tareas y recursos. Conocer distintas herramientas para abordar un contenido y saber cómo las características de ciertas estrategias o tareas utilizadas impactan la enseñanza, conocer que recursos, materiales, modos de presentar el contenido, uso de ejemplos, analogías adecuadas al contenido, intención o contexto. Respecto a la enseñanza del SND integramos las siguientes categorías y posibles elementos.

*Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza:* Conocer teorías sobre la enseñanza, resultado de la investigación, las que propone el currículo en primaria o las que se derivan de la experiencia personal. Por ejemplo, conocer la importancia del medio en la teoría de las

situaciones didácticas de Brousseau (Fregona y Orus, 2011), conocer el uso de diferentes registros de representación (Duval, 2006). Derivado de la experiencia, se considera el conocer el enfoque de la enseñanza de las matemáticas en primaria, para planificar y contextualizar su enseñanza por ejemplo, la resolución de problemas en determinados contextos. (SEP, 2017; SEP, 2011).

*Recursos y materiales:* conocer cómo, en qué momento y con relación a qué contenido usar materiales como: regletas, fichas de colores, cubos de dienes, dados, dóminos, saber cuáles son las limitaciones y potencialidades de estos materiales con respecto al contenido matemático, uso del dinero (moneda mexicana) por su similitud con el SND para aprender sobre los agrupamientos, juegos de patio para trabajar el valor de posición al armar cantidades con un número limitado de cifras, pero usando la posición, ejemplos de la vida cotidiana como ahorrar, ir al mercado, comprar en la tiendita etc.

*Estrategias, técnicas y tareas de enseñanza:* Se refiere al diseño y uso de diferentes tareas matemáticas con la finalidad de abordar el SND. Estas pueden utilizarse con diferentes propósitos. Se incluyen tanto las actividades, tareas o ejemplos de materiales institucionales como libros de textos, así como aquellas adicionales que el docente incorpore, que provengan de otras fuentes (bibliografía complementaria, recursos de internet, entre otros). Por ejemplo, las guías de estudio, los materiales llamados “interactivos” que están vinculados con el programa. Llevar a la par actividades de cálculo mental, acertijos matemáticos, estudio de las tablas de multiplicar, entre otros. Plantear problemas que permiten la argumentación, y de procesos heurísticos propios.

### ***2.2.2.3 Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS***

Este conocimiento se refiere a la forma en que se organizan los contenidos en los currículos escolares y como los considera el docente, desde la planificación hasta el desarrollo de estrategias y aplicación de actividades. Ubicar qué es lo que el estudiante debe conocer en determinado nivel educativo, es decir, los estándares de aprendizaje en los documentos oficiales, nacionales e internacionales o lo que el profesor conoce que el estudiando debe

conocer producto de la experiencia. Las siguientes categorías son las que se abordan en este estudio:

*Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido:* Se espera que el profesor conozca el desarrollo gradual del SND en los 6 grados de primaria, y por ende las habilidades que debe potenciar en sus estudiantes. El programa de estudio Aprendizajes Clave para la Educación Integral (SEP, 2017) trabaja con el SND y sus características, la serie numérica, los agrupamientos hasta 100 y la base 10 en los primeros grados, para lo cual se espera que el alumno sepa contar, hacer agrupamientos mínimos y comparar cantidades. En tercer grado se introduce el valor de posición, los agrupamientos y la descomposición aditiva, el dominio de estos conceptos es muy importante para cuarto grado, que es cuando se introducen los decimales. Las características del SND en relación con otros sistemas numéricos se ven en quinto grado. Para sexto grado se debiera tener un conocimiento general del SND que permita operar con él eficientemente, con cantidades de más de seis cifras.

*Secuenciación de los temas:* El conocimiento del profesor de la secuencia que siguen los temas relacionados con el SND en cuanto al programa de estudios y el libro de texto. De acuerdo al programa de aprendizajes clave para la educación integral 2017 en primer y segundo grado, el aprendizaje clave a desarrollar para el SND es: “lee escribe y ordena números hasta 100” es el mismo para segundo, pero con rango numérico hasta 1000, este se desarrolla a lo largo de los tres bloques divididos cada uno en 10 trayectos formativos, cada trayecto se constituye de entre 9 y 11 lecciones, los primeros trayectos de cada bloque abordan el SND en cuanto a conocimiento de la serie, regularidad y agrupamientos. En el programa de estudios 2011 está organizado en 5 bloques y lecciones, las cuales no están organizadas por contenido como en primero y segundo. Mediante el libro del maestro se hace el análisis de las intenciones didácticas y los aprendizajes esperados del programa para saber cuántas lecciones abarca un contenido, el aprendizaje esperado a desarrollar en tercero y cuarto es “lee, escribe y produce números de hasta 4 cifras” y es hasta quinto grado que cambia por analizar similitudes y diferencias del sistema de numeración maya egipcio y el SND. En sexto se trabaja con lectura y escritura de grandes cantidades y el principio de densidad.

### 2.3.1 Organización de categorías del MTSK en función del SND

A continuación, se presenta la tabla que organiza los posibles contenidos y conceptos, correspondientes a cada categoría del modelo, de acuerdo con el contenido SND. Así mismo se muestra donde se referencia dicho contenido. La tabla se integra de cuatro columnas, la primera de ella corresponde a los dominios de conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, subdividida en los subdominios correspondientes a cada dominio, en la siguiente columna se presentan las categorías asociadas con cada subdominio, después la descripción de elementos que de acuerdo con el SND corresponden con dichas categorías y la literatura donde se pueden encontrar.

**Tabla 1**

#### Organización de las categorías del MTSK en función del SND

Subdominios		Categorías asociadas al subdominio	Descripción de las categorías		Referencia
Conocimiento Matemático	K o T	Fenomenología	Modelos	¿De dónde surge o en qué se aplica el SND? por ejemplo conocer la relación de este sistema con el cuerpo humano (10 dedos de la mano)	(Ifrah, 1987)
			Construcción histórica del SND	El conocimiento del recorrido histórico del SND permite, al compararlo con otros sistemas, comprender sus propiedades, economía y características	(Ifrah, 1987; Stewart, 2012)
		Conceptos y definiciones	<i>Unidad de orden</i>	La base diez del SND multiplicada por diez forma una unidad de orden cada vez	(Orozco y Bedoya, 1991)
			<i>Agrupamiento</i>	En este sistema se realizan agrupamientos de 10 en diez	(Orozco y Bedoya, 1991)
			<i>Valor posicional</i>	El dígito toma un valor de acuerdo a su posición en el número,	(Broitman, 2014)
			<i>El Cero</i>	El cero como dígito permite representar la ausencia de cardinal y más adelante de agrupamiento completo	(D' Amore y Fandiño, 2014; Ávalos y Solares, 2018)
		Propiedades	<i>Propiedad aditiva</i>	<i>Cada cantidad formada es la suma de los productos de cada potencia que la integra</i>	(Fomin, 1975)
			<i>Propiedad multiplicativa</i>	<i>Cada agrupamiento representa la base diez multiplicada cierto número de veces</i>	(Cid et al., 2003)
			<i>Valor posicional</i>	El dígito toma un valor de acuerdo a su posición en el número,	(Broitman, 2014)

		Registros de representación	<i>Oral</i>	Dos mil ciento treinta y cinco	(Cid et al, 2013)	
			<i>Numérico</i>	2135	(Cid et al., 2003)	
		Procedimientos	<i>Uso de propiedades como el valor de posición en los algoritmos</i>	Algoritmos convencionales que ordenan los números según su posición y se resuelven considerando el valor de posición de los números Algoritmos no convencionales que utilizan estrategias diferentes a las convencionales para hallar un resultado.	(Escudero-Ávila, 2015)	
			<i>Trabajo con Notación desarrollada</i>	Multiplicativa y aditiva $341 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 1 \times 1$	(Cid et al., 2003)	
	<b>KSM</b>	Conexiones de Complejización	secuencia-suma iterada-multiplicación	Las secuencias permiten distinguir una suma iterada que precede a la multiplicación	(Broitman, 2010)	
		Conexiones de Simplificación	Unidad de orden-agrupamiento	En toda unidad de orden está contenida otra unidad, para formar una unidad de orden se necesita agrupar	(Omarza y Bedoya, 1991)	
			Números enteros-números decimales	Las reglas de escritura de los números enteros, y como el valor de posición, también se utilizan en los decimales.	(Konic et al., 2010)	
		Prácticas ligadas a la matemática general	<i>Conflicto cognitivo, estimación y cálculo</i>	Los alumnos desarrollan estrategias con base en las propiedades del SND para hacer estimaciones y cálculo mental	(García, 2014)	
	<b>Conocimiento Didáctico del Contenido</b>	<b>KFLM</b>	Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido matemático particular o un contexto específico de aprendizaje (grupo o escenario particular)	<i>Yuxtaposición</i>	juntar o unir los números en una cantidad sin considerar el valor de posición y el agrupamiento nombrado, por la irregularidad del SND	(Orozco, Guerrero y Otarola, 2007) (Broitman, 2014)
				<i>Uso del cero</i>	Aunque el cero no tiene valor como cardinal, en un agrupamiento si, tiene una posición y permite expresar que en determinada cantidad no se completó el agrupamiento próximo y por eso no se registra; sin embargo, para los alumnos resulta difícil comprender estas propiedades	(D'Amore y Fandiño, 2014) (Avalos y Solares, 2018)
<i>Manejo de los algoritmos tradicionales</i>				Falta de comprensión de las reglas y propiedades del SND que permiten el funcionamiento de los algoritmos como la posición y orden	(Terigi y Wolman, 2007)	
<i>Falta de comprensión de propiedades básicas del sistema</i>				La escritura de los números implica utilizar sus propiedades, aditiva, multiplicativa y posicional, con sus respectivas reglas e irregularidades	(Omarza y Bedoya, 1991) (Cid et al. 2003)	
<i>El trabajo con punto decimal</i>				las reglas de operación de los decimales son diferentes a los números enteros, pero comparten aspectos como los agrupamientos y el valor de posición	(Konic et al., 2010)	
Formas de interacción con				simplificación de procedimientos	Se refiere a la forma en que los estudiantes resuelven problemas utilizando métodos breves y sencillos	(García, 2014)

		un contenido matemático	Operar con los decimales de igual forma que con los enteros	Conocer como los alumnos aplican las reglas de los enteros al trabajar con decimales, porque son los primeros números conocidos por ellos.	(Ávila, 2008)	
		Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido	<i>Búsqueda de significado con respecto a la vida real</i>	Conocer el sentido que los estudiantes tratan de dar al sistema de numeración a través de cosas que observan en su contexto, como el dinero.	(SEP, 2017)	
		Teorías formales y personales asociadas al aprendizaje de un contenido	<i>Conocer resultados de la investigación que influyen en el aprendizaje del SND</i>	Principios de conteo	(Gelman y Gallistel, 1978 citado en Miranda Álvarez, 2018)	
	KMT	Teorías personales o institucionales de enseñanza	Con base en la experiencia	Conocer como aprenden los alumnos, producto de su observación y análisis del trabajo en el aula	(Bedoya y Orozco, 1991)	
		Estrategias didácticas para la enseñanza de un contenido (actividades, tareas, ejemplos, ejercicios)	<i>Problemas situados en la vida real</i>	Conocer el potencial del uso del dinero por su parecido con los agrupamientos del SND (moneda mexicana).	(SEP, 2017)	
			<i>Comparaciones</i>	Comparar los submúltiplos de tiempo y de medida con los agrupamientos y la base 10 del SND.	(SEP, 2017)	
			<i>Ejercicios prácticos</i>	Descomposición aditiva, multiplicativa, lectura y escritura de cantidades	(SEP, 2017)	
		Recursos y materiales	<i>Ábaco</i>	Material que permite trabajar sumas, restas y representación de agrupamientos usando la base 10	(D'Amore y Fandiño, 2015)	
			cubos de dienes, bloques multibase	Material que permite representar con base en el tamaño y la unión de los materiales, el valor de los distintos agrupamientos	(Dienes, 1966) (D'Amore y Fandiño, 2015)	
			regletas	Material que se utiliza para abordar los agrupamientos del SND	(D'Amore y Fandiño, 2015)	
			Reloj de manecillas	Propuesta didáctica de la SEP que puede servir para abordar la base 60 en comparación de la base 10 del SND	(SEP, 2017)	
		KMLS	Nivel del desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido	<i>En 1º y 2º grado</i>	los estudiantes deben reconocer números del 1 al 1000	(SEP, 2017)
				<i>En 3º y 4º grado</i>	los estudiantes deben reconocer unidades, decenas, centenas... el valor de posición y escritura de números de 4 cifras, introducción de decimales	(SEP, 2017)
	<i>En 5º y 6º grado</i>			Comparación del SND con otros sistemas numéricos, uso y lectura de decimales, principio de densidad	(SEP, 2017)	
	<i>En 1º y 2º grado</i>				(Chamorro, 2005)	

		Secuenciación de los temas, previos y posteriores		Construcción del concepto de número y conteo antes de aprender el SND, Comparar cantidades para después ordenar, formar colecciones, concepto de cardinal, agrupamiento, conteo,	
	<i>En 3° y 4° grado</i>			secuencias, agrupamientos y conversiones, comprensión de la base diez para comprender otras bases, introducción de decimales	(SEP, 2017)
	<i>En 5° y 6° grado</i>			Trabajo con diferentes sistemas de numeración para luego centrarse en el sistema de numeración decimal	(SEP, 2017)

## **CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA**

La presente investigación es de tipo cualitativo, en la cual el investigador fue el principal instrumento para la recopilación de datos, a través de diversas técnicas y actividades que aquí presentamos. Este tipo de investigación describe, comprende e interpreta los fenómenos que ocurren (Sampieri, 2010) por esta razón es de corte interpretativo, puesto que busca comprender a través de la interpretación el fenómeno investigado, en este caso el conocimiento del profesor de primaria sobre el SND. Para fines de esta investigación se realizará un estudio de caso con el propósito de observar la complejidad y particularidad del mismo para comprender s la realidad de los sujetos estudiados (Stake, 2005), en este caso los profesores de primaria.

Es un estudio de caso de tipo interpretativo de acuerdo con Pérez Serrano (1994) porque los datos del caso incluyen descripciones amplias que ayudan a desarrollar categorías de análisis desde la mirada del investigador, el análisis constante de los datos y la teoría existente. El caso consiste en un grupo de profesores de primaria en servicio, con pocos años de experiencia frente a grupo, de formación normalista, que han participado en cursos y talleres, han trabajado con diferentes grados, lo que permite cubrir el rango de conocimientos de primaria de primero a sexto.

### **3. Participantes**

Los participantes en esta investigación son 4 profesores de primaria, todos estaban activos al momento de realizar las intervenciones de trabajo y laboraban en escuelas de organización completa, es decir, que cuenta con todos los grados de primero a sexto, de la zona urbana de la ciudad de Querétaro. Los maestros contaban con 3, 5, 10 y 11 años de experiencia frente a grupo, en los cuales se han desempeñado en más de un grado escolar. La formación de los profesores procede de diferentes áreas académicas, además de la normalista. La maestra Marina estudió psicología después de egresar como normalista, y ha trabajado con niños con problemas de aprendizaje desde edades de 3 años, el profesor Fernando estudio en la normal superior para profesor de inglés, ha trabajado en secundaria, además de primaria, la maestra Gina ha participado en diferentes diplomados y tiene formación como paramédico, la maestra

Carla es la más novel de los profesores, normalista también que actualmente cursa enfermería.

La formación diversa de los profesores les proveyó de una visión amplia de la práctica docente y su contexto. Otro aspecto considerado en la elección de los participantes fue el interés expreso por participar en esta investigación con el propósito de aprender, reflexionar sobre su quehacer profesional y aportar conocimiento. El contacto con los docentes fue a través del investigador quien es docente de profesión y colega en algún momento de su práctica de cada uno de ellos. Los maestros considerados para formar parte en esta investigación recibieron una invitación, donde se les explicó en que consistía la investigación y cómo será su participación. En dicha invitación también se les informó sobre los tiempos, horarios e implicaciones éticas.

### **3.1 Técnicas para obtener datos**

El trabajo con los participantes fue a distancia a través de plataformas digitales, por situación de pandemia debido al virus de Covid-19. Una vez que se conformó el grupo de participantes, el investigador organizó un grupo de Whats app para acordar en conjunto las reuniones y horarios con los profesores, pues ellos estaban activos de lunes a viernes en horarios vespertinos y matutinos, la coordinación y disposición de los profesores fue determinante en la recolección de datos.

Se realizaron cuatro sesiones de trabajo entre el 18 de abril y el 28 de junio de 2021, a través de la plataforma digital Google Meet. Cada sesión de trabajo consistió en presentar a los participantes una actividad sobre algún aspecto de la práctica docente y realizar preguntas sobre la misma con la intención de explorar su conocimiento matemático y didáctico del SND. Las respuestas de los participantes eran voluntarias, de acuerdo a la consigna y lo que cada uno decidía responder. Las sesiones fueron grabadas para su posterior transcripción, interpretación, categorización y análisis con el permiso explícito de los participantes en el momento de la sesión y consentimiento informado previo. Es importante destacar el valor de los elementos audiovisuales en la investigación cualitativa, pues permiten acceder a las experiencias, vivencias y la subjetividad de los agentes involucrados, tanto del investigador

como los entrevistados, quienes se influyen entre sí, durante el proceso. Los apoyos visuales como las grabaciones ayudan al investigador a tener una imagen más honesta y cercana de los datos ya que puede regresar a los hechos pasados constantemente. (Baer y Schnettler, 2009)

Se plantearon cuatro actividades diferentes. La primera actividad fue un ejercicio de cálculo mental, la segunda fue un análisis de una lección del libro de texto de tercer grado de primaria, la tercera un análisis de un ejercicio de decimales que presentaba errores y la cuarta actividad fue una discusión sobre la relación entre las características del SND y los sistemas de numeración maya, romano y egipcio. La duración de las sesiones fue de entre una hora y hora y media aproximadamente. Cada actividad fue diseñada considerando dos aspectos, el primero de ellos fue el conocimiento del SND que podían poner en marcha los profesores al responder preguntas acerca de la actividad y el segundo aspecto fue, como la actividad permitía explorar el conocimiento del SND que tenían los profesores, considerando el esquema de organización temática del modelo MTSK y la propuesta asociada al SND que se presentaron en el marco teórico. Cabe destacar el trabajo colectivo en el momento de presentar y discutir las actividades, no había turnos de respuesta, se planteaba la actividad y una pregunta o consigna inicial y el maestro que deseara aportar porque consideraba que podía aportar a la discusión lo hacía. Este tipo de trabajo dio lugar a participaciones amplias especialmente en las discusiones sobre la enseñanza, algunos profesores tuvieron mayor protagonismo que otros, y en ocasiones a partir de la respuesta de alguno de ellos, los demás construyeron las suyas. Los espacios para observar la práctica estaban restringidos por la situación de pandemia, así que la discusión grupal por medio de Meet fue una alternativa que se aprovechó. Este hecho enriqueció la discusión sobre el SND, pero también dejó líneas abiertas a considerar como la implicación del conocimiento que se expresa en un espacio colectivo, y aquel que se posee, pero solo puede verse en la práctica porque el maestro no lo expresa en el momento.

### 3.2 Descripción de las actividades

#### 3.2.1 Actividad 1. Ejercicio de cálculo mental

A continuación, se presenta la tabla dos de operaciones básicas, se integra por cinco columnas, la primera contiene la operación básica a resolver y las demás columnas opciones de respuesta erróneas y una correcta.

**Tabla 2**

**Tabla 2. Operaciones básicas**

Tabla de operaciones básicas				
a) $7354+2100+121$	12120	10571	998	<u>9575</u>
b) $9998- 2101$	8101	6541	7897	7701
c) $3478/23$	1382	51	151	251
d) $28 \times 32$	994	9896	239	896
e) $2^7$	14	141	128	127
f) $\sqrt{961}$	31	28	29	33
g) $3.137 \times 2.321$	7. 280977	6.241	6.993241	7.3

Esta actividad consiste en plantear siete operaciones básicas a los profesores con diferentes opciones de respuesta, para que los maestros descarten las opciones incorrectas y den argumentos sobre su elección. La consigna fue la siguiente: De las operaciones planteadas descarte las opciones que no corresponden con el resultado y explique por qué.

A continuación, se describe el conocimiento que se buscó explorar en cada una de las operaciones planteadas de la actividad 1

- a) **7354 +2100+121**. En esta primera operación, las opciones 12120 y 10571 exploran la relación entre la suma de agrupamientos y el rango de las cantidades. En 998 también se explora el rango, pues el agrupamiento es pequeño respecto a la suma. La opción 9575 es la única en la que la suma de sus unidades corresponde con las de la suma planteada.
- b) **9998-2101**. En esta segunda operación básica, las opciones 6541 y 8101 exploran la relación entre los agrupamientos y el rango numérico, si se hiciera una aproximación y se restaran solamente los millares, estas dos opciones no corresponden con la diferencia entre las cantidades propuestas. La opción 7701 aunque está en un rango numérico que corresponde con la suma presentada, la diferencia de sus unidades no corresponde con la diferencia que presenta la resta. La opción 7897 es la que cumple con los criterios de rango numérico y diferencia de unidades correctos.
- c) **3478/23**. En la tercera operación básica las opciones 1382 y 51 exploran el rango del cociente y el uso del valor de posición, 1382 es un cociente muy alto para una división entre decenas, mientras que 51 es muy pequeño. Además, si se sigue el proceso algorítmico, la posición de la primera cifra es en las centenas, por lo tanto, se puede inferir que es un cociente de tres cifras. Sin embargo, la opción 251 aunque es una centena tampoco corresponde porque de acuerdo al proceso algorítmico donde se empieza a dividir con el 34 el primer número del cociente es 1, porque 23 entre 34 cabe una vez.
- d) **28x32**. En esta cuarta operación, las opciones buscan explorar la relación entre el rango de los factores y su producto. Al multiplicar decenas por decenas se obtienen centenas; si estas son menores de 31. La opción 9896 no corresponde con el producto de las decenas de la multiplicación, pues es alto, y 239, en cambio, es pequeño, porque simplemente al multiplicar  $20 \times 20$  pasa de 400. Las opciones 994 y 896, son las que se aproximan al producto esperado dado

el rango de los factores, de las cuales si se observa el producto de unidades se puede descartar 994.

- e)  $2^7$  . En esta operación se pone de relieve el conocimiento de la potencia, el significado del exponente, y del procedimiento para obtener el cuadrado de un número, que incluye la multiplicación como auxiliar. La primera opción a descartar es 14 porque es producto de  $2 \times 7$  y no la séptima potencia de 2. Las opciones 141 y 127 se acercan al resultado, pero sus unidades son números impares, por lo tanto, se descartan, pues el dos al ser par como producto, un número par al multiplicarse con cualquier número entero, quedando el 128 como única opción viable, por ser par y su rango numérico.
- f)  $\sqrt{961}$ . En esta operación las opciones exploran el procedimiento para obtener la raíz a partir de buscar el cuadrado de un número que se acerque al radicando. Las opciones de respuesta son decenas cercanas entre sí pero descartables por algunas razones, por ejemplo 28 y 29 se descartan porque no se acercan al resultado, al hacer una primera aproximación de cuadrados de decenas tenemos que el cuadrado de 30 es 900 comparados con 961 de la raíz propuesta nos lleva a inferir que la raíz es una decena mayor a 30; sin embargo, el 33 también se descarta si se compara su producto de unidades con el radicando propuesto. La opción 31 es la que cumple con el producto de unidades y es mayor de 30.
- g)  $3.137 \times 2.321$ . En esta operación las opciones exploran las reglas y uso de los decimales en la multiplicación. La primera opción a descartar es 7.3 por la cantidad de decimales, la cual debe ser correspondiente con el total de cifras después del punto de los factores a multiplicar. La opción 6.993241, aunque si corresponde con el total de decimales, no es viable, puesto que los factores tienen centésimos que pueden pasar a la siguiente unidad y su producto de unidades no corresponde con esta opción, de modo que solo queda la opción 7.280977.

### 3.2.2 Actividad 2. Lección de un libro de texto de primaria

Esta actividad consiste en analizar una lección de un libro de texto de primaria, donde se aborda el tema de medida de tiempo. La consigna fue la siguiente: Observa la lección que se presenta a continuación, que pertenece a tercer grado, de los libros del 2011 “desafíos matemáticos”, lección 12 “Líneas de autobuses” (figura 1) y responde las preguntas sobre ella.

#### Figura 1

Lección del libro de texto *desafíos matemáticos tercer grado*, lección 12, pág. 29

**12**      **Líneas de autobuses**

*Consigna*

1. Los autobuses de la Línea 1 salen de México a Pachuca cada 15 minutos; los de la Línea 2 parten cada 50 minutos. En equipos, anoten la información que falta en las tablas.

Línea 1 México-Pachuca
Salida
6:00 h
6:15 h
6:30 h
7:30 h
8:00 h

Línea 2 México-Pachuca
Salida
6:00 h
6:50 h
7:40 h
10:10 h
11:00 h
12:40 h

Con base en la información de las tablas, respondan lo siguiente.

a) Rebeca tiene boletos para viajar en la Línea 2. Llegó a la central de autobuses a la hora que señala el reloj. ¿Cuánto tiempo tendrá que esperar para la siguiente salida?

---



La lección presentada trabaja el tema de la medida de tiempo, que utiliza la base 60 como agrupamiento para formar minutos y horas. Es un tema complejo desde el punto de vista de los agrupamientos de diez o la base diez a lo que los alumnos están habituados. Las preguntas en esta lección tienen el propósito de analizar desde la perspectiva de cada docente y su área

de conocimiento, como trabajar con la base 60. Se busca identificar estrategias de enseñanza, dificultades y fortalezas de los alumnos al interactuar con la medida de tiempo y la base 60. A continuación, se describen los elementos de conocimiento que se exploraron en cada pregunta. Es importante destacar que, de acuerdo a la fluidez de las intervenciones, algunas preguntas se modificaban o surgían nuevas.

### 1.- ¿Qué contenidos se tratan en esta lección?

Con esta pregunta se exploró el conocimiento del docente respecto a los temas que se pueden relacionar con el sistema de numeración decimal, si bien el contenido del tiempo entra en unidades de medida, en esta lección está implícito pues para poder resolver los problemas es necesario operar con la base 60. Los temas que se deben conocer para trabajar esta lección son; la suma y los agrupamientos, en este caso un agrupamiento específico que indica el cambio de unidad de orden, que es el 60, cada 60 minutos se avanza una hora.

Se exploraron también relaciones entre el uso de la base 60 y la disposición de los números en los relojes de manecillas. Los 12 números en los relojes de manecillas están distribuidos de forma equitativa en orden creciente hacia la derecha. Cada número representa tanto las horas como los minutos, para el caso de los minutos cada número equivale a 5 min que sumados dan un total de 60 minutos, una hora. La estructura descrita genera conflictos de comprensión y dificultades para operar con el tiempo.

### 2.- ¿Qué tendrá que ver la medida del tiempo en esta lección?

Esta pregunta busca que los docentes explicaran sus conocimientos sobre cómo se trabaja la base 60, con el fin de reflexionar la base 60, los agrupamientos y las transformaciones que hacen los alumnos para sumar horas y minutos.

### 2.- ¿Qué dificultades creen que se podrían presentar al trabajar esta lección?

Con esta pregunta se exploró el conocimiento sobre como aprenden los alumnos, sus procesos heurísticos y convencionales, así como las características de aprendizaje, las dificultades y obstáculos a los que tienen los alumnos con este contenido, de igual modo las

fortalezas y estrategias en que se apoyan, pues de ello derivan los errores a los que se enfrentan cuando buscan poner en marcha sus saberes previos y confrontarlos para adquirir nuevos conocimientos de la relación de la base diez del SND y la base 60 de la medida de tiempo.

3.- ¿Cómo pueden abordar esta lección?

En esta pregunta se exploró el conocimiento sobre la enseñanza matemática en cuanto a cómo es que los maestros abordaron la lección, qué explicaciones dieron sobre el tema, qué actividades propusieron, que ejercicios utilizaron si utilizan para aclarar los conceptos. La forma en que relacionaron el tema con otros contenidos, las tareas que utilizaron, los ejemplos, las alusiones, vida cotidiana, las adecuaciones de acuerdo al nivel conceptual del alumno. Las ayudas que brindaron, cómo y en qué momento, con qué propósito, por qué consideraron estas ayudas.

4.- ¿Qué propósito creen que tiene aprender la hora de esta manera?

Esta pregunta buscó la reflexión por parte de los profesores del propósito del aprendizaje de un contenido en relación con su vida cotidiana. Se buscó averiguar si el maestro conocía la relación de este contenido con otros temas y en consecuencia saber que necesitaba desarrollar en el alumno para abordar mejor esos saberes.

5.- ¿Qué materiales se podrían utilizar y por qué?

En esta pregunta buscó indagar sobre los conocimientos acerca de la enseñanza. Averiguar qué recursos conoce el profesor y cómo los utiliza para abordar el contenido, por ejemplo, el uso de relojes físicos en clase o crear uno para explicar su estructura. También incluyó el conocimiento de analogías, ejemplos de la vida cotidiana y/o juegos que tienen relación con el contenido, saber en qué momento introducirlos y como obtener el mayor potencial de ellos.

6.- ¿Qué conocimientos como mínimo debe tener un niño para poder trabajar con esta lección?

En esta pregunta se pretendió averiguar sobre los temas relacionados con el SND, en un sentido amplio. El conocimiento más allá de las medidas de tiempo, las relaciones que guarda este contenido con anteriores, como la suma y los múltiplos de diez. Conocer conceptos, definiciones y procedimientos necesarios para trabajar con los alumnos el tema.

### **3.2.3 Actividad 3. Ejercicio de decimales**

Esta actividad consiste en plantear un ejercicio de decimales a los profesores para que lo analicen. La consigna fue la siguiente: Observa el ejercicio de decimales que se presenta, donde había que ordenar de menor a mayor y responde las preguntas

**0.07 0.009 0.5 0.400 3 2.34**

El propósito de esta actividad fue identificar los conocimientos del docente sobre cómo aprenden sus alumnos, cómo se enfrentan e interactúan con una situación o problema matemático determinado, qué decisiones toman y con base en qué, sus fortalezas, áreas de oportunidad, y sus propias concepciones.

Se exploró además el conocimiento didáctico de los docentes al momento de explicar un contenido, como es que interpretan los errores de los alumnos y que decisiones metodológicas toman para modificar su enseñanza y ayudar a sus alumnos a consolidar el aprendizaje. A continuación, se explica el propósito de cada una de las preguntas

1.- Con base en el orden propuesto, ¿dónde está error de alumno?

Esta pregunta buscó indagar el conocimiento por parte del docente sobre las reglas del sistema de numeración decimal en los números enteros y decimales, el orden. el valor de posición, el valor de los ceros y los agrupamientos. Qué pasa cuando los números enteros se descomponen en fracciones, como se representan, que pasa con los agrupamientos decimales y el punto. Los conocimientos mencionados le permiten al docente reconocer los errores de sus alumnos y de donde proceden.

2.- ¿Por qué crees que cometió este error?

Esta pregunta exploró el conocimiento del docente respecto a cómo aprenden sus alumnos, qué herramientas utilizan y cómo, para resolver una situación de aprendizaje determinada. Las fortalezas y dificultades que los alumnos pueden tener y cuál es el papel del error el proceso de aprendizaje, por ejemplo, identificar los errores a causa del valor de posición en los decimales, así como conocer que los alumnos aplican reglas que ya conocen en nuevos contenidos que al confrontarlas entran en conflicto, tal es el caso de aplicar las reglas de los números enteros con los decimales, por esta razón se equivocan entonces surgen sus hipótesis y en consecuencia nuevos saberes. Tal es el caso de descubrir que a diferencia de los enteros, el cero a la izquierda del punto si indica un valor.

3.- ¿Cómo podrías intervenir para que el alumno identifique el error?

En esta pregunta se exploraron los conocimientos del profesor acerca de las ayudas que brinda, y en qué momento lo hace. Además de cómo es que recurre a su conocimiento de los temas y conceptos del SND para ofrecer ayuda a sus alumnos, por ejemplo, como explica el valor de posición y el valor del cero en los decimales. También se buscó identificar el conocimiento del profesor acerca del valor fraccionario de los decimales y su representación.

4.- ¿Cómo puedes ayudar a que el alumno supere el error?

Esta pregunta exploró los aspectos relacionados con la enseñanza, lo que sabe el docente sobre el contenido, y sobre sus alumnos, y cómo lo utiliza para abordar un tema, para diseñar su clase, qué ejemplos selecciona, qué tareas le pone al alumno como andamiaje para trabajar la situación. También se buscó averiguar cómo es que el profesor guía al alumno a reflexionar sobre los errores.

#### ***3.2.4 Actividad 4. Cuestionario sobre sistemas de numeración***

Esta actividad consistió en plantear 5 preguntas a los profesores, sobre el SND y los sistemas de numeración maya, romano y egipcio de acuerdo al currículo de sexto grado de primaria. La consigna fue la siguiente: Actividad 4: Observa, analiza y reflexiona en las preguntas que se presentan sobre los sistemas de numeración y el SND, luego responde y explica ampliamente tus argumentos.

1. *Escribe los números del 1 al diez en el sistema de numeración maya, romano y egipcio. Explica las características de cada serie que escribiste.*
2. *¿Qué diferencias hay entre las series numéricas egipcia, maya y romana con la serie del SND?*
3. *¿Cómo se escribe 8421 en números mayas? ¿Qué valor representa el punto en cada nivel?, ¿qué relación guarda con el 2222 en sistema decimal?*
4. *¿Cómo se escribe 333 en romano y en qué se diferencia del decimal?*
5. *¿qué ventajas, que diferencias, que características encuentran entre estos sistemas y el nuestro?*

Esta actividad buscó analizar los sistemas de numeración, maya, romano y egipcio, con el propósito de relacionar las características y elementos de estos sistemas con el nuestro. Se consideró el análisis de estos sistemas porque se abordan en el programa de estudios de primaria. Se plantearon preguntas para reflexionar en los elementos de los sistemas de numeración y su relación con las características del SND. A continuación, se describen las preguntas de análisis de la actividad.

1.-Escribe los números del 1 al diez en el sistema de numeración maya, romano y egipcio. Explica las características de cada serie que escribiste.

En esta pregunta el propósito fue explorar conocimiento sobre los numerales que utiliza cada sistema y compararlos con el SND en cuanto a economía, variedad uso de símbolos, letras y reglas de escritura.

2.- ¿Qué diferencias hay entre las series numéricas egipcia, maya y romana con la serie del SND?

Con esta pregunta se analizaron los elementos que debe tener cualquier sistema de numeración; los numerales, la base y sus reglas de operación. En el sistema romano, por ejemplo, se tiene la regla de la repetición de un mismo símbolo hasta 3 veces y luego integrar uno nuevo, además al escribir múltiplos de cinco se coloca el símbolo que representa a la derecha o a la izquierda para indicar un número anterior al cinco o después de, y este es de acuerdo al agrupamiento que se está enumerando, unidades, decenas o centenas (IV Y VI =

4Y 6, y XL Y LX= 40 Y 60). Las reglas del SND comparadas con las mencionadas del sistema romano son diferentes, las cantidades se forman con diez dígitos de forma infinita gracias al valor de posición, de modo que si un dígito se repite varias veces, de acuerdo a la posición que ocupe cada número será su valor.

3.- ¿Cómo se escribe 8421 en números mayas? ¿Qué valor representa el punto en cada nivel?, ¿qué relación guarda con el 2222 en sistema decimal?

En esta pregunta se buscó reflexionar sobre dos aspectos, la base y el valor de posición, en cuanto a la base, en el sistema de numeración maya la base es vigesimal y los números se escriben en 4 posiciones diferentes. En el nuestro la base es 10 y es posicional

4.- ¿Cómo se escribe 333 en romano y en qué se diferencia de la escritura en el sistema decimal?

Aquí se buscó hacer una comparación de los rasgos que distinguen al SND otros sistemas, por ejemplo, los numerales, la economía en la escritura por la integración de agrupamientos de acuerdo a la posición, la propiedad multiplicativa y la escritura de izquierda a derecha comenzando por el mayor. El sistema de numeración romano, en cambio, es aditivo, no es posicional y su escritura con base en letras hace que la cantidad de dígitos para representar números sea arbitraria, es decir, 333 usa nueve cifras que es menor que 1000, que usa solo una, la M.

### **3.3 Entrevistas**

Después de aplicar todas las sesiones y recabar los datos de cada una en video y hacer transcripción, se tomó la decisión de añadir 2 entrevistas. Esta decisión se derivó a partir de la revisión de los datos para su categorización. El propósito de las entrevistas fue profundizar en las respuestas de los profesores, es decir, buscar una mayor evidencia del conocimiento que habían expuesto en las sesiones de meet, pero, que por el tiempo y la dinámica de la sesión no se profundizó en el momento. Se contactó a dos profesoras, quienes manifestaron disposición para que se realizará la entrevista, la cual cabe mencionar fue de manera presencial.

Las entrevistas fueron semiestructuradas. Este tipo de entrevista es flexible ya que parte de una serie de preguntas planificadas (Díaz-Bravo et al., 2013) en este caso fueron preguntas directamente relacionadas con aspectos de las actividades que se deseaban profundizar, pero a media que el entrevistado respondía había lugar, para indagar, ampliar o modificar las preguntas iniciales, que es una ventaja de este tipo de entrevista. Además, este tipo de entrevistas permite centrarse en el tema de interés, por medio de las respuestas del entrevistado, se puede saber en qué momento indagar más, regresar al tema o salir un poco del si esto ayuda a proveer mayor información. El proceso para desarrollar estas entrevistas fue el siguiente.

A partir de los diálogos de los profesores, se tomaban algunos segmentos de su intervención y se preguntaba para profundizar en ello, se podían agregar nuevas preguntas o continuar con el análisis de los segmentos. Para ayudar a recordar a los profesores el tema y así tener argumentos amplios, además de los segmentos, se le contextualizaba respecto a la actividad y lo que se había preguntado en ella. Las entrevistas se grabaron en audio y se realizó transcripción de las mismas. Para el registro y categorización de los datos de las entrevistas, estas se añadieron de acuerdo a la actividad en donde se exploró, de este modo cada actividad tiene además de los datos de la sesión, un fragmento de entrevista.

### **3.4 Oportunidad, indicio y evidencia**

Es importante mencionar la forma en que se miraron los datos y se categorizaron, un primer punto fue mirar los argumentos de los profesores para determinar si el conocimiento expresado había sido un indicio, oportunidad o evidencia.

El indicio se define como una sospecha de que un conocimiento está presente en el argumento de un profesor, pero necesita mayor indagación, la cual puede ser una explicación, una referencia posterior de dicho concepto donde explica a qué se refiere, utilizar este concepto para resolver una tarea y argumentar sobre el mismo, por ejemplo, si el docente mencionó el concepto de valor de posición pero no explica que es ni como lo usa es un indicio; sin embargo, si más adelante retoma el concepto y explica o lo utiliza para argumentar un procedimiento, entonces este indicio pasa a ser una evidencia. Por último, la oportunidad se

refiere a una situación o momento donde un conocimiento se hizo presente, pero este se suscitó, no fue parte de las preguntas, o de lo que se estaba explorando, sin embargo, representa una oportunidad para generar exploración de un nuevo concepto (Flores-Medrano, 2015)

### **3.5 Organización de los datos**

La primera fase de organización de los datos se realizó revisando cada actividad para buscar elementos de conocimiento de cada uno de los subdominios del MTSK. Se enumeraron cada una de las participaciones de los profesores de acuerdo al inciso o pregunta que se les presentó en cada actividad. Para diferenciar las intervenciones de los maestros, se les asignó una letra “M” y un número del 1 al 4; sin embargo, esta nomenclatura se cambió después por seudónimos, que corresponden con el género del participante y su letra inicial, pero no con su nombre real y así se distinguen en todo el estudio los seudónimos de Marina, Gina, Fernando y Carla. El siguiente paso fue revisar cada uno de los argumentos de los profesores para identificar el conocimiento expresado de acuerdo a cada subdominio del modelo, después se marcaba con un color determinado ese segmento. Finalmente, se extrajeron solamente los argumentos de los profesores a un documento de Excel, donde se podía observar cuáles subdominios estaban presentes en cada actividad. En esta primera organización el objetivo principal fue identificar los segmentos de conocimiento matemático específico relacionado con el SND, por ello se asignaba el color si había oportunidad e indicio, además de evidencia.

## Figura 2

### Primera categorización por colores

#### TERCERA TRANSCRIPCIÓN DE VIDEO (EJERCICIO DE DECIMALES)

E: Entrevistador. M1: Maestra M2: Maestra M3: Maestra M4:  
Maestro \_\_\_\_\_ M5: Maestra

KoT KSM KPM KFLM KMT KMLS

E: En el ejercicio que les mande, es sobre decimales, se pidió al alumno que ordenara las cantidades de menor a mayor, entonces les pregunto según lo que observan en la respuesta, **A. ¿Dónde está el error del alumno?** Vean la respuesta que dio e identifiquen donde fue que se equivocó

AIM1: (toma la palabra) Bueno, según yo el primer error, es que el primer número que debería estar allí, si es de menor a mayor es el 0.009 antes que el 0.07, y esto es porque de acuerdo al valor posicional de los números después del punto, las milésimas y las centésimas, las milésimas valen menos, por ejemplo allí, en el 0.009 el nueve **está** en las milésimas y en el 0.07, el 7 está en el lugar de las centésimas, entonces en este caso el que es **mas pequeño es el 0.07**, entonces con los niños lo podríamos validar... (se queda pensando) Hay un ejercicio en el libro de desafíos matemáticos de cuarto de primaria, donde tenían que representar cual es milésimo, un decimo, y un centésimo, entonces allí es donde ellos lo pueden ubicar, se confunden porque como ya dijimos antes de primero a tercero se les enseña que las decenas valen menos y aquí es al revés. Entonces ese ejercicio como que tiene esa finalidad de mostrar que, después del punto ya es diferente

E: Muy bien M1, gracias. Hay otros dos errores y quiero ver si también los identificaron

### 3.6 Segunda reorganización de los datos y nueva propuesta

Después de haber organizado los argumentos de los profesores de acuerdo a los subdominios del modelo y colocar los datos en tablas de Excel, se hizo una nueva organización. Un aspecto importante luego de categorizar los argumentos de los profesores fue justificar la asignación, en este proceso fue necesaria una constante comparación de los argumentos. El conocimiento de los profesores expresado en sus argumentos en ocasiones pertenecía a más de una categoría de conocimiento, de modo que había que regresar a las entrevistas para verificar el argumento y la pregunta que había hecho, por esta razón se tomó la decisión de utilizar el modelo de organización de datos utilizado por la Dra. Dinazar Escudero Ávila en su tesis doctoral “Una caracterización del conocimiento didáctico el contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria” (Escudero-Ávila, 2015).

El formato mencionado previamente, organiza las transcripciones por líneas, de modo que para ubicar un argumento, se ubica la línea de la transcripción. Se hacen dos asignaciones, la primera es general, donde se observa toda la actividad siguiendo el orden de la transcripción,

línea por línea, para buscar los elementos de conocimiento de cada subdominio presentes en la actividad. En un segundo momento, partiendo de la primera asignación, se ordenan los segmentos de conocimiento siguiendo el orden del modelo, comenzando por el lado derecho, que es el conocimiento matemático. En este momento se añade además la justificación de las asignaciones. A lo largo de la asignación, comparación y justificación existe un proceso de comparación constante de los datos con las categorías y descripciones de las mismas de acuerdo al modelo y a la propuesta de organización del SND presentada en el marco teórico.

### **3.7 Consideraciones éticas**

Cada uno de los maestros que participaron en esta investigación fue considerado de acuerdo a ciertas características en relación con el propósito de la investigación. Cada docente fue contactado e invitado formalmente por parte del investigador, quien les envió una invitación que se incluye en la sección de anexos y un consentimiento informado. En dichos documentos se les explicó en qué consistía su participación, horarios y propósito y de la investigación. De igual manera, se les explicó la dinámica de las sesiones de trabajo colectivo en las que ellos participarían. Los horarios y fechas para las sesiones de trabajo fueron establecidas en acuerdo mutuo, tomando en cuenta sus actividades y horarios de trabajo. Fue un gran compromiso por parte de los maestros designar un espacio para la implementación de las sesiones, a pesar de sus horarios ocupados.

A cada participante se le extendió un consentimiento informado, donde se solicitó su permiso para la grabación y toma de datos. Además de preguntarse antes de comenzar cada sesión en meet. Fue decisión de cada participante el conservar su cámara prendida o apagada. Los datos que se recogieron de las grabaciones fueron tratados de forma confidencial.

La presente investigación no afectó a sus participantes, pues la toma de datos se dio en un ambiente natural para los docentes y las acciones que se realizaron no implicaron ningún riesgo a su salud física e integridad personal. El investigador fue la única persona con acceso a las grabaciones (Ver anexo 1).

## **CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE DATOS**

En este capítulo se muestra el análisis de los datos de cada una de las actividades descritas en la sección de metodología, las cuales fueron implementadas en colectivo a un grupo de 4 docentes. Así, los datos incluyen los argumentos de cada uno de los docentes en diferentes momentos de su participación en la actividad.

Para el desarrollo de este análisis, los datos se han organizado en tablas que clasifican, categorizan, y justifican dicha organización, para posteriormente describir el conocimiento puesto en evidencia por el colectivo de docentes. La estructura de las tablas, así como la codificación de los diálogos (segmentos) de los profesores, se realiza utilizando el instrumento de sistematización de Escudero-Ávila (2015). Esta elección obedece a la necesidad de categorizar los datos de una forma que permita mirarlos constantemente y establecer conexiones entre los subdominios y categorías del MTSK y los argumentos de los profesores en cada actividad.

### **4. Codificación de las actividades**

La estructura de las tablas y sus datos es la siguiente; las transcripciones de cada actividad se presentan numeradas por línea (segmentos), con base en este orden se hace una primera asignación ordenada de categorías y subdominios, posteriormente se vuelven a asignar categorías ordenadas esta vez por subdominios y se incluye la justificación de la asignación. La codificación de los segmentos de los profesores se describe a continuación.

Son cuatro actividades que se identifican con la letra “A” y el orden numérico del 1 al 4, de modo que la primera actividad es A1, en cada actividad se presentaron diferentes preguntas que están numeradas y se distinguen con la letra “P” quedando la nomenclatura de la siguiente manera “A1\_P1”.

Posteriormente, se añaden dos entrevistas para profundizar en los datos. Las entrevistas se codificaron con la inicial de la persona a la que se hicieron, M de Marina y G de Gina, fueron hechas para las cuatro actividades, pero se añadió el segmento que corresponde a cada una y se denominó igual que las actividades con la letra A y el número que corresponde, a las preguntas se les asignó la letra “p” y el número de pregunta de acuerdo

a la actividad. La nomenclatura para las entrevistas es la siguiente; A1\_EMP1 para Marina y A1\_EGp1 para Gina.

En el siguiente informe se presenta la codificación completa del análisis de la actividad 1, que incluye, transcripción de la actividad, primera asignación y segunda asignación con justificación. En adelante se presenta la tabla de asignación con justificación para cada actividad y el informe de resultados. En la sección de anexos se integrarán el resto de las transcripciones y tablas de las demás actividades.

A continuación, se muestra la tabla 3 con la descripción de las actividades, sus correspondientes preguntas y la nomenclatura que genera. Esta tabla se compone de cuatro columnas, la primera columna muestra el número y nombre de cada una de las cuatro actividades analizadas, la segunda columna corresponde a la indicación que derivo al análisis, la tercera columna muestra cada una de las preguntas en cada actividad y la última columna muestra la nomenclatura generada para cada pregunta de acuerdo a la actividad

**Tabla 3**

**Codificación de actividades**

Actividad	Preguntas	Codificación	
1 Ejercicio de cálculo	Indicación: De las operaciones básicas presentadas, descarta las opciones de respuesta que no corresponden con el resultado correcto y argumenta por qué	1) $7354+2100+121= 12120$ 10571 998 9575	A1_P1
		2) $9998- 2101= 8101$ 7701 7897 6541	A1_P2
		3) $3478/23= 1382$ 251 151 51	A1_P3
		4) $28 \times 32= 994$ 896 239 9896	A1_P4
		5) $2^7= 14$ 127 128 141	A1_P5
		6) $\sqrt{961}= 31$ 28 29 33	A1_P6
		7) $3.137 \times 2.321= 7.280977$ 7.3 6.993241 6.241	A1_P7
2 Análisis de lección	Indicación: Contesta las preguntas sobre la lección del libro de texto "línea de autobuses"	1) ¿Qué contenidos se tratan en esta lección?	A2_P1
		2) ¿Qué tendrá que ver la medida del tiempo en esta lección?	A2_P2
		3) ¿Qué dificultades creen que se podrían presentar al trabajar esta lección?	A2_P3
		4) ¿Cómo pueden abordar esta lección?	A2_P4
		5) ¿Qué propósito creen que tiene aprender la hora de esta manera?	A2_P5
		6) ¿Qué materiales se pueden utilizar y porque para trabajar este contenido?	A2_P6
		7) ¿Qué conocimientos como mínimo debe tener un niño para poder trabajar con esta lección?	A2_P7
3 Ejercicio de decimales	Indicación: Contesta las preguntas sobre el ejercicio de decimales	1) Con base en el orden propuesto, ¿dónde está el error del alumno?	A3_P1
		2) ¿Por qué crees que cometió este error?	A3_P2
		3) ¿Cómo podrías intervenir para que el alumno identifique el error?	A3_P3
4 Preguntas sobre el SND y otros sistemas	Indicación: Contesta las preguntas sobre el SND y su relación con otros sistemas de numeración	1) Escribe los números del 1 al diez en el sistema de numeración maya, romano y egipcio. Explica las características de cada serie que escribiste.	A4_P1
		2) ¿Qué diferencias hay entre las series numéricas egipcia, maya y romana con la serie del SND?	A4_P2
		3) ¿Cómo se escribe 8421 en números mayas? ¿Qué valor representa el punto en cada nivel?, ¿qué relación guarda con el 2222 en sistema decimal?	A4_P3
		4) ¿Cómo se escribe 333 en romano y en qué se diferencia del decimal?	A4_P4
		5) ¿Qué ventajas, que diferencias, que características encuentran entre estos sistemas y el nuestro?	A4_P5
<b>Entrevista Marina</b>	1) ¿Consideras efectiva la estrategia de empezar por unidades?	A1_EMP1	
	2) ¿Crees que funcionaría igual si no tuvieras opciones de respuesta? por ejemplo, si tuvieras la suma $3548+1462$	A1_EMP2	
	3) ¿Un niño podría usar esta estrategia para resolver cálculos donde no haya opciones de respuesta?	A1_EMP3	
	4) Tú dices que si multiplicamos decenas por decenas da centenas, ¿crees que pasaría lo mismo si la multiplicación fuera $23 \times 59$ ? ¿Qué pasaría con las decenas?	A1_EMP4	
	5) ¿Consideras que podrías inferir la respuesta a la raíz cuadrada aun si no conocieras nada sobre el proceso? ¿Cuál sería el conocimiento mínimo para poder resolver una raíz cuadrada?	A1_EMP5	
	6) ¿Por qué descartaste 28 y 29 si son números son muy cercanos a 30?	A1_EMP6	
	7) ¿Por qué dices que la dificultad al convertir es porque estamos muy habituados al diez para contar?	A2_EMP7	
	8) ¿Por qué las conversiones son una dificultad que tienen los niños y qué relación tiene con la regla y los milímetros?	A2_EMP8	

	9) ¿Qué es para ti el concepto de número y por qué es tan importante conocerlo antes de poder trabajar con los decimales?	A3_EMP9
	10) Entonces diríamos que el cero ¿vale qué?	A3_EMP10
	11) Esto que mencionas del concepto del cero, ¿Cómo se puede trabajar este hecho de cuando la cantidad de ceros aumenta y el número disminuye?	A3_EMP11
	12) ¿Cuál es la diferencia entre los símbolos de los mayas y los números del SND?	A4_EMP12
	13) ¿Por qué dices que usamos una grafía distinta para cada cantidad? pero después del 10 se empiezan a repetir las grafías	A4_EMP13
	14) Tú dices que en el sistema de numeración romano se daba como una especie de resta ¿a qué te refieres con esta resta?	A4_EMP14
	15) Tú dices que nosotros tenemos unidad, decena y centena y cada uno tiene la misma representación, pero que en el romano esto no es así, cada uno tiene diferente representación y el conteo es por elemento ¿Puedes explicar esto?	A4_EMP15
	16) ¿A qué te refieres con esto de que en el SND para cada cantidad o agrupamiento es la misma cantidad de elementos y el sistema romano no?	A4_EMP16
<b>Entrevista Gina</b>	Aquí en la pregunta 7 que corresponde a la potencia de $2^7$ ¿En tu respuesta a que te referías por “juntar por grupitos”?	A1_EGp1
	¿A qué te refieres con que en el resultado debe haber seis números porque los números que se multiplican tienen tres números después del punto?	A1_EGp2
	¿A qué te refieres “son como una propiedad”, ¿cuál propiedad sería?	A1_EGp3
	¿Pasará también con los enteros? Que multiplicas $23 \times 25$ y te dé la misma cantidad de números	A1_EGp4
	¿A qué te referías con esta relación de la unidad de medida de tiempo con la dificultad del niño de hacer conversiones de unidades a decenas?	A2_EGp6
	¿A qué te refieres con proceso de conversión, me puedes explicar eso?	
	¿Qué conocimientos necesita el alumno para llegar a la inferencia de los autobuses que salen cada 50 min??	A2_EGp7
	¿Qué habilidades crees que deben desarrollar en los niños para trabajar el cálculo mental?	A2_EGp8
	¿Qué conocimientos del SND se usan en el cálculo mental?	
	¿Qué significa para ti esta frase que utilizaste para explicar los decimales “el cero a la izquierda”?	A3_EGp11
	Cuando hablas del choque cognitivo de saberes, ¿con qué saberes choca esto de ordenar números decimales?	A3_EGp12
	En esta parte que dices que enseñabas los decimales con fracciones, ¿cómo lo hacías?	A3_EGp13
	Esto de que el milésimo es más pequeño que el décimo, ¿cómo tomaba sentido con las fracciones?	A3_EGp14
	¿A qué refieres con el uso del valor posicional para leer los decimales, a que confusión te referías con el 0.009 y el 9000?	A3_EGp15

## **4.1. Informe de resultados de la actividad 1 “Ejercicio de cálculo mental”**

### ***4.1.1 Transcripción de la actividad 1***

A continuación, se presenta la tabla 4 que muestra la transcripción de los diálogos generados en la actividad 1 así como los fragmentos de las entrevistas a la profesora Gina y Marina que se corresponden con esta actividad. Esta tabla se compone de dos columnas, la primera indica el número de fila, y la segunda el diálogo de esa fila.

#### **Tabla 4**

#### **Transcripción de la actividad 1**

Fi la	Segmentos
1.	Se proyecta en la pantalla una tabla con siete operaciones básicas que tienen cada una cuatro opciones de respuesta, los docentes deberán decir cuáles de las opciones en la operación básica analizada, no corresponde con el resultado correcto y porque
2.	<b>P1E: Empecemos con la suma, me pueden comentar ¿Qué opciones descartan y por qué?</b>
3.	Carla: Descarto en la primera 998 porque para poder resolverla me fui más por la cuestión del valor posicional, entonces ahí solamente se está manejando hasta centenas, cuando en la suma me está manejando unidades de millar
4.	E: ¿Alguien más descarta otra opción?
5.	Gina: Yo, descarto 12120 porque haciendo las sumas de las unidades de las cifras, no da ningún cero en ninguna unidad, tiene que ser cinco
6.	E: ¿Cuál otra más falta por descartar y por qué?
7.	Gina: Pues la de 10571, porque igual, como mis compañeras para saber rápidamente la respuesta, lo que hice fue sumar las unidades de millar y pues no, no da
8.	E: ¿Cuál opinan sería la respuesta correcta y porque razón sería esa?
9.	Marina: Es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades, osea empecé a sumar el uno más el cero más el cuatro, entonces ahí rápido me dio la última, el cinco, y así me voy el dos más el cero más el cinco, y ya me da siete, así es como yo hago mis sumas.
10.	<b>P2 ( 9998- 2101 = 8101</b> <b>7701</b> <b>7897</b> <b>6541)</b>
11.	E: Bien, ahora la resta, ¿cuál descarta y porque? Traten de darme la respuesta amplia
12.	Gina: Ahh pues yo descarto la de 7701 porque igual le reste a la unidad de millar nueve, le reste dos mil, nueve mil menos dos mil para más fácil y rápido, pues nueve menos dos da siete, ahí no espera... ahh, no olvídale
13.	E: ¿Que opinan los demás?
14.	Carla: Creo que ahí Gina se equivocó porque se iba más por la cuestión del 8101, por lo que mencionaba, creo que por ahí existió esa confusión, que también yo me fui al momento de realizar la resta, me fui nuevamente con la cuestión de las unidades a la unidad de millar restarle la segunda unidad de millar, entonces allí el ocho como tal no sería, y esa sería la que estaríamos descartando.
15.	<b>E: ¿Por qué es el 8101?</b>
16.	Carla: al momento de restar unidades no correspondería si al ocho le restamos uno y en las unidades del resultado me está manejando también el 1, entonces ahí no se podría desde ese primer momento tomar como una respuesta correcta.
17.	sí también me voy por la cuestión de las unidades de millar, estamos verificando que si al nueve yo le quito dos pues no me daría ocho
18.	E: Excelente, ¿alguien más tiene otra opinión y otra más que descartar?
19.	Marina: Mmm yo me voy por el resultado así directo, voy haciendo mi resta
20.	E: A ver cuéntanos ¿cuál crees que es y por qué?
21.	Marina: Es 7897 porque de igual forma como las sumas ya me acostumbre a ir restando primero las unidades, a ocho le quito uno o el uno quiere alcanzar al ocho son siete, igual el cero quiere alcanzar al nueve son nueve, el uno quiere alcanzar al nueve son ocho, pero yo me voy directamente sobre el resultado
22.	E: ¿Ustedes creen con lo que han comentado hasta aquí, que hay alguna diferencia entre empezar con las unidades de millar como comenzaron M1 y M3 a empezar por las unidades, eso por ejemplo, ¿a la hora de trabajar con los niños que tendrá que ver?
23.	Gina: Es que M2 inicia viendo el final y a nosotros se nos hace más fácil verlo desde los primeros números que resultan al momento de hacer la operación y ella se fija en los últimos
24.	Marina: Yo estaba analizando, así como le estaban haciendo, pero para mí sería como mas tardado, porque si a nueve, empiezo por las unidades de millar, a nueve le quito dos, tengo allí dos posibilidades de respuesta, entonces yo mejor me voy pues como para lo más seguro, así como de, lo siento, pero así me enseñó mi papá, es como el tanteo.
25.	Marina: Soy como más metodológica, estaba escuchando a las compañeras que estaban empezando de la unidad de millar, pero ahí quedarían como dos respuestas posibles, entonces pues yo me iría de una vez a hacer la metodología como ya lo he hecho y que me de el resultado correcto.
26.	E: Y por ejemplo, ¿si en vez de 7701 hubiese sido 7707, qué hubiera pasado allí con tu metodología?

27.	Marina: Ahh ehh, es lo mismo porque no porque haga primero la resta de las unidades me quedo con el resultado que esté allí, yo para asegurarme hago los primeros tres, en este caso llegamos a unidades de millar, hago los primeros tres: la resta de unidad, decena y centena y así ya tendría como un resultado mas certero.
28.	E: Osea te irías con cada agrupamiento hasta encontrar la más certera
29.	Marina: Interrumpe, exacto e ir revisando las que coincidan más, ir descartando opciones una por una es tardado
30.	E: alguien más tiene algo más que agregar sino para pasar a la división
31.	Carla: ¡Yo!, bueno lo asimilo demasiado con la parte de cómo son operaciones donde estamos poniendo en práctica el cálculo mental, cada una de nosotras está utilizando diferentes vías para encontrar el resultado, como sabemos cada quien va a optar por la vía que se le haga más fácil
32.	Carla: Entonces, por ejemplo, al momento de que yo veo los números, como la indicación es descartar las respuestas erróneas, entonces por eso pues me voy por los primeros, por ejemplo, en la suma yo me fui más por la cuestión de valor posicional porque dije, no puede ser 998 porque son solamente tres, entonces es por medio de razonamiento y como es cálculo y cuestión de las estrategias que a nosotros nos faciliten de forma más rápida la obtención de un resultado.
33.	<b>P3 (3478/23 = 1382 251 15151)</b> E: Muy bien muchas gracias Carla, bien ahora pasamos a la división, en la división ¿cuál descartan y por qué?
34.	Gina: Mmm yo descarto la de 251 y la de 51, porque yo nada más use el 23 y el 34 para dividir, en la parte coloquial que decimos: cuántas veces cabe el 34 en el 23, pues nada más uno, ¿no? Entonces me fui fijando allí en los numeritos y los únicos que tienen uno son el 1382 y el 151 y esos dos no, por eso los descarte.
35.	E: Muy bien, ¿alguien más?
36.	Marina: Yo descarto el 1382 porque, así como comenta Gina que hizo el 23 para el 34, sin embargo, pues no puede ser el 1382 porque al momento de hacer la comprobación si multiplico 1382 por 23 me va a dar más de lo que quiero dividir, entonces pues esa también la descarto y ya me quedaría con 151.
37.	<b>P4 E: Bueno pasamos entonces a la multiplicación 28 por 32 ¿Qué resultados descartan y por qué?</b>
38.	Carla: Yo, descarto 239 Porque me fui por multiplicar el dos por el ocho y como me da 16, en la cuestión de unidades tenemos el nueve, entonces, por ahí estamos mal en ese número, el valor posicional nuevamente.
39.	E: Muy bien, y utilizaste la estrategia de comenzar con el agrupamiento de unidades ¿Quién más? A parte del 239 ¿Qué otro resultado descarta y por qué?
40.	Carla: 994, por lo mismo, valor posicional, en la unidad estamos teniendo 4, por lo tanto, también sería un resultado erróneo.
41.	E: Bien entonces, entre los dos resultados que restan, ¿Cuál de los dos descartan?
42.	Marina: según mi lógica 9986. Haciendo la operación así en el cuaderno la imaginé, primeramente, tengo dos dígitos como respuesta, o sea mi lógica es que al final solamente van a quedar tres dígitos, (señala con las manos) unidad, decena, centena y mi unidad, decena, centena sería 896, no puede ser 9986, por el acomodo de los dígitos al momento de sumar.
43.	E: bien muy bien, ¿Alguien más tiene algo que comentar de esto que acaba de decir Marina y Carla? ¿Profesor Fernando y Gina?
44.	Gina: Interrumpe, bueno, no se si te sirva, pero a veces uno de maestro piensa que tiene que ser perfecto y no, igual y te puedo decir que estrategia estaba usando y como que no me dio
45.	Gina: Bueno, para que analices mi razonamiento erróneo, es que yo estaba tratando de hacer lo mismo que las otras operaciones, de tratar de ahorrarme trabajo mental y querer multiplicar dos por tres para ver si ahí me daba pero pus no
46.	Gina: entonces analizando porque no me daba pues tiene que ver con la parte que hablábamos de valor posicional, entonces estaba buscando otra estrategia que me pudiera ahorrar tiempo de cálculo pero no la encontré hasta que dijo M3 la suya de dos por ocho y dije ah si es cierto, pero yo al principio lo estaba viendo como las otras, tratar de multiplicar los primeros dos números para ver si me sabía y en los resultados no había ninguno parecido
47.	<b>P5 (2^7 =14 127 128 141)</b> E: Muy bien M1 gracias por tu aportación, seguimos con la potencia.
48.	Carla: Descarto el 14, porque ahí se confunde, bueno se llegaría a confundir que se está multiplicando el dos por el siete y no, sería una operación incorrecta, lo que se tendría que hacer es, multiplicar dos por dos, por dos, por dos, por dos, por dos, por dos...
49.	E: ¿Alguien más tiene algo que opinar?

50.	Fernando: Yo descarto 127, desafortunadamente es por memorización que se cual es
51.	E: En esa memorización tal vez encuentres algún dato, si quieres piénsalo poquito, que te de una pista de porque el 127 no
52.	Carla: podría ser que se está hablando de números pares y en el resultado 127 no se está tomando en cuenta al momento de colocarlo, me iría yo por eso, no sé
53.	E: ¿Los demás que opinan?
54.	E: Gina y Marina, entonces ustedes sienten que esta estrategia que dijo M3 puede funcionar ¿la de los números pares?
55.	Ginal :para mi la respuesta sería 128, porque... ya Carlos explico porque el 14, y ya la compañera Flor, dijo que 127 no verdad, y habíamos hablado de mi compañera Flor y Carlos qué pues estábamos hablando de pares, y el siete es un número impar,
56.	Gina: En el caso de 141 yo lo que hice, según yo, es decir bueno, dos por dos ahí son cuatro, entonces si voy juntando de a grupitos, dos por dos cuatro, y luego otros dos por dos son cuatro, y otros dos por dos son cuatro, tengo tres cuatros, y si los multiplico por tres son doce, entonces me dije ah ya me dio lo primero y estaba yo entre el 127 y el 128 y ya con lo que dijo M3 dije ah pues es el 128 y no el 127, ni el 141
57.	<b>E: Aquí la idea es compartir las estrategias y el razonamiento que siguen, aquí no hay de estoy bien, estoy mal, todos los razonamientos son importantes, porque ayudan a comprender de dónde provienen estas ideas de nosotros los docentes</b>
58.	Fernando: Ya me acordé cómo llegué a ese proceso de memorización y saber que era 128 l respuesta, lo que pasa es que para hacer cierta actividad con mis alumnos, recuerdo que estábamos llegando a partir hojas, entonces lo partíamos a la mitad, a la mitad, a la mitad de la mitad de la mitad y así fue que lo tengo bastante claro, dos, cuatro, ocho, dieciséis, treinta y dos, sesenta y cuatro y 128, entonces a lo mejor era eso que me hizo calcular el resultado, el tema eran fracciones más que nada, partir la hoja a la mitad medios, a la mitad, cuartos a la mitad de la mitad dieciseisavos y así sucesivamente
59.	<b>P5 ( <math>\sqrt{961}</math> 31 28 29 33) E: Ahora seguimos con la raíz de 961</b>
60.	Marina: Descarto 28 y 29 No me acuerdo bien de todo el procedimiento de la raíz, pero me acuerdo que teníamos que buscar un número que multiplicado por sí mismo nos diera el primer dígito que es nueve, entonces si yo multiplico dos por dos no me da nueve, y descarto esos dos 28 y 29, tres por tres me da nueve que es el primer digito, y me parece que después teníamos que buscar otro número que multiplicado por sí mismo nos diera seis o se acercara al seis, algo así, entonces me quedaría con 31.
61.	E: Gracias Marina, ¿alguien más quiere darnos su opinión al respecto de esta operación?
62.	Carla: Descarto el 33 y coincido con Marina que el resultado es 31, no me preguntes el procedimiento porque nunca le entendí a la raíz cuadrada
63.	E: Aquí lo que interesa son las estrategias, entonces qué pista utilizaste ahí para descartar el 33, cuéntanos cómo lo razonaste
64.	Carla:Lo que hice fue simplemente multiplicar los números dos veces, entonces si multiplico 33 por 33 y me voy por las unidades al momento que multiplico tres por tres me da nueve, y en la operación, bueno el número que ocupa la unidad es el uno, entonces por eso lo descarte, y en la cuestión del 28 y el 29 de ley se iban a descartar, por esta cuestión de multiplicar el número que está en las decenas y en la cuestión del 31 al momento que multiplicaba uno por uno pues si me daba la operación, me fui yo por los números así fue que obtuve mi resultado
65.	Fernando: Si, yo, pues de acuerdísimo con Carla, ¡hola Carla!, pues este el final de cada uno, pues da una cifra no, o sea luego es el que trae 31, pues uno por uno da, pues uno, entonces esa es la respuesta que más se acercó, ocho por ocho 16 ah no, 9 por 9 dieciocho, no,
66.	E: nueve por nueve son 81 Fernando
67.	E: A ver y Carla y Fernando, si nueve por nueve son 81 y coincide con la unidad, ¿por qué escogieron el 31 y no el 29?
68.	Carla: Yo escogí 31 y no 29 porque me fui más por la cuestión de la decena, no me fui tanto por el nueve, sino que al momento de que la raíz me está hablando de 961
69.	Marina: Yo, me acabo de dar cuenta que es la primera vez que es la primera operación que empiezo por otra unidad, bueno en este caso las decenas
70.	E: Tal vez tu razonamiento tiene otra estrategia, a lo mejor hay una razón de por qué no el 28 y el 29 ¿quieres explicar eso?

71.	Mari: así, porque lo único que me acuerdo de la raíz cuadrada, es que el maestro nos dijo, lo primero que tienen que hacer es buscar un número que multiplicado por sí mismo les del primero que está ahí (señalando la operación en la pantalla) en este caso la centena, entonces el tres por el tres multiplicado me da nueve, ahí descarto luego luego el 28 y el 29, recuerdo vagamente que después se hace una resta así como la división normal, creo que así se hacía y este posteriormente teníamos que multiplicar otro número que nos diera la decena...
72.	<b>P7.137 x 2.321 =7. 280977 7.3 6.993241 6.241)</b> <b>E: Bien, ahora vamos con la multiplicación de decimales 2.137 por 2.321 ¿Quién quiere empezar?</b>
73.	Carla: Descarto 7.3, porque me fui igual a empezar a multiplicar el uno por el siete, entonces por ahí de ley, pues si me va a seguir manejando la cuestión de ¿Cómo se llaman ahí?, ¿milésimas?, entonces si me van a aparecer ahí esas milésimas al momento de realizar yo mi operación
74.	<b>E: ¿Quién más me quiere comentar sobre las opciones 6.993 y 6.241</b>
75.	Gina: Ah, pues yo las descarté porque me copie la estrategia de Marina, entonces mi resultado al final me tiene que dar siete, a mi juicio, entonces como todas no tienen siete a excepción de la primera, pues entonces las descarto.
76.	E: ¿Qué otro elemento podríamos utilizar para descartar aparte de la técnica de las unidades?
77.	Fernando: También podemos allí utilizar esa del 7.3 y el 6.241 son números bastante exactos, son cifras bastante cortas para el tamaño que tiene la multiplicación
78.	Carla: Bueno, no sé, por la cantidad de números que aparecen después del punto
79.	Mario: quiere participar, pero no se anima, entonces Gina toma la palabra y E le da la participación
80.	Gina: Es lo mismo que dijo Carla, después del punto decimal es 3 y después del otro punto decimal también es tres, entonces nuestro resultado debe tener seis números después del punto y los únicos que cumplen con esa... Opción es.....la primera y
81.	E: si la tercera si cumple con el criterio que mencionaron M3 y M4, ¿por qué la descartaron?
82.	Marina: Bueno es que ahora empezando por el entero si multiplica el tres por el dos, si me da seis, sin embargo, todavía tengo números después del punto que obviamente se tienen que sumar y entonces el entero no podría ser seis, tendría que ser siete porque a fuerza tengo que sumar todos los otros números que llevo después del punto
83.	<b>E: Sí así es entonces el redondeo, bien ¿tienen algún otro comentario que hacer respecto a sus estrategias de cálculo, ¿que aprendieron de nuevo con los compañeros? ¿Algo que quieran comentar para terminar de grabar? Y ya comentar otras cosas.</b>
84.	Gina: Ah, pues yo en mi caso nada más quería comentar que yo creo que algunos ya este al momento de explicar el proceso mental que hicimos, se nos dificultó porque como que ya lo hacemos de una manera mecánica, y nos es difícil explicar qué fue lo que paso en nuestra mente para poderlo realizar
85.	Gina: En mi persona creo que lo que me di cuenta y lo que aprendí hoy, fue el de no nada más fijarme en el principio sino en el final para poder ver y descartar opciones en cuanto a cálculo mental
86.	Marina: Me quedo con... que nos quedamos con la metodología de, de...alguien significativo, porque yo me acuerdo que mi papá es muy bueno para las matemáticas y era él me enseñaba, entonces el siempre me enseñó como a tener esa estructura, ese orden y que tiene que ser certero el resultado
87.	Marina: En la preparatoria había un chico que era listísimo para el cálculo mental, entonces yo también le pregunté que cómo le hacía y él también me dijo que “es que yo luego luego me voy con las unidades” luego decenas, luego centenas para cualquier cosa que hacía lo calculaba así, entonces yo trato de hacerlo así.
88.	<b>Entrevista Marina</b>
1.	E: Vamos a revisar algunos fragmentos de lo que tu respondiste a algunas de las actividades, en la actividad uno se les presentaron varias operaciones para descartar la respuesta correcta, tu respondiste lo siguiente, si gustas leerlo
2.	<b>E: 1 ¿Consideras efectiva la estrategia de empezar por unidades?</b>
3.	Marina: Sí considero que es más efectivo ir sumando desde unidades hasta el último dígito que sería unidad de millar
4.	<b>E: ¿Y dónde hay que hacer estimaciones por ejemplo en esta suma 3548+1462 cual sería tu estimación?</b>

5.	Gina: Son como 5090
6.	<b>E: 2 Mi pregunta es, si un niño podría usar esta estrategia para resolver cálculo donde no haya opciones de respuesta</b>
7.	Marina: Sigo con mi propuesta, porque al momento de hacer la suma empezando por unidades de millar nos quedarían los números por ejemplo en esta suma el ocho más el dos nos da diez y ese uno que me está sobrando no sabría dónde colocarlo, pero si empiezo por las unidades sé que ese uno que me sobra lo paso a las decenas y si no a las centenas, igual para los pequeños si lo enseñamos a la inversa sería más complicado que sepan ubicarlos
8.	<b>E: 3 Ahora vamos a pasar a la siguiente pregunta, ya leíste tu argumento sobre la pregunta 4, ¿crees que pasaría lo mismo si la multiplicación fuera 23x59? ¿Qué pasaría con las decenas?</b>
9.	Marina: No da lo mismo porque en la opción anterior las unidades y las decenas tenían un valor menor, que cuando se multiplicaban nos arrojaba una cantidad de dos cifras, sin embargo, en esta operación las unidades y decenas multiplicadas nos arrojan una cantidad de tres cifras, entonces el resultado se aumenta hasta unidades de millar, siempre va a depender mucho de los números que tengamos como unidades y decenas para multiplicarse
10.	<b>E: 4 ¿Crees que podrías inferir la respuesta a la raíz cuadrada aun si no conocieras nada sobre el procedimiento? ¿cuál sería el conocimiento mínimo para poder resolver una raíz cuadrada?</b>
11.	Marina: Si yo no tuviera el conocimiento de cómo hacer una raíz cuadrada, no podría hacer el proceso, me dejaría llevar por el símbolo de la raíz cuadrada que se parece al de una división, pero eso no tendría lógica porque me faltaría un número para hacer la división y el conocimiento mínimo para la raíz, es saber que el número multiplicado por sí mismo me tiene que dar la cantidad que está dentro de la raíz
12.	<b>E:5 y por ejemplo, tú escogiste la opción 31 y descartaste 28 y 29, sin embargo, estos números son muy cercanos a 30, porque los descartaste</b>
13.	Marina: Porque multiplicados por sí mismos el 28 y 29. Bueno para hacer esta operación tengo que empezar por las decenas, entonces 2x2 son 4 y en el 31 3x3 son 9, en estos casos debo buscar la decena que multiplicada se acerque a la centena, que en este caso es nueve.
14.	<b>Entrevista Gina</b>
1.	<b>E: 1 Bien, entonces Gina, te voy a ir presentando las actividades y algunas preguntas donde tenemos duda y nos gustaría profundizar. Aquí en la pregunta 7 que corresponde a la potencia de <math>2^7</math> ¿En tu respuesta a qué te referías por “juntar por grupitos”?</b>
2.	Gina: Ah, pues lo que pasa es que la potencia, pues era una operación muy larga, entonces yo lo que hice que a mí se me hacía más fácil fue dividir la operación en grupitos de 2 cifras, porque al fin y al cabo se estaba multiplicando el mismo número, y el resultado en las potencias de números entonces fue una forma de simplificar la operación y los resultados que me salían de cada sub grupito al final volverlas a multiplicar para tener una estimación,
3.	<b>E: 2 Muy bien, gracias. Sigamos adelante, en la pregunta 7 qué es una multiplicación con decimales, ¿a qué te refieres con que en el resultado debe haber seis números porque los números que se multiplican tienen tres números después del punto?</b>
4.	Gina: Ah, uno cuando realiza varias veces este tipo de multiplicaciones, pues no es como una regla establecida, pero los números que estaban multiplicando después del punto decimal tenían tres cifras, entonces en el resultado tenía que ser con estas seis cifras, porque en las operaciones con punto decimal, siempre es así
5.	<b>E: 3 ¿A qué te refieres “son como una propiedad”, ¿cuál propiedad sería?</b>
6.	Gina: Me doy cuenta en los ejercicios que he hecho con los niños que se cumplen ciertas no leyes, pero ciertas teorías de que cuando multiplicas un número de cierta forma, en este caso esta multiplicación, pues siempre te da un número con seis decimales, son como “curiosidades” aquí por ejemplo siempre que tienes un número con decimales y lo multiplicas te da un resultado con la misma cantidad de decimales que tenían después del punto.
7.	<b>E: 4 ¿Pasará también con los enteros? Que multiplicas 23x25 y te dé la misma cantidad de números</b>
8.	Gina: Yo nada más lo he visto en los decimales porque en el caso de los enteros, pues hablas específicamente de unidades, decenas y centenas, el cálculo es distinto. Realmente con los decimales hay ciertas reglas que no se cumplen con los números enteros, una teoría no tengo lo que yo te estoy explicando es producto de la experiencia

#### 4.1.2. Primera asignación de categorías para la actividad 1

En la siguiente tabla 5 se presenta la primera organización de los argumentos de los profesores, se compone de cinco columnas, la primera columna indica la nomenclatura de la actividad 1 en orden conforme a la transcripción, la segunda columna corresponde al Subdominio y categoría que clasifica a ese segmento, las columnas tres y cuatro indican el principio y final del argumento que abarca esa categoría y por último el segmento correspondiente.

**Tabla 5**

#### Primera asignación de subdominios y categorías

Actividad	Subdominio categoría	prin	fin	segmento
A1_P1	KoT/Conceptos y definiciones/ valor de posición y agrupamientos	3	3	<i>Carla: Descarto en la primera 998 porque para poder resolverla me fui más por la cuestión del valor posicional, entonces ahí solamente se está manejando hasta centenas, cuando en la suma me está manejando unidades de millar</i>
A1_P1	KoT/Conceptos y definiciones/ valor de posición y agrupamientos	5	5	<i>Marina: Yo, descarto 12120 porque haciendo las sumas de las unidades de las cifras, no da ningún cero en ninguna unidad, tiene que ser cinco</i>
	KoT/ conceptos/agrupamientos	9	9	<i>Marina: La respuesta es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades</i>
A1_P1	KoT/Procedimientos / El SND es posicional y permite el funcionamiento de los algoritmos	9	9	<i>Marina: La respuesta es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades, osea empecé a sumar el uno más el cero más el cuatro, entonces ahí rápido me dio la última, el cinco, y así me voy el dos más el cero más el cinco, y ya me da siete, así es como yo hago mis sumas.</i>
A1_P2	KoT/Procedimientos/Operar a partir del rango de los agrupamientos	12	12	<i>Gina: yo descarto la de 8101 porque igual le reste a la unidad de millar nueve, le reste dos mil, nueve mil menos dos mil para más fácil y rápido, pues nueve menos dos da siete</i>
A1_P2	KoT/Conceptos y definiciones/valor de posición y agrupamientos	16	17	<i>Carla: El 8101 no es porque al momento de restar unidades no correspondería si al ocho le restamos uno y en las unidades del resultado me está manejando también el 1, entonces ahí no se podría desde ese primer momento tomar como una respuesta correcta. Sí también me voy por la cuestión de las unidades de millar, estamos verificando que si al nueve yo le quito dos, pues no me daría ocho</i>
A1_P2	KoT/Procedimientos/ Algoritmos tradicionales	21	21	<i>Marina: La respuesta es 7897, porque de igual forma como las sumas ya me acostumbré a ir restando primero las unidades, a ocho le quito uno o el uno quiere alcanzar al ocho son siete, igual el cero quiere alcanzar al nueve son nueve, el uno quiere alcanzar al nueve son ocho, pero yo me voy directamente sobre el resultado</i>
A1_P2	KoT/Conceptos/ Agrupamiento	24	24	<i>Marina: Yo estaba analizando, así como le estaban haciendo, pero para mi sería como más tardado, porque si a nueve, empiezo por las unidades de millar, a nueve le quito dos, tengo allí dos posibilidades de e respuesta</i>
A1_P2	KPM/Prácticas matemáticas/tanteo	24	24	<i>Marina: entonces yo mejor me voy, pues como para lo más seguro, así como de, lo siento, pero así me enseñó mi papá, es como el tanteo.</i>
A1_P2	KoT/Procedimientos/algoritmos tradicionales	25	25	<i>Soy como más metodológica, estaba escuchando a las compañeras que estaban empezando de la unidad de millar, pero ahí quedarían como dos respuestas posibles, entonces, pues yo me iría de una vez a hacer la metodología como ya lo he hecho y que me dé resultado correcto.</i>

A1_P2	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales, empezar por derecha y llevar	27	27	<i>Marina: no porque haga primero la resta de las unidades me quedo con el resultado que esté allí, yo para asegurarme hago los primeros tres, en este caso llegamos a unidades de millar, hago los primeros tres: la resta de unidad, decena y centena y así ya tendría como un resultado más certero.</i>
A1_P2	KPM/Prácticas ligadas a la matemática general/Cálculo mental	31	31	<i>Carla: bueno, lo asimilo demasiado con la parte de cómo son operaciones donde estamos poniendo en práctica el cálculo mental, cada uno de nosotras está utilizando diferentes vías para encontrar el resultado, como sabemos cada quien va a optar por la vía que se le haga más fácil</i>
A1_P2	KPM/Prácticas ligadas a la matemática general/Razonamiento mediante cálculo mental	32	32	<i>Carla: Al momento de que yo veo los números, como la indicación es descartar las respuestas erróneas, entonces por eso me voy por los primeros, por ejemplo, en la suma yo me fui más por la cuestión de valor posicional porque dije, no puede ser 998 porque son solamente tres, entonces por medio de razonamiento y como es cálculo y cuestión de las estrategias que a nosotros nos faciliten de forma más rápida la obtención de un resultado.</i>
A1_P3	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales	34	34	<i>Gina: Mmm yo descarto la de 251 y la de 51, porque yo nada más use el 23 y el 34 para dividir, en la parte coloquial que decimos: cuántas veces cabe el 34 en el 23, pues nada más uno ¿no? Entonces me fui fijando allí en los numeritos y los únicos que tienen uno son el 1382 y el 151 y esos dos no, por eso los descarte.</i>
A1_P3	KoT/Procedimientos/operaciones inversas para resolver algoritmos	36	36	<i>Marina: Yo descarto el 1382 porque, así como comenta Gina que hizo el 23 para el 34, sin embargo, pues no puede ser el 1382 porque al momento de hacer la comprobación si multiplico 1382 por 23 me va a dar más de lo que quiero dividir, entonces, pues esa también la descarto y ya me quedaría con 151</i>
A1_P4	KoT/Propiedades del SND/ valor de posición y orden de los números en los algoritmos tradicionales	38	40	<i>Carla: Yo, descarto 239 Porque me fui por multiplicar el dos por el ocho y como me da 16, en la cuestión de unidades tenemos el nueve, entonces, por ahí estamos mal en ese número, el <b>valor posicional</b> nuevamente. 40. Carlos: Descarto 994, por lo mismo, <b>valor posicional</b>, en la unidad estamos teniendo 4, por lo tanto, también sería un resultado erróneo.</i>
A1_P4	KoT/Propiedades del SND/ valor de posición, propiedad multiplicativa y aditiva en la operación con algoritmos	42	42	<i>Marina: según mi lógica, descarto 9986 porque haciendo la operación así en el cuaderno la imagine, primeramente, tengo dos dígitos como respuesta, osea mi lógica es que al final solamente van a quedar tres dígitos, (señala con las manos) unidad, decena, centena y mi unidad, decena, centena sería 896, no puede ser 9986, por el acomodo de los dígitos al momento de sumar.</i>
A1_P4	KoT/Procedimientos/estrategias de cálculo mental con base en las propiedades del SND	45	46	<i>Gina: yo estaba tratando de ahorrarme trabajo mental y querer multiplicar dos por tres para ver si ahí me daba, pero, pues no, entonces analizando porque no me daba pues tiene que ver con la parte que hablábamos de valor posicional, entonces buscando otra estrategia que me pudiera ahorrar tiempo de cálculo no la encontré hasta que dijo Carlos la suya de dos por ocho y dije ah sí es cierto, Pero estaba tratando de multiplicar los primeros dos números para ver si me sabía y en los resultados no había ninguno parecido</i>
A1_P5	KoT/Procedimientos para resolver algoritmos, potencias	48	48	<i>Carla: Descarto el 14, porque ahí se llegaría a confundir que se está multiplicando el dos por el siete y no, lo que se tendría que hacer es, multiplicar dos, por dos...</i>
A1_P5	Oportunidad KoT/Propiedades de los números, divisibilidad del 2	52	52	<i>Carla; se descartó 127 porque se está hablando de números pares y en el resultado 127 no se está tomando en cuenta al momento de colocarlo</i>
A1_P5	KoT/Procedimientos/Procedimientos/Descomponer una operación en pasos para poder resolverla	57	57	<i>Gina: En el caso de 141, yo lo que hice, según yo, es decir, bueno, dos por dos ahí son cuatro, entonces si voy juntando de a grupitos, dos por dos cuatro, y luego otros dos por dos son cuatro, y otros dos por dos son cuatro, tengo tres cuatro, y si los multiplico por tres son doce, entonces me dije ah ya me dio lo primero y estaba yo entre el 127 y el 128 y ya con lo que dijo Carlos, dije ah, pues es el 128 y no el 127, ni el 141</i>
A1_p5	KoT/Procedimientos para resolver algoritmos, raíz cuadrada	61	61	<i>Marina: tres por tres me da nueve que es el primer dígito, y me parece que después teníamos que buscar otro número que multiplicado por sí mismo nos diera seis o se acercara al seis, algo así, entonces me quedaría con 31.</i>

A1_P6	KoT/Procedimientos/Resolver algoritmos a partir del rango de las decenas	68	68	<i>Carla: escogí 31 y no 29 porque Yo me fui más por la cuestión de la decena, no me fui tanto por el nueve, sino que al momento de que la raíz me está hablando de 961...</i>
A1_P6	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales, raíz cuadrada	71	71	<i>Marina: Lo único que me acuerdo de la raíz cuadrada, es que el maestro nos dijo, lo primero que tienen que hacer es buscar un número que multiplicado por sí mismo les de el primero que está ahí(señalando la operación en la pantalla) en este caso la centena, entonces el tres por el tres multiplicado me da nueve, ahí descarto luego luego el 28 y el 29, recuerdo vagamente que después se hace una resta así como la división normal, creo que así se hacía y este posteriormente teníamos que multiplicar otro número que nos diera la decena...</i>
A1_P7	KoT/Propiedades del SND/ aditiva y multiplicativa del SND	73	73	<i>Carla: Descarto 7.3, porque me fui igual a empezar a multiplicar el uno por el siete, entonces por ahí de ley, pues si me va a seguir manejando la cuestión de ¿Cómo se llaman ahí?, ¿milésimas?, entonces si me van a aparecer ahí esas milésimas al momento de realizar yo mi operación</i>
A1_P7	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales	76	76	<i>Gina: Descarto, 6.993 y 6.241, yo las descarté porque me copie la estrategia de Carla, entonces mi resultado al final me tiene que dar siete, a mi juicio, entonces como todas no tienen siete a excepción de la primera, pues entonces las descarto.</i>
A1_P7	KoT/Propiedades del SND/Propiedad aditiva y multiplicativa	77	77	<i>Fernando: También podemos allí utilizar esa de el 7.3 y el 6.241 son números bastante exactos, son cifras bastante cortas para el tamaño que tiene la multiplicación</i>
A1_P7	KoT/Propiedades de los decimales	81	81	<i>Gina: Es lo mismo que dijo Carla, después del punto decimal es 3 y después del otro punto decimal también es tres, entonces nuestro resultado debe tener seis números después del punto y los únicos que cumplen con eso es la primera y la tercera opción</i>
A1_P7	Creencias y valores/Formas de proceder/mecanización	84	84	<i>Gina: Ah, pues yo en mi caso nada más quería comentar que yo creo que algunos ya este al momento de explicar el proceso mental que hicimos, se nos dificultó porque como que ya lo hacemos de una manera mecánica, y nos es difícil explicar que fue lo que paso en nuestra mente para poderlo realizar,</i>
A1_P7	Creencias y valores/Enseñanza con base en experiencias familiares	87	87	<i>Marina: Me quedo con... que nos quedamos con la metodología de, de...alguien significativo, porque yo me acuerdo que mi papá es muy bueno para las matemáticas, él me enseñaba, entonces él siempre me enseñó como a tener esa estructura, ese orden y que tiene que ser certero el resultado</i>
A1_P7	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia con otras personas	88	88	<i>Marina: En la preparatoria había un chico que era listísimo para el cálculo mental, entonces yo también le pregunté que cómo le hacía él y él también me dijo que “es que yo luego luego me voy con las unidades” luego decenas, luego centenas, para cualquier cosa que hacía lo calculaba así, entonces yo trato de hacerlo así</i>
<b>Entrevista Marina</b>				
A1_EMP2	KoT/Procedimientos /algoritmos tradicionales	7	7	<i>Marina: Al momento de hacer la suma empezando por unidades de millar nos quedarían los números, por ejemplo, en esta suma el ocho más, el dos nos da diez y ese uno que me está sobrando no sabría dónde colocarlo, pero si empiezo por las unidades sé que ese uno que me sobra lo paso a las decenas y si no a las centenas, igual para los pequeños si lo enseñamos a la inversa sería más complicado que sepan ubicarlos</i>
A1_EMP3	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales	9	9	<i>Marina: las unidades y decenas multiplicadas nos arrojan una cantidad de tres cifras, entonces el resultado se aumenta hasta centenas, , siempre va a depender mucho de los números que tengamos como unidades y decenas para multiplicarse</i>
A1_EMP4	KoT/Procedimientos/Algoritmos tradicionales	11	13	<i>Marina: Si yo no tuviera el conocimiento de cómo hacer una raíz cuadrada, no podría hacer el proceso, me dejaría llevar por el símbolo de la raíz cuadrada que se parece al de una división, pero eso no tendría lógica porque me faltaría un número para hacer la división y el conocimiento mínimo para la raíz, es saber que el número multiplicado por sí mismo me tiene que dar la cantidad que está dentro de la raíz</i>
A1_EMP5				<i>Marina: multiplicados por sí mismos el 28 y 29, bueno para hacer esta operación tengo que empezar por las decenas entonces 2x2 son 4 y en el 31 3x3 son 9, en estos casos debo buscar la decena que multiplicada se acerque a la centena, que en este caso es nueve</i>
<b>Entrevista Gina</b>				
A1_EGp1	KoT/Procedimientos/Descomponer una operación	2	2	<i>Gina: la potencia, pues era una operación muy larga, entonces yo lo que hice que a mí se me hacía más fácil fue dividir la operación en grupitos de 2 cifras, porque al fin y al cabo se estaba multiplicando el mismo número y el resultado, en las potencias de</i>

	en pasos para poder resolverla			<i>números, entonces fue una forma de simplificar la operación y los resultados que me salían de cada sub grupito al final volverlas a multiplicar para tener una estimación</i>
A1_EGp 2	KoT/Conceptos/reglas de los decimales	4	4	<i>Gina: Cuando uno realiza varias veces este tipo de multiplicaciones, pues no es como una regla establecida, pero los números que estaban multiplicando después del punto decimal tenían tres cifras, entonces en el resultado tenía que ser con estas seis cifras, porque en las operaciones con punto decimal, siempre es así</i>
A1_EGp 3	KoT/Propiedades/propiedad conmutativa de los decimales	6	6	<i>Me doy cuenta en los ejercicios que he hecho con los niños que se cumplen ciertas no leyes, pero ciertas teorías de que cuando multiplicas un número de cierta forma, en este caso esta multiplicación, pues siempre te da un número con seis decimales, son como "curiosidades" aquí por ejemplo siempre que tienes un número con decimales y lo multiplicas te da un resultado con la misma cantidad de decimales que tenían después del punto.</i>
A1_EGp 4	KoT/Propiedades/Propiedad conmutativa en los decimales	8	8	<i>Gina: Yo nada más lo he visto en los decimales porque en el caso de los enteros, pues hablas específicamente de unidades, decenas y centenas, el cálculo es distinto. Realmente con los decimales hay ciertas reglas que no se cumplen con los números enteros, una teoría no tengo lo que yo te estoy explicando es producto de la experiencia</i>

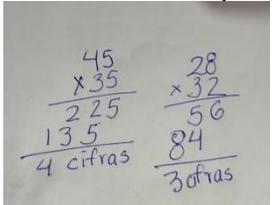
#### 4.1.3. Revisión y reasignación de subdominios y categorías

La siguiente tabla número 6 está dividida en siete columnas que corresponden por orden; subdominio que se clasifica, subcategorías de dicho subdominio, la nomenclatura del segmento de diálogo de los profesores, la línea donde empieza y termina, el segmento y la justificación del mismo. Los segmentos que se encuentran en subrayado gris corresponden a indicios de conocimiento que no pudieron ser confirmados, a través de una entrevista o por la información posterior que brindó el profesor.

**Tabla 6**

#### Segunda asignación de subdominios y categorías con justificación

Sub Dominio	Subcategoría	Actividad	Inicio	Fin	segmento	Justificación
KoT	Conceptos y definiciones/valor de posición y agrupamientos	A1_P1	3	3	<i>Carla: Descarto en la primera 998 porque para poder resolverla me fui más por la cuestión del valor posicional, entonces ahí solamente se está manejando hasta centenas, cuando en la suma me está manejando unidades de millar</i>	Marina y Carla utilizan el concepto de valor de posición y conocen su función en la resolución del algoritmo de la suma, al indicar que determina el valor de los agrupamientos y con base en ello permite hacer comparaciones e inferir el resultado
		A1_P1	5	5	<i>Marina: Yo, descarto 12120 porque haciendo las sumas de las unidades de las cifras, no da ningún cero en ninguna unidad, tiene que ser cinco</i>	
		A1_P1	9	9	<i>Marina: La respuesta es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades</i>	

				<i>Carla: El 8101 no es, porque al momento de restar unidades no correspondería si al ocho le restamos uno y en las unidades del resultado me está manejando también el 1, entonces ahí no se podría desde ese primer momento tomar como una respuesta correcta. Sí también me voy por la cuestión de las unidades de millar, estamos verificando que si al nueve yo le quito dos, pues no me daría ocho</i>	
Conceptos/agrupamiento	A1_P2	16	17	<i>Marina: Yo estaba analizando, así como le estaban haciendo, pero para mí sería como más tardado, porque si a nueve, empiezo por las unidades de millar, a nueve le quito dos, tengo allí dos posibilidades de respuesta</i>	
Propiedades del SND/ función del valor de posición en la multiplicación	A1_P4	38	40	<i>Carla: Yo, descarto 239 porque me fui por multiplicar el dos por el ocho y como me da 16, en la cuestión de unidades tenemos el nueve, entonces, por ahí, estamos mal en ese número, el <b>valor posicional</b> nuevamente. Descarto 994, por lo mismo, <b>valor posicional</b>, en la unidad estamos teniendo 4, por lo tanto, también sería un resultado erróneo.</i>	Carla conoce que el producto del agrupamiento de unidades le permite comparar las diferentes opciones de respuesta y descartar aquellas que no cumplen con el producto, resultando de acuerdo a los factores que se multiplican
Propiedades del SND/propiedad multiplicativa y aditiva	A1_P4	42	42	<i>Marina: según mi lógica, descarto 9986 porque haciendo la operación así en el cuaderno la imagine, primeramente, tengo dos dígitos como respuesta, osea mi lógica es que al final solamente van a quedar tres dígitos, (señala con las manos) unidad, decena, centena y mi unidad, decena, centena sería 896, no puede ser 9986, por el acomodo de los dígitos al momento de sumar.</i>	Marina muestra evidencia de conocimiento sobre la relación entre el rango de los factores y el producto resultante, conoce que al multiplicar decenas se obtienen centenas, sin embargo, esto depende del rango de las decenas, Marina pone un ejemplo
	A1_EM p3	9	9	<i>Marina: las unidades y decenas multiplicadas nos arrojan una cantidad de tres cifras, entonces el resultado se aumenta hasta centenas, pero, siempre va a depender mucho de los números que tengamos como unidades y decenas para multiplicarse</i>	
Propiedades del SND/propiedades de los números	A1_P5	52	52	<i>Carla; se descartó 127 porque se está hablando de números pares y en el resultado 127 no se está tomando en cuenta al momento de colocarlo</i>	Carla argumenta que el producto de un número que se eleva al cuadrado debe ser siempre par, y por ello descarta el 127, puede ser una oportunidad para explorar criterios de divisibilidad
Propiedades del SND/ propiedad multiplicativa	A1_P7	77	77	<i>Fernando: También podemos allí utilizar esa del 7.3 y el 6.241 son números bastante exactos, son cifras bastante cortas para el tamaño que tiene la multiplicación</i>	En el argumento de Fernando, se observan un indicio del conocimiento de la propiedad aditiva y multiplicativa del SND donde el producto de la multiplicación se corresponde con los agrupamientos decimales que multiplican, por ello la magnitud que descarta, pues no corresponde con esta propiedad
Propiedades del SND/Propiedades de los decimales	A1_P7	81	81	<i>Gina: Es lo mismo que dijo Carla, después del punto decimal es 3 y después del otro punto decimal también es tres, entonces nuestro resultado debe tener seis números después del punto y los únicos que cumplen con eso es la primera y la tercera opción</i>	Gina retoma el argumento de Fernando respecto a la cantidad de cifras, y agrega que de acuerdo a su experiencia denota una regla en cuanto a la cantidad de cifras después

	A1_EG p2	4	4	<i>Gina: Cuando uno realiza varias veces este tipo de multiplicaciones, pues no es como una regla establecida, pero los números que estaban multiplicando después del punto decimal tenían tres cifras, entonces en el resultado tenía que ser con estas seis cifras, porque en las operaciones con punto decimal, siempre es así</i>	del punto, tanto en el proceso como el resultado, al multiplicar decimales, la cual solo aplica en los decimales
Propiedad conmutativa en los decimales	A1_EG p3	6	6	<i>Gina: Me doy cuenta en los ejercicios que he hecho con los niños que se cumplen ciertas no leyes, pero ciertas teorías de que cuando multiplicas un número de cierta forma, en este caso esta multiplicación, pues siempre te da un número con seis decimales son como "curiosidades" aquí por ejemplo siempre que tienes un número con decimales y lo multiplicas te da un resultado con la misma cantidad de decimales</i>	Gina explica que derivado de su experiencia, sabe que existe una propiedad en los decimales que cuando se multiplican su producto conserva la suma del total de cifras decimales que tenían los factores, por ello no importa el orden de los mismos, (propiedad conmutativa) se conservan los mismos en el resultado
Propiedad conmutativa en los decimales	A1_EG p4	8	8	<i>Gina: Yo nada más lo he visto en los decimales porque en el caso de los enteros, pues hablas específicamente de unidades, decenas y centenas, el cálculo es distinto. Realmente con los decimales hay ciertas reglas que no se cumplen con los números enteros, una teoría no tengo lo que yo te estoy explicando es producto de la experiencia</i>	
Procedimientos / para resolver algoritmos	A1_P1	9	9	<i>Marina: La respuesta es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades, o sea empecé a sumar el uno más el cero más el cuatro, entonces ahí rápido me dio la última, el cinco, y así me voy el dos más el cero más el cinco, y ya me da siete, así es como yo hago mis sumas.</i>	
KoT/Procedimientos/ algoritmos tradicionales	A1_EM p2	7	7	<i>Marina: Al momento de hacer la suma empezando por unidades de millar nos quedarían los números, por ejemplo en esta suma el ocho más, el dos nos da diez y ese uno que me está sobrando no sabría dónde colocarlo, pero si empiezo por las unidades sé que ese uno que me sobra lo paso a las decenas y si no a las centenas, igual para los pequeños si lo enseñamos a la inversa sería más complicado que sepan ubicarlos</i>	La profesora Marina, conoce procedimientos tradicionales con base en el orden y posición de las cantidades, por ello comienza por comparar los agrupamientos de unidades para luego seguir integrando las decenas y hasta centenas si no encuentra la respuesta antes
Procedimientos /Descomposición de una operación en	A1_P5	57	57	<i>Gina: En el caso de 141 yo lo que hice, según yo, es decir, bueno, dos por dos ahí son cuatro, entonces si voy juntando de a grupitos, dos por dos cuatro, y luego otros dos por dos son cuatro, y otros dos por dos son cuatro, tengo tres cuatros, y si los multiplico por tres son doce, entonces me dije ah ya me dio lo primero y estaba yo entre el 127 y el 128 y ya con lo que dijo Carla, dije ah, pues es el 128 y no el 127, ni el 141</i>	Gina resuelve la situación planteada recurriendo a la descomposición de la potencia en subgrupos de multiplicaciones de 2 para obtener el resultado
	A1_EG p1	2	2	<i>Gina: la potencia pues era una operación muy larga, entonces yo lo que hice que a mí se me hacía más fácil fue dividir la operación en grupitos de 2 cifras porque al fin y al cabo se estaba multiplicando el mismo número y el resultado, en las potencias de números, entonces fue una forma de simplificar la operación y los resultados que me salían de cada sub grupito al final volverlas a multiplicar para tener una estimación</i>	
Procedimientos / para resolver algoritmos/ raíz cuadrada	A1_P6	61	61	<i>Marina: tres por tres me da nueve que es el primer dígito, y me parece que después teníamos que buscar otro número que multiplicado por sí mismo nos diera seis o se acercara al seis, algo así, entonces me quedaría con 31.</i>	Marina conoce el procedimiento base para obtener una raíz, que es el cuadrado de un número, y a partir de ello y lo que recuerda del cálculo de raíces convencional, puede obtener aproximaciones cercanas al resultado
Procedimientos / para resolver	A1_P6	71	71	<i>Marina: Lo único que me acuerdo de la raíz cuadrada, es que el maestro nos dijo, lo primero que tienen que hacer</i>	

algoritmos, raíz cuadrada				<i>es buscar un número que multiplicado por sí mismo les de el primero, en este caso la centena, entonces el tres por el tres multiplicado me da nueve, ahí descarto luego luego el 28 y el 29, recuerdo vagamente que después se hace una resta así como la división normal, y posteriormente teníamos que multiplicar otro número que nos diera la decena...</i>	
procedimientos para resolver algoritmos, raíz cuadrada	A1_EM p5	11	13	<i>Marina: Si yo no tuviera el conocimiento de cómo hacer una raíz cuadrada, no podría hacer el proceso, el conocimiento mínimo para la raíz, es saber que el número multiplicado por sí mismo me tiene que dar la cantidad que está dentro de la raíz, multiplicados por sí mismos. El 28 y 29., para hacer esta operación tengo que empezar por las decenas, entonces 2x2 son 4 y en el 31 3x3 son 9, en estos casos debo buscar la decena que multiplicada se acerque a la centena, que en este caso es nueve</i>	
Procedimientos para resolver algoritmos	A1_P2	12	12	Gina: yo descarto la de 8101 porque igual le reste a la unidad de millar nueve, le reste dos mil, nueve mil menos dos mil para más fácil y rápido, pues nueve menos dos da siete	Gina conoce estrategias para resolver algoritmos, redondeando los agrupamientos y haciendo aproximaciones
procedimientos para resolver algoritmos	A1_P2	21	21	<i>Marina: La respuesta es 7897, porque de igual forma como las sumas ya me acostumbré a ir restando primero las unidades, a ocho le quito uno o el uno quiere alcanzar al ocho son siete, igual el cero quiere alcanzar al nueve son nueve, el uno quiere alcanzar al nueve son ocho, pero yo me voy directamente sobre el resultado</i>	
procedimientos para resolver algoritmos	A1_P2	25	25	<i>Marina; Soy como más metodológica, estaba escuchando a las compañeras que estaban empezando de la unidad de millar, pero ahí quedarían como dos respuestas posibles, entonces, pues yo me iría de una vez a hacer la metodología, como ya lo he hecho y que me de el resultado correcto.</i>	Marina utiliza su conocimiento para resolver algoritmos para desarrollar una estrategia que le permite descartar opciones sin tener que hacer toda la operación con base en el valor de posición y los agrupamientos, comienza siempre de derecha a izquierda y va comparando números hasta llegar al deseado
procedimientos para resolver algoritmos	A1_P2	27	27	<i>Marina: no porque haga primero la resta de las unidades me quedo con el resultado que esté allí, yo para asegurarme hago los primeros tres, en este caso llegamos a unidades de millar, hago los primeros tres: la resta de unidad, decena y centena y así ya tendría como un resultado más certero.</i>	
Procedimientos /Algoritmos tradicionales	A1_P3	34	34	<i>Gina: Mmm yo descarto la de 251 y la de 51, porque yo nada más use el 23 y el 34 para dividir, en la parte coloquial que decimos: cuántas veces cabe el 34 en el 23, pues nada más uno, ¿no? Entonces me fui fijando allí en los numeritos y los únicos que tienen uno son el 1382 y el 151 y esos dos no, por eso los descarte.</i>	Gina determina la cantidad de cifras del cociente de la división a partir relacionar el divisor y el dividendo, lo cual es una evidencia de conocimiento sistemático para resolver algoritmos
Procedimientos /operaciones inversas para resolver algoritmos	A1_P3	36	36	<i>Marina: Yo descarto el 1382 porque, así como comenta Gina, que hizo el 23 para el 34, sin embargo, pues no puede ser el 1382 porque al momento de hacer la comprobación si multiplico 1382 por 23 me va a dar más de lo que quiero dividir, entonces, pues esa también la descarto y ya me quedaría con 151</i>	Marina conoce la relación que existe entre la división y multiplicación como estructuras multiplicativas y a partir de ello determina cuál podría ser el rango del cociente, esta relación la expresa como "al momento de comprobar"
Procedimientos /estrategias de cálculo mental	A1_P4	45	46	<i>Gina: yo estaba tratando de ahorrarme trabajo mental y querer multiplicar dos por tres para ver si ahí me daba, pero, pues no, entonces analizando porque no me daba, pues tiene que ver con la parte que hablábamos de valor</i>	Gina explica como intento multiplicar las decenas, sin considerar que el producto de ellas sería mayor por las unidades que las conforman, después

					<i>posicional, entonces buscando otra estrategia que me pudiera ahorrar tiempo de cálculo no la encontré hasta que dijo Carla la suya de dos por ocho y dije ah si es cierto, Pero estaba tratando de multiplicar los primeros dos números para ver si me salía y en los resultados no había ninguno parecido</i>	retomo la estrategia de Marina que Carla también había retomado y encontró el resultado
	Procedimientos para resolver algoritmos, potencias	A1_P5	48	48	<i>Carla: Descarto el 14, porque ahí se llegaría a confundir que se está multiplicando el dos, por el siete y no, lo que se tendría que hacer es, multiplicar dos, por dos...</i>	Carla conoce el procedimiento que implica resolver una potencia y lo que significa el exponente
	Procedimientos para resolver algoritmos a partir del rango de los agrupamientos de decenas	A1_P6	68	68	<i>Carla: escogí 31 y no 29 porque Yo me fui más por la cuestión de la decena, no me fui tanto por el nueve, sino que al momento de que la raíz me está hablando de 961...</i>	Carla conoce que existe una relación entre el cuadrado de un número y su raíz, de modo que puede descartar el 29 porque su producto no se acerca al rango de la raíz planteada
	Procedimientos /Algoritmos tradicionales	A1_P7	74	74	<i>Carla: Descarto 7.3, porque me fui igual a empezar a multiplicar el uno por el siete, entonces por ahí de ley, pues si me va a seguir manejando la cuestión de ¿Cómo se llaman ahí?, ¿milésimas? Me van a aparecer ahí esas milésimas al momento de realizar yo mi operación</i>	Carla descarta opciones a partir de su conocimiento que retomo de la estrategia que compartió anteriormente la profesora Marina, de buscar coincidencias en los productos de unidades.
	Procedimientos /algoritmos tradicionales	A1_P7	76	76	<i>Gina: Descarto, 6.993 y 6.241, yo las descarté porque me copie la estrategia de Carla, entonces mi resultado al final me tiene que dar siete, a mi juicio, entonces como todas no tienen siete a excepción de la primera, pues entonces las descarto.</i>	Gina argumenta, con base en la estrategia de Marina (empezar a multiplicar las unidades) que en los resultados debe haber un producto de unidades que sea 7 y eso le permite descartar opciones
<b>K P M</b>	Prácticas ligadas a la matemática general/ el cálculo mental	A1_P2	31	31	<i>Carla: bueno, lo asimilo demasiado con la parte de cómo son operaciones donde estamos poniendo en práctica el cálculo mental</i>	Carla muestra conocimiento de prácticas matemáticas ligadas a la resolución de algoritmos, como el cálculo mental
	Prácticas ligadas a la matemática general/Razonamiento y cálculo mental	A1_P2	32	32	<i>Carla: Al momento de que yo veo los números, como la indicación es descartar las respuestas erróneas, entonces por eso me voy por los primeros, por ejemplo, en la suma yo me fui más por la cuestión de valor posicional porque dije, no puede ser 998 porque son solamente tres, entonces por medio de razonamiento y como es cálculo y cuestión de las estrategias que a nosotros nos faciliten de forma más rápida la obtención de un resultado.</i>	Carla expresa indicios de conocimiento sobre prácticas matemáticas de razonamiento a través del cálculo mental, que le permite observar que el rango de los agrupamientos no coincide con el rango de algunas opciones.
<b>C R E E N C I A S</b>	Creencias y valores/Formas de proceder	A1_P7	85	85	<i>Gina: Ah, pues yo en mi caso nada más quería comentar que yo creo que algunos ya este al momento de explicar el proceso mental que hicimos, se nos dificultó porque como que ya lo hacemos de una manera mecánica, y nos es difícil explicar que fue lo que paso en nuestra mente para poderlo realizar,</i>	Gina expresa que el conocimiento que poseen los profesores a veces tiende a ser mecanizado sin haber una reflexión o análisis de por medio
	Creencias y valores/Enseñanza con base en experiencias familiares	A1_P7	87	87	<i>Marina: Me quedo con... que nos quedamos con la metodología de, de...alguien significativo, porque yo me acuerdo que mi papá es muy bueno para las matemáticas y él me enseñaba, entonces él siempre me enseñó como a tener esa estructura, ese orden y que tiene que ser certero el resultado</i>	Marina indica que las relaciones afectivas son parte de la identidad de enseñanza del docente e impactan también el modo en que aprende, resuelve y enseña algo

VALORES	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia con otras personas	Cree	88	88	<p><i>Marina: En la preparatoria había un chico que era listísimo para el cálculo mental, entonces yo también le pregunté que cómo le hacía él y él también me dijo que “es que yo luego luego me voy con las unidades” luego decenas, luego centenas para cualquier cosa que hacía lo calculaba así, entonces yo trato de hacerlo así</i></p>	
---------	-----------------------------------------------------------------------------	------	----	----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

#### ***4.1.4 Informe de resultados de la actividad 1***

El conocimiento que los maestros ponen de manifiesto en esta actividad muestra las diversas estrategias y procedimientos prácticos en busca de resolver la tarea planteada, dichas estrategias tienen relación con las propiedades del SND y sus conceptos. El conocimiento de los profesores tiene un sentido práctico y de uso, se mencionan conceptos como el valor de posición y los agrupamientos, pero no se explican o definen, por esta razón no se integró como evidencia. Los maestros describen propiedades y procedimientos a partir de su uso.

#### ***4.1.5 KoT de la actividad 1***

##### ***4.1.5.1 Propiedades del SND***

Las propiedades del SND que conocen los profesores parten de su experiencia y uso. Los profesores han hecho observaciones de aspectos respecto al SND, que ellos no definen como propiedades. Uno de los conocimientos que enuncia una de las maestras, Marina, es referente al rango de los agrupamientos de los factores en una multiplicación y como estos permiten inferir el total de agrupamientos que pueden conformar el producto de la misma, al decir que si se multiplican decenas se obtienen centenas porque sabe que al multiplicar una base o agrupamiento este aumenta a la siguiente o siguientes unidades de orden. Marina conoce que el rango del agrupamiento en los factores determina el rango del agrupamiento en el producto, esto lo argumenta al decir que depende del valor de los números al multiplicarse.

*A1\_EMP4-9 Marina: las unidades y decenas multiplicadas nos arrojan una cantidad de tres cifras, entonces el resultado se aumenta hasta centenas, pero, siempre va a depender mucho de los números que tengamos como unidades y decenas para multiplicarse*

Otra de las observaciones que hacen los profesores de las propiedades de los números al operar con ellos, es que el producto de números pares siempre es par. En cuanto a los números decimales, la maestra Gina comenta que ha observado que la cantidad de decimales que tienen los factores de una multiplicación, se conserva en el producto. En el algoritmo de la multiplicación, al operar con decimales, se siguen los mismos pasos que con los números naturales, pero al final, en el producto, para ubicar el punto, se hace un conteo del total de decimales en cada factor, el cual se suma y entonces se cuentan los espacios en el producto

y se ubica el punto, por esta razón el número de decimales en el producto coincide con el total de decimales en los factores.

*A1\_EGp2-4 Gina: Cuando uno realiza varias veces este tipo de multiplicaciones pues no es como una regla establecida, pero los números que estaban multiplicando después del punto decimal tenían tres cifras, entonces en el resultado tenía que ser con estas seis cifras...*

#### **4.1.5.2 Procedimientos**

Los maestros conocen cuál es la función del valor de posición y los agrupamientos en la resolución de algoritmos, conocen que de acuerdo al orden al que pertenecen los agrupamientos se pueden desarrollar estrategias de cálculo mental. Los maestros argumentan hacer estimaciones a partir de los agrupamientos mayores, y otros como la profesora Marina lo hacen por las unidades, porque esta estrategia le permite hacer comparaciones más rápidas que con la estimación con agrupamientos mayores, esta técnica fue retomada más adelante por los otros profesores. El concepto de valor de posición es referenciado como una característica de la resolución de algoritmos tradicionales, donde se comienza por la derecha, se puede observar que las a partir de la descripción de los procedimientos algorítmicos los profesores referenciaban diferentes conceptos asociados al SND.

*A1\_P1-3 Carla: Descarto en la primera 998. Porque para poder resolverla me fui más por la cuestión del valor posicional, entonces ahí solamente se está manejando hasta centenas, cuando en la suma me está manejando unidades de millar*

*A1\_P1-9 Marina: La respuesta es 9575, a mí me da curiosidad que las compañeras empezaron por las unidades de millar, y yo empecé por las unidades*

En otros casos, cuando los procedimientos tradicionales no los acercaban al resultado, recurrían a procesos con base en las operaciones inversas, como la multiplicación del divisor y el cociente en la división para obtener el dividendo y validar su respuesta, o recurrir a la potencia para resolver la raíz. También usan la descomposición de una operación en otras más sencillas, por ejemplo, la profesora Gina descompuso la potencia de un número en mini multiplicaciones y luego integró sus productos para acercarse al resultado.

*A1\_P5-57 Gina: Mmm yo descarto la de 251 y la de 51, porque yo nada más use el 23 y el 34 para dividir, en la parte coloquial que decimos: cuántas veces cabe el 34 en el 23, pues nada más uno ¿no? Entonces me fui fijando allí en los numeritos y los únicos que tienen uno son el 1382 y el 151...*

*A1\_EMP5-11-13 Marina: Si yo no tuviera el conocimiento de cómo hacer una raíz cuadrada, no podría hacer el proceso, el conocimiento mínimo para la raíz, es saber que el número multiplicado por sí mismo me tiene que dar la cantidad que está dentro de la raíz*

*A1\_EGp1-2 Gina: a mí se me hacía más fácil fue dividir la operación en grupitos de 2 cifras porque al fin y al cabo se estaba multiplicando el mismo número y el resultado, en las potencias de números, entonces fue una forma de simplificar la operación...*

#### **4.1.6 KPM de la actividad 1**

##### **4.1.6.1 Prácticas ligadas a la matemática general**

Una de las prácticas que conocen los profesores es el tanteo o estimación como una práctica matemática ligada al aprendizaje del SND y sus características, pues implica poner en marcha diversos conocimientos de conceptos y propiedades para resolver problemas como cerrar los agrupamientos y guiarse por el rango de las cantidades para sumar, así lo expresa la maestra Carla. Es buscar estrategias que faciliten el obtener un resultado.

*A1\_P2-32 Carla: Al momento de que yo veo los números, como la indicación es descartar las respuestas erróneas, entonces por eso me voy por los primeros, por ejemplo, en la suma yo me fui más por la cuestión de valor posicional porque dije, no puede ser 998 porque son solamente tres, entonces por medio de razonamiento y como es cálculo y cuestión de las estrategias que a nosotros nos faciliten de forma más rápida la obtención de un resultado.*

#### **4.1.7 Creencias y valores**

Las creencias y valores que se expresan en esta actividad por parte de los profesores son en dos sentidos, el primero es respecto a la creencia de que para el docente es difícil explicar y enseñar el SND con base en la argumentación y reflexión, porque lo que los maestros conocen sobre el SND es de forma memorística y mecanizada. Gina expresa que los docentes tienen dificultades para expresar los procesos mentales involucrados en el aprendizaje del SND, porque tienen un conocimiento mecanizado y no reflexivo sobre el sistema.

*A1\_p7- 85 Gina: En mi caso, nada más quería comentar que yo creo que algunos, al momento de explicar el proceso mental que hicimos, se nos dificultó porque como que ya lo hacemos de una manera mecánica, nos es difícil explicar qué fue lo que paso en nuestra mente para poderlo realizar*

En segundo lugar, los profesores refieren que su estilo para resolver problemas matemáticos tiene una influencia familiar, así lo comentó Marina sobre cómo la manera en que su papá le enseñaba es el modo en que ahora ella resuelve las sumas y restas con cálculo mental.

*A1\_p7-*

*87 Marina: Me quedo con... que nos quedamos con la metodología de, de...alguien significativo, porque yo me acuerdo que mi papá es muy bueno para las matemáticas, entonces él siempre me enseñó como a tener esa estructura, ese orden y que tiene que ser certero el resultado*

#### **4.1.8 Resumen del conocimiento especializado de los profesores en la actividad 1**

En esta actividad se manifestaron conocimientos predominantes del lado izquierdo del modelo que corresponde a el conocimiento matemático. En los subdominios KoT en las categorías, conceptos, propiedades y procedimientos, de las prácticas matemáticas KPM se registra el razonamiento y cálculo mental, así como estrategias de enseñanza del KMT. En esta actividad no se registran elementos del conocimiento curricular KMLS, se mencionan además algunas y creencias y valores del profesor.

Los conceptos del KoT que predominaron, fueron el valor de posición, agrupamientos, orden y rango, los cuales fueron descritos en un sentido operativo, es decir, los profesores conocen estos conceptos y refieren que los usan cuando explican estrategia para la resolución de algoritmos, pero no sabemos con certeza que conocen de ellos. Los profesores manifestaron conocimientos sobre la propiedad multiplicativa del SND, las propiedades de los números y las reglas de los decimales, aunque no las denominaban propiedades sino, “peculiaridades” algo recurrente que habían observado en su práctica. Algunas prácticas matemáticas, KPM, que se comentaron, fueron el razonamiento y cálculo mental y como estas ayudan a los alumnos a reflexionar en las propiedades del SND que hay en los algoritmos.

#### **4.2. Informe de resultados de la actividad 2 “Análisis de una lección del libro de texto”**

Las tablas de transcripción y de la primera asignación en esta actividad se localizan en la sección de anexos (ver anexos 2 y 3). En esta actividad los profesores manifiestan conocimientos en todos los subdominios del modelo, a partir de su práctica y su experiencia

evocan los conocimientos que les permiten desarrollar diversas estrategias, adaptan recursos y materiales. Además, por medio de la observación de sus alumnos cuando enseñan, manifiestan cómo se acercan a los alumnos al aprendizaje de un contenido, qué les interesa conocer, sus dificultades y aciertos, así como el nivel de conceptualización que necesitan para apropiarse de un contenido y cómo deben ser secuenciados los temas para acercarlos a ello.

#### 4.2.1 Asignación y justificación

La tabla a continuación se conforma de siete columnas que describen el siguiente orden; subdominio del modelo, subcategoría de análisis, la nomenclatura de la actividad y la pregunta que corresponde con esa categoría, el segmento del profesor y la justificación del mismo.

**Tabla 7**

#### Asignación de categorías y justificación

Sub	Subdominio y categoría	Act	prin	fin	segmento	Justificación
K O T	Conceptos y definiciones/secuencia numérica	A2_ P1	6	6	<i>Gina: dependiendo de las estrategias que use el pequeño para resolverlo, también pueden ser secuencias numéricas y resta,</i>	Gina conoce que el concepto de secuencias numéricas es un contenido necesario para resolver problemas medida de tiempo, pero que el alumno necesita además diferentes habilidades como el manejo de la resta
	Conceptos/conversión	A2_ EMp 7	17	17	<i>Marina: La conversión es transformar de una cosa a otra o de unos elementos a otros</i>	Marina conoce el concepto de conversión
	Conceptos y definiciones/ejemplo de secuencia numérica	A2_ P2	14	14	<i>Gina: Para el caso del desafío matemático que nos presentas allí establece que las líneas de los autobuses pasan cada cierto tiempo, tienen un patrón de tiempo, entonces cada ciertos minutos pasan los camiones, creo que dice que cada 15 min la línea 1 y cada 50 la línea 2, entonces es como si fueran en este caso de 15 en 15 y de 50 en 50</i>	Gina explica cómo relaciona el concepto de "patrón" con la consigna que se indica en la lección presentada con el concepto de secuencia que define cómo ir de tanto en tanto
	Conceptos/Unidad de orden	A2_ EMp 7	17	17	<i>Marina: siempre el elemento es diez, diez unidades forman una decena, diez decenas, una centena, diez centenas, un millar</i>	Marina argumenta que un agrupamiento de diez siempre está contenido dentro de otro agrupamiento de diez, este es un indicio del concepto de unidad de orden
	Conexiones de complejización/conversión y	A2_ EGp 7	3	3	<i>Gina: En primero tenían que hacer conversiones con unidades a decenas y en este nivel (tercero) lo tienen que hacer con unidades de tiempo, pero es lo mismo y desde primero han tenido esta</i>	Gina explica la relación que existe entre las conversiones con la unidad de tiempo (60) y hacer agrupamientos de

	agrupamientos				<i>dificultad de saber que las unidades se pueden agrupar en agrupaciones más grandes y viceversa</i>	unidades a decenas, en ambos casos se pasa de una unidad de conteo a otra.
<b>K S M</b>	Conexión de simplificación/ secuencia-agrupamiento mínimo	A2_ P7	67	67	<i>Gina: así que creo que antes de seguir con la serie sería observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos</i>	Gina muestra conocimiento de las relaciones que existen entre los contenidos, desde la serie o secuencia, pasando por el agrupamiento mínimo
<b>K P M</b>	Prácticas ligadas a una temática /enseñanza progresiva del SND	A2_ P6	60	60	<i>Gina: Entonces, si es importante lo que comenta Marina, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la secuenciación que te digo llevarlos de lo más sencillo a lo más complejo para poder afianzar su conocimiento y que no se nos hagan pelotas</i>	Gina expresa la importancia de enseñar los contenidos matemáticos de manera progresiva para que los alumnos puedan entender los conceptos y evitar confundirse, que es la forma en cómo se trabajan los contenidos relacionados con el SND, como una construcción progresiva de los elementos del KoT
	Prácticas ligadas a una temática/ progresiva del SND	A2_ P7	68	68	<i>Gina: las colaboraciones que han tenido, la reflexión aquí es que todo, en los diferentes grados, abona. Entonces, si es progresiva la secuencia de conocimientos que debe tener un alumno</i>	Gina expresa su conocimiento de que la enseñanza del SND es progresiva, de modo que en cada año se construyen nuevos saberes, lo que él define como "cada año abona", esto es una evidencia de lo que anteriormente había esbozado con ejemplos específicos sobre la progresión de los conceptos matemáticos
	Prácticas ligadas a una temática/ estimación y cálculo mental	A2_ EGp 10	22	22	<i>Gina: a veces pensamos que el cálculo mental es que el niño sepa la respuesta correcta, y no, es para que el niño sepa hacer las operaciones, el cálculo mental también ayuda para tener pericia y rapidez porque las matemáticas son prácticas y rápidas, por ejemplo, si vas a la tienda tienes que hacer un cálculo rápido del cambio que vas a recibir o lo que vas a pagar porque si no te cobran de más</i>	Gina evidencia su conocimiento sobre el cálculo mental y las habilidades que desarrolla, al argumentar que consiste en más que solo hallar rápido un resultado, sino que permite resolver situaciones de la vida cotidiana de forma rápida y práctica
	Prácticas ligadas a la matemática general/ uso del lenguaje matemático	A2_ P7	77	77	<i>Gina: Nosotros y los niños avanzados no pueden explicar un contenido si no lo tienen bien establecido y ahí es cuando a ellos les sirve el poder explicarles a sus demás compañeros y a los niños que van en rezago les permite que una persona a su mismo nivel, con su mismo vocabulario, ( porque a veces, eso he visto, que a muchos se les dificulta el vocabulario) porque el vocabulario que el docente utiliza al explicar no es el adecuado, entonces cuando trabajan entre pares su lenguaje es el mismo y eso les permite entre ellos poder aprender.</i>	Gina expresa su conocimiento acerca de cómo el dominio de un contenido permite que este pueda ser explicado con mayor claridad, asimismo explica la importancia de un lenguaje matemático que sea comprensible para los alumnos, y de la oportunidad del trabajo entre pares para que los alumnos hagan una adaptación de lo que comprendieron sobre el contenido matemático y lo expliquen a sus iguales
<b>K M T</b>	Recursos y materiales/Adaptar un reloj para enseñar series de números	A2_ P3	21	24	<i>Carla: En tercero, algo que yo hice ahorita que estamos trabajando así a distancia, fue mandarles el relojito donde vienen las pestañitas en cada hora, para que debajo de cada hora pongan los minutos que corresponden Cuando resolvimos ese desafío, con su reloj para resolverlo iban moviendo la manecilla, entonces esto les llevo a facilitar el poder comprender cada uno de los resultados.</i>	Evidencia. Carla explica cómo a pesar de estar trabajando a distancia, implementó el uso del recurso del reloj con esta indicación específica de colocar una pestaña por cada número y debajo de ella los números, para que pudieran ver concretamente la secuencia de 5 en 5 que siguen los

					minutos en el reloj de manecillas al momento de manipularlo	
Recursos y materiales/el reloj para enseñar a resolver por secuencias	A2_P4	38	38	Carla:(prende la cámara y muestra un reloj que tiene marcadas las doce horas, en cada hora hay una pestaña que se levanta y debajo de cada pestaña está marcada la secuencia de 5 en 5 que siguen los minutos en el reloj) Este es un reloj que les ayudó a la hora de resolver el ejercicio porque por ejemplo en donde decía que la línea salía a las seis, entonces ellos en su reloj marcaban con sus manecillas la hora, ah porque ellos en las manecillas escribieron cuál correspondía a las horas y cuál a los minutos, entonces cuando les decía... Avanza la primer línea cada 15 minutos ellos lo iban sumando e iban manipulando y ahí fue cuando se dieron cuenta de que se estaba repitiendo un patrón	Carla muestra conocimiento de uso de recursos y materiales para aprender un contenido, en su argumento, da evidencia, explicando detalladamente como fue el diseño del reloj y como lo utilizaron los alumnos, de modo que les permitió reconocer un patrón numérico en la consigna de las líneas de autobuses que marcaba la lección del libro de texto	
Recursos y materiales/Relación de los múltiplos de tiempo del reloj con los múltiplos de medida de la regla	A2_P6	55	55	Marina: Yo lo trabajé como una regla, cuando Joel hizo su reloj yo le pedí que fuera marcando del 1 al dos las rayitas, uno, dos, tres, cuatro y el cinco sería la rayita ahí donde está el número, entonces así los fue marcando hasta llegar a los 60, entonces así identificó que la manecilla corta marca las horas y la larga los minutos y que entonces en esos números grandes, también hay otros números que son los minutos y así fue como lo logró identificar él, y esto también tiene el uso de la regla que tiene esta relación de los centímetros y los milímetros y como él ya había trabajado la regla, para él fue fácil ubicarlo de esta forma así en el reloj.	Marina muestra conocimiento de diferentes recursos que se pueden relacionar con la enseñanza de un contenido, además de cómo sus características pueden ayudar a comprender mejor un concepto. Mario argumenta que la regla que maneja los milímetros y centímetros que son los submúltiplos de la unidad de medida guarda una relación en cómo se leen los minutos en el reloj de manecillas, de modo que adapta esta estructura en el reloj para explicar la relación entre horas y minutos	
Estrategias y técnicas de enseñanza / uso de las secuencias numéricas para operar con la base 60 de medida de tiempo	A2_P3	25	25	Carla: Aquí es donde entra lo de la secuencia; que en la tablita 2 en donde la línea sale cada 50 minutos, ahí los niños se dieron cuenta de que el patrón va: 0, 50, 40, 30 y va disminuyendo de acuerdo al tiempo, y que ya después del 10 volvía al cero luego otra vez al 50, 40, 30, entonces allí fue donde se dieron cuenta de que estaba un patrón marcado y que en la cuestión de la hora se llegaba a repetir el 6 y luego 6:50 y luego 7:40.	Carla explica cómo es que los alumnos mediante el uso de material concreto era posible observar la secuencia numérica, pero especialmente el patrón recursivo que se presentaba en los horarios de salida de las líneas de autobuses, cuyo patrón recursivo se daba por la base 60 de la medida de tiempo	
K M T	Estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza/ técnicas de acuerdo al nivel cognitivo	A_P4	32	32	Gina: los pequeños que van con rezago, con ellos tendríamos que trabajar primero con el reloj que es material concreto para poder afianzar lo que no se pudo, digamos aprender en el segundo grado y poderlo trabajar de esa manera con ellos, ponerles dentro de cada numérico los minutos a que equivale cada número en el reloj, por ejemplo, que el 1 es 5, el 2 es 10, con material concreto para que lo pudieran resolver de acuerdo a su ritmo de aprendizaje.	Gina muestra conocimiento sobre las cómo se puede trabajar con los alumnos que van en rezago, reconoce que necesitan mayor apoyo cognitivo y que el material concreto les permitirá ver y manipular la secuencia de 5 detrás de los minutos del reloj de manecillas, además Gina recalca que esta estrategia es acorde al ritmo de aprendizaje de los alumnos, enseguida hace referencia a los alumnos que pueden sumar y de esta forma inferir la secuencia que se presenta, hasta los más avanzados que pueden descubrir que los minutos son los que cambian
	Estrategias, técnicas y tareas de enseñanza/enseñanzas progresivas	A2_P4	32	34	Gina: En el caso de los alumnos que ya son un poco más avanzados que incluso hacen sus hipótesis e inferencias, podría ser de dos maneras. Una podría ser sumando los minutos partiendo de un horario determinado que está	

					<i>allí, 11:10 “ ah bueno a los diez minutos sumarle los quince, incluso de ellos mismos, podría salir el contestar la página a través de secuencias numéricas. La segunda es que los niños más avispados podrían darse cuenta, como dijo Carla, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora</i>	hasta que se completa una base que indica cambio de hora, donde el docente puede intervenir, pues es un concepto complejo, esto da evidencia de que Gina conoce como trabajar diferentes estrategias para enseñar un contenido matemático y cómo adecuar el ritmo y nivel de aprendizaje con dichas estrategia
<b>K M T</b>	Técnicas, tareas y estrategias de enseñanza/ problemas situados	A2_ P5	45	45	<i>Gina: Desde mi punto de vista, a pesar de que haya distintas formas de medir el tiempo, en este caso con el reloj de manecillas y el otro el digital, en nuestra vida cotidiana necesitamos resolver problemas donde la unidad de medida es el tiempo, entonces por ejemplo si yo voy al camión y digo tardó treinta minutos y son las siete y media ¿alcanzaré a llegar? Son problemas situados donde uno tiene que resolver rápidamente y hacer operaciones con el tiempo.</i>	Gina argumenta sobre la importancia de relacionar el conocimiento matemático con situaciones de la vida cotidiana porque allí es donde se utiliza y se precisa además resolver de forma inmediata
	Fortalezas asociadas al aprendizaje de un contenido/dominar la conversión y el cambio de base facilita operar con las medidas de tiempo y longitud	A2_ P5	48	48	<i>Marina: Entonces creo que este tipo de conversiones a los niños se les tiene que enseñar, ya sea de tiempo, de medida, de longitud, para que los pueda relacionar y verlos más sencillos o más simples.</i>	Marina argumenta que trabajar conversiones, en este caso con la unidad de medida de tiempo y las de longitud, también les ayuda a relacionar otros contenidos más adelante y que sea menos complejo entenderlos
	Estrategias de enseñanza/Utilizar la estructura del reloj para enseñar la secuencia numérica	A2_ P6	58	58	<i>Gina: Hay ayudarlos a darse cuenta de este patrón de secuencia numérica que hay dentro del reloj, que del 1 al 2 hay cinco minutos, que se den cuenta de ese patrón y ya de allí poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación viene la suma repetida y entonces luego decir, cuantas veces se repitió el cinco en el uno, no, pues una vez y cuando llegas al 2, se repitió dos veces, entonces tendrías 10,</i>	Gina conoce como utilizar la estructura del reloj para mostrar al alumno lo que es una secuencia numérica y de forma progresiva seguir con la suma repetida y que dicho conocimiento será una base para el aprendizaje de la multiplicación en segundo grado
	Estrategias de enseñanza/Utilizar la estructura del reloj para enseñar la secuencia numérica	A2_ P6	59	60	<i>Gina: es importante que los alumnos conozcan porque en el 2 es el 10, en el 3 el 15, porque si no, recurrimos a la parte de lo que es la memorización, así de “bueno, tú nomas apréndete que ahí donde dice 3 significa 15” Cuando ellos comprenden como dice Marina la razón de porque ahí es el 15, les es más fácil porque ya lo razonaron y ya lo comprendieron entonces si es importante lo que comenta Marina, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la secuenciación que te digo</i>	Gina argumenta que trabajar la estructura del reloj como lo hizo Marina de ir marcando cada línea como un minuto les permite comprender por qué las marcas del reloj de manecillas se leen de cinco en cinco en vez de solo memorizar lo que equivale cada marca, esta es una evidencia de como Gabriel utiliza como estrategia la estructura del reloj para trabajar la secuencia.
<b>K F L M</b>	Teorías de aprendizaje personales/ reflexionar sobre los	A2_ P6	59	59	<i>Gina: es importante que los alumnos conozcan porque en el 2 es el 10, en el 3 el 15, porque si no, recurrimos a la parte de lo que es la memorización, así de “bueno, tu nomas apréndete que ahí donde dice 3 significa 15”</i>	Gina reconoce la importancia del razonamiento matemático que implica leer y utilizar la medida de tiempo, en vez de solo memorizar valores, pues al comprender cómo funcionan la

conceptos matemáticos				<i>Cuando ellos comprenden como dice Marina la razón de porque ahí es el 15, les es más fácil porque ya lo razonaron y ya lo comprendieron</i>	secuencia de 5 en 5 en el reloj, operar con la medida de tiempo les resulta menos difícil.
Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido/ conversiones por el cambio de base	A2_ P5	48	48	<i>Marina: Tiene varios objetivos este contenido, uno de los que yo veo muy notorio es que el niño pueda manejar estas herramientas para medir el tiempo y otra lo que es la conversión, lo relacione también con la regla y los milímetros, este tipo de contenidos que tienen que ver con la conversión, casi siempre tienen una dificultad para poder relacionarlo</i>	Marina conoce que entre las dificultades de los alumnos en el aprendizaje de las medidas de tiempo es la dificultad para hacer conversiones, porque están habituados al uso de la base diez del SND y sus agrupamientos, y se enfrentan a bases como 60 de las medidas de tiempo usando equivalencias de base 10
Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido /cambio de base, costumbre de usar la base 10 el SND	A2_ EMp 7	17	17	<i>Marina: El niño se queda con el concepto de diez. Ahora vamos con los milímetros, diez milímetros son un centímetro, pero diez centímetros no es un metro, aquí el patrón cambia y para que él pueda comprender estos valores donde su estructura es diferente, debe comprender que no siempre va a ser diez para que vaya cambiando</i>	
Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido/ Comprender la base 60	A2_ P3	17	18	<i>Gina: En el caso mío como yo la trabaje en tercer año, los pequeños usaban la suma, por ejemplo 10:55 y que pasa cada 50 minutos el camión, entonces ellos al 55 le sumaban otros 50, entonces la hora les daba las 11 con 105 minutos, precisamente no llegaban a comprender que la hora nada más tiene hasta 60 minutos y que lo demás quedaba fuera. La noción de entender que no lo iban a resolver simplemente sumando, porque en algunas ocasiones, como en esa tabla, pues te salían minutos de más, como 75, 85, se les dificultaba entender que ya cuando les daba ese tipo de resultados, lo que restaba eran minutos que quedaban después de la hora. Esa era la mayor dificultad, que todavía no comprendían que una hora tenía 60 minutos</i>	Gina explica cómo los alumnos se confunden al sumar minutos porque olvidan que cada 60 minutos deben cambiar a una nueva base, esto es una evidencia de conocimiento de que la principal dificultad de los alumnos es operar con una base diferente a la que conocen, por ello, aunque sus sumas son correctas, al convertir y expresar el resultado no corresponde con la forma en que se lee y escribe la medida de tiempo
Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido/ cambio de base, conversión de unidades de medida	A2_ P3	26	26	<i>Gina: También hay una dificultad; que los peques desde primer año tienen; hacer conversiones, por ejemplo, en primero tienen la dificultad de hacer la conversión de la las unidades a decena, entonces esto parece ser que se repite en lo que es el contenido de medidas de tiempo, porque si lo vemos de este modo la hora pues es una unidad de medida que tiene minutos</i>	Gina tiene conocimiento sobre las dificultades en la comprensión y operación de las medidas de tiempo, una de estas dificultades es la conversión, la cual además comienza desde primer año, cuando los alumnos tienen que pasar de las unidades a las decenas y viceversa, lo cual se relaciona con la conversión de unidades de tiempo
	A2_ EGp 7	3	3	<i>Gina: En el caso de primero que tengan 11 unidades y sean capaces de convertir esos once pesos a una decena más una unidad, o 23 unidades y que sean capaces de inferir 23 unidades, son dos decenas con tres unidades, a ellos se les hace muy difícil interpretar que las unidades se pueden pasar a decenas, y esto es lo mismo que pasa con las unidades de tiempo</i>	
Formas de interacción con un contenido/procesos heurísticos	A2_ P4	36	36	<i>Carla: Es cuestión de que uno también como maestro sepamos escuchar a nuestros alumnos, porque ellos mismos incluso sin romperse tanto la cabeza llega al resultado, entonces es cuestión</i>	Carla argumenta la forma en que los alumnos utilizan sus propios procesos heurísticos para resolver un problema, en este caso, ellos una vez que

					<i>de ver que tan avisgado está nuestro grupo como para resolver los problemas como en este caso que lo que hacían era contar de hora en hora pero quitando 10 min, así si eran las seis más una hora 7 le quitamos diez min. 6:50 luego 6:50 más una hora siete cincuenta, le quitamos diez 7:40 pero esa hipótesis es producto de la observación y la pericia analítica que tengan los alumnos.</i>	dominan la base 60 y comprenden que implica un cambio de hora, no suman de 60 en 60, sino la hora completa, al modo que lo harían con una centena, y hacen el ajuste de minutos faltantes lo que les ayuda a operar con la medida de tiempo y también les permite mirar patrones y cómo se van comportando los números
<b>K F L M</b>	Formas de interacción con un contenido/Estrategias de cálculo mental para economizar procesos	A2_ EGp 9	19	20	<i>Gina: En los libros de primero a cuarto se maneja el cálculo mental y a través de ello los niños van creando también estrategias que les permitan economizar procesos sin tenerlos que escribir, por ejemplo, 400-190, lo que hacen es redondear 190 a 200 y restar 400-200 y luego le quitas 10 y esto es una economía del pensamiento. Redondean porque es más fácil contar enteros de hora y quitarle nomas los diez minutos que estar contando cada 60 y luego 50 es más complicado</i>	Gina argumenta conocimiento acerca de las estrategias para economizar proceso que permite desarrollar el cálculo mental, el ejemplo que utiliza permite visualizar las propiedades de los agrupamientos y números cerrados en este proceso de economía
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/la utilidad de en la vida cotidiana	A2_ P5	42	42	<i>Carla: Aquí la situación es que ellos mismos se pongan a pensar el porqué del contenido, entonces es decirles, pues es que es un contenido que te va a servir en la vida diaria.</i>	Carla conoce que uno de los intereses de los alumnos es que lo que aprenden tenga uso en su vida diaria, por ello argumenta que además de hacerlos reflexionar en el contenido, los alumnos deben saber que este conocimiento les será de utilidad
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/ la relación con la vida real	A2_ P5	46	46	<i>Gina: hacer conversiones para saber si voy a llegar a alguna cita, cuánto me queda de tiempo para llegar a algún lugar, o en el caso de los niños puede ser: salimos diez minutos tarde y nuestro recreo es a las diez y media, entonces cuantos minutos de recreo me quedan ahora.</i>	Gina conoce los intereses de los alumnos sobre el uso de un contenido en su vida diaria, y argumenta cómo el hacer conversiones tiene aplicación con diferentes situaciones cotidianas
<b>K M L S</b>	Nivel de desarrollo conceptual/ secuencias en primero y segundo	A2_ P2	14	15	<i>Gina: si lo vemos desde la parte inicial de cómo lo ven en primero y segundo, lo podrían resolver mediante secuencia numérica. En tercer año ya se meten problemas de tiempo, entonces los alumnos ya debieron haber tenido las bases en primero y segundo como lo que te comentaba; secuenciación numérica, definir bien el concepto de hora, de minuto, para poder resolver problemas de este tipo.</i>	Gina conoce cuales son los conocimientos que se esperan de los alumnos en diferentes grados antes de llegar al grado al que pertenece la lección presentada y con base en ello describe cómo puede trabajarse el contenido matemático en cada uno de estos grados.
	Nivel de desarrollo conceptual/gradualidad en la dificultad de hacer conversiones	A2_ P3	26	26	<i>Gina: entonces ahí viéndolo en su nivel, y luego traspolando a un nivel de tercero volvemos a tener otra barrera cognitiva, ya no con las decenas y las unidades, ahora su dilema es la conversión de los minutos a lo que es una hora a la que solamente le caben 60 minutos.</i>	Gina argumenta que la barrera cognitiva que enfrentan los niños con el manejo de la base 60 tiene su antecedente en los grados anteriores, donde se trabajó la conversión de unidades a decenas
					<i>Gina: no entienden en este caso de las horas que dentro de esa hora hay una unidad más pequeña y se les hace difícil hacer esta conversión precisamente porque este proceso no lo lograron realizar bien desde primero</i>	
	Nivel de desarrollo conceptual y procedimental	A2_ P3	28	28	<i>Gina: A partir de cuarto, quinto y sexto ya vemos otra unidad, incluso en cuarto me parece, decimos, milésimos, entonces me parece que a los</i>	Gina conoce que en los grados de cuarto a sexto de primaria se trabaja con los números decimales, por ello

esperado para el aprendizaje de un contenido/ manejo agrupamientos y las conversiones				<i>pequeños es muy importante poderles plantear bien la unidad de medida y hacer conversiones, para que ellos puedan trabajar bien este tipo de desafíos con dificultades menores al momento de resolverlos</i>	explica la importancia de que los niños sepan cómo hacer conversiones y manejar otras unidades de medida para que tengan menos dificultades en grados superiores
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/ Hacer hipótesis de cómo resolver un problema	A2_ P4	33	33	<i>Gina: En el caso de los alumnos que ya son un poco más avanzados que incluso hacen sus hipótesis e inferencias, podría ser de dos maneras. Una podría ser sumando los minutos partiendo de un horario determinado que está allí, 11:10 "ah bueno a los diez minutos sumarle los quince, incluso de ellos mismos podría salir el contestar la página a través de secuencias numéricas.</i>	Gina tiene conocimiento de las diferentes estrategias que pueden usar los alumnos para trabajar el contenido
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/inferir procesos como la secuencia numérica	A2_ P4	34	34	<i>Gina: La segunda es que los niños más avisados podrían darse cuenta, como dijo Carla, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora</i>	en la lección "línea de autobuses" de acuerdo a su nivel de desarrollo, por medio de sumas, cuidando el cambio de base, o una vez determinado el patrón, solamente seguir esa regla y poder establecer cada uno de los horarios de las partidas de camiones
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/Secuencias numéricas en primero y segundo	A2_ P6	57	57	<i>Gina: Es importante, como dice Marina, que seamos muy específicos en cuanto a las partes del reloj, utilizar los aprendizajes previos que tiene el alumno, que afianzo en primer año, vuelvo a lo mismo, las secuencias de 5 en 5 de 10 en 10, que en el reloj va de 5 en 5 hasta llegar a 60 que corresponde a la hora.</i>	Gina argumenta acerca de los aprendizajes previos que los alumnos necesitan poner en marcha para abordar un contenido y da evidencia de conocimiento sobre el nivel de desarrollo conceptual de un alumno de primero respecto a lo que debe conocer antes de seguir avanzando en el trayecto escolar
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/ comprensión de la base 60 de la medida del tiempo para trabajarla	A2_ P7	64	64	<i>Gina: Lo más, más elemental para que el estudiante pudiera trabajar esta lección sería que el estudiante conociera lo que vale la unidad de tiempo, hora, su equivalencia en minutos, y de no tenerlo tendríamos que regresar a explicar la estructura del reloj, y la noción de hora y su equivalencia</i>	Gina describe que uno de los conocimientos básicos que se espera que desarrollen los alumnos, es el concepto de hora y su equivalente en minutos y que en caso de no tener este concepto desarrollado se tendrá que volver a explicar
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/ que los alumnos sepan contar para comprender la estructura del reloj	A2_ P7	65	65	<i>Carla: Así como lo había comentado Gina, la secuencia, que los niños tengan esa habilidad para contar, por ejemplo, aquí la ocupamos con los minutos de 5 en 5, que tengan un conocimiento y ubicación de los números por lo menos del uno al sesenta, porque si el niño no reconoce estos números va a ser muy difícil que pueda identificarlos al momento de ubicar una hora.</i>	Carla conoce que los alumnos deben saber contar de 5 en 5 y si no por lo menos al 60 para que puedan abordar la lección planteada, de otro modo si no tienen este nivel de desarrollo les será muy complicado
Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un	A2_ P7	67	67	<i>Marina: Recordé una niña con la que estoy trabajando, que tiene rezago y ella antes de poder contar me di cuenta de que no sabía hacer agrupamientos, entonces le empecé a ayudar a formar grupitos de objetos, así que creo que</i>	Marina argumenta a partir de su experiencia en la enseñanza del contenido de tiempo, y del nivel de desarrollo del alumno con quien lo trabajo, que para que los alumnos

	contenido/ se espera que el alumno pueda hacer agrupaciones y contar para enseñar secuencias				<i>antes de seguir con la serie sería observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos para luego seguir con el conteo de tantos en tantos.</i>	puedan hacer secuencias numéricas deben saber hacer agrupamientos mínimos y conteo uno a uno, para reducir las dificultades con el tema
K M L S	Secuenciación de los temas/temas en primer grado	A2_ P7	69	69	<i>Gina: pero antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo Marina y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno.</i>	Gina conoce que los alumnos antes de saber usar las secuencias numéricas deben saber agrupar, formar colecciones y antes de ello comenzar por el conteo uno a uno
	Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido/conocimientos necesarios antes de llegar a tercer grado	A2_ P7	70	70	<i>Gina: Si vamos desentrañando poco a poco los conocimientos básicos que debe tener un alumno, te das cuenta de que todo abona. Un alumno que sabe resolver este tipo de desafío es un alumno que sabe contar, correspondencia uno a uno, sabe formar colecciones, después forma lo que son las secuenciaciones numéricas, sabe hacer conversiones.</i>	Gina conoce cuál es la secuencia de conocimientos que debe desarrollar un alumno al pasar por diferentes grados, el conteo uno a uno, formar colecciones, secuencias y posteriormente hacer conversiones para así resolver el problema que se plantea en la lección de libro de texto
	Secuenciación de los temas/ de primero a tercero	A2_ P2	11	12	<i>Gina: Este contenido como bien dices es de tercer grado, entonces si se ve que hay una secuenciación de lo que el niño debe conocer, por ejemplo, en primer grado y segundo grado los pequeños conocen las secuencias numéricas de 5 en 5 de 10 en 10 de 20 en 20, si tienen bien establecida esa noción lo van a resolver con mayor facilidad. 12. Entonces si ve allí una progresión de los aprendizajes esperados de primero, segundo y tercero.</i>	Gina conoce y describe cual es la secuencia de temas que los alumnos deben conocer de primero a tercero para poder abordar el contenido de la lección con mayor facilidad, aclara además que dicha secuencia de temas es progresiva y está presente en los aprendizajes esperados en el currículo de primaria
K M L S	Secuenciación de los temas/ la suma repetida se trabaja antes de la multiplicación en segundo grado	A2_ P6	58	58	<i>Gina: para poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación viene la suma repetida y entonces luego decir, cuantas veces se repitió el cinco en el uno, no, pues una vez y cuando llegas al 2, se repitió dos veces, entonces tendrías 10,</i>	Gina conoce que en segundo grado el contenido que se trabaja es la suma repetida antes de pasar a la multiplicación.
	Secuenciación de los temas/ en primer grado	A2_ P7	69	69	<i>Gina: Es muy difícil que logre pasar al siguiente nivel, si no tiene bien ese conocimiento previo. Pero para lograr tener ese conocimiento previo él debió haber conocido primero las secuencias numéricas y ese es conocimiento de primer año, pero antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo Marina y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno.</i>	Gina muestra evidencia de conocimiento respecto a los temas que se abordan en cada grado escolar y lo que un alumno debe conocer antes de abordar un contenido como la medida del tiempo, de modo que explica que si este no se afianzó a cuál se debe regresar empezando por el conteo uno a uno
	Secuenciación de los temas/conversiones	A2_ Emp 7	17	17	<i>Marina: desde las unidades y decenas, de hecho esta es la primera transformación que tiene el niño de unidades a decenas</i>	
	Secuenciación de los temas/Conversiones	A2_ Emp 7	17	17	<i>Marina: una de las primeras conversiones que ven los pequeños son los milímetros a centímetros, entonces ellos tienen que tener el concepto de que diez milímetros son un centímetro, después pasan a lo del libro de texto que es de tercero que es lo del tiempo</i>	Marina conoce que el tema de conversiones se aborda primero con unidades a decenas, después con la unidad de medida de longitud y posteriormente s con la medida de tiempo
C R	Valores y creencias, sobre la enseñanza a	A2_ P6	54	54	<i>Marina: Yo, esto no lo he implementado con mis alumnos, sin embargo, pues tengo un hermano</i>	Marina: expresa que en su enseñanza existe una influencia determinada por

E E N C I A S	partir de la experiencia personal			con Asper y una de sus características es que él es muy literal, a él le costó mucho trabajo esta parte que mencionas que como puede hacer esta diferencia	el deseo de lograr que su hermano comprenda un tema, y luego, considerando que esta misma situación de dificultad en el aprendizaje, puede presentarse en la práctica de Marina replica su modelo de enseñanza a partir de su experiencia personal
---------------------------------	-----------------------------------	--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

#### 4.2.2. KoT de la actividad 2

##### 4.2.2.1 Conceptos y definiciones

En esta actividad el tema central es la media de tiempo, la cual se trabaja mediante un ejercicio de líneas de autobuses que salen cada cierto tiempo. Los conocimientos que los profesores expresan son, la secuencia numérica y la profesora Marina, mencionó la conversión y lo que podría definirse como unidad de orden, ello lo menciono como que cada agrupamiento de diez al multiplicarse por la base 10 forma una nueva unidad de orden o agrupamiento, como se muestra a continuación.

*A2\_EMP7 17 Marina: La conversión es transformar de una cosa a otra o de unos elementos a otros*

*A2\_EMP7-17 Marina: siempre el elemento es diez, diez unidades forman una decena, diez decenas, una centena, diez centenas, un millar*

#### 4.2.3 KPM actividad 2

##### 4.2.3.1 Practicas ligadas a una temática matemática

En cuanto a las prácticas matemáticas para la enseñanza de un contenido, la profesora Gina expresa su conocimiento sobre la enseñanza progresiva del SND, donde cada uno de los conceptos que se aprenden, como enseñar como se ve la secuencia de números en la regla, y luego enseñar las secuencias sin el registro, de modo que cada aprendizaje abona al siguiente. También comento sobre la estimación y el cálculo mental como herramientas que permiten al alumno razonar ágilmente en situaciones cotidianas como las compras.

*A2\_P6* *-60* *Gina:*  
*Entonces, si es importante lo que comenta Marina, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la*

*secuenciación que te digo llevarlos de lo más sencillo a lo más complejo para poder afianzar su conocimiento*

*A2\_EGp10-22 Gina: a veces pensamos que el cálculo mental es que el niño sepa la respuesta correcta, y no, el cálculo mental también ayuda para tener pericia y rapidez porque las matemáticas son prácticas y rápidas, por ejemplo, si vas a la tienda tienes que hacer un cálculo rápido del cambio que vas a recibir o lo que vas a pagar porque si no te cobran de más*

#### **4.2.4 KSM actividad 2**

##### **4.2.4.1 Conexiones de complejización**

Entre las conexiones que los profesores mencionaron, fue una de simplificación, que permite abordar un contenido más difícil a partir de uno sencillo, en este caso la profesora Gina comento que para que los alumnos puedan seguir avanzando con el concepto de serie o secuencia, es necesario que entiendan que es un agrupamiento mínimo.

*A2\_P7-67 Gina: así que creo que antes de seguir con la serie sería observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos*

##### **4.2.4.2 Conexiones de simplificación**

En cuanto a las conexiones de simplificación que permiten explicar conceptos complejos a partir de conceptos más sencillos o básicos, la maestra Gina mostró conocer la relación entre el concepto de secuencia numérica y agrupamiento mínimo, lo cual le permitiría al alumno llevar una secuencia si puede contar de tantos en tantos, usando un agrupamiento mínimo.

*A2\_P7* *-67 Gina: Antes de seguir con la serie, sería observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos*

#### **4.2.5. KMT actividad 2**

El colectivo de maestros en esta actividad dio evidencia de conocimiento sobre la enseñanza en cuanto a recursos, materiales, técnicas y estrategias de enseñanza para abordar un contenido, tomando otros conceptos y referentes como apoyo.

#### **4.2.5.1 Recursos y materiales**

El conocimiento de materiales por parte de los profesores consiste no solo en seleccionar aquellos que son pertinentes para abordar el contenido, además hacen adecuaciones en los materiales para aprovechar su uso, por ejemplo Carla construyó con sus alumnos el reloj de manecillas con la característica de que en cada número que marcaba la hora, había puesto una pestañita para escribir debajo los números de cinco en cinco, ya que Carla conoce que esta estrategia con el material les permite a los alumnos identificar el patrón o secuencia que siguen los números en el diseño del reloj, que además es recursivo cada que se completa una hora, tal como lo es la serie numérica del SND.

*A2\_P4-38 Carla: ... ellos en su reloj marcaban con sus manecillas la hora (debajo de cada hora, estaba escrita la secuencia de 5), entonces cuando les decía...avanza la primer línea cada 15 minutos ellos lo iban sumando e iban manipulando*

Marina adaptó el recurso del reloj para favorecer la enseñanza de la secuencia de los autobuses, en vez de escribir la secuencia de cinco en cinco, colocó las cinco rayitas, debajo de cada hora, hasta llegar al 60, tal como aparecen las líneas de los milímetros en un centímetro de la regla, para que sus alumnos comprendieran mejor, que así como en la regla dentro de una media hay otra en los centímetros hay milímetros, en la unidad de tiempo dentro de la hora hay minutos

*A2\_P6-55 Marina: Yo lo trabajé como una regla, cuando Joel hizo su reloj yo le pedí que fuera marcando del 1 al dos las rayitas, uno, dos, tres, cuatro y el cinco sería la rayita ahí donde está el número, entonces así los fue marcando hasta llegar a los 60, entonces así identificó que la manecilla corta marca las horas y la larga los minutos y que entonces en esos números grandes están contenidos otros números más pequeños*

#### **4.2.5.2 Estrategias y técnicas de enseñanza**

Las profesoras Carla y Gina describen como adecuan las estrategias de enseñanza para trabajar con los diferentes niveles de aprendizaje del grupo, así como la forma en que los alumnos a través de estas estrategias se apropian de los contenidos. Carla explica cómo a través de las secuencias los alumnos desarrollaron una estrategia para agilizar el proceso de sumar de 50 en 50 en la base 60, sumando de hora en hora y quitando 10 min al resultado, por otro lado, Gina describe que de acuerdo al nivel cognitivo del alumno es la estrategia que

utiliza, con los alumnos con mayor dificultad cognitiva utiliza material concreto donde ellos puedan manipular y ver las secuencias del reloj, en cambio, los más avanzados a través de las secuencias de 15 en 15 pueden descubrir que solamente cambian los minutos pero cada que llegan a 60 deben hacer un cambio de base, además es necesario vincular estos conocimientos con aspectos de la vida cotidiana, presentar a los alumnos situaciones como calcular el tiempo de llegada a la escuela.

*A2\_P3-25 Carla: Aquí es donde entra lo de la secuencia; que en la tablita 2 en donde la línea sale cada 50 minutos, ahí los niños se dieron cuenta de que el patrón va: 0, 50, 40, 30 y va disminuyendo de acuerdo al tiempo, y que ya después del 10 volvía al cero luego otra vez al 50, 40, 30, entonces allí fue donde se dieron cuenta de que estaba un patrón marcado*

*A2\_P4 32-34 Gina: los pequeños que van con rezago, con ellos tendríamos que trabajar primero con el reloj que es material concreto, ponerles dentro de cada numerito los minutos a que equivale cada número en el reloj, por ejemplo, que el 1 es 5, el 2 es 10. En el caso de los niños más avisados podrían darse cuenta, como dijo Carla, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora*

La profesora Marina argumenta que enseñar la conversión con diferentes unidades de medida permite a los alumnos familiarizarse con el cambio de una unidad a otra. Gina explica la importancia de justificar el uso de los materiales de cierta forma, tal es el caso de las líneas y secuencias de 5 en el reloj, el alumno no solo debe memorizarlas, sino comprender por qué razón, debajo de cada número que marca una hora, hay 5 minutos, y qué relación tiene con la unidad de medida de 60 del tiempo.

*A2\_Emp7-17 Marina: El niño se queda con el concepto de diez. Ahora vamos con los milímetros, diez milímetros son un centímetro, pero diez centímetros no es un metro, aquí el patrón cambia y para que él pueda comprender estos valores donde su estructura es diferente, debe comprender que no siempre va a ser diez para que vaya cambiando*

## **4.2.6 KFLM actividad 2**

### **4.2.6.1 Teorías de aprendizaje personales**

Los profesores expresan como han construido sus teorías personales de aprendizaje con base en su práctica, los aciertos y dificultades que han encarado, es muy probable que también tengan influencia teórica de sus años de formación o de los cursos a los que asisten, pero durante el desarrollo de la actividad los profesores no hicieron alusión a algún autor o teoría

establecida. Gina explicó sobre la importancia de comprender por qué y cómo funciona la secuencia numérica en el reloj para que el alumno no solo memorice la secuencia, sino que cuando tenga que enfrentar situaciones en el tiempo o la lectura del tiempo tenga una noción establecida que le facilite el proceso

*A2\_P6 59 Gina: es importante que los alumnos conozcan porque en el 2 es el 10, en el 3 el 15, porque si no, recurrimos a la parte de lo que es la memorización, así de “bueno, tú nomas apréndete que ahí donde dice 3 significa 15” Cuando ellos comprenden como dice Marina la razón de porque ahí es el 15, les es más fácil porque ya lo razonaron*

#### **4.2.6.2 Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido**

Las principales dificultades a las que hicieron referencia los profesores fueron, las conversiones de una unidad de medida a otra, el cambio de base, la base diez, y el manejo de los agrupamientos desde los primeros grados. Convertir las horas a minutos o sumar con la medida de tiempo es difícil para los alumnos porque están habituados a usar la base 10 incluso con la unidad de longitud tienen dificultad, es necesario que comprendan que existen diferentes bases además de la 10, como lo explica Marina

*A2\_EMP7-17 Marina: El niño se queda con el concepto de diez, diez milímetros son un centímetro, pero diez centímetros no es un metro, aquí el patrón cambia y para que él pueda comprender estos valores donde su estructura es diferente, debe comprender que no siempre va a ser diez para que vaya cambiando*

La profesora Gina también hace referencia al cambio de base como dificultad, pues los alumnos cuando suman minutos olvidan cambiar de hora cuando llegan al 60 y cometen errores como decir que son las 10: 75 en vez de 11:15. Esta dificultad no es exclusiva de la medida de tiempo, como Marina expresó, también hay confusión con los múltiplos de longitud, y Gina comentó además que esta dificultad comienza en los primeros años cuando el alumno tienen que formar agrupamientos a partir de la base diez, comenzado por las unidades, si el alumno no comprende cómo se integran los agrupamientos desde estos primeros grados, seguirá teniendo dificultad en grados posteriores, especialmente si usan una base que no es diez.

*A2\_P3-26 Gina: ... En primero tienen la dificultad de hacer la conversión de las unidades a decena, entonces esto parece ser que se repite en lo que es el contenido de medidas de tiempo, porque si lo vemos de este modo la hora, pues es una unidad de medida que tiene minutos*

#### **4.2.6.3 Formas de interacción con un contenido**

Derivado de la observación y el trabajo en clase, los profesores conocen algunas formas en cómo interactúan los alumnos con un contenido, estas son prácticas, y buscan economizar procedimientos, parten de un conocimiento base que sumado a la reflexión y análisis permite desarrollar estrategias. Pongamos por caso, cuando los alumnos, según comentó Carla, tienen que sumar secuencias de 50 minutos con la base 60, lo que hacen es sumar las horas completas y restar diez minutos cada vez, así siendo las 4:30 más 50 minutos, serían las 5:20. Otro caso que argumenta Gina, es cuando tienen que hacer una resta con números muy cercanos al siguiente agrupamiento, para no hacer el algoritmo redondean las cantidades y hacen la cuenta mentalmente.

*A2\_EGp9-19-20 Gina: los niños van creando estrategias que les permitan economizar procesos sin tenerlos que escribir, por ejemplo, 400-190, lo que hacen es redondear 190 a 200 y restar 400-200 y luego le quitas 10 y esto es una economía del pensamiento.*

*A2\_P542 Carla: Aquí la situación es que ellos mismos se pongan a pensar el porqué del contenido, entonces es decirles, pues es que es un contenido que te va a servir en la vida diaria.*

#### **4.2.6.4 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido**

La principal expectativa que tienen los alumnos sobre un contenido de acuerdo con los argumentos de los profesores, es que este contenido tenga relación con la vida cotidiana, que les permita resolver situaciones que se les presentan en su vida diaria, como calcular el tiempo para llegar a una cita, el tiempo de desplazamiento de un lugar a otro, cuánto dura el recreo como lo explica Gina.

*A2\_P5-46 Gina: hacer conversiones para saber si voy a llegar a alguna cita, cuánto me queda de tiempo para llegar a algún lugar, o en el caso de los niños puede ser: salimos diez minutos tarde y nuestro recreo es a las diez y media, entonces cuantos minutos de recreo me quedan ahora.*

### **4.2.7 KMLS actividad 2**

#### **4.2.7.1 Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para el aprendizaje de un contenido**

Los maestros reflejan un conocimiento sobre el nivel de desarrollo conceptual que se espera de los niños, en relación con los temas que se abordan en los programas y los libros, los profesores saben qué conocimientos necesitan o se esperan de los alumnos para poder abordar un contenido en este caso comentaron sobre las conversiones, el manejo de agrupamientos, la secuencia numérica, sumas repetidas, agrupamiento mínimo, conteo uno a uno y la noción de hora y su equivalente a 60. Los maestros conocen que en un mismo grupo existen diferentes niveles de desarrollo conceptual, por lo tanto, las estrategias para abordar un contenido se ajustan a estos niveles como ellos lo explican.

*A2\_P7-64 Gina: Lo más, más elemental para que el estudiante pudiera trabajar esta lección sería que el estudiante conociera lo que vale la unidad de tiempo, hora, su equivalencia en minutos*

*A2\_P7-65 Carla:...que los niños tengan esa habilidad para contar, por ejemplo, aquí la ocupamos con los minutos de 5 en 5, que tengan un conocimiento y ubicación de los números por lo menos del uno al sesenta, porque si el niño no reconoce estos números va a ser muy difícil que pueda identificarlos al momento de ubicar una hora.*

*A2\_P7-67 Marina... creo que antes de seguir con la serie sería observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos para luego seguir con el conteo de tantos en tantos.*

La profesora Gina explica que los alumnos que tienen un bajo desarrollo conceptual deben desarrollar el conteo uno a uno, formar colecciones, conocer la serie, hacer secuencias numéricas, sumas iteradas antes de poder abordar el contenido de medidas de tiempo, en cambio, los que son más avanzados lo pueden hacer directamente usando secuencias numéricas que les permitan sumar minutos y recordar el cambio de base, inferir por ellos mismos donde se genera un patrón de numeración y establecer los horarios de las partidas sin tener que hacer las sumas y más adelante poder hacer conversiones. En cada ciclo escolar, los temas que se aprenden “abonan” es decir, integran conceptos nuevos que permiten a los alumnos desarrollar estrategias para abordar temas nuevos como la unidad de medida del tiempo.

*A2\_P7-69-70 Gina:... antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo Marina y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno. Si vamos desentrañando poco a poco los conocimientos básicos que debe tener un alumno, te das cuenta de que todo abona. Un alumno que sabe resolver este tipo de desafío es un alumno que sabe contar, correspondencia uno a uno, sabe formar colecciones, después forma lo que son las secuenciaciones numéricas, sabe hacer conversiones.*

Marina sigue el argumento de la profesora Gina, respecto a los conocimientos que se esperan de un alumno para poder trabajar con la medida de tiempo, como la secuencia, el agrupamiento mínimo, formar colecciones y el conteo uno a uno, estos conocimientos les permiten desarrollar la habilidad para hacer agrupamientos, y más adelante conversiones, porque este conocimiento como lo comenta Gina les será útil cuando en cuarto grado se introduzcan los decimales

*A2\_P3-28 Gina: A partir de cuarto, quinto y sexto ya vemos otra unidad, incluso en cuarto me parece, decimos, milésimos, entonces me parece que para los pequeños es muy importante poderles plantear bien la unidad de medida de tiempo y hacer conversiones*

#### **4.2.7.2 Secuenciación de los temas**

Los profesores muestran conocimiento de la secuencia de los temas en cuanto a su progresión y lo que los alumnos deben saber para trabajar el contenido de medida de tiempo que se presenta en la lección de tercer grado. La maestra Gina argumenta que en segundo grado se abordan los temas de secuencia numérica, así como la suma repetida y antes en primero se debe trabajar el agrupamiento mínimo, las colecciones y el conteo. Marina agrega que las conversiones es un tema que se ve desde primero cuando los alumnos trabajan las decenas y pasan las unidades a decenas, después se trabaja con medidas de longitud para llegar a tercero con el tema de medida de tiempo.

*A2\_P2-11-12 Gina: Este contenido como bien dices es de tercer grado, entonces si se ve que hay una secuenciación de lo que el niño debe conocer, por ejemplo, en primer grado y segundo grado los pequeños conocen las secuencias numéricas de 5 en 5 de 10 en 10 de 20 en 20, si tienen bien establecida esa noción lo van a resolver con mayor facilidad. Entonces si ve allí una progresión de los aprendizajes esperados de primero, segundo y tercero.*

#### **4.2.8 Creencias y valores**

Las experiencias personales y familiares de los profesores impactan su forma de enseñar, de modo que ellos consideran que a partir de ciertas experiencias y lo que sintieron en esos momentos fue que buscaron desarrollar estrategias de enseñanza más eficientes, así lo expresa la profesora Marina, quien tiene un hermano con una condición llamada “Asper” que es un nivel de autismo leve, con quien ha compartido la experiencia de aprender un contenido y derivado de las dificultades de su hermanito y cómo las resolvió es que ella ha realizado

ajustes en su didáctica, cuando encuentra en sus alumnos las mismas dificultades que enfrentó su hermano.

*A2\_P6-54 Marina: Yo, esto no lo he implementado con mis alumnos, sin embargo, pues tengo un hermano con Asper y una de sus características es que él es muy literal, a él le costó mucho trabajo, esta parte que mencionas que como puede hacer esta diferencia entre minutos y horas en el reloj*

#### **4.2.9. Resumen del conocimiento especializado de los profesores en la actividad 2**

En esta actividad los conocimientos que se evidenciaron con mayor énfasis fueron los que pertenecen al conocimiento didáctico, los recursos y estrategias de enseñanza del KMT, así como teorías de aprendizaje, dificultades, maneras de interacción, e intereses y expectativas del subdominio KFLM, también aspectos del nivel de desarrollo conceptual y secuenciación de los temas del KMLS. En cuanto al conocimiento matemático, los maestros mostraron conocimiento de conceptos del KoT, conexiones de simplificación del KSM y prácticas matemáticas del KPM.

Los conocimientos matemáticos que los profesores manifestaron fueron los siguientes. Del KoT los conceptos de secuencia numérica, conversión y unidad de orden, este último no fue definido como tal, pero el argumento que dio la profesora sobre los agrupamientos de diez que forman a su vez otros agrupamientos de diez corresponde como tal a una unidad de orden. Los profesores argumentaron sobre la conexión de simplificación del KSM entre la secuencia o serie y los agrupamientos mínimos. En cuanto a las prácticas matemáticas relacionadas con el SND, los profesores conocen que la enseñanza del SND es progresiva y retoma los conceptos del KoT profundizando en ellos de acuerdo al nivel del alumno, añadieron el conflicto y razonamiento para descubrir patrones numéricos y la importancia de usar un lenguaje sencillo que les ayude a comprender mejor el contenido.

En cuanto al conocimiento didáctico, los maestros manifestaron conocer recursos para la enseñanza de agrupamientos y conversiones y manejo de la base 60 de medida de tiempo a través del reloj de manecillas, con ajustes para enfocarse en la enseñanza de aspectos específicos como las secuencias, en cuanto a estrategias los profesores argumentaron cómo

usaron las secuencias para ayudar a los alumnos a manejar la lectura de tiempo, las conversiones para enseñar sobre la base 60, así como estrategias de cálculo mental y ejercicios prácticos, elementos que forman parte del KMT.

Respecto al conocimiento de los alumnos, KFLM, los profesores conocen la importancia de comprender los conceptos matemáticos como la secuencia en vez de solo memorizarla en el reloj, conocen que las principales dificultades que enfrentan los alumnos en relación con el SND y la lección analizada de medida de tiempo, son las conversiones, los agrupamientos y el manejo de la base 60, pues hasta entonces han manejado solamente agrupamientos de diez.

Los conocimientos del currículo, KLMS, que evidenciaron los profesores en cuanto al nivel de conceptualización esperado por los alumnos para poder abordar un tema, hace referencia a que los alumnos deben saber hacer agrupamientos y contar hasta 60 como mínimo, y antes de ello contar, conocer la serie y formar colecciones, la secuenciación de los temas que los profesores fue la de la multiplicación la cual le precede, la suma repetida y antes la secuencia numérica. Las creencias y valores hicieron referencia a la experiencia personal con familiares que impactó su enseñanza y les ayudó a desarrollar nuevas estrategias. Las creencias y valores sobre la enseñanza en esta actividad se relacionan con la influencia familiar de las experiencias de aprendizaje de otros, donde el docente intervino que le permitieron desarrollar habilidades y estrategias de enseñanza.

Analizar una lección de libro de texto, fue una actividad donde los profesores profundizaron en su conocimiento didáctico y por medio de él enlazaron distintos conocimientos, teorías, conexiones hacia el conocimiento matemático.

#### **4.3. Informe de resultados de la actividad 3 “Ejercicio de decimales con errores”**

En esta actividad los profesores manifestaron diversos conocimientos de conceptos, registros, conexiones entre temas y propiedades a partir de explicar las dificultades de los alumnos en la interacción con números decimales, pues es una dificultad latente en sus salones de clase, lo que dio lugar a variados argumentos sobre el conocimiento necesario para abordar dicho

contenido. Las tablas de transcripción y primera asignación de categorías se encuentran en la sección de anexos (ver anexos 3 y 4).

#### 4.3.1 Asignación de categorías y justificación

En seguida se muestra la tabla de asignación y justificación de la actividad tres, esta tabla, como las anteriores del mismo tipo, tiene siete columnas, que describen el siguiente orden; subdominio, subcategoría, nomenclatura de la actividad a analizar, principio y fin del argumento, el segmento de diálogo de los profesores y la justificación del mismo.

**Tabla 8**

#### Segunda asignación de categorías y justificación de la actividad 3

Sub	Subdominio y categoría	Act	prin	fin	segmento	Justificación
<b>K o T</b>	Conceptos/Cero	A3 _E Mp 9	21	21	Marina: el cero antes del uno no sirve o es como de adorno o da igual si lo pongo o no lo pongo, vale cuando va después de los números, después del uno ah pues una decena, luego una decena y así sucesivamente, pero antes del uno no lo ubicamos	Marina explica el cero en razón de su función como elemento que permite representar la ausencia de unidades en un agrupamiento y adquiere un valor
	Conceptos/Número	A3 _E Mp 9	21	21	Marina: Para mí el concepto de número es esa relación que hay entre un signo y la cantidad que le corresponde, que lo vemos en los primeros grados, como el sentido numérico, que el niño tenga la capacidad de relacionar la grafía con la cantidad que corresponde	Marina argumenta que la relación entre el total de una colección y su grafía es lo que se define como número. (de las diferentes concepciones de los números esta es la de cardinal)
	Conceptos/ decimal de	A3 _E Gp 14	34	34	Gina: Yo siempre les manejé esta parte que tanto los decimales como las fracciones eran cachitos, por ejemplo, el 0.5 y 1/2 ¿qué son?, son cachitos, estos números el 1 y el 2 son enteros, pero estos números después del punto son cachitos. Es importante decirles que las fracciones y decimales no son números enteros sino parte de un todo	Gina explica el concepto de números decimales con una analogía donde compara los decimales con cachitos, es decir, fracciones, y argumenta que los números decimales son fracciones, partes de un entero (racionales)
	Registros de representación/ fracciones y decimales con el metro como unidad	A3 _P3	19	19	Fernando: Yo lo que haría y lo he hecho con niños grandes y lo aproveché para ver el tema de fracciones también, lo hago con tiras grandes (señala con sus manos una medida aprox. de un metro).	Fernando conoce el registro de representación de los decimales y utiliza el metro como unidad a fraccionar

	Registros de representación/ gráfico y numérico de los números decimales	A3_P3	21	21	Fernando: Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un lado podemos poner un décimo cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 partes con ayuda de la regla e igual pediría que del otro lado le escribieran 0.01 para poder representarlos físicamente	Fernando conoce los diferentes registros de representación de un número decimal y los explica a los alumnos usando un metro para trabajar la fracción, el número y el material mismo es la representación gráfica.
	Propiedades del SND/ el cero	A3_E Mp 10	23	23	Marina: El cero en sí no tiene una cantidad que lo representa, pero su valor posicional si lo podemos enseñar, su valor antes del cero, así cuando el niño trabaje los decimales sepa que si hay un cero antes de algún otro dígito, va a ser otro acomodo va a ser menor	Marina conoce que el cero es una cifra que, aunque no tiene valor cardinal, si ocupa una posición y tiene un valor de acuerdo a esta, que afecta a la cantidad en su conjunto, en los decimales indica una relación de disminución conforme aumentan los ceros a la izquierda de un numeral
	Registros de representación/gráfico de los decimales como fracciones	A3_P3	24	24	Gina: entonces les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero, algo completo, luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos que casi siempre es así, pero que digan ah, pues son pedazos, cachitos, maestra, entonces a través de preguntas irles metiendo la idea de que lo que esto que son pedazos, cachitos de la galleta no son un entero	Gina conoce que los decimales se pueden representar gráficamente como fracciones y utiliza ejemplos con objetos como “paquete de churros” o “galleta” para referir enteros y sus partes en cachitos o decimales
	Registros de representación/ numérico y gráfico de los decimales	A3_P3	28	28	Gina: explicarles cómo se representan numéricamente los cachitos sin tener que utilizar fracciones	Gina conoce los diferentes registros de los decimales como fracción, fracción en forma gráfica y el decimal y explica cómo utiliza el registro gráfico de las fracciones para explicar la relación de incremento entre el denominador y el agrupamiento decimal. Gina emplea la analogía “cachitos” para referirse a los decimales y diferenciarlos de los enteros.
	Registros de representación/ decimales como fracción	A3_EG p14	36	36	Gina: Antes de que hagan operaciones con fracciones se les explica las partes de una fracción, la forma más fácil que yo he visto para explicarles es representarlas gráficamente   Las fracciones son una forma gráfica de representar cachitos y luego les ponía 5/10 bueno el 5 es el número que vas a tomar y el 10 el que vas a partir y luego les ponía una fracción más grande 5/20 y les preguntaba qué peculiaridad observan “no, pues que entre más grande es el número de abajo más chiquito es el pedacito”	Gina conoce la clasificación de los números en enteros y fraccionarios, los cuales tienen una representación fraccionaria y decimal
<b>K S M</b>	Relaciones de complejización/Números enteros con decimales, y decimales con fraccionarios	A3_P3	27	27	Gina: Decir “saben que chicos, pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “Vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones	Gina conoce la clasificación de los números en enteros y fraccionarios, los cuales tienen una representación fraccionaria y decimal
	Conexión de complejización/ concepto de número, conteo agrupamientos	A3_P3	37	37	Marina: primero te aseguras que comprenda el concepto de número, que cuente hasta mil, que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo	Marina conoce la relación entre el concepto de número como cardinal (A3_EMP10) el conteo y la formación de agrupamientos para poder avanzar al aprendizaje de los números decimales-

	Conexión de simplificación/el cero en los decimales y el valor de posición	A3_ EM p11	25	25	Marina: si sabemos que hay un cero después del punto, pues no va a valer, entonces entre más ceros tiene va a ser menor, eso sería como un acomodo de valor posicional del cero en los números decimales	Marina conoce que para comprender los números decimales y el valor del cero en los mismos, es necesario entender el valor de posición que tiene el cero como un indicador de disminución del valor fraccionario del decimal
K M T	Recursos y materiales/ las tiras de un metro para representar los agrupamientos decimales	A3 _P3	19	19	Fernando: Yo lo que haría y lo he hecho con niños grandes y lo aprovecho para ver el tema de fracciones también, lo hago con tiras grandes (señala con sus manos una medida aprox. un metro). Les pido a los niños que hagamos tiras de papel lustre o del material que tengamos, les pido que hagan tiras largas de un metro, les presto el metro para que vayan midiendo, en este caso yo lo suelo aplicar con tres tiras de diferentes colores para que ellos alcancen a distinguir.	Fernando muestra conocimiento del uso de recursos para enseñar un contenido con la intención de ayudar a su comprensión al usar el metro como referente de unidad y sus respectivos submúltiplos para indicar los decimales, lo cual ayuda al alumno a ubicar visualmente los agrupamientos decimales
	Estrategias y técnicas de enseñanza/Usar un material para abordar dos conceptos al mismo tiempo	A3 _P3	20	21	Fernando: Yo le diría a este alumno que parta tres tiras largas, una en décimos, otra en centésimos, la de milésimos sería muy complicada con una tira de ese tamaño, pero si se quiere llegar a esa noción, pues es lo más adecuado, igual partir en mil partes un metro es mucho, pero creo que puede funcionar. Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un lado podemos poner un décimo cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 partes con ayuda de la regla e igual pediría que del otro lado le escribieran 0.01 para poder representarlos físicamente igual no se puede de todos, pero si ayuda.	Fernando da evidencia de conocimiento sobre el uso de los materiales para explicar un contenido y las relaciones que puede establecer entre este contenido, utiliza el metro como unidad y sus sub agrupamientos para ejemplificar los décimos, centésimos y milésimos.
K M T	Recursos y materiales/Bancubi para trabajar agrupamientos	A3 _P3	35	35	Marina: Hace tiempo trabajé con niños que están en nivelación académica y busqué en internet material que es de Montessori. Hay en Montessori, hay un material que lo manejan como cubos y tienes la opción de descargar e imprimir para que el niño los pueda ir armando, el cubo tiene bolitas por así decirlo, el cubo está dividido en 1000 bolitas, hay una tableta de cien y una tirita de diez, y la unidad. Yo estaba viendo en el material Montessori que ese se usa para los números decimales. Entonces el niño va armando la cajita y tiene esa noción de que es uno, diez, cien y a cada uno se le va dando el nombre de décimo, centésimo, milésimo y allí el niño ya está trabajando de una forma más concreta.	Marina muestra conocimiento de recursos que favorecen la enseñanza del SND, en este caso sus agrupamientos decimales, por medio de la comparación con fracciones usando un material que consta de un cubo para representar la unidad, tablillas para los décimos, tiras para los centésimos y cuadritos para los milésimos
	Estrategias y técnicas de enseñanza/ relación entre la posición del cero, su valor y comparación fraccionaria	A3 _P3	36	36	Marina: Así lo trabajé con los niños, con los cubos y lo entendieron mejor. Lo que sí les hice mucho hincapié fue que entre más se divide el cubo, más pequeño es el número, entonces les explique de después del punto, no es que el número valga más, sino que así es como se va dividiendo entonces a más ceros el número vale menos, entonces les hice la tirita y les preguntaba cuando vale esta y cuánto vale el cubo, que pedacito es más pequeño y así lo iban entendiendo.	Marina muestra su conocimiento respecto a la relación entre el valor de los agrupamientos decimales y su representación gráfica, con el uso de material concreto para hacer visible la comparación
	Recursos y materiales/tiras de		37	37	Marina: Funciona igual si vas armando la tirita que vale diez y luego con ella armas la tableta que vale 100, luego el cubo que vale mil, claro primero te aseguras	Marina tiene conocimiento de cómo relacionar contenidos a través de materiales, en este caso argumenta

	papel y cubos para agrupamientos				que comprenda el concepto de número, que cuente hasta mil, que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo así	cómo las tiras, tablillas y cubo representan los agrupamientos decimales, y la importancia de que los alumnos conozcan previamente los agrupamientos con enteros
K M T	Recursos y materiales/uso del bancubi para ver agrupamientos enteros, y decimales como fracción	A3_P3	38	38	Fernando: (muestra en pantalla el bancubi, y explica el valor de cada pieza) Es bastante efectivo para trabajar también al mismo tiempo la fracción, porque yo soy de la idea que son conceptos que se tienen que trabajar para que el niño entienda, así por ejemplo enseñar que un centésimo es lo mismo que $1/100$ , el uno con el 100 abajo	A partir del argumento de Marina sobre el material que utiliza para enseñar los agrupamientos decimales, Fernando expresa que también lo utiliza y hace referencia a que los alumnos deben aprender los agrupamientos decimales como fracciones y que este material permite hacerlo
	Recursos y materiales/tablas con divisiones de 10, 100 y 1000 para ver agrupamientos decimales	A3_P3	40	40	Marina: (mostró una tabla con las divisiones de 10, 100 y 1000) Esta tablita también me ayudó mucho a entender que entre más se divide la unidad no es que sea más grande la fracción, sino que es más pequeña.	Marina muestra conocimiento de cómo utiliza el material para explicar la relación entre los agrupamientos decimales y su correspondiente en fracción "
	Estrategias y técnicas de enseñanza/relaciones entre el valor del decimal y la posición del cero	A3_P2	10	10	Gina: Uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron y les dices, por ejemplo, que el cero a la izquierda ¿Qué significa esa frase del cero a la izquierda? “, pues es que no vale nada”, bueno, pues les decía yo a los niños, entre más ceros a la izquierda tenga (el decimal) pues menos vale. La verdad, entonces yo creo que por ese choque cognitivo de saberes que se da, es que los niños tienden a equivocarse	Gina explica que el concepto de “cero a la izquierda” es un referente para indicar que entre más ceros tiene un número decimal menos valor tiene, esta analogía es producto de su experiencia (A3_EGp12) de aprendizaje personal; sin embargo, reconoce que no es suficiente y que los alumnos tienen un choque cognitivo al trabajar con decimales pues hasta el momento solo conocían los enteros (A3_EGp16)
		A3_EGp11	27	27	Gina: a mí me dijeron que entre más ceros a la izquierda tenga el número es que menos vale y ya es ley casi casi y como esto me funciona a mí y me ha funcionado toda la vida, pues esta es la herramienta que yo les paso de manera oral a mis alumnos para resolver este tipo de problemas	
Estrategias y técnicas de enseñanza/comparar los agrupamientos decimales como particiones de un entero	A3_P2	15	15	Marina: Con mi hermano lo estuve trabajando porque a él se le complica un poquito, entonces me acuerdo mucho que cuando mi papá me lo explico a mí cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversión, así es como a mí me fue quedando claro, entonces entre más estés dividiendo en centésimos y milésimos o decimos ahí te vas dando cuenta que tan grande es la división y que valor tiene. Así se lo expliqué a mi hermanito y le quedo más claro,	Marina conoce la relación de proporción entre el valor fraccionario de los agrupamientos decimales y su representación numérica, utilizando la conversión de unidades y las hojas como material	
K M T	Técnicas y estrategias de enseñanza/relación de las fracciones con agrupamientos decimales	A3_P3	23	23	Gina: lo que nos toca a nosotros es relacionar el conocimiento previo que tienen para introducir de a poco lo que es un número decimal y también tomando en cuenta el conocimiento de fracciones que tienen de tercer año	Gina argumenta que es importante considerar los conocimientos previos de los alumnos y referencia las fracciones como elemento para introducir el contenido de decimales
	Estrategias de enseñanza/Relación entre los		27	28	Gina: explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones Hay que explicarles cómo se representan	Gabriel conoce que existe una relación entre las fracciones y los decimales, que es necesario explicar

	agrupamientos decimales y su correspondiente en fracción				numéricamente los cachitos sin tener que utilizar fracciones y entonces ya a partir de allí hacer ejercicios como dice Fernando	la representación gráfica en fracciones y numérica de los decimales para comprender dicha relación, antes de operar con ello.
	Estrategias de enseñanza./analogías	A3_ EG p15	37	37	Gina: Entonces para jugar con ellos les dices “imagínate 5/400” y ellos ya se podían imaginar que entre más se divide un entero más pequeño es el cachito, al imaginarse la división de un entero de ese tamaño era más sencillo representarlo de forma abstracta.	Gina explica, la situación que planteó de “dibuja 5/400” para que los alumnos dimensionen el valor de los agrupamientos decimales como fracciones y puedan comprender su valor al representarlo numéricamente
	Estrategias y técnicas de enseñanza/usar analogías de la vida real para ilustrar el uso cultural de las matemáticas	A3 _P3	32	32	Carla: si tú les dices; “a ver fui a la tienda y compre unos chetos de 2.50 y unos doritos de 3.50 recordando los precios anteriores porque ahorita ya no hay artículos de ese precio, entonces uno empieza a decir, pues yo cuando voy a la tienda, pues solamente los sumo y soy consciente de que voy a pagar seis pesos y entonces la maestra te cuestiona y tú cómo sabes que sale eso, y entonces desde allí del cuestionarte, que te ponga a pensar y desde allí que implica que lo vayas a representar, que empecemos a razonar.	Carla muestra conocimiento acerca de cómo relacionar situaciones de la vida cotidiana, como comprar algo para explicar un contenido matemático desde su uso
	Estrategias y técnicas de enseñanza/Usar modelos tradicionales	A3 _P3	33	33	Carla: También recuerdo que se utilizaba una tablita que además de unidades, decenas y centenas, también la dividía un punto y que a partir de allí es donde se colocaban los décimos, centésimos, y milésimos, y nos ponían ciertas cantidades y sabíamos que el punto siempre iba en el centro y que teníamos que respetar los lugares de cada uno de los números.	Carla evidencia conocimiento de estrategias memorísticas y algorítmicas para el aprendizaje de los agrupamientos decimales, el cual consiste en ubicar su posición en función del punto decimal
<b>K F L M</b>	Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido/Guiarse por el total de cifras de una cantidad, sin considerar el punto decimal	A3 _P2	11	11	Carla: Generalmente, lo que hacen los niños es asimilar que la cantidad más grande es 400, se van por la cantidad de números que van a estar observando. No yéndome tanto a los decimales, sino tan solo con los enteros, si tú les pones 2020 y 2012 llegan a tener confusión con la posición de los números, entonces y siento que es más porque se van más por lo primero que llegan a observar	Carla conoce que una de las dificultades de los alumnos en el aprendizaje de los agrupamientos decimales, es usar el criterio de comparación que usaban con los números enteros, donde el total de cifras se correspondía con el valor de la misma debido a las propiedades del SND
	Dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido/Comprender los agrupamientos decimales, porque solo han trabajado con enteros	A3 _P3	29	29	Gina: yo cuando di cuarto grado esa era la complicación, por ejemplo, allí en el libro, pues se maneja que utilices el valor posicional, pero nada más y entonces los niños se guían con lo que vieron anteriormente. Por eso si tú les dices en el número 0.009 que el primer cero a la derecha vale diez décimos, el segundo centésimo y el tercero milésimos y les preguntas luego que cuánto vale el 9 en ese número, ellos dicen 9000 porque ya tienen la estrategia de los otros ciclos y ahora es momento de explicarse que no es así.	Gina conoce sobre la dificultad de los alumnos al trabajar con el valor de posición en los números decimales porque anteriormente solo han trabajado con agrupamientos con números enteros y confunden estos con los agrupamientos decimales, además conoce que los alumnos interactúan con el valor de posición en los decimales a partir de lo que conocen del valor de posición en los números enteros
	Formas de interacción con un contenido/ operar los números decimales como enteros	A3 _E Gp 15	39	39	Gina; en el libro de cuarto te das cuenta de que se espera que ellos conozcan los decimales, pero no les dan algo más que les permita reflexionar sobre el valor posicional en los números decimales, entonces si el niño no tiene estos referentes, pues va a tratar de guiarse con el aprendizaje previo que ya tiene y en este caso es lo que conoció desde siempre el valor posicional de los números enteros.	

	Formas de interacción con un contenido/Los alumnos se guían por la propiedad aditiva del SND sin considerar la posición y el valor decimal	A3_P2	12	13	Fernando: Los errores más comunes que yo he visto a la hora de ordenar este tipo de números es una que acaba de decir Carla que es la cantidad de cifras que se ven, entonces si ven una cifra bastante larga, algunos se van con la idea de que es bastante grande, que vale más, entonces la suelen colocar entre las que valen más, y las que tienen menos cifras con las que valen menos, así tenga el punto a la izquierda o donde lo tenga, ellos se van con “la que tiene menos cifras, vale menos”. Otro error es irse por el número que vale más, por ejemplo, si lleva por ahí un nueve ah vale más y si tiene un uno, no importa donde este y la cantidad de ceros Estos dos ejemplos son los errores más comunes.	Fernando explica la dificultad que tienen los alumnos para reconocer el valor de los números decimales en función de la posición del cero, pues asocian la cantidad de cifras de un número con su valor total, porque así se opera con los números enteros debido a las propiedades del SND, sin embargo, en los números decimales el criterio de valor y posición es diferente
K F L M	Formas de interacción con un contenido/los alumnos asocian los agrupamientos decimales con enteros por su parecido fonético	A3_P3	28	28	Gina: donde puedan darse cuenta cuánto vale un milésimo y que, aunque se parezca a la palabra mil, no es mil y que significa una parte muy chiquita, y luego de allí ya empezar a hacer ejercicios de valor posicional, pero ahora con este tipo de número.	Gina muestra evidencia de conocimiento de la forma en que los alumnos interactúan con un contenido a partir de lo que ya conocen, en este caso se apoyan en las palabras y las relacionan por su parecido fonético, aunque representan valores diferentes, centena y centésimo, milésimo y mil
		A3_P3	28	28	Gina: En primero y segundo se marca que unidades, decenas y centenas y que las centenas valen más y las decenas menos, y las unidades menos que la decena, pero en los decimales es al revés, en el mundo de los decimales los centésimos que se parece mucho al concepto de centena ahora valen menos, porque ellos son mucho de relacionar las palabras para darles un significado	
	A3_EG_p15	40	40	<b>Gina:</b> La parte lingüística, las decenas, ellos conocían que era 10 las, unidades uno, centenas 100 y los millares 1000, entonces al momento que tú les dices ¿cuánto vale nueve milésimos? Su único referente es la palabra millares, los miles y por eso responden nueve mil.		
	Formas de interacción con un contenido/ los alumnos comprenden mejor un lenguaje cotidiano	A3_P3	31	31	Carla: creo que parte fundamental es el conocimiento adquirido a partir del valor posicional de los números, como dice Gina si meten de sopetón el tema de los decimales, pero recuerdo que cuando yo iba en la primaria los metían con problemas de la vida cotidiana, en relación por ejemplo a la cooperativa que te daban a 2.50 los chetos o cierto dulcecito y entonces a partir de eso la maestra nos decía, ¿tú cómo representarías esos 2.50? Entonces si influye el lenguaje que se llega a utilizar.	
Interés y expectativas en el aprendizaje de un contenido/usar analogías de la vida real para relacionar los conceptos entero y fracción decimal	A3_P3	24	25	Gina: lo que haría yo, sería... como un diagrama de un número decimal “conociendo la anatomía de un número decimal”, entonces decir este número que está aquí, por ejemplo 1.34 ¿este uno que significa para ustedes ¿Qué es el uno? Entonces ya según su conocimiento ellos que contesten a lo mejor se quedan callados que es lo más común, o me dicen es una galleta o un paquete de churros, si de plano no responden entonces les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero algo completo luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos que casi siempre es así, pero que digan ah, pues son	Gina da evidencia de conocimiento sobre los elementos de un número decimal, en este caso se expresa al entero como una base, y la parte fraccionaria como fracción o "cachito" Gabriel utiliza analogías con objetos cotidianos como "un paquete de churros" para explicar el concepto de entero y fracción de modo que los alumnos puedan establecer la relación de la posición de las cifras respecto del punto decimal, lo que está a la izquierda son enteros y a la derecha es fracción.	

					pedazos, cachitos, maestra, entonces a través de preguntas ellos ya van a comprender que lo que está a la izquierda del punto siempre son enteros, y lo que está a la derecha son cachitos, son fracciones del entero.	Además, conoce que los decimales tienen un registro numérico y fraccionario al que llama "cachitos".
<b>K F L M</b>	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/el lenguaje matemático	A3_P3	32	32	Carla: si de lleno empiezas a hablar de décimos, centésimos y milésimos, pues no te van a entender porque desconocen los conceptos,	Carlos conoce que es necesaria una enseñanza con base en la comprensión y no solo en la memorización de conceptos
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido /Buscar un lenguaje y analogías que sean sencillos	A3_P3	27	27	Gina: como profesores tenemos que ser más amables en el modo en cómo les explicamos las matemáticas. Decir "saben que chicos, pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números" explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. "Vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones, porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.	Gina argumenta la expectativa que tienen los alumnos con los números decimales al tratarlos como enteros, por ello es necesario explicarles que son diferentes a partir de su relación con las fracciones, pues los decimales representan números que no son enteros, lo cual es una evidencia del conocimiento de las expectativas de los alumnos con un contenido y cómo afrontarlo.
<b>K F L M</b>	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/Importancia de usar material concreto	A3_P3	30	30	Gina: Entonces, aparte de hacer ejercicios de valor posicional con este nuevo tipo de número, acompañarlo con la estrategia que explicó Fernando y así les puedes mostrar este es un décimo, este un centésimo, este un milésimo, ¿Cuál vale más, o cuál vale menos? Pero partiendo siempre de un material concreto, porque a veces es difícil imaginar este tipo de números, si uno, le dicen un millón, no se lo imagina, menos a ellos que les digan un milésimo, por ejemplo, no es lo mismo decir dos galletas y puedo imaginarlo, que una milésima de galleta, por esta razón es necesario utilizar material concreto para que ellos puedan discernir cuál es el valor y utilizarlo a	Gina explica que los alumnos necesitan material concreto para comprender mejor los conceptos porque les es difícil imaginar conceptos abstractos como "milésimos o centésimos" lo cual es un indicio de conocimiento sobre los intereses y expectativas de los alumnos acorde a su edad
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido /falta de vinculación con la vida diaria	A3_EG_p12	30	30	Gina: ¿Cuándo en la vida hemos tenido la necesidad de ordenar números decimales?, buscamos las herramientas más rápidas para que el alumno lo pueda resolver en el momento porque no le vemos practicidad allá afuera	Gina conoce que los alumnos están interesados en adquirir conocimientos prácticos que les ayuden a enfrentar situaciones en la vida diaria, y el ordenamiento de decimales no les brinda estas posibilidades
<b>K M L S</b>	Secuenciación de los temas/cuarto grado	A3_P3	30	30	Gina: porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.	Gina: conoce los temas que se ven en los diferentes grados, en este caso en cuarto grado en el bloque 1 los decimales, lo cual argumenta le parece que rompe la regularidad de los contenidos anteriores
	Secuenciación de los temas/ comparar y después ordenar cantidades	A3_P3	30	30	Gina: Al momento de hacer comparaciones, por ejemplo al ordenar números, porque antes de ordenar números existe otro conocimiento que es el comparar cantidades para determinar porque es mayor uno que otro	Gina conoce la secuencia de los temas asociados al SND que debe conocer un alumno, de modo que sabe que para aprender a ordenar cantidades de menor a mayor primero se deben comparar pares de ellas.

C R E E N C I A S  Y V A L O R E S	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia	A3_P2	10	10	Gina: Uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron	Gina argumenta que la didáctica docente está influenciada por su propio proceso de aprendizaje escolar
	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia	A3_EG_p11	27	27	Gina: a mí me dijeron que entre más ceros a la izquierda tenga el número es que menos vale y ya es ley casi casi y como esto me funciona a mí y me ha funcionado toda la vida, pues esta es la herramienta que yo les paso de manera oral a mis alumnos para resolver este tipo de problemas	Gina justifica la enseñanza de un contenido con base en la eficacia de la experiencia, de modo que si así se aprendió y funciona, no se cuestiona, solamente se aplica y transmite
	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia familiar	A3_P2	15	15	Marina: me acuerdo mucho que cuando mi papá me lo explico a mi cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversión, así es como a mí me fue quedando claro	Marina argumenta que su estilo de enseñanza está influenciado por su experiencia familiar
	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia personal	A3_P3	26	26	Gina: Yo siempre tuve dificultades con las matemáticas, ellas y yo no nos llevábamos bien, entonces partiendo de esa debilidad de cómo me sentía yo con las matemáticas fue que empecé a ver las dificultades de ellos, de porque no las entienden porque yo también tuve esos problemas.	Gina argumenta sobre la influencia de su experiencia poco agradable con las matemáticas como su impulso para mejorar la experiencia de sus alumnos con ellas.

### 4.3.2. KoT de la actividad 3

#### 4.3.2.1 Conceptos y definiciones

Los conceptos que los docentes explicaron en esta actividad fueron el concepto de cero, número cardinal y número decimal. La profesora Marina habla del cero como un elemento que permite representar la ausencia de un agrupamiento y que aumenta el valor de un agrupamiento, pero solamente a cuando está a la derecha en el caso de los enteros positivos, pues el cero no vale y “no sirve” si cambia su posición a la izquierda, por ejemplo, en el caso de los enteros.

*A3\_EMP9-21 Marina: el cero antes del uno no sirve o es como de adorno o da igual, si lo pongo o no lo pongo, vale cuando va después de los números, después del uno ah, pues una decena*

Marina también explica lo que ella considera el concepto de número, como la relación entre la grafía y la cantidad representada, que corresponde al número como cardinal, pues los números tienen diferentes funciones y representaciones, para Marina es la relación entre numeral y cardinal porque ella considera que los alumnos necesitan comprenderlo de esta el número de esta forma.

*A3\_EMP9-21 Marina: Para mí el concepto de número es esa relación que hay entre un signo y la cantidad que le corresponde, que lo vemos en los primeros grados, como el sentido*

*numérico, que el niño tenga la capacidad de relacionar la grafía con la cantidad que corresponde*

En esta lección se trabajan los decimales y las estrategias para ordenarlos y compararlos, por ello se busca conocer el concepto de decimal de los profesores, la maestra Gina define el concepto de decimal a partir de una analogía con objetos de la vida diaria, los llama “Cachitos” es decir, fracciones, partes de un todo.

*A3\_EGp14-34 Gina: Yo siempre les manejé esta parte que tanto los decimales como las fracciones eran cachitos, por ejemplo, el 0.5 y  $1/2$  ¿qué son?, son cachitos, estos números, el 1 y el 2 son enteros, pero estos números después del punto son cachitos.*

#### **4.3.2.2 Propiedades del SND**

En esta actividad la profesora Marina argumenta sobre propiedades del cero, como el valor posicional, aunque el cero no representa una cantidad como tal, si tiene una posición que afecta el valor de una cantidad y es importante que el alumno conozca que el cero tiene un valor posicional, que cambia en los decimales, pues cuando está a la izquierda en los decimales significa disminución, pero a la derecha de una parte decimal es inocuo.

*A3\_EMP10-23Marina: El cero en sí no tiene una cantidad que lo representa, pero su valor posicional, si lo podemos enseñar, su valor antes del cero, así cuando el niño trabaje los decimales sepa que si hay un cero antes de algún otro dígito, va a ser otro acomodo va a ser menor*

#### **4.3.2.3 Registros de representación**

Los profesores conocen y han trabajado diferentes registros de representación con respecto a los decimales, utilizando además distintos recursos para relacionar los aprendizajes, como el metro y objetos o dibujos de objetos. El profesor Fernando describe cómo empleó un metro para relacionar la representación decimal con las fracciones, tomando el metro como unidad, y los submúltiplos como los agrupamientos decimales, por ejemplo, décimo que es 0.1 es la décima parte de un metro y son diez cm, un centésimo, 0.01 es la centésima parte del metro y es equivalente a un cm y un milímetro 0.001 es un milímetro del metro. Por otro lado, la maestra Gina representa los decimales como fracciones a las que llama “pedazos o cachitos” y explica a sus alumnos una cantidad con punto decimal, con una analogía, donde la parte

entera es un paquete o una galleta y los números a la derecha del punto decimal son en realidad partes de un todo, los pedacitos son fracciones y estas son también decimales.

*A3\_P3-24 Gina: ... Les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero, algo completo, luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos, pero que digan ah, pues son pedazos, cachitos, maestra, entonces a través de preguntas irles metiendo la idea de que lo que esta después del punto esto son pedazos, cachitos de la galleta*

Los agrupamientos decimales son difíciles de comprender para los alumnos, pues se parecen a los agrupamientos enteros, además resulta complicado imaginar un centésimo o un milésimo, por ello la maestra Gina recurre al registro fraccionario de los decimales mostrando a sus alumnos primero las partes de una fracción, numerador y denominador, donde el denominador es la parte en que se divide el entero, luego les pide dibujar  $5/10$  y después  $5/20$  para que los alumnos observen la relación de tamaño de la fracción con el tamaño del numerador y así más adelante puedan comprender porque un centésimo es menor que un décimo porque implica un pedacito una parte más pequeña.

*A3\_EGp15-36 Gina: Antes de que hagan operaciones con fracciones se les explica las partes de una fracción, la forma más fácil que yo he visto para explicarles es representarlas gráficamente, les ponía  $5/10$  bueno el 5 es el número que vas a tomar y el 10 el que vas a partir y luego les ponía una fracción más grande  $5/20$  y les preguntaba que peculiaridad observan “no, pues que entre más grande es el número de abajo, más chiquito es el pedacito”*

### **4.3.3 KSM actividad 3**

#### **4.3.3.1 Conexiones de complejización**

La primera conexión que mencionan los maestros es, entre los números decimales que se trabajan en esta actividad y los números enteros, que son los que los alumnos conocen y con los que han operado desde primer grado. La maestra Gina lo explica al mencionar como les plantea a sus alumnos la introducción de los decimales, ella les dice que ahora van a trabajar con otro tipo de números, (que en realidad es parte de la clasificación del conjunto de números).

*A3\_P3*

*-27 Gina: Decir*

*“saben que chicos, pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “Vamos a ver ahora los números*

*decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones.*

La segunda conexión que los maestros mencionan fue por parte de la maestra Marina, esta es, los conocimientos que permiten construir y comprender el concepto de decimales, tales son; el concepto de número, es decir, el cardinal de un numeral, saber contar hasta mil y a su vez agrupar en decenas, centenas y miles.

*A3:P3 Marina: primero te aseguras que comprenda el concepto de número, que cuente hasta mil, que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo*

#### **4.3.3.2 Conexiones de simplificación**

Marina también argumenta una conexión, de simplificación, cuando se trata de comprender las reglas de los decimales, para establecer el valor del cero, es necesario explicar antes acerca del valor del cero en los decimales de acuerdo con su posición.

*A3\_EMP11-25 Marina: si sabemos que hay un cero después del punto, pues no va a valer, entonces entre más ceros tiene va a ser menor, eso sería como un acomodo de valor posicional del cero en los números decimales*

#### **4.3.4. KMT actividad 3**

##### **4.3.4.1 Recursos y materiales**

Los profesores conocen como utilizar diferentes materiales para trabajar un contenido, en esta actividad los profesores hablaron sobre utilizar tiras de papel de medida de un metro para ubicar los agrupamientos decimales, las regletas de Montessori, el bancubi y tiras más pequeñas que representan las divisiones de 10, 100 y 1000 cada uno de estos materiales tiene el propósito de ayudar a los alumnos a comprender los conceptos del SND y su relación con los decimales. El profesor Fernando explicó cómo emplea tiras de un metro de largo para trabajar fracciones y agrupamientos decimales, tomando el metro como unidad o entero, de este modo argumenta el profesor, los alumnos pueden observar cuando se divide el metro en diez, la fracción que corresponde a un décimo y su escritura decimal que es 0.1, lo mismo con los demás agrupamientos, centésimos y milésimos.

*A3\_P3*

*-20,21*

*Fernando: Yo le diría a este alumno que parta tres tiras largas, una en décimos, otra en centésimos, la de milésimos. Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un*

*lado podemos poner un décimo a cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 y del otro lado le escribieran 0.01*

La maestra Marina explicó el material que usa para explicar los agrupamientos decimales por medio de fracciones, que consta de un cubo, tablillas, tiras y cuadritos que respectivamente representan 1000, 100, 10 y 1, ella relaciona estas representaciones con los agrupamientos decimales para que los alumnos vean de forma concreta que significa un milésimo al comparar el cuadrito con el cubo, también permite ir formando de a poco el cubo completo por medio de agrupamientos de diez en diez.

Marina además utiliza unas tiras largas con divisiones que representan los décimos, centésimos y milésimos para que los alumnos vean la longitud de cada uno y entiendan la relación entre el agrupamiento y su valor, es decir, que entre más se divide la unidad es más pequeña la fracción.

*A3\_P3-40 Marina:(muestra una tabla con las divisiones de 10, 100 y 1000) Esta tablita también me ayudó mucho a entender que entre más se divide la unidad no es que sea más grande la fracción, sino que es más pequeñita.*

El profesor Fernando añadió a las explicaciones de la maestra Marina que ese material también lo conocía y se denominaba “Bancubi” el cual efectivamente por medio de sus divisiones en tablitas, tiras y cuadritos permite trabajar agrupamientos decimales y al mismo tiempo fracciones.

*A3\_P3-38 Fernando: (muestra en pantalla el Bancubi) y explica el valor de cada pieza. Es bastante efectivo para trabajar también al mismo tiempo la fracción, porque yo soy de la idea que son conceptos que se tienen que trabajar para que el niño entienda, así por ejemplo enseñar, que un centésimo es lo mismo que 1/100*

#### **4.3.4.2 Estrategias y técnicas de enseñanza**

Las estrategias y técnicas para enseñar que conocen los profesores y expresan en esta actividad hacen alusión a hacer los contenidos más sencillos. En este sentido, los maestros utilizan analogías, relaciones con contenidos anteriores, ejemplos de la vida diaria, estrategias que a ellos les funcionaron para aprender, modelos tradicionales ya conocidos y a veces situaciones hipotéticas y juegos. La maestra Gina usa la expresión “Cero a la izquierda” para indicar que cuando aumenta el número de ceros en una cantidad con punto decimal esta va reduciendo valor, la emplea porque ella recuerda que así aprendió que la clave del cero en los decimales es “a más ceros a la izquierda, menos vale”.

*Gina: Uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron y les dices, por ejemplo, que el cero a la izquierda ¿Qué significa esa frase del cero a la izquierda? “, pues es que no vale nada”, bueno, pues les decía yo a los niños, entre más ceros a la izquierda tenga (el decimal) pues menos vale*

La profesora Marina conoce y utiliza la estrategia de dividir en 1000, 100 y 10 partes y relacionar el tamaño de la fracción para explicar el agrupamiento decimal porque así lo comprendió y aprendió ella.

*A3\_P2-15 Marina: me acuerdo mucho que cuando mi papá me lo explico a mí cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversión, así es como a mí me fue quedando claro, entonces entre más estés dividiendo en centésimos y milésimos o decimos ahí te vas dando cuenta que tan grande es la división y que valor tiene.*

La maestra Gina usa como estrategia recurrir a los conocimientos previos de los alumnos y aborda el contenido de decimales relacionándolo con la representación gráfica de las fracciones, porque les ayuda a visualizar relaciones entre fracción y agrupamiento decimal, después plantea situaciones hipotéticas como “imagínate  $5/400$ ” para que a partir de su conocimiento de fracciones los alumnos y la representación gráfica puedan comprender el valor que representan los agrupamientos decimales.

*A3\_EGp15-37Gina: Entonces para jugar con ellos les dices “imagínate  $5/400$ ” y ellos ya se podían imaginar que entre más se divide un entero más pequeño es el cachito, al imaginarse la división de un entero de ese tamaño era más sencillo representarlo de forma abstracta.*

La profesora Carla conoce que es importante que los alumnos relacionen los contenidos con su vida diaria, sus estrategias consisten en plantear situaciones cotidianas como “ir a la tienda” para plantear problemas donde utilicen decimales, también comenta sobre una tabla para ubicar los decimales que es una extensión de la tabla de números enteros para ubicar las cantidades decimales con el punto decimal como eje de referencia.

**Figura 3**

*Tabla para ubicar enteros y decimales, de acuerdo a su posición antes y después del punto*

PARTE ENTERA						Coma decimal	PARTE DECIMAL		
CM	DM	UM	C	D	U		d	c	m
Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad		Décima	Centésima	Milésima
1	2	8	4	5	7	,	6	3	9

#### 4.3.5. KFLM actividad 3

##### 4.3.5.1 Dificultades y fortalezas asociadas al aprendizaje de un contenido

En el análisis de los errores al ordenar cantidades decimales, los profesores manifestaron conocimiento de al menos dos dificultades, la primera es respecto a los criterios de comparación que siguen los alumnos y la segunda sobre la confusión de los agrupamientos de números enteros con los agrupamientos decimales. La maestra Carla explicó que la dificultad en el ejercicio analizado se debe a que los alumnos usan, como criterio de comparación, la cantidad de cifras que tiene una cantidad, y que no consideran que hay un punto decimal lo que afecta el valor de las cantidades, si bien una de las propiedades del SND es que toda cantidad es la suma de sus agrupamientos multiplicados y en orden de mayor a menor por ende entre más cifras mayor es la cantidad, los números decimales tienen otras reglas de escritura y valor.

En los números decimales se manejan agrupamientos finitos y se utiliza el valor de posición, pero con reglas diferentes a las de los enteros, la dificultad aparece cuando los alumnos intentan aplicar lo que ya conocen sobre agrupamientos y valor de posición de los números enteros al operar con decimales, de acuerdo a los argumentos de la maestra Gina.

*A3\_EGp15-39 Gina; ... si el niño no tiene estos referentes, pues va a tratar de guiarse con el aprendizaje previo que ya tiene y en este caso es lo que conoció desde siempre el valor posicional de los números enteros.*

#### **4.3.5.2 Formas de interacción con un contenido**

El profesor Fernando y la maestra Gina, hacen referencia a dos formas de interactuar con el SND en los números decimales, una es a partir de lo que observan en los números y la segunda a partir de lo que escuchan. En el primer caso, el maestro Fernando retoma un argumento de la maestra Carla, y explica que los alumnos se fijan en la cantidad de cifras y el valor absoluto (su orden en la serie) de los números para compararlos, sin considerar el punto decimal, la posición y los ceros. En el segundo caso, la maestra Gina argumenta sobre la estrategia de los alumnos de relacionar los valores de los agrupamientos decimales con los enteros por su parecido fonético, como muestra, mil con milésimo y centena con centésimo.

*A3\_P2-12,13 Fernando: Los errores más comunes que yo he visto a la hora de ordenar este tipo de números es una que acaba de decir Carla, la cantidad de cifras que se ven, si ven, si una cifra es bastante larga, algunos se van con la idea de que es bastante grande. Otro error es irse por el número que vale más, por ejemplo, si lleva por ahí un nueve ah vale más, no importa donde este y la cantidad de ceros*

*A3\_EGp15-40 Gina: La parte lingüística, las decenas, ellos conocían que era 10 las, unidades uno, centenas 100 y los millares 1000, entonces al momento que tu les dices ¿cuánto vale nueve milésimos? Su único referente es la palabra millares, los miles y por eso responden nueve mil.*

#### **4.3.5.3 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido**

Los maestros conocen que una de las principales expectativas de los alumnos en cuanto al aprendizaje de un contenido, es la relación que este tiene con su vida cotidiana. La maestra Carla explica que se deben plantear situaciones reales como comprar un producto cuyo precio sea en decimales. La maestra Gina explica cómo utiliza ejemplos con objetos que los alumnos conocen como un paquete de churros o una galleta y sus particiones para facilitar la comprensión del registro gráfico de las fracciones y posteriormente numérico de los decimales, que la parte decimal en realidad es una fracción un cachito del entero que se ha dividido. Es necesario que los alumnos comprendan los conceptos y no solo los memoricen. Asimismo, Gina argumenta que los alumnos esperan poder usar lo que han aprendido cuando se enfrentan a un nuevo contenido que además está estrechamente relacionado con el anterior, por ello tratan a los decimales como números enteros, los docentes deben considerar esta forma de acercarse al contenido para ayudarlos a diferenciar a este nuevo tipo de número.

*A3\_P3-27 Gina: “saben qué chicos, pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones*

Los profesores conocen que los alumnos están interesados en emplear materiales porque les ayudan a visualizar y manipular conceptos abstractos. Es difícil imaginar el valor de un milésimo o de un centésimo, pero si se les presenta un referente de entero como el metro que emplea el profesor Fernando o las galletas que ejemplifica la maestra Gina, entonces el alumno puede visualizar lo que representa una partecita, una fracción de ese entero. Gina argumenta que los maestros y alumnos tienen interés en conocimientos prácticos que sirvan para resolver situaciones, sin embargo, en la escuela se enseña para resolver un ejercicio o un examen, este conocimiento no les permite resolver situaciones prácticas, lo que genera desinterés.

*A3\_EGp12-30 Gina: ¿Cuándo en la vida hemos tenido la necesidad de ordenar números decimales?, buscamos las herramientas más rápidas para que el alumno lo pueda resolver en el momento porque no le vemos practicidad allá afuera*

#### **4.3.6 KMLS actividad 3**

##### **4.3.6.1 Secuenciación de los temas**

La maestra Gina conoce la secuencia de temas en relación con el SND y el tema de decimales. Gina conoce que los decimales se introducen en cuarto grado en el primer bloque de forma abrupta, menciona la profesora; sin embargo, ya se trabajó con las conversiones y fracciones en grados previos, también se debieron abordar los temas de comparar cantidades entre sí y sus criterios de comparación para después abordar el ordenar números de menor a mayor enteros y decimales.

*A3\_P3-30 Gina: porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de*

*A3\_P3-30 Gina: antes de ordenar números existe otro conocimiento que es el comparar cantidades para determinar porque es mayor uno que otro*

#### ***4.3.7 Creencias y valores sobre la enseñanza***

Un aspecto que se menciona sobre la enseñanza es como permean las emociones del docente al momento de aprender un contenido difícil que puede derivar en buscar o desarrollar estrategias e incluso tomar decisiones para su formación, como lo menciona Gina, en cuanto a su dificultad para aprender matemáticas, lo que le ayuda a comprender y situarse en el lugar de sus alumnos al enfrentarse con los contenidos matemáticos. Este argumento muestra cómo impacta en los profesores y su enseñanza, enfrentarse a desafíos cognitivos, al igual que sus alumnos, una clave de la formación docente debiera ser llevar a los maestros a la reflexión mediante situaciones que desafíen su conocimiento.

*A3\_P3-26 Gina: Yo siempre tuve dificultades con las matemáticas, ellas y yo no nos llevábamos bien, entonces partiendo de esa debilidad de cómo me sentía yo con las matemáticas fue que empecé a ver las dificultades de ellos...*

#### ***4.3.8. Resumen del conocimiento especializado de los profesores en la actividad 3***

En esta actividad los conocimientos más evidenciados por los docentes pertenecen al conocimiento didáctico en cada uno de sus subdominios y algunos aspectos del KoT. Se observa que el KoT atraviesa cada una de las actividades realizadas, en mayor o menor medida, porque en el ejercicio de la didáctica se necesita el dominio del conocimiento matemático.

Del KoT se mostraron conocimientos de conceptos como el número cardinal, numeral o grafía, decimal, usando analogías de objetos cotidianos y el cero. Se expresaron conocimientos de la propiedad posicional del SND, pero en razón del cero, de modo que los maestros dijeron conocer que el cero, aunque no tiene valor absoluto si ocupa una posición y ayuda a indicar la ausencia de un agrupamiento o cambia el valor del mismo, depende donde se coloque. Se mencionan los registros numéricos de los decimales, tanto el gráfico como el fraccionario, y también el uso de objetos comunes para representar números fraccionarios.

Las conexiones del KSM que los profesores conocen son, principalmente, la relación de los números enteros y sus reglas con los números decimales, y a su vez la relación con los agrupamientos, el número cardinal y el conteo hasta mil para poder ubicar los agrupamientos decimales. Las analogías y ejemplos fueron parte de los recursos que los docentes utilizan para explicar conceptos, propiedades y conexiones del conocimiento matemático.

En cuanto al conocimiento didáctico de los profesores correspondiente a la enseñanza, KMT, este se evidenció en la descripción de los recursos que emplean para la enseñanza, como las tiras de papel de un metro, y el metro tomado como unidad para explicar de forma visual los agrupamientos decimales. Los maestros conocen recursos como el “Bancubi” que consiste en un material donde hay cubos, que representan 1000 unidades o el entero, tablillas de 100 unidades o la décima parte del entero, tiras de 10 unidades o la centésima parte del entero y cubos de una unidad que son la milésima parte del entero, este material lo utilizan con gran eficacia para enseñar agrupamientos decimales, además conocen recursos tradicionales como usar tablas para ubicar unidades, decenas y centenas pero ahora adecuadas a los agrupamientos decimales y diferentes rectas o tablas para ejemplificar los agrupamientos decimales y su representación fraccionaria.

Las estrategias de enseñanza están relacionadas con el uso de los recursos y los diferentes tipos de registro. Los maestros consideran importante que los alumnos puedan representar físicamente el valor de un decimal para comprender su valor numérico, y esto lo hacen a través de ejercicios de dibujo y registro de decimales para destacar aspectos como que a mayor número de divisiones del entero más pequeño es la fracción, para hacer la analogía de porque en los decimales un milésimo vale menos que un décimo, porque el milésimo es una fracción muy muy pequeña.

Los conocimientos de las características de aprendizaje de los alumnos del KFLM, que manifestaron los profesores, fueron sobre las dificultades de los alumnos al usar criterios de orden de decimales que se usan con los enteros, confundir los agrupamientos enteros con los agrupamientos decimales estos derivados de su forma de interactuar con los decimales, guiándose por lo que observan como la cantidad de cifras sin considerar el punto decimal o lo que escuchan al asociar los agrupamientos decimales y enteros por su parecido fonético. Los alumnos tienen interés en aprender los contenidos de una forma práctica que tenga

significado para ellos, a través de la relación con la vida cotidiana y que sea un conocimiento que se puede aplicar, funcional. Del conocimiento del currículo, KMLS los profesores conocen cómo deben ser la secuencia de los temas de primero a tercero, debe enseñar las fracciones, conversiones y la comparación de cantidades entre sí, para que el alumno tenga elementos cuando se introducen los decimales en el primer bloque de cuarto grado.

Las creencias y valores presentes en esta actividad por parte de los profesores, hacen referencia a dos aspectos, el primero de ellos es el desarrollo de un mayor número de estrategias derivado de un mayor número de obstáculos y dificultades en la enseñanza, y el segundo es respecto a la tendencia de retomar en la práctica docente la experiencia de aprendizaje que tuvo el docente.

#### **4.4. Informe de resultados de la actividad 4 “Cuestionario sobre sistemas de numeración”**

En esta actividad se buscaba explorar conocimientos del KoT, conceptos, propiedades, características del SND a partir de su comparación con otros sistemas porque es un contenido que se aborda en primaria. Los profesores mostraron conocimientos sobre los sistemas y el SND, pero fueron pocas las relaciones entre ambos. Esta actividad representó un reto en cuanto al conocimiento que los maestros poseen sobre el SND, esto lo manifestaron en algunas de sus reflexiones. Las tablas de transcripción y primera asignación se encuentran en la sección de anexos (ver anexos 5 y 6)

#### 4.4.1 Asignación y justificación

Se presenta la tabla de la segunda asignación y justificación de la actividad 4, compuesta por siete columnas, la primera corresponde al subdominio, después la subcategoría de análisis, la nomenclatura de la actividad, el principio y fin del segmento, el segmento de diálogo que se clasificó y la justificación de la asignación.

**Tabla 9**

#### Asignación de categorías y justificación de la actividad 4

Subdominio	Categoría	Act	prin	fin	segmento	Justificación
K o T	Conceptos y definiciones/tipos de número y numeral en diferentes sistemas de numeración	A3_P1	4	5	<i>Marina: Bien, pues se refiere a cómo se representa cada número, por ejemplo, nosotros tenemos una simbología diferente a los mayas. Los egipcios, son similar con el maya que utilizan elementos para representar el número, no como nosotros que ya tenemos establecidos los números (numeral)</i>	Marina da muestra de que conoce que cada sistema de numeración tiene sus símbolos de representación y las propiedades de estos símbolos, como su base, su posición y sus reglas para formar cantidades en orden ascendente, en el SND aumentan las cifras de forma estable, en el sistema maya los símbolos adquieren otro valor al cambiar su posición
	Conceptos/Representación de numerales	A4_EM p12	27	29	<i>Marina: Nosotros tenemos grafías nuestra grafía va del 0 al 9 y posteriormente es un como un patrón que tiene que aumentar, para aumentar los números, mientras que nosotros vamos repitiendo y aumentado ese patrón para que el número sea mayor, los mayas no, ellos tienen que hacer una conversión y multiplicar para que la rayita y el puntito suban de nivel, pero va dependiendo del valor posicional que se va teniendo en cada grafía</i>	
	Conceptos/base auxiliar 5 del sistema romano		7	7	<i>Marina: en el romano, al llegar al cinco o al diez, hacen una resta</i>	Marina conoce la regla de las bases auxiliares del sistema romano que consisten en colocar un símbolo a la izquierda o derecha para formar cuatro o seis
	Conceptos/Reglas de operación de los símbolos romanos	A4_EM p14	31	31	<i>Marina: Mientras en el SND seguimos el patrón de las grafías, que después del 3 el 4 tiene una grafía, en el sistema romano no en el sistema romano se hace una resta del elemento que es el cinco se escribe a la izquierda el elemento uno, entonces en realidad es una conversión del 5 menos 1 que nos da el 4 porque no hay un símbolo para el 4</i>	Marina explica como en el sistema romano el 4 se forma a partir del cinco, poniendo un uno a la izquierda, y lo mismo ocurre con los demás números después de repetir un valor tres veces
	Conceptos y definiciones/el 5 como agrupamiento mínimo en el sistema maya y romano	A3_P1	8	8	<i>Carla: Yo encontré una similitud entre el maya y el romano, por la cuestión de la cantidad de símbolos que están manejando, en el sentido de que en el maya para el cinco solamente usa la raya o la línea como la queremos manejar y en el romano nada más utilizamos la "V".</i>	Carla expresa su conocimiento sobre la base auxiliar 5 del sistema romano y maya, Carla lo expresa como una similitud entre sistemas que al llegar al número 5 introducen este símbolo y se repiten los anteriores

	Conceptos y definiciones/ base vigesimal del sistema maya	A3_P2	16	16	<i>Fernando: (muestra su número con 4 puntos horizontales): Yo lo hice así para mostrar que va por pisos, en primaria lo solemos enseñar por colores. En el piso uno el punto vale uno y solo se llega hasta el 19, cuando ya llegamos al 19 pasamos al veinte (muestra con su dedo el segundo nivel) entonces un punto en el segundo piso vale 20, hasta llegar al 399, entonces tienes que agregar otro piso abajo que vendría siendo el tercer piso y vale 400 y allí llegas hasta el 7999 y agregas el cuarto piso que vale 8000 y así tienes cuatro pisos que forman el 8421</i>	Fernando explica cómo formo el número 8421, explica cada uno de los valores que tienen los símbolos que utilizó de acuerdo con su posición, lo que él nombra como “pisos” por lo tanto, es un indicio de conocimiento del valor de posición del sistema maya, además, Fernando menciona que cada que se llega a cierta cantidad, 19, 399, 7999 se pasa al siguiente nivel, esto es un indicio de conocimiento de la base vigesimal del sistema maya
K o T	Conceptos y definiciones/Base vigesimal del sistema maya	A3_P2	20	20	<i>Fernando: Cada punto en el sistema maya es el resultado de multiplicar por veinte (muestra su cuaderno) En el primer piso es uno por 20, pues veinte, veinte por veinte es 400 en el tercer piso y 400 por 20 es 8000 para el cuarto piso, entonces tenemos que explicar bien cada uno de los números</i>	Fernando retoma la explicación de los valores del símbolo maya que es un punto, argumenta que cada punto es el resultado de multiplicar por 20, con ello muestra evidencia del conocimiento de la base vigesimal del sistema maya
	Conceptos y definiciones/base decimal y vigesimal	A3_P3	21	21	<i>Gina: pues que en el nuestro va subiendo de diez en diez y en el maya de veinte en veinte</i>	Gina conoce la base diez del SND y veinte del maya, como una diferencia en ambos
	Conceptos/Valor de posición del SND en comparación en el sistema romano	A3_P4	27	27	<i>Marina: En el nuestro podemos poner el 3 en lugar de las centenas o de las decenas y sigue siendo el mismo número, pero en el romano no puedo poner las C al final, o las X primero tienen que estar en orden. Sin embargo, en el nuestro, pues si se puede acomodar y sigue siendo lo mismo</i>	Marina explica la diferencia que existe en el sistema romano y el SND con respecto a la posición de los números que permite usar un mismo símbolo para indicar diferentes valores según su posición, lo cual no ocurre en el sistema romano
	Conceptos/regla de escritura del sistema romano	A3_P4	32	32	<i>Carla: También es que se mezcla con la resta en algunos otros elementos</i>	Carla conoce la regla de escritura del sistema romano donde en las bases auxiliares el valor del número cambia según se coloque el símbolo a la izquierda o derecha
	Conceptos y definiciones/reglas de operación del sistema romano	A3_P4	33	34	<i>Fernando: La repetición, aquí por ejemplo si le cambiamos a 333, pero si le agregamos un número más 334 ya no podemos repetir más que tres veces la letra I, por eso tenemos que agregar ahí la V intermedia. Pasa lo mismo en el caso de la X en el 30, en el 40 vamos a agregar ese valor intermedio, vamos a agregar la L y pasa lo mismo en el 500 que creo que es la D, es como vamos a ir agregando ese valor intermedio para que no se repitan las letras más de tres veces de manera consecutiva.</i>	Fernando conoce sobre las reglas de escritura y agrupamiento del sistema de numeración romano, en este caso argumenta sobre el uso de los símbolos hasta tres veces y el valor que se agrega en la base auxiliar cinco
	Propiedades del SND/ símbolos de diferentes sistemas numéricos	A3_P1	7	7	<i>Marina: mientras que en el maya van aumentando puntitos con las cantidades, en el romano al llegar al cinco o al diez, hacen una resta. Bueno, eso fue lo que yo vi y que en el nuestro ya es como de memoria 1, 2, 3, 4, 5...</i>	Marina describe las diferencias entre el sistema romano y el SND en razón de distintas propiedades, como el valor de posición que permite usar la misma grafía en el

	Propiedades del SND/orden, valor de posición y representación de los agrupamientos	A4_EM p10	33	33	<p><i>Marina: Para el 333 cada número tiene un valor y la misma grafía, si yo en el 333 cambio el orden de unidad decena y centena no se altera porque es la misma grafía, cambiaría si yo tuviera un uno al final y lo cambio al inicio, en el sistema romano no se puede porque alteraríamos la numeración y estaría incorrecto y en este sistema las centenas se escriben de una forma las decenas de una y las unidades de otra</i></p> <p><i>Marina: Pues que nosotros partimos de eso de la unidad, sabemos que una unidad es un elemento y eso le enseñamos a los niños, cuando llegamos a la decena esta tiene dos dígitos y en la centena tres dígitos, entonces ese valor posicional que vamos teniendo nos da esta facilidad de acomodar los números y en el sistema romano hay que hacer una conversión constantemente para poder acomodar los símbolos pero no tienen esta de cambiar sus símbolos y obtener un número nuevo, se pierde por completo y tienen que seguir ciertas reglas para formar sus números y a veces para formar un número se ocupan varios elementos y en otros no, va dependiendo del número a formar .</i></p>	333 pero no en el sistema romano porque este no es posicional, el orden de escritura del sistema romano y su representación para cada base 10 impide alterar el orden de escritura de sus símbolos pues este se escribe empezando por el mayor y cada agrupamiento tiene un símbolo distinto, en el sistema romano se empieza a escribir por el mayor. En el SND las unidades de orden son estables dentro de una se encuentra otra de forma consecutiva por ello las cantidades mantienen una cantidad de números fija, las centenas son siempre 3 dígitos. El sistema romano un símbolo puede representar un agrupamiento completo y no es estable por ello un número como mil es una M, aunque es mayor que 30 que son tres X.
	Propiedades del SND/Comparación de la propiedad aditiva, del sistema egipcio y la multiplicativa y posicional del SND	A3_P1	9	9	<p><i>Fernando: los nuestros son posicionales pues no hay que escribir tantos números, por ejemplo, en el nuestro para escribir nueve mil novecientos noventa y nueve, uno lo puede hacer con 4 nueves bien ordenados, pero en el egipcio tendrías que escribir nueve varas, nueve talones, nueve personas, nueve flores de loto, es un numerote, entonces es menos práctico</i></p>	Fernando muestra evidencia de conocimiento de la propiedad posicional del SND que permite usar un dígito por unidad de orden, lo que es económico en comparación con el sistema egipcio que ocupa demasiados dígitos para representar cantidades grandes
	Propiedades del SND/ valor de posición del SND	A3_P5	42	42	<p><i>Gina: De estos tres sistemas que hemos revisado se me hace más práctico y versátil el nuestro, porque como bien mencionó Fernando, con una cantidad mínima de dígitos puedes representar cantidades enormes, solamente tomando en cuenta la posición.</i></p>	Gina referencia al valor de posición como propiedad del SND que permite la economía en su escritura y menciona que esta evidencia la construye con la afirmación previa de Fernando sobre la cantidad de dígitos y el valor de posición
	Propiedades del SND/ Base decimal del SND		22	22	<p><i>22. Fernando: El nuestro es decimal</i></p>	Fernando conoce que el SND es de base diez o decimal
<b>K o T</b>	Propiedades del SND propiedad /multiplicativa y propiedad aditiva del sistema romano	A3_P4	26	26	<p><i>Marina: nosotros tenemos unidad, decena y centena y cada una tiene la misma representación, pero en el sistema romano pues las centenas tienen unas características, las decenas otras y las unidades otras, se acomodaron en la misma posición, pero ahí el conteo es por elemento.</i></p>	Marina argumenta que en el SND se usa la misma cantidad de dígitos para representar un orden numérico, pero en el sistema romano cada representación es diferente, aunque pertenezcan a un mismo orden y al decir “se hace por dígito” tal vez se refiriera a la propiedad aditiva del sistema romano
	Propiedades del SND/Recursividad de los símbolos del SND	A3_P4	35	35	<p><i>Fernando: En los números romanos una de las cosas que va a pasar es que siempre se van a tener que agregar más símbolos para tratar de expresar un número mayor</i></p>	Indicio. Fernando explica que con los números del SND se pueden formar cantidades infinitas en comparación con el sistema romano

		A3_P4	36	37	<p><i>Fernando: Con 9 dígitos podemos expresar números infinitos con los números arábigos que son del sistema decimal que nosotros utilizamos. Con el romano hay un punto en que se nos acaban las I, las C, las L, las D, las M, y bueno hay otra regla allí para agregarle para que valga más, pero aún así hay que agregar cada vez más símbolos y en el nuestro nada más con nueve.</i></p>	que requiere más símbolos y que tiene un límite de representación, esto puede ser un indicio de conocer algunas propiedades del SND como la recursividad de la serie.
	Propiedades del SND/Propiedad aditiva y multiplicativa en comparación con otros sistemas	A3_P5	40	40	<p><i>Marina: Bueno, me quedé reflexionando, que, para el romano, por ejemplo, para el 333 se ocupan nueve elementos, pero en otros, aunque la cantidad sea más, pues los números o elementos van a ser menos, y en nuestro caso no, empezamos con los números del uno al nueve las unidades, es un elemento, luego las decenas, dos elementos, las centenas tres elementos. por ejemplo, después del 99 siguen tres cifras, va el 100 o del 999 ya va el mil, que se vuelven a repetir los números, esa es la ventaja que veo yo del nuestro.</i></p>	Marina argumenta que no hay una relación estable entre la cantidad de símbolos que representan una cantidad en el sistema romano, en comparación con el SND donde cada unidad de orden mantiene la cantidad de cifras para todos sus elementos y que esto es una ventaja, este argumento puede ser un indicio de conocimiento de las propiedades del SND. También es una construcción que surge después del argumento de Fernando sobre la cantidad de símbolos que ocupan el SND con relación al romano para escribir cantidades
	Propiedades del SND/Regla de escritura del sistema maya y chino	A3_P5	56	56	<p><i>Fernando: los mayas lo escribían de arriba para abajo, los chinos a veces lo hacían hacia la izquierda y derecha también</i></p>	Fernando conoce las reglas de escritura de la numeración maya y de los chinos
K M T	Teorías personales de enseñanza/Conflicto para desarrollar estrategias	A3_P5	51	51	<p><i>Carla: También conflictuarlos a ellos es interesante para ir viendo cómo van a ir manejando las diferentes estrategias que van a ir encontrando para la representación de cantidades.</i></p>	Carla explica que es necesario que los alumnos razonen por medio del conflicto cognitivo para que desarrollen estrategias para representar cantidades en los diferentes sistemas numéricos
	Estrategias y técnicas de enseñanza/comparación de los sistemas numéricos para aprender nociones del SND		56	56	<p><i>Fernando: los mayas lo escribían de arriba para abajo, los chinos a veces lo hacían hacia la izquierda y derecha también, y son nociones básicas que tenemos que enseñarles a los niños desde el principio, la posición, entonces yo creo que por eso es importante conocerlos.</i></p>	Fernando argumenta que es necesario enseñar sobre otros sistemas de numeración para aprender las nociones básicas que deben conocer de antemano
K F L M	Formas de interacción con un contenido / Reflexión sobre el SND en niveles superiores	A3_P5	54	54	<p><i>Fernando: A lo mejor cuando estamos en una etapa temprana de aprendizaje, pues las aprendemos así porque si es el único sistema que hay, pero ya cuando los chicos empiezan a entrar a la etapa de los porqués, le cae muy bien conocer esto para que sepan el porqué de unos o de otros</i></p>	Fernando argumenta que la enseñanza de otros sistemas de numeración permite a los alumnos razonar en las nociones que aprendieron en etapas tempranas de manera sistematizada
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/Complejidad de las propiedades del SND y otros sistemas	A3_P5	46	47	<p><i>Gina: Algo con lo que me quedo es reflexionar que si alguna vez me llegan a dar quinto, que si para mí fue difícil construir el concepto de número por ejemplo del que nos pedían hacer en maya, si para mí fue difícil, ahora para un niño que no sabe nada Esta práctica a mí me sirvió para ponerme en los zapatos de los niños y el conflicto que tienen al ver este tema y a veces</i></p>	Gina expresa a través de su experiencia en la sesión y las dificultades que le implicó razonar sobre otros sistemas de numeración en la importancia de considerar la complejidad de aprender sobre las propiedades de otros sistemas a la hora de enseñar a los alumnos

					<i>nosotros lo damos como si estuviera bien fácil, que se ve una una clase y no es así</i>	
K F L M	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/ver las matemáticas como objeto social		49	49	<i>Carla: Ahora otra cosa, concuerdo con Gabriel al pensar por ejemplo en el número maya que nos pediste, entras también en conflicto porque es algo que no lo aplicas en la vida diaria, como no lo tenemos tanto en la práctica, no lo dominamos al 100</i>	Carla argumenta sobre la dificultad de los alumnos para aprender sobre otros sistemas de numeración porque este contenido no es significativo o tiene relación con su vida cotidiana, es una evidencia de conocimiento sobre los intereses de que los contenidos matemáticos tengan relación con su vida cotidiana
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/uso de lenguaje sencillo	A3_P5	50	50	<i>Carla: Ponerte en los zapatos de los niños y decir pues bueno, si para mí fue complicado entonces tengo que adaptar un sistema y un lenguaje de una manera en que ellos puedan comprenderlo y que sea más fácil</i>	Carla expresa a partir de su experiencia la necesidad de que los niños aprendan los conceptos matemáticos usando apropiado y sencillo
	Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido/comparación, uso y practicidad del SND	A3_P5	52	53	<i>Fernando: Para concluir yo creo que conocer los sistemas de numeración que los seres humanos hemos inventado a lo largo de la historia en diferentes regiones del mundo, es importante. A pesar de que estamos utilizando en México el sistema de numeración que la mayoría de los países utilizan, por la practicidad que tiene en los símbolos y la posición, esto no es nada más conocerlo, sino para valorar el sistema que estamos utilizando y a la vez compararlo</i>	Fernando explica que conocer otros sistemas de numeración diferentes al SND, permite a los alumnos comparar y valorar la practicidad de nuestro sistema
A3_P5	Creencias y valores/Conocimientos centrados en el grado a cursar	A3_P5	41	41	<i>41. Gina: En esta sesión yo casi no participé porque realmente es un tema que desconozco, vi que es un tema de quinto grado que nunca he dado quinto grado y ahorita que lo mencionas, la única vez que tuve la oportunidad de reflexionar sobre ello, fue en un curso que tomé Entonces por la falta de experiencia y porque no he tenido la necesidad de enseñarlo, es que no me he empapado del conocimiento de este tipo de sistemas.</i>	Gina argumenta sobre la importancia de tener conocimiento sobre los sistemas de numeración y el SND para enseñar, explica la práctica de enseñar en medida de la necesidad inmediata como el grado que toca enseñar, pero como maestro se debe conocer más en profundidad los temas

#### 4.4.2. KoT de la actividad 4

##### 4.4.2.1 Fenomenología

El conocimiento que los profesores expresaron acerca de los contextos donde se puede situar el SND, que es uno de los elementos que definen la fenomenología de un contenido, fue respecto a la relación entre el conocimiento de las propiedades de distintos sistemas de numeración y su construcción histórica, como un modo de comprender el camino recorrido para que el SND tenga, las reglas, propiedades y características que tiene y con las que operamos casi naturalmente. Fernando explica que además de que conocer otros sistemas

ayuda a reconocer y valorar el nuestro, se puede observar que, así como a los alumnos, se les dificulta comprender ciertos conceptos como el valor de posición, así pasó con nuestros ancestros. El SND tiene propiedades y características que son más visibles a la luz de la comparación con otros sistemas, como comprender la utilidad del valor de posición al compararlo con un sistema no posicional como el egipcio, por ejemplo.

*Fernando: como maestros nos ayuda bastante conocer más nuestro propio sistema de numeración al compararlo con otros, y que nos caiga la idea que los niños tienen este conocimiento básico que tenían las personas que crearon este sistema, así como ellos no saben por ejemplo en qué posición van los números, nuestros ancestros tampoco lo sabían*

#### **4.4.2.2 Conceptos y definiciones**

Los conceptos y definiciones a los que hicieron referencia los profesores en esta actividad, fueron, el concepto de número y su diferencia con el numeral o grafía, la base de los sistemas maya, romano y el nuestro, reglas de operación o aspectos sobre estos sistemas numéricos, el valor de posición, orden y representación de agrupamientos. La profesora Marina argumenta que cada sistema tiene sus propios símbolos, base y reglas, y se refiere al SND como un sistema donde las cifras crecen de forma estable, las decenas tienen dos dígitos, las centenas tres, y así consecutivamente, pero en el romano o el maya esta estabilidad no es visible. Añadió además que el sistema romano tiene una regla de escritura donde antepone el “1” para escribir el 4 y el 6 y que permanece la regla en los múltiplos de 5 de poner un símbolo antes y después, que los valores se repiten hasta tres veces y luego se aplica esta regla del cinco.

*A4\_EMp14-31 Marina: Mientras en el SND seguimos el patrón de las grafías, que después del 3 el 4 tiene una grafía, en el sistema romano no, en el sistema romano se hace una resta del elemento que es el cinco, se escribe a la izquierda el elemento uno, entonces en realidad es una conversión del 5 menos 1 que nos da el 4 porque no hay un símbolo para el 4*

Carla hace referencia a la regla del 5 en el sistema romano y añade que también en el sistema maya el 5 es el número que determina el cambio de símbolo, esta es una observación que con mayor análisis nos permite observar como el número 5 es el agrupamiento mínimo que se ha usado a lo largo de la historia.

*A3\_P1-*

*8 Carla: Yo encontré una similitud entre el maya y el romano, por la cuestión de la cantidad de símbolos*

*que están manejando, en el sentido de que en el maya para el cinco solamente usa la raya o la línea como la queremos manejar y en el romano nada más utilizamos la “V”.*

El maestro Fernando explica a partir de la escritura de 8241 cómo son los valores y su representación a través de los símbolos de la numeración maya, a los que él refiere como “pisos”. Fernando agrega que cada que se llega al antecesor de un múltiplo de 20 se pasa al siguiente piso o nivel, de modo que cada punto de los símbolos mayas es el resultado de multiplicar por veinte, con ello denota su conocimiento de cómo opera el sistema maya, sin embargo no encontramos definiciones de base vigesimal como tal o de posición de los símbolos.

*A3\_P2-20 Fernando: Cada punto en el sistema maya es el resultado de multiplicar por veinte (muestra su cuaderno) En el segundo piso es uno por 20, veinte por veinte es 400 en el tercer piso, y 400 por 20 es 8000 para el cuarto piso...*

Respecto al sistema romano en comparación con el SND, los profesores expresaron conocimientos en cuanto al valor de posición que permite usar un mismo número en el SND en una cantidad porque su valor lo determina la posición, en cambio, en el romano esto no es posible. Fernando comentó lo de la regla del valor que se repite tres veces que otros maestros también habían comentado y el uso de un símbolo que se resta en algunos múltiplos de 5, es decir, la base auxiliar 5 del sistema romano, aunque los profesores no lo expresan así.

#### **4.4.2.3 Propiedades del SND**

Las principales propiedades que destacan los profesores son, la representación de los números y los agrupamientos en los diferentes sistemas, la regularidad en la escritura de números en el SND, el valor de posición del SND, la propiedad aditiva, la recursividad, y el orden de escritura. La maestra Marina explica la diferencia de representación de ambos sistemas romano y SND en el número 333, pues el mismo tres representa valores distintos por su posición, pero en el romano existe un símbolo para cada agrupamiento. Además, Marina hace referencia a que el número de cifras en cada agrupamiento es estable, las decenas son dos cifras, las centenas tres, etc., en cambio, en el sistema romano la asignación de la cantidad de cifras es arbitraria por los símbolos que se utilizan por ello el 333 puede ocupar 9 símbolos mientras que el mil que ocupa solo una letra, la M. Lo anterior se debe a las unidades de orden del SND, dentro de una se encuentra otra de forma consecutiva y para

formar una nueva la primera se multiplica por 10 ello hace regular la cantidad de cifras en los agrupamientos.

A3\_P5

40 Marina:

*Bueno, me quedé reflexionando, que, para el romano, por ejemplo, para el 333 se ocupan nueve elementos, pero en otros, aunque la cantidad sea más, pues los números o elementos van a ser menos, y en nuestro caso no, empezamos con los números del uno al nueve las unidades, es un elemento, luego las decenas, dos elementos, las centenas tres elementos. por ejemplo, después del 99 siguen tres cifras, va el 100 o del 999 ya va el mil, que se vuelven a repetir los números, esa es la ventaja que veo yo del nuestro.*

En cuanto el valor de posición como propiedad del SND, el maestro Fernando argumenta que gracias al valor de posición, la escritura de números se vuelve económica, pues un solo dígito se usa para representar valores distintos, como el caso de 9999, donde cada 9 representa un agrupamiento y por cuanto se multiplica este. El SND es multiplicativo aditivo y posicional, el sistema egipcio en cambio es aditivo por ello se utilizan nueve dígitos de cada agrupamiento para representar la misma cantidad.

*A3\_P1-9 Fernando: los nuestros son posicionales, en el nuestro para escribir nueve mil novecientos noventa y nueve, uno lo puede hacer con 4 nueves bien ordenados, pero en el egipcio tendrías que escribir nueve varas, nueve talones, nueve personas, nueve flores de loto, es un numerote, es menos práctico*

Las maestras Gina y Marina retoman el argumento del maestro Fernando en cuanto a la propiedad de valor de posición del SND, Marina comenta que nuestro sistema utiliza la misma cantidad de dígitos en cada agrupamiento, y que el romano ocupa cantidades de símbolos distintas no relacionadas con la magnitud del valor. Gina argumenta que el SND es práctico porque gracias al valor de posición se pueden representar infinidad de números empleando únicamente 9 dígitos.

#### **4.4.3. KMT actividad 4**

##### **4.4.3.1 Teorías personales de enseñanza**

Los conocimientos sobre la enseñanza que ponen de manifiesto los profesores en esta actividad fueron teorías personales de aprendizaje. La primera de ellas es respecto al conflicto que enfrentan los alumnos al convertir cantidades de un sistema numérico a otro, el cual les

permite desarrollar estrategias por medio del razonamiento. Fernando conoce que trabajar con otros sistemas de numeración permite a los alumnos conocer los aspectos básicos del SND.

*A3\_P5-51 Carla: También conflictuarlos a ellos es interesante para ir viendo cómo van a ir manejando las diferentes estrategias que van a ir encontrando para la representación de cantidades.*

*A3\_P5-56 Fernando: los mayas lo escribían de arriba para abajo, los chinos a veces lo hacían hacia la izquierda y derecha también, y son nociones básicas que tenemos que enseñarles a los niños desde el principio, como la posición, por eso es importante conocerlos.*

#### **4.4.4. KFLM actividad 4**

##### **4.4.4.1 Formas de interacción con un contenido**

Fernando conoce que la forma en que los alumnos interactúan con el SND y otros sistemas de numeración está relacionada con su edad, en un principio usan el sistema, pero no hay mucha reflexión sobre sus propiedades; sin embargo, en quinto y sexto, donde se introducen estos temas es un buen momento para reflexionar porque como él lo expresa es la etapa de cuestionarse las cosas.

*A3\_P5-54 Fernando: Cuando estamos en una etapa temprana de aprendizaje, pues las aprendemos así porque es el único sistema que hay, pero ya cuando los chicos empiezan a entrar a la etapa de los porqués, le cae muy bien conocer esto*

##### **4.4.4.2 Intereses y expectativas en el aprendizaje de un contenido**

Los profesores conocen sobre la complejidad del SND con la que los alumnos perciben su aprendizaje, el aspecto social del SND, el uso del lenguaje sencillo y la practicidad que los alumnos buscan cuando lo aprenden. Gina conoce que el SND es complejo, noción que reflexionó después de analizar las propiedades de otros sistemas numéricos, esto le permite comparar sus dificultades, con la de los alumnos al aprender el SND, de modo que no se debe considerar que aprender el SND y sus propiedades es algo fácil y rápido de aprender. Carla añade a las expectativas de los alumnos al aprender el SND, que ellos buscan que sea significativo, que tenga relación con su vida cotidiana, de otro modo se vuelve un conocimiento de aula que ellos no están interesados en adquirir por su falta de aplicación,

además es necesario, así como lo comentó Gina ser empáticos con el proceso de aprendizaje de los alumnos, para buscar estrategias y lenguaje sencillo que los ayude a comprender los conceptos y propiedades. Asimismo, cuando se aprende sobre otros sistemas, los alumnos pueden apreciar mejor la practicidad de uso de nuestro sistema.

*A3\_P5* *46-47 Gina: Si para mí fue difícil construir el concepto de número, por ejemplo, del que nos pedías hacer en maya, ahora para un niño que no sabe nada. Esta práctica a mí me sirvió para ponerme en los zapatos de los niños y el conflicto que tienen al ver este tema y a veces nosotros lo damos como si estuviera bien fácil, que se ve una clase y no es así*

*A3\_P5* *52-53*  
*Fernando: Para concluir yo creo que conocer los sistemas de numeración que los seres humanos hemos inventado a lo largo de la historia en diferentes regiones del mundo, para valorar el sistema que estamos utilizando y a la vez compararlo*

#### **4.4.5 Creencias y valores**

Respecto a las creencias y valores que los profesores expresan, es que los maestros deben tener un conocimiento curricular amplio de un contenido en los seis grados y no solamente centrarse en el grado que enseñan, porque ello limita sus conocimientos, reflexiones y razonamientos sobre lo que los alumnos deben conocer previamente y cómo los deben preparar para los grados siguientes, lo cual les permite desarrollar estrategias didácticas que impacten su enseñanza. Sin embargo, Gina comenta que los maestros dominan o conocen los contenidos en un sentido práctico, es decir, solamente si lo van a utilizar, de modo que dirigen lo que conocen hacia el grado inmediato que van a impartir.

*A3\_P5-41. Gina: Nunca he dado quinto grado y ahorita que lo mencionas, por la falta de experiencia y porque no he tenido la necesidad de enseñarlo, es que no me he empapado del conocimiento de este tipo de sistemas.*

#### **4.4.6. Resumen del conocimiento especializado de los profesores**

Los conocimientos que los profesores tienen respecto al SND presentes en esta actividad pertenecen principalmente a los subdominios del conocimiento matemático, en específico del KoT, del conocimiento didáctico, se mencionan algunos elementos de la enseñanza, KMT y el aprendizaje de los alumnos, KFLM.

En la categoría de Fenomenología del KoT, el profesor Fernando hace énfasis en cómo el conocimiento de los sistemas de numeración y por ende su contexto histórico permite a los docentes recuperar los conceptos, propiedades y elementos de nuestro propio sistema y considerar en la enseñanza las dificultades históricas, como la busca de practicidad y la relación constante de lo que se aprende con el entorno inmediato de la humanidad, que es similar a la búsqueda de los alumnos por un conocimiento práctico y significativo cuando se acercan por primera vez a un sistema numérico, como el SND tan presente en la vida diaria, pero no por ello sencillo de comprender.

Los conceptos que los profesores conocen y expresan en esta actividad son, el concepto de número, el numeral o grafía, las diferentes bases en cada sistema, las reglas de operación, el orden y el valor de posición. Las propiedades que conocen los profesores son la posicionalidad del SND, sus reglas de escritura, la recursividad de la serie, los símbolos y representación de las bases de diferentes sistemas numéricos, la propiedad aditiva, multiplicativa y posicional del SND en comparación con sistemas aditivos y los diferentes tipos de símbolos usados en cada sistema.

Los conocimientos didácticos en esta actividad giraron en torno a usar la actividad misma como una estrategia de enseñanza y cómo es que los alumnos interactúan con el aprendizaje de las propiedades de otros sistemas, los profesores argumentaron que conocer otros sistemas numéricos permite comparar y apreciar mejor la practicidad de uso del nuestro, también reconocen que la enseñanza de este contenido en grados avanzados está dirigida a la reflexión sobre las características del SND, porque los alumnos tienen un desarrollo de pensamiento que les permite cuestionarse y razonar sobre los otros sistemas, lo cual en los primeros grados, solo se aprende y usa de forma natural; sin embargo, que así aparezca en el currículo y a los profesores les parezca bien esta organización, no quiere decir que no podrían explorarse otras formas de reflexión en los primeros grados, esto no lo mencionaron los maestros, pero puede ser una posibilidad. Las creencias y valores expresados fueron en torno a la formación docente, se reconoce una necesidad de un dominio curricular de todos los grados.

#### **4.5 Informe general del conocimiento de los profesores a las actividades de análisis.**

A continuación, se muestra en qué frecuencia los subdominios tanto del conocimiento matemático como didáctico aparecieron en cada una de las actividades. Se destaca que el subdominio KoT, conocimiento de los temas y el subdominio KMT, conocimiento de la enseñanza matemática, aparecen en cada una de las actividades, lo que muestra la estrecha relación entre el conocimiento matemático y cómo lo utiliza el profesor para desarrollar estrategias de enseñanza. El subdominio KPM, prácticas matemáticas, tiene poca presencia en las actividades, puesto que en primaria algunas prácticas matemáticas como las demostraciones son poco comunes por el nivel de desarrollo conceptual de los temas.

Cada actividad evocó distintos tipos de conocimiento en los profesores. Algunas evocaron más conocimientos que otras por ejemplo, el conocimiento que evocaron los profesores en cuanto a aspectos disciplinares y didácticos fue a partir de actividades donde se analizaba la enseñanza, se puede observar que la actividad 2 “lección de un libro de texto” tiene presencia de conocimiento en todos los subdominios tanto del lado didáctico como disciplinar. Los maestros son observadores de su propia práctica, por ello conocen a sus alumnos, la forma en la que aprenden y las dificultades a las que se enfrentan al momento de abordar un contenido; sin embargo, esto no es suficiente para profundizar en el conocimiento matemático, por ello encontramos analogías o ejemplos tales que se acercan a lo que puede constituir un concepto o propiedad, pero pocas definiciones.

#### 4.5.1 Presencia de subdominios por actividad

La tabla que se presenta aquí corresponde a un esquema general de todas las actividades y que subdominios y categorías del modelo están presentes en cada uno, esta tabla tiene cinco columnas, la primera columna muestra las cuatro actividades, en seguida los subdominios del conocimiento matemático que aparecieron en cada una, seguidas de las subcategorías, las siguientes dos columnas corresponden a los subdominios y categorías del conocimiento didáctico

**Tabla 10**

#### Presencia de subdominios por actividad

Actividad	Subdominios conocimiento matemático	categorías	Subdominios conocimiento didáctico	categorías
1. Ejercicio de cálculo mental	KoT	Conceptos Propiedades del SND procedimientos		
	KPM	Practicas ligadas a la matemática general		
2. Análisis de lección de libro de texto	KoT	Conceptos	KMT	Recursos y materiales Estrategias y técnicas de enseñanza
	KSM	Conexiones complejización Conexiones simplificación	KFLM	Teorías personales de enseñanza Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido Formas de interacción con un contenido
	KPM	Practicas matemáticas asociadas a una temática	KMLS	Nivel de desarrollo conceptual Secuenciación de los temas
3. Ejercicio de decimales	KoT	Conceptos Propiedades del SND Registros de representación	KMT	Recursos y materiales Estrategias y técnicas de enseñanza
	KSM	Conexiones simplificación conexiones complejizacion	KFLM	Formas de interacción con un contenido Intereses y expectativas asociadas al aprendizaje de un contenido
			KMLS	Secuenciación de los temas
4. Cuestionario sobre sistemas	KoT	Fenomenología Conceptos Propiedades del SND	KMT	Teorías personales de enseñanza

de numeración			KFLM	Formas de interacción con un contenido Intereses y expectativas asociadas al aprendizaje de un contenido
---------------	--	--	------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

### **5.1 Contraste del conocimiento de los profesores sobre el SND y la propuesta de conocimiento del MTSK en función del SND.**

En el marco teórico de la presente investigación se mostró una propuesta de conocimiento matemático en función del SND, la cual se caracterizó de acuerdo al contenido, como es trabajado en primaria y al conocimiento que el modelo MTSK describe para cada uno de sus subdominios y categorías correspondientes. La intención de dicha propuesta era, tener una especie de mapa que nos ayudara a organizar y analizar el conocimiento presente en los argumentos de los profesores en cada una de las actividades. Esta propuesta nos ayudaría a dar respuesta a nuestro objetivo de investigación que fue “caracterizar el conocimiento matemático y didáctico matemático de los profesores de primaria”.

En algunos casos los elementos que habíamos anticipado coincidieron con lo que los profesores mostraron, en otros, fue necesario mirar varias veces, para determinar qué conocimiento se estaba expresando y cómo, o si ello era parte de la didáctica del docente en general de su práctica y no específicamente en relación con el SND. Después de revisar los datos, analizarlos, categorizarlos y explicar las asignaciones a cada categoría de acuerdo con el MTSK, obtuvimos los siguientes resultados que se muestran a continuación a modo de comparación entre lo que esperábamos encontrar de acuerdo a nuestra propuesta teórica sobre el SND y lo que encontramos en la investigación. Se presentarán estos resultados y además, las conclusiones, comenzando por el dominio del conocimiento matemático y cada uno de sus subdominios y luego el dominio del conocimiento didáctico.

#### ***5.1.1 Conocimiento matemático***

Los subdominios que integran el conocimiento matemático son el KoT, conocimiento de los temas, el cual implica conocer en profundidad diferentes conceptos, definiciones, fenómenos de conocimiento y propiedades de un contenido; el KSM, que se refiere al conocimiento de la estructura matemática a través de conexiones entre temas, y por último el KPM, conocimiento de la práctica matemática, es decir cómo se procede en la enseñanza de un

contenido. Los elementos que se consideraron para explorar y los encontrados se describen a continuación, por subdominio.

#### ***5.1.1.1 Conocimiento de los temas, KoT***

Los conceptos y definiciones previstos fueron, los dígitos, agrupamientos, valor de posición, decimal, potencia, cardinal: Las propiedades esperadas eran, la propiedad, aditiva, multiplicativa y posicional del SND. Así como las referencias a la historia de los sistemas de numeración o el uso de las partes de cuerpo para la representación numérica. Lo que se encontró, después del análisis y revisión fue lo siguiente.

En la categoría de fenomenología, es decir, los fenómenos que ayudan a producir conocimiento, el profesor Fernando mostró conocimiento en cuanto a reconocer la enseñanza de otros sistemas de numeración como una oportunidad para reflexionar en las propiedades y características del nuestro. Respecto a las propiedades del SND, los maestros no enunciaron ninguna, sin embargo, explicaron que han observado ciertas reglas o peculiaridades del sistema que se repiten constantemente, como el orden y la posición de los números.

Concluimos que los profesores refieren muy pocas definiciones o conceptos asociados al SND, entre los que más se mencionan son los agrupamientos, el valor de posición, el cero y la base, estos conceptos son en su mayoría son enunciados como parte de algún proceso de resolución de algoritmos, pero no se definen de forma específica. Esto nos muestra que los maestros tienen un conocimiento operativo, conocen los algoritmos básicos y saben usarlos para retomar a partir de ellos algunas características de nuestro sistema como el valor de posición, el orden y los agrupamientos, sin embargo, este conocimiento es muy similar al que los alumnos en primaria utilizan para resolver problemas. Este resultado también se ha notado en estudios con aspirantes a profesores como el de González et al., (2013) en estudiantes para maestro, que concluye que los maestros tienen un conocimiento de tipo operativo y poco analítico.

En cuanto a los procedimientos que los maestros conocen, concluimos que estos son procedimientos algorítmicos básicos y muy pocos heurísticos. Sin embargo, destaca el uso de ejemplos y analogías relacionadas con la vida diaria, para explicar los conceptos y propiedades, tales son, significativos y familiares para el alumno.

En el caso de los registros, consideramos el oral y escrito (Duval, 2006) presentes en el SND, los cuales fueron expresados por los docentes además del registro gráfico porque la actividad era sobre un ejercicio de decimales. La maestra Gina por ejemplo, explicó el registro numérico y fraccionario de un decimal, utilizó los dibujos y comparaciones con objetos cotidianos como galletas para ayudar a los alumnos con abstracción de un concepto mediante la representación del mismo con algo concreto (una galleta es un entero y a su vez es 1.0 o una unidad, la cual si se parte a la mitad es entonces un medio, o 0.5).

#### ***5.1.1.2 Conocimiento de la estructura matemática, KSM***

Entre las conexiones que consideramos como parte del aprendizaje del SND, fueron las de complejización que permiten construir conceptos complejos a partir de sencillos y las de simplificación, donde se explican conceptos complejos usando conceptos sencillos. Los docentes expresaron ambas, la primera de ellas fue de complejización entre el concepto de agrupamiento mínimo y la construcción de una secuencia numérica, esto lo comentó por ejemplo la profesora Gina, la siguiente fue de simplificación, expresada también por la maestra Gina, respecto a la relación entre las reglas de operación de los números decimales y los enteros, como el valor de posición, lo cual permite a los alumnos retomar el valor de posición que conocen de los enteros al operar con los decimales. Podemos concluir que los maestros conocen las conexiones entre los conceptos como producto de la interacción de los alumnos con los contenidos matemáticos, estas son importantes les permiten desarrollar estrategias, ejemplos, y ajustar su enseñanza.

#### ***5.1.1.3 Conocimiento de la práctica matemática, KPM***

El conocimiento esperado sobre las prácticas matemáticas generales fue, la argumentación, el pensamiento inductivo, deductivo y el lenguaje matemático. Las prácticas matemáticas en relación con el SND que consideramos fueron, la enseñanza progresiva, que retoma constantemente los conceptos del KoT para el aprendizaje de nuevos elementos. En cuanto a las prácticas generales los maestros dieron cuenta del razonamiento a través de situaciones problema, y en la estimación como oportunidad para reflexionar en las propiedades del sistema tales como, integrar agrupamientos del mismo orden, ordenar las operaciones según

su posición y buscar coincidencias en la suma, resta o producto de unidades, así como recurrir a una operación más sencilla para resolver otra. Respecto a las prácticas matemáticas relacionadas con SND y la experiencia personal, los maestros dieron evidencia de conocer que la enseñanza y aprendizaje del SND es de manera progresiva retomando constantemente los conceptos y propiedades aprendidos sobre el SND.

### ***5.1.2 Conocimiento didáctico***

El conocimiento didáctico fue uno de los que proveyó mayores argumentos y reflexiones. Identificamos que a los docentes les resulta más sencillo evocar lo que conocen a partir de su práctica y los fenómenos que se desarrollan en ella. El subdominio que predominó fue el de la enseñanza matemática, ligado constantemente a las características de aprendizaje, KFLM. Consideramos desde nuestra propuesta que las actividades presentadas llevaran a la evocación de este conocimiento. A continuación, se describe el conocimiento encontrado y comparado con nuestra propuesta teórica.

#### ***5.1.2.1 Conocimiento de la enseñanza matemática KMT***

Respecto a la enseñanza consideramos encontrar conocimiento sobre teorías de enseñanza como la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, o algunos resultados de la investigación que influyen en la enseñanza del SND, también se consideró que los maestros conocieran los propósitos y enfoques de la enseñanza de matemáticas y el SND en primaria. Se esperaba que los maestros conocieran diversos recursos de enseñanza, así como estrategias y técnicas.

En relación con las teorías, resultados de la investigación o enfoque de la enseñanza matemática los maestros no indicaron conocer alguna teoría o investigación, en cuanto a su experiencia personal los maestros indicaron que el conocimiento de otros sistemas numéricos es un importante espacio de reflexión, análisis y comparación para aprender las características del sistema.

Concluimos que el conocimiento que manifestaron los profesores sobre la enseñanza radicó principalmente en los materiales y las estrategias. Los maestros conocen qué materiales usar para la enseñanza del SND y saben cómo adaptar otros materiales para enseñar un contenido, como el reloj y el metro que usan para enseñar unidades de medida y a su vez les ayuda a

trabajar secuencias numéricas, múltiplos de 10, agrupamientos, conversiones y la base 60. Además de este conocimiento sobre los materiales, concluimos que también conocen que las estrategias y técnicas que funcionan para la enseñanza del SND, son las que permiten al alumno relacionar su conocimiento del SND con la vida cotidiana, como las situaciones de compra venta y los que permiten la reflexión sobre el sistema y su uso.

Los profesores conocen y utilizan estrategias tradicionales de enseñanza pues les facilita la explicación de un contenido a la vez que buscan nuevas alternativas de enseñanza. Un aspecto a destacar es que los maestros saben que, en la diversidad de actividades en el aula, incluidas las artes, hay oportunidades para abordar un concepto. Por ejemplo, el profesor Fernando expresó que mientras enseñaba sobre el número de veces que una hoja se puede partir a la mitad, reflexionó que este contenido permite enseñar a la vez el cuadrado de un número; pues el número de cuadritos que resultaban de doblar la hoja a la mitad tantas veces fuera posible era como duplicar un número cada vez, como trabajar una base 2. Los profesores conocen como adecuar sus estrategias de enseñanza de acuerdo a lo que necesitan sus alumnos, por ejemplo, usar material concreto para trabajar agrupamientos y conteo con alumnos pequeños o cuando son más avanzados, dejarlos interactuar con el objeto de conocimiento para luego reflexionar, como seguir la secuencia de los números en el reloj a partir del registro de cada cierto tiempo como 15 min, para identificar un patrón en base 60.

Otra conclusión es que los maestros conocen como utilizar ejemplos de la vida cotidiana y cercanos al contexto del alumno para ayudarlos a comprender un concepto, saben cómo relacionar conceptos y explicar un tema a partir de otro, como las fracciones y los agrupamientos para trabajar los decimales, así mismo el hipotetizar situaciones para llevar a la reflexión, tal es el caso, que si el denominador de una fracción indica el total de particiones, un denominador como 100 entonces puede darles a los alumnos una idea de lo que representa un centésimo por ejemplo. Este subdominio dio amplias muestras del conocimiento de los profesores, además que permitió mirar el potencial de las actividades de análisis con base en experiencias o situaciones de la enseñanza.

#### ***5.1.2.2 Conocimiento de las características de aprendizaje de los alumnos, KFLM***

Para este subdominio se esperaba que los maestros conocieran las fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje del SND, dificultades tanto de carácter epistemológico (Brousseau,

1983) como el uso del cero y las relacionadas con el aprendizaje de un contenido, como el valor de posición que es parte de las propiedades del sistema de numeración. Respecto a las fortalezas que consideramos estas fueron, la iteración de los agrupamientos, que ayuda a memorizar la serie numérica por la repetición de los términos hasta que se forma un nuevo agrupamiento (Broitman, 2014). Además, se consideró que los maestros conocieran como es que los alumnos interactúan con el sistema, buscando simplificar operaciones, usar pistas lingüísticas para aprender los números, los errores por la falta de razonamiento sobre el valor de posición y como manejan los alumnos los cambios de base.

En cuanto a los intereses y expectativas de los alumnos sobre el SND, se esperaba que los maestros conocieran, que los alumnos están interesados en que el aprendizaje del SND sea práctico, relacionado con su entorno inmediato y sencillo, que por esta razón enfrentan dificultades en el aprendizaje del SND pues este no es transparente en sus reglas de operación. (Terigi y Wolman, 2007). Sobre las teorías, se contempló que los maestros conocieran algunos resultados de la investigación que influyen en el aprendizaje del SND por parte de los alumnos, como los principios del conteo de Gelman y Gallistel (1978) citado en Miranda Álvarez, 2018

El conocimiento evidenciado por parte de los maestros, fue el que se había previsto, además de otros aspectos. Concluimos que la mayor parte de sus teorías de enseñanza fueron de carácter personal derivado de la observación reflexión y análisis de su práctica. Los maestros conocen dificultades a las que se enfrentan los alumnos cuando interactúan con el SND, como el dominio de la base diez y sus agrupamientos, esto consiste en que después que los alumnos se habitúan a usar la base diez y los agrupamientos, se genera un nuevo conflicto al intentar trabajar con otra base que no sea diez, tal es el caso de la unidad de medida de tiempo, que es 60.

Los profesores conocen que los alumnos en la interacción con el SND buscan al igual que sus antepasados, un sentido práctico en el uso del sistema, que formulan estrategias y atajos para construir soluciones. Los alumnos buscan donde puedan usar sus saberes previos, como el caso de sumar horas completas como unidad y restar el sobrante ( $4:30 - 50 \text{ min.} = 3:30 - 10 = 3:20$ ). También conocen que los alumnos buscan que los contenidos tengan relación con su vida cotidiana, por ello comprenden mejor los ejemplos con objetos o situaciones sencillas

y reales que trabajar números aislados, algoritmos y objetos sin relación alguna con ellos y su contexto. Los maestros manifiestan conocimiento sobre la importancia que tiene para los alumnos el uso del material concreto en edades tempranas para comprender conceptos como los agrupamientos decimales y su correspondiente fracción. Los maestros manifiestan conocimiento de la relación entre los agrupamientos decimales y su correspondiente en fracción, dada por el rango del denominador, entre mayor sea este el decimal aumenta y el valor del número disminuye.

Si bien los maestros no enunciaron teorías del desarrollo, concluimos que su experiencia y formación previa los lleva a que reflexionen que los alumnos tienen diferentes niveles de conceptualización y de acuerdo a ello es que interactúan con el SND. En un principio interactúan con el sistema de forma operativa, poco se preocupan por las propiedades y características o de reflexionar cómo funcionan, usan el SND y buscan hacerlo de forma práctica, más adelante su madurez cognitiva les permite analizar y reflexionar que sucede con las propiedades del SND. Por esta razón inferimos que los maestros reconocen la pertinencia de la enseñanza de otros sistemas numéricos además del SND en quinto grado. La comparación de nuestro sistema numérico con otros permite que los alumnos reflexionen mediante la comparación en las propiedades del nuestro, en su practicidad. Concluimos también que los maestros de este estudio conocen que aprender el SND, sus características, reglas y propiedades es complejo y que deben ser empáticos con los alumnos. El hecho de que el SND sea un contenido con el que interactúan cotidianamente y que conocen antes de entrar a la escuela, no significa que sea transparente y fácil de aprender.

### ***5.1.2.3 Conocimiento de los estándares curriculares KMLS***

El conocimiento que buscamos por parte de los profesores acerca de los estándares curriculares es aquel referido a la organización del currículo y su aprendizaje. Se describieron dos categorías para este subdominio, la primera es respecto al nivel de desarrollo conceptual esperado para un contenido, donde se busca que el maestro conozca el desarrollo gradual del SND en los seis grados de primaria, y en consecuencia los conocimientos y habilidades requeridas para su estudio en cada grado. La siguiente categoría es la secuenciación de los temas, en esta, se espera que los profesores conozcan la secuencia de organización del contenido SND en el currículo de primaria, en los programas y libros vigentes. Este fue uno

de los conocimientos mayormente evidenciado por los profesores, lo que denota su experiencia tanto en la planificación como la enseñanza. Se enunciaron los elementos de conocimiento previstos y algunos otros aspectos.

Concluimos que los profesores conocen cómo se organizan los contenidos en el programa y libro de texto, conocen lo que un alumno necesita saber en determinado grado escolar, producto de su observación y trabajo en clase con diferentes grados escolares. Los profesores enunciaron los temas que debían abordarse antes de trabajar con el contenido SND y los contenidos relacionados como las unidades de medida, en este caso los alumnos necesitan saber que es el número, el conteo, hacer agrupamientos mínimos y después secuencias. Los maestros manifiestan conocimiento sobre el momento en que los alumnos se enfrentan a un conflicto en la secuencia de contenidos por la introducción de nuevos conceptos, tal es el caso de la introducción de los números decimales en cuarto grado, cuando habían venido trabajando solo con enteros.

Concluimos también que los maestros conocen el nivel de desarrollo conceptual esperado para el abordaje de un tema, por lo tanto, saben que hay alumnos que necesitan manipular materiales, aprender desde el conteo, y otros que, a través de secuencias, o directamente interactuar con un contenido, como cuando usan la base 60 en la medida de tiempo y después reflexionan entre la base 60 y el cambio de hora. Los maestros manifiestan conocimiento sobre que en un mismo salón hay alumnos que comparten características físicas y cognitivas diferentes, con un estilo de aprendizaje y el nivel de desarrollo variado que necesita atenderse.

## **5.2 Aportes de la investigación**

Esta investigación tuvo como objetivo indagar, explorar y analizar el conocimiento de los profesores. Sin embargo, al mismo tiempo permitió entender la naturaleza del mismo, al proveernos, un esquema general de lo que conocen los profesores sobre el SND y cómo lo conocen, de modo que genera una reflexión implícita de cómo es el quehacer profesional de los docentes, visto desde la práctica misma, a través de reflexiones y análisis en torno a las diferentes tareas que realizan y de utilizar su conocimiento para resolver algunos planteamientos.

Existen actualmente distintas investigaciones que analizan el conocimiento de los maestros en formación sobre distintos temas del currículo de primaria. Algunos de estos estudios son el de García et al.(2014) que aborda el tema de la división de fracciones con 116 estudiantes para maestro, el que reporta Escudero-Domínguez y Carrillo (2014) con 51 estudiantes para explorar su conocimiento sobre los cuadriláteros y el estudio con 737 estudiantes sobre los conocimientos aritméticos (Montes et al., 2014). Estos estudios plantearon preguntas, cuestionarios o problemas a los profesores para que ellos hicieran uso de sus saberes matemáticos. Como resultado, se observó una falta de profundidad en la comprensión de los contenidos, así como un conocimiento operativo y de reproducción de conocimiento por parte de los profesores. En el estudio sobre los conocimientos aritméticos, una de las dificultades que se plantea para resolver los problemas aritméticos fue la falta de conocimiento de las propiedades y conceptos relacionados con el SND, que es el tema en el cual se ha enfocado esta investigación, lo que confirma la importancia de explorar que conocen los profesores sobre este contenido.

Los resultados que encontramos en este estudio tienen una notoria tendencia hacia los aspectos didácticos, con pocas enunciaciones de conceptos y definiciones, así como teorías establecidas, similares a los resultados en las investigaciones con docentes en formación. Por ejemplo, el estudio sobre los sistemas de numeración en estudiantes para maestro de González et al., (2013), quien encontró que los estudiantes tienen un conocimiento operativo con poca comprensión en las propiedades del sistema de numeración, muy parecido al de los alumnos de primaria. Por esta razón consideramos que un estudio sobre el SND con docentes de primaria en servicio, como el que se ha realizado, es pertinente.

Un aspecto a destacar en nuestra investigación es que las sesiones de trabajo colectivas, fueron un espacio para la reflexión. Este análisis permitió a los maestros cuestionar su práctica y el conocimiento que utilizan en ella. Esta es la mayor aportación de este estudio, proveer una mirada estructurada del conocimiento del SND y con base en ello que los maestros generen las situaciones que les permitan mejorar su práctica profesional, comenzado por observar y comprender la naturaleza de su conocimiento, antes que cuantificarlo.

### 5.3 Limitaciones de la investigación

Existen diversos elementos a considerar en próximas investigaciones sobre el SND, como el diseño de las actividades. En el camino metodológico trazado para la obtención de datos, las tareas fueron una pieza clave para la exploración del conocimiento de los profesores. Preguntar directamente a los maestros cuánto conocen sobre un tema específico como el SND, tuvo menos impacto en sus argumentos, que preguntarles acerca de la enseñanza o modo de aprender un tema por parte de sus alumnos. En este sentido podemos decir que una constante en la exploración de conocimiento, fue el conocimiento didáctico del contenido, derivado de la experiencia, observación y análisis constante. Con ello denotamos que los maestros piensan y analizan su práctica, en función de su conocimiento matemático y teórico disponible.

En consecuencia, consideramos que es pertinente en estudios futuros abordar a los profesores desde su didáctica, para enriquecer la visión sobre el quehacer profesional de los maestros. Sugerimos plantear situaciones de análisis del aprendizaje, y dar espacio a las experiencias de enseñanza de los docentes, porque es a través de estas que ellos han desarrollado estrategias, tareas y técnicas específicas para la enseñanza de un tema. En nuestra investigación, por ejemplo, las actividades 2 y 3, análisis de una lección de libro de texto y análisis de un ejercicio de decimales con errores respectivamente, generaron discusiones ricas en argumentos y descripciones. En cambio, las actividades 1 y 4, que corresponden a responder a un ejercicio de cálculo mental y un cuestionario sobre sistemas de numeración, generaban argumentos cerrados y mostraban conocimientos básicos por parte de los maestros, quienes se concentraban en resolver y no en argumentar sus respuestas, del mismo modo en que los alumnos buscan la solución más práctica a un problema sin detenerse a razonar porqué o cómo es que funcionan sus procedimientos.

Señalamos además que el diseño de las tareas es también una muestra del conocimiento que posee el investigador sobre el campo donde se desea intervenir. Por lo tanto, estas actividades y su potencial también fueron determinados con base en lo que el investigador consideró que podía explorar, en el camino estas proyecciones se modificaron, nacieron nuevas interrogantes, se realizaron entrevistas para profundizar, y en el mirar y analizar los datos para categorizarlos, el investigador también comprendido con mayor profundidad la

importancia de las actividades, el propósito e intención de las mismas ante su potencial para explorar conocimiento.

Por último, es importante hablar sobre las implicaciones del trabajo colectivo. Como se mencionó en la metodología, la participación de los profesores no era ordenada sino voluntaria, y a veces a partir de una participación y explicación se desarrollaban otros aspectos y los demás profesores involucrados aportaban a la discusión, este aspecto enriquecía las discusiones, pero a su vez limitaba la visión integral del conocimiento de los profesores, pues no se podía saber con certeza si los demás maestros que no eran tan expresivos en realidad era porque no tenían los conocimientos matemáticos y/o didácticos, que pretendíamos describir.

Concluimos que las actividades pueden mejorarse, incluso cambiarse, para ofrecer una posibilidad mayor de exploración de conocimiento. En cuanto a los espacios colectivos de trabajo, es importante desarrollar discusiones más homogéneas donde todos los participantes se involucren en la misma medida y cuidar que todos expresen su opinión personal sin influencia de los demás en la medida de lo posible. En este caso como el investigador es maestro de profesión, también se mira a si mismo a través de lo que explora analiza e interpreta. Inevitablemente su práctica se transforma.

## REFERENCIAS

- Acuerdo N°14/07/18. Por el que se establecen los planes y programas de estudio de las licenciaturas para la formación de maestros de educación básica. Diario oficial de la federación, Estados Unidos Mexicanos. Presidencia de la República, México, 3/08/2018
- Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E., Flores, P., Montes, M., & Rojas, N. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas: MTSK. *Actas Del VII CIBEM ISSN, 2301(0797)*, 1986.
- Ávalos, O. Solares, D. (2018). Los ceros también valen: Conocimientos de alumnos de sexto grado de primaria sobre el cero como elemento del sistema decimal. *EDUCACION MATEMATICA, VOL. 30 No. 3*, 55-82 DOI: 10.24844/EM3003.03
- Ávila, A. (2008). Los profesores y los decimales: Conocimientos y creencias acerca de u contenido de saber cuasi invisible. *EDUCACIÓN MATEMÁTICA, Vol. No. 2*, 5-33
- Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 3(11–12), 55–62. <https://doi.org/10.1080/02147033.1991.10820980>
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Broitman, C., Grimaldi, V., Ponce, H. (2014). El valor posicional, reflexiones y propuestas para su enseñanza, Santillana
- Carraher, T. (1994). En la vida diez, en la escuela cero (Siglo XXI). *EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VOL 6 No. 2*
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*, DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981
- Chamorro, M. (2005). Didáctica de las matemáticas para educación infantil. PEARSON EDUCACION

- Cid, E., Godino, D., J., Batanero, C., (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros, manual para el estudiante, Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada, <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2020). Repensar la evaluación para la mejora educativa. Resultados de México en PISA 2018; México: autor.
- D'Amore, B. y Fandiño, M. (2014). El número cero. Aspectos históricos, epistemológicos, filosóficos, conceptuales y didácticos del número más misterioso. México: Neisa
- Delgado-Rebolledo, R. (2020). Una propuesta de categorización del conocimiento de la práctica matemática de profesores universitarios [Tesis para optar por el grado de Doctor en didáctica de las matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso]
- Díaz-Bravo, L., Torruco-García, U., MartínezHernandez, M., Varela, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. Investigación en educación médica, Vol 2 (7) 162-167
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103-131.
- Escudero, A., & Carrillo, J. (2014). Conocimiento matemático sobre cuadriláteros en estudiantes para maestro. Investigación En Educación Matemática XVIII, 267–276.
- Escudero-Ávila, (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria (Tesis doctoral) Huelva España
- Escudero-Ávila, D., Carrillo, J. (2020). El conocimiento didáctico del contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VOL. 30. NÚM. 2* 8-38
- Fernández García, N. L. (n.d.). Matemáticas Y Su Didáctica Matemáticas Sistema De Numeración Posicional De Babilonia.

<http://www.uco.es/users/malfegan/Comunes/recursos-matematicos/Sistemas-numeracion/Sistema-de-numeracion-Babilonia.pdf>

Fomin, S. V., (1975). Lecciones populares de matemáticas. Sistemas de numeración. Editorial MIR.

Flores-Medrano, E., & Carrillo, J., (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Tesis doctoral) Huelva España.

Fregona, D. y Orús, P. (2011) La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática, Libros del Zorzal. ISBN 978-987-599-183-5

García, S. (2014). Sentido numérico. Materiales para Apoyar la Práctica Educativa. México: INEE.

Garriz, A., & Trinidad Velasco, R. (2018). El conocimiento pedagógico del contenido. Educación Química, 15(2), 98. <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.2004.2.66192>

Geoffrin Ninoska Gallego Cortes, Vivian Libeth Luzuriaga López, (3-7 mayo de 2015) Implicaciones en la comprensión del valor posicional en XIV conferencia interamericana de Educación Matemática, Tuxtla Gutiérrez Chiapas, México.

George Ifrah (1987). Las cifras. Historia de una gran invención. Alianza Editorial

Godino, D., Batanero, C., & Font, V., (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada

González, A. Ortiz, J. (2013) Limitaciones en la comprensión de sistemas de numeración al inicio de los estudios del grado de maestro en educación primaria. INVESTIGACION EN DIDÁCTICA DE LA MATEMATICA. Homenaje a Encarnación Castro

Ian, S. (2012). Historia de las matemáticas en los últimos 10000 años.

- Ibarrola, M. de. (2018). Los conocimientos profesionales necesarios en el marco de la reforma educativa. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(79), 1285–1311. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-66662018000401285&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662018000401285&lng=es&tlng=es)
- INEE. (2018). Autoevaluación docente para educación primaria.
- Lerner, D., y Sadovsky., P (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, C., y Salz, I., (1994) *Didáctica de las matemáticas*, Paidós.
- Liñán García, M. M., Barrera Castarnado, V., & Infante Infante, J. M. (2014). Conocimiento especializado de los estudiantes para maestro: la resolución de un problema con división de fracciones. *Escuela Abierta*, 17(1), 41–63. <https://doi.org/10.29257/ea17.2014.04>
- Liñán-García, M. del M. (2017). Conocimiento especializado en Geometría en un aula de 5° de Primaria.
- Mercado, R. (2002). Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza basada en los niños. México: FCE. Mercado, R., y Luna, M. E. (2013). NO
- Miranda Álvarez, F., Rodríguez, J. E., López Rodríguez, F., & Romero Sánchez, P. (2018). ¿Cómo Cuentan cuando Cuentan? Cardinalidad en Niños de Preescolar. *Acta de Investigación Psicológica*, 8(3), 25–35. <https://doi.org/10.22201/fpsi.20074719e.2018.3.03>
- Muñoz-Catalán, M.C., Carrillo, J., Contreras Gonzales, L.C., Climent, N., sección a cargo de María José Gonzales López, Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas, *La gaceta de la RSME*, 18 (2015) 3 pp 580-605.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Orozco-Omarza M., Bedoya E., (Enero 1991). El niño y el sistema de numeración decimal, *Comunicación Lenguaje y Educación*, DOI:10.1080/02147033.1991.10820980

- Osuna Lever, C., Diaz Lopez, K.M., (Febrero 2020) El logro de los aprendizajes en Matemáticas en PISA, ENLACE, y PLANEA en Adolescentes mexicanos. Un análisis retrospectivo. Archivos analíticos de políticas educativas. (28).
- Pérez Serrano, G. (1994). La Investigación Cualitativa: Problemas y Posibilidades. In Investigación Cualitativa. Retos e Interrogantes.
- Ponte, J. P. da. (2008). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. Teoría, Crítica y Práctica de La Educación Matemática, 2012, 83–98. <http://hdl.handle.net/10451/29194>
- Rico, L. (2007). La Competencia Matemática en PISA (Mathematics Competence in PISA). Pna, 1(2), 47–66.
- Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 29(51), 143–166. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>
- Sampieri, R. (2010). Metodología de la investigación. McGraw-Hill/Interamericana editores, S. A DE C. V
- Secretaria de Educación Pública (1993). Plan y programa de estudio
- Secretaria de Educación Publica (2011) Plan y programa de estudios
- Secretaria de Educación Publica (2014) Perfil, Parámetros e Indicadores para Docentes y Técnicos Docentes y Propuesta de etapas, aspectos, métodos e instrumentos de evaluación
- Secretaria de Educación Pública (2017) Aprendizajes Clave para la Educación Integral, Educación Primaria 3°, Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas, y sugerencias de evaluación.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14. <http://www.jstor.org/stable/1175860>
- Sinclair, A., y Sinclair, H. (1984): “Las interpretaciones de los niños preescolares sobre los números escritos”, en *Human Learning*, vol. 3, pp. 173-184. Traducción de Flavia Terigi.

- Stake, R. E. (2005) Investigación con estudio de casos. Madrid, Morata.
- Stewart, I., (2012). Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años. Critica
- Tamir, P. (2005). CONOCIMIENTO PROFESIONAL Y PERSONAL DE LOS PROFESORES Y DE LOS FORMADORES DE PROFESORES Professional and Personal Knowledge of Teachers and Teachers Educators. 9(2), 263–268.
- Terigi, F., Wolman, S (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. Revista Iberoamericana de educación,43, 59-83.
- Weiss, E., Block, D., Civera, A., Dávalos, A., Naranjo, G. (2019) (coords.). La enseñanza en educación básica. Análisis de la práctica docente en contextos escolares. México: INEE.
- Zacañino, L., Wolman, S., & Quaranta, M., (2011). Conceptualizaciones infantiles sobre el sistema de numeración. Particularidades de la relación entre numeración hablada y numeración escrita. III Congreso Internacional de Investigación y Práctica Profesional en Psicología XVIII Jornadas de Investigación Séptimo Encuentro de Investigadores en Psicología del MERCOSUR. Facultad de Psicología Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires.
- Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza Vásquez, G., Morales, S., Olfos Ayarza, R., Flores Medrano, E., & Carrillo Yáñez, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas : caso de una profesora de secundaria. Enseñanza de Las Ciencias : Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, 2, 105–123.

# **ANEXOS**

## **Anexo 1 Formato de consentimiento informado**



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO  
FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Santiago de Querétaro, a 10 de marzo del 2020

Por medio de la presente, yo \_\_\_\_\_ profesora de primaria, manifiesto que se ha obtenido mi consentimiento de manera voluntaria para participar en el proyecto de investigación "Conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el sistema de numeración decimal", cuyo objetivo es caracterizar el conocimiento especializado matemático que tienen los profesores de un tema específico.

Manifiesto estar de acuerdo con el procedimiento para colaborar en esta investigación, que consiste en participar en sesiones para discutir y analizar aspectos de la enseñanza o del conocimiento matemático sobre el sistema de numeración decimal. El horario será convenido de común acuerdo con el investigador. Las sesiones serán grabadas para un posterior análisis. Se hará uso de la información solo para fines de la propia investigación y los datos no serán proporcionados a nadie más, y serán manejados con respeto y confidencialidad.

Esta investigación pretende retroalimentar al docente con los resultados obtenidos.

- No habrá ninguna consecuencia desfavorable para mí en caso de no aceptar la invitación.
- Puedo retirarme del proyecto en cualquier momento si lo considero conveniente.
- No hay un beneficio directo para mí, sino que el propósito es obtener mayor conocimiento acerca de la especificidad de la enseñanza matemática.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos en la investigación y no se publicará ninguna información que pudiese identificarme.
- Puedo solicitar, en el transcurso del estudio, información actualizada sobre el mismo al investigador responsable.

Santiago de Querétaro, Qro.

Investigador: Claudia Inés Olvera Sánchez

\_\_\_\_\_  
Nombre y firma del participante.



Centro Universitario Santiago de Querétaro, Qro., México C.P. 76010 Tel. 01 (442) 192 12 74  
Fax 01 (442) 192 13 24 01 (442) 192 12 00 Ext. 6300

## Anexo 2 Transcripción de la actividad 2

Fila	Segmento
1.	<i>E: A continuación, vamos a analizar una lección del libro de texto de tercer grado que se llama línea de autobuses.</i>
2.	<b>P1: ¿Qué contenidos creen que se tratan en esta lección?</b>
3.	<b>Fernando:</b> Dominio de operaciones básicas y en específico es la suma y la multiplicación, bueno depende del niño
4.	<i>E: ¿Alguien más quiere comentar?</i>
5.	<b>Gina:</b> Lo primero que veo es el conocimiento esencial que el alumno debe tener en primero y segundo, sobre todo en segundo que es donde se ve lo que es las horas... cuántos minutos debe de durar una hora, más bien los usos del tiempo, cuantos minutos equivale una hora para poder resolver el problema.
6.	<i>Gina:</i> También ahí como dice Fernando dependiendo de las estrategias que use el pequeño para resolverlo, también pueden ser secuencias numéricas y resta, pero principalmente es la medición del tiempo, cuya noción básica es la hora como tal y los minutos
7.	<i>E: Si efectivamente maneja los cuartos de hora, media hora. (se dirige directamente y pregunta) ¿M3 que contenidos crees que aborda esta lección?</i>
8.	<i>Carla:</i> esta una tabla), bueno en mi caso los niños lo vieron de esa manera, que va disminuyendo
9.	<i>Más adelante cuando se resuelva o cuando vayamos llegando a fondo vamos a ver esa parte de que los niños por medio de sus retos cognitivos se van dando cuenta de cómo es que lo pueden ir resolviendo de acuerdo a los tiempos que les están marcando de las líneas</i>
10.	<b>P2. E: ¿Qué tendrá que ver la medida del tiempo en esta lección? ¿que me pueden decir de eso, de la medida del tiempo?</b>
11.	<i>Gina:</i> (Toma la palabra) Es que este contenido como bien dices es de tercer grado entonces si se ve que hay una secuenciación de lo que el niño debe conocer, por ejemplo en primer grado y segundo grado los pequeños conocen las secuencias numéricas de 5 en 5 de 10 en 10 de 20 en 20, si tienen bien establecida esa noción lo van a resolver con mayor facilidad, este desafío de tercer año.
12.	<i>Entonces si ve allí una progresión de los aprendizajes esperados de primero, segundo y tercero</i>
13.	<i>E: ¿Eso que dices de la secuencia numérica, eso que tiene que ver con la medida del tiempo?</i>
14.	<i>Gina:</i> Ahh es que mira, para el caso del desafío matemático que nos presentas allí por ejemplo, establece que las líneas de los autobuses pasan cada cierto tiempo, tienen un patrón de tiempo, entonces cada ciertos minutos pasan los camiones no, por ejemplo creo que dice que cada 15 min la línea 1 y cada 50 la línea 2, entonces es como si fueran en este caso de 15 en 15 y de 50 en 50, entonces si lo vemos desde la parte inicial de cómo lo ven en primero y segundo, lo podrían resolver mediante secuencia numérica.
15.	<i>En tercer año ya se meten problemas de tiempo, digamos que entonces los alumnos ya debieron haber tenido las bases en primero y segundo como lo que te comentaba; secuenciación numérica, definir bien el concepto de hora, de minuto, para poder resolver problemas de este tipo.</i>
16.	<b>P3: ¿Qué dificultades creen que se podrían presentar al trabajar esta lección?</b>
17.	<i>Gina:</i> En el caso mio como yo la trabaje en tercer año, los pequeños utilizaban la suma, por ejemplo... no recuerdo bien los horarios de la tablita, pero por ejemplo 10:55 y que pasa cada 50 minutos el camión, entonces ellos al 55 le sumaban otros 50, entonces la hora les daba las 11 con 105 minutos, algo así parecido, porque precisamente no llegaban a comprender que la hora nada más tiene hasta 60 minutos y que todo lo demás quedaba fuera, digamos que tenían que completar una hora, y todo lo demás lo tenían que sumar para que quedara como hora y minutos, eso era lo que yo veía que se les dificultaba
18.	<i>Gina:</i> la noción de entender que no lo iban a resolver simplemente sumando, porque en algunas ocasiones como en esa tabla pues te salían minutos de mas, como 75, 85, no recuerdo muy bien, y se les dificultaba entender que ya cuando les daba ese tipo de resultados era que ya era una hora, y lo demás que restaba eran los demás minutos que quedaban después de la hora. Esa era la mayor dificultad, que todavía no comprendían que una hora tenía 60 minutos
19.	<i>E: ¿Los demás profesores que quieren agregar?</i>

20.	<i>Carla: Una de las principales dificultades y concuerda un poquito con lo que mencionaba M1, va en relación al cómo llegaron ellos a comprender el concepto del reloj y la estructura y como es que lo pueden leer.</i>
21.	<i>Carla: En tercero, algo que yo hice ahorita que estamos trabajando así a distancia, fue mandarles el relojito donde vienen las pestañitas para que debajo de la hora pongan los minutos, entonces hay pequeños que cuando tú les preguntabas no te sabían decir, no sabían la cuestión de cómo leer los minutos, la cuestión de las manecillas</i>
22.	<i>entonces tienes tu que empezar nuevamente, cuando ves que los niños no tienen bien esa noción de la estructura del reloj, regresarte a explicarles los tipos de reloj que hay, la cuestión de las manecillas, que hay minutos, segundos que aparte de la manecilla larga y la corta hay otra que marca los segundos.</i>
23.	<i>A mí, algo que se llegó a complicar un poquito fue esa parte: que en ocasiones los niños, igual que menciona Gina cuando llegaban al 60 decían: ¿Por qué aquí se convierte en otra hora?</i>
24.	<i>Entonces lo que hicimos cuando resolvimos ese desafío, con su reloj que ellos ya habían colocado en un soporte y le habían colocado mica o plástico, ellos para resolverlo iban moviendo la manecilla, entonces esto les llegó a facilitar el poder comprender cada uno de los resultados.</i>
25.	<i>Carla: Aquí es donde entra, lo que hace rato quería mencionar con lo de la secuencia; que en la tablita 2 en donde la línea sale cada 50 minutos, ahí los niños se dieron cuenta que el patrón va: 0, 50, 40, 30 y va disminuyendo de acuerdo al tiempo, y que ya después del 10 volvía al cero luego otra vez al 50, 40, 30, entonces allí fue donde se dieron cuenta que estaba un patrón marcado y que en la cuestión de la hora se llegaba a repetir el 6 y luego 6:50 y luego 7:40.</i>
26.	<i>Gina: Ah bueno, lo que estaba yo ahorita pensando mientras escuchaba a las compañeras y volvía a repensar la situación, bueno la pregunta que nos planteabas, es que también hay una dificultad; que los peques desde primer año tienen dificultad al hacer conversiones, por ejemplo primero; tienen la dificultad de hacer la conversión de la unidad de las unidades a decena, entonces esto parece ser que se repite en lo que es el contenido de medidas de tiempo, porque si lo vemos de este modo la hora pues es una unidad de medida que tiene minutos, entonces ahí viéndolo en su nivel, y luego traspolando a un nivel de tercero volvemos a tener otra barrera cognitiva ya no con las decenas y las unidades que digamos para ellos ya es más fácil, pero ahora su dilema es la conversión de los minutos, digamos cierta cantidad de minutos al molde de la unidad de tiempo que es una hora a la que solamente le caben 60 minutos.</i>
27.	<i>Entonces tal parece que a los niños incluso hasta quinto y sexto, aunque yo no he trabajado con estos grupos, en las juntas de CT hemos notado que los niños tienen dificultad al momento de hacer conversiones.</i>
28.	<i>En el caso de primero pues unidades y decenas, en tercero pues este es un gran ejemplo (se refiere a la lección de línea d autobuses). ¿A partir de cuarto quinto y sexto ya vemos otra unidad, incluso en cuarto me parece, decimos, milésimos entonces me parece que a los pequeños es muy importante</i>
29.	<i>poderles plantear bien la unidad de medida y hacer conversiones, para que ellos puedan trabajar bien este tipo de desafíos con dificultades menores al momento de resolverlos.</i>
30.	<b>P4. E: ¿Cómo pueden abordar esta lección?</b> <i>Los que ya la han abordado y los que no, ¿Cómo creen que podrían abordarla?</i>
31.	<i>Gina: Creo que depende del nivel, primero antes de abordar un contenido necesitamos nosotros como maestros realizar un diagnóstico de cuál es el nivel de aprendizaje del alumno y así poder ver como lo vamos a abordar con cada uno de ellos</i>
32.	<i>en mi caso los pequeños que van con rezago, con ellos tendríamos que trabajar primero con el reloj como lo plantea Carla, con el reloj que es material concreto para poder afianzar lo que no se pudo digamos aprender en el segundo grado y poderlo trabajar de esa manera con ellos, ponerles por ejemplo dentro de cada numerito los minutos a que equivale cada uno, por ejemplo que el uno es 5, el 2 es 10, con material concreto para que los alumnos que van con rezago lo pudieran resolver de acuerdo a su ritmo de aprendizaje</i>
33.	<i>Gina: en el caso de los alumnos que ya son un poco más avanzados q que incluso hacen sus hipótesis e inferencias de cómo resolverlo, pues podría ser de dos maneras. Una podría ser sumando los minutos partiendo de un horario determinado que esta allí, 11:10 creo y dice que tarda quince minutos “ ah bueno a los diez minutos sumarle los quince, incluso de ellos mismos podría salir el contestar la página a través de secuencias numéricas</i>
34.	<i>los niños más avispados podrían darse cuenta como dijo Carla que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora,</i>

35.	<i>igual por ejemplo con la tabla 2 podría hacerse haciendo suma de minutos y utilizando material concreto como es el reloj, pero para los alumnos mas avanzados y si tienen bien planteado la noción de hora, una de las hipótesis que me toco que ellos me dijeran fue: “ hay maestra pues como si contaras de hora en hora pero nomas le quitas diez minutos</i>
36.	<i>Gina: Es cuestión de que uno también como maestro sepamos escuchar a nuestros alumnos, porque ellos mismos incluso sin romperse tanto la cabeza llegan al resultado, entonces es cuestión de ver que tan avisado esta nuestro grupo como para resolver los problemas como en este caso que lo que hacían era contar de hora en hora pero quitando 10 min, asi si eran las seis mas una hora 7 le quitamos diez min, 6:50 luego 6:50 más una hora siete cincuenta, le quitamos diez 7:40 pero esa hipótesis es producto de la observación y la pericia analítica que tengan los alumnos.</i>
37.	<i>Entonces si varía mucho el modo de trabajar con los estudiantes porque en un salón hay una gran diversidad de ritmos de aprendizaje y todo depende de cada tipo de grupo que tenemos en el salón para ver qué tipo de estrategias vamos usando desde lo que requieren material concreto, hasta los que con solo ver la tablita infieren y resuelven.</i>
38.	<i>E: Carlos, ¿Quieres participar?</i>
39.	<i>Carla:( M3 prende la cámara y muestra un reloj que tiene marcadas las doce horas, cubiertas con una pestaña cada una, debajo de cada pestaña esta marcada la secuencia de 5 en 5 que siguen los minutos en el reloj) Este es un reloj que yo hice aparte hice uno grande con aros donde marque horas, minutos y segundos y esto les ayudo a la hora de resolver el ejercicio porque por ejemplo en donde decía que la línea salía a las seis, entonces ( muestra en el material lo que explica ella) ellos en su reloj marcaban con sus manecillas la hora, ah porque ellos en las manecillas escribieron cual correspondía a las horas y cual a los minutos, entonces cuando les decía...avanza la primer línea cada 15 minutos entonces ellos lo iban sumando e iban manipulando la cuestión de las manecillas y en la otra fue lo mismo y ahí fue cuando se dieron cuenta que se estaba repitiendo un patrón</i>
40.	<i>E: ¿Esa parte de las equivalencias tu la explicas o solo lo usan de guía para ir sumando?</i>
41.	<i>Carla: Si les los explique porque igual había niños que se quedan con dudas, el objetivo también siempre es hacerlos pensar y luego se conflictuen, entonces luego les presento algunas situaciones .</i>
42.	<i>Cuando empezamos con el reloj, yo se los presenté así tal cual como ellos lo llegan a ver, como lo encontramos en la pared de nuestra casa, y después yo les pregunté que quien ya sabia leer el reloj. Aquí la situación es que ellos mismos se pongan a pensar entonces los niños te empiezan a decir desde el uso del reloj digital de los mas fáciles, y te empiezan a decir es que ¿para que este contenido? O te preguntan el porqué lo vamos a ver, entonces es decirles, pues es que es un contenido que te va a servir,</i>
43.	<i>Carla: Yo no solamente me base en libro de texto, de hecho generalmente casi no los uso, me voy mas a la cuestión practica y que ellos se den cuenta de en donde lo van a aplicar.</i>
44.	<b>P5. :E¿que propósito creen que tiene aprender la hora de esta manera? Si un alumno nos dice, o lo usual es que ya no se usan casi los relojes de manecillas</b>
45.	<i>Gina: Desde mi punto de vista a pesar de que haya distintas formas de medir el tiempo, en este caso con el reloj de manecillas y el otro el digital, en nuestra vida cotidiana necesitamos resolver problemas donde la unidad de medida es el tiempo, entonces por ejemplo si yo voy al camión y digo tardo treinta minutos y son las siete y media ¿alcanzare a llegar? son problemas situados donde uno tiene que resolver rápidamente y mentalmente y hacer uso del tiempo y operaciones con el tiempo</i>
46.	<i>Gina: hacer conversiones para de cierta manera saber si voy a llegar a alguna cita, cuanto me queda de tiempo para llegar a algún lugar, en el caso de los niños puede ser: salimos diez minutos tarde y nuestro recreo es a las diez y media entonces cuantos minutos de recreo me quedan ahora.</i>
47.	<i>Gina: Entonces a final de cuentas, aunque el uso del reloj es diferente con estas dos presentaciones, el tiempo no nada más es marcar una hora, de cierta manera necesitamos manejar información con la unidad de tiempo.</i>
48.	<i>Marina: En esto que he escuchado del reloj, creo que tiene como varios objetivos este contenido, uno de los que yo veo muy notorio es que el niño pueda manejar estas herramientas para medir el tiempo y otra lo que es la conversión, no sé por qué pero lo relacione también con la regla y los milímetros, y todo este tipo de contenidos que tienen que ver con la conversión, donde los niños casi siempre tienen una dificultad para poder relacionarlos. Entonces creo que este tipo de conversiones a los niños se les tiene que enseñar, ya sea de tiempo, de medida, de longitud, para que los pueda relacionar y verlos más sencillos o más simples.</i>
49.	<b>P6. E: ¿alguien más quiere aportar sobre que materiales se pueden utilizar y porque para trabajar este contenido?</b>
50.	<i>Fernando: con los platitos o también hojas de color, se los vas poniendo como por colores, por ejemplo, yo les manejaba el entero en blanco, los cuartos en azul y los medios en rojo</i>

51.	<i>E: ¿alguien mas quiere compartirnos su estrategia de material y porque lo utiliza asi?</i>
52.	<i>Fernando: En el platito, pues el blanco representa el entero y ahí les ponía las horas del 1 al 12 y por la parte de atrás les ponía pestañitas y ahí les ponía el uno representa 5, el 2 diez, hasta llegar al 12, en el 12 ya nomás le poníamos 00 o el 60 dependiendo de cómo ellos vayan avanzando para que ellos entiendan que el mismo número te representa un entero, pero de una forma pero de una forma secundaria también te está representando los minutos.</i>
53.	<i>E: ¿los demás como explican esa parte? ¿De que si el horario marca 4 y el minuterero 3, no son las cuatro tres?</i>
54.	<i>Marina: Yo, esto no lo he implementado con mis alumnos porque me cambiaron a primer grado, y este no es un contenido que se vea ahí, sin embargo pues tengo un hermano con Asper y una de sus características es que el es muy literal, a él le costo mucho trabajo esta parte que mencionas que como puede hacer esta diferencia</i>
55.	<i>Marina: entonces yo lo trabaje como una regla, cuando Joel hizo su reloj yo le pedí que fuera marcando del 1 al dos las rayitas, uno, dos, tres, cuatro y el cinco seria la rayita ahí donde está el número, entonces así los fue marcando hasta llegar a los 60, entonces así identificó que la manecilla corta marca las horas y la larga los minutos y que entonces en esos números grandes, también hay otros números que son los minutos y asi fue como lo logro identificar el, y esto también tiene el uso de la regla que tiene esta relación de los centímetros y los milímetros y como el ya había trabajado la regla, para el fue fácil de esta forma asi en el reloj.</i>
56.	<i>Gina: Siguiendo con lo que dice Marina En primer grado es donde se sientan las bases de todo este contenido que estamos viendo, entonces si los niños no tienen una noción o base sólida de este concepto de lo que es una hora, un minuto, de ahí derivan todos los problemas que tenemos a partir de tercero en desafíos como el que nos estas mostrando</i>
57.	<i>Gina: Por ejemplo, es importante como dice Marina que comencemos nosotros en el caso de segundo que es cuando se comienza a ver este contenido que seamos muy específicos en cuanto a las partes del reloj, utilizar los aprendizajes previos que tiene el alumno, que afianzo en primer año, vuelvo a lo mismo, las secuencias de 5 en 5 de 10 en 10, que en el reloj va de 5 en 5 hasta llegar a 60 que corresponde a la hora.</i>
58.	<i>Gina: Entonces tomando en cuenta ese aprendizaje previo que tuvieron los chiquitos en primero al momento de ver el tema del reloj y explicarlo como lo maneja M2, es ayudarlos a darse cuenta de este patrón de secuencia numérica que hay dentro del reloj que del 1 al 2 hay cinco minutos, que se den cuenta de ese patrón y ya de allí poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación viene la suma repetida y entonces luego decir, cuantas veces se repitió el cinco en el uno, no pues una vez y cuando llegas al 2, se repitió dos veces, entonces tendrías 10,</i>
59.	<i>es importante que los alumnos conozcan porque en el 2 es el 10, en el 3 el 15, porque si no, recurrimos a la parte de lo que es la memorización, así de “ bueno, tu nomas apréndete que ahí donde dice 3 significa 15”</i>
60.	<i>Gina: Pero cuando ellos comprenden como dice Marina la razón de porque ahí es el 15, les es mas fácil porque ya lo razonaron y ya lo comprendieron entonces si es importante lo que comenta M2, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la secuenciación que te digo, llevarlos de lo más sencillo a lo mas complejo para poder afianzar su conocimiento y que no se nos hagan pelotas</i>
61.	<i>Al menos es la forma en que yo lo trato de trabajar cuando he tenido segundo y ya en tercero con los alumnos que tienen un poquito de rezago en este aprendizaje.</i>
62.	<i>Carla: Si recuerdan en el libro de texto me parece que es en el de segundo donde viene un reloj no recuerdo si es en conocimiento del medio o matemáticas, pero solamente maneja dos manecillas que es la de las horas y los minutos, entonces es muy importante explicarles la estructura y que lo puedan checar para que vean en la vida real como se puede manejar, porque eso también llega a ser complicado, bueno yo recuerdo que cuando di segundo grado y utilizamos ese material recortable se les dificultó porque no aparecía la otra manecilla de los segundos, yo se las explique pero como no venia se les complicaba al momento de leerlo.</i>
63.	<i>P7. E: ¿Qué conocimientos como mínimo debe tener un niño para poder trabajar con esta lección?</i>
64.	<i>Gina: Al menos en mi caso creo que lo más, más elemental para que el estudiante pudiera trabajar esta lección seria que el estudiante conociera lo que vale la unidad de tiempo hora, su equivalencia en minutos y de no tenerlo tendríamos que regresar a explicar la estructura del reloj, y la noción de hora y su equivalencia</i>
65.	<i>Marina: Yo, así como lo había comentado M1, la secuencia, que los niños tengan esa habilidad para contar, por ejemplo, aquí la ocupamos con los minutos de 5 en 5, que tengan un conocimiento y ubicación de los números por lo menos del uno al sesenta porque si el niño no reconoce estos números va a ser muy difícil que pueda identificarlos al momento de ubicar una hora.</i>

66.	<i>E: los demás que opinan</i>
67.	<i>Marina: Recordé una niña con la que estoy trabajando que tiene rezago y ella antes de poder contar me di cuenta que no sabia hacer agrupamientos, entonces le empecé a ayudar a formar grupitos de objetos, asi que creo que antes de seguir con la serie seria observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos para luego seguir con el conteo de tantos en tantos.</i>
68.	<i>Gina: Escuchando las colaboraciones que han tenido, la reflexión aquí es que todo, en los diferentes grados abona. Entonces si es progresiva la secuencia de conocimientos que debe tener un alumno</i>
69.	<i>Es muy difícil que logre pasar al siguiente nivel, si no tiene bien ese conocimiento previo. pero para lograr tener ese conocimiento previo el debió haber conocido primero las secuencias numéricas y ese es conocimiento de primer año, pero antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo M2 y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno.</i>
70.	<i>Si vamos desentrañando poco a poco los conocimientos básicos que debe tener un alumno, te das cuenta de que todo abona. Un alumno que sabe resolver este tipo de desafío es un alumno que sabe contar, correspondencia uno a uno, sabe formar colecciones, después forma lo que son las secuenciaciones numéricas, sabe hacer conversiones.</i>
71.	<i>Gina: La herramienta fundamental de un maestro es el diagnostico porque todos los alumnos tienen un ritmo de aprendizaje distinto, en un mismo salón podemos tener hasta cuatro niveles, los que están muy mal como lo comenta Marina que no saben realizar colecciones, hasta los que nada mas les falla saber que es una hora y los más avanzados, entonces todo depende de la diversidad que tengamos en el salón y de ahí tomar en cuenta para ver de que forma trabajamos con todos, una estrategia global de clases no se puede realizar porque el grupo es diverso.</i>
72.	<i>Carla: Si E, concuerdo con M1 que todo va de forma gradual, al final la herramienta del diagnostico nos va a servir para muchísimas cosas y ver desde que momento tenemos que empezar.</i>
73.	<i>En un salón por ejemplo “tienes un grupo de 30” de los cuales 20 se les dificulta, no han comprendido el tema, pero tienes 5 niños que ya te lo dominan, lo saben al 100 que están super adelantados, ¿ como es que se hace para que esos niños no pierdan el interés? como docente te la tienes que ingeniar de como le haces que esos 5 que van adelantados no pierdan interés, pero al mismo tiempo jalar a los que van mas rezagaditos,</i>
74.	<i>P8. E: ¿cómo trabajar con los avanzados y como con los que saben menos?, es una situación a la que nos enfrentamos los docentes todos los días, si alguien de ustedes quiere aportar cómo lo resuelve</i>
75.	<i>Marina: utilizar monitores, regresarme a contenidos básicos, pero hacer equipos donde los niños que son monitores puedan apoyarle a los que están rezagados en este proceso de adquisición y ponerles ejercicios básicos, de cómo ir agrupando, o hacer colecciones para que posteriormente cuando les pongamos un ejercicio de decir la hora, o cuantos minutos van, lo puedan adquirir.</i>
76.	<i>Gina: al igual como dice Marina la socialización de saberes, creo que la mayoría de nosotros la utilizamos como la vieja confiable para digamos regularizar al grupo al mismo tiempo que estamos atendiendo a los alumnos que van un poco más adelantados, que ya el aprendizaje esperado lo tienen aprendido, entonces el hecho de que ellos socialicen ese aprendizaje con los demás también les ayuda a repasar y de cierta manera reconocer los patrones cognitivos que necesitan estar reforzando para poder ellos tener un aprendizaje permanente de ese contenido precisamente.</i>
77.	<i>Gina: Nosotros y los niños avanzados no pueden explicar un contenido si no lo tienen bien establecido y ahí es cuando a ellos les sirve el poder explicarles a sus demás compañeros y a los niños que van en rezago les permite que una persona a su mismo nivel, con su mismo vocabulario, ( porque a veces, eso he visto, que a muchos se les dificulta el vocabulario) porque el vocabulario que el docente utiliza al explicar no es el adecuado, entonces cuando trabajan entre pares su lenguaje es el mismo y eso les permite entre ellos poder aprender.</i>
78.	Entrevista Marina

16.	E: 7 Vamos a seguir con la entrevista, ahora con la actividad 2 que era una lección del libro de texto sobre las medidas del tiempo, en la pregunta 5 sobre que propósito tenía enseñar la hora de esta manera, tu hablaste de la importancia del concepto de tiempo y de las conversiones, dijiste que las conversiones son una dificultad que tienen los niños y la relacionaste con la regla y los milímetros ¿Nos podrías explicar un poco más acerca de la conversión?
17.	Marina: La conversión es transformar de una cosa a otra o de unos elementos a otros, una de las primeras conversiones que ven los pequeños son los milímetros a centímetros, entonces ellos tienen que tener el concepto que diez milímetros con un centímetro, después pasan a lo del libro de texto que es de tercero que es lo del tiempo donde tienen que entender cuántos segundos hay un minuto y cuántos minutos en una hora para poder transformarlo. Tenemos como esa unidad donde se van transformando las cosas desde las unidades y decenas de hecho esta es la primera transformación que tiene el niño de unidades a decenas y siempre el elemento es diez, diez unidades forman una decena, diez decenas una centena, diez centenas un millar, entonces este niño se queda con el concepto de diez. Ahora vamos con los milímetros, diez milímetros son un centímetro, pero diez centímetros no es un metro, aquí el patrón cambia y para que él pueda comprender estos valores donde su estructura es diferente, debe comprender que no siempre va ser diez para que vaya cambiando, igual en los minutos para formar un minuto son 60 segundos, para formar un hora son 60 minutos, cuando nosotros le cambiamos al niño el concepto de que ahora ya no van a ser diez sino que son otras cantidades, pues empieza ese conflicto en su cabeza. Sumar de 10 en 10 es sencillo para convertir, pero de 60 en 60 se vuelve una dificultad.
18.	E:8 Entonces tu argumentas que la dificultad al convertir es porque estamos muy habituados al diez para contar
19.	Marina: si, al diez o 100 que esto no pasa con el 60, de hecho, síte fijas cuando se aprenden las tablas luego luego se aprenden la del diez porque ya están acostumbrados y la del cinco también porque es la mitad de 5
Entrevista Gina	
1.	E: 6 Bien, ahora seguimos con la actividad 2, que fue el análisis de una lección de libro de texto, ¿te acuerdas que les puse una lección de líneas de autobuses que salían cada cierto tiempo los autobuses? En esta actividad tu comentaste sobre las conversiones y de la relación de las conversiones de unidades a decenas con la unidad de medida, ¿A qué te referías con esta relación de la unidad de medida de tiempo con la dificultad del niño de hacer conversiones de unidades a decenas?
2.	E: 7¿A qué te refieres con proceso de conversión, me puedes explicar eso?
3.	Gina: Si mira, en el caso de primero que tengan 11 unidades u once pesos y que sean capaces de convertir esos once pesos a una decena más una unidad, o que tengan 23 unidades y que sean capaces de inferir que esas 23 unidades son dos decenas con tres unidades, a ellos se les hace muy difícil interpretar que las unidades se pueden pasar a decenas, y esto es lo mismo que pasa con las unidades de tiempo, es el mismo proceso, no entienden en este caso de las horas que dentro de esa hora hay una unidad más pequeña y se les hace difícil hacer esta conversión precisamente porque este proceso no lo lograron realizar bien desde primero. En primer año lo tenían que hacer con unidades a decenas y en este nivel lo tienen que hacer con unidades de tiempo, pero es lo mismo has de cuenta que decena es la hora y los minutos las unidades, es relacionado y el proceso es similar, y como desde primero han tenido esta dificultad de saber que las unidades se pueden agrupar en agrupaciones más grandes y viceversa.
4.	E: 9 Retomamos ahora un segmento de la actividad dos de la lección de autobuses ¿que conocimientos necesita el alumno para llegar a la inferencia de los autobuses que salen cada 50 min??
5.	Gina: En los libros de primero a cuarto se maneja el cálculo mental y a través de ellos también los niños van creando estrategias que les permitan economizar procesos sin tenerlos que escribir, por ejemplo, 400-190, lo que hacen es redondear 190 a 200 y restar 400-200 y luego le quitas 10 y esto es <b>una economía del pensamiento</b> que se usa en el cálculo mental.
6.	Gina: Redondean porque es más fácil contar enteros de hora y quitarle nomás los diez minutos que estar contando cada 60 y luego 50 es más complicado

7.	E: 10 ¿Qué habilidades crees que de deben desarrollar en los niños para trabajar el cálculo mental ?
8.	Gina: Lo primero es la estimación, a veces pensamos que el calculo mental es que el niño sepa la respuesta correcta, y no a veces es para que el niño sepa hacer las operaciones, el cálculo mental también ayuda para tener pericia y rapidez porque las matemáticas son prácticas y rápidas, porque por ejemplo si vas a la tienda tienes que hacer un cálculo rápido del cambio que vas a recibir o lo que vas pagar porque si no te cobran de mas y esto es en cuestión de minutos
9.	E: 11 ¿Qué conocimientos del SND se usan en el cálculo mental?
10.	Gina: En esta parte yo creo que es el valor posicional, esta es muy importante, cuando los niños tienen una base sólida de lo que es el valor posicional y los agrupamientos los pueden utilizar para resolver operaciones, por ejemplo en primero y segundo $50+20$ , no hace falta hacer toda la operación solo sumas las decenas y agregas cero, en una multiplicación $15 \times 25$ , aquí en la usanza antigua lo que haces es ir uno por uno, pero para hacerlo más rápida te vas a la parte del valor posicional, $15 \times 2$ son 30 luego $12 \times 5$ vas haciendo agrupaciones de mini operaciones, es como descomponer el número en su valor posicional para economizar las operaciones para que sea más sencillo realizar el cálculo
11.	Gina: Yo veo en niños que son hijos de comerciantes, ellos tienen esta parte del cálculo mental bien desarrollado, y si le pides explicar su procedimiento no lo hacen como nosotros en la libreta, pero si te dicen "ah pues en $10 \times 20$ nomas se agrega el cero", no te dicen ah pues porque son decenas, pero lo tienen introyectado, no te lo explican, pero saben y lo usan

### Anexo 3 Primer categorización de la actividad 2

Actividad	Subdominio y categoría	pri n	fin	segmento
A2_P1	KoT/Conceptos/secuencia numérica	6	6	<i>Gina: dependiendo de las estrategias que use el pequeño para resolverlo, también pueden ser secuencias numéricas y resta,</i>
A2_P1	Oportunidad de explorar KoT/Conceptos/ medida de tiempo	6	6	<i>Gina: pero principalmente es la medición del tiempo, cuya noción básica es la hora como tal y los minutos</i>
A2_P2	KLMS/Secuenciación de los temas/ de primero a tercero	11	12	<i>Gina: Este contenido como bien dices es de tercer grado entonces si se ve que hay una secuenciación de lo que el niño debe conocer, por ejemplo, en primer grado y segundo grado los pequeños conocen las secuencias numéricas de 5 en 5 de 10 en 10 de 20 en 20, si tienen bien establecida esa noción lo van a resolver con mayor facilidad. 12. Entonces si ve allí una progresión de los aprendizajes esperados de primero, segundo y tercero.</i>
A2_P2	KoT/Conceptos y definiciones/Ejemplo de secuencia numérica	14	14	<i>Gina: Para el caso del desafío matemático que nos presentas allí establece que las líneas de los autobuses pasan cada cierto tiempo, tienen un patrón de tiempo, entonces cada cierto minuto pasan los camiones, creo que dice que cada 15 min la línea 1 y cada 50 la línea 2, entonces es como si fueran en este caso de 15 en 15 y de 50 en 50</i>
A2_P2	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/saber	14	15	<i>Gina: si lo vemos desde la parte inicial de cómo lo ven en primero y segundo, lo podrían resolver mediante secuencia numérica. En tercer año ya se meten problemas de tiempo, entonces los alumnos ya debieron haber tenido las bases en primero y segundo como lo que te comentaba; secuenciación numérica, definir bien el concepto de hora, de minuto, para poder resolver problemas de este tipo.</i>

	secuencias en primero y segundo			
A2_P3	KFLM/ Dificultades/ Comprender la base 60	17	18	<i>Gina: En el caso mío como yo la trabaje en tercer año, los pequeños utilizaban la suma, por ejemplo 10:55 y que pasa cada 50 minutos el camión, entonces ellos al 55 le sumaban otros 50, entonces la hora les daba las 11 con 105 minutos, precisamente no llegaban a comprender que la hora nada más tiene hasta 60 minutos y que lo demás quedaba fuera. La noción de entender que no lo iban a resolver simplemente sumando, porque en algunas ocasiones como en esa tabla pues te salían minutos de mas, como 75, 85, se les dificultaba entender que ya cuando les daba ese tipo de resultados, lo que restaba eran minutos que quedaban después de la hora. Esa era la mayor dificultad, que todavía no comprendían que una hora tenía 60 minutos</i>
A2_P3	KMT/Recursos/Adaptar un reloj para enseñar series de números	21	24	<i>Carla: En tercero, algo que yo hice ahorita que estamos trabajando así a distancia, fue mandarles el relojito donde vienen las pestañitas en cada hora, para que debajo de cada hora pongan los minutos que corresponden Cuando resolvimos ese desafío, con su reloj para resolverlo iban moviendo la manecilla, entonces esto les llevo a facilitar el poder comprender cada uno de los resultados.</i>
A2_P3	KMT/Estrategias y técnicas/ uso de las secuencias numéricas para poder operar con la base 60 de medida de tiempo	25	25	<i>Gina: Aquí es donde entra lo de la secuencia; que en la tablita 2 en donde la línea sale cada 50 minutos, ahí los niños se dieron cuenta que el patrón va: 0, 50, 40, 30 y va disminuyendo de acuerdo al tiempo, y que ya después del 10 volvía al cero luego otra vez al 50, 40, 30, entonces allí fue donde se dieron cuenta que estaba un patrón marcado y que en la cuestión de la hora se llegaba a repetir el 6 y luego 6:50 y luego 7:40.</i>
A2_P3	KFLM/Dificultades/cambio de base, conversión de unidades de medida	26	26	<i>Gina: También hay una dificultad; que los peques desde primer año tienen; hacer conversiones, por ejemplo, en primero tienen la dificultad de hacer la conversión de la las unidades a decena, entonces esto parece ser que se repite en lo que es el contenido de medidas de tiempo, porque si lo vemos de este modo la hora pues es una unidad de medida que tiene minutos</i>
A2_P3	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/dificultad gradual para hacer conversiones	26	26	<i>Gina: entonces ahí viéndolo en su nivel, y luego traspolando a un nivel de tercero volvemos a tener otra barrera cognitiva ya no con las decenas y las unidades, ahora su dilema es la conversión de los minutos a lo que es una hora a la que solamente le caben 60 minutos.</i>
A2_P3	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/ manejo de agrupamientos y conversiones	28	28	<i>Gina: A partir de cuarto quinto y sexto ya vemos otra unidad, incluso en cuarto me parece, decimos, milésimos entonces me parece que a los pequeños es muy importante poderles plantear bien la unidad de medida y hacer conversiones, para que ellos puedan trabajar bien este tipo de desafíos con dificultades menores al momento de resolverlos</i>
A2_P4	KMT/Estrategias, técnicas y tareas	32	32	<i>Gina: los pequeños que van con rezago, con ellos tendríamos que trabajar primero con el reloj que es material concreto para poder afianzar lo que no se pudo digamos aprender en el segundo grado y poderlo trabajar de esa manera con ellos, ponerles dentro de cada</i>

	/enseñanza progresiva adecuadas a cada grado y nivel de aprendizaje			<i>numerito los minutos a que equivale cada número en el reloj, por ejemplo, que el 1 es 5, el 2 es 10, con material concreto para que lo pudieran resolver de acuerdo a su ritmo de aprendizaje.</i>
A2_P4	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/ Hacer hipótesis de cómo resolver un problema	33	33	<i>Gina: En el caso de los alumnos que ya son un poco más avanzados que incluso hacen sus hipótesis e inferencias podría ser de dos maneras: Una podría ser sumando los minutos partiendo de un horario determinado que está allí, 11:10 " ah bueno a los diez minutos sumarle los quince, incluso de ellos mismos podría salir el contestar la página a través de secuencias numéricas. La segunda es que los niños más avisados podrían darse cuenta como dijo el profe Carlos, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15,</i>
A2_P4	KMT/Estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza/ técnicas de acuerdo al nivel cognitivo	32	34	<i>Gina: los alumnos que ya son un poco más avanzados que incluso hacen sus hipótesis e inferencias podría ser de dos maneras. Una podría ser sumando los minutos partiendo de un horario determinado que está allí, 11:10 " ah bueno a los diez minutos sumarle los quince, incluso de ellos mismos podría salir el contestar la página a través de secuencias numéricas. La segunda es que los niños más avisados podrían darse cuenta como dijo el profe Carlos, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora</i>
A2_P4	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual esperado/inferir procesos como la secuencia numérica	34	34	<i>Gina: los niños más avisados podrían darse cuenta como dijo el profe Carlos, que los únicos que cambian son los minutos y que van de 15 en 15, entonces 15, 30, 45 y en lo que tendrían problema y sería cuestión de que el maestro interviniera es cuando se da paso a la siguiente hora</i>
A2_P4	KFLM/Formas de interacción/procesos heurísticos	36	36	<i>Gina: Es cuestión de que uno también como maestro sepamos escuchar a nuestros alumnos, porque ellos mismos incluso sin romperse tanto la cabeza llegan al resultado, entonces es cuestión de ver que tan avisado esta nuestro grupo como para resolver los problemas como en este caso que lo que hacían era contar de hora en hora pero quitando 10 min, así si eran las seis más una hora 7 le quitamos diez min, 6:50 luego 6:50 más una hora siete cincuenta, le quitamos diez 7:40 pero esa hipótesis es producto de la observación y la pericia analítica que tengan los alumnos.</i>
A2_P4	KMT/ Recursos y materiales/Adecuar el uso del reloj para enseñar a resolver por secuencias	38	38	<i>Carla:( M3 prende la cámara y muestra un reloj que tiene marcadas las doce horas, en cada hora hay una pestaña que se levanta y debajo de cada pestaña está marcada la secuencia de 5 en 5 que siguen los minutos en el reloj) Este es un reloj que les ayudo a la hora de resolver el ejercicio porque por ejemplo en donde decía que la línea salía a las seis, entonces ellos en su reloj marcaban con sus manecillas la hora, ah porque ellos en las manecillas escribieron cual correspondía a las horas y cual a los minutos, entonces cuando les decía ...avanza la primer línea cada 15 minutos entonces ellos lo iban sumando e iban manipulando y ahí fue cuando se dieron cuenta que se estaba repitiendo un patrón</i>
A2_P4	KPM/ Practicas matemáticas/conflicto y situaciones problema	41	41	<i>Carla: el objetivo también es hacerlos pensar y luego se conflictúen, entonces luego les presento algunas situaciones</i>
A2_P5	KFLM/Intereses y expectativas/utilidad de un contenido en la vida cotidiana	42	42	<i>Carla: Aquí la situación es que ellos mismos se pongan a pensar el porque del contenido, entonces es decirles, pues es que es un contenido que te va a servir en la vida diaria.</i>
A2_P5	KMT/Técnicas, tareas y estrategias de	45	45	<i>Gina: Desde mi punto de vista a pesar de que haya distintas formas de medir el tiempo, en este caso con el reloj de manecillas y el otro el digital, en nuestra vida cotidiana necesitamos resolver problemas donde la unidad de medida es el tiempo, entonces por ejemplo si yo voy</i>

	enseñanza/problemas situados			<i>al camión y digo tardo treinta minutos y son las siete y media ¿alcanzare a llegar? son problemas situados donde uno tiene que resolver rápidamente y hacer operaciones con el tiempo.</i>
A2_P5	KFLM/ Intereses y expectativas/relación de un contenido con la vida real	46	46	<i>Gina: hacer conversiones para saber si voy a llegar a alguna cita, cuánto me queda de tiempo para llegar a algún lugar, o en el caso de los niños puede ser: salimos diez minutos tarde y nuestro recreo es a las diez y media entonces cuantos minutos de recreo me quedan ahora.</i>
A2_P5	KMT/Fortalezas de aprendizaje/ la conversión y el cambio de base facilitan operar con medidas de tiempo	48	48	<i>Marina: Tiene varios objetivos este contenido, uno de los que yo veo muy notorio es que el niño pueda manejar estas herramientas para medir el tiempo y otra lo que es la conversión, lo relacione también con la regla y los milímetros, este tipo de contenidos que tienen que ver con la conversión, casi siempre tienen una dificultad para poder relacionarlo</i>
A2_P5	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/ conversiones para trabajar la medida de tiempo	48	48	<i>Marina: Entonces creo que este tipo de conversiones a los niños se les tiene que enseñar, ya sea de tiempo, de medida, de longitud, para que los pueda relacionar y verlos más sencillos o más simples.</i>
A2_P6	Valores y creencias	54	54	<i>Marina: Yo, esto no lo he implementado con mis alumnos, sin embargo, pues tengo un hermano con Asper y una de sus características es que el es muy literal, a él le costó mucho trabajo esta parte que mencionas que como puede hacer esta diferencia</i>
A2_P6	KMT/Recursos y materiales/Relación de los múltiplos de tiempo del reloj con los múltiplos de medida de la regla	55	55	<i>Marina: Yo lo trabaje como una regla, cuando Joel hizo su reloj yo le pedí que fuera marcando del 1 al dos las rayitas, uno, dos, tres, cuatro y el cinco seria la rayita ahí donde está el número, entonces así los fue marcando hasta llegar a los 60, entonces así identificó que la manecilla corta marca las horas y la larga los minutos y que entonces en esos números grandes, también hay otros números que son los minutos y así fue como lo logro identificar el, y esto también tiene el uso de la regla que tiene esta relación de los centímetros y los milímetros y como el ya había trabajado la regla, para él fue fácil ubicarlo de esta forma así en el reloj.</i>
A2_P6	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual y experimental/ secuencias numéricas en primero y segundo	57	57	<i>Gina: Es importante como dice Mario que seamos muy específicos en cuanto a las partes del reloj, utilizar los aprendizajes previos que tiene el alumno, que afianzo en primer año, vuelvo a lo mismo, las secuencias de 5 en 5 de 10 en 10, que en el reloj va de 5 en 5 hasta llegar a 60 que corresponde a la hora.</i>
A2_P6	KMT/Estrategias de enseñanza/Utilizar la estructura del reloj para enseñar la secuencia numérica	58	58	<i>Gina: Hay ayudarlos a darse cuenta de este patrón de secuencia numérica que hay dentro del reloj que del 1 al 2 hay cinco minutos, que se den cuenta de ese patrón y ya de allí poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación viene la suma repetida y entonces luego decir, cuantas veces se repitió el cinco en el uno, no pues una vez y cuando llegas al 2, se repitió dos veces, entonces tendrías 10,</i>
A2_P6	KSM/Conexión de complejización/ la	58	58	<i>Gina: Hay ayudarlos a darse cuenta de este patrón de secuencia numérica que hay dentro del reloj que del 1 al 2 hay cinco minutos, que se den cuenta de ese patrón y ya de allí poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación</i>

	secuencia, suma y repemultiplicación			
A2_P6	KLMS/Secuenciación de los temas/ secuencia, suma repetida y multiplicación en segundo grado	58	58	<i>Gina: poder utilizar lo que es la suma repetida, viene así en segundo año, antes de ver la multiplicación viene la suma repetida y entonces luego decir, cuantas veces se repitió el cinco en el uno, no pues una vez y cuando llegas al 2, se repitió dos veces, entonces tendrías 10,</i>
A2_P6	KFLM/Teorías personales/Reflexionar sobre los conceptos matemáticos	59	59	<i>Gina: es importante que los alumnos conozcan porque en el 2 es el 10, en el 3 el 15, porque si no, recurrimos a la parte de lo que es la memorización, así de "bueno, tu nomas apréndete que ahí donde dice 3 significa 15"</i>
A2_P6	KMT/Estrategias de enseñanza/Utilizar la estructura del reloj para enseñar la secuencia numérica	60	60	<i>Gina: Cuando ellos comprenden como dice Marina la razón de porque ahí es el 15, les es más fácil porque ya lo razonaron y ya lo comprendieron entonces si es importante lo que comenta Marina, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la secuenciación que te digo</i>
A2_P6	KPM/Practicas de enseñanza matemática/ enseñanza progresiva del SND	60	60	<i>Gina: entonces si es importante lo que comenta Marina, mostrarles la estructura del reloj y ponérselas con los minutitos como lo hizo con su hermanito y ya de allí darles a notar la secuenciación que te digo llevarlos de lo más sencillo a lo más complejo para poder afianzar su conocimiento y que no se nos hagan pelotas</i>
A2_P7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/Comprender la base 60 de la unidad de medida del tiempo	64	64	<i>Gina: Lo más, más elemental para que el estudiante pudiera trabajar esta lección seria que el estudiante conociera lo que vale la unidad de tiempo hora, su equivalencia en minutos y de no tenerlo tendríamos que regresar a explicar la estructura del reloj, y la noción de hora y su equivalencia</i>
A2_P7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/ que los niños sepan contar para comprender la estructura del reloj	65	65	<i>Carla: Así como lo había comentado Gabriel, la secuencia, que los niños tengan esa habilidad para contar, por ejemplo, aquí la ocupamos con los minutos de 5 en 5, que tengan un conocimiento y ubicación de los números por lo menos del uno al sesenta porque si el niño no reconoce estos números va a ser muy difícil que pueda identificarlos al momento de ubicar una hora.</i>
A2_P7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/Que el alumno pueda hacer agrupaciones y contar para enseñar secuencias	67	67	<i>Marina: Recordé una niña con la que estoy trabajando que tiene rezago y ella antes de poder contar me di cuenta que no sabía hacer agrupamientos, entonces le empecé a ayudar a formar grupitos de objetos, así que creo que antes de seguir con la serie seria observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos para luego seguir con el conteo de tantos en tantos.</i>

A2_P7	KSM/Conexión de simplificación/agrupamiento ,agrupamiento mínimo, y conteo uno en uno	67	67	<i>Gina: así que creo que antes de seguir con la serie seria observar si pueden agrupar y si no regresar a la cantidad mínima de hacer agrupamientos para luego seguir con el conteo de tantos en tantos.</i>
A2_P7	KPM/ Practicas de enseñanza matemática/ enseñanza progresiva del SND	68	68	<i>Gina: Escuchando las colaboraciones que han tenido, la reflexión aquí es que todo, en los diferentes grados abona. Entonces si es progresiva la secuencia de conocimientos que debe tener un alumno</i>
A2_P7	KLMS/Secuenciación de los temas/temas en primer grado	69	69	<i>Ginal: Es muy difícil que logre pasar al siguiente nivel, si no tiene bien ese conocimiento previo. pero para lograr tener ese conocimiento previo el debió haber conocido primero las secuencias numéricas y ese es conocimiento de primer año, pero antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo M2 y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno.</i>
A2_P7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/temas en primer grado esperado	69	69	<i>Gina: pero antes de la secuencia también debió aprender a agrupar como dijo M2 y formar colecciones y antes de formar colecciones, hacer el conteo uno a uno.</i>
A2_P7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/conocimientos necesarios antes de llegar a tercer grado	70	70	<i>Gina: Si vamos desentrañando poco a poco los conocimientos básicos que debe tener un alumno, te das cuenta de que todo abona. Un alumno que sabe resolver este tipo de desafío es un alumno que sabe contar, correspondencia uno a uno, sabe formar colecciones, después forma lo que son las secuenciaciones numéricas, sabe hacer conversiones.</i>
A2_P7	KPM/Indicio de Practicas de enseñanza matemática, uso del lenguaje matemático	77	77	<i>Gina: Nosotros y los niños avanzados no pueden explicar un contenido si no lo tienen bien establecido y ahí es cuando a ellos les sirve el poder explicarles a sus demás compañeros y a los niños que van en rezago les permite que una persona a su mismo nivel, con su mismo vocabulario, ( porque a veces, eso he visto, que a muchos se les dificulta el vocabulario) porque el vocabulario que el docente utiliza al explicar no es el adecuado, entonces cuando trabajan entre pares su lenguaje es el mismo y eso les permite entre ellos poder aprender.</i>
Entrevista Marina				
A2_EMp7	KoT/Conceptos/conversión	17	17	<i>Marina: La conversión es transformar de una cosa a otra o de unos elementos a otros</i>
A2_EMp7	KLMS/Secuenciación de los temas/conversiones	17	17	<i>Marina: una de las primeras conversiones que ven los pequeños son los milímetros a centímetros, entonces ellos tienen que tener el concepto que diez milímetros con un centímetro, después pasan a lo del libro de texto que es de tercero que es lo del tiempo</i>
A2_EMp7	KLMS/Secuenciación de los temas/Conversiones	17	17	<i>Marina: desde las unidades y decenas de hecho esta es la primera transformación que tiene el niño de unidades a decenas</i>
A2_EMp7	KoT/Conceptos/ unidad de orden	17	17	<i>Marina: siempre el elemento es diez, diez unidades forman una decena, diez decenas una centena, diez centenas un millar</i>

A2_EMP 7	KFLM/ Dificultades/cambio de base, costumbre de usar la base 10 el SND	17	17	<i>Marina: este niño se queda con el concepto de diez. Ahora vamos con los milímetros, diez milímetros son un centímetro, pero diez centímetros no es un metro, aquí el patrón cambia y para que él pueda comprender estos valores donde su estructura es diferente, debe comprender que no siempre va ser diez para que vaya cambiando</i>
Entrevista Gina				
A2_EGp 7	KFLM/ Dificultades/ conversiones	3	3	<i>Gina: En el caso de primero que tengan 11 unidades y sean capaces de convertir esos once pesos a una decena más una unidad, o 23 unidades y que sean capaces de inferir 23 unidades son dos decenas con tres unidades, a ellos se les hace muy difícil interpretar que las unidades se pueden pasar a decenas, y esto es lo mismo que pasa con las unidades de tiempo</i>
	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual/conversiones	3	3	<i>Gina: no entienden en este caso de las horas que dentro de esa hora hay una unidad más pequeña y se les hace difícil hacer esta conversión precisamente porque este proceso no lo lograron realizar bien desde primero</i>
A2_EGp 7	KSM/Conexión de complejización, /conversión y agrupamientos	3	3	<i>En primer año tenían que hacer conversiones con unidades a decenas y en este nivel lo tienen que hacer con unidades de tiempo, pero es lo mismo y desde primero han tenido esta dificultad de saber que las unidades se pueden agrupar en agrupaciones más grandes y viceversa</i>
A2_EGp 9	KFLM/Formas de interacción con un contenido/Estrategias de cálculo mental para economizar procesos de solución	19	20	<i>Gina: En los libros de primero a cuarto se maneja el cálculo mental y a través de ellos también los niños van creando también estrategias que les permitan economizar procesos sin tenerlos que escribir, por ejemplo, 400-190, lo que hacen es redondear 190 a 200 y restar 400-200 y luego le quitas 10 y esto es una economía del pensamiento. Redondean porque es más fácil contar enteros de hora y quitarle nomas los diez minutos que estar contando cada 60 y luego 50 es más complicado</i>
A2_EGp 10	KMT/Estrategias enseñanza/estimación y cálculo mental	22	22	<i>Gina: a veces pensamos que el cálculo mental es que el niño sepa la respuesta correcta, y no, es para que el niño sepa hacer las operaciones, el cálculo mental también ayuda para tener pericia y rapidez porque las matemáticas son prácticas y rápidas, por ejemplo, si vas a la tienda tienes que hacer un cálculo rápido del cambio que vas a recibir o lo que vas pagar porque si no te cobran de mas</i>
A2_EGp 10	KoT/Conceptos/valor de posición, agrupamientos			<i>Gina: cuando los niños tienen una base sólida de lo que es el valor posicional y los agrupamientos los pueden utilizar para resolver operaciones</i>
A2_EGp 10	KoT/Procedimientos/ cálculo mental	24	24	<i>Gina: cuando los niños tienen una base sólida de lo que es el valor posicional y los agrupamientos los pueden utilizar para resolver operaciones, por ejemplo, en primero y segundo 50+20, no hace falta hacer toda la operación solo sumas las decenas y agregas cero, en una multiplicación 15x25, para hacerlo más rápida te vas a la parte del valor posicional, 15x2 son 30 luego 15x5, vas haciendo agrupaciones de mini operaciones, es como descomponer el número</i>

A2_EGp 10	KFLM/Intereses y expectativas/relación significativa con la vida diaria	25	25	Gina: Yo veo en niños que son hijos de comerciantes, ellos tienen esta parte del cálculo mental bien desarrollado, y si le pides explicar su procedimiento no lo hacen como nosotros en la libreta, pero si te dicen "ah pues en 10x20 nomás se agrega el cero", no te dicen ah pues porque son decenas, pero lo tienen introyectado, no te lo explican, pero saben y lo usan
--------------	-------------------------------------------------------------------------	----	----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

### Anexo 4 Transcripción de la actividad 3

Fila	Segmento
1.	<b>P1. E:</b> Este es un ejercicio sobre decimales, se pidió al alumno que ordenara las cantidades de menor a mayor, según lo que observan en la respuesta, <b>¿Dónde está el error del alumno?</b>
2.	Gina: Bueno, según yo el primer error, es que el primer número que debería estar allí, si es de menor a mayor es el 0.009 antes que el 0.07, y esto es porque de acuerdo al valor posicional de los números después del punto, las milésimas y las centésimas, las milésimas valen menos, por ejemplo allí, en el 0.009 el nueve está en las milésimas y en el 0.07, el 7 está en el lugar de las centésimas, entonces en este caso el que es más pequeño es el 0.07.
3.	se confunden porque como ya dijimos antes de primero a tercero se les enseña que las decenas valen menos y aquí es al revés.
4.	Fernando: En tercer lugar está el 0.400 y en cuarto lugar el 0.5, entonces ahí hay que hacer el cambio, pues en el ejercicio está primero el 0.5 y después el 0.4. Esto porque como ya sabemos en el 0.400 el número que cuenta para hacer el desempate es el que va a la derecha del punto decimal que son los decimos
5.	<b>P2. E: ¿Por qué cometió ese error el alumno?</b>
6.	Gina: En primera instancia ahí hay un choque cognitivo, porque de primero a tercero se maneja mucho el valor posicional de los números enteros, decenas, centenas y unidades de millar, entonces, siempre les manejamos que los miles son los que valen más, las decenas y las unidades son las que valen menos,
7.	Gina: En cuarto año les meten muy de sopetón a mi criterio lo que son los números decimales. Empiezan a meterlos, al menos el año pasado así venía en los libros, a través de precios en la tienda pero no hay una explicación del valor posicional en los números decimales, que ahora es otro tipo de número, entonces los niños cometen este error porque nosotros al momento de enseñarles el valor posicional de los números después del punto, pues es muy parecido a lo de decenas, centenas y unidades de millar.
8.	Porque para ellos decenas por ejemplo es casi lo mismo que decir decena que decimos, centena con centésimo, ellos buscan la forma de relacionar los nuevos conocimientos con lo que ya tienen.
9.	Si tomamos en cuenta que esto del valor lo trabajaron durante tres años y luego de sopetón les meten los decimales que digamos es al revés, pues para ellos es muy difícil desaprender que ahora en los números decimales es diferente y a veces los maestros no sabemos explicarles.
10.	Entonces uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron y les dices por ejemplo, que el cero a la izquierda ¿Qué significa esa frase del cero a la izquierda? "pues es que no vale nada", bueno pues les decía yo a los niños, entre más ceros a la izquierda tenga (el decimal) pues menos vale. La verdad, entonces yo creo que por ese choque cognitivo de saberes que se da, es que los niños tienden a equivocarse
11.	Carla: Generalmente lo que hacen los niños es asimilar que la cantidad más grande es 400, se van por la cantidad de números que van a estar observando. No yéndome tanto a los decimales, sino tan solo con los enteros si tu les pones 2020 y 2012 llegan a tener confusión con la posición de los números, entonces y siento que es más por que se van más por lo primero que llegan a observar

12.	<i>Fernando: Si estoy de acuerdo y también los errores más comunes que yo he visto a la hora de ordenar este tipo de números es una que acaba de decir Carla, que es la cantidad de cifras que se ven, entonces si ven una cifra bastante larga, algunos se van con la idea de que es bastante grande, que vale mas, entonces la suelen colocar entre las que valen mas, y las que tienen menos cifras con las que valen menos, así tenga el punto a la izquierda o donde lo tenga, ellos se van con “ la que tiene menos cifras, vale menos”.</i>
13.	<i>Fernando: La gran mayoría comete el error de irse por el número que vale más, por ejemplo, si lleva por ahí un nueve ah vale mas y si tiene un uno, no importa donde este y la cantidad de ceros, ese es el que vale menos. Estos dos ejemplos son los errores más comunes, y pues en este ejemplo puede ser que haya pasado esto tanto en uno como en otro.</i>
14.	<i>Ernesto: Pues le dan como un valor unitario, ósea no respetan la posición, son más visuales en ese aspecto.</i>
15.	<i>Marina: Con mi hermano lo estuve trabajando porque a el se le complica un poquito, entonces me acuerdo mucho que cuando mi papa me lo explico a mi cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversion, así es como a mi me fue quedando claro, entonces entre mas estes dividiendo en centésimos y milésimos o decimos ahí te vas dando cuenta que tan grande es la división y que valor tiene. Así se lo explique a mi hermanito y le quedo mas claro,</i>
16.	<i>Marina: si es como lo comentan los compañeros que el niño se va mas por lo visual; si ve el 5 solito y el 400 ya no se esta poniendo a razonar que esta un punto antes y que el acomodo es diferente. Ellos nada mas se fijan en cual es mas grande o que tiene mas valor para ellos y pues si es muy común este tipo de errores.</i>
17.	<b>P3. E: ¿Cómo podrían ayudar al alumno a que reconozca este error?</b>
18.	<i>Fernando: Gina lo dijo ahorita bastante claro que en el libro de cuarto grado viene por ahí una actividad donde vienen unas tiras que hay que cortar, pero la verdad es que son bastante pequeñas y para partirlas en 100 partes es un relajo pues y difícil que lo capten.</i>
19.	<i>Fernando: Yo lo que haría y lo he hecho con niños grandes y lo aprovecho para ver el tema de fracciones también, lo hago con tiras grandes (señala con sus manos una medida aproximada de un metro). Les pido a los niños que hagamos tiras de papel lustre o del material que tengamos, les pido que hagan tiras largas de un metro, les presto el metro para que vayan midiendo en este caso yo lo suelo aplicar con tres tiras de diferentes colores para que ellos alcancen a distinguir.</i>
20.	<i>Entonces yo le diría a este alumno que parta tres tiras largas, una en decimos, otra en centésimos la de milésimos sería muy complicada con una tira de ese tamaño, pero si se quiere llegar a esa noción pues es lo mas adecuado, igual partir en mil partes un metro es mucho, pero creo que puede funcionar.</i>
21.	<i>Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un lado podemos poner un décimo cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 partes con ayuda de la regla e igual pediría que del otro lado le escribieran 0.01 para poder representarlos físicamente igual no se puede de todos, pero si ayuda.</i>
22.	<i>Gina: En mi caso si sería importante... volviendo a lo mismo que te comentaba que si siento que en los libros de matemáticas les meten de sopetón los decimales sin tomar en cuenta que el alumno tuvo contacto nada más con números enteros de primero a tercero.</i>
23.	<i>Entonces lo que nos toca a nosotros es relacionar el conocimiento previo que tienen para introducir de a poco lo que es un numero decimal y también tomando en cuenta el conocimiento de fracciones que tienen de tercer año</i>
24.	<i>Gina: en este caso lo que haría yo, sería... ¿Cómo decirlo'... como un diagrama de un número decimal “conociendo la anatomía de un número decimal”, entonces decir este número que está aquí, por ejemplo 1?34 este uno que significa para ustedes ¿Qué es el uno? Entonces ya según su conocimiento ellos que contesten a lo mejor se quedan callados que es lo más común, o me dicen es una galleta o un paquete de churros, si de plano no responden entonces les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero, algo completo, luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos que casi siempre es así, pero que digan ah pues son pedazos, cachitos maestra, entonces a través de preguntas irles metiendo la idea de que lo que esto que son pedazos, cachitos de la galleta no son un entero.</i>
25.	<i>Gina: Entonces ellos ya van a comprender después que lo que está a la izquierda del punto siempre son enteros, y lo que está a la derecha son cachitos, son fracciones del entero por así decir. Lo que sucede también es que a veces nosotros conocemos la teoría, pero no sabemos bajarnos al nivel del alumno</i>

26.	<i>entonces en este caso, sabemos que los cachitos son las fracciones, pero para que nos entiendan vamos a hablar de cachitos. Ok bueno entonces una manera más amable de comunicarles las matemáticas. Yo siempre tuve dificultades con las matemáticas ellas y yo no nos llevábamos bien, entonces partiendo de esa debilidad de como me sentía yo con las matemáticas fue que empecé a ver las dificultades de ellos, de porque no las entienden porque yo también tuve esos problemas.</i>
27.	<i>Gina: Cuando yo veía números decimales me daba miedo por eso siento que como profesores tenemos que ser más amables en el modo en cómo les explicamos las matemáticas. Decir “saben que chicos pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.</i>
28.	<i>Gina: Hay que explicarles cómo se representan numéricamente los cachitos sin tener que utilizar fracciones y entonces ya a partir de allí hacer ejercicios como dice Fernando, donde puedan darse cuenta cuánto vale un milésimo y que aunque se parezca a la palabra mil, no es mil y que significa una parte muy chiquita, y luego de allí ya empezar a hacer ejercicios de valor posicional pero ahora con este tipo de número.</i>
29.	<i>Gina: Bueno al menos yo cuando di cuarto grado esa era la complicación, por ejemplo, allí en el libro pues se maneja que utilices el valor posicional, pero nada más y entonces los niños se guían con lo que vieron anteriormente. Por eso si tú les dices en el número 0.009 que el primer cero a la derecha vale diez décimos, el segundo centésimo y el tercero milésimos y les preguntas luego que cuánto vale el 9 en ese número ellos dicen 9000 porque ya tienen la estrategia de los otros ciclos y ahora es momento de explicarse que no es así.</i>
30.	<i>Gina: Entonces aparte de hacer ejercicios de valor posicional con este nuevo tipo de número, acompañarlo con la estrategia que explico Fernando y así les puedes mostrar este es un décimo, este un centésimo, este un milésimo, ¿Cuál vale mas, o cual vale menos? Pero partiendo siempre de un material concreto porque a veces es difícil imaginar este tipo de números, si uno, le dicen un millón no se lo imagina, menos a ellos que les digan un milésimo, por ejemplo no es lo mismo decir dos galletas y puedo imaginarlo, que una milésima de galleta, por esta razón es necesario utilizar material concreto para que ellos puedan discernir cual es el valor y utilizarlo al momento de hacer comparaciones por ejemplo al ordenar números, porque antes de ordenar números existe otro conocimiento que es el comparar cantidades para determinar porque es mayor uno que otro, por eso después de introducir el tema suavemente es bueno usar este tipo de materiales como comento M4. Es mas puede ser que hasta haya programas en internet que te ayuden a ver o hacer esto y así los niños lo puedan ver y comprender apoyados con la tecnología.</i>
31.	<b>Carla:</b> <i>creo que parte fundamental es el conocimiento adquirido a partir del valor posicional de los números, como dice M1 si meten de sopetón el tema de los decimales, pero recuerdo que cuando yo iba en la primaria los metían con problemas de la vida cotidiana, en relación por ejemplo a la cooperativa que te daban a 2.50 los chetos o cierto dulcecito y entonces a partir de eso la maestra nos decía, ¿tu como representarías esos 2.50? Entonces si influye el lenguaje que se llega a utilizar.</i>
32.	<i>Carla: si de lleno empiezas a hablar de decimos, centésimos y milésimos pues no te van a entender porque desconocen los conceptos, pero si tu les dices; “ a ver fui a la tienda y compre unos chetos de 2.50 y unos doritos de 3.50 recordando los precios anteriores porque ahorita ya no hay artículos de ese precio, entonces uno empieza a decir, pues yo cuando voy a la tienda pues solamente los sumo y soy consciente de que voy a pagar seis pesos y entonces la maestra te cuestiona y tu como sabes que sale eso, y entonces desde allí del cuestionarte, que te ponga a pensar y desde allí que implica que lo vayas a representar, que empecemos a razonar.</i>
33.	<i>Carla: También recuerdo que se utilizaba una tablita que además de unidades, decenas y centenas, también la dividía un punto y que a partir de allí es donde se colocaban los décimos, centésimos, y milésimos y nos ponían ciertas cantidades y sabíamos que el punto siempre iba en el centro y que teníamos que respetar los lugares de cada uno de los números.</i>
34.	<i>Carla: Como les decía no he trabajado con cuarto pero pienso que si sería algo muy funcional, incluso si llegamos a tener precios en la tienda que nos lleguen a manejar los 50 centavos, o en el super por ejemplo que 12.25, entonces partir de eso para que los niños comprendan más a fondo la situación de los números decimales. Sería una opción que siento sería viable para que los niños los comprendan.</i>
35.	<i>Marina: Hace tiempo lo trabaje con niños que están en nivelación académica y busque en internet material que es de Montessori. Hay en Montessori hay un material que lo manejan como cubos y tienes la opción de descargar e imprimir para que el niño los pueda ir armando, el cubo tiene bolitas por así decirlo, el cubo está dividido en 1000 bolitas,</i>

	<i>hay una tableta de cien y una tirita de diez, y la unidad. Yo estaba viendo en el material Montessori que ese se utiliza para los números decimales. Entonces el niño va armando la cajita y tiene esa noción de que es uno, diez cien y a cada uno se le va dando el nombre de decimo, centésimo, milésimo y allí el niño ya esta trabajando de una forma mas concreta.</i>
36.	<i>Marina: Asi lo trabaje con los niños, con los cubos y lo entendieron mejor. Lo que si les hice mucho hincapié fue que entre mas se divide el cubo, más pequeño es el numero entonces les explique de después del punto no es que el numero valga mas sino que asi es como se va dividiendo entonces a mas ceros el numero vale menos, entonces les hice la tirita y les preguntaba cuando vale esta y cuánto vale el cubo, que pedacito es mas pequeño y así lo iban entendiendo,</i>
37.	<i>Marina: Funciona igual vas armando la tirita que vale diez y luego con ella armas la tableta que vale 100, luego el cubo que vale mil, claro primero te aseguras que comprenda el concepto de numero, que cuente hasta mil que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo así.</i>
38.	<i>Fernando: muestra en pantalla el bancubi, y explica el valor de cada pieza) Es bastante efectivo para trabajar también al mismo tiempo la fracción, porque yo soy de la idea que son conceptos que se tienen que trabajar para que el niño entienda, así por ejemplo enseñar que un centésimo es lo mimos que <math>1/100</math>, el uno con el 100 abajo</i>
39.	<i>Marina: (comparte pantalla y muestra la imagen del material bancubi que ella uso). Este es el que yo trabaje, ahí en la pagina que les digo viene la opción de que lo podamos descargar y te explica que un cubito es 1 que las tiras son diez y que forman tabletas de 100, este material les gusto bastante, como que se les hizo muy funcional podían ir contando cada bolita, y darles un color también les ayuda bastante.</i>
40.	<i>(luego mostro una tabla con las divisiones de 10, 100 y 1000) Esta tablita también me ayudó mucho a entender que entre mas se divide la unidad no es que sea más grande la fracción, sino que es mas pequeña.</i>
<b>Entrevista Marina</b>	
20.	<i>E: 9 Vamos a pasar con la actividad 3, que era un ejercicio de decimales. Tu comentaste que era necesario que el niño comprendiera el concepto de número, que contara hasta mil y conociera que es un agrupamiento de decena y centena para poder trabajarlo. Nuestra pregunta es: ¿Qué es para ti el concepto de número y porque es tan importante conocerlo antes de poder trabajar con los decimales?</i>
21.	<i>Marina: Para mi el concepto de número es esa relación que hay entre un signo y la cantidad que le corresponde, que lo vemos en los primeros grados, como el sentido numérico, que el niño tenga la capacidad de relacionar la grafía con la cantidad que corresponde, si nosotros trabajamos esto ellos van a comprender que el cero también es un numero y que también le corresponde un valor, pero la mayoría de las veces trabajamos del uno en adelante o si lo vemos como ahh si el cero va adelante del uno pero no siempre se toma en cuenta. También los ejercicios de primer y segundo grado empiezan a partir del uno, entonces los niños y nosotros también identificamos que el cero antes del uno no sirve o es como de adorno o da igual si lo pongo o no lo pongo, vale cuando va después de los números que después del uno ah pues una decena, luego una decena y asi sucesivamente, pero antes del uno no lo ubicamos</i>
22.	<i>E: 10 Entonces le diríamos que el cero ¿vale qué?</i>
23.	<i>El cero en si no tiene una cantidad que lo representa, pero su valor posicional si lo podemos enseñar, su valor antes del cero, asi cuando el niño trabaje los decimales sepa que si hay un cero antes de algún otro dígito, va a ser otro acomodo va a ser menor</i>
24.	<i>E: 11 Esto que mencionas del concepto del cero, ¿Cómo se puede trabajar este hecho de cuando la cantidad de ceros aumenta y el número disminuye?</i>
25.	<i>Por lo mismo Hay lo podemos trabajar con la cantidad de ceros, si sabemos que hay un cero después del punto pues no va a valer, entonces entre más ceros tiene va ser menor, eso seria como un acomodo de valor posicional del cero en los números decimales</i>
<b>Entrevista Gina</b>	
27.	<i>E: 11 ¿Qué significa para ti esta frase que usaste para explicar los decimales “el cero a la izquierda”?</i>

28.	<i>Gina : a mi me dijeron que entre más ceros a la izquierda tenga el número es que menos vale y ya es ley casi casi y como esto me funciona a mí y me ha funcionado toda la vida pues esta es la herramienta que yo les paso de manera oral a mis alumnos para resolver este tipo de problemas</i>
29.	<i>A veces muchos de los temas que hay en matemáticas no son prácticos son solamente para que el niño logre resolver un examen ¿Cuándo en la vida hemos tenido la necesidad de ordenar números decimales? buscamos las herramientas más rápidas para que el alumno lo pueda resolver en el momento porque no le vemos practicidad allá afuera</i>
30.	<b>E: 12 Cuando hablas del choque cognitivo de saberes, ¿con que saberes choca esto de ordenar números decimales?</b>
31.	<i>Gina: En primero y segundo se marca que unidades, decenas y centenas y que las centenas valen más y las decenas menos, y las unidades menos que la decena, pero en los decimales es al revés, en el mundo de los decimales los centésimos que se parece mucho al concepto de centena porque ellos son mucho de relacionar las palabras para darles un significado entonces ahora valen menos, es al revés</i>
32.	<b>E: 13 En esta parte que dices que enseñabas los decimales con fracciones ¿cómo lo hacías?</b>
33.	<i>Gina: Yo siempre les maneje esta parte que tanto los decimales como las fracciones eran cachitos, por ejemplo el 0.5 y 1/2 ¿que son?, son chaquitos, estos números el 1 y el 2 son enteros pero estos números después del punto son cachitos. Es importante decirles que las fracciones y decimales no son números enteros sino parte de un todo</i>
34.	<b>E: 14 esto de que el milésimo es mas pequeño que el décimo, ¿cómo tomaba sentido con las fracciones?</b>
35.	<i>Gina: Antes de ver decimales les enseñaba las fracciones, antes de que hagan operaciones con fracciones se les explica las partes de una fracción, la forma más fácil que yo he visto para explicarles es representarlas gráficamente l Las fracciones son una forma gráfica de representar cachitos y luego les ponía 5/10 bueno el 5 es el número que vas a tomar y el 10 el que vas a partir y luego les ponía una fracción mas grande 5/20 y les preguntaba que peculiaridad observan “ no pues que entre más grande es el número de abajo más chiquito es el pedacito ”</i>
36.	<i>Tal vez a mí se me hacía más fácil y a ellos tamicen representar en un dibujo antes que hacerlo de manera abstracta. entonces para jugar con ellos les dices “imagínate 5/400” y ellos ya se podían imaginar que entre más se divide un entero más pequeño es el cachito, al imaginarse la división de un entero de ese tamaño era más sencillo representarlo de forma abstracta.</i>
37.	<b>E: 15 Siguiendo con esta actividad Nosotros interpretarnos que aquí en tu respuesta tú te refieres a la parte lingüística, de que confunden mil con milésimo pero queremos saber si te referías a eso y, ¿a que refieres con el uso del valor posicional para leer los decimales, a que confusión te referías con el 0.009 y el 9000?</b>
38.	<i>Si vas progresando en el libro de cuarto te das cuenta que se espera que ellos conozcan eso, y ya después en el bloque dos les preguntan ¿Cuántos diezmilésimos hay en el numero 0.355? Pero no les dan algo más que les permita reflexionar sobre el valor posicional en los números decimales entonces si el niño no tiene estos referentes, pues va a tratar de guiarse con el aprendizaje previo que ya tiene y en este caso es lo que conoció desde siempre el valor de los números posicionales enteros.</i>
39.	<i>Gina: La parte lingüística, las decenas ellos conocían que era 10 las, unidades uno, centenas 100 y los millares 1000 y de primero a tercero se les enseñó que las decenas valen diez, las centenas 100 y los millares 1000, entonces al momento que tú les dices ¿cuánto vale nueve milésimos? su único referente es la palabra millares, los miles y por eso responden nueve mil.</i>

### Anexo 4 Primera categorización de la actividad 3

Actividad	Subdominio y categoría	pri n	fin	segmento
-----------	------------------------	----------	-----	----------

A3_P 1	KoT/Conceptos y definiciones/valor de posición	2	2	<i>Gina: EL primer error, es que el primer número que debería estar allí, si es de menor a mayor es el 0.009 antes que el 0.07, y esto es porque de acuerdo al valor posicional de los números después del punto, las milésimas y las centésimas, las milésimas valen menos, por ejemplo, allí, en el 0.009 el nueve está en las milésimas y en el 0.07, el 7 está en el lugar de las centésimas, entonces en este caso el que es más pequeño es el 0.07.</i>
A3_P 1	KLMS/Secuenciación de los temas/números enteros de primero a tercero	3	3	<i>Gina: se confunden porque como ya dijimos antes de primero a tercero se les enseña que las decenas valen menos y aquí es al revés.</i>
A3_P 2	KLMS/Secuenciación de los temas/ valor de posición en números enteros de primero a tercero y decimales en cuarto grado	6	7	<i>Gina: En primera instancia ahí hay un choque cognitivo, porque de primero a tercero se maneja mucho el valor posicional de los números enteros, decenas, centenas y unidades de millar, entonces, siempre les manejamos que los miles son los que valen más, las decenas y las unidades son las que valen menos. En cuarto año les meten muy de sopetón a mi criterio lo que son los números decimales. Empiezan a meterlos, al menos el año pasado así venía en los libros, a través de precios en la tienda, pero no hay una explicación del valor posicional en los números decimales, que ahora es otro tipo de número, entonces los niños cometen este error porque nosotros al momento de enseñarles el valor posicional de los números después del punto, pues es muy parecido a lo de decenas, centenas y unidades de millar.</i>
A3_P 2	KFLM/Formas de interacción/relacionar conocimientos anteriores con nuevos	8	8	<i>Gina: para ellos por ejemplo es casi lo mismo decir decena que decimos, centena con centésimo, ellos buscan la forma de relacionar los nuevos conocimientos con lo que ya tienen.</i>
A2_P 7	KLMS/Nivel de desarrollo conceptual esperado/ dificultad al trabajar con decimales, por la costumbre de trabajar con enteros	9	9	<i>Gina: Si tomamos en cuenta que esto del valor lo trabajaron durante tres años y luego de sopetón les meten los decimales que digamos es al revés, pues para ellos es muy difícil desaprender que ahora en los números decimales es diferente y a veces los maestros no sabemos explicarles.</i>
A3_P 2	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/ ejemplos y analogías del cero	10	10	<i>Gina: Uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron y les dices, por ejemplo, que el cero a la izquierda ¿Qué significa esa frase del cero a la izquierda? “pues es que no vale nada”, bueno pues les decía yo a los niños, entre más ceros a la izquierda tenga (el decimal) pues menos vale. La verdad, entonces yo creo que por ese choque cognitivo de saberes que se da, es que los niños tienden a equivocarse</i>

A3_P 2	KFLM/Dificultades en el aprendizaje/guiarse por el total de dígitos sin considerar el punto decimal	11	11	<i>Carla: Generalmente lo que hacen los niños es asimilar que la cantidad más grande es 400, se van por la cantidad de números que van a estar observando. No yéndome tanto a los decimales, sino tan solo con los enteros si tú les pones 2020 y 2012 llegan a tener confusión con la posición de los números, entonces y siento que es más porque se van más por lo primero que llegan a observar</i>
A3_P 2	KFLM/Formas de interacción con un contenido/Los alumnos se guían por la propiedad aditiva del SND sin considerar la posición y el valor decimal	12	13	<i>Fernando: Los errores más comunes que yo he visto a la hora de ordenar este tipo de números es una que acaba de decir Carlos que es la cantidad de cifras que se ven, entonces si ven una cifra bastante larga, algunos se van con la idea de que es bastante grande, que vale más, entonces la suelen colocar entre las que valen más, y las que tienen menos cifras con las que valen menos, así tenga el punto a la izquierda o donde lo tenga, ellos se van con “ la que tiene menos cifras, vale menos”. 13. La gran mayoría comete el error de irse por el número que vale más, por ejemplo, si lleva por ahí un nueve ah vale más y si tiene un uno, no importa donde este y la cantidad de ceros, ese es el que vale menos. Estos dos ejemplos son los errores más comunes, y pues en este ejemplo puede ser que haya pasado esto tanto en uno como en otro.</i>
A3_P 2	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/ comparar los agrupamientos decimales como particiones de un entero	15	15	<i>Marina: Con mi hermano lo estuve trabajando porque a el se le complica un poquito, entonces me acuerdo mucho que cuando mi papa me lo explico a mi cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversión, así es como a mí me fue quedando claro, entonces entre más estes dividiendo en centésimos y milésimos o decimos ahí te vas dando cuenta que tan grande es la división y que valor tiene. Así se lo explique a mi hermanito y le quedo más claro,</i>
A3_P 3	KoT/Registros de representación/fracciones y decimales con el metro como unidad	19	19	<i>Fernando: Yo lo que haría y lo he hecho con niños grandes y lo aprovecho para ver el tema de fracciones también, lo hago con tiras grandes (señala con sus manos una medida aprox un metro).</i>
A3_P 3	KMT/Recursos y materiales/Tiras de un metro para representar agrupamientos decimales	19	19	<i>Fernando: Yo lo que haría y lo he hecho con niños grandes y lo aprovecho para ver el tema de fracciones también, lo hago con tiras grandes (señala con sus manos una medida aprox un metro). Les pido a los niños que hagamos tiras de papel lustre o del material que tengamos, les pido que hagan tiras largas de un metro, les presto el metro para que vayan midiendo en este caso yo lo suelo aplicar con tres tiras de diferentes colores para que ellos alcancen a distinguir.</i>
A3_P 3	KoT/Registros de representación/Gráfico y numérico de los números decimales	21	21	<i>Fernando: Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un lado podemos poner un décimo cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 partes con ayuda de la regla e igual pediría que del otro lado le escribieran 0.01 para poder representarlos físicamente</i>
A3_P 3	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/Usar un material para abordar dos conceptos al mismo tiempo	20	21	<i>Fernando: Entonces yo le diría a este alumno que parta tres tiras largas, una en decimos, otra en centésimos la de milésimos sería muy complicada con una tira de ese tamaño, pero si se quiere llegar a esa noción pues es lo más adecuado, igual partir en mil partes un metro es mucho, pero creo que puede funcionar. Cuando estemos partiendo la de un metro en diez partes, de un lado podemos poner un décimo cada parte y del otro lado 0.1 y esto les va a ayudar a palpar la magnitud de la distancia que se está midiendo y así hacer lo mismo con la de centésimos, partirla en 100 partes con ayuda de la regla e igual pediría que del otro lado le escribieran 0.01 para poder representarlos físicamente igual no se puede de todos, pero si ayuda.</i>

A3_P 3	KMT/Técnicas y estrategias de enseñanza/ relación de las fracciones con agrupamientos decimales	23	23	<i>Gina: lo que nos toca a nosotros es relacionar el conocimiento previo que tienen para introducir de a poco lo que es un número decimal y también tomando en cuenta el conocimiento de fracciones que tienen de tercer año</i>
A3_P 3	KoT/ Registros/ gráfico de los decimales como fracciones	24	24	<i>Gina: entonces les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero, algo completo, luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos que casi siempre es así, pero que digan ah pues son pedazos, cachitos maestra, entonces a través de preguntas irles metiendo la idea de que lo que esto que son pedazos, cachitos de la galleta no son un entero</i>
A3_P 3	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/Usar analogías de la vida real para relacionar los conceptos entero y fracción decimal	24	25	<i>Gina: lo que haría yo, sería... como un diagrama de un número decimal “conociendo la anatomía de un número decimal”, entonces decir este número que está aquí, por ejemplo 1.34 ¿este uno que significa para ustedes ¿Qué es el uno? Entonces ya según su conocimiento ellos que contesten a lo mejor se quedan callados que es lo más común, o me dicen es una galleta o un paquete de churros, si de plano no responden entonces les dibujo abajo del uno un paquete de churros para que ellos entiendan que ese uno representa un paquete, entonces ya sabemos que ese uno representa un entero algo completo luego ¿después del punto que hay? Tomando en cuenta que no me sepan contestar, que entren en líos que casi siempre es así, pero que digan ah pues son pedazos, cachitos maestra, entonces a través de preguntas ellos ya van a comprender que lo que está a la izquierda del punto siempre son enteros, y lo que está a la derecha son cachitos, son fracciones del entero.</i>
A3_P 3	KSM/Conexiones de complejización/números enteros con decimales, y decimales con fraccionario	27	27	<i>Gina: Decir “saben que chicos pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones</i>
A3_P 3	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/Buscar un lenguaje y analogías que sean sencillos	27	27	<i>Gina: como profesores tenemos que ser más amables en el modo en cómo les explicamos las matemáticas. Decir “saben que chicos pues de primero a tercero estuvieron viendo enteros, pero ahora vamos a ver otro tipo de números” explicarles que es otro tipo de números que no es el que estuvieron acostumbrados a ver de primero a tercer año. “vamos a ver ahora los números decimales, y explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.</i>
A3_P 3	KLMS/Secuenciación de los temas/cuarto grado	27	27	<i>Gina: explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.</i>
A3_P 3	KMT/Estrategias de enseñanza/ relación entre agrupamientos decimales y su correspondiente en fracción	27	27	<i>Gina: explicarles que los números decimales son los que se usan para representar los cachitos, las fracciones porque de hecho en el primer bloque de cuarto ya manejan las conversiones de las fracciones en números decimales, por eso digo que lo meten de sopetón.</i>
A3_P 3	KMT/Estrategias y técnicas de	28	28	<i>Gina: Hay que explicarles cómo se representan numéricamente los cachitos sin tener que utilizar fracciones y entonces ya a partir de allí hacer ejercicios como dice Fernando,</i>

	enseñanza/Relacionar registro numérico y gráfico			
A3_P 3	KoT/Registros de representación/ numérico y gráfico	28	28	<i>Gina: explicarles cómo se representan numéricamente los cachitos sin tener que utilizar fracciones</i>
A3_P 3	KFLM/Formas de interacción con un contenido/asociación fonética agrupamientos decimales con enteros	28	28	<i>Gina: donde puedan darse cuenta cuánto vale un milésimo y que, aunque se parezca a la palabra mil, no es mil y que significa una parte muy chiquita, y luego de allí ya empezar a hacer ejercicios de valor posicional pero ahora con este tipo de número.</i>
A3_P 3	KFLM/Dificultades de aprendizaje/comprender los agrupamientos decimales, porque solo han trabajado con enteros	29	29	<i>Gina: yo cuando di cuarto grado esa era la complicación, por ejemplo, allí en el libro pues se maneja que utilices el valor posicional, pero nada más y entonces los niños se guían con lo que vieron anteriormente. Por eso si tu les dices en el número 0.009 que el primer cero a la derecha vale diez décimos, el segundo centésimo y el tercero milésimos y les preguntas luego que cuánto vale el 9 en ese número ellos dicen 9000 porque ya tienen la estrategia de los otros ciclos y ahora es momento de explicarse que no es así.</i>
A3_P 3	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/sobre la importancia de usar material concreto	30	30	<i>Gina: Entonces aparte de hacer ejercicios de valor posicional con este nuevo tipo de número, acompañarlo con la estrategia que explico Flor y así les puedes mostrar este es un décimo, este un centésimo, este un milésimo, ¿Cuál vale más, o cual vale menos? Pero partiendo siempre de un material concreto porque a veces es difícil imaginar este tipo de números, si uno, le dicen un millón no se lo imagina, menos a ellos que les digan un milésimo, por ejemplo, no es lo mismo decir dos galletas y puedo imaginarlo, que una milésima de galleta, por esta razón es necesario utilizar material concreto para que ellos puedan discernir cual es el valor y utilizarlo a</i>
A3_P 3	KLMS/Secuenciación de los temas/comparar y después ordenar cantidades	30	30	<i>Gina: Al momento de hacer comparaciones por ejemplo al ordenar números, porque antes de ordenar números existe otro conocimiento que es el comparar cantidades para determinar porque es mayor uno que otro</i>
A3_P 3	KFLM/Formas de interactuar con un contenido/los alumnos comprenden mejor un lenguaje cotidiano	31	31	<i>31. Carla: creo que parte fundamental es el conocimiento adquirido a partir del valor posicional de los números, como dice Gina si meten de sopetón el tema de los decimales, pero recuerdo que cuando yo iba en la primaria los metían con problemas de la vida cotidiana, en relación por ejemplo a la cooperativa que te daban a 2.50 los chetos o cierto dulcecito y entonces a partir de eso la maestra nos decía, ¿tu como representarías esos 2.50? Entonces si influye el lenguaje que se llega a utilizar.</i>
A3_P 3	KFLM/Intereses y expectativas/dificultad del lenguaje matemático	32	32	<i>Carla: si de lleno empiezas a hablar de decimos, centésimos y milésimos pues no te van a entender porque desconocen los conceptos,</i>
A3_P 3	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/ usar analogías de la vida	32	32	<i>Carla: si tú les dices; “ a ver fui a la tienda y compre unos chetos de 2.50 y unos doritos de 3.50 recordando los precios anteriores porque ahorita ya no hay artículos de ese precio, entonces uno empieza a decir, pues yo cuando voy a la tienda pues solamente los sumo y soy</i>

	real para ilustrar el uso cultural de las matemáticas			<i>consciente de que voy a pagar seis pesos y entonces la maestra te cuestiona y tu como sabes que sale eso, y entonces desde allí del cuestionarte, que te ponga a pensar y desde allí que implica que lo vayas a representar, que empecemos a razonar.</i>
A3_P3	KMT/ Estrategias y técnicas de enseñanza/Usar modelos tradicionales	33	33	<i>Carla: También recuerdo que se utilizaba una tablita que además de unidades, decenas y centenas, también la dividía un punto y que a partir de allí es donde se colocaban los décimos, centésimos, y milésimos y nos ponían ciertas cantidades y sabíamos que el punto siempre iba en el centro y que teníamos que respetar los lugares de cada uno de los números.</i>
A3_P3	KMT/Recursos y materiales/Bancubi para trabajar agrupamientos	35	35	<i>Marina: Hace tiempo lo trabaje con niños que están en nivelación académica y busque en internet material que es de Montessori. Hay en Montessori hay un material que lo manejan como cubos y tienes la opción de descargar e imprimir para que el niño los pueda ir armando, el cubo tiene bolitas por así decirlo, el cubo está dividido en 1000 bolitas, hay una tableta de cien y una tirita de diez, y la unidad. Yo estaba viendo en el material Montessori que ese se utiliza para los números decimales. Entonces el niño va armando la cajita y tiene esa noción de que es uno, diez cien y a cada uno se le va dando el nombre de decimo, centésimo, milésimo y allí el niño ya está trabajando de una forma más concreta.</i>
A3_P3	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/ relación entre la posición del cero, su valor y comparación fraccionaria	36	36	<i>Marina: Así lo trabaje con los niños, con los cubos y lo entendieron mejor. Lo que si les hice mucho hincapié fue que entre más se divide el cubo, más pequeño es el número entonces les explique de después del punto no es que el numero valga más, sino que así es como se va dividiendo entonces a más ceros el número vale menos, entonces les hice la tirita y les preguntaba cuando vale esta y cuánto vale el cubo, que pedacito es más pequeño y así lo iban entendiendo.</i>
A3_P3	KSM/Conexión de complejización/ concepto de número, conteo y agrupamientos	37	37	<i>Marina: primero te aseguras que comprenda el concepto de número, que cuente hasta mil que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo</i>
A3_P3	KMT/Recursos y materiales/Usar tiras de papel y cubos para ver agrupamientos	37	37	<i>Marina: Funciona igual si vas armando la tirita que vale diez y luego con ella armas la tableta que vale 100, luego el cubo que vale mil, claro primero te aseguras que comprenda el concepto de número, que cuente hasta mil que sepa que es un agrupamiento de decena, centena y ya luego trabajarlo así</i>
A3_P3	KMT/Recursos y materiales/uso del bancubi para ver agrupamientos enteros, y decimales como fracción	38	38	<i>Fernando: (muestra en pantalla el bancubi, y explica el valor de cada pieza) Es bastante efectivo para trabajar también al mismo tiempo la fracción, porque yo soy de la idea que son conceptos que se tienen que trabajar para que el niño entienda, así por ejemplo enseñar que un centésimo es lo mismo que 1/100, el uno con el 100 abajo</i>
A3_P3	KMT/Recursos y materiales/tablas con divisiones de 10, 100 y 1000 para agrupamientos decimales	40	40	<i>Marina: (muestro una tabla con las divisiones de 10, 100 y 1000) Esta tablita también me ayudó mucho a entender que entre más se divide la unidad no es que sea más grande la fracción, sino que es más pequeña.</i>

A3_P 2	Creencias y valores	10	10	<i>Gina: Uno como maestro lo que utiliza es enseñar como a nosotros nos enseñaron y</i>
A3_P 2	Creencias y valores//Enseñar con base en la experiencia familiar	15	15	<i>Marina: me acuerdo mucho que cuando mi papa me lo explico a mi cuando era niña fue: Mira en una hoja tienes que dividir en 100 partes iguales, en otra hoja en mil partes iguales y teníamos que ir haciendo esa conversión, así es como a mi me fue quedando claro</i>
A3_P 3	Creencias y valores/Enseñanza empática	26	26	<i>Gina: Yo siempre tuve dificultades con las matemáticas ellas y yo no nos llevábamos bien, entonces partiendo de esa debilidad de cómo me sentía yo con las matemáticas fue que empecé a ver las dificultades de ellos, de porque no las entienden porque yo también tuve esos problemas.</i>
Entrevista Marina				
A3_E Mp9	KoT/Conceptos/número	21	21	<i>Marina: Para mí el concepto de número es esa relación que hay entre un signo y la cantidad que le corresponde, que lo vemos en los primeros grados, como el sentido numérico, que el niño tenga la capacidad de relacionar la grafía con la cantidad que corresponde,</i>
A3_E Mp9	KoT/Conceptos/cero	21	21	<i>Marina: el cero antes del uno no sirve o es como de adorno o da igual si lo pongo o no lo pongo, vale cuando va después de los números, después del uno ah pues una decena, luego una decena y así sucesivamente, pero antes del uno no lo ubicamos</i>
A3_E Mp1 0	KoT/Propiedades/ del cero	23	23	<i>Marina: El cero en si no tiene una cantidad que lo representa, pero su valor posicional si lo podemos enseñar, su valor antes del cero, así cuando el niño trabaje los decimales sepa que si hay un cero antes de algún otro dígito, va a ser otro acomodo va a ser menor</i>
A3_E Mp1 1	KSM/Conexión de complejización/ cero, valor de posición y decimales	25	25	<i>Marina: si sabemos que hay un cero después del punto pues no va a valer, entonces entre más ceros tiene va ser menor, eso sería como un acomodo de valor posicional del cero en los números decimales</i>
Entrevista Gina				
A3_E Gp11	Creencias y valores/Enseñanza con base en la experiencia personal	27	27	<i>Gina: a mí me dijeron que entre más ceros a la izquierda tenga el número es que menos vale y ya es ley casi casi y como esto me funciona a mí y me ha funcionado toda la vida pues esta es la herramienta que yo les paso de manera oral a mis alumnos para resolver este tipo de problemas</i>
A3_E Gp12	KFLM/intereses y expectativas/uso práctico del SND	30	30	<i>Gina: ¿Cuándo en la vida hemos tenido la necesidad de ordenar números decimales?, buscamos las herramientas más rápidas para que el alumno lo pueda resolver en el momento porque no le vemos practicidad allá afuera</i>
A3_E Gp13	KFLM/Formas de interacción/decimales como enteros	32	32	<i>Gina: En primero y segundo se marca que unidades, decenas y centenas y que las centenas valen más y las decenas menos, y las unidades menos que la decena, pero en los decimales es al revés, en el mundo de los decimales los centésimos que se parece mucho al concepto de centena porque ellos son mucho de relacionar las palabras para darles un significado entonces ahora valen menos, es al revés</i>

A3_E Gp14	KoT/Conceptos /decimal	34	34	<i>Gina: Yo siempre les maneje esta parte que tanto los decimales como las fracciones eran cachitos, por ejemplo el 0.5 y 1/2 ¿que son?, son chaquitos, estos números el 1 y el 2 son enteros pero estos números después del punto son cachitos. Es importante decirles que las fracciones y decimales no son números enteros sino parte de un todo</i>
A3_E Gp14	KoT/Registros de representación/gráfico y numérico de decimales	36	36	<i>Gina: Antes de ver decimales les enseñaba las fracciones, antes de que hagan operaciones con fracciones se les explica las partes de una fracción, la forma más fácil que yo he visto para explicarles es representarlas gráficamente l Las fracciones son una forma gráfica de representar cachitos y luego les ponía 5/10 bueno el 5 es el número que vas a tomar y el 10 el que vas a partir y luego les ponía una fracción más grande 5/20 y les preguntaba que peculiaridad observan “ no pues que entre más grande es el número de abajo más chiquito es el pedacito”</i>
A3_E Gp14	KMT/Estrategias de enseñanza/analogías	37	37	<i>Tal vez a mí se me hacía más fácil y a ellos tamicen representar en un dibujo antes que hacerlo de manera abstracta. entonces para jugar con ellos les dices “imagínate 5/400” y ellos ya se podían imaginar que entre más se divide un entero más pequeño es el cachito, al imaginarse la división de un entero de ese tamaño era más sencillo representarlo de forma abstracta.</i>
A3_E Gp14	KFLM/ Formas de interacción/ enteros y decimales	39	39	Si vas progresando en el libro de cuarto te das cuenta que se espera que ellos conozcan los decimales, Pero no les dan algo más que les permita reflexionar sobre el valor posicional en los números decimales entonces si el niño no tiene estos referentes, pues va a tratar de guiarse con el aprendizaje previo que ya tiene y en este caso es lo que conoció desde siempre el valor de los números posicionales enteros.
A3_E Gp15	KFLM/Formas de interacción, pistas lingüísticas	40	40	<i>Gina: La parte lingüística, las decenas ellos conocían que era 10 las, unidades uno, centenas 100 y los millares 1000, entonces al momento que tu les dices ¿cuánto vale nueve milésimos? su único referente es la palabra millares, los miles y por eso responden nueve mil.</i>

## Anexo 5 Transcripción de la actividad 4

Fila	Cuarta transcripción por líneas
1.	<i>PI. E: Les voy a pedir que describan los números del uno al diez en el sistema egipcio, maya, romano y el nuestro</i>
2.	<i>E: ¿Qué me pueden comentar de diferente entre cada serie que escribieron?</i>
3.	<i>Marina: los símbolos</i>
4.	<i>Marina: Bien, pues se refiere a como se representa cada número, por ejemplo, nosotros tenemos una simbología diferente a los mayas</i>
5.	<i>los egipcios, son similar con el maya que utilizan elementos para representar el número, no como nosotros que ya tenemos establecidos los números (numeral)</i>
6.	<i>los mayas y egipcios hacen como un conteo uno a uno.</i>

7.	<i>El romano es similar pero diferente, mientras que en el maya van aumentando puntitos con las cantidades, en el romano al llegar al cinco o al diez, hacen una resta. Bueno eso fue lo que yo vi y que en el nuestro ya es como de memoria 1, 2, 3, 4, 5...</i>
8.	<i>Carla: Yo encontré una similitud entre el maya y el romano, por la cuestión de la cantidad de símbolos que están manejando, en el sentido de que en el maya para el cinco solamente usa la raya o la línea como la queremos manejar y en el romano nada más utilizamos la "V". en el romano, el diez utilizas la X y dos rayitas en el maya, entonces yo siendo esa similitud al momento de representar las cantidades</i>
9.	<i>Fernando: los nuestros son posicionales pues no hay que escribir tantos números, por ejemplo en el nuestro para escribir nueve mil novecientos noventa y nueve, uno lo puede hacer con 4 nueves bien ordenados, pero en el egipcio tendrías que escribir nueve varas, nueve talones, nueve personas, nueve flores de loto, es un numerote, entonces es menos practico</i>
10.	<i>En el maya pues también hay que poner varios, pero hasta cierto punto, no ponemos cinco puntos seguidos o cuatro líneas horizontales, ya se tiene que cambiar que es lo importante del valor posicional</i>
11.	<i>los números arábigos están muy aceptados en gran parte del mundo como nuestro país, precisamente por lo práctico.</i>
12.	<b>P2. E: ahora van a escribir el número 8421 en numeración maya y el dos mil doscientos veintidós en nuestro sistema.</b>
13.	<i>Fernando: (muestra a la cámara su número 8421 que consta de cuatro puntos horizontales cada uno en un cuadrado, en un nivel cada uno) Yo para el 8421 puse así, punto, punto, punto, punto</i>
14.	<i>E: ¿les quedo a los demás algo así?</i>
15.	<i>Carla: Muestra su cuaderno con los cuatro puntos horizontales y la figura del cero</i>
16.	<i>Fernando: Yo lo hice así para mostrar que va por pisos, en primaria lo solemos enseñar por colores. En el piso uno el punto vale uno y solo se llega hasta el 19, cuando ya llegamos al 19 pasamos al veinte (muestra con su dedo el segundo nivel) entonces un punto en el segundo piso vale 20, hasta llegar al 399, entonces tienes que agregar otro piso abajo que vendría siendo el tercer piso y vale 400 y allí llegas hasta el 7999 y agregas el cuarto piso que vale 8000 y así tienes cuatro pisos que forman el 8421</i>
17.	<i>E: Bien, ahora que relación tiene con el 2222 que todos escribimos ¿ cuánto vale cada 2?</i>
18.	<i>Marina: por la posición de izquierda a derecha cada uno vale 2000, 200, 20 y 2, unidades, decenas, centenas y miles</i>
19.	<b>P3. E: ¿qué relación hay entre el 1, el 20, el 400 y el 8000?</b>
20.	<i>Fernando: Pues es que es el resultado de multiplicar por veinte (muestra su cuaderno) En el primer piso es uno por 20 pues veinte, veinte por veinte es 400 en el tercer piso y 400 por 20 es 8000 para el cuarto piso, entonces tenemos que explicar bien cada uno de los números</i>
21.	<i>Gina: pues que en el nuestro va subiendo de diez en diez y en el maya de veinte en veinte</i>
22.	<i>Marina: El nuestro es decimal</i>
23.	<b>P4. E: Ahora escriban el 333 en números romanos y decimales.</b>
24.	<i>Marina: Ese si supe y muestra su cuaderno con el número 333 en romano</i>
25.	<b>. E: Comparen su escritura del 333 romana con su escritura decimal</b>

26.	<i>Marina: pues que es por así decirlo el mismo concepto del tres, pero nosotros tenemos unidad, decena y centena y cada una tiene la misma representación, pero en el sistema romano pues las centenas tienen unas características, las decenas otras y las unidades otras, se acomodaron en la misma posición pero ahí el conteo es por elemento.</i>
27.	<i>Marina: Que en el nuestro podemos poner el 3 en lugar de las centenas o de las decenas y sigue siendo el mismo número, pero en el romano no puedo poner las C al final, o las X primero tienen que estar en orden. Sin embargo, en el nuestro pues si se puede acomodar y sigue siendo lo mismo</i>
28.	<i>E: (aclara) Para el caso solamente del 333 porque ahí el orden está dado por la posición si fuera otro número si importaría la posición</i>
29.	<i>Carla: igual que las reglas de cada sistema de numeración son diferentes, en el romano está esto de la posición en los símbolos y en el nuestro en el 333 o cualquier otro número que tenga esa característica no importa si movemos un número, pero si fuera otra cantidad, existen otras reglas que tenemos que respetarlas</i>
30.	<i>E: ¿Qué más observan en sus dos números?</i>
31.	<i>Carla: ¿No será que en el romano tienes que sumar los números?</i>
32.	<i>Carla: También es que se mezcla con la resta en algunos otros elementos</i>
33.	<i>Carla: La repetición, aquí por ejemplo si le cambiamos a 333, pero si le agregamos un número más 334 ya no podemos repetir más que tres veces la letra I, por eso tenemos que agregar ahí la V intermedia.</i>
34.	<i>Pasa lo mismo en el caso de la X en el 30 en el 40 vamos a agregar ese valor intermedio, vamos a agregar la L y pasa lo mismo en el 500 que creo que es la D, es como vamos a ir agregando ese valor intermedio para que no se repitan las letras más de tres veces de manera consecutiva.</i>
35.	<i>Fernando: en los números romanos una de las cosas que va a pasar es que siempre se van a tener que agregar más símbolos para tratar de expresar un número mayor</i>
36.	<i>lo que trato de explicar es que con 9 dígitos podemos expresar números infinitos con los números arábigos que son del sistema decimal que nosotros utilizamos,</i>
37.	<i>con el romano hay un punto en que se nos acaban, se nos acaban las I, las C, las L, las D, las M, y bueno hay otra regla allí para agregarle para que valga más, pero aun así hay que agregar cada vez más símbolos y en el nuestro nada más con nueve.</i>
38.	<i>Carla: Es la diferente cantidad de elementos para representar cantidades</i>
39.	<b>P5. E ¿Qué ventajas, que diferencias, que características encuentran entre estos sistemas y el nuestro?</b>
40.	<i>Marina: Bueno me quede reflexionando, que, para el romano, por ejemplo, para el 333 se ocupan nueve elementos, pero en otros aunque la cantidad sea más, pues los números o elementos van a ser menos, y en nuestro caso no, empezamos con los números del uno al nueve las unidades, es un elemento, luego las decenas, dos elementos, las centenas tres elementos. Por ejemplo, después del 99 siguen tres cifras, va el 100 o del 999 ya va el mil, que se vuelven a repetir los números, esa es la ventaja que veo yo del nuestro.</i>
41.	<i>Gina: pues en esta sesión E yo casi no participé porque realmente es un tema que desconozco, ya ahorita ya vi que es un tema de quinto grado, y creo que nunca he dado quinto grado y ahorita que lo mencionas la única vez que tuve la oportunidad de reflexionar sobre ello, fue en un curso que entonces por la falta de experiencia y porque no he tenido la necesidad de enseñarlo, es que no me empapado del conocimiento de este tipo de sistemas.</i>
42.	<i>Gina: De estos tres sistemas que hemos revisado se me hace más práctico y versátil el nuestro, <b>porque como bien mencionó Fernando</b>, con una cantidad mínima de dígitos puedes representar cantidades enormes, solamente tomando en cuenta la posición.</i>

43.	<i>En el caso del maya como mencionaba Marina pues tienes que ir construyendo el número como lo mostraba Fernando, que es una forma más razonada, y el SND que manejamos nosotros es más intuitivo.</i>
44.	<i>Gina: Algo que a mí me impresiona del romano es que un número tan pequeño como el 333 ocupa una gran cantidad de dígitos, entonces es por eso que yo le veo más practicidad al sistema que nosotros manejamos porque con la cantidad de números que maneja puede uno representar cualquier cantidad y es más intuitivo para los niños</i>
45.	<i>incluso el mismo nombre les llega a dar la pista de cómo se tiene que escribir o se tiene que hacer, y en el caso de los otros dos sistemas pues no es así.</i>
46.	<i>Algo con lo que me quedo es reflexionar que si alguna vez me llegan a dar quinto, que si para mí fue difícil construir el concepto de número por ejemplo del que nos pedías hacer en maya, si para mí fue difícil, ahora para un niño que no sabe nada</i>
47.	<i>Gina: Esta práctica a mí me sirvió para ponerme en los zapatos de los niños y el conflicto que tienen al ver este tema y a veces nosotros lo damos como si estuviera bien fácil, que se ve un una clase y no es así</i>
48.	<i>Carla: Yo me voy por la cuestión de que estos sistemas de numeración, quizá esté en un error, pero llevan más tiempo que el de nosotros, que implican una labor mayor de razonamiento y que estamos tan familiarizados con nuestro sistema de numeración, que entrar a sistemas de numeración nuevos, se nos complica demasiado.</i>
49.	<i>Carla: Ahora otra cosa, concuerdo con Gina al pensar por ejemplo en el número maya que nos pediste, entras también en conflicto porque es algo que no lo aplicas en la vida diaria, como no lo tenemos tanto en la práctica, no lo dominamos al 100 pero el hecho de que te pongan a razonar, entrar en conflicto es algo fundamental.</i>
50.	<i>Carla: Ponerte en los zapatos de los niños y decir pues bueno, si para mí fue complicado entonces tengo que adaptar un sistema y un lenguaje de una manera en que ellos puedan comprenderlo y que sea más fácil</i>
51.	<i>Carla: También conflictuarlos a ellos es interesante para ir viendo como van a ir manejando las diferentes estrategias que van a ir encontrando para la representación de cantidades.</i>
52.	<i>Fernando: Para concluir yo creo que conocer los sistemas de numeración que los seres humanos hemos inventado a lo largo de la historia en diferentes regiones del mundo, es importante.</i>
53.	<i>Fernando: A pesar de que estamos utilizando en México el sistema de numeración que la mayoría de los países utilizan, por la practicidad que tiene en los símbolos, la posición, no es nada más para conocerlo sino para valorar el sistema que estamos utilizando y a la vez compararlo</i>
54.	<i>Fernando: A lo mejor cuando estamos en una etapa temprana de aprendizaje, pues las aprendemos así porque si es el único sistema que hay, pero ya cuando los chicos empiezan a entrar a la etapa de los porqués, le cae muy conocer esto para que sepan el porqué de unos o de otros</i>
55.	<i>Fernando: como maestros nos ayuda bastante conocer más nuestro propio sistema de numeración al compararlo con otros y que nos caiga la idea que los niños tienen este conocimiento básico que tenían las personas que crearon este sistema y que ellos no saben por ejemplo en que posición van los números que para uno es bastante sencillo porque siempre lo hemos visto así: “ ah que los números se escriben de izquierda a derecha”, pero es algo que el niño no sabe y nuestros ancestros tampoco lo sabían</i>
56.	<i>Fernando: los mayas lo escribían de arriba para abajo, los chinos a veces lo hacían hacia la izquierda y derecha también, y son nociones básicas que tenemos que enseñarles a los niños desde el principio, la posición, entonces yo creo que por eso es importante conocerlos.</i>

## Anexo 6 Primera asignación de categorías de la actividad 4

Actividad	Subdominio y categoría	prin	fin	segmento
A4_P5	KoT/Femenologia/ Conocer las propiedades del SND a partir de otros sistemas	52	53	<i>Fernando: Para concluir yo creo que conocer los sistemas de numeración que los seres humanos hemos inventado a lo largo de la historia en diferentes regiones del mundo, es importante. A pesar de que estamos utilizando en México el sistema de numeración que la mayoría de los países utilizan, por la practicidad que tiene en los símbolos y la posición, esto no es nada más conocerlo, sino para valorar el sistema que estamos utilizando y a la vez compararlo</i>
A4_P5	KoT/Femenologia/im portancia de conocer la construcción histórica del SND ara ver la similitud con la de los niños al aprenderlo	55	55	<i>Fernando: como maestros nos ayuda bastante conocer más nuestro propio sistema de numeración al compararlo con otros y que nos caiga la idea que los niños tienen este conocimiento básico que tenían las personas que crearon este sistema y que ellos no saben por ejemplo en que posición van los números que para uno es bastante sencillo porque siempre lo hemos visto así: “ ah que los números se escriben de izquierda a derecha”, pero es algo que el niño no sabe y nuestros ancestros tampoco lo sabían</i>
A4_P1	KoT/Conceptos y definiciones/ número y numeral en diferentes sistemas de numeración	4	5	<i>Marina: Bien, pues se refiere a como se representa cada número, por ejemplo, nosotros tenemos una simbología diferente a los mayas. Los egipcios, son similar con el maya que utilizan elementos para representar el número, no como nosotros que ya tenemos establecidos los números (numeral)</i>
A3_P1	KoT/Propiedades/ aditiva del sistema maya y egipcio	6	6	<i>Marina: los mayas y egipcios hacen como un conteo uno a uno.</i>
A3_P1	KoT/Propiedades/sím bolos de diferentes sistemas numéricos	7	7	<i>Marina: mientras que en el maya van aumentando puntitos con las cantidades, en el romano al llegar al cinco o al diez, hacen una resta. Bueno eso fue lo que yo vi y que en el nuestro ya es como de memoria 1, 2, 3, 4, 5...</i>
A3_P1	KoT/Conceptos/base auxiliar 5 del sistema romano	7	7	<i>Marina: en el romano al llegar al cinco o al diez, hacen una resta</i>
A3_P1	KoT/Conceptos y definiciones/agrupam iento mínimo en el	8	8	<i>Carla: Yo encontré una similitud entre el maya y el romano, por la cuestión de la cantidad de símbolos que están manejando, en el sentido de que en el maya para el cinco solamente usa la raya o la línea como la queramos manejar y en el romano nada más utilizamos la “V”.</i>

	sistema maya y romano			
A3_P1	KoT/ Propiedades, /Comparación de la propiedad aditiva del sistema romano, y posicional del SND	9	9	<i>Fernando: los nuestros son posicionales pues no hay que escribir tantos números, por ejemplo, en el nuestro para escribir nueve mil novecientos noventa y nueve, uno lo puede hacer con 4 nueves bien ordenados, pero en el egipcio tendrías que escribir nueve varas, nueve talones, nueve personas, nueve flores de loto, es un numerote, entonces es menos practico</i>
A3_P2	KoT/Conceptos/base vigesimal del sistema maya	16	16	<i>Fernando: (muestra su número con 4 puntos horizontales):Yo lo hice así para mostrar que va por pisos, en primaria lo solemos enseñar por colores. En el piso uno el punto vale uno y solo se llega hasta el 19, cuando ya llegamos al 19 pasamos al veinte (muestra con su dedo el segundo nivel) entonces un punto en el segundo piso vale 20, hasta llegar al 399, entonces tienes que agregar otro piso abajo que vendría siendo el tercer piso y vale 400 y allí llegas hasta el 7999 y agregas el cuarto piso que vale 8000 y así tienes cuatro pisos que forman el 8421</i>
A3_P2	KoT/ Conceptos y definiciones/Base vigesimal del sistema maya	20	20	<i>Fernando: Cada punto en el sistema maya es el resultado de multiplicar por veinte (muestra su cuaderno) En el primer piso es uno por 20 pues veinte, veinte por veinte es 400 en el tercer piso y 400 por 20 es 8000 para el cuarto piso, entonces tenemos que explicar bien cada uno de los números</i>
A3_P3	KoT/Conceptos y definiciones/base decimal y vigesimal	21	21	<i>Gina: pues que en el nuestro va subiendo de diez en diez y en el maya de veinte en veinte</i>
	KoT/Propiedades/Base del SND	22	22	<i>Fernando: El nuestro es decimal</i>
A3_P4	KoT/Propiedades/representación posicional y no posicional	26	26	<i>Marina: nosotros tenemos unidad, decena y centena y cada una tiene la misma representación, pero en el sistema romano pues las centenas tienen unas características, las decenas otras y las unidades otras, se acomodaron en la misma posición, pero ahí el conteo es por elemento.</i>
A3_P4	KoT/Propiedades/posición en el SND y orden en el sistema romano	27	27	<i>Marina: En el nuestro podemos poner el 3 en lugar de las centenas o de las decenas y sigue siendo el mismo número, pero en el romano no puedo poner las C al final, o las X primero tienen que estar en orden. Sin embargo, en el nuestro pues si se puede acomodar y sigue siendo lo mismo</i>
A3_P4	KoT/Conceptos/Reglas del sistema romano	32	32	<i>Carla: También es que se mezcla con la resta en algunos otros elementos</i>
A3_P4	KoT/Conceptos y definiciones/reglas de operación del sistema romano	33	34	<i>Fernando: La repetición, aquí por ejemplo si le cambiamos a 333, pero si le agregamos un número más 334 ya no podemos repetir más que tres veces la letra I, por eso tenemos que agregar ahí la V intermedia. Pasa lo mismo en el caso de la X en el 30 en el 40 vamos a agregar ese valor intermedio, vamos a agregar la L y pasa lo mismo en el 500 que creo que es la D, es como vamos a ir agregando ese valor intermedio para que no se repitan las letras más de tres veces de manera consecutiva.</i>

A3_P4	KoT/Propiedades/ aditiva del sistema romano	35	35	<i>Fernando: En los números romanos una de las cosas que va a pasar es que siempre se van a tener que agregar más símbolos para tratar de expresar un número mayor</i>
A3_P4	KoT/Propiedades/ recursividad del SND	36	37	<i>Fernando: Con 9 dígitos podemos expresar números infinitos con los números arábigos que son del sistema decimal que nosotros utilizamos. Con el romano hay un punto en que se nos acaban las I, las C, las L, las D, las M, y bueno hay otra regla allí para agregarle para que valga más, pero aun así hay que agregar cada vez más símbolos y en el nuestro nada más con nueve.</i>
A3_P5	KoT/Propiedades/adi tiva y multiplicativa del SND en comparación con otros sistemas	40	40	<i>Marina: Bueno me quede reflexionando, que para el romano, por ejemplo para el 333 se ocupan nueve elementos, pero en otros aunque la cantidad sea más, pues los números o elementos van a ser menos, y en nuestro caso no, empezamos con los números del uno al nueve las unidades, es un elemento, luego las decenas, dos elementos, las centenas tres elementos. por ejemplo, después del 99 siguen tres cifras, va el 100 o del 999 ya va el mil, que se vuelven a repetir los números, esa es la ventaja que veo yo del nuestro.</i>
A3_P5	Creencias y valores/Conocimient os centrados en el grado a cursar	41	41	<i>Gina: En esta sesión yo casi no participé porque realmente es un tema que desconozco, vi que es un tema de quinto grado que nunca he dado quinto grado y ahorita que lo mencionas la única vez que tuve la oportunidad de reflexionar sobre ello, fue en un curso que tomé, entonces por la falta de experiencia y porque no he tenido la necesidad de enseñarlo, es que no me empapado del conocimiento de este tipo de sistemas.</i>
A3_P5	KoT/Propiedades/ valor posicional del SND	42	42	<i>Gina: De estos tres sistemas que hemos revidado se me hace más práctico y versátil el nuestro, porque como bien mencionó Fernando, con una cantidad mínima de dígitos puedes representar cantidades enormes, solamente tomando en cuenta la posición.</i>
A3_P5	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/Complejida d del SND para ser comprendido	46	47	<i>Gina: Algo con lo que me quedo es reflexionar que si alguna vez me llegan a dar quinto, que si para mí fue difícil construir el concepto de número por ejemplo del que nos pedias hacer en maya, si para mí fue difícil, ahora para un niño que no sabe nada Esta práctica a mí me sirvió para ponerme en los zapatos de los niños y el conflicto que tienen al ver este tema y a veces nosotros lo damos como si estuviera bien fácil, que se ve una clase y no es así</i>
A3_P5	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/las matemáticas como objeto social	49	49	<i>Carla: Ahora otra cosa, concuerdo con Gabriel al pensar por ejemplo en el número maya que nos pediste, entras también en conflicto porque es algo que no lo aplicas en la vida diaria, como no lo tenemos tanto en la práctica, no lo dominamos al 100</i>
A3_P5	KFLM/Intereses y expectativas de los alumnos/lenguaje sencillo	50	50	<i>Carla: Ponerte en los zapatos de los niños y decir pues bueno, si para mí fue complicado entonces tengo que adaptar un sistema y un lenguaje de una manera en que ellos puedan comprenderlo y que sea más fácil</i>
A3_P5	KFLM/Técnicas y estrategias de enseñanza/Conflicto cognitivo	51	51	<i>Carla: También conflictuarlos a ellos es interesante para ir viendo cómo van a ir manejando las diferentes estrategias que van a ir encontrando para la representación de cantidades.</i>

A3_P5	KFLM/Intereses y expectativas/comparar el SND con otros sistemas	52	53	<i>Fernando: Para concluir yo creo que conocer los sistemas de numeración que los seres humanos hemos inventado a lo largo de la historia en diferentes regiones del mundo, es importante. A pesar de que estamos utilizando en México el sistema de numeración que la mayoría de los países utilizan, por la practicidad que tiene en los símbolos y la posición, esto no es nada más conocerlo, sino para valorar el sistema que estamos utilizando y a la vez compararlo</i>
A3_P5	KFLM/Formas de interacción/ Reflexión sobre el SND en niveles superiores	54	54	<i>Fernando: A lo mejor cuando estamos en una etapa temprana de aprendizaje, pues las aprendemos así porque si es el único sistema que hay, pero ya cuando los chicos empiezan a entrar a la etapa de los porques, le cae muy bien conocer esto para que sepan el porqué de unos o de otros</i>
	KMT/Estrategias y técnicas de enseñanza/comparación de los sistemas numéricos para aprender propiedades del SND.	56	56	<i>Fernando: los mayas lo escribían de arriba para abajo, los chinos a veces lo hacían hacia la izquierda y derecha también, y son nociones básicas que tenemos que enseñarles a los niños desde el principio, la posición, entonces yo creo que por eso es importante conocerlos</i>
<i>Entrevista Marina</i>				
A4_EMp12	KoT/Conceptos/ Representación de numerales del SND	27	29	<i>Marina: Nosotros tenemos grafías nuestra grafía va del 0 al 9 y posteriormente es un como un patrón que tiene que aumentar, para aumentar los números, mientras que nosotros vamos repitiendo y aumentado ese patrón para que el número sea mayor, los mayas no, ellos tienen que hacer una conversión y multiplicar para que la rayita y el puntito suban de nivel, pero va dependiendo del valor posicional que se va teniendo en cada grafía</i>
A4_EMp14	KoT/Conceptos/ Reglas de operación y símbolos romanos	31	31	<i>Marina: si, pues que mientras en el SND seguimos el patrón de las grafías, que después del 3 el 4 tiene una grafía, en el sistema romano no en el sistema romano se hace una resta del elemento que es el cinco se escribe a la izquierda el elemento uno, entonces realmente que en realidad es una conversión del 5 menos 1 que nos da el 4 porque no hay un símbolo para el 4</i>
A4_EMp10	KoT/Propiedades/orden, valor de posición y representación de los agrupamientos	33	33	<i>Marina: Para el 333 cada número tiene un valor y la misma grafía, si yo en el 333 cambio el orden de unidad decena y centena no se altera porque es la misma grafía, cambiaría si yo tuviera un uno al final y lo cambio al inicio, en el sistema romano no se puede porque alteraríamos la numeración y estaría incorrecto y en este sistema las centenas se escriben de una forma las decenas de una y las unidades de otra</i>
A4_EMp10	KoT/Propiedades/valor de posición del SND	23	23	<i>Marina: Pues que nosotros partimos de eso de la unidad, sabemos que una unidad es un elemento y eso le enseñamos a los niños, cuando llegamos a la decena esta tiene dos dígitos y en la centena tres dígitos, entonces ese valor posicional que vamos teniendo nos da esta facilidad de acomodar los números y en el sistema romano hay que hacer una conversión constantemente para poder acomodar los símbolos pero no tienen esta de cambiar sus símbolos y obtener un número nuevo, se pierde por completo y tienen que seguir ciertas reglas para formar sus números y a veces para formar un número se ocupan varios elementos y en otros no, va dependiendo del número a formar .</i>

