

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**CARACTERIZACIÓN GEOESTADÍSTICA DEL  
SUBSUELO EN UN PREDIO UBICADO EN  
CORREGIDORA, QRO.**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS  
(MECÁNICA DE SUELOS)**

PRESENTA:

**GISELA MORALES IBARRÍA**

DIRIGIDO POR:

**DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD**

SANTIAGO DE QUERÉTARO, QRO., ABRIL 2005

No. Adq. 1469872

No. Título \_\_\_\_\_

Clas. IS

G24.1513

M828C

E.1



CARACTERIZACIÓN GEOSTADÍSTICA DEL  
SUELO EN UN PREDIO URBANO EN  
CORRECTORA, QRO.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS  
(MÉCANICA DE SUELOS)

PRESENTA:

GISELA MORALES IBARRA

DIRIGIDA POR:

DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

EXAMENADO EN EL PREDIO URBANO, QRO., ABRIL 2007



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN CIENCIAS

**CARACTERIZACIÓN GEOESTADÍSTICA DEL SUBSUELO EN UN PREDIO  
UBICADO EN CORREGIDORA, QRO.**

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias  
(Mecánica de Suelos)

Presenta:  
Gisela Morales Ibarría

Dirigido por:  
Dr. Gabriel Auvinet Guichard

SINODALES

Dr. Gabriel Auvinet Guichard  
Presidente

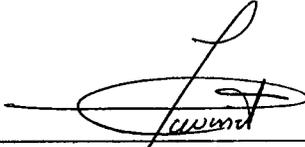
M. en I. José Alfredo Zepeda Garrido  
Secretario

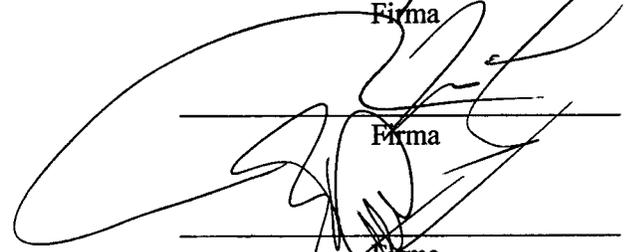
Dr. Paul Garnica Anguas  
Vocal

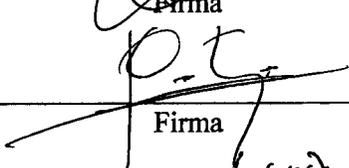
Dr. Alfredo Pérez García  
Suplente

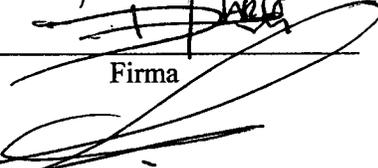
M. en C. Darío Hurtado Maldonado  
Suplente

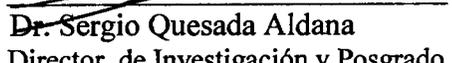
M. en I. G. René Serrano Gutiérrez  
Director de la Facultad de Ingeniería

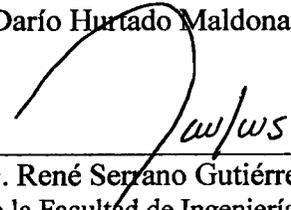
  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Firma

  
Firma

Dr. Sergio Quesada Aldana  
Director de Investigación y Posgrado

## RESUMEN

La variabilidad espacial de las propiedades del suelo es una de las principales fuentes de incertidumbre en la ingeniería geotécnica. La Geoestadística es una herramienta que puede ser empleada para describir en forma racional las variaciones espaciales de las propiedades del subsuelo; ayuda a evaluar si las muestras obtenidas en la campaña de exploración son suficientes y representativas y permite apreciar la continuidad que presentan en el espacio las diferentes propiedades del suelo analizadas. La Geoestadística permite también estimar valores de estas propiedades para puntos o zonas críticas del medio donde no han sido medidas y, además, cuantificar la incertidumbre asociada a esta estimación con base en técnicas de estimación optimizadas como el "Kriging". En este trabajo se aplica la Geoestadística a la evaluación de los resultados de la exploración geotécnica realizada en un predio ubicado en Corregidora, Qro. Para ello, se analizan las propiedades obtenidas mediante 81 sondeos convencionales, realizados en el área de estudio. Las variables analizadas son: el contenido de agua, el peso específico seco, el grado de saturación, y el espesor de un estrato de arcilla, potencialmente expansiva, existente en la zona de estudio. Como resultado del análisis geoestadístico se elaboran cortes virtuales representando las variaciones espaciales de las propiedades de interés, estimados y simulados. Por otra parte se evalúa por medio del concepto de ganancia la mejoría de la estimación que se podría lograr al realizar exploraciones adicionales en las zonas donde la desviación estándar de la estimación es mayor. Finalmente con base en el análisis de correlación de las variables estudiadas con el porcentaje de expansión del suelo, se establecen valores límite y se realizan estimaciones que permiten identificar zonas de riesgo en el predio asociado al potencial de expansión del mismo.

(Palabras clave: Geoestadística, campo aleatorio, coeficiente de autocorrelación, Kriging, riesgo, suelo expansivo)

## SUMMARY

Spatial variability of soil properties is one of the main sources of uncertainty in geotechnical engineering. Geostatistics is a tool that can be employed for describing in a rational way the spatial variations of subsoil properties. It is also useful in evaluating if the number of samples obtained in the exploration campaign is sufficient and representative and it allow us to appreciate the continuity that the different soil properties analyzed present in space. Geostatistics also allow us to estimate representative values of these properties at points or critical areas where they have not been measured and, also, to quantify the uncertainty associated with this estimation, using optimized estimation techniques such as the "Kriging" method. In this work, Geostatistics is applied to the results of the geotechnical exploration carried out in a site located in Corregidora, Qro., where 81 conventional borings were carried out. The analyzed variables are: water content, dry specific weight, degree of saturation, and the thickness of a clay stratum with swell potential existent in the study area. As a result of the geostatistical analysis estimated and simulated, virtual cuts representing the spatial variations of the properties of interest are elaborated. On the other hand, using the concept of gain, we evaluate the improvement of the estimate obtained from new explorations performed in the areas where the standard deviation of the estimate is higher. Finally, from a correlation analysis between the variables studied and the swell percentage of the soil, limit values are established and risk areas in the site associated to the swell potential are identified.

(Keywords: Geostatistics, random field, autocorrelation coefficient, Kriging, risk, expansive soil)

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Al Dr. Gabriel Auvinet Guichard, por haberme dado la oportunidad de aprender bajo su valiosa asesoría el complejo mundo de la Geoestadística.

A Moisés Juárez Camarena por su ayuda continua y desinteresada en la elaboración de este trabajo.

A Edgar Méndez por su apoyo en mi trabajo en el laboratorio de geoinformática.

A la Universidad Autónoma de Querétaro y a mis maestros, por darme la oportunidad de aprender y de poder presentar este trabajo.

A Norma Patricia López Acosta por brindarme su valiosa amistad y apoyo en todo momento.

A Yolanda Patricia Valdez Llamas, Miguel Angel Morales de La Cruz, Javier Cosme Camarillo y Juan José Pérez Osorio, por haberme brindado su amistad y de quienes pude aprender muchas cosas.

Al Sr. Juventino García Becerra quien confió en mi en todo momento y quien me instó a realizar este trabajo, en verdad, muchas gracias por su invaluable apoyo.

A la familia del Sr. Juventino García por su apoyo y hospitalidad.

A mis compañeros de Geotecnia y Concreto.

A mis amigos Natalia, Araceli, Ana María y Darío por estar siempre presentes y ayudarme desinteresadamente en todo momento.

A Marcia y Carlos por haberme apoyado en todo este tiempo.

A mis padres y hermanas.

A ti mamá.

A Dios.

# CARACTERIZACIÓN GEOESTADÍSTICA DEL SUBSUELO EN UN PREDIO UBICADO EN CORREGIDORA, QRO.

## ÍNDICE

RESUMEN.....	<i>i</i>
SUMMARY.....	<i>ii</i>
AGRADECIMIENTOS.....	<i>iii</i>
ÍNDICE.....	<i>iv</i>
NOMENCLATURA.....	<i>viii</i>
ÍNDICE DE FIGURAS.....	<i>xi</i>
ÍNDICE DE TABLAS.....	<i>xvi</i>
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Objetivo.....	3
1.3 Alcance.....	4
1.4 Metodología.....	4
<b>CAPÍTULO 2 DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.....</b>	<b>7</b>
2.1 Ubicación geográfica.....	7
2.2 Geología.....	9
2.3 Topografía.....	11
2.4 Hidrografía.....	12
2.5 Características geotécnicas.....	12
2.6 Hundimiento regional.....	12
<b>CAPÍTULO 3 DESCRIPCIÓN DEL SUBSUELO PARA FINES GEOTÉCNICOS.....</b>	<b>17</b>
3.1 Propiedades relevantes.....	17
3.1.1 Propiedades índice.....	17
3.1.2 Propiedades mecánicas.....	20
3.1.3 Propiedades geométricas.....	21
3.1.4 Propiedades hidráulicas.....	21
3.2 Descripción de la variabilidad del suelo.....	21
3.2.1 El problema del muestreo.....	21
3.2.2 Descripción de la variabilidad mediante variables aleatorias.....	22
3.2.2.1 Estadística descriptiva.....	22
3.2.2.2 Variable aleatoria.....	22
3.2.2.3 Técnicas de muestreo estadístico.....	23
3.2.3 Descripción de la variabilidad mediante campos aleatorios. Geoestadística.....	24
3.2.3.1 Campos aleatorios.....	24
3.2.3.2 Estimación estadística de los parámetros de un campo aleatorio.....	26
3.2.3.3 Estimación.....	27

3.2.3.4	Simulación.....	28
3.2.3.5	Mapeo.....	28
3.2.3.6	Metodología para un análisis geostatístico.....	28
3.2.3.7	Programas empleados.....	29
<b>CAPÍTULO 4 ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO DEL PREDIO EN ESTUDIO.....</b>		<b>31</b>
4.1	Información disponible.....	31
4.1.1	Sondeos geotécnicos.....	31
4.1.2	Propiedades índice.....	32
4.1.3	Propiedades mecánicas.....	32
4.1.4	Características y limitaciones de la información disponible.....	32
4.2	Caracterización estratigráfica de sondeos.....	33
4.3	Cortes estratigráficos tradicionales.....	34
4.4	Análisis geostatístico del subsuelo.....	36
4.4.1	Análisis del espesor de la capa de arcilla potencialmente expansiva.....	36
4.4.1.1	Definición del campo aleatorio.....	37
4.4.1.2	Análisis estadístico.....	39
4.4.1.3	Análisis estructural.....	40
4.4.1.4	Estimación.....	45
4.4.1.5	Mapeo.....	46
4.4.1.6	Simulación.....	48
4.4.1.7	Interpretación.....	56
4.4.2	Estimación de perfiles y cortes estratigráficos virtuales de $w$ , $\gamma_d$ , $S_r$ .....	57
4.4.2.1	Definición del campo aleatorio.....	57
4.4.2.2	Análisis estadístico.....	58
4.4.2.3	Análisis estructural.....	64
4.4.2.4	Estimación.....	78
4.4.2.5	Simulación.....	80
4.4.2.6	Mapeo.....	80
4.4.2.7	Interpretación.....	105
4.5	Implicaciones ingenieriles.....	111
4.5.1	Consideraciones preliminares.....	113
4.5.2	Propuesta para la obtención de mapas de riesgo.....	117
4.5.3	Análisis geostatístico de los valores medios de $w$ , $\gamma_d$ , $S_r$ y $PI$ .....	119
4.5.3.1	Definición del campo aleatorio.....	119
4.5.3.2	Análisis estadístico.....	120
4.5.3.3	Análisis estructural.....	122
4.5.3.4	Estimación.....	123
4.5.3.5	Mapeo.....	123
4.5.3.6	Interpretación.....	128
4.5.4	Análisis geostatístico de los valores indicadores de $w$ , $\gamma_d$ , $S_r$ y $PI$ .....	128
4.5.4.1	Definición del campo aleatorio.....	128
4.5.4.2	Análisis estadístico.....	129

4.5.4.3	Análisis estructural.....	130
4.5.4.4	Estimación.....	131
4.5.4.5	Mapeo.....	131
4.5.4.6	Interpretación.....	138
4.4.5	Mejoramiento de los mapas de riesgo a partir de exploraciones adicionales. Ganancia.....	139
4.4.6	Decisión en cuanto al tipo de cimentación.....	143
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>145</b>
<b>REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>149</b>
<b>ANEXO 1</b>	<b>ELEMENTOS DE ESTADÍSTICA.....</b>	<b>155</b>
A1.1	Descripción estadística.....	155
A1.1.1	Análisis cuantitativo de la variabilidad.....	155
A1.1.2	Análisis gráfico de la variabilidad.....	157
A1.1.3	Descripción de grupos de variables.....	159
A1.1.3.1	Correlación lineal simple.....	159
A1.1.3.2	Correlación lineal múltiple.....	162
A1.2	Técnicas de muestreo estadístico.....	163
A1.2.1	Muestreo aleatorio simple.....	164
A1.2.2	Muestreo aleatorio estratificado.....	166
A1.2.2.1	Propiedades de las estimaciones.....	166
A1.2.2.2	Varianza estimada y límites de confianza.....	167
A1.2.2.3	La asignación óptima.....	170
A1.2.3	Muestreo sistemático estratificado .....	172
<b>ANEXO 2</b>	<b>FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA GEOESTADÍSTICA.....</b>	<b>175</b>
A2	Descripción geoestadística.....	175
A2.1	Variabes aleatorias.....	175
A2.2	Campos aleatorios.....	177
A2.2.1	Conceptos básicos.....	180
A2.2.2	Campo estacionario en el sentido amplio.....	180
A2.2.3	Tendencia o deriva.....	180
A2.2.4	Efecto de escala.....	181
A2.2.5	Campo aleatorio condicional.....	182
A2.3	Análisis estructural.....	183
A2.3.1	Autocovarianza y coeficiente de autocorrelación.....	183
A2.3.2	Covariograma y correlograma.....	184
A2.3.3	Distancia de influencia y anisotropía.....	184
A2.4	Estimación.....	185
A2.4.1	Estimación condicional.....	185
A2.4.2	Estimación lineal bivariable.....	185
A2.4.3	Estimación lineal multivariable.....	187

A2.4.4	Kriging simple, ordinario y universal.....	189
A2.4.5	Kriging indicador.....	193
A2.4.6	Co-Kriging.....	194
A2.4.7	Validación cruzada.....	196
A2.5	Simulación de campos aleatorios.....	198
A2.5.1	Simulación incondicional.....	199
A2.5.2	Simulación condicional.....	199
A2.6	Campos aparentes.....	200
A2.7	Ganancia.....	201
<b>ANEXO 3 CAMPO APARENTE DEL GRADO DE SATURACIÓN.....</b>		<b>203</b>
<b>ANEXO 4 TABLAS DE DATOS.....</b>		<b>207</b>
<b>ANEXO 5 TEORÍA DE DECISIONES.....</b>		<b>223</b>
<b>ANEXO 6 ENSAYES.....</b>		<b>227</b>

# NOMENCLATURA

$X, Y$	Variables
$n$	Número total de datos en una muestra
$\bar{x}$	Media de una muestra de datos
$\tilde{x}$	Mediana de una muestra de datos
$s^2$	Varianza de una muestra de datos
$s$	Desviación estándar de una muestra de datos
$cv$	Coefficiente de variación de una muestra de datos
$E$	Experimento
$\xi$	Resultados del experimento
$V(X)$	Campo aleatorio
$V'(X)$	Campo residual
$\tilde{V}(X)$	Campo aleatorio aparente
$R^p$	Dimensión del campo aleatorio
$x, y, z$	Coordenadas de un punto dentro de una región $R^p$ ,
$\mu_v(X)$	Esperanza del campo aleatorio
$\sigma_v^2(X)$	Varianza del campo aleatorio
$\sigma_v(X)$	Desviación estándar del campo aleatorio
$CV(X)$	Coefficiente de variación del campo aleatorio
$R_v(X_1, X_2)$	Función de autocorrelación
$C_v(X_1, X_2)$	Función de autocovarianza
$\rho_v(X_1, X_2)$	Coefficiente de autocorrelación
$F_v(v; X)$	Función de distribución de probabilidad
$h$	Distancia de separación entre los puntos $X_1$ y $X_2$
$\mathbf{u}$	Vector unitario en la dirección considerada en el que se evalúa la autocovarianza
$C_v(h\mathbf{u})$	Función de autocovarianza a lo largo de la dirección $\mathbf{u}$

$2\gamma(h\mathbf{u})$	Momento de segundo orden de un proceso incremental a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$ (Semivariograma)
$\rho_v(h\mathbf{u})$	Coefficiente de correlación a lo largo de una dirección $\mathbf{u}$
$\alpha$	Dirección (Azimut) en que se estiman las funciones de variabilidad espacial
$\delta$	Distancia de correlación o influencia
$\beta$	Coefficiente del modelo de correlación espacial
$\Omega$	Dominio del campo aleatorio (longitud, área o volumen)
$\lambda$	Coefficiente de peso de estimación, kriging ordinario
$V_{\Omega_1}^*$	Estimador lineal
$\mathbf{V}$	Vector que contiene las variables por estimar y las conocidas
$\mathbf{V}_1$	Vector de las variables por estimar
$\mathbf{V}_2$	Vector de las variables conocidas
$\mathbf{U}$	Vector de los valores esperados de las variables por estimar y de las conocidas
$\mathbf{K}$	Matriz de covarianza
$\mathbf{K}_{11}$	Submatriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes Puntos o dominios de estimación
$\mathbf{K}_{22}$	Submatriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios conocidos
$\mathbf{K}_{12}$ y $\mathbf{K}_{21}$	Submatrices de covarianza entre los diferentes datos y las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios de estimación
$\mathbf{V}_1^*$	Vector de los valores estimados
$\sigma_E^2$	Varianza de la estimación
$G(X)$	Campo aleatorio normal estándar correlacionado
$I(x, z_c)$	Variable aleatoria indicadora
$z_c$	Límite fijado para la propiedad $Z(x)$
$e$	Error aleatorio
$\sigma^2 E_n$	Incertidumbre o error, varianza, de la estimación inicial
$\sigma^2 E_{n+1}$	Incertidumbre o error de la estimación final, considerando un punto adicional

$w$	Contenido de agua
$\gamma_d$	Peso específico seco
$S_r$	Grado de saturación
$w_L$	Límite líquido
$PI$	Índice plástico
$CL$	Contracción lineal
$C$	Compacidad
$V_s$	Volumen de sólidos
$V_m$	Volumen de la muestra
$e$	Relación de vacíos
$\theta_w$	Humedad volumétrica
$S_s$	Densidad de sólidos
$S_p$	Porcentaje de expansión
$\sigma_{sp}$	Presión de expansión
$c$	Cohesión
$\phi$	Ángulo de fricción interna

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Histograma de publicaciones geotécnicas sobre Geóestadística en los últimos 33 años (Hammah, 2003)	2
Figura 2.1	Localización del municipio Corregidora, Qro.	7
Figura 2.2	Localización del predio	8
Figura 2.3	Marco tectónico de la “Fosa Querétaro” y sistemas de microfosas (Álvarez Manilla, 2002)	9
Figura 2.4	Columna geológica (Álvarez Manilla, 2002)	10
Figura 2.5	Topografía del sitio	11
Figura 2.6	Zonificación geotécnica del valle y zona metropolitana de Querétaro (Álvarez Manilla et al., 2002)	13
Figura 2.7	Grietas y fallas de tensión por la sobreexplotación del acuífero (Álvarez Manilla, 2002)	14
Figura 3.1	Aspecto típico de las envolventes de falla, en prueba rápida, realizada en suelos parcialmente saturados (Juárez y Rico, 1963)	20
Figura 3.2	Idealización del histograma a una densidad de probabilidad (Rico y Del Castillo, 1977)	23
Figura 3.3	Campo aleatorio	25
Figura 4.1	Ubicación de sondeos	31
Figura 4.2	Localización de cortes tradicionales	34
Figura 4.3	Cortes estratigráficos tradicionales	36
Figura 4.4	Localización de sondeos considerados para la estimación del espesor del estrato de arcilla negra	37
Figura 4.5	Histograma y polígono de frecuencias del espesor del estrato de arcilla negra	39
Figura 4.6	Plano de tendencia del espesor del estrato de arcilla	41
Figura 4.7	Correlogramas direccionales del espesor del estrato de arcilla	44
Figura 4.8	Elipse de anisotropía de las funciones de autocorrelación direccionales para el espesor del estrato de arcilla	45
Figura 4.9	Mapa de contorno y superficie, estimación espesor del estrato de arcilla	47
Figura 4.10	Mapa de contorno y superficie, desviación estándar de estimación del espesor del estrato de arcilla	48
Figura 4.11	Simulación del espesor de estrato de arcilla	49
Figura 4.12	Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (1-6)	50
Figura 4.13	Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (7-12)	51
Figura 4.14	Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (13-18)	52
Figura 4.15	Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (19-24)	53
Figura 4.16	Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (25-30)	54
Figura 4.17a	Promedio de las 30 simulaciones realizadas	55
Figura 4.17b	Comparación del modelo de estimación y el obtenido de una simulación para Az 0°	56
Figura 4.17c	Comparación del modelo de estimación y el obtenido de una simulación	57

para Az 90°

Figura 4.18	Ubicación de sondeos	58
Figura 4.19	Perfil general de contenido de agua	59
Figura 4.20	Histograma y polígono de frecuencias del contenido de agua	60
Figura 4.21	Perfil general del peso específico seco	61
Figura 4.22	Histograma y polígono de frecuencias del peso específico seco	62
Figura 4.23	Perfil general del grado de saturación	63
Figura 4.24	Histograma y polígono de frecuencias del grado de saturación	64
Figura 4.25	Tendencia general de los valores de contenido de agua	65
Figura 4.26	Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el contenido de agua	66
Figura 4.27	Modelo de correlación vertical del contenido de agua	67
Figura 4.28	Coefficientes de correlación horizontal del contenido de agua	68
Figura 4.29	Modelo de correlación horizontal del contenido de agua	69
Figura 4.30	Tendencia general del peso específico seco	70
Figura 4.31	Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el peso específico seco	71
Figura 4.32	Modelo de correlación vertical del peso específico seco	71
Figura 4.33	Coefficiente de correlación horizontal del peso específico seco	72
Figura 4.34	Modelo de correlación horizontal del peso específico seco	73
Figura 4.35	Tendencia general del grado de saturación	74
Figura 4.36	Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el grado de saturación	75
Figura 4.37	Modelo de correlación vertical del grado de saturación	75
Figura 4.38	Coefficiente de correlación horizontal del grado de saturación	76
Figura 4.39	Modelo de correlación horizontal del grado de saturación	77
Figura 4.40	Ubicación de cortes virtuales	79
Figura 4.41	Corte virtual transversal 1 del contenido de agua	81
Figura 4.42	Corte virtual transversal 2 del contenido de agua	82
Figura 4.43	Corte virtual transversal 3 del contenido de agua	83
Figura 4.44	Corte virtual transversal 4 del contenido de agua	84
Figura 4.45	Corte virtual longitudinal 1 del contenido de agua	85
Figura 4.46	Corte virtual longitudinal 2 del contenido de agua	86
Figura 4.47	Corte virtual longitudinal 3 del contenido de agua	87
Figura 4.48	Corte virtual longitudinal 4 del contenido de agua	88
Figura 4.49	Corte virtual transversal 1 del peso específico seco	89
Figura 4.50	Corte virtual transversal 2 del peso específico seco	90
Figura 4.51	Corte virtual transversal 3 del peso específico seco	91
Figura 4.52	Corte virtual transversal 4 del peso específico seco	92
Figura 4.53	Corte virtual longitudinal 1 del peso específico seco	93
Figura 4.54	Corte virtual longitudinal 2 del peso específico seco	94
Figura 4.55	Corte virtual longitudinal 3 del peso específico seco	95
Figura 4.56	Corte virtual longitudinal 4 del peso específico seco	96
Figura 4.57	Corte virtual transversal 1 del grado de saturación	97

Figura 4.58	Corte virtual transversal 2 del grado de saturación	98
Figura 4.59	Corte virtual transversal 3 del grado de saturación	99
Figura 4.60	Corte virtual transversal 4 del grado de saturación	100
Figura 4.61	Corte virtual longitudinal 1 del grado de saturación	101
Figura 4.62	Corte virtual longitudinal 2 del grado de saturación	102
Figura 4.63	Corte virtual longitudinal 3 del grado de saturación	103
Figura 4.64	Corte virtual longitudinal 4 del grado de saturación	104
Figura 4.65	Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del contenido de agua	107
Figura 4.66	Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del peso específico seco	108
Figura 4.67	Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del grado de saturación	109
Figura 4.68	Localización preliminar de la zona desfavorable	110
Figura 4.69	Correlación del contenido de agua con el porcentaje de expansión	115
Figura 4.70	Correlación del peso específico seco con el porcentaje de expansión	116
Figura 4.71	Correlación del grado de saturación con el porcentaje de expansión	116
Figura 4.72	Localización de sondeos considerados para la estimación del mapa de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	119
Figura 4.73	Localización de sondeos considerados para la estimación del mapa de riesgo del índice plástico	120
Figura 4.74	Histogramas y polígonos de frecuencia del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico	121
Figura 4.75	Mapa de contornos y superficie de la estimación del contenido de agua medio	124
Figura 4.76	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del contenido de agua medio	124
Figura 4.77	Mapa de contornos y superficie de la estimación del peso específico seco medio	125
Figura 4.78	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del peso específico seco medio	125
Figura 4.79	Mapa de contornos y superficie de la estimación del grado de saturación medio	126
Figura 4.80	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del grado de saturación medio	126
Figura 4.81	Mapa de contornos y superficie de la estimación del índice plástico medio	127
Figura 4.82	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del índice plástico medio	127
Figura 4.83	Histogramas de los valores indicadores del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación, índice plástico, Caso I y Caso II	129
Figura 4.84	Mapa de riesgo para el contenido de agua	132
Figura 4.85	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del contenido de agua (riesgo)	132
Figura 4.86	Mapa de riesgo para el peso específico seco	133

Figura 4.87	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del peso específico seco (riesgo)	133
Figura 4.88	Mapa de riesgo del grado de saturación	134
Figura 4.89	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del grado de saturación (riesgo)	134
Figura 4.90	Mapa de riesgo del índice plástico	135
Figura 4.91	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del índice plástico (riesgo)	135
Figura 4.92	Mapa de riesgo general, Caso I	136
Figura 4.93	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del Caso I (riesgo)	136
Figura 4.94	Mapa de riesgo general, Caso II	137
Figura 4.95	Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del Caso II (riesgo)	137
Figura 4.96	Mapa de desviación estándar de estimación del contenido de agua medio	140
Figura 4.97	Mapa de desviación estándar de estimación del contenido de agua medio, considerando cinco sondeos adicionales	141
Figura 4.98	Mapa de ganancia	142
Figura A1.1	Histograma y polígono de frecuencia de la profundidad de los sondeos realizados en el predio	158
Figura A1.2	Curva de ajuste con distancias mínimas	160
Figura A1.3	Dos tipos de muestra sistemática adicional	173
Figura A1.4	Dos diseños sistemáticos basados en cuadrado latino	174
Figura A2.1	Representación gráfica de un campo aleatorio	178
Figura A3.1	Representación de modelo de correlación para un campo aparente y un campo real	205
Figura A5.1	Modelo de toma de decisiones aplicado a cimentación en zona de riesgo medio	224
Figura A5.2	Análisis de toma de decisiones aplicado a cimentación en zona de riesgo medio	225
Figura A6.1	Ensayo de expansión 1	228
Figura A6.2	Ensayo de expansión 2	229
Figura A6.3	Ensayo de expansión 3	230
Figura A6.4	Ensayo de expansión 4	231
Figura A6.5	Ensayo de expansión 5	232
Figura A6.6	Ensayo de expansión 6	233
Figura A6.7	Ensayo de expansión 7	234
Figura A6.8	Ensayo de expansión 8	235
Figura A6.9	Ensayo de expansión 9	236
Figura A6.10	Ensayo triaxial 1	238
Figura A6.11	Ensayo triaxial 2	239
Figura A6.12	Ensayo triaxial 3	240
Figura A6.13	Ensayo triaxial 4	241
Figura A6.14	Ensayo triaxial 5	242

Figura A6.15	Ensaye triaxial.6	243
Figura A6.16	Ensaye triaxial 7	244
Figura A6.17	Ensaye triaxial 8	245
Figura A6.18	Ensaye triaxial.9	246

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1	Propiedades índice empleadas principalmente en suelos no saturados (Hurtado et al., 2002)	18
Tabla 4.1	Espesores del estrato de arcilla negra	38
Tabla 4.2	Parámetros estadísticos del espesor del estrato de arcilla negra	39
Tabla 4.3	Distancias de influencia o correlación para el espesor del estrato de arcilla	44
Tabla 4.4	Parámetros estadísticos del contenido de agua	60
Tabla 4.5	Parámetros estadísticos del peso específico seco	61
Tabla 4.6	Parámetros estadísticos del grado de saturación	63
Tabla 4.7	Modelos de correlación horizontal y vertical para cada campo aleatorio	78
Tabla 4.8	Ejemplos de causas que originan levantamientos en la cimentación debido a los cambios de contenido de agua	112
Tabla 4.9	Clasificación WES del potencial de expansión (Department of the Army, 1983)	113
Tabla 4.10	Ensayes de expansión considerados para establecer los valores límite	114
Tabla 4.11	Valores límite fijados para las propiedades	117
Tabla 4.12	Límites de riesgo establecido para la probabilidad estimada	118
Tabla 4.13	Parámetros estadísticos del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico	121
Tabla 4.14	Ecuaciones de los planos de tendencia del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico	122
Tabla 4.15	Modelos de correlación para las variables en estudio	123
Tabla 4.16	Parámetros estadísticos de los valores indicadores del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación, índice plástico, Caso I y Caso II	129
Tabla 4.17	Ecuaciones de los planos de tendencia para los modelos indicadores	130
Tabla 4.18	Modelos de correlación para las variables indicadoras	130
Tabla 4.19	Coordenadas de los cinco sondeos adicionales propuestos	139
Tabla A3.1	Errores en la estimación de las propiedades físicas analizadas	203
Tabla A3.2	Propiedades del campo aparente para definir el coeficiente de correlación real	204
Tabla A4.1	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	207
Tabla A4.2	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	208
Tabla A4.3	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	209
Tabla A4.4	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	210
Tabla A4.5	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	211
Tabla A4.6	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	212

Tabla A4.7	Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	213
Tabla A4.8	Valor medio del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación, determinados hasta una profundidad de 1,50 m	214
Tabla A4.9	Datos empleados para el cálculo de los mapas de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	215
Tabla A4.10	Datos empleados para el cálculo de los mapas de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación	216
Tabla A4.11	Datos de índice plástico medio e indicadores	217
Tabla A4.12	Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia	218
Tabla A4.13	Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia	219
Tabla A4.14	Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia	220
Tabla A4.15	Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia	221
Tabla A4.16	Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia	222
Tabla A5.1	Costos para una cimentación	224
Tabla A6.1	Resumen de parámetros de ensayos de expansión	227
Tabla A6.2	Resumen de parámetros de ensayos triaxiales	237

# CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 ANTECEDENTES

El conocimiento de las características y propiedades del subsuelo es un aspecto fundamental en el diseño y construcción de obras de ingeniería. En muchas ocasiones, la caracterización del subsuelo no es sencilla, debido a la complejidad y variabilidad espacial que presenta el suelo en la naturaleza.

En proyectos donde el área de estudio es relativamente pequeña, puede ser aceptable considerar que la configuración del subsuelo es prácticamente uniforme. Sin embargo, en el caso de predios de grandes dimensiones o con suelos heterogéneos se presenta el problema de definir el alcance de la campaña de exploración geotécnica (número de sondeos, profundidad y número de muestras para la determinación de propiedades índice y mecánicas). Habitualmente se emplean criterios arbitrarios o reglamentos que sugieren un número mínimo de sondeos y muestras; pocas veces se emplean criterios basados en técnicas estadísticas en esta etapa de reconocimiento. En los casos donde las propiedades del suelo presentan variaciones fuertes, el análisis de los resultados obtenidos de las campañas de reconocimiento geotécnico, resulta complejo y laborioso.

En el pasado, numerosos esfuerzos se han realizado con el fin de alcanzar una descripción satisfactoria de las variaciones espaciales de las propiedades y características estratigráficas del subsuelo. Para tal propósito, tradicionalmente se ha recurrido al uso de las herramientas de la estadística descriptiva tradicional (tablas, histogramas, gráficas, correlaciones), las cuales permiten ordenar y procesar los datos disponibles para su interpretación.

En los últimos años se ha empleado la Geoestadística, en la Geotecnia, como una herramienta de análisis que permite evaluar de manera racional los resultados de campañas de exploración geotécnica (incluyendo pruebas de campo y laboratorio) con la finalidad de que puedan ser tomados en cuenta en el diseño de cimentaciones. Los métodos geoestadísticos permiten interpretar la información geotécnica disponible y evaluar la variabilidad espacial del subsuelo. Son técnicas que pueden ser usadas para evaluar sistemáticamente los resultados de campañas de reconocimiento y permiten eliminar una parte sustancial de la subjetividad con la que comúnmente se elaboran los perfiles y cortes estratigráficos tradicionales.

La evaluación de reservas minerales útiles, fue la actividad fundamental que motivó a partir de la década del 50, la aplicación de la teoría de funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales. Así surge la Geoestadística, término concebido por G. Matheron a partir de trabajos previos de H. Sichel, D. G. Krige, y B. Matern, que se desarrolla y consolida en los últimos 30 años como ciencia aplicada principalmente a la evaluación de reservas minerales, de hidrocarburos y distribución de materiales geológicos.

Bajo el nombre de Geoestadística se entiende la aplicación de la teoría de las funciones aleatorias (en este caso espaciales) y del tratamiento de las señales a la descripción de las condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de los materiales geológicos. La Geoestadística permite tomar en cuenta la

dependencia espacial entre propiedades en puntos cercanos a través del concepto de función de autocovarianza o de variograma.

Actualmente las aplicaciones de la Geoestadística son muy variadas; así, en el área de procesamiento de imágenes, se ha vuelto común usar esta técnica para la elaboración de mapas cartográficos, también en contaminación ambiental, en meteorología y en agricultura por mencionar algunas. En el campo de la geotecnia, los especialistas están continuamente en la búsqueda de herramientas que sirvan de ayuda para el entendimiento de las variaciones espaciales de los suelos y que les permita mejorar sus diseños.

En la Figura 1.1 se presenta un histograma que muestra los resultados obtenidos en cuanto a una búsqueda de publicaciones, de autores diversos, que han aplicado la Geoestadística en la geotecnia (Hammah, 2003). El resultado de dicha búsqueda fue de un total de 64 publicaciones en el periodo comprendido entre 1970 y 2003.

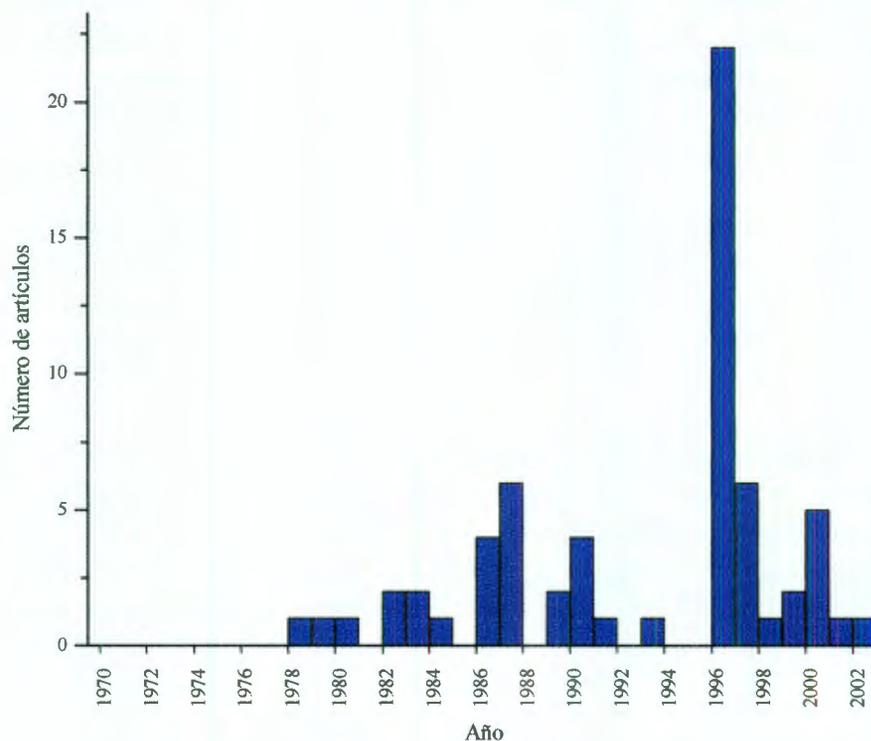


Figura 1.1 Histograma de publicaciones geotécnicas sobre Geoestadística en los últimos 33 años (Hammah, 2003)

El histograma muestra que, antes de 1978, no había publicaciones de la Geoestadística aplicada a la Geotecnia. A partir de ese año, surgen las primeras publicaciones, llegando a tener auge en el periodo de 1996 a 1997. Sin embargo, después de este periodo se presenta una disminución considerable en los trabajos, aparentemente por desconocer el potencial de esta herramienta.

En México, durante los últimos años, se han realizado varios trabajos sobre la geoestadística aplicada a la interpretación de exploraciones geotécnicas y a la distribución espacial de propiedades (físicas,

mecánicas y geométricas) del subsuelo. En 1986, la teoría de las funciones aleatorias se aplica a la descripción de la estructura de los medios granulares (Auvinet, 1986). En 2001, se presentan los trabajos titulados “*Interpretación geoestadística de campañas de reconocimiento del subsuelo*” (Medina, 2001) y “*Aplicación de la geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo del Valle de México*” (Juárez, 2001) en los cuales se establecen las bases de la Geoestadística aplicada a la Geotecnia, se trata el problema del muestreo, del mapeo de propiedades geométricas del suelo (espesor y profundidad) de formaciones estratigráficas típicas del subsuelo del Valle de México y la selección de parámetros para diseño. Posteriormente, en 2002 se presenta otro trabajo titulado “*Análisis geoestadístico del subsuelo en el norte de la zona lacustre del Valle de México*” (Pantoja, 2002) donde se realiza un análisis geoestadístico del subsuelo determinando la configuración espacial de algunas propiedades del suelo tales como el contenido de agua, la resistencia de cono eléctrico y el número de golpes en prueba de penetración estándar. Así también, se realiza otro trabajo similar titulado “*Análisis geoestadístico de la estratigrafía del subsuelo marino de un área de la Sonda de Campeche*” (Valdez, 2002), en este trabajo se realiza la caracterización estratigráfica del subsuelo marino en dicha zona. Recientemente, se realizó un trabajo bajo el título de “*Aplicación de la Geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo de la zona sur de la Cuenca de México*” (Morales, 2004) en el cual se elabora un conjunto de cortes estratigráficos virtuales de contenido de agua, así como mapas de contornos que describen la configuración espacial de la capa dura y de la formación arcillosa superior; los resultados de este trabajo contribuyeron a la actualización de la zonificación geotécnica del Distrito Federal. Adicionalmente, esta herramienta ha sido empleada en varios proyectos de ingeniería importantes entre los que pueden mencionarse el Puente Rion Antirion, Grecia (Auvinet y Medina, 1998), el Nuevo Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, el Nuevo Pto. de Veracruz, las plantas de tratamiento de aguas residuales en Tecámac, Estado de México y la ampliación de la Refinería Lázaro Cárdenas en la zona de Minatitlán.

Los resultados de los trabajos anteriormente mencionados han sido satisfactorios y muestran que la Geoestadística puede ser empleada en forma racional para resolver problemas geotécnicos. Por tanto, en este trabajo se emplea la herramienta geoestadística con el propósito de obtener una interpretación adecuada de la configuración del subsuelo en un predio ubicado en Corregidora, Qro. Como es bien sabido, el subsuelo del Valle de Querétaro presenta características que dificultan considerablemente la labor de los constructores por la presencia de suelos expansivos; el conocimiento que al respecto se tiene actualmente es el resultado de un largo y arduo proceso de aprendizaje. Por otra parte la sociedad exige legítimamente que se construya cada vez con mayor seguridad, especialmente después de varias experiencias de daños considerables en construcciones cimentadas en este tipo de suelos.

## 1.2 OBJETIVO

El objetivo del presente trabajo es realizar un análisis geoestadístico de la distribución espacial de las propiedades índice (contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación) y del espesor del estrato de arcilla potencialmente expansiva, a partir de la información de sondeos disponibles de un predio ubicado en Corregidora, Qro. Asimismo, elaborar mapas de riesgo que indican las zonas de mayor potencial de expansión del suelo. Con base en los resultados del los análisis geoestadísticos se propone el tipo de cimentación adecuada a las obras de ingeniería por construir en el predio.

### 1.3 ALCANCE

En este trabajo se plantean las siguientes metas:

- a) Revisar el fundamento teórico del método geoestadístico.
- b) Revisar e implantar los programas de computadora disponibles para la aplicación inmediata.
- c) Elaborar mapas de contornos de estimación y simulación de la distribución espacial del espesor del estrato de arcilla, potencialmente expansiva.
- d) Elaborar perfiles y cortes virtuales de estimación y simulación de las propiedades índice del subsuelo ( $w$ ,  $\gamma_d$  y  $S_r$ ) para definir la configuración espacial de estas propiedades en el predio.
- e) Elaborar mapas de riesgo basados en el potencial expansivo del suelo, correlacionado con las propiedades índice analizadas incluyendo el índice plástico.
- f) Proponer el tipo de cimentación adecuada para las estructuras proyectadas a construir, con base en el análisis de distribución espacial de las propiedades índice y del espesor del estrato de arcilla potencialmente expansiva.
- g) Evaluar las metodologías existentes para muestreo en campañas de exploración geotécnica.
- h) Evaluar la cantidad de información geotécnica disponible y en caso ser insuficiente proponer la ubicación de nuevos sondeos en las zonas de mayor incertidumbre de estimación, recurriendo al concepto de *Ganancia*.

### 1.4 METODOLOGÍA

Para alcanzar el objetivo planteado en este trabajo se propone la siguiente metodología:

- a) Revisar la literatura relacionada con el tema.
- b) Revisar y ordenar la información proveniente de la campaña de exploración geotécnica del predio en estudio.
- c) Definir las variables geotécnicas a estudiar ya sea de tipo físico (contenido de agua), mecánico (resistencia al corte) o geométrico (profundidad o espesor de algún estrato de interés).
- d) Definir los modelos de correlación espacial (horizontal y vertical) para cada una de las propiedades del suelo estudiadas.

- e) Con los modelos de correlación espacial (horizontal y vertical), estimar y simular las propiedades en estudio.
- f) Generar perfiles y cortes estimados y simulados de las propiedades estudiadas.
- g) Determinar posibles zonas de riesgo.
- h) Evaluar los resultados obtenidos tomando en cuenta estudios complementarios como geológicos, hidrológicos y topográficos.
- i) Evaluar la necesidad de realizar más sondeos en las zonas en donde se presente mayor incertidumbre recurriendo al concepto de *Ganancia*.
- j) Plantear el sistema de cimentación óptima para las estructuras por construir.
- k) Elaborar las conclusiones.



## CAPÍTULO 2 DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

### 2.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA

El municipio de Corregidora, en donde se localiza el predio de estudio, está situado al Suroeste del estado de Querétaro, entre las coordenadas  $20^{\circ} 23'$  y  $20^{\circ} 35'$  de latitud Norte, y entre los  $100^{\circ} 22'$  y los  $100^{\circ} 31'$  de longitud Oeste. La altitud en el municipio varía de los 1800 a los 2260 msnm; localizándose el lugar más bajo en la localidad de Venegas y el más alto en el Cerro de Las Vacas, situado en la localidad de Purísima de La Cueva.

El municipio de Corregidora limita al Norte con el municipio de Querétaro, al Sur y al Oeste con el estado de Guanajuato y al Este con el municipio de Huimilpan. Su distancia a la capital del estado es de 7 kilómetros, Figura 2.1.

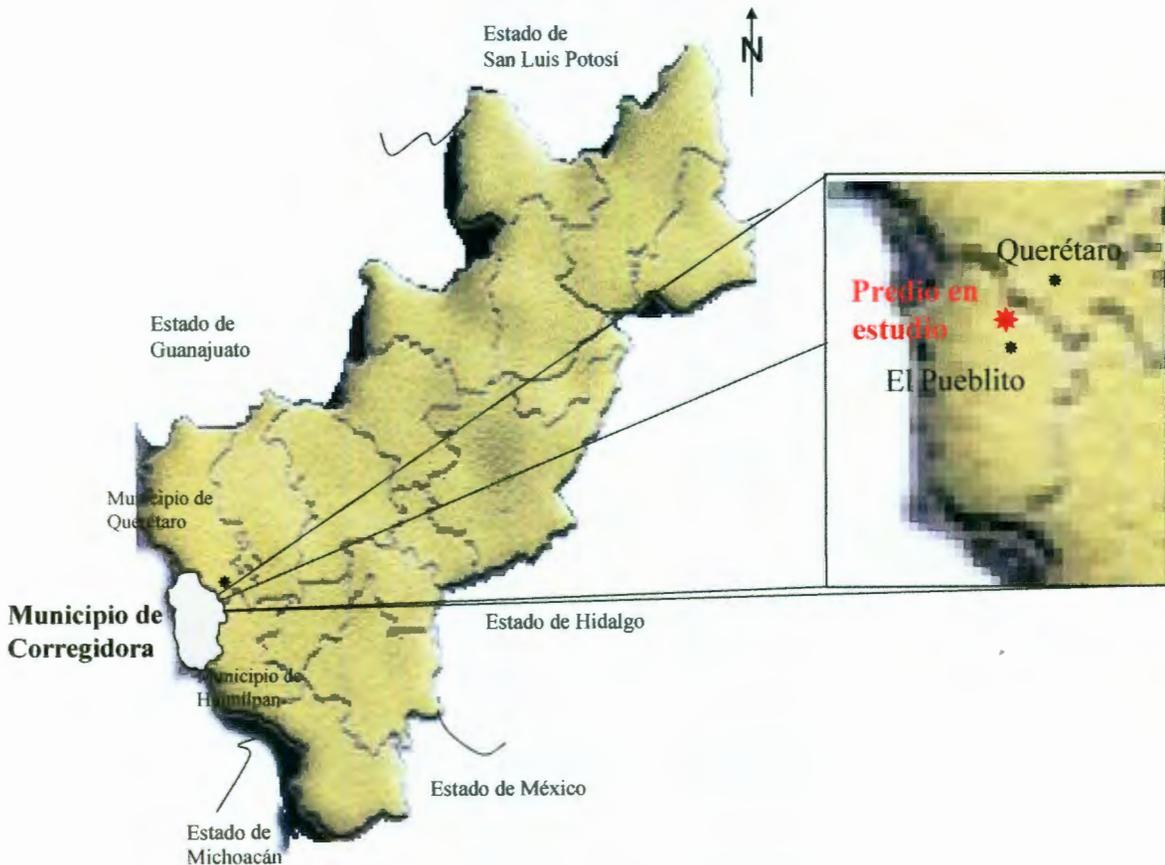


Figura 2.1 Localización del municipio Corregidora, Qro.

El sitio en estudio se localiza al poniente de la ciudad de Santiago de Querétaro en terrenos pertenecientes al ejido el pueblito en el municipio de Corregidora. Se ubica al Norte del Cerro Gordo y la Pirámide, Zona Arqueológica “El Cerrito”, Figura 2.2, en las coordenadas geográficas aproximadas:

Latitud Norte	20° 33' 30''
Longitud Oeste	100° 26' 15''
Altitud	1805 m



Figura 2.2 Localización del predio

Esta región tiene un clima templado-subhúmedo (C-w<sub>2</sub>). La temperatura media anual es de 15 °C; la media mensual máxima ocurre en mayo con 17.7 °C y la media mensual mínima en enero con 12.7 °C.

La precipitación pluvial total anual fluctúa entre 630 y 670 mm. Generalmente, en el mes de julio es cuando ocurre la máxima precipitación, 670 mm; durante el invierno y la primavera ésta es de muy baja a nula.

## 2.2 GEOLOGÍA

El predio está ubicado en la subprovincia “Sierras y Valles de Querétaro e Hidalgo” de la provincia fisiográfica “Franja Volcánica Transmexicana”.

La geología del Valle de Querétaro se describe como una fosa tectónica que fue rellenada por sedimentos tipo lacustre, fluviales, expulsiones de lava y piroclásticos, depositados en un medio acuoso.

La fosa de Querétaro está asociada al lineamiento San Miguel de Allende-Taxco, originado por la subducción de la antigua Placa Farallón extinta durante el Terciario Inferior (Paleoceno).

Las estructuras geológicas posteriores tienen su origen durante la reactivación en el Cuaternario (Pleistoceno Reciente) producto de la subducción de la Placa de Cocos.

La fosa de Querétaro queda limitada por un sistema de fallas normales y perpendiculares entre si orientadas NNW-SSE y sensiblemente E-W. La acción de los esfuerzos dio origen a las “microfosas” orientadas de manera perpendicular a las fallas tectónicas NNW-SSE y sensiblemente E-W, Figura 2.3.



Figura 2.3 Marco tectónico de la “Fosa Querétaro” y sistemas de microfosas (Álvarez Manilla, 2002)

El predio corresponde a la “Microfosa NNW-SSE” Tángano-Cuesta China; Conín-Cuesta China, Tlacote El Bajo-La Colmena, La Negreta-El Pueblito y Olveras-Tejeda.

La columna geológica local está conformada por uno de los más gruesos paquetes de depósitos lacustres. En la Figura 2.4 se presenta la columna geológica con los espesores aproximados:

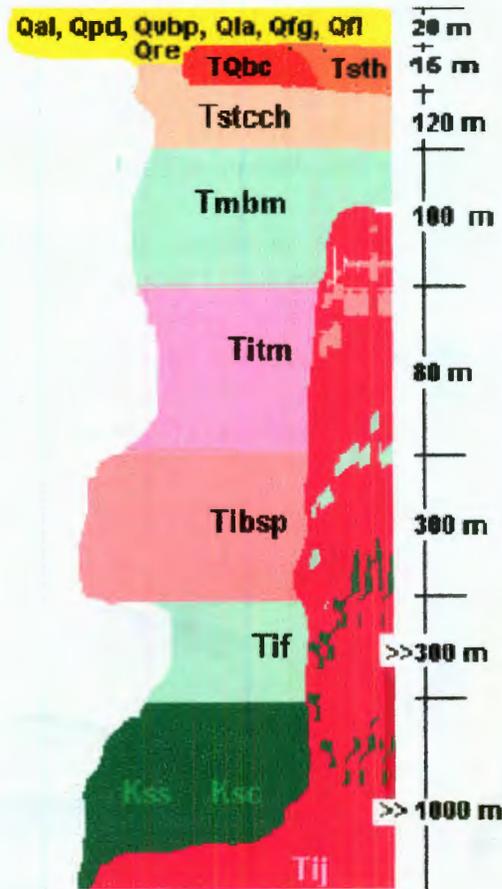


Figura 2.4 Columna geológica (Álvarez Manilla, 2002)

El basamento geológico corresponde a los miembros basálticos y andesíticos de la Unidad San Pedrito (Tibsp), sobre ella se depositó un espesor importante conformado por tobas (Titm y Tstcch), derrames de fisura (Tmbm) y depósitos de tipo aluvial (Qal) y lacustre (Qla).

La arcilla negra, rica en minerales, sirvió durante años como tierra de cultivo; actualmente, por el costo del bombeo de agua subterránea y el vertiginoso crecimiento hacia el poniente de la mancha urbana, han disminuido los terrenos de uso agrícola. El análisis de la columna geológica evidencia que bajo el estrato de arcilla potencialmente expansiva se encuentran de manera indistinta tobas o lavas. Los constructores han tenido que buscar una gama de técnicas para mejorar y estabilizar este tipo de suelo.

## 2.3 TOPOGRAFÍA

La topografía general del área es sensiblemente plana, puesto que en la zona los terrenos tienen uso de cultivo intenso y tecnificado. El predio, en particular, presenta una ligera pendiente en las direcciones Sur-Norte y Oriente-Poniente, como se observa en la Figura 2.5.

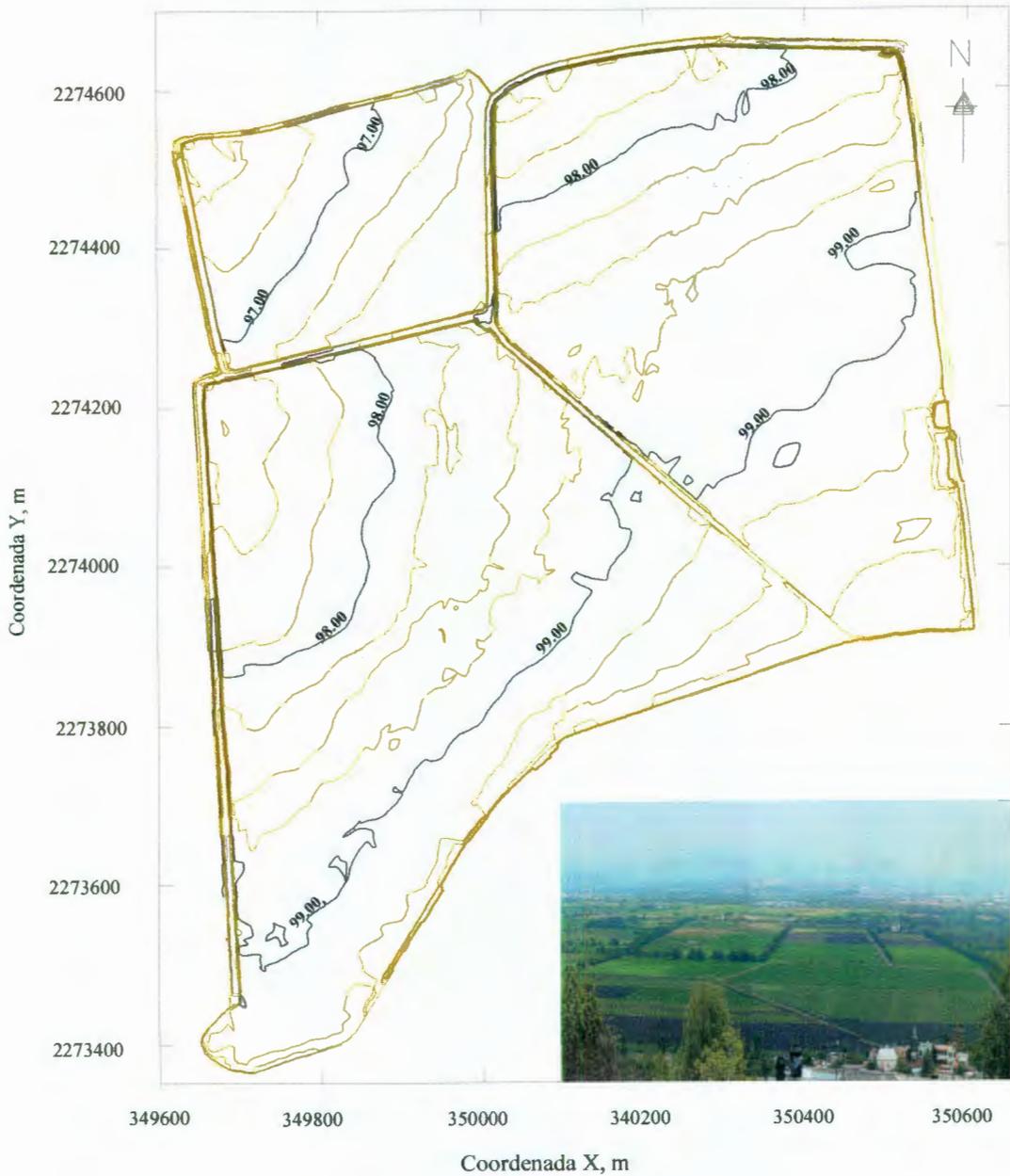


Figura 2.5 Topografía del sitio

## 2.4 HIDROGRAFÍA

Al municipio de *Corregidora* lo cruza de Sureste a Noroeste el río *El Pueblito* que nace en los alrededores de *San Francisco Neverías* en el municipio de *Huimilpan*; entrando por el poblado de *Arroyo Hondo* y saliendo por el poblado de *Adjuntas*, en donde se une al río *Querétaro*. En su recorrido recoge aguas que no son capturadas y retenidas en las presas, bordos y cajas de aguas; sumándolas al caudal del río *Lerma*. Este río motivó en la antigüedad a que algunos grupos humanos se dieran a la tarea de edificar sus casas en tierras cercanas al río propias para el cultivo.

Dentro del predio eventualmente podría presentarse el problema de inundación, puesto que la topografía, sensiblemente plana, dificulta el drenaje superficial del agua de lluvia.

## 2.5 CARACTERÍSTICAS GEOTÉCNICAS

De acuerdo con las modificaciones a la zonificación geotécnica del valle y zona metropolitana de Querétaro (Álvarez Manilla et al., 2002) el predio en estudio pertenece a la Zona Geotécnica del Valle o Exlago, ZGVE; Figura 2.6. Se caracteriza por estar conformada de una alternancia de arcillas, limos y arenas de espesores variables.

La heterogeneidad del subsuelo dentro del predio está dada principalmente por la intercalación errática de estratos que lo conforman, como se corrobora en los ocho cortes estratigráficos tradicionales realizados, donde se intentó definir un modelo estratigráfico del subsuelo, sin mucho éxito.

En general, en la superficie predominan los suelos tipo CH, pero también se encuentra materiales de tipo CL y hasta MH o ML. En algunas zonas el espesor de suelo tipo CH llega a alcanzar 3.50 m a partir de la superficie y la variabilidad de materiales es tal que se encuentran hasta suelos arenolimosos, SM.

## 2.6 HUNDIMIENTO REGIONAL

El hundimiento del suelo es un problema que se presenta en la ciudad de Querétaro y sus alrededores, ya que la extracción del agua sobrepasa la recarga natural de los acuíferos. En los últimos años se han acelerado los fenómenos de consolidación y subsidencia a causa de la velocidad creciente a la que se explotan las aguas subterráneas. Debido a la magnitud de los asentamientos diferenciales generados por el hundimiento regional, las obras de ingeniería presentan un riesgo potencial de afectación produciendo importantes pérdidas económicas.

El predio se localiza en la Zona Geotécnica del Valle o Exlago (ZGVE), en donde se concentra el campo de pozos de agua subterránea con los que se suministra de agua a la población y la industria. En ella se han formado dos conos de abatimiento que generan tres fases de deformación por la sobreexplotación del acuífero (Álvarez Manilla, 1998), siendo éstas:

- Fase 1 Hundimiento por abatimiento del nivel estático.
- Fase 2 Generación de grietas por esfuerzos de tensión.
- Fase 3 Crecimiento de grietas existentes.

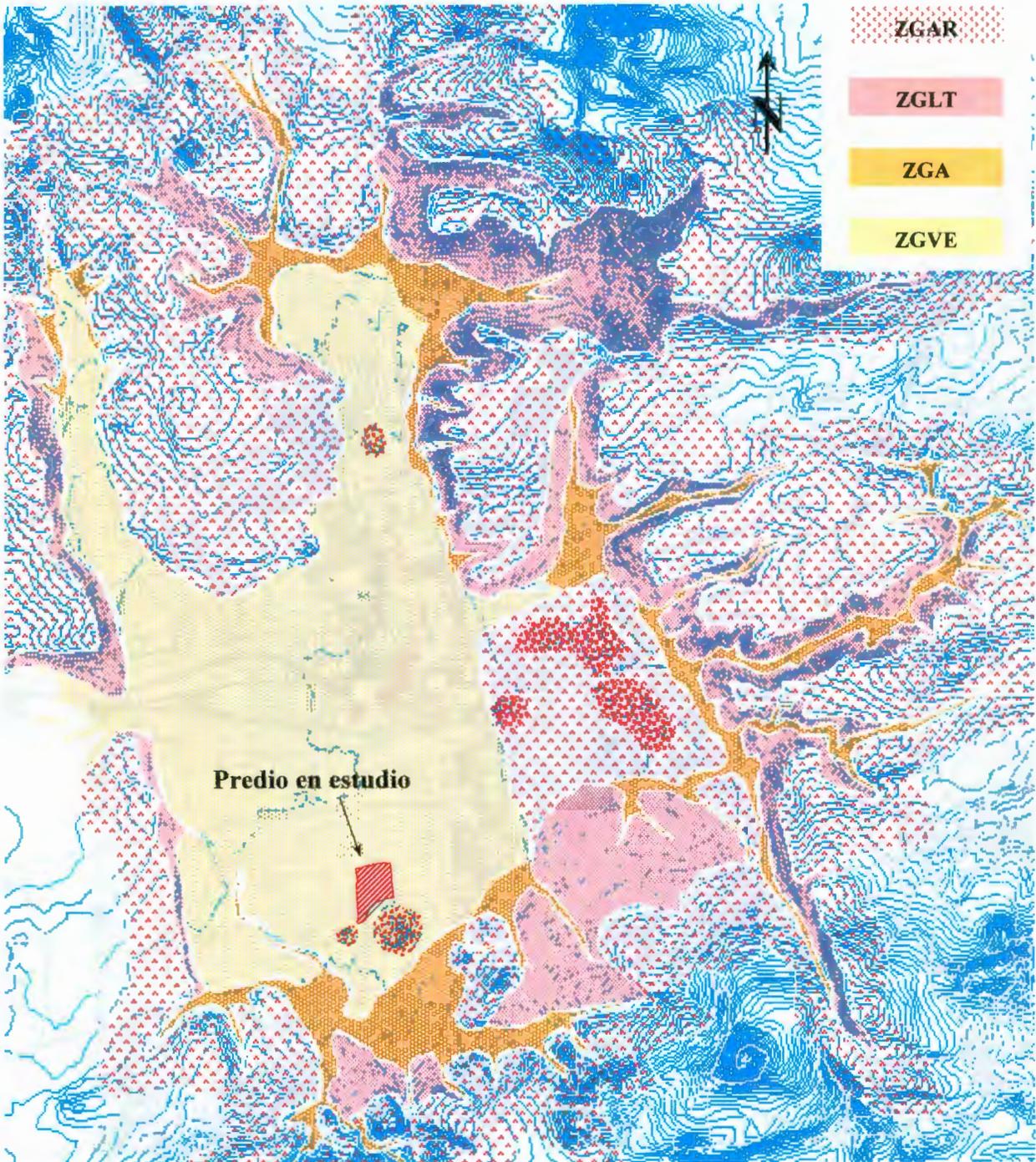


Figura 2.6 Zonificación geotécnica del valle y zona metropolitana de Querétaro (Álvarez Manilla et al., 2002)

Como se observa en la Figura 2.7 y de acuerdo con la zonificación de hundimiento regional (Álvarez Manilla, 2002), el predio queda clasificado en la fase 2.

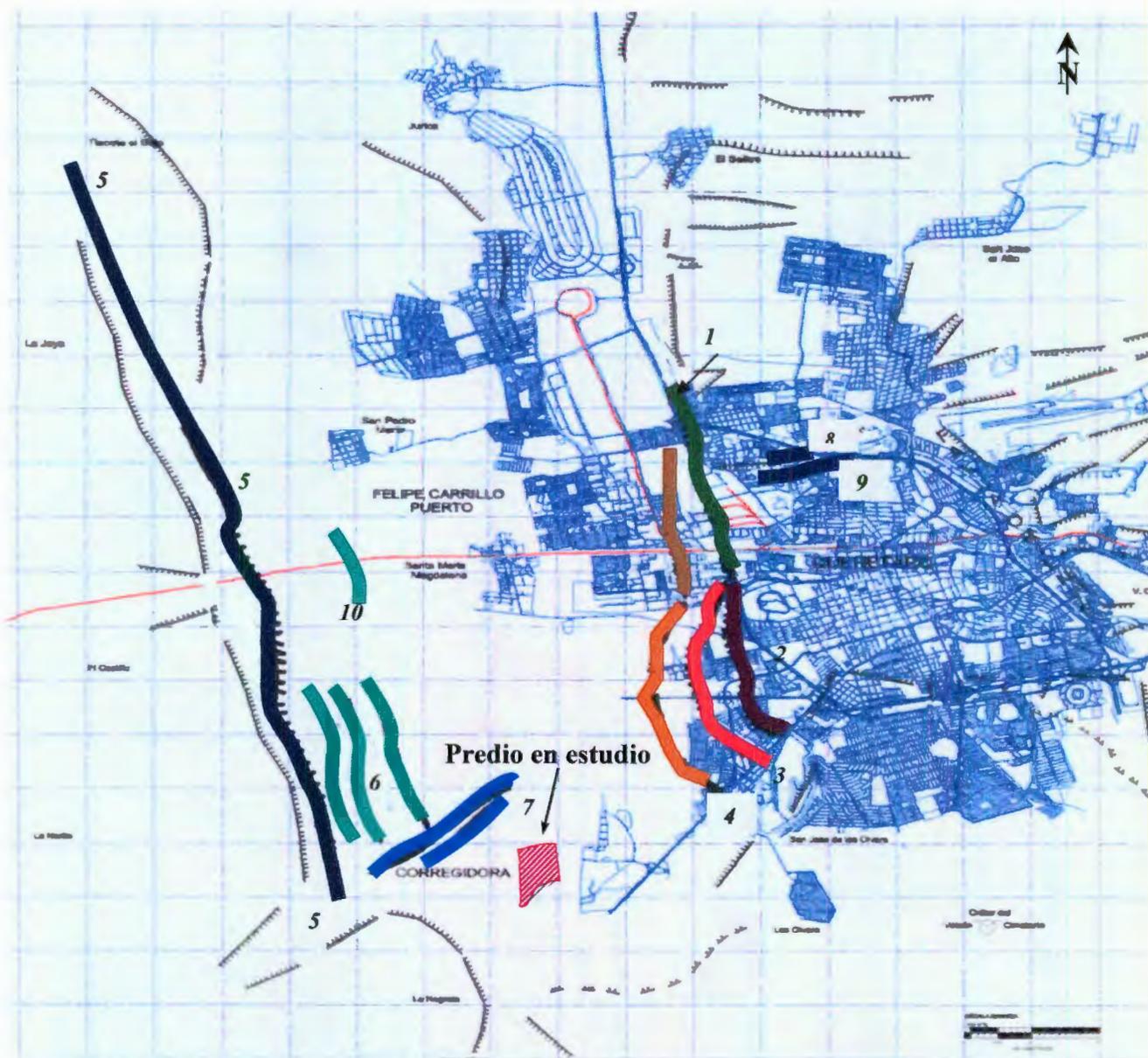


Figura 2.7 Grietas y fallas de tensión por la sobreexplotación del acuífero: 1, 5 de Febrero Fases 2 y 3; 2, Jardines, Fase 3; 3, San Diego-La Carambada, Fases 2 y 3; 4, Zona Industrial Benito Juárez, Fases 2 y 3; 5, Tlacote-Las Adjuntas-La Negreta; Fase 3; 6 San Pedro Mártir-Corregidora, Fase 2; 7, La Pirámide; Fase 2; 8 Itesm; Fases 1 y 2; 9, VipSams, Fase 1 y 2; 10, Agrogen, Fases 1 y 2 en desarrollo (Álvarez Manilla, 2002)

En el Valle de Querétaro existe un déficit de veinticinco millones de metros cúbicos de agua por año, drenándose un promedio de 12 m/año en la parte central del cono de abatimiento y un promedio de 3.0 m/año, en la periferia del Valle.

El déficit de agua ha generado el hundimiento regional, ocasionando que el Valle se convierta en una cuenca endorréica.

Las deformaciones en la superficie ocasionadas por la extracción del agua en el Valle de Querétaro no son visibles dentro del predio; sin embargo, convendría realizar un estudio pertinente para la previsión futura de las deformaciones posibles.



## CAPÍTULO 3 DESCRIPCIÓN DEL SUBSUELO PARA FINES GEOTÉCNICOS

### 3.1 PROPIEDADES RELEVANTES

Las propiedades que comúnmente suelen obtenerse para la caracterización de un suelo son básicamente: las propiedades índice, mecánicas, geométricas (profundidad y espesor) e hidráulicas.

#### 3.1.1 Propiedades índice

Así llamadas porque mediante su conocimiento se puede inferir algunas propiedades del suelo mediante correlaciones existentes e inclusive de manera cualitativa conocer el posible comportamiento del mismo; las principales son: contenido de agua, peso volumétrico, grado de saturación, relación de vacíos y límites de Atterberg. Frecuentemente, estas propiedades son las que se determinan en mayor número en los estudios geotécnicos.

##### *Contenido de agua*

Generalmente, esta propiedad es la que se determina en mayor número y se emplea como índice cualitativo que permite, mediante las correlaciones existentes, intuir en forma cualitativa algunas propiedades físicas del suelo y su variación en un mismo estrato, así como identificar cambios de tipo de suelo. Los valores de contenido de agua de un suelo son un indicador de sus propiedades de resistencia y compresibilidad.

##### *Peso volumétrico*

Como propiedad índice da una idea de la resistencia y compresibilidad del material, así como también puede ayudar para la identificación de suelos colapsables o potencialmente expansivos. Esta propiedad encuentra su principal aplicación en el cálculo de los esfuerzos totales.

##### *Grado de saturación*

Se emplea como propiedad índice complementaria en ensayos de consolidación, resistencia y permeabilidad, ya que el comportamiento de un suelo en condiciones no drenadas depende en gran medida de su grado de saturación. Esta propiedad también puede ser considerada como un indicador cualitativo de la expansividad de un suelo ya que a medida que el grado de saturación aumenta, la expansividad del suelo disminuye.

##### *Relación de vacíos*

Esta propiedad se emplea como indicador cualitativo de algunas propiedades mecánicas (resistencia al esfuerzo cortante y compresibilidad), hidráulicas (permeabilidad), o bien la susceptibilidad al colapso por saturación de los suelos.

*Límites de Atterberg*

Son unas de las propiedades que también se determinan con mayor frecuencia, a las cuales se asocian un gran número de correlaciones empíricas. El límite líquido y el índice plástico son las propiedades más empleadas; no obstante, junto con el límite de contracción permiten inferir el potencial expansivo de un suelo.

En el estudio de suelos no saturados, específicamente suelos potencialmente expansivos, la literatura presenta un número considerable de métodos empíricos para caracterizar este tipo de suelos, en los que se han tratado de correlacionar algunas propiedades índice con el comportamiento expansivo de los mismos. Actualmente, existen un sin número de correlaciones empíricas que permiten determinar el potencial expansivo, la expansión, la presión de expansión e inclusive la obtención de la curva característica (Hurtado et al., 2002).

En la Tabla 3.1 se presentan algunas correlaciones empíricas entre propiedades índice y propiedades mecánicas relacionadas con el comportamiento de suelos no saturados.

Tabla 3.1 Propiedades índice empleadas principalmente en suelos no saturados (Hurtado et al., 2002)

a) *Correlaciones con propiedades mecánicas*

<b>Propiedades Índice primarias</b>	<b>Correlación empírica con propiedad mecánica</b>
Grado de saturación ( $S_r$ )	Potencial de expansión, conductividad hidráulica
Peso específico seco, ( $\gamma_d$ )	Potencial de expansión y presión de expansión
Partículas menores a 2 micras	Actividad-potencial expansivo
Contracción lineal ( $CL$ )	Potencial de expansión
Contenido volumétrico de agua, $\theta_w = \frac{V_w}{V_m}$	Conductividad hidráulica
Límite líquido ( $w_L$ )	Potencial de expansión y presión de expansión
Peso específico relativo de sólidos ( $S_s$ )	Potencial de expansión.
Compacidad (Definición según, Orozco, R.), $C = \frac{V_s}{V_m}$	Potencial de expansión y compresibilidad
Contenido de agua ( $w$ )	Succión
Resistencia a la penetración estándar	Potencial de expansión
$D_{60}$ , $PI$ y % de partículas < malla 200	Rel. con la curva característica

b) *Correlaciones indicativas del comportamiento*

<b>Propiedades índice indicativas del comportamiento</b>	<b>Correlación empírica con el comportamiento</b>
Compacidad (Definición según, Orozco, R.) $C = \frac{V_s}{V_m}$	Indicador del comportamiento de colapso o expansión
Peso específico seco ( $\gamma_d$ ), límite líquido ( $w_L$ ) y peso específico relativo de sólidos ( $S_s$ )	Indicador del comportamiento de colapso
Relación de vacíos ( $e$ )	Indicador de colapso

Para alcanzar una clasificación satisfactoria de un suelo parcialmente saturado, potencialmente expansivo, se requiere del conocimiento de parámetros geotécnicos que caracterizan la expansión. La dificultad radica en definir esos parámetros. Convencionalmente se emplea el porcentaje de expansión como parámetro característico.

Para entender el comportamiento de suelos potencialmente expansivos, se puede tomar como referencia los estudios realizados en suelos compactados del Valle de Querétaro (Preciado, 1998). En este estudio se tuvo control sobre algunas variables: contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación y tipo de compactación. De esta manera se ponderó su influencia en el porcentaje y presión de expansión. Por otra parte en esa investigación se observó que la expansión y la presión de expansión disminuyen al aumentar el contenido de agua de compactación para un mismo peso específico seco, también se observó que si el contenido de agua se mantiene constante tanto el porcentaje como la presión de expansión aumentan al incrementarse el peso específico seco. Finalmente se indicó que un suelo compactado con diferente contenido de agua y peso específico seco, puede presentar la misma expansión pero diferente presión de expansión y para grados de saturación inferiores al 95% la magnitud de la expansión, para condiciones de contenido de agua inicial constante, aumenta al incrementar el peso volumétrico seco inicial.

Por tanto, para describir un suelo expansivo se debe incluir principalmente las propiedades: peso específico seco, contenido de agua, grado de saturación, porcentaje de expansión y presión de expansión.

Las propiedades índice que fueron determinadas en este estudio y que son consideradas para el análisis geoestadístico son: contenido de agua, grado de saturación y peso específico seco, por la correlación que presentan con el fenómeno de expansión. Por otra parte, el índice plástico también es tomado en cuenta al ser una propiedad que no se ve alterada debido a los cambios climáticos y que también se relaciona directamente con el potencial expansivo del suelo.

### 3.1.2 Propiedades mecánicas

La principal es la resistencia al esfuerzo cortante, evaluada con los parámetros  $c$  (cohesión) y  $\phi$  (ángulo de fricción interna) obtenidos de un ensaye triaxial de laboratorio. En suelos parcialmente saturados, las envolventes de falla obtenidas de ensayes triaxiales rápidos (UU) presentan una forma diferente, curva en vez de recta, dependiendo fundamentalmente del grado de saturación, Figura 3.1, en donde se observa que a mayores grados de saturación éstas se acercan más a la forma recta horizontal propia de los suelos saturados.

Por otra parte, la resistencia también puede determinarse mediante pruebas de campo, como la prueba de penetración estándar SPT, o bien la resistencia de punta obtenida en una prueba de cono estático.

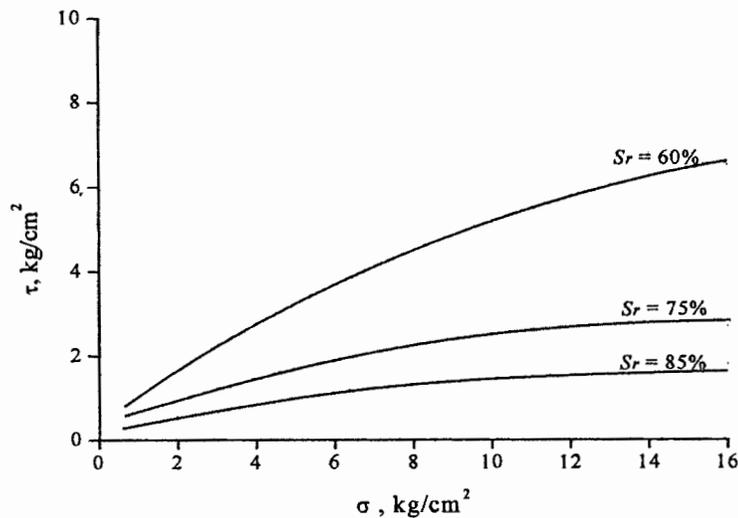


Figura 3.1 Aspecto típico de las envolventes de falla, en prueba rápida, realizada en suelos parcialmente saturados en prueba rápida (Juárez y Rico, 1963)

La compresibilidad del suelo es otra propiedad mecánica importante obtenida a partir de ensayes de consolidación. En muchos casos los datos de este parámetro no pueden ser considerados como representativos debido a que existe la incertidumbre sobre si la muestra del suelo ensayada es o no representativa de la formación estratigráfica de donde procede y del volumen total del suelo estudiado. Estas propiedades generalmente son determinadas únicamente en puntos específicos de interés relacionados con el análisis geotécnico.

En suelos potencialmente expansivos se ha observado que el principal problema son los cambios volumétricos que presentan los suelos ante cambios de contenido de agua, es decir la resistencia al esfuerzo cortante no es generalmente un problema. Las propiedades que adquieren entonces mayor importancia en suelos expansivos, son las que describen la variación volumétrica del mismo. Esta variación se puede evaluar mediante ensayes de expansión en consolidómetro, con los cuales se determina la expansión y presión de expansión del suelo.

### 3.1.3 Propiedades geométricas

Las propiedades geométricas se refieren a la configuración estratigráfica del subsuelo, es decir el número de estratos, espesor y profundidad de los mismos. Con estas características se pueden identificar estratos de interés, su utilidad radica en que permiten identificar la configuración espacial de estratos típicos.

### 3.1.4 Propiedades hidráulicas

Estas propiedades quedan definidas en gran medida con la permeabilidad; no obstante, esta propiedad es determinada en pocas ocasiones dada la complejidad y falta de representatividad del ensaye tanto en campo como en laboratorio. Generalmente, la realización de una prueba de permeabilidad depende de las necesidades y tipo de obra.

## 3.2 DESCRIPCIÓN DE LA VARIABILIDAD DEL SUELO

### 3.2.1 El problema del muestreo

Al pretender definir una de las propiedades geotécnicas de un cierto dominio del subsuelo (porosidad, permeabilidad, resistencia, etc.) el geotecnista suele dividir dicho dominio en zonas (generalmente estratos) de características aproximadamente homogéneas o cuya heterogeneidad siga una ley sencilla. Si  $V$  es la propiedad de interés, se acepta entonces que en cada zona, es posible asociar a cada punto del medio un valor único de la propiedad analizada y que ésta varía en el espacio de acuerdo con alguno de los modelos siguientes (Auvinet, 1986):

-La propiedad  $V$  es homogénea y determinista. En este caso, basta entonces con una sola muestra para determinarla.

-La propiedad  $V$  es determinista y sigue una ley espacial simple (variación lineal por ejemplo). Un número reducido de muestras (dos en el ejemplo anterior) es suficiente para definir totalmente la propiedad de interés.

-La propiedad  $V$  es una variable aleatoria cuya densidad de probabilidad se supone frecuentemente gaussiana y puede definirse mediante los parámetros: esperanza y varianza. Por muestreo aleatorio o sistemático, en los que se admite que en cada punto se repite el mismo experimento y que las muestras son independientes entre sí, se obtienen estimadores de los parámetros de interés. El número de muestras requerido depende de la precisión y del nivel de confianza con el que se quieran conocer los parámetros (Cochran, 1977).

-La propiedad es una función aleatoria espacial  $V(x, y, z)$ . Si esta función se considera estacionaria y no correlacionada con el espacio, esta hipótesis equivale a la del inciso anterior. Si la misma función se considera perfectamente correlacionada en el espacio, al igual que en el modelo determinista, basta con una sola muestra para levantar la incertidumbre. Sin embargo, en el caso general existirá una

correlación espacial que se expresará mediante la función de autocorrelación. En ocasiones, será posible admitir que la función aleatoria tiene incrementos estacionarios o que sigue otra ley de variación simple. El número de muestras requerido dependerá entonces de la ley aplicable y se determinará con consideraciones análogas al del inciso anterior.

Es importante que el geotecnista tenga una idea precisa del modelo que piensa adoptar para planear su exploración en forma racional.

Otro aspecto de gran relevancia es establecer las dimensiones mínimas que debe tener una muestra para ser representativa del dominio del suelo en estudio. La definición de estas dimensiones mínimas se basa usualmente en consideraciones puramente empíricas. La variación de las propiedades mecánicas con el tamaño de la muestra es un problema que no debe confundirse con su variación espacial. Se trata de un efecto de escala que existe aún cuando la propiedad puede considerarse homogénea y determinista. Es posible abordar este problema en forma racional con base en el concepto de efecto de escala o reducción de varianza que se presenta en el Anexo 2.

### **3.2.2 Descripción de la variabilidad mediante variables aleatorias**

#### **3.2.2.1 Estadística descriptiva**

Para describir la variación de una propiedad en un dominio dado es posible recurrir a la estadística descriptiva cuyos principales conceptos se presentan en el Anexo 1. Recurriendo a parámetros estadísticos y a tablas, histogramas, distribuciones de frecuencia se puede describir y visualizar esta variación observada en una muestra constituido por cierto número de datos obtenidos durante los trabajos de campo. Sin embargo, para poder establecer conclusiones en cuanto al comportamiento de la variable en todo el dominio de interés es necesario recurrir a la estadística inferencial y al concepto de variable aleatoria.

#### **3.2.2.2 Variables aleatorias**

Para describir la variabilidad espacial de las propiedades de los suelos de un punto a otro de un medio dado, es común recurrir al formalismo de las variables aleatorias. El histograma de los datos obtenidos por muestreo se idealiza mediante una densidad de probabilidad, Figura 3.2. De ser necesario, es posible definir una variable aleatoria para cada sub-dominio en el cual se encuentran reunidas ciertas condiciones de homogeneidad estadística. Este método es comúnmente empleado, por ejemplo para el control de compactación de obras térreas.

Sea  $V$  una variable geotécnica de interés de tipo físico (contenido de agua, peso específico, etc.), mecánico (cohesión, ángulo de fricción interna, etc.) o geométrico (espesor o profundidad de algún estrato). Esta variable es considerada como aleatoria.

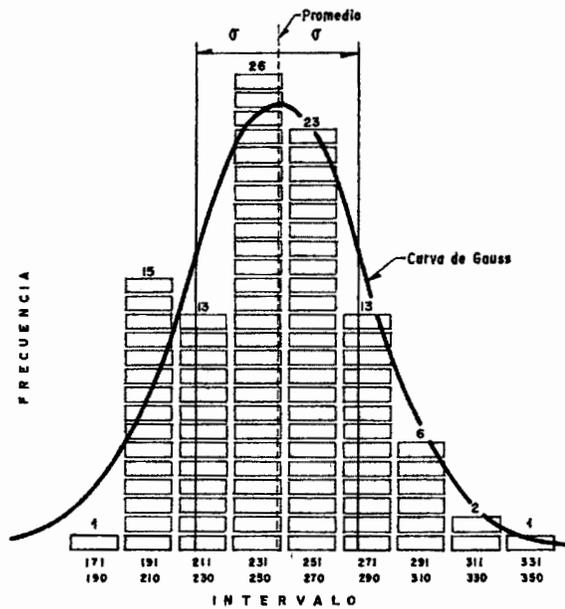


Figura 3.2 Idealización de un histograma mediante una densidad de probabilidad (Rico y Del Castillo, 1977)

Para poder describir estas variables pueden introducirse los siguientes parámetros:

Dado un experimento  $E$  constituido por un conjunto  $S$  de resultados  $\xi$ , llamado espacio o evento. Una clase aditiva completa  $F$  de eventos y una media de probabilidad  $P$  asignadas a estos eventos, a cada resultado  $\xi$ , evento simple, se asocia un número  $V(\xi)$ , generalmente real.

Una variable aleatoria  $V$  es una función cuyo dominio es un espacio  $S$ , conjunto de resultados  $\xi$ , y cuyo contra dominio es un conjunto de números reales. Su comportamiento se describe comúnmente mediante parámetros como la esperanza matemática  $E\{V\}$ , la varianza  $\sigma_V^2$ , la desviación estándar  $\sigma_V$ , el coeficiente de variación  $CV$  y la densidad de probabilidad definidos en el Anexo 2.

### 3.2.2.3 Técnicas de muestreo estadístico

Al aceptarse que una propiedad del suelo puede considerarse como variable aleatoria, es posible recurrir a la estadística inferencial para estimar las características poblacionales desconocidas (parámetros de la variable aleatoria), examinando la información obtenida de una muestra. La muestra debe para ello ser representativa de la población objeto de estudio.

Se siguen algunos procedimientos de selección para asegurar que las muestras reflejen observaciones a la población de la que proceden, ya que solo se pueden hacer observaciones probabilistas sobre una población cuando se usan muestras representativas de la misma.

Una *población* está formada por la totalidad de las observaciones en las cuales se tiene cierto observa.

Una *muestra* es un subconjunto de observaciones seleccionadas de una población.

La teoría de muestreo es un estudio de las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma. Tiene gran interés en muchos aspectos de la estadística. Por ejemplo permite estimar cantidades desconocidas de la población (tales como la media poblacional, la varianza, etc.) frecuentemente llamadas parámetros poblacionales o brevemente parámetros, a partir del conocimiento de las correspondientes cantidades muestrales (tales como la media muestral, la varianza, etc.), a menudo llamadas estadísticas muestrales o brevemente estadísticos.

Existen varias técnicas de muestreo estadístico siendo las principales: muestreo aleatorio simple, muestreo aleatorio estratificado, muestreo sistemático, muestreo sistemático estratificado y muestreo por conglomerados (Baecher y Christian, 2003). En este trabajo se explicarán únicamente el muestreo aleatorio simple, estratificado y sistemático estratificado dado que son las técnicas que se ajustan más a los requerimientos para una campaña de exploración en suelos, Anexo 1.

Es importante señalar que para el empleo de las técnicas de muestreo estadístico, se debe tener un conocimiento a priori de los valores de las variables que se requieren analizar, con la finalidad de poder optimizar el muestreo.

### 3.2.3 Descripción de la variabilidad mediante campos aleatorios. Geoestadística

El enfoque de representación de la variación espacial mediante variables aleatorias, discutido en los incisos anteriores supone implícitamente que la obtención de las diversas muestras constituye realizaciones independientes de un mismo experimento. Ignora las correlaciones que pueden existir entre los resultados obtenidos en puntos vecinos, es decir no toma en cuenta la posición específica de las muestras ni la dependencia existente entre ellas, es decir la dependencia espacial del medio. Estas limitaciones hacen que sea preferible recurrir a un modelo a base de campos aleatorios que permita tomar en cuenta la correlación espacial.

La Geoestadística es precisamente una metodología asociada a un conjunto de técnicas basadas en la teoría de los campos aleatorios y del tratamiento de señales aplicadas a la descripción de las condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de las propiedades de los materiales geológicos

En este apartado, se presentan brevemente los conceptos fundamentales de la Geoestadística. En el Anexo 2 se presenta el fundamento teórico de los campos aleatorios y, con mayor detalle, los conceptos teóricos principales de la Geoestadística.

#### 3:2.3.1 Campos aleatorios

La Geoestadística considera que los valores de la variable de interés  $V$  en diferentes puntos  $X$  constituyen una familia o campo de variables aleatorias,  $V(X)$ . Estas variables distribuidas dentro de un espacio  $R$  (longitud, superficie, volumen) pueden ser llamadas variables aleatorias regionalizadas y al fenómeno representado por las variables aleatorias regionalizadas se le denomina regionalización o campo aleatorio.

Sea  $V(X)$  una variable geotécnica de interés de tipo físico (contenido de agua), mecánico (cohesión) o geométrico (espesor de algún estrato) definida en los puntos  $X$  del dominio estudiado  $R^p$  ( $p = 1, 2, \text{ ó } 3$ ). En cada punto del dominio, esta variable puede considerarse como aleatoria debido al desconocimiento que se tiene de su valor. El conjunto de estas variables aleatorias constituye un *campo aleatorio*, Figura 3.3.

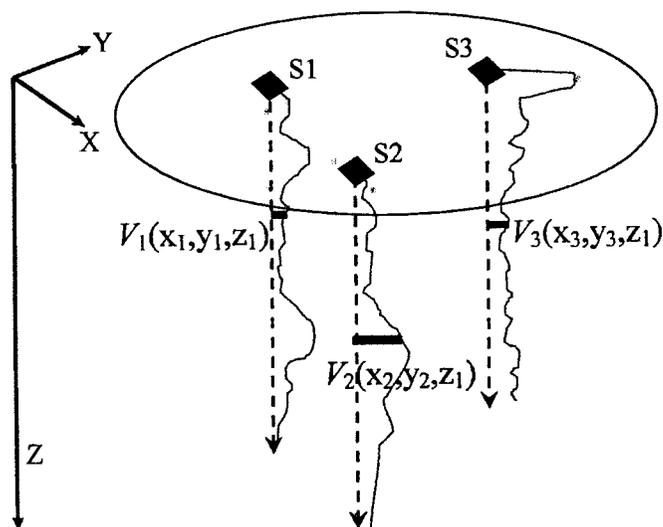


Figura 3.3 Campo aleatorio

Para describir este campo pueden emplearse los siguientes parámetros: esperanza, varianza, desviación estándar, coeficiente de variación y función de autocovarianza cuyas definiciones se presentan en el Anexo 2.

La autocovarianza representa el grado de dependencia lineal entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio. Se puede escribir bajo la forma de un *coeficiente de autocorrelación*, adimensional, cuyo valor queda siempre comprendido entre -1 y +1:

$$\rho_V(X_1, X_2) = \frac{C(X_1, X_2)}{\sigma_V(X_1) \sigma_V(X_2)} \quad 3.1$$

Una herramienta, que en general, es equivalente a la función de autocovarianza es el momento estadístico de segundo orden del incremento  $V(X) - V(X+h)$ , llamado variograma:

$$2\gamma(h) = E\{[V(X) - V(X+h)]^2\} \quad 3.2$$

Las funciones de correlación anteriores no son propiedades intrínsecas de los dos puntos  $X_1$  y  $X_2$  ya que dependen también de la población, es decir del dominio en que se encuentra definido el campo.

Si la esperanza, la varianza y los demás parámetros son constantes en el medio, se dice que éste es *estadísticamente homogéneo*. Si la esperanza y la varianza del campo no son constantes, se dice que presentan cierta *tendencia o deriva*.

### 3.2.3.2 Estimación estadística de los parámetros de un campo aleatorio

Los parámetros y funciones descriptivos definidos en las ecuaciones anteriores pueden ser estimados a partir de los resultados “discretos” (muestras aisladas) o “continuos” (sondeos) de las campañas de reconocimiento, recurriendo a estimadores estadísticos. En este último caso, aceptando que el campo es estadísticamente homogéneo, estacionario y ergódico (es decir que sus parámetros pueden ser estimados a partir de una sola *realización* del mismo), el valor esperado puede ser evaluado utilizando la aproximación:

$$\mu_v \cong \mu^* = \frac{1}{L} \int_0^L V(x) dx \tag{3.3}$$

donde  $L$  es la longitud del sondeo.

En la misma forma, es posible estimar la autocovarianza a lo largo de la dirección  $\mathbf{u}$  como:

$$C_v(h\mathbf{u}) \cong \frac{1}{L} \int V(x)V(x+h\mathbf{u})dx - \mu^{*2} \tag{3.4}$$

Donde  $\mathbf{u}$  es el vector unitario en la dirección en la que se evalúa la covarianza y  $h$  es un escalar.

Conocer la función de autocovarianza permite estimar la distancia de correlación definida convencionalmente como:

$$\delta = 2a \tag{3.5}$$

donde  $a$  es el área bajo la curva representativa de la función  $\rho_v$ , calculada hasta cuando por primera vez es igual a cero.

En el caso de un estudio en dos o tres dimensiones, es importante determinar el grado de anisotropía de cualquier propiedad del suelo  $V(X)$  dentro del medio. Para estimar la anisotropía se estima la función de autocovarianza en varias direcciones del vector  $\mathbf{u}$ , obteniéndose los llamados *correlogramas direccionales*. Después de estandarizar estas funciones se estima la distancia de influencia para cada dirección.

### 3.2.3.3 Estimación

El modelado de las variaciones espaciales de las propiedades del suelo, mediante campos aleatorios, permite realizar estimaciones del valor de dichas propiedades en puntos en los que se carezca de medición tomando en cuenta la correlación espacial. Para ello, se puede recurrir a la técnica del kriging. Esta técnica fue desarrollada por Matheron (1965) con base en los trabajos de (Krige, 1962). Esta técnica permite encontrar el mejor estimador lineal sin sesgo (Best Linear Unbiased Estimator o BLUE), tomando en cuenta la correlación espacial, supuesta conocida.

Considérese una función  $V(X): R^p \rightarrow R$  que representa una propiedad aleatoria del medio. Se suponen conocidos los valores de  $V(X): V_1, V_2, \dots, V_n$  en  $n$  puntos  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

El problema consiste en estimar:

- a) el valor  $V(X)$  en cualquier punto  $X$  (estimación puntual);
- b) o bien, el valor medio de  $V$  sobre un dominio de  $R^p$  (estimación global).

El estimador  $V^*(X)$  de  $V(X)$  en un punto  $X$  será un campo aleatorio, función de  $X$  y de la información disponible, es decir de los valores  $V_i = V(X_i)$ ,  $i = 1$  a  $n$ .

La técnica del Kriging consiste en recurrir a estimadores que sean combinaciones lineales de los datos:

$$V^*(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V_i \tag{3.6}$$

El problema consiste en estimar los parámetros  $\lambda_i$  que den un estimador satisfactorio de  $V(X)$ . El Kriging recurre al “mejor estimador sin sesgo”, es decir, a un estimador que tenga las propiedades siguientes:

- 1. Ausencia de sesgo:

$$E[V(X) - V^*(X)] = 0 \tag{3.7}$$

- 2. Mínimo valor de la varianza definida como:

$$\sigma_E^2(X) = Var[V(X) - V^*(X)] = E\{[V(X) - V^*(X)]^2\} \tag{3.8}$$

Existen diferentes tipos de *Kriging*: simple, ordinario, universal, indicador. En el Anexo 2 se presenta el fundamento de cada uno de ellos. De igual manera, se presenta el fundamento teórico de la técnica de estimación multivariable para estimación condicional, la cual se emplea en este trabajo para la estimación de perfiles virtuales.

### 3.2.3.4 Simulación

Es el proceso por medio del cual se genera una posible configuración del campo aleatorio compatible con sus parámetros descriptivos (simulación incondicional) o con estos parámetros y, además, con los datos disponibles (simulación condicional). La realización o imagen del campo, así generada, permite apreciar en particular valores críticos (máximos y mínimos) potencialmente problemáticos. En el Anexo 2 se presenta el fundamento teórico del método de simulación condicional.

### 3.2.3.5 Mapeo

En geoestadística, además de emplear herramientas numéricas también se recurre al empleo de herramientas gráficas para describir la variabilidad de las propiedades del suelo.

A partir de los puntos estimados o simulados se elaboran mapas de contornos o de superficies tridimensionales que permiten realizar una interpretación en forma visual de la variación espacial de las propiedades de interés.

### 3.2.3.6 Metodología para un análisis geoestadístico

La metodología empleada para un análisis geoestadístico consta de las siguientes etapas:

1. Definición del dominio del campo aleatorio y revisión de los datos.
2. Descripción estadística:
  - Estimación de parámetros estadísticos (media, varianza, coeficiente de variación).
  - Descripción estadística con métodos gráficos (histograma).
3. Análisis estructural
  - Análisis de tendencia (regresión lineal).
  - Estimación de las funciones de autocorrelación y los modelos de correlación espacial (horizontal y vertical).
  - Estimación de la distancia de influencia o de correlación.
4. Estimación puntual (*kriging*) y simulación.
5. Mapeo
  - Elaboración de mapas de contorno.
  - Elaboración de mapas de superficie.
  - Elaboración de cortes virtuales.

La metodología anterior se empleó para el análisis geoestadístico de los campos aleatorios estudiados en el siguiente capítulo.

### 3.2.3.7 Programas empleados

Los programas empleados son básicamente cuatro:

SAAG (Sistema de Apoyo al Análisis Geoestadístico) desarrollado en C-Builder (Dávalos, Medina y Auvinet, 2001). Este programa tiene como finalidad apoyar la aplicación del análisis geoestadístico a la interpretación de los resultados obtenidos en campañas de exploración geotécnica. La teoría de campos aleatorios es el marco teórico de referencia. El modelado de la variabilidad espacial está basado en las funciones de autocorrelación estandarizadas, vertical y horizontal, ajustadas a un modelo exponencial. Estas funciones se integran para representar la dependencia lineal de las propiedades del medio en tres dimensiones. Para la estimación y simulación condicional se emplean los datos recabados mediante sondeos verticales durante la campaña de exploración geotécnica, y el programa arroja únicamente perfiles verticales de las variables estudiadas. La técnica empleada para la estimación es la *estimación lineal multivariable* (o *kriging simple*) descrita en el Anexo 2, inciso A2.4.3 y para la simulación el método descrito en el Anexo 2, inciso A2.5.2. El análisis permite obtener cortes virtuales estimados y simulados combinando varios perfiles virtuales.

GSLIB (Geostatistical Software Library), desarrollado en la Universidad de Standford (Deutsh, 1992). El programa está compuesto por varios módulos de los cuáles se emplearon los siguientes: gamv2 se usa para obtener el modelo de correlación de la variable en estudio mediante la obtención del correlograma, okb2d se emplea para estimación y determinación del error de estimación, emplea la técnica de estimación basada en el *Kriging ordinario* (Anexo 2, inciso A2.4.4) y el lusim que sirve para realizar simulación condicional por un método similar al del Anexo 2, inciso A2.5.2.

MESCAL (Medición, Estimación y Simulación de Campos Aleatorios) desarrollado en Visual Basic (Juárez y Auvinet, 2000). Este paquete permite realizar interpolaciones lineales, calcular la autocovarianza y el coeficiente de autocorrelación así como la correlación cruzada de las variables en estudio. Puede usarse para el pre-procesamiento de los datos con vista al uso del SAAG.

2DGeo desarrollado en Visual Basic (Bonnet, 2002). Permite determinar la función de autocorrelación estandarizada para realizar estimación y simulación de un campo aleatorio. Constituye una alternativa al SAAG para problemas bidimensionales.



## CAPÍTULO 4

### ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO DEL PREDIO EN ESTUDIO

#### 4.1 INFORMACIÓN DISPONIBLE

##### 4.1.1 Sondeos geotécnicos

Para el estudio geotécnico del predio se realizaron 136 sondeos tipo pozo a cielo abierto (PCA), ubicados en forma aleatoria con base en el criterio propuesto de muestreo estadístico aleatorio (Rico y Del Castillo, 1977), por lo que la separación entre sondeos no es equidistante, ni su ubicación adopta alguno de los criterios usuales en otros tipos de planes de muestreo. Por limitaciones económicas y de tiempo no fue posible procesar en el laboratorio a la totalidad de las muestras. Para el análisis geoestadístico se emplearon únicamente las propiedades del suelo de 81 sondeos, procurando cubrir la mayor área posible del predio en estudio. La distribución de los 81 sondeos se muestra en la Figura 4.1.

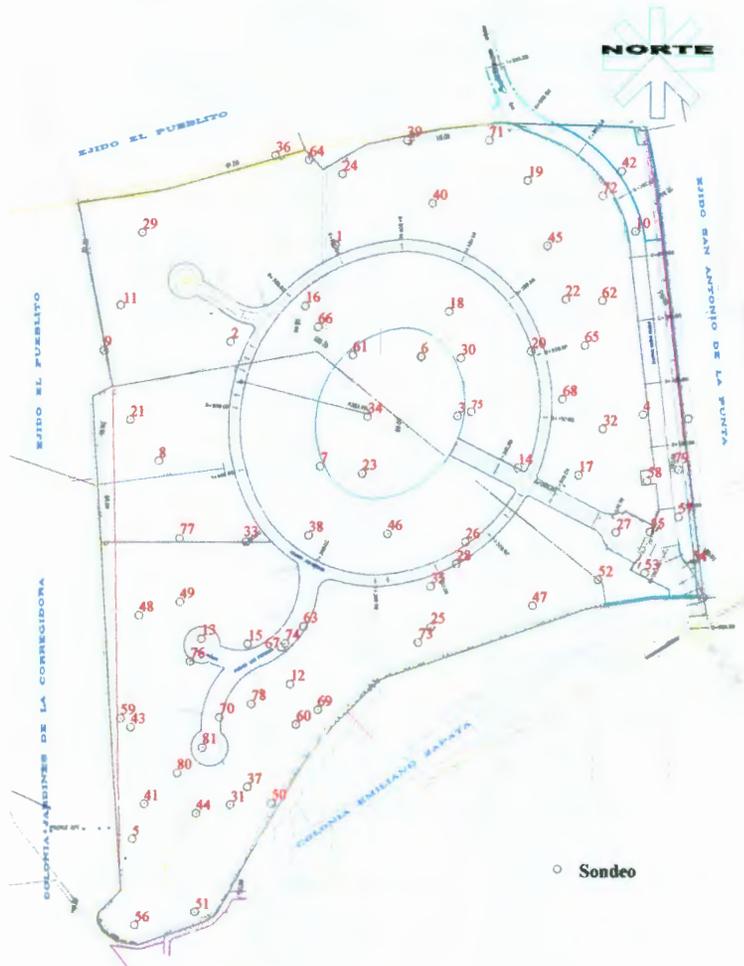


Figura 4.1 Ubicación de sondeos

La profundidad de exploración de los sondeos varía entre 2.0 a 4.7 m, procurando siempre traspasar el espesor del estrato de arcilla negra potencialmente expansiva.

#### **4.1.2 Propiedades índice**

En la Mecánica de Suelos, las propiedades índice son frecuentemente empleadas para inferir el comportamiento del suelo, ya que son propiedades fáciles de medir en los suelos tanto en el campo como en laboratorio. Las propiedades índice que se analizan en este trabajo con el método geoestadístico son el contenido de agua, el peso específico seco, el grado de saturación y el índice plástico, puesto que, como se mencionó anteriormente, estas propiedades son las que ayudan a determinar el potencial expansivo del suelo.

#### **4.1.3 Propiedades mecánicas**

En suelos parcialmente saturados, potencialmente expansivos, la resistencia al esfuerzo cortante no es generalmente una propiedad que represente problema en el diseño de cimentaciones. En su caso, las propiedades mecánicas relacionadas con el fenómeno de expansión y que conviene determinar son el porcentaje de expansión y la presión de expansión. El procedimiento empleado para los ensayos realizados en este estudio es el de W. G. Holtz (1970), citado por Chen (1987). Este procedimiento consiste básicamente en aplicar una pequeña carga a la muestra, posteriormente se procede a saturarla y se permite la expansión de la misma, una vez desarrollada ésta última se inicia el proceso de carga hasta llevar a la muestra a la altura o volumen inicial, finalmente se determina el porcentaje de expansión así como la presión necesaria para regresar la muestra a su altura inicial, conocida como presión de expansión.

#### **4.1.4 Características y limitaciones de la información disponible**

El muestreo realizado fue de tipo integral, consistiendo básicamente en la obtención de muestras alteradas integrales por cada 0.50 m de espesor y en los cambios de estrato, hasta alcanzar la profundidad de exploración en cada uno de los pozos a cielo abierto. Este tipo de muestreo implica que para profundidad de 0.50 m la muestra integral queda conformada por el suelo que se encuentra entre 0.00 m y 0.50 m de profundidad, es decir que las muestras no son puntuales. A fin de trabajar con datos puntuales, los valores de las propiedades de las muestras integrales se asignaron a las profundidades medias de los espesores de las muestras. Otro criterio adoptado es que en las fronteras tanto superior como inferior del sondeo, se asignan los valores medios más próximos de la propiedad en estudio.

El muestreo de tipo integral presenta ciertas limitaciones puesto que los datos sobre las propiedades del suelo se consideran como un promedio espacial de dichas propiedades correspondientes a cada espesor de suelo muestreado, lo cual conduce a una reducción de varianza (Anexo 2).

Una dificultad encontrada para el procesamiento geoestadístico de los datos es que la profundidad de los sondeos no es uniforme, ya que éstos se efectuaron hasta la profundidad en la que se detecta el cambio de estrato, arcilla negra, por tanto, las profundidades de los sondeos varía entre, 2.0 m y 4.7 m.

En los sondeos realizados se extrajeron muestras inalteradas para evaluar las propiedades mecánicas. Se sabe que para caracterizar un suelo expansivo son varias las propiedades que hay que tomar en cuenta. Sin embargo se debe dar mayor importancia a aquellas que rigen el comportamiento mecánico del suelo, es decir en este caso el porcentaje de expansión y la presión de expansión. El número de ensayos de expansión realizados fue de 18, que para fines de evaluación del potencial expansivo se redujo a nueve, ya que varios de los ensayos realizados correspondieron a otro tipo de suelos que no presentaron un comportamiento expansivo, básicamente arcillas de baja compresibilidad y arenas limosas.

Los ensayos de expansión en el consolidómetro, son indudablemente la mejor forma de caracterizar a los suelos expansivos. Con ellos se trata de reproducir, en la medida de lo posible, el fenómeno de expansión que se presenta in situ y que a su vez puede ser complementado con otras propiedades, índice. Sin embargo, en este estudio el número de ensayos de expansión es una limitante ya que sólo se realizaron nueve ensayos de este tipo. Por tanto, para poder determinar el potencial expansivo del suelo se empleó la información disponible, que consiste básicamente en propiedades índice, seleccionadas bajo el respaldo de investigaciones en donde se muestra la correlación existente entre el potencial expansivo y estas propiedades.

Para determinar la resistencia al esfuerzo cortante se realizaron nueve ensayos triaxiales (UU) no consolidados no drenados, Anexo 6. Como ya se mencionó, la resistencia al esfuerzo cortante en suelos expansivos generalmente no representa un problema en el diseño de cimentaciones.

La ubicación aleatoria de los sondeos puede considerarse como una limitante para la elaboración de cortes estratigráficos tradicionales, puesto que los sondeos no quedan alineados con los ejes de corte definidos.

## **4.2 CARACTERIZACIÓN ESTRATIGRÁFICA DE SONDEOS**

La caracterización estratigráfica de sondeos tiene como principal finalidad conocer la secuencia estratigráfica del subsuelo considerando varios aspectos, tales como:

- Obtención de muestras de los diferentes estratos del subsuelo.
- Determinar el espesor de cada capa o estrato.
- Determinar la profundidad del nivel de aguas freáticas.
- Determinar las principales propiedades índice de cada estrato.
- Realizar la clasificación del suelo de cada estrato.
- Determinar las propiedades mecánicas.
- Establecer si los estratos son aptos para cimentarse sobre ellos.

En general, el subsuelo del predio se caracteriza por estar conformado por un estrato de arcilla negra (CH) cuyo espesor varía entre 0.0 m y 3.5 m, subyacen a este estrato intercalaciones de limo café de alta compresibilidad (MH), arcilla café de baja compresibilidad (CL) y ocasionalmente arenas limosas con espesores mínimos. Por tanto, no es posible adoptar un modelo estratigráfico general.

### 4.3 CORTES ESTRATIGRÁFICOS TRADICIONALES

Con el propósito de conocer la distribución horizontal de los estratos típicos del subsuelo, dentro del predio, se elaboraron varios cortes estratigráficos tradicionales. En la Figura 4.2 se muestra la localización de los cortes y en la Figura 4.3, se presentan únicamente tres cortes.

Los ocho cortes tradicionales transversales elaborados en este estudio, permitieron observar la heterogeneidad del subsuelo en cuanto a la configuración estratigráfica.

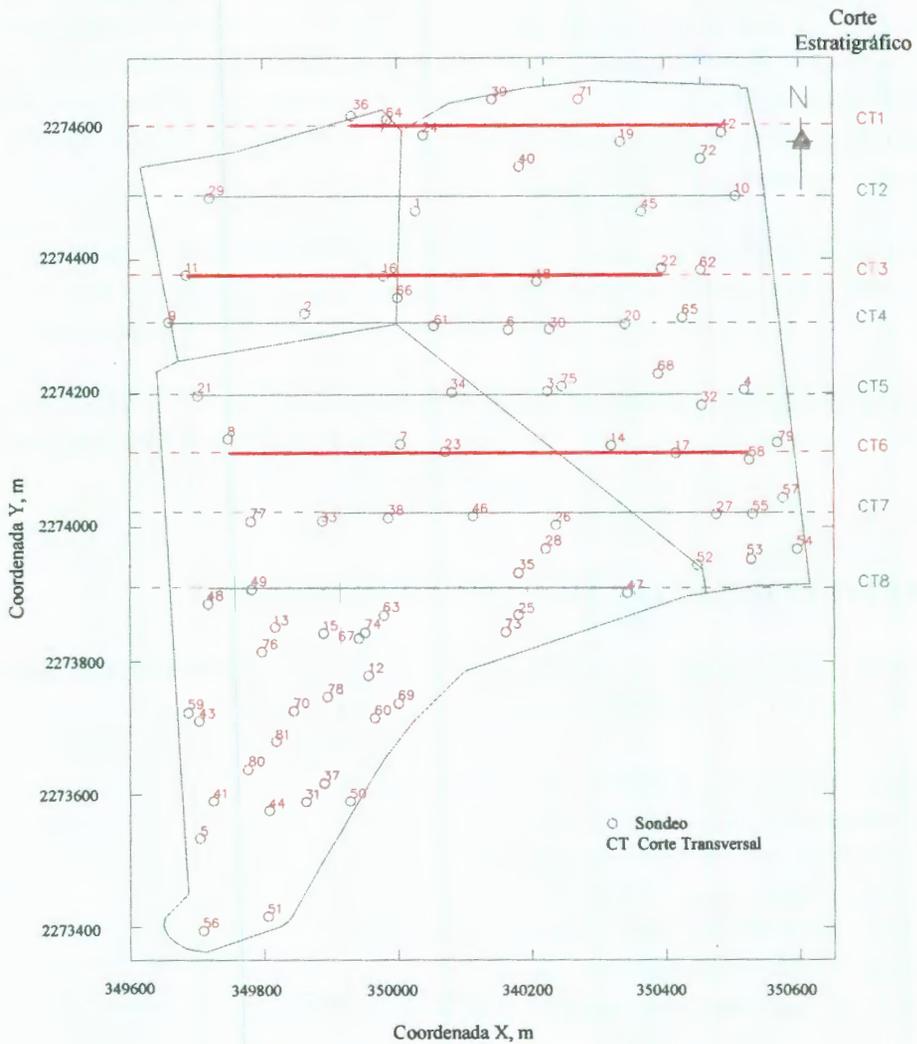
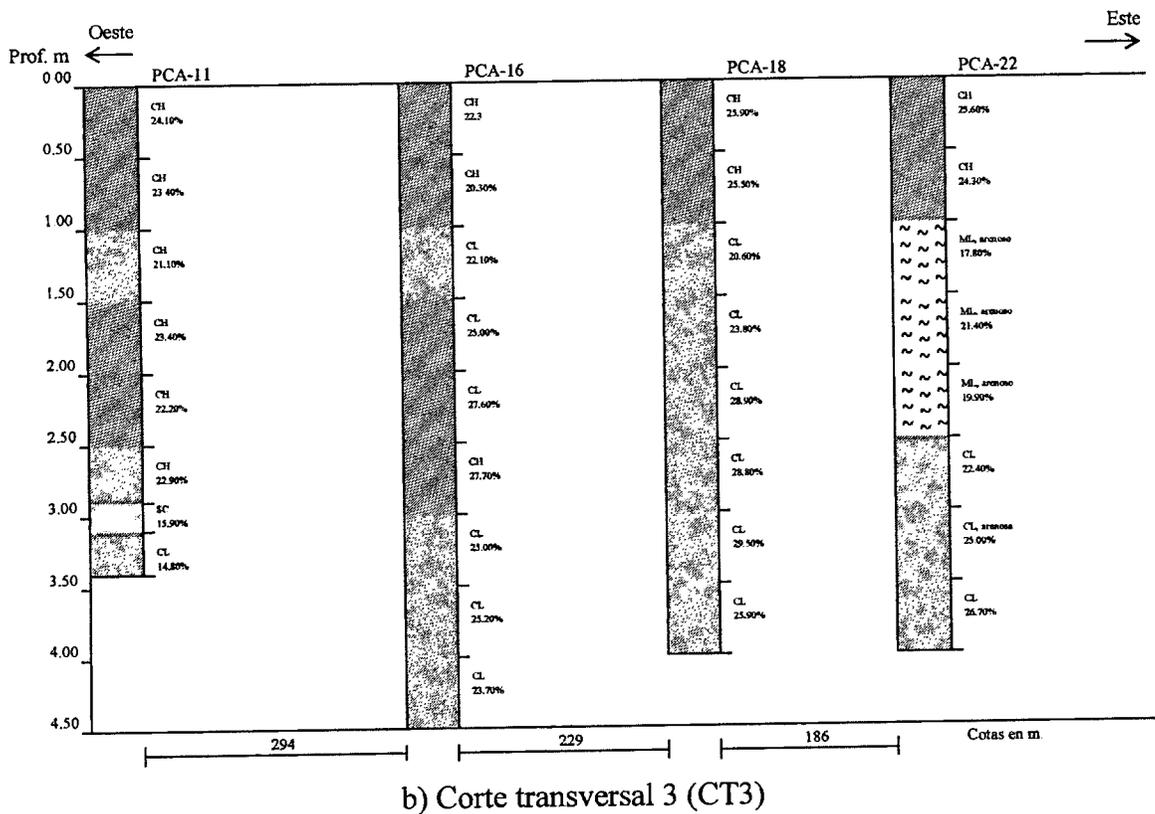
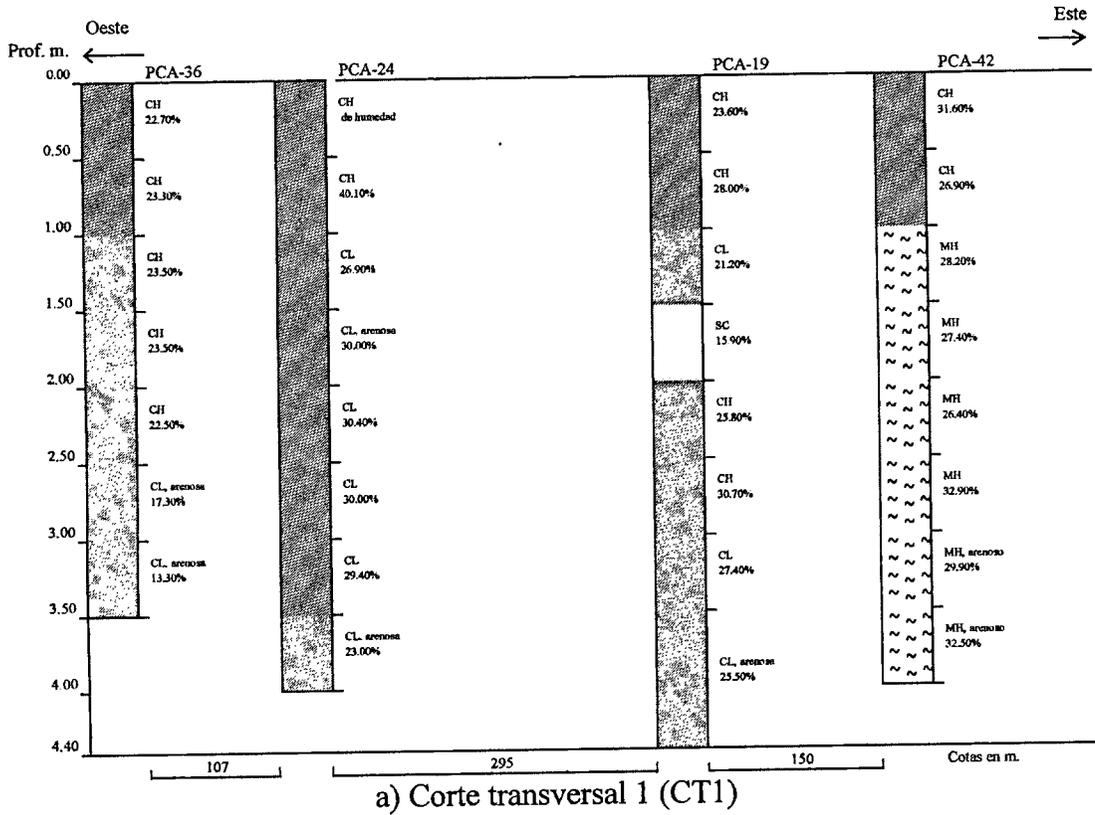
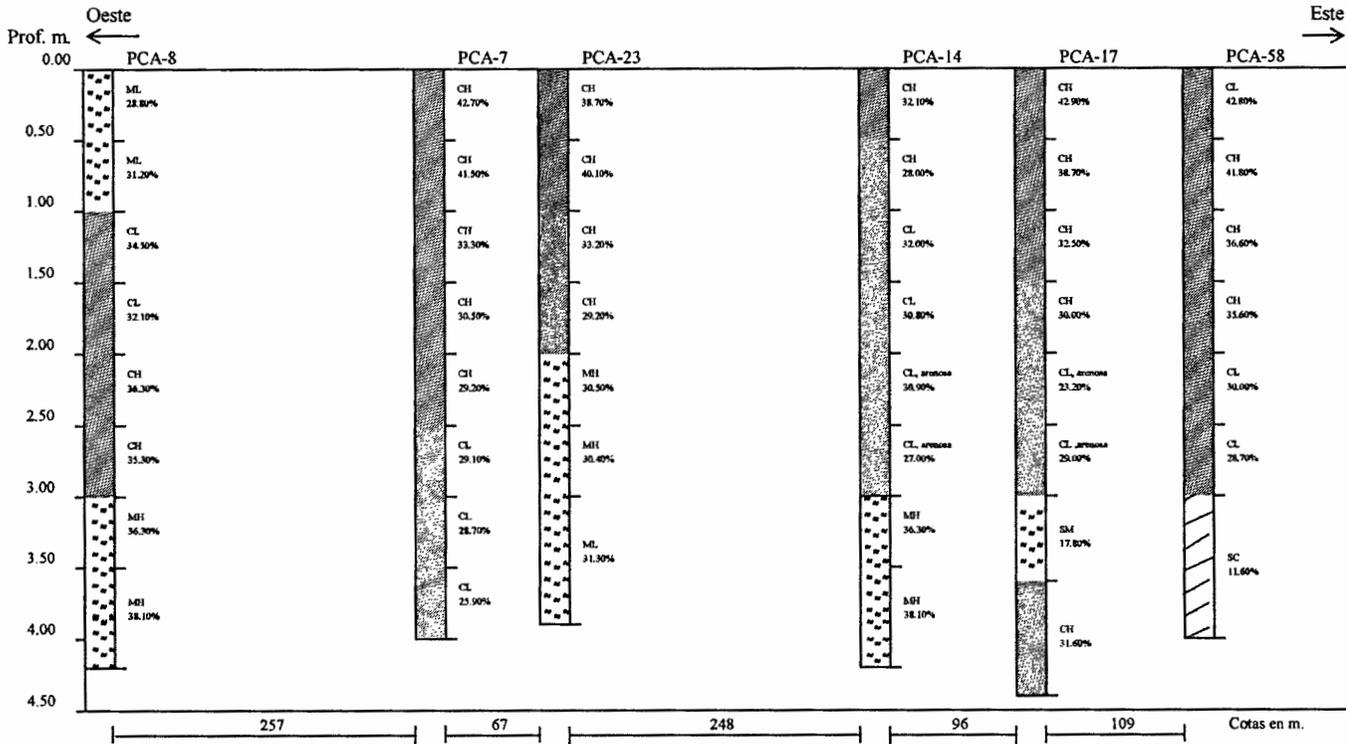


Figura 4.2 Localización de cortes tradicionales





a) Corte transversal 6 (CT6)

Figura 4.3 Cortes estratigráficos tradicionales

#### 4.4 ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DEL SUBSUELO

En este trabajo, se realiza un estudio geoestadístico sobre la distribución espacial del potencial de expansión del subsuelo dentro del predio, con base en las propiedades índice relacionadas con la expansión. Para ello, en este apartado se realiza un análisis geoestadístico del espesor del estrato de arcilla negra potencialmente expansiva y se presenta el análisis geoestadístico del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación del suelo. Para tal fin, la metodología empleada en el análisis de cada una de las propiedades es la presentada en el apartado 3.2.3.6.

##### 4.4.1 Análisis geoestadístico del espesor de la capa de arcilla potencialmente expansiva

Como es conocido, de acuerdo con la zonificación geotécnica de Querétaro y área metropolitana, la zona que corresponde al Valle de Querétaro o ex lago se caracteriza por estar conformada por espesores de arcilla potencialmente expansiva intercalada con estratos de limo y arena. El estrato de arcilla es de interés geotécnico debido a sus características expansivas a considerar para el análisis de la propuesta de cimentación. La configuración de este estrato contribuye también a evaluar las zonas en donde puede presentarse mayor riesgo por expansión en el predio.

4.4.1.1 Definición del campo aleatorio

El espesor del estrato arcilloso representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El área aproximada es de 84.6 ha.

Para el análisis de este campo aleatorio se consideraron 79 sondeos cuya distribución se muestra en la Figura 4.4. Los sondeos empleados están georeferidos en el sistema de referencia geográfico UTM.

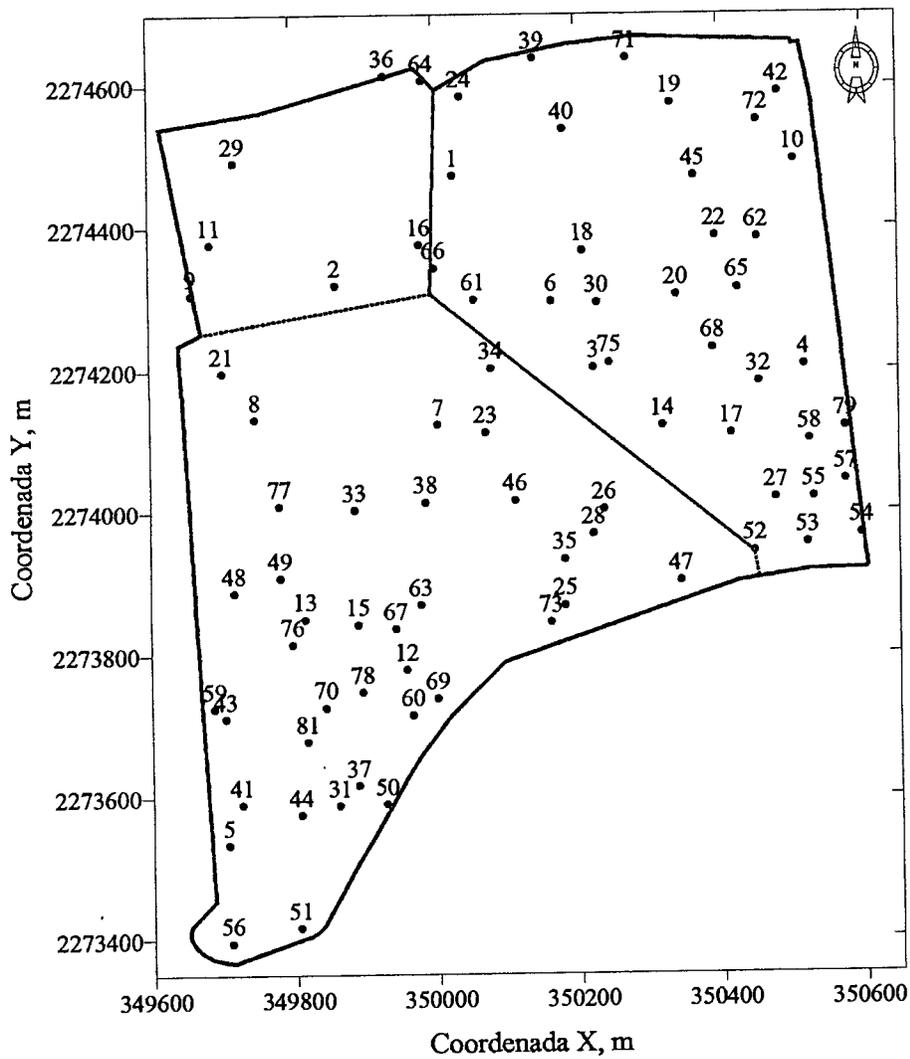


Figura 4.4 Localización de sondeos considerados para la estimación del espesor del estrato de arcilla

Los datos del espesor del estrato de arcilla negra se presentan en la Tabla 4.1 y corresponden a los sondeos que se presentan en la Figura 4.4.

Tabla 4.1 Espesores del estrato de arcilla negra

Sondeo	X	Y	Espesor m	Sondeo	X	Y	Espesor m
1	350028	2274472	3.50	41	349724	2273590	0.80
2	349862	2274319	3.00	42	350484	2274589	0.00
3	350223	2274203	2.00	43	349703	2273711	1.00
4	350518	2274205	2.00	44	349807	2273575	0.00
5	349705	2273533	0.00	45	350366	2274470	1.00
6	350165	2274296	1.50	46	350112	2274016	0.00
7	350004	2274123	2.50	47	350343	2273902	1.50
8	349747	2274132	0.00	48	349716	2273887	1.50
9	349660	2274306	1.00	49	349781	2273908	0.00
10	350506	2274493	1.00	50	349928	2273590	0.00
11	349686	2274377	2.50	51	349805	2273416	0.00
12	349957	2273779	1.00	52	350447	2273943	0.00
13	349815	2273850	1.00	53	350521	2273954	0.00
14	350319	2274121	0.50	54	350596	2273967	1.00
15	349889	2273842	1.00	55	350530	2274019	0.00
16	349980	2274376	1.00	56	349709	2273395	0.00
17	350416	2274109	2.00	57	350575	2274043	2.50
18	350209	2274367	1.00	58	350525	2274100	2.00
19	350334	2274574	1.00	59	349687	2273725	1.00
20	350340	2274304	2.00	60	349966	2273715	0.50
21	349702	2274197	1.50	61	350056	2274298	1.00
22	350395	2274386	1.00	62	350453	2274384	3.00
23	350071	2274112	1.00	63	349978	2273869	0.50
24	350039	2274585	1.00	64	349986	2274607	1.00
25	350181	2273868	0.00	65	350426	2274314	1.00
26	350236	2274003	1.00	66	350001	2274343	2.00
27	350476	2274018	2.00	67	349943	2273837	1.00
28	350221	2273968	0.50	68	350390	2274229	1.00
29	349720	2274491	0.40	69	350001	2273738	0.50
30	350228	2274294	2.50	70	349844	2273727	1.50
31	349862	2273589	0.00	71	350273	2274638	2.50
32	350454	2274182	1.00	72	350454	2274550	3.50
33	349886	2274003	2.00	73	350160	2273845	0.50
34	350079	2274202	1.50	75	350245	2274210	1.00
35	350181	2273932	1.50	76	349797	2273815	1.50
36	349933	2274614	1.00	77	349780	2274009	1.00
37	349889	2273617	0.60	78	349895	2273748	1.00
38	349986	2274014	0.00	79	350575	2274118	2.00
39	350143	2274638	2.00	81	349817	2273679	2.00
40	350183	2274538	0.90				

#### 4.4.1.2 Análisis estadístico

El análisis estadístico de este campo se aplica a los valores que se presentan en la Tabla 4.1, donde se indican las coordenadas de cada uno de los sondeos así como los espesores del estrato de arcilla negra.

Los principales parámetros estadísticos que se presentan en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Parámetros estadísticos del espesor del estrato de arcilla negra

Parámetros estadísticos <sup>a</sup>	
No. datos	79
Valor mínimo	0.00
Valor máximo	3.50
Rango	3.50
Media	1.15
Mediana	1.00
Moda	1.00
Desviación estándar	0.88
Varianza	0.77
Coefficiente de variación	0.76

Asimismo, se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante el histograma y polígono de frecuencias, Figura 4.5.

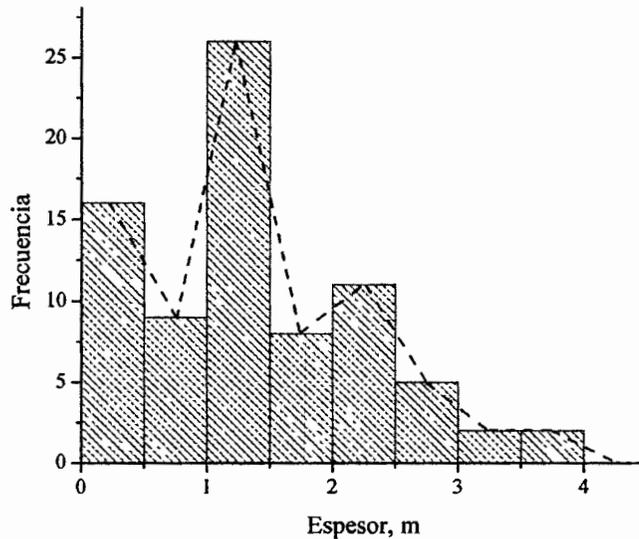


Figura 4.5 Histograma y polígono de frecuencias del espesor del estrato de arcilla negra

La estadística descriptiva muestra una distribución del espesor del estrato de arcilla con una clara tendencia de los datos hacia el valor medio de 1.15 m, lo que se puede observar en el histograma. Por

otra parte, el espesor máximo es de 3.50 m, la desviación estándar es de 0.88 m lo cual implica un coeficiente de variación de 0.76.

#### 4.4.1.3 Análisis estructural

##### Análisis de tendencia

Se realiza un análisis de regresión para determinar la tendencia general del campo aleatorio. Esta tendencia se define mediante la ecuación del plano que mejor se ajusta (en el sentido de los mínimos cuadrados) a los datos del espesor del estrato de arcilla. La ecuación que se obtiene es:

$$\text{Espesor} = 0.00011x + 0.0012y - 2672.79$$

donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas de los puntos del predio.

Con el análisis de regresión es posible representar la tendencia del campo aleatorio mediante un plano de regresión lineal, Figura 4.6.

De acuerdo con el plano de regresión, se observa que existe una marcada tendencia negativa en la dirección Norte-Sur, es decir los espesores del estrato arcilloso tienden a ser mayores hacia la parte norte del área en estudio; esto se corrobora al tener en esta zona los sondeos más profundos.

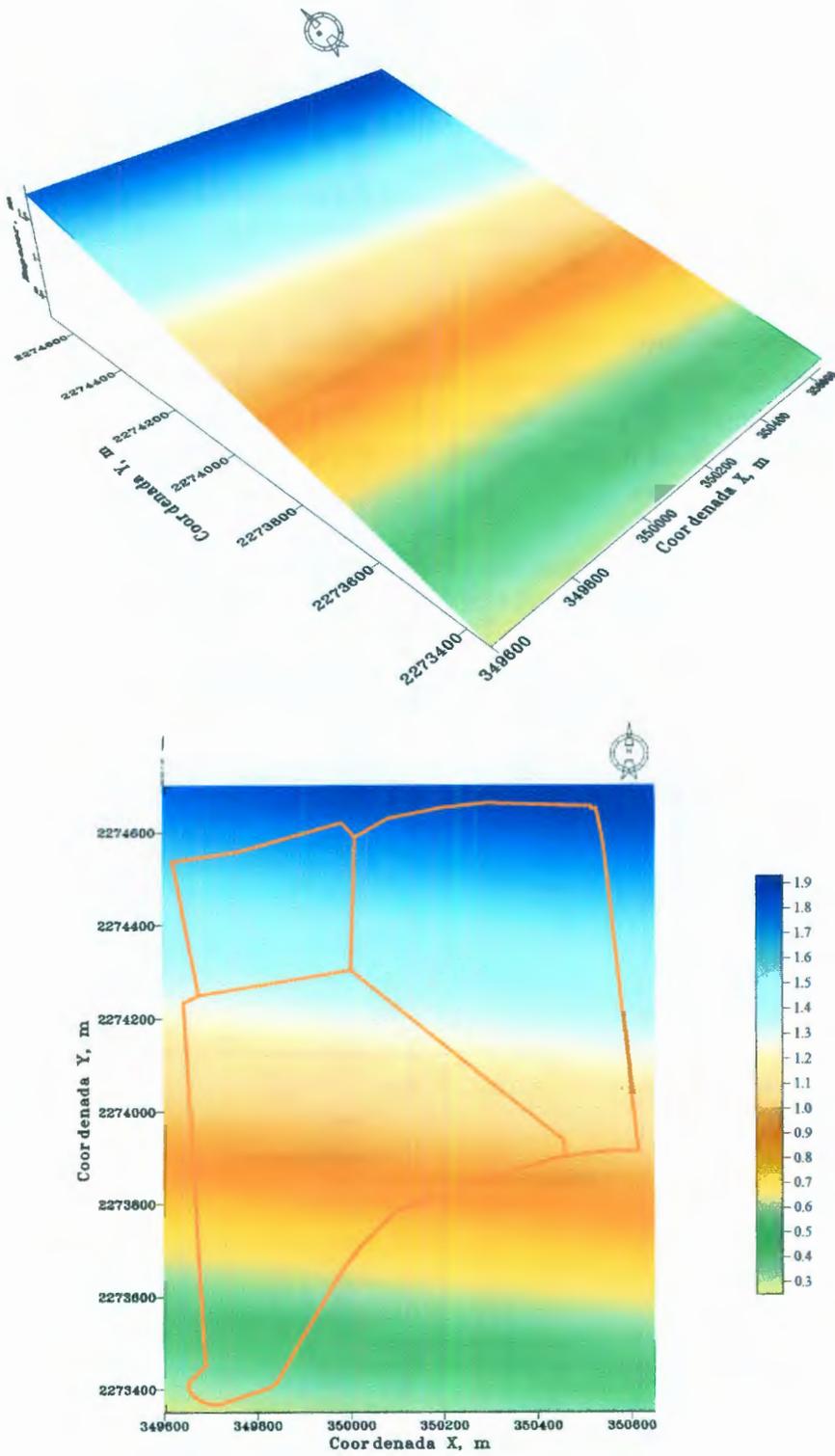


Figura 4.6 Plano de tendencia del espesor del estrato de arcilla

### Funciones de variabilidad espacial

Una función de correlación es un modelo cuantitativo de similitud del espesor del estrato de arcilla superficial de un sondeo con respecto a otro, que se grafica para una determinada dirección o sentido.

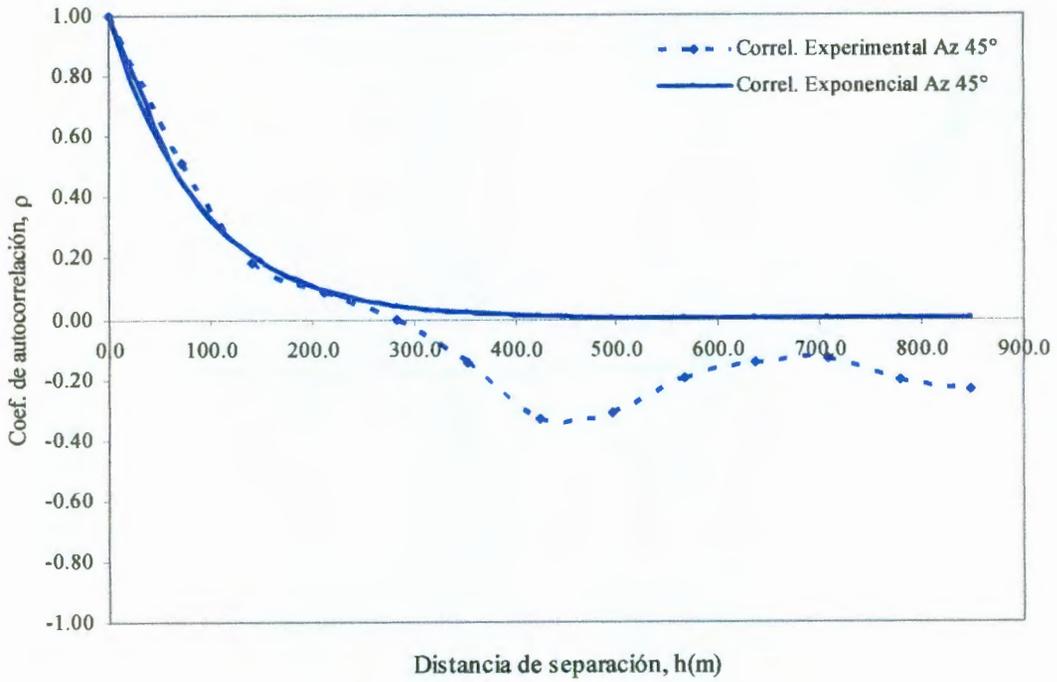
Para el análisis estructural se convirtió el campo aleatorio no estacionario a estacionario. Esto se logró eliminando la tendencia del campo original, obteniendo así un campo aleatorio estacionario en cuanto a la media, es decir sin tendencia.

Las funciones de autocorrelación direccionales se estiman en las cuatro direcciones principales, definidas de la manera siguiente:  $\alpha_1 = \text{Azimut } 0^\circ$  (dirección N-S),  $\alpha_2 = \text{Azimut } 45^\circ$  (dirección NE-SW),  $\alpha_3 = \text{Azimut } 90^\circ$  (dirección E-W) y  $\alpha_4 = \text{Azimut } 135^\circ$  (dirección NW-SE); con un paso de cálculo,  $\Delta h = 50 \text{ m}$  y con una tolerancia de ancho de banda de 25 m. Estas direcciones son suficientes para el análisis de todo el campo aleatorio.

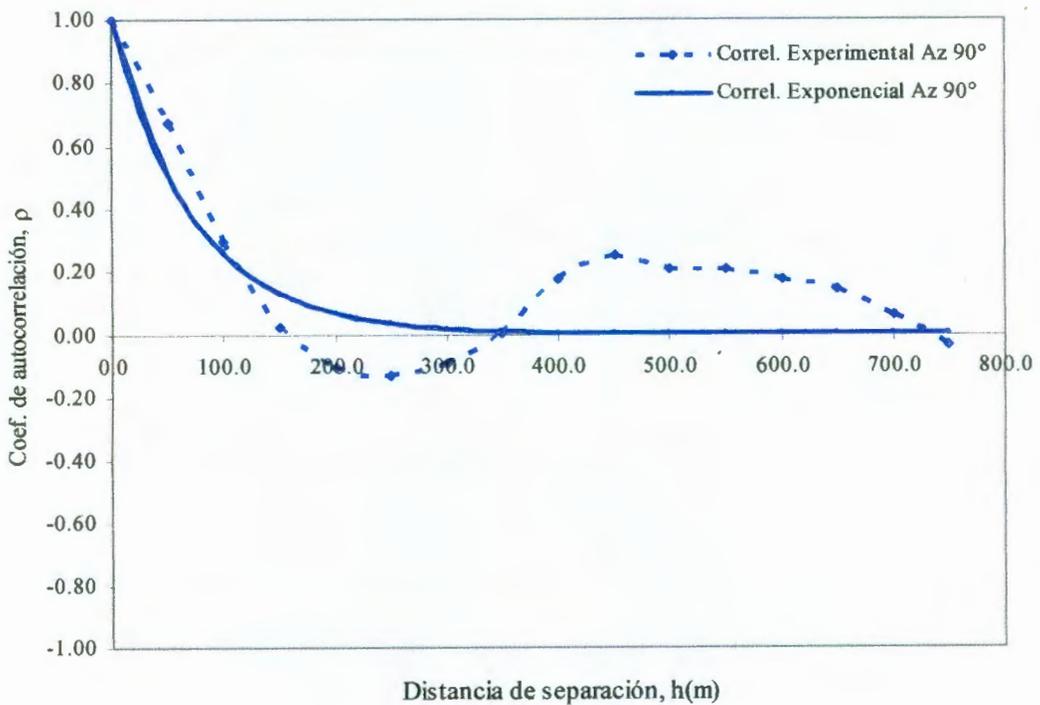
Con estos datos se estiman los correlogramas en las cuatro direcciones principales, éstos se obtienen con el programa gamv2.exe del software GSLIB (Deutsch, 1992). Los correlogramas obtenidos se muestran en la Figura 4.7.



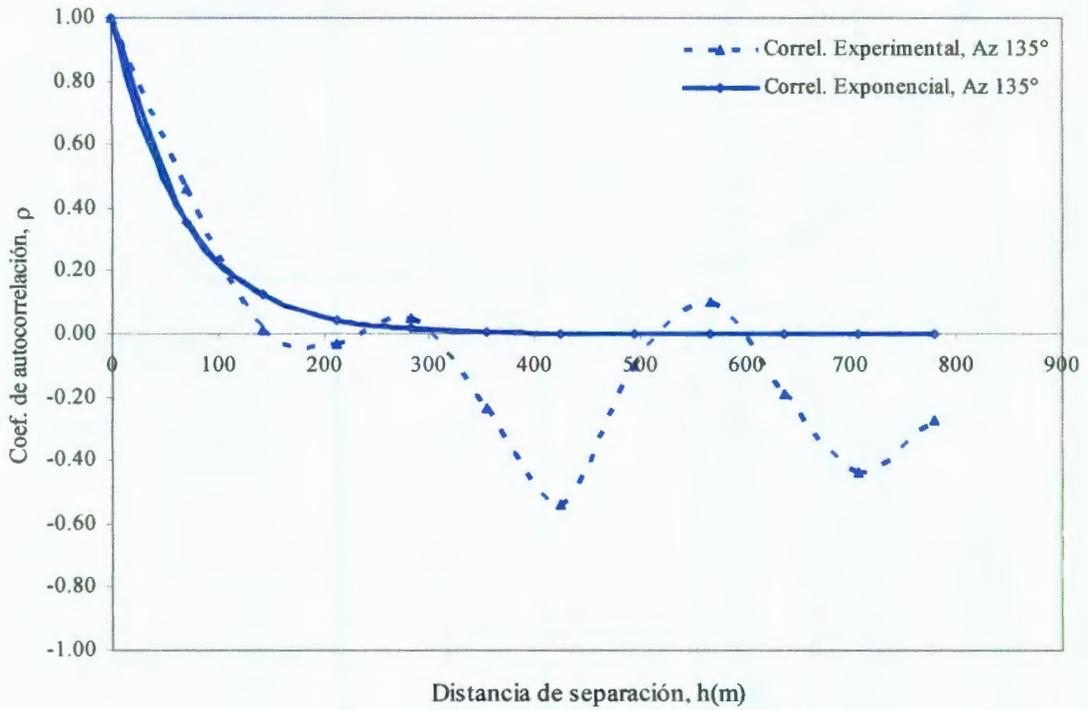
a) Correlograma dirección Az = 0°



b) Correlograma dirección  $Az = 45^\circ$



c) Correlograma dirección  $Az = 90^\circ$



d) Correlograma dirección Az = 135°

Figura 4.7 Correlogramas direccionales del espesor del estrato de arcilla

Las funciones de autocorrelación se ajustan a una función exponencial, obteniendo de esta forma el modelo de autocorrelación para las cuatro direcciones principales. El modelo exponencial no es el único que puede ajustarse a los resultados, y seguramente sería posible encontrar funciones con mejor calidad de ajuste para cada caso. Sin embargo recurrir a un modelo único presenta la gran ventaja de la sencillez. Se sabe además que el tipo de modelo tiene poca incidencia sobre los resultados de las estimaciones o simulaciones siempre que conserve los rasgos principales del correlograma.

Distancias de influencia

Las distancias de influencia o correlación se estiman a partir de las funciones de los correlogramas. Los valores de las distancias se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Distancias de influencia o correlación para el espesor del estrato de arcilla

Dirección (grados)	Distancia de influencia (m)
Az = 0°	140
Az = 45°	180
Az = 90°	148
Az = 135°	136

De acuerdo a las distancias obtenidas podría pensarse que para esta propiedad no hay anisotropía, es decir la variación de las distancias de influencia es mínima. La mayor distancia de correlación se presenta en la dirección NE-SW; no obstante para efectos de estimación se trabaja con la distancia de correlación menor, dado que es aquella en donde la correlación entre los datos obtenidos cambia más rápido. Por lo tanto, se tomará como dirección preferencial la E-W, la elipse de anisotropía se presenta en la Figura 4.8.

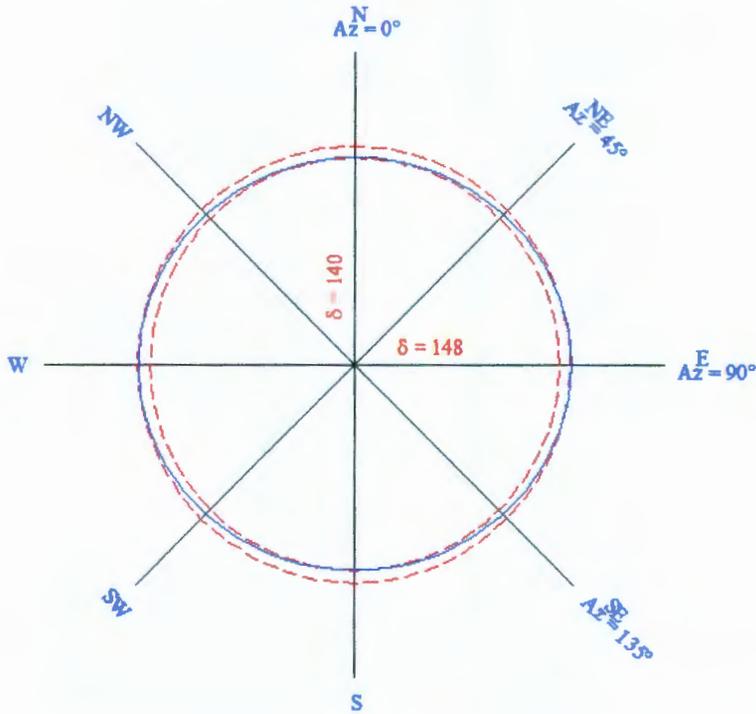


Figura 4.8 Elipse de anisotropía de las funciones de autocorrelación direccionales para el espesor del estrato de arcilla negra

En la Figura 4.8 se observa, que para la dirección E-W, la elipse de anisotropía definida por las distancias de correlación es prácticamente un círculo. Por tanto, puede decirse que el campo es prácticamente isótropo.

#### 4.4.1.4 Estimación

La estimación del campo aleatorio se realiza considerando los datos del campo estacionario y posteriormente al campo resultante se le regresa la tendencia eliminada con anterioridad. Como primer paso a partir de los datos sin tendencia y de la correlación espacial, se estiman valores puntuales de la variable de interés mediante la técnica del kriging.

Para la estimación del campo sin tendencia se consideran los parámetros siguientes:

Coordenadas de los puntos que definen el área de estimación:  $p_1(349600, 2273350)$ ;  $p_2(350650, 2274700)$

Número de puntos por estimar:

En dirección  $\alpha_1 = 0^\circ$  (eje, y) = 28

En dirección  $\alpha_2 = 90^\circ$  (eje x) = 22

Separación entre puntos = 50 m, en ambos sentidos

Definición de anisotropía estructural

Dirección de mayor distancia de correlación:  $\alpha_3 = 90^\circ$

Distancia de influencia:

En dirección  $\alpha_1 = 140$  m

En dirección  $\alpha_3 = 148$  m

Con estos datos se estiman los espesores del estrato de arcilla en los puntos que conforman la retícula propuesta, éstos se obtienen con el programa `okb2d.exe` del software GSLIB (Deutsh, 1992).

La estimación final del campo original se obtiene regresando la tendencia a los resultados de la estimación puntual.

#### 4.4.1.5 Mapeo

La interpretación de los resultados numéricos obtenidos de la estimación no es de ninguna manera sencilla, por lo que conviene recurrir a la técnica de mapeo y construir un mapa de contornos a partir de los valores puntuales estimados. Mediante este tipo de mapas puede apreciarse con mayor facilidad la distribución espacial del espesor del estrato de arcilla.

El resultado de la estimación también puede ser representado gráficamente mediante la construcción de una superficie tridimensional a partir de las estimaciones puntuales tomando el valor de la propiedad estimada como elevación, coordenada vertical, en cada punto.

En la Figura 4.9 se muestran ambas formas de representación de los datos estimados; se puede observar que el mapa de superficie nos da una idea más rápida de la configuración del espesor del estrato de arcilla en el área de estudio y a su vez puede ser complementada a detalle con el mapa de contornos que presenta las curvas de igual espesor del estrato de arcilla.

También se puede observar, Figura 4.9, que la distribución del espesor del estrato no es uniforme; se identifican claramente espesores mayores en la zona noreste y noroeste del predio. Por otra parte, la técnica del *kriging* permite calcular la incertidumbre de los datos estimados o error de estimación, definido con la desviación estándar del dato estimado. Los resultados del error de estimación se representan también con mapas de contorno y superficie.

De los mapas de error de estimación, Figura 4.10, se observan los valores más altos de desviación estándar (de 0.70 a 0.90 m) en la parte sureste del campo estimado, esto se debe a que esa zona queda fuera del área de estudio y por lo tanto en ella no se cuenta con información. No hay ambigüedad puesto que los límites de esta zona coinciden claramente con los del predio en estudio. Por otra parte, se pueden observar depresiones en el mapa de superficie que corresponden a valores de desviación estándar bajos (menores a 0.30 m), los cuales coinciden con las zonas donde se encuentran ubicados los sondeos, por lo tanto se verifica que el error de estimación es menor en el área de influencia próxima a los sondeos. Al aplicar el método de estimación condicional los valores originales no cambian y corresponden a los datos de los sondeos originales. Las zonas del predio con mayor desviación estándar (0.60 a 0.70 m) se pueden tomar en cuenta para proponer la realización de sondeos adicionales para mejorar la estimación.

Finalmente se puede ver la gran utilidad de este tipo de representación para la interpretación de los resultados.

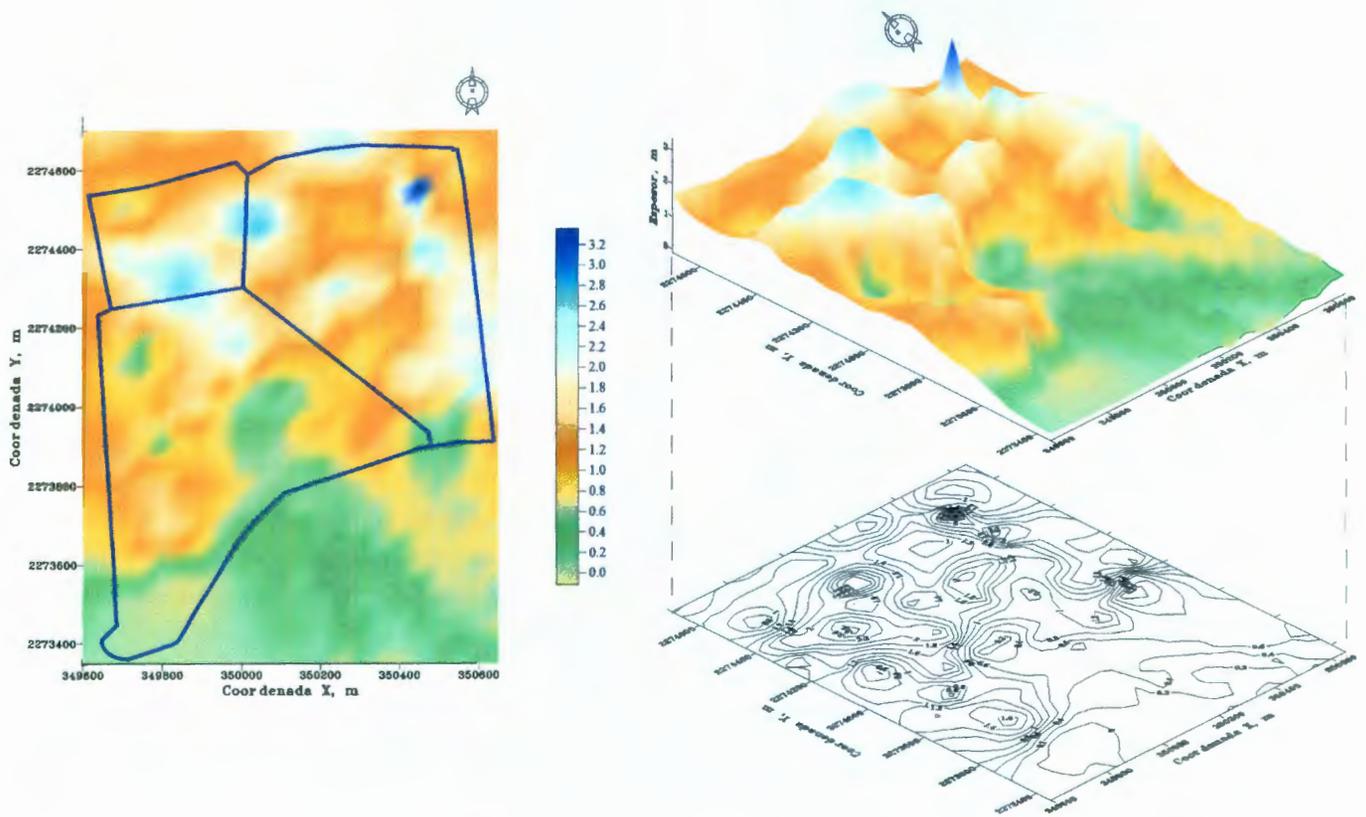


Figura 4.9 Mapa de contorno y superficie, estimación espesor del estrato de arcilla

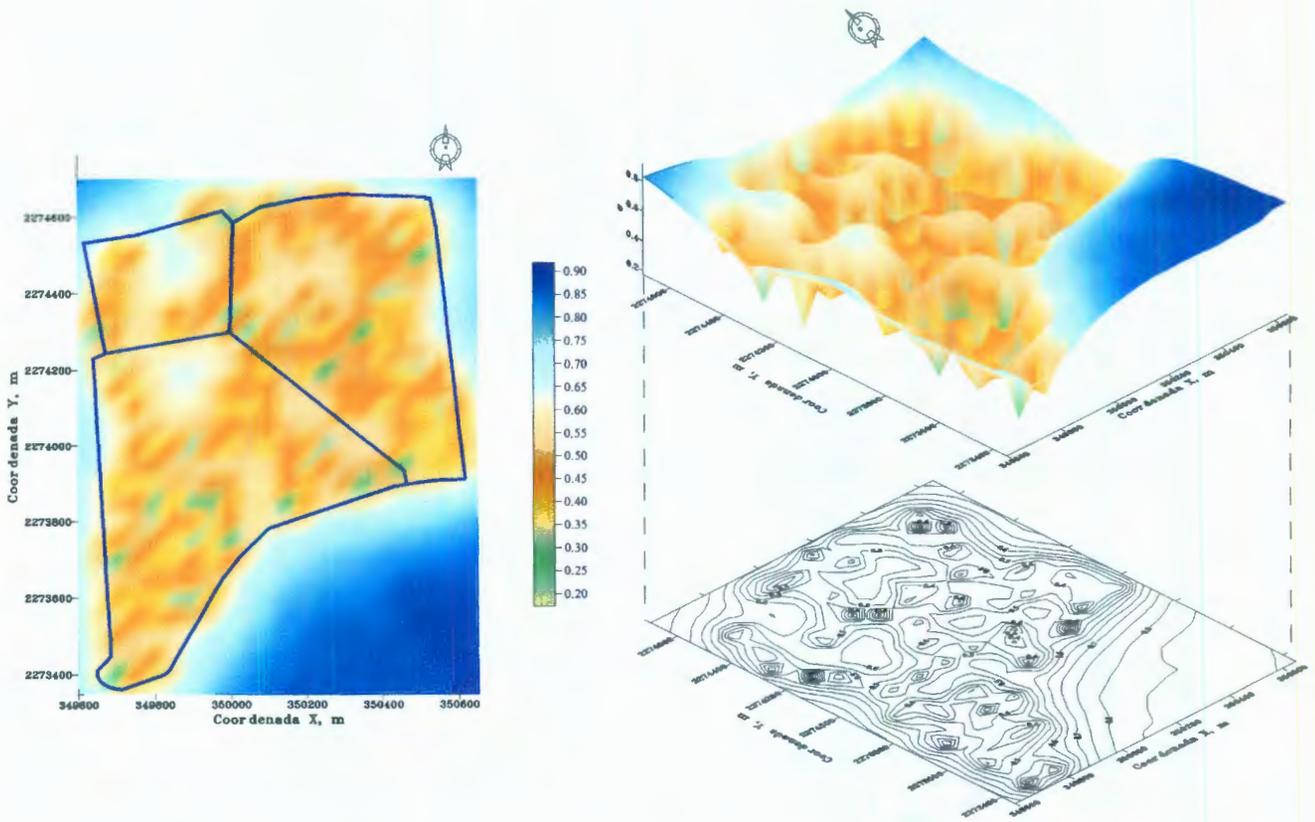


Figura 4.10 Mapa de contorno y superficie, desviación estándar de estimación del espesor del estrato de arcilla negra

#### 4.4.1.6 Simulación

La simulación condicional es un proceso por medio del cual se genera una posible configuración del campo aleatorio compatible con sus parámetros descriptivos y además con los datos disponibles. Se genera así una realización o imagen del campo que permite apreciar en particular valores extremos potencialmente problemáticos.

La simulación se usa cuando se pretende generar una o varias realizaciones que se parezcan a la realidad, es decir, que desplieguen el mismo tipo de variabilidad espacial observada en los datos y modelada por el correlograma. La premisa de la simulación es que todas las realizaciones generadas se muestrean respetando el modelo de función aleatoria adoptado y, en este sentido, cualquiera de ellas puede considerarse como una posible realidad.

Con el modelo de variación espacial obtenido del análisis estructural, del espesor del estrato de arcilla, se obtienen las simulaciones; para ello se emplea la misma retícula propuesta en la estimación y el cálculo se realiza con el programa lusim.exe del software GSLIB (Deutsh, 1992).

Por tanto, la técnica de simulación condicional permite determinar una realización de la posible configuración del estrato de arcilla en el predio, Figura 4.11. El proceso de simulación refleja básicamente las variaciones del espesor del estrato y permite observar como puede variar éste en un determinado número de simulaciones. Para este caso fueron realizadas 30 simulaciones sólo con fines académicos, Figuras 4.12 a 4.16. Las simulaciones obtenidas muestran la variabilidad de la propiedad en estudio y cada una de ellas representa una posible configuración del espesor del estrato de arcilla.

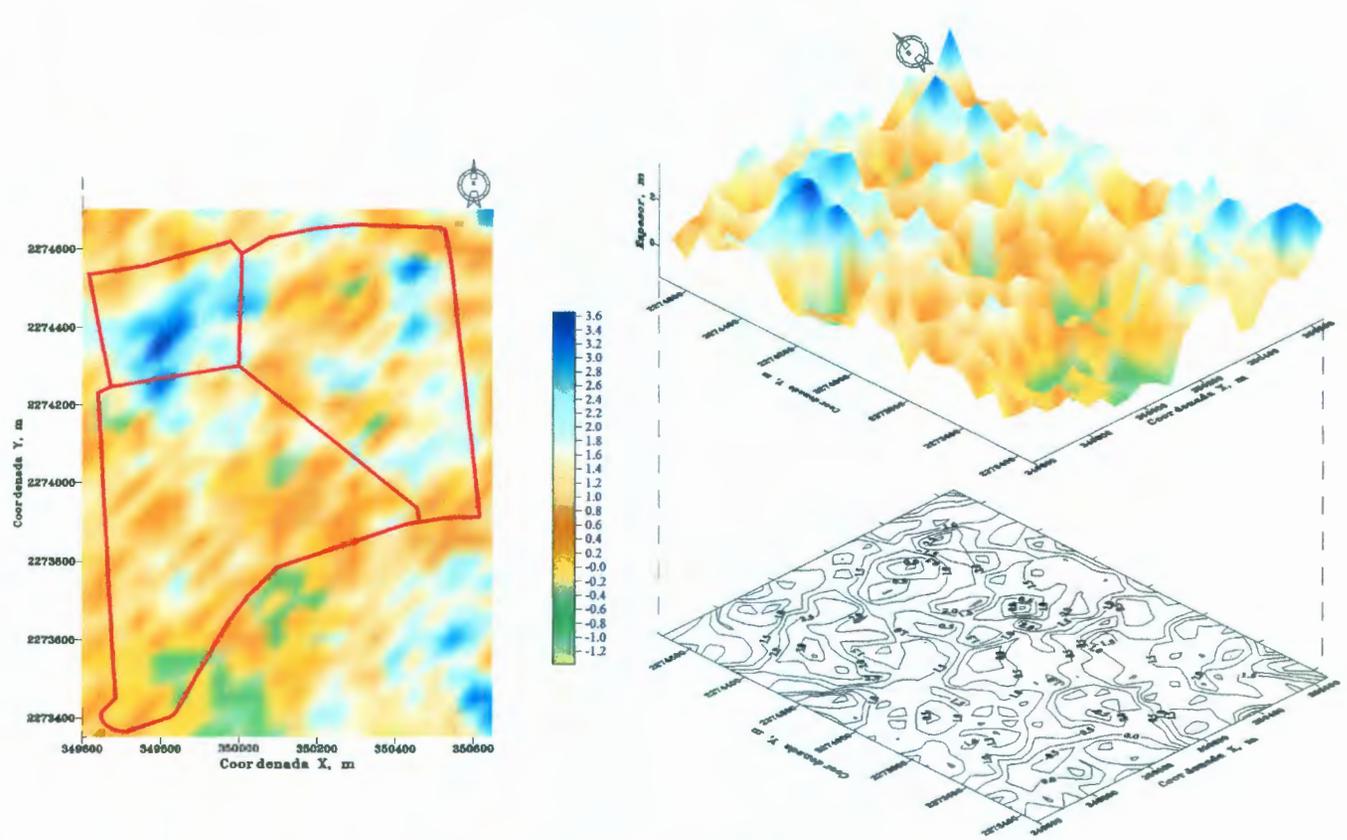


Figura 4.11 Simulación del espesor de estrato de arcilla

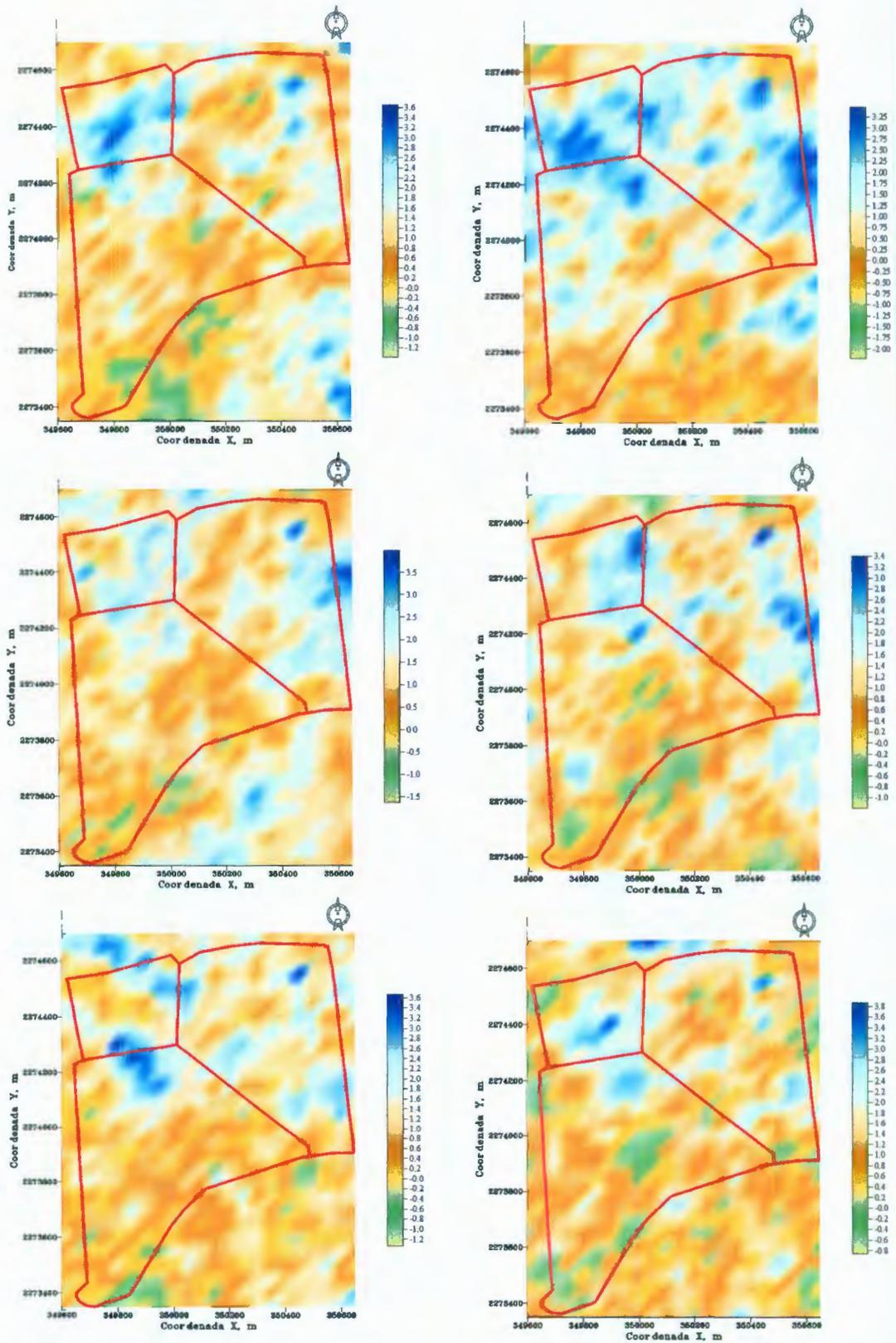


Figura 4.12 Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (1-6)

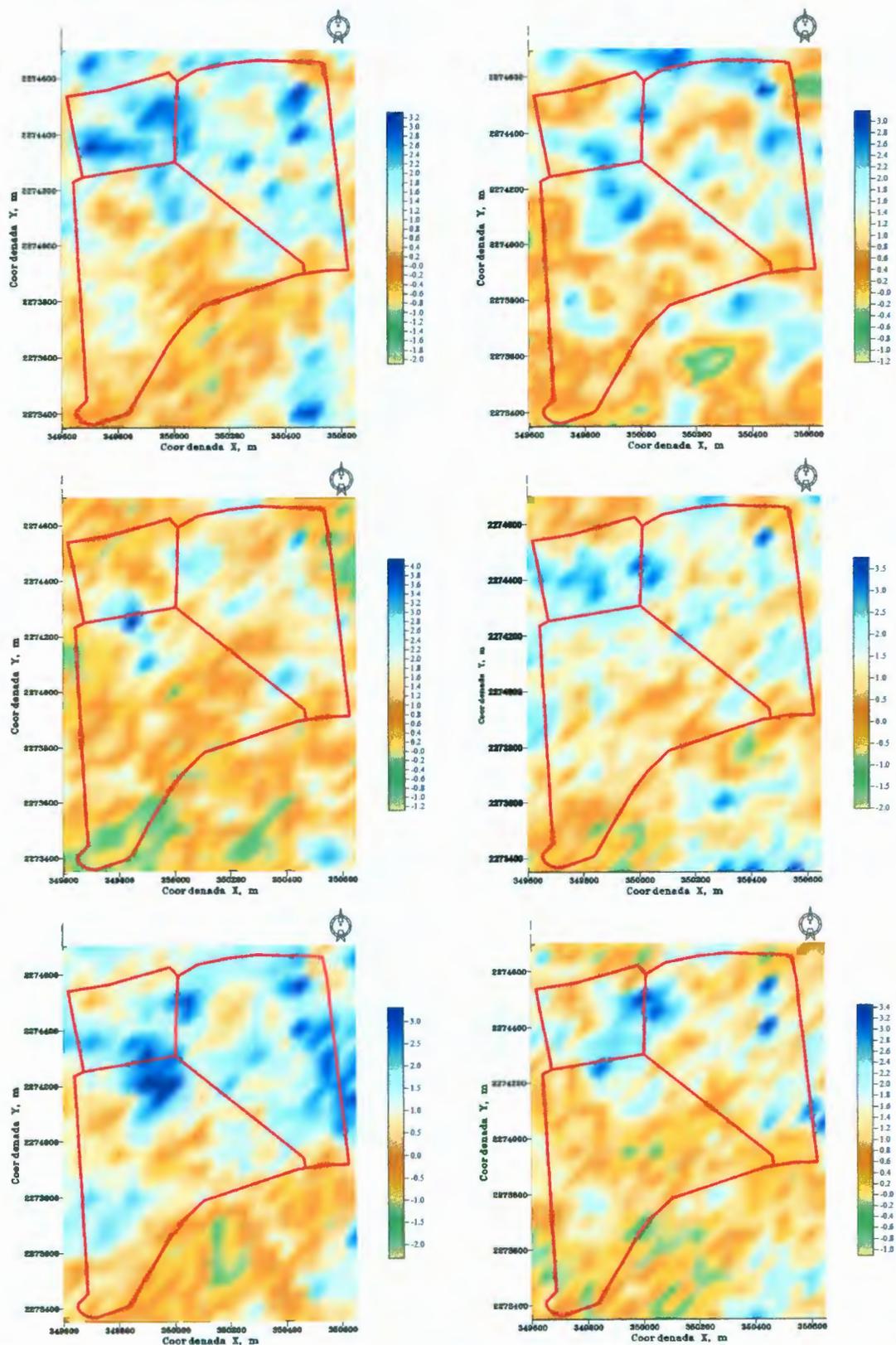


Figura 4.13 Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (7-12)

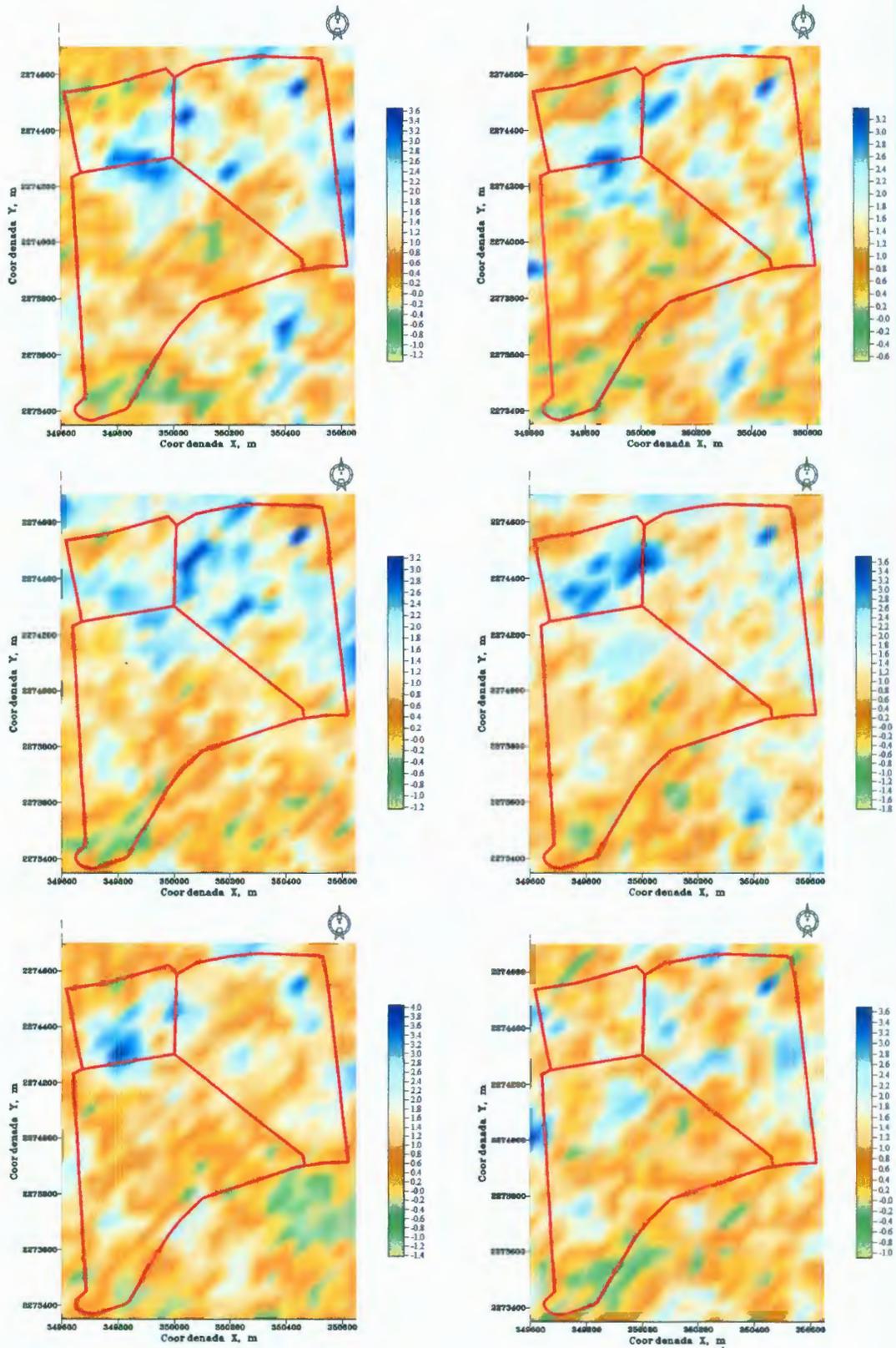


Figura 4.14 Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (13-18)

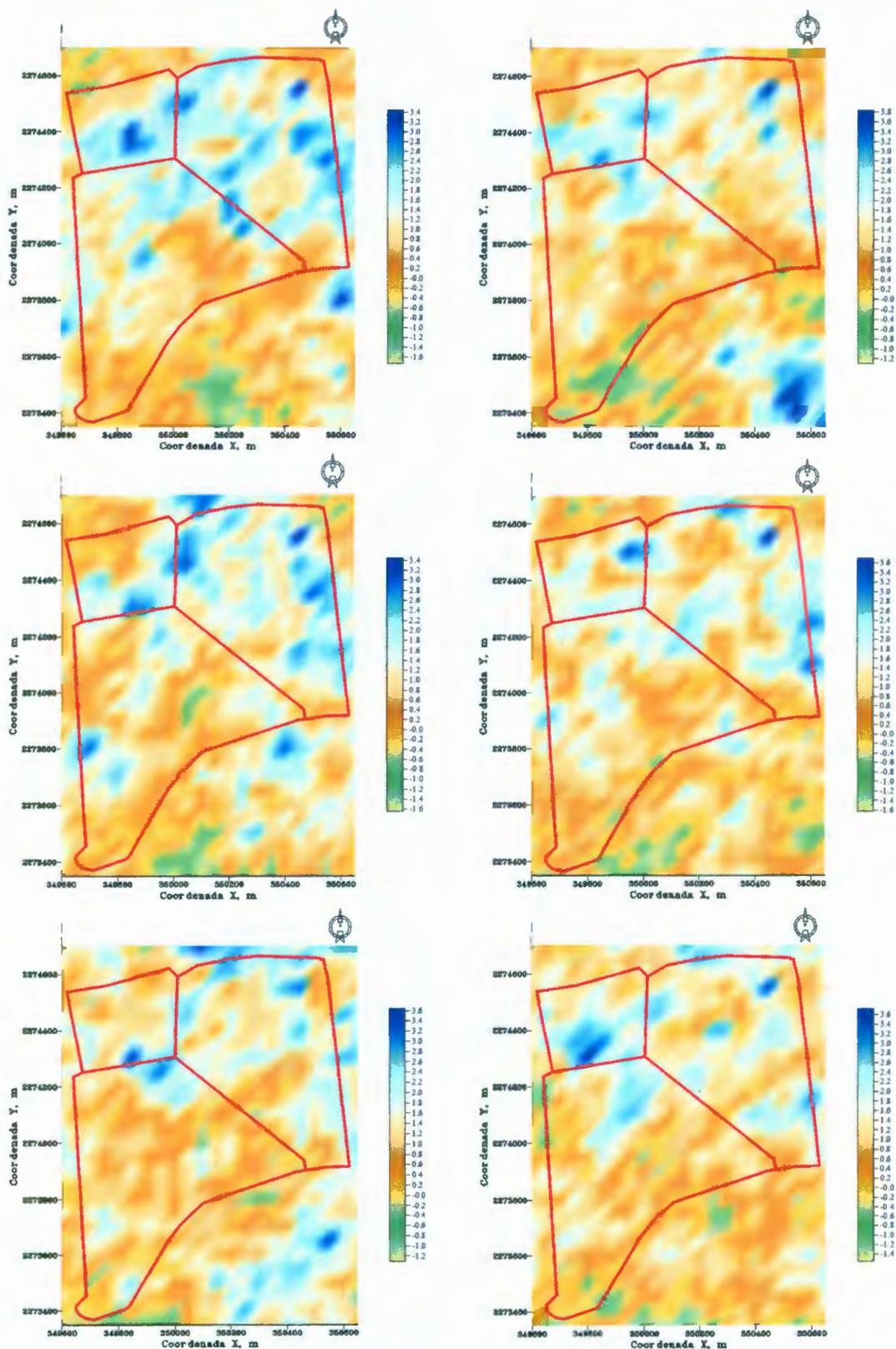


Figura 4.15 Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (19-24)

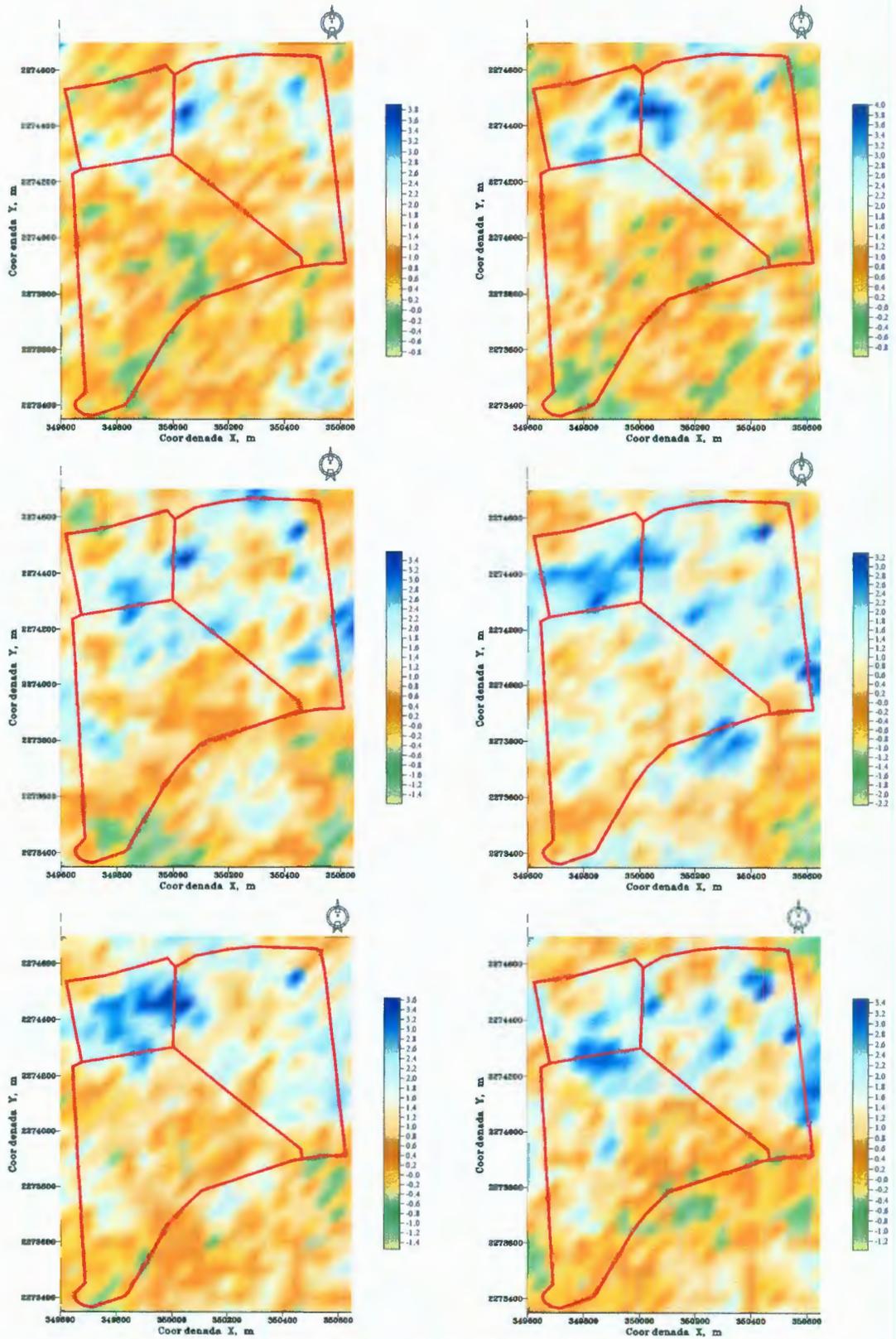


Figura 4.16 Simulaciones del campo aleatorio del espesor del estrato de arcilla (25-30)

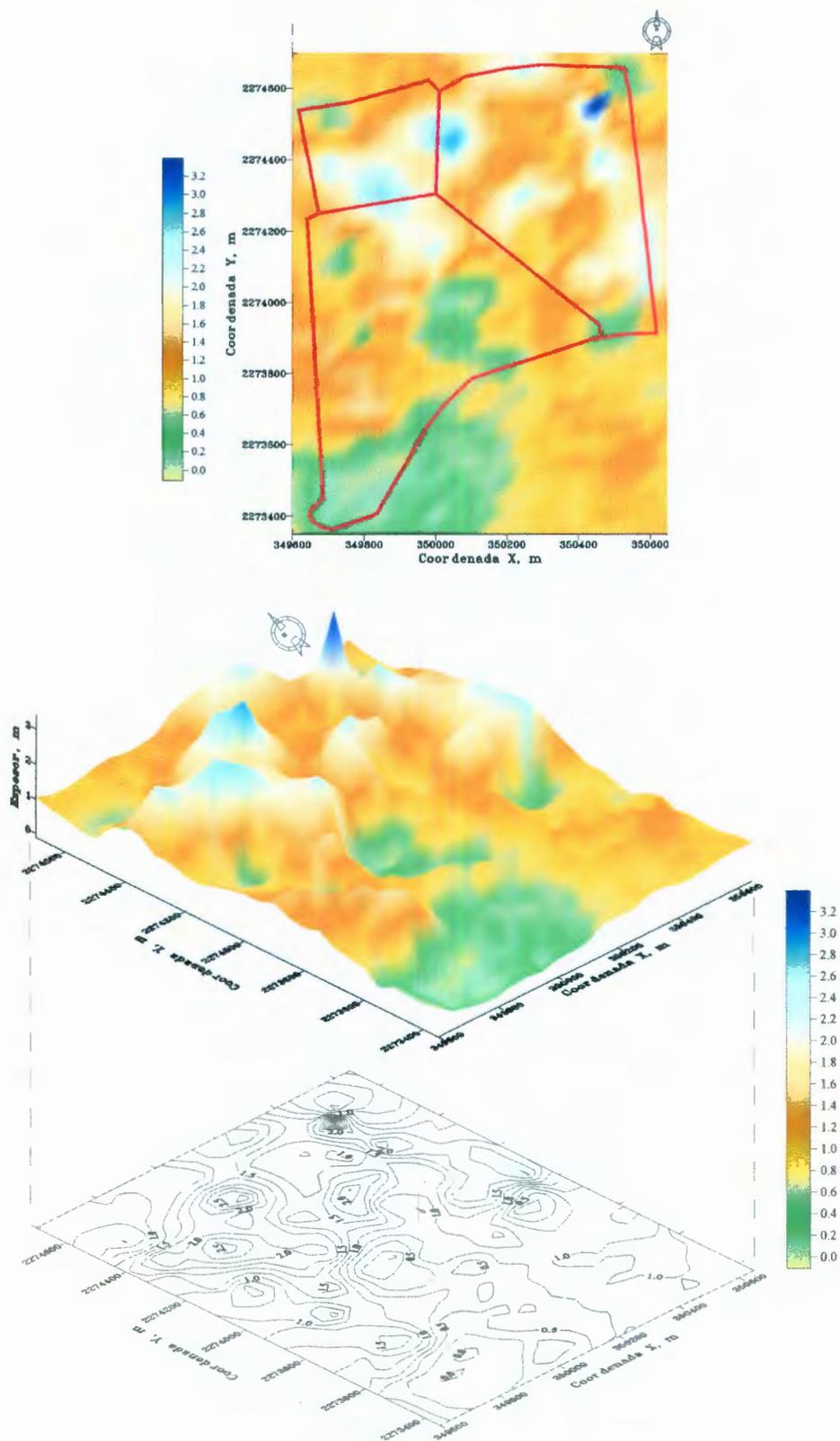


Figura 4.17a Promedio de las 30 simulaciones del espesor del estrato de arcilla

#### 4.4.1.7 Interpretación

El espesor del estrato de arcilla presenta una configuración irregular en el predio como ya se había mencionado anteriormente. Los espesores máximos (1.50 y 3.50 m) se presentan en la parte norte del mismo, específicamente al noreste y noroeste. Por tanto, se puede considerar como una zona de potencial riesgo.

Cada una de las simulaciones calculadas representa una posible realización o configuración del campo aleatorio e ilustra la variación del mismo, es decir no se presentan dos realizaciones iguales, Figuras 4.60 a 4.64. Los resultados de las 30 simulaciones presentan una constante: la variabilidad del espesor del estrato de arcilla y valores máximos, entre 1.5 y 4.0 m, en la parte norte del predio. Sin embargo, en la zona noreste al analizar las 30 simulaciones es donde se presenta mayor variación en la configuración del espesor, de una simulación a otra, por lo que dicha variación permite inferir que también debe ser considerada como zona de potencial riesgo.

Por otra parte, al determinar los valores del promedio de las 30 simulaciones (Figura 4.17a), se puede observar que estos valores tienden a la estimación, como resulta claro al comparar las Figuras 4.9 y 4.17a. Lo anterior se debe a que el promedio tiene la misma esperanza que los valores puntuales pero tiene una varianza que disminuye con el número de simulaciones de acuerdo con la ley de los grandes números. Cuando el número de simulaciones crece, el promedio tiende así a parecerse cada vez más al valor esperado es decir a la estimación realizada por *kriging*.

Conviene observar por otra parte que el análisis estructural de los datos de cada simulación debe arrojar un modelo de correlación espacial similar al adoptado. Lo anterior se verifica satisfactoriamente en las Figuras 4.17b y 4.17c.

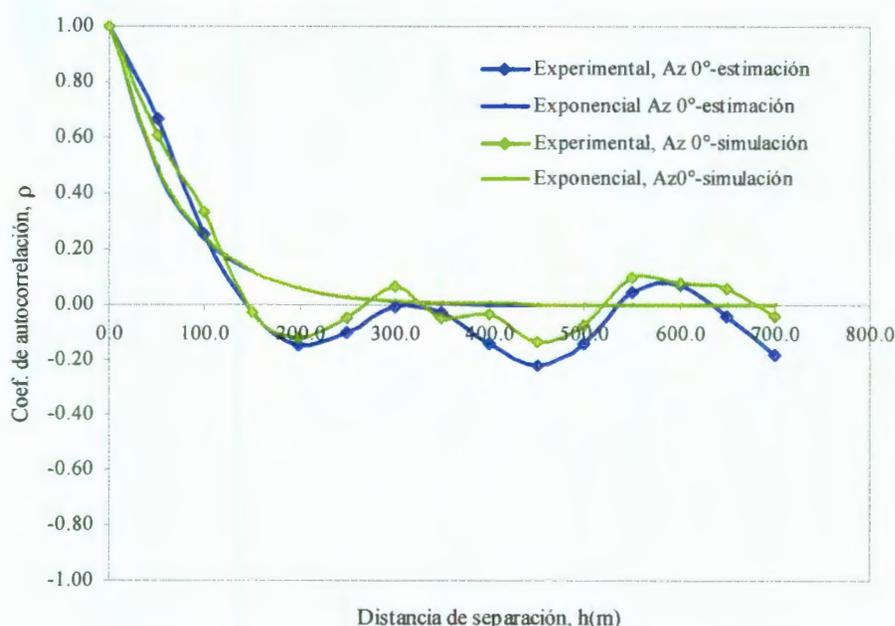


Figura 4.17b Comparación del modelo de estimación con el obtenido de una simulación para Az 0°

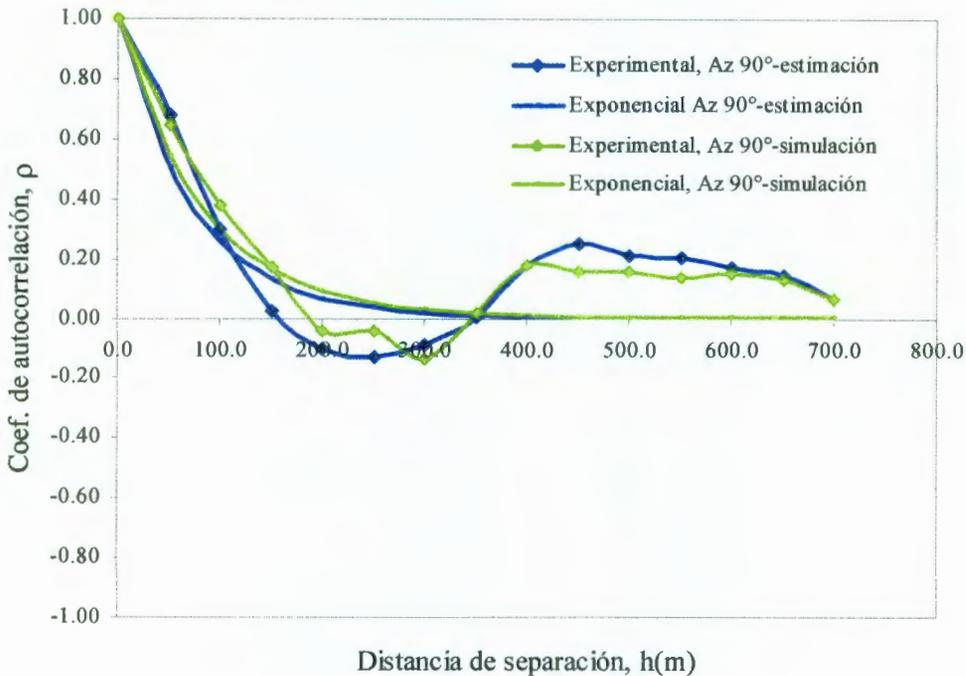


Figura 4.17c Comparación del modelo de estimación con el obtenido de una simulación para Az 90°

#### 4.4.2 Perfiles y cortes estratigráficos virtuales de $w$ , $\gamma_d$ , $S_r$

Los cortes estratigráficos tradicionales, contruidos a partir de la integración de un conjunto de perfiles individuales, permiten conocer la distribución horizontal de los materiales en el subsuelo y espesores de estratos típicos. Sin embargo, en la práctica, dichos cortes se elaboran frecuentemente en forma subjetiva o hasta artística. Aún cuando existen diversas técnicas de interpolación matemáticas (Polinomios de Lagrange, funciones spline, etc.; Juárez, 2001), éstas prácticamente no son utilizadas para estos fines.

El modelado de las propiedades del subsuelo mediante campos aleatorios permite realizar estimaciones del valor de dichas propiedades en puntos donde no se cuenta con medición tomando en cuenta la correlación espacial. Para ello, se puede nuevamente recurrir a la técnica del *kriging*. Con estas estimaciones es posible construir perfiles y cortes virtuales de las propiedades de interés y de esta manera eliminar en cierta medida la parte subjetiva contenida en los cortes tradicionales.

Por tanto, con la aplicación de la geoestadística a las propiedades del suelo (contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación del suelo) dentro del predio en estudio se pretende obtener una configuración general del suelo potencialmente expansivo.

#### 4.4.2.1 Definición del campo aleatorio

Con base en la teoría de campos aleatorios, cada una de las propiedades del suelo contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación representa un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 3$  (volumen en estudio). Asimismo, el conjunto de valores medidos de estas propiedades dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de estos campos aleatorios. El análisis se realiza en un área aproximada de 84.6 ha.

Para el caso del análisis del contenido de agua se consideraron los 41 sondeos más profundos, mientras que para el peso específico seco y el grado de saturación únicamente 40 de estos sondeos, esto debido a que en el sondeo 33 no se determinaron estas dos propiedades. La ubicación de los sondeos se presenta en la Figura 4.4.

En el Anexo 4 se presentan los datos tabulados de los sondeos indicados en la Figura 4.18.

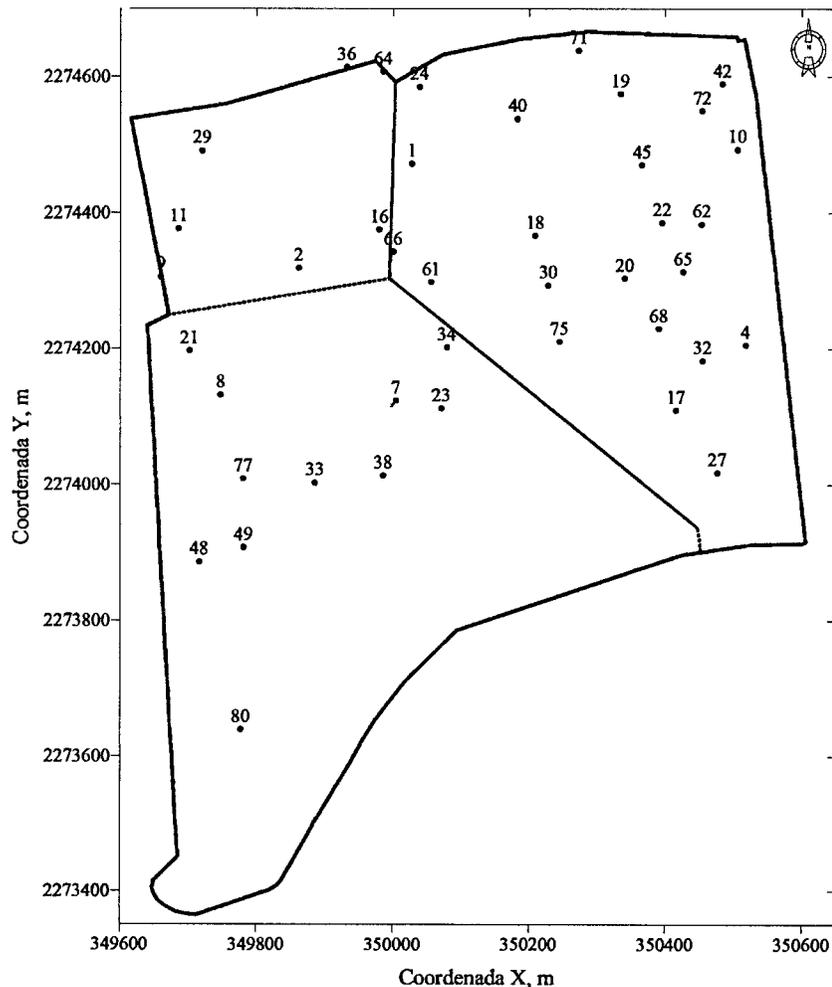


Figura 4.18 Ubicación de sondeos

## 4.4.2.2 Análisis estadístico

Aceptando la hipótesis de ergodicidad es posible estimar los principales parámetros estadísticos del campo (media, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación) y realizar un análisis gráfico de la variabilidad (histograma y polígono de frecuencias).

## a) Contenido de agua

Los datos correspondientes a los 41 sondeos, presentados en el Anexo 4, empleados para el análisis del contenido de agua se presentan en forma gráfica mediante un diagrama de dispersión, Figura 4.19.

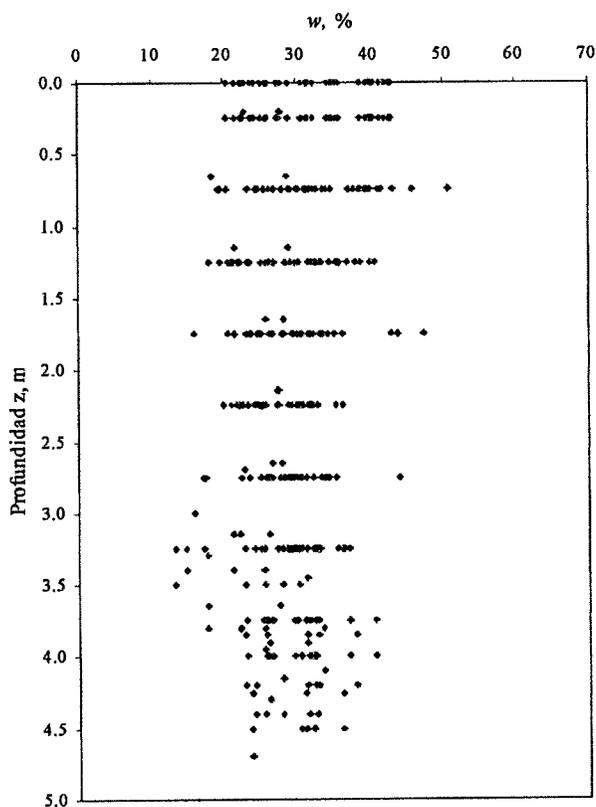


Figura 4.19 Perfil general de contenido de agua

En la mayoría de los 41 perfiles de los sondeos geotécnicos analizados, se tiene la presencia de un estrato arcilloso negro en la superficie y en los estratos subyacentes se presenta una interestratificación de arcillas, limos y ocasionalmente estratos arenosos que pueden ser detectados por los bajos contenidos de agua. No obstante, esta propiedad no permite caracterizar algún tipo de estrato ya que se tienen contenidos de agua similares tanto en la arcilla como en los limos. Lo anterior, aunado al hecho de que estos terrenos de cultivo no son regados de manera homogénea, contribuye a que no haya contenidos de agua representativas de los estratos.

Los resultados de los principales parámetros estadísticos para el contenido de agua se presentan en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Parámetros estadísticos del contenido de agua

Parámetros estadísticos	
No. datos	,405
Valor mínimo	13.25
Valor máximo	50.80
Rango	37.55
Media	29.54
Mediana	29.37
Moda	25.94
Desviación estándar	6.29
Varianza	39.62
Coefficiente de variación	0.21

Asimismo, se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante el histograma y polígono de frecuencias, Figura 4.20.

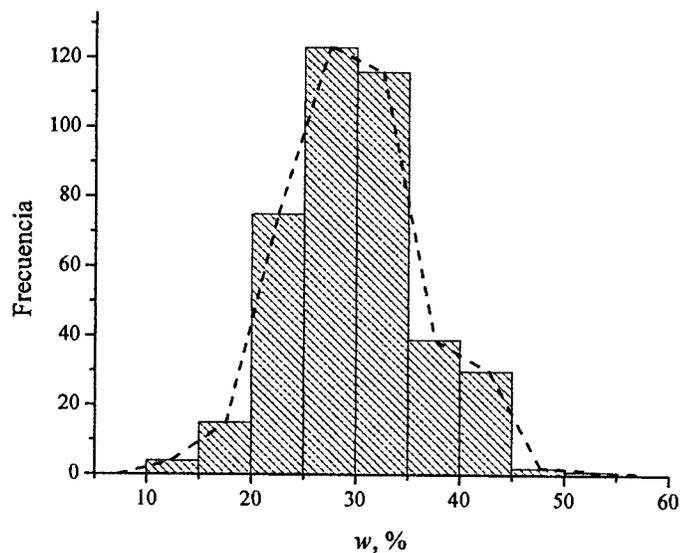


Figura 4.20 Histograma y polígono de frecuencias del contenido de agua

El análisis estadístico muestra una distribución uniforme; uni-modal, del contenido de agua que se puede observar claramente en el histograma. Por otra parte el contenido de agua presenta un valor medio de 29.54%, una desviación estándar de 6.29% y un coeficiente de variación de 0.21.

#### b) Peso específico seco

Los datos correspondientes a los 40 sondeos, empleados para el análisis del peso específico seco se presentan en forma gráfica mediante un diagrama de dispersión, Figura 4.21.

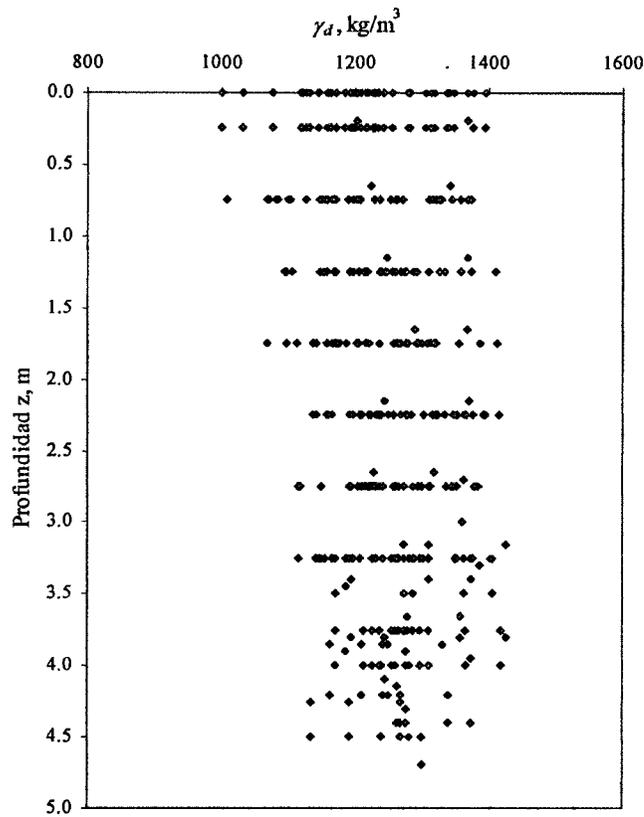


Figura 4.21 Perfil general del peso específico seco

En los perfiles de peso específico seco analizados, no se observa un valor característico que defina algún estrato en particular de acuerdo con la estratigrafía señalada con anterioridad. No obstante, los perfiles permiten observar como varía esta propiedad con la profundidad, Figura 4.21.

Los resultados de los principales parámetros estadísticos para el peso específico seco se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 Parámetros estadísticos del peso específico seco

Parámetros estadísticos	
No. datos	395
Valor mínimo	999.30
Valor máximo	1425.89
Rango	426.59
Media	1246.54
Mediana	1241.87
Moda	1228.15
Desviación estándar	83.23
Varianza	6927.25
Coefficiente de variación	0.07

Asimismo, se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante el histograma y polígono de frecuencias, Figura 4.22.

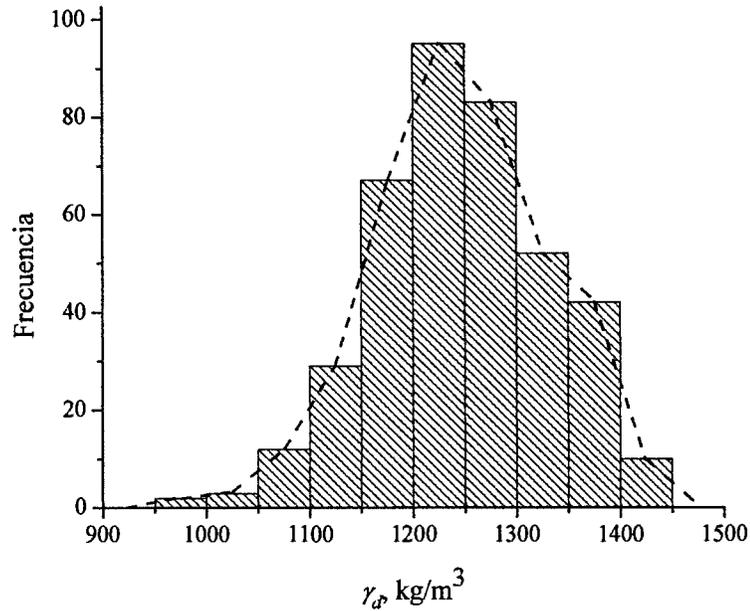


Figura 4.22 Histograma y polígono de frecuencias del peso específico seco

La estadística descriptiva muestra una distribución normal, uni-modal, del peso específico seco que se observa en el histograma. Por otra parte el valor medio es de  $1246.54 \text{ kg/m}^3$  y la desviación estándar es de  $83.23 \text{ kg/m}^3$ , lo cual implica un coeficiente de variación de 0.07.

#### b) Grado de saturación

Al igual que para el peso específico seco, los datos correspondientes a los 40 sondeos, empleados para el análisis del grado de saturación se presentan en forma gráfica mediante un diagrama de dispersión, Figura 4.23.

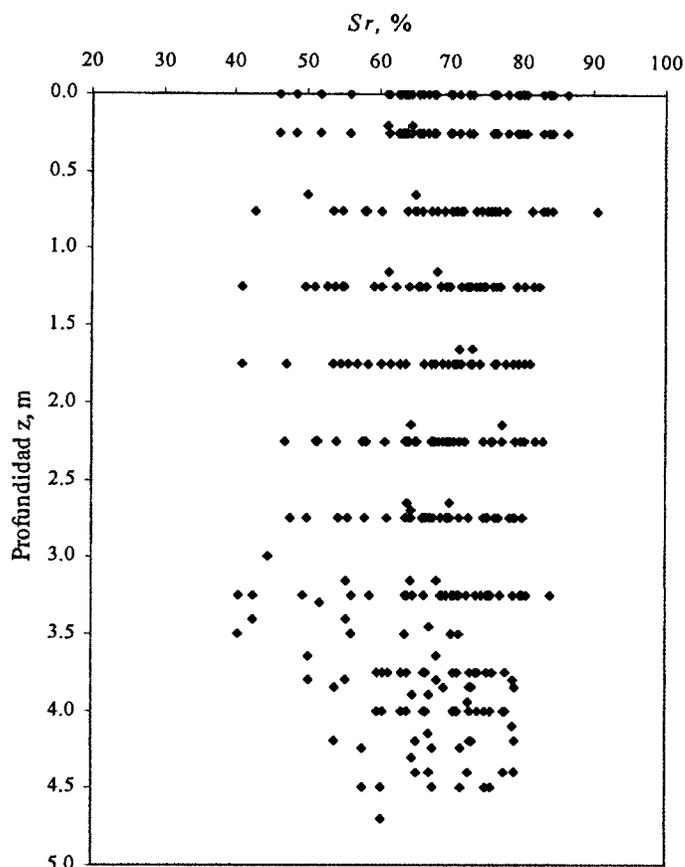


Figura 4.23 Perfil general del grado de saturación

Los perfiles analizados de los 40 sondeos geotécnicos del grado de saturación, no presentan alguna característica en particular que permita definir o que sea constante de algún estrato. No obstante, se puede observar en los perfiles como varía esta propiedad con la profundidad, Figura 4.23.

Los principales parámetros estadísticos del grado de saturación se presentan en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6 Parámetros estadísticos del grado de saturación

Parámetros estadísticos	
No. datos	395
Valor mínimo	40.50
Valor máximo	90.35
Rango	49.85
Media	68.06
Mediana	69.22
Moda	63.06
Desviación estándar	9.37
Varianza	87.88
Coefficiente de variación	0.14

Asimismo, se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante el histograma y polígono de frecuencias, Figura 4.24.

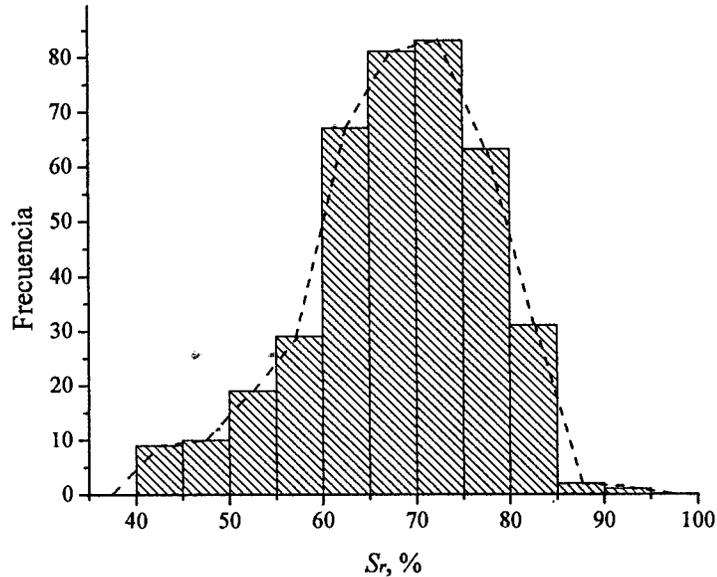


Figura 4.24 Histograma y polígono de frecuencias del grado de saturación

La estadística descriptiva del grado de saturación muestra una distribución aproximadamente normal, uni-modal, pero con cierta asimetría que se puede observar en el histograma. El valor medio es de 68.06% y presenta una desviación estándar de 9.37% y un coeficiente de variación de 0.14. La asimetría se debe a que el grado de saturación no puede rebasar 100%; en lo que sigue, no se tomó en cuenta y la distribución de probabilidad se consideró gaussiana.

#### 4.4.2.3 Análisis estructural

En esta etapa se realiza el análisis estructural de los datos que permite evaluar la variabilidad espacial que guardan las diferentes propiedades de los materiales encontrados en el medio. El resultado principal de este análisis es la generación de los modelos de correlación espacial (horizontal y vertical), los cuales se emplean para realizar la estimación y eventualmente para la simulación de las propiedades en estudio.

El modelo de correlación vertical, para cada una de las variables, se obtiene definiendo la autocovarianza de cada sondeo. Para definir la función de autocovarianza media se obtiene la media de todas las autocovarianzas correspondientes a cada uno de los sondeos. Con la función de autocovarianza media se procede a la obtención de un modelo general mediante el ajuste convencional de una función exponencial, la cual se considera que es la que mejor ajusta a las propiedades del suelo.

Definida la función de autocorrelación vertical se determina la distancia de influencia o correlación correspondiente a esa dirección.

El modelo de correlación horizontal se obtiene evaluando la correlación cruzada entre todos los sondeos, es decir las posibles combinaciones entre ellos tomados de dos en dos. La correlación horizontal entre sondeos se obtiene calculando el coeficiente de correlación para una distancia de desfase vertical nula, es decir a la misma elevación o profundidad. El valor de este coeficiente es de uno para una distancia horizontal nula y generalmente tiende a disminuir conforme aumenta la distancia de separación entre sondeos.

#### a) Contenido de agua

El contenido de agua es la propiedad índice que frecuentemente se analiza en un estudio geostatístico ya que por lo general es la propiedad de la que se tiene más datos y que generalmente en la práctica es una de las propiedades que más se correlacionan con otras propiedades del suelo. En este caso se emplea el contenido de agua para caracterizar el porcentaje de expansión del suelo, que depende en gran medida del contenido de agua inicial.

#### *Evaluación de la tendencia*

Para determinar la existencia de una posible tendencia o deriva de los perfiles del contenido de agua, se realiza un análisis de regresión lineal por mínimos cuadrados, intentando ajustar la ecuación  $w = mz + b$ , donde  $w$  es el contenido de agua y  $z$  la profundidad. La representación gráfica de dicha ecuación se presenta en la Figura 4.25, en la cual se puede observar que existe una ligera tendencia del contenido de agua de disminuir conforme aumenta la profundidad.

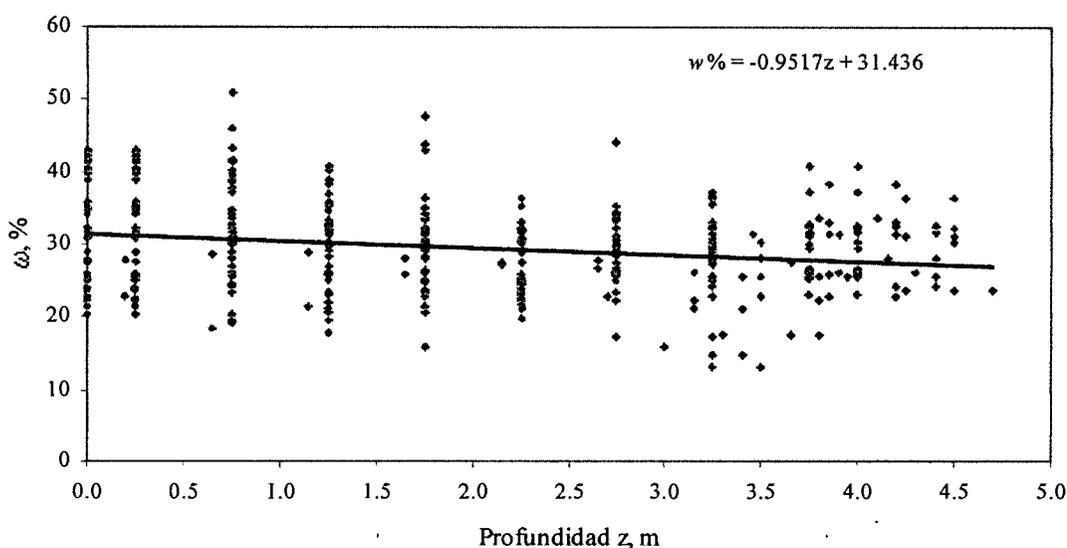


Figura 4.25 Tendencia general de los valores de contenido de agua

*Tendencia general del campo aleatorio*

La tendencia general del campo aleatorio, se obtiene a través de la ecuación del hiperplano a partir de los datos del contenido de agua de los perfiles a lo largo de un plano tridimensional, donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas y la profundidad de los sondeos estudiados respectivamente, la ecuación que se obtiene es:

$$w\% = 0.0039x - 0.0144y - 0.9792z + 31457.89$$

*Modelo de correlación vertical*

Para evaluar el grado de relación lineal que existe entre los datos obtenidos en un mismo sondeo vertical, se obtiene el coeficiente de autocorrelación vertical  $\rho_{ver}$  asociado a cada uno de los 41 sondeos Figura 4.26.

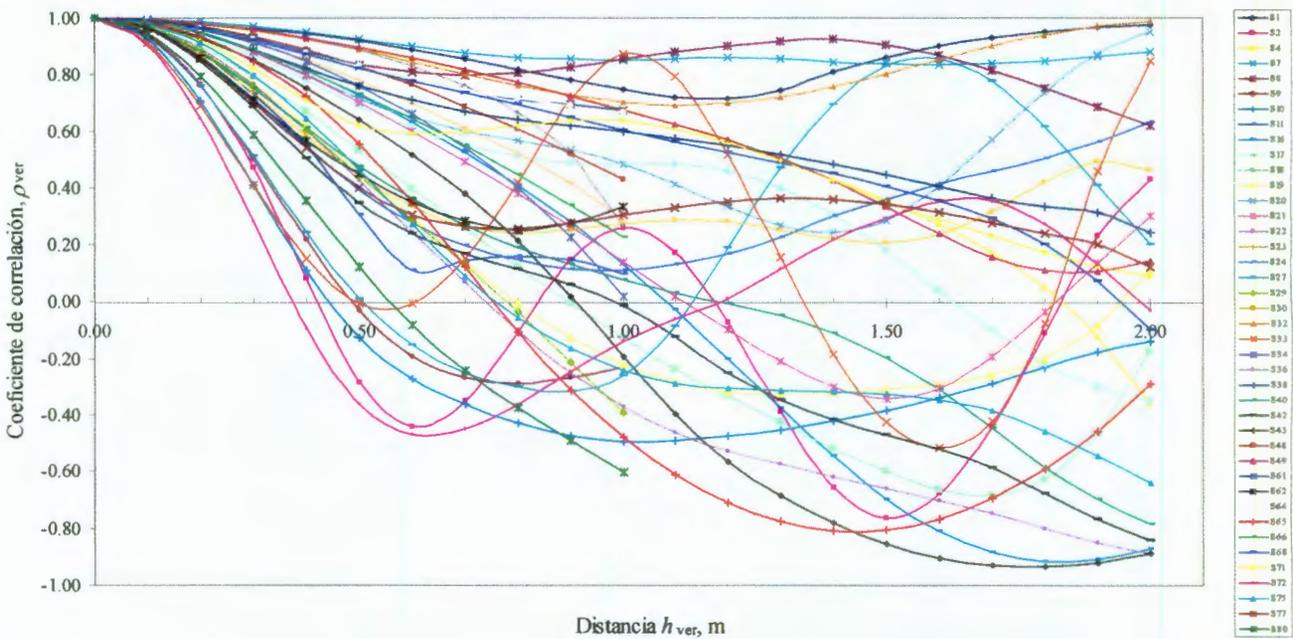


Figura 4.26 Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el contenido de agua

Esta función indica el grado de dependencia lineal que guarda el perfil consigo mismo. Es decir, conforme se desfasa una distancia vertical,  $h_{ver}$ , constante entre los datos de una misma realización. Para este caso la función de autocorrelación de los 41 sondeos se abate para una distancia de influencia de 1.3 m. La función de autocorrelación general vertical del campo fue definida a partir del promedio de las 41 funciones de autocorrelación correspondientes a cada uno de los sondeos. Es decir se obtiene una función de autocorrelación media, a partir de la cual, se genera el modelo de correlación vertical. Por sencillez se emplea una función exponencial, Figura 4.27. Es evidente, como se señaló anteriormente, que también se pudieron haber ajustado en cada caso otras funciones con mayor calidad

de ajuste, pero el usar un solo tipo de modelo presenta grandes ventajas y la experiencia muestra que el tipo de modelo adoptado tiene poca incidencia sobre los resultados de las estimaciones

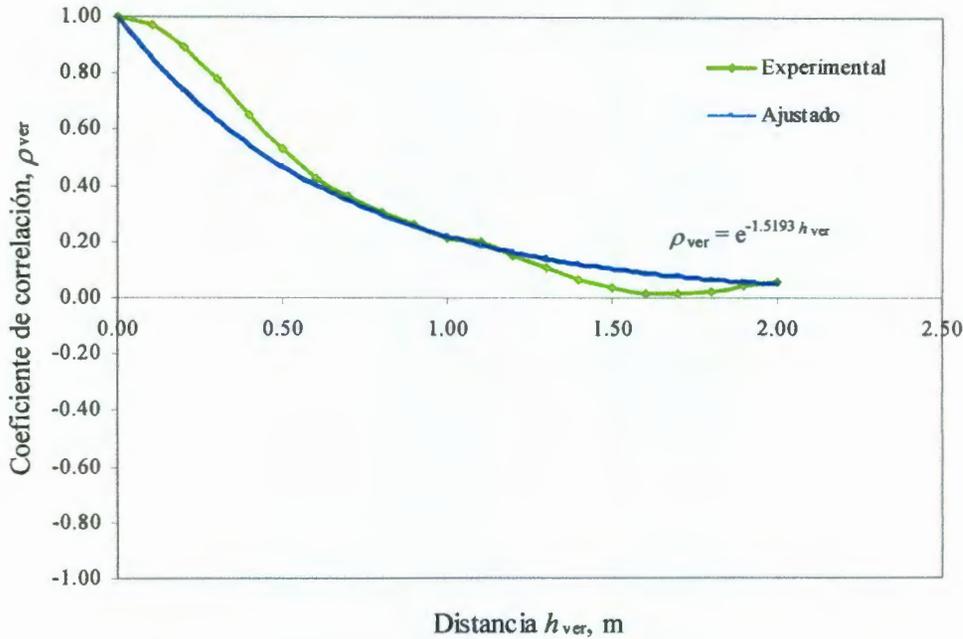


Figura 4.27 Modelo de correlación vertical del contenido de agua

#### Modelo de correlación horizontal

Para evaluar el comportamiento que presenta el contenido de agua horizontalmente es necesario determinar el grado de dependencia lineal que guarda un sondeo con los demás. En forma similar a lo realizado en la dirección vertical, se obtiene una función de correlación horizontal entre los valores de contenido de agua localizados a una distancia horizontal,  $h_{hor}$ .

Para obtener este modelo es necesario evaluar la correlación cruzada entre todos los sondeos, considerando todos los pares posibles entre ellos. Si se calcula el coeficiente de correlación para una distancia de desfaseamiento vertical,  $h_{ver} = 0$  se obtiene el coeficiente de correlación horizontal entre ambos sondeos,  $\rho_{hor}$ . El valor de este coeficiente es de uno para una distancia horizontal entre sondeos  $h_{hor} = 0$ , y generalmente tiende a disminuir conforme aumenta la distancia entre sí.

En este caso se determinan los coeficientes de correlación combinando los 41 sondeos, para los cuales se considera la distancia de análisis entre uno y otro sondeo  $h_{hor}$ . Los resultados de este análisis se muestran en la Figura 4.28.

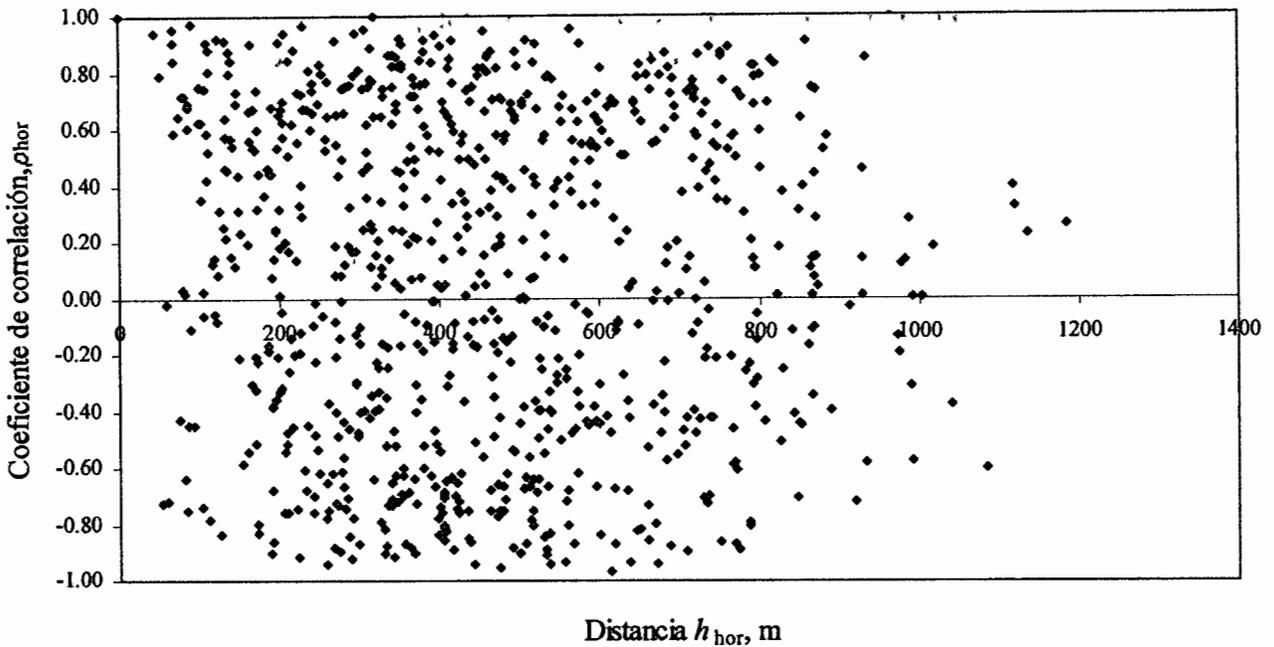


Figura 4.28 Coeficientes de correlación horizontal del contenido de agua

En la Figura 4.28 se observa que existe una baja correlación horizontal del contenido de agua, advirtiéndose por los valores negativos o nulos del coeficiente de correlación a cortas distancias de separación.

Para la obtención de la función de autocorrelación se propone obtener una media de los coeficientes de correlación horizontal ubicados en espaciamientos de 0.50 m. De tal forma, se determina un coeficiente de correlación medio para cada intervalo de espaciamiento ( $h$ ) de 0.50 m. Finalmente, se obtiene una función de correlación horizontal experimental media, la cual representa el modelo de correlación horizontal del campo aleatorio. El modelo de correlación horizontal obtenido se presenta en la Figura 4.29.

A partir del modelo de correlación horizontal se calcula la distancia de correlación o influencia del contenido de agua. En este caso la distancia es de 154 m; esta distancia representa en realidad la baja correlación del contenido de agua en el predio.

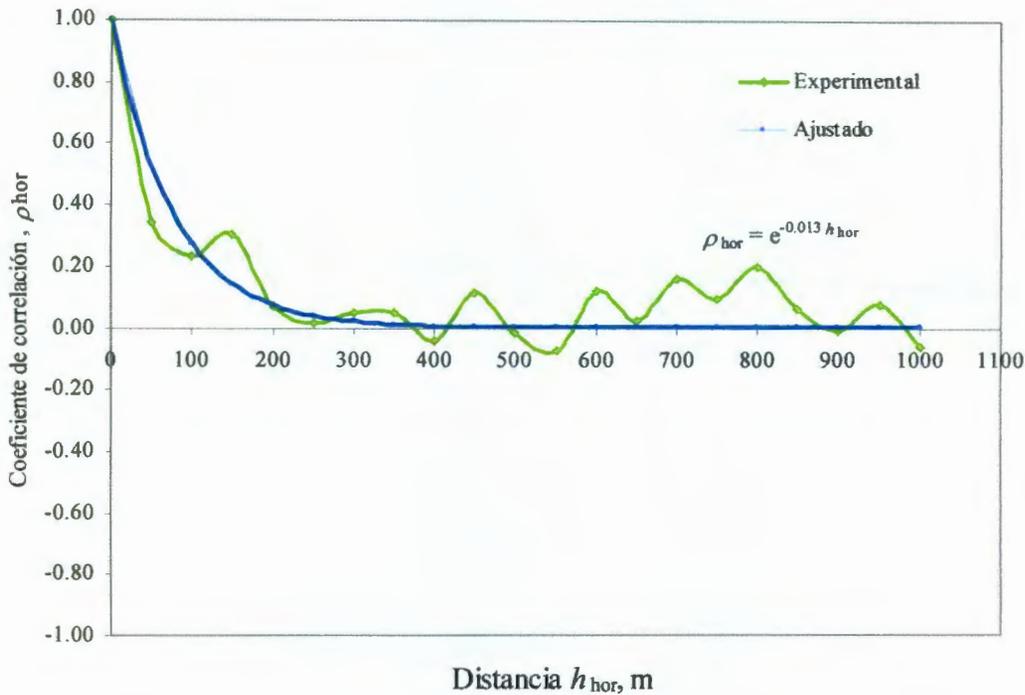


Figura 4.29 Modelo de correlación horizontal del contenido de agua

#### b) Peso específico seco

En la mayoría de los estudios geotécnicos, la determinación del peso específico seco, no es frecuente. No obstante, en el caso de suelos expansivos existen correlaciones que permiten determinar, en función de esta propiedad, el potencial expansivo y la presión de expansión del suelo. Por otra parte, se ha visto que el porcentaje de expansión y la presión de expansión en este tipo de suelos aumentan conforme aumenta el peso específico seco.

Considerando el peso específico seco como un campo aleatorio, se determinan sus modelos de correlación horizontal y vertical. Para tal fin se emplean únicamente los datos de 40 sondeos, debido a que en el sondeo 33 no se determinó esta propiedad.

#### *Evaluación de la tendencia*

La tendencia o deriva, al considerar los perfiles de peso específico seco, Figura 4.16, al igual que el contenido de agua puede ser representada con la ecuación  $\gamma_d = mz + b$ , donde  $\gamma_d$  es el peso específico seco y  $z$  la profundidad. De este análisis se puede apreciar una ligera tendencia a aumentar, del peso específico seco, conforme aumenta la profundidad.

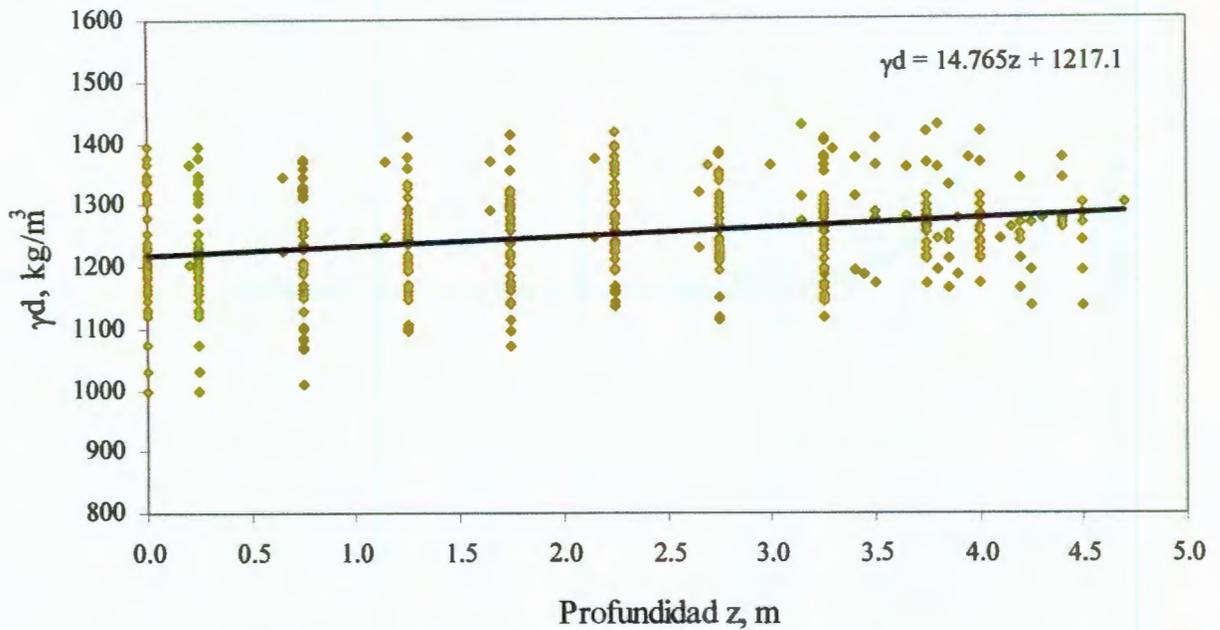


Figura 4.30 Tendencia general del peso específico seco

#### *Tendencia general del campo aleatorio*

Para determinar la tendencia general del peso específico seco, se obtiene la ecuación del hiperplano a partir de los datos del peso específico seco de los perfiles a lo largo de un plano tridimensional, donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas y la profundidad de los sondeos estudiados respectivamente, la ecuación que se obtiene es:

$$\gamma_d = -0.0649x + 0.1533y + 15.3492z - 324687.88$$

#### *Modelo de correlación vertical*

Para este caso, la función de autocorrelación de los 40 sondeos se abate para una distancia de influencia de 0.80 m. La función de autocorrelación general vertical del campo, al igual que el contenido de agua se definió a partir del promedio de las 40 funciones de autocorrelación correspondientes a cada uno de los sondeos, Figura 4.31.

Es decir, se obtiene la función de autocorrelación media a partir de la cual se genera el modelo de correlación vertical aplicando un modelo de ajuste exponencial, Figura 4.32.

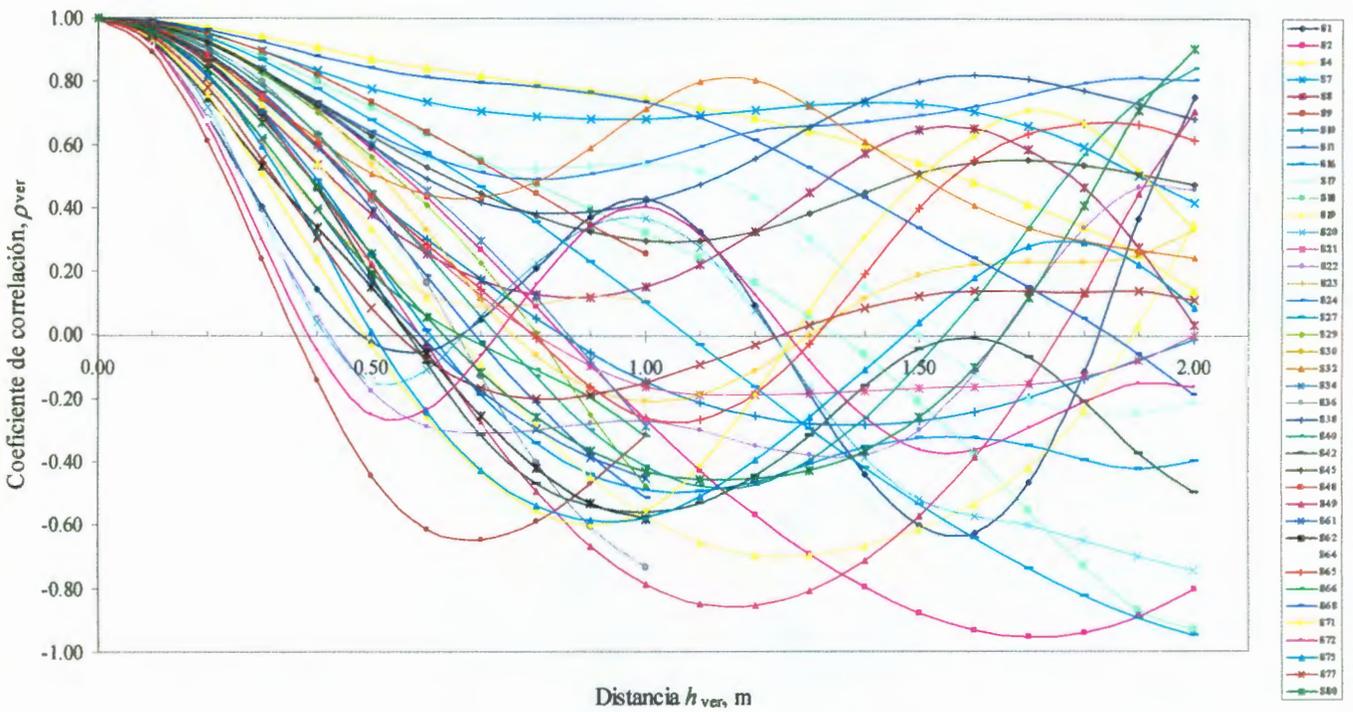


Figura 4.31 Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el peso específico seco

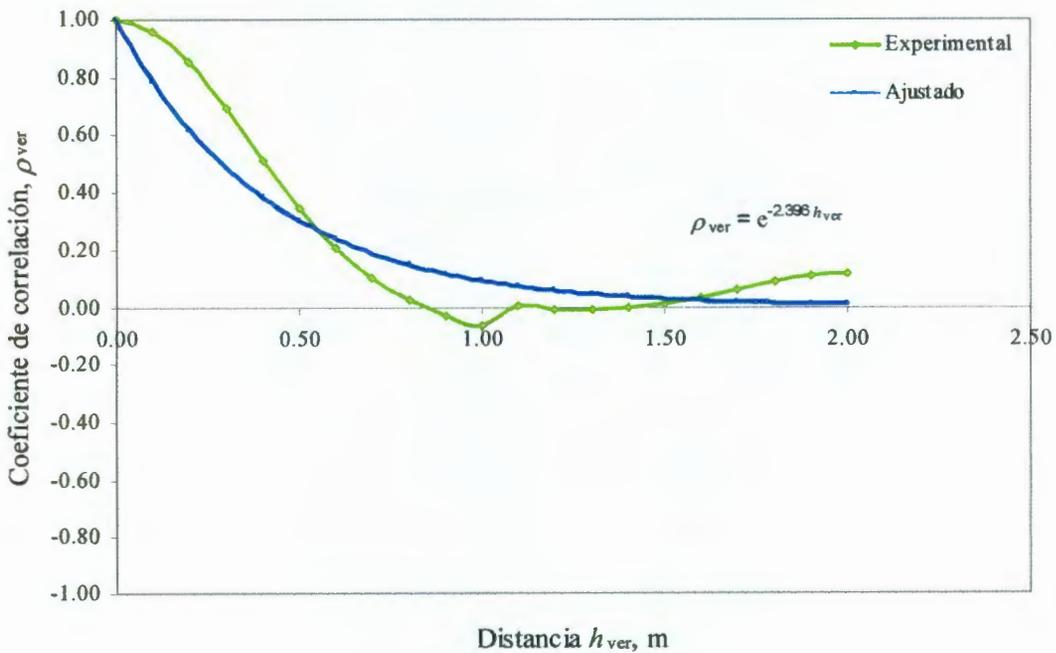


Figura 4.32 Modelo de correlación vertical del peso específico seco

### Modelo de correlación horizontal

Se determinan los coeficientes de correlación combinando los 40 sondeos, para los cuales se considera la distancia de análisis entre uno y otro sondeo  $h_{hor}$ . Los resultados de este análisis se muestran en la Figura 4.33.

El modelo obtenido se determina de igual manera que para el del contenido de agua, el resultado del análisis se muestra en la Figura 4.34.

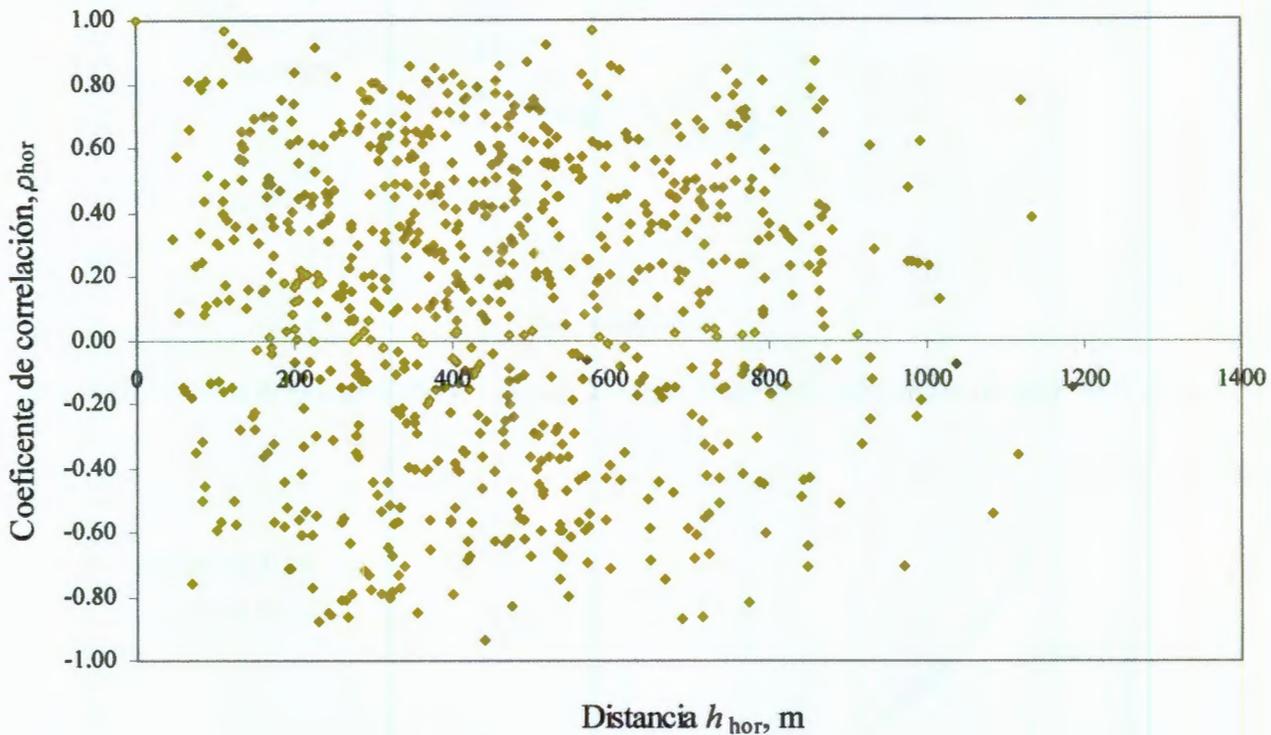


Figura 4.33 Coeficiente de correlación horizontal del peso específico seco

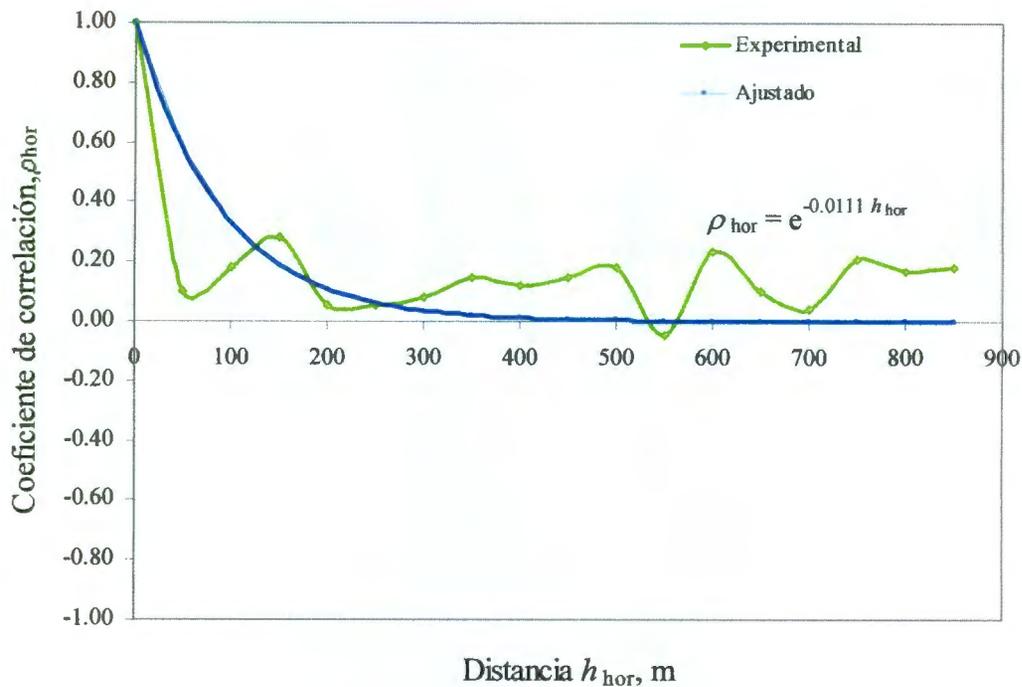


Figura 4.34 Modelo de correlación horizontal del peso específico seco

Con base en el modelo de correlación horizontal se obtiene la distancia de influencia o correlación del peso específico seco, que para este caso es de 180 m.

### c) Grado de saturación

El grado de saturación es otra propiedad índice de la cual se conoce la dificultad de su obtención en laboratorio debido a que depende de muchos factores. Los valores que se obtienen de grado de saturación en laboratorio llevan implícito una incertidumbre (Sedano, 1982). Por otra parte, en este tipo de suelo dicha propiedad está relacionada con el porcentaje de expansión del mismo.

Definido el grado de saturación como un campo aleatorio se determinan los modelos de correlación espacial horizontal y vertical. Se emplean los datos de 40 sondeos, por la misma razón de que en el sondeo 33 no se determinó esta propiedad.

### *Evaluación de la tendencia*

La tendencia o deriva, al considerar los perfiles de grado de saturación, puede ser representada con la ecuación  $S_r = mz + b$ , donde  $S_r$  es el grado de saturación y  $z$  la profundidad. De este análisis se puede apreciar que existe una ligera tendencia de disminuir conforme aumenta la profundidad (tendencia negativa), Figura 4.35.

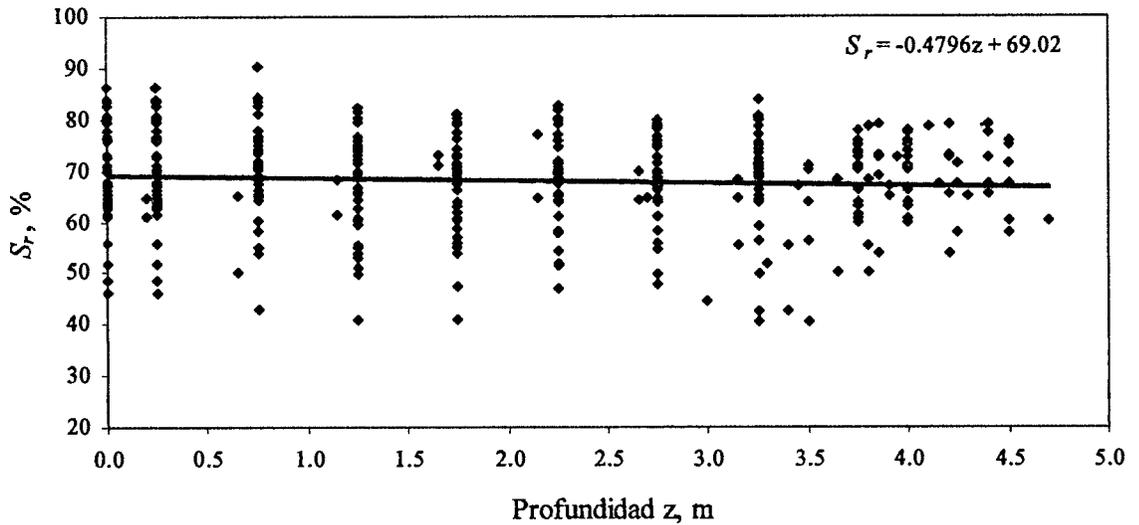


Figura 4.35 Tendencia general del grado de saturación

#### *Tendencia general del campo aleatorio*

La tendencia general del campo aleatorio del grado de saturación, se obtiene la ecuación del hiperplano a partir de los datos del grado de saturación de los perfiles a lo largo de un plano tridimensional, donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas y la profundidad de los sondeos estudiados respectivamente, la ecuación que se obtiene es:

$$S_r = -0.0042x - 0.01497y - 0.5104z + 32658.63$$

#### *Modelo de correlación vertical*

Las funciones de autocorrelación, obtenidas para este campo, correspondientes a cada uno de los 40 sondeos, se muestran en la Figura 4.36. Por otra parte la función de autocorrelación media, resultado del promedio de cada una de las funciones de autocorrelación y el modelo de correlación se muestra en la Figura 4.37.

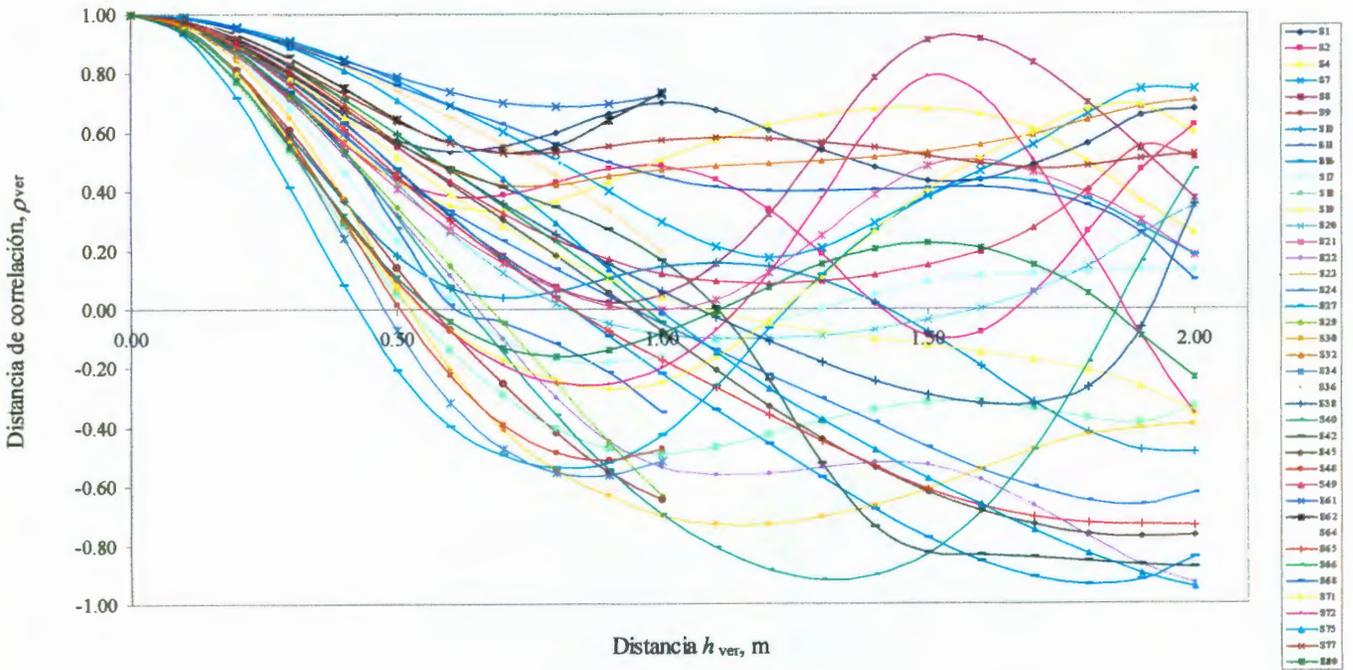


Figura 4.36 Funciones de autocorrelación vertical de cada sondeo para el grado de saturación

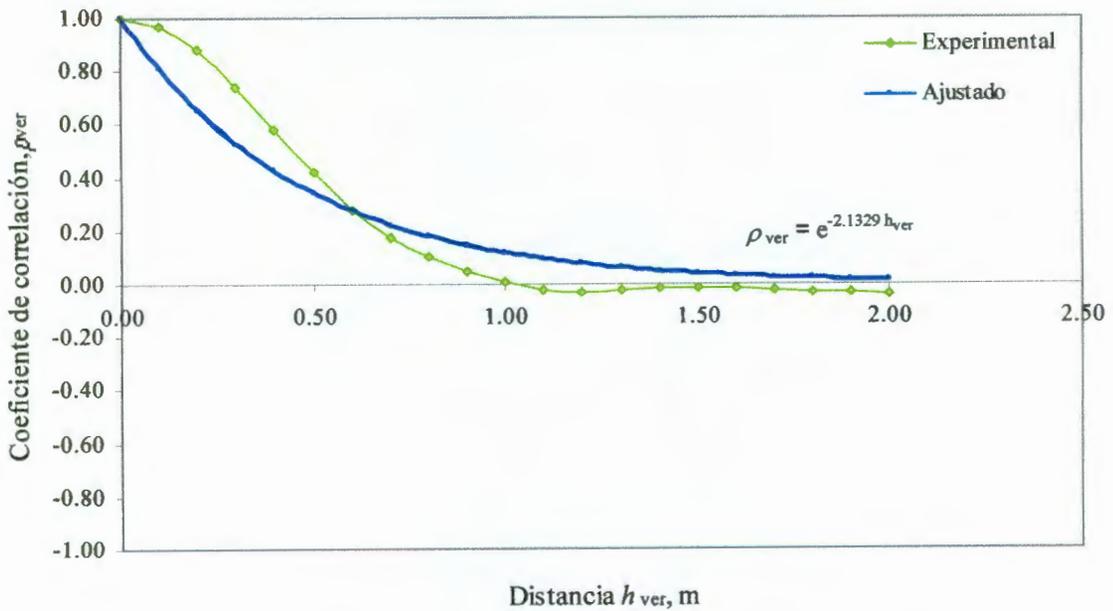


Figura 4.37 Modelo de correlación vertical del grado de saturación

Con base en el modelo de correlación vertical, la distancia de influencia es de 0.90 m en esta dirección.

### *Modelo de correlación horizontal*

El modelo obtenido se determina de igual manera que para las propiedades anteriores, generando primero el gráfico del coeficiente de correlación con la distancia de separación entre sondeos Figura 4.38.

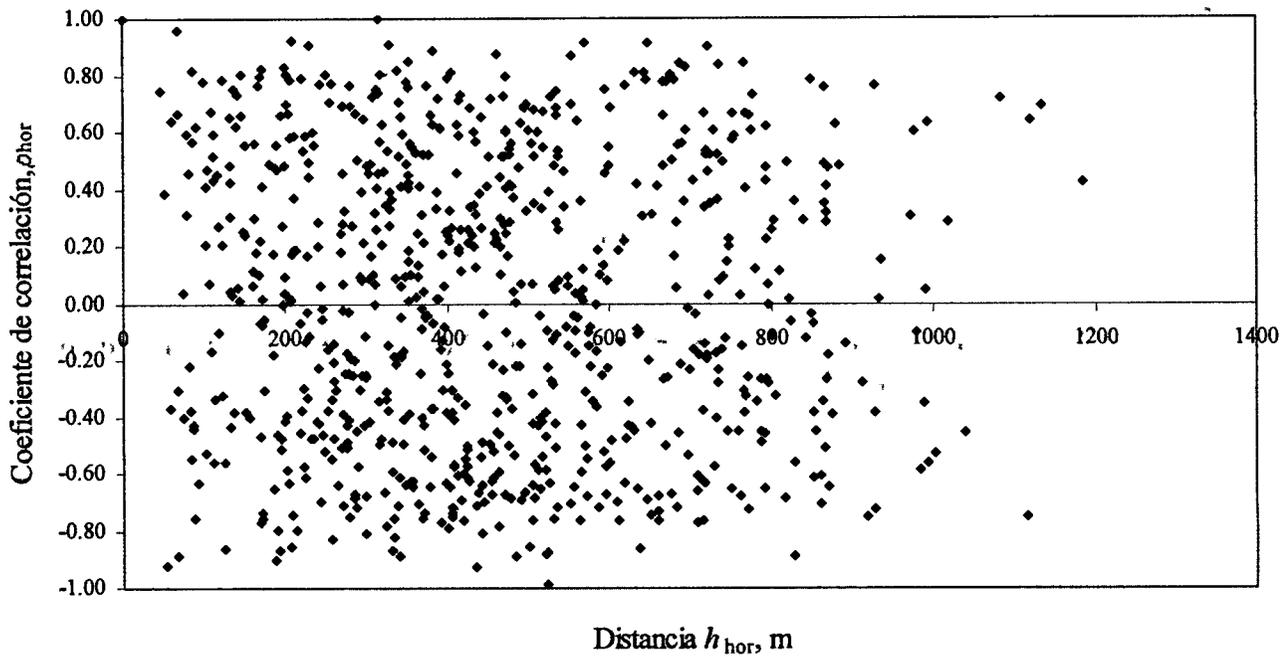


Figura 4.38 Coeficiente de correlación horizontal del grado de saturación

Finalmente el modelo de correlación horizontal, definido por una función exponencial, se muestra en la Figura 4.39.

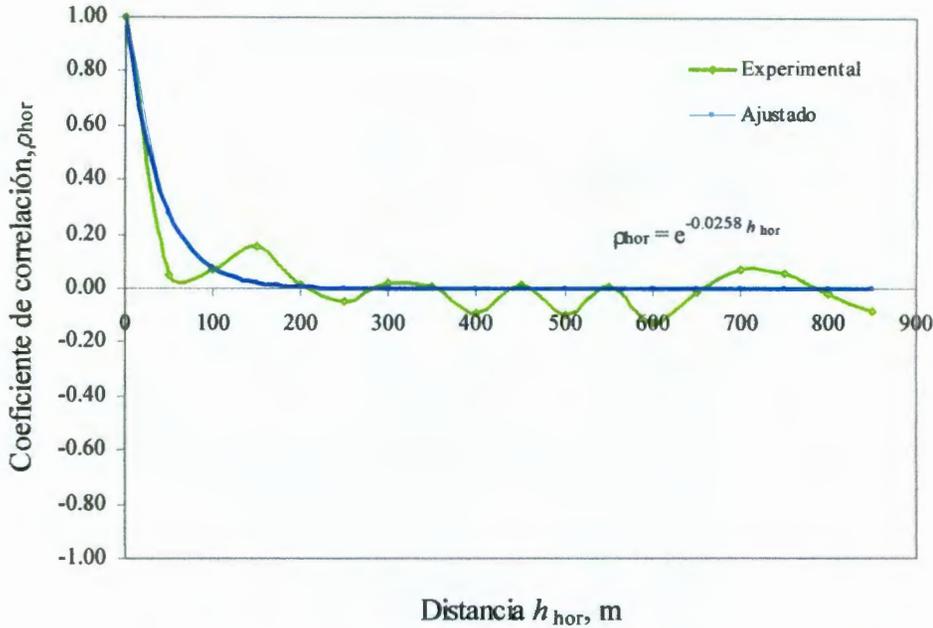


Figura 4.39 Modelo de correlación horizontal del grado de saturación

La distancia de correlación horizontal para el grado de saturación es de 77 m la cual es menor que la del contenido de agua y peso específico seco, 154 y 180 m respectivamente. No obstante, es necesario hacer notar que el grado de saturación es una propiedad difícil de determinar en laboratorio. De tal forma que la incertidumbre o error asociado a este ensaye, de acuerdo con estudios anteriores, es de 6% (Sedano, 1982). Por tal motivo, la baja distancia de correlación se debe a que el campo aleatorio estudiado es aparente. Es decir, el error asociado a los valores experimentales, por su determinación en el laboratorio, produce una reducción del coeficiente de correlación, lo que conlleva a una reducción de la distancia de influencia. En el Anexo 3 se indica la incertidumbre propia del ensaye, para la determinación del grado de saturación, así como un ejemplo de aplicación. La teoría de los campos aleatorios aparentes se presenta en el Anexo 2.

En la Tabla 4.7 se presenta el resumen de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación, así como las respectivas distancias de influencia para cada caso.

Cada modelo queda definido por una función exponencial de la forma:

$$\rho = e^{-\frac{h}{a}}, \text{ donde: } a = \delta/2 \tag{4.1}$$

Considerando que  $1/a$  es constante, entonces puede expresarse como:

$$\rho = e^{-\beta h}, \text{ donde: } \beta = \frac{1}{a}$$

4.2

donde:

$\rho$  es el coeficiente de autocorrelación

$\beta = 1/a$  es una constante del modelo exponencial

$h$  es la distancia de separación, en m

$\delta$  es la distancia de correlación, en m

Tabla 4.7 Modelos de correlación horizontal y vertical para cada campo aleatorio

Variable	Modelo vertical		Modelo horizontal	
	$\beta$	$\delta$ (m)	$\beta$	$\delta$ (m)
Contenido de agua, $w$	1.519	1.30	0.0130	154
Peso específico seco, $\gamma_d$	2.396	0.80	0.0111	180
Grado de saturación, $S_r$	2.139	0.90	0.0258	77

Los modelos anteriores son empleados para realizar las estimaciones y simulaciones de sondeos virtuales, a partir de los cuales se construyen cortes virtuales de las propiedades analizadas.

#### 4.4.2.4 Estimación

Para la estimación se emplea la técnica de estimación lineal multivariable, recurriendo al programa denominado “Sistema de Apoyo para el Análisis Geoestadístico”, SAAG, (Auvinet, Medina y Dávalos, 2001), dicho programa permite estimar valores de las propiedades de interés en puntos específicos del medio, es decir, la estimación de valores de las propiedades en mallas específicas de puntos  $X$  dentro del espacio que permitan visualizar el “continuo” de una estratigrafía “esperada” a través de cortes en las direcciones preferenciales de análisis.

En este trabajo se definieron cuatro cortes longitudinales y cuatro cortes transversales en el predio, la distancia media de separación de 250 m con la finalidad de cubrir la mayor parte de la zona de estudio. Estos cortes conformados por sondeos virtuales estimados a cada 25 m, a lo largo y ancho del terreno (CVL1, CVL2, CVL3, CVL4, CVT1, CVT2, CVT3 y CVT4) Figura 4.40.

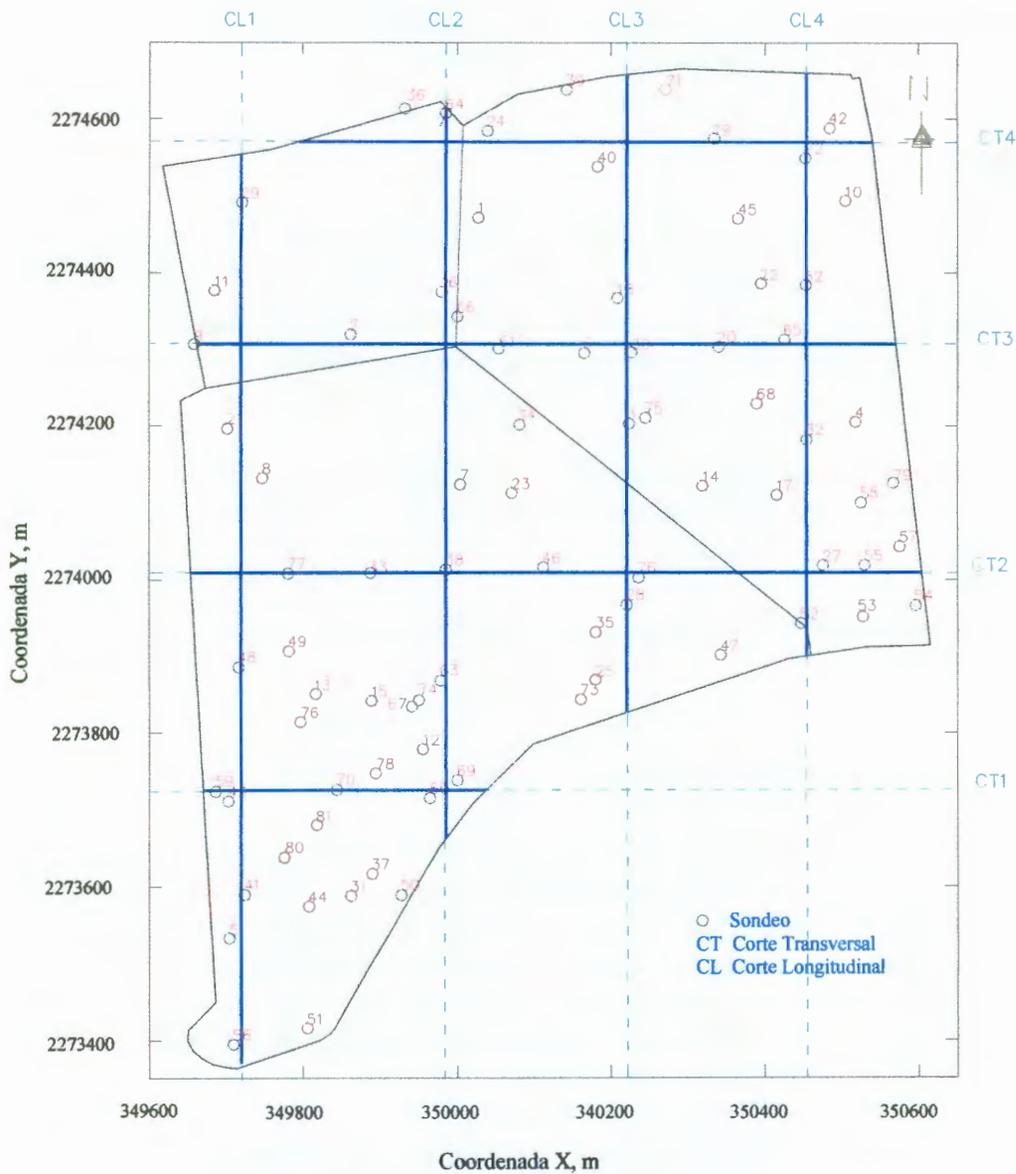


Figura 4.40 Ubicación de cortes virtuales

Para cada una de las variables estudiadas (contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación) se estimaron verticalmente valores puntuales a cada 0.10 m, desde la superficie hasta una profundidad de 4.0 m.

Para la estimación y simulación condicional se emplean los datos de los sondeos que se ubican dentro de una franja de ancho igual a la distancia de influencia y paralela a los ejes virtuales propuestos.

Por otra parte, no se consideró la elevación de los sondeos, debido a que la topografía del terreno es sensiblemente plana.

En general los cortes virtuales longitudinales y transversales permiten apreciar en algunos casos la continuidad o discontinuidad de las propiedades analizadas.

#### 4.4.2.5 Simulación

Mediante simulación se puede determinar una posible realización del campo aleatorio, que representa la variabilidad del mismo. En este caso es importante realizar un análisis para emplearla como herramienta auxiliar para la determinación de zonas desfavorables basadas en las propiedades de análisis antes señaladas. Para ello es necesario realizar una comparación entre los valores estimados y los simulados y de acuerdo con esto identificar zonas potenciales de riesgo.

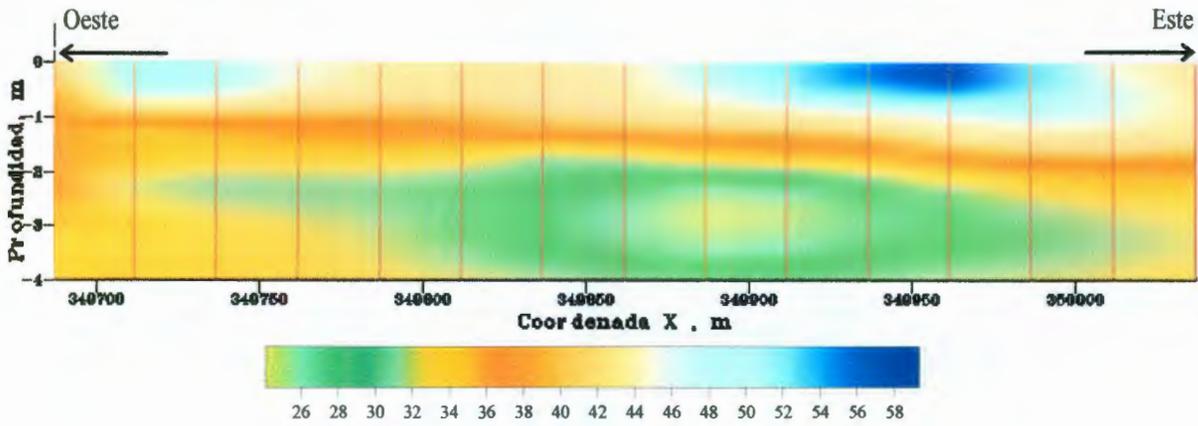
Para el cálculo de las simulaciones se emplean los modelos de correlación espacial definidos en el análisis estructural y para facilidad de cálculo se utiliza el programa, SAAG (Auvinet, Medina y Dávalos, 2001).

Los resultados de las simulaciones realizadas se presentan, simultáneamente con los cortes virtuales, en las Figuras 4.41 a 4.64.

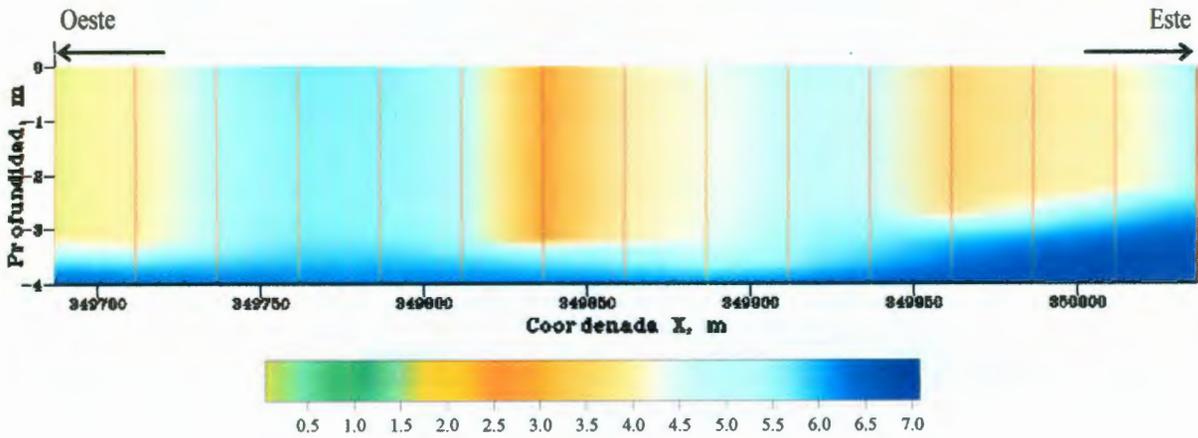
#### 4.4.2.6 Mapeo

Como se mencionó anteriormente, el mapeo es una forma de representar gráficamente los resultados de las estimaciones y simulaciones con el propósito de facilitar la interpretación en forma visual. Los mapas correspondientes a los cortes virtuales estimados y simulados se muestran en las siguientes figuras, su interpretación se deja para el siguiente apartado. En las Figuras 4.27 a 4.50 se muestran los cortes virtuales longitudinales y transversales calculados, en dichas figuras se presentan en forma simultánea la estimación, la incertidumbre o error de estimación y la simulación para cada corte, esto con el propósito de tener una interpretación conjunta.

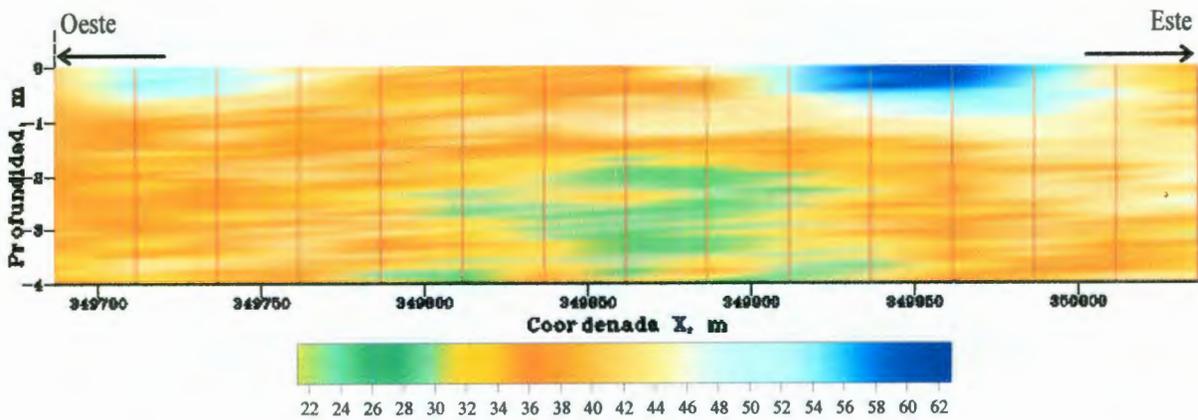
Los cortes virtuales obtenidos fueron calculados con base en la teoría de estimación multivariable para estimación condicional y el método de simulación condicional ambos se presentan en el Anexo 2.



a) Estimación

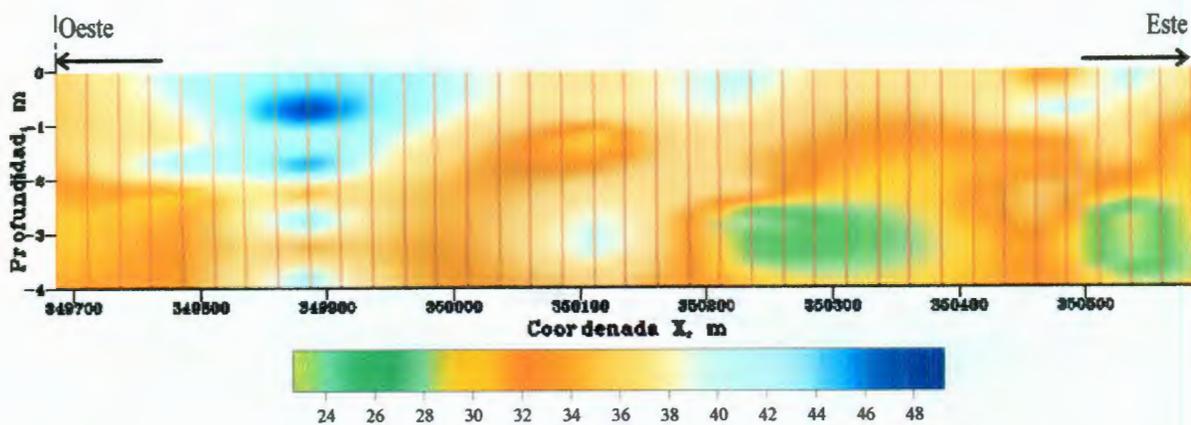


b) Desviación estándar de estimación

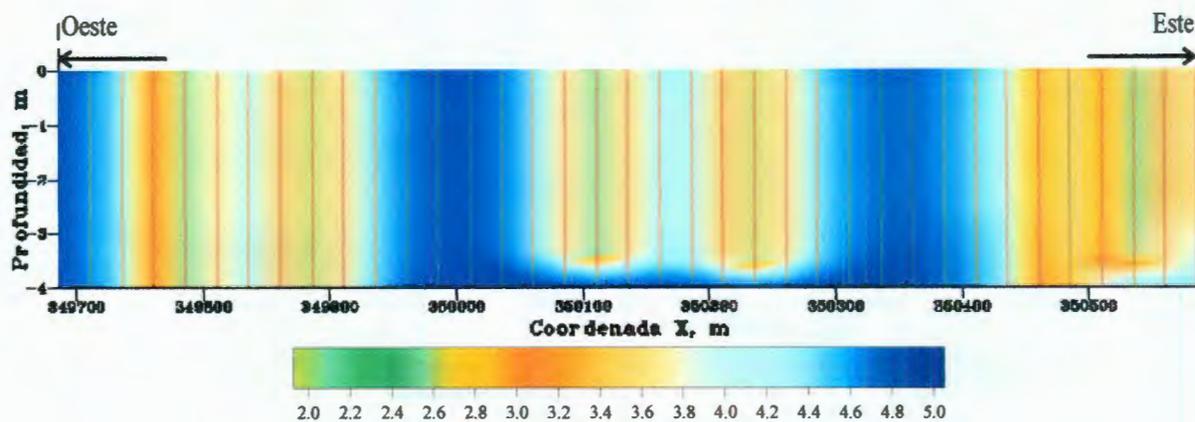


c) Simulación

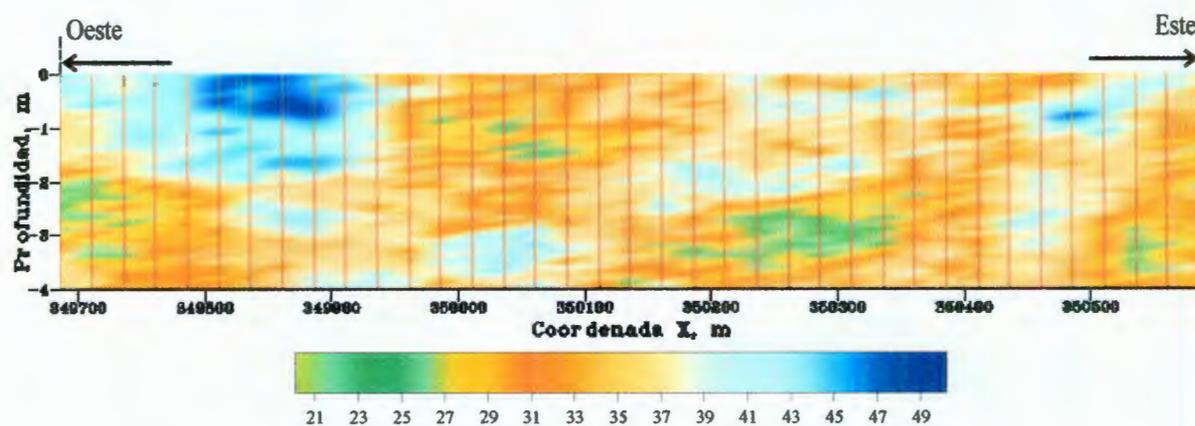
Figura 4.41 Corte virtual transversal 1 del contenido de agua



a) Estimación

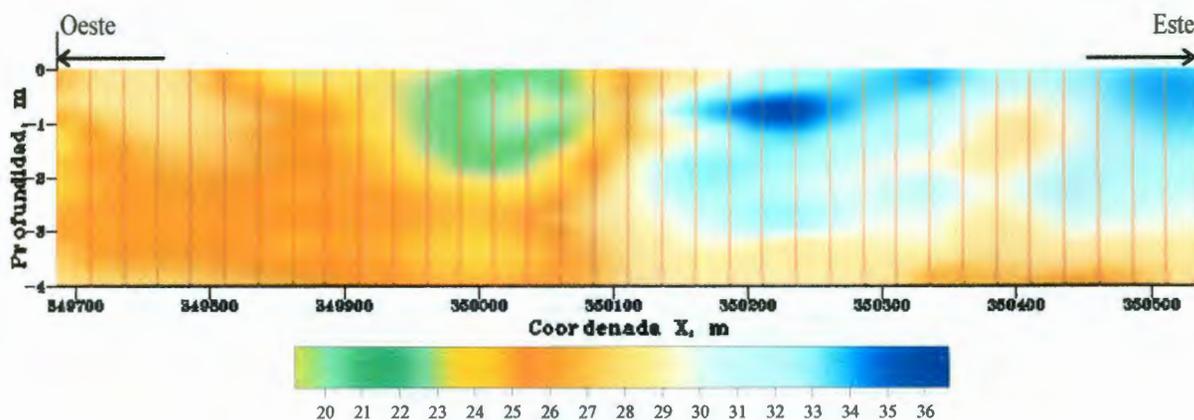


b) Desviación estándar de estimación

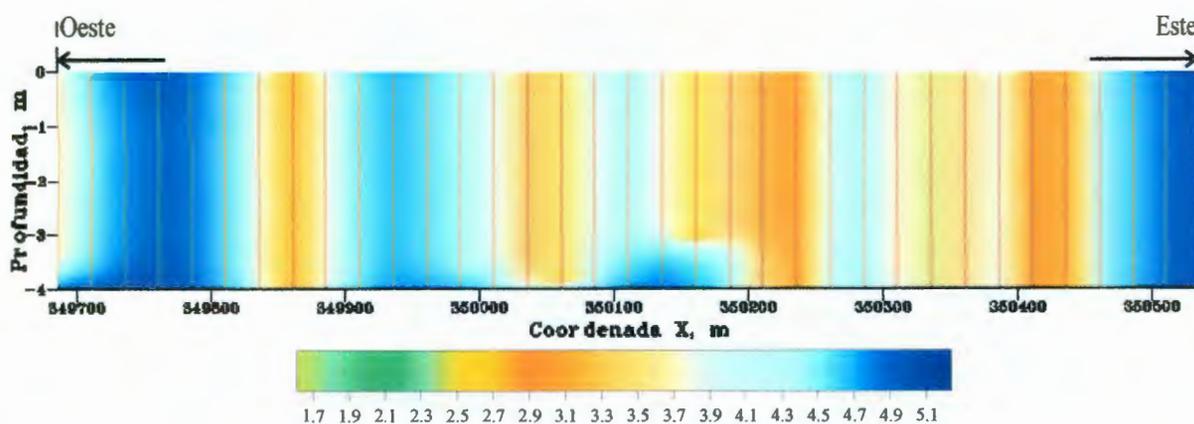


c) Simulación

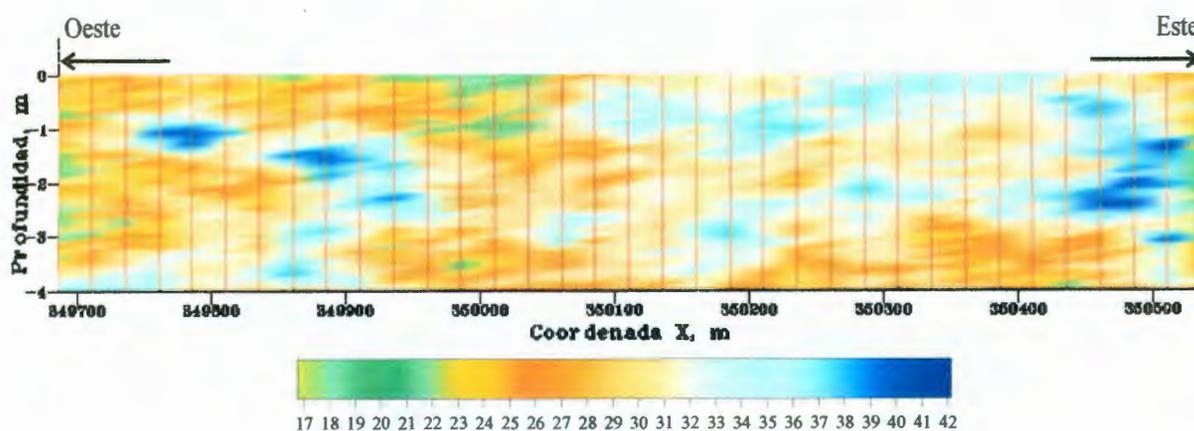
Figura 4.42 Corte virtual transversal 2 del contenido de agua



a) Estimación

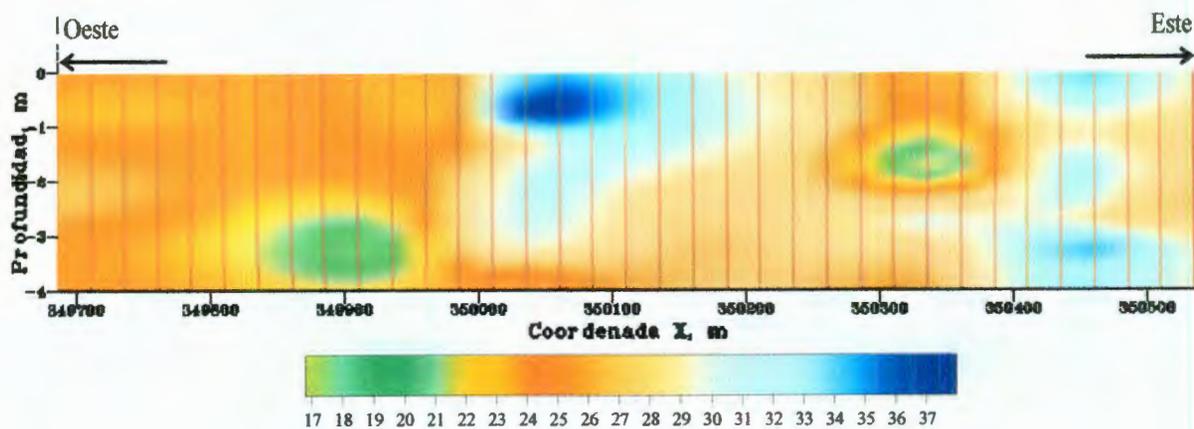


b) Desviación estándar de estimación

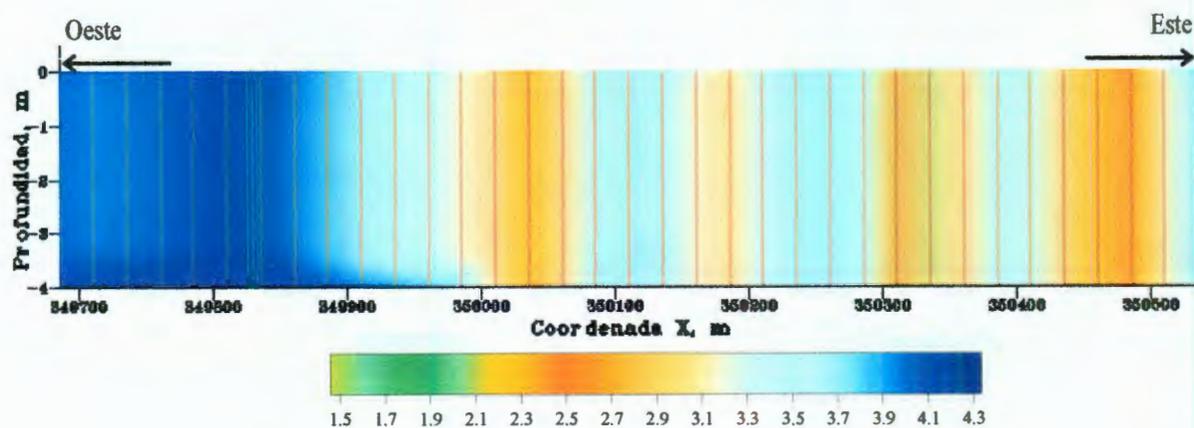


c) Simulación

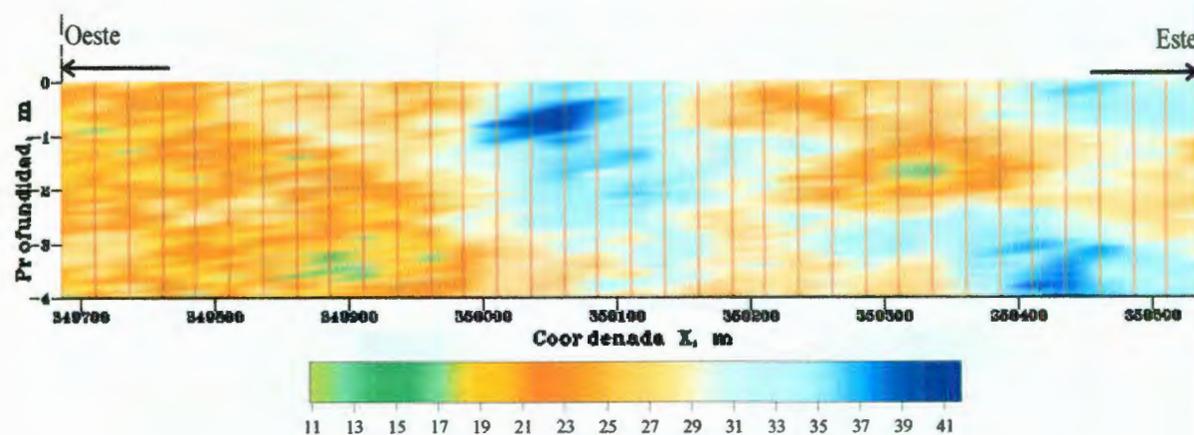
Figura 4.43 Corte virtual transversal 3 del contenido de agua



a) Estimación

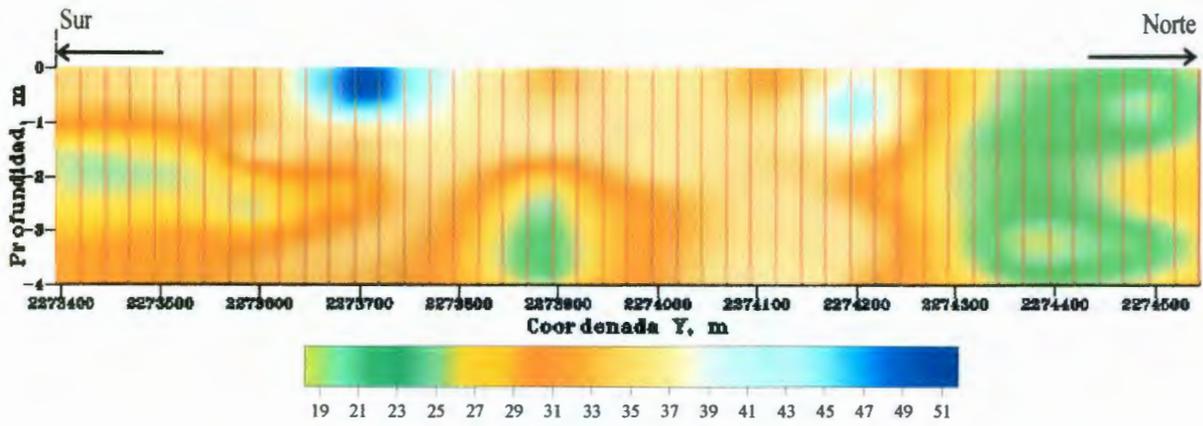


b) Desviación estándar de estimación

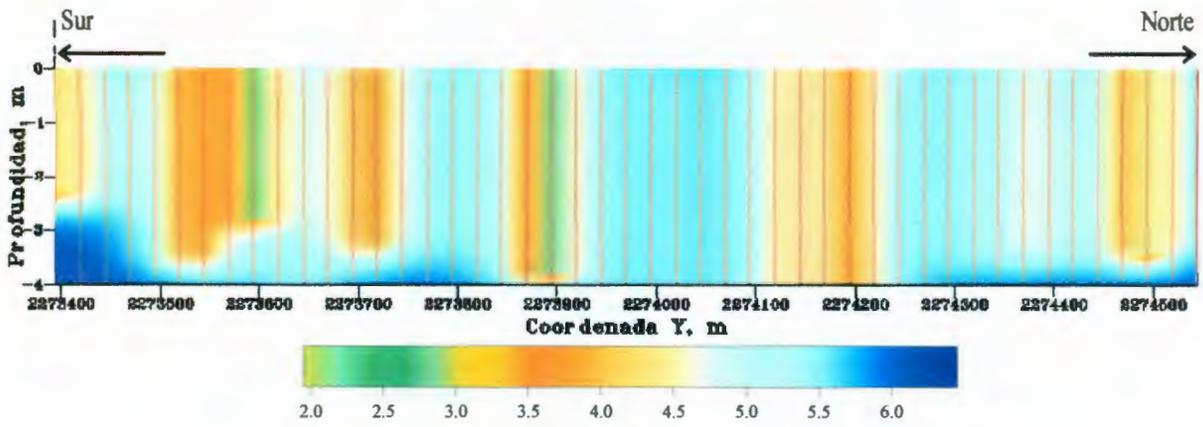


c) Simulación

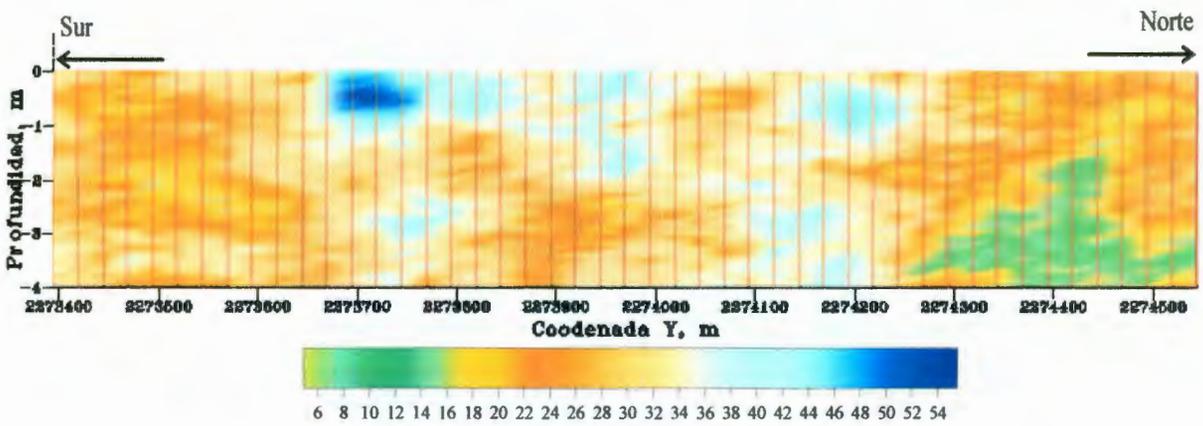
Figura 4.44 Corte virtual transversal 4 del contenido de agua



a) Estimación

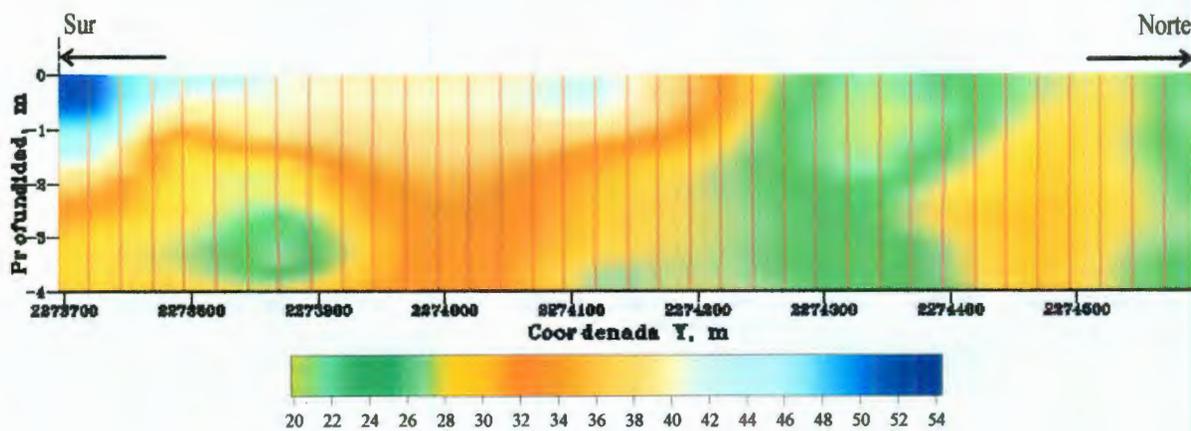


b) Desviación estándar de estimación

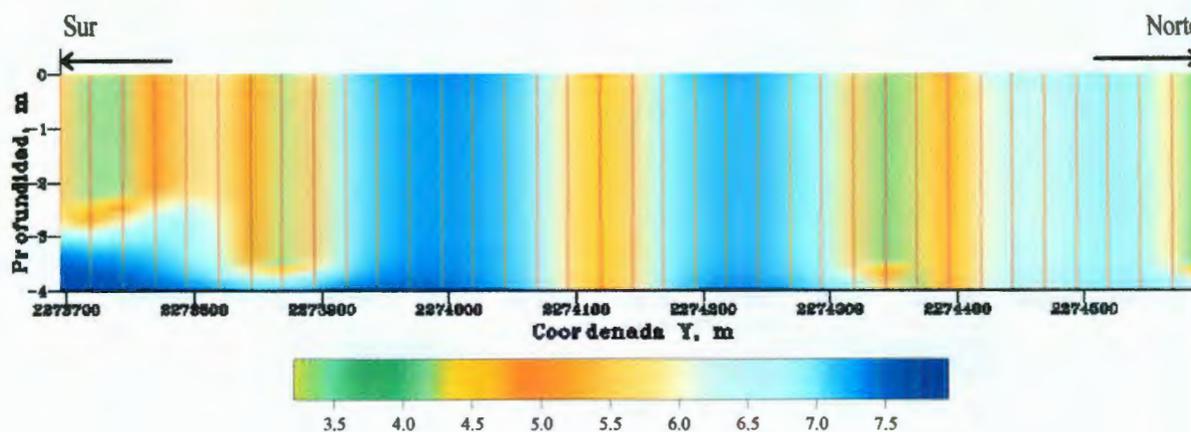


c) Simulación

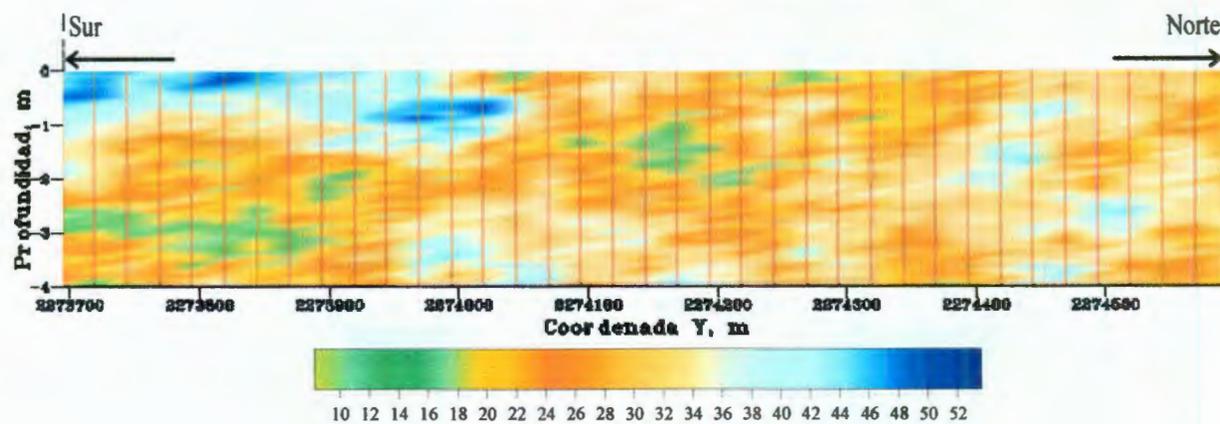
Figura 4.45 Corte virtual longitudinal 1 del contenido de agua



a) Estimación

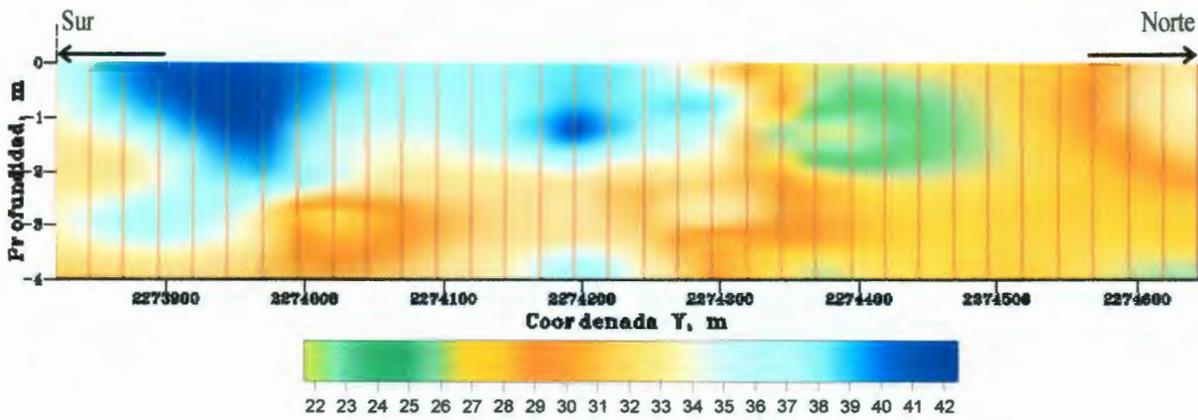


b) Desviación estándar de estimación

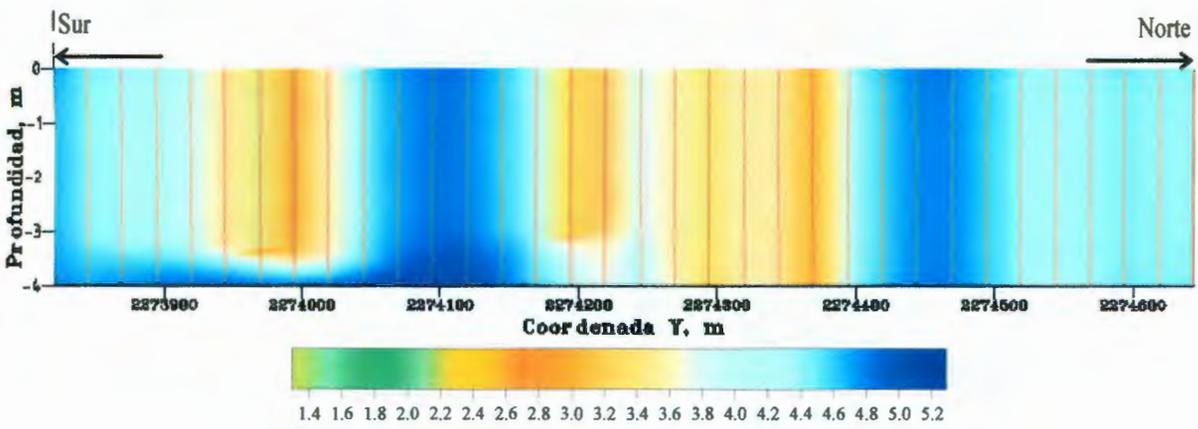


c) Simulación

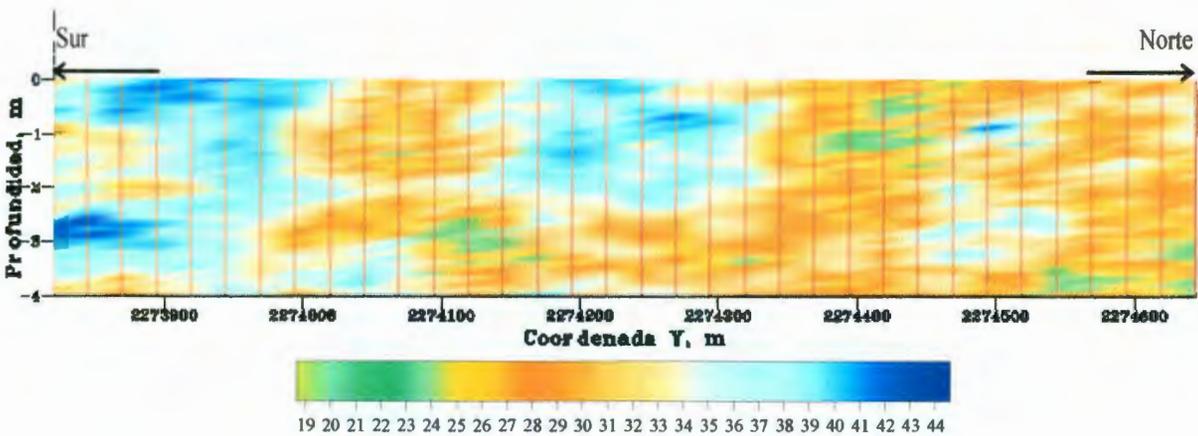
Figura 4.46 Corte virtual longitudinal 2 contenido de agua



a) Estimación

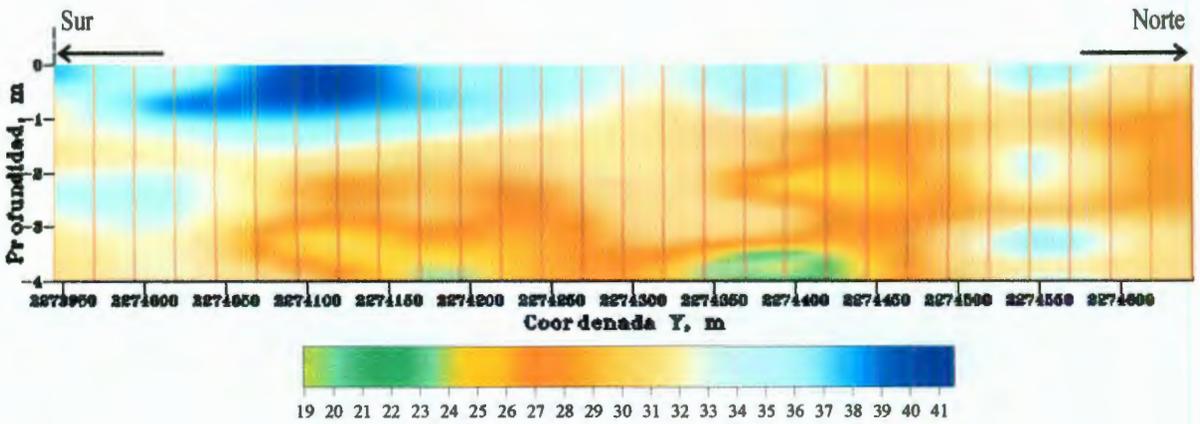


b) Desviación estándar de estimación

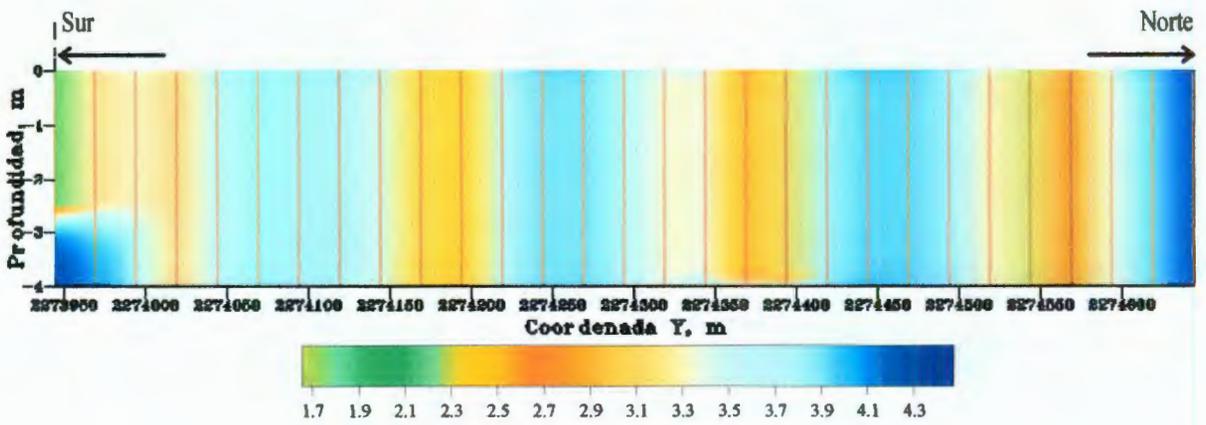


c) Simulación

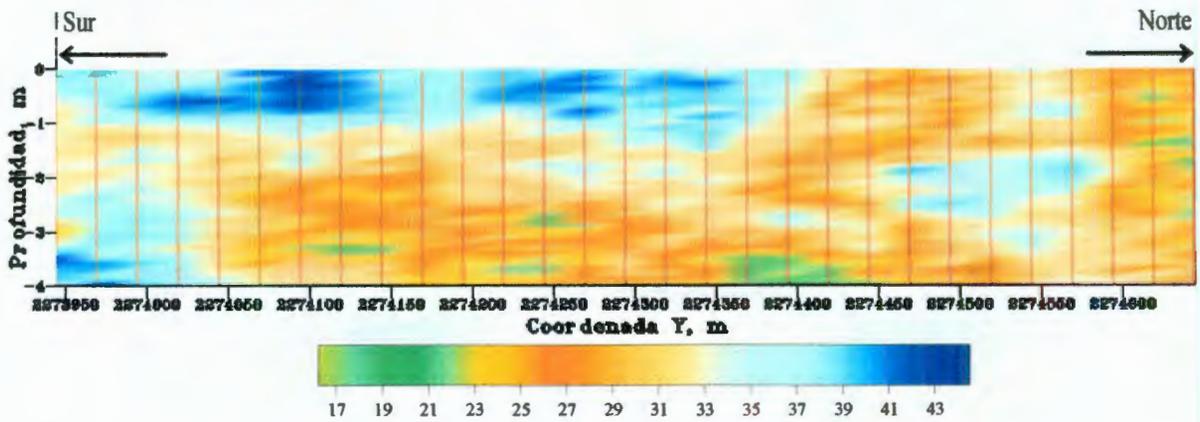
Figura 4.47 Corte virtual longitudinal 3 contenido de agua



a) Estimación

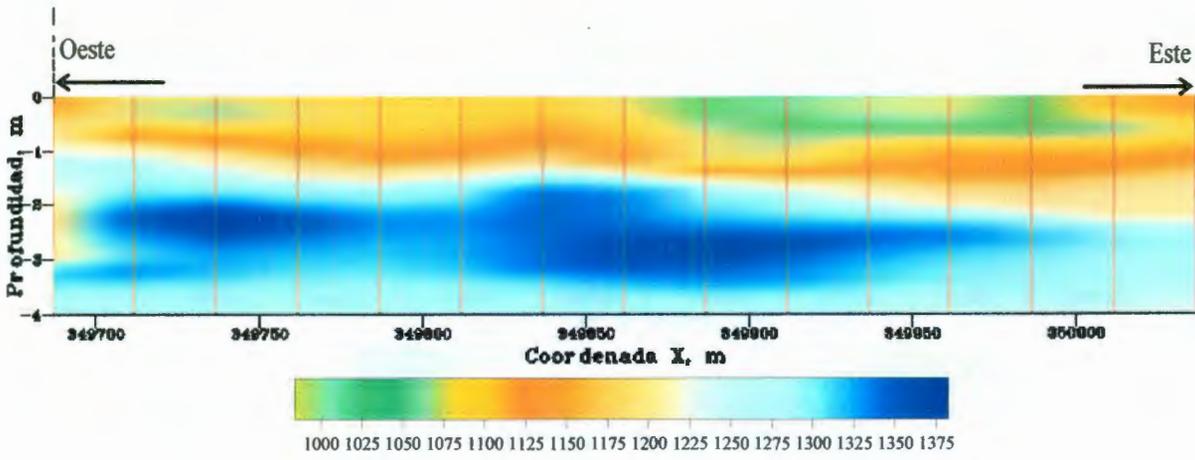


b) Desviación estándar de estimación

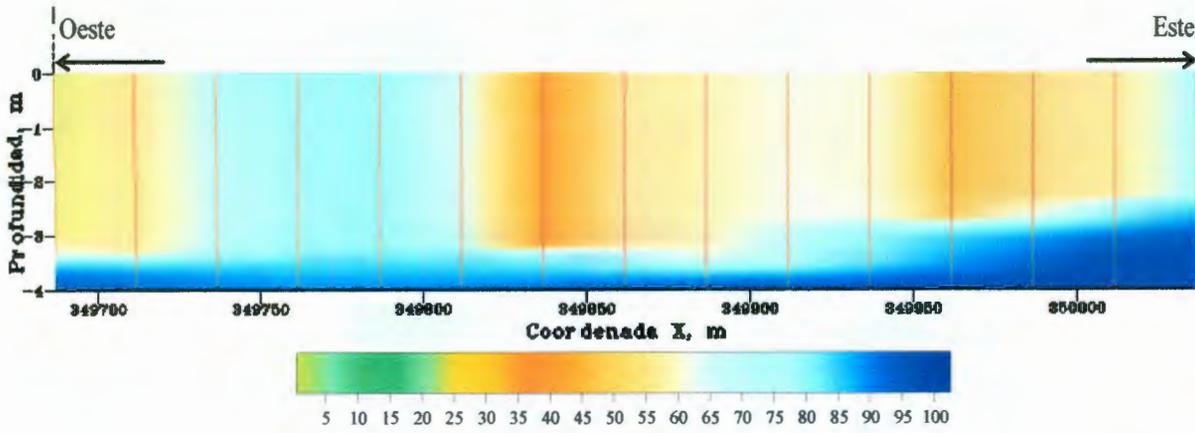


c) Simulación

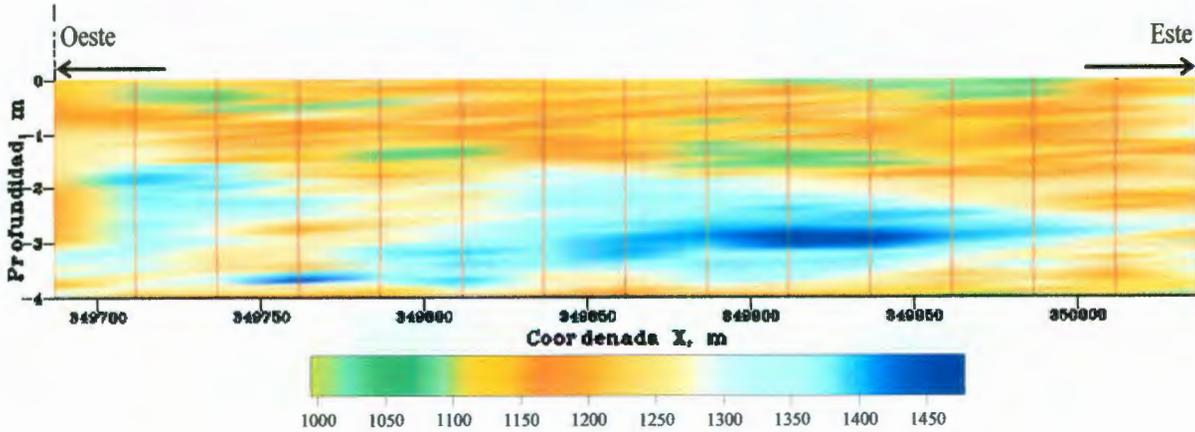
Figura 4.48 Corte virtual longitudinal 4 del contenido de agua



a) Estimación

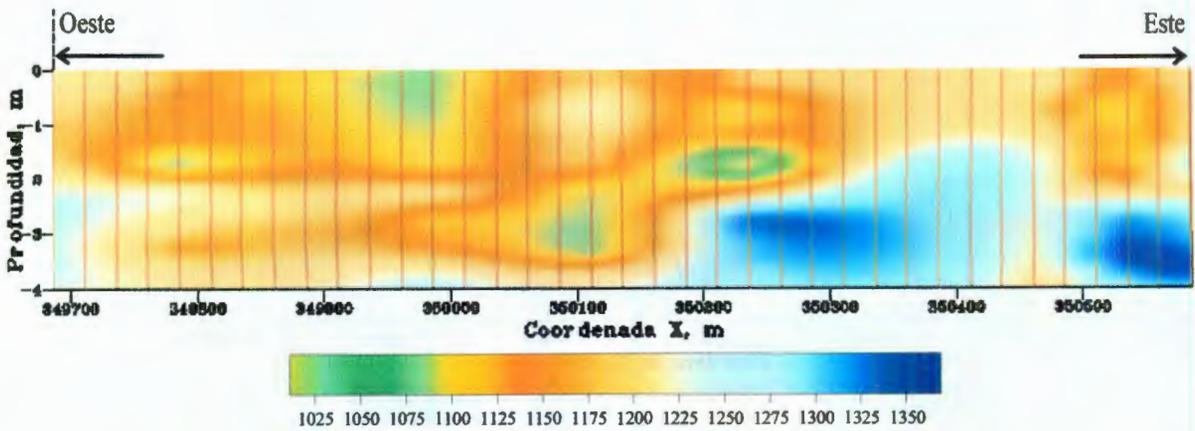


b) Desviación estándar de estimación

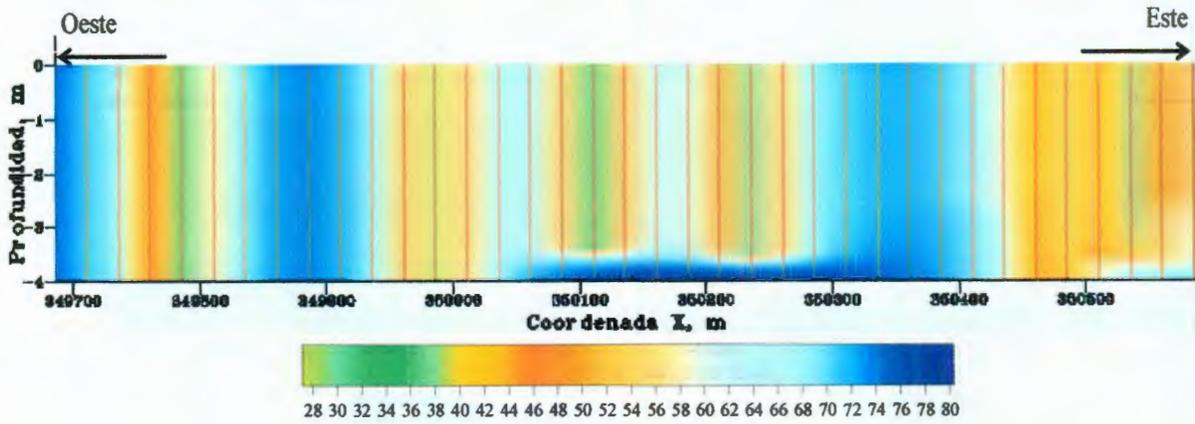


c) Simulación

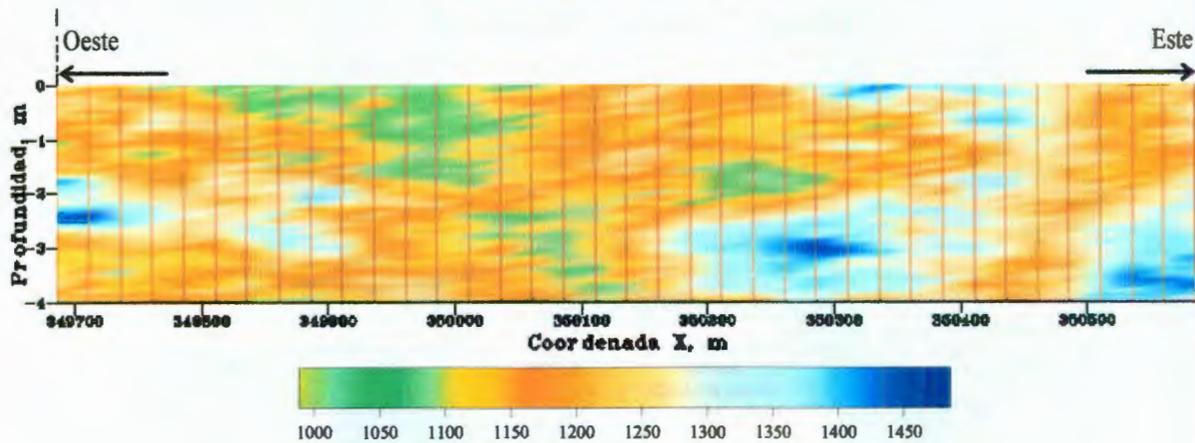
Figura 4.49 Corte virtual transversal 1 del peso específico seco



a) Estimación

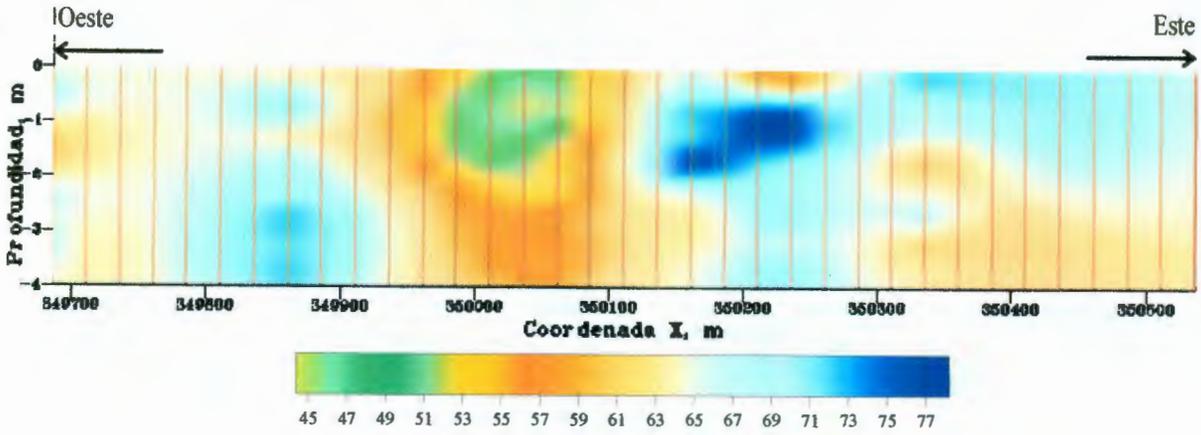


b) Desviación estándar de estimación

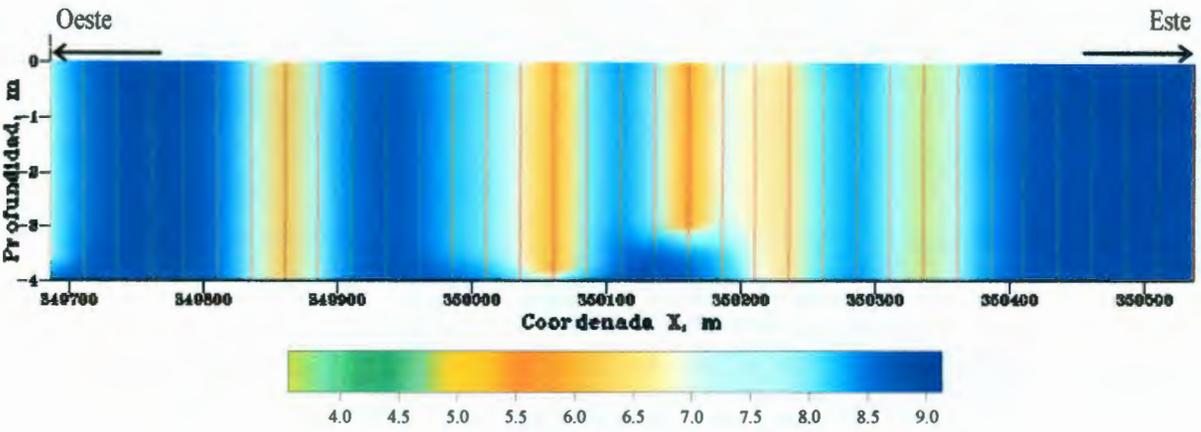


c) Simulación

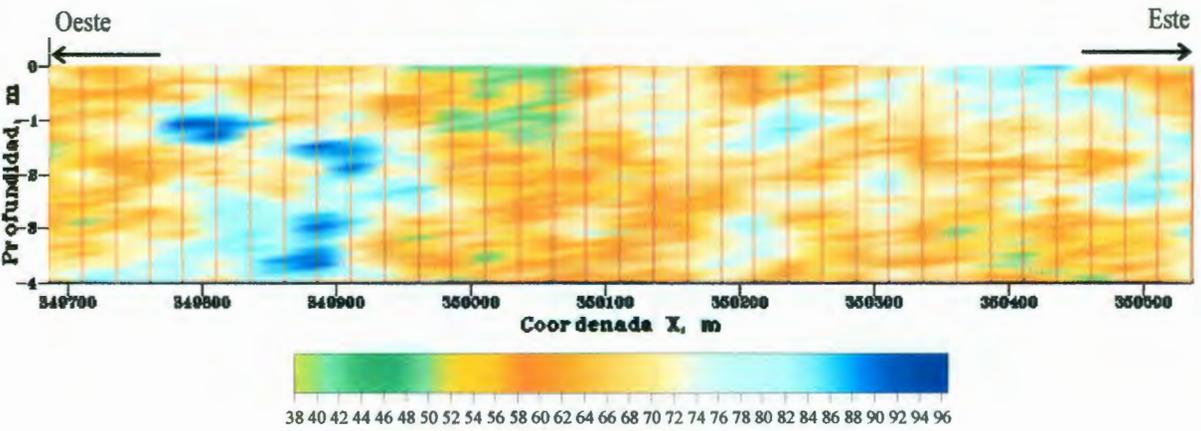
Figura 4.50 Corte virtual transversal 2 del peso específico seco



a) Estimación

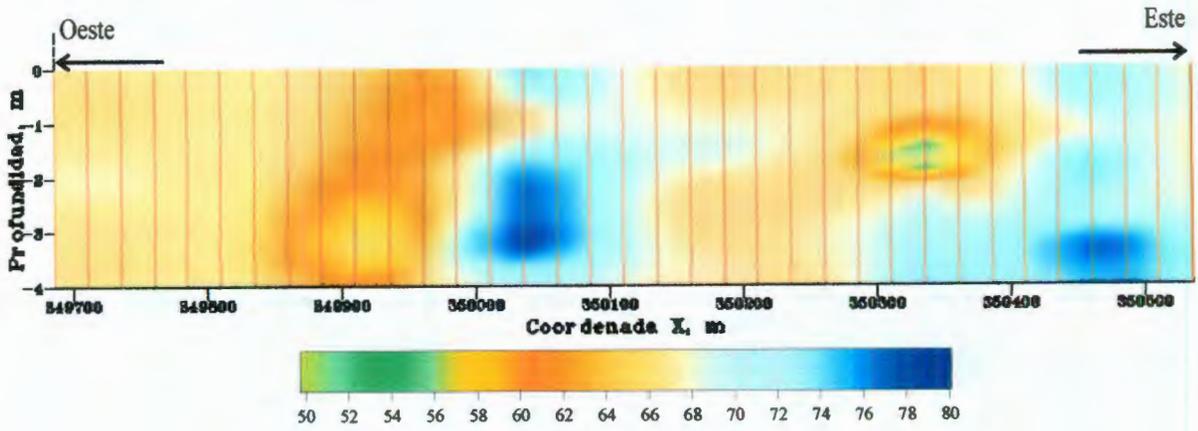


b) Desviación estándar de estimación

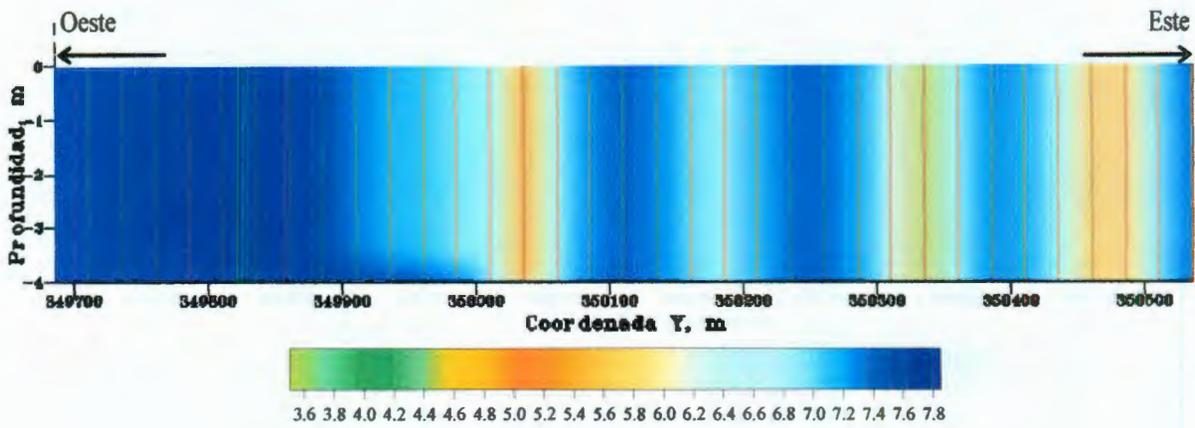


c) Simulación

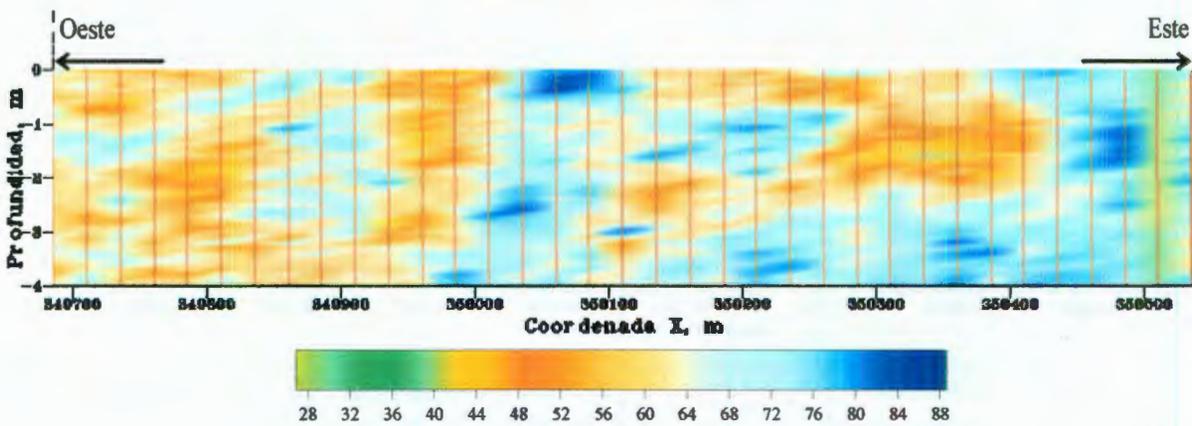
Figura 4.59 Corte virtual transversal 3 del grado de saturación



a) Estimación

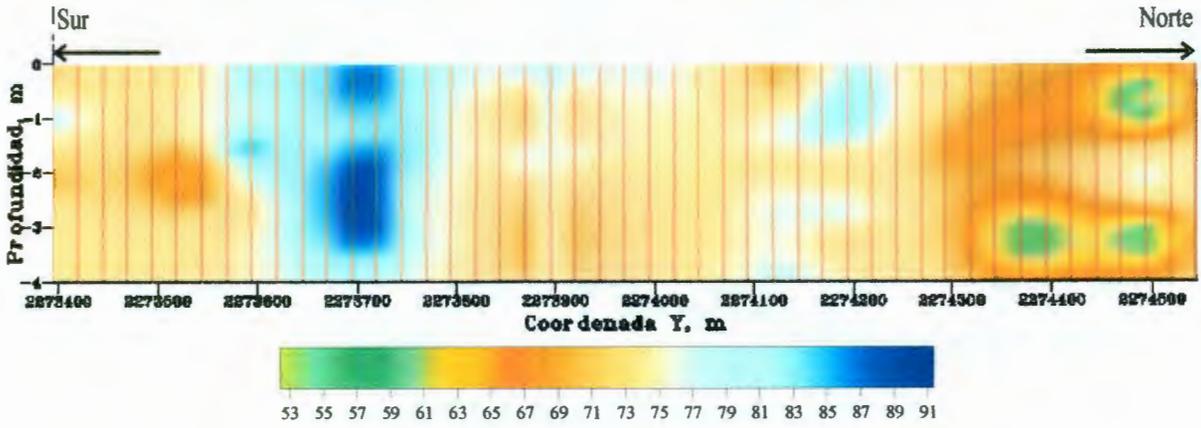


b) Desviación estándar de estimación

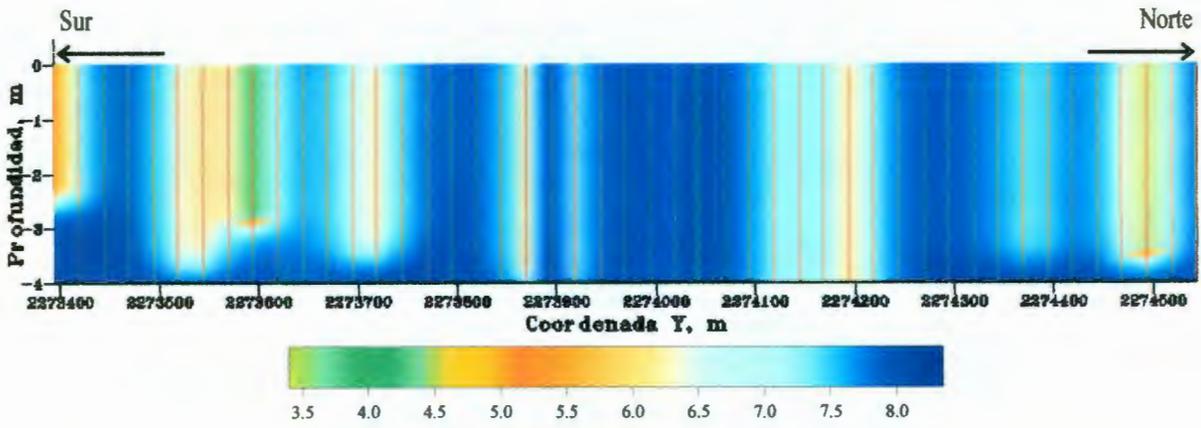


c) Simulación

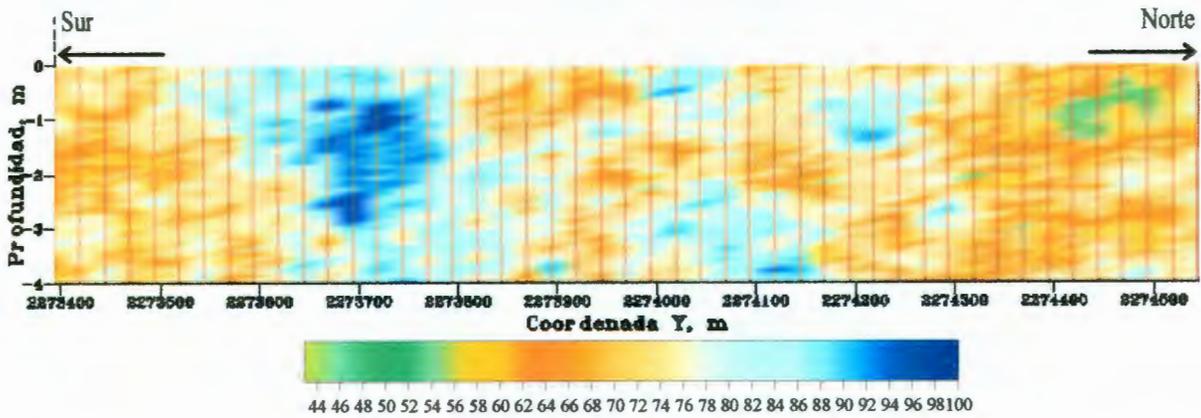
Figura 4.60 Corte virtual transversal 4 del grado de saturación



a) Estimación

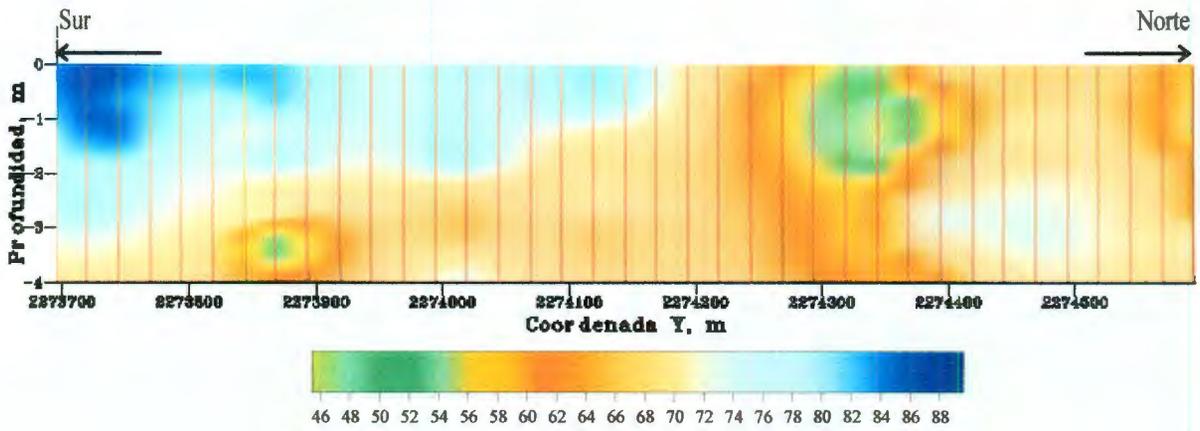


b) Desviación estándar de estimación

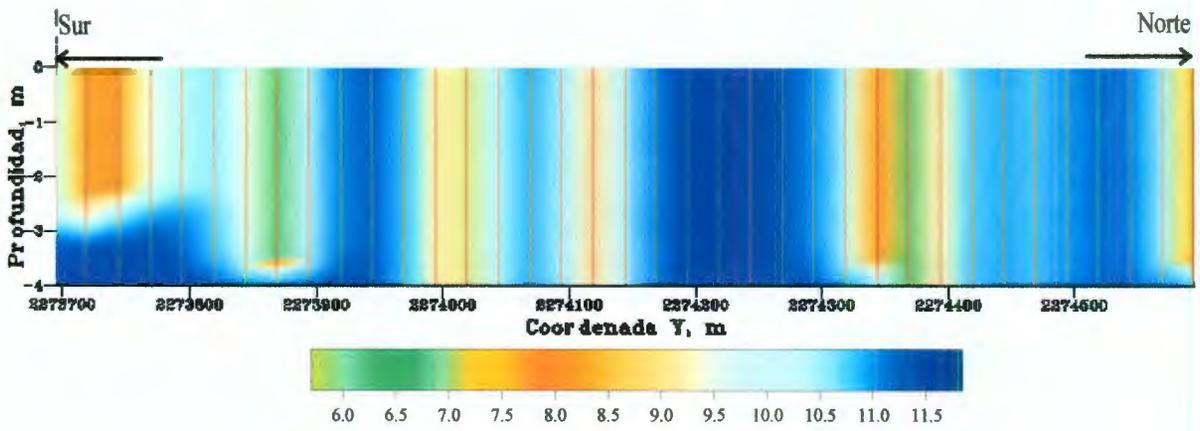


c) Simulación

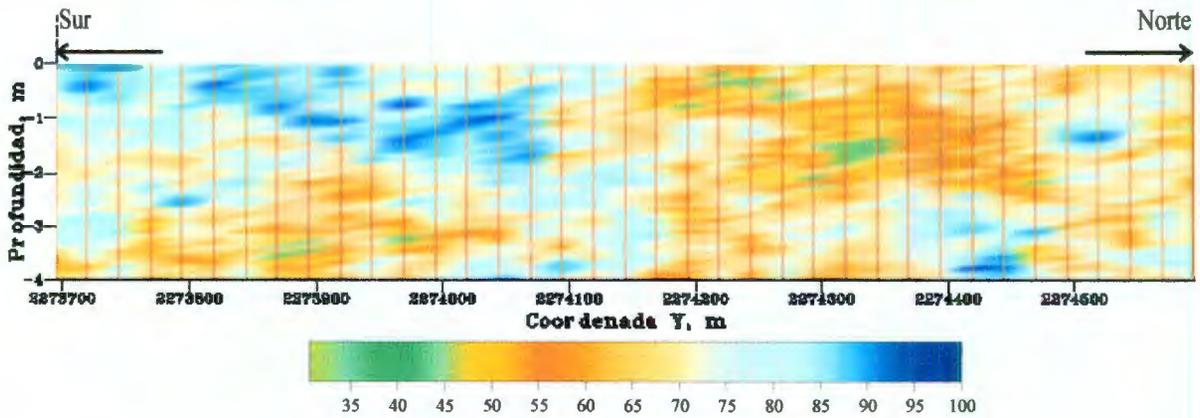
Figura 4.61 Corte virtual longitudinal 1 del grado de saturación



a) Estimación

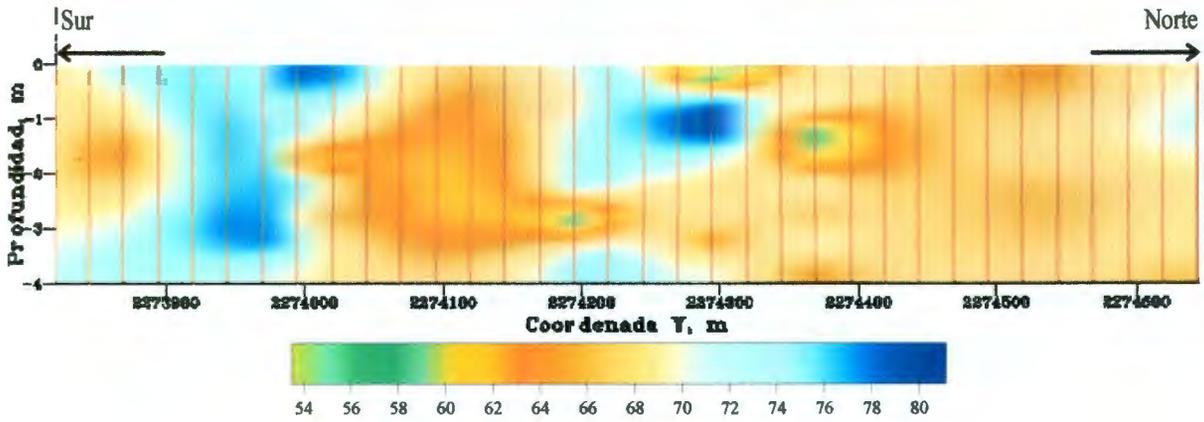


b) Desviación estándar de estimación

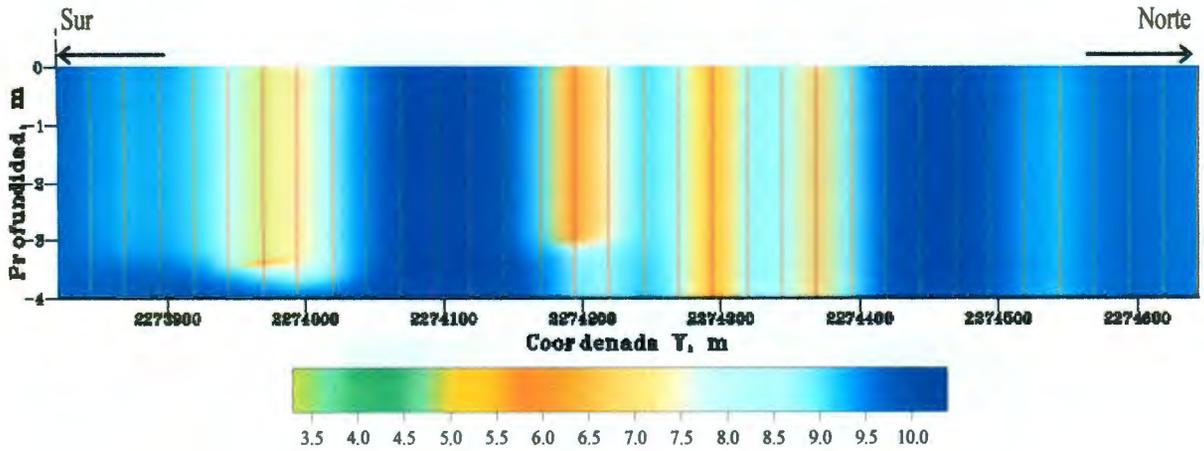


c) Simulación

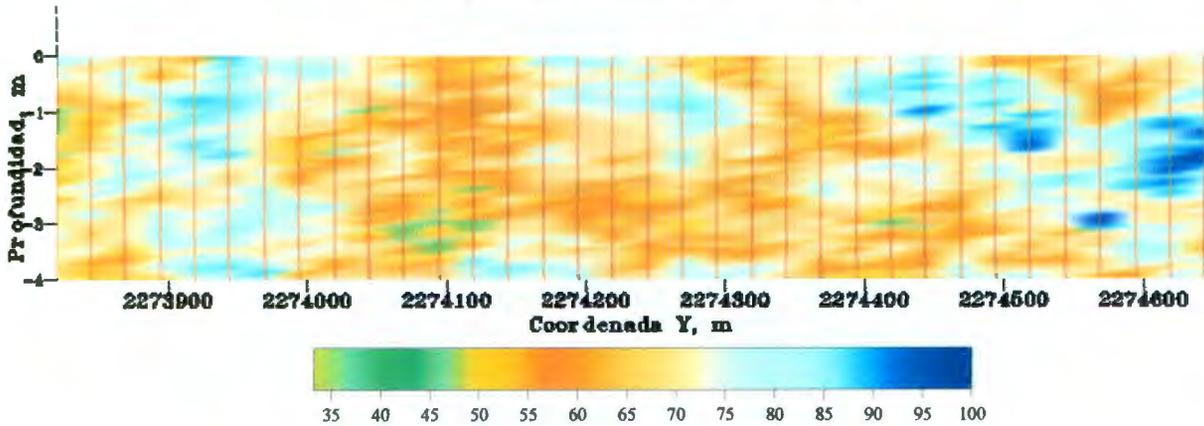
Figura 4.62 Corte virtual longitudinal 2 del grado de saturación



a) Estimación

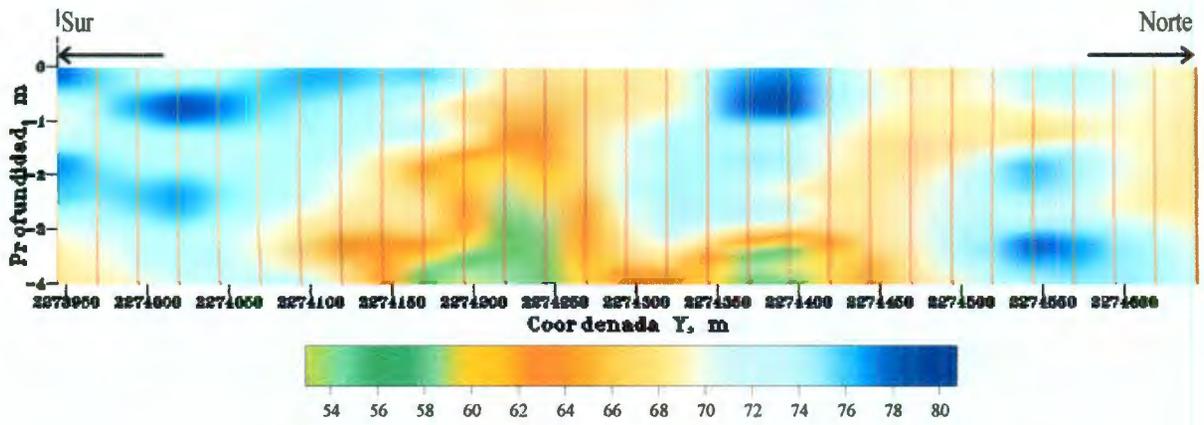


b) Desviación estándar de estimación

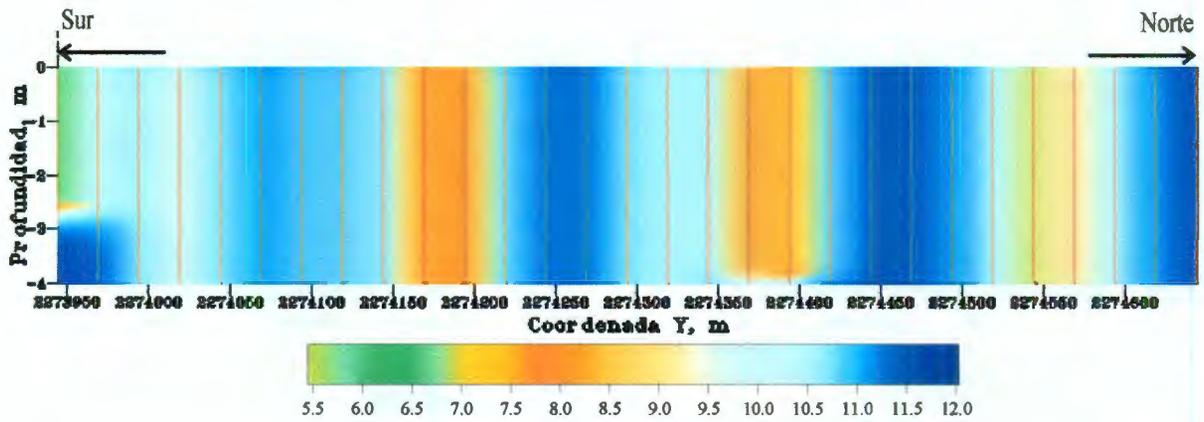


c) Simulación

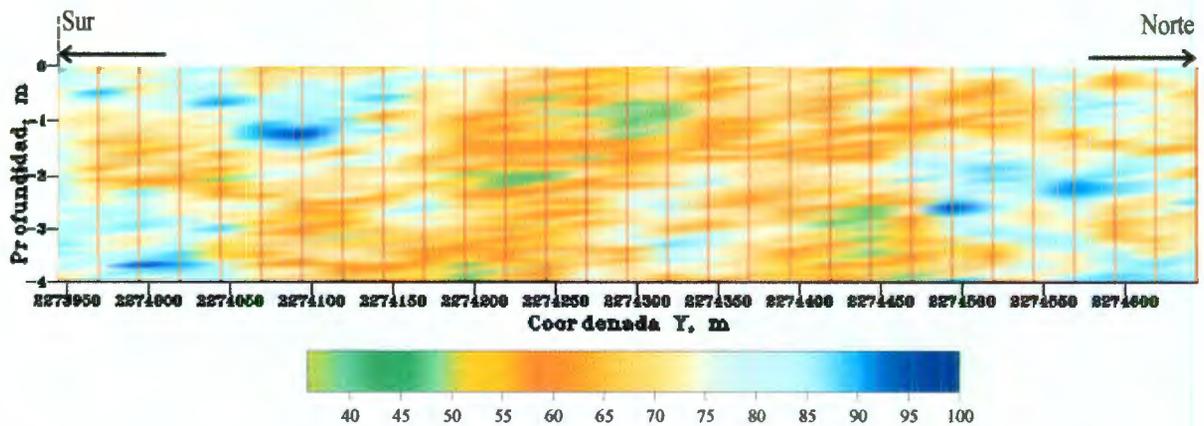
Figura 4.63 Corte virtual longitudinal 3 del grado de saturación



a) Estimación



b) Desviación estándar de estimación



c) Simulación

Figura 4.64 Corte virtual longitudinal 4 del grado de saturación

#### 4.4.2.7 Interpretación

La interpretación particular de cada uno de los cortes elaborados se presenta en los siguientes párrafos.

**CVT1, Corte virtual transversal 1.** Se presenta una franja, estrato, con espesor entre 1.0 y 1.5 m con contenidos de agua mayores a 40%, subyacen a ésta contenidos de agua inferiores a 40%. En el mapa de error de estimación se distinguen zonas de alta incertidumbre a profundidades entre 2.5 y 3.0 m, esto debido a que en dichas zonas los sondeos de influencia de referencia son cortos, profundidades menores a 3.0 m. El corte virtual de simulación presenta una configuración similar a la de la estimación. Para el peso específico seco se distingue un estrato superficial entre 1.0 y 1.5 m con valores menores a  $1150 \text{ kg/m}^3$ . Para el grado de saturación los valores estimados en general son mayores a 70%. Figuras 4.41, 4.44 y 4.57.

**CVT2, Corte virtual transversal 2.** Se observa una franja, espesor de 2.0 m, con contenidos de agua mayores al 30% en los primeros 500 m del corte. Para el corte de error de estimación se definen tres franjas en donde se presentan valores mayores a 4.4%. La simulación en este caso presenta configuración similar a la estimación. Para el peso específico seco se define una franja a lo largo del corte, de 1.5 m con valores menores a  $1200 \text{ kg/m}^3$ , subyace una configuración heterogénea con valores mayores y menores al anterior. La simulación muestra una zona con pesos específicos mayores a  $1200 \text{ kg/m}^3$  al final del corte. Para el grado de saturación se presenta una franja de 1.0 m de espesor a lo largo del corte con grados de saturación mayores al 75% subyacen grados de saturación menores a 75% con valores mínimos de 58% que se concentran en puntos bien definidos, Figuras 4.42, 4.45 y 4.58.

**CVT3, Corte virtual transversal 3.** Se presenta en los primeros 400 m, una banda con contenidos de agua menores a 28%; después de esta banda hasta el final del corte se tienen contenidos de agua superiores al 28%. Por otra parte, la incertidumbre es mayor al inicio del corte lo que se refleja en los resultados de la simulación, en donde los valores de contenido de agua son mayores a los estimados. En el corte virtual del peso específico seco se distingue una banda inicial de 350 m con valores mayores a  $1220 \text{ kg/m}^3$ . Para el grado de saturación se define la misma zona que para el contenido de agua, banda de 400 m, con grados de saturación menores a 65%, Figuras 4.43, 4.46 y 4.59.

**CVT4, Corte virtual transversal 4.** En los primeros 300 m del corte se presentan contenidos de agua menores a 25%, a pesar de tener la mayor incertidumbre en esta zona, la simulación presenta una configuración similar. El corte virtual del peso específico presenta casi en su totalidad valores superiores a  $1225 \text{ kg/m}^3$ , salvo en dos zonas que se distinguen en el corte, donde se tienen valores menores a  $1225 \text{ kg/m}^3$ . Para el corte virtual del grado de saturación se observa una banda, al inicio del corte, de 300 m con valores menores a 65% la incertidumbre es alta para este caso al ser la distancia de influencia menor. Lo anterior se observa en las Figuras 4.44, 4.47 y 4.60.

**CVL1, Corte virtual longitudinal 1.** Se presenta una distribución heterogénea del contenido de agua. No obstante, se alcanza a definir una franja en los primeros 250 m con valores menores a 32% al igual que en los últimos 300 m. Al inicio del corte el error de estimación es alto a una profundidad de 2.5 m, mayor a 5.5%, debido a que los sondeos de referencia en esa zona son cortos. Por otra parte, también se definen 3 bandas de ancho mayor a 200 m debido a la ausencia de sondeos en esa zona. Para el peso

específico seco se define una banda en los últimos 300 m del corte con valores mayores a  $1220 \text{ kg/m}^3$  no se define la franja inicial como en el contenido de agua, el error de estimación es alto al principio del corte y en otras zonas en donde llega a alcanzar una desviación estándar de  $100 \text{ kg/m}^3$ , las desviaciones menores corresponden a perfiles virtuales cercanos a los sondeos de referencia. Para el grado de saturación también se define una banda al final del corte, 300 m, con grados de saturación menores a 70%, Figuras 4.45, 4.53 y 4.61.

**CVL2, Corte virtual longitudinal 2.** Se presenta una banda de 350 m al final del corte estimado con valores menores a 30% y una franja de espesor entre 1.0 y 1.5 m al inicio del corte con contenidos de agua mayores a 40%. El error de estimación se presenta en tres bandas, con valores máximos de 6 y 7 %, la configuración de la simulación es irregular pero al igual que para la estimación se define una banda al final, 350 m con valores de contenido de agua menores a 30%. Para el peso específico seco se definen dos bandas una al inicio del corte de 200 m y otra al final de 400 m con valores mayores a  $1220 \text{ kg/m}^3$ , para el error de estimación se definen dos bandas centrales que presentan las desviaciones mayores de 160 a  $200 \text{ kg/m}^3$ . Por otra parte en el corte virtual de simulación se presentan en su mayoría valores de peso específico seco mayores a  $1250 \text{ kg/m}^3$ . Para el grado de saturación se define una banda al final del corte de 450 m con grados de saturación menores a 65% al igual que en la simulación, para el error de estimación se definen dos bandas de 175 m con desviaciones estándar máximas de 9 y 11.5%, Figuras 4.46, 4.54 y 4.62.

**CVL3, Corte virtual longitudinal 3.** Se identifica una banda al final del corte, 325 m, que presenta contenidos de agua menores a 32% la configuración de la simulación es similar a la estimación salvo en la zona en donde se presenta mayor incertidumbre. En el corte virtual de error de estimación se definen tres bandas: una al inicio de 100 m con valores de 3.5 a 4.5%, una central de 150 m que presenta los valores máximos mayores a 3.5% y una banda al final de 250 m con valores entre 3.5 y 4.5%. Para el peso específico seco se define también una banda al final del corte de 325 m con valores mayores a  $1200 \text{ kg/m}^3$ . Al igual que las propiedades anteriores para el grado de saturación se define una banda de 325 m con valores menores a 68%. El error de estimación es mayor al final del corte, lo que se puede apreciar en el corte estimado y el simulado en esa zona, Figuras 4.47, 4.55 y 4.63.

**CVL4, Corte virtual longitudinal 4.** Se observa una banda al final del corte, 350 m, con contenidos de agua menores a 32%. La simulación presenta una configuración similar a la estimación, el error de estimación es mayor al inicio y al final del corte, desviación estándar de 4.5%. Para el peso específico seco se define, al igual que para el contenido de agua una banda de 350 m al final del corte, con valores mayores a  $1220 \text{ kg/m}^3$ , lo anterior se corrobora con los resultados de la simulación. Finalmente para el grado de saturación se define una banda irregular de aproximadamente 125 m con valores menores a 68%, en la simulación gran parte del corte presenta valores menores a 68% debido a la incertidumbre asociada, Figuras 4.48, 4.56 y 4.64.

Con los cortes virtuales estimados de cada una de las propiedades se realizaron representaciones en tres dimensiones integrando dentro del predio tanto los cortes transversales como longitudinales Figuras 4.65 a la 4.67.

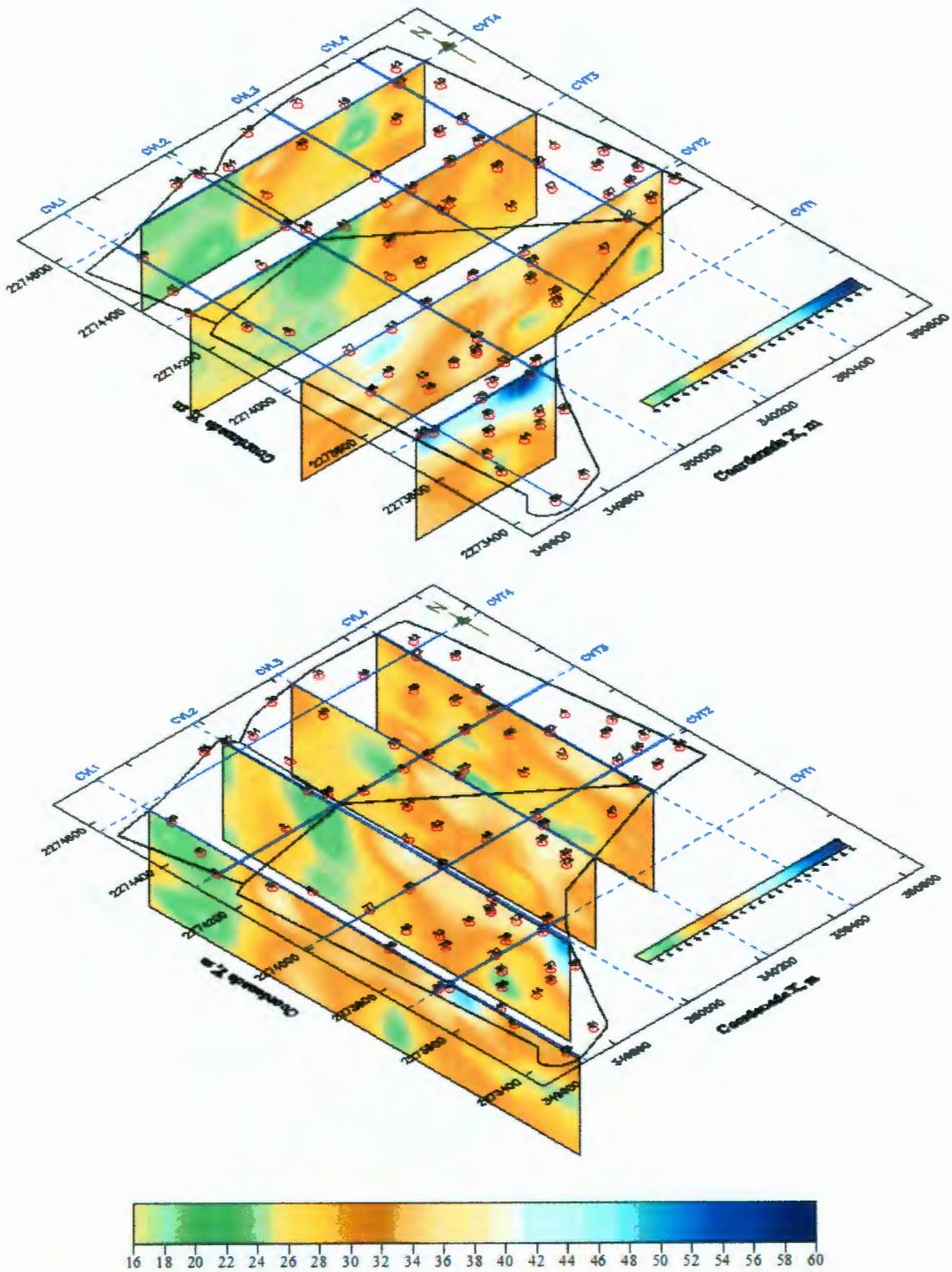


Figura 4.65 Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del contenido de agua

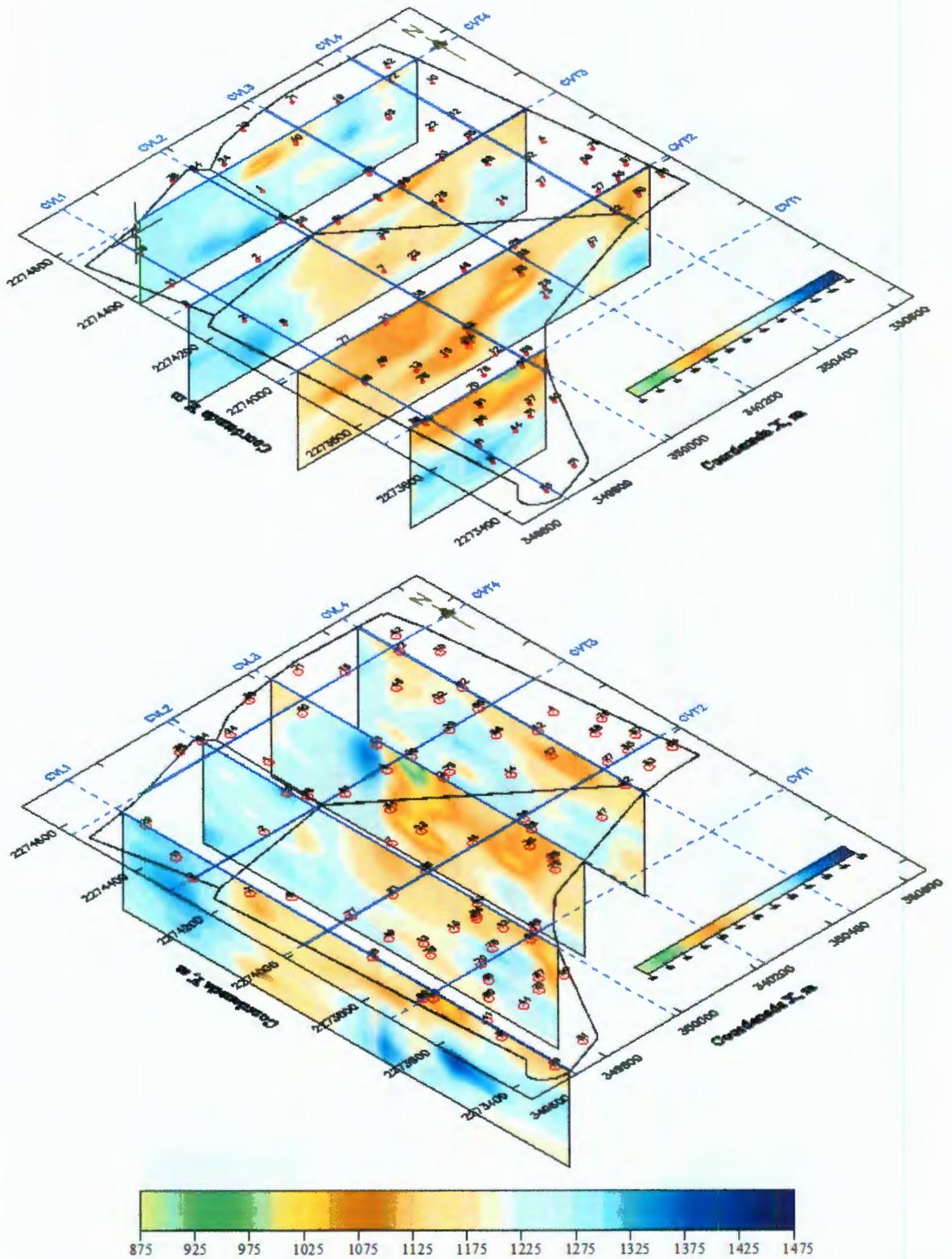


Figura 4.66 Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del peso específico seco

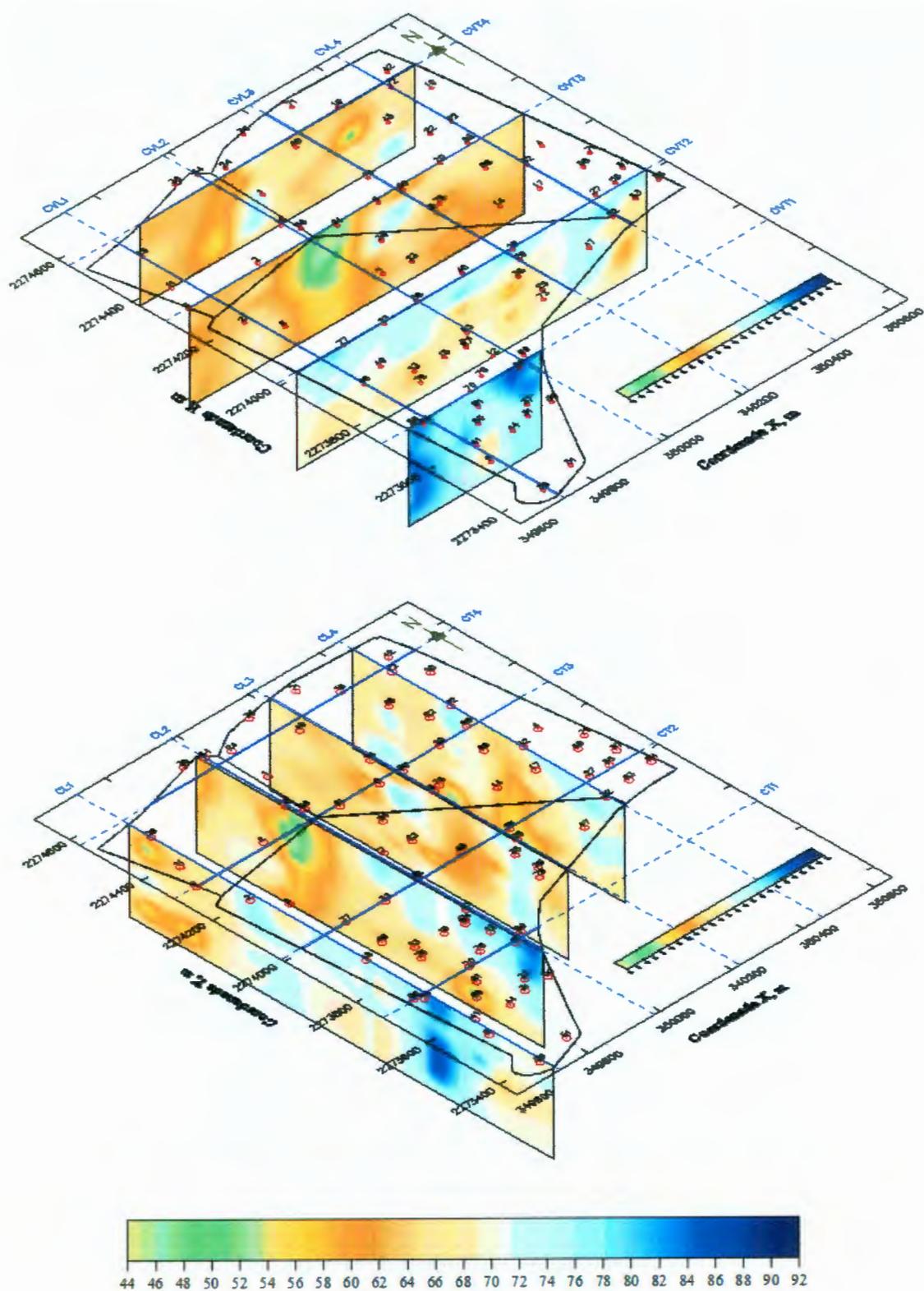


Figura 4.67 Representación en tres dimensiones de los cortes virtuales, transversales y longitudinales, del grado de saturación

Del análisis de los cortes virtuales se puede definir de manera preliminar una zona de riesgo, para ello se consideran los valores estimados y simulados de cada uno de los campos analizados. Para delimitar la zona se consideran los cuatro perfiles longitudinales, principalmente. La zona definida de esta manera se presenta en la parte norte del predio, Figura 4.68.

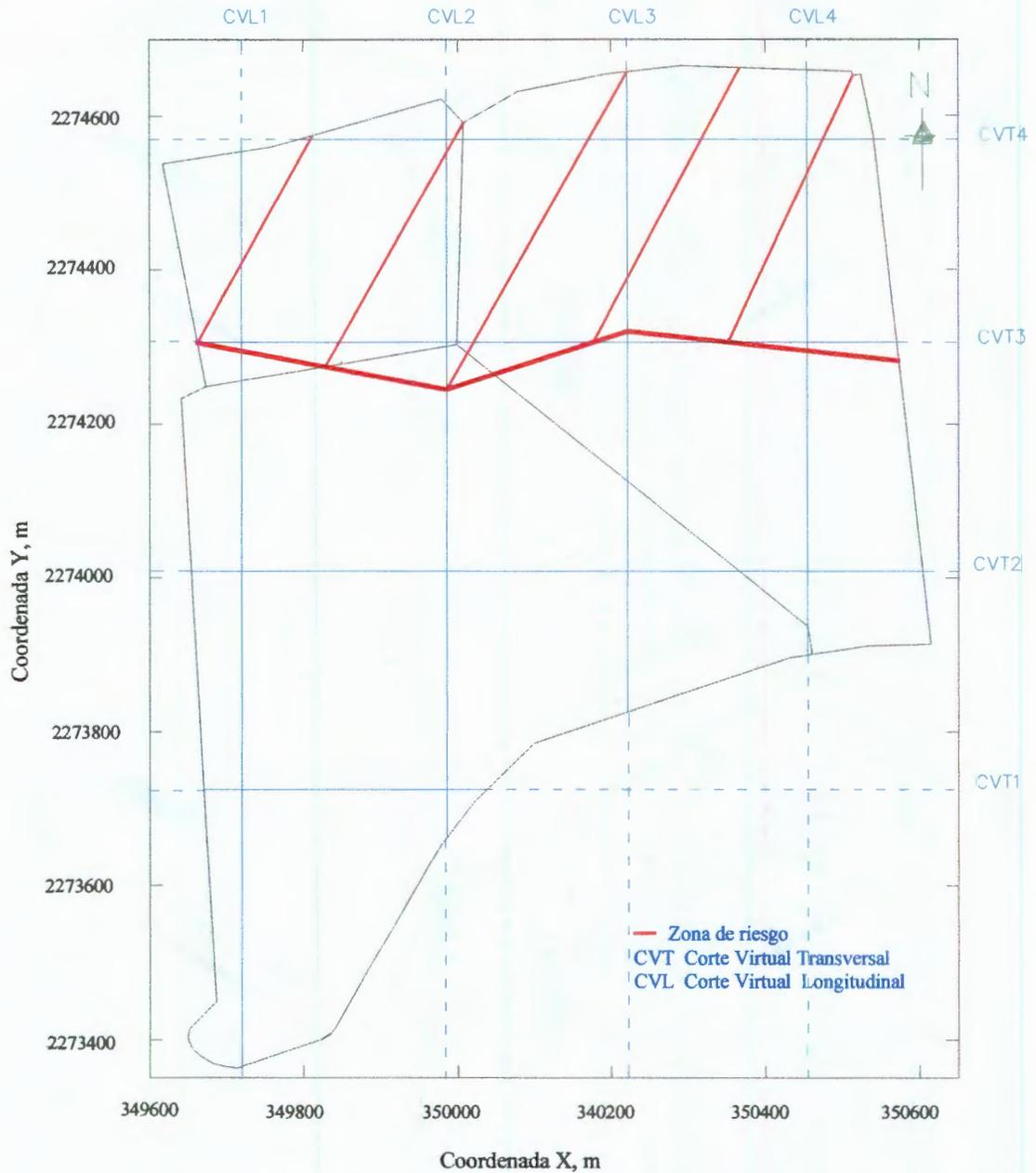


Figura 4.68 Localización preliminar de la zona desfavorable

Por otra parte, de los cortes virtuales estimados se puede observar en algunos casos la definición de algunos estratos o capas, tal es el caso del corte virtual transversal 1 de contenido de agua, en el que se

identifica una capa con un espesor que varía entre 1.0 y 1.5 m, con contenidos de agua mayores a 40% y subyace otra capa cuyos valores de contenido de agua varían entre 24 y 40%, Figura 4.41. De igual manera, para el peso específico seco se definen ambos estratos, para esta propiedad, los valores del primer estrato varían de 975 a 1150 kg/m<sup>3</sup> mientras que para el segundo estrato varían de 1150 a 1375 kg/m<sup>3</sup>, Figura 4.49. Para el corte virtual del grado de saturación, Figura 4.57, no se presenta la misma configuración, como en las variables anteriores, los valores obtenidos son mayores a 70% con la tendencia de aumentar en la superficie. Este corte representa una zona de bajo riesgo en la superficie por lo valores altos de contenido de agua y grado de saturación así como los valores bajos de peso específico seco. En general en pocos cortes estimados se definen estratos uniformes como en el corte transversal 1.

En los cortes de error de estimación, se puede observar zonas con desviaciones estándar bajas, en forma de columnas, esto representa la proximidad de los sondeos de referencia que se toman en cuenta para la estimación. Los valores mayores corresponden a zonas en donde no se tienen sondeos cercanos y se refleja en los valores máximos de desviación estándar.

Mediante el análisis de cada corte se puede establecer en forma general una configuración general de las propiedades, no obstante debido a la configuración errática que se presenta en la mayoría de los cortes, es quizá difícil llegar a una configuración típica.

#### **4.5 IMPLICACIONES INGENIERILES**

Para el caso particular de suelos expansivos el principal objetivo es detectar el potencial expansivo de los mismos, para ello existen diferentes métodos que permiten realizar dicha caracterización. Asimismo, se busca siempre llegar a una propuesta de cimentación económica que tome en cuenta el riesgo que implica el cimentar en este tipo de suelos.

La principal causa de la expansión o asentamiento de una cimentación en suelos volumétricamente inestables es el cambio del contenido de agua, el cual se atribuye principalmente a cambios en el medio respecto a las condiciones naturales, cambios relacionados con la construcción y efectos de cambios de contenido de agua bajo las estructuras. Se pueden presentar expansiones diferenciales que pueden ser originadas por varios aspectos: cambios no uniformes de contenido de agua, variaciones en el espesor y composición del suelo expansivo, cargas estructurales no uniformes, y la geometría de la estructura. Las causas principales de daños en estructuras cimentadas en este tipo de suelo, se presentan en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8 Ejemplos de causas que originan levantamientos en la cimentación debido a los cambios de contenido de agua

CAUSA	EFECTO
Cambios de las condiciones naturales	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Variaciones significativas en el clima, como periodos prolongados de sequía o lluvia.</li> <li>2. Cambios en la profundidad del nivel freático debido a los cambios del contenido de agua.</li> </ol>
Cambios relacionados con la construcción	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Áreas cubiertas reducen la evaporación natural del suelo ocasionando un incremento del contenido de agua próxima al área cubierta.</li> <li>2. Drenaje inadecuado que puede ocasionar encharcamientos y por lo tanto incremento en el contenido de agua.</li> <li>3. La pérdida de contenido de agua en los suelos de cimentación debido a largos períodos de exposición, incrementan el potencial expansivo.</li> </ol>
Efectos de uso	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. El riego de jardines origina el incremento del contenido de agua.</li> <li>2. El plantar árboles cercanos a la construcción, &lt; 1.5 altura del árbol, que ocasiona pérdidas del contenido de agua.</li> <li>3. La pérdida de contenido de agua de los suelos debido a la existencia de áreas en donde se genera mucho calor, por ejemplo en donde se localicen hornos, provocando la contracción del suelo.</li> <li>4. Filtraciones por posibles fugas originan expansión del suelo que se refleja en movimientos diferenciales de la estructura.</li> </ol>

Resulta complejo el poder prever todas las causas posibles de daños en las estructuras, por lo general para el diseño se procede a realizar un análisis de los problemas que pueden afectar el comportamiento adecuado de la estructura, para ello primero se plantea el principal de ellos que en este caso es el identificar el potencial expansivo del suelo y su probable comportamiento.

#### 4.5.1 Consideraciones preliminares

Se plantea la necesidad, como primera instancia, de realizar mapas de riesgo para proporcionar una guía de la distribución del suelo potencialmente expansivo y a la vez definir en donde se pueden presentar las condiciones más desfavorables. Para ello se establecen, para cada una de las propiedades analizadas, valores límites obtenidos a partir del análisis de los ensayos de expansión disponibles. Se tomó como base el método de identificación de suelos potencialmente expansivos propuesto por WES. Este método define correlaciones a partir del resultado de ensayos de expansión, en muestras inalteradas y en suelos compactados. Esta clasificación incluye las propiedades más comunes de los suelos como el límite líquido, el índice plástico, y la succión natural del suelo. Esta clasificación se realizó con base en los resultados de varias pruebas llevadas a cabo en 20 suelos arcillosos típicos de Estados Unidos. Esta clasificación se muestra en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9 Clasificación WES del potencial de expansión (Department of the Army, 1983)

Potencial expansivo	Porcentaje de expansión (%)	Límite líquido (%)	Índice plástico (%)	Succión (tsf)
Bajo	<0.5	<50	<25	<1.5
Medio	0.5-1.5	50-60	25-35	1.5-4.0
Alto	>1.5	>60	>35	>4.0

Indudablemente, el porcentaje de expansión es el parámetro que se puede tomar de referencia para evaluar el potencial expansivo del suelo, ya que es una medición directa del fenómeno. De acuerdo con la clasificación anterior se estableció el porcentaje de expansión límite de 1.5%, para ser tomado como base en la obtención de los valores límite de cada una de las propiedades analizadas (contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación) y correlacionadas con la expansión. Por otra parte, también será analizado el índice plástico al ser una propiedad constante en el suelo, que no varía con las condiciones climáticas o estaciones del año.

#### Establecimiento de límites

Para realizar la zonificación en particular de este predio se plantea el realizar estimaciones de los campos aleatorios antes definidos: contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación. Para lo cual se procede a establecer los límites, valor, de las propiedades analizadas.

Tomando como base los nueve ensayos de expansión, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 4.10, se procede a realizar la evaluación de la correlación entre la propiedad de interés con el porcentaje de expansión límite de 1.5%.

Tabla 4.10 Ensayes de expansión considerados para establecer los valores límite

Ensaye	PCA	Prof. (m)	$w_L$ (%)	PI (%)	CL (%)	w (%)	$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	$S_r$ (%)	$S_p$ (%)	$\sigma_{sp}$ (kg/cm <sup>2</sup> )
1	4	0.50	51	24	13.2	37.7	1171.2	79.0	0.688	0.177
2	28	0.50	56	37	14.5	42.2	930.1	60.4	0.000	0.000
3	28	1.50	53	19	8.7	39.1	1110.5	74.9	0.047	0.049
4	29	0.50	55	33	15.5	20.4	1381.5	58.9	3.668	1.123
5	29	1.50	54	33	15.5	24.9	1426.3	77.2	3.132	2.094
6	37	0.90	52	20	14.3	39.3	1150.2	80.0	0.000	0.000
7	43	0.50	54	21	15.4	50.7	1017.7	83.8	0.331	0.051
8	49	0.50	57	27	16.4	32.9	1299.5	84.0	1.289	0.286
9	55	0.50	57	25	17.8	39.7	1153.5	81.1	0.984	0.208

### Análisis de correlación

Para establecer los límites que permitan realizar los mapas de riesgo se realizan los análisis de correlación de cada una de las variables (contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación) con respecto al porcentaje de expansión obtenido de los nueve ensayos de expansión. A partir de este análisis se determina el valor límite de cada propiedad para una expansión de 1.5%.

La correlación de cada variable con la expansión se realiza a través del ajuste de mínimos cuadrados definiendo para cada caso un modelo lineal.

#### a) Contenido de agua

El contenido de agua como condición inicial del suelo es de gran importancia en la cuantificación de la expansión del mismo. En este caso, el modelo lineal obtenido por el método de mínimos cuadrados da la siguiente ecuación:

$$S_p = -0.134 w + 5.994$$

En la Figura 4.69, se observa la correlación que se presenta entre la expansión y el contenido de agua y se evalúa con el coeficiente de correlación que para este caso es de 0.80. El valor límite de contenido de agua con el modelo lineal para una expansión de 1.5% corresponde al 33%. Por otra parte se observa que a mayor contenido de agua la expansión tiende a disminuir.

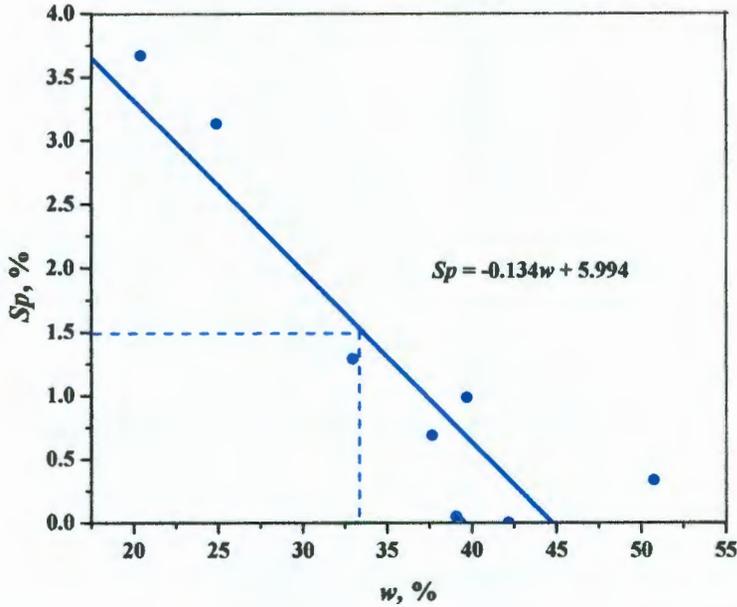


Figura 4.69 Correlación del contenido de agua con el porcentaje de expansión

b) Peso específico seco

Para el peso específico seco se obtiene, del modelo lineal realizado con el método de mínimos cuadrados, la siguiente ecuación:

$$Sp = 0.0074 \gamma_d - 7.580$$

En la Figura 4.70, se observa la correlación que se presenta entre la expansión y el peso específico seco y que se evalúa con el coeficiente de correlación que es de 0.76. Con el modelo lineal se obtiene el valor límite del peso específico que es de 1227 kg/m<sup>3</sup> para la expansión de 1.5%. Para este caso, a mayor peso específico la expansión tiende a aumentar.

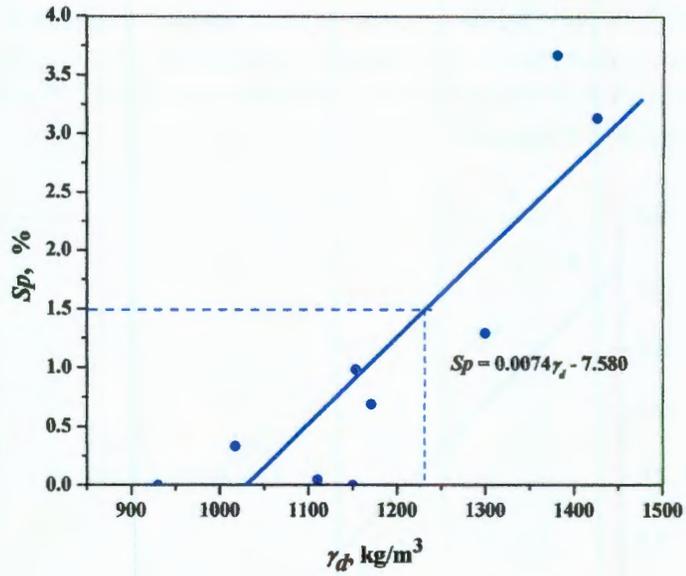


Figura 4.70 Correlación del peso específico seco con el porcentaje de expansión

c) Grado de saturación

Para el grado de saturación, el modelo lineal obtenido con el método de mínimos cuadrados es:

$$S_p = -0.0474 S_r + 4.702$$

En la Figura 4.71, se observa que la correlación que se presenta entre la expansión y el grado de saturación es mínima, 0.11. No obstante, al igual que en los casos anteriores con el modelo lineal obtenido se establece el valor límite de esta propiedad en 68%.

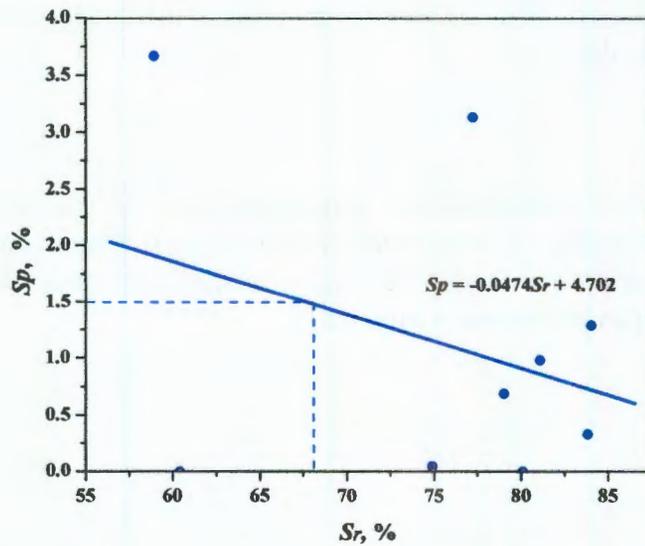


Figura 4.71 Correlación del grado de saturación con el porcentaje de expansión

De los análisis de correlación obtenidos se puede observar que la menor correlación se presenta en el grado de saturación a pesar de ello igualmente se evalúa esta propiedad.

El límite establecido para el índice plástico se propone de 30%, basándonos en el análisis de varias teorías de clasificación correspondientes para un potencial expansivo alto:

Los límites obtenidos, para cada una de las variables, a partir de los modelos lineales y el valor límite de la expansión de 1.5% así como el del índice plástico, se muestran en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11 Valores límite fijados para las propiedades

Propiedad	Valor límite
Contenido de agua, $w(\%)$	33.0
Peso específico seco, $\gamma_d(\text{kg/m}^3)$	1227.0
Grado de saturación, $S_r(\%)$	68.0
Índice plástico, $PI(\%)$	30.0

#### 4.5.2 Propuesta para la obtención de mapas de riesgo

Los mapas de riesgo pueden ser muy útiles, en este caso, proporcionan una guía aproximada de la distribución de los suelos potencialmente expansivos. Para ello se plantea un método simplista para su determinación:

Este análisis consiste en aplicar el método de estimación condicional, kriging, a los datos previamente generados para cada una de los campos aleatorios propuestos.

Para cada una de las variables se obtiene el valor medio hasta una profundidad de 1.5 m. Se ha observado que es la profundidad hasta la cual se presentan los mayores cambios de contenido de agua por posibles infiltraciones desde la superficie, debido a la impermeabilidad de la arcilla (Hurtado, 2002). Cuando hay infiltración en este tipo de suelo, el flujo se debe a los gradientes hidráulicos de succión. Conforme aumenta el grado de saturación el gradiente hidráulico disminuye, una vez saturado el suelo el flujo se presenta por gradientes positivos pequeños como son el de gravedad y la carga de presión. Por lo anterior, el flujo de agua es mínimo en la zona de saturación. En consecuencia este espesor resulta ser el más inestable, y es el propuesto para realizar las estimaciones y así poder obtener los mapas de riesgo.

#### Metodología

Para cada una de las propiedades se realiza una estimación, para ello previamente se fija un valor al dato inicial. Por convención se asigna un valor de 1, a las condiciones críticas y 0 a las no críticas.

Para el caso del contenido de agua, a los valores menores que el límite establecido se les asigna un valor de 1 y a los mayores 0; para el peso específico seco a los valores mayores que el límite se les asigna un valor de 1 y a los menores 0; para el grado de saturación se asigna un valor de 1 a los menores que el límite establecido y 0 a los mayores; finalmente, para el índice plástico se asigna un valor de 1 a los valores mayores que el límite establecido y 0 a los menores:

Una vez asignados los valores para cada variable se realiza la estimación; para ello se hace el análisis estructural de cada una de las variables. Los valores de 1 y 0 pueden ser llamados indicadores y el resultado de la estimación (esperanza del valor indicador) es la probabilidad de que la variable sea igual a 1, es decir la probabilidad de ocurrencia de la propiedad crítica.

De los resultados de cada estimación comprendidos entre 1 y 0 se establecen rangos con base en principios análogos a los de la lógica difusa. De lo anterior, se establecen zonas de riesgo alto, medio y bajo. Los rangos propuestos se muestran en la Tabla 4.12.

Tabla 4.12 Límites de riesgo establecido para la probabilidad estimada

Riesgo	Rango
Alto	0.70 – 1.00
Medio	: 0.40 – 0.70
Bajo	< 0.40

De los análisis anteriores se puede obtener de manera independiente, para cada variable, un mapa de riesgo. No obstante, también se propone el obtener un mapa único de riesgo que conjunte a las propiedades analizadas. Para la obtención de estos mapas se consideran únicamente las propiedades de contenido de agua y peso específico seco, por tener mayor correlación con la expansión, coeficiente de correlación mayor a 0.75.

Para la obtención del mapa de riesgo único se parte de los datos iniciales del contenido de agua y peso específico seco, con los valores (1 y 0) previamente asignados. Se plantean dos casos para obtener el mapa de riesgo general, dependiendo del análisis discriminatorio empleado.

Caso I. De los datos indicadores del contenido de agua y peso específico seco se asignará uno solo. Es decir se asignará un valor de 1, cuando en cualquiera de las propiedades se presente el valor indicador de 1. (Unión, planteamiento pesimista)

Caso II. Se asignará un valor de 1, sólo cuando el contenido de agua y el peso específico seco tengan un valor indicador de 1. (Intersección, planteamiento optimista pero en nuestra opinión probablemente más realista)

Finalmente, una vez asignados los valores de probabilidad se realiza al igual que en los otros casos las estimaciones correspondientes.

**4.5.3 Análisis geoestadístico de los valores medios de  $w$ ,  $\gamma_d$ ,  $S_r$  y  $PI$**

Previo a la determinación de los mapas de riesgo se realiza la estimación de los campos aleatorios del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico medios. Los datos iniciales empleados para estas estimaciones se obtienen al promediar la variable en estudio de cada sondeo hasta la profundidad de 1.5 m. Como ya se había señalado, es el espesor a partir de la superficie que se ha visto presenta mayor inestabilidad volumétrica. Con los resultados de estas estimaciones será posible tener presente la configuración de estas propiedades en el predio.

**4.5.3.1 Definición del campo aleatorio**

Los valores medios determinados hasta una profundidad de 1.5 m del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico, representan un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El área aproximada es de 84.6 ha.

Para el análisis de estos campos aleatorios se consideraron 81 sondeos en el caso del contenido de agua y 80 para el peso específico seco y grado de saturación, ya que en el sondeo 33 no se determinaron estas dos últimas propiedades. En la Figura 4.72 se presenta la distribución de los sondeos en el predio.

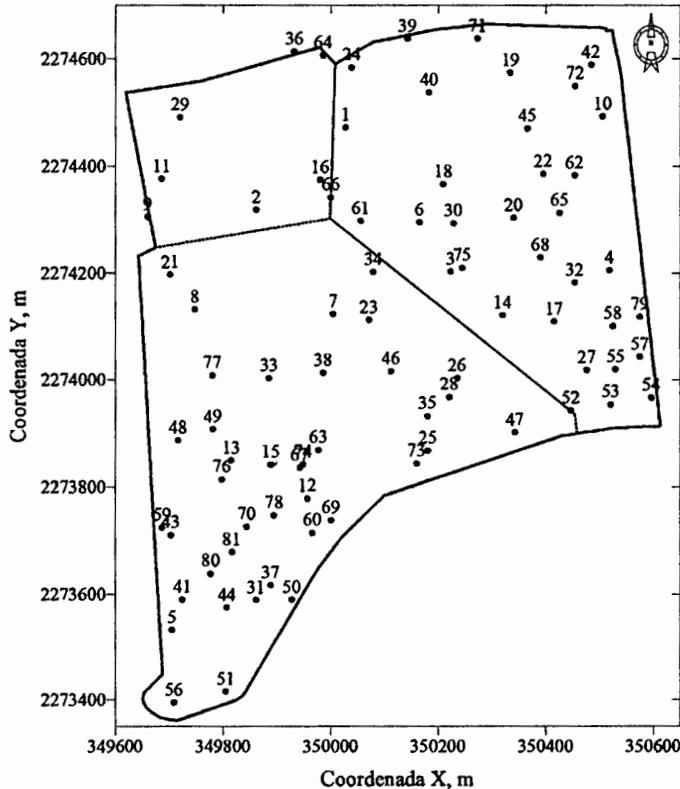


Figura 4.72 Localización de sondeos considerados para la estimación del mapa de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Para el índice plástico sólo se consideraron 58 sondeos cuya distribución se presenta en la Figura 4.73. Los datos de los valores medios del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico se presentan tabulados en el Anexo 4.

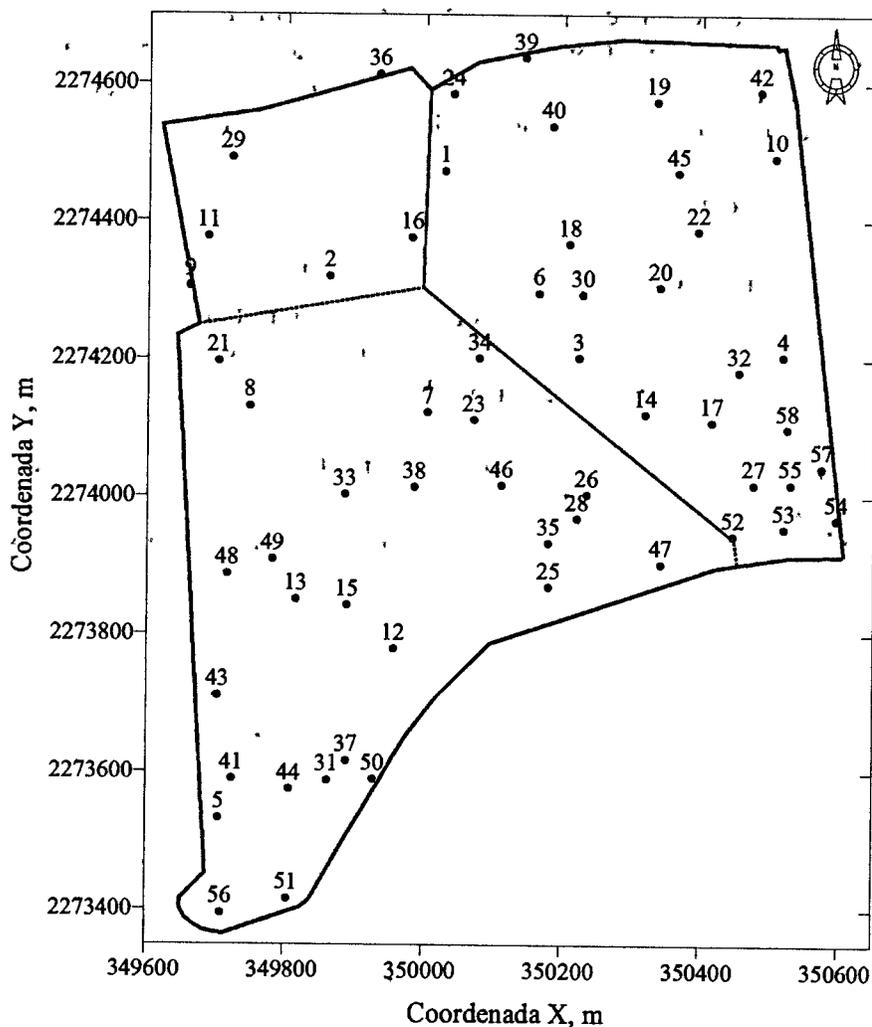


Figura 4.73 Localización de sondeos considerados para la estimación del mapa de riesgo del índice plástico

#### 4.5.3.2 Análisis estadístico

Aceptando la hipótesis de ergodicidad es posible estimar los principales parámetros estadísticos de los campos y realizar un análisis gráfico de la variabilidad (histograma y polígono de frecuencias).

En la Tabla 4.13 se presentan los resultados de los principales parámetros estadísticos de los campos aleatorios definidos.

Tabla 4.13 Parámetros estadísticos del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico

	$w$	$\gamma_d$	$S_r$	$PI$
No. datos	81	80	80	58
Valor mínimo	19.90	1030.10	45.18	15.50
Valor máximo	53.24	1361.77	88.58	49.25
Rango	33.35	331.66	43.40	33.75
Media	34.59	1184.92	72.60	28.25
Mediana	34.39	1185.32	73.57	28.30
Moda	-	-	-	-
Desviación estándar	7.18	81.33	8.71	6.52
Varianza	51.52	6615.19	75.93	42.42
Coefficiente de variación	0.21	0.07	0.12	0.23

Se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante el histograma y polígono de frecuencias, Figura 4.74

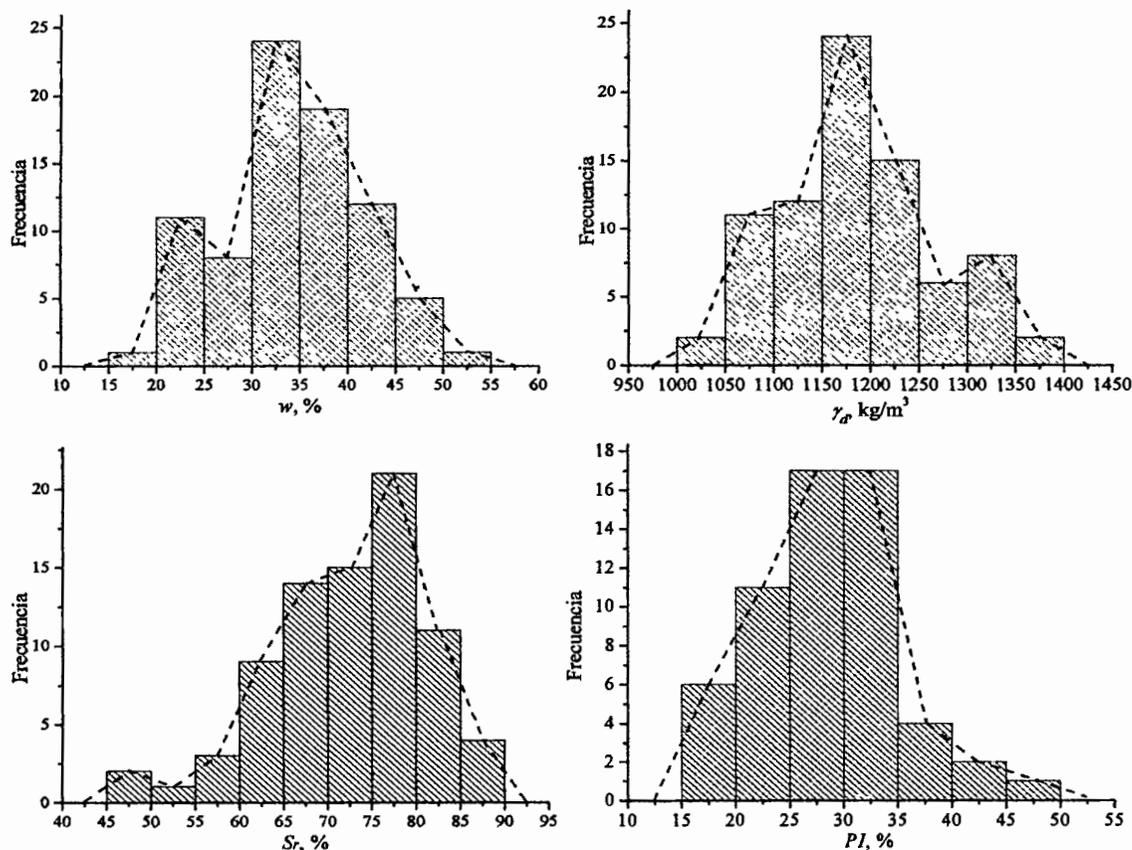


Figura 4.74 Histogramas y polígonos de frecuencia del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico

El análisis estadístico del contenido de agua muestra una distribución normal uni-modal, una media de 34.59%, desviación estándar de 7.18% y un coeficiente de variación de 0.21. El peso específico seco presenta igualmente una distribución uni-modal con una media de 1184.92 kg/m<sup>3</sup>, desviación estándar de 81.33 kg/m<sup>3</sup> y un coeficiente de variación de 0.69. El grado de saturación se presenta una distribución normal uni-modal con cierta asimetría, una media de 72.60%, desviación estándar de 8.71% y un coeficiente de variación de 0.12. Finalmente, el índice plástico presenta una distribución uni-modal con cierta asimetría, una media de 28,25%, desviación estándar de 6.52% y un coeficiente de variación de 0.23

#### 4.5.3.3 Análisis estructural

##### Análisis de tendencia

Se realiza un análisis de regresión para determinar la tendencia general de los campos aleatorios, la cual se define, para cada una de las propiedades, mediante la ecuación del plano ajustado por mínimos cuadrados, donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas y la propiedad analizada respectivamente. Las ecuaciones que se obtienen se presentan en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14 Ecuaciones de los planos de tendencia del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico

Propiedad	Ecuación
Contenido de agua, $w$	$w = 0.0048x - 0.0136y + 29217.33$
Peso específico seco, $\gamma_d$	$\gamma_d = -0.0783x + 0.1379y - 284911.83$
Grado de saturación, $S_r$	$S_r = 0.0046x - 0.0152y + 32936.51$
Índice plástico, $PI$	$PI = -0.0017x + 0.0084y + 18445.94$

Para el contenido de agua, los valores presentan una tendencia clara de aumentar hacia el sur del predio al igual que para el grado de saturación, mientras que para el peso específico seco la tendencia es de aumentar hacia el norte del predio. Lo anterior corresponde a la correlación negativa que existe entre el peso volumétrico seco y las dos propiedades anteriores.

##### Funciones de variabilidad espacial

Para el análisis estructural se convirtió cada uno de los campos aleatorios no estacionarios a estacionarios. Esto se realizó eliminando la tendencia del campo original, obteniendo así un campo aleatorio estacionario, es decir sin tendencia.

Los modelos de autocorrelación para cada una de las variables, la dirección preferencial y la distancia de correlación se presentan en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15 Modelos de correlación para las variables en estudio

Propiedad	Modelo exponencial	Dirección	Dist. de correlación $\delta$ (m)
Contenido de agua, $w$	$\rho = e^{0.0097 h}$	Az = 0°	206
	$\rho = e^{0.0063 h}$	Az = 90°	317
Peso específico seco, $\gamma_d$	$\rho = e^{0.0077 h}$	Az = 45°	260
	$\rho = e^{0.0101 h}$	Az = 135°	198
Grado de saturación, $S_r$	$\rho = e^{0.0117 h}$	Az = 0°	171
	$\rho = e^{0.0079 h}$	Az = 90°	253
Índice plástico, $PI$	$\rho = e^{0.0105 h}$	Az = 0°	190
	$\rho = e^{0.0149 h}$	Az = 90°	134

Se puede observar que las distancias de correlación para el contenido de agua, peso específico y grado de saturación son mayores a las obtenidas del análisis estructural realizado para la obtención de perfiles y cortes virtuales (modelos de correlación horizontal). Lo anterior puede atribuirse a que se están empleando los valores medios de las propiedades así como un solo dato para cada sondeo, en vez de un continuo de datos que integran el perfil de la propiedad y que implicarían mayor variabilidad en la misma.

#### 4.5.3.4 Estimación

La estimación se realiza bajo la metodología señalada con anterioridad. Como primer paso, a partir de los datos sin tendencia y de la correlación espacial, se estiman valores puntuales de la variable de interés mediante la técnica del *kriging*.

Para la estimación de los campos sin tendencia se consideran los parámetros siguientes: Coordenadas de los puntos que definen el área de estimación:  $p_1(349600, 2273350)$ ;  $p_2(350650, 2274700)$

Número de puntos por estimar:

En dirección  $\alpha_1 = 0^\circ$  (eje, y) = 28

En dirección  $\alpha_2 = 90^\circ$  (eje x) = 22

Separación entre puntos = 50 m, en ambos sentidos

Con estos datos y los modelos de correlación, Tabla 4.15, se estiman el contenido de agua, el peso específico, el grado de saturación e índice plástico medios (1.5 m) en los puntos que conforman la retícula propuesta, para ello, se emplea el programa *okb2d.exe* del software *GSLIB* (Deutsch, 1992).

#### 4.5.3.5 Mapeo

Los resultados de las estimaciones se representan gráficamente mediante la construcción de una superficie tridimensional a partir de las estimaciones puntuales tomando el valor cada una de las propiedades estimadas, como elevación en cada punto. En las Figuras 4.75 a 4.82 se presentan los resultados de las estimaciones para el contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación medios respectivamente.

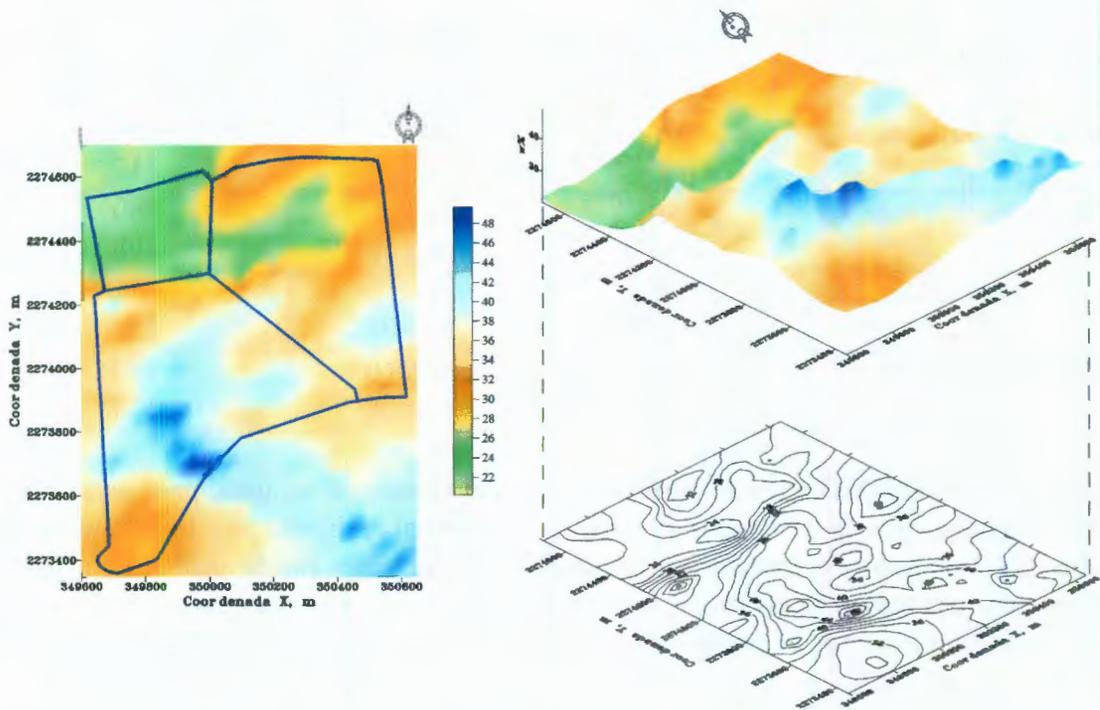


Figura 4.75 Mapa de contornos y superficie de la estimación del contenido de agua medio

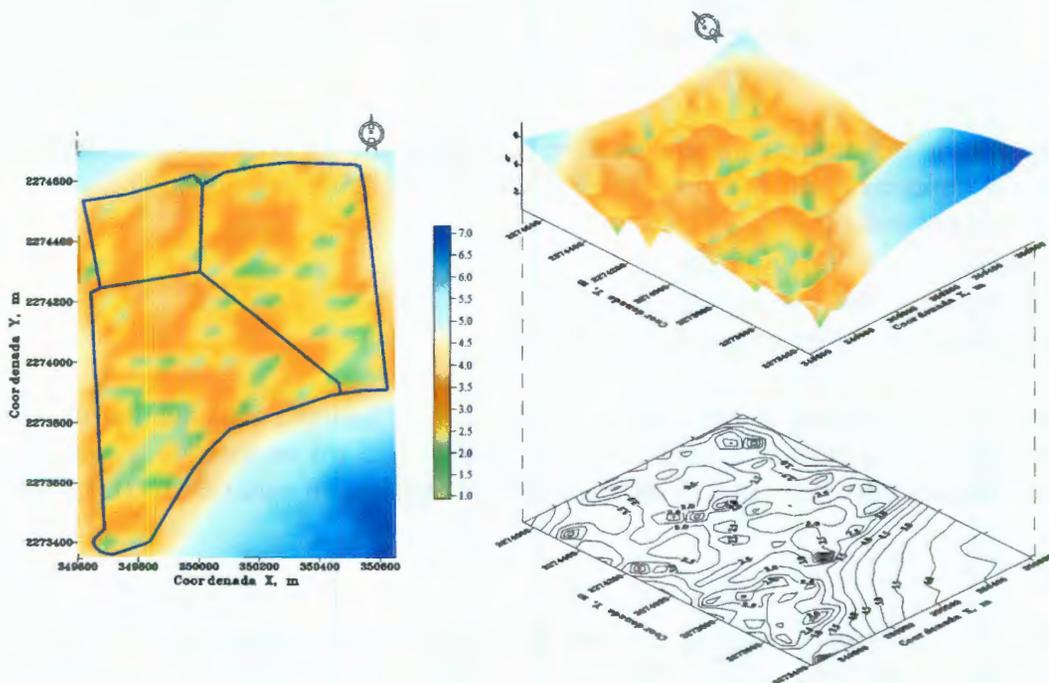


Figura 4.76 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del contenido de agua medio

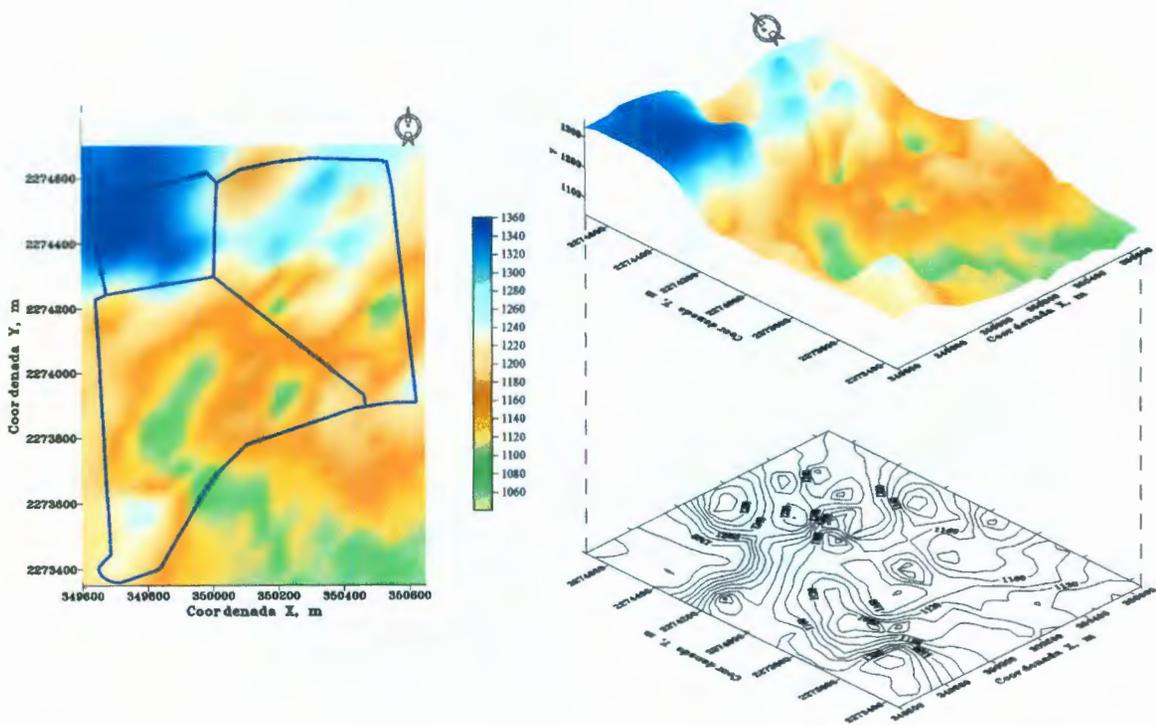


Figura 4.77 Mapa de contornos y superficie de la estimación del peso específico seco medio

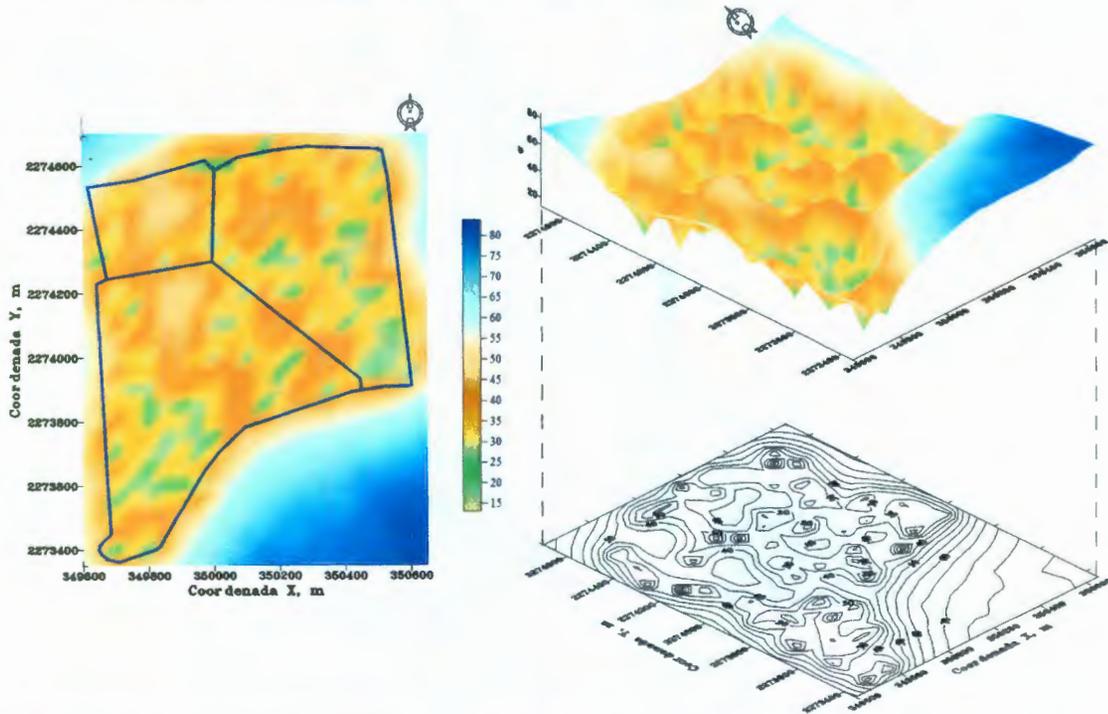


Figura 4.78 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del peso específico seco medio

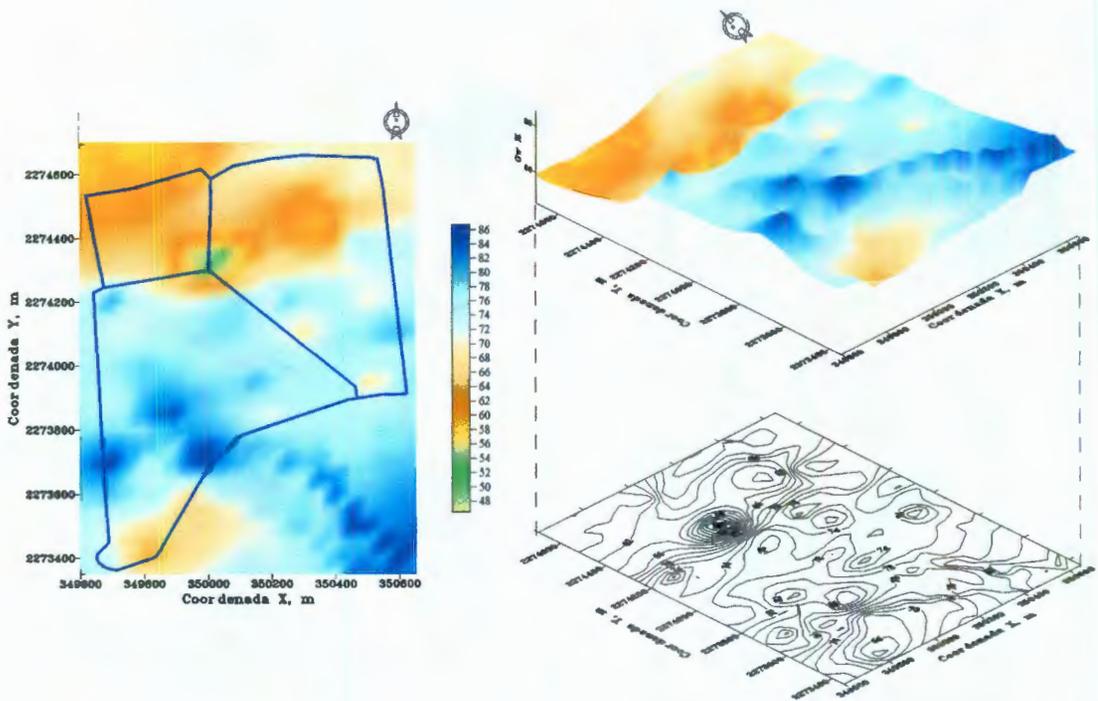


Figura 4.79 Mapa de contornos y superficie de la estimación del grado de saturación medio

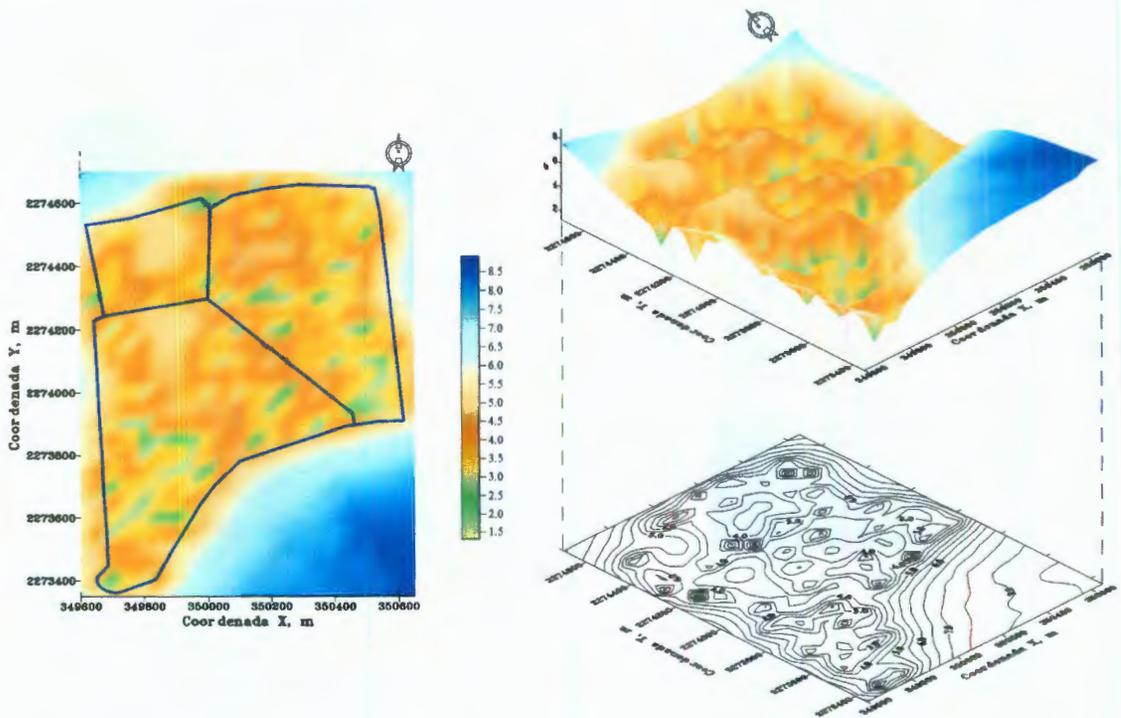


Figura 4.80 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del grado de saturación medio

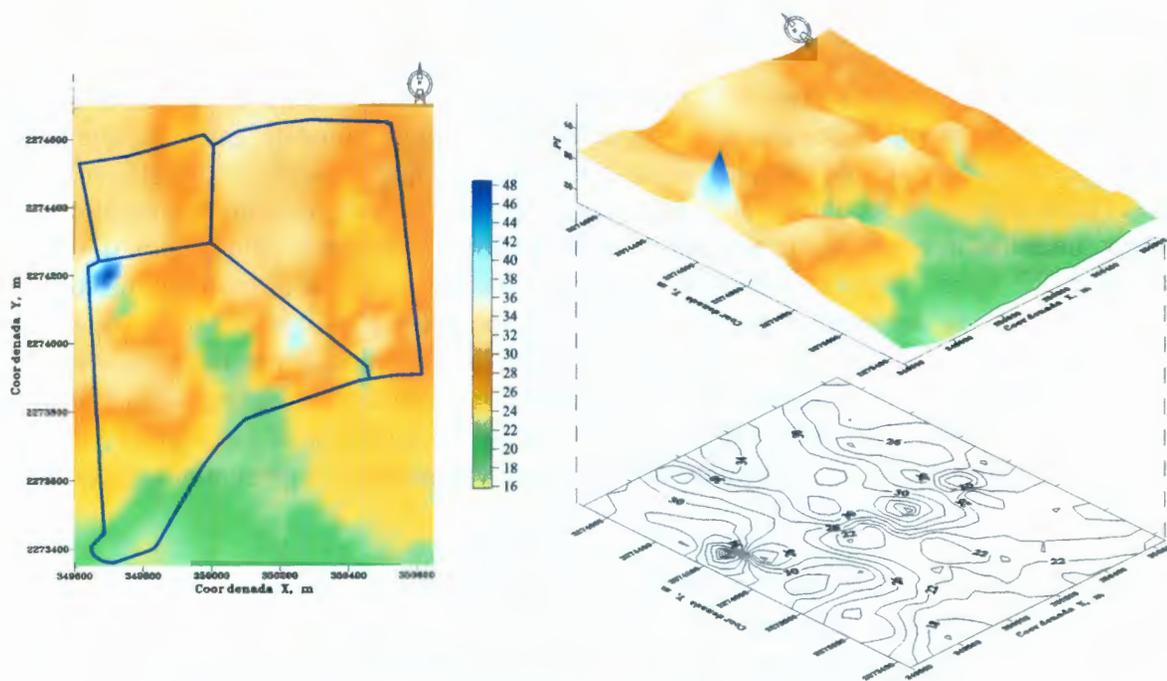


Figura 4.81 Mapa de contornos y superficie de la estimación del índice plástico medio

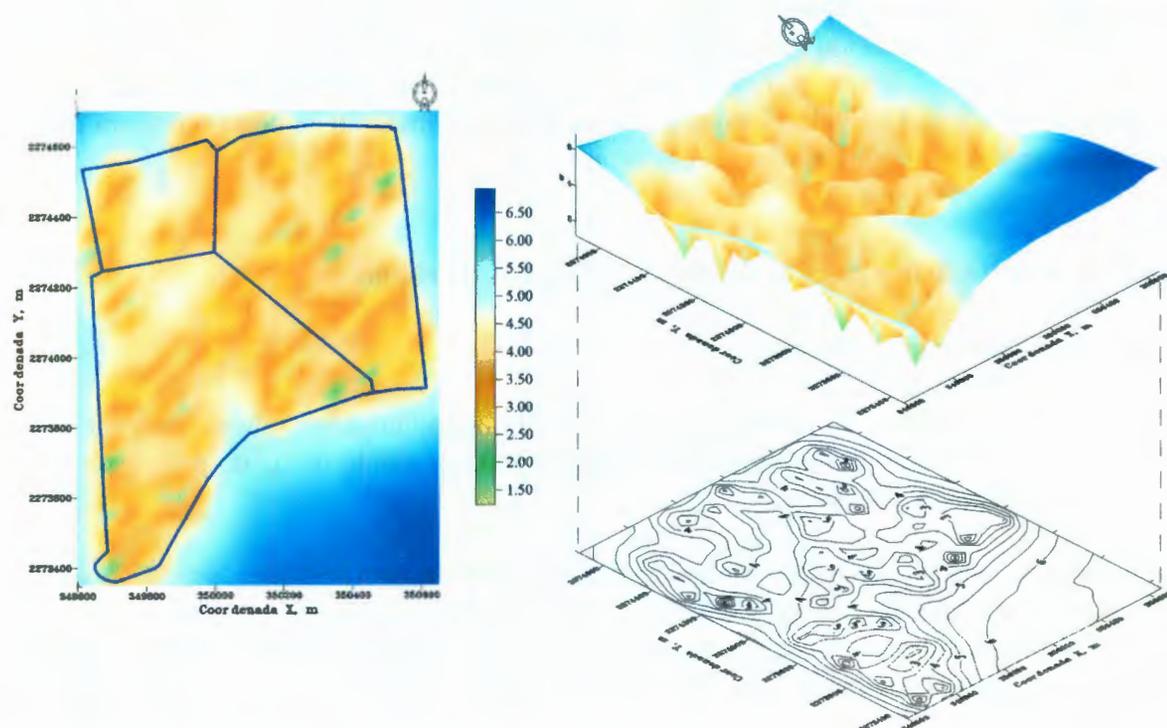


Figura 4.82 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del índice plástico medio

#### 4.5.3.6 Interpretación

De los resultados de las estimaciones anteriores puede observarse que para el contenido de agua se define una zona con contenidos de agua menores de 26% en la parte noroeste, mientras que en la parte noreste se presentan contenidos de agua inferiores a 33% al igual que en la parte sur del predio. Por otra parte para el peso específico seco también se presenta en la parte noreste los valores más altos, mayores a  $1300 \text{ kg/m}^3$  mientras que en la parte noreste y sur del predio se presentan valores superiores al límite propuesto de  $1227 \text{ kg/m}^3$ . Para el grado de saturación los valores más altos, mayores de 68%, se presentan en la zona sur del predio, confirmando que los valores más bajos, menores de 68%, se definen en la parte noreste y noroeste. Finalmente para el índice plástico se presentan valores máximos al noroeste del predio, 48%, en gran parte de la zona norte se presentan valores mayores a 30% aunque existen dos bandas intermedias con valores menores a éste. La zona sur se caracteriza por presentar valores inferiores a 30% con dos zonas puntuales al sureste y suroeste que presentan valores mayores a éste.

De los mapas de error de estimación se detectan claramente zonas con bajos valores de desviación estándar (para el contenido de agua menores a 2%, para el peso específico seco menores a  $25 \text{ kg/m}^3$ , para el grado de saturación menores a 3% y para el índice plástico menores a 2.5%) que corresponden a zonas en donde se encuentran sondeos muy cercanos. En general la configuración del error de estimación es prácticamente igual para los tres primeros casos, depositándose dos zonas de valores máximos dentro del predio en la parte noreste, zonas, que para el caso del contenido de agua presenta valores entre 3.5 y 4%, para el peso específico seco entre 4.0 y  $5.0 \text{ kg/m}^3$  y para el grado de saturación entre 4.5 y 5.5%. La configuración del error de estimación para el índice plástico es diferente debido a que el número de sondeos es menor; por tanto, se definen más zonas con desviaciones estándar máximas entre 4.0 y 5.0%. Los valores máximos de error de estimación se observan fuera del área del predio, al no contarse con ningún sondeo en esa zona.

### 4.5.4 Análisis geoestadístico para la definición de mapas de riesgo

#### 4.5.4.1 Definición del campo aleatorio

Para llevar a cabo este análisis es necesario, con base a la metodología propuesta, asignar los valores indicadores de 1 y 0 basados en los límites establecidos del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico.

Los valores asignados a los datos del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación e índice plástico, representan un campo aleatorio  $V(X)$ , distribuido dentro de un espacio  $R^p$ , con  $p = 2$  (área de estudio). El conjunto de valores medidos dentro del dominio  $R^p$ , constituye una muestra de ese campo aleatorio. El área aproximada es de 84.6 ha. Los valores de estos campos se presentan tabulados en el Anexo 4.

Para análisis de estos campos aleatorios se consideraran los mismos sondeos empleados para el análisis anterior; de igual manera en las Figura 4.72 y 4.73 se presentan la distribución de dichos sondeos.

4.5.4.2 Estadística descriptiva

Tabla 4.16 Parámetros estadísticos de los valores indicadores del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación, índice plástico, Caso I y Caso II

	$w$	$\gamma_d$	$S_r$	$PI$	Caso I	Caso II
No. datos	81	80	80	58	80	80
Valor mínimo	0	0	0	0	0	0
Valor máximo	1	1	1	1	1	1
Rango	1	1	1	1	1	1
Media	0.41	0.26	0.30	0.41	0.46	0.21
Mediana	0	0	0	0	0	0
Moda	0	0	0	0	0	0
Desviación estándar	0.49	0.44	0.46	0.50	0.41	0.50
Varianza	0.24	0.20	0.21	0.25	0.25	0.17
Coef. de variación	1.21	1.69	1.54	1.20	1.08	1.94

Se realiza un análisis gráfico de variabilidad de los datos mediante frecuencias, Figura 4.83.

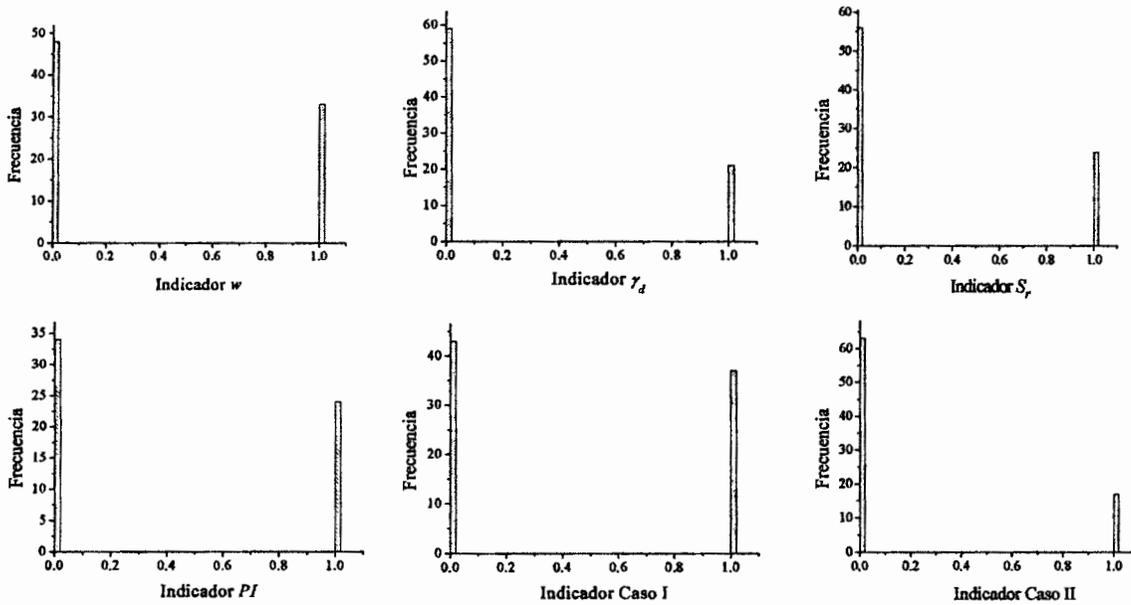


Figura 4.83 Frecuencias de los valores indicadores del contenido de agua, peso específico seco, grado de saturación, índice plástico, Caso I y Caso II

El análisis estadístico realizado para cada una de las variables y de los casos, puede dar a priori una idea de la magnitud de la zona crítica al evaluar la media. Los valores medios son los siguientes: 0.41 para el contenido de agua, 0.26 para el peso específico seco, 0.30 para el grado de saturación, 0.41 para el índice plástico, 0.46 para el Caso I y 0.21 para el Caso II. De igual manera en los gráficos de frecuencia se puede observar esta tendencia, Figura 4.83.

4.5.4.3 Análisis estructural

Análisis de tendencia

Se realiza un análisis de regresión para poder determinar la tendencia general de los campos aleatorios. La cual se define, para cada una de las propiedades, mediante la ecuación del plano, en donde las variables  $x$ ,  $y$ , y  $z$  corresponden a las coordenadas y la propiedad analizada respectivamente. Las ecuaciones que se obtienen se presentan en la Tabla 4.17.

Tabla 4.17 Ecuaciones de los planos de tendencia para los modelos indicadores

Propiedad	Ecuación
Contenido de agua, $w$	$w = -0.00028x + 0.00075y - 1602.95$
Peso específico seco, $\gamma_d$	$\gamma_d = -0.00023x + 0.00470y - 984.08$
Grado de saturación, $S_r$	$S_r = -0.00024x + 0.00069y - 1504.34$
Índice plástico, $PI$	$PI = -0.00025x + 0.00070y - 1447.03$
Caso I, unión	$CI = -0.00027x + 0.00068y - 1447.03$
Caso II, intersección	$CII = -0.00024x + 0.00054y - 1138.80$

Para los cinco casos la tendencia en general es la misma, es decir las probabilidades máximas presentan la tendencia de aumentar hacia el norte del predio.

Funciones de variabilidad espacial

Los modelos de autocorrelación para cada una de los campos, la dirección preferencial y la distancia de correlación se presentan en la Tabla 4.18.

Tabla 4.18 Modelos de correlación para las variables indicadoras

Propiedad	Modelo exponencial	Dirección	Dist. de correlación $\delta(m)$
Contenido de agua, $w$	$\rho = e^{0.0071 h}$	$Az = 45^\circ$	282
	$\rho = e^{0.0128 h}$	$Az = 135^\circ$	156
Peso específico seco, $\gamma_d$	$\rho = e^{0.0097 h}$	$Az = 0^\circ$	206
	$\rho = e^{0.0093 h}$	$Az = 90^\circ$	215
Grado de saturación, $S_r$	$\rho = e^{0.0058 h}$	$Az = 45^\circ$	345
	$\rho = e^{0.0102 h}$	$Az = 135^\circ$	196
Índice plástico, $PI$	$\rho = e^{0.0058 h}$	$Az = 0^\circ$	151
	$\rho = e^{0.0102 h}$	$Az = 90^\circ$	120
Caso I	$\rho = e^{0.007 h}$	$Az = 45^\circ$	286
	$\rho = e^{0.0106 h}$	$Az = 135^\circ$	189
Caso II	$\rho = e^{0.0098 h}$	$Az = 0^\circ$	204
	$\rho = e^{0.0105 h}$	$Az = 90^\circ$	190

#### 4.5.4.4 Estimación

Para la estimación de los campos sin tendencia, al igual que las estimaciones realizadas anteriormente se consideran los siguientes parámetros:

Coordenadas de los puntos que definen el área de estimación:  $p_1(349600, 2273350)$ ;  $p_2(350650, 2274700)$ .

Número de puntos por estimar:

En dirección  $\alpha_1 = 0^\circ$  (eje, y) = 28

En dirección  $\alpha_2 = 90^\circ$  (eje x) = 22

Separación entre puntos = 50 m, en ambos sentidos

La definición de la anisotropía estructural y las distancias de influencia empleadas son las que se presentan en la Tabla 4.18 para cada una de las variables analizadas.

La estimación final de los campos originales se obtiene regresando la tendencia a los resultados de cada estimación puntual. Con los valores obtenidos para cada estimación (entre 0 y 1) se establece el riesgo que implica dicha probabilidad aplicando los rangos establecidos en la Tabla 4.12. Finalmente se genera el mapa de riesgo y de error de estimación para cada caso, Figuras 4.84 a 4.91.

#### 4.5.4.5 Mapeo

Los resultados finales de estimación de las zonas de riesgo así como el error de estimación, se representan gráficamente en una superficie tridimensional y en el plano para cada uno de los campos estudiados. Esto permite apreciar con mayor facilidad las zonas de riesgo alto, medio y bajo en el predio; Figuras 4.84 a 4.91.

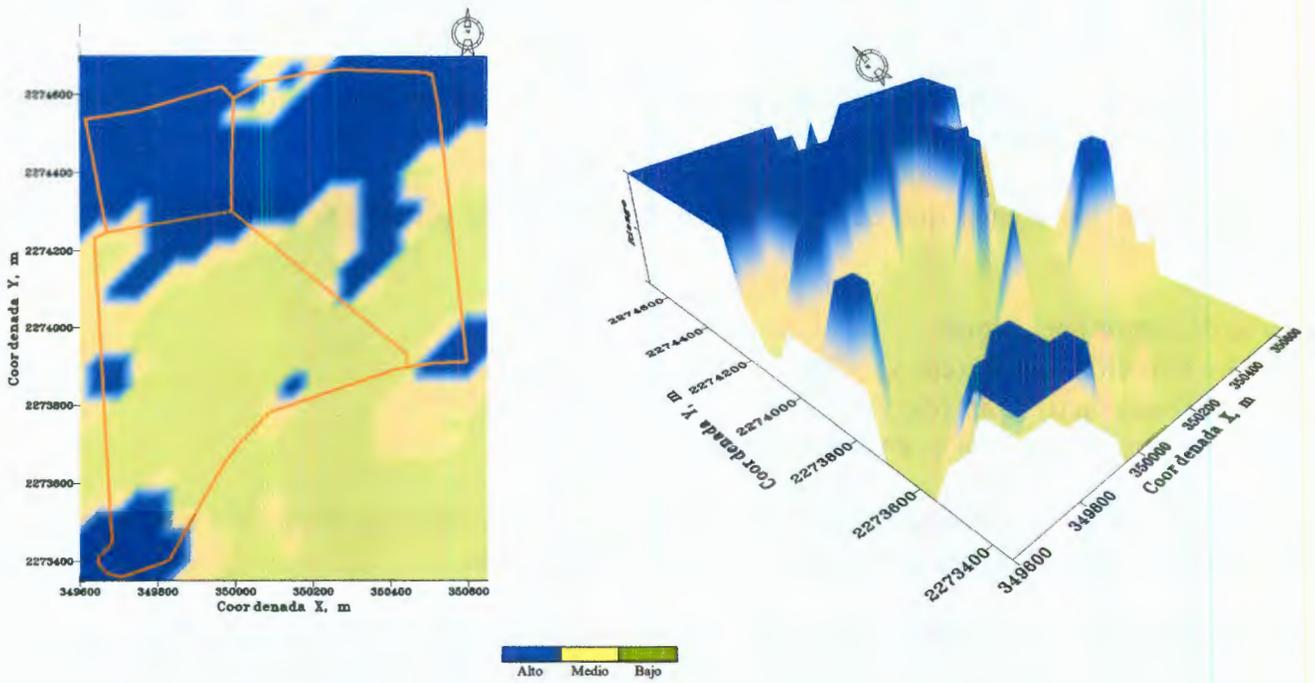


Figura 4.84 Mapa de riesgo para el contenido de agua

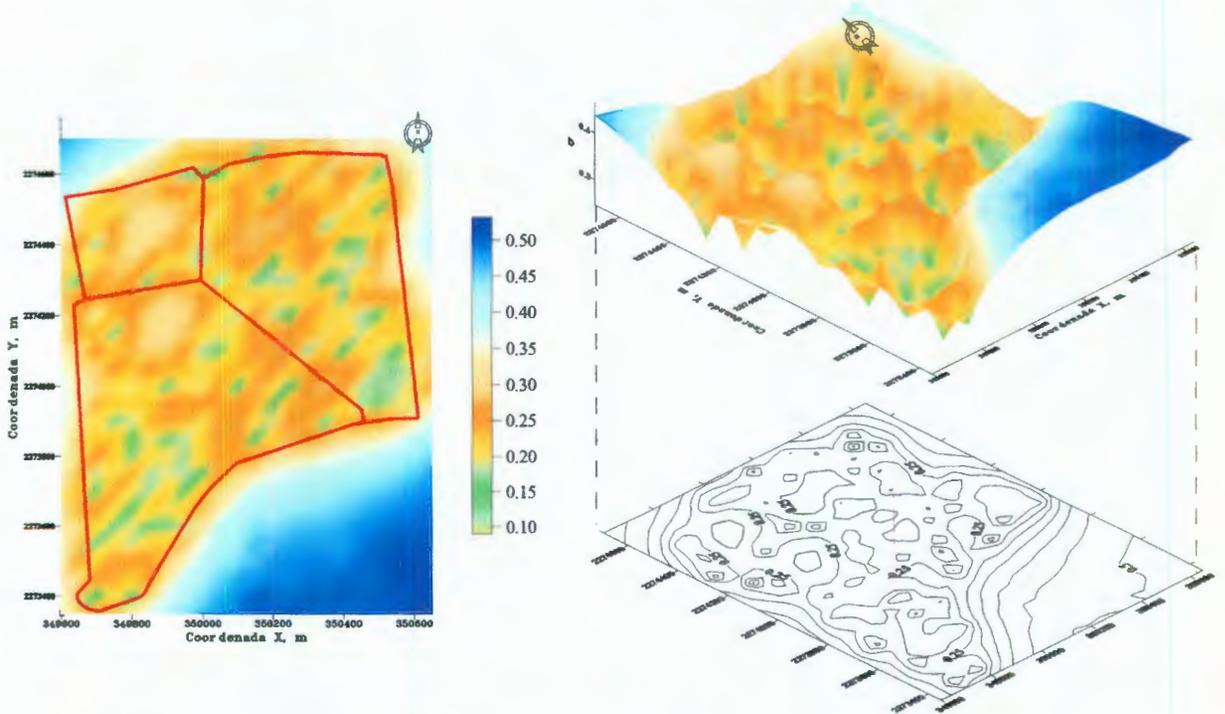


Figura 4.85 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del contenido de agua (riesgo)

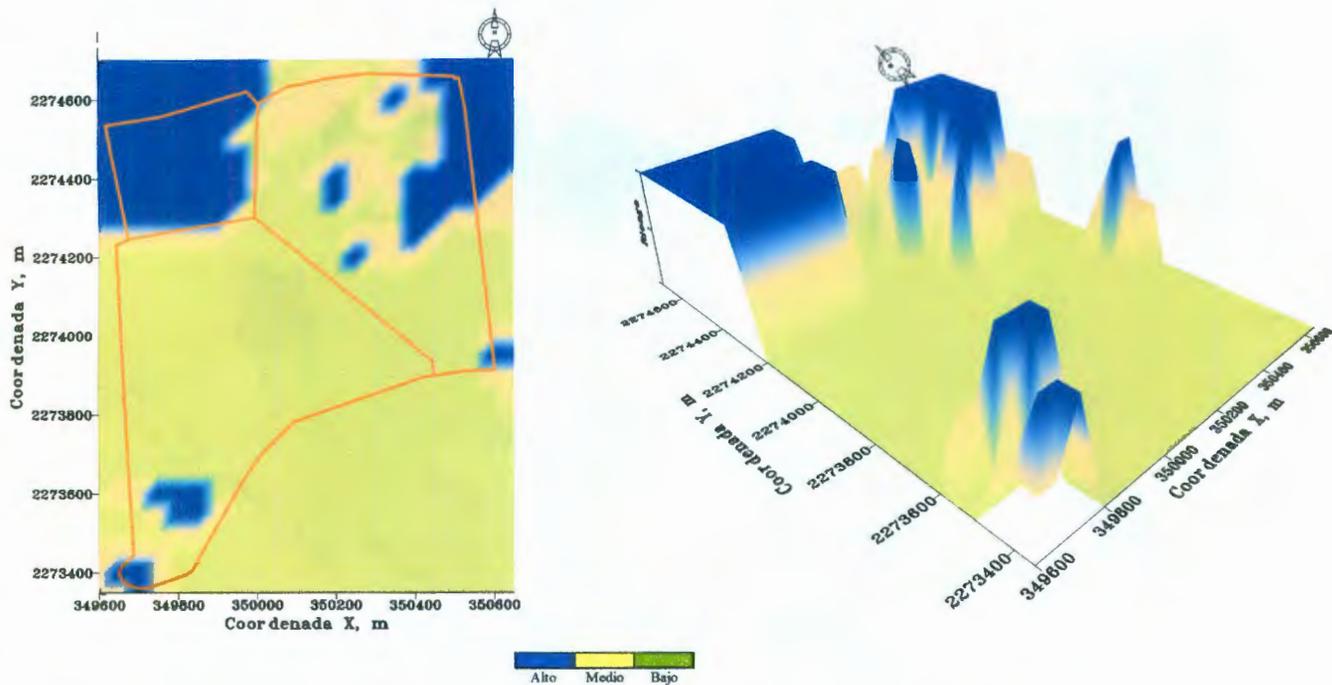


Figura 4.86 Mapa de riesgo para el peso específico seco

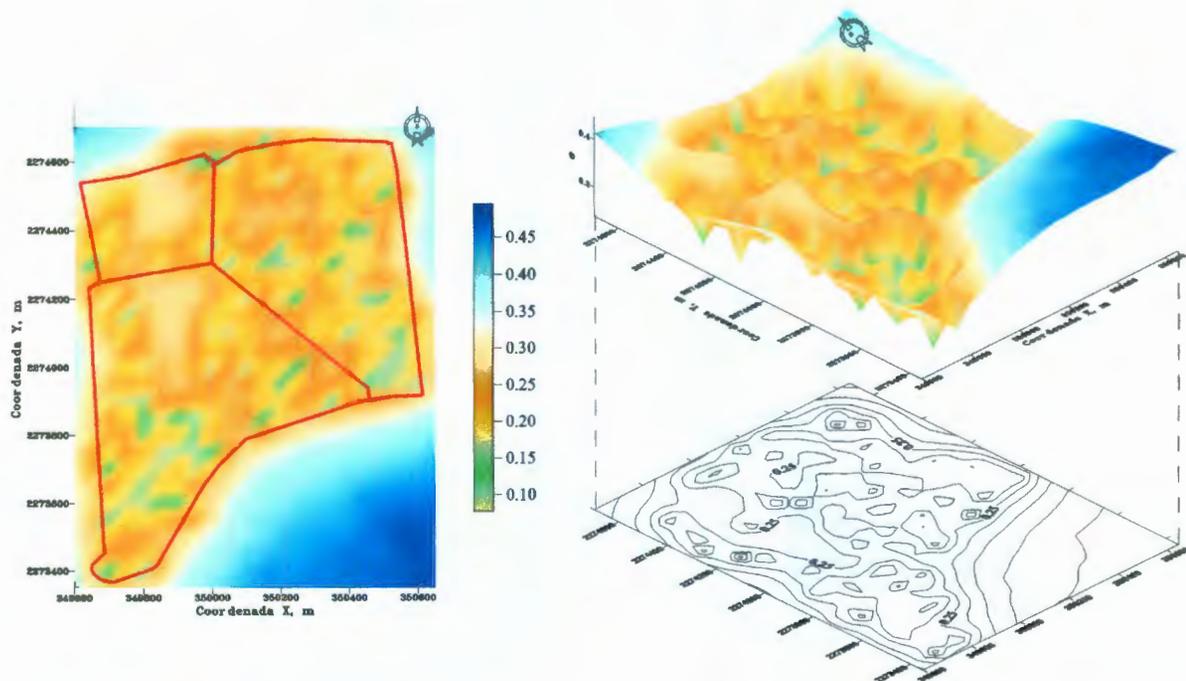


Figura 4.87 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del peso específico seco (riesgo)

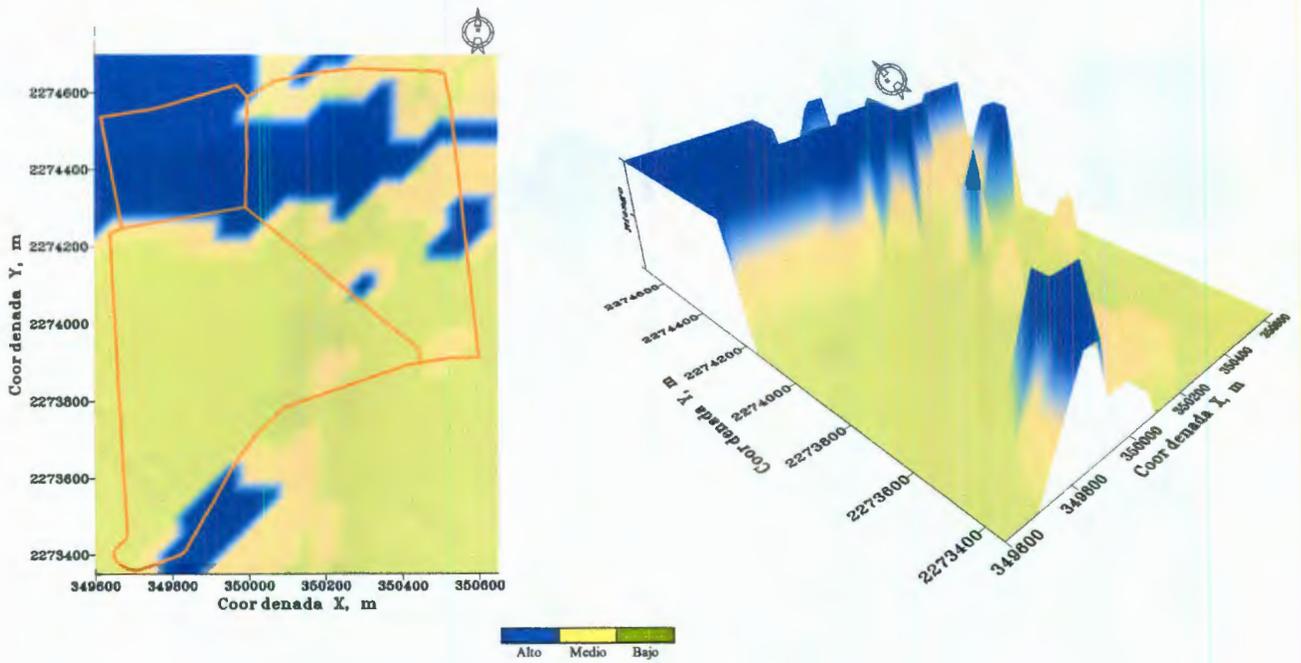


Figura 4.88 Mapa de riesgo del grado de saturación

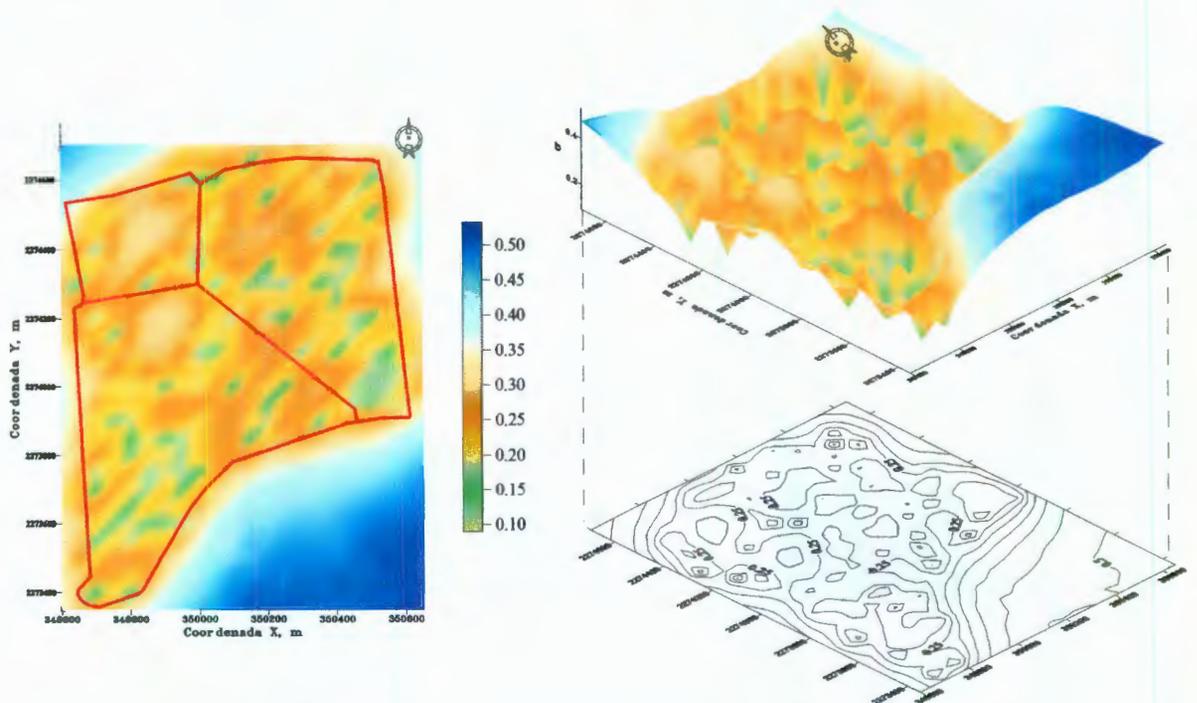


Figura 4.89 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del grado de saturación (riesgo)

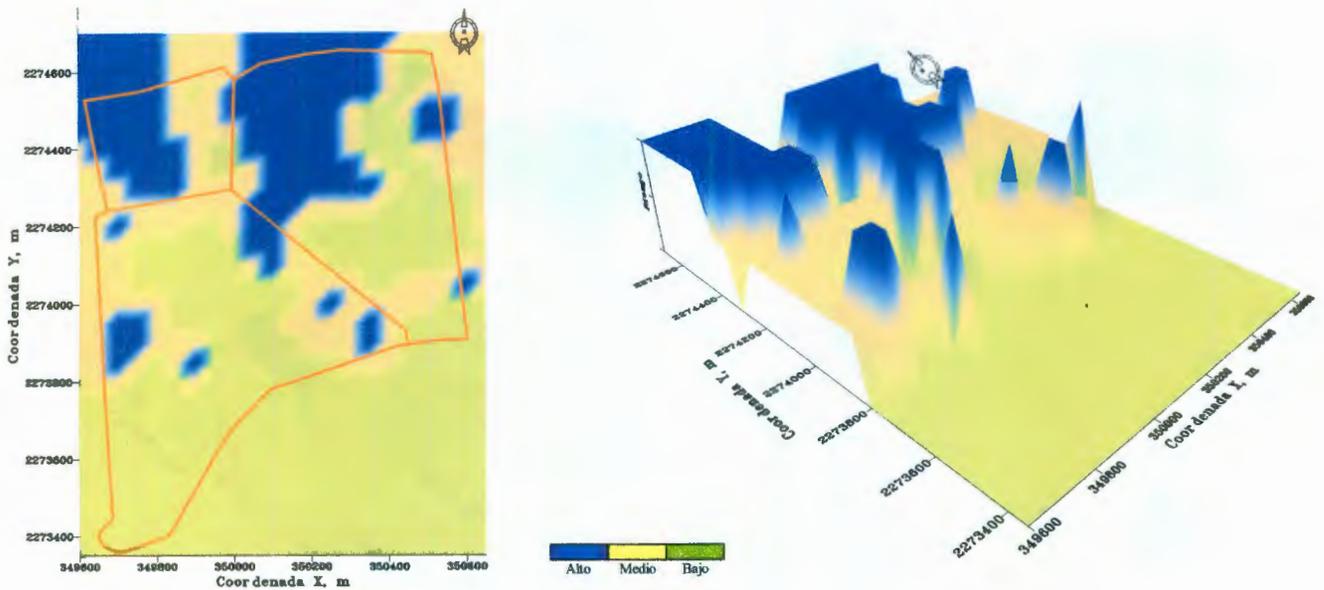


Figura 4.90 Mapa de riesgo del índice plástico

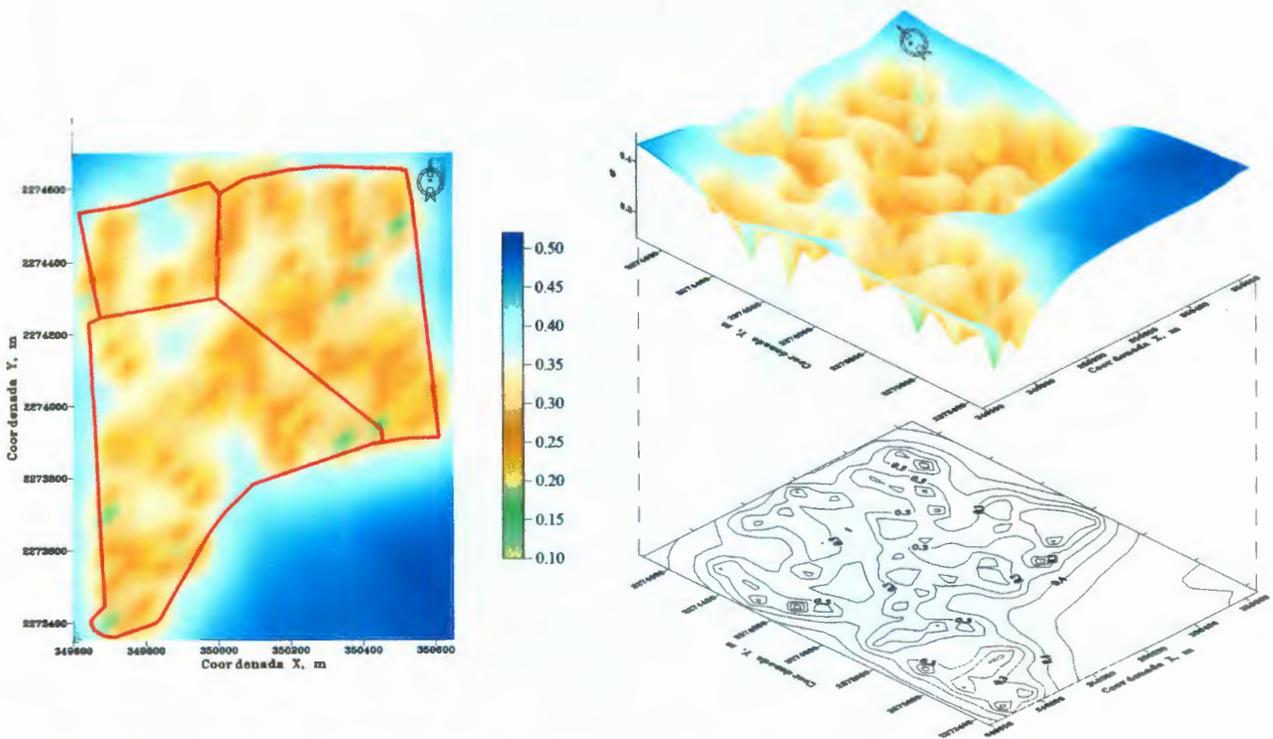


Figura 4.91 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del índice plástico (riesgo)

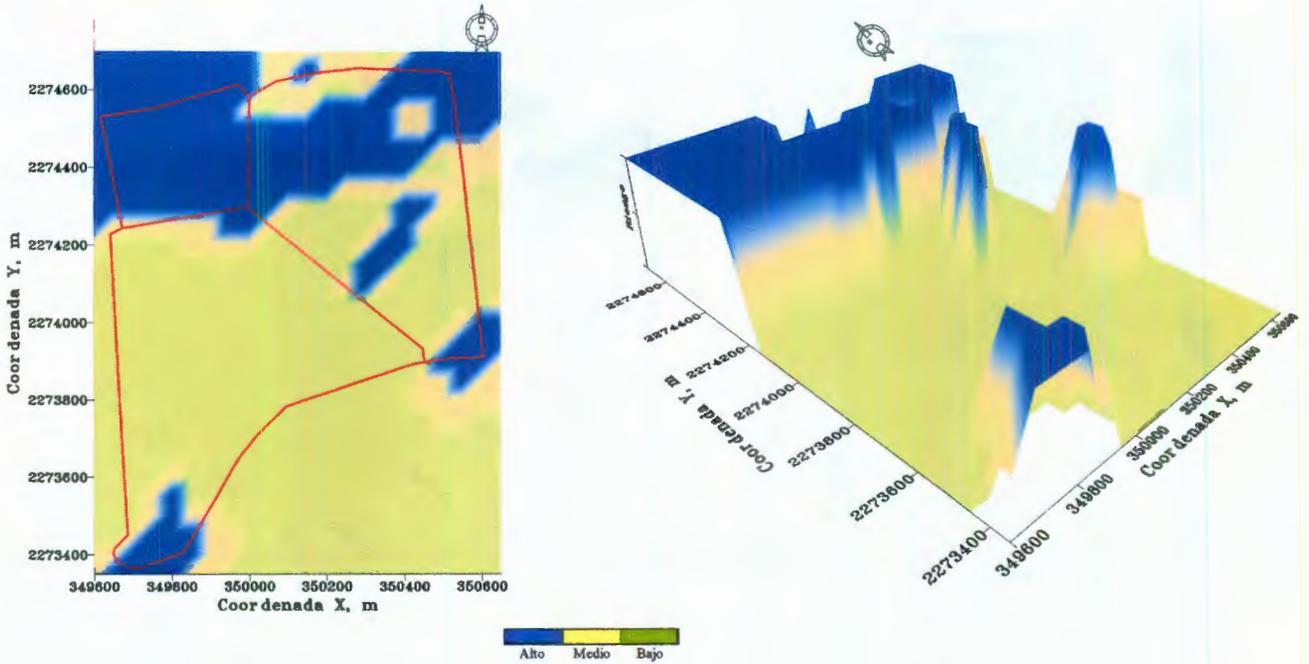


Figura 4.92 Mapa de riesgo general, Caso I

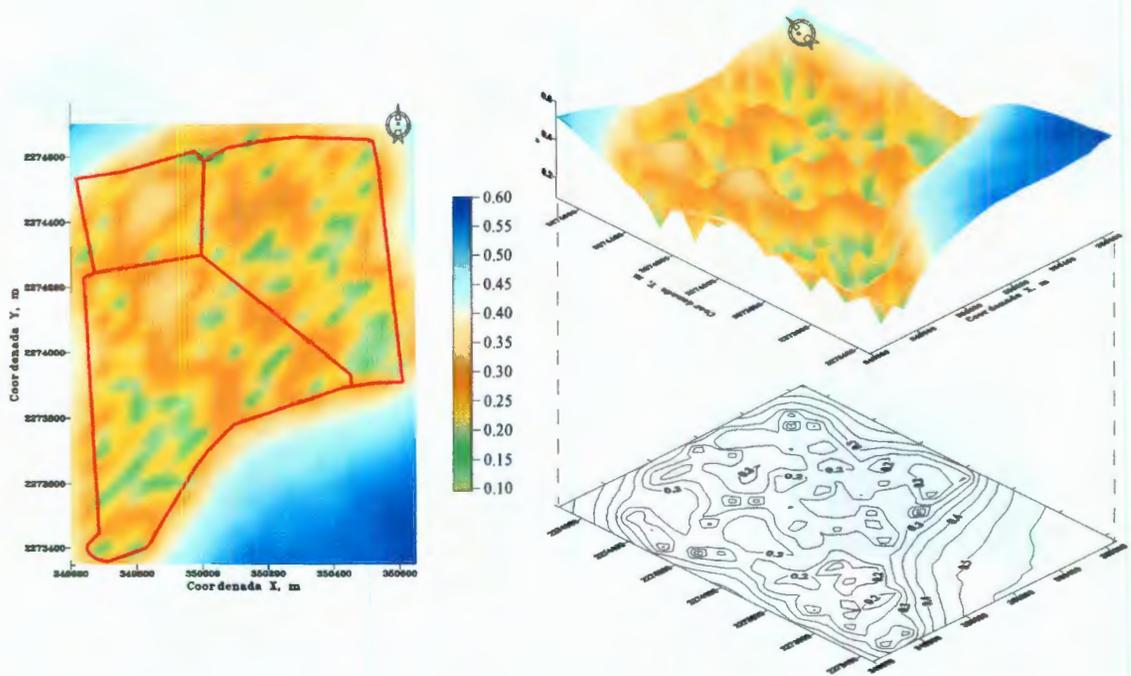


Figura 4.93 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del Caso I (riesgo)

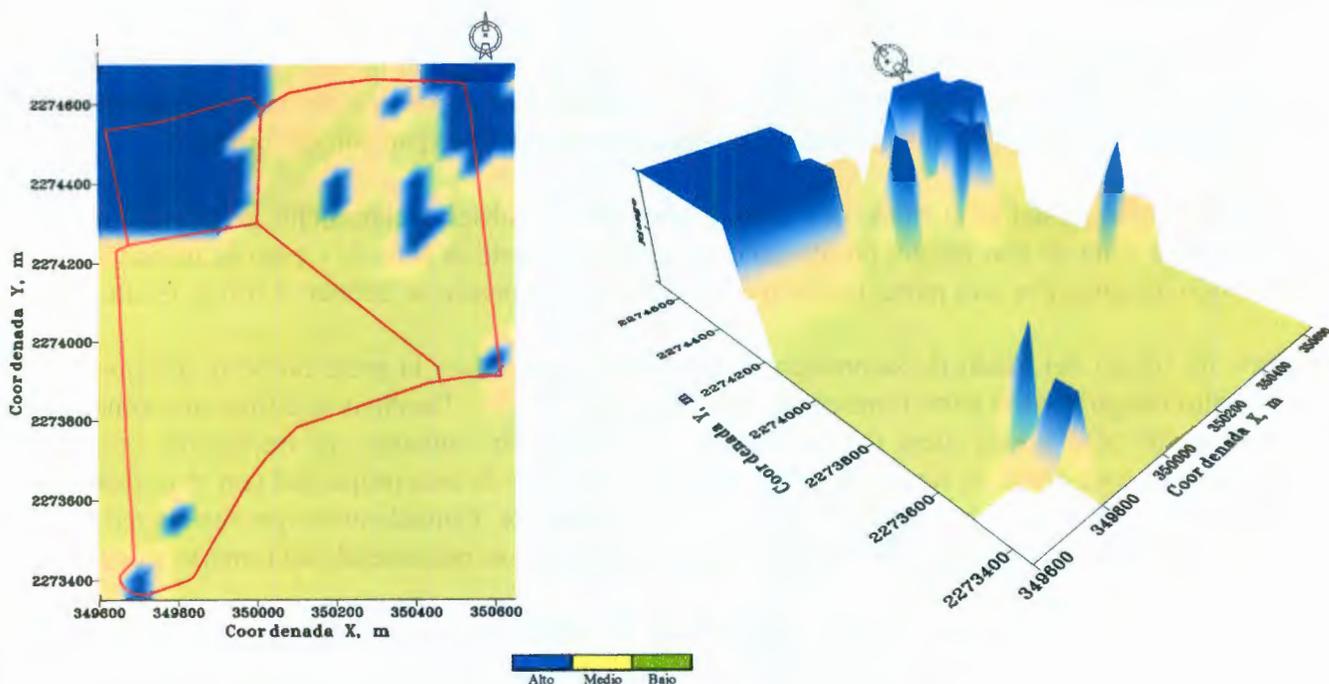


Figura 4.94 Mapa de riesgo general, Caso II

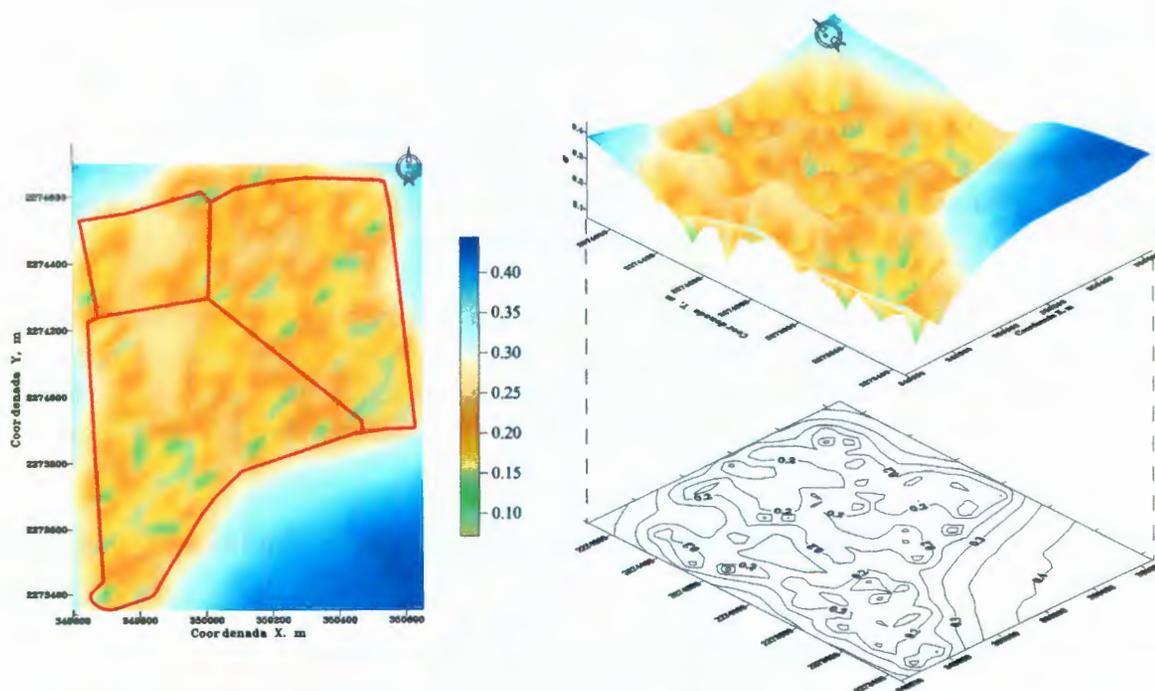


Figura 4.95 Mapa de contornos y superficie de la desviación estándar de estimación del Caso II (riesgo)

#### 4.5.4.6 Interpretación

En el mapa de riesgo del contenido de agua, Figura 4.84, se observa en la parte noroeste, noreste y al sur del predio las zonas de riesgo alto, basadas en el potencial de expansión del suelo, determinado en el análisis de correlación del contenido de agua con el porcentaje de expansión del mismo.

En el mapa de riesgo del peso específico seco, Figura 4.86, se observa claramente en la parte noroeste del predio una zona de alto riesgo; no obstante, en la parte noreste la zona de riesgo es menor que para el contenido de agua. Por otra parte, también en la parte sur del predio se definen 2 zonas de alto riesgo.

El mapa de riesgo del grado de saturación, Figura 4.88, presenta en la parte noroeste del predio una zona de alto riesgo y en la parte noreste un riesgo de medio a alto. También se define una zona crítica en la parte sur pero queda fuera de los límites del predio. Sin embargo, es importante señalar las limitaciones de este mapa de riesgo debido a que la correlación de esta propiedad con el porcentaje de expansión es pobre, como ya se había mencionado anteriormente. Considerando que resulta redundante con el mapa basado en contenido de agua pero menos confiable, se recomienda no tomarlo en cuenta.

El mapa de riesgo del índice plástico, Figura 4.90, se observa que en la parte norte del predio se presenta en gran medida zonas de riesgo alto, aunque dentro de la misma se observan dos bandas con riesgo medio y bajo. Por otra parte, la zona sur se caracteriza por presentar un riesgo bajo, aunque existen zonas aisladas con riesgo alto.

Los mapas de riesgo único que fueron estimados con las propiedades del contenido de agua y el peso específico seco, por presentar la mayor correlación con el porcentaje de expansión muestran configuraciones distintas para cada caso:

Caso I, Figura 4.92, presenta una configuración similar a la del contenido de agua, es decir, zonas de alto riesgo en la parte noreste, noroeste y en la parte sur principalmente. Para este caso la zona de alto riesgo es mayor debido a que se determinó que para la combinación de las propiedades en un punto, esta sería crítica (valor indicador 1) siempre y cuando se cumpliera para cualquiera de las propiedades.

Caso II, Figura 4.94, de este mapa de riesgo se puede decir que representa con mayor confiabilidad las zonas de riesgo, ya que se estableció que para un punto, este sería crítico solamente cuando se cumpliera la condición de valor indicador 1, tanto para el contenido de agua como para el peso específico seco. Por lo mismo la zona de alto riesgo se reduce notablemente en la parte noreste y sur del predio.

Los mapas de desviación estándar analizados presentan configuraciones similares Figuras 4.85, 4.87, 4.89, 4.91 y 4.93.

Con base en los mapas anteriores es posible pasar a la propuesta del tipo de cimentación, para ello hay que poner mayor énfasis en las zonas de alto riesgo en las que probablemente se requiera un tipo de cimentación especial. Para el planteamiento anterior es necesario tomar en cuenta tanto las características del subsuelo como las de las estructuras por construir.

#### 4.5.5 Mejoramiento de los mapas de riesgo a partir de exploraciones adicionales. Ganancia

Los mapas de riesgo obtenidos presentan en ciertas zonas una alta varianza de estimación. Para una mejor definición del riesgo, se podría recurrir obviamente a una nueva campaña de exploración. Esta campaña se podría definir tomando muy en cuenta el concepto de *Ganancia* (Anexo 2).

La ganancia es un concepto que tiene que ver con el beneficio que se puede obtener al disminuir el error de estimación. Al analizar la incertidumbre o error de estimación de cualquier campo analizado, siempre habrá zonas en las que haya mayor incertidumbre, por lo que los datos estimados en esa zona no se pueden considerar muy confiables. La manera de dar solución a este problema es obtener información en los puntos en donde el error de estimación es mayor.

Para su aplicación, en este caso, se propone evaluar la incertidumbre obtenida en la estimación del contenido de agua medio, Figura 4.96. Con base en los valores de mayor incertidumbre, desviación estándar, dentro del predio se propone considerar cinco sondeos adicionales a los cuáles se les asigna un valor correspondiente a la media del campo, es decir, 34.5%. Los sondeos adicionales se proponen en los puntos cuyas coordenadas se presentan en la Tabla 4.19.

Tabla 4.19 Coordenadas de los cinco sondeos adicionales propuestos

Sondeo adicional	X (m)	Y (m)
1	349700	2274000
2	349900	2274200
3	350550	2274300
4	349850	2274450
5	350150	2274450

Con el modelo de correlación espacial determinado con anterioridad y aplicando la técnica del kriging, se obtiene la nueva configuración de la incertidumbre o desviación estándar de la estimación, Figura 4.97.

Se calcula la ganancia con los valores de desviación estándar de la estimación obtenidos a partir de la estimación inicial y los calculados al adicionar cinco sondeos con el valor de la media del campo. Los valores y el cálculo de la ganancia se presentan en el Anexo 4, Tablas A5.11 a A5.15.

Finalmente estos resultados se presentan gráficamente en la Figura 4.98.

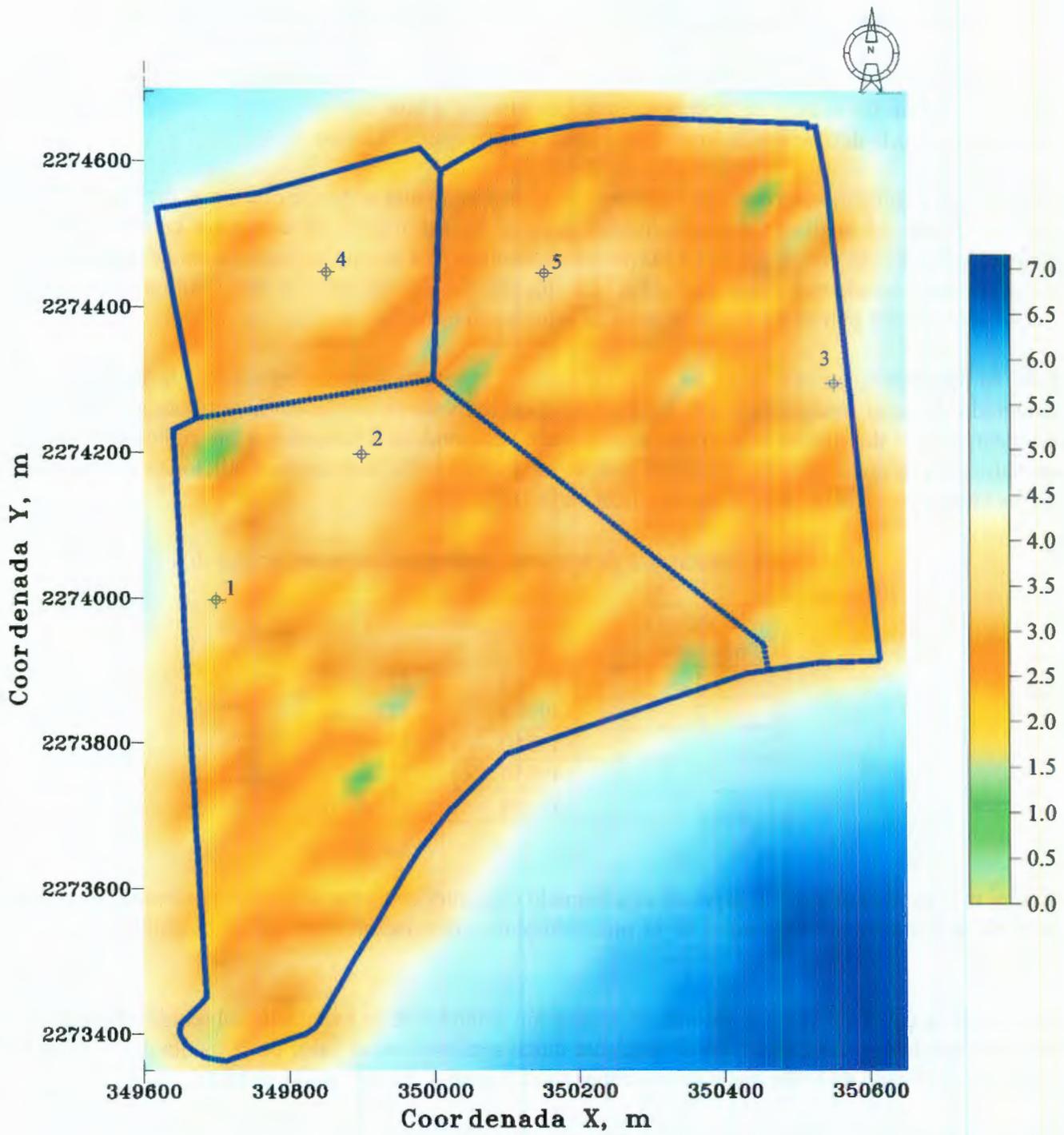


Figura 4.96 Mapa de desviación estándar de estimación del contenido de agua medio

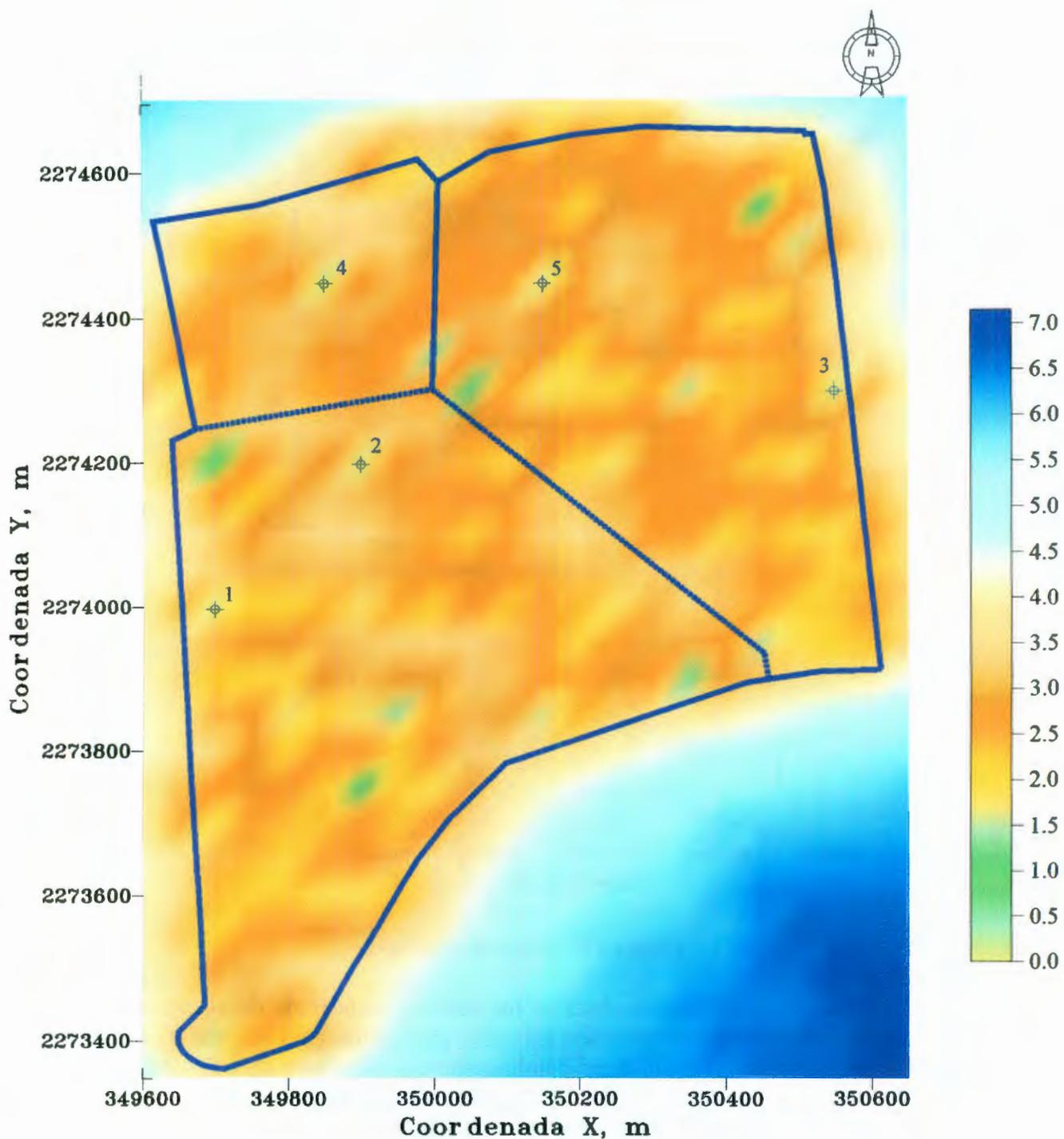


Figura 4.97 Mapa de desviación estándar de estimación del contenido de agua medio, considerando cinco sondeos adicionales

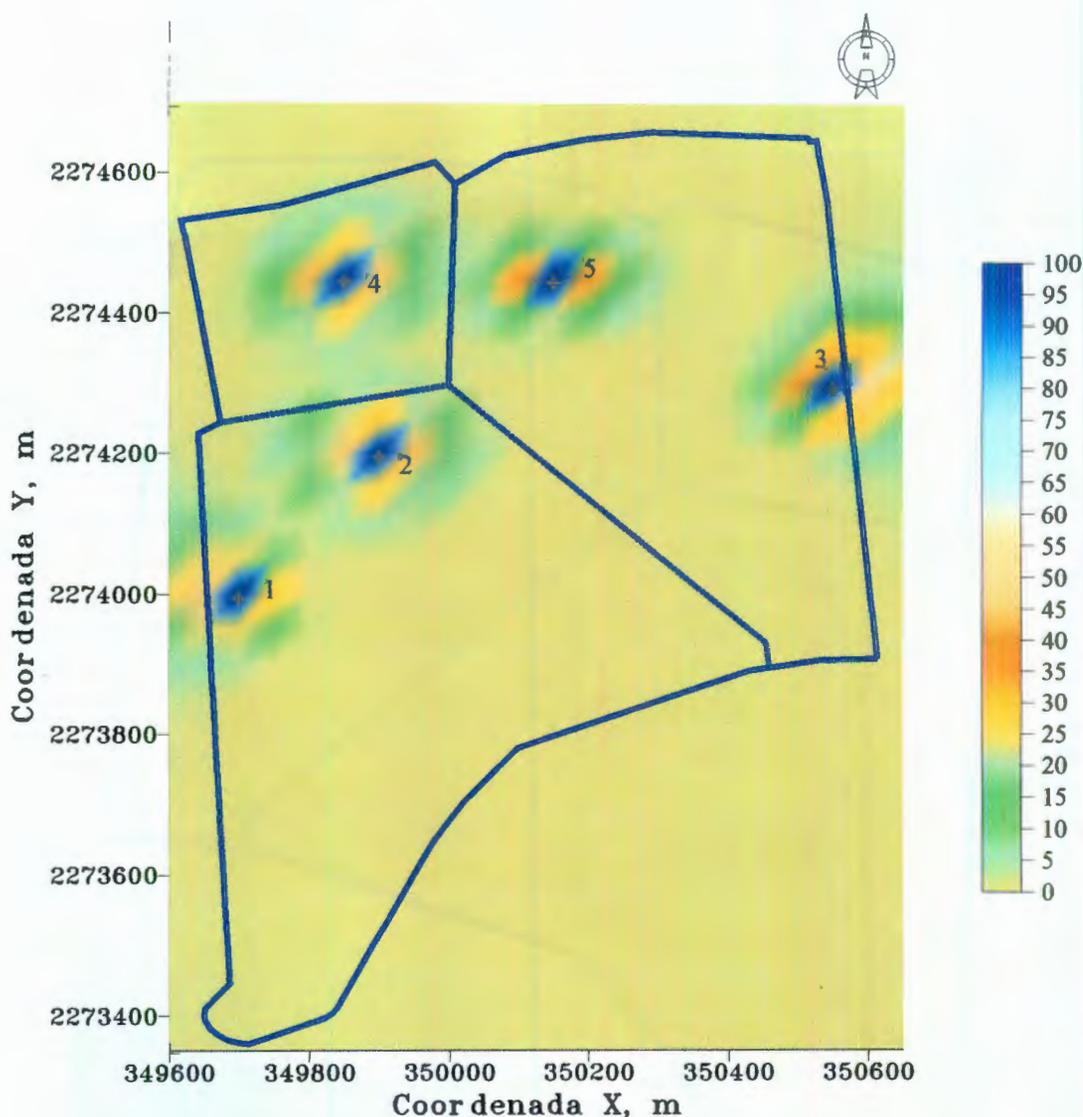


Figura 4.98 Mapa de ganancia

Del mapa de la Figura 4.96, se pueden observar los valores iniciales de desviación estándar de la estimación y la localización de cinco sondeos adicionales, propuestos, para mejorar la estimación. Una vez considerados los nuevos sondeos, la incertidumbre estimada disminuye un 100% en los puntos que corresponden a los sondeos propuestos, Figura 4.98. Es decir en esos puntos la ganancia es del 100%, el radio de influencia así como los valores de la ganancia se muestran en la Figura 4.98.

En general, la ganancia es una herramienta que permite, en cierta medida, detectar en donde los valores de estimación pueden ser mejorados y de igual manera en que medida. Para ello primero, en función del error de estimación, es necesario identificar los puntos de mayor incertidumbre y determinar de manera preliminar la disminución de ésta al proponer sondeos adicionales en dichos puntos. Finalmente evaluando la ganancia se puede recomendar el número de sondeos adicionales necesarios para obtener una estimación confiable.

#### **4.5.6 Decisión en cuanto al tipo de cimentación**

Con base en los mapas de riesgo se puede establecer claramente que en la zona norte del predio es donde se presentan suelos con características que pueden generar problemas si no se toma en cuenta para el diseño de la cimentación las propiedades prevalecientes del subsuelo en esa zona. Asimismo, en gran parte de la zona sur del predio el riesgo es bajo, por lo que se proponen dos tipos de cimentación. Se considera que el tipo de estructuras por construir en el predio corresponde a viviendas de interés medio.

Para la zona de alto y mediano riesgo, que coincide también con los espesores mayores de arcilla negra potencialmente expansiva, se propone una cimentación con pilotes cortos colados in situ en combinación con trabes, las cuales se diseñan para soportar la carga estructural y transferir el esfuerzo a los pilotes. Se recomienda por lo general dejar un espacio vacío debajo de las vigas, este espacio aísla a la estructura del suelo y previene que la presión de expansión del suelo que se pueda desarrollar afecte a las trabes. Los pilotes pueden diseñarse con campana en el estrato estable, no expansivo, para proveer de anclaje al elemento o sin el fondo acampanado pero de longitud suficiente de anclaje en el estrato no expansivo, aproximadamente hasta 3.50 m.

Para la zona de riesgo bajo se propone una cimentación de tipo superficial desplantada a 1.50 m de profundidad, a base de zapatas aisladas, y una remoción de 0.50 m en la superficie para poder desplantar los pisos sobre material inerte areno limoso. Se sugiere esta profundidad por considerarse como la más inestable ante cambios de contenido de agua que puedan presentarse, pudiéndose considerar quizá como capa activa, es decir, el espesor del estrato en el cual se presenta inestabilidad volumétrica por los cambios en el contenido de agua.

Aunado a lo anterior la cimentación siempre deberá ser provista de un adecuado sistema de drenaje, y el suelo debe ser preparado adecuadamente para minimizar los movimientos diferenciales ocasionados por cambios en el contenido de agua.

Es importante señalar que en el caso de las zonas de riesgo medio sería conveniente realizar un análisis aplicando la teoría de decisiones para definir cual de las soluciones planteadas sería la más adecuada. En el Anexo 5 se presenta la metodología que puede emplearse para este tipo de análisis. Asimismo se presentan resultados obtenidos con costos preliminares: Se concluye que para las zonas de riesgo medio, la cimentación más conveniente es a base de pilotes.



## CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES

Los suelos expansivos causan pérdidas millonarias en varias partes del mundo y el Valle de Querétaro no es la excepción. Los daños en las construcciones cimentadas en este tipo de suelo podrían ser evitados o mitigados, si se conocieran sus propiedades de expansión con anterioridad. El predecir el potencial expansivo del suelo requiere del conocimiento de las propiedades del mismo que influyen o caracterizan este fenómeno así como su valor. Para cualquier predio en estudio, lo ideal sería contar con el suficiente número de ensayos de expansión que permitieran evaluar directamente el potencial expansivo del suelo.

En la mayoría de los proyectos de ingeniería el presupuesto asignado para el estudio de mecánica de suelos es limitado, por lo que es necesario diseñar una campaña de exploración geotécnica en la que se propongan en forma adecuada los sitios, la cantidad y el tipo de exploración así como programar eficientemente las pruebas de laboratorio. Este tipo de decisiones puede apoyarse en las técnicas de muestreo estadístico.

Las técnicas convencionales empleadas en geotecnia para caracterizar el subsuelo como son los perfiles y los cortes estratigráficos tradicionales, dan una configuración de los estratos y propiedades del subsuelo en el predio que se basa generalmente en consideraciones parcialmente subjetivas y hasta artísticas. La Geoestadística ofrece la posibilidad de reducir esta subjetividad mediante un análisis estadístico y una modelación probabilista de la variabilidad espacial de las propiedades del suelo.

En el caso considerado en la presente tesis, es decir el estudio de un predio ubicado en Corregidora, Oro., se consideró interesante aplicar la Geoestadística para una mejor descripción de las propiedades del subsuelo y estimación del riesgo existente.

Para este estudio el número de ensayos de expansión fue insuficiente por lo que se analizó la variación espacial de las siguientes propiedades índice: contenido de agua, grado de saturación y peso específico seco que fueron determinadas en mayor número y que son propiedades que están correlacionadas con el potencial expansivo de los suelos (Preciado, 1998). Asimismo, se determinó la configuración del espesor del estrato de arcilla potencialmente expansiva. El estudio realizado permite llegar a las conclusiones siguientes:

- Los resultados de la estimación del espesor del estrato de arcilla, muestran una configuración muy irregular. Los espesores mayores, de 1.5 a 3.5 m, se presentan al norte del predio.
- Las simulaciones realizadas del espesor del estrato de arcilla, representan posibles configuraciones de este campo aleatorio que permiten apreciar en particular posibles valores extremos del espesor de arcilla negra (3.5 a 4.0 m) en la parte norte del predio.
- Los modelos de correlación, obtenidos para cada una de las propiedades analizadas en la estimación de perfiles y cortes virtuales, mostraron distancias de correlación horizontal bajas: 154 m para el contenido de agua, 180 m para el peso específico seco y 77 m para el grado de saturación. Por otra parte

las distancias de correlación vertical, también son bajas: 1.3 m para el contenido de agua, 0.80 m para el peso específico seco y 0.90 m para el grado de saturación. Lo anterior refleja la heterogeneidad de las propiedades del suelo.

- En la obtención del modelo de correlación horizontal, para el grado de saturación, fue evidente la disminución de la distancia de correlación, 77 m con respecto a las otras propiedades, contenido de agua, 154 m y peso específico de 180 m. Esto se debe al error inherente (estimado en hasta 6%) a la determinación de esta propiedad, que conduce a un campo aparente probablemente diferente del real. La incertidumbre sobre los resultados del grado de saturación, reduce el grado de correlación aparente entre esta propiedad asociada a diferentes puntos del medio considerado. En particular introduce una disminución del coeficiente de correlación entre valores medidos en puntos contiguos (efecto pepita). Debido a esta disminución, el modelo de correlación obtenido para el grado de saturación da lugar a una distancia de correlación menor, dado que ésta se obtiene integrando el área bajo la curva de la función del modelo de correlación.

- La evaluación de los cortes virtuales obtenidos para cada una de las propiedades permitió obtener una configuración general de las mismas en el predio lo que permitió preliminarmente identificar una zona de riesgo que corresponde a la zona norte del predio.

- Se pudo definir la correlación entre el porcentaje de expansión y las propiedades analizadas, la cual resultó variable. Las propiedades que tuvieron mayor correlación con el porcentaje de expansión fueron el contenido de agua y el peso específico seco. No obstante, a pesar de la poca correlación entre el porcentaje de expansión y el grado de saturación, se estableció también un límite crítico de esta propiedad.

- La Geoestadística resultó útil para estimar mapas de riesgo con base en las propiedades del suelo. En este caso se establecieron valores límite del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación que presentan correlación con la expansión. También se analizó el índice plástico que además de estar correlacionado con el potencial expansivo del suelo es una propiedad estable ante cambios climáticos.

- Los mapas de riesgo generados permitieron identificar zonas en donde la problemática que conlleva la presencia de suelos potencialmente expansivos puede ser crítica. Es decir, proporcionan una ayuda valiosa para identificar zonas en las que se debe tener mayor cuidado en el planteamiento final para la solución de cimentación.

- En el predio se detectaron tres zonas críticas en las cuales se conjuntan condiciones desfavorables con base en las propiedades inicialmente analizadas e incluyendo el índice plástico. Esas zonas se encuentran localizadas en la parte noreste, noroeste y una pequeña zona al sur del predio.

- La varianza de estimación arrojada por los cálculos geoestadísticos permite identificar áreas de mayor incertidumbre dentro del predio. Lo anterior hace factible definir una estrategia par realizar muestreos adicionales que mejoren la estimación; el beneficio obtenido puede ser evaluado mediante el concepto de ganancia. La ganancia es de un 100% en los puntos en donde se tienen datos adicionales ya que la

incertidumbre evaluada como desviación estándar en ese punto es igual a cero. De igual manera con la ganancia se puede evaluar el radio de influencia de los beneficios obtenidos al adicionar un nuevo punto, es decir, hasta donde puede disminuir la incertidumbre.

- En general la zona norte del predio presenta los espesores mayores de arcilla así como las condiciones más desfavorables de acuerdo con los mapas de riesgo obtenidos. En la zona de mayor riesgo será necesario recurrir a una solución de cimentación especial, por ejemplo a base de pilotes cortos con campana. Con ello se garantizará el adecuado comportamiento de la estructura al contrarrestar la posible expansión por el empotramiento del pilote en suelo no expansivo y el propio empotramiento que le da la campana misma.

- En la parte centro sur, zona de riesgo bajo, la cimentación propuesta es a base de zapatas aisladas desplantadas a 1.5 m de profundidad.

- En las áreas de riesgo medio, la cimentación propuesta es a base de pilotes como resultado del análisis basado en la teoría de decisión.

- Con base en los resultados obtenidos, puede decirse que la Geoestadística es una herramienta útil que permite obtener una configuración global y puntual de las propiedades de interés en el suelo, lo cual, resulta menos confiable si se trata de realizar de la forma convencional a partir de perfiles y cortes tradicionales.

- La ingeniería geotécnica debe, por tanto, considerar a la Geoestadística como una herramienta alternativa útil para la caracterización de las propiedades del subsuelo. Se sugiere que se siga explorando su utilidad aplicándola a otros sitios con características diferentes.

El presente trabajo de investigación ha permitido conocer el comportamiento de los estudiantes de la Universidad de Cuenca en el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en el ámbito académico.

Los resultados obtenidos indican que existe una brecha digital entre los estudiantes, lo que puede afectar su rendimiento académico y su capacidad de acceder a recursos educativos en línea. Por lo tanto, es necesario implementar estrategias de capacitación y apoyo técnico para reducir esta brecha.

En conclusión, el uso de las TIC en el ámbito académico es una herramienta poderosa que puede mejorar el aprendizaje y la experiencia estudiantil, siempre y cuando se ofrezca el apoyo necesario para garantizar su uso efectivo.

Esperamos que estas conclusiones sirvan como base para la toma de decisiones y la implementación de políticas que promuevan el uso responsable y efectivo de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el ámbito educativo.

Finalmente, agradecemos a todos los participantes que hicieron posible este estudio, así como a los docentes y personal administrativo de la Universidad de Cuenca por su colaboración y apoyo durante el desarrollo de esta investigación.

Este estudio también tiene algunas limitaciones, como el tamaño de la muestra y el enfoque cuantitativo utilizado. Se recomienda futuras investigaciones que exploren aspectos cualitativos y profundicen en el análisis de los factores que influyen en el uso de las TIC por parte de los estudiantes.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Abad, A. y Servín, L., 1988, "*Introducción al muestreo*", LIMUSA, México.
- Álvarez Manilla, A., 2002, "*Hundimiento máximo en el Valle de Querétaro en función de la declinación del acuífero*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 2, pp. 275-281, Querétaro, México.
- Álvarez Manilla, A., 2002, "*Mecanismo de agrietamiento en suelos caso Santiago de Querétaro, Qro.*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 1, pp. 193-197, Querétaro, México.
- Álvarez Manilla, A. et al., 2002, "*Modificaciones a la zonificación geotécnica del valle y zona metropolitana de Querétaro*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 1, pp. 247-256, Querétaro, México.
- Auvinet, G., 1976, "*Utilidad y limitaciones del enfoque probabilístico aplicado a la construcción de zonas minadas*", Memoria, Simposio sobre Cimentaciones en Zonas Minadas de la Ciudad de México, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, pp. 171-175, México, D.F.
- Auvinet, G., 1978, "*Procesos estocásticos*", apuntes para estudiantes, DEPFI, UNAM, México.
- Auvinet, G., 1986, "*Estructura de medios granulares*", Tesis doctoral, DEPFI, UNAM, México.
- Auvinet, G., 1991, "*Geotechnical properties: General report*", Session B-2, Proceedings, Sixth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, CERRA-ICASP6, June, Vol 3, pp. 223-233, México, D.F.
- Auvinet, G., and Abaziou, L., 1993, "*Application of random field theory to control of compaction of earth embankments*", 3<sup>rd</sup> CODATA Conference on Geomathematics and Geostatistics, Enschede, Holland, June 9-11, 1993, published in *Sciences de la Terre*, N° 32, pp. 449-460, Nancy, France.
- Auvinet, G., 1994, "*Modélisation stochastique de la répartition spatiale des propriétés des sols et des ouvrages en terre*", Actes des Journées Nationales sur les "*Applications des statistiques et probabilités en analyse des matériaux et des ouvrages*", pp. 159-171, Cachan, Mar. 30-31, France.
- Auvinet, G., Bouayed, A. and Mrabet, Z., 1995, "*Geostatistics and reliability analysis of earthfills*", Proceedings, X<sup>th</sup> Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol 3, pp. 1405-1414, Guadalajara, México.
- Auvinet, G., Méndez, E. y Juárez, M., 1996, "*Geotecnia del Valle de México; Evolución de los conocimientos y perspectivas*", Memoria del Simposio "40 años de investigación y práctica en Geotecnia", Publicación especial, Soluim ICA; Tomo II, pp.41-61, México, D.F.

- Auvinet, G. and Medina, Z., 1998, "*Geostatistical analysis of soil data on the site of the Rion-Antirion Bridge, Greece*", Final Report to Géodynamique et Structure, France.
- Auvinet, G., Juárez, M. and Medina, Z., 2001, "*Geostatistical interpretation of soil exploration*", Proceedings, International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol 2, pp. 1065-1068, Istanbul, Turkey.
- Auvinet, G., 2002, Decimosexta Conferencia Nabor Carrillo "*Incertidumbre en Geotecnia*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Querétaro, México.
- Auvinet, G. and Juárez, M., 2002, "*Geostatistical characterization and simulation of Mexico Valley subsoil*", IASTED International Conference, Modelling and Simulation 2002, pp. 208-212, Marina del Rey, California; USA.
- Auvinet, G., 2002, "*Probabilidad y estadística*", Notas del curso impartido en el Posgrado de Ingeniería, DEPMI, UNAM, México.
- Auvinet, G. and Juárez, M., 2003, "*Geostatistical characterization of the lacustrine subsoil of Mexico Valley*", Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Cambridge, Cambridge, USA.
- Azzouz, R. et Bacconnet, C., 1988, "*Optimisation d'une campagne de reconnaissance par géostatistique*", Proceedings, Symposium on Reliability-based Design in Civil Engineering, Lausanne, Switzerland.
- Baecher, G. and Christian J., 2003, "*Reliability and statistics in geotechnical engineering*", Wiley, England.
- Benjamin, J. R. and Cornell, C. A., 1970, "*Probability, statistics and decision for civil engineers*", Mc Graw-Hill, New York, USA.
- Bonnet, V., 2002, "*Interpretation géostatistique des travaux de reconnaissance sur le site du nouvel aéroport international de Mexico*", Mémoire, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, France.
- Bowles, D. and Yim, K., 1984, "*Probabilistic characterization of soil properties*", Bridge Between Theory and Practice, American Society of Civil Engineers, USA.
- Chen, F. H., 1987, "*Swelling and shrinking behavior of expansive clays*", 6<sup>th</sup> Int. Conference on Expansive Soils, New Delhi.
- Chen, F. H., 1988, "*Foundations on expansive soils*", Elsevier Scientific Publishing Company, USA.
- Cochran, W. G., 1998, "*Técnicas de muestreo*", CECSA, México.

- Cornell, A. C., 1971, "*Stochastic process models in structural engineering*", Department of Civil Engineering, Stanford University, USA.
- Cuador, J. Q., 2001, "*Simulación condicional de variables regionalizadas y su aplicación al comportamiento de la porosidad efectiva en un yacimiento fracturado-poroso*", Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, pp. 19-27, México.
- Dávalos, D., Medina, Z. y Auvinet, G., 2001, "*Sistema de apoyo al análisis geoestadístico*", Manual del usuario, Instituto de Ingeniería, México.
- Department of the Army, 1983, "*Foundations in expansive soils*", Technical Manual TM 5-818-7, USA.
- Deutsch, C. V. and Journel, A. G., 1992, "*Geostatistical software library and user's guide (GSLIB)*", Oxford University Press, New York, USA.
- Dowding, C. et al., 1978, "*Site characterization and exploration*", American Society of Civil Engineers, New York, USA.
- Fenton, G. A., 1996, "*Probabilistic methods in geotechnical engineering*", Workshop presented at ASCE Uncertainty '96 Conference, Madison Wisconsin, USA.
- Fogli, M., 1980, "*L'approche de Monte Carlo dans les problèmes de sécurité : Application l'estimation probabiliste du risque de ruine des poutres hyperstatiques en béton armé soumises á des actions aléatoires statistiques*", Thèse de Docteur Ingénieur, INSA de Lyon, France.
- Fredlund, D. and Rahardjo, H., 1993, "*Soil mechanics for unsaturated soils*", Wiley, USA.
- Hammah, R., 2003, "*Geostatistics in geotechnical engineering*", Rock science, Rocknews, USA.
- Hines, W. y Montgomery D., 2001, "*Probabilidad y estadística para ingeniería*", Editorial CECSA, México.
- Hohn, M. E., 1988, "*Geostatistics and petroleum geology*", Van Nostrand Reinhold, USA.
- Hurtado, D. et al., 2002, "*Una visión actual de las propiedades índice*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Querétaro, México.
- Journel, A. and Huijbregts, Ch., 1978, "*Mining Geostatistics*", Academic, London.
- Juárez, E. y Rico, A., 1963, "*Mecánica de Suelos*", Tomo1, Limusa, pp. 410-414, México.
- Juárez, M. y Auvinet G., 2000, "*Caracterización geoestadística del subsuelo del Valle de México*", XX, Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol. 2, pp. 387-396, Oaxaca, México.

- Juárez, M., 2001, "*Aplicación de la geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo del Valle de México*", Tesis de Maestría en Ciencias (Mecánica de Suelos), Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN, México, (Dir. G. Auvinet).
- Juárez, M. y Auvinet, G., 2002, "*Avances en la caracterización geoestadística del subsuelo de la zona lacustre del Valle de México*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, pp. 257-265, Querétaro, México.
- Kassiff, G. et al., 1969, "*Pavements on expansive clays*", Jerusalem Academic Press, Jerusalem, Israel.
- Kelkar, M., 1992, "*Geostatistics for reservoir description*", University of Tulsa, Tulsa, Oklahoma.
- Matheron, G., 1965, "*Les variables régionalisées et leur estimation*", Masson et Cie, Editeurs, Paris, Francia.
- Medina, Z. y Auvinet, G., 2000, "*Aplicación del análisis geoestadístico a la interpretación de los resultados de campañas de exploración geotécnica*", XX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Oaxaca, México.
- Medina, Z., 2001, "*Interpretación geoestadística de campañas de reconocimiento del subsuelo*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México, (Dir. G. Auvinet).
- Mood, A. and Graybill, F., 1963, "*Introduction to the theory of statistics*", McGraw-Hill, New York.
- Morales, M. A., 2004, "*Aplicación de la geoestadística a la descripción estratigráfica del subsuelo de la zona sur de la cuenca de México*", Tesis de Maestría en Ciencias (Mecánica de Suelos), Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN, México, (Dir. G. Auvinet).
- Murray, R. y Spiegel, M., 1996, "*Estadística teoría y problemas resueltos*", McGraw-Hill, México.
- Pantoja, A., 2002, "*Análisis geoestadístico del subsuelo en el norte de la zona lacustre del Valle de México*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México, (Dir. G. Auvinet).
- Papoulis, A., 1984, "*Probability random variables, and stochastic processes*", International Student Edition, USA.
- Preciado, H., 1998, "*Estudio de la influencia de las variables de compactación en las características expansivas de unos suelos de Jurica, Querétaro*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Rendí, J. M., 1981, "*An Introduction to geostatistical methods of mineral evaluation*", Golder Associates, Inc. Consulting Geotechnical and Mining Engineers, South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg.

- Rico, A. y Del Castillo, H., 1977, "*La ingeniería de suelos en las vías terrestres*", LIMUSA, Tomo 2, México.
- Rojas, E., Arzate, J. y Arroyo, M., 2002, "*Predicción de las zonas de agrietamiento debido a la extracción del agua*", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Vol.1, pp. 173-181, Querétaro, México.
- Sedano, S., 1982, "*Aproximación requerida y dispersión de resultados en ensayos comunes de laboratorio de Mecánica de Suelos*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México, (Dir. G. Auvinet).
- Soulié, M., Favre, M. et Honrad, J. M., 1983, "*Analyse géostatistique d'un noyau de barrage tel que construit*", Canadian Geotechnical Journal, Canada.
- Sowers, G. F., 1979, "*Application of results of exploratory borings and index properties to soil engineering problems*", Simposio Internacional de Mecánica de Suelos, pp. 3-15, Oaxaca, México.
- Stuart, A., 1954, "*A simple presentation of optimum sampling results*", Tour. Roy. Stat., USA.
- Tschuprow, A., 1923, "*On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations*", Metron.
- Valdez, Y. P., 2002, "*Análisis geoestadístico de la estratigrafía del subsuelo marino en un área de la Sonda de Campeche*", Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos), DEPI, UNAM, México (Dir. G. Auvinet).
- Webster, R. and Oliver M., 2001, "*Geostatistics for environmental scientists*", John Wiley & Sons, LTD, UK.
- Zepeda, J. A., 1989, "*Naturaleza de los suelos expansivos*", Curso Internacional de Mecánica de Suelos Arcillosos, Querétaro, México.
- Zepeda, J. A. et al., 2004, "*Criterio práctico para el diseño de zapatas sobre suelos expansivos*", XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, SMMS, Guadalajara, México.



## ANEXO 1 ELEMENTOS DE ESTADÍSTICA

### A1.1 DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA

#### A1.1.1 Análisis cuantitativo de la variabilidad: media, varianza, desviación estándar

Cuando se realizan mediciones de una variable  $X$ , en el suelo, un estudio recomendado es efectuar un análisis estadístico de los datos y expresar el resultado de la medición de la variable en términos de los estimadores estadísticos, media, desviación estándar, varianza, etc. La información obtenida también puede representarse en un histograma o gráficos de frecuencia en los cuales puede apreciarse como es la distribución de las variables.

Al medir experimentalmente cualquier propiedad del suelo en forma repetida se obtiene un conjunto de datos, llamado *muestra de datos*, que pueden clasificarse y procesarse de acuerdo con técnicas sencillas, estadísticas, que permiten presentarlos de una forma más adecuada.

Las variables del suelo pueden ser analizadas cuantitativamente mediante estimaciones numéricas realizadas a partir de la muestra de datos, las cuales son conocidas como parámetros estadísticos o estadísticas de la muestra.

Los parámetros estadísticos se clasifican en medidas de tendencia central y medidas de dispersión o variación. Muchos son los parámetros que pueden ser estimados. Sin embargo, en este trabajo se presentan los que se consideran de mayor importancia.

#### a) Medidas de tendencia central

##### *Media*

El valor de tendencia central más útil asociado a un conjunto de datos es su valor medio o media aritmética. Si la sucesión de valores medidos es denotada por  $x_1, x_2, \dots, x_n$  la media de la muestra  $\bar{x}$  es simplemente:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{A1.1}$$

En general la media de la muestra  $\bar{x}$  representa el valor promedio de todas las observaciones de la muestra, frecuentemente se interpreta como un valor representativo de la muestra.

##### *Mediana*

Punto en el cual la muestra se divide en dos partes iguales. Sean  $x_1, x_2, \dots, x_n$  los elementos de una muestra arreglada en orden creciente de magnitud; esto es,  $x_1$  denota la observación más pequeña y  $x_n$  denota la observación más grande. Entonces la mediana se define matemáticamente como:

$$\tilde{x} = x_{(\lfloor n+1 \rfloor / 2)} \quad n \text{ impar} \quad \text{A1.2}$$

$$\tilde{x} = \frac{x_{(n/2)} + x_{(\lfloor n/2 \rfloor + 1)}}{2} \quad n \text{ par} \quad \text{A1.3}$$

La mediana tiene la ventaja de que no es afectada de manera considerable por los valores extremos.

### *Moda*

La moda es uno de los valores típicos, el que se presenta con la mayor frecuencia e implica que la distribución de frecuencias presenta un máximo. A menudo es difícil determinar el valor numérico.

### b) Medidas de dispersión

#### *Varianza*

Dado un conjunto de datos medidos, también es deseable poder representar su variabilidad mediante un solo número. Una medida de dispersión de la muestra es la varianza. La varianza de una muestra  $s^2$  se define como:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{A1.4}$$

Este valor es análogo al momento de inercia dado que consiste en una suma de cuadrados de distancias respecto a un centro de gravedad que es la media.

La varianza da una idea de la dispersión de los datos. El valor mínimo que puede tomar es cero, y esto sucede cuando la población toma un único valor; esto es, si los valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son iguales. A medida que la varianza es mayor así lo es la dispersión en los datos.

#### *Desviación estándar*

La desviación estándar,  $s$ , es la raíz cuadrada de la varianza.

$$s = \sqrt{s^2} \quad \text{A1.5}$$

La desviación estándar es una medida que conserva las unidades originales con lo cual es más fácil comprender la magnitud de la desviación que se puede presentar en los datos, así pues a menor desviación estándar corresponde un menor nivel de dispersión en los datos. Tomando en cuenta la propiedad anterior se puede ver claramente como la desviación estándar es una buena medida de dispersión de los datos respecto a la media.

### *Coefficiente de variación*

La desviación estándar, referida a la media, da el coeficiente de variación:

$$cv = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{A1.6}$$

Este coeficiente es una medida adimensional de la dispersión.

Los parámetros anteriores pueden ser estimados para una muestra de datos de cualquier variable del suelo.

#### **A1.1.2 Análisis gráfico de variabilidad: histograma, polígono de frecuencias absolutas y relativas**

Las características del suelo también pueden ser analizadas a través de métodos gráficos estadísticos, siendo los más usuales el histograma, el polígono de frecuencias y la distribución de frecuencia relativa.

Para realizar cualquiera de estas gráficas, es necesario, previamente, realizar una ordenación tabular de los valores de los puntos de los datos, en orden creciente o decreciente de magnitud, y estimar el rango que es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo. Una vez determinado el rango es necesario establecer los intervalos de clase más adecuados, de igual tamaño, para finalmente obtener la frecuencia de clase que se define como el número de valores perteneciente a cada una de las clases.

#### *Histograma*

Es una gráfica de barras que se construye llevando a escala en el eje de las ordenadas el número de datos, frecuencia, comprendido en intervalos de variación iguales, clases, los que se señalan en el eje de las abscisas.

El histograma proporciona información importante acerca de la variabilidad en el conjunto de datos; muestra el rango de los datos, los valores que ocurren con mayor frecuencia y el grado de dispersión alrededor de los valores medios del conjunto de datos. También se pueden observar los valores de la media, mediana y moda. En cuanto a la mediana se puede determinar visualmente al dividir al histograma en dos partes de igual área.

Varios aspectos deben ser cuidados en la elaboración de un histograma básicamente es la determinación del intervalo de clase que definirá a su vez el número de clases a emplear. Un número pequeño de clases puede ocultar la distribución real del conjunto de datos, mientras que un número muy grande puede dejar sin observaciones algunas de las clases, limitando de esta forma su utilidad. En la Figura 3.1 a modo de ejemplo se presenta el histograma y el polígono de frecuencias de la profundidad de los sondeos realizados en el predio.

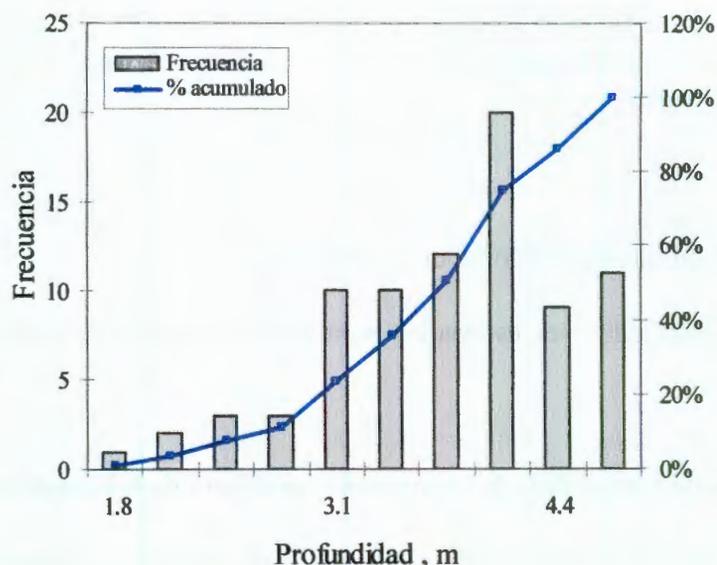


Figura A1.1 Histograma y polígono de frecuencia de la profundidad de los sondeos realizados en el predio

Tanto la teoría como la experiencia demuestran que si el número de datos que se maneja es suficientemente grande y el intervalo de variación que se escoge es suficientemente pequeño, el histograma se acercará a una curva continua de distribución de datos; casi todas las distribuciones de interés ingenieril son del tipo denominado distribución normal o de Gauss.

### *Polígono de frecuencias*

Un polígono de frecuencias es un gráfico de línea trazado sobre las marcas de clase. Se obtiene uniendo los puntos medios de los techos de los rectángulos del histograma. Se acostumbra prolongar el polígono hasta las marcas de clase inferior y superior inmediatas, que corresponderían a la clase de frecuencia cero, Figura 3.1. En tal caso la suma de las áreas de los rectángulos del histograma es igual al área total limitada por el polígono de frecuencias y el eje de las abscisas.

### *Frecuencia relativa*

La frecuencia relativa de una clase es la frecuencia de clase dividida por el total de las frecuencias de todas las clases y se expresa generalmente como porcentaje.

Las representaciones gráficas de distribuciones de frecuencia relativa pueden obtenerse del histograma o del polígono de frecuencias sin más que cambiar la escala de frecuencias por frecuencia relativa, conservándose exactamente el mismo diagrama. Los gráficos que resultan son llamados histogramas de frecuencias relativas o histogramas porcentuales y polígonos de frecuencia relativa o polígonos porcentuales.

### A1.1.3 Descripción de grupos de variables

Cuando en la práctica se cuenta con dos o más grupos o muestras de datos de diferente tipo es posible intentar establecer una relación entre ellos. El grado de relación existente entre dos grupos de datos se llama correlación simple y el grado de relación existente entre tres o más grupos de datos es llamada correlación múltiple. Frecuentemente es deseable expresar esta relación mediante una ecuación matemática que relacione los datos de los diferentes grupos.

#### A1.1.3.1 Correlación lineal simple

##### *Curvas de ajuste*

Para llegar a determinar una ecuación que relacione dos muestras de datos relativas a las variables  $X$  y  $Y$ , un primer paso es representarlos mediante puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  en un sistema de coordenadas rectangulares. El sistema de puntos resultantes se conoce como diagrama de dispersión. A partir de este diagrama es posible representar una curva que se aproxime a los datos. Tal curva se llama curva de aproximación, cuando los datos se aproximan a una línea recta se dice que entre las muestras existe una relación lineal. No obstante puede existir entre las muestras otro tipo de relación entre variables la no lineal.

Si los valores de  $Y$  tienden a incrementarse cuando se incrementan los de  $X$  se dice que la correlación es positiva o correlación directa. Por otra parte, si los valores de  $Y$  tienden a disminuir cuando se incrementan los de  $X$ , la correlación se dice negativa o correlación inversa.

Si no existe alguna relación entre las muestras de datos se dice que no hay correlación entre ellas, es decir, no están correlacionadas.

##### *Medidas de correlación*

#### a) Método libre de ajuste de curvas

Una forma para determinar de una manera cualitativa la correlación de una curva o de una recta dada que describe la relación entre las dos muestras, es la observación directa del diagrama de dispersión. Esto se llama método libre de ajuste de curvas. En este caso el juicio de cada persona es la base para aproximar gráficamente una curva al conjunto de puntos de datos. La desventaja del método es que diferentes observadores pueden obtener diferentes curvas y ecuaciones.

#### b) Ecuaciones de curvas de aproximación

Si se trata el problema de la dispersión de los datos de la muestra alrededor de las rectas o curvas de una manera cuantitativa, será necesario definir unas medidas de correlación. En este caso, el problema general de encontrar ecuaciones de curvas de aproximación que se ajusten al conjunto de datos es el buscar la curva de ajuste.

Las principales curvas de aproximación y sus ecuaciones en las que  $X$  y  $Y$  se conocen como variables independiente y dependiente, respectivamente, aunque pueden intercambiarse. Las letras diferentes a  $X$  y  $Y$  representan constantes para las siguientes ecuaciones:

1) $Y = a_0 + a_1X$	Línea recta
2) $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2$	Parábola o curva cuadrática
3) $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + a_3X^3$	Curva cúbica
4) $Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_nX^n$	Curva de grado $n$
5) $Y = 1/(a_0 + a_1X)$	Hipérbola
6) $Y = ab^x$ o $\log Y = \log a + (\log b)X$	Curva exponencial
7) $Y = \ln Y = a_0 + a_1 \ln X$	Curva logarítmica

Las primeras cuatro ecuaciones se llaman polinomiales, de primero, segundo, tercero y  $n$  grado, respectivamente. Las funciones definidas por las tres primeras de estas ecuaciones se llaman también funciones lineal, cuadrática y cúbica respectivamente.

#### Método de mínimos cuadrados

Para evitar el juicio individual en la construcción de rectas, parábolas u otras curvas de aproximación, en su ajuste a colecciones de datos es necesario obtener una definición de la mejor recta de ajuste, mejor parábola de ajuste, etc.

Para llegar a una posible definición se consideran los puntos representativos de los datos dados por  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ . Para un valor dado de  $X$ , por ejemplo  $X_1$  habrá una diferencia entre el valor  $Y_1$  y el correspondiente valor de la curva  $C$ .

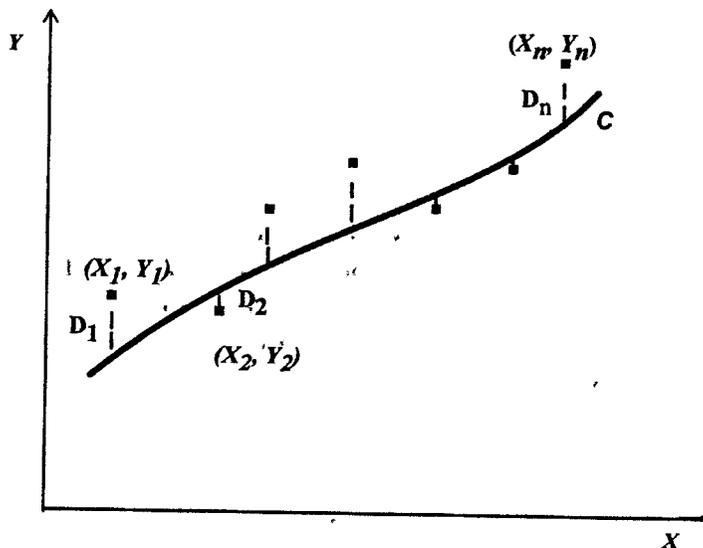


Figura A1.2 Curva de ajuste con distancias mínimas

Como se indica en la Figura A1.2 se denota esta diferencia por  $D_1$ , que se conoce como desviación, error o residuo y puede ser positivo, negativo o cero. Análogamente para los valores  $X_2, \dots, X_n$  se obtienen las desviaciones  $D_2, \dots, D_n$ .

Una medida de la bondad del ajuste de la curva  $C$  a los datos dados está dada por la cantidad:  $D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2$ . Si el valor es pequeño, el ajuste es bueno, si es grande el ajuste es malo. De aquí que de todas las curvas de aproximación a una serie de datos puntuales, la curva que tiene la propiedad:

$$D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2 = \text{valor mínimo}$$

Se conoce como la mejor curva de ajuste.

Una curva que presente esta propiedad se dice que ajusta a los datos por mínimos cuadrados y se llama curva de mínimos cuadrados. Así, una recta con esta propiedad se llama recta de mínimos cuadrados; una parábola con esta propiedad se llama parábola de mínimos cuadrados, etc.

Es posible definir otra curva de mínimos cuadrados, considerando las distancias perpendiculares de cada dato puntual a la curva en lugar de su distancia vertical u horizontal. Sin embargo, esto no es de uso frecuente.

#### *Recta de mínimos cuadrados*

La recta de mínimos cuadrados que aproxima el conjunto de puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  tiene por ecuación:

$$Y = a_0 + a_1 X \quad \text{A1.7}$$

Donde las constantes  $a_0$  y  $a_1$ , se obtienen al resolver simultáneamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum X &= a_0 n + a_1 \sum X \\ \sum XY &= a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 \end{aligned} \quad \text{A1.8}$$

Que se llaman ecuaciones normales para la recta de mínimos cuadrados. Las constantes  $a_0$  y  $a_1$  de las ecuaciones anteriores pueden determinarse, si se desea, de las fórmulas:

$$a_0 = \frac{(\sum X)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a_1 = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad \text{A1.9}$$

#### *Parábola de mínimos cuadrados*

La parábola de mínimos cuadrados a la serie de puntos  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  tiene la ecuación:

$$Y = a_0 + a_1X + a_2X^2 \quad \text{A1.10}$$

Donde las constantes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  se determinan resolviendo simultáneamente el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum X &= a_0n + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2 \\ \sum XY &= a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3 \\ \sum X^2Y &= a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4 \end{aligned} \quad \text{A1.11}$$

Llamadas ecuaciones normales de la parábola de mínimos cuadrados.

### Regresión

A veces, basándose en los datos de las muestras se desea estimar un valor de  $Y$  correspondiente a un valor dado de  $X$ . Esto puede conseguirse estimando el valor de  $Y$  de la curva de mínimos cuadrados que ajusta los datos de las muestras. La curva resultante se llama curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$ , puesto que  $Y$  se estima a partir de  $X$ .

Si se desea estimar un valor de  $X$  a partir de uno de  $Y$ , se emplea la curva de regresión de  $X$  sobre  $Y$ , que se obtiene de intercambiar las variables en el diagrama de dispersión de modo que  $X$  sea la variable dependiente e  $Y$  la variable independiente. Esto equivale a sustituir las desviaciones verticales en la definición de la curva de mínimos cuadrados por las desviaciones horizontales.

En general, la recta o curva de regresión de  $Y$  sobre  $X$  no es la misma que la recta o curva de regresión  $X$  sobre  $Y$ .

#### A1.1.3.2 Correlación lineal múltiple

El grado de relación entre tres o más grupos de datos de diferente tipo se llama correlación múltiple. Los principios fundamentales implicados en los problemas de correlación múltiple son análogos a los de correlación simple.

#### *Ecuación de regresión plano de regresión*

Una ecuación de regresión es aquella que se emplea para estimar una variable dependiente, por ejemplo  $X_1$  a partir de las variables dependientes  $X_2, X_3, \dots, X_n$  y se llama ecuación de regresión de  $X_1$  sobre  $X_2, X_3, \dots, X_n$ . Con una notación funcional esto puede escribirse como  $X_1 = F(X_2, X_3, \dots, X_n)$ .

Para el caso de las tres variables, la ecuación de regresión más sencilla de  $X_1$  sobre  $X_2$  y  $X_3$ , tiene la forma:

$$X_1 = a_0 + a_1X_2 + a_2X_3 \quad \text{A1.12}$$

Esta ecuación es llamada ecuación de regresión lineal de  $X_1$ , sobre  $X_2$  y  $X_3$ . En un sistema tridimensional de coordenadas rectangulares, representa un plano llamado de regresión y es una generalización de la recta de regresión para dos variables.

### *Ecuaciones normales para el plano de regresión de mínimos cuadrados*

Así como existen rectas de regresión de mínimos cuadrados que aproximan un conjunto de  $n$  puntos de datos  $(X, Y)$  en un diagrama de dispersión de dos dimensiones, existen también los planos de regresión de mínimos cuadrados que se ajustan a una serie de  $n$  puntos de datos  $(X_1, X_2, X_3)$  en un diagrama de dispersión de tres dimensiones.

El plano de regresión de mínimos cuadrados  $X_1$ , sobre  $X_2$  y  $X_3$ , tiene la ecuación A1.12 donde  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  se determinan resolviendo simultáneamente el siguiente sistema de ecuaciones normales:

$$\begin{aligned} \sum X_1 &= a_0 + a_1 \sum X_2 + a_2 \sum X_3 \\ \sum X_1 X_2 &= a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_2^2 + a_2 \sum X_2 X_3 \\ \sum X_1 X_3 &= a_0 \sum X_3 + a_1 \sum X_2 X_3 + a_2 \sum X_3^2 \end{aligned} \quad \text{A1.13}$$

Estas pueden obtenerse formalmente multiplicando ambos lados de la ecuación por  $X_1$ ,  $X_2$  y  $X_3$  sucesivamente y sumando en ambos lados.

Pueden igualmente considerarse ecuaciones más complejas, las cuales también representan superficies de regresión. Si el número de grupos de datos es mayor de tres, se pierde la intuición geométrica, puesto que se requería un espacio de cuatro, cinco, ...,  $n$  dimensiones. Sin embargo, una opción es que mediante planos puede generalizarse la estimación de la tendencia a cuatro dimensiones.

Los problemas relacionados con la estimación de un valor de grupo de datos a partir de dos o más conjuntos de datos son los problemas llamados de regresión múltiple.

## **A1.2 TÉCNICAS DE MUESTREO ESTADÍSTICO**

El muestreo estadístico es una actividad común que tiene su aplicación principal en la determinación de censos, en la investigación de mercado y en la investigación científica. Como resultado, se han encontrado situaciones similares y se han desarrollado una familia de técnicas de muestreo para manejar estas situaciones.

Existen varias técnicas de muestreo estadístico siendo las principales: muestreo aleatorio simple, muestreo aleatorio estratificado, muestreo sistemático, muestreo sistemático estratificado y muestreo por conglomerados. En este trabajo se explicaran únicamente el muestreo aleatorio simple, aleatorio estratificado y el muestreo sistemático estratificado dado que son las técnicas que se ajustan más a los requerimientos para una campaña de exploración en suelos.

### A1.2.1 Muestreo aleatorio simple

La propiedad característica de un muestreo aleatorio simple es que las observaciones individuales se escogen aleatoriamente de una población, y cada elemento muestreado de la población tiene igual probabilidad de ser elegido.

Un estimador insesgado de la población de una muestra aleatoria simple,  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$  es la media muestral:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{A1.14}$$

Este estimador tiene una varianza muestral:

$$\text{Var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N} \quad \text{A1.15}$$

donde  $\sigma^2$  es la varianza de la población muestreada, y  $N$  es el total de la población. El término,  $N-n/N$ , es llamado factor de población finito, el cual para  $n$  menor a 10% de  $N$ , puede ser despreciable. Sin embargo, puesto que se desconoce  $\sigma^2$ , es estimado por la varianza de la muestra.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{A1.16}$$

Donde el denominador es tomado como  $n-1$  en vez de  $n$ , reflejando la pérdida de un grado de libertad debido a que se estima la media para los mismos datos. El estimador es insesgado, pero no tiene mínima varianza.

En el muestreo aleatorio simple sólo se elige el tamaño de la muestra  $n$ . Desde que la varianza es inversamente proporcional al tamaño de la muestra  $\text{Var}(\bar{x}) \propto n^{-1}$ , se puede obtener la precisión de un estimador mediante el ajuste del tamaño de la muestra, si se conoce o se asume la desviación estándar. Un plan de muestreo puede ser optimizado por el costo asumiendo algunas relaciones entre  $\text{Var}(\bar{x})$  y el costo en la construcción o diseño. Generalmente, se asume que el costo es proporcional a la raíz cuadrada de la varianza, generalmente llamado error estándar medio,  $\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(\bar{x})}$

### A1.2.2 Muestreo aleatorio estratificado

Un muestreo aleatorio estratificado es aquel en el que se divide la población de  $N$  unidades, en  $L$  subpoblaciones o estratos, atendiendo a criterios que puedan ser importantes en el estudio, de tamaños respectivos  $N_1, \dots, N_L$ .

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$$

A1.17

Para obtener todo el beneficio de la estratificación, los valores de los  $N_h$  deben ser conocidos. Una vez determinados los estratos, se extrae una muestra de cada uno, las extracciones deben hacerse independientemente en los diferentes estratos. Los tamaños de muestras dentro de los estratos se denotan con  $n_1, n_2, \dots, n_L$ , respectivamente.

Si se toma una muestra aleatoria simple en cada estrato, el procedimiento total se describe como *muestreo aleatorio estratificado*.

La estratificación es una técnica común cuyas principales razones son las siguientes:

- Si los datos deseados deben tener una precisión conocida en algunas subdivisiones de la población, es aconsejable tratar cada subdivisión "población" por derecho propio.
- La estratificación puede dar lugar a una ganancia en la precisión de las estimaciones de características de la población total. Quizá sea posible dividir una población heterogénea en subpoblaciones, en las que cada una sea internamente homogénea. Esto es lo que sugiere el nombre de estratos, con una implicación de una subdivisión en capas. Si cada estrato es homogéneo, en cuanto a que las medidas varíen ligeramente de una unidad a otra, una estimación precisa de cualquier media de estrato se puede medir a partir de una pequeña muestra en dicho estrato. Y posteriormente podrán combinarse estas estimaciones en una estimación precisa para toda la población.
- La teoría de muestreo estratificado se ocupa de las propiedades de las estimaciones de una muestra estratificada y de la mejor elección para los tamaños de las muestras  $n_h$  que deben dar la precisión máxima.

Es necesario resolver el problema de cuantos elementos de muestra se han de elegir de cada uno de los estratos. Para ello se emplean fundamentalmente dos técnicas: la *asignación proporcional* y la *asignación óptima*, para lo cual se deben entender la siguiente notación:

$N_h$	Número total de unidades
$n_h$	Número de unidades en la muestra
$y_{hi}$	Valor obtenido para la $i$ -ésima unidad
$W_h = \frac{N_h}{N}$	Ponderación del estrato
$f_h = \frac{n_h}{N_h}$	Fracción de muestreo en el estrato
$Y_h = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} y_{hi}}{N_h}$	Media verdadera

$$\bar{y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h} \quad \text{Media de muestra}$$

$$S_h^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \bar{Y}_h)^2}{n_h} \quad \text{Varianza verdadera}$$

En donde  $h$  denota el estrato, e  $i$  la unidad dentro del estrato.

### A1.2.2.1 Propiedades de las estimaciones

Para la media de población por unidad, la estimación usada en muestreo estratificado es  $y_{st}$  ( $st$  significa estratificado), donde:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h}{N} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \quad \text{A1.18}$$

Donde  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_L$ .

La estimación  $y_{st}$  en general no es la misma que la media muestral, ésta puede escribirse como:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{h=1}^L n_h \bar{y}_h}{n} \quad \text{A1.19}$$

La diferencia es que en  $y_{st}$  las estimaciones a partir de los estratos individuales reciben sus ponderaciones correctas  $N_h/N$ . Es evidente que  $\bar{y}$  y coincide con  $y_{st}$  cuando en cada estrato se tiene:

$$\frac{n_h}{n} = \frac{N_h}{N} \quad \text{o} \quad \frac{n_h}{N_h} = \frac{n}{N} \quad \text{o} \quad f_h = f \quad \text{A1.20}$$

Esto significa que la fracción de muestreo es la misma en todos los estratos. Esta estratificación se describe como estratificación con asignación proporcional de los números  $n_h$  y da lugar a una muestra autoponderada. Si se hacen numerosas estimaciones, este tipo de muestra ahorrará tiempo.

Las propiedades principales de la estimación  $y_{st}$  se bosquejan en los siguientes teoremas. Los dos primeros, se aplican al muestreo estratificado en general y no se restringen al muestreo aleatorio estratificado; es decir, que la muestra en un estrato cualquiera no es necesariamente una muestra aleatoria simple.

Teorema 1. Si en cada estrato la estimación muestral  $y_h$  es insesgada, entonces  $y_{st}$  es una estimación insesgada de la media de la población  $Y$ .

$$E(y_{st}) = E \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h = \sum_{h=1}^L W_h Y_h \quad A1.21$$

Puesto que las estimaciones son insesgadas en los estratos individuales. Pero la media de la población  $Y$  puede escribirse:

$$Y = \frac{\sum_{h=1}^L \sum_{i=1}^{N_h} y_{hi}}{N} = \frac{\sum_{h=1}^L N_h Y_h}{N} = \sum_{h=1}^L W_h Y_h \quad A1.22$$

Lo que completa la demostración

Teorema 2 Si las muestras se extraen independientemente en los diferentes estratos:

$$V(y_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\bar{y}_h) \quad A1.23$$

donde  $V(\bar{y}_h)$  es la varianza de  $\bar{y}_h$  sobre muestras repetidas del estrato  $h$  dado que:

$$\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \quad A1.24$$

$\bar{y}_{st}$  es una función lineal de los  $\bar{y}_h$  con ponderaciones fijas  $W_h$ . Por lo tanto se puede citar el resultado en estadísticas para la varianza de una función lineal.

$$V\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h^2 V(\bar{y}_h) + 2 \sum_{h=1}^L \sum_{j>h}^L W_h W_j Cov(\bar{y}_h \bar{y}_j) \quad A1.25$$

Pero como las muestras se extraen independientemente en los diferentes estratos, se anulan todos los términos de covarianza.

Para resumir los teoremas 1 y 2; si  $\bar{y}_h$  es una estimación insesgada de  $y_h$  en cada estrato, y la selección de muestras es independiente en los diferentes estratos, entonces  $\bar{y}_{st}$  es una estimación insesgada de  $y$  con varianza  $\sum W_h^2 V(\bar{y}_h)$

Teorema 3. Para el muestreo aleatorio estratificado, la varianza de la estimación  $\bar{y}_{st}$  es:

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h} (1 - f_h) \quad A1.26$$

Puesto que  $\bar{y}_h$  es una estimación insesgada de  $Y_h$  puede aplicarse el teorema 2. Además, por el teorema 2 aplicado a un estrato individual:

$$V(\bar{y}_h) = \frac{S_h^2}{n_h} \frac{N_h - n_h}{N_h} \quad A1.27$$

Por sustitución en el resultado del teorema 2 se obtiene:

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h^2 V(\bar{y}_h) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h} (1 - f_h) \quad A1.28$$

Corolario 1. Si las fracciones de muestreo  $n_h/N_h$  son despreciables en todos los estratos,

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2 S_h^2}{n_h} = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} \quad A1.29$$

Esta es la fórmula apropiada cuando las correcciones por población finita se pueden ignorar.

Corolario 2 Con asignación proporcional, sustituimos:

$$n_h = \frac{nN_h}{N} \quad A1.30$$

En A1.28 La varianza se reduce a:

$$V(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L \frac{N_h}{N} \frac{S_h^2}{n} \left( \frac{N - n}{N} \right) = \frac{1 - f}{n} \sum_{h=1}^L W_h S_h^2 \quad A1.31$$

Corolario 3 Si el muestreo es proporcional y las varianzas en todos los estratos tienen el mismo valor,  $S_w^2$ , obtenemos el siguiente resultado:

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{S_w^2}{n} \left( \frac{N - n}{N} \right) \quad A1.32$$

Teorema 4 Si  $\bar{Y}_{st} = N\bar{y}_{st}$  la estimación total de la población  $Y$ , entonces:

$$V(\bar{Y}_{st}) = \sum N_h (N_h - n_h) \frac{S_h^2}{n_h} \quad \text{A1.33}$$

Lo anterior es inmediato, considerando el Teorema 3.

#### A1.2.2.2 Varianza estimada y límites de confianza

Si se toma una muestra aleatoria simple dentro de cada estrato, una estimación insesgada de  $S_h^2$  es:

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \bar{y}_h)^2 \quad \text{A1.34}$$

Por lo tanto obtenemos lo siguiente.

**Teorema 5** Con muestreo aleatorio estratificado, una estimación insesgada de la varianza  $\bar{y}_{st}$  es:

$$v(\bar{y}_{st}) = s^2(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{s_h^2}{n_h} \quad \text{A1.35}$$

Una forma alternativa para propósitos de cálculo es:

$$s^2(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 s_h^2}{n_h} - \sum_{h=1}^L \frac{W_h s_h^2}{N} \quad \text{A1.36}$$

Para calcular esta estimación, debe haber cuando menos dos unidades provenientes de todos y cada uno de los estratos.

Las fórmulas para los límites de confianza son:

$$\text{Media de la población: } \quad \bar{y}_{st} \pm ts(\bar{y}_{st}) \quad \text{A1.37}$$

$$\text{Total de la población} \quad N\bar{y}_{st} \pm tNs(\bar{y}_{st}) \quad \text{A1.38}$$

Estas fórmulas suponen que  $\bar{y}_{st}$  está normalmente distribuida y que  $s(\bar{y}_{st})$  está bien determinada, de modo que el multiplicador  $t$  pueda encontrarse en las tablas de distribución normal.

### A1.2.2.3 La asignación óptima

En el muestreo estratificado, los valores de los tamaños de muestras  $n_h$  en los respectivos estratos, los elige quien hace el muestreo. Se pueden seleccionar para minimizar  $V(\bar{y}_{st})$  para un costo específico de tomar la muestra, o bien, para minimizar el costo para un valor específico de  $V(\bar{y}_{st})$ . La función de costo más simple es de la forma:

$$\text{Costo} = C = c_o + \sum c_h n_h \quad \text{A1.39}$$

Dentro de cualquier estrato, el costo es proporcional al tamaño de la muestra, pero el costo por unidad  $c_h$  puede variar entre estratos. El término  $c_o$  representa un costo fijo. Esta función de costo es apropiada cuando la parte principal del costo es la de tomar las medidas en cada unidad.

**Teorema 6** En el muestreo aleatorio estratificado, con una función de costo lineal, la varianza de la media estimada  $\bar{y}_{st}$  es un mínimo para un costo específico  $C$  y el costo es un mínimo para una varianza específica  $V(\bar{y}_{st})$  donde  $n_h$  es proporcional a  $W_h S_h / \sqrt{c_h}$ , tenemos:

$$C = c_o + \sum_{h=1}^L c_h n_h \quad \text{A1.40}$$

$$V = V(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2}{n_h} (1 - f_h) = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} \quad \text{A1.41}$$

El planteamiento a seguir sería elegir los  $n_h$  para minimizar  $C$  con  $V$  especificada. Lo que ocurre es que a excepción de los pasos finales, estos problemas tienen la misma solución. Al elegir los  $n_h$  para minimizar  $V$  con  $C$  fija o  $C$  con  $V$  fija, ambos son equivalentes a minimizar el producto,

$$V' C = \left( V + \sum \frac{W_h^2 S_h^2}{N_h} \right) (C - c_o) = \left( \sum \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} \right) (\sum c_h n_h) \quad \text{A1.42}$$

Stuart (1954) observó que la ecuación anterior se puede minimizar usando la desigualdad de Cauchy-Schwartz. Si  $a_h, b_h$  son dos conjuntos de  $L$  números positivos, esta desigualdad proviene de la identidad:

$$\left( \sum a_h^2 \right) \left( \sum b_h^2 \right) - \left( \sum a_h b_h \right)^2 = \sum_i \sum_{j>i} (a_i b_j - a_j b_i)^2 \quad \text{A1.43}$$

$$\left( \sum a_h^2 \right) \left( \sum b_h^2 \right) \geq \left( \sum a_h b_h \right)^2 \quad \text{A1.44}$$

Y la igualdad ocurrirá si y solamente si  $b_h/a_h$  es constante para todo  $h$ , de A1.42

$$a_h = \frac{W_h S_h}{\sqrt{n_h}}, \quad b_h = \sqrt{c_h n_h}, \quad a_h b_h = W_h S_h \sqrt{c_h} \quad A1.45$$

La desigualdad da:

$$V' C' = \left( \sum \frac{W_h^2 S_h^2}{n_h} \right) \left( \sum c_h n_h \right) = \left( \sum a_h^2 \right) \left( \sum b_h^2 \right) \geq \left( \sum W_h S_h \sqrt{c_h} \right)^2 \quad A1.46$$

Por tanto, ninguna elección de los  $n_h$  puede hacer  $V' C'$  menor que:

$$\left( \sum W_h S_h \sqrt{c_h} \right)^2 \quad A1.47$$

El valor mínimo ocurre cuando:

$$\frac{b_h}{a_h} = \frac{n_h \sqrt{c_h}}{W_h S_h} = \text{constante} \quad A1.48$$

Como se afirma en el teorema, en términos del tamaño total de muestra  $n_h$  es un estrato, se tiene:

$$\frac{n_h}{n} = \frac{W_h S_h / \sqrt{c_h}}{\left( \sum W_h S_h / \sqrt{c_h} \right)} = \frac{N_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum \left( N_h S_h / \sqrt{c_h} \right)} \quad A1.49$$

Este teorema da lugar a las siguientes reglas de conducta. En un estrato dado se toma una muestra más grande si:

1. El estrato es más grande
2. El estrato es más variable internamente
3. El muestreo es más barato en el estrato

Se necesita un paso más para completar la asignación. La anterior ecuación da el  $n_h$  en términos de  $n$ , pero todavía no conocemos qué valor tiene  $n$ . La solución depende de si la muestra se escoge para satisfacer un costo total especificado  $C$  o para dar una varianza especificada  $V$  para  $\bar{y}_{st}$ . Si el costo es fijo, se sustituyen los valores óptimos de  $n_h$  de la función de costo A1.39 y se resuelve para  $n$ . Esto da:

$$n = \frac{(C - c_o) \sum N_h S_h / \sqrt{c_h}}{\sum \left( N_h S_h \sqrt{c_h} \right)} \quad A1.50$$

Si  $V$  es fija, se sustituye la  $n_h$  óptima en la fórmula para  $V(\bar{y}_{st})$ , se tiene:

$$n = \frac{\left( \sum W_h S_h \sqrt{c_h} \sum W_h S_h / \sqrt{c_h} \right)}{V + (1/N) \sum W_h S_h^2} \quad \text{A1.51}$$

Donde  $W_h = N_h/N$

Un caso especial importante surge si  $c_h = c$ , si el costo por unidad es el mismo en todos los estratos. El costo se convierte en  $C = c_o + c_n$  y la asignación óptima para un costo fijo se reduce a la asignación óptima para un tamaño de muestra fijo. El resultado en este caso especial es como sigue.

**Teorema 7** En muestreo aleatorio estratificado la  $V(\bar{y}_{st})$  se minimiza para un tamaño de muestra total fijo  $n$ , si:

$$n_h = n \frac{W_h S_h}{\sum W_h S_h} = n \frac{N_h S_h}{\sum N_h S_h} \quad \text{A1.52}$$

Esta asignación se llama a veces asignación de Neyman, cuya prueba dio prominencia al resultado. Más tarde se descubrió una prueba anterior de Tschuprow (1923).

Una fórmula para la varianza mínima con  $n$  fija se obtiene al sustituir el valor de  $n$  en la ecuación anterior en la fórmula general para  $V(\bar{y}_{st})$  el resultado es:

$$V_{min}(\bar{y}_{st}) = \frac{(\sum W_h S_h)^2}{n} - \frac{\sum W_h S_h^2}{N} \quad \text{A1.53}$$

El segundo término de la derecha representa la *cpf*, corrección por finitud.

Si se usa la estratificación de manera inteligente, casi siempre da como resultado una varianza más pequeña para la media estimada o para el total, que la dada por un muestreo aleatorio simple. Si los valores de los  $n_h$  están lejos del óptimo, el muestreo estratificado puede tener una varianza más alta.

### A1.2.3 Muestreo sistemático estratificado

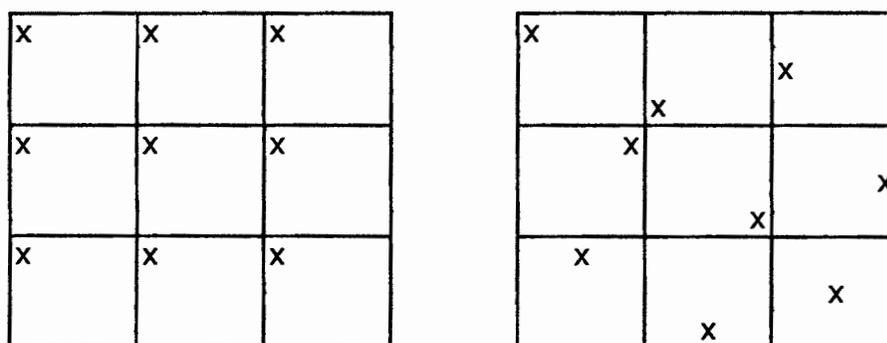
Este método es más preciso que el muestreo aleatorio estratificado si el muestreo sistemático dentro de los estratos es más preciso que el aleatorio simple dentro de los estratos. Si  $\bar{y}_{syh}$  es la media de la muestra sistemática en el estrato  $h$ , la estimación  $\bar{Y}$  de la media de población y su varianza son:

$$\bar{y}_{stys} = \sum W_h \bar{y}_{syh}, \quad V(\bar{y}_{stsy}) = \sum W_h^2 V(\bar{y}_{stsy}) \quad \text{A1.54}$$

Con tan sólo unos pocos estratos, el problema de encontrar una estimación de muestra de esta cantidad equivale al problema ya discutido de encontrar una estimación muestral satisfactoria  $V(\bar{y}_{syh})$  en cada estrato.

### Muestreo sistemático en dos dimensiones

Al muestrear un área, la extensión más simple de muestreo sistemático unidimensional es el método de la “rejilla cuadrada” que se muestra en la siguiente figura.



(a) Muestra alineada

(b) Muestra no alineada

Figura A1.3 Dos tipos de muestra sistemática adicional

En el que la muestra queda completamente determinada al elegir un par de números aleatorios para fijar las coordenadas de la unidad superior izquierda, este método da buenos resultados y es superior al muestreo aleatorio simple o estratificado con una unidad por estrato, aunque Matérn da razones para esperar que lo mejor en esta situación es una red triangular en la que los puntos se encuentran en vértices de triángulos equiláteros.

Otra forma de muestreo sistemático alternativo es el llamado de *muestra no alineada*. Las coordenadas de la unidad superior izquierda se seleccionan primero, mediante un par de números aleatorios. Otros dos números aleatorios determinarán las coordenadas horizontales de las dos unidades restantes en la primera columna de los estratos. El intervalo constante  $k$  (igual a los lados de los cuadrados) fija entonces las posiciones de todos los puntos.

El cuadrado latino es un método preciso para disponer tratamientos en un campo rectangular. El cuadrado latino de  $5 \times 5$  de la Figura A1.4 puede verse como una división del campo en cinco muestras sistemáticas, una para cada letra. Existen evidencias que este cuadrado particular llamado el cuadrado latino del “movimiento del rey” es un tanto más preciso que un cuadrado elegido al azar, de  $5 \times 5$ , probablemente porque no hay alineación en las diagonales, ni en las filas, ni en las columnas

A	B	C	D	E
D	E	A	B	C
B	C	D	E	A
E	A	B	C	D
C	D	E	A	B

A	B	C
B	C	A
C	A	B
A	B	C
B	C	A
C	A	B
A	B	C

(a) Cuadrado latino de  
"movimiento de rey"

(b) Diseño sistemático para un  
campo rectangular 3x7

Figura A1.4 Dos diseños sistemáticos basados en cuadrado latino

## ANEXO 2 FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA GEOESTADÍSTICA

### A2 DESCRIPCIÓN GEOESTADÍSTICA

Para el estudio de fenómenos naturales se hace frecuente el uso de conceptos básicos de la estadística descriptiva clásica. La estadística convencional generalmente analiza e interpreta la incertidumbre causada por un muestreo limitado. Por ejemplo un análisis estadístico convencional de muestras obtenidas de una campaña de exploración geotécnica puede mostrar que los valores de cohesión medidos describen una distribución normal. Sin embargo, esta distribución sólo describe a la población de los valores reunidos en la campaña de exploración; no ofrece información referente a zonas en donde los valores de cohesión sean altos y zonas con valores bajos; es decir, este enfoque resulta demasiado simple si se pretende realizar inferencias estadísticas. Por otra parte, el análisis geoestadístico interpreta la distribución estadística de los datos y también examina la relación espacial. Para el ejemplo dado, es capaz de mostrar como varían los valores de cohesión con la distancia y predecir zonas con altos y bajos valores de cohesión. En general, puede predecir la probable distribución de las propiedades en el espacio. Para ello, es necesario considerar las variables de interés como variables aleatorias o, como propone la Geoestadística, como campos aleatorios.

La Geoestadística se define de forma general como el estudio de las variables numéricas distribuidas en el espacio. Este método exige para su aplicación el cumplimiento de ciertas hipótesis de estacionaridad (Journel y Huijbregts, 1978), las cuales pueden ser verificadas a través del análisis exploratorio de los datos experimentales.

En este anexo, se revisa brevemente el enfoque de las variables aleatorias simples, se presentan los conceptos teóricos principales de la Geoestadística y se menciona una metodología que permite su aplicación en la geotecnia.

#### A2.1 Variables aleatorias

La técnica más simple para describir la variabilidad espacial de las propiedades de los suelos de un punto a otro de un medio dado, consiste en recurrir al formalismo de las variables aleatorias. El histograma de los datos obtenidos se idealiza mediante una densidad de probabilidad. De ser necesario, es posible definir una variable aleatoria para cada sub-dominio en el cual se encuentran reunidas ciertas condiciones de homogeneidad estadística. Este método es comúnmente empleado, por ejemplo para el control de compactación de obras de tierra.

Sea  $V$  una variable geotécnica de interés de tipo físico (contenido de agua, peso específico, etc.), mecánico (cohesión, ángulo de fricción interna, etc.) o geométrico (espesor o profundidad de algún estrato). Esta variable es considerada como aleatoria.

Para poder describir estas variables pueden introducirse los siguientes parámetros:

Dado un experimento  $E$  constituido por un conjunto  $S$  de resultados  $\xi$ , llamado espacio o evento. Una clase aditiva completa  $F$  de eventos y una media de probabilidad  $P$  asignadas a estos eventos, a cada resultado  $\xi$ , evento simple, se asocia un número  $V(\xi)$ , generalmente real.

Una variable aleatoria es una función cuyo dominio es un espacio  $S$ , conjunto de resultados  $\xi$ , y cuyo contra dominio es un conjunto de números reales.

-El valor esperado o esperanza matemática de una variable aleatoria discreta,  $V$ , con distribución de probabilidad  $p_v(v)$  se define:

$$E\{V\} = \mu_v = \sum_v v p_v(v) \quad \text{A2.1}$$

-Varianza matemática de la propiedad del medio:

$$\text{Var}\{V\} = \sigma_v^2 = E\{(V - \mu_v)^2\} \quad \text{A2.2}$$

-La raíz cuadrada de la varianza se conoce como desviación estándar

$$[\text{Var}\{V\}]^{1/2} = \sigma_v = \sqrt{E\{(V - \mu_v)^2\}} \quad \text{A2.3}$$

-El cociente de la desviación estándar entre la esperanza se conoce como coeficiente de variación:

$$\sigma_v / E\{V\} = CV \quad \text{A2.4}$$

- Densidad de probabilidad

Muchas variables aleatorias toman sus valores en intervalos continuos. Es por ello que se define a la variable aleatoria  $V$  como continua si se puede tomar un número infinito de valores asociados con intervalos de números reales y hay una función,  $f_v(v)$ , llamada densidad de probabilidad, tal que:

1.  $f_v(v) \geq 0$  para toda  $v$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} f_v(v) dv = 1$
3.  $P[a \leq V \leq b] = \int_a^b f_v(v) dv = 0$

Nótese que para una variable aleatoria continua  $V$ :

$$P[V = a] = \int_a^a f_v(v) dv = 0$$

A2.5

Para cualquier valor específico  $a$ . No debe preocupar el hecho de que se deba asignar probabilidad cero a cualquier valor específico  $a$  ya que hay un número infinito de valores que puede asumir  $V$ . La probabilidad cero asociada a un evento no lo elimina como posible, sino sólo dice que la probabilidad de ocurrencia de ese valor exacto es despreciable.

Este enfoque, representación de la variación espacial mediante variables aleatorias, supone implícitamente que la obtención de las diversas muestras constituye realizaciones independientes de un mismo experimento. Ignora las correlaciones que pueden existir entre los resultados obtenidos en puntos vecinos, es decir no toma en cuenta la posición específica de las muestras ni la dependencia existente entre ellas, dependencia espacial del medio. Estas limitaciones conducen generalmente a preferir un modelo a base de campos aleatorios para tomar en cuenta la correlación espacial.

## A2.2 Campos aleatorios

La Geoestadística, a diferencia de la estadística y del enfoque de variable aleatoria simple, permite analizar datos de fenómenos naturales distribuidos en el tiempo o en el espacio, para lo cual debe ser tomado en cuenta la posición relativa que guardan los datos de la muestra.

La palabra Geoestadística, es un nombre asociado a un conjunto de técnicas basadas en la teoría de campos aleatorios, del tratamiento de las señales aplicadas a la descripción de las condiciones estratigráficas y a la distribución espacial de las propiedades de los materiales geológicos.

La Geoestadística considera que los valores de la variable de interés en diferentes puntos constituyen una familia o campo de variables aleatorias  $V(X)$ . Estas variables distribuidas dentro de un espacio  $R$  (longitud, superficie, volumen) pueden ser llamadas variables aleatorias regionalizadas, y al fenómeno representado por las variables aleatorias regionalizadas se le denomina regionalización o campo aleatorio. En la Figura. A2.1, se representa gráficamente un campo aleatorio.

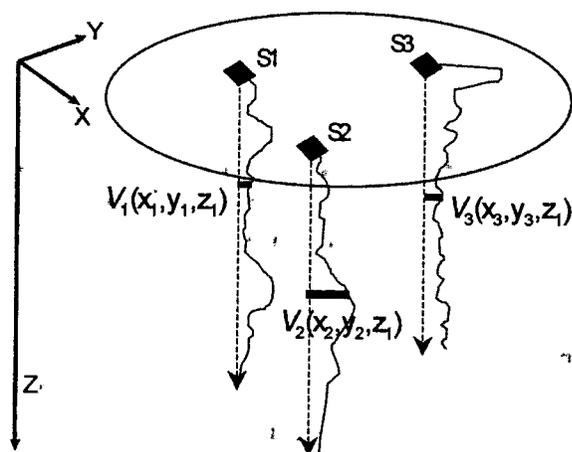


Figura A2.1 Representación gráfica de un campo aleatorio

Como se observa en la Figura A2.1, generalmente el valor experimental de la variable de interés se conoce únicamente en algunos puntos del dominio. Además, los valores están referidos a un sistema coordenado, con la finalidad de asociar una posición a los valores que toma esta variable dentro de un espacio geométrico.

#### A2.2.1 Conceptos básicos (Auvinet, 2002)

Sea  $V(X)$  una variable geotécnica de interés de tipo físico (contenido de agua, peso específico, grado de saturación, etc.), mecánico (cohesión, resistencia al corte no drenada, etc.) o geométrico (espesor o profundidad de algún estrato) definida en los puntos  $X$  del dominio  $R^p$  ( $p = 1, 2, \text{ ó } 3$ ). Si, en cada punto del dominio, ésta variable se considera como aleatoria, el conjunto de éstas variables aleatorias constituye un campo aleatorio.

Para poder describir este campo pueden introducirse los siguientes parámetros y funciones:

- Esperanza matemática o valor esperado de la propiedad en un punto dado  $X$  del medio:

$$E\{V(X)\} = \mu_v(X) \quad \text{A2.6}$$

- Varianza:

$$\text{Var}[V(X)] = \sigma_v^2(X) \quad \text{A2.7}$$

- La raíz cuadrada de la varianza se conoce como desviación estándar

$$[\text{Var}\{V(X)\}]^{1/2} = \sigma_v(X) \quad \text{A2.8}$$

- El cociente de la desviación estándar entre la esperanza se conoce como coeficiente de variación:

$$\sigma_v(X) / E\{V(X)\} = CV(X) \quad A2.9$$

- Función de autocorrelación, definida en el espacio  $R^p \times R^p$  por:

$$R_v(X_1, X_2) = E\{V(X_1)V(X_2)\} \quad A2.10$$

Esta función es un momento de segundo orden mixto que puede centrarse introduciendo el concepto de función de autocovarianza

- Función de autocovarianza, definida en el espacio  $R^p \times R^p$  por:

$$C_v(X_1, X_2) = Cov[V(X_1), V(X_2)] = E\{[V(X_1) - \mu_v(X_1)][V(X_2) - \mu_v(X_2)]\} \quad A2.11$$

La función de autocovarianza representa el grado de dependencia lineal existente entre los valores de la propiedad de interés en dos puntos diferentes del medio. Se puede escribir bajo la forma de un coeficiente de autocorrelación adimensional, cuyo valor siempre queda comprendido entre -1 y +1, también es conocida como función de autocorrelación normalizada:

- Coeficiente de autocorrelación

$$\rho_v(X_1, X_2) = \frac{C_v(X_1, X_2)}{\sigma_v(X_1)\sigma_v(X_2)} \quad A2.12$$

- Variograma

El variograma  $2\gamma(h)$  es el momento de segundo orden, varianza, del incremento  $V(X+h) - V(X)$ :

$$2\gamma(h) = E\{[V(X+h) - V(X)]^2\} \quad A2.13$$

Conviene subrayar que estas funciones no son propiedades intrínsecas de los dos puntos  $X_1$  y  $X_2$  ya que también dependen de la población, es decir del dominio en el que el campo se encuentra definido. Así, para dos puntos pertenecientes a un mismo estrato puede existir una alta correlación entre las propiedades respectivas si se considera globalmente una formación de gran espesor. Sin embargo, esta correlación puede desvanecerse si el estudio se enfoca a la variación espacial dentro del estrato.

- Función de distribución de probabilidad definida por:

$$F_v(v; X) = P[V(X) \leq v] \quad A2.14$$

También es común el uso de probabilidad de primer orden  $F_v(v, X)$ , con la derivada de la función anterior respecto a  $v$ .

Para una descripción más completa del campo aleatorio, pueden usarse funciones de distribución (y densidades de probabilidad) de orden superior:

$$F_{v(X_1), \dots, v(X_n)}(v_1, \dots, v_n; X_1, \dots, X_n) = P[V(X_1) < v_1, \dots, V(X_n) \leq v_n] \quad \text{A2.15}$$

Si estas funciones, y los momentos asociados, son invariantes por traslación en el espacio de cualquier valor de  $n$  y conjunto de puntos:  $X_1, \dots, X_n$ , se dice que el campo aleatorio es *estrictamente estacionario*.

### A2.2.2 Campo estacionario en el sentido amplio

Cuando es posible aceptar la hipótesis de que el valor esperado de la variable de interés es constante en todo el dominio, eventualmente después de haber removido la tendencia, y que la autocovarianza espacial depende solamente de la distancia entre los puntos  $X_1$  y  $X_2$ , se dice que el campo es estacionario en el sentido amplio y se cumple:

$$C_v(X_1, X_2) = C_v(X_2 - X_1) = C_v(h) \quad \text{A2.16}$$

En donde  $h$  es un escalar igual a la distancia entre los puntos  $X_1$  y  $X_2$ .

En la misma forma, en este caso, el coeficiente de correlación puede ser escrito como:

$$\rho_v(X_1, X_2) = \rho_v(h) \quad \text{A2.17}$$

En muchas aplicaciones, sin embargo, será más realista admitir que la relación anterior solamente es válida a lo largo de una dirección determinada, es decir que la estructura de correlación del medio es anisótropa. En este caso, se puede usar la notación  $C_v(h\mathbf{u})$  y  $\rho_v(h\mathbf{u})$  donde  $\mathbf{u}$  es un vector en la dirección considerada.

### A2.2.3 Tendencia o deriva

Si en el medio considerado, la esperanza, la varianza y los demás parámetros son constantes, se dice que es estadísticamente homogéneo. Si parámetros como la esperanza y la varianza del campo no son constantes se dice que presenta cierta tendencia o deriva. Las varianzas y otros momentos así como las funciones de distribución de probabilidad pueden presentar también variaciones espaciales.

Si las derivas no son apreciables, es posible aceptar la hipótesis de que el campo es estacionario. Si las derivas son significativas, conviene separar la parte determinista (variación funcional de la propiedad) de la parte aleatoria y trabajar con el residuo que resulta de la diferencia entre los datos y el valor de la

tendencia obtenida por ajuste lineal o no lineal de mínimos cuadrados. Este campo residual puede además normalizarse introduciendo una nueva función aleatoria tipo:

$$V'(X) = \frac{V(X) - \mu_v(X)}{\sigma_v(X)} \quad \text{A2.18}$$

Esta función aleatoria tiene una esperanza nula y una varianza unitaria.

Es más fácil que el campo residual así obtenido cumpla con las condiciones requeridas para que pueda considerarse como estacionario en el sentido amplio.

#### A2.2.4 Efecto de escala

El conocimiento de los parámetros principales del campo aleatorio representativo de las variaciones de las propiedades permite evaluar la esperanza y dispersión del valor medio de dichas propiedades en subdominios (líneas, áreas o volúmenes). Así, en un campo estacionario la esperanza del valor medio  $V_\Omega$  de la propiedad de interés en un subdominio  $\Omega$  es (Papoulis, 1984):

$$E\{V_\Omega\} = E\left\{\frac{1}{\Omega} \int_\Omega V(X) dX\right\} = E\{V(X)\} \quad \text{A2.19}$$

y su varianza:

$$\text{Var}[V_\Omega] = E\{V_\Omega^2\} - E^2\{V_\Omega\} \quad \text{A2.20}$$

es decir:

$$\text{Var}[V_\Omega] = \frac{1}{\Omega^2} \left[ E\left\{ \int_\Omega V(X) dX \int_\Omega V(X) dX \right\} - E\left\{ \int_\Omega V(X) dX \right\}^2 \right] \quad \text{A2.21}$$

lo que puede escribirse como:

$$\text{Var}[V_\Omega] = \left[ \frac{1}{\Omega^2} \iint_{\Omega \times \Omega} E\{V(X_1)V(X_2)\} dX_1 dX_2 - \int_\Omega \int_\Omega E\{V(X_1)\}E\{V(X_2)\} dX_1 dX_2 \right] \quad \text{A2.22}$$

es decir:

$$Var[V_{\Omega}] = \frac{1}{\Omega_2} \iint_{\Omega_2} C_v(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad A2.23$$

En la misma forma, se muestra que la covarianza entre los valores medios de la propiedad de los dominios  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ , con o sin traslape es:

$$Cov[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}] = \frac{1}{\Omega_1 \Omega_2} \iint_{\Omega_1 \Omega_2} C_v(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad A2.24$$

La ecuación A2.24, puede escribirse:

$$Var[V_{\Omega}] = \frac{Var[V(X)]}{\Omega^2} \iint_{\Omega} \rho_v(X_1, X_2) dX_1 dX_2 \quad A2.25$$

Dado que el coeficiente de autocorrelación es inferior o igual en valor absoluto a la unidad, se observa que la varianza del valor medio de una propiedad aleatoria estacionaria en un dominio dado tiende a disminuir cuando las dimensiones de dicho dominio crecen (excepto en el caso trivial de la correlación perfecta). Este es el fenómeno de reducción de varianza o efecto de escala. Soulié (1983) ha hecho notar que, debido a este efecto, es indispensable indicar las dimensiones de los especímenes cuando se proporciona el valor de la dispersión de los resultados de ensayos físicos o mecánicos sobre un material dado.

#### A2.2.5 Campo aleatorio condicional

Un campo aleatorio debe ser sustituido por un campo condicional cuando se quiere tomar en cuenta los resultados de las mediciones de propiedades del subsuelo, producto de las campañas de exploración geotécnica, cuyas funciones de distribución (y densidades de probabilidad) de orden superior tomarán la forma:

$$F_{v(X_1), \dots, v(X_n)}(V_1, \dots, V_n; X_1, \dots, X_n) = P[V(X_1) \leq V_1, \dots, V(X_n) \leq V_n | V(X_m), \dots, V(X_p)] \quad A2.26$$

Donde  $V(X_m), \dots, V(X_p)$  son los valores de las mediciones obtenidas.

En general, este nuevo campo no es estacionario. Se define fácilmente cuando el campo aleatorio es gaussiano (Mood y Graybill, 1963).

### A2.3 Análisis estructural

El estudio o análisis geoestadístico de un campo aleatorio puede dividirse en dos etapas, denominadas análisis estructural y la estimación.

La determinación de los parámetros del campo a partir de los datos disponibles recibe generalmente el nombre de análisis estructural. Para lo cual, los parámetros y funciones definidos en las ecuaciones anteriores pueden ser estimados a partir de sondeos continuos o de resultados de muestreos aislados recurriendo a estimadores estadísticos.

#### A2.3.1 Autocovarianza y coeficiente de autocorrelación

Para el caso de sondeos continuos, aceptando que el campo es estadísticamente homogéneo y ergódico (es decir, que sus parámetros pueden ser estimados a partir de una sola realización del mismo), el valor esperado puede ser evaluado utilizando la aproximación (Auvinet, 1988):

$$E\{V(X)\} = \mu_v \cong \frac{1}{L} \int_0^L V(x) dx \quad A2.27$$

Donde  $L$  es la longitud del sondeo y  $x$  una abscisa definida sobre el eje del registro.

#### *Autocorrelación*

De igual modo, es posible estimar la covarianza (y a partir de ella el coeficiente de autocorrelación) a lo largo de la dirección  $\mathbf{u}$  como:

$$C_v(h\mathbf{u}) \cong \frac{1}{L} \int V(x)V(x+h\mathbf{u})dx - \mu_v^2 \quad A2.28$$

Donde  $\mathbf{u}$  es el vector unitario en la dirección en la que se evalúa la covarianza y  $h$  es un escalar.

#### *Variograma*

Otra técnica alternativa para describir la estructura de correlación espacial de las propiedades del suelo es utilizar el método del segundo orden del incremento del campo aleatorio  $V(X)$  o variograma, estimado en la forma siguiente:

$$2\gamma(h\mathbf{u}) \cong \frac{1}{L} \int [V(X+h\mathbf{u}) - V(X)]^2 dx \quad A2.29$$

Algunos autores, especialmente en las aplicaciones mineras, han preferido usar el concepto de variograma al de autocovarianza; sin embargo, el uso de este concepto no trae ventajas por lo que se

usará siempre la función de autocovarianza y el coeficiente de autocorrelación en las aplicaciones presentadas en este trabajo.

### A2.3.2 Covariograma y correlograma

La estimación numérica de las funciones anteriores puede ser representada en forma gráfica mediante covariogramas o correlogramas.

#### *Covariograma*

A partir de los datos  $V(X)$  se estiman algunos valores experimentales de  $C(h\mathbf{u})$ , definiendo previamente las distancias vectoriales.

En el caso que los puntos de datos estén distribuidos en forma regular, según la dirección  $\mathbf{u}$  con intervalo  $p$ , se puede estimar  $C(h\mathbf{u})$  para cada  $k, p$ , siendo  $k$  un entero. Si los puntos de datos están distribuidos en forma aleatoria, no se puede estimar  $C(h\mathbf{u})$  de manera muy confiable. Para resolver este problema, la función de autocovarianza se estima a partir de los resultados de una interpolación hecha sobre una malla cuyo paso según la dirección  $u$  es regular.

Con los valores de  $h$  y  $C(h\mathbf{u})$  se construye una gráfica; la curva definida por estos valores se denomina covariograma experimental.

#### *Correlograma*

La función de autocovarianza puede ser normalizada y expresada mediante un coeficiente, para lo cual se estima un valor de  $\rho(h\mathbf{u})$  para cada valor de  $C(h\mathbf{u})$ . Con los valores obtenidos se construye una gráfica con  $\rho(h\mathbf{u})$  y  $h$  en un sistema coordenado; en este trabajo la curva resultante es llamada correlograma experimental.

### A2.3.3 Distancia de influencia y anisotropía

Para estimar la correlación espacial en forma cuantitativa se introduce el término distancia de influencia, conocida también como rango, que es la distancia a partir de la cual las variables aleatorias regionalizadas  $V(X)$  y  $V(X+h\mathbf{u})$  son independientes para cualquier  $X \in \Omega \subset R^p$ , de aquí que se interprete como zona de influencia.

La distancia de influencia,  $\delta = 2a$ , se estima a partir del correlograma, definiéndose  $a$  como:

$$a = \int_0^{h_c} \rho(h\mathbf{u}) dh \quad \text{A2.30}$$

siendo:  $h_c$  el valor crítico de  $h$  donde  $\rho$  se anula por primera vez.

Esta integral corresponde a la superficie limitada por los ejes  $(x, y)$  y por el correlograma. El valor de  $h_c$  puede ser estimado por interpolación lineal y la integral puede resolverse por medio del método de los trapecios a partir de los valores  $\rho_k$  calculados.

### *Anisotropía*

En el caso de un estudio en dos o tres dimensiones, es importante determinar el grado de anisotropía de cualquier propiedad del suelo  $V(X)$  dentro del medio. Para estimar la anisotropía se estima la función de autocovarianza en varias direcciones del vector  $\mathbf{u}$ , las cuales son llamadas covariogramas direccionales. Después de estandarizar estas funciones se estima la correspondiente distancia de influencia según la dirección considerada. Si el valor de la distancia de influencia permanece constante en todas las direcciones estimadas, entonces se dice que el campo es isótropo; en cambio, si esta distancia es variable para las diferentes direcciones, se dice entonces que el campo es anisótropo.

### *Elipse de anisotropía*

La anisotropía de un campo aleatorio puede en algunos casos ser representada en forma geométrica a través de una elipse, llamada elipse de anisotropía. Esta elipse refleja, visualmente, el grado de anisotropía dentro del campo analizado.

## **A2.4 Estimación**

### A2.4.1 Estimación condicional

Un problema de gran interés en geotecnia es la estimación de un valor de la propiedad de interés en un punto del medio en el cual no se cuenta con la medición (estimación puntual). Disponer de una solución a este problema permite en particular interpolar entre datos disponibles e inclusive definir los sondeos y cortes virtuales. El problema puede generalizarse a la estimación del valor medio de la misma propiedad en cualquier subdominio estudiado, por ejemplo en un volumen dado o a lo largo de determinada superficie parcialmente crítica (estimación global).

Una técnica que permite alcanzar este objetivo es la estimación condicional lineal sin sesgo y con mínima varianza (Mood y Graybill, 1963), conocido también como filtro de Wiener. En ingeniería minera, se emplea una técnica básicamente similar, pero con algunas variantes, conocida como kriging (Kriege, 1966; Matheron, 1965).

### A2.4.2 Estimación lineal bivariable

El modelado mediante un campo aleatorio de la propiedad definida en un dominio,  $\Omega$ , permite evaluar el valor esperado condicional y la varianza condicional de  $V_{\Omega}$ , propiedad puntual o media en un

subdominio,  $\Omega_1$ , a partir del valor  $V_{\Omega_2}$ , también puntual o medio, obtenido por medición directa en otro subdominio  $\Omega_2$ .

Se usa un estimador lineal  $V_{\Omega_1}^*$  tal que:

$$V_{\Omega_1}^* = aV_{\Omega_2} + b \quad \text{A2.31}$$

y que además no tenga sesgo:

$$E\{V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1}\} = 0 \quad \text{A2.32}$$

Es posible obtener una expresión para los valores  $a$  y  $b$ , tal que se satisfagan simultáneamente las dos ecuaciones anteriores y que se minimice la esperanza del cuadrado del error o varianza de estimación:

$$E\{(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1})^2\} = \text{Var}[aV_{\Omega_2} + b - V_{\Omega_1}] \quad \text{A2.33}$$

de A2.37 se deduce que el valor de  $b$  es:

$$b = E\{V_{\Omega_1}\} - aE\{V_{\Omega_2}\} \quad \text{A2.34}$$

Por otra parte, es fácil verificar que anulando la derivada de A2.34 respecto a la variable  $a$  para minimizar el error de estimación, se obtiene:

$$a = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_2}}^2} \quad \text{A2.35}$$

La expresión A2.32 resultante es:

$$V_{\Omega_1}^* = E\{V_{\Omega_1}\} + \rho_v(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) \frac{\sigma_{V_{\Omega_1}}}{\sigma_{V_{\Omega_2}}} [V_{\Omega_2} - E\{V_{\Omega_2}\}] \quad \text{A2.36}$$

Donde:  $\rho_v(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2})$  es el coeficiente de correlación entre  $V_{\Omega_1}$  y  $V_{\Omega_2}$ :

$$\rho_v(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) = \frac{\text{Cov}[V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}]}{\sigma_{V_{\Omega_1}} \sigma_{V_{\Omega_2}}} \quad \text{A2.37}$$

La varianza de estimación correspondiente es:

A2.38

$$E\{(V_{\Omega_1}^* - V_{\Omega_1})^2\} = \text{Var}[V_{\Omega_1}] (1 - \rho_v^2)$$

Si las dos variables tienen la misma esperanza y la misma varianza, dos situaciones extremas pueden presentarse en cuanto al coeficiente de correlación:

- Si  $V_{\Omega_1}$  y  $V_{\Omega_2}$  están perfectamente correlacionados, entonces:

$$\rho_v(V_{\Omega_1}, V_{\Omega_2}) = 1 \text{ y } V_{\Omega_1}^* = V_{\Omega_2}$$

- Si  $V_{\Omega_1}$  y  $V_{\Omega_2}$  no están correlacionadas, la información sobre  $\Omega_2$  no contribuye a reducir la incertidumbre sobre  $\Omega_1$ .

Se observa que, en el caso general, el conocimiento del campo en un subdominio dado conduce a una correlación de la esperanza y a una reducción de la varianza del campo o de su valor medio en otros subdominios.

#### A2.4.3 Estimación lineal multivariable

El método anterior puede generalizarse a la estimación de esperanzas, varianzas y covarianzas condicionales de los valores puntuales o medios asociados respectivamente a diferentes puntos o subdominios del medio estudiado, a partir de cierto número de resultados de mediciones efectuadas en diferentes puntos o subdominios.

Sea  $\mathbf{V}$  un vector de dimensión  $p$  conteniendo las  $k$  variables por estimar y las  $p-k$  variables conocidas, definido como:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{pmatrix} \text{ donde } \mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_k \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{V}_2 = \begin{pmatrix} V_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_p \end{pmatrix} \quad \text{A2.39}$$

En donde  $\mathbf{V}_1$  es el vector de las variables por estimar y  $\mathbf{V}_2$  el vector de las variables conocidas.

Sea  $\mathbf{U}$  el vector, también de dimensión  $p$ , de los valores esperados de las variables por estimar y de las variables conocidas definido como:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{pmatrix} \text{ donde } \mathbf{U}_1 = \begin{pmatrix} U_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ U_k \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{U}_2 = \begin{pmatrix} U_{k+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ U_p \end{pmatrix} \quad \text{A2.40}$$

Por otra parte sea  $\mathbf{K}$  la matriz de covarianza para el conjunto de las variables conocidas y por estimar:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{pmatrix} \quad \text{A2.41}$$

Donde:

$\mathbf{K}_{11}$  submatriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes puntos o dominios de estimación, de orden  $k$ ;

$\mathbf{K}_{22}$  submatriz de las covarianzas entre las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios conocidos, de  $p-k$ ;

$\mathbf{K}_{12}$  y  $\mathbf{K}_{21}$  submatrices de covarianzas entre los diferentes datos y las variables asociadas a los diferentes puntos o subdominios de estimación, respectivamente de orden  $k$  y  $p-k$ . Obsérvese que  $\mathbf{K}_{21} = \mathbf{K}_{12}^T$

Es posible obtener un vector  $\mathbf{V}_1^*$ , estimador del vector  $\mathbf{V}_1$  conociendo  $\mathbf{V}_2$ , cuyos elementos sean lineales, insesgados, y conduzcan a una mínima varianza de estimación.

Los elementos de este vector serán combinaciones lineales de los elementos de  $\mathbf{V}_2$ :

$$\mathbf{V}_1^* = \mathbf{A}\mathbf{V}_2 + \mathbf{b} \quad \text{A2.42}$$

La estimación será sin sesgo si:

$$E\{\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1\} = \mathbf{A}\mathbf{U}_2 + \mathbf{b} - \mathbf{U}_1 = \mathbf{0} \quad \text{A2.43}$$

La submatriz de las varianzas de estimación tendrá la forma:

$$\mathbf{K}_{11.2} = E\{(\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1)(\mathbf{V}_1^* - \mathbf{V}_1)^T\} \quad \text{A2.44}$$

es decir:

$$\mathbf{K}_{11.2} = \mathbf{A}\mathbf{K}_{22}\mathbf{A}^T + \mathbf{K}_{11} - \mathbf{A}\mathbf{K}_{12}^T - \mathbf{K}_{12}\mathbf{A}^T \quad \text{A2.45}$$

Se procede nuevamente por derivación para minimizar los elementos de esta matriz, se obtiene que la matriz de los coeficientes óptimos es:

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \quad \text{A2.46}$$

Combinando las ecuaciones anteriores, se obtiene el vector de los valores estimados;

$$\mathbf{V}_1^* = \mathbf{U}_1 + \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} (\mathbf{V}_2 - \mathbf{U}_2) \quad \text{A2.47}$$

Y la submatriz de varianzas de estimación minimizadas resulta:

$$\mathbf{K}_{11,2} = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12} \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21} \quad \text{A2.48}$$

Este método permite por tanto estimar valores puntuales o medios del campo aleatorio en subdominios del medio tomando en cuenta resultados obtenidos por muestreo.

#### A2.4.4 Kriging simple, ordinario y universal

La técnica del *kriging*, ampliamente usada en la ingeniería minera consiste en obtener estimadores lineales de mínima varianza (en inglés: Best Linear Unbiased Estimation o BLUE). Sin embargo, la técnica tiene algunas variantes que pueden ser de interés y se mencionan a continuación.

##### *Kriging simple (Deutsch, 1992)*

El kriging simple es una técnica que puede ser empleada cuando la esperanza del campo  $E\{V(X)\}$  es una función conocida de  $X$ , eventualmente constante. Consiste en obtener los estimadores puntuales en el campo de media nula,  $V(X) - E\{V(X)\}$ , en vez de  $V(X)$ . Los elementos del vector  $\mathbf{V}_1^*$  de la ecuación A2.43 se sustituyen entonces por:

$$V^*(X) - E\{V(X)\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i (V_i - E\{V_i\}) \quad \text{A2.49}$$

Donde  $V_i$  representa los elementos conocidos del vector  $\mathbf{V}_2$ , vector de variables conocidas, y  $E\{V_i\}$  los elementos correspondientes del vector de esperanzas  $\mathbf{U}_2$ .

Los coeficientes  $\lambda_i$  y los estimadores buscados pueden obtenerse de las ecuaciones del inciso A2.1.4.3. Ya que el kriging simple es de hecho rigurosamente equivalente a la técnica de estimación condicional planteada.

*Kriging Ordinario*

Cuando el campo es estacionario, la ecuación A1.50 del *kriging simple* puede escribirse como:

$$V^*(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V_i + \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right] \mu_v \quad \text{A2.50}$$

donde  $\mu_v$  es la esperanza constante del campo.

Es posible encontrar un estimador lineal, insesgado y de mínima varianza que no requiera de la media  $\mu_v$  imponiendo la condición:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \text{A2.51}$$

La varianza de estimación:

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X) - V^*(X)] = E\{(V(X) - V^*(X))^2\} \quad \text{A2.52}$$

Puede escribirse como:

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V^*(X)] + \text{Var}[V(X)] - 2\text{Cov}[V^*(X), V(X)] \quad \text{A2.53}$$

pero:

$$\text{Var}[V^*(X)] = \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V_i\right] = \sum_{i,j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_v(X_i, X_j) \quad \text{A2.54}$$

y:

$$\text{Cov}[V^*(X), V(X)] = \text{Cov}\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i V_i, V(X)\right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i C_v(X, X_i) \quad \text{A2.55}$$

Por tanto:

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X)] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_v(X_i, X_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_v(X, X_i) \quad \text{A2.56}$$

Es posible minimizar  $\sigma_E^2(X)$  respetando la condición de ausencia de sesgo recurriendo a la técnica de multiplicadores de Lagrange. Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_v(X_i, X_j) - v = C_v(X, X_i) \quad i = 1 \text{ a } n \quad \text{A2.57}$$

Con la ecuación A2.45, se cuenta en total con  $n + 1$  ecuaciones que permiten determinar los  $n$  coeficientes,  $\lambda_j$ , y el multiplicador de Lagrange,  $v$ .

La varianza de estimación minimizada correspondiente es:

$$\sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X)] + v - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_v(X, X_i) \quad \text{A2.58}$$

El estimador proporcionado por el kriging ordinario se considera más robusto que el del kriging simple. Al no requerir el conocimiento de la esperanza del campo, puede adaptarse mejor a variaciones locales. Sin embargo, el hecho de que el método no requiera el conocimiento de la esperanza solamente constituye una ventaja mínima ya que este parámetro se conoce generalmente mejor que la función de autocovarianza.

### *Kriging universal*

La teoría del *kriging universal* (Journel, 1977) permite tomar en cuenta funciones de tendencia más complejas. Se considera la tendencia como una combinación lineal de  $n_f$  funciones elementales  $F_k(X)$ , que el usuario puede escoger por sí mismo. Entonces, se puede escribir:

$$E\{V(X)\} = a_o + \sum_{i=1}^{n_f} a_i F_i(X) \quad \text{A2.59}$$

Con esta hipótesis, la primera condición se escribe:

$$a_o + \sum_{k=1}^{n_f} a_k F_k(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \left[ a_o + \sum_{k=1}^{n_f} a_k F_k(X_i) \right] \quad \text{A2.60}$$

Introduciendo las  $n_f + 1$  condiciones:

$$\sum_{i=1}^{n_f} \lambda_i = 1 \quad \text{A2.61}$$

$$\sum_{i=1}^{n_f} \lambda_i F_k(X_i) = F_k(X) \quad \text{para } k = 1 \text{ a } n_f \quad \text{A2.62}$$

Se observa que no es necesario conocer los coeficientes  $a_k$ , lo que le da un gran interés al *Kriging universal*. No es necesario conocer exactamente la tendencia, sino solamente su tipo.

Es necesario minimizar la varianza de estimación con las  $n_f+1$  condiciones de las ecuaciones A2.63. Para ello, se utiliza nuevamente el método de los multiplicadores de Lagrange. La función que se tiene que minimizar está definida por:

$$f(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \sigma_E^2(X) = \text{Var}[V(X)] + \sum_{i,j=1}^n \lambda_i \lambda_j C_V(X_i, X_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C_V(X, X_i) \quad \text{A2.63}$$

Las  $n_f+1$  restricciones son :

$$\forall k = 0 \text{ a } n_f, \quad g_k(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = 0 \quad \text{A2.64}$$

con

$$g_0(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1$$

y

$$g_k(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \sum_{i=1}^n \lambda_i F_k(X_i) - F_k(X) \quad \text{para } k = 1 \text{ a } n_f$$

Existen  $n_f+1$  reales tales que:

$$\forall i = 1 \text{ a } n, \quad \frac{\partial f}{\partial \lambda_i} = \eta_0 + \sum_{k=0}^{n_f} \eta_k F_k(X_i) \quad \text{A2.65}$$

Se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C_V(X_i, X_j) - \nu_0 - \sum_{k=1}^{n_f} \nu_k F_k(X_i) = C_V(X, X_i) \quad \text{para } i = 1 \text{ a } n, \text{ con } \nu_k = \eta_k / 2 \quad \text{A2.66}$$

o sea

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \rho_{ij} - \mu_0 - \sum_{k=1}^{n_f} \mu_k F_k(X_i) = \rho(X, X_i) \quad \text{para } i = 1 \text{ a } n, \text{ con } \nu_k = \mu_k / C_0 \quad \text{A2.67}$$

Las  $n+n_f+1$  ecuaciones pueden escribirse en forma matricial:

$$\mathbf{K}\lambda = \rho(\mathbf{X})$$

donde:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} & & & 1 & F_1(X_1) & \cdots & F_{n_f}(X_1) \\ & \rho_{ij} & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ & & & 1 & F_1(X_n) & \cdots & F_{n_f}(X_n) \\ 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ F_1(X_1) & \cdots & F_1(X_n) & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ F_{n_f}(X_1) & \cdots & F_{n_f}(X_n) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

con  $\rho_{ij} = \rho_{ij}(X_i, X_j)$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\mu_0 \\ -\mu_1 \\ \vdots \\ -\mu_{n_f} \end{bmatrix} \quad \rho(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \rho_1(X, X_1) \\ \vdots \\ \rho_n(X, X_n) \\ 1 \\ F_1(X) \\ \vdots \\ F_{n_f}(X) \end{bmatrix}$$

En este caso, el sistema lineal es de orden  $n+n_f+1$ .

#### A2.1.4.5 Kriging indicador

En este apartado se presenta únicamente el fundamento teórico del kriging indicador, puesto que la aplicación práctica queda fuera de los alcances de esta tesis.

Algunas veces sería deseable contar con mayor información; por ejemplo se debería conocer, a partir de los datos, la probabilidad de que los valores reales en los puntos de interés exceden algún límite. Estas probabilidades no son combinaciones lineales de los datos. Para estimarlas se requiere de técnicas que dependen de las distribuciones estadísticas de las variables en los puntos de interés.

El uso de indicadores es una estrategia para llevar a cabo el análisis estructural con la finalidad de caracterizar la distribución espacial de las propiedades, para ello se establecen límites. Esta técnica convierte una variable que ha sido medida a una variable indicadora, cada una toma los valores de 0 ó 1 en los sitios de muestreo. Así la transformación obtenida es binaria y por definición no contiene valores

extremos. Además, el correlograma o variograma indicador para un límite específico  $z_c$ , caracteriza la distribución espacial de la propiedad analizada que rebasa el límite establecido  $z_c$ .

Una variable aleatoria indicadora  $I(x, z_c)$  es definida en el punto  $x$ , por el límite  $z_c$  como la función binaria que asume el valor de 0 ó 1 bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} I(x, z_c) &= 0 & \text{si} & & Z(x) &\leq z_c \\ I(x, z_c) &= 1 & \text{si} & & Z(x) &> z_c \end{aligned}$$

donde:

$Z(x)$  es la propiedad analizada  
 $z_c$  es el límite fijado para la propiedad  $Z(x)$

Después de transformar los datos a binarios, se obtiene el variograma o correlograma indicador con este se realiza la estimación a partir del kriging ordinario, los valores estimados estarán comprendidos entre 0 y 1 y representan la probabilidad de que los valores reales excedan o no los límites especificados,  $z_c$ . De esta manera permiten asegurar el riesgo que se toma por aceptar los valores de las estimaciones.

#### A2.1.4.6 Co-Kriging

Es una técnica muy útil cuando dos variables diferentes están espacialmente relacionadas entre si, no obstante queda fuera de los alcances de este trabajo. En general esta técnica consiste en emplear una relación espacial, con la cual se puede estimar el valor de una variable conociendo los valores de otra variable. Además de ser un método útil en el que la variable estimada, de la cual se conocen pocos valores, es útil en donde la incertidumbre con respecto a la estimación de una variable dada puede ser reducida mediante el uso de información adicional con respecto a la otra variable.

La técnica de *Co-kriging* en general puede ser usada para cualquier número de variables. La variable por estimar es llamada variable principal, mientras que las otras variables empleadas con propósito de estimación son llamadas co-variables. A medida que más co-variables son introducidas en el proceso de estimación, el modelo y el proceso de cómputo se incrementan considerablemente. Ésto también es importante para elegir las co-variables de tal forma que estén espacialmente correlacionadas con la variable principal, y cualquier información adicional permitirá indicar algún razonamiento físico de tal relación espacial.

Si se estima un valor de una variable en un punto  $x$ , en presencia de otras variables, la ecuación para estimar se puede escribir de la siguiente manera:

$$V^*(x_o) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) + \sum_{k=1}^K \sum_{ik=1}^{n_k} \lambda_{ik} V_k(x_{ik}) \quad \text{A2.69}$$

En donde  $V^*(x_o)$  es el valor estimado de una variable en el punto  $x_o$ ;  $\lambda_i$ 's son los factores de peso para  $n$  valores muestreados de la misma variable;  $V(x_i)$ 's son los valores muestreados en los puntos  $x_i$ 's respectivamente;  $\lambda_{ik}$  es el factor de peso para la variable  $V_k(x_{ik})$  es un valor muestreado de la variable  $V_k$  localizado en  $x_{ik}$ ;  $k$  es el número total de covariables, y  $n_k$  es el número de puntos muestreados próximos a la variable  $k$ .

Como se puede observar, el número total de puntos muestreados son:

$$n_t = n + \sum_{k=1}^k n_k \quad \text{A2.70}$$

Para aplicar la técnica del co-kriging, se deben modelar los variogramas o correlogramas de la variable principal y de las co-variables. Además, se deben modelar los variogramas o correlogramas cruzados entre cada co-variable y la variable principal. Como resultado, el número total de variogramas o correlogramas es igual a  $2K + 1$ .

Además de lo anterior, las matrices generadas por el co-kriging son grandes. Para el caso en donde se tienen  $k$  co-variables, el tamaño de la matriz será de  $n_t + k + 1$ . Como resultado, la inversión de esta matriz requerirá de un proceso de cómputo más pesado. Para obtener la forma final de la ecuación se aplica la condición de mínima varianza. Las ecuaciones resultantes son complejas.

Para la aplicación de la técnica se puede restringir sólo a una co-variable y a una variable principal. Para este caso las ecuaciones se simplifican considerablemente. Si  $V$  es la variable principal y  $W$  es la co-variable, el valor de  $V$  en un punto no muestreado puede ser estimado por:

$$V^*(x_o) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) + \sum_{j=1}^m v_j W(x_j) \quad \text{A2.71}$$

En donde los  $\lambda_i$ 's son los factores de peso para  $V(x_i)$ 's, y  $v_j$ 's son los factores de peso para  $W(x_j)$ 's;  $n$  es el número de puntos muestreados de la variable principal y  $m$  es el número de puntos muestreados de la co-variable.

Aplicando el principio de mínima varianza del estimador insesgado, MVUE, se pueden desarrollar las ecuaciones adecuadas. Si se aplica para la condición de no sesgo, podemos escribir,

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \text{ y } \sum_{j=1}^m v_j = 0 \quad \text{A2.72}$$

Además de la ecuación anterior, otra forma de definir la condición de no sesgo es

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i + \sum_{j=1}^m v_j = 1 \quad \text{A2.73}$$

La condición de no sesgo que se muestra en la ecuación anterior resulta en un mejor estimador que la condición inicialmente planteada. Si la ecuación A1.46 es empleado como condición de no sesgo, para estimar el valor en un punto no muestreado como:

$$V^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i V(x_i) + \sum_{j=1}^m v_j [W(x_j) - m_w + m_v] \quad \text{A2.74}$$

En la ecuación anterior,  $m_w$  y  $m_v$  son las medias de las muestras de las variables  $W$  y  $V$  respectivamente. Si se emplea el método de los multiplicadores de Lagrange y mínima varianza se tiene:

$$\dot{C}\Lambda = \mathbf{c} \quad \text{A2.75}$$

donde:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_v(x_1, x_1) & C_v(x_1, x_n)C_{vw}(x_1, x'_n) & C_{vw}(x_1, x'_m) & 1 \\ C_v(x_n, x_1) & C_v(x_n, x_n)C_{vw}(x_n, x'_1) & C_{vw}(x_n, x'_m) & 1 \\ C_{vw}(x_1, x'_1) & C_{vw}(x_n, x'_1)C_w(x'_1, x'_1) & C_w(x_1, x'_m) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{vw}(x_1, x'_m) & C_{vw}(x_n, x'_m)C_w(x'_m, x'_1) & C_w(x'_m, x'_m) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \\ v_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_m \\ -\mu \end{bmatrix} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_v(x_1, x'_0) \\ \cdot \\ \cdot \\ C_v(x_n, x_0) \\ C_{vw}(x'_1, x_0) \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{vw}(x'_m, x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{A2.76}$$

En donde  $x_1, \dots, x_n$  son las ubicaciones de los puntos muestreados de la variable principal y  $x'_1, \dots, x'_m$  son las ubicaciones de los puntos muestreados de la co-variable.  $C_v(x_i, x_j)$  representa la covarianza entre las ubicaciones  $x_i$  y  $x_j$  para la variable  $V$ ;  $C_w(x'_i, x'_j)$  representa la covarianza entre las ubicaciones  $x'_i$  y  $x'_j$  para la variable  $W$ , y  $C_{vw}(x'_i, x'_j)$  representa la covarianza cruzada entre las dos ubicaciones  $x'_i$  y  $x'_j$ . La relación entre la covarianza cruzada y el variograma cruzado es muy similar a la relación entre la covarianza y el variograma representado por:

$$C_{vw}(h) = C_{vw}(0) - \gamma_{vw}(h) \quad A2.77$$

La varianza de error para esta relación está dada por,

$$\sigma_E^2 = C_v(x_0, x_0) + \mu - \sum_{j=1}^n \lambda_j C_v(x_j, x_0) - \sum_{k=1}^m \nu_k C_{vw}(x'_k, x_0) \quad A2.78$$

Como regla, la técnica del co-kriging trabaja mejor cuando los datos disponibles de la variable estimada son escasos comparados con los de las co-variables. También, si los modelos de variogramas o correlogramas de la variable principal y de las co-variables son similares, esta técnica no mejora sustancialmente los resultados de la variable principal. Por otra parte, si el variograma o correlograma de la variable principal muestra un efecto pepita considerable, pero la co-variable muestra un efecto pepita proporcionalmente menor, la técnica del co-kriging puede mejorar los resultados comparados con la estimación puntual simple.

#### A2.4.7 Validación cruzada

La validación cruzada es un procedimiento en donde se estima un valor de la variable en un punto muestreado, y el valor estimado es comparado con el valor obtenido del muestreo para determinar la bondad de la técnica de estimación, kriging. La validación cruzada requiere que el valor obtenido del muestreo en un punto dado no sea tomado en cuenta para el proceso de estimación. Entonces empleando los otros valores muestreados, se estima el valor de la variable en el punto muestreado, que no fue tomado en cuenta. El procedimiento se repite para cada punto muestreado y los valores estimados en éstos se comparan con los valores muestreados, originales, en los mismos puntos. La diferencia entre el valor muestreado, conocido, y el valor estimado es un indicativo de la bondad del modelo.

La finalidad de la validación cruzada obviamente, no es el interés de estimar valores en puntos muestreados de los que ya se tienen los valores. En muchas investigaciones, la validación cruzada ha sido planteada como un ejercicio que permite evaluar la bondad del procedimiento de estimación en puntos no muestreados.

A pesar de todo, el propósito principal de la validación cruzada es investigar el modelo adecuado para el proceso de estimación. Después de realizar la validación cruzada, se debe asegurar que los valores estimados estén uniformemente distribuidos alrededor de los valores muestreados. Si se asume el error como la diferencia entre los valores muestreados y los estimados, entonces puede haber una

distribución uniforme a través de la región de estacionaridad. Si se observa que los valores estimados están por debajo de los medidos en una región de estacionaridad, debe ser apropiado reducir el radio de búsqueda tomado en cuenta para las variaciones locales y desviaciones dentro de la región de estacionaridad. Para reducir el radio de búsqueda, se debe ser capaz de aumentar el efecto de los valores vecinos en la estimación. Esto implica el tomar, de manera adecuada, las desviaciones locales. En este trabajo no se realizó la validación cruzada, pero se ha comprobado en otros trabajos la validez de los modelos obtenidos al aplicar esta técnica (Juárez, M. 2001).

## A2.5 Simulación de campos aleatorios

Se denomina Simulación al proceso por medio del cual se genera una posible configuración del campo aleatorio compatible con sus parámetros descriptivos (simulación incondicional) o con estos parámetros y además con los datos disponibles (simulación condicional). Se genera así una realización o imagen del campo que permite apreciar en particular valores extremos potencialmente problemáticos.

A continuación se presenta una introducción a la técnica de generación de campos aleatorios gaussianos (Fenton, 1996).

### A2.5.1 Simulación incondicional

Este tipo de simulación requiere inicialmente la generación de una secuencia de variables aleatorias estándar independientes distribuidas normalmente con media cero y varianza unitaria, obtenida a partir de dos variables aleatorias,  $U_i$  y  $U_{i+1}$ , distribuidas uniformemente entre 0 y 1 (Fogli, 1980):

$$\begin{aligned} Z_i &= \sqrt{-2 \ln(1-U_i)} \cos(2\pi U_{i+1}) \\ Z_{i+1} &= \sqrt{-2 \ln(1-U_i)} \operatorname{sen}(2\pi U_{i+1}) \end{aligned} \quad \text{A2.79}$$

La forma más sencilla para generar un campo aleatorio es considerar que el mismo está representado por  $n$  puntos  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , donde, para cada punto, se deben obtener realizaciones de  $V(X_1), \dots, V(X_n)$  con la estructura correcta del campo en cuanto a la media y la covarianza. Los elementos de la matriz de correlación  $\rho$  asociada a estos puntos son:

$$\rho_{ij} = \frac{\operatorname{Cov}[V(X_i), V(X_j)]}{\sigma_v(X_i)\sigma(X_j)} \quad \text{A2.80}$$

La matriz de correlación puede descomponerse en el producto de una matriz triangular inferior y de su transpuesta:

$$\mathbf{LL}^T = \boldsymbol{\rho} \quad \text{A2.81}$$

Esta descomposición, conocida como descomposición de Cholesky, presenta ciertas desventajas: no puede llevarse a cabo cuando algunas de las  $V(X_i)$  están perfectamente correlacionadas, es difícil de

calcular cuando el número de puntos en el campo es demasiado grande, y tiende a generar errores de redondeo numérico. Sin embargo, ya existen algoritmos estándar para su cálculo.

A partir de la matriz  $L$  de la ecuación A2.38, se puede obtener un campo aleatorio normal estándar correlacionado, como una combinación lineal de las variables normales estándar independientes  $Z_j$ :

$$G(X_i) = \sum_{j=1}^l L_{ij} Z_j; i = 1, 2, \dots, n \quad \text{A2.82}$$

Finalmente se puede introducir los valores conocidos de la media y la varianza para generar realizaciones de  $V(X_i)$ , lo cual proporciona la simulación del campo aleatorio:

$$V(X_i) = \mu_v(X_i) + \sigma_v(X_i)G(X_i) \quad \text{A2.83}$$

Cuando la simulación del campo aleatorio  $V(X)$  ya haya sido generada, esta realización puede utilizarse como punto de partida para un análisis determinista.

#### A2.5.2 Simulación condicional

En la simulación condicional se supone que el campo aleatorio  $V(X)$  ha sido medido en los puntos  $X_1, X_2, \dots, X_p$  y que será simulado en los puntos  $X_{p+1}, X_{p+2}, \dots, X_{p+n}$ . Se desea generar realizaciones de  $V(X)$  que iguale de manera exacta los datos en  $p$  puntos y que sean aleatorias en los puntos  $n-p$ , puntos restantes. La simulación de un campo aleatorio condicional se lleva a cabo bajo la siguiente secuencia de pasos (Fenton, 1996):

- 1) Con los datos conocidos, se calcula por el método de kriging el valor estimado en los puntos desconocidos  $X_{p+1}, X_{p+2}, \dots, X_{p+n}$ . Se denomina a este campo  $V^*(X)$ . En los puntos conocidos, el campo  $V^*(X)$  es igual a los datos, mediciones.
- 2) Se genera una realización incondicional del campo aleatorio, respetando la media, la varianza y la estructura de correlación del mismo, de acuerdo con lo indicado en el inciso anterior; y se denomina este campo  $V^{**}(X)$ .
- 3) Se realiza la estimación por kriging del campo en los puntos desconocidos, utilizando como datos los valores determinados en el paso anterior en los puntos  $X_1, X_2, \dots, X_p$ ; es decir se genera un campo con el kriging de la simulación incondicional. Se denomina a este campo  $V^{***}(X)$ .
- 4) Se combinan los tres campos para generar la realización condicional  $V^c(X_i)$  de acuerdo con:

$$V^c(X_i) = V^*(X_i) + [V^{**}(X_i) - V^{***}(X_i)] \quad \text{A2.84}$$

En los puntos conocidos  $V^{**}(X)$  es igual a  $V^{***}(X)$ , por tanto, el campo simulado se ajusta exactamente a los valores conocidos. Por otra parte, el término  $[V^{**}(X_i) - V^{***}(X_i)]$  representa una desviación aleatoria que, sumada a los valores estimados por kriging, sirve para estimar  $V^c(X)$  de tal manera que la esperanza de  $V^c(X)$  sea  $V^*(X)$ , con un incremento en la varianza lejos de los puntos conocidos.

## A2.6 Campos aleatorios aparentes

Generalmente se asume que las mediciones de campo proporcionan valores exactos de la variable de interés. Los ensayos comunes arrojan resultados afectados por errores atribuibles a los operadores y a las imprecisiones implícitas en la técnica de prueba usada. Por lo que se menciona el efecto de estos errores cuando pueden considerarse de tipo aditivo. Un planteamiento similar puede hacerse para errores de tipo multiplicativo.

### Ensayos sin sesgo

Siendo  $V(X)$  el valor real de una propiedad en el punto de medición, se considera que el resultado del ensayo da un valor aparente:

$$\tilde{V}(X) = V(X) + e \quad \text{A2.85}$$

donde  $e$  es el error aleatorio de tipo aditivo, sobre el resultado del ensayo. Este error se supondrá no correlacionado en el espacio e independiente del campo aleatorio.

Si el ensayo no presenta sesgo, o si el sesgo es conocido y ha sido corregido, e es una variable aleatoria definida por su esperanza  $E\{e\}=0$  y varianza  $Var[e]$  y, empleando la notación simplificada, se tiene:

$$E\{\tilde{V}\} = E\{V\} \quad \text{A2.86}$$

La incertidumbre sobre los resultados de ensayos o estimaciones no sesgadas no afecta por tanto la percepción que el observador pueda tener de la esperanza del campo. Por lo contrario, aumenta la incertidumbre global sobre los valores del campo; en efecto:

$$Var[\tilde{V}] = Var[V] + Var[e] \quad \text{A2.87}$$

Por otra parte:

$$Cov[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2] = E\{\tilde{V}_1, \tilde{V}_2\} - E\{\tilde{V}_1\}E\{\tilde{V}_2\} = Cov[V_1, V_2] \quad \text{A2.88}$$

Si  $\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2)$  es el coeficiente de correlación de las propiedades aparentes  $\tilde{V}$  en los puntos  $X_1$  y  $X_2$ , es posible escribir:

$$\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) = \frac{\text{Cov}[\tilde{V}_1, \tilde{V}_2]}{\sqrt{\text{Var}[\tilde{V}_1]\text{Var}[\tilde{V}_2]}} = \frac{\text{Cov}[V_1, V_2]}{\sqrt{(\text{Var}[V_1] + \text{Var}[e])(\text{Var}[V_2] + \text{Var}[e])}} \quad \text{A2.89}$$

Y, puesto que  $\text{Var}[e] \geq 0$ :

$$\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) \leq \rho_v(V_1, V_2) \quad \text{A2.90}$$

La incertidumbre sobre los resultados de ensayos o estimaciones no sesgados reduce, por tanto, el grado de correlación aparente entre las propiedades asociadas a diferentes puntos del medio considerado. En particular introduce una reducción del coeficiente de correlación entre valores medidos en puntos contiguos (efecto pepita).

## A2.7 Ganancia

El concepto de ganancia tiene su origen en la electrónica en donde fue creado para la optimización de sistemas, no obstante es un concepto que también ha sido manejado en geotecnia, definida como la ganancia en información obtenida por un punto adicional de muestreo (Azzouz y Bacconnet, 1988):

$$\text{Ganancia} = \frac{\sigma^2 E_n - \sigma^2 E_{n+1}}{\sigma^2 E_n} \quad \text{A2.91}$$

donde:

$\sigma^2 E_n$  Incertidumbre o error, varianza, de la estimación inicial

$\sigma^2 E_{n+1}$  Incertidumbre o error de la estimación final, considerando un punto adicional

La ganancia es un concepto poco usual que ha sido empleado, en este caso particular, para evaluar con base a la incertidumbre asociada a la estimación, si es necesario realizar más sondeos.



### ANEXO 3 CAMPO APARENTE DEL GRADO DE SATURACIÓN

El grado de saturación es una propiedad que se emplea como una propiedad índice complementaria generalmente en los ensayos de compactación, permeabilidad, consolidación, resistencia y de expansión, ya que el comportamiento del suelo en condiciones no drenadas depende del grado de saturación.

En general, es difícil definir la aproximación con que deben obtenerse las propiedades físicas básicas debido a que se emplean, en la mayoría de los casos como índices cualitativos. En la práctica, para que fuera realmente de utilidad, el grado de saturación debería obtenerse con una aproximación del orden de 1% en la cercanía de la saturación y de 3% en suelos con grados de saturación inferior a 90%, (Sedano, 1982).

El grado de saturación involucra la mayor dispersión de laboratorio que cualquier otra propiedad física básica.

El grado de saturación es una propiedad difícil de obtener en laboratorio, su obtención implica algunos errores cuya magnitud se presenta en la Tabla A3.1. Los errores señalados en la tabla son debidos a errores de precisión (error de pesada del suelo y de medición del volumen) en el ensaye así como al secado diferencial del horno.

Tabla A3.1 Errores en la estimación de las propiedades físicas analizadas

Concepto	Fórmula aplicable	Orden de magnitud de error %
Contenido de agua, $w$	$\frac{dw}{w} = \frac{dw_w}{w_w} - \frac{dw_s}{w_s}$	1
Peso específico seco, $\gamma_d$	$\frac{d\gamma_d}{\gamma_d} = \frac{dw_s}{w_s} - \frac{dV_m}{V_m}$	2
Grado de saturación, $S_r$	$\frac{dS_r}{S_r} = k_1 \frac{dw_m}{w_m} + k_2 \frac{dw_s}{w_s} + k_3 \frac{dV_m}{V_m} + k_4 \frac{dS_s}{S_s}$	6

Para el grado de saturación tenemos:

$$k_1 = \frac{w_m}{(w_m - w_s)} \quad \text{A3.1}$$

$$k_2 = \frac{-w_s(S_s \gamma_w V_m - w_m)}{(S_s V_m \gamma_w - w_s)(w_m - w_s)} \quad \text{A3.2}$$

$$k_3 = \frac{-V_m S_s \gamma_w}{(S_s V_m \gamma_w - w_s)} \quad \text{A3.3}$$

$$k_4 = \frac{-w_s}{(S_s \gamma_w V_m - w_s)} \quad A3.4$$

Donde:

$w_m$	Peso de la muestra húmeda
$w_s$	Peso de la muestra seca
$S_s$	Peso específico relativo de sólidos
$V_m$	Volumen de la muestra
$\gamma_w$	Peso específico del agua

Para el grado de saturación se muestra que la incertidumbre involucrada en su determinación aumenta considerablemente en relación con las de las demás propiedades físicas. Esto es debido a que en la fórmula de obtención intervienen con mayor frecuencia las mediciones básicas del suelo,  $w_m$ ,  $w_s$  y  $V_m$ , además de la densidad de sólidos. El grado de saturación es por tanto, la única propiedad física básica en la que la precisión del ensaye de laboratorio puede ser inadecuada, aún así se ignora la dispersión natural y el efecto de muestreo. Por tanto, es la prueba que requiere mayor cuidado en su determinación, (Sedano, 1982).

En la obtención del modelo de correlación horizontal fue evidente la disminución en la distancia de correlación de esta propiedad. Ésto debido al error relativo asociado a la propiedad, que por lo tanto genera un campo aparente. Es decir, los valores estimados de grado de saturación llevan un error implícito de 6%.

En general, todos los cálculos de estimación se realizaron a partir de suponer que las mediciones de campo, proporcionan valores exactos de la variable de interés. No obstante, para el grado de saturación ya fue señalado el error asociado a la determinación de esta propiedad física.

Al hablar de campo aparente, Anexo 2, se tienen coeficientes de correlación menores y por tanto un modelo para el grado de saturación que genera una distancia de correlación menor a las obtenidas para el contenido de agua y el peso específico seco.

Con base en el error implícito del grado de saturación, 6%, así como en la media y la varianza del campo aparente Tabla A3.2; podemos determinar el coeficiente de correlación real como ejemplo para este caso.

Tabla A3.2 Propiedades del campo aparente empleadas para determinar el coeficiente de correlación real

	Valor
Media	68%
Varianza	86.84
Error	6%

Con los datos anteriores primero se obtiene la varianza de error a partir de la media del campo aparente, por tanto, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Var}[e] &= (0.06 \times 68.0)^2 \\ \text{Var}[e] &= 16.65 \end{aligned}$$

Con la varianza de error podemos determinar la varianza real sustituyendo en la siguiente fórmula:

$$\text{Var}[\tilde{V}] = \text{Var}[V] + \text{Var}[e]$$

$$\text{Var}[V] = 86.84 - 16.65$$

$$\text{Var}[V] = 70.19$$

Por otra parte como la covarianza aparente es igual a la covarianza real, se puede calcular el coeficiente de correlación real mediante la siguiente expresión:

$$\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) \leq \rho_v(V_1, V_2) = \frac{\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) \sqrt{\text{Var}[\tilde{V}_1] \text{Var}[\tilde{V}_2]}}{\sqrt{\text{Var}[V_1, V_2]}}$$

$$\rho_v(V_1, V_2) = \frac{\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) \sqrt{86.84 \times 86.84}}{\sqrt{70.19 \times 70.19}}$$

$$\rho_v(V_1, V_2) = 1.24 \rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2)$$

$$\rho_v(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2) = 0.81 \rho_v(V_1, V_2)$$

Con este resultado se comprueba que el coeficiente de correlación aparente obtenido para el modelo de correlación horizontal, es menor que el real. Por tanto, la distancia de correlación es menor, lo anterior se representa en la Figura A3.1.

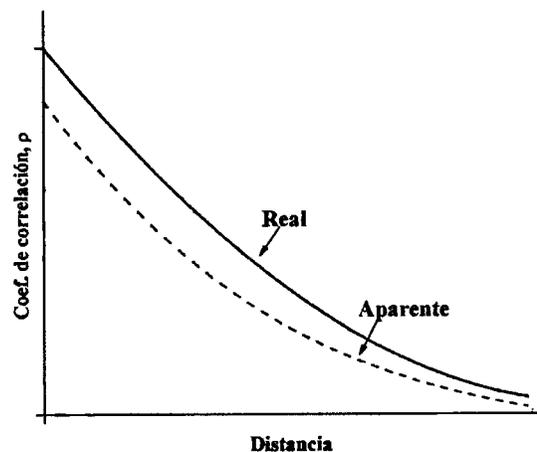


Figura A3.1 Representación del modelo de correlación para un campo aparente y un campo real

Por tanto, la incertidumbre sobre los resultados del grado de saturación, reduce el grado de correlación aparente entre esta propiedad asociada a diferentes puntos del medio considerado. En particular introduce una reducción del coeficiente de correlación entre valores medidos en puntos contiguos (efecto pepita).

Debido a la reducción del coeficiente de correlación, al hablar de un campo aparente, el modelo de correlación obtenido da lugar a una distancia de correlación menor, dado que ésta se obtiene integrando el área bajo la curva del modelo de correlación. Por tanto, resulta interesante este fenómeno ya que generalmente, el grado de saturación no es una propiedad que se determine frecuentemente como propiedad índice.

## ANEXO 4 TABLAS DE DATOS

Tabla A4.1 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
1	350028	2274472	0.00	27.60	1228.15	63.06
1	350028	2274472	0.25	27.60	1228.15	63.06
1	350028	2274472	0.75	29.90	1196.71	65.18
1	350028	2274472	1.25	31.90	1244.46	74.91
1	350028	2274472	1.75	31.70	1170.66	66.40
1	350028	2274472	2.25	31.80	1267.83	77.18
1	350028	2274472	2.75	32.10	1237.92	74.57
1	350028	2274472	3.25	32.30	1282.02	80.15
1	350028	2274472	3.75	32.50	1212.85	72.80
1	350028	2274472	4.00	32.50	1212.85	72.80
2	349862	2274319	0.00	22.40	1375.11	64.02
2	349862	2274319	0.25	22.40	1375.11	64.02
2	349862	2274319	0.75	26.21	1344.47	71.53
2	349862	2274319	1.25	25.00	1286.34	62.49
2	349862	2274319	1.75	26.26	1307.94	67.83
2	349862	2274319	2.25	24.53	1353.27	67.85
2	349862	2274319	2.75	25.94	1384.58	75.23
2	349862	2274319	3.25	24.22	1403.06	72.23
2	349862	2274319	3.75	26.05	1366.70	73.82
2	349862	2274319	4.00	26.05	1366.70	73.82
4	350518	2274205	0.00	40.06	1030.64	67.56
4	350518	2274205	0.25	40.06	1030.64	67.56
4	350518	2274205	0.75	39.42	1070.44	70.80
4	350518	2274205	1.25	36.99	1098.30	69.37
4	350518	2274205	1.75	36.29	1112.92	69.62
4	350518	2274205	2.25	28.87	1315.57	75.70
4	350518	2274205	2.75	28.41	1260.62	68.55
4	350518	2274205	3.25	29.12	1298.42	74.39
4	350518	2274205	4.00	30.38	1282.54	75.77
4	350518	2274205	4.50	30.38	1282.54	75.77
7	350004	2274123	0.00	42.67	1120.85	82.89
7	350004	2274123	0.25	42.67	1120.85	82.89
7	350004	2274123	0.75	41.49	1126.38	81.29
7	350004	2274123	1.25	33.33	1158.63	68.63
7	350004	2274123	1.75	30.55	1166.43	63.65
7	350004	2274123	2.25	29.20	1259.05	70.04
7	350004	2274123	2.75	29.12	1224.03	66.45
7	350004	2274123	3.25	28.70	1209.08	64.02
7	350004	2274123	3.75	25.94	1298.09	66.26
7	350004	2274123	4.00	25.94	1298.09	66.26
8	349747	2274132	0.00	28.82	1208.08	64.00
8	349747	2274132	0.25	28.82	1208.08	64.00
8	349747	2274132	0.75	31.23	1207.06	69.24
8	349747	2274132	1.25	34.54	1237.97	80.26
8	349747	2274132	1.75	32.10	1204.94	70.93
8	349747	2274132	2.25	36.33	1157.71	74.70
8	349747	2274132	2.75	35.27	1214.48	79.08
8	349747	2274132	3.25	36.33	1164.75	75.50
8	349747	2274132	3.85	38.12	1163.88	79.12
8	349747	2274132	4.20	38.12	1163.88	79.12
9	349660	2274306	0.00	25.16	1304.06	64.59
9	349660	2274306	0.25	25.16	1304.06	64.59
9	349660	2274306	0.75	26.90	1330.12	71.85
9	349660	2274306	1.25	20.77	1325.23	55.28
9	349660	2274306	1.75	24.79	1202.78	54.77
9	349660	2274306	2.25	23.30	1393.82	68.81
9	349660	2274306	2.75	25.63	1309.56	66.60
9	349660	2274306	3.25	27.99	1287.40	70.32
9	349660	2274306	3.50	27.99	1287.40	70.32

Tabla A4.2 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
10	350506	2274493	0.00	27.39	1232.93	63.15
10	350506	2274493	0.25	27.39	1232.93	63.15
10	350506	2274493	0.75	31.06	1251.96	73.71
10	350506	2274493	1.25	25.79	1240.46	60.34
10	350506	2274493	1.75	28.04	1258.24	67.41
10	350506	2274493	2.25	25.31	1362.86	71.31
10	350506	2274493	2.75	26.16	1352.02	72.49
10	350506	2274493	3.25	29.81	1290.42	75.26
10	350506	2274493	3.75	31.46	1237.70	72.83
10	350506	2274493	4.20	24.17	1340.62	65.33
10	350506	2274493	4.40	24.17	1340.62	65.33
11	349686	2274377	0.00	24.07	1348.53	66.09
11	349686	2274377	0.25	24.07	1348.53	66.09
11	349686	2274377	0.75	23.36	1367.87	66.03
11	349686	2274377	1.25	21.07	1374.95	60.44
11	349686	2274377	1.75	23.41	1414.07	70.97
11	349686	2274377	2.25	22.25	1392.29	65.27
11	349686	2274377	2.70	22.85	1363.93	64.48
11	349686	2274377	3.00	15.87	1361.78	44.65
11	349686	2274377	3.25	14.81	1373.40	42.40
11	349686	2274377	3.40	14.81	1373.40	42.40
16	349980	2274376	0.00	22.30	1394.19	65.60
16	349980	2274376	0.25	22.30	1394.19	65.60
16	349980	2274376	0.75	20.34	1321.97	53.65
16	349980	2274376	1.25	22.15	1254.41	52.94
16	349980	2274376	1.75	25.00	1300.78	63.87
16	349980	2274376	2.25	27.55	1238.22	64.03
16	349980	2274376	2.75	27.66	1336.25	74.55
16	349980	2274376	3.25	25.00	1349.71	69.04
16	349980	2274376	3.75	25.21	1265.83	61.30
16	349980	2274376	4.25	23.66	1269.07	57.82
16	349980	2274376	4.50	23.66	1269.07	57.82
17	350416	2274109	0.00	42.86	1127.61	84.12
17	350416	2274109	0.25	42.86	1127.61	84.12
17	350416	2274109	0.75	38.70	1067.64	69.19
17	350416	2274109	1.25	32.45	1215.65	72.88
17	350416	2274109	1.75	29.95	1237.91	69.82
17	350416	2274109	2.25	23.15	1415.07	70.61
17	350416	2274109	2.75	29.03	1232.31	67.10
17	350416	2274109	3.30	17.75	1388.13	51.75
17	350416	2274109	4.00	31.62	1275.62	77.51
17	350416	2274109	4.40	31.62	1275.62	77.51
18	350209	2274367	0.00	25.94	1317.48	67.98
18	350209	2274367	0.25	25.94	1317.48	67.98
18	350209	2274367	0.75	25.51	1357.28	70.98
18	350209	2274367	1.25	20.63	1326.84	55.02
18	350209	2274367	1.75	23.76	1294.45	60.35
18	350209	2274367	2.25	28.87	1267.50	70.38
18	350209	2274367	2.75	28.78	1211.30	64.42
18	350209	2274367	3.25	29.53	1265.55	71.30
18	350209	2274367	3.75	25.94	1279.03	63.92
18	350209	2274367	4.00	25.94	1279.03	63.92
19	350334	2274574	0.00	23.61	1337.99	63.80
19	350334	2274574	0.25	23.61	1337.99	63.80
19	350334	2274574	0.75	24.53	1325.08	65.02
19	350334	2274574	1.25	21.21	1358.73	59.39
19	350334	2274574	1.75	15.91	1386.90	47.29
19	350334	2274574	2.25	25.79	1323.06	68.39
19	350334	2274574	2.75	30.68	1221.11	69.70

Tabla A4.3 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
19	350334	2274574	3.25	27.39	1302.96	70.46
19	350334	2274574	3.95	25.51	1374.15	72.52
19	350334	2274574	4.40	25.51	1374.15	72.52
20	350340	2274304	0.00	34.83	1170.13	72.98
20	350340	2274304	0.25	34.83	1170.13	72.98
20	350340	2274304	0.75	32.10	1171.82	67.44
20	350340	2274304	1.25	31.52	1168.48	65.88
20	350340	2274304	1.75	29.20	1141.46	58.55
20	350340	2274304	2.25	31.98	1142.32	64.22
20	350340	2274304	2.75	30.04	1217.73	67.68
20	350340	2274304	3.25	29.25	1146.28	58.93
20	350340	2274304	3.75	26.32	1261.19	63.11
20	350340	2274304	4.00	26.32	1261.19	63.11
21	349702	2274197	0.00	40.25	1131.64	79.50
21	349702	2274197	0.25	40.25	1131.64	79.50
21	349702	2274197	0.75	45.83	1084.64	84.14
21	349702	2274197	1.25	40.06	1151.80	81.61
21	349702	2274197	1.75	33.20	1187.21	71.63
21	349702	2274197	2.25	30.89	1237.62	71.97
21	349702	2274197	2.75	34.14	1241.87	80.05
21	349702	2274197	3.25	35.55	1115.46	68.66
21	349702	2274197	4.00	32.14	1238.22	74.96
21	349702	2274197	4.50	32.14	1238.22	74.96
22	350395	2274386	0.00	25.63	1280.39	63.49
22	350395	2274386	0.25	25.63	1280.39	63.49
22	350395	2274386	0.75	24.28	1260.59	58.36
22	350395	2274386	1.25	17.79	1409.67	53.80
22	350395	2274386	1.75	21.36	1313.56	55.84
22	350395	2274386	2.25	19.90	1303.61	51.26
22	350395	2274386	2.75	22.40	1265.86	54.47
22	350395	2274386	3.25	25.00	1352.39	69.32
22	350395	2274386	3.75	26.69	1226.00	60.70
22	350395	2274386	4.00	26.69	1226.00	60.70
23	350071	2274112	0.00	38.70	1191.71	83.80
23	350071	2274112	0.25	38.70	1191.71	83.80
23	350071	2274112	0.75	40.11	1102.62	75.73
23	350071	2274112	1.25	33.16	1171.21	69.80
23	350071	2274112	1.75	29.24	1159.01	60.41
23	350071	2274112	2.25	30.55	1220.84	69.38
23	350071	2274112	2.75	30.43	1191.10	66.05
23	350071	2274112	3.45	31.28	1186.50	66.99
23	350071	2274112	3.90	31.28	1186.50	66.99
24	350039	2274585	0.00	34.59	1199.95	75.85
24	350039	2274585	0.25	34.59	1199.95	75.85
24	350039	2274585	0.75	40.06	1008.90	65.26
24	350039	2274585	1.25	26.90	1268.72	65.48
24	350039	2274585	1.75	29.98	1299.04	76.40
24	350039	2274585	2.25	30.38	1320.03	79.90
24	350039	2274585	2.75	29.98	1314.06	78.15
24	350039	2274585	3.25	29.37	1375.62	84.00
24	350039	2274585	3.75	23.00	1417.50	70.41
24	350039	2274585	4.00	23.00	1417.50	70.41
27	350476	2274018	0.00	32.10	1196.06	69.98
27	350476	2274018	0.25	32.10	1196.06	69.98
27	350476	2274018	0.75	43.16	1169.44	90.35
27	350476	2274018	1.25	33.16	1196.34	72.31
27	350476	2274018	1.75	31.84	1215.10	71.45
27	350476	2274018	2.25	35.32	1224.02	80.34
27	350476	2274018	2.75	33.69	1242.98	78.87

Tabla A4.4 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
27	350476	2274018	3.25	31.41	1232.63	72.38
27	350476	2274018	3.75	32.80	1213.14	73.63
27	350476	2274018	4.25	31.06	1193.13	67.62
27	350476	2274018	4.50	31.06	1193.13	67.62
29	349720	2274491	0.00	22.85	1367.35	64.55
29	349720	2274491	0.20	22.85	1367.35	64.55
29	349720	2274491	0.65	18.34	1342.69	50.12
29	349720	2274491	1.15	21.56	1369.67	61.36
29	349720	2274491	1.65	25.79	1368.27	72.95
29	349720	2274491	2.15	27.17	1371.32	77.22
29	349720	2274491	2.65	26.58	1319.62	69.87
29	349720	2274491	3.15	21.31	1309.98	55.41
29	349720	2274491	3.40	21.31	1309.98	55.41
30	350228	2274294	0.00	32.28	999.30	51.78
30	350228	2274294	0.25	32.28	999.30	51.78
30	350228	2274294	0.75	39.57	1157.22	81.28
30	350228	2274294	1.25	35.50	1237.22	82.39
30	350228	2274294	1.75	33.65	1169.41	70.42
30	350228	2274294	2.25	30.21	1211.02	67.37
30	350228	2274294	2.75	34.14	1148.81	69.43
30	350228	2274294	3.25	27.88	1225.38	63.75
30	350228	2274294	3.75	29.49	1254.47	70.49
32	350228	2274294	4.00	29.49	1254.47	70.49
32	350454	2274182	0.00	35.73	1183.35	76.40
32	350454	2274182	0.25	35.73	1183.35	76.40
32	350454	2274182	0.75	37.74	1067.48	67.46
32	350454	2274182	1.25	33.20	1205.78	73.69
32	350454	2274182	1.75	29.20	1174.29	61.76
32	350454	2274182	2.25	28.87	1209.12	64.40
32	350454	2274182	2.75	29.62	1225.33	67.73
32	350454	2274182	3.25	27.23	1240.86	63.75
32	350454	2274182	3.85	22.89	1249.82	53.96
32	350454	2274182	4.20	22.89	1249.82	53.96
33	349886	2274003	0.00	42.80	-	-
33	349886	2274003	0.25	42.80	-	-
33	349886	2274003	0.75	50.80	-	-
33	349886	2274003	1.25	38.70	-	-
33	349886	2274003	1.75	47.50	-	-
33	349886	2274003	2.25	31.90	-	-
33	349886	2274003	2.75	44.00	-	-
33	349886	2274003	3.25	32.60	-	-
33	349886	2274003	3.75	40.70	-	-
33	349886	2274003	4.00	40.70	-	-
34	350079	2274202	0.00	41.44	1145.56	83.63
34	350079	2274202	0.25	41.44	1145.56	83.63
34	350079	2274202	0.75	39.66	1098.79	74.45
34	350079	2274202	1.25	31.49	1246.15	74.08
34	350079	2274202	1.75	24.69	1356.56	68.89
34	350079	2274202	2.25	28.87	1375.03	82.84
34	350079	2274202	2.75	29.70	1299.93	76.06
34	350079	2274202	3.25	30.21	1171.89	63.66
34	350079	2274202	3.50	30.21	1171.89	63.66
36	349933	2274614	0.00	22.70	1339.37	61.47
36	349933	2274614	*0.25	22.70	1339.37	61.47
36	349933	2274614	0.75	23.30	1310.01	60.38
36	349933	2274614	1.25	23.46	1292.98	59.44
36	349933	2274614	1.75	23.51	1268.92	57.00
36	349933	2274614	2.25	22.55	1258.09	54.20
36	349933	2274614	2.75	17.28	1379.69	49.94

Tabla A4.5 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	S <sub>r</sub> %
36	349933	2274614	3.25	13.25	1404.90	40.50
36	349933	2274614	3.50	13.25	1404.90	40.50
38	349986	2274014	0.00	42.05	1075.39	76.10
38	349986	2274014	0.25	42.05	1075.39	76.10
38	349986	2274014	0.75	41.19	1080.64	75.17
38	349986	2274014	1.25	40.65	1094.33	75.97
38	349986	2274014	1.75	42.86	1096.69	80.40
38	349986	2274014	2.25	30.89	1196.34	67.58
38	349986	2274014	2.75	33.24	1115.17	64.19
38	349986	2274014	3.25	32.28	1140.92	64.85
38	349986	2274014	3.85	31.32	1240.86	72.84
38	349986	2274014	4.20	31.32	1240.86	72.84
40	350183	2274538	0.00	27.75	1203.52	61.20
40	350183	2274538	0.20	27.75	1203.52	61.20
40	350183	2274538	0.65	28.53	1224.15	64.92
40	350183	2274538	1.15	28.82	1246.25	68.04
40	350183	2274538	1.65	28.21	1290.49	71.21
40	350183	2274538	2.15	27.43	1245.23	64.65
40	350183	2274538	2.65	27.88	1228.92	64.10
40	350183	2274538	3.15	26.26	1273.43	64.61
40	350183	2274538	3.65	27.47	1280.14	68.27
40	350183	2274538	4.15	28.00	1262.09	67.24
40	350183	2274538	4.40	28.00	1262.09	67.24
42	350484	2274589	0.00	31.58	1218.48	71.23
42	350484	2274589	0.25	31.58	1218.48	71.23
42	350484	2274589	0.75	29.03	1272.23	71.04
42	350484	2274589	1.25	26.90	1310.52	70.01
42	350484	2274589	1.75	28.25	1275.66	69.72
42	350484	2274589	2.25	27.39	1279.16	67.97
42	350484	2274589	2.75	26.42	1294.41	67.10
42	350484	2274589	3.25	32.93	1255.67	78.87
42	350484	2274589	3.75	29.87	1287.18	75.03
42	350484	2274589	4.20	32.54	1269.35	79.00
42	350484	2274589	4.40	32.54	1269.35	79.00
45	350366	2274470	0.00	27.39	1227.21	62.60
45	350366	2274470	0.25	27.39	1227.21	62.60
45	350366	2274470	0.75	27.96	1165.54	58.17
45	350366	2274470	1.25	23.15	1205.04	51.01
45	350366	2274470	1.75	22.96	1279.64	57.03
45	350366	2274470	2.25	21.65	1191.01	46.99
45	350366	2274470	3.85	25.79	1331.00	69.22
45	350366	2274470	4.50	23.76	1299.78	60.40
45	350366	2274470	4.70	23.76	1299.78	60.40
48	349716	2273887	0.00	31.58	1278.26	77.98
48	349716	2273887	0.25	31.58	1278.26	77.98
48	349716	2273887	0.75	33.51	1151.26	68.22
48	349716	2273887	1.25	36.80	1104.23	69.66
48	349716	2273887	1.75	31.54	1290.91	79.66
48	349716	2273887	2.25	25.08	1366.41	70.46
48	349716	2273887	3.15	22.17	1425.89	68.15
48	349716	2273887	3.80	22.17	1425.89	68.15
49	349781	2273908	0.00	41.39	1118.93	80.16
49	349781	2273908	0.25	41.39	1118.93	80.16
49	349781	2273908	0.75	37.08	1155.03	76.14
49	349781	2273908	1.25	35.32	1213.54	79.32
49	349781	2273908	1.75	33.24	1267.28	81.02
49	349781	2273908	2.25	32.28	1136.05	64.36
49	349781	2273908	2.75	34.41	1118.60	66.42
49	349781	2273908	3.25	33.16	1185.90	70.95

Tabla A4.6 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
49	349781	2273908	3.75	31.75	1212.58	70.98
49	349781	2273908	4.00	31.75	1212.58	70.98
50	349928	2273590	0.00	32.41	1117.82	62.65
50	349928	2273590	0.20	32.41	1117.82	62.65
50	349928	2273590	0.65	38.22	1033.67	64.61
50	349928	2273590	1.15	33.82	1096.88	63.14
50	349928	2273590	1.65	27.39	1212.05	60.98
50	349928	2273590	2.15	36.43	1145.15	73.25
50	349928	2273590	2.40	36.43	1145.15	73.25
61	350056	2274298	0.00	21.51	1184.88	46.09
61	350056	2274298	0.25	21.51	1184.88	46.09
61	350056	2274298	0.75	19.33	1206.62	42.83
61	350056	2274298	1.25	21.95	1218.96	49.71
61	350056	2274298	1.75	23.76	1217.05	53.66
61	350056	2274298	2.25	24.69	1166.82	51.62
61	350056	2274298	2.75	26.58	1194.51	57.99
61	350056	2274298	3.40	25.47	1193.83	55.51
61	350056	2274298	3.80	25.47	1193.83	55.51
62	350453	2274384	0.00	35.27	1217.00	79.38
62	350453	2274384	0.25	35.27	1217.00	79.38
62	350453	2274384	0.75	34.59	1263.32	83.51
62	350453	2274384	1.25	29.16	1274.24	71.56
62	350453	2274384	1.75	29.53	1307.54	76.23
62	350453	2274384	2.25	24.42	1365.72	68.81
62	350453	2274384	2.75	31.23	1260.49	75.08
62	350453	2274384	3.25	28.87	1151.25	58.93
62	350453	2274384	3.65	17.72	1357.60	50.33
62	350453	2274384	3.80	17.72	1357.60	50.33
64	349986	2274607	0.00	21.51	1312.39	55.92
64	349986	2274607	0.25	21.51	1312.39	55.92
64	349986	2274607	0.75	19.33	1372.51	55.04
64	349986	2274607	1.25	21.95	1259.53	52.87
64	349986	2274607	1.75	23.76	1322.34	62.96
64	349986	2274607	2.25	24.69	1275.86	60.96
64	349986	2274607	2.75	26.58	1228.07	61.04
64	349986	2274607	3.25	25.47	1362.57	71.15
64	349986	2274607	3.50	25.47	1362.57	71.15
65	350426	2274314	0.00	30.72	1195.84	66.94
65	350426	2274314	0.25	30.72	1195.84	66.94
65	350426	2274314	0.75	28.95	1205.83	64.05
65	350426	2274314	1.25	28.37	1334.15	76.52
65	350426	2274314	1.75	30.00	1264.60	72.81
65	350426	2274314	2.25	31.58	1283.90	78.93
65	350426	2274314	2.75	30.51	1286.99	76.60
65	350426	2274314	3.25	29.53	1311.08	76.92
65	350426	2274314	3.90	26.22	1277.40	64.90
65	350426	2274314	4.30	26.22	1277.40	64.90
66	350001	2274343	0.00	20.33	1255.70	48.53
66	350001	2274343	0.25	20.33	1255.70	48.53
66	350001	2274343	0.75	19.42	1202.78	42.76
66	350001	2274343	1.25	19.51	1168.57	40.90
66	350001	2274343	1.75	20.59	1137.80	41.06
66	350001	2274343	2.25	24.59	1251.27	58.30
66	350001	2274343	2.75	25.06	1206.16	55.64
66	350001	2274343	3.25	22.85	1274.41	56.30
66	350001	2274343	3.50	22.85	1274.41	56.30
68	350390	2274229	0.00	34.59	1240.81	80.71
68	350390	2274229	0.25	34.59	1240.81	80.71
68	350390	2274229	0.75	32.71	1235.77	75.75

Tabla A4.7 Datos para la obtención de los modelos de correlación horizontal y vertical del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	Profundidad m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
68	350390	2274229	1.25	26.26	1292.88	66.54
68	350390	2274229	1.75	26.50	1317.67	69.72
68	350390	2274229	2.25	21.07	1346.54	57.89
68	350390	2274229	2.75	17.37	1346.69	47.75
68	350390	2274229	3.25	17.23	1377.31	49.63
68	350390	2274229	3.75	25.71	1311.67	66.52
68	350390	2274229	4.00	25.71	1311.67	66.52
71	350273	2274638	0.00	31.23	1215.98	70.18
71	350273	2274638	0.25	31.23	1215.98	70.18
71	350273	2274638	0.75	34.05	1189.61	73.50
71	350273	2274638	1.25	32.63	1247.21	76.87
71	350273	2274638	1.75	31.49	1237.21	73.08
71	350273	2274638	2.25	30.89	1160.79	63.81
71	350273	2274638	2.75	29.20	1256.84	70.04
71	350273	2274638	3.25	30.72	1260.37	73.58
71	350273	2274638	3.75	25.94	1236.80	59.97
71	350273	2274638	4.00	25.94	1236.80	59.97
72	350454	2274550	0.00	35.32	1157.81	72.62
72	350454	2274550	0.25	35.32	1157.81	72.62
72	350454	2274550	0.75	30.29	1236.61	70.24
72	350454	2274550	1.25	29.70	1191.25	64.28
72	350454	2274550	1.75	34.23	1222.19	77.64
72	350454	2274550	2.25	32.98	1232.72	76.01
72	350454	2274550	2.75	28.29	1274.44	69.45
72	350454	2274550	3.25	37.17	1192.38	80.59
72	350454	2274550	3.75	31.10	1273.85	76.03
72	350454	2274550	4.25	36.19	1134.62	71.61
72	350454	2274550	4.50	36.19	1134.62	71.61
75	350245	2274210	0.00	39.66	1194.46	86.26
75	350245	2274210	0.25	39.66	1194.46	86.26
75	350245	2274210	0.75	31.75	1314.55	82.83
75	350245	2274210	1.25	30.21	1276.30	74.64
75	350245	2274210	1.75	30.34	1237.79	70.70
75	350245	2274210	2.25	24.07	1334.98	65.00
75	350245	2274210	2.75	23.38	1345.26	63.64
75	350245	2274210	3.25	31.36	1264.14	75.55
75	350245	2274210	3.75	37.22	1170.17	77.77
75	350245	2274210	4.00	37.22	1170.17	77.77
77	349780	2274009	0.00	40.45	1164.21	83.99
77	349780	2274009	0.25	40.45	1164.21	83.99
77	349780	2274009	0.75	38.41	1148.09	77.80
77	349780	2274009	1.25	35.69	1147.74	72.46
77	349780	2274009	1.75	43.88	1069.51	78.90
77	349780	2274009	2.25	30.04	1234.12	69.61
77	349780	2274009	2.75	32.10	1206.34	71.31
77	349780	2274009	3.25	32.54	1154.87	66.41
77	349780	2274009	3.85	32.89	1210.28	73.04
77	349780	2274009	4.20	32.89	1210.28	73.04
80	349777	2273639	0.00	34.14	1214.71	76.56
80	349777	2273639	0.25	34.14	1214.71	76.56
80	349777	2273639	0.75	33.51	1229.09	76.82
80	349777	2273639	1.25	38.12	1105.19	72.27
80	349777	2273639	1.75	35.09	1175.19	74.10
80	349777	2273639	2.25	31.97	1301.63	81.78
80	349777	2273639	2.75	30.04	1285.91	75.04
80	349777	2273639	3.25	36.57	1196.83	79.81
80	349777	2273639	3.80	33.51	1244.75	78.66
80	349777	2273639	4.10	33.51	1244.75	78.66

Tabla A4.8 Valor medio del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación, determinados hasta una profundidad de 1.50 m

Sondeo	X m	Y m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %	Sondeo	X m	Y m	w %	$\gamma_d$ kg/m <sup>3</sup>	$S_r$ %
1	350028	2274472	29.25	1224.37	66.55	42	350484	2274589	29.77	1254.93	70.88
2	349862	2274319	24.00	1345.26	65.52	43	349703	2273711	45.91	1131.56	88.51
3	350223	2274203	39.46	1075.15	71.32	44	349807	2273575	30.32	1270.91	74.02
4	350518	2274205	39.13	1057.50	68.82	45	350366	2274470	26.47	1206.25	58.60
5	349705	2273533	33.11	1206.03	72.66	46	350112	2274016	34.39	1187.77	74.29
6	350165	2274296	31.02	1219.83	69.93	47	350343	2273902	33.57	1222.04	76.01
7	350004	2274123	40.04	1131.68	78.92	48	349716	2273887	33.37	1203.00	73.46
8	349747	2274132	29.63	1215.30	69.37	49	349781	2273908	38.80	1151.61	78.95
9	349660	2274306	24.50	1315.87	64.08	50	349928	2273590	34.21	1091.55	63.26
10	350506	2274493	27.91	1239.57	65.09	51	349805	2273416	28.47	1191.39	60.58
11	349686	2274377	23.14	1359.97	64.66	52	350447	2273943	35.38	1184.77	75.51
12	349957	2273779	39.12	1190.49	82.26	53	350521	2273954	31.36	1160.07	64.67
13	349815	2273850	46.36	1083.50	82.93	54	350596	2273967	32.71	1263.99	78.88
14	350319	2274121	31.06	1181.95	66.27	55	350530	2274019	39.79	1113.06	76.45
15	349889	2273842	49.20	1061.60	86.07	56	349709	2273395	31.52	1238.86	73.64
16	349980	2274376	21.77	1341.19	59.45	57	350575	2274043	35.56	1151.71	71.68
17	350416	2274109	39.22	1134.63	77.58	58	350525	2274100	41.02	1111.99	78.41
18	350209	2274367	24.51	1329.77	65.49	59	349687	2273725	39.16	1182.84	83.82
19	350334	2274574	23.24	1339.94	63.00	60	349966	2273715	53.24	1030.10	88.58
20	350340	2274304	33.32	1170.14	69.82	61	350056	2274298	20.78	1198.83	46.18
21	349702	2274197	41.60	1124.93	81.19	62	350453	2274384	33.57	1255.82	78.46
22	350395	2274386	23.33	1307.76	59.79	63	349978	2273869	39.70	1150.66	80.86
23	350071	2274112	37.66	1164.31	78.28	64	349986	2274607	21.07	1314.21	54.94
24	350039	2274585	34.03	1169.38	70.61	65	350426	2274314	29.69	1232.92	68.62
25	350181	2273868	39.02	1058.99	68.96	66	350001	2274343	19.90	1220.69	45.18
26	350236	2274003	38.81	1140.66	77.89	67	349943	2273837	45.44	1060.63	79.91
27	350476	2274018	35.13	1189.47	75.65	68	350390	2274229	32.04	1252.57	75.93
28	350221	2273968	41.93	1050.48	72.98	69	350001	2273738	44.27	1124.76	86.31
29	349720	2274491	21.40	1361.77	60.15	70	349844	2273727	41.37	1124.74	80.80
30	350228	2274294	34.90	1098.26	66.81	71	350273	2274638	32.29	1217.20	72.68
31	349862	2273589	33.69	1231.36	77.04	72	350454	2274550	32.66	1185.87	69.94
32	350454	2274182	35.60	1159.99	73.49	73	350160	2273845	33.09	1192.56	71.75
33	349886	2274003	43.78	-	-	74	349949	2273843	40.89	1134.39	80.18
34	350079	2274202	38.51	1159.02	78.95	75	350245	2274210	35.32	1244.94	82.50
35	350181	2273932	41.60	1146.76	84.07	76	349797	2273815	42.45	1074.24	76.77
36	349933	2274614	23.04	1320.43	60.69	77	349780	2274009	38.75	1156.06	79.56
37	349889	2273617	34.63	1191.91	74.38	78	349895	2273748	45.96	1031.96	77.56
38	349986	2274014	41.48	1081.44	75.83	79	350575	2274118	40.77	1153.13	83.46
39	350143	2274638	34.07	1164.79	70.66	80	349777	2273639	34.98	1190.93	75.55
40	350183	2274538	28.22	1219.36	63.84	81	349817	2273679	36.62	1103.49	69.29
41	349724	2273590	33.50	1259.64	80.30						

Tabla A4.9 Datos empleados para el cálculo de los mapas de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	$w$	$\gamma_d$	$S_r$	Caso I	Caso II
1	350028	2274472	1	0	1	1	0
2	349862	2274319	1	1	1	1	1
3	350223	2274203	0	0	0	0	0
4	350518	2274205	0	0	1	0	0
5	349705	2273533	1	0	0	1	0
6	350165	2274296	1	0	0	1	0
7	350004	2274123	0	0	0	0	0
8	349747	2274132	1	0	0	1	0
9	349660	2274306	1	1	1	1	1
10	350506	2274493	1	1	1	1	1
11	349686	2274377	1	1	1	1	1
12	349957	2273779	0	0	0	0	0
13	349815	2273850	0	0	0	0	0
14	350319	2274121	1	0	1	1	0
15	349889	2273842	0	0	0	0	0
16	349980	2274376	1	1	1	1	1
17	350416	2274109	0	0	0	0	0
18	350209	2274367	1	1	1	1	1
19	350334	2274574	1	1	1	1	1
20	350340	2274304	1	0	0	1	0
21	349702	2274197	0	0	0	0	0
22	350395	2274386	1	1	1	1	1
23	350071	2274112	0	0	0	0	0
24	350039	2274585	0	0	0	0	0
25	350181	2273868	0	0	1	0	0
26	350236	2274003	0	0	0	0	0
27	350476	2274018	0	0	0	0	0
28	350221	2273968	0	0	0	0	0
29	349720	2274491	1	1	1	1	1
30	350228	2274294	0	0	1	0	0
31	349862	2273589	0	1	0	1	0
32	350454	2274182	0	0	0	0	0
33	349886	2274003	0	-	-	-	-
34	350079	2274202	0	0	0	0	0
35	350181	2273932	0	0	0	0	0
36	349933	2274614	1	1	1	1	1
37	349889	2273617	0	0	0	0	0
38	349986	2274014	0	0	0	0	0
39	350143	2274638	0	0	0	0	0
40	350183	2274538	1	0	1	1	0
41	349724	2273590	0	1	0	1	0

Tabla A4.10 Datos empleados para el cálculo de los mapas de riesgo del contenido de agua, peso específico seco y grado de saturación

Sondeo	X m	Y m	w	$\gamma_d$	$S_r$	Caso I	Caso II
42	350484	2274589	1	1	0	1	1
43	349703	2273711	0	0	0	0	0
44	349807	2273575	1	1	0	1	1
45	350366	2274470	1	0	1	1	0
46	350112	2274016	0	0	0	0	0
47	350343	2273902	0	0	0	0	0
48	349716	2273887	1	0	0	1	0
49	349781	2273908	0	0	0	0	0
50	349928	2273590	0	0	1	0	0
51	349805	2273416	1	0	1	1	0
52	350447	2273943	0	0	0	0	0
53	350521	2273954	1	0	1	1	0
54	350596	2273967	1	1	0	1	1
55	350530	2274019	0	0	0	0	0
56	349709	2273395	1	1	0	1	1
57	350575	2274043	0	0	0	0	0
58	350525	2274100	0	0	0	0	0
59	349687	2273725	0	0	0	0	0
60	349966	2273715	0	0	0	0	0
61	350056	2274298	1	0	1	1	0
62	350453	2274384	0	1	0	1	0
63	349978	2273869	0	0	0	0	0
64	349986	2274607	1	1	1	1	1
65	350426	2274314	1	1	1	1	1
66	350001	2274343	1	0	1	1	0
67	349943	2273837	0	0	0	0	0
68	350390	2274229	1	1	0	1	1
69	350001	2273738	0	0	0	0	0
70	349844	2273727	0	0	0	0	0
71	350273	2274638	1	0	0	1	0
72	350454	2274550	1	0	0	1	0
73	350160	2273845	1	0	0	1	0
74	349949	2273843	0	0	0	0	0
75	350245	2274210	0	1	0	1	0
76	349797	2273815	0	0	0	0	0
77	349780	2274009	0	0	0	0	0
78	349895	2273748	0	0	0	0	0
79	350575	2274118	0	0	0	0	0
80	349777	2273639	0	0	0	0	0
81	349817	2273679	0	0	0	0	0

Tabla A4.11 Datos de índice plástico medio e indicadores

Sondeo	X m	Y m	IP %	Indicador	Sondeo	X m	Y m	IP %	Indicador
1	350028	2274472	33.25	1.00	30	350228	2274294	35.00	1.00
2	349862	2274319	32.25	1.00	31	349862	2273589	19.75	0.00
3	350223	2274203	29.25	0.00	32	350454	2274182	26.50	0.00
4	350518	2274205	23.75	0.00	33	349886	2274003	28.00	0.00
5	349705	2273533	25.50	0.00	34	350079	2274202	34.25	1.00
6	350165	2274296	31.25	1.00	35	350181	2273932	36.00	1.00
7	350004	2274123	26.75	0.00	36	349933	2274614	23.25	0.00
8	349747	2274132	18.00	0.00	37	349889	2273617	25.25	0.00
9	349660	2274306	28.75	0.00	38	349986	2274014	18.50	0.00
10	350506	2274493	30.75	1.00	39	350143	2274638	35.50	1.00
11	349686	2274377	31.75	1.00	40	350183	2274538	30.80	1.00
12	349957	2273779	26.00	0.00	41	349724	2273590	25.50	0.00
13	349815	2273850	29.50	0.00	42	350484	2274589	25.25	0.00
14	350319	2274121	27.75	0.00	43	349703	2273711	22.33	0.00
15	349889	2273842	33.75	1.00	44	349807	2273575	20.75	0.00
16	349980	2274376	24.00	0.00	45	350366	2274470	27.50	0.00
17	350416	2274109	24.00	0.00	46	350112	2274016	19.00	0.00
18	350209	2274367	31.50	1.00	47	350343	2273902	30.25	1.00
19	350334	2274574	30.75	1.00	48	349716	2273887	34.67	1.00
20	350340	2274304	30.00	1.00	49	349781	2273908	34.25	1.00
21	349702	2274197	49.25	1.00	50	349928	2273590	20.20	0.00
22	350395	2274386	22.75	0.00	51	349805	2273416	15.50	0.00
23	350071	2274112	32.75	1.00	52	350447	2273943	20.00	0.00
24	350039	2274585	35.50	1.00	53	350521	2273954	28.50	0.00
25	350181	2273868	20.25	0.00	54	350596	2273967	28.50	0.00
26	350236	2274003	42.25	1.00	55	350530	2274019	25.25	0.00
27	350476	2274018	41.75	1.00	56	349709	2273395	17.75	0.00
28	350221	2273968	28.50	0.00	57	350575	2274043	31.75	1.00
29	349720	2274491	32.50	1.00	58	350525	2274100	24.75	0.00

Tabla A4.12 Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia

Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %	Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %
1	349600	2273350	21.414	21.414	0.000	63	350500	2273450	42.045	42.045	0.000
2	349650	2273350	16.515	16.515	0.000	64	350550	2273450	45.210	45.210	0.000
3	349700	2273350	13.097	13.097	0.000	65	350600	2273450	48.044	48.044	0.000
4	349750	2273350	13.343	13.343	0.000	66	350650	2273450	48.007	48.007	0.000
5	349800	2273350	15.276	15.276	0.000	67	349600	2273500	17.048	17.048	0.000
6	349850	2273350	18.146	18.146	0.000	68	349650	2273500	11.933	11.933	0.000
7	349900	2273350	21.928	21.928	0.000	69	349700	2273500	8.334	8.334	0.000
8	349950	2273350	25.704	25.704	0.000	70	349750	2273500	9.351	9.351	0.000
9	350000	2273350	29.142	29.142	0.000	71	349800	2273500	11.167	11.167	0.000
10	350050	2273350	32.120	32.120	0.000	72	349850	2273500	12.757	12.757	0.000
11	350100	2273350	34.692	34.692	0.000	73	349900	2273500	14.769	14.769	0.000
12	350150	2273350	36.806	36.806	0.000	74	349950	2273500	17.323	17.323	0.000
13	350200	2273350	37.663	37.663	0.000	75	350000	2273500	20.526	20.526	0.000
14	350250	2273350	39.047	39.047	0.000	76	350050	2273500	24.062	24.062	0.000
15	350300	2273350	39.846	39.846	0.000	77	350100	2273500	26.948	26.948	0.000
16	350350	2273350	40.387	40.387	0.000	78	350150	2273500	29.800	29.800	0.000
17	350400	2273350	40.969	40.969	0.000	79	350200	2273500	32.348	32.348	0.000
18	350450	2273350	43.681	43.681	0.000	80	350250	2273500	35.739	35.739	0.000
19	350500	2273350	44.260	44.260	0.000	81	350300	2273500	37.045	37.045	0.000
20	350550	2273350	44.742	44.742	0.000	82	350350	2273500	38.133	38.133	0.000
21	350600	2273350	51.056	51.056	0.000	83	350400	2273500	38.895	38.895	0.000
22	350650	2273350	51.226	51.226	0.000	84	350450	2273500	42.319	42.319	0.000
23	349600	2273400	17.810	17.810	0.000	85	350500	2273500	43.269	43.269	0.000
24	349650	2273400	10.996	10.996	0.000	86	350550	2273500	46.719	46.719	0.000
25	349700	2273400	2.516	2.516	0.000	87	350600	2273500	46.699	46.699	0.000
26	349750	2273400	5.514	5.514	0.000	88	350650	2273500	46.751	46.751	0.000
27	349800	2273400	4.771	4.771	0.000	89	349600	2273550	16.274	16.274	0.000
28	349850	2273400	9.901	9.901	0.000	90	349650	2273550	10.051	10.051	0.000
29	349900	2273400	16.560	16.560	0.000	91	349700	2273550	4.334	4.334	0.000
30	349950	2273400	21.769	21.769	0.000	92	349750	2273550	6.020	6.020	0.000
31	350000	2273400	25.927	25.927	0.000	93	349800	2273550	6.324	6.324	0.000
32	350050	2273400	29.362	29.362	0.000	94	349850	2273550	7.752	7.752	0.000
33	350100	2273400	32.219	32.219	0.000	95	349900	2273550	9.104	9.104	0.000
34	350150	2273400	34.757	34.757	0.000	96	349950	2273550	11.132	11.132	0.000
35	350200	2273400	36.039	36.039	0.000	97	350000	2273550	15.637	15.637	0.000
36	350250	2273400	37.050	37.050	0.000	98	350050	2273550	20.521	20.521	0.000
37	350300	2273400	38.484	38.484	0.000	99	350100	2273550	24.246	24.246	0.000
38	350350	2273400	39.186	39.186	0.000	100	350150	2273550	28.968	28.968	0.000
39	350400	2273400	42.266	42.266	0.000	101	350200	2273550	31.221	31.221	0.000
40	350450	2273400	42.648	42.648	0.000	102	350250	2273550	33.474	33.474	0.000
41	350500	2273400	43.235	43.235	0.000	103	350300	2273550	34.925	34.925	0.000
42	350550	2273400	43.640	43.640	0.000	104	350350	2273550	36.197	36.197	0.000
43	350600	2273400	46.700	46.700	0.000	105	350400	2273550	37.126	37.126	0.000
44	350650	2273400	50.338	50.338	0.000	106	350450	2273550	40.857	40.857	0.000
45	349600	2273450	17.850	17.850	0.000	107	350500	2273550	44.434	44.434	0.000
46	349650	2273450	13.485	13.485	0.000	108	350550	2273550	44.556	44.556	0.000
47	349700	2273450	10.601	10.601	0.000	109	350600	2273550	45.035	45.035	0.000
48	349750	2273450	9.340	9.340	0.000	110	350650	2273550	45.239	45.239	0.000
49	349800	2273450	8.391	8.391	0.000	111	349600	2273600	16.978	16.978	0.000
50	349850	2273450	10.972	10.972	0.000	112	349650	2273600	11.698	11.698	0.000
51	349900	2273450	15.530	15.530	0.000	113	349700	2273600	5.348	5.348	0.000
52	349950	2273450	19.741	19.741	0.000	114	349750	2273600	4.321	4.321	0.000
53	350000	2273450	23.487	23.487	0.000	115	349800	2273600	4.934	4.934	0.000
54	350050	2273450	26.934	26.934	0.000	116	349850	2273600	3.317	3.317	0.000
55	350100	2273450	30.074	30.074	0.000	117	349900	2273600	3.116	3.116	0.000
56	350150	2273450	32.043	32.043	0.000	118	349950	2273600	5.123	5.123	0.000
57	350200	2273450	34.222	34.222	0.000	119	350000	2273600	12.410	12.410	0.000
58	350250	2273450	35.469	35.469	0.000	120	350050	2273600	18.309	18.309	0.000
59	350300	2273450	37.039	37.039	0.000	121	350050	2273600	18.309	18.309	0.000
60	350350	2273450	39.836	39.836	0.000	122	350050	2273600	18.309	18.309	0.000
61	350400	2273450	40.913	40.913	0.000	123	350100	2273600	22.457	22.457	0.000
62	350450	2273450	41.299	41.299	0.000	124	350150	2273600	26.214	26.214	0.000

Tabla A4.13 Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia

Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %	Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %
125	350200	2273600	28.628	28.628	0.000	187	350000	2273750	3.261	3.261	0.000
126	350250	2273600	31.080	31.080	0.000	188	350050	2273750	8.763	8.763	0.000
127	350300	2273600	32.728	32.728	0.000	189	350100	2273750	13.643	13.643	0.000
128	350350	2273600	34.094	34.094	0.000	190	350150	2273750	16.902	16.902	0.000
129	350400	2273600	37.591	37.591	0.000	191	350200	2273750	19.459	19.459	0.000
130	350450	2273600	41.442	41.442	0.000	192	350250	2273750	21.727	21.727	0.000
131	350500	2273600	42.015	42.015	0.000	193	350300	2273750	23.720	23.720	0.000
132	350550	2273600	42.347	42.347	0.000	194	350350	2273750	25.496	25.496	0.000
133	350600	2273600	42.733	42.733	0.000	195	350400	2273750	28.349	28.349	0.000
134	350650	2273600	43.275	43.275	0.000	196	350450	2273750	29.699	29.699	0.000
135	349600	2273650	16.926	16.926	0.000	197	350500	2273750	30.930	30.930	0.000
136	349650	2273650	42.688	42.688	0.000	198	350550	2273750	32.525	32.525	0.000
137	349700	2273650	9.074	9.074	0.000	199	350600	2273750	33.836	33.836	0.000
138	349750	2273650	5.198	5.198	0.000	200	350650	2273750	35.924	35.924	0.000
139	349800	2273650	3.968	3.968	0.000	201	349600	2273800	17.814	17.896	0.458
140	349850	2273650	6.122	6.122	0.000	202	349650	2273800	14.113	14.158	0.318
141	349900	2273650	7.139	7.139	0.000	203	349700	2273800	11.213	11.218	0.045
142	349950	2273650	9.291	9.291	0.000	204	349750	2273800	7.921	7.921	0.000
143	350000	2273650	12.300	12.300	0.000	205	349800	2273800	4.236	4.236	0.000
144	350050	2273650	15.962	15.962	0.000	206	349850	2273800	6.627	6.627	0.000
145	350100	2273650	19.886	19.886	0.000	207	349900	2273800	6.330	6.330	0.000
146	350150	2273650	23.498	23.498	0.000	208	349950	2273800	4.623	4.623	0.000
147	350200	2273650	26.051	26.051	0.000	209	350000	2273800	7.278	7.278	0.000
148	350250	2273650	28.251	28.251	0.000	210	350050	2273800	10.273	10.273	0.000
149	350300	2273650	30.056	30.056	0.000	211	350100	2273800	11.214	11.214	0.000
150	350350	2273650	33.054	33.054	0.000	212	350150	2273800	11.083	11.083	0.000
151	350400	2273650	34.666	34.666	0.000	213	350200	2273800	12.947	12.947	0.000
152	350450	2273650	38.256	38.256	0.000	214	350250	2273800	15.970	15.970	0.000
153	350500	2273650	39.043	39.043	0.000	215	350300	2273800	18.389	18.389	0.000
154	350550	2273650	39.636	39.636	0.000	216	350350	2273800	20.698	20.698	0.000
155	350600	2273650	40.168	40.168	0.000	217	350400	2273800	22.386	22.386	0.000
156	350650	2273650	41.021	41.021	0.000	218	350450	2273800	24.091	24.091	0.000
157	349600	2273700	15.164	15.164	0.000	219	350500	2273800	25.908	25.908	0.000
158	349650	2273700	8.825	8.825	0.000	220	350550	2273800	28.168	28.168	0.000
159	349700	2273700	3.378	3.378	0.000	221	350600	2273800	29.623	29.623	0.000
160	349750	2273700	6.262	6.262	0.000	222	350650	2273800	31.377	31.377	0.000
161	349800	2273700	5.111	5.111	0.000	223	349600	2273850	17.828	18.196	2.022
162	349850	2273700	4.978	4.978	0.000	224	349650	2273850	13.137	13.277	1.054
163	349900	2273700	6.933	6.933	0.000	225	349700	2273850	8.906	8.916	0.112
164	349950	2273700	4.941	4.941	0.000	226	349750	2273850	6.816	6.816	0.000
165	350000	2273700	6.845	6.845	0.000	227	349800	2273850	2.740	2.740	0.000
166	350050	2273700	11.725	11.725	0.000	228	349850	2273850	4.201	4.201	0.000
167	350100	2273700	16.505	16.505	0.000	229	349900	2273850	2.882	2.882	0.000
168	350150	2273700	20.436	20.436	0.000	230	349950	2273850	1.936	1.936	0.000
169	350200	2273700	23.035	23.035	0.000	231	350000	2273850	5.632	5.632	0.000
170	350250	2273700	26.362	26.362	0.000	232	350050	2273850	9.354	9.354	0.000
171	350300	2273700	28.122	28.122	0.000	233	350100	2273850	8.563	8.563	0.000
172	350350	2273700	29.800	29.800	0.000	234	350150	2273850	2.469	2.469	0.000
173	350400	2273700	33.354	33.354	0.000	235	350200	2273850	5.296	5.296	0.000
174	350450	2273700	34.373	34.373	0.000	236	350250	2273850	10.327	10.327	0.000
175	350500	2273700	35.259	35.259	0.000	237	350300	2273850	12.231	12.231	0.000
176	350550	2273700	36.167	36.167	0.000	238	350350	2273850	13.014	13.014	0.000
177	350600	2273700	37.167	37.167	0.000	239	350400	2273850	15.091	15.091	0.000
178	350650	2273700	38.677	38.677	0.000	240	350450	2273850	17.521	17.521	0.000
179	349600	2273750	15.394	15.501	0.690	241	350500	2273850	19.751	19.751	0.000
180	349650	2273750	9.557	9.557	0.000	242	350550	2273850	21.474	21.474	0.000
181	349700	2273750	6.820	6.820	0.000	243	350600	2273850	23.420	23.420	0.000
182	349750	2273750	8.282	8.282	0.000	244	350650	2273850	25.778	25.778	0.000
183	349800	2273750	7.377	7.377	0.000	245	349600	2273900	17.109	18.174	5.860
184	349850	2273750	4.825	4.825	0.000	246	349650	2273900	11.464	12.138	5.553
185	349900	2273750	1.209	1.209	0.000	247	349700	2273900	4.875	5.036	3.197
186	349950	2273750	4.603	4.603	0.000	248	349750	2273900	4.016	4.024	0.199

Tabla A4.14 Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia

Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %	Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %
249	349800	2273900	3.974	3.971	0.000	311	349600	2274050	17.523	21.067	16.823
250	349850	2273900	8.230	8.230	0.000	312	349650	2274050	13.254	17.291	23.347
251	349900	2273900	9.366	9.366	0.000	313	349700	2274050	10.211	13.299	23.220
252	349950	2273900	8.313	8.313	0.000	314	349750	2274050	8.994	9.884	9.004
253	350000	2273900	8.350	8.350	0.000	315	349800	2274050	9.055	9.116	0.669
254	350050	2273900	10.411	10.411	0.000	316	349850	2274050	9.739	9.761	0.225
255	350100	2273900	9.890	9.890	0.000	317	349900	2274050	9.516	9.537	0.220
256	350150	2273900	6.695	6.695	0.000	318	349950	2274050	8.667	8.633	0.000
257	350200	2273900	5.882	5.882	0.000	319	350000	2274050	7.762	7.763	0.013
258	350250	2273900	8.253	8.253	0.000	320	350050	2274050	8.087	8.088	0.012
259	350300	2273900	6.736	6.736	0.000	321	350100	2274050	7.460	7.460	0.000
260	350350	2273900	1.632	1.632	0.000	322	350150	2274050	8.703	8.703	0.000
261	350400	2273900	7.926	7.926	0.000	323	350200	2274050	9.739	9.739	0.000
262	350450	2273900	9.946	9.946	0.000	324	350250	2274050	9.788	9.788	0.000
263	350500	2273900	11.617	11.617	0.000	325	350300	2274050	10.568	10.568	0.000
264	350550	2273900	13.320	13.320	0.000	326	350350	2274050	10.813	10.813	0.000
265	350600	2273900	15.565	15.565	0.000	327	350400	2274050	9.613	9.613	0.000
266	350650	2273900	18.865	18.865	0.000	328	350450	2274050	7.420	7.420	0.000
267	349600	2273950	16.730	19.893	15.900	329	350500	2274050	6.027	6.027	0.000
268	349650	2273950	12.072	15.623	22.729	330	350550	2274050	4.097	4.097	0.000
269	349700	2273950	8.981	11.697	23.220	331	350600	2274050	5.110	5.114	0.078
270	349750	2273950	7.940	8.834	10.120	332	350650	2274050	11.779	11.827	0.406
271	349800	2273950	8.084	8.172	1.077	333	349600	2274100	18.382	19.780	7.068
272	349850	2273950	9.319	9.307	0.000	334	349650	2274100	14.346	15.551	7.749
273	349900	2273950	10.024	10.024	0.000	335	349700	2274100	10.264	10.895	5.792
274	349950	2273950	10.586	10.586	0.000	336	349750	2274100	7.865	8.023	1.969
275	350000	2273950	10.932	10.932	0.000	337	349800	2274100	9.881	10.034	1.525
276	350050	2273950	11.079	11.079	0.000	338	349850	2274100	11.745	12.181	3.579
277	350100	2273950	9.820	9.820	0.000	339	349900	2274100	11.570	12.040	3.904
278	350150	2273950	6.374	6.374	0.000	340	349950	2274100	9.192	9.388	2.088
279	350200	2273950	3.804	3.804	0.000	341	350000	2274100	5.832	5.839	0.120
280	350250	2273950	6.150	6.150	0.000	342	350050	2274100	4.493	4.494	0.022
281	350300	2273950	8.784	8.784	0.000	343	350100	2274100	6.026	6.026	0.000
282	350350	2273950	8.953	8.953	0.000	344	350150	2274100	10.271	10.271	0.000
283	350400	2273950	7.069	7.069	0.000	345	350200	2274100	11.549	11.549	0.000
284	350450	2273950	2.203	2.203	0.000	346	350250	2274100	10.141	10.141	0.000
285	350500	2273950	3.470	9.470	0.000	347	350300	2274100	6.544	6.544	0.000
286	350550	2273950	4.429	4.429	0.000	348	350350	2274100	6.198	6.198	0.000
287	350600	2273950	5.164	5.164	0.000	349	350400	2274100	3.901	3.901	0.000
288	350650	2273950	11.421	11.421	0.000	350	350450	2274100	5.371	5.371	0.000
289	349600	2274000	15.932	21.042	24.285	351	350500	2274100	4.226	4.226	0.000
290	349650	2274000	9.297	17.111	45.667	352	350550	2274100	3.414	3.414	0.000
291	349700	2274000	0.000	12.417	100.000	353	350600	2274100	6.218	6.230	0.193
292	349750	2274000	4.449	6.162	27.799	354	350650	2274100	12.283	12.399	0.936
293	349800	2274000	4.218	4.219	0.024	355	349600	2274150	17.065	17.534	2.675
294	349850	2274000	5.319	5.320	0.019	356	349650	2274150	12.187	12.443	2.057
295	349900	2274000	2.841	2.840	0.000	357	349700	2274150	7.418	7.472	0.723
296	349950	2274000	5.722	5.722	0.000	358	349750	2274150	4.724	4.793	1.440
297	350000	2274000	4.736	4.736	0.000	359	349800	2274150	8.535	9.452	9.702
298	350050	2274000	7.455	7.455	0.000	360	349850	2274150	10.239	12.850	20.319
299	350100	2274000	4.906	4.906	0.000	361	349900	2274150	9.655	13.099	26.292
300	350150	2274000	6.169	6.169	0.000	362	349950	2274150	8.419	10.380	18.892
301	350200	2274000	5.156	5.156	0.000	363	350000	2274150	6.421	6.890	6.807
302	350250	2274000	2.908	2.908	0.000	364	350050	2274150	6.730	6.770	0.591
303	350300	2274000	9.118	9.118	0.000	365	350100	2274150	7.893	7.893	0.000
304	350350	2274000	11.049	11.049	0.000	366	350150	2274150	9.898	9.898	0.000
305	350400	2274000	9.675	9.675	0.000	367	350200	2274150	10.089	10.089	0.000
306	350450	2274000	5.952	5.952	0.000	368	350250	2274150	8.970	8.970	0.000
307	350500	2274000	4.473	4.473	0.000	369	350300	2274150	7.115	7.115	0.000
308	350550	2274000	4.834	4.834	0.000	370	350350	2274150	7.225	7.225	0.000
309	350600	2274000	6.469	6.469	0.000	371	350400	2274150	7.093	7.093	0.000
310	350650	2274000	10.963	10.986	0.209	372	350450	2274150	6.222	6.225	0.048

Tabla A4.15 Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia

Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %	Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %
373	350500	2274150	7.057	7.058	0.014	435	350300	2274300	5.661	5.661	0.000
374	350550	2274150	7.126	7.130	0.056	436	350350	2274300	2.287	2.287	0.000
375	350600	2274150	8.914	9.010	1.065	437	350400	2274300	4.804	4.804	0.000
376	350650	2274150	14.020	14.342	2.245	438	350450	2274300	5.283	5.769	8.424
377	349600	2274200	15.337	15.473	0.879	439	350500	2274300	6.542	10.984	40.441
378	349650	2274200	9.249	9.297	0.516	440	350550	2274300	0.000	15.022	100.000
379	349700	2274200	1.094	1.094	0.000	441	350600	2274300	9.343	18.693	50.019
380	349750	2274200	7.451	7.863	5.240	442	350650	2274300	16.139	22.249	27.462
381	349800	2274200	9.898	12.118	18.320	443	349600	2274350	12.324	12.326	0.016
382	349850	2274200	7.786	14.234	45.300	444	349650	2274350	7.170	7.173	0.042
383	349900	2274200	0.000	14.568	100.000	445	349700	2274350	6.329	6.337	0.126
384	349950	2274200	7.470	13.334	43.978	446	349750	2274350	9.371	9.501	1.368
385	350000	2274200	8.871	10.620	16.469	447	349800	2274350	9.697	10.004	3.069
386	350050	2274200	5.145	5.347	3.778	448	349850	2274350	7.642	7.961	4.007
387	350100	2274200	3.961	3.964	0.076	449	349900	2274350	7.690	7.870	2.287
388	350150	2274200	7.719	7.719	0.000	450	349950	2274350	6.196	6.231	0.562
389	350200	2274200	4.313	4.313	0.000	451	350000	2274350	1.967	1.968	0.051
390	350250	2274200	2.918	2.918	0.000	452	350050	2274350	7.028	7.084	0.791
391	350300	2274200	7.560	7.560	0.000	453	350100	2274350	9.137	9.287	1.615
392	350350	2274200	7.723	7.723	0.000	454	350150	2274350	7.908	7.995	1.088
393	350400	2274200	5.845	5.846	0.017	455	350200	2274350	4.548	4.548	0.000
394	350450	2274200	4.340	4.342	0.046	456	350250	2274350	6.792	6.784	0.000
395	350500	2274200	3.195	3.195	0.000	457	350300	2274350	8.515	8.515	0.000
396	350550	2274200	5.955	6.103	2.425	458	350350	2274350	7.459	7.459	0.000
397	350600	2274200	11.734	12.453	5.774	459	350400	2274350	6.010	6.010	0.000
398	350650	2274200	16.371	17.497	6.435	460	350450	2274350	6.008	6.187	2.893
399	349600	2274250	14.084	14.120	0.255	461	350500	2274350	8.146	9.961	18.221
400	349650	2274250	10.334	10.336	0.019	462	350550	2274350	10.341	14.903	30.611
401	349700	2274250	9.400	9.446	0.487	463	350600	2274350	13.809	19.251	28.269
402	349750	2274250	10.682	11.051	3.339	464	350650	2274350	18.315	22.939	20.158
403	349800	2274250	11.233	12.532	10.365	465	349600	2274400	14.459	14.482	0.159
404	349850	2274250	10.229	13.035	21.527	466	349650	2274400	8.837	8.830	0.000
405	349900	2274250	9.532	13.274	28.190	467	349700	2274400	6.472	6.571	1.507
406	349950	2274250	10.152	12.747	20.358	468	349750	2274400	9.354	10.188	8.186
407	350000	2274250	9.813	10.841	9.483	469	349800	2274400	10.159	12.541	18.994
408	350050	2274250	8.219	8.370	1.804	470	349850	2274400	9.497	12.865	26.180
409	350100	2274250	7.966	7.971	0.063	471	349900	2274400	9.158	11.352	19.327
410	350150	2274250	8.032	8.032	0.000	472	349950	2274400	7.205	7.825	7.923
411	350200	2274250	7.241	7.238	0.000	473	350000	2274400	6.614	6.717	1.533
412	350250	2274250	6.990	6.990	0.000	474	350050	2274400	9.127	9.605	4.977
413	350300	2274250	7.939	7.939	0.000	475	350100	2274400	9.720	11.285	13.868
414	350350	2274250	6.749	6.749	0.000	476	350150	2274400	8.340	10.549	20.940
415	350400	2274250	5.366	5.383	0.316	477	350200	2274400	7.228	8.467	14.633
416	350450	2274250	7.760	8.063	3.758	478	350250	2274400	8.905	9.366	4.922
417	350500	2274250	8.028	9.472	15.245	479	350300	2274400	9.864	9.988	1.241
418	350550	2274250	8.491	11.820	28.164	480	350350	2274400	7.415	7.435	0.269
419	350600	2274250	11.898	15.902	25.179	481	350400	2274400	3.885	3.886	0.026
420	350650	2274250	16.573	20.094	17.523	482	350450	2274400	4.349	4.351	0.046
421	349600	2274300	10.931	10.928	0.000	483	350500	2274400	8.511	8.829	3.602
422	349650	2274300	2.863	2.864	0.035	484	350550	2274400	12.922	14.111	8.426
423	349700	2274300	6.841	6.854	0.190	485	350600	2274400	16.712	18.566	9.986
424	349750	2274300	10.240	10.314	0.717	486	350650	2274400	20.407	22.580	9.624
425	349800	2274300	9.461	9.615	1.602	487	349600	2274450	16.932	16.950	0.106
426	349850	2274300	5.723	5.912	3.197	488	349650	2274450	12.318	12.317	0.000
427	349900	2274300	7.879	7.699	4.156	489	349700	2274450	9.035	9.166	1.429
428	349950	2274300	8.973	9.281	3.319	490	349750	2274450	8.574	9.894	13.341
429	350000	2274300	7.109	7.225	1.606	491	349800	2274450	7.262	12.709	42.859
430	350050	2274300	1.400	1.401	0.071	492	349850	2274450	0.000	14.229	100.000
431	350100	2274300	5.788	5.788	0.000	493	349900	2274450	7.583	13.585	44.181
432	350150	2274300	3.069	3.069	0.000	494	349950	2274450	9.167	10.986	16.557
433	350200	2274300	3.609	3.609	0.000	495	350000	2274450	6.815	7.103	4.055
434	350250	2274300	4.125	4.125	0.000	496	350050	2274450	6.280	6.832	8.080

Tabla A4.16 Datos de desviación estándar de estimación y cálculo de la ganancia

Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %	Punto	X m	Y m	$\sigma^2 E_{n+1}$ %	$\sigma^2 E_n$ %	Ganancia %
497	350100	2274450	6.734	10.618	36.579	559	349900	2274600	7.281	7.327	0.628
498	350150	2274450	0.000	12.243	100.000	560	349950	2274600	3.927	3.935	0.203
499	350200	2274450	7.674	12.452	38.371	561	350000	2274600	2.846	2.847	0.035
500	350250	2274450	10.468	12.123	13.652	562	350050	2274600	4.408	4.410	0.045
501	350300	2274450	9.583	9.937	3.562	563	350100	2274600	7.315	7.314	0.000
502	350350	2274450	5.869	5.869	0.000	564	350150	2274600	7.603	7.604	0.013
503	350400	2274450	6.608	6.608	0.000	565	350200	2274600	8.343	8.340	0.000
504	350450	2274450	8.490	8.488	0.000	566	350250	2274600	7.740	7.737	0.000
505	350500	2274450	8.972	9.031	0.653	567	350300	2274600	6.337	6.337	0.000
506	350550	2274450	11.758	12.030	2.261	568	350350	2274600	6.700	6.700	0.000
507	350600	2274450	16.323	16.932	3.597	569	350400	2274600	8.652	8.652	0.000
508	350650	2274450	20.726	21.584	3.975	570	350450	2274600	6.372	6.372	0.000
509	349600	2274500	18.679	18.714	0.187	571	350500	2274600	4.877	4.880	0.061
510	349650	2274500	12.670	12.690	0.158	572	350550	2274600	12.345	12.337	0.000
511	349700	2274500	5.049	5.050	0.020	573	350600	2274600	18.537	18.571	0.183
512	349750	2274500	5.962	6.299	5.350	574	350650	2274600	23.585	23.667	0.346
513	349800	2274500	9.724	11.910	18.354	575	349600	2274650	31.124	30.967	0.000
514	349850	2274500	10.508	14.294	26.487	576	349650	2274650	28.885	28.649	0.000
515	349900	2274500	11.165	14.096	20.793	577	349700	2274650	26.466	26.338	0.000
516	349950	2274500	10.648	11.812	9.854	578	349750	2274650	23.850	23.839	0.000
517	350000	2274500	7.976	8.251	3.333	579	349800	2274650	20.630	20.627	0.000
518	350050	2274500	7.306	7.446	1.880	580	349850	2274650	16.503	16.479	0.000
519	350100	2274500	8.544	9.571	10.730	581	349900	2274650	11.901	11.874	0.000
520	350150	2274500	7.638	9.417	18.891	582	349950	2274650	9.806	9.800	0.000
521	350200	2274500	7.987	9.265	13.794	583	350000	2274650	10.349	10.348	0.000
522	350250	2274500	9.948	10.514	5.383	584	350050	2274650	10.575	10.571	0.000
523	350300	2274500	9.568	9.711	1.473	585	350100	2274650	7.830	7.829	0.000
524	350350	2274500	7.234	7.234	0.000	586	350150	2274650	3.991	3.991	0.000
525	350400	2274500	7.265	7.265	0.000	587	350200	2274650	7.570	7.569	0.000
526	350450	2274500	6.864	6.863	0.000	588	350250	2274650	5.348	5.347	0.000
527	350500	2274500	2.416	2.416	0.000	589	350300	2274650	6.310	6.310	0.000
528	350550	2274500	8.417	8.460	0.508	590	350350	2274650	11.484	11.482	0.000
529	350600	2274500	15.281	15.461	1.164	591	350400	2274650	13.967	13.964	0.000
530	350650	2274500	20.759	21.114	1.681	592	350450	2274650	14.728	14.727	0.000
531	349600	2274550	22.560	22.579	0.084	593	350500	2274650	15.893	15.921	0.176
532	349650	2274550	18.528	18.498	0.000	594	350550	2274650	19.035	19.063	0.147
533	349700	2274550	15.241	15.224	0.000	595	350600	2274650	23.071	23.003	0.000
534	349750	2274550	14.097	14.222	0.879	596	350650	2274650	26.864	26.898	0.126
535	349800	2274550	14.102	14.591	3.351	597	349600	2274700	34.440	34.019	0.000
536	349850	2274550	13.463	14.244	5.483	598	349650	2274700	32.457	32.212	0.000
537	349900	2274550	12.111	12.778	5.220	599	349700	2274700	30.447	30.245	0.000
538	349950	2274550	10.606	10.925	2.920	600	349750	2274700	28.220	28.201	0.000
539	350000	2274550	8.830	8.901	0.798	601	349800	2274700	25.816	25.729	0.000
540	350050	2274550	7.883	7.904	0.266	602	349850	2274700	23.192	23.072	0.000
541	350100	2274550	8.561	8.604	0.500	603	349900	2274700	20.832	20.779	0.000
542	350150	2274550	6.129	6.141	0.195	604	349950	2274700	19.350	19.320	0.000
543	350200	2274550	4.579	4.579	0.000	605	350000	2274700	18.542	18.505	0.000
544	350250	2274550	8.320	8.333	0.156	606	350050	2274700	17.661	17.588	0.000
545	350300	2274550	7.434	7.438	0.054	607	350100	2274700	16.244	16.237	0.000
546	350350	2274550	6.242	6.243	0.016	608	350150	2274700	15.244	15.200	0.000
547	350400	2274550	6.762	6.762	0.000	609	350200	2274700	15.162	15.142	0.000
548	350450	2274550	0.864	0.864	0.000	610	350250	2274700	15.259	15.253	0.000
549	350500	2274550	6.333	6.334	0.016	611	350300	2274700	16.250	16.235	0.000
550	350550	2274550	11.154	11.171	0.152	612	350350	2274700	18.391	18.371	0.000
551	350600	2274550	16.557	16.627	0.421	613	350400	2274700	20.436	20.410	0.000
552	350650	2274550	21.673	21.824	0.692	614	350450	2274700	22.049	22.048	0.000
553	349600	2274600	27.196	27.099	0.000	615	350500	2274700	23.655	23.721	0.278
554	349650	2274600	24.409	24.333	0.000	616	350550	2274700	25.754	25.854	0.387
555	349700	2274600	21.885	21.808	0.000	617	350600	2274700	28.265	28.413	0.521
556	349750	2274600	19.612	19.595	0.000	618	350650	2274700	31.027	31.116	0.286
557	349800	2274600	17.014	17.083	0.404						
558	349850	2274600	13.129	13.213	-0.636						

## ANEXO 5 TEORÍA DE DECISIONES

Construir un edificio o una casa en donde el subsuelo está conformado por arcillas expansivas implica casi siempre una toma de decisiones en condiciones en las que prevalece cierta incertidumbre.

La teoría de la probabilidad y en particular la teoría de las decisiones permiten definir modelos para representar y guiar la toma de decisiones (Auvinet, 1976).

En la Figura A5.1 se presenta un esquema considerado generalmente por la teoría de las decisiones: a partir de una información previa, que en este caso puede incluir toda clase de evidencias externas o directas en cuanto al riesgo que implica cimentar en una zona de riesgo medio, directamente relacionado con el potencial expansivo del suelo, se tiene que tomar alguna de varias acciones posibles ( $a_1$  y  $a_2$ ) cada una de las cuales puede conducir a resultados diferentes. En el ejemplo de la Figura A5.1 se puede observar que dependiendo del tipo de cimentación que se elija se podrá o no tener un comportamiento satisfactorio. La información previa referente a la probabilidad del potencial expansivo del suelo para el caso del riesgo medio queda determinada con una probabilidad de 0.70 de suelo potencial expansivo alto y 0.30 bajo en ambas acciones que consiste en construir zapatas aisladas o pilotes. Posteriormente, se asignan probabilidades a esas acciones dependiendo de si el comportamiento que se espera es satisfactorio o no, éstas pueden dar una idea por burda que sea, de las probabilidades  $P_{11}$ ,  $P_{12}$ ,  $P_{21}$ ,  $P_{22}$ ,  $P_{31}$ ,  $P_{32}$ ,  $P_{41}$  y  $P_{42}$  con las que pueden presentarse respectivamente las alternativas anteriores. Los resultados a los que se llegará, tienen obviamente diversos grados de aceptación por parte de la persona a quien atañe la decisión. Es posible asociar a cada resultado posible un escalor que represente la aceptación correspondiente, se define así una función  $U$  en general llamada "utilidad" y que refleja los beneficios o pérdidas, monetarias o subjetivos (prestigio, tiempo, etc.), registrados a consecuencia del resultado obtenido. Es usual expresar la utilidad en unidades monetarias aun cuando esto implique cuantificar ciertos elementos en general imponderables. Definidas las utilidades asociadas a cada resultado es fácil mostrar que un criterio de decisión consistente con las preferencias así marcadas es el de optar por la acción que lleva a la utilidad esperada máxima. En este caso la utilidad esperada para cada acción analizada es igual al costo multiplicado por su respectiva probabilidad.

Conviene observar que el criterio así definido puede llevar personas con información y preparación diferentes a decisiones también diferentes: en cada caso particular se llega sin embargo a una decisión lógica.

Las dificultades encontradas para definir una función de utilidad adecuada no pueden resolverse ignorándolas, ya que esto equivaldría a preferir tomar la decisión sin analizar seriamente las consecuencias.

El problema de asignar probabilidades es más delicado. Puede ocurrir que al tratar de expresar su evaluación de la situación en términos probabilísticas el encargado de la decisión no lo pueda hacer con el realismo adecuado. En estas condiciones una decisión intuitiva que omita éste puede ser mejor o equivalente a la aplicación del criterio anterior.

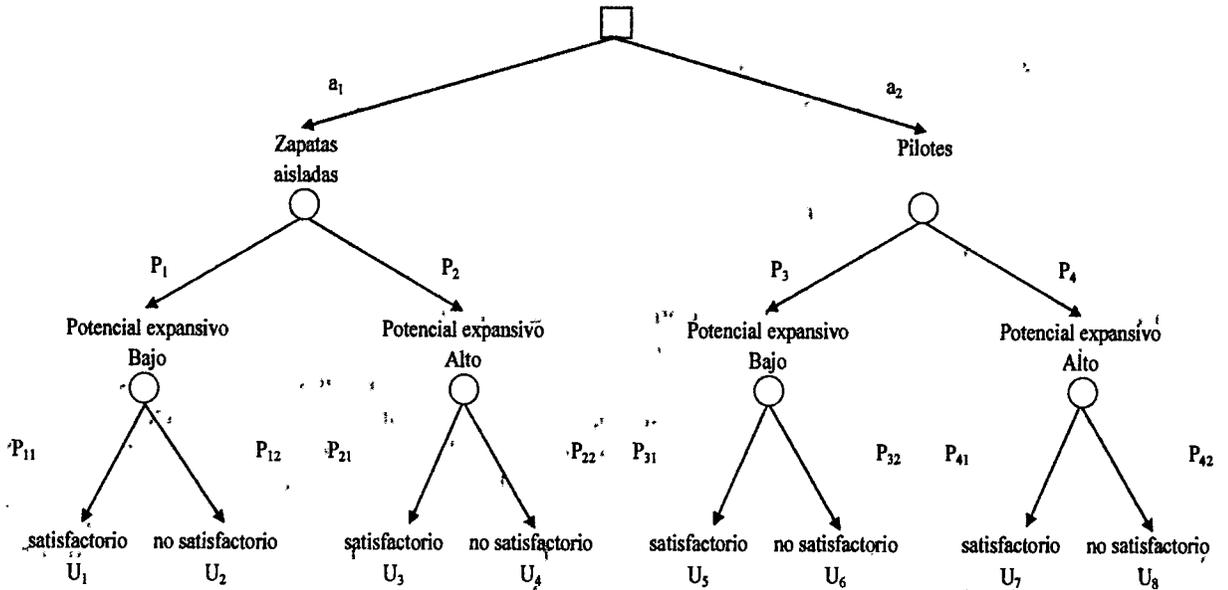


Figura A5.1 Modelo de toma de decisiones aplicado a cimentación en zona de riesgo medio

La toma de decisión versará en si se construye una cimentación superficial o a base de pilotes en la zona de riesgo medio. En la Tabla A5.1 se presenta un estimado de los costos para evaluar cual es la mejor alternativa.

Tabla A5.1 Costos para una cimentación

Tipo de cimentación	Costo inicial \$	Costos por posibles reparaciones \$
Zapatas aisladas	40600	81200
Pilotes	56100	112200

Bajo un análisis tradicional la mejor solución sería a base de zapatas aisladas, ya que el costo inicial de este tipo de cimentación es inferior al de la solución con pilotes. No obstante, se descarta un factor primordial que es el comportamiento satisfactorio que pueda tener la cimentación al ser construida en una zona de riesgo medio el cual, en caso de ser adverso, llevaría a un costo adicional por reparación tanto de la cimentación como de la estructura. El análisis y los resultados de todos los factores anteriores se presentan en la Figura A.5.2.

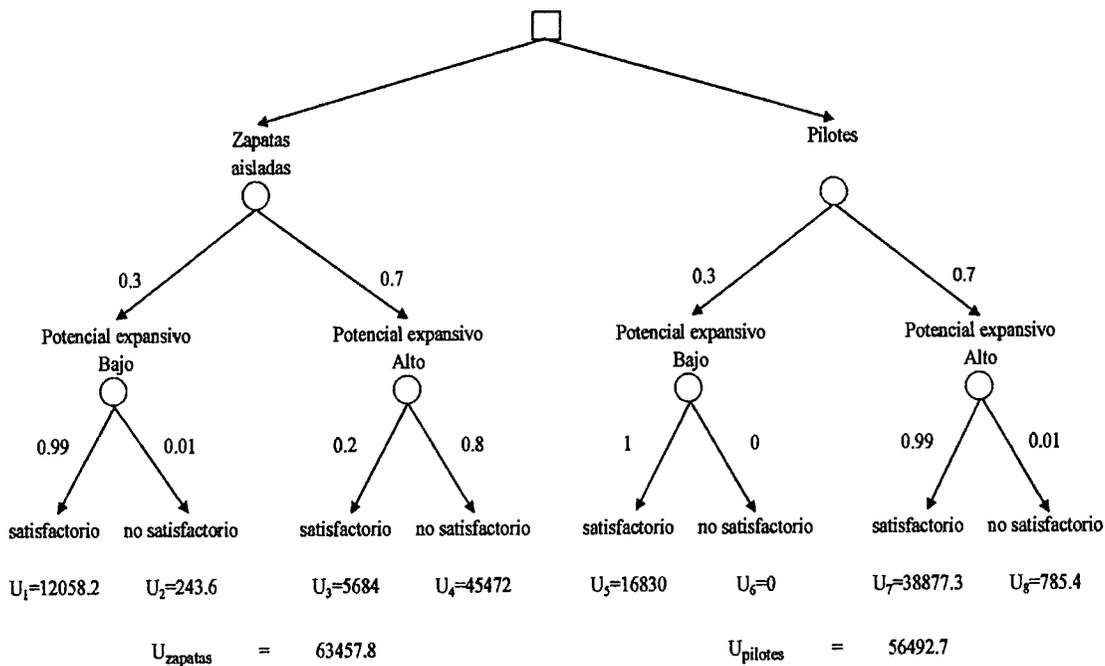


Figura A5.2 Análisis de toma de decisiones aplicado a cimentación en zona de riesgo medio

Por tanto, del análisis de toma de decisiones se puede concluir que, para las zonas de riesgo medio, la mejor alternativa es construir una cimentación a base de pilotes ya que a largo plazo el comportamiento será satisfactorio y la esperanza del costo finalmente menor que para la opción a base de zapatas aisladas.

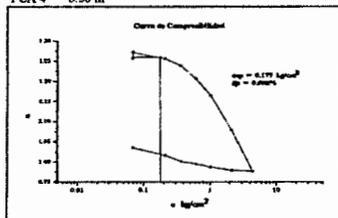


ANEXO 6 ENSAYES

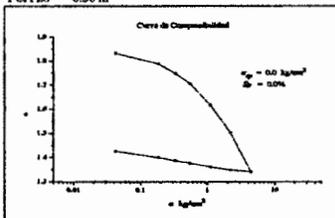
Tabla 6.1 Resumen de parámetros de ensayos de expansión

Ensaye	PCA	Prof. (m)	w <sub>L</sub> (%)	PI (%)	CL (%)	w (%)	γ <sub>d</sub> (kg/m <sup>3</sup> )	S <sub>r</sub> (%)	S <sub>p</sub> (%)	σ <sub>sp</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
1	4	0.50	51	24	13.2	37.7	1171.2	79.0	0.688	0.177
2	28	0.50	56	37	14.5	42.2	930.1	60.4	0.000	0.000
3	28	1.50	53	19	8.7	39.0	1110.5	74.9	0.047	0.049
4	29	0.50	55	33	15.5	20.4	1381.5	58.9	3.668	1.123
5	29	1.50	54	33	15.5	24.9	1426.3	77.2	3.132	2.094
6	37	0.90	52	20	14.3	39.3	1150.2	80.0	0.000	0.000
7	43	0.50	54	21	15.4	50.7	1017.7	83.8	0.331	0.051
8	49	0.50	57	27	16.4	32.9	1299.5	84.0	1.289	0.286
9	55	0.50	57	25	17.8	39.7	1153.5	81.1	0.984	0.208

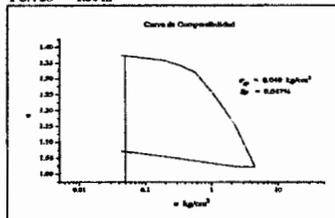
PCA 4 0.50 m



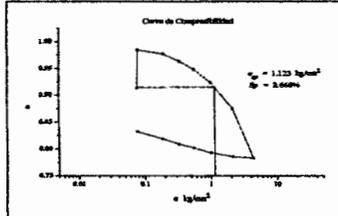
PCA 28 0.50 m



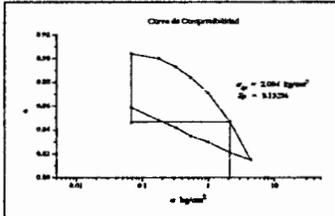
PCA 28 1.50 m



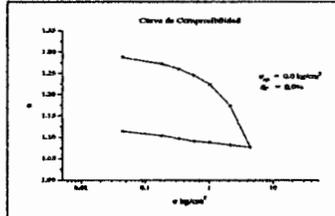
PCA 29 0.50 m



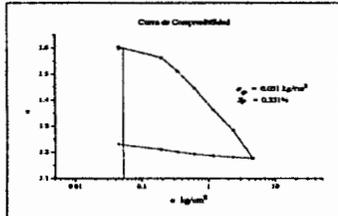
PCA 29 1.50 m



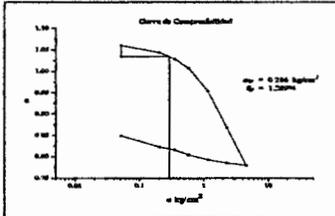
PCA 37 0.90 m



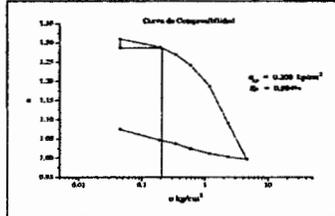
PCA 43 0.50 m



PCA 49 0.50 m



PCA 55 0.50 m



ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-4,
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	141.540	gr	V <sub>i</sub>	87.793	cm <sup>3</sup>	γ <sub>m</sub>	1612.201 kg/m <sup>3</sup>	w	37.657	%
Ws	102.821	gr	V <sub>v</sub>	48.993	cm <sup>3</sup>	γ <sub>d</sub>	1171.173 kg/m <sup>3</sup>	e	1.263	
Ww	38.719	gr	V <sub>s</sub>	38.800	cm <sup>3</sup>	S <sub>s</sub>	2.650	S <sub>r</sub>	79.031	%

Δq	Σq	σ	Lect. Micr.	Δ corr	Δh	V <sub>v</sub>	e
kg	kg	kg/cm <sup>2</sup>	mm		mm	cm <sup>3</sup>	
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	20.000	48.993	1.263
0.315	0.315	0.070	12.644	0.051	19.949	48.770	1.257
0.000	0.315	0.070	12.781	-0.086	20.086	49.372	1.272
0.655	-0.970	0.215	12.606	0.064	19.937	48.714	1.256
0.700	1.670	0.370	12.441	0.211	19.789	48.067	1.239
1.100	2.770	0.614	12.144	0.495	19.505	46.818	1.207
1.873	4.643	1.029	11.758	0.866	19.134	45.191	1.165
4.993	9.636	2.136	10.973	1.623	18.377	41.868	1.079
10.114	19.750	4.378	10.003	2.525	17.475	37.910	0.977
		2.136	10.076	2.510	17.490	37.977	0.979
		1.029	10.178	2.441	17.559	38.278	0.987
		0.614	10.262	2.365	17.635	38.612	0.995
		0.370	10.338	2.309	17.691	38.858	1.001
		0.215	10.475	2.182	17.818	39.415	1.016
		0.070	10.660	2.014	17.986	40.151	1.035
		0.000	11.290	1.405	18.595	42.827	1.104

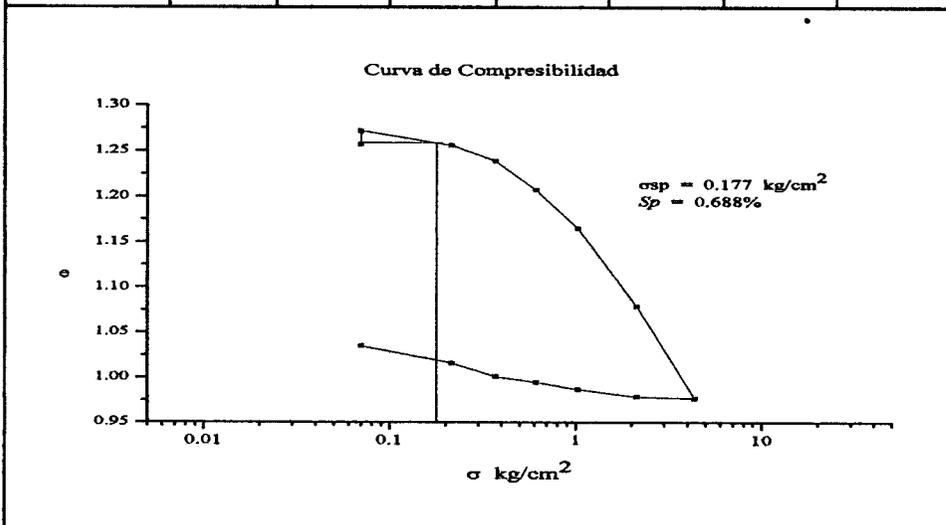


Figura A6.1 Ensaye de expansión 1

ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-28
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	120.170	gr	Vt	90.890	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1322.148 kg/m <sup>3</sup>	w	42.155	%
Ws	84.534	gr	Vv	58.990	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	930.075 kg/m <sup>3</sup>	e	1.849	
Ww	35.636	gr	Vs	31.900	cm <sup>3</sup>	Ss	2.650	Sr	60.409	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Let. Micr. mm	$\Delta corr$	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	20.700	58.990	1.849
0.200	0.200	0.043	12.593	0.102	20.598	58.544	1.835
0.000	0.200	0.043	12.570	0.124	20.576	58.444	1.832
0.646	0.846	0.184	12.228	0.447	20.253	57.027	1.788
0.679	1.525	0.331	11.933	0.737	19.963	55.756	1.748
0.997	2.522	0.548	11.610	1.041	19.659	54.418	1.706
2.548	5.070	1.102	10.930	1.697	19.003	51.540	1.616
4.993	10.063	2.187	10.084	2.515	18.185	47.949	1.503
10.245	20.308	4.413	8.877	3.691	17.009	42.785	1.341
		2.187	8.951	3.635	17.065	43.031	1.349
		1.102	9.065	3.548	17.152	43.410	1.361
		0.548	9.205	3.429	17.271	43.934	1.377
		0.331	9.294	3.355	17.345	44.257	1.387
		0.184	9.395	3.264	17.436	44.659	1.400
		0.043	9.604	3.076	17.624	45.484	1.426
		0.000	10.386	2.289	18.411	48.942	1.534

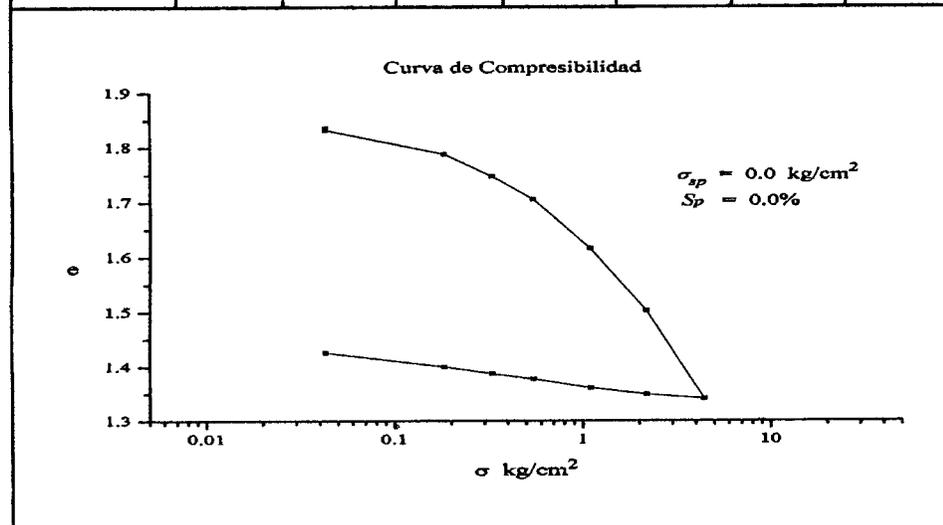


Figura A6.2 Ensaye de expansión 2

ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-28
Profundidad:	1.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	135.590	gr	Vt	87.793	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1544.428 kg/m <sup>3</sup>	w	39.073	%
Ws	97.496	gr	Vv	50.863	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1110.516 kg/m <sup>3</sup>	e	1.377	
Ww	38.094	gr	Vs	36.930	cm <sup>3</sup>	Ss	2.640	Sr	74.896	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	20.000	50.863	1.377
0.200	0.200	0.044	12.644	0.038	19.962	50.696	1.373
0.000	0.200	0.044	12.652	0.030	19.971	50.735	1.374
0.655	0.855	0.187	12.520	0.155	19.845	50.183	1.359
0.700	1.555	0.340	12.367	0.300	19.700	49.547	1.342
1.000	2.555	0.558	12.172	0.478	19.522	48.767	1.321
2.564	5.119	1.118	11.529	1.100	18.900	46.035	1.247
5.143	10.262	2.241	10.589	1.859	18.141	42.701	1.156
10.248	20.510	4.478	9.576	2.987	17.013	37.751	1.022
		2.241	9.647	2.969	17.031	37.829	1.024
		1.118	9.726	2.898	17.102	38.141	1.033
		0.558	9.812	2.824	17.176	38.464	1.042
		0.340	9.881	2.769	17.231	38.710	1.048
		0.187	9.952	2.705	17.295	38.988	1.056
		0.044	10.102	2.568	17.432	39.590	1.072
		0.000	10.290	2.405	17.595	40.304	1.091

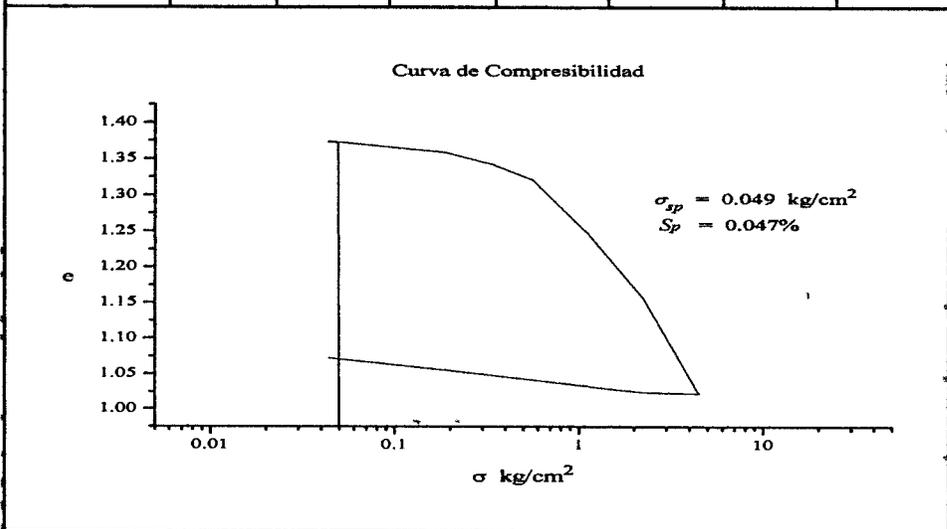


Figura A6.3 Ensaye de expansión 3

ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-29
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones - Estado Natural										
Wh	148.570	gr	Vt	89.312	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1663.494 kg/m <sup>3</sup>	w	20.413	%
Ws	123.384	gr	Vv	42.752	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1381.491 kg/m <sup>3</sup>	e	0.918	
Ww	25.186	gr	Vs	46.560	cm <sup>3</sup>	Ss	2.650	Sr	58.912	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	20.270	42.752	0.918
0.350	0.350	0.076	12.644	0.051	20.219	42.528	0.913
0.000	0.350	0.076	13.386	-0.691	20.961	45.796	0.984
0.500	0.850	0.184	13.289	-0.620	20.890	45.483	0.977
0.650	1.500	0.325	13.139	-0.478	20.748	44.856	0.963
0.997	2.497	0.541	12.957	-0.310	20.580	44.117	0.948
1.997	4.494	0.973	12.675	-0.051	20.321	42.976	0.923
5.145	9.639	2.087	12.136	0.460	19.810	40.726	0.875
10.129	19.768	4.281	11.120	1.433	18.837	36.440	0.783
		2.087	11.179	1.397	18.873	36.596	0.786
		0.973	11.285	1.321	18.949	36.932	0.793
		0.541	11.400	1.229	19.041	37.335	0.802
		0.325	11.494	1.153	19.117	37.671	0.809
		0.184	11.608	1.046	19.224	38.141	0.819
		0.076	11.765	0.909	19.361	38.745	0.832
		0.000	12.263	0.437	19.833	40.827	0.877

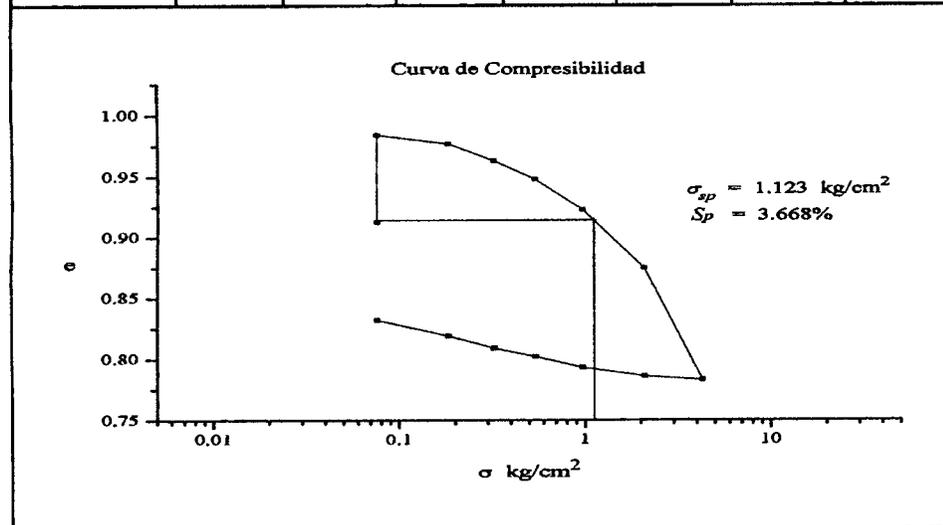


Figura A6.4 Ensaye de expansión 4

ENSAJE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-29
Profundidad:	1.50 m.

Relaciones Estado Natural											
Wh	169.050	gr	Vt	94.897	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1781.405	kg/m <sup>3</sup>	w	24.897	%
Ws	135.352	gr	Vv	43.627	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1426.299	kg/m <sup>3</sup>	e	0.851	
Ww	33.698	gr	Vs	51.270	cm <sup>3</sup>	Ss	2.640		Sr	77.241	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	21.630	43.628	0.851
0.310	0.310	0.068	12.639	0.056	21.574	43.383	0.846
0.000	0.310	0.068	13.315	-0.620	22.250	46.347	0.904
0.496	0.806	0.178	13.254	-0.574	22.204	46.146	0.900
0.646	1.452	0.321	13.155	-0.488	22.118	45.767	0.893
1.000	2.452	0.542	13.033	-0.384	22.014	45.310	0.884
1.993	4.445	0.982	12.852	-0.229	21.859	44.631	0.871
5.053	9.498	2.099	12.550	0.046	21.584	43.427	0.847
10.086	19.584	4.327	12.146	0.424	21.206	41.767	0.815
		2.099	12.240	0.348	21.282	42.101	0.821
		-0.982	12.367	0.249	21.381	42.536	0.830
		0.542	12.454	0.185	21.445	42.814	0.835
		0.321	12.543	0.109	21.521	43.149	0.842
		0.178	12.634	0.038	21.592	43.461	0.848
		0.068	12.776	-0.091	21.721	44.029	0.859
		0.000	13.058	-0.358	21.988	45.199	0.882

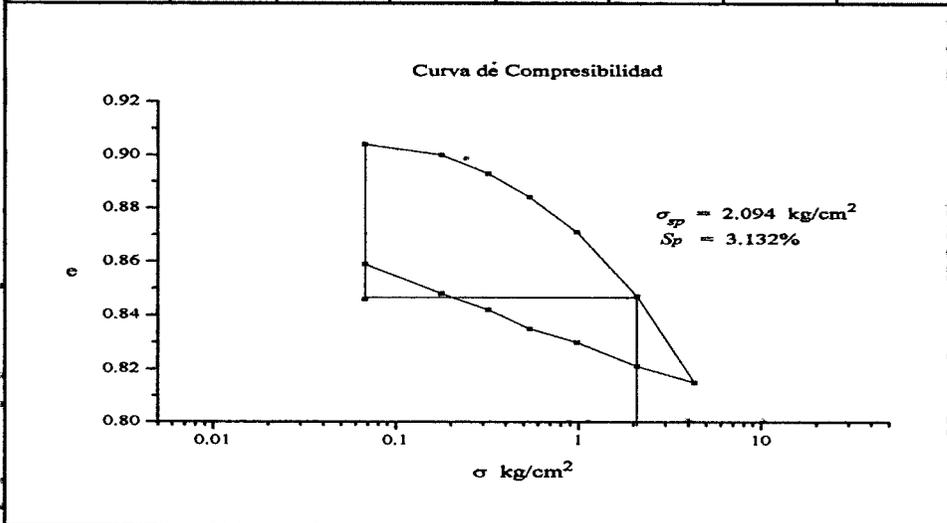


Figura A6.5 Ensaye de expansión 5

ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-37
Profundidad:	0.90 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	139.870	gr	Vt	87.301	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1602.158 kg/m <sup>3</sup>	w	39.297	%
Ws	100.411	gr	Vv	49.266	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1150.174 kg/m <sup>3</sup>	e	1.295	
Ww	39.459	gr	Vs	38.035	cm <sup>3</sup>	Ss	2.640	Sr	80.092	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	19.920	49.267	1.295
0.200	0.200	0.044	12.642	0.053	19.867	49.033	1.289
0.000	0.200	0.044	12.624	0.071	19.849	48.955	1.287
0.613	0.813	0.180	12.476	0.198	19.722	48.399	1.272
0.697	1.510	0.334	12.347	0.307	19.613	47.920	1.260
1.100	2.610	0.577	12.192	0.437	19.483	47.352	1.245
1.994	4.604	1.017	11.984	0.620	19.300	46.551	1.224
5.050	9.654	2.133	11.499	1.064	18.856	44.603	1.173
10.075	19.729	4.358	10.617	1.897	18.023	40.951	1.077
		2.133	10.696	1.852	18.068	41.152	1.082
		1.017	10.792	1.803	18.117	41.363	1.088
		0.577	10.853	1.770	18.150	41.508	1.091
		0.334	10.922	1.722	18.198	41.719	1.097
		0.180	10.996	1.664	18.256	41.976	1.104
		0.044	11.102	1.572	18.348	42.376	1.114
		0.000	10.333	2.365	17.555	38.903	1.023

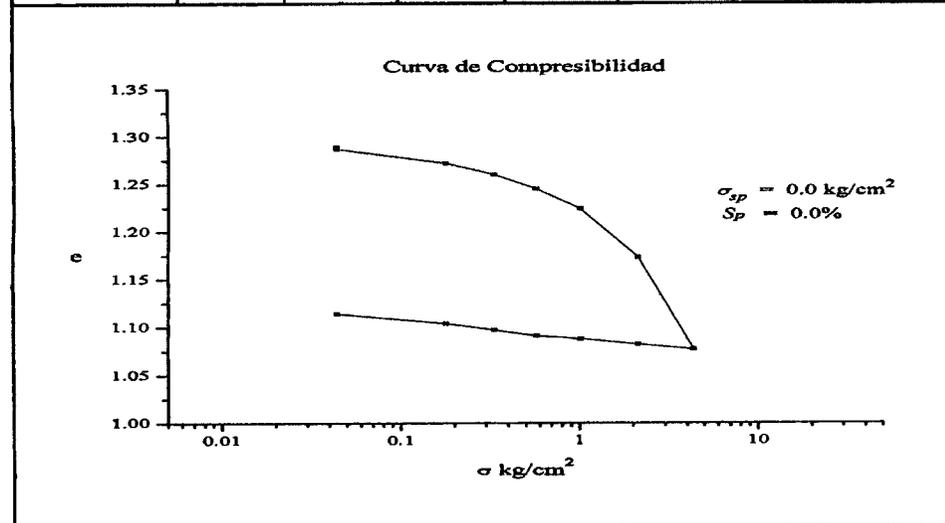


Figura A6.6 Ensaye de expansión 6

ENSAYE DE EXPANSIÓN	
Sondeo:	PCA-43
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	134.890	gr	Vt	87.934	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1533.991 kg/m <sup>3</sup>	w	50.738	%
Ws	89.486	gr	Vv	54.166	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1017.654 kg/m <sup>3</sup>	e	1.604	
Ww	45.404	gr	Vs	33.768	cm <sup>3</sup>	Ss	2.650	Sr	83.824	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	20.000	54.165	1.604
0.200	0.200	0.045	12.631	0.063	19.937	53.886	1.596
0.000	0.200	0.045	12.697	-0.003	20.003	54.177	1.604
0.674	0.874	0.195	12.367	0.310	19.690	52.803	1.564
0.667	1.541	0.344	11.948	0.714	19.286	51.027	1.511
1.200	2.741	0.613	11.425	1.224	18.776	48.783	1.445
2.548	5.289	1.182	10.767	1.862	18.138	45.980	1.362
5.131	10.420	2.328	10.140	2.459	17.541	43.355	1.284
10.043	20.463	4.573	9.276	3.277	16.723	39.759	1.177
		2.328	9.329	3.251	16.749	39.871	1.181
		1.182	9.393	3.213	16.787	40.038	1.186
		0.613	9.472	3.160	16.840	40.273	1.193
		0.344	9.555	3.099	16.901	40.541	1.201
		0.195	9.632	3.020	16.980	40.887	1.211
		0.045	9.817	2.863	17.137	41.580	1.231
		0.000	10.239	2.459	17.541	43.355	1.284

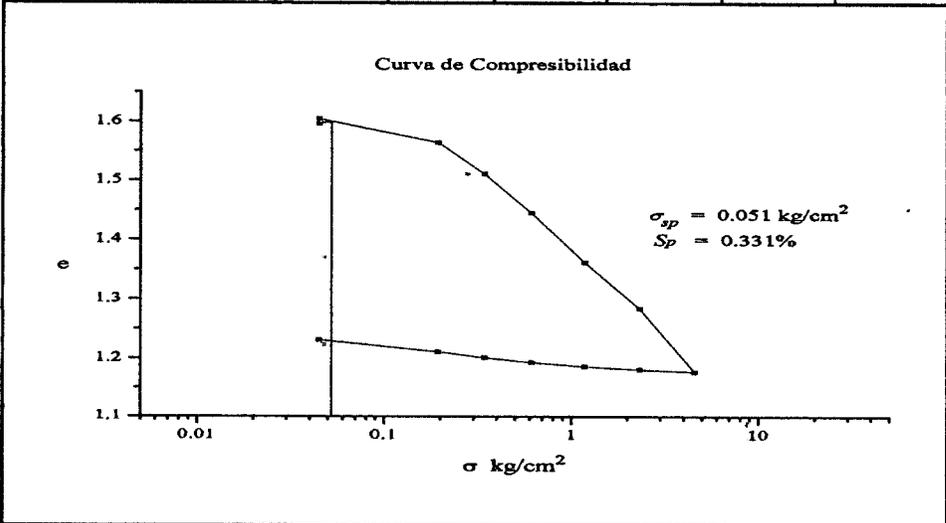


Figura A6.7 Ensaye de expansión 7

<b>ENSAYE DE EXPANSIÓN</b>	
Sondeo:	PCA-49
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	151.210	gr	Vt	87.523	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1727.660 kg/m <sup>3</sup>	w	32.952	%
Ws	113.733	gr	Vv	44.605	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1299.462 kg/m <sup>3</sup>	e	1.039	
Ww	37.477	gr	Vs	42.918	cm <sup>3</sup>	Ss	2.650	Sr	84.020	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	19.960	44.606	1.039
0.230	0.230	0.052	12.624	0.051	19.909	44.383	1.034
0.000	0.230	0.052	12.913	-0.239	20.165	45.504	1.060
0.674	0.904	0.204	12.695	-0.046	20.006	44.806	1.044
0.667	1.571	0.354	12.537	0.099	19.861	44.171	1.029
1.000	2.571	0.579	12.311	0.312	19.648	43.236	1.007
2.518	5.089	1.146	11.760	0.833	19.127	40.952	0.954
4.979	10.068	2.267	10.874	1.674	18.286	37.266	0.868
10.037	20.105	4.527	9.957	2.540	17.420	33.468	0.780
		2.267	10.053	2.489	17.471	33.691	0.785
		1.146	10.157	2.416	17.544	34.014	0.793
		0.579	10.300	2.304	17.656	34.504	0.804
		0.354	10.437	2.182	17.778	35.038	0.816
		0.204	10.526	2.113	17.847	35.339	0.823
		0.052	10.800	1.859	18.101	36.453	0.849
		0.000	11.148	1.547	18.413	37.823	0.881

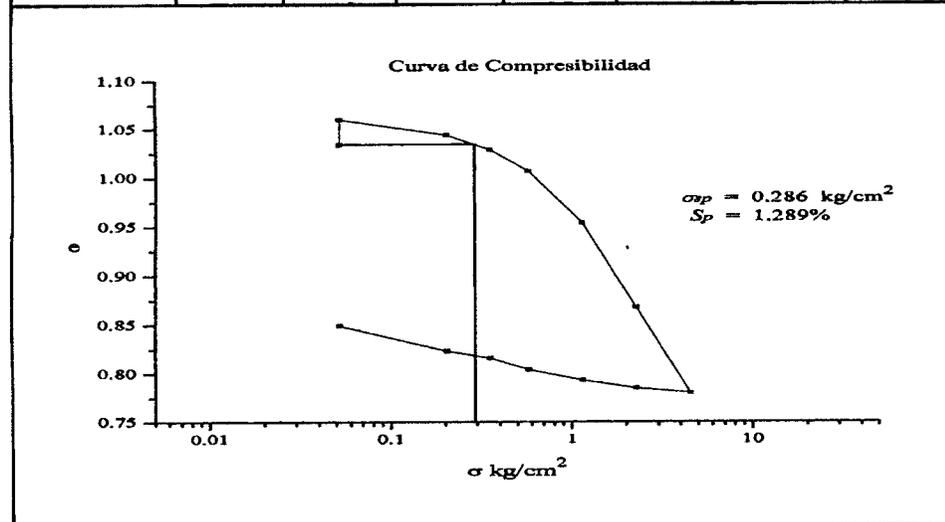


Figura A6.8 Ensaye de expansión 8

<b>ENSAYE DE EXPANSIÓN</b>	
Sondeo:	PCA-55
Profundidad:	0.50 m.

Relaciones Estado Natural										
Wh	140.820	gr	Vt	87.383	cm <sup>3</sup>	$\gamma_m$	1611.526 kg/m <sup>3</sup>	w	39.704	%
Ws	100.799	gr	Vv	49.346	cm <sup>3</sup>	$\gamma_d$	1153.529 kg/m <sup>3</sup>	e	1.297	
Ww	40.021	gr	Vs	38.037	cm <sup>3</sup>	Ss	2.650	Sr	81.104	%

$\Delta q$ kg	$\Sigma q$ kg	$\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Lect. Micr. mm	$\Delta$ corr	$\Delta h$ mm	Vv cm <sup>3</sup>	e
0.000	0.000	0.000	12.700	0.000	19.960	49.346	1.297
0.201	0.201	0.045	12.609	0.089	19.871	48.957	1.287
0.000	0.201	0.045	12.804	-0.107	20.067	49.813	1.310
0.664	0.865	0.194	12.598	0.071	19.889	49.034	1.289
0.654	1.519	0.341	12.421	0.234	19.726	48.323	1.270
1.100	2.619	0.588	12.162	0.480	19.480	47.244	1.242
2.640	5.259	1.180	11.659	0.963	18.997	45.131	1.187
5.110	10.369	2.327	10.795	1.791	18.169	41.506	1.091
10.048	20.417	4.582	9.936	2.611	17.349	37.915	0.997
		2.327	10.018	2.555	17.405	38.159	1.003
		1.180	10.122	2.482	17.478	38.482	1.012
		0.588	10.262	2.367	17.593	38.982	1.025
		0.341	10.394	2.256	17.704	39.471	1.038
		0.194	10.485	2.174	17.786	39.827	1.047
		0.045	10.749	1.930	18.030	40.895	1.075
		0.000	11.019	1.681	18.279	41.984	1.104

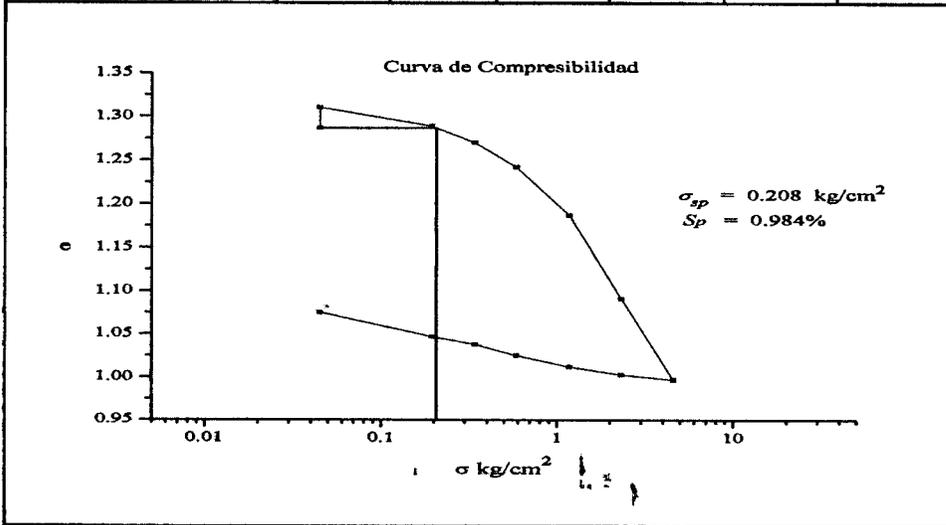
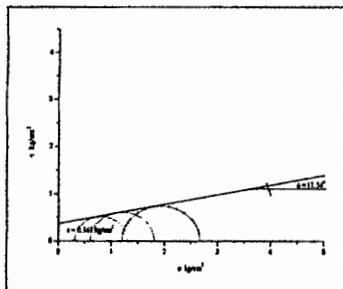


Figura A6:9 Ensaye de expansión 9

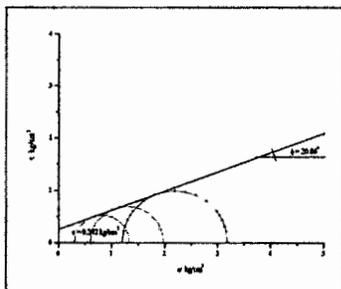
Tabla 6.2 Resumen de parámetros de ensayos triaxiales

Ensaye	PCA	Prof. (m)	w <sub>L</sub> (%)	PI (%)	CL (%)	w (%)	γ <sub>d</sub> (kg/m <sup>3</sup> )	S <sub>r</sub> (%)	c (kg/cm <sup>2</sup> )	φ (°)
1	28	0.50	55	27	11.5	40.2	1153.5	82.1	0.360	11.54
2	28	1.50	53	19	8.7	38.1	1139.5	76.5	0.257	20.06
3	28	3.10	48	17	8.9	27.8	1291.1	69.7	0.344	34.46
4	29	3.20	54	31	14.8	22.4	1382.5	64.5	1.331	42.88
5	37	0.90	53	22	10.3	40.7	1194.7	88.1	0.410	17.53
6	40	2.30	52	27	16.1	28.6	1357.9	77.7	0.597	26.41
7	40	4.20	51	24	14.7	28.1	1393.2	82.3	0.393	27.70
8	49	4.00	47	24	9.3	26.5	1369.9	74.7	0.631	23.17
9	55	2.30	54	31	14.8	22.4	1382.5	64.5	1.331	42.88

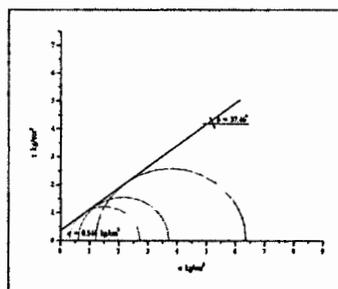
PCA 28 0.50 m



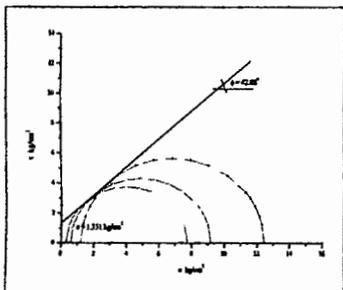
PCA 28 1.50 m



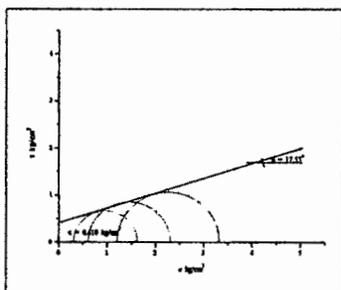
PCA 28 3.10 m



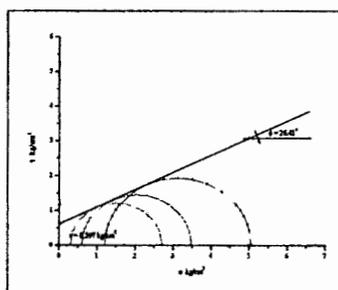
PCA 29 3.20 m



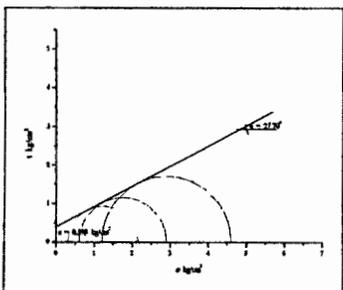
PCA 37 0.90 m



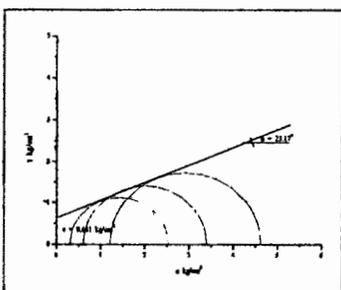
PCA 40 2.30 m



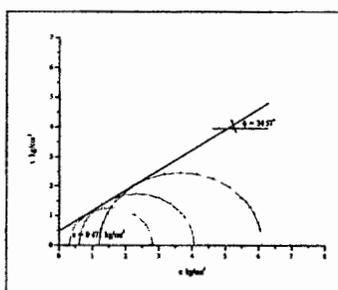
PCA 40 4.20 m



PCA 49 4.00 m



PCA 55 2.30 m



Ensaye Triaxial				
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).			
PCA	28	Prof.	0.50	m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensaye	
			$w$ %		$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	
1	0.000	0.536	40.207		0.360	
2	0.300	1.014	$S_s$	2.650	$\phi$ grados	11.540
3	0.600	1.213	$e$	1.300	$r$	0.996
4	1.200	1.473	$S_r$ %	82.139	$N_c$	9.059
			$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1616.963	$N_q$	2.850
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1153.464	$N_\gamma$	1.575

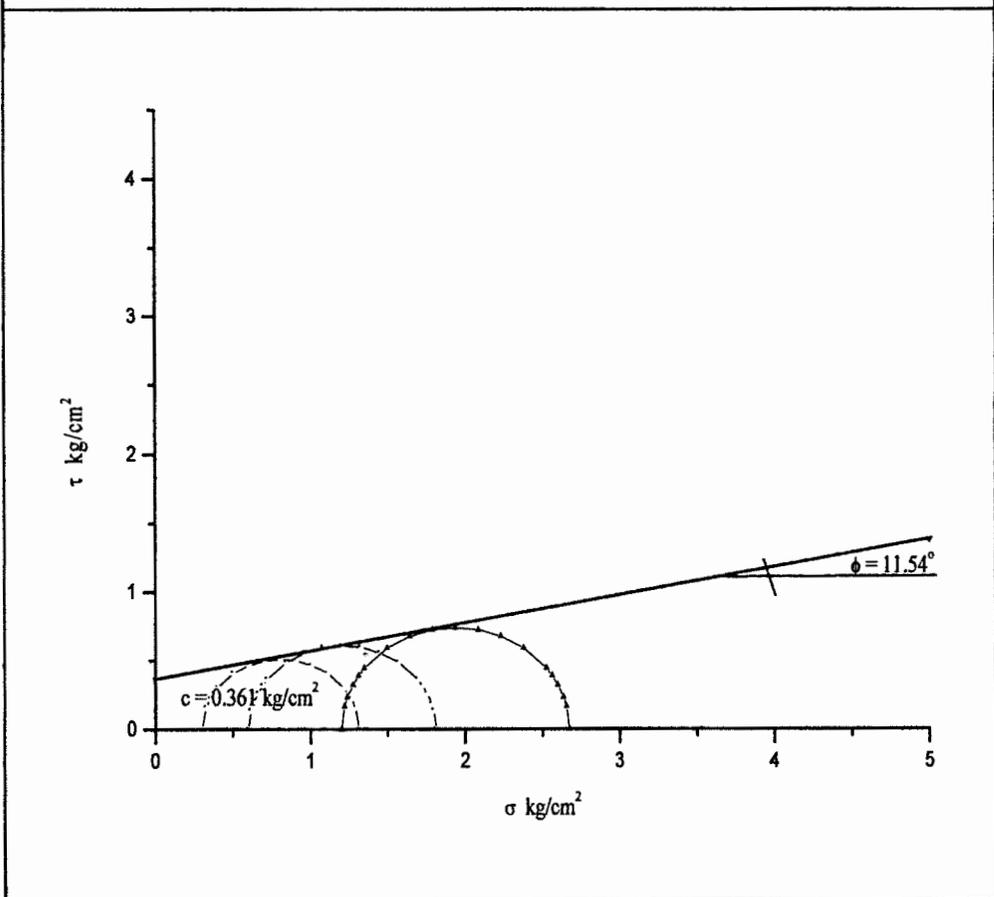


Figura A6.10 Ensaye triaxial 1

<b>Ensaye Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	28	Prof.	1.50 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensaye	
			$w$ %	$S_s$	$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	0.825	38.136	2.640	0.257	20.060
2	0.300	1.038	$e$	1.317	$r$	1.000
3	0.600	1.379	$S_r$ %	76.445	$N_c$	14.889
4	1.200	1.983	$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1574.035	$N_q$	6.440
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1139.544	$N_\gamma$	5.439

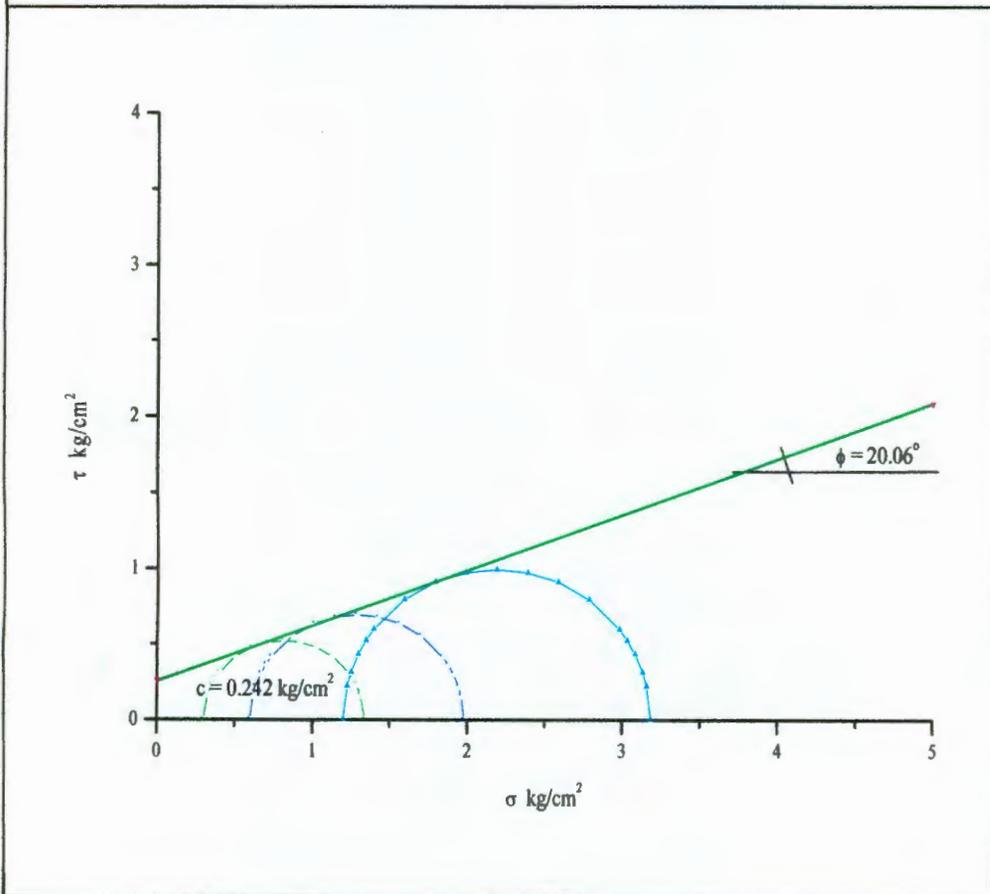


Figura A6.11 Ensaye triaxial 2

<b>Ensayo Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	28	Prof.	3.10 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensayo	
			$w$ %	$S_s$	$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	0.776	27.784	2.660	0.344	37.460
2	0.300	2.425	1.061	69.681	0.999	58.261
3	0.600	3.114	$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1649.862	N <sub>c</sub>	58.261
4	1.200	5.159	$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1291.323	N <sub>q</sub>	45.685
					N <sub>\gamma</sub>	71.096

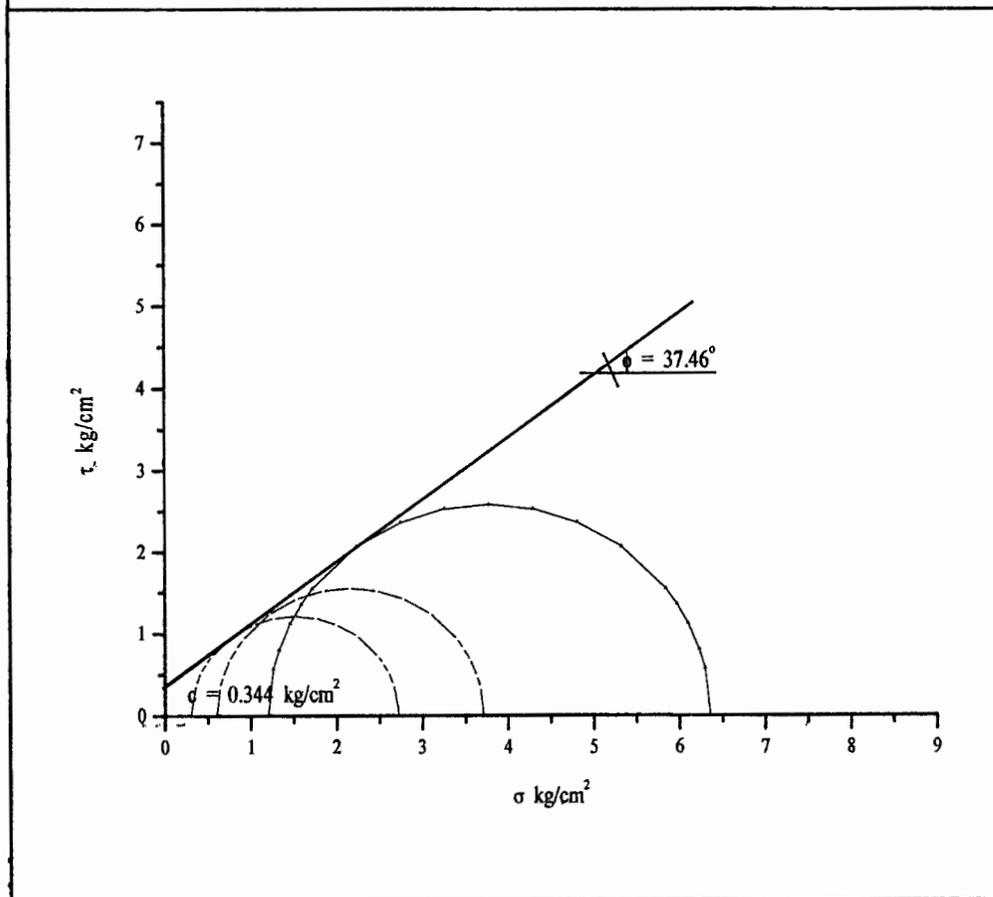


Figura A6.12 Ensayo triaxial 3

<b>Ensayo Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	29	Prof.	3.20 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensayo	
			$w$ %	$S_s$	$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	3.609		22.398	1.331	42.880
2	0.300	7.443		2.660		
3	0.600	8.566		0.924		
4	1.200	11.240		64.493		
			$e$	0.924		
			$S_r$ %	64.493		
			$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1692.209		
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1382.532		

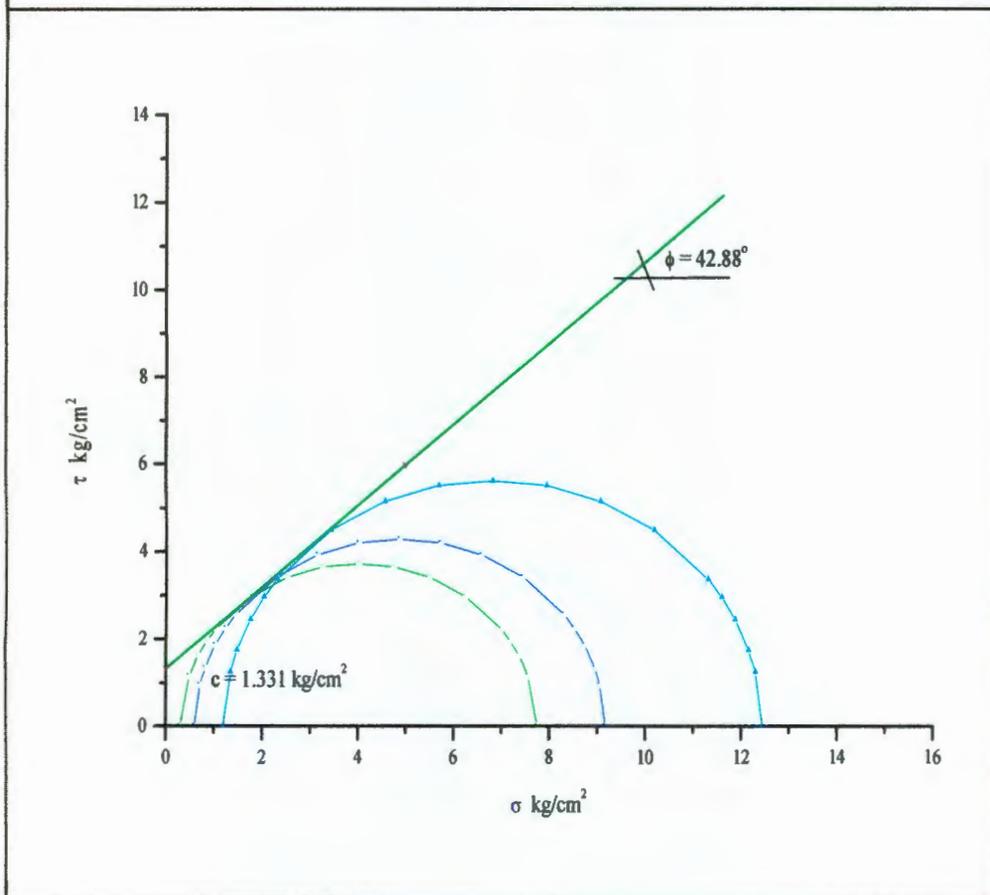


Figura A6.13 Ensayo triaxial 4

<b>Ensayo Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	37	Prof.	0.90 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensayo	
			$w$ %	$S_s$	$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	0.985	40.657	2.660	0.410	17.530
2	0.300	1.330	1.227	88.120	$r$	0.993
3	0.600	1.711	$S_r$ %	1680.196	$N_c$	12.743
4	1.200	2.124	$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1194.735	$N_q$	5.024
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )		$N_\gamma$	3.816

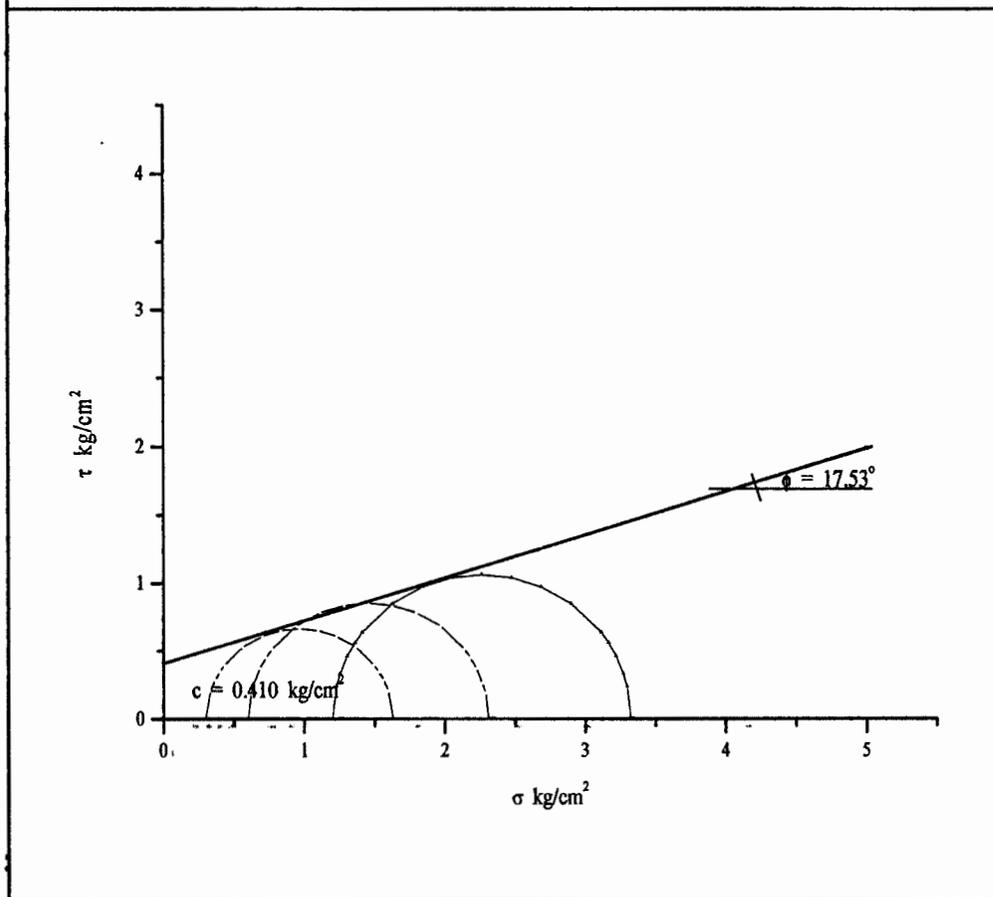


Figura A6.14 Ensayo triaxial 5

<b>Ensayo Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	40	Prof.	2.30 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensayo	
			<i>w</i> %	<i>Ss</i>	<i>c</i> (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	1.938	28.627	2.640	0.597	26.410
2	0.300	2.411	<i>e</i>	0.974	<i>r</i>	1.000
3	0.600	2.885	<i>Sr</i> %	77.659	<i>Nc</i>	22.943
4	1.200	3.852	$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1720.698	<i>Nq</i>	12.404
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1337.866	<i>Ny</i>	13.331

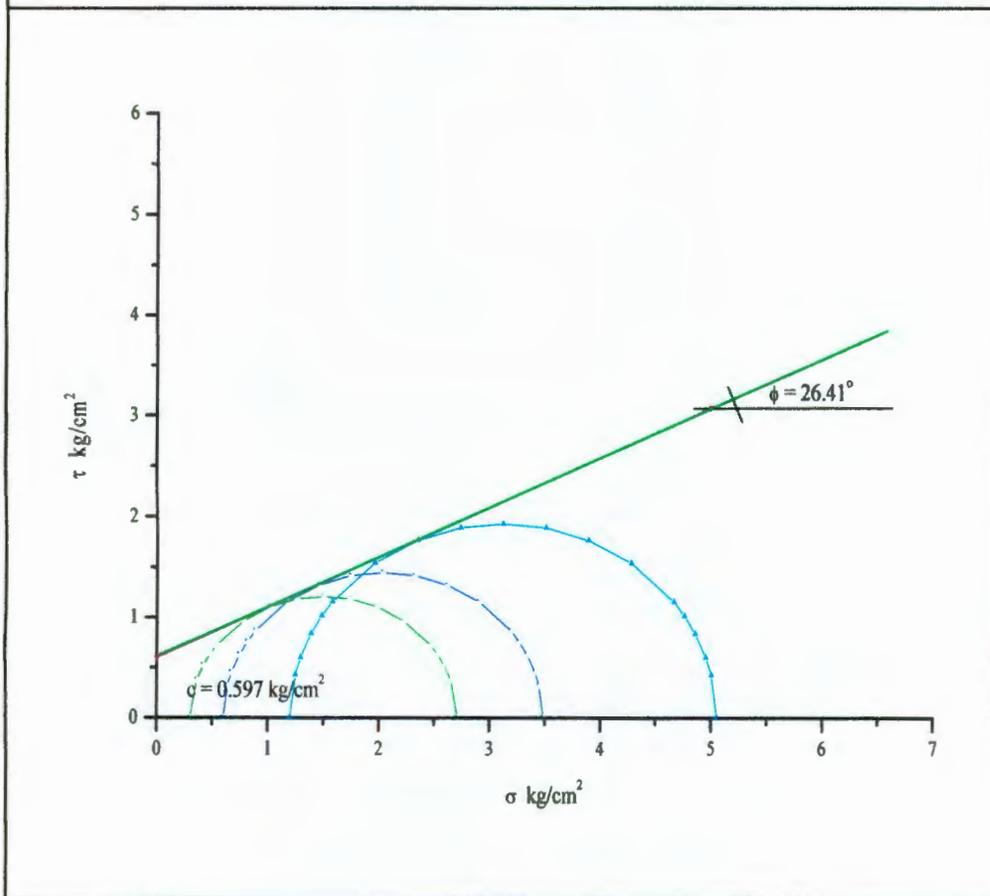


Figura A6.15 Ensayo triaxial 6

Ensaye Triaxial			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	40	Prof.	4.20 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensaye	
			$w$ %	$S_s$	$c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi$ grados
1	0.000	1.267	28.146	2.660	0.393	27.700
2	0.300	1.852	$e$	0.910	$r$	1.000
3	0.600	2.299	$S_r$ %	82.342	$N_c$	25.242
4	1.200	3.399	$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1785.070	$N_q$	14.264
			$\gamma'_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1393.153	$N_\gamma$	16.045

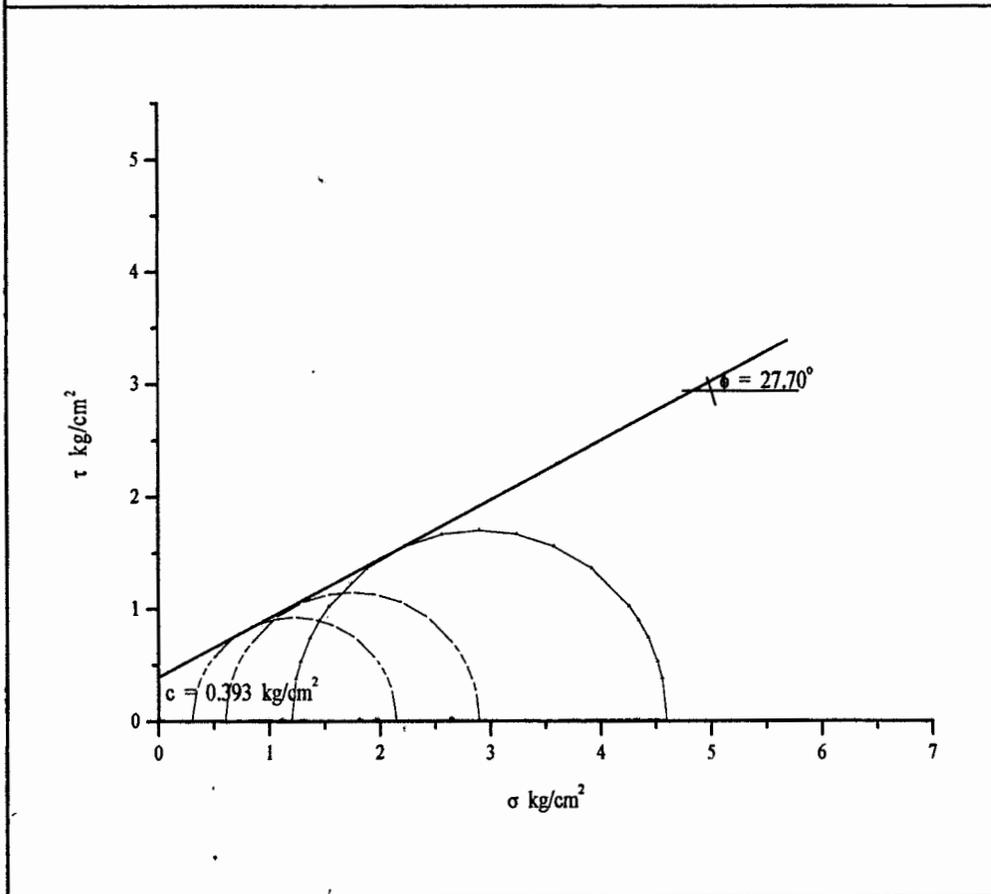


Figura A6.16 Ensaye triaxial 7

<b>Ensayo Triaxial</b>			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	49	Prof.	4.00 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensaye	
1	0.000	0.982	w %	26.478	c (kg/cm <sup>2</sup> )	0.631
2	0.300	2.235	Ss	2.660	$\phi$ grados	23.170
3	0.600	2.798	e	0.943	r	0.995
4	1.200	3.427	Sr %	74.706	Nc	18.249
			$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1732.264	Nq	8.820
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1369.920	Ny	8.411

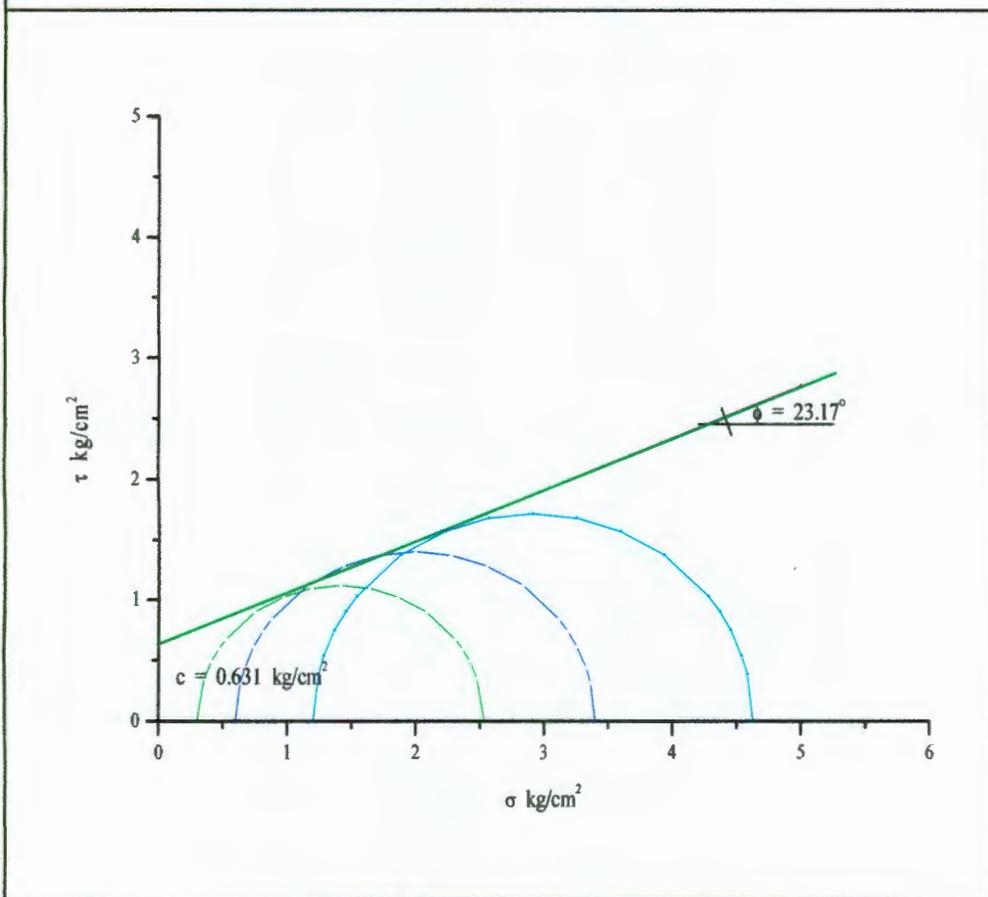


Figura A6.17 Ensaye triaxial 8

Ensaye Triaxial			
Tipo de prueba:	Triaxial Rápida (UU).		
PCA	55	Prof.	2.30 m

Probeta	$\sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_1 - \sigma_3$ kg/cm <sup>2</sup>	Propiedades		Resultados del ensaye	
1	0.000	1.031	w %	27.191	c (kg/cm <sup>2</sup> )	0.471
2	0.300	2.517	Ss	2.660	$\phi$ grados	34.570
3	0.600	3.464	e	0.980	r	1.000
4	1.200	4.903	Sr %	73.809	Nc	44.417
			$\gamma_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	1708.783	Nq	31.640
			$\gamma_d$ (kg/m <sup>3</sup> )	1343.513	N $\gamma$	45.033

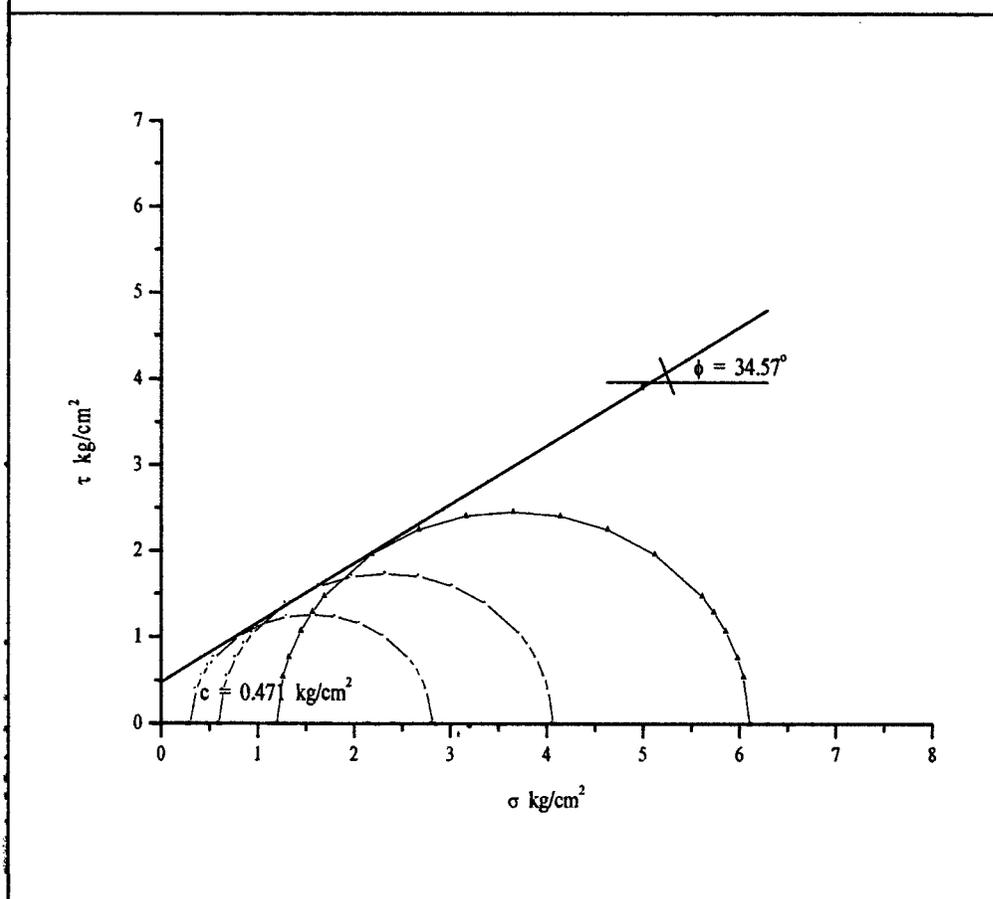


Figura A6.18 Ensaye triaxial 9