



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Licenciatura en Ingeniería Civil

Falla de columnas cortas de acero. Simulación en ANSYS

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Título de:

Ingeniero Civil

Presenta:

Ruiz Ramírez Héctor Felipe

Expediente: 117656

Dirigido Por:

Enrique Rico García

Santiago de Querétaro, Qro. Octubre 2009

RESUMEN

En este trabajo se presenta el comportamiento de una columna de acero de perfil W sometida a diferentes cargas axiales en su sección transversal, con esto se pretende mostrar el fenómeno de la flexocompresión en columnas de este tipo. Los objetivos del trabajo son: Primero, construir un modelo en ANSYS para estudiar el comportamiento elástico de columnas cortas a flexocompresión. Segundo, determinar el efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga de columnas cortas de acero. La validación del modelo hecho en el software Ansys se validó contra la fórmula de la escuadría encontrando un error relativo de un 2%, lo cual se considera aceptable.

A todas las personas que me apoyaron y creyeron en mí

Padres, maestros, asesor y sinodales

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar mi asesor Enrique Rico García por la orientación y asesoría proporcionada. A mis padres por el apoyo económico y moral. Y a todos los maestros que me permitieron culminar mis estudios.

CAPITULOS

1	INTRODUCCION	1
2	MARCO TEORICO	3
3	ANTECEDENTES	55
4	MATERIALES Y METODOS	58
5	RESULTADOS	66
6	CONCLUSIONES	75
7	REFERENCIAS	76
8	ANEXOS	77

	Pagina
INDICE GENERAL	
1 INTRODUCCION	1
1.1 Descripción de cada capitulo	1
2 MARCO TEORICO	3
2.1 Teoría de columnas.	3
2.2 Esfuerzo normal y deformación unitaria normal	3
2.3 Limitantes	5
2.4 Miembros a compresión	6
2.5 Esfuerzos residuales	7
2.6 Perfiles usados para columnas	9
2.7 Desarrollo de las formulas para columnas	10
2.8 Obtención de la formula de Euler	12
2.9 Restricciones en los extremos y longitud efectiva de una columna	15
2.10 Razón de esbeltez de transición	
2.11 Elementos atiesados y no atiesados	18
2.12 Clasificación de columnas	20
2.13 Columnas largas	20
2.14 Columnas intermedias	22
2.15 Columnas cortas	22
2.16 Flexocompresion	22
2.17 Formulas para columnas	27
2.18 Relaciones de esbeltez máximas	28
2.19 Diseño de miembros a compresión cargados axialmente	28
2.20 Tablas de diseño según el método LRDF	29

2.21	Miembros armados con sus componentes en contacto	32
2.22	Requisitos de conexión en las columnas armadas cuyas componentes están en contacto	35
2.23	Pandeo flexotorsional de miembros a compresión	36
2.24	Miembros en flexo-compresión	41
2.25	Miembros flexocomprimidos respecto a Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas.	43
2.26	Longitudes efectivas	44
3	ANTECEDENTES	47
3.1	Descripción del problema	47
3.2	Artículos	47
3.3	Contribución	48
3.4	Objetivos	48
3.5	Hipótesis	48
4	MATERIALES Y METODOS	49
4.1	Generalidades del método del elemento finito	49
4.2	Ansys.	49
4.3	Tipo de elementos finitos utilizados.	50
4.3.1	PLANE42 2-D Structural Solid.	50
4.2.2	SOLID45 3-D Structural Solid.	51
4.4	Modelo Final.	52
4.5	Propiedades del modelo analizado	52
4.6	Validación del modelo	53
4.7	Clasificación de la columna.	55
4.8	Casos analizados en la columna.	57

4.9	Criterio de falla	58
5	RESULTADOS	59
5.1	Diagrama de interacción	60
6	CONCLUSIONES	69
6.1	Observaciones de la grafica de interacción	69
6.2	Observaciones respecto a las fallas en la zona del patín	69
6.3	Sugerencias	70
7	REFERENCIAS	71
8	ANEXOS	72

INDICE DE FIGURAS

Figura	Paginas
Figura (2-1). Barra prismática en tensión	4
Figura (2-2). Tipos de secciones para miembros a compresión	10
Figura (2-3). Curva basada en resultados experimentales para columnas con diferentes relaciones de esbeltez	11
Figura (2-4). Columna deflexionada lateralmente por algún medio	13
Figura (2-5). Longitudes efectivas de columnas en marcos arriostrados (ladeo impedido)	16
Figura (2-6). Deflexiones laterales de columnas (ladeo)	18
Figura (2-7). Elementos atiesados y no atiesados	19
Figura (2-8). Elemento sometido a compresión axial donde se muestra la flexión del mismo	21
Figura (2-9). Secciones transversales donde se muestran el eje más débil a la flexión	22
Figura (2-10). Carga actuando en una excentricidad e	23
Figura (2-11). Columna restringida lateralmente a la mitad de su altura en su dirección débil	30
Figura (2-12). Columna formada por dos placas sin ligazón entre ellas	32
Figura (2-13). Columna formada por dos placas totalmente ligadas ente sí	32
Figura (2-14). Columna deflexionada en forma de S	33
Figura (2-15). Posición del centro de cortante de algunas secciones comunes para columnas	37
Figura (2-16). Placas con diferentes tipos de celosía	41
Figura (2-17). Comportamiento elástico	44
Figura (2-18). Cargas críticas de las columnas interiores	46
Figura (2-19). Marco sin soporte lateral	47
Figura (2-20). Placas de base para columnas	49
Figura (2-21). Columna que transmite a la placa una carga total P_u	50
Figura (2-22). Columna cargada ligeramente (se supone que la carga está	53

distribuida sobre al área sombreada)	
Figura (4-1). PLANE42 2-D Geometría	59
Figura (4-2). SOLID45 Geometría	60
Figura (4-3). Representación de la columna descrita en la tabla 4.1	61
Figura (4-4). Presentación de los casos analizados en la columna	63
Figura (4-5). Modelo de elemento finito en ANSYS	64
Figura (4-6). Columna de acero de perfil W	64
Figura (5-1). Área transversal de la columna.	66
Figura (5-2). Nodos (señalados con rojo) en los que se aplicaron las cargas hasta rebasar el esfuerzo de fluencia.	67
Figura (5-3). Diagrama de interacción carga-Mx de la columna analizada.	68
Figura (5-4). Representación de los nodos horizontales en descenso de la carga.	69
Figura (5-5). Aplicación de 155ton en el nodo 1996, $ex=0.844m$ y $ey=0.195m$.	70
Figura (5-6). Aplicación de 106ton en el nodo 1994, $ex=0.0937m$ y $ey=0.195m$.	70
Figura (5-7). Aplicación de 70ton en el nodo 1992, $ex=0.1031m$ y $ey=0.195m$.	71
Figura (5-8). Aplicación de 52ton en el nodo 1990, $ex=0.1125m$ y $ey=0.195m$.	72
Figura (5-9). Aplicación de 42ton en el nodo 1988, $ex=0.122m$ y $ey=0.195m$.	72
Figura (5-10). Aplicación de 35ton en el nodo 2034, $ex=0.131m$ y $ey=0.195m$.	73
Figura (5-11). Aplicación de 30ton en el nodo 1985, $ex=0.141m$ y $ey=0.195m$.	74

INDICE DE TABLAS

Tabla	Pagina
Tabla (4.1). Característica principales de la columna de acero de perfil W.	61
Tabla (4.2). Esta tabla muestra la validación entre los resultados teóricos y los resultados de Ansys	62
Tabla (4.3). Casos analizados en el elemento.	63
Tabla (5-1). Nodos del eje vertical de la columna mostrada en la figura (5-2).	68
Tabla (5-2). Numero de nodo y carga en Ton por cada uno.	69

1. INTRODUCCION

En el siguiente trabajo se presenta el comportamiento de una columna de acero de perfil W sometida a diferentes cargas axiales en su sección transversal, con esto se pretende mostrar el fenómeno de la flexocompresion en columnas de este tipo.

Este trabajo se ha dividido en capítulos para su mejor comprensión, el contenido de cada capítulo se muestra a continuación.

1.1. Descripción de cada capítulo

En el capítulo 2 se presenta lo referente a columnas de acero como la teoría de columnas y los esfuerzos que actúan en ellas, los diferentes tipos de columnas, esfuerzos residuales así como también los perfiles de columnas, etc. También se presenta los tipos de uniones que estas puedan tener en la práctica para su aplicación.

En el capítulo 3 se describe el problema a solucionar en este trabajo de investigación, también se presenta los objetivos que se llevaran a cabo con ayuda de libros y sobre todo con ayuda del software Ansys. También describe la contribución de este trabajo sobre todo a los ingenieros y proyectistas de diseños estructurales de acero.

En el capítulo 4 se describe la metodología. La validación de el modelo hecho en el software Ansys; también se da una breve introducción al método de los elementos finitos, los métodos de elemento finito que se utilizaron y la metodología que se tomo para validar los resultados expuestos por Ansys.

En el capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos de un análisis aplicado a una columna de perfil W, así como también la metodología y las condiciones que se aplicaron al modelo para ser analizado, en esta parte se muestran el diagrama de interacción obtenido con los resultados del programa Ansys y así su comparación con otro modelo.

También se muestran las fallas que se obtuvieron al ir moviendo la carga conforme a su excentricidad en x , también se muestra la variación de las cargas conforme se va aumentando la excentricidad y así la representación de la falla por efecto de la carga.

En el capítulo 6 se presenta la conclusión de los resultados obtenidos en el análisis con el software Ansys aplicado a una columna de acero de perfil W con una longitud de 3m. Se

muestra la grafica de interacción así como también las imágenes de las fallas causadas por el aplastamiento de la columna.

El objetivo de este trabajo es construir un modelo en Ansys para estudiar el comportamiento de columnas cortas de acero a flexocompresión, determinar el efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga de la columna por medio del modelo y así determinar la relación entre las cargas y excentricidades para el modelo.

Se presenta como la excentricidad a la cual se aplica la carga axial en una columna corta modifica su modo de falla y reduce su capacidad de carga.

2. MARCO TEORICO

2.1. Teoría de columnas

Existen varios tipos de miembros que trabajan a compresión, de los cuales la columna es el más conocido. Las columnas son elementos estructurales que en general se diseñan para soportar esfuerzos axiales, esfuerzos de compresión o tracción, o bien combinación de los mismos con flexión, por lo que en consecuencia deben además soportar los esfuerzos adicionales derivados de la flexión. El comportamiento de la columna, y en definitiva su modo de falla depende del grado de esfuerzo axial con respecto a la intensidad de los esfuerzos de flexión. Se dice que una columna no es esbelta cuando su carga última, para una excentricidad dada, está controlada por la resistencia de los materiales que la componen y de sus dimensiones transversales. En una columna esbelta sin embargo, la esbeltez es causa de momentos adicionales que tienen influencia sobre el valor de la carga última que puede desarrollar la columna.

2.2. Esfuerzo normal y deformación unitaria normal

El esfuerzo normal axial es el esfuerzo interno o resultante de las tensiones perpendiculares (normales) a la sección transversal de un prisma mecánico. Este tipo de sollicitación formado por tensiones paralelas está directamente asociado a la tensión normal. La deformación unitaria normal se produce por fuerzas perpendiculares a planos o secciones transversales.

Los conceptos fundamentales en mecánica de materiales son el esfuerzo y la deformación unitaria. Estos conceptos pueden ilustrarse en su forma más elemental considerando una barra prismática sometida a fuerzas axiales. Una barra prismática es un miembro estructural recto con sección transversal constante en toda su longitud. Fuerza axial es una carga dirigida a lo largo del eje del miembro que somete a tensión o a compresión (Figura 2-1).

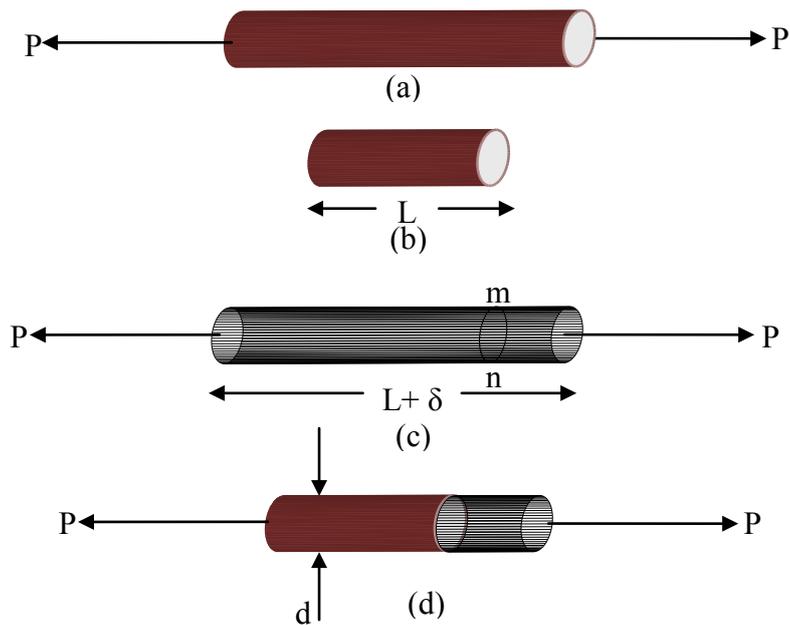


Figura (2-1) Barra prismática en tensión.

- Diagrama de cuerpo libre de un segmento de barra.
- Segmento de barra antes de cargarla.
- Segmento de la barra después de aplicada la carga.
- Esfuerzos normales en la barra.

Al dibujar este diagrama de cuerpo libre, despreciamos el peso propio de la barra y suponemos que las únicas fuerzas activas son las axiales P en los extremos. Se consideran dos vistas de las barra, la primera muestra la barra antes de la aplicación de las cargas (Figura 1-1b) y las segundas después de haber aplicado las cargas (Figura 2-1c). Se puede apreciar que la longitud inicial de la barra se denota con la letra L y que el incremento en longitud se denota con la letra griega δ (delta).

Los esfuerzos internos en la barra quedan expuestos si se hace un corte imaginario a través de la barra en la sección $m-n$ (Figura 2-1c). Como esta sección se toma perpendicularmente al eje longitudinal de la barra, se la llama sección transversal. Aislamos ahora la parte de la barra a la izquierda de la sección transversal $m-n$ como cuerpo libre (Figura 2-1d). En el extremo derecho de este cuerpo libre (sección $m-n$) se muestra la acción de la parte retirada de la barra (la parte a la derecha de la sección $m-n$) sobre la parte restante. Esta acción consiste en una fuerza distribuida en forma continua que actúa sobre toda la sección

transversal. La intensidad de la fuerza se le llama esfuerzo y se denota con letra griega σ (sigma). Por lo tanto la fuerza axial P que actúa en la sección transversal es la resultante de los esfuerzos distribuidos en forma continua.

Suponiendo que los esfuerzos están distribuidos uniformemente sobre la sección transversal $m-n$ (Figura 2-1d) se puede ver que su resultante debe ser igual a la intensidad σ multiplicada por el área A de la sección transversal de la barra; por lo tanto se obtiene la siguiente expresión para la magnitud de los esfuerzos:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2.1)$$

Esta ecuación da la intensidad del esfuerzo uniforme en una barra prismática cargada axialmente de sección transversal arbitraria. Cuando la barra es estirada por las fuerzas P , los esfuerzos son esfuerzos de tensión; si se invierte el sentido de las fuerzas, ocasionando que la barra sea comprimida, obtenemos esfuerzos de compresión. Debido a que los esfuerzos actúan en una dirección perpendicular a la superficie cortada, se llaman esfuerzos normales. Así los esfuerzos normales pueden ser de tensión o de compresión. Cuando se requiere una convención de signos para los esfuerzos normales, es costumbre definir los esfuerzos de tensión como positivos y los esfuerzos de compresión como negativos. Puesto que el esfuerzo normal σ se obtiene al dividir la fuerza axial entre el área transversal, se obtienen unidades de fuerza por unidades de área.

2.3. Limitantes

La ecuación $\sigma=P/A$ es válida solo si el esfuerzo está uniformemente distribuido sobre la sección transversal de la barra. Esta condición se cumple si la fuerza axial P actúa a través del centroide del área de la sección transversal. Cuando la carga P no pasa por el centroide, se tendrá una flexión en la barra, por lo cual se requerirá otro tipo de análisis. La condición del esfuerzo uniforme mostrada en la figura 1-2d está presente a todo lo largo de la barra, excepto cerca de sus extremos. La distribución del esfuerzo en el extremo de una barra depende de cómo se transmite a esta la carga P . Si la carga está distribuida uniformemente sobre el extremo, entonces el patrón de esfuerzos será el mismo en cualquier parte; pero es más probable que la carga sea transmitida por medio de un perno o un pasador, con lo cual se generan esfuerzos altamente localizados, llamados concentraciones de esfuerzos (P. Beer, et al., 2001).

Nota: Los siguientes subtemas han sido tomados del libro Diseño de Estructuras de acero, Método LRFD, McCormac.

2.4. Miembros a compresión

Existen 2 diferencias importantes entre miembros a tensión y miembros a compresión. Estas son:

- a) Las cargas de tensión tienden a mantener rectos a los miembros, en tanto que las de compresión tienden a flexionarlos hacia afuera del plano de las cargas (situación peligrosa).
- b) La presencia de agujeros para tornillos o remaches en los miembros a tensión reduce las áreas disponibles para resistir las cargas; en los miembros a compresión se supone que los tornillos y remaches llenan los agujeros (aunque inicialmente puede haber un pequeño deslizamiento hasta que las conexiones se apoyen en el material adyacente) y las áreas totales estén disponibles para resistir las cargas.

Las pruebas demuestran que todas, excepto las columnas muy cortas, fallan bajo esfuerzos $\frac{P}{A}$ que se encuentran muy por debajo del límite elástico del material de las columnas, debido a su tendencia a pandearse o flexionarse lateralmente. Por esta razón sus esfuerzos de diseño se reducen en relación con el peligro de pandeo. Entre más larga sea una columna para una misma sección transversal, mayor es su tendencia a pandearse y menor será la carga que pueda soportar. La tendencia de un miembro a pandearse se mide por lo general con la relación de esbeltez que se ha definido como la relación entre la longitud del miembro y su radio de giro mínimo. La tendencia al pandeo depende también de los siguientes factores:

- a) Tipo de conexión en los extremos
- b) Excentricidad de carga
- c) Imperfecciones en el material de la columna
- d) Torceduras iniciales en la columna
- e) Esfuerzos residuales de fabricación, etc.

Las cargas que soporta una columna de un edificio recaen en la sección transversal superior de la columna y a través de sus conexiones con otros miembros. La situación ideal se tiene cuando las cargas se aplican uniformemente sobre la columna con el centro de gravedad de las cargas, coincidiendo con el eje de gravedad de la columna. Además es deseable que la columna no tenga defectos, que consista de un material homogéneo y que sea perfectamente recta; todas estas condiciones obviamente son imposibles de satisfacerse.

Las cargas que se encuentran exactamente centradas sobre una columna se denominan axiales o cargas concéntricas. Las cargas muertas pueden, o no, ser axiales en una columna interior de un edificio, pero las cargas vivas nunca lo son. Para una columna exterior la posición de las cargas es probablemente aun más excéntrica, ya que el centro de gravedad caerá por lo general a la parte inferior de la columna.

Las otras condiciones deseables también son imposibles de lograr debido a imperfecciones de las dimensiones de las secciones transversales, esfuerzos residuales, agujeros taladrados para recibir tornillos o remaches, esfuerzos de montaje y cargas transversales. Es muy difícil tomar en cuenta todas estas imperfecciones en una fórmula.

Algunas imperfecciones pequeñas en los miembros a tensión y vigas pueden pasarse por alto, ya que son de poca consecuencia; pero en columnas; estas pequeñas imperfecciones pueden revestir mucha importancia. Una columna ligeramente flexionada en el momento de su montaje puede tener serios momentos flexionantes. Obviamente, una columna es un miembro más crítico en una estructura que una viga o un miembro a tensión, porque pequeñas imperfecciones en los materiales y en las dimensiones tienen mucha importancia. Esta situación puede ilustrarse en una armadura de puente en la que alguno de sus miembros los ha dañado un camión. La flexión de miembros a tensión probablemente no será muy seria, ya que las cargas de tensión tenderán a enderezar esos miembros; pero la flexión de cualquier miembro a compresión es un asunto muy serio, ya que las cargas de compresión tenderán a incrementar la flexión en esos miembros.

El análisis precedente debe mostrar claramente que las imperfecciones en columnas ocasionan flexión en estas y el proyectista debe considerar los esfuerzos debidos a esa flexión, así como a cargas axiales.

2.5. Esfuerzos residuales

Investigaciones realizadas en la universidad de Lehigh han demostrado que los esfuerzos residuales y su distribución son factores muy importantes que afectan la resistencia de las columnas de acero cargadas axialmente. Estos esfuerzos son de gran importancia en columnas con relaciones de esbeltez de 40 a 120, intervalo que incluye un gran porcentaje de las columnas usadas en la práctica. Una causa muy importante de los esfuerzos residuales es el enfriamiento desigual que sufren los perfiles después de haber sido laminados en caliente. Por ejemplo en un perfil W los puntos exteriores de los patines y la parte media del alma se enfriaran rápidamente, en tanto que las zonas de intersección del alma con los patines lo hacen más lentamente.

Las partes de la sección que se enfrían con más rapidez al solidificarse resisten ulteriores acortamientos, en tanto que aquellas partes que están aun calientes tienden a acortarse aun más al enfriarse. El resultado neto es que las áreas que se enfriaron más rápidamente quedan con esfuerzos residuales de compresión, en tanto que las áreas de enfriamiento más lento quedan con esfuerzos residuales de tensión. La magnitud de esos esfuerzos varia ente 10 y 15 $\frac{klb}{p\lg^2}$ (69 a 103 MPA) aunque se han encontrado valores mayores de 20 $\frac{klb}{p\lg^2}$ (138 MPA).

Cuando se prueban secciones de columnas de acero laminadas con esfuerzos residuales, sus límites proporcionales se alcanzan para valores $\frac{P}{A}$ de poco más que la mitad de sus esfuerzos de fluencia y la relación esfuerzo-deformación resulta no ideal desde ese valor hasta el esfuerzo de fluencia. Debido a la fluencia prematura en algunos puntos de las secciones transversales de la columna, se reduce apreciablemente la resistencia al pandeo. La reducción es máxima en columnas cuyas relaciones de esbeltez varía aproximadamente entre 70 y 90 y puede ser tan elevada como un 25%.

Al incrementarse la carga en una columna, partes de esta alcanzaran rápidamente el esfuerzo de fluencia y entraran al intervalo plástico debido a los esfuerzos residuales de compresión. La rigidez de la columna se reduce y es función de la parte de la sección transversal que aun se comporta elásticamente. Una columna con esfuerzos residuales se comporta como si tuviese una sección transversal más pequeña. Esta sección reducida o parte elástica de la columna cambiara al hacerlo los esfuerzos aplicados. Los cálculos relativos al pandeo de una columna particular con esfuerzos residuales pueden efectuarse

cuando un momento de inercia efectivo I_e de la parte elástica de la sección transversal, o bien, usando el modulo tangente. Para las secciones comunes usadas como columnas, los 2 métodos dan resultados casi iguales.

Los esfuerzos residuales también pueden causarse durante el proceso de fabricación al combar la columna en frío o por enfriamiento posterior a la aplicación de la soldadura. El combeo es el flexionamiento de un miembro en una dirección, con el fin de mejorar su apariencia cuando las cargas de servicio la flexionen en la dirección opuesta. La soldadura puede producir severos esfuerzos residuales en las columnas, que pueden aproximarse al valor del esfuerzo de fluencia en las cercanías de las partes soldadas; las columnas también pueden flexionarse apreciablemente debido a la aplicación de la soldadura, lo que afecta su capacidad de soportar carga.

2.6. Perfiles usados para columnas

En teoría puede seleccionarse un sinfín de perfiles para resistir con seguridad una carga de compresión en una estructura dada. Sin embargo, desde el punto de vista práctico, el número de soluciones posibles se ve limitado por el tipo de secciones disponibles, por problemas de conexión y el tipo de estructura en donde se va usar la sección. Los párrafos que siguen intentan dar un breve resumen de las secciones que han resultado satisfactorias para ciertas condiciones. Esas secciones se muestran en la figura (2-2).

Las secciones usadas para miembros en compresión por lo común son similares a las usadas para miembros a tensión con ciertas excepciones. Las excepciones las causan el hecho de que las resistencias de los miembros a compresión varían en cierta relación inversa con las relaciones de esbeltez y se requieren entonces miembros rígidos. Las barras, placas y varillas individuales son generalmente demasiado esbeltas para funcionar en forma satisfactoria como miembros a compresión, a menos que sean muy cortas y reciban carga pequeña.

Los perfiles W son los más comunes para columnas de edificios y para los miembros a compresión de puentes carreteros. Aunque sus valores están lejos de ser iguales respecto a los dos ejes, están mejor balaceados que en las canales.

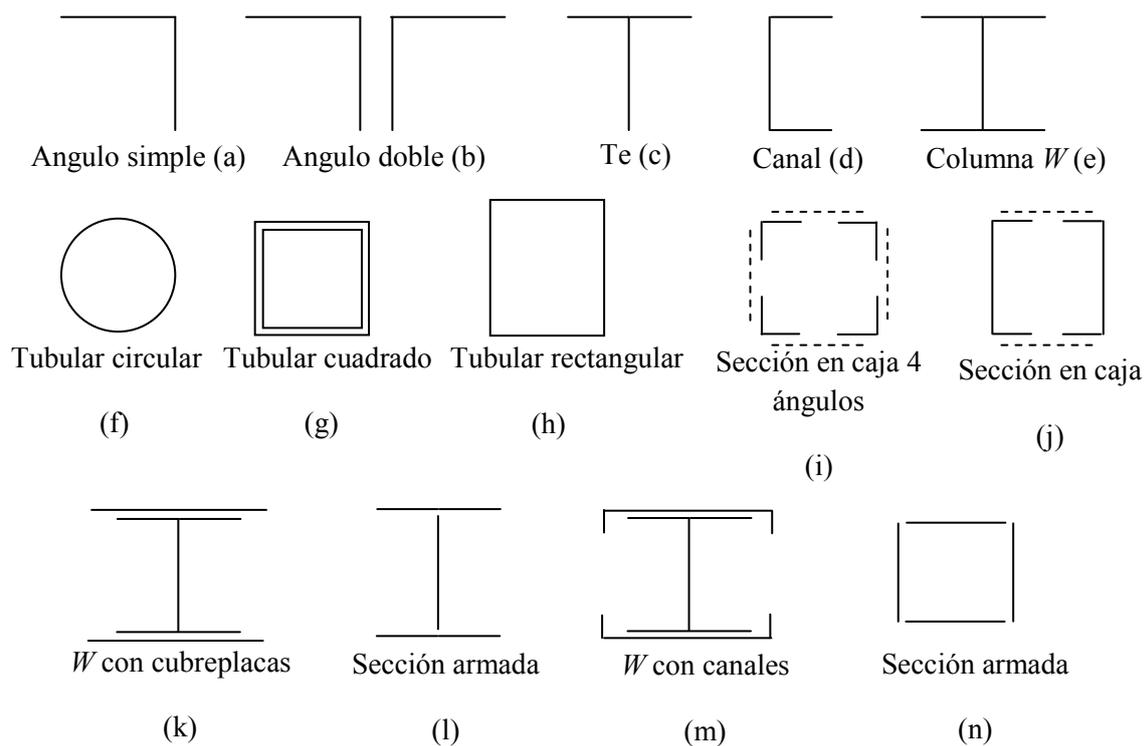


Figura (2-2) Tipos de secciones para miembros a compresión.

2.7. Desarrollo de las formulas para columnas

El uso de columnas se remota a la prehistoria, pero fue hasta 1729 que el matemático holandés Pieter van Musschenbroek publico un artículo científico sobre columnas; este artículo contenía una fórmula empírica para estimar la resistencia de columnas rectangulares. Unos años más tarde en 1757, Leonhard Euler, un matemático suizo, escribió un artículo de gran valor relativo al pandeo de columnas; y probablemente él fue la primera persona en darse cuenta de la importancia del pandeo. La fórmula de Euler, la más famosa de todas las expresiones sobre columnas, representa el principio de la investigación teórica y experimental sobre columnas.

La bibliografía técnica contiene muchas fórmulas desarrolladas para condiciones ideales de las columnas, pero estas condiciones no se encuentran en la realidad práctica. En consecuencia. El diseño práctico de columnas se basa principalmente en fórmulas que se han desarrollado para concordar con exactitud razonable con los resultados de las pruebas. La justificación de este procedimiento es el hecho de que la deducción independiente de

expresiones para columnas no conduce a formulas que den resultados comparables con los valores experimentales para toda relación de esbeltez.

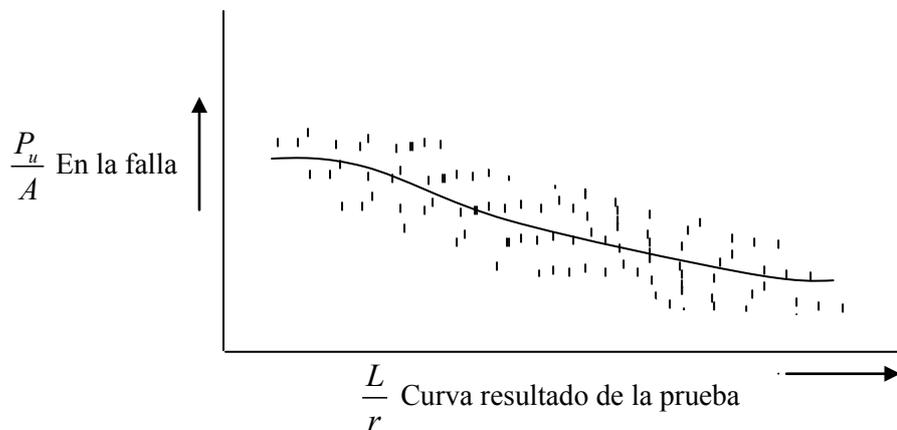


Figura (2-3) Curva basada en resultados experimentales para columnas con diferentes relaciones de esbeltez.

Las pruebas de columnas con diferentes relaciones de esbeltez producen una serie de valores esparcidos como los representados por la banda ancha de puntos en la figura (2-3). Los puntos no quedarán en una curva suave aunque las pruebas se hagan en el mismo laboratorio, debido a la dificultad de centrar exactamente las cargas, a la falta de perfecta uniformidad de los materiales, a la variabilidad en las dimensiones, a los esfuerzos residuales, a los cambios de las restricciones en los extremos, etc. La práctica común consiste en desarrollar formulas que den resultados representados por un promedio aproximado de los resultados de las pruebas. El estudiante también debe darse cuenta de que las condiciones de laboratorio no son análogas a las de campo y que las pruebas de columnas probablemente dan los valores límite de su resistencia.

Las magnitudes de los esfuerzos de fluencia de las secciones probadas son muy importantes en las columnas cortas, ya que sus esfuerzos de falla tienen valores cercanos a las de fluencia. Para columnas con relaciones de esbeltez intermedias los esfuerzos de fluencia tienen menor importancia en sus efectos, en los esfuerzos de falla y no tienen ninguna importancia en las columnas largas. Para columnas intermedias los esfuerzos residuales tienen mayor influencia en los resultados, en tanto que los esfuerzos de falla de columnas largas son muy sensibles a las condiciones de apoyo en los extremos. Otro factor

dominante en su efecto sobre la resistencia de las columnas, además de los esfuerzos residuales y de la no linealidad de los materiales es la falta de rectitud.

2.8. Obtención de la formula de Euler

En esta sección se obtiene la formula de Euler para una columna larga, recta, cargada axialmente, homogénea y con extremos redondeados. Se supone que esta columna perfecta ha sido deflexionada lateralmente por algún medio, como se muestra en la figura (1-4) y que si la carga concéntrica P se retira, la columna se enderezara completamente.

Los ejes x y y se localizan como se muestra en la figura (2-4). Como el momento flexionante en cualquier punto de la columna esta dado por $-Py$, la ecuación de la curva elástica puede escribirse de la manera siguiente:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py \quad (2.2)$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación por $2 \frac{dy}{dx}$ e integrando se obtiene

$$EI \frac{dy}{dx} d \frac{dy}{dx} = -2Py dy \quad (2.3)$$

$$EI \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = -2Py^2 + C_1 \quad (2.4)$$

Cuando $y = \delta$, $\frac{dy}{dx} = 0$, y el valor de C_1 es igual a $P\delta^2$ por lo que

$$EI \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = -Py^2 + P\delta^2 \quad (2.5)$$

La expresión anterior se puede también escribir de la siguiente manera:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \frac{P}{EI} (\delta^2 - y^2) \quad (2.6)$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{P}{EI}} \sqrt{(\delta^2 - y^2)} \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{\sqrt{(\delta^2 - y^2)}} = \sqrt{\frac{P}{EI}} dx \quad (2.8)$$

Integrando esta ecuación se obtiene

$$\text{arc sen } \frac{y}{\delta} = \sqrt{\frac{P}{EI}} x + C_2 \quad (2.9)$$

Cuando $X = 0$ y $Y = 0$, $C_2 = 0$. La curva elástica de la columna tiene la forma de una senoide expresada por la ecuación

$$\text{arc sen } \frac{y}{\delta} = \sqrt{\frac{P}{EI}} x \quad (2.10)$$

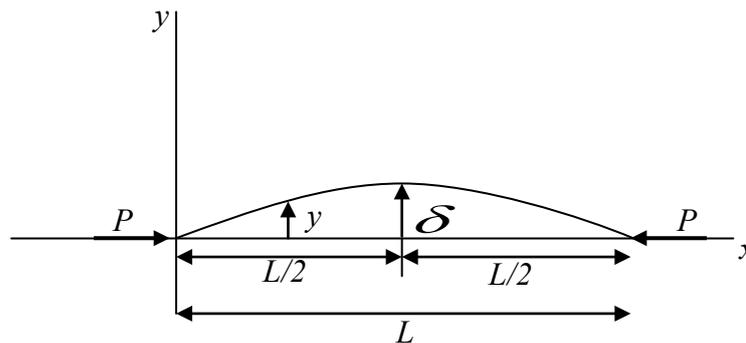


Figura (2-4) Columna deflexionada lateralmente por algún medio.

Cuando $x = \frac{L}{2}$, $y = \delta$, obteniéndose

$$\frac{\pi}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (2.11)$$

En esta expresión P es la carga crítica de pandeo que es la carga máxima que la columna puede soportar antes de volverse inestable. Despejando a P se obtiene

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.12)$$

Esta expresión es la fórmula de Euler pero se escribe por lo regular en una forma ligeramente diferente implicando a la relación de esbeltez. Ya que $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ y $r^2 = \frac{I}{A}$ e $I = r^2 A$, la formula de Euler puede escribirse como

$$\frac{P}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = F_e \quad (2.13)$$

En el manual del LRF, el esfuerzo de Euler se denomina F_e .

La carga de pandeo determinada por la formula de Euler es independiente de la resistencia del acero utilizado. Esta ecuación solo resulta útil cuando las condiciones de apoyo de sus extremos se consideran cuidadosamente.

Los resultados que se obtienen por la aplicación de la formula en ejemplos específicos son bastante comparables con los obtenidos con pruebas de columnas esbeltas, con extremos articulados y cargadas axialmente. Sin embargo el ingeniero no encontrara columnas ideales de este tipo. Las columnas con las que trabajara no tienen extremos idealmente articulados y no pueden girar libremente por que sus extremos están atornillados, remachados o soldados a otros miembros. Dichas columnas prácticas tienen diversos grados de restricción a la rotación, que varían de limitaciones ligeras a condiciones de casi empotramiento perfecto. Para los casos reales que existen en la práctica, donde los extremos no tienen libertad de rotación, pueden usarse en la formula diferentes valores para la longitud, obteniendo resultados más reales.

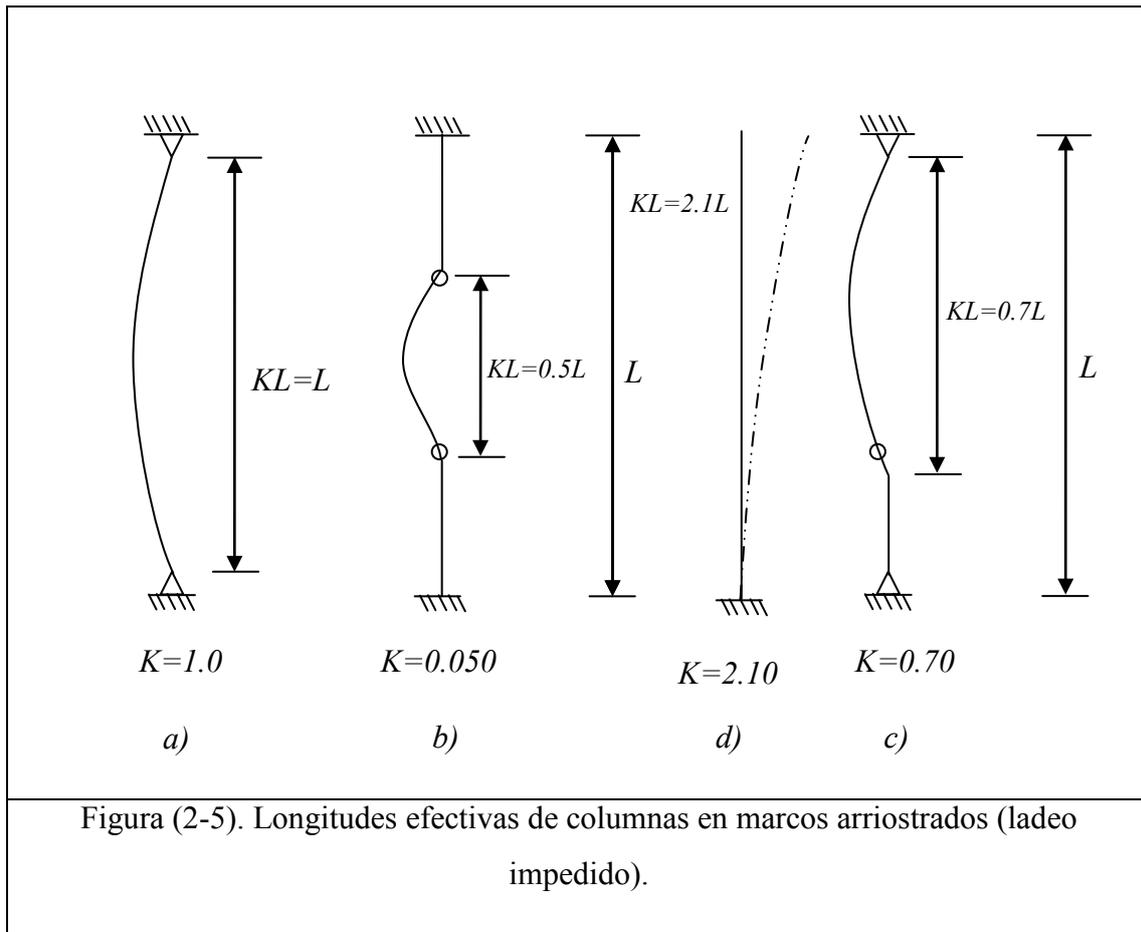
Para usar la ecuación de Euler con buen resultado en las columnas, el valor de L se tomara como la distancia entre puntos de inflexión de la elástica. Esta distancia se considera como la longitud efectiva de la columna. Para una columna articulada en sus extremos (que puedan girar pero no trasladarse), los puntos de momento nulo se localizan en los extremos, separados por una distancia L . Para columnas con diferentes condiciones de apoyo, las longitudes efectivas serán totalmente distintas.

2.9. Restricciones en los extremos y longitud efectiva de una columna

La restricción en los extremos y su efecto en la capacidad de carga de una columna es en verdad un concepto muy importante. Las columnas con apreciable restricción en sus extremos pueden soportar cargas mucho mayores que aquellas con poca restricción, como en el caso de columnas con extremos articulados.

La longitud efectiva de una columna se define como la distancia ente puntos de momento nulo en la columna, o sea, la distancia entre sus puntos de inflexión. En las especificaciones de acero la longitud efectiva de una columna se denomina KL en donde K es el factor de longitud efectiva. K es el número por el que se debe multiplicarse la longitud de la columna para obtener su longitud efectiva. Su magnitud depende de la restricción rotacional en los extremos de la columna y de la resistencia al movimiento lateral de esta.

El concepto de longitud efectiva es simplemente un método matemático para remplazar una columna con cualesquiera condiciones en los extremos por una columna equivalente con extremos articulados. Se podría efectuar un completo análisis del pandeo de un marco para determinar el esfuerzo crítico en una columna particular. El factor K se determina encontrando la columna articulada con una longitud equivalente que proporcione el mismo esfuerzo crítico. El procedimiento del factor K es un método para encontrar soluciones simples a problemas complicados de pandeo en marcos.



Columnas con condiciones de extremo diferentes tienen longitudes efectivas completamente diferentes. Como se planteo al principio se supone que no es posible el ladeo o traslación de las juntas. El ladeo o traslación de las juntas significa que unos o ambos extremos de la columna pueden moverse lateralmente entre sí. Si una columna está articulada en sus dos extremos como se muestra (a) en la figura (2-5) su longitud efectiva es igual a su longitud real y K es entonces igual a 1.0 . Si los extremos están perfectamente empotrados, sus puntos de inflexión (o puntos de momento nulo) se localizan en los cuartos de la altura y la longitud efectiva es igual a $\frac{L}{2}$ como se muestra en (b) de la figura (2-5); K es entonces igual a 0.50 .

Resulta claro que entre menor sea la longitud efectiva de una columna, menor será el peligro de que se pandee y mayor será su capacidad de carga. En (c) de la figura (2-5) se muestra una columna con un extremo empotrado y el otro articulado; la K teóricamente para esta columna es teóricamente igual a 0.70 .

En realidad nunca se tienen ni articulaciones ni empotramientos perfectos, por lo que las columnas comunes quedan entre los 2 casos extremos. Parecería que las longitudes efectivas de las columnas siempre varían entre un mínimo absoluto de $\frac{L}{2}$ y un máximo absoluto de L , pero hay excepciones a esta afirmación. En la figura (2-6a) se da un ejemplo de esto con un simple marco. La base de cada una de las columnas está articulada y el otro extremo puede rotar y moverse lateralmente (ladeo). En la figura (2-6) se ve que la longitud efectiva excederá la longitud real de la columna, ya que en la curva elástica tomará teóricamente la forma de la curva de una columna doblemente articulada de longitud doble y K será entonces a 2.0 . Se puede notar que en (b) lo pequeña que sería la deflexión lateral de la columna AB si estuviese articulada en ambos extremos para impedir el ladeo.

Las columnas de acero estructural sirven como partes de marcos, los que a veces tienen arriostramiento y en otras ocasiones no. Un marco arriostrado es uno en el que la traslación de sus juntas está impedida por medio de riostras, muros de cortante o por el soporte lateral de las estructuras adjuntas. Un marco sin arriostrar no tiene ninguno de esos tipos de soporte y depende de la rigidez de sus propios miembros para impedir el pandeo.

En marcos arriostrados los valores de K nunca pueden ser mayores que 1.0 , pero en los marcos sin arriostrar los valores de K siempre son mayores que 1.0 debido al ladeo.

La tabla C-C2.1 de los comentarios a las especificaciones LRDF presentan los factores de longitud efectiva recomendados cuando se tienen condiciones ideales aproximadas. Esta tabla se presenta aquí como la tabla 5-1, con permiso de la AISC. Se proporcionan en la tabla dos grupos de valores K ; uno de ellos es el valor teórico y el otro el valor recomendado para diseño, basado en el hecho de que no son posibles las condiciones de articulación y empotramiento perfecto. Si los extremos de la columna en la figura (2-6b) no fueran perfectamente fijos, la columna podría deflexionarse un poco y la distancia entre sus puntos de inflexión se incrementaría. El valor K recomendado para el diseño es de 0.65 , en tanto que el teórico es de 0.5 . El proyectista puede interpolar entre los valores dados en la tabla utilizando su buen juicio al estimar las condiciones reales de restricción.

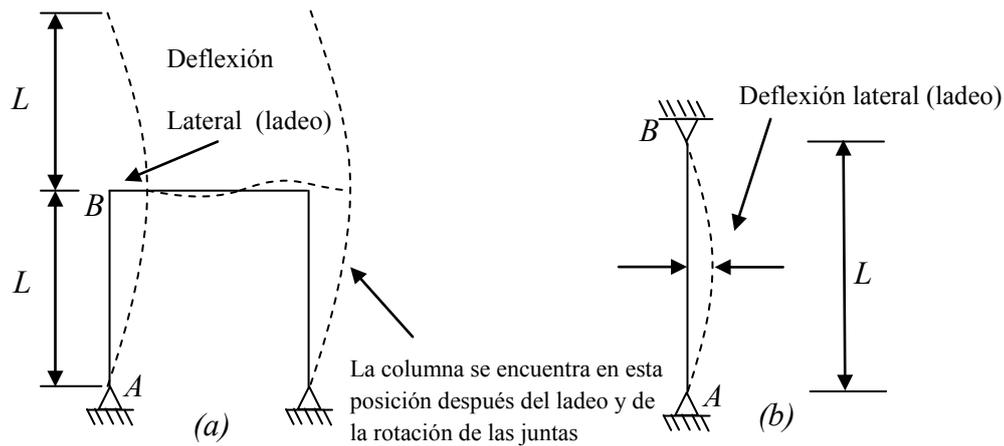


Figura (2-6). Deflexiones laterales de columnas (ladeo).

En muchos edificios el ladeo se elimina bastante por medio de muros de mampostería, pero en edificios con muros ligeros y gran espaciamiento entre columna o en edificios altos construidos sin un sistema claro de soporte lateral, el ladeo es apreciable. Estas estructuras se denominan no arriostradas. En estos casos, la rigidez a la flexión de los marcos estructurales proporciona la mayor parte del soporte lateral. Las longitudes efectivas de las columnas en tales marcos continuos, sin soporte lateral, siempre son mayores que $l.0$ debido al ladeo.

2.10. Razón de esbeltez de transición

¿Cuándo se considera larga una columna? La respuesta a esta pregunta requiere la determinación de la razón de esbeltez de transición, o de la constante de la columna C_c .

Razón de esbeltez de transición.

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{S_y}}$$

Las reglas siguientes tienen que ver con el valor de C_c .

Si la razón de esbeltez efectiva real l_e/r es mayor que C_c entonces la columna es larga y al analizar la columna se debe de usar la fórmula de Euler.

Si la razón real, l_e/r es menor que C_c entonces la columna es corta. En este caso, se debe de usar la formula de J.B. Johnson, los reglamentos especiales o la formula de esfuerzo de compresión directo, como se verá en secciones posteriores.

Cuando se va analizar una columna dada para determinar la carga que soportara, en primer lugar habrá que calcular el valor de C_c y la razón real l_e/r para decidir que método de análisis se debe usar. Nótese que C_c depende de la resistencia a la cedencia S_y y del modulo de elasticidad E del material. Cuando se trabaja con acero, por lo general se considera $E=207 \text{ Gpa}$ ($30 \times 10^6 \text{ lb/plg}^2$). Con este valor y suponiendo un intervalo de valores de resistencia a la cedencia, se obtienen los valores de C_c , mostrados en la figura

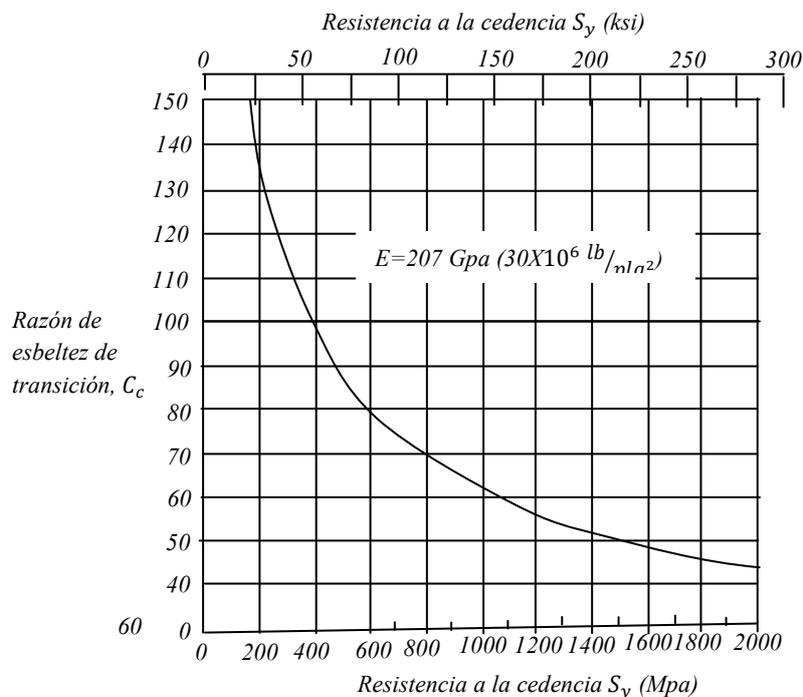


Figura ().Razón de esbeltez de transición C_c contra resistencia a la sedencia en acero.

2.11. Elementos atiesados y no atiesados

Hasta ahora solo se ha hablado de la estabilidad de conjunto de los miembros, pero es muy posible que los patines o almas de una columna o viga se pandeen localmente en compresión antes de que ocurra el pandeo total del miembro. Las placas delgadas que se usan para tomar esfuerzos de compresión son muy susceptibles al pandeo respecto a sus ejes menores, debido a los pequeños momentos de inercia en esas direcciones.

Las especificaciones LRDF proporciona valores límite para la relación ancho a espesor de las partes individuales de miembros a compresión y de las partes de vigas en regiones de compresión. se debe de estar consciente de la falta de rigidez de las piezas delgadas de cartón, plástico o metal con bordes libres. Si uno de esos elementos se pliega o restringe, su rigidez aumenta apreciablemente. Por esta razón en el manual LRFD se consideran dos tipos de elemento: los elementos atiesados y no atiesados.

Un elemento no atiesado es una pieza proyectante con un borde libre, paralelo a la dirección de la fuerza de compresión, en tanto que un elemento atiesado está soportado a lo largo de los dos bordes en esa dirección. Esos dos tipos de elementos se ilustran en la figura (2-7). En cada caso se muestran el ancho b y el espesor t del elemento.

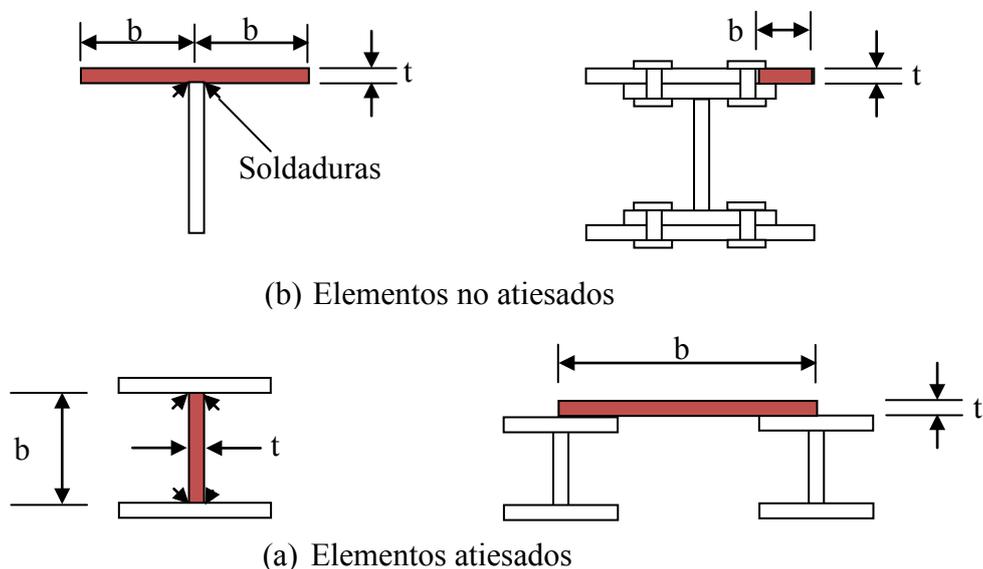


Figura (2-7). Elementos atiesados y no atiesados.

Dependiendo de la relación ancho a espesor de los elementos a compresión y de si estos son atiesados o no, los elementos se pandearán bajo diferentes condiciones de esfuerzo.

Para establecer los límites de las relaciones ancho a espesor de los elementos de los miembros a compresión, las especificaciones LRDF agruparán a los miembros en las tres clasificaciones siguientes:

- a) Secciones compactas
- b) Secciones no compactas

c) Elementos esbeltos a compresión

Secciones compactas: Una sección compacta es aquella con un perfil suficientemente fuerte para que sea capaz de desarrollar una distribución total de esfuerzos plásticos antes de pandearse. El término plástico significa que en toda la sección se tiene presente el esfuerzo de fluencia. Para que un miembro pueda clasificarse como compacto, sus patines deben estar conectados en forma continua al alma o almas y las relaciones ancho a espesor de sus elementos a compresión no deben mayores que los λ_p valores dados en la tabla.

Secciones no compactas: Una sección no compacta es en la que estado de fluencia puede alcanzarse en algunos, pero no en todos los elementos a compresión antes de que ocurra el pandeo; no es capaz de alcanzar una distribución plástica de esfuerzos total. En la tabla las secciones no compactas son aquellas con relaciones ancho a espesores mayores que λ_p pero no mayores que λ_r .

Elementos esbeltos a compresión: Estos elementos tienen relaciones ancho a espesor mayores que λ_r y se pandean elásticamente antes de que se alcance el esfuerzo de fluencia en cualquier parte de la sección. Para estos elementos es necesario considerar resistencias al pandeo elástico.

2.12. Clasificación de columnas

Una columna sujeta a compresión axial se acortara en la dirección de la carga. Si la carga se incrementa hasta que la columna se pandea, el acortamiento cesara y la columna se flexionara lateralmente, pudiendo al mismo tiempo torcerse en una dirección perpendicular a su eje longitudinal.

La resistencia de una columna y la manera de cómo falla dependen en gran medida de su longitud efectiva. Una columna de acero muy corta y fuerte puede cargarse hasta que el acero fluye y tal vez hasta la región de endurecimiento por deformación en consecuencia, puede resistir aproximadamente la misma carga en compresión que en tensión. Al crecer la longitud efectiva de una columna, disminuye su esfuerzo de pandeo y si la longitud efectiva excede un cierto valor, el esfuerzo de pandeo será menor que el limite proporcional del acero. Las columnas en este intervalo fallan elásticamente.

2.13. Columnas largas

La fórmula de Euler (ecuación 2.13) predice muy bien la resistencia de las columnas largas en las que el esfuerzo axial de pandeo permanece bajo el límite proporcional. Estas columnas fallan elásticamente (Mc Cormac, 2003).

$$\frac{P}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = F_e \quad (2.13)$$

El pandeo es un tipo de inestabilidad transversal flexionante que presenta generalmente en elementos esbeltos sometidos a solicitaciones de compresión axial (Figura 2-8).

Ante un determinado nivel de cargas axiales, los elementos se flexionan transversalmente en la dirección perpendicular a las solicitaciones. La trascendencia de este tipo de inestabilidad depende de las características de deformabilidad del material, de cuán esbeltos sean los elementos y del tipo de arriostramiento transversal presente.



Figura (2-8) Elemento sometido a compresión axial donde se muestra la flexión del mismo.

Por ejemplo, si se toma un alambre delgado de 1mm de diámetro y 50cm de longitud, y se le somete manualmente a pequeñas fuerzas de compresión axial (mucho menores que las fuerzas axiales resistentes de tracción) aplicadas en sus extremos, se puede notar claramente una tendencia natural a flejar en la dirección perpendicular a la acción de las solicitaciones externas (pandeo). Como producto de esta flexión transversal, el alambre pierde inmediatamente su capacidad resistente a la compresión.

Para visualizar este fenómeno se puede utilizar una regla plástica delgada, y se le somete a fuerzas de compresión en la dirección longitudinal. Se podrá observar claramente que la dirección del pandeo es la dirección débil a la flexión de la sección transversal rectangular. En la Figura 2-9 se presentan algunos ejemplos.

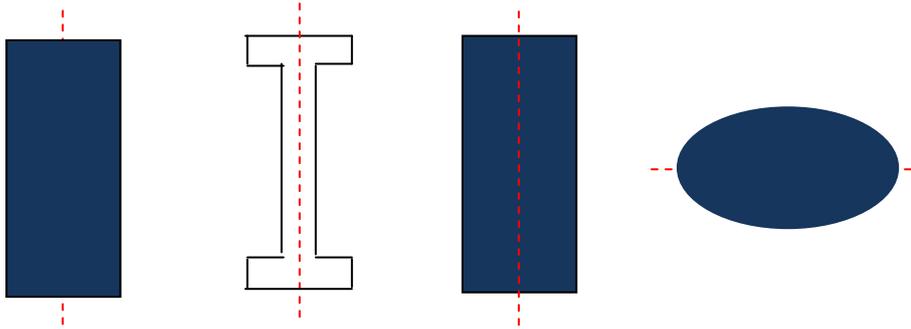


Figura (2-9) Secciones transversales donde se muestran el eje más débil a la flexión.

2.14. Columnas intermedias

En las columnas intermedias, alguna fibras alcanzaran el esfuerzo de fluencia y otras no; estas fallaran tanto por fluencia como por pandeo y su comportamiento se considera inelástico (para que la formula de Euler sea aplicable a estas columnas deberá modificarse de acuerdo al concepto de módulo reducido o al módulo tangente para tomar en cuenta la presencia de esfuerzos residuales. Siendo así no se hará más referencia a ellas).

2.15. Columnas cortas

En columnas muy cortas el esfuerzo de falla será igual al esfuerzo de fluencia y no ocurrirá el pandeo y se tendera a presentarse la flexocompresion.

2.16. Flexocompresion

Consideramos una carga que actúa con una excentricidad e desde el principio, figura (2-10). Sobre la configuración inicial actúa un momento $N \cdot e$ (constante a lo largo de la directriz), que provoca un incremento de la deformación transversal hasta que la flecha alcance el valor y .

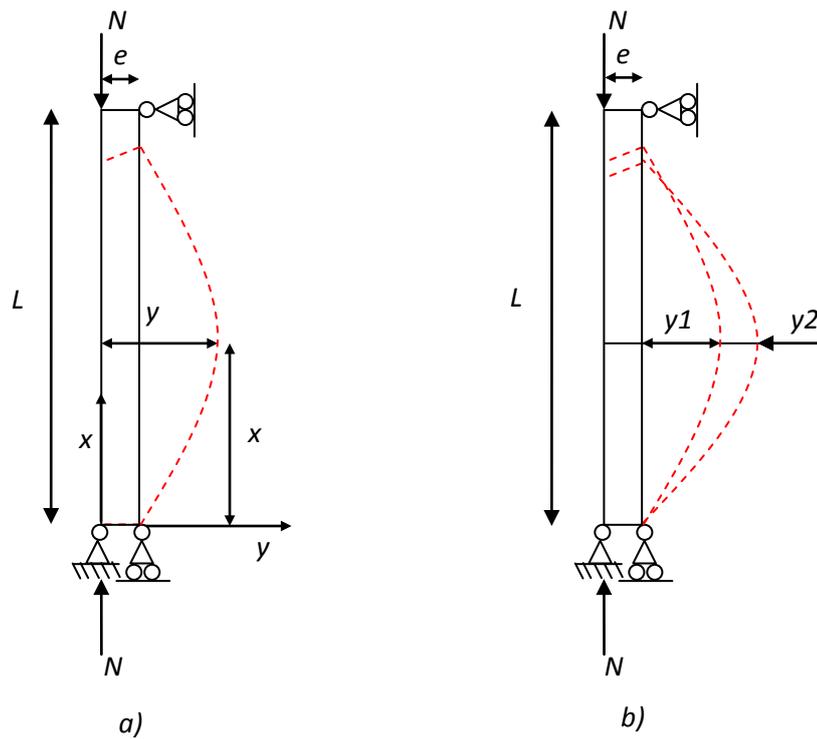


Figura (2-10). Carga actuando en una excentricidad e .

Los momentos externos e internos sobre una sección cualesquiera vienen dados por las expresiones 2.14 y 2.15 del planteamiento anterior.

$$M_{z,ext} = Ny \quad (2.14)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Mz,int}{EI_z} \quad (2.15)$$

Igualando estos valores llegamos también a la ecuación diferencial 2.16 para la deformada correspondiente.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{N}{EI_z} y \quad (2.16)$$

$$k^2 = \frac{N}{EI_z} \quad (2.17)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \quad (2.18)$$

Al integrar, si consideramos $E=\text{cte}$ suponiendo que las tensiones se mantienen por debajo del límite de proporcionalidad y el pandeo se produce en régimen elástico, la solución general será también dada por la ecuación 2.19.

$$y = C_1 \text{sen}(kx) + C_2 \cos(kx) \quad (2.19)$$

En las condiciones de contorno para determinar las constantes de integración C_1 y C_2 aparecen las diferencias con el planteamiento anterior; ahora tenemos,

$$x = 0 \rightarrow y = e \Rightarrow C_2 = e \quad (2.20)$$

$$x = L \rightarrow y = e \Rightarrow C_1 = \frac{e[1 - \cos(kL)]}{\text{sen}(kL)} = e \tan\left(\frac{kL}{2}\right) \quad (2.21)$$

La ecuación de la elástica en este caso queda

$$y = e \left[\tan\left(k \frac{L}{2}\right) \text{sen}(kx) + \cos(kx) \right] \quad (2.22)$$

Y la flecha máxima, por simetría, se producirá en el centro de la pieza,

$$y_{\max} = y_{x=\frac{L}{2}} = \frac{e}{\cos\left(k \frac{L}{2}\right)} \quad (2.23)$$

Teniendo en cuenta que entre las ecuaciones 2.17 y 2.18 se puede poner

$$\left(k \frac{L}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}} \quad (2.24)$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 2.23 se obtiene la flecha máxima

$$y_{\max} = e \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}}\right)} \quad (2.25)$$

Y a diferencia del caso anterior, la deformada queda definida por la ecuación 2.22 y la flecha máxima por 2.25.

Hasta aquí se ha analizado la deformación de la pieza, pero se ha obtenido el valor crítico de carga; para ello vamos a estudiar secuencialmente el proceso de deformación figura (2-10b), la compresión actúa acompañada de un momento $N-e$ cuya flecha y_1 incrementa su valor hasta $N^*(e+y_1+y_2)$, y así sucesivamente.

Si es este el proceso de deformación es limitado, es decir, si la serie

$$\sum y = y_1 + y_2 + \dots \quad (2.26)$$

Es convergente, existe una configuración estable para la barra, pero si esta serie es divergente el equilibrio de la pieza es inestable bajo esta acción, tendiendo al colapso.

El estudio analítico de este fenómeno se puede hacer desde un planteamiento matemático (métodos energéticos y variacionales) que resuelven el problema pero con resultados de difícil aplicación práctica.

Nos referimos también a la figura (2-10a) donde hemos visto que la configuración de equilibrio indiferente la flecha máxima y_{max} viene dada por la ecuación 2.25; en esta situación el momento máximo en el centro de la viga será

$$M_{max} = Ny_{max} = \frac{Ne}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_{cr}}}\right)} \quad (2.27)$$

N_{cr} Es la carga crítica de Euler dada por la ecuación 2.18; teniendo en cuenta este valor y llamando al momento inicial (antes de que se deforme la pieza)

$$M_0 = Ne \quad (2.28)$$

Se puede poner

$$M_{max} = \frac{M_0}{\cos\sqrt{\frac{\pi^2}{4} \frac{N}{\pi^2 EI_z} \frac{L^2}}}} = \frac{M_0}{\cos\sqrt{\frac{NL^2}{4EI_z}}} \quad (2.29)$$

Sustituyendo el denominador por su valor desarrollado en serie

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} \pm \dots \quad (2.30)$$

Y despreciando los términos siguientes resulta

$$M_{\max} = \frac{M_0}{1 - \frac{NL^2}{8EI_z}} = M_0 \frac{\frac{8EI_z}{NL^2}}{\frac{8EI_z}{NL^2} - 1} \quad (2.31)$$

Que con carácter aproximado, equivale a

$$M_{\max} \cong M_0 \frac{\frac{N_{cr}}{N}}{N - 1} \quad (2.32)$$

Donde no corresponde al caso que estamos analizando de flexocompresión, si no al valor de Euler para compresión simple; llamado

$$\eta = \frac{N_{cr}}{N} \quad (2.33)$$

Resulta

$$M_{\max} = \frac{\eta}{\eta - 1} M_0 \quad (2.34)$$

Es el factor de amplificación y representa el incremento del momento flector por su acoplamiento con el esfuerzo axial. Este término indica que no es aplicable el principio de la superposición, puesto que las tensiones resultantes no son suma de las debidas al axial y flector inicial, por el incremento del momento debido al acoplamiento entre ambas sollicitaciones.

La ecuación 1.23 proporciona el momento máximo (amplificado) en función del inicial y es aplicable a este caso con momentos iguales en los extremos de la barra y sentidos de giro distintos; cuando no son iguales, Campus y Massonet obtuvieron experimentalmente un valor del momento equivalente (se debe emplear en vez de M_0) dado por,

$$M_{eq} = \frac{\sqrt{0.3(M_1^2 + M_2^2) + 4M_1M_2}}{\sqrt{\quad}} \quad (2.35)$$

Donde es el mayor de los momentos en un extremo considerando siempre como positivo, y el del otro extremo que se adopta positivo si produce deformación en el mismo sentido. Como simplificación se puede escribir,

$$M_{eq} = 0.6M_2 + 0.4M_1 \geq 0.4M_1 \quad (2.36)$$

Con los mismos significados para los términos.

Estos criterios permiten resolver el problema cuando los momentos exteriores son diferentes y no hay carga transversal sobre el soporte; cuando existe esta carga se puede emplear otras expresiones aproximadas (Monfort, 2006).

2.17. Formulas para columnas

Las especificaciones LRDF proporcionan la formula de Euler para columna largas con pandeo inelástico y una ecuación parabólica para las columnas cortas e intermedias. Con esas ecuaciones se determina un esfuerzo critico o de pandeo, F_{cr} , para un elemento a compresión. Una vez calculado este esfuerzo para un elemento particular a compresión, se multiplica por el área de la sección transversal para obtener la resistencia nominal del elemento. La resistencia de diseño del elemento puede entonces determinarse como sigue:

$$P_u = \phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g \quad \text{con } \phi_c = 0.85 \quad (2.37)$$

Una formula LRFD para F_{cr} es para pandeo inelástico y la otra para pandeo elástico. En ambas ecuaciones λ_c es, en forma fácil de recordar, iguala a $\sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$, en donde F_e es el esfuerzo de Euler, $\frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$. Sustituyendo este valor por F_e obtenemos la forma de λ_c dada en el manual LRFD.

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (2.38)$$

Ambas ecuaciones para F_{cr} incluyen los efectos estimados de los esfuerzos residuales y de la falta de rectitud inicial de las columnas. La siguiente formula inelástica es de carácter empírico

$$F_{cr} = \left(0.685^{\lambda_c^2}\right) F_y \text{ para } \lambda_c \leq 1.5 \quad (2.39)$$

La otra ecuación es para pandeo elástico o de Euler y es la conocida ecuación de Euler multiplicada por 0.877 para considerar el efecto de la falta de rectitud.

$$F_{cr} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) F_y \text{ para } \lambda_c > 1.5 \quad (2.40)$$

2.18. Relaciones de esbeltez máximas

Las especificaciones LRFD establecen que de preferencia los miembros a compresión deben diseñarse con relaciones $\frac{KL}{r}$ menores de 200.

Se ve que los esfuerzos de diseño $\phi_c F_{cr}$ para valores $\frac{KL}{r}$ de 200 son de ambos casos de

5.33 $\frac{klb}{p \lg^2}$. Si se requiere usar relaciones de esbeltez mayores, los valores $\phi_c F_{cr}$ serán muy

pequeños y entonces será necesario emplear las formulas para columnas indicadas.

2.19. Diseño de miembros a compresión cargados axialmente

En esta parte se presentan los diseños de varias columnas cargadas axialmente. Se incluye la selección de perfiles sencillos, de perfiles W con cubreplacas y de secciones armadas construidas con canales. También se incluyen los diseños de miembros cuyas longitudes, sin soporte lateral son diferentes en las direcciones x y y , así como el dimensionamiento de celosías y placas de unión de secciones armadas con lados abiertos. Otro tema que se menciona es el de pandeo por flexotorsion.

El diseño de columnas por medio de formulas es un proceso de tanteos o de aproximaciones sucesivas. El esfuerzo de diseño $\phi_c F_{cr}$ no se conoce hasta conocer un perfil y viceversa. Una vez que se escoge una sección de prueba, los valores r para esa sección pueden obtenerse y sustituirse en las ecuaciones apropiadas para determinar el esfuerzo de diseño.

El proyectista puede suponer un esfuerzo de diseño, dividir la carga factorizada de la columna entre ese esfuerzo para obtener un área estimada, seleccionar una sección, determinar su esfuerzo de diseño, multiplicar ese esfuerzo por el área de la sección transversal del perfil para obtener la resistencia de diseño del miembro y ver si la selección seleccionada está sobredimensionada o subdimensionada y si es así, escoger otra.

La relación de esbeltez efectiva $\left(\frac{KL}{r}\right)$ de una columna promedio de 10 a 15 pies de longitud será aproximadamente de ente 40 y 60. Si se supone una $\frac{KL}{r}$ en este intervalo para una columna particular y se sustituye en la ecuación adecuada (esto significa consultar las tablas en los que ya se han calculado los esfuerzos de diseño para valores $\frac{KL}{r}$ de ente 0 y 200) el resultado dará en general, una estimación satisfactoria del esfuerzo de diseño.

2.20. Tablas de diseño según el método LRDF

Estas tablas proporcionan resistencias axiales de diseño $(\phi_c P_n)$ para varias longitudes efectivas practicas de los perfiles usados comúnmente como columnas (W , M , S , tubos, tubulares, pareja de ángulos y tés estructurales). Los valores están dados con respecto al radio de giro, mínimo para aceros con F_y de 36 y 50 $\frac{klb}{plg^2}$ (exceptuando a los tubulares cuadrados y rectangulares que solo están disponibles en acero $F_y = 46 \frac{klb}{plg^2}$).

El uso de las tablas es sencillo; se toma el valor KL para la dirección débil en pies, se consulta la tabla apropiada por el lado izquierdo y se procede horizontalmente a través de ella. Bajo cada perfil se indica la resistencia de diseño $\phi_c P_n$ para esa KL y para la F_y escogida. Por ejemplo si suponemos que tenemos una carga factorizada de diseño $P_u = \phi_c P_n = 800 \text{ klb}$, una $K_y L_y = 12 \text{ pies}$ y queremos seleccionar el perfil $W14$ mas

ligeramente disponible en acero *A36*. Consultamos las tablas con $KL = 12$ pies en la columna izquierda y leemos de izquierda a derecha para una *A36* los números 6260, 5700, 5170 *klb*, etc., hasta que varias páginas después encontramos los valores 823 y 749 *klb*. El 749 *klb* no es suficiente y regresamos al valor 823 *klb* que queda en la *W14X99*. Un procedimiento similar puede seguirse para los otros perfiles disponibles.

En la figura (2-11) se muestra una columna cargada axialmente con restricción lateral en su dirección débil. Suponemos que K es la misma en ambas direcciones. Entonces si queremos tener iguales resistencias respecto a los ejes x y y , se debe cumplir la siguiente relación

$$\frac{L_x}{r_x} = \frac{L_y}{r_y} \quad (2.41)$$

Para que L_y sea equivalente a L_x debemos tener

$$L_x = L_y \frac{r_x}{r_y} \quad (2.42)$$

Si $L_y \left(\frac{r_x}{r_y} \right)$ es menor que L_x , entonces L_x rige, si es mayor que L_x , entonces rige L_y .

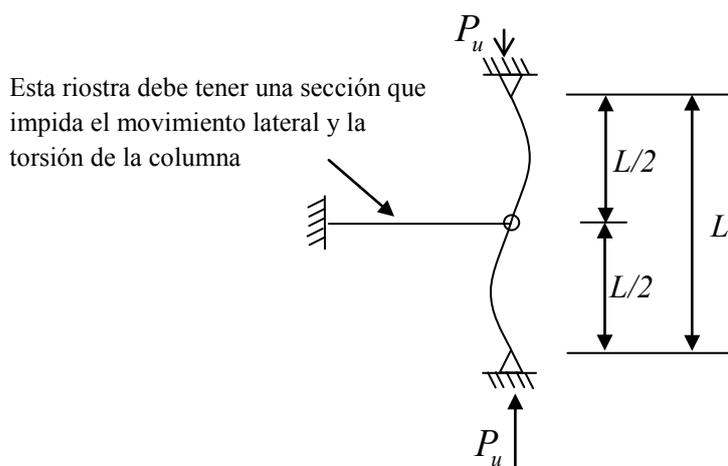


Figura (2-11). Columna restringida lateralmente a la mitad de su altura en su dirección débil.

Basándose en la información anterior, el manual LRDF proporciona un método mediante el cual puede seleccionarse un perfil con pocos tanteos, cuando las longitudes sin soporte lateral son diferentes. Se consulta la tabla apropiada con $K_y L_y$, se escoge un perfil, se escoge el valor dado para $\frac{r_x}{r_y}$ en la tabla para ese perfil y se multiplica por L_y . Si el resultado es mayor que $K_x L_x$, entonces $K_y L_y$ rige y el perfil escogido inicialmente es el correcto. Si el resultado de la multiplicación es menor que $K_x L_x$, entonces rige $K_x L_x$, y se tendrá que volver a consultar las tablas con un $K_y L_y$ mayor e igual a $K_x L_x \frac{r_x}{r_y}$ y seleccionar el perfil final.

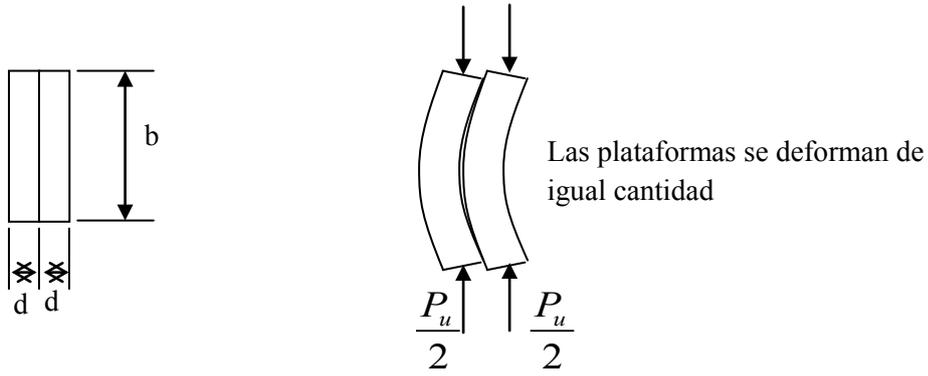
2.21. Miembros armados con sus componentes en contacto

Si una columna consta de dos placas de igual tamaño sin estar conectadas entre sí, como se muestra en la figura (2-12), cada placa actuara como una columna aislada que resistirá aproximadamente la mitad de la carga total de la columna. En otras palabras, el momento de inercia total de la columna será igual a dos veces el momento de inercia de una placa. Las dos “columnas” se comportaran igual y tendrán iguales deformaciones como se parecía en la parte (b) de la figura (2-12).

Si las dos placas están conectadas en forma tal que el deslizamiento entre estas se impida, como se muestra en la figura (2-12), trabajan como una unidad. Su momento de inercia se calculara para todo el conjunto armado de la sección y será cuatro veces más grande de lo que era para la columna de la figura (2-12) donde no estaba impedido el deslizamiento. Se debe notar que las placas de la columna en la figura (2-12) se deformaran con magnitudes diferentes al flexionarse lateralmente la columna.

Si las placas están unidas en solo en uno cuatro puntos, la resistencia de la columna resultante tendrá un valor intermedio entre los dos casos antes descritos.

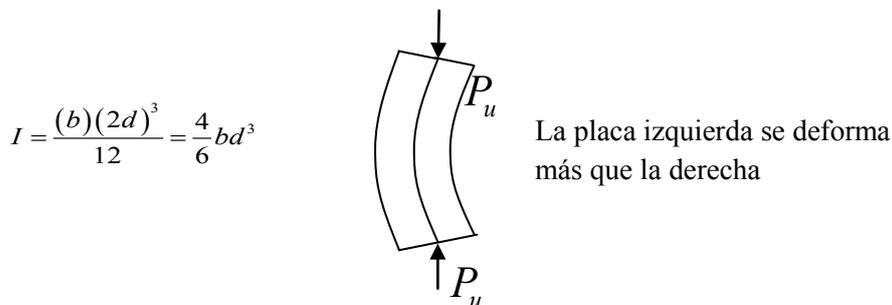
$$I = 2 \frac{bd^3}{12} = \frac{bd^3}{6} \qquad \frac{P_u}{2} \qquad \frac{P_u}{2}$$



(a) Sección transversal de una columna (b) Configuración deformada de la columna

Figura (2-12). Columna formada por dos placas sin ligazón entre ellas.

En la figura (2-13) se observa que el desplazamiento máximo entre las dos placas se presenta en los extremos y el mínimo a la mitad de la altura. En consecuencia, los conectores tipo fricción colocados en los extremos de la columna serán más efectivos que en los colocados a la mitad de la altura. En consecuencia, los conectores tipo fricción colocados en los extremos de la columna serán más efectivos que los colocados a la mitad de la altura.



$$I = \frac{(b)(2d)^3}{12} = \frac{4}{6}bd^3$$

Figura (2-13). Columna formada por dos placas totalmente ligadas ente sí.

Si las placas se conectan en sus extremos con conectores tipo fricción, esos extremos se deformaran conjuntamente y la columna adoptara la forma mostrada en la figura (2-13). Al mantenerse unidos los extremos de la columna, esta se deformara en forma de una S como se ve en la figura (2-13).

Si la columna se flexiona en forma de S, su factor K será teóricamente igual a 0.5 y su valor $\frac{KL}{r}$ será el mismo que el de la columna conectada en forma continua mostrada en la figura (2-14).

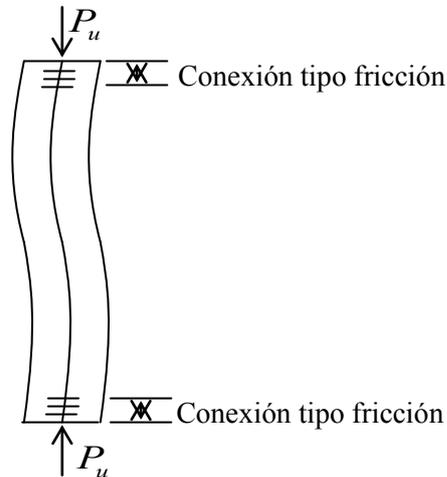


Figura (2-14). Columna deflexionada en forma de S.

$$\frac{KL}{r} \text{ Para la columna de la figura} = \frac{(1)(L)}{\sqrt{\frac{4}{6}bd^3 / 2bd}} = 1.732L \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{KL}{r} \text{ Para la columna unida en sus extremos, mostrada en la figura} & \quad (2.44) \\ = \frac{(0.5)(L)}{\sqrt{\frac{1}{6}bd^3 / 2bd}} & = 1.732L \end{aligned}$$

Entonces, los esfuerzos de diseño son iguales para los 2 casos y las columnas resistirán la misma carga. Esto es cierto para el caso particular descrito aquí, pero no es aplicable para el caso común en donde las partes de la columna empiezan a separarse.

2.22. Requisitos de conexión en las columnas armadas cuyas componentes están en contacto

La especificación LRDF-E4 presenta varios requisitos respecto a las columnas armadas. Cuando dichas columnas constan de componentes diferentes que están en contacto y que se apoyan en placas de base o superficies laminadas, estas deben conectarse en sus extremos con tornillos y soldadura. Si se sueldan, las longitudes de los cordones deben ser iguales, por lo menos al ancho máximo del miembro. Si se usan tornillos, estos no deben espaciarse longitudinalmente a más de cuatro diámetros entre centros y la conexión debe extenderse en una distancia igual a $1\frac{1}{2}$, por lo menos a veces al ancho máximo del miembro.

La especificación LRDF también requiere el uso de conexiones soldadas o atornilladas entre las conexiones de extremo descritas anteriormente. Estas deben ser capaces de transmitir los esfuerzos calculados. Si se desea tener un ajuste perfecto sobre todas las superficies en contacto de las componentes, puede ser necesario colocar los conectores más cerca aun que lo requerido para la transmisión del cortante.

Cuando una componente de una columna armada consta de una placa exterior, la especificación LRDF estipula un espaciamiento específico máximo para los conectores. Si se usan cordones intermitentes a lo largo de los bordes de las componentes o si se usan tornillos a lo largo de las líneas de gramil en cada sección, su separación máxima no debe ser mayor que $127/\sqrt{F_y}$ veces el espesor de la placa exterior más delgada ni de $12plg$. Si los tornillos se colocan en forma escalonada sobre cada línea de gramil, su separación en cada línea no debe ser mayor que $190\sqrt{F_y}$ veces el espesor de la parte más delgada ni de $18plg$.

En la especificación LRDF-E4 se dan dos valores para espaciamientos de miembros armados hechos de acero intemperizado sin pintar.

La letra a representa la distancia entre conectores y r , es el radio de giro mínimo de una componente de la columna. Según resultados de pruebas, si la relación a/r , es ≤ 50 todas las partes de una columna armada actuarán en conjunto como una unidad. Si la relación es mayor que 50, las especificaciones LRDF requieren que se use una relación de esbeltez $\left(\frac{KL}{r}\right)_m$ modificada o mayor para determinar el esfuerzo de diseño, en vez del valor

$\left(\frac{KL}{r}\right)_0$ que se usaría si la sección transversal completa fuese totalmente efectiva. El valor modificado es el siguiente:

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_0^2 + \left(\frac{a}{r_i} - 50\right)^2} \quad (2.45)$$

Esta ecuación es solo aplicable al eje de pandeo respecto al cual se requieren conectores para resistir el cortante.

Debe recordarse claramente que la resistencia de diseño de una columna armada se reduce si la separación de los conectores es tal que una de las componentes de la columna pueda pandearse antes de que se pandee la columna en su conjunto.

Tal situación se puede prevenir si la relación $\frac{a}{r_i}$, se mantiene \leq que la ecuación que rige para todo el miembro o sea, menor que $(KL/r)_x$ o que $(KL/r)_y$ según sea el caso.

Para las columnas armadas cuyas componentes están conectadas solo en sus extremos con tornillos de ajuste apretados, las especificaciones LRDF establecen que debe usarse la siguiente relación de esbeltez.

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{KL}{r}\right)_0^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2} \quad (2.46)$$

Las tablas para columnas de ángulos en la segunda parte del manual LRDF se elaboraron con base en la relación de esbeltez modificada y al pandeo flexotorsionante.

2.23. Pandeo flexotorsional de miembros a compresión

Los miembros estructurales cargados axialmente a compresión pueden fallar teóricamente de tres maneras diferentes:

- a) Por pandeo flexionante

- b) Por pandeo torsionante
- c) Por pandeo flexotorsionante

Por pandeo flexionante (llamado también pandeo de Euler): Es el que se ha considerado hasta ahora en columna; en este caso se han calculado las relaciones de esbeltez para los ejes principales de la columna y determinado el $\phi_c F_{cr}$ para la mayor relación obtenida. Las columnas con secciones con doble simetría (como las secciones W) están sujetas solo a pandeo flexionante y a pandeo torsionante.

Por pandeo torsionante: Es tipo de falla es muy compleja por lo que es conveniente evitar que se presente. Esto puede lograrse por medio de un cuidadoso arreglo de los miembros y proporcionando soportes que impidan el movimiento lateral y la torcedura. Si se suministran suficientes soportes laterales en los extremos y en los puntos intermedios, el pandeo flexionante será el que siempre domine. Los valores dados en las tablas de columnas del manual LRDF para los perfiles W , M , S , tubos y tubulares se basan en el pandeo flexionante.

Las secciones abiertas (W , M , canales, etc...) tienen poca resistencia a la torsión, pero no así los perfiles en caja. Entonces, si se presenta un caso de torsión, es aconsejable usar secciones en caja, o bien, a las secciones W adaptarles placas laterales soldadas. Otra manera como se pueden simplificarse los problemas de torsión, es reducir las longitudes de los miembros sujetos a esta torsión.

Para un perfil con simetría simple el pandeo de Euler puede ocurrir respecto a los ejes x o y . Para ángulos de lados iguales, puede ocurrir respecto al eje z . Para todas estas secciones, el pandeo flexionante es siempre una posibilidad y puede llegar a dominar. (Siempre será este el caso para columnas formadas de un solo ángulo de lados desiguales.) Los valores dados en las tablas de columnas del manual LRDF para ángulos dobles y tees estructurales, fueron calculados para pandeo respecto al eje débil (x o y) y para pandeo flexotorsionante.

Generalmente se usan perfiles simétricos como columnas. La torsión no ocurrirá en tales secciones si las líneas de acción de las cargas laterales pasan por el centro de cortante. El centro de cortante es aquel punto de la sección transversal a través del cual debe pasar la resultante de las cargas laterales para que no ocurra torsión. Los centros de cortante de las secciones con doble simetría se localizan en sus centroides. Esto no ocurre necesariamente para otras secciones como canales y ángulos. En la figura (2-15) se muestran los centros de

cortante de varios tipos de secciones, así como sus coordenadas x_0, y_0 respecto a sus centroides. Estos valores se necesitan en las formulas de pandeo por flexotorsion.

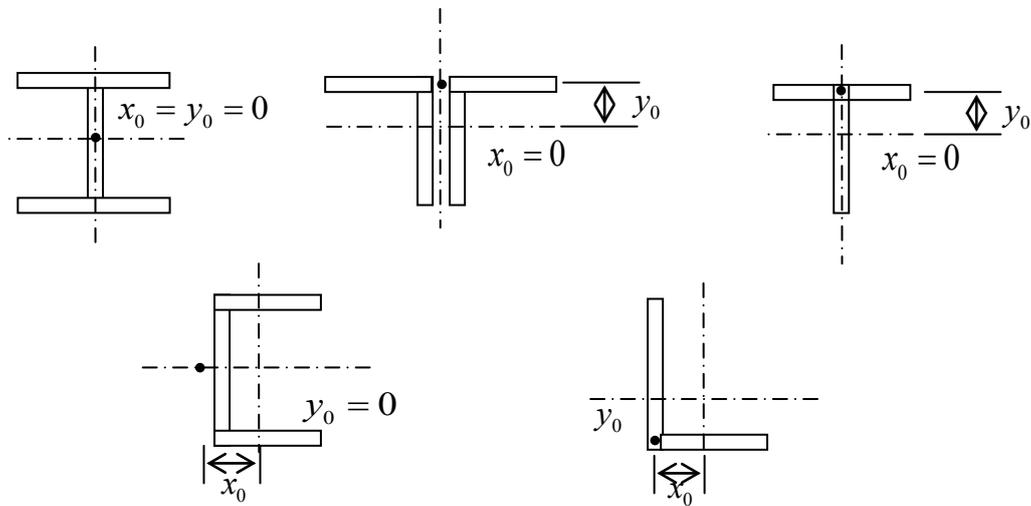


Figura (2-15). Posición del centro de cortante de algunas secciones comunes para columnas.

Aunque las cargas pasen por el centro de cortante, el pandeo torsional puede aun presentarse. Si se carga cualquier sección a través de su centro de cortante no ocurrirá torsión; sin embargo, se debe calcular la resistencia al pandeo torsional de esos elementos, esto es, la carga de pandeo no depende de la naturaleza de la carga axial o transversal sino de las propiedades de la sección transversal, de la longitud de la columna y de las condiciones de apoyo.

El proyectista promedio no considera el pandeo torsional de perfiles simétricos o el pandeo flexotorsional de perfiles asimétricos. El considera que esas condiciones no rigen en la determinación de la carga crítica o por lo menos, que no la afectan mucho. Sin embargo, cuando se tienen columnas asimétricas o incluso columnas isométricas hechas con placas delgadas, encontramos que el pandeo torsional o el flexotorsional puede reducir bastante la capacidad de la columna.

Los valores dados para las resistencias de diseño de columnas $\phi_c P_n$ formadas de ángulos dobles y tés en la segunda parte del manual LRDF, se basan en esas formulas. El manual no proporciona tablas para columnas formadas por ángulos simples. Se indica en el manual que esto se debe a la dificultad de cargar tales miembros concéntricamente. Esto resulta

extraño porque aun si los ángulos dobles o tés se cargan concéntricamente, el pandeo flexotorsional se puede todavía presentar.

En el manual se considera que en la práctica, las excentricidades reales de los miembros formados de ángulos simples son muy grandes y que ignorar esas excentricidades puede conducir al uso de miembros subdiseñados. Esto implica que el proyectista que use puntales de un solo ángulo, tendrá que emplear las formulas de flexotorsion y tomar en cuenta alguna excentricidad posible de la carga.

Para la flexotorsion, $P_u = \phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g$, ϕ_c con $\phi_c = 0.85$ y F_{cr} se determina con las formulas dadas a continuación.

$$\text{Si } \lambda_e = \sqrt{Q} \leq 1.5 \quad F_{cr} = Q \left(0.685^{Q\lambda_e^2} \right) F_y \quad (2.47)$$

$$\text{Si } \lambda_e = \sqrt{Q} > 1.5 \quad F_{cr} = \left(\frac{0.877}{Q\lambda_e^2} \right) F_y \quad (2.48)$$

En donde $Q=1.0$ para elementos que cumplan con las relaciones λ_r de ancho a espesor de las especificaciones LRDF.

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \quad (2.49)$$

F_e = Esfuerzo critico de pandeo elástico flexotorsion.

Para perfiles con simetría doble:

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_2 L)^2} + GJ \right] \frac{1}{I_x + I_y} \quad (2.50)$$

Para perfiles con simetría simple en los que el eje y de simetría:

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad (2.51)$$

Para perfiles sin simetría, F_e es la menor raíz de la siguiente ecuación cubica:

$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^2 (F_e - F_{ey}) \left(\frac{x_0}{r_0} \right)^2 - F_e^2 (F_e - F_{ex}) \left(\frac{y_0}{r_0} \right)^2 = 0 \quad (2.52)$$

Una forma más conveniente para esta ecuación es la siguiente:

$$HF_e^3 + \left[\frac{\wedge 1}{r_0^2} (y_0 F_{ex} + x_0^2 F_{ey}) - (F_{ex} + F_{ey} + F_{ez}) \right] F_e^2 + (F_{ex} F_{ey} + F_{ex} F_{ez} + F_{ey} F_{ez}) F_e - F_{ex} F_{ey} F_{ez} = 0 \quad (2.53)$$

K_z = Factor de longitud efectiva para pandeo torsional

G = Modulo de cortante (klb / plg^2)

C_w = Constante de alabeo (plg^6)

J = Constante de torsión (plg^4)

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + \frac{I_x + I_y}{A} \quad (2.54)$$

$$H = 1 - \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{r_0^2} \right) \quad (2.55)$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)_x^2} \quad (2.56)$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)_y^2} \quad (2.57)$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{(K_2 L)^2} + GJ \right] \frac{1}{Ar_0^2}, r_0 \quad (2.58)$$

Los valores de C_w , J , r_0 y H se dan para muchas secciones en las tablas de propiedades flexotorsionales en la primera parte del manual.

2.24. Miembros en flexo-compresión

Conceptos generales.

Los miembros estructurales sometidos simultáneamente a flexión y compresión axial se conocen en literatura técnica como vigas- columnas. La flexión puede producirse por diversos motivos, tales como:

- Excentricidad de las cargas axiales

- Cargas transversales al eje del elemento

- Momentos aplicados en la luz del miembro

La curvatura resultante debido a la presencia de las cargas y momentos que flexan los miembros estructurales, pueden ser simple o doble. La curvatura sencilla es por lo general a más crítica. Ver la figura

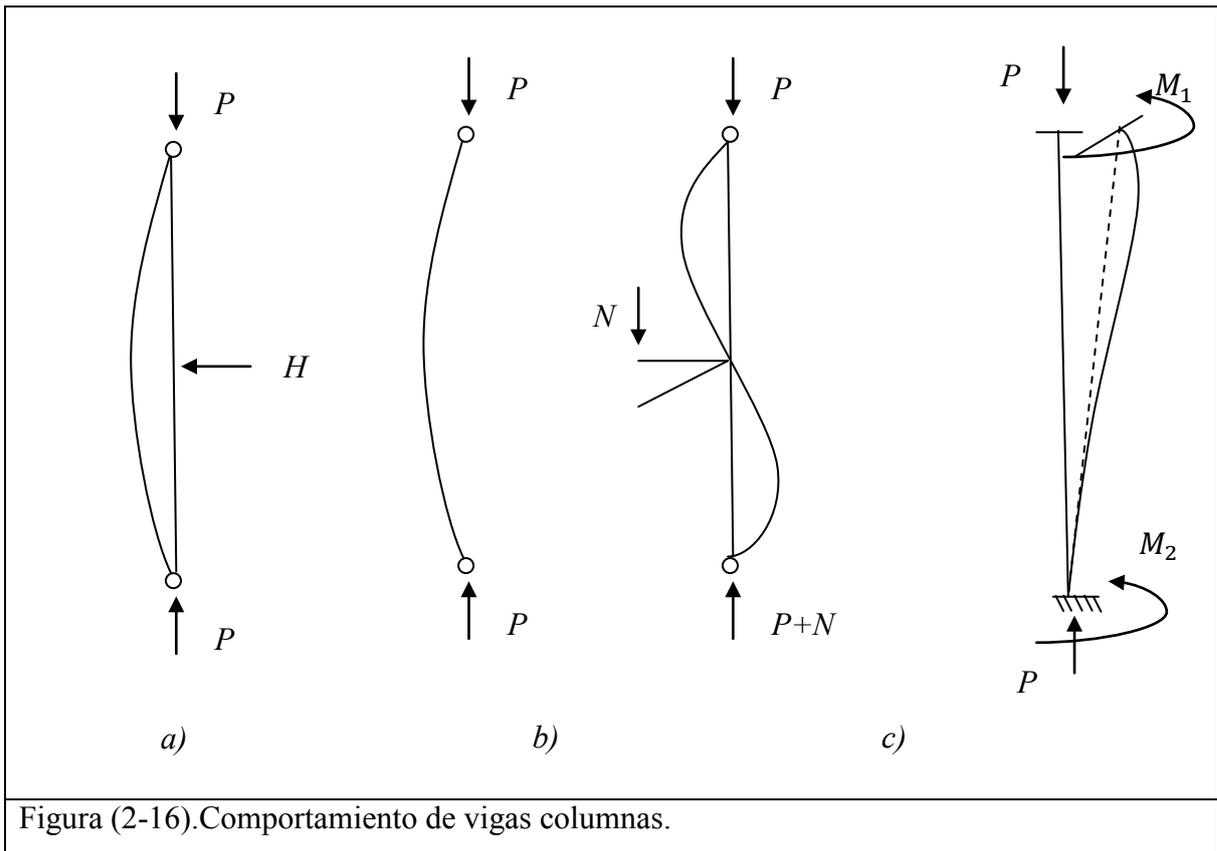


Figura (2-16).Comportamiento de vigas columnas.

Numerosos ejemplos pueden mencionarse de estructuras que resisten flexo-compresión tales como los arcos cuyos ejes no sean los antifuniculares de las cargas, los pórticos rígidos que soportan fuerzas gravitacionales y laterales de viento o sismo, los cordones superiores de las armaduras de techo con correasa apoyando en la luz entre los nodos del sistema, etc., como muestra la figura

La flexo-compresión puede ser:

Normal

Esviada u Oblicua

Es normal cuando las fuerzas que originan los momentos flectores están contenidas en un eje principal de inercia de la sección transversal y oblicua en caso contrario.

2.25. Miembros flexocomprimidos respecto a Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas.

En esta sección se trata el diseño de miembros de eje recto y sección transversal constante, con dos ejes de simetría, sujetos a compresión y a flexión producida por momentos que obran alrededor de uno o de los dos ejes de simetría.

Se designan, indistintamente, con las palabras “columna” o “elemento flexocomprimido”.

Para los fines de esta sección, las estructuras de las que forman parte los miembros flexocomprimidos se clasifican en “regulares” e “irregulares”.

Una estructura “regular” se caracteriza porque está formada por un conjunto de marcos planos, que son parte de dos familias, frecuentemente perpendiculares entre sí, provistos o no de contraventeo vertical, con o sin muros de rigidez, paralelos o casi paralelos, ligados entre sí, en todos los niveles, por sistemas de piso de resistencia y rigidez suficientes para obligar a que todos los marcos y muros trabajen en conjunto para soportar las fuerzas laterales, producidas por viento o sismo, y para proporcionar a la estructura la rigidez lateral necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto bajo cargas verticales y de inestabilidad bajo acciones verticales y horizontales combinadas. Además, todos los marcos planos deben tener características geométricas semejantes y todas las columnas de cada entrepiso deben ser de la misma altura, aunque ésta varíe de un entrepiso a otro.

Una estructura se considera “irregular” cuando los elementos que la componen no constituyen marcos planos, cuando éstos no pueden considerarse paralelos entre sí, cuando los sistemas de piso no tienen resistencia o rigidez adecuada, cuando zonas importantes de los entrepisos carecen de diafragmas horizontales, cuando la geometría de los marcos planos difiere substancialmente de unos a otros, cuando las alturas de las columnas que forman parte de un mismo entrepiso son apreciablemente diferentes, o cuando se presentan simultáneamente dos o más de estas condiciones.

Una construcción puede ser regular en una dirección e irregular en la otra, y algunos entrepisos pueden ser regulares y otros no.

La mayor parte de los edificios urbanos, de departamentos y oficinas, tienen estructuras regulares. Son irregulares las estructuras de muchos salones de espectáculos (cines, teatros, auditorios) y de buena parte de las construcciones industriales.

Son también irregulares las estructuras especiales como péndulos invertidos (tanques elevados, por ejemplo).

En las secciones 3.4.3 y 3.4.4 se indica cómo dimensionar columnas que forman parte, respectivamente, de estructuras regulares y de estructuras irregulares.

También se incluye aquí el diseño de miembros flexocomprimidos del tipo de las cuerdas en compresión de armaduras sobre las que obran cargas transversales aplicadas entre los nudos, aunque tengan un solo eje de simetría.

2.26. Longitudes efectivas

El concepto de longitud efectiva se presentó anteriormente así como algunos valores de K . Estos factores se obtuvieron para columnas con ciertas condiciones idealizadas de restricción en sus extremos, que pueden ser muy diferentes respecto a las condiciones prácticas de diseño. Los valores tabulados son normalmente satisfactorios para diseños preliminares y para situaciones en las que el desplazamiento lateral (ladeo) está impedido por soportes laterales.

La longitud efectiva de una columna es una propiedad de toda la estructura de la que forma parte la columna. En muchos edificios pequeños los muros de mampostería proporcionan suficiente soporte lateral para impedir el ladeo y permitir un valor de $K=1$ o menor. Un gran porcentaje de edificios modernos, en particular los más altos, tienen solo paredes ligeras de vidrio que proporcionan poco o ningún soporte lateral. El resultado se manifiesta en valores de K mayores que 1.0 y en el ladeo, a menos que se utilice un sistema de arriostamiento lateral definido. En los edificios sin estos sistemas, la resistencia al ladeo proporciona principalmente la rigidez lateral propia de la estructura.

En esta exposición el término ladeo se refiere al ladeo que se refiere al ladeo que se presenta en los fenómenos de pandeo. Este solo incluye el ladeo como se usa en el análisis de marcos estáticamente indeterminados (en donde los marcos se reflexionan lateralmente debido a la presencia de cargas laterales, cargas verticales asimétricas o por la falta de simetría en los mismos marcos), sino también en el caso de las columnas cuyos extremos pueden moverse transversalmente si estas se cargan hasta que ocurra el pandeo.

Se pueden efectuar análisis teóricos matemáticos para determinar las longitudes efectivas en estructuras con desplazamiento lateral. Sin embargo, tal procedimiento resulta muy

tedioso y tal vez muy difícil para el proyectista promedio. El procedimiento común es usar la tabla 5-1, interpolando entre los valores idealizados contenidos en ella, o bien, usar LRDF-C-C2.2 (Nomograma para la determinación de longitudes efectivas de columnas en marcos continuos). Este nomograma se usa para estimar las longitudes efectivas de columnas, en marcos cuya resistencia al movimiento lateral la proporciona la rigidez de los miembros de la estructura. Para usar el monograma es necesario conocer los tamaños de las trabes y columnas que se conectan a la columna en cuestión, antes de poder determinar la longitud de esta. En otras palabras antes de usar el monograma se debe hacer un diseño previo para cada uno de los miembros.

El Consejo de Investigación sobre la estabilidad estructural hace varias recomendaciones relativas al uso del monograma. Algunas de ellas se refieren a los soportes de las columnas. Por ejemplo, G (relación entre la suma de las rigideces en las trabes conectas al mismo nudo) es teóricamente igual a infinito, cuando una columna está conectada a la cimentación a través de una articulación sin fricción. Se recomienda que G se tome igual a 10 cuando se usen lo soportes no rígidos.

Para conexiones rígidas ente columnas y cimentación, teóricamente G tiende a cero, pero se recomienda usar el valor de 1.0 .

Para mejorar los valores de G usados en el monograma se recomienda que las rigideces de las trabes se multipliquen por ciertos factores cuando se conozcan las condiciones existentes en los extremos alejados de las trabes. Si se permite el desplazamiento lateral y el extremo más alejado de la trabe está articulado, la rigidez de la trabe debe multiplicarse por 0.5 .

Las longitudes efectivas de cada columna se determinan con el monograma. (Cuando el ladeo es posible se encontrara que las longitudes efectivas son siempre mayores que las longitudes reales. Cuando los marcos se arriostran de manera que el ladeo no sea posible, K será menor que 1.0).

Para la mayor parte de los edificios los valores K_x y K_y deben examinarse por separado. La razón para hacer este examen individual tiene que ver con las diferentes estructuraciones posibles en las dos direcciones. Muchas estructuras están formadas por marcos rígidos en una dirección y de marcos convencionalmente conectados con

arriostraminetos en la otra. Además, los puntos de soporte lateral pueden, a veces no ser los mismos en ambos planos.

3. ANTECEDENTES

3.1. Descripción del problema

Las columnas de acero son elementos estructurales que en general se diseñan para soportar esfuerzos axiales, de compresión o tracción, o bien combinación de los mismos con flexión, por lo que en consecuencia deben además soportar los esfuerzos que llegan a generarse por pandeo, en el caso de las columnas largas.

El comportamiento de las columnas, y en definitiva su modo de falla depende de la carga axial y de la intensidad de los esfuerzos de flexión en el área transversal (compresión o tensión).

La importancia de las columnas en la estructura radica en que la falla de una columna puede significar la falla de la estructura completa, mientras que la falla de una viga resultaría en una falla parcial no tan severa en la estructura.

3.2. Artículos

Lo que a continuación se presentan son artículos sobre estudios e investigaciones recientes que describen el comportamiento y estudio de las columnas así como también la contribución de esta tesis en base al estudio reciente en columnas.

Hadi (2009) estudio el comportamiento de columnas de concreto reforzado recubiertas con fibras de acero (CFRP) bajo la acción de cargas excéntricas. Los resultados mostraron que la introducción de fibras en el concreto así como el encamisamiento mejoraron las propiedades del concreto y en especial su ductilidad.

Teng y Hu (2007) estudiaron el comportamiento de columnas tubulares de acero reforzadas con camisas de polímero (FRP). Construyeron también un modelo de elemento finito para realizar simulaciones de las columnas. Tanto las simulaciones como los experimentos demostraron que el encamisamiento con polímeros en columnas aumentan la resistencia y ductilidad de estos elementos y previenen la falla de pata de elefante cerca de la base de la columna.

Shaat et al. (2007) desarrollaron un modelo analítico para estudiar el comportamiento de columnas largas reforzadas con fibras de acero bajo cargas axiales. Un trabajo previo de experimental mostró que la ganancia en refuerzo era muy sensible a las imperfecciones de la columna. Por tanto para poder incluir este fenómeno en el modelo se tuvo que

desacoplar el efecto de las imperfecciones y el número de fibras de refuerzo. Los resultados mostraron una buena predicción de los esfuerzos en el material.

3.3. Contribución

Lo que se presenta en este trabajo es la descripción y comportamiento de columnas cortas de acero de perfil W sometidas a flexocompresión, esto variando la carga de compresión en la sección transversal de la columna con cierta excentricidad, los resultados demostraron que las columnas de acero de este tipo de perfil tienden a ser más vulnerables en los extremos del patín y así generando el fenómeno de aplastamiento del alma conforme a una cierta carga, también se demostró que conforme aumente la carga en el alma con cierta excentricidad esta tendrá que ser mayor para que así la carga haga fallar a la columna en más del 50%.

3.4. Objetivo

- a) Construir un modelo en ANSYS para estudiar el comportamiento elástico de columnas cortas a flexocompresión.
- b) Determinar el efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga de columnas cortas por medio del modelo.
- c) Determinar la relación entre las cargas y excentricidades para el modelo.

3.5. Hipótesis

La excentricidad a la cual se aplica la carga axial en una columna corta modifica su modo de falla y reduce su capacidad de carga.

4. MATERIALES Y METODOS

4.1. Generalidades del método del elemento finito

Para resolver los problemas de análisis de comportamiento lineal estático y dinámico de las estructuras continuas sometidas a acciones diversas tales como un edificio, edificio para departamentos, etc., estas estructuras cuentan con infinitos grados de libertad, es necesario estudiar un modelo matemático de estructura dividida (o discreteada) en partes pequeñas (denominadas elementos finitos) y conectadas entre sí, solamente a través de los llamados puntos nodales (o nodos de borde del elemento finito) reproduciendo la estructura real a lo mas ajustadamente posible y pasando de una estructura de infinitos grados de libertad a una de un numero finito de grados de libertad.

Con ello ya es posible abordar el estudio de comportamiento de tal estructura discreteada por los conocidos métodos matriciales y mediante el empleo de ordenador.

La discretizacion responde, por parte del ingeniero, a una intuición por la que, partiendo de una división de la estructura real en partes más o menos grandes (conectadas entre sí por los nodos) que a la vez, pueden ser subdivididas en otras más pequeñas (conectadas entre sí por los nuevos nodos y los anteriores nodos), estas en otras, y así, sucesivamente, hasta que en el límite, tendiendo el tamaño de estos elementos a cero, el comportamiento de tal modelo de estructura fuera el de la estructura real. Pero, en realidad, el llegar a tal límite puede no ser necesario en orden a determinar cuantitativamente tal comportamiento, ya que una aproximación suficiente de dicho límite puede resolver satisfactoriamente las necesidades de exactitud de dichos problemas. (Fornons, et al. 2000).

4.2. Ansys.

Ansys es un software de simulación ingenieril, está desarrollado para funcionar bajo la teoría de elemento finito para estructuras y soporte estructural de los fluidos, térmica y electromagnética, Electromecánica, mecánica de simulación en una sola solución. Permite una mayor comprensión y la productividad mediante un mayor uso de alto rendimiento con la simulación de ingeniería. Además, Ansys alienta y facilita el uso de gran escala de procesamiento en paralelo para predecir cómo funcionará y reaccionará determinado modelo bajo un entorno real.

4.3. Tipo de elementos finitos utilizados

4.3.1. PLANE42 2-D Structural Solid

PLANE42 es el elemento finito que se utiliza en 2-D para el modelado de estructuras sólidas. El elemento puede utilizarse como un elemento en el plano (plano de esfuerzos) o como un elemento no simétrico. El elemento está definido por cuatro nodos con dos grados de libertad en cada nodo. El elemento puede modelar plasticidad, deformaciones a largo plazo (creep), hinchazón, rigidez, esfuerzos, grandes deflexiones y grandes deformaciones (ANSYS, 2008).

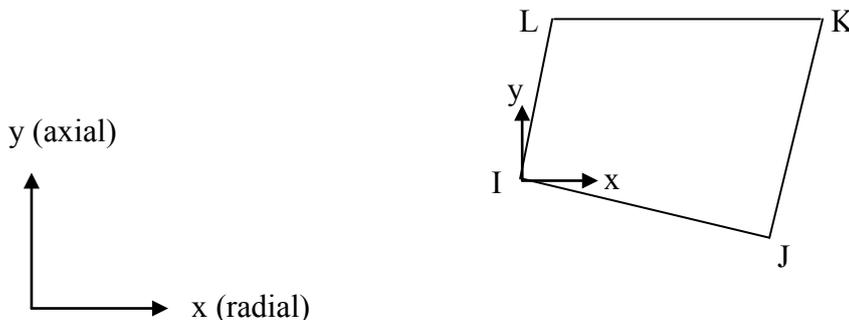


Figura (4-1). PLANE42 2-D Geometría.

Sugerencias y restricciones.

- El área del elemento debe ser distinto de cero.
- El elemento deberá situarse en un plano XY, como se muestra en la Figura (4-1) y el eje y debe ser el eje de simetría para análisis. Una estructura asimétrica debería ser el modelo en el cuadrante x.
- Un elemento puede ser triangular, formado por la definición de K y L duplicado el número de nodo.
- Las formas extras se borran automáticamente para elementos triangulares de manera que un elemento sea de constante tensión en los resultados.
- Los resultados solo serán validos si las condiciones descritas en el elemento de solución se cumplen.

4.3.2. SOLID45 3-D Structural Solid.

SOLID45 se utiliza para el modelado 3-D de estructuras sólidas. El elemento se define por ocho nodos con tres grados de libertad en cada nodo los cuales están en un plano conformado por x , y y z . El elemento puede modelar plasticidad, deformaciones a largo plazo, hinchazón, rigidez, esfuerzo, grandes deflexiones y grandes deformaciones (ANSYS, 2008).

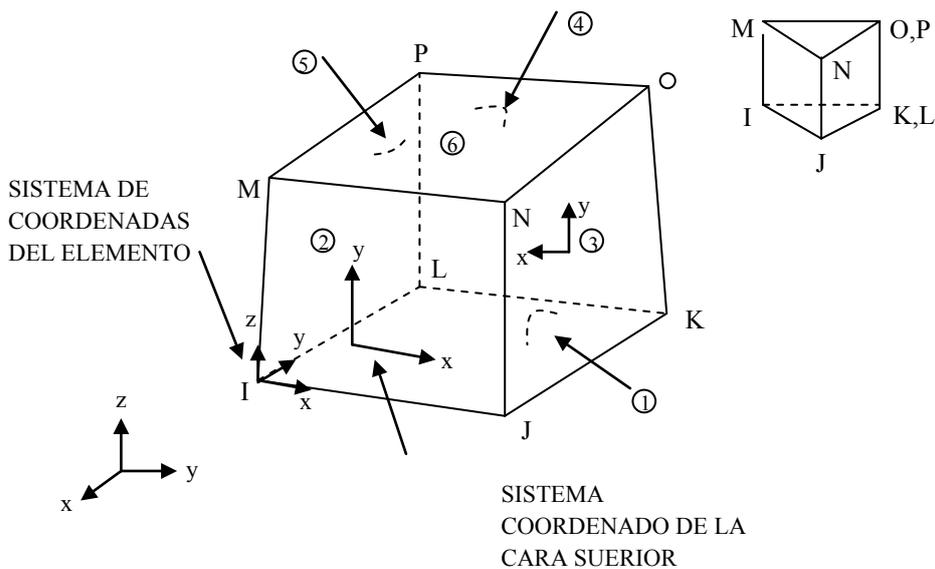


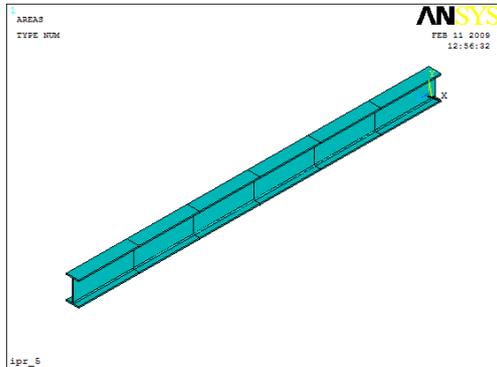
Figura (4-2). SOLID45 Geometría.

Sugerencias y restricciones.

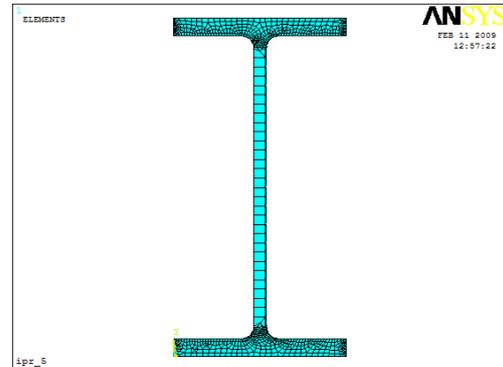
- Los elementos con volumen igual 0 no están permitidos.
- Los elementos pueden estar numerados como en la figura o pueden tener los planos intercambiados.
- El elemento no puede ser deformado de tal manera que se tengan 2 volúmenes separados. Esto ocurre cuando los elementos no están numerados correctamente.
- Todos los elementos deben por lo menos contar con 8 nodos.
- Las formas de tetraedros también están disponibles. Las formas extras se eliminan automáticamente.

4.4. Modelo final

La Figura 4-5 muestra el modelo de elemento finito de la columna modelada. Este modelo consta de siete secciones transversales, cinco secciones intermedias y 4548 elementos.



a) Columna completa. Secciones intermedias.



b) Elementos de la sección transversal de la columna

Figura (4-5). Modelo de elemento finito en ANSYS

Después de la validación se pretende escoger el modelo con el cual se harán los análisis en cada posición de la columna. El modelo con el que se hicieron los análisis se muestra en la figura 4-5, este modelo cuenta con las dimensiones y características que mostraron en la tabla 4.1 y en la figura 4-3.

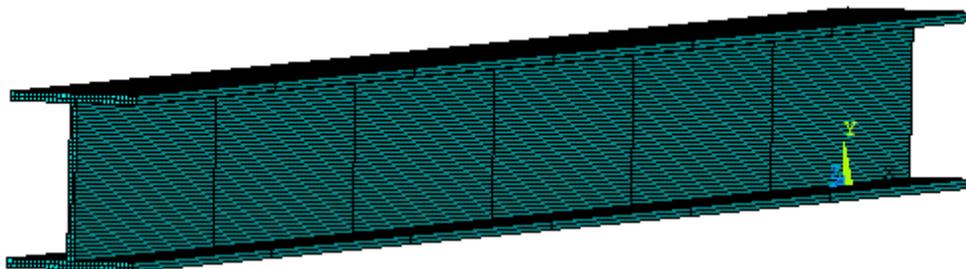


Figura (4-6). Columna de acero de perfil W

4.5. Propiedades del modelo analizado

La siguiente tabla muestra las características principales del modelo que se analizó para la validación de los resultados.

Tabla (4.1). Característica principales de la columna de acero de perfil W.

Características del modelo	
Área	0.00444m ²
Modulo elástico	0.21ton/m ²
Modulo Young	0.3
Longitud	3m
Carga de validación	1ton
Tipo	Columna W

En la siguiente figura se muestra la representación de la columna descrita anteriormente.

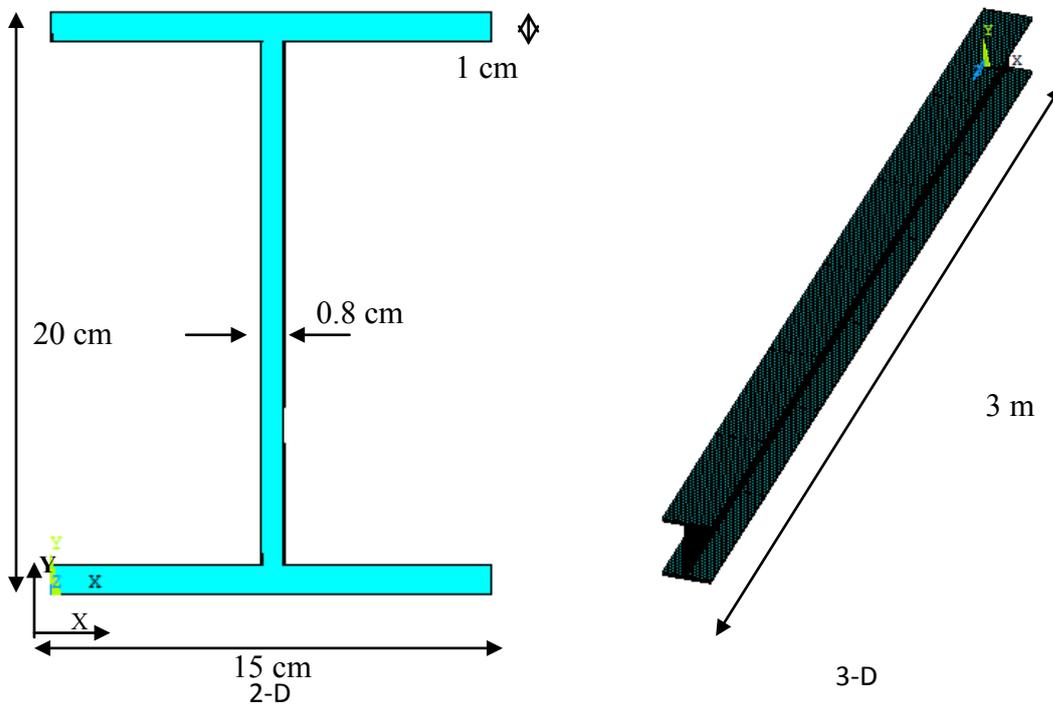


Figura (4-3). Representación de la columna descrita en la tabla 4.1

4.6. Validación del modelo

Lo que comprende esta parte es la demostrar la seguridad con la que se trabajo en el modelo, en otras palabras se habla de la verificación de los datos arrojados por el software Ansys.

Para hacer esto se utilizó la Formula de la escuadría que es la representada como la ecuación 2.77. Se utilizo esta ecuación para dar certeza de los datos arrojados por Ansys y asegurarse de que el modelo estuviese trabajando correctamente.

En relación a la aplicación del momento, la carga aplicada conforme a la excentricidad en los ejes horizontal y vertical lleva a generar el momento en cada punto de análisis en la sección transversal.

Para la validación del modelo se aplicó una carga de 1ton en una columna de 3m, la cual tienen un perfil W. La carga se aplicó en el centro del área transversal; después se analizó el modelo y obteniendo los datos de los esfuerzos se compararon con los calculados en el programa Excel 2007 de Office.

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x c_y}{I_x} \pm \frac{M_y c_x}{I_y} \quad (2.77)$$

Los siguientes datos de esfuerzos (“Ansys”) se tomaron de distintas partes de la columna arrojados por el programa Ansys y los demás obtenidos con la fórmula de la escuadría para hacer la comparación de esfuerzos en sí.

Tabla (4.2). Esta tabla muestra la validación entre los resultados teóricos y los resultados de Ansys

No. datos analizados	*Esfuerzo(ton/m2)	Ansys(ton/m2)	Diferencia	Error
1	225	226.01	-0.831	-0.37%
2	225	225.38	-0.2.24	-0.10%
3	225	225.14	-0.00655	0.00%
4	225	225.15	-0.0392	-0.02%
5	225	225.36	-0.272	-0.12%
6	225	225.7	-0.635	-0.28%
7	225	226.31	-1.27	-0.56%
8	225	227.71	-2.28	-1.01%
9	225	225.83	-0.3.80	-0.17%
10	225	225.75	-0.2.77	-0.12%
11	225	225.24	0.2.56	0.11%
12	226	224.97	0.5.49	0.24%
13	226	224.92	0.6.22	0.28%
14	226	225.06	0.5.04	0.22%
15	226	225.42	0.1.67	0.07%
16	225	225.61	-0.1.91	-0.08%
17	225	228.93	-3.53	-1.57%
18	225	230.75	-5.37	-2.38%
19	225	232.58	-7.23	-3.21%
20	225	233.8	-8.47	-3.76%
21	225	233.58	-8.27	-3.67%

22	225	230.42	-5.13	-2.28%
23	225	221.56	3.71	1.65%
24	225	202.07	23.2	10.29%
25	225	169.67	55.6	24.67%
			<i>Promedio</i>	0.71%
			<i>DE</i>	5.62%

* Resultados obtenidos a partir de la fórmula de la escuadría

DE = Desviación estándar

Después de comparar los valores expuestos en la tabla, se puede decir que se puede confiar en los valores que arroja Ansys, para así después hacer análisis de los elementos posteriores que se presentan a continuación en el siguiente capítulo.

4.7. Clasificación de la columna.

A continuación se describe el cálculo usado para determinar la clasificación de la columna (MOTT, 1999).

Para este cálculo se utilizaron valores prácticos.

La razón de esbeltez (SR), se calcula como:

$$SR = \frac{KL}{r}$$

$$SR = K L / r \quad (86)$$

$$SR = \frac{Le}{r}$$

$$SR = Le / r \quad (87)$$

Donde,

L : es la longitud real de la columna.

K : es el factor de fijación de los extremos.

Le : es la longitud efectiva de la columna.

r : Es el radio de giro mínimo de la sección transversal de la columna.

La longitud efectiva (L_e) se calcula como:

$$L_e = KL$$

$$L_e = (2.10)(3m) = 6.3m$$

Definición 12: La longitud real (L) se define como la longitud de la columna entre sus extremos, o entre puntos de restricción intermedios.

El factor de fijación de los extremos (K), es un factor que mide el grado de limitación contra rotación de cada extremo.

CONDICIÓN	Ambos extremos articulados	Ambos extremos fijos	Un extremo fijo y otro libre	Un extremo fijo y otro articulado
Valor teórico	1.00	0.50	2.00	0.70
Valor práctico	1.00	0.65	2.10	0.80

Factor de fijación de los extremos (K) MOTT, 1999.

El radio de giro (r), es la medida de esbeltez de la sección transversal de la columna, se utilizó el momento de inercia con respecto al eje x , y se calcula como:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$r = \sqrt{\frac{123.6026m^2}{0.00444m^2}} = 166.8485$$

$$SR = \frac{3m}{166.8485m} = 0.018$$

Donde,

I : es el momento de inercia de con respecto a uno de los ejes principales de la sección transversal de la columna.

A: es el área de la sección transversal de la columna.

Para determinar si una columna se comporta como columna larga o como columna larga, se utiliza un parámetro denominado razón de esbeltez de transición (Cc), el cual se calcula como:

$$Cc = \sqrt{\left(\frac{2\pi^2 E}{S_y}\right)}$$

$$Cc = \sqrt{\left(\frac{2\pi^2(2.058 \times 10^{11} \text{ N/m}^2)}{(441 \times 10^6 \text{ N/m}^2)}\right)} = 95.9772$$

$SR < Cc$, Entonces, la columna se considera corta.

4.8. Casos analizados en la columna.

Después de lo anterior descrito se propuso hacer el análisis en distintas partes de la columna en donde se aplicó incrementos de carga hasta encontrar la carga de falla, ya que este análisis fuese aproximado a los demás del conjunto de toda la columna, en la tabla 4.3 y con base en la figura 4-4 se presenta lo anterior descrito.

Tabla (4.3). Casos analizados en el elemento.

No. De Punto.	Posición (x,y) en m	
1	0.075	0.1
2	0.075	0.11
3	0.075	0.12
4	0.075	0.13
5	0.075	0.14
6	0.075	0.15
7	0.075	0.16
8	0.075	0.17
9	0.075	0.18
10	0.075	0.19
11	0.075	0.195
12	0.085	0.195
13	0.095	0.195
14	0.105	0.195
15	0.115	0.195

16	0.125	0.195
17	0.135	0.195
18	0.145	0.195

La posición está referenciada al eje coordenado de la figura 4-3

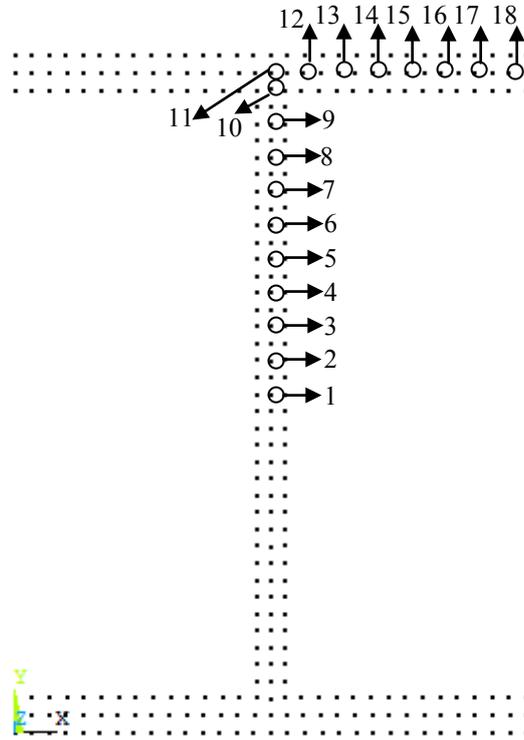


Figura (4-4). Presentación de los casos analizados en la columna

4.9. Criterio de falla

La teoría de falla o el criterio de falla utilizado en este análisis fue tomar un intervalo en el cual más del 50% de la columna fallara en sus elementos conforme rebasaran el esfuerzo de fluencia (42000 ton/m²), tal que los análisis en las posiciones mencionadas en los casos analizados cumplieran con esta condición.

Por medio de un gráfico de interacción se mostró el comportamiento de la columna respecto a diferentes cargas en su sección transversal, también se muestran las fallas por aplastamiento del patín; que tuvieron lugar en el mismo patín. La parte de los resultados se presentaran a continuación en el capítulo siguiente.

5. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos por el programa Ansys y el efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga del modelo, el análisis se aplicó a una columna de perfil W con una longitud de 3 metros. A la columna se le aplicaron diferentes cargas a diferente excentricidad de la columna, las cargas que se aplicaron tenían la función de llevar a la columna a rebasar el esfuerzo de fluencia (42000 ton/m^2) en su totalidad ($50\% + 1$).

El análisis se hizo en 18 nodos centrales, estos conforman la cuarta ($1/4$) parte de una sección que es simétrica en el área transversal de la columna figura (5-1).

Tipos de falla identificados

Se observaron dos tipos de falla con respecto a la localización (aplicación) de la carga. Falla por fluencia y falla por aplastamiento del patín.

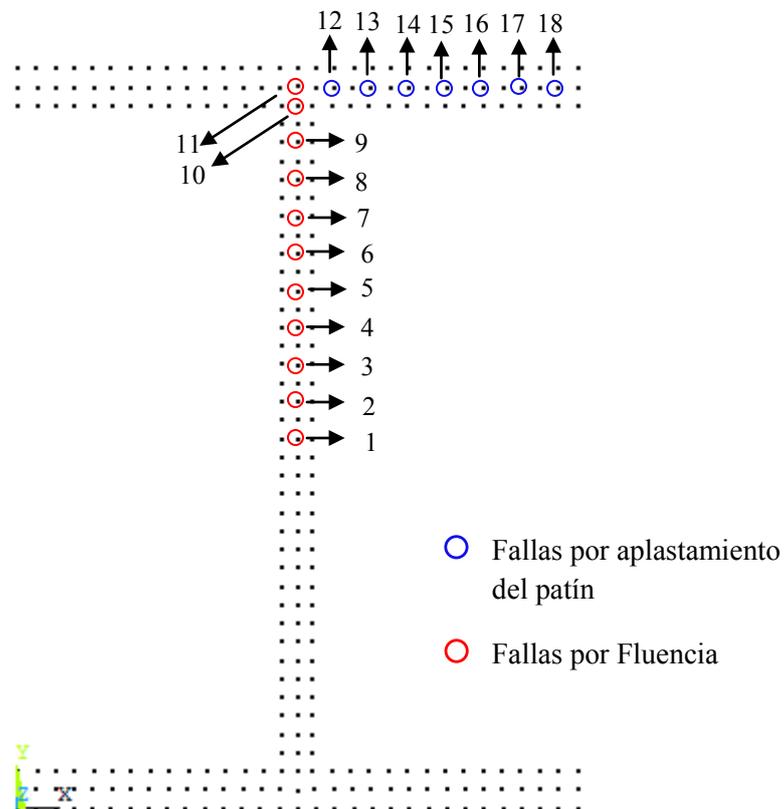


Figura (5-1). Numeración, Nodos (señalados con rojo) en los que se aplicaron las cargas hasta rebasar el esfuerzo de fluencia.

A continuación se muestran los nodos analizados en base a la figura 4-4 que conforman los ejes horizontal y vertical en función de la excentricidad y la carga que hicieron fallar a la columna.

Tabla (4.3). Casos analizados en el elemento.

No. de punto	Carga P(ton)	Posición (x,y) en m	
1	186.8	0.075	0.1
2	187.9	0.075	0.11
3	188	0.075	0.12
4	188.2	0.075	0.13
5	188.4	0.075	0.14
6	188.5	0.075	0.15
7	188.6	0.075	0.16
8	188.7	0.075	0.17
9	188.8	0.075	0.18
10	188.9	0.075	0.19
11	189	0.075	0.195
12	155	0.085	0.195
13	106	0.095	0.195
14	70	0.105	0.195
15	52	0.115	0.195
16	42	0.125	0.195
17	35	0.135	0.195
18	30	0.145	0.195

Nodos analizados en función de la excentricidad y la carga que hicieron fallar a la columna con referencia a la figura 4-4

5.1. Diagrama de interacción.

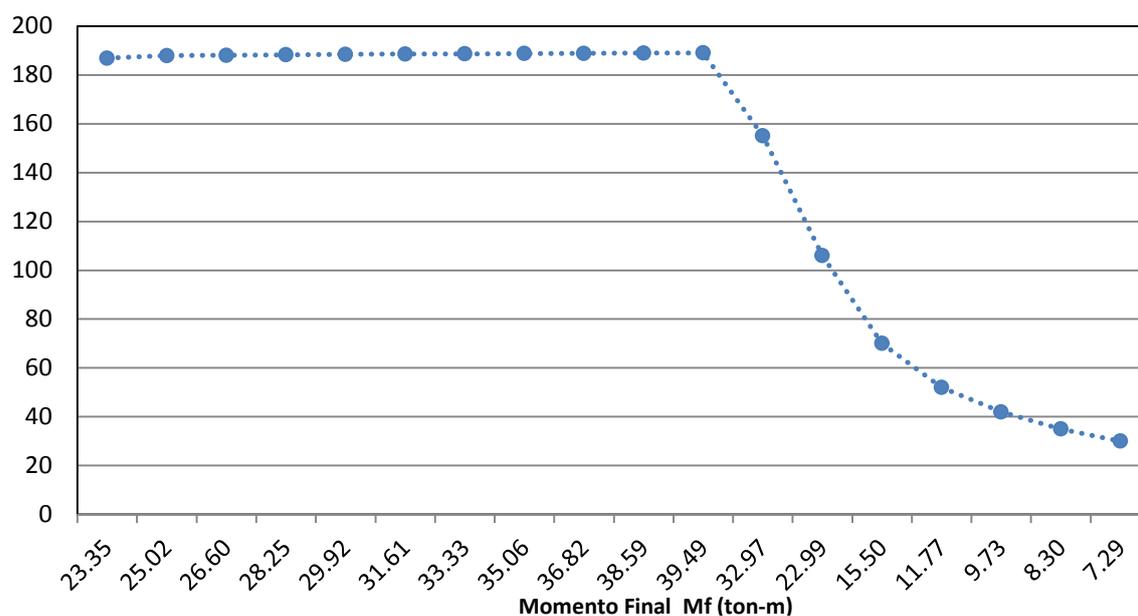
El siguiente diagrama se construyó con las cargas aplicadas en los nodos anteriormente mencionados contra su momento final (Mf) correspondiente.

Los nodos que aparecen en la grafica de iteración se presentan en la siguiente tabla y se muestran en la Figura (5-1).

Tabla (5-1). Nodos y sus momentos de la columna mostrada en la figura (5-1).

No. De Nudo	Carga P(ton)	Mx(ton/m)	My(ton/m)	Mf(ton/m)
1	186.8	18.68	14.01	23.35
2	187.9	20.67	14.09	25.02
3	188	22.56	14.10	26.60
4	188.2	24.47	14.12	28.25
5	188.4	26.38	14.13	29.92
6	188.5	28.28	14.14	31.61
7	188.6	30.18	14.15	33.33
8	188.7	32.08	14.15	35.06
9	188.8	33.98	14.16	36.82
10	188.9	35.89	14.17	38.59
11	189	36.86	14.18	39.49
12	155	30.23	13.18	32.97
13	106	20.67	10.07	22.99
14	70	13.65	7.35	15.50
15	52	10.14	5.98	11.77
16	42	8.19	5.25	9.73
17	35	6.83	4.73	8.30
18	30	5.85	4.35	7.29

Nota: Los nodos mostrados en la grafica son los correspondientes a la figura (5-1).



Las columnas mostradas a continuación son parte de los análisis que se efectuaron, por lo tanto lo que se muestra en ellas en la intensidad de esfuerzos expresada en ton/m²

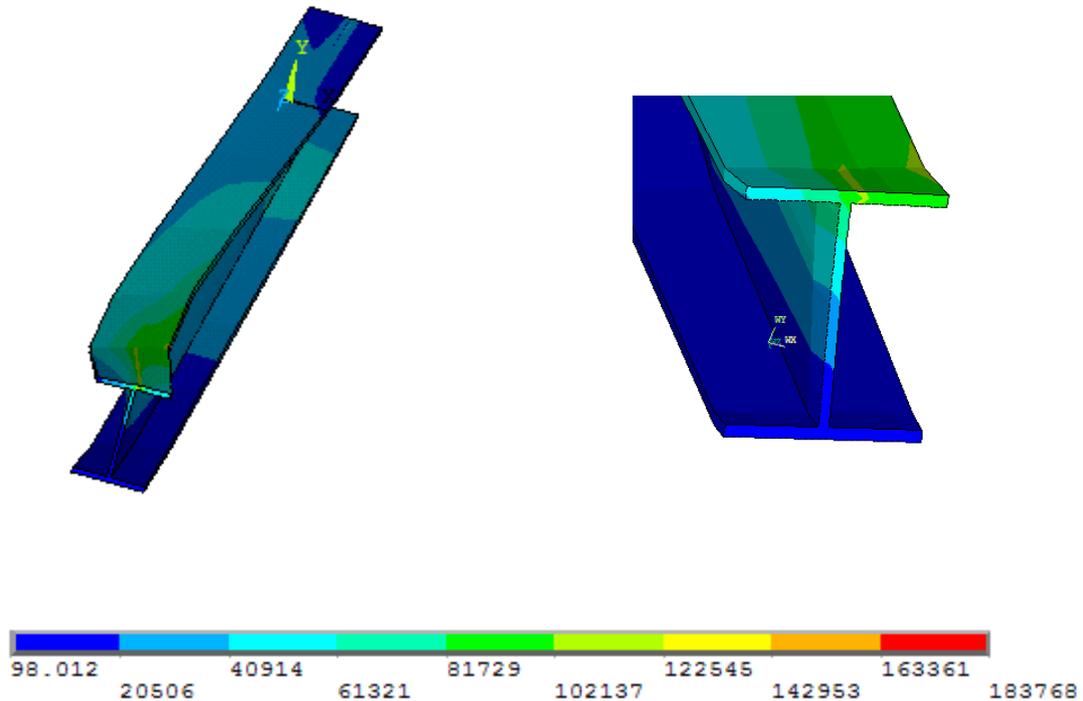


Figura (5-4). Aplicación de 155ton en el nodo 1996, $e_x=0.844\text{m}$ y $e_y=0.195\text{m}$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m².

Como se muestra en la figura 5-4 el esfuerzo de fluencia no se pudo rebasar en toda la columna, por efecto de la carga en el nodo mencionado, a este tipo de falla se le conoce como falla por aplastamiento del alma.

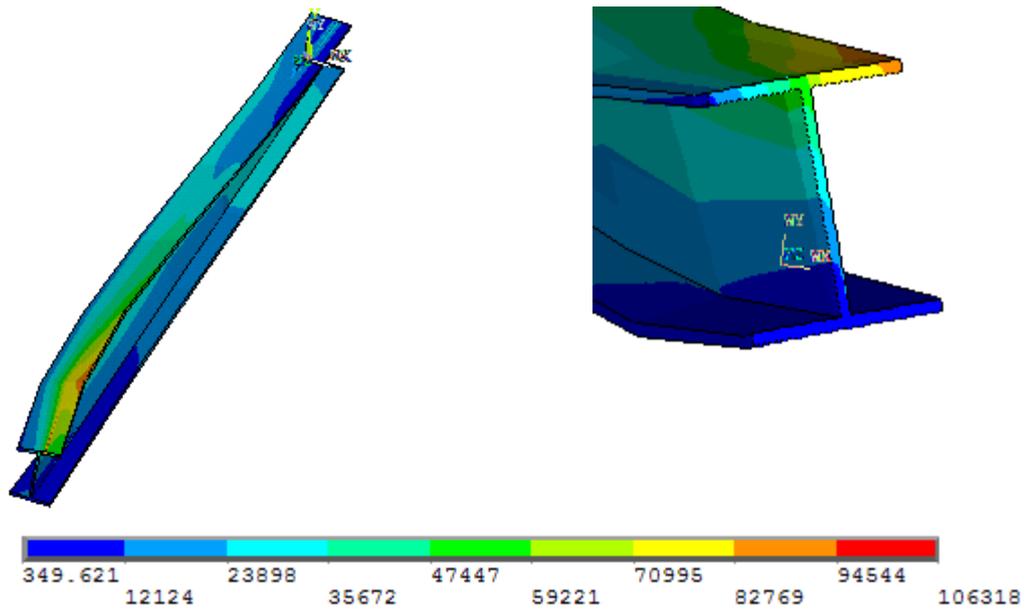
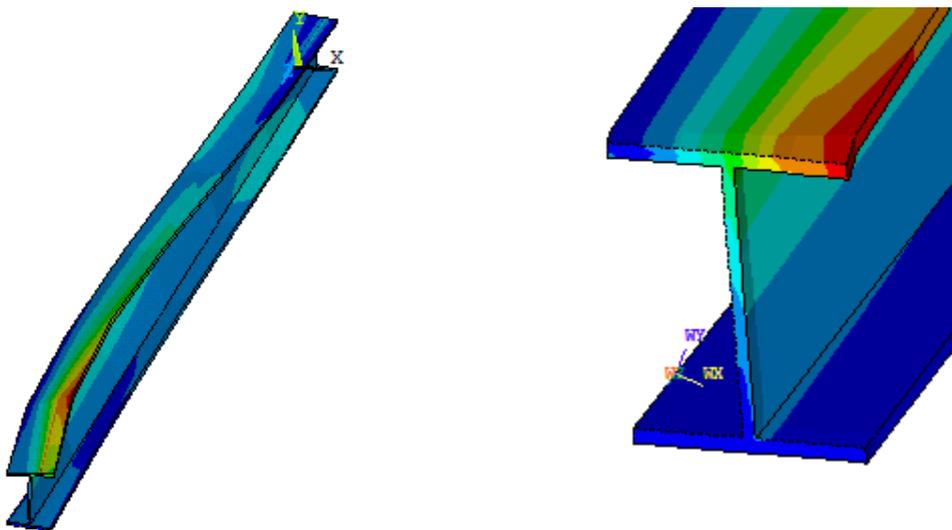


Figura (5-5). Aplicación de 106ton en el nodo 1994, $ex=0.0937m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m².

En la figura 5-5 se puede ver que conforme la carga se va moviendo y así también la excentricidad, se tiene que reducir la carga ya que la carga aplicada tiende a no rebasar el esfuerzo de fluencia en toda la columna, por lo que en este caso se presenta una falla del elemento denominada falla por aplastamiento del alma.



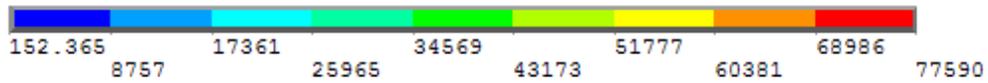


Figura (5-6). Aplicación de 70ton en el nodo 1992, $ex=0.1031m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m^2 .

En la figura 5-6 se presenta la intensidad de los esfuerzos causado por la carga aplica en ese nodo, aquí se puede ver como la columna tiende a fallar por aplastamiento del alma ya que la concentración de los esfuerzos más intensos está a pocos centímetros de la aplicación de la carga, por esto la columna tiende a fallar con un esfuerzo de 77590 ton/m^2 .

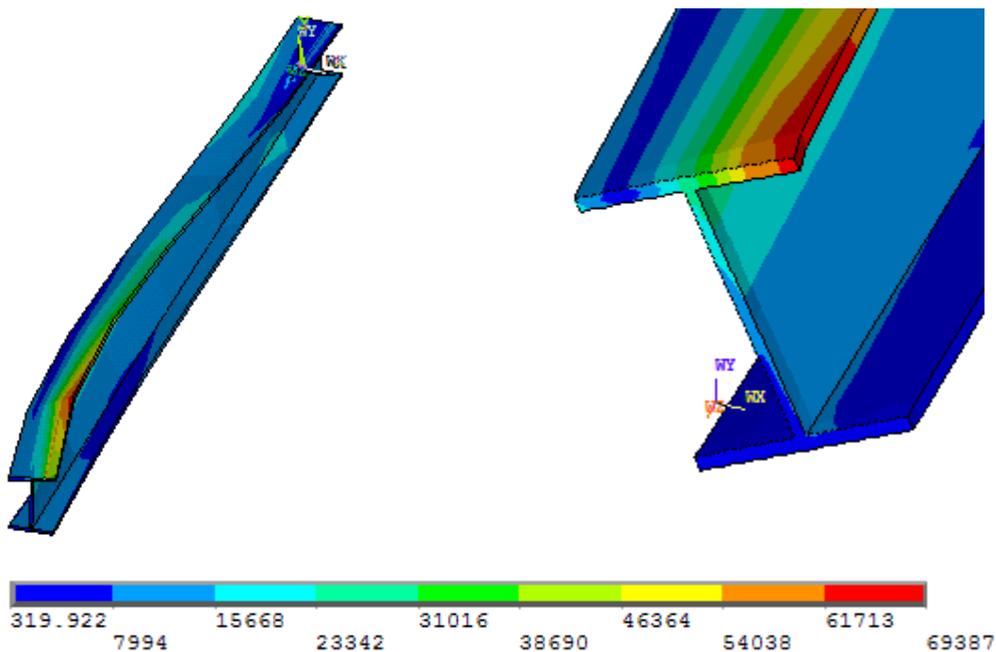


Figura (5-7). Aplicación de 52ton en el nodo 1990, $ex=0.1125m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m^2 .

En la figura 5-7 se presenta la carga aplicada en el nodo 1990, que está casi al final del patín, esta carga provoca una concentración de esfuerzos menor a la carga anteriormente

aplicada, esta concentración de esfuerzos hace que la columna falle con poca carga, como se ve en la figura esta falla es por aplastamiento del alma.

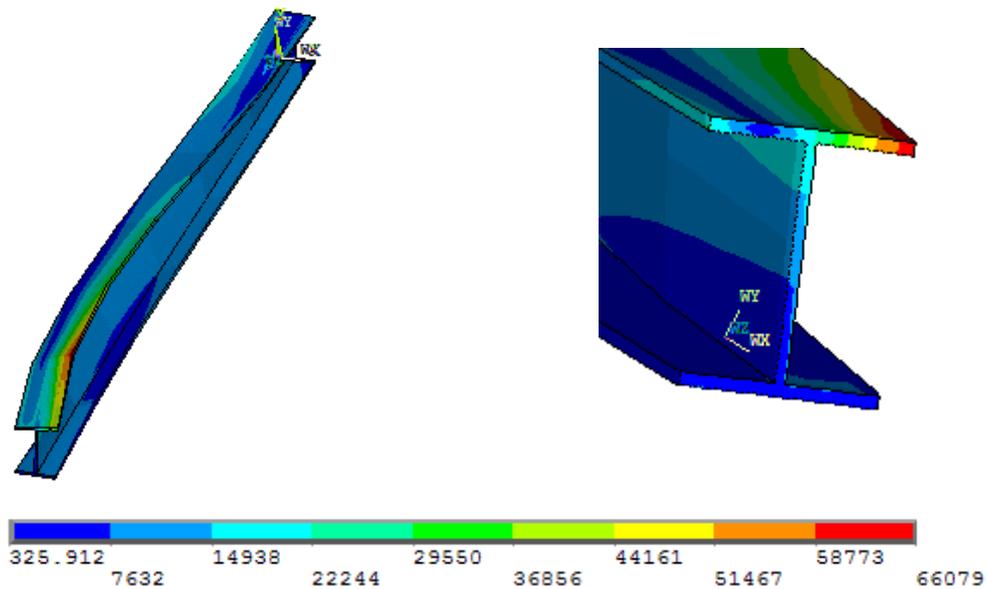


Figura (5-8). Aplicación de 42ton en el nodo 1988, $ex=0.122m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m².

En la figura 5-8 se puede ver que en la parte de aplicación de la carga, tiene a permitir menos carga que en las figuras anteriores, también se puede ver que más del 50% de los nodos no alcanzan el esfuerzo de fluencia y la carga aplicada hace que la columna falle por aplastamiento del alma.

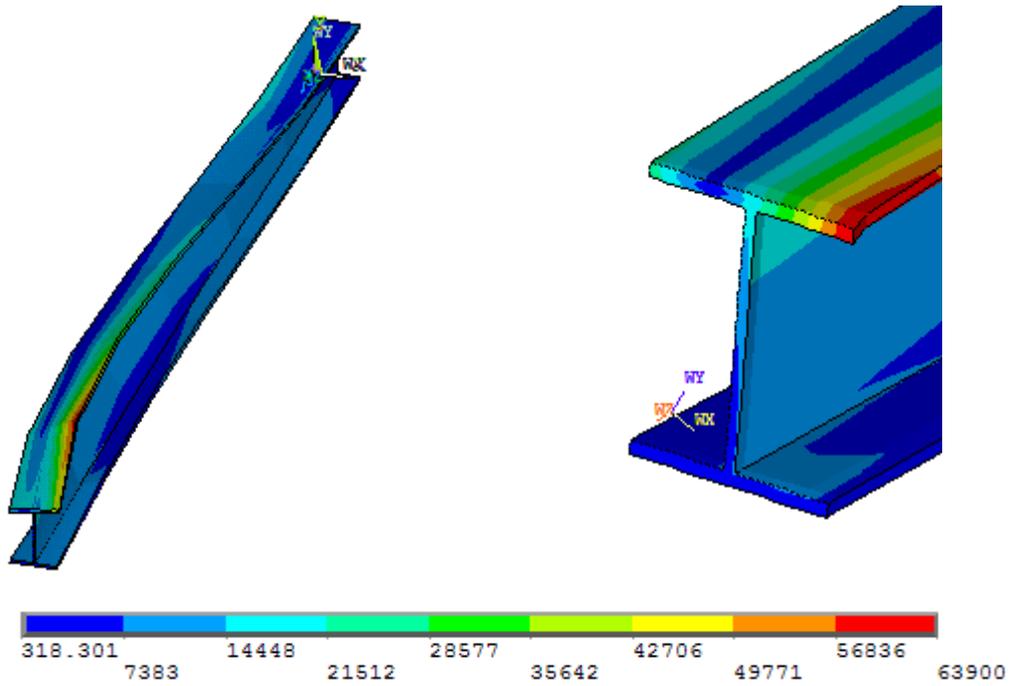
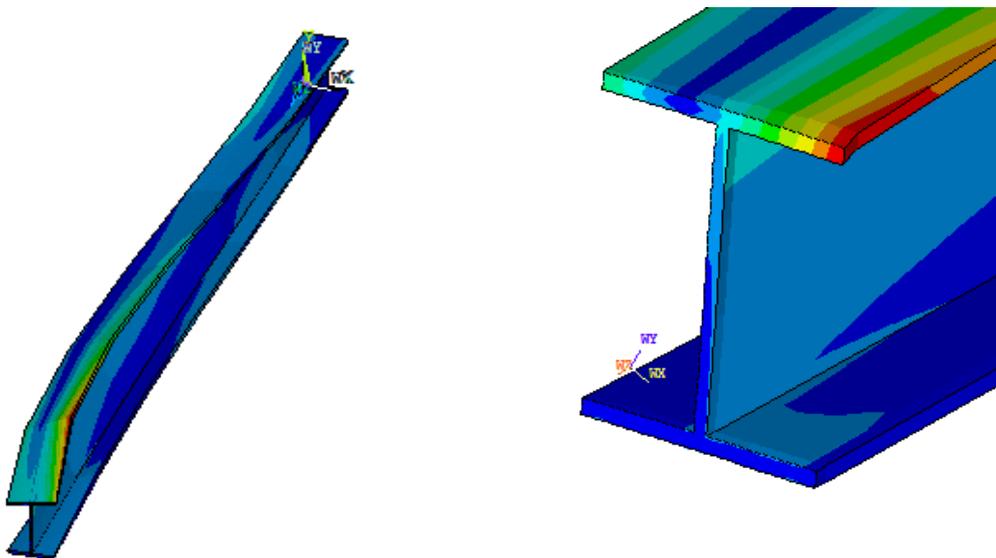


Figura (5-9). Aplicación de 35ton en el nodo 2034, $ex=0.131m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m^2 .

Como se mostro en la figuras anteriores, la carga entre mas se esté alejando del centro del patín tiene a disminuir y aun así aumentar su excentricidad, por lo que necesita solo poco mas de 30 ton para llegar a la falla total del elemento.



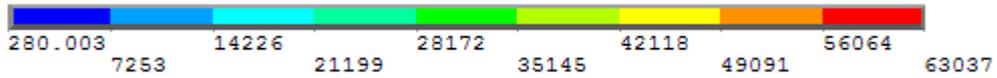


Figura (5-10). Aplicación de 30ton en el nodo 1985, $ex=0.141m$ y $ey=0.195m$, la escala de colores muestra la distribución de los esfuerzos en toda la columna y el valor de la intensidad de los esfuerzos correspondiente al color en ton/m².

Con respecto a las figuras anteriores en esta figura (5-10) la carga en este nodo es mucho menor que todas las anteriores; la carga de 30ton en el extremo del patín hace que la columna falle sin que más del 60% de sus elementos rebasen el esfuerzo de fluencia.

Se puede ver que las cargas en los extremos de la columna tienden a ser menores que las demás para hacer fallar a la columna por completo por lo tanto en este tipo de columnas (W) las cargas en los extremos del patín tienden a ser peligrosas en una estructura ya que estas no tienen la capacidad de transmitir los esfuerzos en toda la sección de la columna.

6. CONCLUSIONES

El modelo en ANSYS permitió identificar con éxito dos tipos de falla en la columna según la excentricidad de la aplicación de la carga, falla por fluencia y falla por aplastamiento en el patín. Corroborando que la excentricidad de la carga juega un papel importante en el tipo de falla.

- Se demostró que el modelo en ANSYS es lo suficientemente exacto para poder estudiar el comportamiento de columnas de acero en flexocompresión.
- El efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga demuestra que conforme se aplica la carga con cierta excentricidad con respecto al eje de las abscisas en la zona del patín es cada vez menor y lleva a la columna a la falla antes de que exceder en su totalidad el esfuerzo de fluencia y en el eje de las ordenadas la carga va en aumento empezando desde el centro del alma hacia la zona del patín si esta carga de 190 ton es suficiente para llevar a fallar a la columna en un 50% excediendo su límite de fluencia.
- En base a los resultados obtenidos se identifico que conforme la carga se acerque al centro de la columna, esta misma tendrá que ir disminuyendo. Entonces las cargas que hagan fallar a la columna por completo será la carga que se aplique en el centro del patín.

6.1. Observaciones de la grafica de interacción.

El modelo que se utilizó para este trabajo fue una columna de perfil W. Conforme a los resultados obtenidos se pudo deducir que la carga utilizada en los nodos en la zona de el alma va aumentando desde el centro del alma hasta el centro del patín, esto para que más del 50% de los nodos de la columna rebasen el esfuerzo de fluencia del acero (42000ton/m²). También se puede concluir que los esfuerzos de tensión no necesariamente llegan a presentarse en toda la columna.

6.2. Observaciones respecto a las fallas en la zona del patín.

Lo que se puede concluir con respecto a las fallas presentadas en el capítulo 5, es que conforme la excentricidad va aumentando se tiene que disminuir la carga de deformación por lo que en los extremos del patín la carga debe ser mucho menor que la aplicada en el centro del patín.

La carga que se aplica en el patín tiende a llevar a la falla por aplastamiento a la columna, esto es sin exceder el esfuerzo de fluencia en más del 50% de la columna, ya que las cargas en el patín son mucho menores y tienden a concentrarse solamente en una parte cercana al punto de aplicación de la carga, sobre todo en los extremos la carga máxima para llevar a la columna a la falla en ese punto tiende a ser la menor carga máxima que puede soportar la columna.

A este tipo de fallas se les llama “Falla por aplastamiento”. Por otra parte este tipo de fallas en las columnas de este tipo tiende a soportar menor carga en el extremo del patín, ya que este perfil de columnas es de los más utilizados, se debe tomar en cuenta que las columnas de este tipo se encuentran principalmente en el armado de edificios, por lo que una falla de este tipo en un sistema estructural podría causar el colapso del edificio.

6.3. Sugerencias

Se sugiere es que en los sistemas estructurales de acero que estén compuestos principalmente de este tipo de columnas de perfil w con o similares a las características de la columna que se describió, se tome en consideración que la carga debe de estar aplicada principalmente en toda el área transversal, en caso de que la carga se aplique únicamente en un extremo de del patín, se demostró en esta tesis que el patín en este tipo de columnas es más vulnerable a las cargas y lleva a la falla de la columna antes de exceder su límite de fluencia ya que hay mas distribución de esfuerzos en el centro de la columna que en la zona del patín.

Se deberá tomar en cuenta que la excentricidad de la carga en este tipo de columnas juega un papel importante en el tipo de falla que tendrá la columna.

7. REFERENCIAS

Libros y artículos:

Artículo. Comportamiento de elementos sometidos a flexión y carga axial.

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, John T. DeWolf. Mecánica de Materiales. Editorial Mc Graw Hill. (2001).

Fornons, José-María Fornóns García. El método de los elementos finitos en la ingeniería de estructuras. Escuela Técnica Superior d'Enginyers Industrials de Barcelona.

James M. Gere. Mecánica de materiales. Editorial Cengage Learning Editores. (2006)

Joseph. E. Bowles. Diseño de acero estructural. Editorial Limusa.

McCormac. Estructuras “Análisis y diseño”. Tomo II. Editorial Alfaomega.

Meli Piralla Roberto. Diseño estructural. Editorial Limusa.

MOTT, R.L.; “Resistencia de materiales aplicada”. 3ª edición. Prentice – Hall Hispanoamericana. México D.F., 1999.

Programa “ANSYS”. Tutorial de ayuda.

J.G. Teng y Y.M. Hu. (2007). Behaviour of FRP-jacketed circular steel tubes and cylindrical shells under axial compression. Construction and Building Materials. 21. 827-838.

Muhammad N.S Hadi. (2009). Behaviour of eccentric loading of FRP confined fibre steel reinforced concrete columns. Construction and Building Materials. 23. 1102-1108.

A. Shaat, W.S. Sabed; A Fam. (2007). Modeling of axially loades HSS slendersteel members retrofitted witj composites. Report from. Department of Civil Engineering, Queen’s University, Kingston, Ontario, Canada.

ANEXOS

ANEXO A

1. CONSTRUCCION DEL MODELO

Objetivo: Describir la metodología para la construcción de elementos estructurales (columnas) con el uso del software (ANSYS CFD) y la demostración de resultados.

Geometría de una columna IPR en mm.

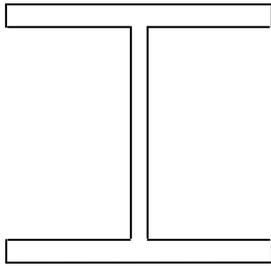


Figura (7-1). Columna de perfil W.

1.1. Construcción del modelo

Paso 1. Poner nombre al trabajo y asignar el directorio donde se guardara el trabajo.

Cambiar el directorio del trabajo.

Se crea una carpeta nueva con el nombre del trabajo donde se indicara donde guardar los datos efectuados en el trabajo. Se recomienda conservar el mismo nombre que se uso de la carpeta para el nombre "Jobname" y el titulo.

Utility Menu> File> Change Directory.

Y se elije la carpeta creada.

Cambiar el "Jobname"

Utility Menu> File> Change Jobname.

Escribir en el campo en blanco "Columna" o cualquier otro nombre.

Cambiar el título

Utility Menu> File> Change Title.

Escribir en el campo en blanco "Columna"

Con esto hemos puesto nombre a nuestro trabajo y le hemos indicado al programa dónde guardar nuestros resultados.

Paso 2. Crear la geometría del modelo.

Ansys Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Areas> Rectangle> By Dimensions.

Aparece el cuadro de diálogo "Create Rectangle by Dimensions". Capturamos las coordenadas de nuestro rectángulo ($X1 = 0$, $X2 = 0.15$; $Y1 = 0$, $Y2 = 0.2$). Damos clic en "Apply" y hemos creado el primer rectángulo.

Capturamos las coordenadas de nuestro rectángulo ($X1 = 0$, $X2 = 0.071$; $Y1 = 0.01$, $Y2 = 0.19$). Damos clic en "Apply" y hemos creado el segundo rectángulo.

Capturamos las coordenadas de nuestro rectángulo ($X1 = 0.079$, $X2 = 0.15$; $Y1 = 0.01$, $Y2 = 0.19$). Ya hemos creado el tercer rectángulo y damos en OK.

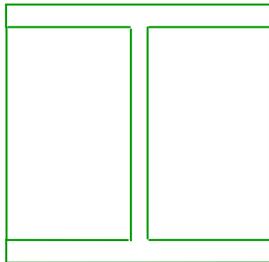


Figura (7-2). Áreas de los Rectángulos

Paso 3. Cambiar la representación de áreas.

Utility Menu> PlotCtrls> Numbering.

Aparece el cuadro de dialogo de "Plot Numbering Controls" damos clic en "AREA". OK.

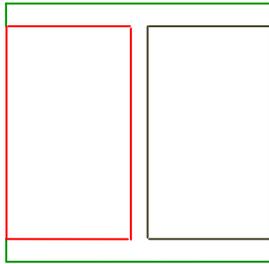


Figura (7-3). Áreas distinguidas.

Con esto podremos visualizar mejor las áreas que hemos creado por medio de diferentes colores ya que el programa por de "Fault" normalmente las muestra del mismo color.

Paso 4. Substraer áreas.

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Operate> Booleans> Subtract> Areas.

Aparece el cuadro de dialogo "Subtract áreas" clic en el área 1 y "Apply" y después se seleccionan las otras dos áreas (2 ,3) y clic en OK.

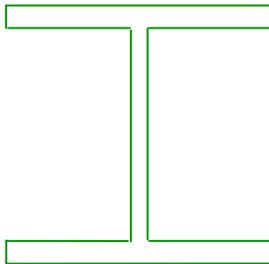


Figura (7-4). Área de trabajo.

Con esto tendremos el área de trabajo con la cual se va a trabajar.

Paso 5. Definir el tipo de elemento

Main Menu> Preprocessor> Element Type> Add/Edit/Delete.

Seleccionamos "Add" y aparece el cuadro de dialogo "The Library of Element Types" donde del lado izquierdo seleccionamos "Structural Solid." Y en la parte derecha

seleccionamos "Brick 8node 45". Damos clic en "apply" y hemos creado el elemento tipo 1 enseguida seleccionamos en la parte derecha la sección "Quad 4node 42." OK.

Con esto hemos definido los 2 tipos de elementos que vamos a utilizar.

Paso 6. Definir las características de los materiales

Main Menu> Preprocessor> Material Props> Material Models.

Aparece el cuadro de dialogo "Define Material Model Behavior" damos clic en el cuadro de la derecha en Structural, Linear, Elastic, Isotropic. Capturamos en el texto EXX en el campo EX (para el modulo elástico 0.21 ton/m²), y .3 para PRXY. OK.

Esto fija el módulo de Young al parámetro especificado arriba. El número del material modelo aparece en la ventana definida en los materiales a la izquierda.

Paso 7. Crear Keypoints a lo largo de una trayectoria.

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Keypoints> In Active CS.

Aparece el cuadro de dialogo "Create Keypoints in Active Coordinate System" y empezamos a crear los puntos clave.

Damos el numero del punto y las coordenadas donde lo queramos (en este caso el origen está en la parte izquierda inferior de la figura). Tecleamos punto clave no. 21 y las coordenadas X, Y y Z; 0.075, 0.1 y 0. "Apply" tecleamos el no. 22 y las coordenadas X, Y y Z; 0.075, 0.1 y 0.5 y así sucesivamente hasta completar la tabla. OK.

Keypoint	X	Y	Z
21	0.075	0.1	0
22	0.075	0.1	0.5
23	0.075	0.1	1
24	0.075	0.1	1.5
25	0.075	0.1	2
26	0.075	0.1	2.5
27	0.075	0.1	3

Con esto hemos creado los puntos clave en nuestra figura con la respectiva numeración.

Para poder ver mejor los puntos clave creados hacemos lo siguiente:

Utility Menu> Plot> Keypoints> Keypoints.

Con esto podremos ver mejor los puntos clave que hemos creado en el modelo.

Paso 8. Crear líneas a lo largo de una trayectoria.

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Lines> Lines> Straight Line.

Aparece el cuadro de dialogo “Create Straight Line picking menú” seleccionamos los puntos donde vamos a crear la línea, damos clic en cada uno de los puntos 21 a 22 de 22 a 23 y así sucesivamente hasta llegar al keypoint 27. OK.

Para poder apreciar mejor la línea hacemos lo siguiente:

Utility Menu> Plot>Lines.

Con esto hemos creado las líneas a lo largo de la figura por medio de puntos.

Paso 9. Densidad de mallado.

Main Menu> Preprocessor> Meshing> Size Cntrl>Manual size> Lines> Picked Lines.

Aparece el cuadro de dialogo “Element Size on Picked Lines picking”. Seleccionamos las líneas conforme a la siguiente tabla. Primero 6 y 12.

Líneas.	División.
6 y 12	30
2, 22,10 y 19	2
7, 11, 5 y 9	18
1 y 3	30

Damos OK. Aparece el cuadro de dialogo “Element Sizes on Picked Lines”, y le damos 30 en “No. Of elements divisions” al número de divisiones que queremos en las líneas. OK.

Con esto hemos mallado las líneas de la siguiente manera.

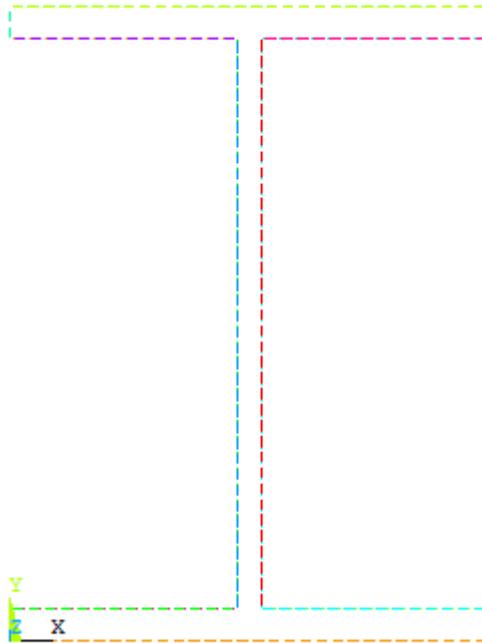


Figura (7-5). Representación de las líneas malladas.

Paso 10. Seleccionar tipo de elemento para área de mallado.

En este caso utilizaremos el tipo “Plane 42”, se utiliza para los cuadriláteros que haya en el área a mallar.

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Elements> Elem Attributes.

En la parte de “Element type number” seleccionamos “2 PLANE 42” y damos OK.

Main Menu> Preprocessor> Meshing> Mesher Opts.

Aparece el cuadro de dialogo “Mesher Options”, en la parte de “Mesher Type field” damos clic en “Mapped”. OK. Y aparece el cuadro de dialogo “The Set Element Shape”, damos OK, en esta parte debe tener por default “Quad for 2-D”.

Paso 11. Generar área de mallado

Main Menu> Preprocessor> Meshing> Mesh> Área > Free.

Aparece el cuadro de dialogo “Mesh Áreas”, y damos clic en “Pick All”, con lo cual se seleccionara toda el área y se mallara.

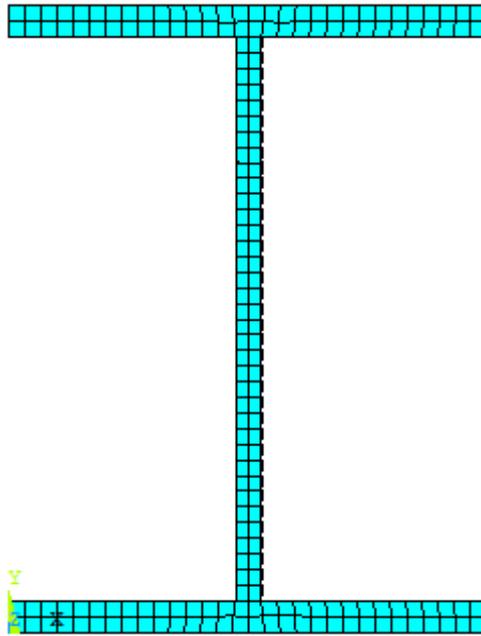


Figura (7-6). Representación del área mallada.

Para poder apreciar mejor el mallado hacemos lo siguiente:

Utility Menu> Plot> Elements.

Esto nos dará una mejor vista del área mallada.

Paso 12. Arrastrar el acoplamiento para producir elementos 3D.

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Create> Elements> Elem Attributes.

Aparece el cuadro de dialogo “Element Attributes”, escogemos el tipo “1 SOLID45”. OK.

Main Menu> Preprocessor> Meshing> Size Cntrls> Manual size> Global> Size.

Aparece el cuadro de dialogo “Global Element Sizes” y en la parte de “element edge length” damos 3m que es la longitud de nuestro volumen. OK.

Es necesario visualizar bien las líneas para esto seguimos el siguiente procedimiento.

Utility Menu> Plot> Lines.

Crear la sección 3-D

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Operate> Extrude> Areas> Along Lines.

Aparece el cuadro de dialogo “Sweep Áreas along Lines” y damos clic en “Pick All”, aparecerá otro cuadro de dialogo en el cual daremos clic en las líneas que creamos con los keypoints en el orden que las creamos y damos clic en OK.

Con esto hemos creado nuestro volumen.

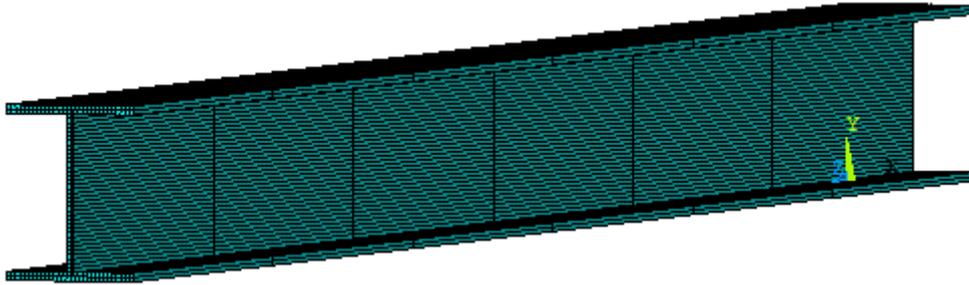


Figura (7-7). Presentación de la columna en Ansys.

Paso 13. Proyectar el área.

Main Menu> Preprocessor> Meshing> Clear> Áreas.

Aparece el cuadro de dialogo “Clear Áreas picking” donde daremos clic en “Pick All”.

Efectuamos los siguientes pasos.

Utility Menu> Select> Everything.

Utility Menu> Plot> Elements.

Con esto hemos proyectado el área al final del volumen.

1.2. Aplicaciones de carga en el modelo de Ansys.

Paso 14. Aplicación de desplazamiento.

En este paso daremos las condiciones para un desplazamiento en la cara inferior de 0 se puede definir como un empotramiento.

Main Menu> Preprocessor> Define loads> Apply> Structural> Displacement> On areas.

Aparece el cuadro de dialogo “Apply U,Rot on Áreas”, damos clic en el área 4. OK. Aparece el cuadro de dialogo” Apply U,Rot on Áreas” y en la parte “Value displacement value” damos un valor de 0.OK.

Con esto hemos dado la condición de que no haya desplazamientos en la cara superior de la figura.

Paso 15. Restringir los nodos en una sección.

Es este paso lo que se hace es restringir los nodos en las direcciones x y y para así poder solo lograr un desplazamiento en z , para la carga.

Main Menu> Preprocessor> Define loads> Apply> Structural> Displacement> On nodes.

Aparece el cuadro de dialogo “Apply U,Rot on Nodes” seleccionamos en la misma tabla la opción de “box” y así poder seleccionar los nodos que a los que se la aplicara el deslizamiento.

Después de seleccionar los nodos de la 7ª sección damos en OK. Aparecerá el cuadro de dialogo “Apply U,Rot on Nodes” y seleccionamos las partes de UX y UY y damos un desplazamiento de 0 en esos nodos y damos OK.

Paso 15. Aplicación de carga

En este caso se aplicara carga axial en uno de los nodos de la otra cara de la figura.

Es necesario visualizar bien la parte conformada por los nodos.

Utility Menu> Plot> Nodes.

Main Menu> Preprocessor> Define loads> Apply> Structural> Force/Moment> On Nodes.

Aparece el cuadro de dialogo “Apply F/M on Nodes” y tecleamos en el espacio en blanco el nodo “1985” y aparece el cuadro de dialogo en el cual seleccionamos “FY” y escribimos en el espacio en blanco -30 que equivale a 30ton en ese nodo.

Con esto hemos aplicado una carga de 30ton en el nodo correspondiente.

Paso 16. Dar solución al modelo.

Para dar solución al modelo se prosigue con lo siguiente

Main Menu> Solution>Load Step Opts>Write LS file

Cuando aparezca el cuadro de dialogo en la parte en blanco ponemos 1 y después “Apply” volverá a aparecer el mismo cuadro y la demos esta vez 2.

Main Menu> Solution> Solve>From LS Files.

Y en los cuadros en blanco ponemos de 1 a2 y OK. Con esto el programa empezara a hacer el análisis.

Paso 17. Entrada general a procesador y revisión de resultados.

Main Menu> General Postproc> Read Results> First Set.

Con esto se leen los resultados una vez.

Paso 17. Representación de la deformada.

Main Menu> General Postproc> Plot Results> Deformed Shape.

Aparece el cuadro de dialogo “Plot deformed shape” escogemos la parte “Def + undeformed”. OK.

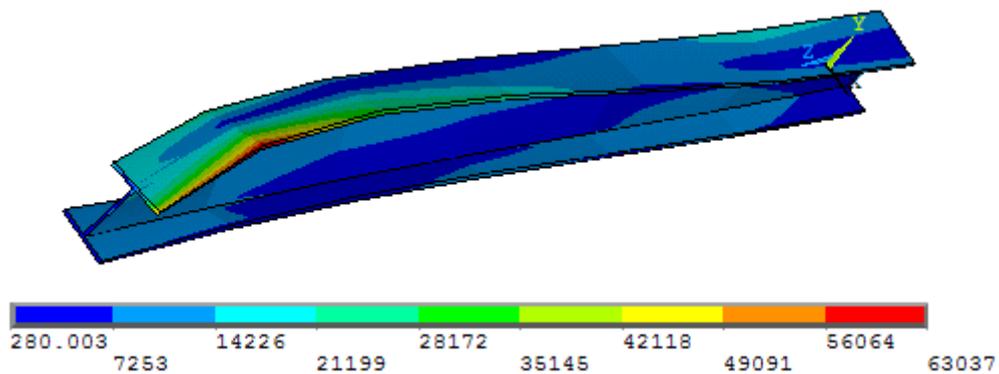


Figura (7-8). Representación de la deformada.

También podemos producir una animación de la deformada.

Utility Menu> Plot Ctrls> Animate> Deformed Shape.

Aparece el cuadro de dialogo “Animate deformed shape” escogemos la parte “Def + undeformed”. OK.

Paso 18. Listado de las reacciones.

Main Menu> General Postproc> List Results> Reaction Solu.

Aparece el cuadro de dialogo "List reaction solution", escogemos la parte de "All ítems".
OK.

ANEXO B

1.1. Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras metálicas.

Notación.

E módulo de elasticidad del acero (200 000 MPa, 2 040 000 kg/cm²)

G módulo de elasticidad al esfuerzo cortante del acero (77 200 MPa, 784 000 kg/cm²)

1.2. Resistencia (Pág... 217).

En este capítulo se proporcionan fórmulas y recomendaciones para determinar la resistencia de diseño de miembros de acero estructural y de miembros compuestos, formados por perfiles de acero que trabajan en conjunto con elementos de **concreto** reforzado o con recubrimientos o rellenos de este material, sometidos a las solicitaciones más comunes en las estructuras (**Quitar o modificar por lo del concreto**).

Miembros en compresión

Esta sección se refiere a miembros prismáticos sometidos a compresión axial producida por fuerzas que actúan a lo largo de sus ejes centroidales.

1.3. Miembros flexocomprimidos (Pág.. 225)

En esta sección se trata el diseño de miembros de eje recto y sección transversal constante, con dos ejes de simetría, sujetos a compresión y a flexión producida por momentos que obran alrededor de uno o de los dos ejes de simetría.

Se designan, indistintamente, con las palabras “columna” o “elemento flexocomprimido”.

Para los fines de esta sección, las estructuras de las que forman parte los miembros flexocomprimidos se clasifican en “regulares” e “irregulares”.

Una estructura “regular” se caracteriza porque está formada por un conjunto de marcos planos, que son parte de dos familias, frecuentemente perpendiculares entre sí, provistos o no de contraventeo vertical, con o sin muros de rigidez, paralelos o casi paralelos, ligados entre sí, en todos los niveles, por sistemas de piso de resistencia y rigidez suficientes para obligar a que todos los marcos y muros trabajen en conjunto para soportar las fuerzas laterales, producidas por viento o sismo, y para proporcionar a la estructura la rigidez lateral necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto bajo cargas verticales y de

inestabilidad bajo acciones verticales y horizontales combinadas. Además, todos los marcos planos deben tener características geométricas semejantes y todas las columnas de cada entrepiso deben ser de la misma altura, aunque ésta varíe de un entrepiso a otro.

Una estructura se considera “irregular” cuando los elementos que la componen no constituyen marcos planos, cuando éstos no pueden considerarse paralelos entre sí, cuando los sistemas de piso no tienen resistencia o rigidez adecuada, cuando zonas importantes de los entrepisos carecen de diafragmas horizontales, cuando la geometría de los marcos planos difiere substancialmente de unos a otros, cuando las alturas de las columnas que forman parte de un mismo entrepiso son apreciablemente diferentes, o cuando se presentan simultáneamente dos o más de estas condiciones.

Una construcción puede ser regular en una dirección e irregular en la otra, y algunos entrepisos pueden ser regulares y otros no.

La mayor parte de los edificios urbanos, de departamentos y oficinas, tienen estructuras regulares. Son irregulares las estructuras de muchos salones de espectáculos (cines, teatros, auditorios) y de buena parte de las construcciones industriales.

Son también irregulares las estructuras especiales como péndulos invertidos (tanques elevados, por ejemplo).

En las secciones 3.4.3 y 3.4.4 se indica cómo dimensionar columnas que forman parte, respectivamente, de estructuras regulares y de estructuras irregulares.

También se incluye aquí el diseño de miembros flexocomprimidos del tipo de las cuerdas en compresión de armaduras sobre las que obran cargas transversales aplicadas entre los nudos, aunque tengan un solo eje de simetría.

1.4. Dimensionamiento de columnas que forman parte de estructuras regulares

Los miembros flexocomprimidos que forman parte de estructuras regulares se dimensionan de manera que se satisfagan los requisitos que se indican a continuación.

En todos los casos debe revisarse la resistencia de las dos secciones extremas y de la columna completa, incluyendo efectos de segundo orden. Las secciones extremas se revisan con las ecuaciones, según el tipo de sección de que se trate, y la revisión de la columna completa.

Las dimensiones de las columnas se obtienen de manera que se cumplan, simultáneamente, las condiciones de resistencia de las secciones extremas y de la columna completa.

1.5. Revisión de las secciones extremas

a) Secciones tipo 1 y 2

En cada uno de los extremos de la columna debe satisfacerse la condición:

Secciones H o I

$$\frac{P_u}{F_R P_y} + \frac{0.85M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{0.60M_{uoy}}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1.1)$$

Secciones en cajón cuadradas

$$\frac{P_u}{F_R P_y} + \frac{0.80M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{0.80M_{uoy}}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1.2)$$

Donde

F_R se toma igual a 0.9.

P_u , M_{uox} y M_{uoy} fuerza axial de diseño que obra sobre la columna y momentos de diseño en el extremo considerado, calculados de acuerdo con las secciones 1.5.1 ó 3.4.2;

$M_{px} = Z_x F_y$ y $M_{py} = Z_y F_y$ momentos plásticos resistentes nominales de la sección, para flexión alrededor de los ejes X y Y, respectivamente.

$P_y = A_t F_y$ fuerza axial nominal que, obrando por sí sola, ocasionaría la plastificación de una columna corta cuyas secciones transversales tienen un área A_t .

Cuando se emplee alguna de las dos ecuaciones anteriores para revisar columnas de sección transversal H, I o en cajón, cuadrada, ha de comprobarse que se cumpla, además, la condición.

$$\frac{M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{M_{uoy}}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1.3)$$

Si la sección transversal de la columna no es ninguna de las mencionadas arriba, las ecuaciones 3.51 y 3.52 se sustituyen por

$$\frac{p_u}{F_R P_y} + \frac{M_{uox}}{F_R M_{px}} + \frac{M_{uoy}}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1.4)$$

b) Secciones tipo 3 y 4

En cada uno de los extremos de la columna debe satisfacerse la condición:

$$\frac{p_u}{F_R P_y} + \frac{M_{uox}}{M_{RX}} + \frac{M_{uoy}}{M_{RY}} \leq 1.0 \quad (1.5)$$

Revisión de la columna completa

a) Secciones tipo 1 y 2

Debe satisfacerse la condición:

$$\frac{p_u}{R_C} + \frac{M_{uox}^*}{M_m} + \frac{M_{uoy}^*}{F_R M_{py}} \leq 1.0 \quad (1.6)$$

Donde

F_R se toma igual a 0.9

p_u , M_{uox}^* y M_{uoy}^* fuerza axial de diseño que obra sobre la columna y momentos de diseño, calculados de acuerdo con las secciones 1.5.1, 3.4.2 ó 3.4.3.3. En la ecuación 3.56, lo mismo que en las ecuaciones, se utilizan siempre los momentos de diseño máximos, alrededor de los ejes X y Y, aunque los dos no se presenten en el mismo extremo de la columna.

M_m momento resistente de diseño, para flexión alrededor del eje X; se calcula como se indica en la sección 3.3.2 o, en forma aproximada, con la ecuación (válida para secciones I o H):

$$M_m = F_R \left(1.07 - \frac{(L/r_y) \sqrt{F_y/E}}{18.55} \right) M_{px} \leq F_R M_{px} \quad (1.7)$$

En las ecuaciones de la sección 3.3.2, debe hacerse C=1.0.

M_m puede tomarse igual a FRM_{px} cuando la columna está soportada lateralmente en forma continua, o cuando está provista de soportes laterales con separación L no mayor

que L_u , dada por alguna de las ecuaciones 3.25 ó 3.29, si no se requiere capacidad de rotación, o no mayor que L_p , cuando sí se requiera capacidad de rotación.

R_c , resistencia de diseño en compresión, se determina de acuerdo con la sección 3.2.2. Se calcula con $K=1.0$, lo mismo que las fuerzas PE2 de la ecuación 1.5.

b) Secciones tipo 3 y 4

Debe cumplirse la condición:

$$\frac{P_u}{R_c} + \frac{M_{uox}^*}{M_{RX}} + \frac{M_{uoy}^*}{M_{RY}} \leq 1.0 \quad (1.8)$$

Donde

M_{RX} y M_{RY} momentos resistentes de diseño alrededor del eje X y del Y, se calculan de acuerdo con la sección 3.3.2, haciendo $C=1.0$. R_c y PE2, ecuación 1.5, se calculan con $K=1.0$.

En lugar de las ecuaciones pueden usarse expresiones más refinadas, que aparecen en la literatura técnica, que son aplicables a columnas de sección transversal H o en cajón.

1.6. Momentos de diseño

Análisis elástico de primer orden

Si las fuerzas normales y los momentos se obtienen por medio de un análisis convencional de primer orden, basado en la geometría inicial de la estructura, los momentos de diseño se determinan con las ecuaciones 1.1 y 1.2, como se indica en la sección 1.5.1.1.

Las ecuaciones 3.51 a 3.55 se aplican dos veces, a los dos extremos de la columna, con los momentos M_{uo} calculados en cada uno de ellos, y la 3.56 y 3.58 una sola, con los momentos $* M_{uox}$ y $* M_{uoy}$ máximos, aunque no se presenten en el mismo extremo.

Entrepisos cuyo diseño queda regido por cargas verticales únicamente

En columnas que forman parte de entrepisos cuyo diseño queda regido por cargas verticales únicamente, lo que es frecuente en edificios de poca altura y en los entrepisos superiores de edificios altos, los momentos M_{tp} suelen ser nulos en la condición de carga de diseño (la única excepción la constituyen las estructuras muy asimétricas, en geometría y/o carga, en las que las cargas verticales pueden ocasionar desplazamientos laterales de

entrepiso significativos). De todos modos, los posibles efectos traslacionales debidos a asimetrías no intencionales en cargas y rigideces se tienen en cuenta por medio de las fuerzas horizontales ficticias mencionadas en la sección 3.4.2.

Debe demostrarse que el índice de estabilidad I no es mayor que 0.30 en ningún entrepiso.

Análisis elástico de segundo orden

Si las fuerzas normales y los momentos se obtienen por medio de un análisis de segundo orden¹, en el que se tienen en cuenta, por lo menos, los efectos indicados en la sección 1.5.1 y las fuerzas ficticias de la sección 3.4.2, o si se demuestra, de acuerdo con el inciso 2.2.2.b, que pueden despreciarse los efectos de segundo orden, los momentos de diseño se determinan como sigue:

$$M_{uo} = M_{ii} + M_{ip} \quad (1.9)$$

$$M_{uo}^* = B_1 (M_{ii} + M_{ip}) \quad (1.10)$$

Todas las cantidades que aparecen en estas ecuaciones tienen los mismos significados.

ANEXO C

Falla de columnas cortas de acero. Simulación en ANSYS

Steel columns failure. ANSYS simulation

Hector Felipe Ruiz-Ramírez^{1*}, Enrique Rico-García^{1*}

1 Universidad Autónoma de Querétaro. Facultad de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Civil.
Cerro de las Campanas S/N. Colonia Las Campanas. C.P. 76010. Tels: (52) (442) 1921200, ext. 6016*

Resumen-Abstract

RESUMEN. En este trabajo se presenta el comportamiento de una columna de acero de perfil W sometida a diferentes cargas axiales en su sección transversal, con esto se pretende mostrar el fenómeno de la flexocompresión en columnas de este tipo. Los objetivos del trabajo son: Primero, construir un modelo en ANSYS para estudiar el comportamiento elástico de columnas cortas a flexocompresión. Segundo, determinar el efecto de la excentricidad de la carga en la capacidad de carga de columnas cortas de acero. La validación del modelo hecho en el software Ansys se validó contra la fórmula de la escuadría encontrando un error relativo de un 2%, lo cual se considera aceptable.

ABSTRACT. In this study it is presented the behavior of a short steel column bearing different axial forces. This is to show the phenomenon of axial forces and moment applied at the same time. The objectives of this work are: First. Built a finite element model in ANSYS to study the elastic behavior of short steel columns, and second, for studying the eccentricity effect of the load applied to the column. The model validation was carried out comparing the ANSYS results against the theoretical values from the "escuadría" equation. The error found between the theoretical values and the ANSYS model was about 2%, which was considered acceptable. The final results showed that the steel column has a different behavior from that of a concrete one.

Palabras Clave: Simulación numérica, Columnas cortas, Falla a flexocompresión

Key-words: Numerical simulation, Short columns, Bending-compression failure

1. INTRODUCCIÓN

Existen varios tipos de miembros que trabajan a compresión, de los cuales la columna es el más conocido. Las columnas son elementos estructurales que en general se diseñan para soportar esfuerzos axiales, esfuerzos de compresión o

tracción, o bien combinación de los mismos con flexión, por lo que en consecuencia deben además soportar los esfuerzos de corte derivados de la flexión. El comportamiento de la columna, y en definitiva su modo de falla depende del grado de esfuerzo axial con respecto a la intensidad de los esfuerzos de flexión. Se dice que una columna no es esbelta cuando su carga última, para una excentricidad dada, está controlada por la resistencia de los materiales que la componen y de sus dimensiones transversales. En una columna esbelta sin embargo, la esbeltez es causa de momentos adicionales que tienen influencia sobre el valor de la carga última que puede desarrollar la columna (Mc Cormac, 2003).

1.1. Miembros a compresión

Existen 2 diferencias importantes entre miembros a tensión y miembros a compresión. Estas son:

- a) Las cargas de tensión tienden a mantener rectos a los miembros, en tanto que las de compresión tienden a flexionarlos hacia afuera del plano de las cargas (situación peligrosa).
- b) La presencia de agujeros para tornillos o remaches en los miembros a tensión reduce las áreas disponibles para resistir las cargas; en los miembros a compresión se supone que los tornillos y remaches llenan los agujeros (aunque inicialmente puede haber un pequeño deslizamiento hasta que las conexiones se apoyen en el material adyacente) y las áreas totales estén disponibles para resistir las cargas.

Las pruebas demuestran que todas, excepto las columnas muy cortas, fallan bajo esfuerzos P/A que se encuentran muy por debajo del límite elástico del material de las columnas, debido a su tendencia a pandearse o flexionarse lateralmente. Por esta razón sus esfuerzos de diseño se reducen en relación con el peligro de pandeo. Entre más larga sea una columna para una misma sección transversal, mayor es su tendencia a pandearse y menor será la carga que pueda soportar. La tendencia de un miembro a pandearse se mide por lo general con la relación de esbeltez que se ha definido como la relación entre la longitud del miembro y su radio de giro mínimo. La tendencia al pandeo depende también de los siguientes factores:

- a) Tipo de conexión en los extremos
- b) Excentricidad de carga
- c) Imperfecciones en el material de la columna
- d) Torceduras iniciales en la columna
- e) Esfuerzos residuales de fabricación, etc.

Las cargas que soporta una columna de un edificio recaen en la sección transversal superior de la columna y a través de sus conexiones con otros miembros. La situación ideal se tiene cuando las cargas se aplican uniformemente sobre la columna con el centro de gravedad de las cargas, coincidiendo con el eje de gravedad de la columna. Además es deseable que la columna no tenga defectos, que consista de un material homogéneo y que sea perfectamente recta; todas estas condiciones obviamente son imposibles de satisfacerse.

Las cargas que se encuentran exactamente centradas sobre una columna se denominan axiales o cargas concéntricas. Las cargas muertas pueden, o no, ser axiales en una columna interior de un edificio, pero las cargas vivas nunca lo son. Para una columna exterior la posición de las cargas es probablemente aun más excéntrica, ya que el centro de gravedad caerá por lo general a la parte inferior de la columna.

Las otras condiciones deseables también son imposibles de lograr debido a imperfecciones de las dimensiones de las secciones transversales, esfuerzos residuales, agujeros taladrados para recibir tornillos o remaches, esfuerzos de montaje y cargas transversales. Es muy difícil tomar en cuenta todas estas imperfecciones en una fórmula.

Algunas imperfecciones pequeñas en los miembros a tensión y vigas pueden pasarse por alto, ya que son de poca consecuencia; pero en columnas; estas pequeñas imperfecciones pueden revestir mucha importancia. Una columna ligeramente flexionada en el momento de su montaje puede tener serios momentos flexionantes. Obviamente, una columna es un miembro más crítico en una estructura que una viga o un miembro a tensión, porque pequeñas imperfecciones en los materiales y en las dimensiones tienen mucha importancia (Mc Cormac, 2003).

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Generalidades del método del elemento finito

Para resolver los problemas de análisis de comportamiento lineal estático y dinámico de las estructuras continuas sometidas a acciones diversas tales como un edificio, edificio para departamentos, etc., estas estructuras cuentan con infinitos grados de libertad, es necesario estudiar un modelo matemático de estructura dividida (o discreteada) en partes pequeñas (denominadas elementos finitos) y conectadas entre sí, solamente a través de los llamados puntos nodales (o nodos de borde del elemento finito) reproduciendo la estructura real a lo mas ajustadamente posible y pasando de una estructura de infinitos grados de libertad a una de un numero finito.

Con ello ya es posible abordar el estudio de comportamiento de tal estructura discreteada por los conocidos métodos matriciales y mediante el empleo de ordenador.

La discretizacion responde, por parte del ingeniero, a una intuición por la que, partiendo de una división de la estructura real en partes más o menos grandes (conectadas entre sí por los nodos) que a la vez, pueden ser subdivididas en otras más pequeñas (conectadas entre sí por los nuevos nodos y los anteriores nodos), estas en otras, y así, sucesivamente, hasta que en el límite, tendiendo el tamaño de estos elementos a cero, el comportamiento de tal modelo de estructura fuera el de la estructura real. Pero, en realidad, el llegar a tal límite puede no ser necesario en orden a determinar cuantitativamente tal comportamiento, ya que una aproximación suficiente de dicho límite puede resolver satisfactoriamente las necesidades de exactitud de dichos problemas. (Fornons, et al. 2000)

2.2. Elementos finitos utilizados

PLANE42 2-D Structural Solid

PLANE42 (Figura 1) es el elemento finito que se utiliza en 2-D para el modelado de estructuras sólidas. El elemento puede utilizarse como un elemento en el plano (plano de esfuerzos) o como un elemento no simétrico. El elemento está definido por cuatro nodos con dos grados de libertad en cada nodo, traslación en x y y. El elemento puede modelar plasticidad, deformaciones a largo plazo (creep), hinchazón, estrés (esfuerzo), grandes deflexiones y grandes deformaciones (ANSYS, 2008)

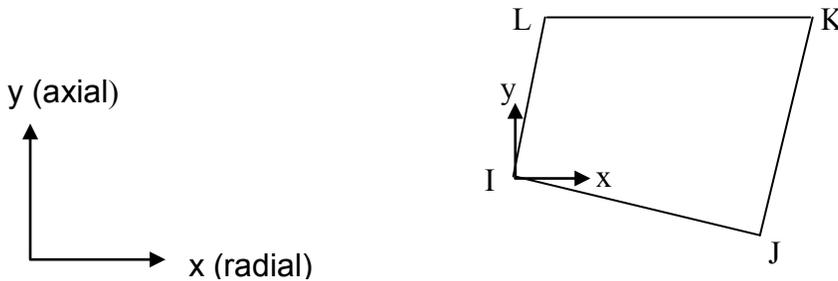


Figura 1. PLANE42 2-D Geometría

SOLID45 3-D Structural Solid.

SOLID45 (Figura 2) se utiliza para el modelado 3-D de estructuras sólidas. El elemento se define por ocho nodos con tres grados de libertad en cada nodo los cuales están en un plano conformado por x, y y z. El El elemento puede modelar plasticidad, deformaciones a largo plazo (creep), hinchazón, estrés (esfuerzo), grandes deflexiones y grandes deformaciones (ANSYS, 2008).

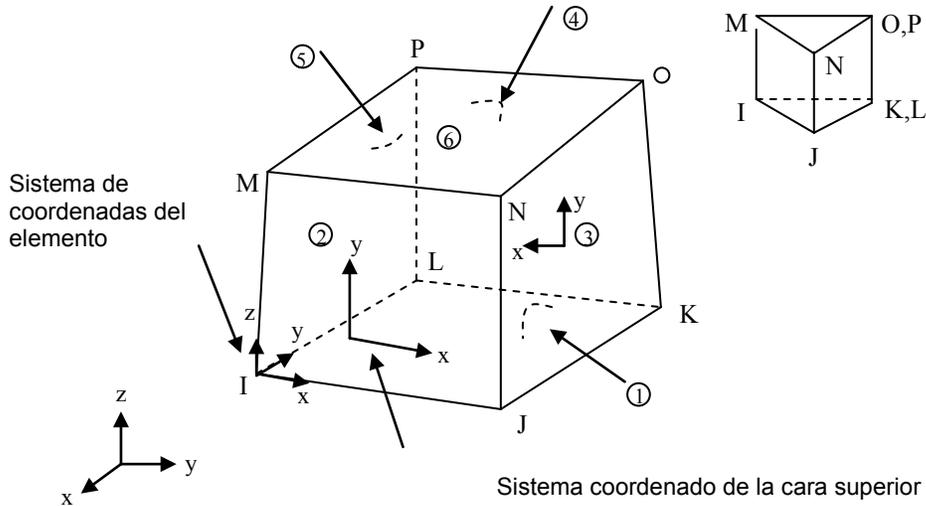


Figura (4-2). SOLID45 Geometría.

2.3. Validación del modelo

Lo que comprende esta parte es la demostrar la precisión con la que se trabajo en el modelo, en otras palabras se habla de la verificación de los datos arrojados por el software ANSYS.

Para hacer esto se utilizo la fórmula de la escudaría (1) que es la representada como la ecuación 2.77. Se utilizo esta ecuación para dar certeza de los datos arrojados por ANSYS y asegurarse de que el modelo estuviese trabajando correctamente. Para la validación del modelo se aplico una carga de 1ton en una columna de 3m, la cual tienen un perfil W. La carga se aplico en el centro del área transversal; después se analizo el modelo y obteniendo los datos de los esfuerzos se compararon con los calculados en el programa Excel 2007 de Office.

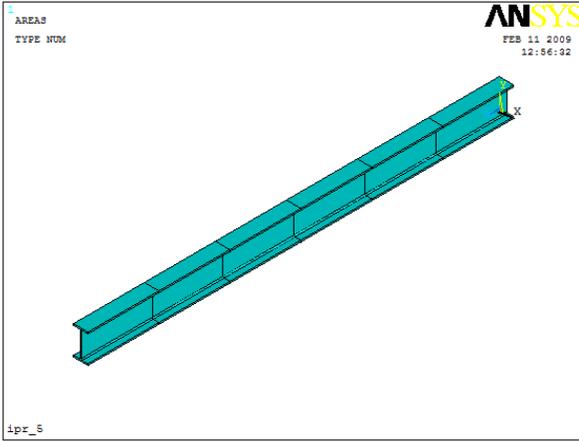
$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_x c_y}{I_x} \pm \frac{M_y c_x}{I_y} \quad (1)$$

Nodo	Fórmula 1	ANSYS	Error relativo
4	225	225.15	-0.02%
5	225	225.36	-0.12%
7	225	226.31	-0.56%
9	225	225.83	-0.17%
11	225	225.24	0.11%
14	226	225.06	0.22%
16	225	225.61	-0.08%
17	225	228.93	-1.57%
19	225	232.58	-3.21%
21	225	233.58	-3.67%
22	225	230.42	-2.28%

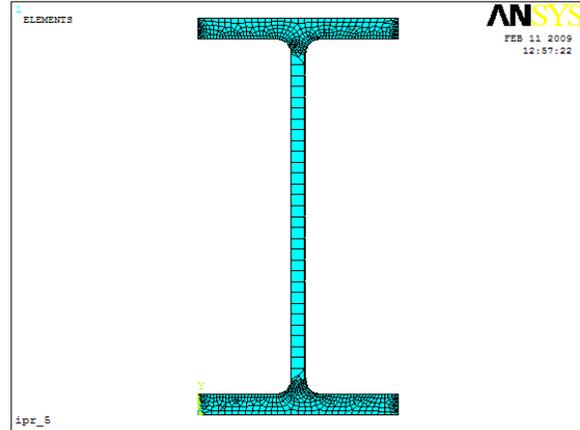
Tabla 1. Validación del modelo computacional. Sólo se muestran algunos nodos.

2.4. Modelo de elemento finito

La Figura 3 muestra el modelo de elemento finito de la columna modelada. Este modelo consta de siete secciones transversales, seis secciones intermedias y 4548 elementos.



a) Columna completa. Secciones intermedias.



b) Elementos de la sección transversal de la columna

Figura 3. Modelo de elemento finito en ANSYS

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 4 muestra el diagrama de interacción para la columna en cuestión. Para este caso la falla se produjo por la fluencia del material de la columna. Esta falla corresponde a la aplicación de la carga en el alma de la columna.

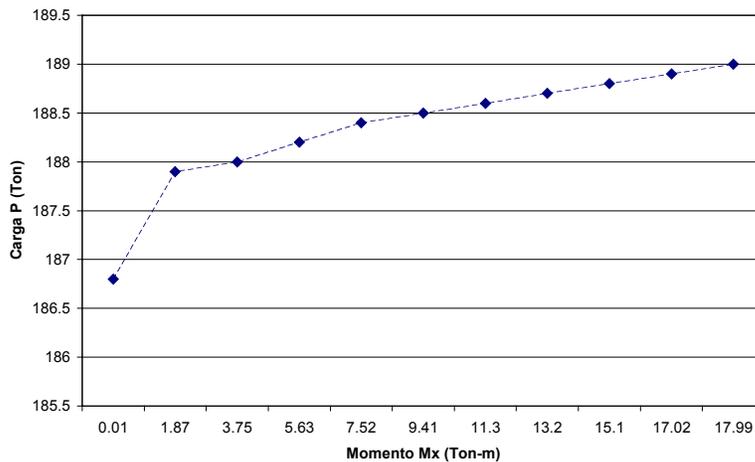


Figura 4. Diagrama de iteración (P-M) para la columna

Cuando la carga se aplicó en la sección del patín la falla se produjo por aplastamiento del patín, como se muestra en la Figura 5.

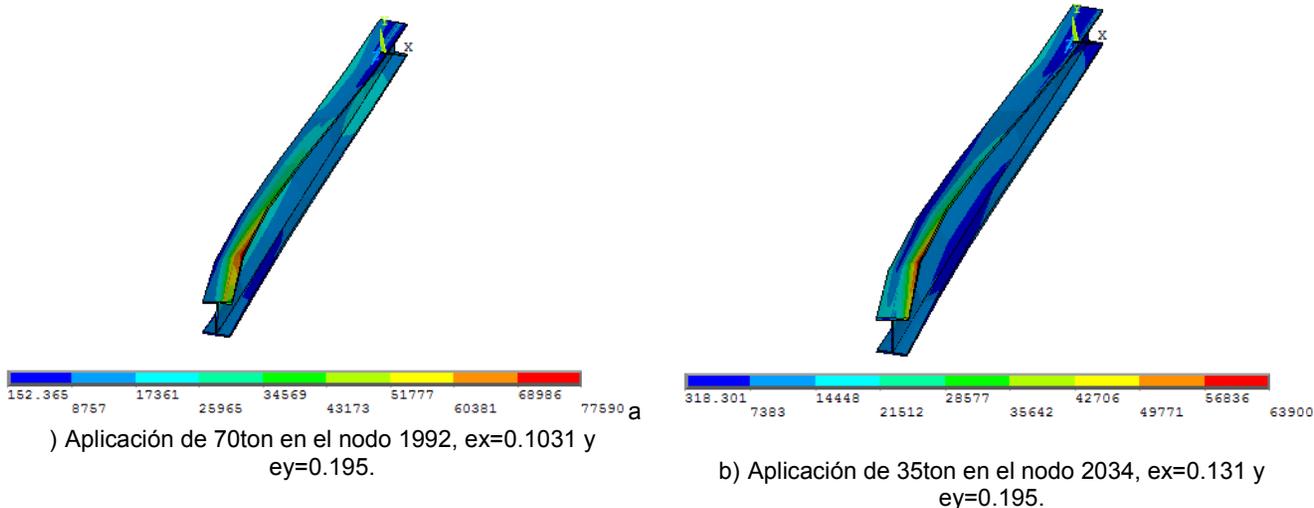


Figura 5. Falla por aplastamiento de la columna de acero

4. CONCLUSIONES

Conclusiones de la grafica de interacción

El modelo que se utilizó para este trabajo fue una columna de perfil W. Conforme a los resultados obtenidos se puede deducir que la carga utilizada en los nodos en la zona de el alma va aumentando desde el centro del alma hasta el centro del patín, esto para que más del 50% de los nodos de la columna rebasen el esfuerzo de fluencia del acero (42000ton/m²). También se puede concluir que los esfuerzos de tensión no necesariamente llegan a presentarse en toda la columna.

Con respecto a las fallas en los nodos horizontales

Lo que se puede concluir con respecto a las fallas presentadas en el capítulo 5, es que conforme la excentricidad va aumentando se tiene que disminuir la carga de deformación por lo que en los extremos del patín la carga debe ser mucho menor que la aplicada en el centro del patín.

La carga que se aplica en el patín tiende a llevar a la falla por aplastamiento a la columna, esto es sin rebasar el esfuerzo de fluencia en más del 50% de la columna, ya que las cargas en el patín son mucho menores y tienden a concentrarse solamente en una parte de la aplicación de la carga, sobre todo en los extremos la carga máxima para llevar a la columna a la falla en ese punto tiende a ser la menor carga máxima que puede soportar la columna.

A este tipo de fallas se les llama "Falla por aplastamiento". Por otra parte este tipo de fallas en las columnas de este tipo tiende a soportar menor carga en el extremo del patin, ya que este perfil de columnas es de los más utilizados, se debe tomar en cuenta que las columnas de este tipo se encuentran principalmente en el armado de edificios, por lo que una falla de este tipo en un sistema estructural podría causar el colapso del edificio.

5. REFERENCIAS

ANSYS., 2008. Release documentation.

José-María Fornóns García., 2000. El método de los elementos finitos en la ingeniería de estructuras. Escuela Técnica Superior d'Enginyers Industrials de Barcelona.

McCormac., 2003. Estructuras "Análisis y diseño". Tomo II. Editorial Alfaomega.

