



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE INGENIERÍA

División de Estudios de Posgrado

Especialidad en Docencia de las Matemáticas

"DE QUÉ TRATA EL ÁLGEBRA ESCOLAR"

TESIS

Que como parte de los requisitos para
obtener el diploma de especialidad en
Docencia de las Matemáticas

Presenta

José Antonio Cervantes Matehuala

Querétaro, Qro., México. Enero de 2010.



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

TESIS
"DE QUÉ TRATA EL ÁLGEBRA ESCOLAR"

TESIS
Que como parte de los requisitos para obtener el Diploma de
Especialidad en Docencia de las Matemáticas

Presenta:
José Antonio Cervantes Matehuala

Dirigido por:
MC. José Enrique Crespo Baltar
SINODALES

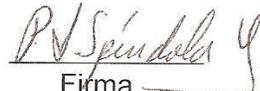
MC. José Enrique Crespo Baltar
Presidente


Firma

MC Gerardo Sousa Aubert
Secretario


Firma

MC Patricia Isabel Spíndola Yáñez
Vocal

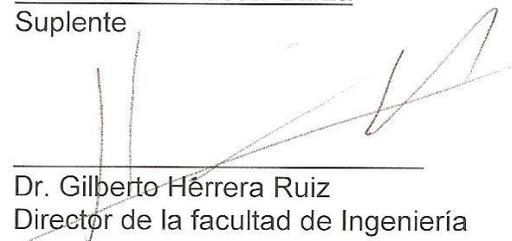

Firma

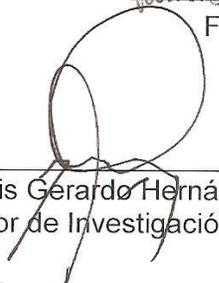
MDM Arturo Corona Pegueros
Suplente


Firma

MDM Carmen Sosa Garza
Suplente


Firma


Dr. Gilberto Herrera Ruiz
Director de la facultad de Ingeniería


Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Enero 2010
México.

Resumen

Este trabajo consiste en una propuesta de 21 actividades en el área de la aritmética, con el objetivo de abordar el concepto de variable bajo sus tres usos: como incógnita específica, como número general y como relación funcional, desarrolladas en el libro “Enseñanza del Álgebra Elemental, una propuesta alternativa” de los autores Sonia Ursini, Fortino Escareño, Delia Montes y María Trigueros. El Sistema Avanzado de Bachillerato y Educación Superior (SABES) en el estado de Guanajuato sugiere de manera muy poco específica, que antes de abordar la materia de álgebra se realice un repaso de aritmética. En virtud de esto cada docente en su centro de trabajo lo realiza bajo su propio esquema teniendo como consecuencia muy poca homogeneidad en esta parte del curso en cuanto a tiempos y enfoques. Con esta propuesta se pretende unificar los criterios de esta parte del curso y a su vez introducir al alumno a la enseñanza del álgebra como proponen los autores arriba señalados. Mi experiencia laboral de 9 años frente a estos grupos me he percatado que nuestros estudiantes traen deficiencias muy notorias en la parte de aritmética y como consecuencia dificultades en el aprendizaje del álgebra. Como esta materia juega un papel preponderante para estudios posteriores en el área de la matemática se hacía necesario una propuesta que homogenizara esta parte dedicada a la aritmética y ayudara al estudiante en la comprensión del álgebra. Las actividades que se proponen van del nivel básico hasta un nivel más elaborado, y en muchos casos se pretende que el alumno se dé cuenta que a través de su propia experiencia puede llegar a abordar los conceptos de variable. En estas actividades propuestas el profesor debe organizar el entorno social dentro del salón de clase, debe guiar a sus alumnos a la participación efectiva y motivar el trabajo en grupo como parte vertebral de la clase.

(Palabra clave: variable como número general, variable como incógnita específica, variable como relación funcional)

SUMMARY

This work consists of a proposal for 21 different activities in the area of arithmetic with the objective of teaching the concept of variable in accordance with its three uses: as a specific unknown entity, as a general number and as a functional relation, all of which are set forth in Enseñanza del álgebra elemental, una propuesta alternativa by the authors Sonia Ursini, Fortino Escareño, Delia Montes and María Trigueros. The Advanced System for High School and Higher Education (SABES, from its initials in Spanish) in the State of Guanajuato suggests, in a very unspecific way, that before studying algebra, a review of arithmetic be carried out. As a result, each teacher in his/her school does so according to a personal plan, thus resulting in very little uniformity in this part of the course regarding time periods and approaches. This proposal attempts to unify criteria for this part of the course and, at the same time, introduce the student to the teaching of algebra as proposed by the authors mentioned above. In my 9 years as a teacher of these groups, I have become aware that our students are extremely deficient in arithmetic and consequently experience difficulties in learning algebra. As this subject plays a fundamental role in later studies in the field of mathematics, a proposal was necessary that would unify the criteria used in teaching arithmetic and further the student's understanding of algebra. The activities proposed begin at a basic level and continue through a more advanced level. In many cases the intention is for students to realize that through their own experience they can grasp the concepts of variable. In such activities, the teacher must organize a social environment within the classroom, guide the students toward effective participation and motive them to work in small groups as an essential part of the class.

(Key words: Variable as a general number, variable as a specific unknown entity, variable as a functional relation)

Índice

Resumen.....	i
SUMMARY.....	ii
Índice.....	iii
Introducción.....	1
Justificación y Antecedentes.....	3
Objetivo.....	4
Marco teórico.....	5
Propuesta Didáctica.....	9
Actividad 1.....	10
Proyección de material filmico.....	10
Actividad 2.....	11
Ejemplo para discusión.....	12
Actividad 3.....	13
Actividad para la clase:.....	14
Actividad 4.....	15
Trabajo para la casa.....	16
Segunda alternativa para el mismo concepto de multiplicación, cuando se operan números enteros positivos.....	16
Trabajo para la clase.....	17
Actividad 5.....	17
Actividad 6.....	20
Fracciones.....	21
Actividad 7.....	23
Actividad para la clase la resta.....	24
Actividad 8.....	25
Actividad 9.....	27
Actividad 10.....	29
Ejemplo para la clase.....	30
Actividad 11.....	31
Ejemplo para la clase usando cuaderno o cartoncillo.....	32
Actividad 12.....	33
Actividad 13.....	35
Trabajo para la clase:.....	36
Actividad 14.....	38
Actividad 15.....	39
Actividad 16.....	42
Actividad 17.....	43
Se le pedirá al alumno ensaye algunos ejemplos.....	46
Actividad 18.....	47
Actividad 19.....	49
Actividad 20.....	51
Trabajo para la clase.....	53
Actividad 21.....	53
Bibliografía.....	56



"DE QUÉ TRATA EL ÁLGEBRA ESCOLAR"

de José Antonio Cervantes Matehuala

Introducción

*Ser consciente
de la propia ignorancia es un gran paso
hacia el saber
BENJAMIN DISRAELI*

Este trabajo está motivado en la experiencia de nueve años como docente en el Sistema Avanzado de Bachillerato y Educación Superior (SABES). Tiene entre sus objetivos impartir educación en el nivel medio superior, apoyándose en tecnologías de la información y de la comunicación, conjugando convenientemente el conocimiento teórico que asegure su vertiente propedéutica y el logro de habilidades, destrezas y valores que formen y capaciten para el trabajo. El Sistema Avanzado de Bachillerato y Educación Superior pretende llegar al mayor número posible de localidades que carecen del servicio educativo del nivel Medio Superior en donde la oferta es insuficiente, a fin de lograr el desarrollo educativo, social y cultural de dichas regiones.

El servicio educativo en el nivel Medio Superior es ofertado por el Sistema Avanzado De Bachillerato y Educación Superior, a través del Subsistema de Videobachillerato (VIBA), cuyos estudios tienen el reconocimiento oficial de la Secretaria de Educación de Guanajuato (SEG).

La enseñanza escolar en este sistema por su naturaleza es compleja, quien ha tenido el ánimo de estar frente a uno de estos grupos de alumnos, se dará cuenta lo difícil que es transmitir algún conocimiento en donde esté involucrado algún concepto matemático. Es muy común escuchar expresiones como: "estos alumnos son torpes, no entienden, no estudian lo suficiente, la

infraestructura no es adecuada”, etc., y en pocos casos el trabajo del docente es cuestionado. Se buscan culpables cuando el rendimiento no es el esperado, pero rara vez el profesor revisa su metodología de enseñanza. El docente en muchos casos tiene la creencia que nadie ni nada le ayudara en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

También debemos tener en cuenta que nuestra institución, Sistema Avanzado de Bachillerato y Educación Superior (SABES), no realiza investigación educativa, sino a implementar modelos educativos de otros estados como Veracruz, Puebla e Hidalgo, los cuales hemos tratado de adaptar a nuestra infraestructura escolar y a nuestra planta docente.

Es muy común en los alumnos de nuestro programa, la mecanización de algoritmos, la poca comprensión y no generalización de conceptos aritméticos elementales: ¿por qué multiplico?, ¿por qué divido?, ¿qué significa esta letra? Estas deficiencias muy notorias de nuestros alumnos, dificultan grandemente la enseñanza de los dos cursos de álgebra de nuestro programa.

La especialidad en docencia de las matemáticas que he cursado en la Universidad Autónoma de Querétaro que ofrece la Facultad de Ingeniería me ha ayudado a reafirmar la idea de que la continua capacitación de los docentes repercute de manera positiva en el complejo proceso de enseñanza y aprendizaje, y mediante este trabajo pretendo llevar este sentimiento a mis compañeros de trabajo.

La investigación hecha por Sonia Ursini y Trigueros "Enseñanza del Álgebra Elemental Una Propuesta Alternativa" se tomará como guía para esta tesis, en la cual se propone una reestructuración en el programa de álgebra, incluyendo veintiún sesiones de aritmética. Cabe mencionar que actualmente cada docente dedica un número aproximado de veinte sesiones sobre este tema, pero como un simple repaso de los temas de aritmética vistos por los estudiantes en los niveles anteriores y sin que exista una homogenización en esta parte de la materia. Este trabajo consiste en una propuesta para veintiún actividades de aritmética, donde los temas serán tratados con más formalidad y enfocados para la enseñanza del álgebra.

Justificación y Antecedentes

En nuestro centro educativo la manera de medir los conocimientos matemáticos que poseen los alumnos que aspiran a ingresar a nuestro programa, es a través de exámenes generales de conocimientos. Históricamente los resultados que hemos obtenido exhiben grandes deficiencias en la formación del alumno. Dentro de nuestro programa se pretende cubrir en dos semestres un curso de álgebra, y con estas deficiencias mostradas por estos instrumentos de evaluación, los profesores nos vemos obligados a dedicarle la primera parte de este curso a temas relacionados con la aritmética, donde los alumnos presentan deficiencias y con las cuales no se puede aspirar a una buena comprensión del álgebra.

El papel del profesor en nuestro sistema es ser un mediador en este proceso de enseñanza aprendizaje. Utilizando los conocimientos que el alumno posee, se pretende dar en las primeras sesiones del curso de álgebra un tratamiento un poco más profundo de la aritmética, motivándolo con la presencia de ésta en actividades humanas tan cotidianas como ir a un mercado y hacer las compras. Estos primeros acercamientos nos servirán para motivar a nuestro estudiante y hacerlo consciente que los conocimientos que adquirirán en este nuevo nivel, es una continuación de los adquiridos en niveles anteriores.

Estas primeras sesiones de aritmética, por no estar formalmente incluidas en el curso de álgebra, han dado como resultado que cada profesor las aborde de manera muy particular, y me han confirmado la necesidad de unificar un criterio grupal entre los profesores de mi centro laboral en este respecto.

Tomando como referencia la investigación hecha por la autora Sonia Ursini y Trigueros "La Enseñanza del Álgebra Elemental, Una Propuesta Alternativa", que constituye una propuesta alternativa para la enseñanza del álgebra elemental en los niveles medio y medio superior, ofreciendo a los profesores de matemáticas

los resultados de las más recientes investigaciones sobre la enseñanza del álgebra elemental a fin de que se utilice como una guía para la impartición de esta materia dentro del aula y para la capacitación de los profesores, este trabajo propone veintiún sesiones de aritmética con las características ya señaladas y enfocadas al tratamiento del álgebra propuesto por la autora.

*Conocemos verdaderamente sólo aquello que sabemos aplicar
Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827)*

Objetivo

Que la aritmética vista desde un enfoque más formal permita a nuestro alumno introducirlo al álgebra.

Que esta tesis motive a nuestros profesores a mejorar su práctica docente y *conscientizarlos* de que la capacitación continua repercute positivamente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Que esta tesis sea utilizada para unificar criterios en la impartición de veintiún sesiones de aritmética.

La música debería estar al alcancé de todos sin embargo hay sordos; la pintura debería estar a alcance de todos; sin embargo hay ciegos; la matemática debería estar ala alcance de todo; sin embargo...
CESAR RINCON

Marco teórico

La mayoría de las investigaciones consideran que el aprendizaje de los números y la aritmética constituye una parte importante del currículum escolar y que los conceptos numéricos representan la base sobre la cual pueden desarrollarse elevadas competencias numéricas (Resnick, 1989). Además, la visión constructivista de estos aprendizajes tiene como teoría de base el trabajo de Piaget, especialmente, la descripción sobre la génesis del número. En esta teoría, los conceptos matemáticos primarios son construidos mediante la abstracción reflexiva, en la que el sujeto realiza una lectura de sus propias acciones sobre los objetos, lo que le permite descubrir relaciones entre ellas y luego reflejarlas en la realidad exterior. Por tanto, el desarrollo de la competencia numérica del joven se halla relacionada con el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. El pensamiento lógico-matemático es construido por el joven desde su interior a partir de la interacción con el entorno. La asociación de operaciones mediante la clasificación, seriación e inclusión, posibilita la movilidad y reversibilidad del pensamiento, necesarias en la construcción del concepto de “número”. Como consecuencia de estos planteamientos, Kamii (1994), muestra que los conocimientos aritméticos a los que la escuela dedica mucho tiempo no son asimilados por los jóvenes cuando se pretende transmitirlos mecánicamente. Tales conocimientos son producto de construcciones de un pensamiento autónomo, mediante la generación de hipótesis, regularidades que aplica como esquemas de pensamiento en situaciones posteriores. Por tanto, la aritmética surge del pensamiento de cada joven a medida que estructura lógicamente su realidad.

El constructivismo pedagógico plantea que el aprendizaje humano es una construcción que logra modificar la estructura mental, en procura de alcanzar mayor nivel de diversidad y de integración. Por lo tanto, el aprendizaje contribuye al desarrollo de la persona. En tal sentido, el desarrollo no debe entenderse como acumulación de conocimientos, datos y experiencias, sino como proceso esencial y global en función del cual se puede explicar y valorar el aprendizaje.

El libro de Sonia Ursini y Trigueros Enseñanza del Álgebra elemental Una Propuesta Alternativa constituye una propuesta alternativa para la enseñanza del álgebra elemental en los niveles medio y medio superior , la cual responde a las necesidades que enfrentan los alumnos para comprender ciertos aspectos de la materia. El texto ofrece a los profesores de matemáticas los resultados de las más recientes investigaciones sobre la enseñanza del álgebra elemental a fin de que se utilice como una guía para la impartición de esta materia dentro del aula y para la capacitación de los profesores. El modelo que presentan los autores destaca el análisis del concepto de variable e incluye ejemplos para usar el modelo de resolución de los problemas que se dan en el aula.

Por los resultados de numerosas investigaciones se sabe que la mayoría de los estudiantes tienen serias dificultades para desarrollar una comprensión adecuada del uso de las letras en álgebra y lograr una capacidad aceptable para trabajar con ellas. Por ejemplo desde principios del siglo XX a la fecha, se ha ido señalando que los estudiantes, en distintos niveles escolares, tienen muchas dificultades con las variables (Thorndike et al,1923;Van Engen, 1953;Menger,1956;1980; Wanger 1983; Matz, 1982; Philipp, 1992; Warren, 1999; Ursini, 2001; Malara y Navarra, 2003). También se ha señalado que a los estudiantes les cuesta trabajo apropiarse de la esencia del concepto de variable y en consecuencia desarrollar la capacidad de pasar de manera flexible entre los distintos usos que ésta tiene (Matz, 1982 Usiskin, 1988, Trigueros y Ursini, 1999).

Para trabajar exitosamente con problemas y ejercicios que involucran al número como incógnita es necesario:

INCÓGNITA (I)

1. Reconocer e identificar, en una situación problemática, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.
2. Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación, con la representación de valores específicos.
3. Sustituir la variable por el valor o los valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.
4. Determinar la cantidad desconocida que aparecen en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas aritméticas o de ambos tipos.
5. Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

Para trabajar exitosamente con problemas y ejercicios que involucran al número general es necesario:

Número general (G)

1. Reconocer patrones y percibir reglas y métodos, en secuencias y en familias de problemas.
2. Interpretar la variable simbólica como la representación de una entidad general indeterminada que puede asumir cualquier valor.
3. Deducir reglas y métodos generales, en secuencias y en familias de problemas.
4. Manipular la variable simbólica.
5. Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

Para trabajar exitosamente con problemas y ejercicios que involucran variables en una relación funcional es necesario.

Relación funcional (F)

1. Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientes de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).

2. Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente.
3. Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente.
4. Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
5. Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de la otra.
6. Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema.

La autora Sonia Ursini y Trigueros propone la enseñanza del concepto de variable bajo tres usos:

1. Número general.
2. Número como Incógnita.
3. Número como relación funcional.

Propuesta Didáctica

Nuestro sistema educativo originalmente nació pensándose en utilizar las herramientas de comunicación e informática. Propondremos retomar estos recursos haciendo lo siguiente:

1. Utilizaremos material fílmico ("la historia del uno") proporcionado por nuestro sistema educativo, donde se haga una reseña de la historia de las matemáticas, y donde se narra como aparecieron los sistemas de numeración.
2. Realizar operaciones numéricas (sumas, restas, multiplicaciones, divisiones) con las distintas clases de números dando un enfoque para llegar al álgebra (como número general).
3. Tomar un especial interés en los números fraccionarios, fracciones propias e impropias (como número general).
4. Razones y proporciones (como incógnita).
5. Usar fórmulas geométricas básicas para interpretar el valor de la incógnita (como incógnita).
6. Aplicación de la regla de tres para solucionar problemas cotidianos (Como función).

Cada tema se pretende hacer en cuatro sesiones. El asesor guiará a los alumnos en los procesos de reproducción y conexión del conocimiento.

Nuestro programa señala que se dediquen veinte primeras sesiones del curso de álgebra al repaso de la aritmética, sin mencionar el enfoque a utilizar y con un material que no toma en cuenta los conocimientos previos que el alumno posee.

Las expectativas de esta propuesta es que se pueden aprovechar los conocimientos que tienen los alumnos de aritmética para dar de una manera más profunda y formal estas sesiones y enfocarlas al aprendizaje del álgebra.

Para llegar al concepto de variable como número general (G) Pág. 36. Se deben de tratar los ejercicios y problemas bajo los siguientes criterios:

1. Reconocer patrones y percibir reglas y métodos, en secuencias y en familias de problemas.
2. Interpretar la variable simbólica como la representación de una entidad general, indeterminada que puede asumir cualquier valor.
3. Deducir reglas y métodos generales, en secuencias y en familias de problemas.
4. Manipular la variable simbólica.
5. Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

Actividad 1

Proyección de material fílmico.

Propósito: Dentro de mi salón de clase he comprobado que si al estudiante se le presentan inicialmente los conceptos matemáticos de una manera rigurosa este comienza a perder interés en la materia. Por eso la intención es llevarlo poco a poco, a los conceptos matemáticos, haciéndolo de manera visual y tangible. Aunque esto no implica que se vaya perder formalidad en el curso.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar como fue el génesis de la aparición de los números en las diferentes culturas.
- Que el estudiante se percate de la importancia que tienen los números para el desarrollo social y cultural.

Habilidades: que se van a desarrollar: Manejo de técnicas, argumentación y comunicación.

Material: Útiles escolares.

Descripción: La actividad consistirá en proyectar material fílmico y se le pedirá al estudiante que realice un resumen de lo más relevante del filme.

Actividad 2

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes comprendan el significado de las operaciones con números enteros haciendo uso de objetos e imágenes manipulables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de suma y resta en diferentes contextos.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto de suma y resta.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar: Resolución de problemas, manejo de técnicas, argumentación y comunicación.

Material: Cuaderno de cuadro preferentemente, hojas de papel milimétrico, regla graduada, material manipulable (fichas, frijoles, maíces, monedas, etc.).

Descripción: La actividad consistirá en hacer que el estudiante manipule objetos tangibles, obtenidos de su entorno para llevarlo al concepto de suma.

Desarrollo

1. Traza en una hoja de papel milimétrico una línea que te represente la recta real, señalando los números naturales, el cero y los números enteros negativos.
2. Se le pide al estudiante que tome un puñado de frijoles, se le indica que haga coincidir con los números de la recta real, es decir el primer frijol en el número 1, el segundo frijol en el número 2, etc.
3. El estudiante toma otra cantidad de frijoles y a continuación donde ubicó el último frijol del primer puñado. Ubicará los frijoles del segundo puñado. Es decir si presentó 4 frijoles en el primer intento, y 3 frijoles en el segundo intento, y visualiza en la recta real que número coincide con los frijoles de los puñados tendrá ___frijoles.
4. Se pide ensaye con alguna otra cantidad.

5. Se da cuenta que sumar no es otra cosa que agrupar entes de la misma especie. Se le menciona que estos elementos los son sumandos.
6. Para la operación con la resta, se procede de manera similar por, ejemplo si el estudiante hizo coincidir 20 frijoles con la recta real, y quita 12 ¿cuántos quedarán? la respuesta es __,
7. Hagamos un segundo ensayo, a los 20 frijoles se le quitan 8 ¿cuántos quedarán? La respuesta es __.
8. Aquí surge algo interesante que el estudiante descubrirá, si quiero quitarle 22 frijoles ¿podré hacerlo?, aquí lo verá como que me hace falta tener 2 frijoles para hacer esta operación, le digo párate en 20 y comienza a quitar cada frijol de la recta real córrete a la izquierda ¿Dónde quedas parado?
9. La respuesta es __. Surgen los números negativos.

Con estos ejemplos, que aparentemente parecen triviales, me he percatado, se le ayuda mucho al estudiante que tiene aversión a la matemática, se le despierta el interés cuando él interactúa con objetos manipulables en la comprensión de estos conceptos matemáticos.

Ejemplo para discusión

Si la colegiatura cuesta \$550 por un semestre, y un estudiante estará 6 semestres. ¿Cuánto pagará por la estancia en esta escuela?

Recomendaciones:

- El asesor destinará 10 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.

Actividad 3

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes representen sucesiones numéricas o figurativas a partir de un esquema o regla dada, determinar expresiones generales que definan las reglas de sucesiones numéricas y figurativas.

Contexto: Educativo

Aprendizaje esperado:

- Reconocer patrones de secuencias numéricas usando el concepto de suma.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto de patrones.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.
- Buscar regularidades, observar, analizar y comparar las sucesiones enunciarlas verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una sucesión determinada.

Material: Cuaderno de cuadro, hojas de papel milimétrico, regla graduada, lápices de colores.

Descripción: Hacer coincidir progresiones numéricas de una manera gráfica, ayuda a entender el concepto de regularidad y patrón.

Desarrollo:

Con la ayuda de una escuadra graduada, traza en una hoja de papel milimétrico una línea que represente la recta real, señalando los números enteros positivos, con la graduación de esta regla. Haz coincidir los siguientes números de la progresión; 5, 7, 9, 11, 13... en la recta real (imagen 1).

Se presenta de manera gráfica

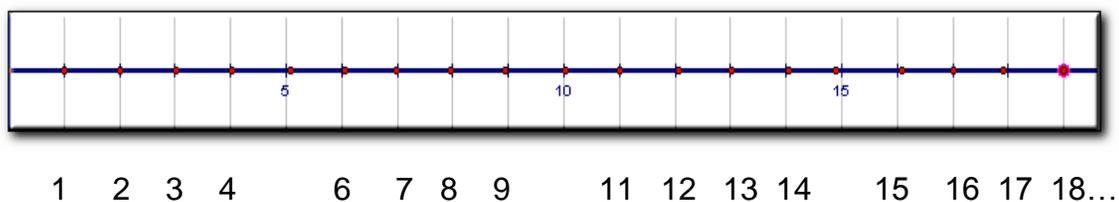


Imagen 1

1. Se le pide al estudiante que reconozca cuál es el número que hace crecer a esta progresión. (utilizará el concepto de suma).
2. observando que siempre la distancia entre un elemento de la progresión y el siguiente es el número 2.
3. Se pide ensayar alguna representación general que reproduzca cualquier número de la progresión.

Actividad para la clase:

Se presenta un ejemplo a resolver:

0, 2, 6, 12, 20,30...

Recomendaciones:

- El asesor destinará 10 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.

Con la ayuda de ejercicios asistidos por el asesor, se pretende que el estudiante, por su cuenta reconozca patrones, y reglas generales. Se utilizarán ejemplos accesibles donde él pueda manipular material; es necesario motivar al estudiante. Si toma algún ejemplo complicado el alumno cae en el desanimo, abandonando y renunciando a estos retos.

Trabajo para reforzar el concepto:

Señala el número que da continuidad a la serie.

1. 14, 27, 42, 59,78...
2. 50, 100, 150, 200, 250, 300,350,...
3. 2, 8, 12, 48,52,...

Recomendaciones:

- El asesor destinará 10 minutos para que el estudiante compare su tarea.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.

- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrará el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Concluyo:

Aquí lo relevante es que el estudiante se de cuenta que para completar las series numéricas se necesitan operaciones de suma y resta.

Para la multiplicación y para la división

Actividad 4

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan que la multiplicación es una suma abreviada, usando números enteros positivos.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto de multiplicación con números enteros distintos de cero.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Cuaderno de cuadro hojas de papel milimétrico, lápices de colores, regla.

Descripción: Con una representación gráfica se puede comprender el concepto de multiplicación.

Desarrollo:

1. traza un rectángulo de 3 por 2 cm. en una hoja de papel milimétrico Como se muestra en la figura;

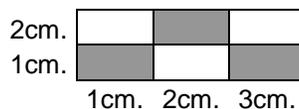


Tabla 1

Cuenta los cuadros, ¿Cuántos son?_____

2. Ahora traza el rectángulo de 2 por 3 cm.

Como se muestra en la figura;

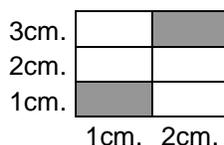


Tabla 2

Cuenta los cuadros, ¿Cuántos son? ____.

3. Se hace ver que aquí no es importante cuál es el acomodo de las líneas trazadas, dará los mismos cuadros en cualquier arreglo.

Concluyo:

La aseveración verbal del orden de los factores no altera el producto, por lo regular no lo entiende el estudiante que está dentro de mi curso, pero al manipularlo de manera grafica se le ayuda a la comprensión de este concepto.

Trabajo para la casa

Se pueden ahora ensayar números más grandes.

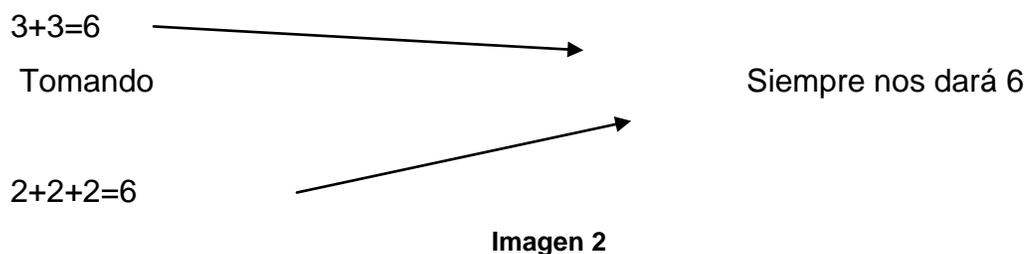
Recomendaciones:

- El asesor destinará 10 minutos para que el estudiante compare su tarea.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrará el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Segunda alternativa para el mismo concepto de multiplicación, cuando se operan números enteros positivos.

Se tiene otra alternativa para el mismo concepto de la multiplicación. Se debe mencionar que esto solo se puede ver claramente con los números enteros positivos, por ejemplo al efectuar la multiplicación del ejemplo anterior (la multiplicación del número 2, y el número 3), se le indica lo siguiente;

Suma 2 veces 3, o suma 3 veces 2 y también obtienes el número 6.
Esto se presenta en el pizarrón al alumno.



Trabajo para la clase

Se le pide ensaye con algunos otros números enteros positivos bajo este esquema
Recomendaciones:

- El asesor destinará 10 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrará el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Para la división

Actividad 5

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan que la división es exacta cuando existe un número entero que multiplicado por el divisor da el dividendo, es decir cuando el dividendo es múltiplo del divisor, y cuando no existe ningún número entero que multiplicado por el divisor dé el dividendo o sea, cuando el dividendo no es múltiplo del divisor, la división es entera o inexacta.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de división en diferentes contextos.

- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto de división.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Cuaderno de cuadro, lápices de colores, regla graduada.

Descripción: Con una representación grafica se puede comprender el concepto de división.

Desarrollo:

La división se hará de forma gráfica veamos el ejemplo 12 entre 3.

1. Traza con una escuadra graduada en una hoja de papel milimétrico una línea que represente la recta real, señala los números naturales y el cero. Con la graduación de esta regla representa en el eje real el número 12, (se puede escoger un color para representarlo, y luego se hace coincidir el número 3, en el mismo eje, usando otro color, y preguntarnos cuantas veces cabe este segmento menor en el segmento 12.
2. Y se verá que son ___ veces. En este caso "cabe" de manera exacta.
3. Se preguntará de los otros números, es decir cuando "no cabe."
4. Por ejemplo 9 entre 4 (se repite el procedimiento del paso número uno), el 9 en el eje real y el segmento 4 se hace coincidir con el segmento 9 viendo cuantas veces cabe que es. ___ sobrando un segmento de unidad uno.

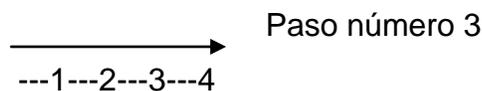
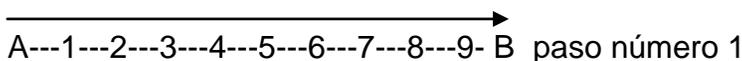


Imagen 3

5. El segmento $AB=9$ representa el dividendo y el segmento $CD=4$ el divisor, se hace coincidir el segmento divisor sobre el segmento dividendo,

consecutivamente, veremos que el divisor esta contenido en el dividendo 2 veces, sobra un segmento $MB=1$ que representa el residuo

Concluyo:

La representación gráfica de la división exacta y la división entera nos hacen ver que la división no es más que una resta abreviada donde el divisor se resta todas las veces que se pueda del dividendo y el cociente indica el número de restas.

Cuando nuestro alumno ya se da cuenta que puede manipular el concepto de multiplicación y división, es momento para decir que la multiplicación está conformada por factores y lo que se obtiene es el producto. La división se representa con una rayita horizontal o inclinada colocada entre el dividendo y divisor. Así la división de D (dividendo) entre d (divisor) que da un cociente se escribe del modo siguiente: $\frac{D}{d} = c$. Podemos decir que dividir un número (dividendo) entre otro (divisor) es hallar un número (cociente) que multiplicado por el divisor da el dividendo. Cuando no existe ningún número entero que multiplicado por el divisor dé el dividendo, o sea, cuando el dividendo no es múltiplo del divisor, la división es entera o inexacta, en general si D no es múltiplo de d , el cociente $\frac{D}{d}$ está comprendido entre dos números consecutivos. Si llamamos c al menor, el mayor será $c+1$, y tendremos $cd < D$ y $(C+1)d > D$

El cociente exacto de la división $\frac{D}{d}$ será mayor que c y menor que $c+1$. Entonces c es el cociente por defecto y $c+1$ el cociente por exceso.

Residuo por defecto $r=D-dc$ es la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por el cociente del defecto y Residuo por exceso es la diferencia entre el producto del divisor por el cociente por exceso y el dividendo $r'=d(c+1) -D$

Por mi experiencia al estar frente a grupo me he percatado que el alumno cuando se le preguntan estos temas no lo conocen, tal vez no los interiorizó o no profundizó en el tema.

Actividad 6

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes comprendan la imposibilidad de dividir por cero.

Habilidades: que se van a desarrollar: Resolución de problemas, manejo de técnicas, argumentación y comunicación.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar que no es posible dividir por cero.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto de división.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Cuaderno de cuadro preferentemente, escuadras o reglas, lápices de colores.

Descripción: Cuando aparece un cero en el divisor esta debe ser escrita como una indefinición.

Desarrollo:

1. Se le pide al estudiante que piense en esta situación real: él entra a un negocio dónde cada artículo cuesta mil pesos, él trae justo esa cantidad, ¿Cuántos artículos puedes comprar? La respuesta es ____.
2. Ahora si en la tienda los artículos cuestan \$500 pesos, su respuesta sería ____ artículos que puede adquirir.
3. Si voy haciendo bajar los precios de los artículos hasta llegar a un peso, se podrá decir que se pueden comprar _____ artículos.
4. Si ahora costaran diez centavos podría comprar ____ artículos.
5. y a un centavo adquiero ____ artículos.
6. ¿Qué pasa si los artículos son gratuitos? Discute con los compañeros.
7. Si los objetos que se venden en el negocio no costaran nada, tener o no tener mil pesos, poco importa, ¿por que? ____.
8. Con este ejemplo diré que no tiene sentido "dividir" mil pesos entre "objetos que no cuestan " nada".

9. Esto se puede ejemplificar de la siguiente manera: el estudiante debe de hacer corresponder en la tabla, _____ y _____.

Precio por articulo	artículos a comprar
\$1000	
\$500	
\$100	
\$10	
\$1	
\$.1	
\$.01	

Tabla 3

Concluyo:

A medida que disminuye el precio, aumenta la cantidad de artículos que podemos comprar siempre con los mil pesos originales. Si siguiéramos disminuyendo el precio, la cantidad a la derecha seguiría aumentando... pero finalmente llegaríamos a un punto en donde el valor por artículo es cero entonces la cantidad de artículos, que te puedes llevar seria todo, lo cual no tiene sentido.

Fracciones

Unidad fraccionaria

La unidad fraccionaria es cada una de las partes que se obtienen al dividir la unidad en n partes iguales.

Definición de fracción

Una fracción es el cociente de dos números enteros a y b, que representamos de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

b, denominador, indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

a, numerador, indica el numero de unidades fraccionarias elegidas.

Significado de la fracción

La fracción como partes de la unidad

Un todo se toma como unidad. La fracción expresa un valor con relación a ese todo.

La fracción como razón y proporción

Cuando comparamos dos cantidades de una magnitud, estamos usando las fracciones como razones.

Así, cuando decimos que la proporción entre chicos y chicas en el Instituto es de 3 a 2, estamos diciendo que por cada 3 chicos hay 2 chicas, es decir, que de cada cinco estudiantes, 3 son chicos y 2 son chicas.

Un caso particular de aplicación de las fracciones como razón son los porcentajes, ya que éstos no son más que la relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100 (tanto por ciento), un número y mil (tanto por mil) o un número y uno (tanto por uno).

Ejemplo de fracción.

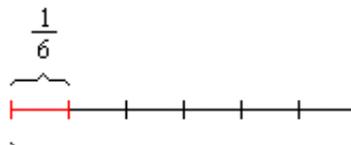
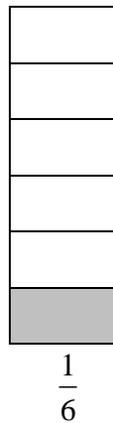


Imagen 4

Si dividimos la unidad en 6 partes, cada una de ellas representa $\frac{1}{6}$ (un sexto).

Actividad 7

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan la suma de fracciones de igual denominador por un método alternativo.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de suma de fracciones desde un ángulo conceptual.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto suma de fracciones.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Regla graduada, cartoncillo, hojas de papel milimétrico, lápices de colores, tijeras.

Descripción: Interpretar el concepto suma de fracciones, haciendo coincidir segmentos proporcionales.

Desarrollo:

1. Traza tres rectángulos de igual medida, en una hoja de papel milimétrico, o en un cartoncillo,
2. Divide los rectángulos entre el número de segmentos a formar. Por ejemplo la fracción $\frac{2}{8}$ indica que es dividido el rectángulo número 1, en 8 segmentos de igual magnitud, y se toman 2 segmentos de igual magnitud. Para este fin colorea con algún color por ejemplo (tono gris), para los segmentos que se tomarán del rectángulo número 1, y recorta (imagen 5)
3. La fracción $\frac{1}{8}$ me indica que divides el rectángulo número dos en 8, y tomas 1 segmento (s) de igual magnitud. Para este fin colorea con algún color, por ejemplo (tono gris), para los segmentos que se tomarán del rectángulo número dos, y recortara (imagen 5)

4. El estudiante comparará los segmentos que recortó y coloreó por ejemplo si uso el tono gris compara estos segmentos del primer y segundo rectángulos De que se te dará cuenta____.además ¿Cuántas veces caben estos segmentos en el tercer rectángulo?____. (imagen 5).
5. Ahora en el rectángulo número tres, se tomará un segmento ya sea del rectángulo número uno, o del rectángulo número dos, ¿cuántas veces cabe? un segmento del primer rectángulo____, ¿cuántas veces cabe? un segmento del segundo rectángulo ____.
6. Concluirá que en el rectángulo número tres los segmentos que coloreó y recortó, por ejemplo si el estudiante usó el tono gris caben ____ y debe dividirse en _____. (imagen 5).

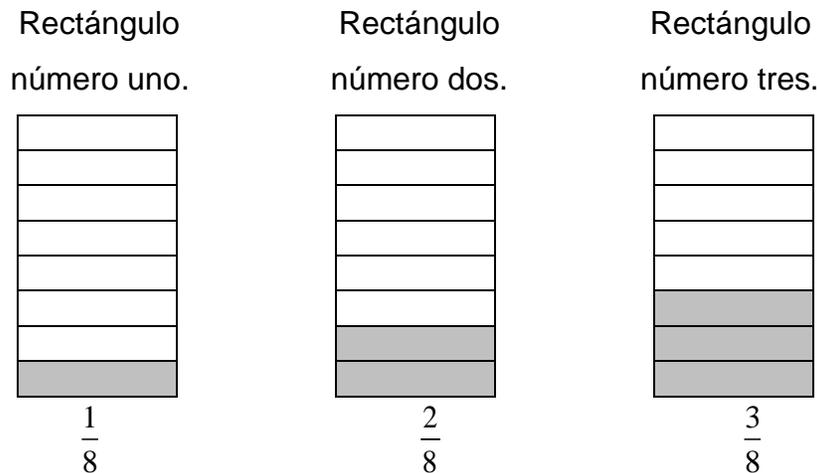


Imagen 5

Actividad para la clase la resta

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$$

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante compare su trabajo.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.

- Se mostrará el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Concluyo

Que en la suma o resta de fracciones con el mismo denominador, se deben sumar o restar los numeradores y dejar el mismo denominador.

Actividad 8

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan la suma de fracciones de diferente denominador por un método alternativo.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de suma de fracciones desde un ángulo conceptual.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de como ver el concepto suma de fracciones.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Compás, regla, cartoncillo, hojas de papel milimétrico, lápices de colores, tijeras, transportador.

Descripción: Interpretar el concepto de fracción, haciendo coincidir segmentos proporcionales.

Desarrollo:

Antes de presentar el procedimiento para sumar fracciones con distinto numerador, definiremos lo que son las **fracciones equivalentes**. Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma cantidad. Para obtener fracciones equivalentes debemos multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por el mismo número, siendo este un número entero distinto de cero.

1. Traza tres rectángulos, en una hoja de papel milimétrico o en un cartoncillo.
2. Divide entre el número de segmentos ha formar. Por ejemplo en el rectángulo número uno, toma la fracción $\frac{1}{2}$, que indica que divides en 2 segmentos de igual magnitud y tomas un segmento de igual magnitud colorea de algún color por ejemplo usa el tono gris, y recorta.
3. La fracción $\frac{1}{2}$ multiplica, el numerador y denominador, por el número 2 ¿Qué obtienes? __, te indica que divides el rectángulo en ____ y tomas _____. Estos segmentos que tomas coloréalos con algún color, por ejemplo usa el tono gris y recorta
4. La fracción $\frac{1}{2}$ multiplica, el numerador, y denominador, por el número 3 ¿Qué obtienes? __, Indica que divides el rectángulo en ____y tomas _____. Estos segmentos que tomas coloréalos con algún color por ejemplo usa el tono gris, y recorta.
5. Haz coincidir los segmentos que coloreaste y recortaste, si por ejemplo si se utilizó el tono gris , toma los segmentos del rectángulo número uno y rectángulo número dos compara, ¿Qué es lo que sucede con los segmentos?____.hará lo mismo para los otros segmentos de los rectángulos restantes ¿Qué se concluye?____.(Imagen 6)

Rectángulos

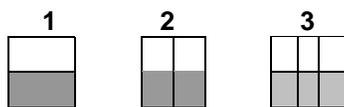


Imagen 6

Actividad para la clase encontrar una fracción equivalente

Para $\frac{1}{3}$, y un $\frac{1}{4}$.

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.

- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrará el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Concluyo:

El estudiante se percató que no se altera el área de los segmentos si una fracción es multiplicada su numerador y denominador por un mismo número entero, distinto de cero.

Actividad 9

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan la suma de fracciones de diferente denominador por un método alternativo.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de suma de fracciones desde un ángulo conceptual.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto suma de fracciones.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Descripción: Interpretar el concepto de fracción, haciendo coincidir segmentos proporcionales.

Desarrollo:

1. Se dará esta instrucción al estudiante para sumar fracciones con distinto denominador, se deben encontrar fracciones equivalentes a cada una que tengan el mismo denominador y después realizar la operación.

2. Realiza el siguiente ejemplo $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = ?$

¿ La fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ será?

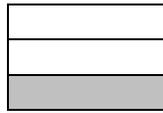


Imagen 7

Vea la actividad número 8.

Con denominador 12 es $\frac{4}{12}$:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

¿La fracción equivalente a $\frac{1}{4}$?

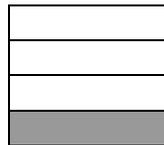
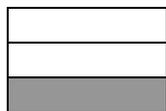


Imagen 8

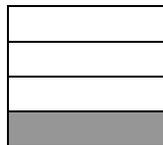
Vea la actividad número 8

Con denominador 12 es $\frac{3}{12}$:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$



+



=

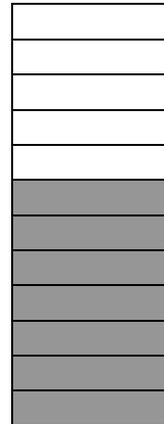


Imagen 9

Por lo tanto:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

Concluyo:

En este caso debemos encontrar un número que sea múltiplo de 3 y de 4 para poder sumar las fracciones, es decir el mínimo común múltiplo (MCM) de ambos, que es 12 donde me representa como debo de dividir cada rectángulo. Imagen 9.

Ahora podemos sumar $\frac{4}{12}$ más $\frac{3}{12}$ que es igual a $\frac{7}{12}$

Actividad 10

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan el producto de fracciones de diferente denominador por un método alternativo.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar las operaciones de producto de fracciones de igual denominador y diferente denominador desde un ángulo conceptual.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto multiplicación de fracciones Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Regla, cartoncillo de cuadrícula, hojas de papel milimétrico, lápices de colores, tijeras.

Descripción: Interpretar el concepto de multiplicación de fracciones, haciendo coincidir segmentos de recta.

Desarrollo:

1. En centro del papel cuadrículado traza una línea recta vertical y en la intersección de esta línea con las líneas horizontales de la cuadrícula ubica los números 1, 2, 3, etc. Por ejemplo si quiero representar $\frac{2}{5}$ en esta línea recta vertical, de los 5 primeros segmentos escoge dos de ellos.(imagen 10)

2. Representa $\frac{3}{7}$ en esta línea recta horizontal, de los 7 primeros segmentos escoge 3 de ellos. .(imagen 10)
3. Rellena con un color por ejemplo, blanco, los cuadros que se obtiene al multiplicar denominadores de cada fracción que se formado previamente con la cuadrícula ¿Cuántos son?____. (Imagen 10)
4. Rellena con un color por ejemplo se puede usar el tono gris, los cuadros que se obtienen al multiplicar numeradores que previamente se ha formado con la cuadrícula ¿Cuántos son?____. (Imagen 10)

5							
4							
3							
2							
1							
	1	2	3	4	5	6	7

Tabla 4

$$\frac{2}{5} * \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Ejemplo para la clase

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrara el trabajo en el pizarrón hecho por el alumno, asistido por el profesor.

$$\frac{7}{8} * \frac{2}{9} = ?$$

Concluyo

El estudiante se da cuenta que al operar la multiplicación de fracciones, con numeradores y denominadores, donde aparecen números enteros positivos se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores.

Actividad 11

Variable como número general.

Propósito: Que los estudiantes reconozcan la división de fracciones.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Identificar la operación de división de fracciones de igual denominador y diferente denominador desde un ángulo conceptual.
- Que el estudiante presente propuestas adicionales de cómo ver el concepto división.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Material: Regla, cartoncillo de cuadrícula o papel milimétrico, lápices de colores, tijeras.

Descripción: Interpretar el concepto de fracción, haciendo coincidir segmentos proporcionales.

Desarrollo:

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = ?$$

1. Tomando el concepto de división (actividad 5) ¿Cuántas veces entra $\frac{1}{6}$ en

$$\frac{2}{3} ?$$

2. Para esta actividad traza dos rectángulos en una hoja de papel milimétrico, o en un cartoncillo.

3. La primera fracción $\frac{2}{3}$ indica que divides el rectángulo número uno, en 3 segmentos de igual magnitud y tomas 2 de estos, utiliza algún color para colorear los segmentos que tomas por ejemplo usa tono gris y recorta.
(Imagen 11)

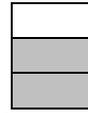


Imagen 10

4. La segunda fracción $\frac{1}{6}$ indica que divides el rectángulo número dos, en 6 segmentos de igual magnitud y tomas uno de estos usa un color para colorear los segmentos que tomas por ejemplo usa el tono gris y recorta.

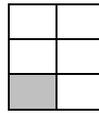


Imagen 11

5. En el primer rectángulo determina cuántas veces los segmentos que coloreaste y recortaste (por ejemplo si usaste el tono gris) del segundo rectángulo cuántas veces entran en los segmentos del primer rectángulo de tono gris.

Ejemplo para la clase usando cuaderno o cartoncillo

¿Qué podremos decir cuando efectuamos una división de fracciones y el número ya no es un entero?

Por ejemplo

$$\frac{2}{4} \text{ entre } \frac{1}{9} = ?$$

Definiremos lo que son las **fracciones inversas**.

Dos fracciones son inversas, cuando el numerador de la primera es igual al denominador de la segunda y viceversa. Su producto es igual a la unidad.

Ejemplo:

$\frac{3}{7}$ Es fracción inversa de $\frac{7}{3}$

Ya que

$$\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{7 \times 3}{3 \times 7} = \frac{21}{21} = 1$$

Con esto podemos decir que para operar una división de fracciones podemos recurrir a este concepto haciendo una fracción inversa el término que entra en la otra fracción.

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante compare su tarea
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrara el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Concluyo

El alumno se da cuenta que para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{2 \times 6}{3 \times 1} = \frac{12}{3} = 4$$

Dentro de mi curso, solo se nos da una guía, donde se exhiben ejercicios para realizar las operaciones, con los fracciones, he observado que cuando al estudiante se le presenta de esa manera solo hace mecanización de operaciones. Lo más grave del asunto regularmente no sabe operarlos pertinentemente.

Aquí se utiliza el concepto de división y multiplicación para abordar la variable como número general según la propuesta de Sonia Ursini y Trigueros.

Actividad 12

Variable como número general.

Propósito: El estudiante ya sabe distinguir que es una fracción, ahora el objetivo es que distinga con este concepto regularidades y patrones.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de las sucesiones numéricas.
- Buscar regularidades y producir argumentos para validarlas.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarlos verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una sucesión determinada.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Propósito: Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápiz de color.

Descripción: Se puede hacer ver por medio de un gráfico la tendencia de crecimiento o decrecimiento de una serie de fracciones.

Desarrollo:

1. Traza una línea recta en una hoja de papel milimétrico, donde se representen los números enteros positivos incluyendo al cero.
2. Con el concepto que ya desarrollo respecto a la representación de una fracción, que se podrá decir de la siguiente secuencia de fracciones.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$$

3. De la primera fracción divides en _ y tomas _. De la segunda fracción divides en _y tomas_.¿Cuál es el comportamiento de los números que se dividen de la tercera fracción?¿ En cuanto se divide_ y cuanto se toma_? ¿podrás obtener para la décima fracción? En cuanto divides _ y cuanto tomas_
4. Debe de pedirse al estudiante si puede llegar a una representación para generar cualquier numerador y denominador.

Concluyo:

Se dará cuenta que el numerador lo puedo tomar como n, y el denominador en $2n+1$

Actividad 13

Variable como número general.

Propósito: El estudiante ya sabe distinguir que es una fracción, ahora el objetivo es que distinga con este concepto regularidades y patrones.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de las sucesiones numéricas.
- Buscar regularidades y producir argumentos para validarlas.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una sucesión determinada.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Material: Cuaderno de cuadro, papel milimétrico, regla, lápiz de color.

Descripción: Se puede hacer ver por medio de un gráfico la tendencia de estas fracciones.

1. Se le pide al estudiante que observé esta serie de fracciones.

$$1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25} \dots$$

2. Se pretende que reconozca que para el primer número de esta serie de fracciones, se esta dividiendo en 1, alguna unidad y tomando 1 de esta unidad. Para el segunda fracción se esta dividiendo en 4 la unidad y toma una, para el siguiente fracción se podrá decir que se divide en ___y se toma __.Que podrá decir para el siguiente fracción, ¿en cuánto se divide? _ ¿y cuánto se toma?
3. ¿Qué se podrá decir de los elementos que se toman en cada fracción?
¿Tienen algún comportamiento__?
4. ¿Qué podrá decir de los elementos que se dividen, en cada fracción?
¿Tienen algún comportamiento__?

Concluye

La forma general será _____

Trabajo para la clase:

Con el uso de la calculadora, y observación se le pedirá ensaye las siguientes secuencias:

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrara el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

1. $\cdot \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

2. $\cdot \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

3. $\cdot +, +-, +--, \dots$

4. $\cdot \begin{array}{ccc} \text{oo} & \text{oo} & \text{oo} \\ & \text{ooo} & \text{oooo} & \text{ooooo} & \dots \end{array}$

5. $\cdot \begin{array}{ccc} \text{o} & \text{oo} & \text{ooo} \\ & \text{o} & \text{oo} & \text{ooo} & \dots \end{array}$

6. $\cdot \begin{array}{ccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \dots \end{array}$

Para trabajar exitosamente con problemas y ejercicios que involucran al número como incógnita, Pág. 36 se deben de tratar los ejercicios y problemas bajo los siguientes criterios:

INCÓGNITA (I)

1. Reconocer e identificar, en una situación problemática, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.
2. Interpretar la variable simbólica que aparece en una ecuación, con la representación de valores específicos.
3. Sustituir la variable por el valor o los valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.
4. Determinar la cantidad desconocida que aparecen en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas aritméticas o de ambos tipos.
5. Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

Muchos problemas de diversa naturaleza pueden resolverse por medio de argumentos lógicos la proporcionalidad. Esta consiste en suponer que las cosas conservan su tendencia histórica; por ejemplo si se necesitan 420 ladrillos para levantar 10 metros cuadrados de pared, se necesitara el doble para levantar el doble 20 metros cuadrados de pared.

Se le debe de decir al estudiante que la proporcionalidad tiene sus límites prácticos. No tiene sentido, en términos de ladrillos comunes una pared de 0.001 metros cuadrados, o al razonar si una mujer puede procrear un hijo en nueve meses, serán necesarias nueve mujeres para tener un hijo en un mes.

Un ejemplo cotidiano para el alumno: Si sus padres lo envían a comprar las tortillas y el kilo cuesta \$ 6, le dice tráeme 3 kilos, ¿Cuántos dinero tendrá que pedir a su papá para traer lo pedido?

En nuestro curso solo se hace mención de las reglas de tres directas e inversas, no se pide que se haga de manera gráfica. Nuestra propuesta es hacer estos gráficos, o tablas ya que ayuda a organizar la información. De esta manera el alumno podrá relacionar las incógnitas con los datos.

Actividad 14

Variables como incógnita.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones que definan las relaciones entre datos e incógnita.
- Enunciar verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Traza una tabla de dos columnas con 5 renglones en un papel milimétrico.
2. Se presenta el siguiente enunciado y trata de establecer alguna relación.
Si 4 libros cuestan \$8 ¿Cuánto costaran 15 libros?
3. Para llenar la tabla se necesita saber cuanto cuesta cada libro se podrá hacer la relación de esta manera:

Cantidad de libros	\$ Costo
1	
2	
3	
4	8

Tabla 5

Entonces se concluye que cada libro tendría un valor de \$ ____.

4. Como tenemos 15 libros y ya saque el precio de cada libro, el estudiante establece la siguiente relación_____ y _____

Cantidad de libros	\$ Costo
4	8
8	
12	
15	

Tabla 6

Concluyo

Aquí se podría pensar por que no se utiliza directamente la regla de tres, y el problema se resuelve de inmediato, al haber hecho el tratamiento mostrado en la actividad 14, me he percatado que el estudiante por lo regular le queda claro la relación entre dato e incógnita.

Actividad 15

Variables como incógnita.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones que definan las relaciones entre datos e incógnita.
- Enunciar verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

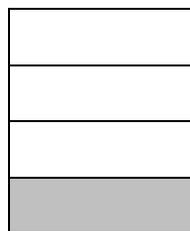
Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Lea el siguiente enunciado y trate de encontrar relaciones. Tres grifos tardan en llenar una alberca 4, 6,12, horas respectivamente. Si los tres grifos se juntan ¿Cuál es el tiempo esperado para llenar la alberca?
2. traza en una hoja de papel milimétrico 3 tablas de una columna y 4, 6,12, renglones respectivamente.

Se representa la unidad alberca por un gráfico. (tabla 7), Si el grifo 1 llena la alberca en 4 horas, quiere decir que la unidad alberca debe dividirse en 4 y tomar una fracción de la alberca que es llenada cada hora, entonces el grifo 1 llena $\frac{1}{4}$ de fracción de la alberca en una hora.



$$\frac{1}{4}$$

Tabla 7



Se toma $\frac{1}{4}$,

Dibuja un gráfico como la tabla 7 que te represente el segundo grifo. Entonces este grifo llena ___ de fracción de la alberca en una hora.

Análogamente el tercer grifo. Llena _ de fracción de la alberca en una hora.

3. Representemos esto datos en una tabla que corresponden al llenado de la alberca por los tres grifos.

grifo	Cantidad de llenado de la alberca	Tiempo
1		Una hora
2		Una hora
3		Una hora

Tabla 8

4. Se puede hacer ver que el grifo más rápido es el ____ que la solución no puede ser ____ horas, ya que un solo grifo la llena en ____ horas, y ahora este grifo tiene la ayuda de otras dos grifos, (nos dará idea de acotación).
5. Dibuja una tabla más donde representes los tres grifos que están llenando la alberca.
6. Si se colocan los tres grifos para llenar la alberca al mismo tiempo ¿Cuántas horas tardan en llenarlo?

Para resolver esta pregunta se debe revisar como establecer alguna relación, entre los datos e incógnitas del problema. Se tomara el paso número 2 de la actividad precedente donde se le pedirá al estudiante que trate de establecer con la tabla 6 como se distribuye la fracción de llenado de la alberca con el tiempo, es decir el grifo número 1 llena $\frac{1}{4}$ de fracción del la alberca en una hora, entonces

$\frac{2}{4}$ de fracción de la alberca es llenada en la segunda hora, y $\frac{3}{4}$ de fracción de la alberca es llenada en la tercera hora, y $\frac{4}{4}$ de fracción es llenada en la cuarta hora.

Le diré que observe que la fracción del llenado de la alberca con el grifo 1 siempre es la misma, que obtenga una expresión que me permita encontrar la relación del nivel de llenado y el tiempo. Para cualquiera de estos. Análogamente le pregunto de los 2 grifos restantes

Las contribuciones de las fracciones de llenado de la alberca por estos grifos de las puedo representar como una suma, siendo igual al periodo de una hora para los tres.

Llegando a decir que:

$$\frac{1}{4}t + \frac{1}{6}t + \frac{1}{12}t = 1 \text{ hora}$$

Concluyo:

Mi interés en este momento es que el estudiante pueda llegar a establecer una interpretación de estas expresiones y la resolución se ira dando en el transcurso del semestre.

Actividad 16

Variables como incógnita.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Material: Cuaderno de cuadro, hojas de papel milimétrico, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Se le pedirá al estudiante que lea lo siguiente: Pedro hace un trabajo en 5 días y Juan en 8 días ¿en cuántos días podrán hacer el trabajo los dos juntos?
2. En una hoja de papel milimétrico traza 2 tablas de una columna y de 5 y 8 renglones respectivamente.

Por ejemplo para Pedro se puede representar de esta manera:

$$\frac{1}{5}$$

Tabla 9

Análogamente hacer la tabla para Juan. Se le pedirá al estudiante lo haga.

3. Observa como es que Juan y Pedro distribuyeron el trabajo en cada uno de los días, (utiliza la actividad 15).

Podrás decir que, la razón del trabajo individual por cualquier día de Juan + la razón del trabajo individual por cualquier día de Pedro = Trabajo de un día

Estableciendo que

$$\frac{d}{5} + \frac{d}{8} = \text{trabajo de un día}$$

Concluyo:

Mi interés en este momento es que mi alumno pueda llegar a establecer una interpretación de estas expresiones y la resolución se ira dando en el transcurso del semestre.

Actividad 17

Variables como incógnita.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada.

- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Se le pide al estudiante que lea siguiente situación.

Dos llaves abiertas a la vez pueden llenar un estanque en 5 horas y una de ellas sola lo puede llenar en 8 horas ¿En cuánto tiempo puede llenar el estanque la otra llave?

2. Haga un dibujo donde le permita encontrar la relación entre el llenado del ___ y el ____.

Representa en una tabla esta relación:

Llave 1	Llave 2
	?
	?
	?
	?

Parte sombreada del estanque será__

Tabla 10

3. Aquí encuentra la relación de llenado de la alberca con las horas, ¿Qué fracción del estanque es llenado con las dos llaves en una hora?

Llave 1 + Llave 2 llenan el estanque en 5 horas es verdadero o falso

4. Una sola llave llena el estanque en 8 horas, el mismo estanque tendrá esta relación _

?
?
?
?
?
?
?
?

Tabla 11

Parte sombreada del estanque será__.

En una hora se llena con esta llave esta fracción del estanque_, entonces establece el alumno que: $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}$...son las fracciones de llenado del estanque con esta llave.

5. Fracción de llenado llave 1+ fracción de llenado llave 2 = fracción del llenado con las dos llaves.

$$\frac{1}{8} + \text{llave 2} = \frac{1}{5} \text{ es verdadera esta aseveración o es falsa}$$

Puedo representar a la llave 2 como un valor a determinar asignado una literal, Llave 2= X, dónde X representa la fracción que llena la llave 2

$$X = \frac{1}{5} - \frac{1}{8}$$

Llave 2 llena en una hora _ del estanque

6. Aquí el estudiante puede hacer la siguiente relación, tiene que dividir el estanque en _ partes iguales y tomar de _ en tres que representa una hora, diré entonces que:

Tomadas 3 de 40	1 hora
Tomados 6 de 40	2 horas
	3 horas
...
	13 horas
Me sobra _	_hora

Tabla 12

Concluyo:

Se le dirá $\frac{3}{40}$ del estanque se llenan en una hora entonces $\frac{1}{40}$ del estanque se llena en $\frac{1}{3}$ de hora, siendo la solución $13\frac{1}{3}$ horas.

Se le pedirá al alumno ensaye algunos ejemplos

1. En una fuente de sodas, a cada litro de jugo de naranja le añaden $\frac{1}{4}$ de litro de agua. ¿Cuánta agua deberán añadir a un recipiente que contiene 11 litros de jugo?
2. Una tortuga quiere subir por una lona inclinada de 30 metros de largo. Si durante el día sube 6 m y por la noche resbala 3m. ¿en cuantos días llegara a la cima?

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.

- Se mostrara el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Para trabajar exitosamente con problemas y ejercicios que involucran variables en una relación funcional es necesario. (Pág. 37.).

Relación funcional (F)

1. Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientes de la representación utilizada (tablas, graficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
2. Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente.
3. Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente.
4. Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada (tablas, graficas, problemas verbales, expresiones analíticas).
5. Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de la otra.
6. Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema.

Llegaremos a estos puntos con ejemplos como el siguiente:

Se le pide al estudiante que observe en el salón Cuántos pupitres hay ¿Cuántos compañeros están sentados en su pupitre? Suponiendo que no sobran pupitres a cada uno de ellos le corresponde un asiento. Seguidamente le pido al alumno algún otro ejemplo.

Estos ejemplos me permiten introducir el concepto de correspondencia.

Actividad 18

La variable como función.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Analizar y comparar las relaciones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

Le planteo esta situación al estudiante te enviaron a comprar 4 metros tela, para confeccionar las cortinas de un salón de la escuela el metro de tela te cuesta \$ 50 la actividad es hacer corresponder 4 metros de tela con el precio, se pide que se construya una tabla. Donde se relacionen los metros a comprar con el precio.

L (metros)	Precio (pesos)
1	\$50
2	\$
3	\$
4	\$

Tabla 13

1. En el sistema cartesiano representa metros y precio en el eje X e Y respectivamente y se traza el gráfico.

Concluyo

Esta actividad permite establecer una relación lineal entre variables ayudada de un gráfico.

Actividad 19

La variable como función.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Analizar y comparar las relaciones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada.
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Material: Cuaderno de cuadro, hojas de papel milimétrico, regla, lápices de colores.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Una persona al recoger el agua que sale de una manguera, obtiene los siguientes datos, que se muestran en la siguiente tabla.

Tiempo (segundos)	Litros de agua (recogida)
5	15
10	30
...	...
30	

Tabla 14

2. Se le pide al estudiante que llene la tabla.
3. ¿Le pregunto encuentras alguna relación entre ____ y ____?

4. ¿Cómo es el volumen recogido? ¿es directamente proporcional al tiempo?.

$$\frac{15l}{5s} = \frac{30l}{10s} = \frac{90l}{30s} \text{ es verdadero o falso esta relación}$$

5. ¿Podrás encontrar alguna constante?

6. Representa en una gráfica el Volumen vs Tiempo con los datos obtenidos.
Haciendo una representación en un plano cartesiano.

Ejemplo para discusión en clase.

Nuestro alumno ya sabe que para calcular el área de un rectángulo, se multiplica la longitud de un lado por la longitud del otro.

Por ejemplo:

Para un cuadrado de longitud 1 metro su área, es 1 m^2 .

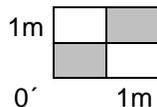


Imagen 12

Para un cuadrado de longitud 2 metros su área, es de 4 m^2 .

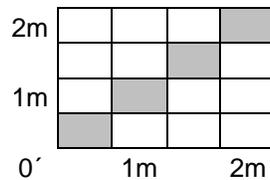


Imagen 13

Se hará notar con estos ejemplos que al duplicar el lado del cuadrado, su área no se duplica, que se hace 4 veces mayor. Aquí la proporción no es directa, el área aumenta en una proporción mayor a lo que aumenta el lado del cuadrado. ¿Qué pasa con el área para los siguientes cuadrados?

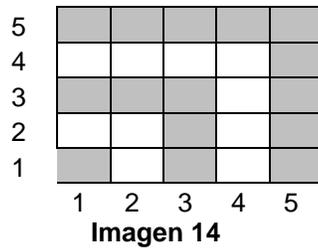
Con lado = 3 metros

Con lado = 4 metros

Desarrollo:

1. En una hoja de papel milimétrico dibuja una cuadrícula de lados 1, 2, 3, etc.
Como se muestra en la (figura15) observa que cuando L se multiplica por

2 el área se multiplica por 2^2 , cuando L se multiplica por 3, el área de A se multiplica por 3^2 .y así sucesivamente.



2. Se pide se construya una la tabla.

Al duplicar L	A se vuelve 4 veces mayor
Al triplicar L	
Al cuadruplicar L	

Tabla 15

Concluyo

Que la relación entre el área y la longitud no es una relación directa, y el área de un cuadrado la puedo representar de esta manera, $AREA \approx L^2$

Actividad 20

La variable como función.

Propósito: Estimar la relación entre variables.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada..

- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación

Material: Cuaderno de cuadro, regla, lápices de colores .tijeras.

Descripción: Se tratará de encontrar la relación entre variables mediante una tabla o un gráfico.

Desarrollo:

1. Con un compás traza un círculo de un radio determinado, ahora duplica este radio y traza el círculo correspondiente, repite este procedimiento pero ahora para un radio 3 veces mayor (Imagen 16).

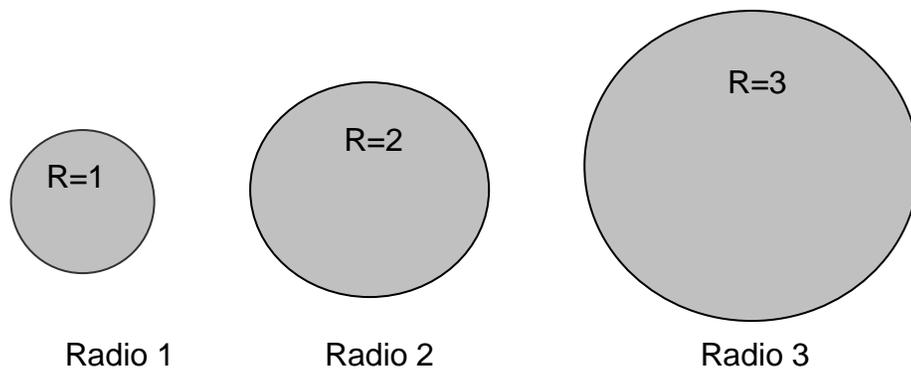


Imagen 15

2. ¿Qué sucede ahora con el área de un círculo $A= \pi R^2$?,representalo en la tabla 16. Radio= L

L(m)	1	2	3	4
A (m ²)				

Tabla 16

Con estos valores tracemos la grafica de Área vs L

Hagamos el gráfico. (Imagen 17)

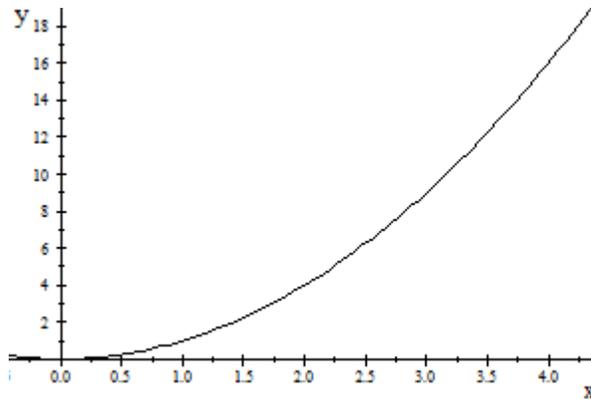


Imagen 16

Trabajo para la clase

Llevar a un gráfico la siguiente expresión que corresponde al volumen de una esfera, asigna los valores a R iguales 1, 2, 3, 4,5 cm. Respectivamente.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^3$$

Recomendaciones:

- El asesor destinará 20 minutos para que el estudiante comprenda este ejercicio.
- Observar el trabajo en parejas o de forma individual.
- Motivar al estudiante a que confronte sus ideas, con los demás compañeros en el aula.
- Se mostrara el trabajo en el pizarrón hecho por el estudiante, asistido por el profesor.

Actividad 21

La variable como función.

PROPÓSITO: Estimar el volumen máximo de una caja.

Contexto: Educativo.

Aprendizaje esperado:

- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.

Habilidades que se van a desarrollar:

- Determinar las expresiones generales que definan las reglas de relación entre variables.
- Observar, analizar y comparar las sucesiones para enunciarse verbalmente, y de manera simbólica-algebraica, la regla que da lugar a una relación determinada..
- Colaboración en equipo con compañeros y asesor.
- Resolución de problemas, manejo de técnicas argumentación y comunicación.

MATERIAL: Hojas de papel milimétrico (tres), tijeras, regla, cinta adhesiva.

DESCRIPCIÓN: La actividad consistirá en construir un conjunto de cajas abiertas sin tapa, de diferentes tamaños, a partir de rectángulos de papel de dimensiones constantes. Calcular los volúmenes de las cajas, construir una tabla con las dimensiones que se obtienen de cada caja construida, así como su respectivo volumen, trazar la gráfica correspondiente y predecir como se puede obtener el máximo volumen.

DESARROLLO:

- 1.- Recorta, empleando las hojas de papel milimétrico, tres rectángulos de dimensiones 15cm x 20 cm.
- 2.- Para construir la primera caja, toma uno de los rectángulos y recórtale un cuadrado de 1cm. de lado a cada una de las esquinas.
- 3.- Dobra las pestañas por la parte punteada como se muestra en la imagen 22 y pega las aristas con cinta adhesiva.

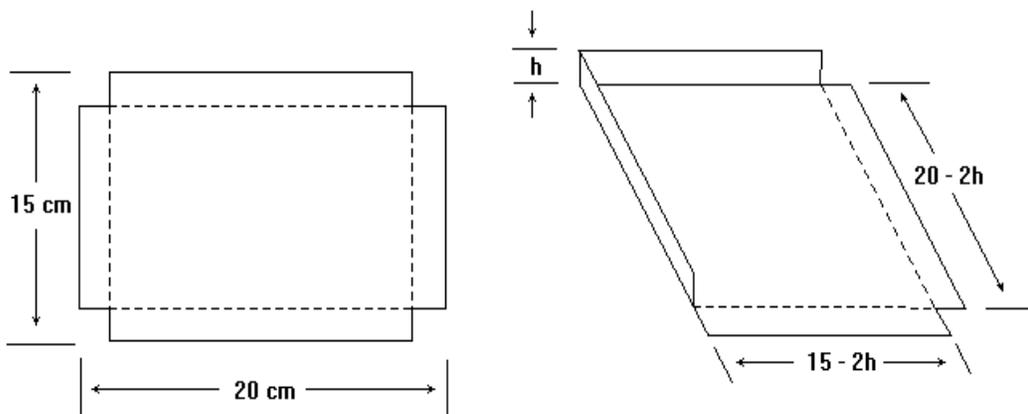


Imagen 17

4.-Mide las dimensiones de la caja construida y registra los datos en la tabla dada.

Lado del cuadrado recortado (en cms.)	Largo L	Ancho A	Altura h	Volumen $V= LxAxh$
1				
2				
3				
4				
5				

Tabla 17

5.- Para los cuadrados de 2 y 4cm. Simplemente calcula las dimensiones y el volumen de las cajas y anota la información en la tabla. Repite los pasos del 2,3 y 4, para cuadrados de lados 3 y 5cm. Respectivamente.

Ahora analiza los resultados de la Tabla 17e indica para cual cuadrado recortado en las esquinas se obtuvo el volumen máximo.

6.- ¿Cuál sería el volumen si cortarás cuadrados en las esquinas, cuyo lado estén entre 2.5 y 2.9 cm? Completa la Tabla 18.

Lado del cuadrado recortado (en cms.)	Largo: L	Ancho: A	Altura: h	Volumen $V= LxAxh$
2.5				
2.6				
2.7				
2.8				
2.9				

Tabla 18

¿Qué información relevante te aporta la Tabla 17? ¿Se obtienen un volumen mayor para algún corte en particular? Explica:

7.- ¿Cómo lograrías una mejor estimación del volumen máximo? Explica:

8.- Construye una gráfica en un sistema de coordenadas rectangulares (usa una hoja de papel milimétrico), con los datos de ambas tablas, llama al eje horizontal altura de la caja (h en cms.) y al eje vertical volumen de la caja (V en cm^3).

¿Qué información importante aporta la gráfica? Explica:

Escribe tus conclusiones sobre la obtención del volumen máximo.

Bibliografía

- ALVARANGA B. MAXIMO A. (1993). "Física General con experimentos sencillos". México: Harla
- BALDOR A. (2004). "Aritmética Teórico Práctica". México: Publicación Cultural
- SANCHEZ O. (2004). "Probabilidad y Estadística". México: MC Graw Hill
- PEREZ M.J. (2009). "Matemáticas 1". México: Alfaomega
- PAENZA A. (2005). Matemática ¿Estas Ahí? Sobre números, personajes y curiosidades. Buenos Aires: Siglo veintiuno editores Argentina s.a.
- URSINI S. TRIGUEROS M. ESCAREÑO F. MONTES D. (2005). "Enseñanza del Álgebra elemental una propuesta alternativa". México: Trillas