

Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

“Análisis de los planes de clase de matemáticas, de tercero de secundaria para el desarrollo de competencias según PISA/OCDE”

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Licenciada en Matemáticas Aplicadas

Presenta: Ana Izela García González
Exp.159899

Dirigido por: Dr. Víctor Larios Osorio

Querétaro, Qro.
Noviembre de 2012

INDICE

INDICE	2
INDICE DE TABLAS	3
INDICE DE GRAFICAS	4
INDICE DE FIGURAS	4
I. INTRODUCCION	5
II. REVISION DE LITERATURA	8
Competencias	10
Definición y clasificación.....	13
Descripción de competencias clave	17
Competencias matemáticas	20
El proyecto OCDE/PISA	20
PISA y competencia matemática.....	21
Descripción de las competencias matemáticas.....	33
Evaluación de competencias matemáticas (PISA)	38
Matemáticas en secundaria.....	39
Planes de clase	41
III. METODOLOGIA.....	45
Aspectos a considerar del análisis didáctico	45
Tres aspectos a analizar	48
Tareas Matemáticas.....	49
Capacidades y competencias.....	60
IV. RESULTADOS (ANALISIS)	70
Análisis de los planes de clase.....	70
Resumen de Resultados AC	88
Primer grado.....	91
Segundo grado.....	96
Tercer grado.....	102
V. CONCLUSIONES	107
Anexos	111
ANEXO 1.....	111
ANEXO 2.....	127
ANEXO 3.....	142
Bibliografía	156

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Visión general de las competencias clave (Competencias Clave para un aprendizaje a lo largo de la vida un marco de referencia Europeo, 2004). .	20
Tabla 2. Análisis de Contenido (plan de clase)	57
Tabla 3. Clasificación de PISA	58
Tabla 4. Análisis de tareas (planes de clase)	59
Tabla 5. Relación entre capacidades y competencias del grupo de reproducción (PISA).....	67
Tabla 6. Relación entre las capacidades y competencias del grupo de conexión (PISA).....	68
Tabla 7. Relación entre las capacidades y competencias del grupo de reflexión (PISA).....	69
Tabla 8 Análisis de contenidos primer grado.....	88
Tabla 9 Análisis de contenidos segundo grado	89
Tabla 10 Análisis de contenidos tercer grado.....	89
Tabla 11 Análisis de capacidades primer grado grupo de reproducción	92
Tabla 12 Análisis de capacidades primer grado grupo de conexión	94
Tabla 13 Análisis de capacidades primer grado grupo de reflexión	95
Tabla 14 Análisis de capacidades segundo grado grupo de reproducción	97
Tabla 15 Análisis de capacidades segundo grado grupo de conexión.....	100
Tabla 16 Análisis de capacidades segundo grado grupo de reflexión.....	101
Tabla 17 Análisis de capacidades tercer grado grupo de reproducción	102
Tabla 18 Análisis de capacidades tercer grado grupo de conexión	105
Tabla 19 Análisis de capacidades tercer grado grupo de reflexión	106

INDICE DE GRAFICAS

Gráfica 1 Capacidades activadas grupo de reproducción primer grado	92
Gráfica 2 Capacidades activadas grupo de conexión primer grado	95
Gráfica 3 Capacidades activadas grupo de reflexión primer grado	96
Gráfica 4 Capacidades activadas grupo de reproducción segundo grado.	98
Gráfica 5 Capacidades activadas grupo de conexión en segundo grado.....	100
Gráfica 6 Capacidades activadas grupo de reflexión en segundo grado.	101
Gráfica 7 Capacidades activadas grupo de reproducción tercer grado.....	103
Gráfica 8 Capacidades activadas grupo de conexión en tercer grado.	105
Gráfica 9 Capacidades activadas grupo de reflexión en tercer grado.	106

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Aspectos del análisis en los planes de clase	49
Figura 2. Relaciones de la noción de capacidad (Gómez y Lupiañez, 2007) ...	62

I. INTRODUCCION

La sociedad del siglo XXI presenta un conjunto de desafíos cada vez mayores, impulsados fuertemente por los campos económicos, políticos, culturales y medioambientales. En este sentido es necesario reconocer que la educación es un instrumento indispensable para hacer frente a los numerosos cambios que se le presentan, permitiendo un desarrollo continuo de las personas y las sociedades, garantizando la funcionalidad armoniosa del ser humano.

Los niños y los jóvenes son los que en un futuro se enfrentarán a los diversos retos de la sociedad, para lo cual la educación tiene el objetivo de lograr integrarlos de manera funcional y óptima. Cada ser humano se enfrenta a diferentes situaciones en su mundo y al desarrollarse en los diversos contextos culturales, oficios, profesiones y condiciones sociales, es fundamental que desarrolle las competencias respectivas a su entorno en donde vive.

Existe una gran inquietud de los diversos gobiernos por establecer los objetivos y fines de la educación en términos de las competencias que los estudiantes deben desarrollar durante su formación para estar preparados para los cambios y necesidades de la sociedad en la que se encuentran inmersos. Este interés se muestra reflejado con la creación de programas de evaluación internacionales y en las directrices curriculares del país.

El desarrollo de este documento parte de una revisión del concepto de competencia, su clasificación y definición, así como la vinculación con el Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes (PISA) en el estudio de competencias matemáticas. Se examinan los principales aspectos relacionados a situaciones, contenidos y niveles de competencia en PISA.

En las publicaciones de la SEP se encuentran el programa de estudio y los planes de clase que son una guía para el desarrollo de las sesiones a nivel

secundaria. Los planes de clase se consideran los aspectos relacionados a la propuesta de trabajo bajo el enfoque de competencias. En específico se ha seleccionado un conjunto de planes de clase para realizar un análisis detallado de las competencias que se pretende sean activadas con la implementación de dichos planes de clase.

En este análisis didáctico se seleccionaron ciertas ideas que están en función de tres aspectos centrales: el análisis de tareas (con el análisis de contenido implicado), las capacidades y las competencias. Es importante resaltar que el análisis de los planes de clase tiene como objetivo general mostrar las relaciones entre cada una de éstas estructuras y su forma que contribuyen a determinar si se está trabajando bajo la visión de competencias que se propone en PISA.

Después propone un análisis de contenido y de tareas matemáticas por medio de una selección de indicadores para cada análisis, presentando la información en tablas que muestran la ponderación en una escala numérica para cada indicador en el plan de clase seleccionado.

El análisis de contenido muestra una estrecha relación con las competencias matemáticas específicas, por lo que se pretende identificar el grado de desarrollo que se puede alcanzar con los planes de clase. El análisis de tareas permite tener una referencia para identificar aspectos que desde una visión de investigación en docencia se desarrollan.

Se seleccionó el área de probabilidad y estadística porque permite realizar una selección de los planes de clase asociados al eje temático de manejo de la información y el contenido que corresponde en PISA para incertidumbre, a fin de determinar las capacidades que se pretende sean activadas en los planes y la forma en que se espera movilicen las ocho competencias matemáticas. Para esto se presenta de forma funcional una tabla que involucra las capacidades y las competencias activadas en cada uno de los tres niveles de competencia que propone PISA: grupo de reproducción, conexión y de reflexión.

Así para cada plan de clase se tienen asociadas diversas capacidades (propuestas en PISA) que se pretenden sean activadas y que para presentar la información se describen y muestran tablas y gráficas para los tres grados escolares en educación secundaria.

De esta forma con base en el análisis de las tablas se puede determinar de forma específica para cada competencia, el nivel de desarrollo que se puede alcanzar con la implementación de dichos planes de clase, lo que permite inferir acerca de los resultados obtenidos en PISA y para futuros estudios trabajar sobre los déficits de estos indicadores.

II. REVISION DE LITERATURA

Una de las misiones de la Organización de las Naciones Unidas para la Ciencia, la Educación y la Cultura (UNESCO) en el sector educativo es fomentar la creación de alianzas encaminadas a fortalecer la capacidad de las naciones para ofrecer una educación de calidad para todos. La Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) es un foro en el que los gobiernos pueden comparar experiencias políticas, permitiendo la búsqueda de respuestas a problemáticas comunes para obtener un mejor nivel de vida en los países miembros.

Tanto personas como países se benefician de la educación. Para las personas en general los beneficios son potenciales, permitiéndoles alcanzar una mejor calidad de vida, obtienen mejores oportunidades de empleo derivando un desarrollo económico sostenido. Para los países los beneficios potenciales recaen en el crecimiento económico y el desarrollo de valores compartidos que fortalecen la cohesión social (OCDE, 2009).

Como parte de los compromisos de los países miembros de la OCDE se encuentra el examinar, en un marco común, los resultados procedentes de los diversos sistemas educativos a nivel internacional, los cuales están en función de los logros obtenidos por los estudiantes. Bajo este contexto a partir de 1997 surge el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (Programme for International Student Assessment, PISA) cuyo objetivo es evaluar la formación de los alumnos cuando llegan a la etapa final obligatoria de educación secundaria, en la cual el alumno se prepara para un nivel académico superior o bien para su vida laboral. El propósito de los países miembros es obtener información que permita la toma de decisiones políticas para mejorar el nivel educativo.

Por su formación PISA está diseñado para conocer habilidades, pericias y aptitudes del estudiante, permitiéndole analizar, razonar y comunicarse eficazmente al plantear, resolver e interpretar problemas. El proyecto combina

la evaluación de tres áreas de conocimiento específicas la lectora, la matemática y la científica.

Desde la postura política de nuestro país, en materia de educación se tienen estrategias, objetivos y metas establecidas; entre ellas se encuentra el elevar el rendimiento escolar de manera considerable, lo que permita mostrar, que se puede alcanzar un avance significativo de este campo en poco tiempo. Como parte de una evaluación sistemática de la calidad del sistema educativo, es necesario contar con instrumentos que permitan medir la eficiencia de los jóvenes en el dominio de competencias específicas y genéricas, que se proponen en los planes y programas de estudio vigentes.

México cuenta con la prueba de Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Este instrumento permite conocer la eficacia de los niños y jóvenes en el dominio de conocimientos y habilidades contenidos en los planes y programas de estudio oficiales. Evalúa de manera específica; habilidades lectoras y matemáticas del estudiante, relacionadas en su aplicación al mundo real.

ENLACE, de manera particular, proporciona información (a la sociedad) acerca del grado de preparación que han alcanzado los estudiantes en el último grado de Educación Media Superior, y de manera específica, en el área de matemáticas, mide el nivel de dominio de los conocimientos y habilidades. PISA nos da información acerca de las competencias para la vida.

La Secretaría de Educación Pública (SEP) realizó una reforma a los planes y programas de Educación Secundaria en 2011, los cuales están en vigor y dan a conocer las directrices generales de este nivel educativo para mejorar las prácticas docentes.

A partir de la consolidación de la Educación Secundaria como educación básica obligatoria con la reforma del artículo tercero constitucional en 1993, se crea la necesidad entre otras, de encaminar el sistema a la formación de habitantes competentes que puedan seguir aprendiendo a lo largo de toda su

vida, como una respuesta a la problemática de los altos índices de rezago educativo.

En lo que corresponde a matemáticas, los instrumentos de evaluación pretenden evaluar el dominio de conocimientos o destrezas, ya sean derivados de un currículum nacional o bien, aplicables a lo largo de la vida, con la inclusión de las competencias generales. Teniendo como objetivo el establecimiento de los indicadores de calidad de los sistemas educativos. Esto permite, por un lado, a los encargados de la política educativa presentar argumentos fundamentados sobre los planes de estudio a fin de poder emprender mejoras en los sistemas educativos. Todo ello considerando que los planes de estudio son los instrumentos que establecen el perfil del alumno y los recursos necesarios para alcanzarlos con la especificidad de una cierta área del conocimiento.

Por otro lado, se esperaría que para el estudiante los planes de estudio y las evaluaciones fueran instrumentos para permitirles analizar y obtener “la capacidad para identificar y entender el papel que juegan las matemáticas en el mundo, permitiéndole hacer juicios, para lo cual requiere analizar, razonar y transmitir ideas de forma efectiva” (Rico, 2003, pág. 3).

Competencias

La educación, con respecto a la formación de alumnos, se encarga del estudio y la puesta en marcha de los diversos recursos cognoscitivos, que bajo este medio se encamina a enfrentarlos en situaciones más complejas en las diversas áreas de conocimiento. Tiene como objetivo último lograr que los recursos les permitan a los alumnos abordar los desafíos en situaciones precisas de la vida.

El sentido de enseñar generalmente va enfocado al desarrollo de un curso, en donde a un fin le antecede otro; de manera global, se aprende para

ser buen ciudadano y es aquí donde se desarrolla el papel de las competencias que permiten la interconexión en estos elementos.

Es importante considerar que la transferencia de conocimientos y movilización de capacidades no es algo que se da de manera innata en el estudiante, es necesario involucrarse y trabajarlas, además que la escuela no siempre impulsa estas. Lo que conlleva una problemática muy grande para los que no realizan estudios largos, aquí es donde ubicamos a los jóvenes que terminan su educación básica y entran a un campo laboral, y la mayoría de veces no se encuentran preparados para desarrollarse en este ambiente.

La formación de profesionales pretende estar centrada no solo en el lenguaje de saberes sino en un lenguaje más complejo encaminado a las competencias. Es aquí donde las competencias constituyen un medio de acción por sí mismas, que involucren saberes procedimentales, experimentales, prácticos, etc., en su conjunto.

Por otro lado el desempeño del profesionista comúnmente presenta una discrepancia muy grande entre la formación académica y lo que pide el mundo del trabajo con sus nuevas modificantes y necesidades generadas por el acelerado y progresivo cambio. Lo anterior implica que la formación académica está aislada de las necesidades sociales y la formación se desarrolla más en la teoría que en la práctica.

Este problema crece a medida que los profesionistas se enfrentan a los problemas reales en el campo laboral, para los cual no han adquirido las habilidades necesarias y uno de los aspectos que influye, es la falta de dominio de herramientas y procedimientos la estrecha relación que existente con los conocimientos. Como consecuencia inmediata se tiene el analizar en los sistemas educativos el qué y cómo se enseña, teniendo como producto un cambio.

Es evidente que en la formación profesional se tendrán nuevas competencias de acuerdo al análisis del trabajo, así como los elementos que se

requieren para su desarrollo. En lo que corresponde al estudiante, esto permite que en un futuro, continúe siendo capaz de abordar las diversas situaciones que se le presentan a lo largo de toda su vida.

A nivel mundial se tiene el trabajo realizado ante estas circunstancias en las cuales bajo un contexto social, económico y tecnológico se tienen nuevos lineamientos para el conocimiento y sus aplicaciones, entre los cuales la UNESCO (1988) propone revisar los planes de estudio para adaptarlos mejor a las prácticas profesionales, también la creación y evaluación conjunta de modalidades de aprendizaje, programas de transición, de evaluación y reconocimiento de los saberes previamente adquiridos por los estudiantes.

La UNESCO observa sin lugar a dudas que entre los niños, que tienen la oportunidad de ir al menos a la escuela algunos años, hay demasiados que salen sin saber servirse de lo que aprendieron. Es necesario dejar de pensar en la escuela básica en primer lugar como una preparación a largo plazo y es preciso prever lo contrario, como una preparación a la vida para todos, incluida la vida de los niños y los adolescentes, lo que no es sencillo (Perrenoud, 2000).

El campo educativo se ha visto invadido fuertemente por conceptos y propuestas didácticas basadas en el enfoque de competencias. Mediante su adopción en instituciones y organizaciones ha ido ganando terreno en las propuestas de diseños curriculares y evaluaciones de rendimiento en el aprendizaje a nivel nacional e internacional.

Las políticas educativas han implementado el enfoque de competencias en los diversos niveles educativos, como consecuencia de esto es necesario que instituciones, docentes y estudiantes estén preparados para desempeñarse de manera funcional en este ámbito.

Un aspecto importante para la educación es el alcance de la calidad, lo cual bajo la estructura de competencias es posible encaminar principalmente en los diseños curriculares, las prácticas docentes, el proceso de aprendizaje y diversas evaluaciones.

De acuerdo a Tobón (2006) las competencias son un enfoque para la educación y no un modelo pedagógico las cuales pueden implementarse en aspectos específicos de la docencia, el aprendizaje y la evaluación como son: 1) la integración de los conocimientos, los procesos cognoscitivos, las destrezas, las habilidades, los valores y las actitudes en el desempeño ante actividades y problemas; 2) la construcción de los programas de formación acorde con los requerimientos disciplinares, investigativos, profesionales, sociales, ambientales y laborales del contexto; y 3) la orientación de la educación por medio de estándares e indicadores de calidad en todos sus procesos.

Lo anterior implica que el enfoque por competencias puede ser aplicable a cualquier modelo pedagógico existente o bien puede integrarse de manera funcional y óptima en el sistema educativo a fin de alcanzar una docencia de calidad, garantizando un aprendizaje completo y transferible en los estudiantes.

Coll(2007)plantea la reflexión acerca de que si este enfoque solo puede presentarse como una nueva “moda educativa”, debido a la rapidez con que se difunde, las limitaciones y el tiempo de duración que prevalecerá. Sin embargo no deja de considerar que existen avances importantes en la manera de plantear, afrontar y buscar soluciones a problemas y las dificultades de la educación escolar actuales.

Como propuesta se tiene que el enfoque de competencias; propone progresos significativos y argumentos sustanciales para abordar las diversas problemáticas de los sistemas educativos, sin embargo no está exento de tener limitaciones que pueden tener efectos poco deseables en campo educativo.

Definición y clasificación

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Una de las problemáticas que enfrenta el concepto de competencias es que surge por el aporte multidisciplinario de ideas confluentes, por lo que

presenta diversas definiciones. Además el enfoque se ha visto influenciado por diversas tendencias sociales y económicas.

En contraparte al hecho de que el enfoque está dado por un aporte multidisciplinario y en función de las necesidades socioeconómicas, surge una cualidad importante del enfoque que permite que pueda fortalecerse de las diversas contribuciones de las disciplinas permitiendo la vinculación de la educación en la enorme gama de organizaciones existentes.

El Diccionario de la Real Academia Española¹ define el término competencia como “pericia, aptitud, idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado.”

Investigadores en diversos campos han intentado dar una definición del concepto de competencia influenciados por su formación cultural y educativa. M. Romainville menciona que la palabra *compétence* era empleada en el ámbito de la formación profesional, y se refería a la capacidad de realizar una tarea determinada. F.E. Weinert concluye que a través de las distintas materias “la competencia se interpreta como un sistema más o menos especializado de capacidades, competencias o destrezas que son necesarias o fundamentales para alcanzar un objetivo específico”. J.Coolahan propone considerarla como “la capacidad general basada en los conocimientos, experiencias, valores y disposiciones que una persona ha desarrollado mediante su compromiso con las prácticas educativas”. (EURYDICE, 2002)

En este marco también es posible dar una aproximación a lo que Perrenoud en una entrevista, define en el concepto de competencia; siendo esta “la facultad de movilizar un conjunto de recursos cognoscitivos (conocimientos, capacidades, información, etc.) para enfrentar con pertinencia y eficacia a una familia de situaciones”.

¹ Diccionario de la Real Academia Española, vigésima segunda edición; está disponible en : <http://www.rae.es>

Tobón (2006) propone que las “competencias son procesos complejos de desempeño con idoneidad en un determinado contexto, con responsabilidad.” En donde explica los términos de esta definición:

1.- *Procesos*: son acciones que se llevan a cabo con un determinado fin, tienen un inicio y un final identificable. Implican la articulación de diferentes elementos y recursos para poder alcanzar el fin propuesto. Con respecto a las competencias, esto significa que estas no son estáticas, sino dinámicas, y tienen unos determinados fines, aquellos que busque la persona en concordancia con las demandas o requerimientos del contexto.

2.- *Complejos*: lo complejo se refiere a lo multidimensional y a la evolución (orden-desorden-reorganización). Las competencias son procesos complejos porque implican la articulación en tejido de diversas dimensiones humanas y porque su puesta en acción implica muchas veces el afrontamiento de la incertidumbre.

3.- *Desempeño*: se refiere a la actuación en la realidad, que se observa en la realización de actividades o en el análisis y resolución de problemas, implicando la articulación de la dimensión cognoscitiva, con la dimensión actitudinal y la dimensión del hacer.

4.- *Idoneidad*: se refiere a realizar las actividades o resolver los problemas cumpliendo con indicadores o criterios de eficacia, eficiencia, efectividad, pertinencia y apropiación establecidos para el efecto. Esta es una característica esencial en las competencias, y marca de forma muy importante sus diferencias con otros conceptos tales como capacidad (en su estructura no está presente la idoneidad).

Los países de América Latina y Europa tomaron la propuesta de la educación basada en competencias y la implementaron en el sector educativo. Inducido de los términos de la formación profesional, laboral y ocupacional a partir de los 90`s el concepto de competencias, se ha ido implementado en

todos los niveles de educación formal, teniendo un enfoque dominante en muchos países.

Con la rápida difusión y adopción del modelo de competencias, se ha permitido a diversas organizaciones internacionales, la formulación de recomendaciones curriculares, propuestas y planteamientos educativos acordes a él, por medio del desarrollo de evaluaciones de rendimiento.

Existen diversas organizaciones que por medio de sus proyectos, proponen definiciones, del término competencia, como es el caso de la UNESCO o del Proyecto Tuning que surgió en Europa en el año 2000, dirigido al sector educativo superior y que se centra en el estudio de la estructura educativa. No obstante, dada la cercanía con el nivel secundaria de la evaluación que realiza PISA, se ha considerado adecuado en esta tesis utilizar los lineamientos planteados por este proyecto.

El Proyecto de Definición y selección de Competencias (DeSeCo) de la OCDE indica que “Una competencia es más que conocimientos y destrezas. Involucra la habilidad de enfrentar demandas complejas, apoyándose en y movilizandolos recursos psicosociales (incluyendo destrezas y actitudes) en un contexto particular (...) involucran la movilización de destrezas prácticas y cognitivas, habilidades creativas y otros recursos psicosociales como actitudes, motivación y valores”.

La Comisión Europea a través de la Dirección General de Educación y Cultura presenta un marco de referencia en este concepto en el documento: Competencias clave para un aprendizaje a lo largo de la vida (2004, p 5) considera que “el término de ‘competencia’ se refiere a una combinación de destrezas, conocimientos, aptitudes y actitudes, y a la inclusión de la disposición para aprender además del saber cómo”.

Uno de los rasgos fundamentales para la elaboración del informe PISA 2003 es: “el innovador concepto de ‘competencia’, que se refiere a la *capacidad de los alumnos de aplicar sus conocimientos y habilidades en áreas*

académicas fundamentales y de analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, resuelven e interpretan problemas relacionados con distintas situaciones” (pág. 20).

Las competencias se adquieren a lo largo de la vida y son aplicables a situaciones reales, y no son adquiridas solamente en la escuela sino que involucran al hombre en su entorno social.

En un esfuerzo por parte de la Unión Europea, por definir el conjunto de competencias básicas que son provistas a lo largo del aprendizaje, la OCDE por medio del proyecto DeSeCo, “estudió las competencias clave, para una vida próspera y una sociedad con buen funcionamiento.” (Comisión Europea, 2004).

Descripción de competencias clave

Los planes de estudio de educación obligatoria mostraron una tendencia hacia las competencias consideradas vitales para una participación exitosa en la sociedad. Estas competencias también se conocen como genéricas o transversales, son independientes de una materia y están basadas en objetivos transversales; de forma general, se relacionan con una mejor organización del aprendizaje, de las relaciones sociales e interpersonales y de la comunicación.

Según el Ministerio de Educación, el desarrollo sostenible y la cohesión social dependen críticamente de las competencias de toda la población. Considerando que estas competencias cubren el conocimiento, las destrezas, las actitudes y los valores.

La Unión Europea empezó estudios relacionados a la definición de lo que serían en un principio el concepto de “competencias clave” y la determinación de estas. Posteriormente redes de información de Europa realizaron estudios; discutiendo y debatiendo al respecto. Los estudios que realizaron tenían como objetivo identificar las competencias que se desarrollan durante la enseñanza general obligatoria, además estaban orientados a ver las

competencias que cada país practicaba y como se implementaban en el currículo y la forma en que las evaluaban.

Una ‘competencia clave’ es crucial para tres aspectos de la vida: realización y desarrollo personal a lo largo de la vida (capital cultural), inclusión y una ciudadanía activa (capital social) y aptitud para el empleo (capital humano).

De acuerdo a la definición de competencias clave se tiene que: “representan un paquete multifuncional y transferible de conocimientos, destrezas y actitudes que todos los individuos necesitan para su realización y desarrollo personal, inclusión y empleo. Éstas deberían haber sido desarrolladas para el final de la enseñanza o formación obligatoria, y deberían actuar como la base para un posterior aprendizaje como parte de un aprendizaje a lo largo de la vida.” (Comisión Europea, 2004).

El proyecto DeSeCo de la OCDE divide las competencias clave en tres categorías. La primera se refiere al uso de herramientas de manera interactiva; dichas herramientas pueden ser físicas, tecnológicas o sociales. La segunda es la interacción en grupos homogéneos, para una buena comunicación en este mundo interdependiente. La tercera concierne al poder actuar de forma autónoma, para la toma de decisiones y responsabilidades.

Las competencias clave involucran la movilización de destrezas prácticas y cognitivas, habilidades creativas y otros recursos psicosociales como actitudes, motivación y valores.

A partir del Consejo Europeo de Lisboa (2000) se fijaron objetivos estratégicos para la Unión Europea, en los cuales la economía se basaría en el conocimiento, más competitivo y dinámico del mundo, teniendo un crecimiento sostenible con más y mejores trabajos, en lo cual la educación tiene que adaptarse a las demandas existentes. Para la promoción de destrezas básicas el consejo propone que se definieran las “nuevas destrezas básicas” proporcionadas por medio de un aprendizaje a lo largo de la vida. Procedente

de los trabajos realizados en este contexto, se proponen ocho competencias clave que involucren conocimientos, destrezas y actitudes.

La siguiente tabla muestra una visión general de las competencias necesarias para todos en la sociedad del conocimiento; presentada por la Comisión Europea:

COMPETENCIA	DEFINICION
Comunicación en la lengua materna	Comunicación es la habilidad para expresar e interpretar pensamientos, sentimientos y hechos tanto de forma oral como escrita (escuchar, hablar, leer y escribir), y para interactuar lingüísticamente de forma apropiada en una amplia gama de contextos sociales y culturales—educación y formación, trabajo, hogar y ocio.
Comunicación en una lengua extranjera	La comunicación en lenguas extranjeras comparte de forma general las principales dimensiones de las destrezas de comunicación en la lengua materna: está basada en la habilidad para comprender, expresar e interpretar pensamientos, sentimientos y hechos tanto de forma oral como escrita (escuchar, hablar, leer y escribir) en una gama apropiada de contextos sociales — trabajo, hogar, ocio, educación y formación — de acuerdo con los deseos y necesidades de cada uno. La comunicación en lenguas extranjeras también necesita destrezas tales como la mediación y el entendimiento intercultural. El grado de habilidad variará entre las cuatro dimensiones, entre las diferentes lenguas y de acuerdo con el entorno y herencia lingüística del individuo.
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	La alfabetización numérica es la habilidad para usar la suma, resta, multiplicación, división y ratio en cálculo mental y escrito para resolver una serie de problemas en situaciones cotidianas. Se enfatiza el proceso más que el resultado, y la actividad más que el conocimiento. La alfabetización científica se refiere a la habilidad y disposición para usar la totalidad de los conocimientos y la metodología empleada para explicar el mundo natural. La competencia en tecnología es entendida como el entendimiento y aplicación de esos conocimientos y metodología con objeto de modificar el entorno natural en respuesta a deseos o necesidades humanas.
Competencia digital	La competencia digital implica el uso confiado y crítico de los medios electrónicos para el trabajo, ocio y comunicación. Estas competencias están relacionadas con el pensamiento lógico y crítico, con destrezas para el manejo de información de alto nivel, y con el desarrollo eficaz de las destrezas comunicativas. En el nivel más básico, las destrezas de TIC comprenden el uso de tecnologías multimedia para recuperar, evaluar, almacenar, producir, presentar e intercambiar información, y para comunicar y participar en foros a través de Internet.
Aprender a aprender	'Aprender a aprender' comprende la disposición y habilidad para organizar y regular el propio aprendizaje, tanto individualmente como en grupos. Incluye la habilidad de organizar el tiempo propio de forma efectiva, de resolver problemas, de adquirir, procesar, evaluar y asimilar conocimientos nuevos, y de ser capaz de aplicar nuevos conocimientos en una variedad de contextos — en el hogar, en el trabajo, en la educación y en la formación. En términos más generales, aprender a aprender contribuye enormemente al manejo

	de la vida profesional propia.
Competencias interpersonales y cívicas	Las competencias interpersonales comprenden todo tipo de comportamientos que un individuo debe dominar para ser capaz de participar de forma eficiente y constructiva en la vida social, y para poder resolver conflictos cuando sea necesario. Las destrezas interpersonales son necesarias para que haya una interacción efectiva individualizada o en grupos, y son empleadas tanto en el ámbito público como en el privado.
Espíritu emprendedor	El espíritu emprendedor tiene un componente activo y otro pasivo: comprende tanto la capacidad para inducir cambios como la habilidad para acoger, apoyar y adaptarse a los cambios debidos a factores externos. El espíritu emprendedor implica ser responsable de las acciones propias, ya sean positivas o negativas, el desarrollo de una visión estratégica, marcar y cumplir objetivos y estar motivado para triunfar.
Expresión cultural	La 'expresión cultural' comprende una apreciación de la importancia de la expresión de ideas de forma creativa en una serie de medios de expresión, incluyendo la música, expresión corporal, literatura y artes plásticas.

Tabla 1. Visión general de las competencias clave (Competencias Clave para un aprendizaje a lo largo de la vida un marco de referencia Europeo, 2004).

Las competencias clave involucran la movilización de destrezas prácticas y cognitivas, habilidades creativas y otros recursos psicosociales como actitudes, motivación y valores y van orientadas a la preparación de los jóvenes para afrontar las necesidades y retos que la sociedad actual. Es el por qué las políticas educativas han tenido la necesidad de revisar tanto contenidos curriculares como métodos de enseñanza y aprendizaje.

Competencias matemáticas

El proyecto OCDE/PISA

Los gobiernos de la OCDE acordaron la realización de un seguimiento sistematizado en la educación para evaluar el rendimiento de los estudiantes en una escala internacional, bajo este contexto surge el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), que tiene como propósito medir el grado en que los jóvenes al término de su educación obligatoria se encuentran preparados para afrontar los desafíos de la sociedad moderna.

El éxito de una sociedad se sujeta de la formación de sus ciudadanos activos, lo que depende fuertemente del modo de preparación que los sistemas

educativos les ofrezcan. El establecimiento de los indicadores de calidad en la formación de los estudiantes es una de las principales finalidades en PISA.

El programa pretende evaluar los conocimientos y habilidades en los estudiantes, enfocándose a la forma que se pueden valer de éstos para seguir aprendiendo a lo largo de su vida. Las diversas políticas educativas, coinciden en obtención de un instrumento de evaluación que permita medir la competencia de los estudiantes.

Algunas características importantes en PISA son (OCDE, 2009):

- Es una evaluación estandarizada desarrollada internacionalmente y de manera conjunta por los países participantes y aplicada a los alumnos en sus centros educativos.
- Un examen implementado en 43 países en el primer ciclo (32 en 2000, y 11 en 2002), 42 países en el segundo ciclo (2003), 57 en el tercero (2006) y 67 en el cuarto (2009).
- El proyecto OCDE/PISA engloba las áreas de lectura, matemáticas y ciencias no solo en lo relativo al dominio del currículo escolar, sino también en lo referente a las destrezas y conocimientos.
- Cada uno de estos ciclos estudia a profundidad un área de contenido principal. Las áreas de conocimiento principales son en 2000 Lectura, en 2003 Matemáticas, en 2006 Ciencias, en 2009 de nuevo la competencia Lectora.
- Se presta especial atención al dominio de los procedimientos, a la comprensión de los conceptos y a la capacidad para actuar en diferentes situaciones dentro de cada área de conocimiento.

PISA y competencia matemática

PISA no solo se enfoca a evaluar los conocimientos derivados del currículo escolar, de forma general, enfrenta al estudiante ante una familia de diversos escenarios que el estudiante probablemente tenga que resolver en el futuro. De esta forma se obtienen indicadores confiables, para saber si

realmente los jóvenes se encuentran preparados para participar activamente en la sociedad.

El área de matemáticas se ocupa de la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de modo efectivo, al plantear, formular, resolver e implementar problemas matemáticos en diferentes situaciones (OCDE, 2003).

A este dominio también se le conoce en el marco teórico de PISA como alfabetización matemática, la cual tiene una “interpretación comprensiva: debe mostrar la capacidad de los estudiantes para enfrentarse con los problemas cotidianos más variados por medio de las matemáticas.” (Rico, 2003).

Mediante esta definición del área de conocimiento, PISA pretende que el estudiante pueda valorar, describir, comunicar y apreciar el papel esencial que desempeñan las matemáticas a lo largo de su vida.

Los problemas que propone PISA son relacionados a contextos cotidianos, en donde a diferencia de algunos problemas escolares, no se tienen situaciones bien estructuradas. El estudiante tiene que poner en práctica sus conocimientos y habilidades matemáticas desarrolladas en el aula para poder resolverlos, por decir, emplea diversas aptitudes: razonamientos cuantitativos, de espacio y forma, etc.

Ante la gran cantidad de información a la que se encuentra expuesto el hombre, no se puede dejar de reconocer que las matemáticas están presentes en la mayoría de sus actividades cotidianas, por lo que son parte esencial para su desarrollo competente en la sociedad.

El empleo funcional de diversos conocimientos y destrezas matemáticas para resolver problemas de manera eficaz, en numerosas y variadas situaciones, se encuentran vinculados al término de competencia matemática.

La competencia matemática no solo comprende el desarrollo de operaciones y procedimientos, la presentación de datos, la comprensión de términos o aplicaciones de métodos sino la movilización de dichos recursos matemáticos en la solución de problemas que se presenten en un ambiente cotidiano.

El proyecto OCDE/PISA (2003) define la **competencia matemática** como: *la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundamentados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.*

La unión europea al intentar definir un marco de las competencias consideradas vitales para una participación exitosa en la sociedad (competencias clave) propone que estas son necesarias para una realización personal, la inclusión social y un empleo en una sociedad del conocimiento. Bajo la caracterización de PISA, al “comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo” hace referencias a la parte natural, social y cultural del individuo.

De lo anterior podemos observar que la definición de competencia matemática propuesta por la OCDE/PISA se deriva del marco contextual de lo que la unión europea considera en la determinación de las competencias clave.

Con esta definición de competencia matemática, se pretende alcanzar un esparcimiento de la matemática, en donde el estudiante al utilizarla puede comunicar, relacionarla e incluso apreciarla ante una enorme variedad de situaciones en innumerables aplicaciones.

Los problemas que el individuo enfrenta pueden estar en un contexto puramente matemático o no tener ninguna estructura, por lo tanto para poder abordarlo es indispensable realizar planteamientos, formulaciones,

resoluciones o interpretaciones en las diversas situaciones sencillas o complejas que pueden presentarse.

PISA puntualiza que “las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, no forman parte de la definición de competencia matemática, pero no obstante contribuyen a ella...” Además “No forman parte de la evaluación de la competencia matemática” (OCDE, 2003).

Aunque es poco probable que se alcance la competencia matemática si no se tiene alguna de estas actitudes o emociones desarrollada al intentar resolver problemas o tareas matemáticas. Sin embargo no es foco de observación en la evaluación.

Con base en la teoría de estructura y uso del lenguaje el término de competencia considera que “La capacidad de leer, escribir y hablar una lengua constituye la herramienta más importante de entre las que median en la actividad social humana” (OCDE, 2003).

De donde se manifiesta que el lenguaje tiene diferentes funciones ante situaciones complejas, por lo que tener la competencia en el lenguaje conlleva al conocimiento y aplicación de los recursos lingüísticos ante diversas y variadas situaciones.

Si se aplica un razonamiento análogo al lenguaje matemático, se tiene una gran variedad de recursos y elementos: términos, símbolos, métodos, signos, procedimientos, etc., en donde la eficiencia, de dicho lenguaje, depende de su empleo en la solución de problemas no ordinarios, puestos en función de una diversidad de situaciones sociales.

Bien se puede presentar el caso de conocer los elementos característicos del lenguaje matemático; como la terminología, los conceptos y los procedimientos pero no se puede desarrollar una estructura correcta en la

solución de problemas multivariados. O bien, el caso en el que se identifique la función que tiene el problema, pero no contar con los elementos necesarios para resolverlo.

Para resolver problemas provenientes de diversas situaciones y contextos es necesaria la interacción entre los elementos característicos y la función que estos pretenden alcanzar dentro de la sociedad.

Lo que propone OCDE/PISA en la solución de problemas es la utilización de una estrategia que utilizan los matemáticos, que se le conoce como “matematizar”.

El proceso de matematizar se puede describir en cinco aspectos que lo conforman de acuerdo al marco teórico PISA 2003:

- Comenzar con un problema enmarcado en la realidad.
- Sistematizar el problema según conceptos matemáticos.
- Gradualmente reducir la realidad mediante procedimientos como la consideración de cuáles son los rasgos importantes del problema, la generalización y formalización (con ello se potencian los rasgos matemáticos de la situación y se transforma el problema real en un problema matemático que representa fielmente la situación).
- Resolver el problema matemático.
- Dar sentido a la solución matemática en términos de la situación real.

Este proceso es el que se desarrolla a menudo en los matemáticos o en ciudadanos informados y reflexivos al resolver problemas matemáticos complejos haciéndolos competentes en su vida personal social o cultural. Esta actividad debiera ser el objetivo de todo sistema educativo en relación a la formación de estudiantes alfabetizados matemáticamente.

La sociedad presenta una forma cambiante en donde la información presenta crecimiento de tipo exponencial, además el empleo de datos

cuantitativos es cada vez mayor, en la toma de decisiones, para lo que se necesita tener ciudadanos con un buen desarrollo de la competencia matemática.

El ciudadano competente puede enfrentarse con éxito en las necesidades que el mundo le requiere, es posible que en la escuela no adquiriera todos los conocimientos o habilidades para lograrlo, no obstante se encuentra preparado para continuar aprendiendo a lo largo de su vida, como un ciudadano comprensivo, reflexivo y práctico.

El campo laboral muestra una tendencia al empleo de maquinarias con alta tecnología más que de trabajo físico, para lo cual se necesita el dominio de un lenguaje abstracto; en el tratamiento de la información, encaminándose a procesos más complejos como el de matematizar.

El trabajo en equipo para la solución de problemas difíciles es inevitable en el campo laboral en donde la mayoría de veces se plantean soluciones a partir de los recursos con los que se cuenta, empleando diversas destrezas a fin de obtener resultados.

Al resolver problemas de situaciones complejas el proceso de matematizar juega un papel importante, el cual se desarrolla con el tiempo. Por lo que se espera que los estudiantes adquieran las competencias necesarias para poder desempeñarse en un futuro en el campo laboral.

Situaciones y contextos

El grado de competencia matemática se mide en las personas de acuerdo al empleo de conocimientos y habilidades en la solución (resolución) de problemas reales, esto indica que se pueden tomar de una variedad de situaciones que pueden ser genéricas.

Cuando se presentan situaciones genéricas es posible trasladar los problemas entre diversos escenarios que permiten abstraer los elementos

matemáticos, a la vez que se identifica el contexto específico en el que se presenta tal problema.

La competencia matemática al formarse en el estudiante lo hace ante una variedad de situaciones, quien a su vez para abordar cuestiones que necesitan algún tratamiento matemático primero identifica la situación en la que se ubica el problema.

De acuerdo a esta materia en el marco teórico PISA (2003) se plantea:

“la situación es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan los ejercicios que se le plantean (...), la situación más cercana es la vida personal del estudiante. Luego se sitúan la vida escolar, la vida laborar y el ocio, seguidas de la vida en comunidad y la sociedad tal y como se presenta en la vida diaria. A mucha distancia de todas ellas están las situaciones de tipo científico.”

El informe PISA (OCDE, 2004, pág. 41) caracterizan cuatro tipos de situaciones:

“Las *situaciones personales* están directamente relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Giran en torno a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y la forma en que el individuo percibe el contexto del problema. Estas situaciones tienen a exigir un alto grado de interpretación antes de que el problema pueda resolverse.

“Las *situaciones educativas u ocupacionales* se producen en la vida del alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. Giran en torno a la forma en que el centro escolar o el lugar de trabajo pueden obligar al alumno o al trabajador a enfrentarse a un determinado tipo de problema que requiere una solución matemática.

“Las *situaciones públicas* relacionadas con la comunidad u otra más amplia exigen que los estudiantes observen un determinado aspecto de su

entorno. Generalmente se trata de situaciones que se encuadran en la comunidad y giran en torno a la forma en que los estudiantes entienden las relaciones entre los elementos de su entorno. Requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa que puede tener repercusiones importantes en la vida pública.

“Las *situaciones científicas* son más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una situación teórica o un problema explícitamente matemático. El marco de las matemáticas de PISA incluye en esta categoría situaciones matemáticas relativamente abstractas a las que los alumnos se enfrentan con frecuencia en la clase de matemáticas y que no consisten en otra cosa que en elementos matemáticos explícitos, sin pretensión alguna de situar el problema en un contexto más amplio.”

Utilizar y hacer matemáticas en una variedad de situaciones y contextos es un aspecto importante de la alfabetización matemática. Por lo que trabajar con cuestiones que llevan por sí mismas a un tratamiento matemático, en la elección de métodos matemáticos y representaciones, depende frecuentemente de las situaciones en las cuales se presentan los problemas. Así se puede decir que las situaciones permiten caracterizar la serie de fenómenos asociados a un concepto matemático.

Contenido matemático

El conjunto de conceptos matemáticos permite organizar y describir los fenómenos que proceden del entorno, los cuales pueden ser clasificados en naturales, sociales o matemáticos. El currículum de matemáticas muestra la estructura temática asociada a los diversos tópicos matemáticos a través de los cuales se pretende abordar la temática propuesta.

Es importante hacer notar que la diversidad de problemas matemáticos del mundo real generalmente se puede plantear y resolver mediante la interacción de diversas áreas de matemáticas, por lo que los contenidos

matemáticos solo proporcionan una forma de organización en torno a éstos y en relación a los fenómenos que involucran su empleo.

En el marco teórico de PISA 2003 se considera que:

“(…) El contenido matemático puede explicarse mediante cuatro categorías que engloban los tipos de problemas que surgen de la interacción con los hechos del día a día y que se basan en una concepción del modo en que el contenido matemático se presenta ante la gente. Dentro de la evaluación PISA se les llama ‘ideas principales’: *cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre*. Se trata de un enfoque algo diferente al que resultaría familiar desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas y las tendencias curriculares típicas de las escuelas. Sin embargo, las ideas principales engloban ampliamente toda la gama de temas matemáticos que se espera que hayan aprendido los estudiantes.” (pág. 34)

En el informe de PISA 2003 se describen las cuatro áreas de contenido de la siguiente manera:

“*Espacio y forma*: incluye fenómenos espaciales y geométricos, a menudo basados en la disciplina curricular de la geometría. Requiere la búsqueda de similitudes y diferencias a la hora de analizar los componentes de las formas y reconocerlas en diferentes representaciones y dimensiones, así como la comprensión de las propiedades de los objetos y sus posiciones relativas.

“*Cambio y relaciones*: engloba las manifestaciones matemáticas del cambio, así como las relaciones funcionales y la dependencia entre variables. Esta área del contenido está estrechamente vinculada al álgebra. Las relaciones matemáticas se expresan frecuentemente como ecuaciones o desigualdades, pero las relaciones de carácter más general (como la equivalencia o la divisibilidad y la integración por mencionar algunas) también son importantes. Las relaciones pueden adoptar una serie de representaciones diferentes, incluyendo las simbólicas, las algebraicas, las gráficas, las tabulares

y las geométricas. Dado que las distintas representaciones pueden servir a diferentes propósitos y tener diferentes propiedades, la traducción de las representaciones reviste una importancia clave a la hora de abordar situaciones y tareas.

“*Cantidad*: abarca los fenómenos numéricos, así como las relaciones y los patrones cuantitativos. Se refiere a la comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de patrones numéricos y el uso de números para representar cantidades y características cuantificables de objetos de la vida real (cálculos y medidas). Por otra parte, la cantidad aborda el procesamiento y la comprensión de los números representados bajo diversas formas. Un aspecto importante a la hora de tratar el tema de la cantidad es el razonamiento cuantitativo, que implica un sentido numérico, la representación de los números, la comprensión del significado de las operaciones y la aritmética y el cálculo mental. La rama curricular asociada más frecuentemente con el razonamiento cuantitativo es la aritmética.

“*Incertidumbre*: comprende los fenómenos y relaciones probabilísticas y estadísticas, cada vez más importantes en la sociedad de la información. Estos fenómenos son objeto de estudio matemático en la estadística y la probabilidad.” (pág. 39)

Debido a la cercanía de esta tesis con el área de contenido *incertidumbre* se presentan otros aspectos que se relaciona con este contenido:

Rico (2005, pág.30) propone que “por incertidumbre se quieren entender dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar. Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.”

Otros aspectos sobresalientes que se describen en el marco teórico de PISA 2003 en relación a esta área de conocimiento son:

“Los siglos XIX y XX vivieron diferentes exposiciones del conocimiento matemático y del alcance de los fenómenos y problemas que podían tratarse mediante las matemáticas, especialmente los aspectos relacionados con la aleatoriedad y la indeterminación. (...) No obstante, ser competente en matemáticas significa algo más. Resulta esencial tratar con la incertidumbre desde una perspectiva matemática y científica.

“La actual ‘sociedad de la información’ proporciona un gran número de informaciones que a menudo se presentan como precisas, científicas y en diverso grado ciertas. No obstante, en la vida diaria nos enfrentamos a resultados de elecciones inciertos, puentes que desmoronan, caídas de la bolsa, predicciones de tiempo poco fidedignas, predicciones desafortunadas de la población, modelos económicos que no funcionan bien y muchas otras demostraciones de la incertidumbre del mundo en que vivimos. Actividades y conceptos matemáticos importantes de esta área son la recogida de datos, el análisis y la presentación/ visualización de los mismos, la probabilidad y la reducción.” (pág. 37)

Competencias

En el programa PISA se plantea que una vez descrito el problema matemático (o algún fenómeno) de un contexto real se esperaría que el estudiante identifique la situación a la que éste pertenece y mediante la movilización de competencias matemáticas lo pueda resolver de forma óptima.

La propuesta de PISA es que al resolver los problemas las competencias se activan de forma conjunta, también en algunos casos las definiciones que adoptan dichas competencias se pueden traslapar entre sí. Sin embargo, en las tareas matemáticas que se proponen en PISA se ostenta que han sido diseñadas con el fin de evidenciar una o varias competencias.

En PISA se propone una estructura que permita describir las capacidades de los estudiantes, por lo que se propone el empleo de a tres grupos de competencias que se denominan y describen en el informe PISA 2003 de la siguiente forma:

El *grupo de reproducción* engloba a aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reproducción de conocimientos practicados, como el conocimiento de representaciones de hechos y problemas comunes, el reconocimiento de equivalentes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, la utilización de procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos estándar y habilidades técnicas, el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas familiares o estandarizadas y la realización de operaciones sencillas.

El *grupo de conexión* va más allá de la reproducción, para resolver problemas que no son meramente rutinarios, pero que todavía se sitúan en contextos familiares o bien se alejan de ellos en un grado relativamente menor. Estos problemas plantean por lo general unas mayores exigencias en cuanto a su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de la situación o enlazar diferentes aspectos de la situación del problema con el fin de desarrollar una solución.

El *grupo de reflexión* avanza aún más respecto al grupo de conexión. Estas competencias son necesarias para tareas que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, así como creatividad para identificar conceptos matemáticos o enlazar con los conocimientos pertinentes para dar con las soluciones. Los problemas que requieren estas competencias implican un mayor número de elementos que los demás y suelen exigir que los alumnos generalicen y expliquen o justifiquen sus resultados.

Como es posible observar que estos tres grupos hacen referencia a diferentes niveles de dominio en la resolución de problemas, lo que permite conjeturar de forma global acerca del nivel de competencia desarrollado en el estudiante para abordar el problema. Sin embargo estos “niveles de

competencia” no muestran las competencias específicas que se activan en el alumno.

Descripción de las competencias matemáticas

El marco teórico de PISA 2003 (OCDE, 2005) de manera general propone enfrentar a los estudiantes ante una serie de problemas que le permiten la activación de competencias. De esta forma propone “utilizar ocho competencias matemáticas características basadas en el trabajo de Niss (1999)” que son:

- *Pensar y Razonar*
- *Argumentación*
- *Comunicación*
- *Construcción de modelos*
- *Formulación y resolución de problemas*
- *Representación*
- *Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico formal y técnico*
- *Empleo de soportes y herramientas*

Dado que estas competencias se han enfocado para la evaluación de los alumnos, a continuación se describen más ampliamente junto con las ideas expuestas por Lupiañez y Rico (2008, págs. 4-6) ya que se retomarán para los análisis descritos en los siguientes capítulos.

Pensar y Razonar

PISA (Niss). Formular las preguntas más simples («¿cuántos...?», «¿cuánto es...?») y comprender los consiguientes tipos de respuesta («tantos», «tanto»); distinguir entre definiciones y afirmaciones; comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente.

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.

Lupiañez y Rico. Se incluyen capacidades que constituyen procedimientos básicos en matemáticas que tienen que ver con el uso que se haga del conocimiento matemático: ejemplificar, relacionar, y generalizar.

Ejemplificar es presentar un concepto o relación matemática que posee unas propiedades previamente concertadas. Relacionar es una capacidad que tiene que ver con establecer vínculos entre diferentes elementos o propiedades de una estructura matemática. La generalización permite conjeturar propiedades o características de conceptos a partir de observar ciertos casos particulares.

Por tanto, bajo la etiqueta de pensamiento matemático consideramos una serie de capacidades tales como que los escolares sean capaces de:

- ejemplificar propiedades o características relevantes de conceptos o relaciones matemáticos,
- presentar un ejemplo específico de un concepto o relación,
- relacionar elementos o propiedades de una estructura matemática, y establecer propiedades de conceptos, o incluso conceptos de orden superior, a partir del estudio y observación de casos particulares significativos.

Argumentación

PISA (Niss). Seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados.

Lupiañez y Rico. Existen formas de justificación que involucran fundamentos, procesos cognitivos y valores epistémicos diferentes entre sí, y diferentes a los de la demostración formal. Estas justificaciones tienen otras funciones además de la de demostrar: argumentar, explicar, descubrir, generalizar, verificar, refutar, sistematizar, etc.

La competencia de *justificación*, por tanto, incluye que los escolares sean capaces de:

- elaborar justificaciones para sus afirmaciones,

- desarrollar paulatinamente justificaciones más sólidas, e
- identificar y validar la bondad de las justificaciones de otros.

Comunicación

PISA (Niss). Comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares, mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera.

Lupiañez y Rico. La actividad de comunicarse en el aula, de manera verbal o escrita, es el medio por el que se lleva a la práctica la actividad de enseñar. Esta comunicación se produce cuando el profesor explica algún concepto, cuando propone una tarea a sus escolares, cuando los estudiantes comentan algo sobre ese concepto o discuten entre sí acerca de esa tarea, o bien cuando éstos responden al profesor. De toda esa complejidad de interacciones, nos centramos en las relacionadas con la expresión de los escolares y la forma en que se comunican.

Así, esta competencia de *comunicación* incluye que los estudiantes sean capaces de:

- expresarse de diferentes formas, sobre un contenido matemático,
- expresarse tanto de manera oral como escrita, y
- comprender otras afirmaciones orales o escritas realizadas por otros

Construcción de modelos

PISA (Niss). Estructurar el campo o situación que se quiere modelar; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos

Lupiañez y Rico. Las tareas de modelización se enmarcan dentro de aquellos procesos que permiten a los estudiantes el manejo y uso de conceptos para la resolución de problemas. Constituye, sin duda, unos de los peldaños superiores de actuación matemática, por el gran número de conexiones y relaciones que es necesario establecer.

La competencia de *modelización*, incluye que los escolares sean capaces de:

- identificar relaciones y plantear interrogantes en contextos y situaciones cotidianos;
- resolver problemas en diferentes situaciones y contextos mediante un tópico matemático concreto;
- analizar y estructurar la situación problemática original, y traducirla a la matemática.
- interpretar los modelos matemáticos en términos de realidad;
- construir un modelo matemático, usarlo y validarlo; y
- reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados.

Formulación y resolución de problemas

PISA (Niss). Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puro”, “aplicado”, “abierto” y “cerrado”); y la resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.

Lupiañez y Rico. Los problemas que forman parte de la experiencia cotidiana, y sus soluciones, pueden presentarse en una amplia variedad de situaciones y contextos. Contextos y situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge la situación problemática. Esos fenómenos, y por tanto aquellos problemas que se planteen a partir de ellos, pueden organizarse según situaciones y contextos.

Así, la competencia relativa a *fenomenología* debe incluir que los escolares sean capaces de:

- reconocer y describir situaciones y contextos de su entorno, o del mundo real, que estén relacionados con un tópico matemático; y

- reconocer si un tópico matemático puede ó no representar una situación o problema real;

Representación

PISA (Niss). Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.

Lupiañez y Rico. En el análisis de contenido previo se hace un análisis detallado de los sistemas de representación que admite una estructura matemática determinada así como las diferentes operaciones que pueden realizarse en, y entre esos sistemas de representación. De toda esa reflexión surgen las relaciones existentes entre esos sistemas de representación, y los distintos significados y perspectivas que posee la estructura en cada uno de ellos.

La competencia relativa a *representación* debe incluir que los escolares sean capaces de:

- decodificar e interpretar diferentes formas de representar objetos y situaciones matemáticas;
- reconocer las relaciones entre ellas; y
- elegir y transitar entre formas de representación de acuerdo a la situación y a los propósitos perseguidos.

Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico formal y técnico

PISA (Niss). Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y formulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

Lupiañez y Rico. El conocimiento conceptual (*Estructura Conceptual*) sobre un tópico matemático posee tres niveles de concreción: *hechos*, *conceptos* y *estructuras conceptuales*. A su vez, el conocimiento procedimental incluye el manejo de esas piezas conceptuales, y distingue entre *destrezas*, *razonamientos* y *estrategias*. Estos niveles de conocimiento se analizan en detalle en la descripción de la estructura conceptual que se realiza en el análisis de contenido previo al análisis cognitivo. Estas competencias se centran en describir qué capacidades y habilidades deseamos que desarrollen los escolares acerca de ese tópico concreto, según esos diferentes niveles de conocimiento. El foco de reflexión está en tener en cuenta el manejo de todo ese conocimiento e incluye que los escolares sean capaces de:

- conocer e interpretar términos y notaciones, y asumir y manejar convenios importantes;
- reconocer y aplicar los diferentes elementos que constituyen un concepto y las relaciones entre ellos; e identificar las relaciones entre diferentes conceptos relacionados entre sí.
- seleccionar y aplicar algoritmos y métodos de resolución simples, y
- resolver cuestiones o tareas sencillas que a menudo se trabajan como rutinas.

Empleo de soportes y herramientas

PISA (Niss). Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes soportes y herramientas (entre ellas, herramientas de las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

Hacer uso de soportes herramientas (TI incluidas) por ejemplo

- *saber la existencia y las características* de varias herramientas y ayudas para la actividad matemática, y su gama de limitaciones;
- *poder reflexionar del uso de tales soportes y herramientas.*

Evaluación de competencias matemáticas (PISA)

El estudiante al abordar la resolución de una tarea matemática efectúa una serie de procesos, a través de los cuales muestra su dominio de determinados conceptos matemáticos que le permiten plantear la tarea. Una vez identificadas las estructuras conceptuales es necesaria la activación de ciertas competencias que se van formando a través del tiempo.

El establecimiento de competencias es parte esencial de cualquier plan de formación, ya que, si se pretende determinar su calidad es necesario identificar el nivel de competencia que adquiere el alumno para interpretar y resolver cuestiones que pueden ser de contextos matemáticos o que involucren conceptos fuera del universo matemático.

Rico (2005) propone que “la calidad de un programa de formación viene dada por la relevancia de las competencias que se propone, mientras que su eficiencia responde al modo en que éstas se logran en el medio y largo plazo. (...) Las competencias expresan los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio está orientada la formación. (...) Los objetivos, expresados en términos de capacidades o de dominio de determinados conceptos o procedimientos, se orienta hacia la consecución de una o varias competencias; son expresión de las prioridades formativas que proponen para un determinado momento. Las competencias generales o procesos, por el contrario marcan metas a medio y largo plazo, responde a ciclos formativos más amplios y comprensivos. ”

Asimismo PISA ha venido proyectando que unos de sus objetivos centrales es la evaluación de los estudiantes al término de su educación secundaria en relación a la obtención de competencias matemáticas. Por lo que pretende evaluar al sistema educativo, con base en la determinación de las competencias que adquiere el estudiante para mostrar su desempeño en la solución de problemas que envuelvan la movilización de capacidades y competencias.

Matemáticas en secundaria

La SEP a través de la Subsecretaría de Educación Básica pone en su portal de internet a disposición de los profesores de matemáticas de secundaria los programas y planes de estudio con el fin de proporcionarles recursos didácticos que les permitan un desarrollo profesional y docente óptimo.

Las autoridades educativas reconocen que, a pesar de la existencia y conocimiento de un programa estructurado, existe una brecha entre lo estipulado en éste y lo que realmente sucede en el salón de clase que el profesor trata de cubrir con base a su experiencia, concepción y compromiso.

La realización de la planificación de actividades de estudio, por parte del profesor, no pretende ser un trabajo individual sino conjunto con los organismos educativos. Por tal razón ponen a disposición los planes de clase diarios que cubren el programa de matemáticas.

Lo anterior permite asumir la hipótesis de que un amplio sector de los profesores de matemáticas en el país se guía con los planes de clase diarios que la SEP publica.

El estudio de las matemáticas pretende la formación de un pensamiento abstracto del estudiante, permitiendo desenvolverse en los diversos ambientes socioculturales, así como el empleo de técnicas en la solución de problemas de esta área, para esto la escuela debe proporcionar una ambiente que permita al estudiante validar conjeturas, plantear preguntas, utilizar procedimientos y adquirir conocimientos.

Una vez que surge la noción de competencias matemáticas y su introducción en el sistema educativo, las acciones directas se reflejan en la modificación del currículo, en particular en los programas de matemáticas. La importancia de esto cae directamente en el hecho de que estos documentos son elaborados a partir de un conocimiento científico (el saber “sabio” según Chevallard, 2000) que es reinterpretado en un saber “enseñado” para poderse adaptar a la realidad escolar a través del proceso denominado “transposición didáctica”. Esta interpretación queda determinada, entre otras cosas, por el

enfoque educativo elegido oficialmente que en este caso es el de las competencias.

Además, el proceso de transposición didáctica queda completo cuando se lleva al aula con la interpretación por parte del profesor de los documentos que, como ya se mencionó, incluyen una interpretación del saber “sabio”. Dicho sea de paso, esta interpretación del profesor incluye sus conocimientos y creencias sobre el mismo saber “sabio”. Para ayudar al profesor, la SEP propone los denominados “planes de clase” que incluyen actividades, basadas en el programa de matemáticas, para ser implementadas directamente en el salón de clase. Estos planes deben, por tanto, considerar la noción de competencias en su estructura y desarrollo, situación que está en análisis para determinar el grado de correlación.

Planes de clase

Con el propósito de que maestros y directivos mejoren sus prácticas docentes y puedan ofrecer un ambiente en donde se le permita al estudiante una formación competitiva, como precedente al plan de estudios actual, la SEP publicó el Plan de Estudios para la Educación Secundaria 2006. Este documento tiene como antecedentes los compromisos del programa Nacional de Educación 2001-2006 en donde se impulsa una reforma de la educación que además de la renovación del plan y programas de estudio permita contar con evidencias sobre la pertinencia de los contenidos y los enfoques para su enseñanza.

Las autoridades educativas reconocen la importancia de la transformación en el currículo en donde el objetivo principal es “asegurar que los jóvenes logren y consoliden las competencias básicas para actuar de manera responsable consigo mismos, con la naturaleza y la comunidad de que forman parte” (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2006).

En la presentación del Plan de Estudios 2006, la SEP pone de manifiesto que la transformación realizada en el currículo es el primer paso

hacia una educación de calidad, motivo emergente de dicho plan y programas de estudio.

Se propone que la SEP brindara los apoyos necesarios a profesores, directivos y planteles a fin de lograr lo que plantea que es “la razón de ser de la educación secundaria: asegurar que los jóvenes logren y consoliden las competencias básicas para actuar de manera responsable consigo mismos, con la naturaleza y con la comunidad de la que forman parte, y que participen activamente en la construcción de una sociedad más justa, más libre y democrática.” (Plan de Estudios 2006.pag 6).

En este marco es importante resaltar que el plan de estudios 2006, propuesto por la SEP pone de manifiesto que México al ser parte de los países miembros de la OCDE, por medio del proyecto PISA, proporcionará los indicadores de rendimiento para evaluar dicha razón de ser de la educación secundaria.

El programa vigente se publicó en 2011 y tiene el “propósito de consolidar una ruta propia y pertinente para reformar la Educación Básica de nuestro país (...) [que] favorece el desarrollo de competencias que le permitirán alcanzar el perfil de egreso de la Educación Básica” (SEP, 2011). Aunque tiene como bases estructurales y conceptuales el programa 2006, ambos programas convergen en propósitos y metodologías, así para los análisis subsiguientes se emplearán de forma complementaria los dos programas.

En el programa de matemáticas (2011) se menciona que “los estándares curriculares de matemáticas presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprenden el conjunto de saberes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática”. Estos estándares se organizan en cuatro áreas:

- 1) Sentido numérico y pensamiento algebraico.
- 2) Forma espacio y medida.

- 3) Manejo de la información.
- 4) Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

Algunos ejemplos de los propósitos fijados en éste plan, en el estudio de las matemáticas para la educación secundaria en relación a los alumnos son:

- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o graficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.
- Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.
- Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes.

Dado que en el documento de 2011 no se describen a detalle los estándares recién mencionados, se retomarán estas descripciones del programa anterior (2006):

Sentido numérico y pensamiento algebraico; alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra: por un lado, encontrar el sentido del lenguaje matemático, ya sea oral o escrito; por otro, tener un puente entre la aritmética y álgebra, en el entendido que hay contenidos de álgebra en la primaria, que se profundizan y consolidan en la secundaria.

Forma, espacio y medida; encierra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación básica. Es claro que no todo lo que se mide tiene que ver con

formas o espacio, pero si la mayor parte; las formas se trazan o se construyen, se analizan sus propiedades y se miden.

Manejo de la información tiene un significado muy amplio. En estos programas se ha considerado que la información puede provenir de situaciones deterministas, definidas o aleatorias, en las que se puede identificar una tendencia a partir de su representación gráfica o tabular.

En el eje de manejo de la información se resuelven problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes. Este trabajo se apoya fuertemente en nociones matemáticas tales como el porcentaje, probabilidad función y en general en el significado de los números enteros, fraccionarios y decimales.

III. METODOLOGIA

Aspectos a considerar del análisis didáctico

En el diseño e implementación de los planes y programas de estudio 2006 de la SEP se establece que tienen como “propósito de que los maestros y directivos conozcan sus componentes fundamentales, articulen acciones colegiadas para impulsar el desarrollo curricular en sus escuelas, mejoren sus prácticas docentes y contribuyan a que los alumnos ejerzan efectivamente el derecho a una educación de calidad”.

Existe una gama de dificultades a la que se enfrentan los profesores en relación al diseño curricular. Las diversas problemáticas se presentan al identificar y establecer los objetivos, contenidos, métodos y forma de evaluación a nivel de planificación global en la totalidad de la asignatura y a nivel planificación local, por decir, en una hora de clase o en lo que se conoce como plan de clase diario.

Si las intenciones políticas en materia de educación se encaminan a que los profesores desarrollen su práctica docente de manera reflexiva y sistemática es imprescindible que dispongan de los conocimientos, principios, procedimientos y herramientas que se sustentan en la didáctica de las matemáticas. Una herramienta que puede ayudar como referencia es el análisis didáctico.

Gómez (2002) describe el análisis didáctico como una conceptualización del modo en el que el profesor debiera diseñar; llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje en el contexto de las matemáticas escolares. Se compone de cuatro diferentes tipos de análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación.

El análisis didáctico, se conforma por las herramientas conceptuales y metodológicas mediante las cuales se caracteriza una estructura matemática específica, poniendo de esta forma al análisis de contenido como el punto de partida.

En el análisis de contenido el profesor tiene una estructura matemática específica que es el eje central del análisis didáctico, también se le considera como análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es identificar y describir la estructura matemática en su diversidad de significados.

La distinción para la planeación que propone Rico y Lupiañez (2005) es que una vez seleccionada la estructura matemática en la que se centrará la unidad didáctica (o supuesta hora de clase) el profesor analizará con detalle, mediante el análisis de contenido, la estructura conceptual de ese tema matemático, señalando los conceptos y procedimientos involucrados y sus relaciones.

Una vez descrito el dominio de la estructura conceptual y los procedimientos que implica es importante identificar las diferentes formas y relaciones en las que se pueden representar un tema matemático (estructura matemática), así como las familias de contextos y situaciones en las que se desarrolla y la diversidad de problemas que se pueden resolver asociados a dicho tema.

Con respecto al análisis cognitivo, Gómez (2002) comenta:

“El profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrentan a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje”.

Considerar este planteamiento permite al profesor, a partir de la información obtenida en el análisis de contenido y de la complejidad de la estructura matemática, enunciar y organizar las capacidades que espera que el estudiante desarrolle de un tema matemático concreto.

Desde la postura de Gómez (2002) el análisis cognitivo tiene dos objetivos. Por un lado, la identificación, descripción y caracterización sistemática, detallada y fundamentada de las tareas de la estructura matemática que los estudiantes pueden resolver en el momento y de las tareas que deberían abordar durante la sesión planificada. Por otro lado, la identificación de los errores, dificultades y obstáculos en los que se pueden incurrir al abordar las tareas.

Es importante identificar que mediante el análisis cognitivo el profesor tiene un análisis múltiple de la estructura matemática a partir de la cual puede enunciar un conjunto de tareas de las que se desprenden las actividades a desarrollar en la unidad didáctica. Esto en primer momento nos ubica en la ejecución de una planeación a nivel local.

La propuesta de tareas matemáticas por parte del profesor permite al estudiante la estimulación de aptitudes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Luego dada la actuación del estudiante frente a las tareas matemáticas es posible identificar las capacidades que se activan en él durante el desarrollo de la unidad didáctica.

De forma gradual el desarrollo de capacidades, que involucran objetivos de aprendizaje que no se pretenden alcanzar con el trabajo de un tema matemático concreto sino que van más allá de la estructura conceptual, permiten inferir acerca de la contribución que aportan estas capacidades al

desarrollo de competencias. Las competencias envuelven objetivos a largo plazo que permiten ubicarnos en una planificación a nivel global.

Así el análisis cognitivo permite al profesor identificar y describir la contribución de las capacidades a las competencias que los estudiantes desarrollan en una estructura matemática concreta, desde la que es objeto de aprendizaje.

Lupiañez y Rico (2005) postulan que a partir de la reflexión de planificación el profesor puede determinar cuáles competencias desarrollan los estudiantes de secundaria mediante un tema, en qué grado pueden desarrollarlas, los errores y dificultades en los que pueden incurrir y cómo se pueden relacionar esas dificultades con el desarrollo inadecuado o incompleto de alguna de esas competencias.

El análisis cognitivo se fundamenta en el estudio de dos líneas: la que vincula las competencias que se desarrollan en los estudiantes y la de los errores y dificultades que se presentan en el aprendizaje. Para los fines secuenciales de este trabajo nos enfocamos a la parte del desarrollo de competencias.

Tres aspectos a analizar

Mediante el análisis cognitivo se permite al profesor prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en el que se ponen en juego las actividades de enseñanza y aprendizaje que ha diseñado. De donde se plantea que el trabajo de las actividades permite identificar los aspectos cognitivos que se relacionan con la estructura matemática.

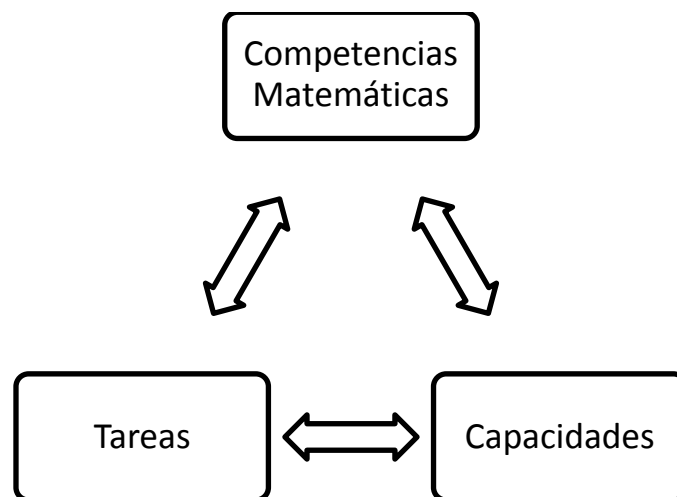


Figura 1. Aspectos del análisis en los planes de clase

Un razonamiento básico nos permite intuir que los términos de tarea, capacidad y competencia constituyen la parte central en cualquier plan de formación, por lo que los caracterizaremos en el contexto de las matemáticas escolares. Estos aspectos funcionan interactuando entre sí (ver figura 1), por lo que consideraremos las relaciones y funciones que tienen en el análisis de contenido, cognitivo y de tareas.

Existen relaciones importantes entre los tres aspectos ya que permiten poner cada estructura en términos de las otras dos. Por ejemplo, como ya se mencionó, si el estudiante moviliza determinadas capacidades de manera continua a través del tiempo, tales capacidades ayudan al desarrollo de competencias. Ahora revisaremos con detalle cada aspecto y sus relaciones.

Tareas Matemáticas

El aprendizaje de un concepto o estructura matemática concreta puede efectuarse gracias a las herramientas que proporcionan las tareas matemáticas, por lo que las hace una pieza central en el proceso de enseñanza.

En el proceso de planificación, el profesor diseña las tareas con base en la estructura conceptual proveniente del análisis de contenido, su concepción del aprendizaje y conocimiento del tema matemático que pretende abordar. Asimismo debe considerar la complejidad de los conceptos o estructuras conceptuales, las diversas representaciones que pueden tener y las relaciones entre éstas.

En el análisis cognitivo el profesor se encarga de identificar, describir y caracterizar el conocimiento conceptual y procedimental que puede llegar a ponerse en juego cuando los estudiantes abordan tareas específicas (Gómez, 2002).

Marín (2005) considera el análisis de tareas como una fase del análisis didáctico que entiende de la selección, diseño, organización y secuenciación de las tareas escolares. Algunos sistemas educativos lo utilizan como procedimiento para el diseño de unidades didácticas, lo que les permite enunciar las potencialidades que alcanzan en el diseño curricular.

El aprendizaje del estudiante se da en diversos momentos: durante la explicación del profesor, con la intervención de algún compañero mediante argumentos expuestos, con la interacción de los sistemas informáticos, entre otros. Sin embargo, con base en los objetivos de esta tesis nos limitaremos a considerar los aspectos del análisis de tareas que en relación con los planes que clase sea posible examinar.

El término **Tarea** o **Tarea Escolar** es una propuesta para el alumno que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o de evaluación del aprendizaje. Esta tarea se realiza durante un periodo de formación (en clase o fuera de ella, frente a una plataforma de enseñanzas virtuales o en un ámbito individual sin apoyo directo del profesor) o ante una evaluación coyuntural (Marín, 2005).

Además, se puedan activar uno o varios conceptos ya que parte de un tema matemático², el cual está conformado por estructuras conceptuales o conceptos que pueden ser movilizados por la tarea.

Entonces la primera fase para el análisis de tareas pretende que el profesor identifique los elementos de la estructura conceptual. Y como la resolución de la tarea admite diversas representaciones del concepto, el profesor debe identificar estos elementos desde la perspectiva del conocimiento conceptual.

En una segunda fase se pretende que al profesor, a partir de la identificación de las representaciones del concepto, las relaciones con otras estructuras conceptuales y las expresiones que admite, se le permita identificar las capacidades que necesitan los estudiantes para afrontar y resolver la tarea matemática.

El trabajo del profesor (como diseñador) a un nivel de planificación global se condiciona a prever los objetivos de aprendizaje, el análisis y clasificación de las competencias a implementar durante el curso, también es necesario identificar los diversos contenidos matemáticos que intervienen en las tareas propuestas. Todos estos elementos son proveídos por el análisis cognitivo y el análisis de contenido.

De forma ideal el diseño de los planes de clase pretende alcanzar una enseñanza efectiva. Así las diversas tareas matemáticas que en ellos se describen, en un primer momento, inducen los contenidos a desarrollar en la unidad didáctica bajo la hipótesis que las tareas se han adaptado a los objetivos deseados.

² Los términos “tema matemático” y “concepto matemático” se emplean de manera indistinta.

Bajo las expectativas de los planes de clase editados por la SEP en relación con las tareas matemáticas y a nivel planeación, se han seleccionado de forma global para el análisis de contenido los siguientes indicadores a considerar dentro de una unidad didáctica:

- 1.1 Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.
- 1.2 Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.
- 1.3 Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.
- 1.4 Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.

Internamente al proceso de planeación y en una etapa posterior al análisis de contenido (o conceptual), el profesor selecciona tareas procedentes de diversas fuentes con el fin de adecuarlas a los objetivos que pretende alcanzar en la enseñanza. El conjunto de tareas son ordenadas de forma secuencial en el proceso de aprendizaje; para obtener un acoplamiento satisfactorio a los recursos disponibles.

El profesor al crear sus propias hipótesis acerca de la construcción del conocimiento de los estudiantes dentro de análisis cognitivo, debe también conjeturar acerca de los componentes adjuntos a la tarea matemática, por ejemplo, el tiempo que se dedicara a realizar la acción descrita y la profundización que se dará a la unidad didáctica.

De este modo el Análisis de Tareas facilita una secuencia sistemática de observación y un marco ordenado de decisiones encaminado a seleccionar, modificar o diseñar un conjunto de tareas escolares y organizarlas como una unidad de formación (Marín, 2005). Lo que deja evidenciar que en el diseño de una tarea matemática, se ponen en juego una diversidad de herramientas, que pueden ser empleadas para obtener diferentes objetos y niveles de

investigación vinculados a la planificación. Por lo que si se pretende realizar observaciones acerca del diseño de los planes de clase se pueden elegir una serie de indicadores para estimar el nivel de competitividad en educación secundaria.

Asociados a ciertos objetivos de PISA y en el marco contextual en que se desarrolla esta tesis, se han seleccionado los siguientes indicadores que permiten un análisis de tareas y ponderar de forma integral los planes de clase:

1. Adecuación de la tarea con la planificación de contenidos y objetivos de aprendizaje.
2. Selección adecuada de material didáctico para facilitar la tarea, coherente con el contenido.
3. Acoplamiento del modo de redacción o uso del lenguaje apropiado a la propuesta de acción en la tarea.
4. Inclusión de elementos motivadores derivados del contexto y empleo de gráficas.
5. Secuenciación sistemática de tareas y descripción específica de los productos obtenidos a partir del proceso de aprendizaje.
6. Potenciación de algún tipo de competencia cognitiva genérica en especial.

Diseño y descripción de instrumentos

Una vez seleccionados la serie de indicadores a analizar en los planes de clase para el análisis de contenido, se describen los aspectos teóricos de cada indicador, que se deben de considerar para medir el nivel de desarrollo.

- 1.1 Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.

En el análisis de contenido se pretende identificar y describir de forma estructurada y sistemática la diversidad de significados de una estructura matemática. De acuerdo con Gómez (2002), la estructura conceptual, como herramienta para el análisis de las matemáticas, es la descripción, a nivel de conceptos y relaciones entre ellos de la estructura matemática en cuestión. Por lo tanto, la estructura conceptual no es solamente la enumeración de los conceptos que se encuentran involucrados en la estructura matemática. La construcción de la estructura conceptual es un proceso que se inicia con la identificación de los conceptos y algunas de sus relaciones pero que se desarrolla en la medida en que se tienen en cuenta los sistemas de representación, los modelos y los fenómenos asociados.

1.2 Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.

Centralmente para el análisis de contenido, la estructura conceptual debiera estar representada por la estructura matemática, en todos sus posibles sistemas de representación. Cada uno de estos sistemas de representación aporta un significado. Los sistemas de representación los utilizamos para representar diferentes facetas de un concepto o estructura matemática y se trabaja con los sistemas de representación bajo el supuesto de que se ciñen a un conjunto de reglas que se encuentran condicionadas por las matemáticas, en general, y por el concepto matemático específico en particular.

1.3 Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.

Es importante identificar la relación entre las matemáticas y el contexto donde se desarrollan así como la diversidad de fenómenos que pueden ser organizados por subestructuras de la misma. Un aspecto fundamental del análisis de contenidos es la resolución de problemas que generalmente utilizan elementos y propiedades de la estructura matemática.

En un caso particular se tiene que la resolución de problemas puede generarse a partir del empleo de subestructuras matemáticas que se encuentran en relación con diversos fenómenos. Por lo que se postula en Gómez(2002) el análisis fenomenológico de una estructura matemática consiste en la identificación de las subestructuras correspondientes a esa estructura, de los fenómenos organizados por ellas y la relación entre subestructuras y fenómenos.

1.4 Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.

Gómez (2002) propone denominar el término modelo, para referirse a la tripla (subestructura, fenómeno, relación) en la que la subestructura modeliza el fenómeno de acuerdo con una relación. Esta relación identifica aquellas características estructurales del fenómeno que se pueden presentar con elementos y propiedades de la subestructura en cuestión. Por lo tanto, el término modelo se puede referir a una tripla en la que se identifica un fenómeno específico (...). Dado que la subestructura matemática organiza y caracteriza los fenómenos, en algunas ocasiones se utiliza el término modelo para designar la subestructura misma.

Así, el propósito de la modelización no es únicamente el de describir matemáticamente (en uno o más sistemas de representación) aspectos relevantes de un fenómeno. La potencia de la modelización surge de la capacidad que nos da el modelo matemático (y las propiedades de la estructura matemática que representa) para resolver problemas relacionados con el fenómeno, que no se podrían resolver en el contexto no matemático del fenómeno.

Selección de los planes de clase, contenidos y tablas

Para PISA los contenidos matemáticos los denomina “ideas principales” y son cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre. Para los análisis siguientes seleccionamos el contenido incertidumbre, que involucra el estudio de estadística y probabilidad que hace referencia a la temática involucrada en el tratamiento de datos y azar.

En los programas de clase se menciona que los contenidos se organizan en tres ejes: sentido numérico y pensamiento algebraico, forma, espacio y medida y manejo de la información.

Los tópicos de estadística y probabilidad se encuentran contenidos en el eje de manejo de información, así para el análisis de dichas materias seleccionaremos una serie de planes de clase que estén directamente relacionados con la temática que abordan las materias.

Ahora se propone el empleo de una tabla para el análisis de contenido para cada plan de clase seleccionado, en la cual los renglones muestran los cuatro indicadores seleccionados y las columnas cada uno de los planes seleccionados para su análisis (Tabla 2). Para simplificar la presentación de datos se asigna la siguiente notación para cada indicador en el análisis de contenido:

AC1=Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.

AC2=Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.

AC3=Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.

AC4=Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.

Entonces la tabla empleada para el análisis de contenido en cada plan de clase es:

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: _____ Grado _____	
	Descripción	Evaluación
AC1		
AC2		
AC3		
AC4		

Tabla 2. Análisis de Contenido (plan de clase)

Esta tabla muestra el indicador a analizar y una breve descripción de los aspectos asociados al plan de clase que se encuentra bajo observación así como el espacio para indicar el nombre del plan y el grado al que pertenece. Es importante resaltar que la selección de planes es estrictamente dependiente del tópico de estadística y probabilidad que se encuentran contenidos en el eje manejo de la información, de acuerdo a la clasificación de los ejes temáticos de la SEP.

Debido a la adhesión del análisis con los conceptos de PISA se utilizará la siguiente descripción, representación y notación para evaluar y clasificar la serie de problemas que se proponen en los planes de clase. (Lo sombreado forma parte de un ejemplo que se mencionará más adelante.)

Contexto (situación) ³				
	Personal	Educativa u ocupacional	Pública	Científica
	S1	S2	S3	S4

³Situación y contexto en el que se plantean los problemas y tareas.

Competencia (grupo)⁴			
	Reproducción	Conexión	Reflexión
	C1	C2	C3

Tabla 3. Clasificación de PISA

Por ejemplo para caracterizar una tarea (o problema) en cuanto a su contexto o situación si la tarea pertenece a una situación publicada se escribirá (o indicará) **S3**, y dicha tarea se encuentra en un nivel de competencia clasificada en el grupo de reproducción de acuerdo a PISA se escribirá **C1**.

Otro aspecto importante en el análisis de tareas es su diversificación, que se considera como un indicador para su análisis; para lo cual se asume el empleo de la siguiente notación:

- Resolución de tareas (**D1**).
- Trabajo por proyectos (**D2**).
- Trabajo en grupo (**D3**).
- Búsqueda y selección de información (**D4**).
- Informes escritos (**D5**).
- Exposiciones orales (**D6**).

De forma similar al análisis de contenido se presenta el análisis de tareas en donde se presenta el indicador a evaluar en relación a cada plan de clase y usando la caracterización anterior de situaciones, grupos de competencia y diversificación de tareas, se puede presentar de forma abreviada la asignación que corresponde al programa que está sujeto al análisis. Para lo que se propone el empleo de la siguiente notación para simplificar la descripción de indicadores:

⁴Los tipos de objetivos de aprendizaje que se implican en la resolución del problema influyen en el nivel de dificultad de la tarea y en la posibilidad de que se articule como una propuesta de acción viable.

AT1=Adecuación de la tarea con la planificación de contenidos y objetivos de aprendizaje.

AT2=Selección adecuada de material didáctico para facilitar la tarea, coherente con el contenido.

AT3= Acoplamiento del modo de redacción o uso del lenguaje apropiado a la propuesta de acción en la tarea.

AT4= Inclusión de elementos motivadores derivados del contexto y empleo de gráficas.

AT5=Secuenciación sistemática de tareas y descripción específica de los productos obtenidos a partir del proceso de aprendizaje.

AT6=Potenciación de algún tipo de competencia cognitiva genérica en especial.

AT7= Contexto (situación)

AT8=Competencia (grupo)

AT9= Diversificación de tareas

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: _____ Grado _____					
	Descripción					Evaluación
AT1						
AT2						
AT3						
AT4						
AT5						
AT6						
AT7	S1	S2	S3	S4		
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

Tabla 4. Análisis de tareas (planes de clase)

Capacidades y competencias

En sus investigaciones Rico, Lupiañez y Gómez (Gómez, 2002; Rico y Lupiañez, 2005) describen el procedimiento como una forma de actuación o ejecución de tareas matemáticas, además los clasifican en niveles de conocimiento procedimental:

- i.) Las destrezas que consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra expresión. En esta parte el profesor identifica las relaciones entre diferentes representaciones de un mismo concepto (por ejemplo, la representación gráfica y simbólica de la función cuadrática) y las transformaciones de las expresiones de un concepto dentro de una misma representación (por ejemplo, la complementación de cuadrados como procedimiento para transformar una forma simbólica de la función cuadrática en otra).
- ii.) Los razonamientos se presentan al procesar relaciones entre conceptos y permiten al profesor describir la capacidad de los escolares para relacionar dos o más conceptos dentro de un sistema de representación (por ejemplo, la relación entre el foco y la directriz de la parábola en la representación gráfica de la función cuadrática).
- iii.) Las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse. El profesor debe identificar, describir y caracterizar los fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser organizados (modelizados) por subestructuras de la estructura conceptual. En consecuencia, cuando los estudiantes abordan una tarea cuya formulación involucra fenómenos y no está descrita en lenguaje matemático, su resolución requiere estrategias.

Como anteriormente revisamos el término 'capacidad' asume diversos significados y puede ser empleado en diversas áreas del conocimiento (economía, psicología, física). Sin embargo nosotros emplearemos la

caracterización que proponen investigadores en docencia en el contexto de las “matemáticas escolares”.

Gómez y Lupiáñez (2007) proponen que la descripción del progreso de los estudiantes debe fundamentarse en la identificación, descripción y relación de cinco elementos:

- 1) las capacidades que los escolares tienen antes de la instrucción;
- 2) las capacidades que se espera que los escolares desarrollen con motivo de la instrucción;
- 3) las tareas que conforman la instrucción;
- 4) las dificultades que los escolares pueden encontrar al abordar estas tareas; y
- 5) las hipótesis sobre los caminos por los que se puede desarrollar el aprendizaje.

En función de nuestra intención nos interesamos en lo que proponen para el segundo y tercer elemento, por lo que se dará seguimiento a sus planteamientos;

El término de ‘capacidad’ lo utilizan para referirse a la actuación de un estudiante con respecto a cierto tipo de tarea (por ejemplo, los problemas de transformar una forma simbólica de la función cuadrática -la estándar –en otra – a canónica).

Un individuo ha desarrollado una cierta capacidad cuando él puede resolver tareas que la requieren. Por lo tanto las capacidades:

- son específicas a un tema concreto;
- pueden incluir o involucrar otras capacidades; y
- están vinculadas a tipos de tareas

La noción de capacidad es un elemento que relaciona los aspectos cognitivos (un individuo desarrolla una capacidad), de contenido (es específica a un tema concreto) y de instrucción (se refiere a tipos de tareas o problemas), como se muestra en la Figura 2.

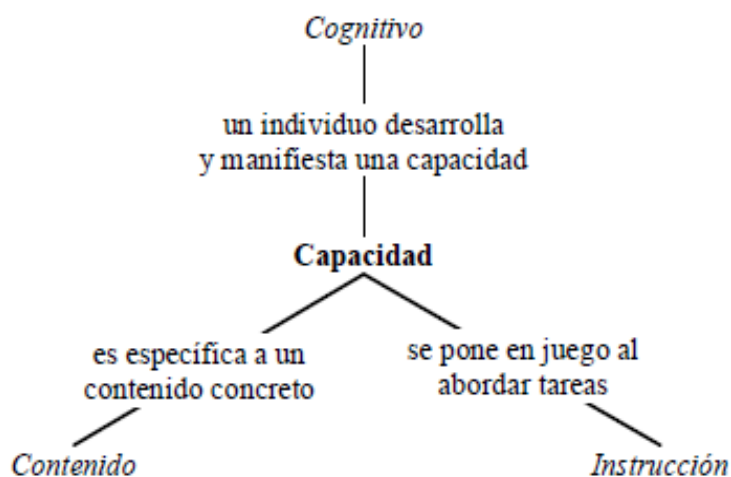


Figura 2. Relaciones de la noción de capacidad (Gómez y Lupiáñez, 2007)

Al considerar el tema de la función cuadrática (Gómez y Lupiáñez) afirman que un estudiante ha desarrollado la capacidad del manejo del significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas cuando haya evidencia de que él puede resolver tareas que impliquen este aspecto. Ejemplos de capacidades específicas que consideran son:

- ❖ Relacionar las diferentes expresiones simbólicas mediante los procedimientos de factorización, expansión y completación de cuadrados.
- ❖ Reconocer e interpretar los coeficientes de las expresiones estándar, multiplicativa y canónica.
- ❖ Identificar e interpretar los principales elementos gráficos de una parábola: vértice, puntos de corte, eje de simetría, foco y directriz.

Dada una estructura conceptual específica es posible identificar la forma en que un estudiante puede movilizar su conocimiento a través de capacidades, las cuales desarrolla constantemente al enfrentarse, por decir, a la resolución de tareas matemáticas.

La movilización de contenidos en el estudiante permite describir su actuación; generando en el profesor la facultad de enunciar de manera concreta las capacidades que se ponen en juego al abordar la tarea que ha diseñado para el desarrollo del contenido matemático.

El desarrollo paulatino de las capacidades en diferentes temas matemáticos, permite que el estudiante cada vez sea más ‘competente en matemáticas’, permitiendo alcanzar objetivos a largo plazo; son objetivos globales que se pretenden alcanzar en el desarrollo de todo el curso al término de un ciclo escolar o al finalizar un nivel educativo.

Por medio de la resolución de una tarea definida, se permite la activación de capacidades en el estudiante, de donde tenemos que dichas capacidades pueden contribuir al desarrollo de una o varias competencias. De esta forma el profesor es capaz de identificar qué competencias se desarrollan en el estudiante con la puesta en práctica de actividades de enseñanza y aprendizaje.

El sentido del término ‘competencia’ que se emplea en el marco del proyecto PISA, manifiesta los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, enfocando la educación a competencias generales que alcanzan los estudiantes al término de su educación secundaria.

En el marco teórico de PISA, se puntualiza en que los fines de la evaluación se centran en lo que el estudiante es capaz de hacer con sus conocimientos y habilidades, más que con el dominio, por lo que serán objetivos que podrán ser evaluados a término de su formación.

Rico (2005) describe que “los objetivos, expresados en término de capacidades o de dominio de determinados conceptos o procedimientos, se

orientan hacia la consecución de una o varias competencias; son expresiones de las prioridades formativas que proponen para un determinado momento. Las competencias generales o procesos, por el contrario, marcan metas a medio y largo plazo, responden a ciclos formativos más amplios y comprensivos”.

Por otro lado, la noción de competencia es central el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- ⊗ expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas
- ⊗ expresa un conjunto de procesos cognitivos generales que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas
- ⊗ concreta variables de tarea para los ítems de la evaluación; destacada por los grados de complejidad
- ⊗ marca niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas (Rico, 2005)

La evaluación de PISA enfrenta a los alumnos a problemas matemáticos provenientes de diversos contextos y situaciones, a través de los cuales deben de identificar las estructuras conceptuales y activar competencias matemáticas para resolverlos.

Como anteriormente se describieron las competencias matemáticas que considera PISA y que para esta tesis usaremos la notación:

- 1) Pensamiento y razonamiento (**PR**),
- 2) Argumentación (**A**),
- 3) Comunicación(**C**),
- 4) Construcción de modelos (**M**),
- 5) Planteamiento y solución de Problemas (**SP**),
- 6) Representación(**R**),
- 7) Utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico (**LS**),
- 8) Empleo de Soportes y Herramientas (**ES**).

Lupiañez y Rico (2005) identifican que “las *competencias cognitivas* se refieren a los conocimientos, capacidades y habilidades que debe desarrollar un estudiante para analizar, razonar y comunicar ideas matemáticas y para llevar a cabo actividades matemáticas”. Distinguen dos tipos de competencias cognitivas:

Competencia Cognitivas Genéricas. “Tienen que ver con las acciones básicas que se ponen en juego al trabajar en matemáticas. Poseen un ámbito de actuación que van más allá de la especificidad de un tópico matemático, en el sentido de que constituyen objetivos de aprendizaje que, por lo general, no se persiguen solo con el trabajo sobre un tema matemático concreto.” Este conjunto de competencias está conformado por tres competencias: *Pensamiento matemático* (que está en relación con la competencia **PR** de PISA), *Justificación* (que está en relación con la competencia **A** de PISA) y *Comunicación*.

Competencias Cognitivas Específicas. “Se refieren a las capacidades y habilidades que debe desarrollar un estudiante en relación al dominio de una estructura conceptual, a las diferentes maneras de representar un tópico matemático, a la descripción de situaciones y contextos con los que se asocia, y a la resolución de problemas relacionados con dicho tópico. Son competencias que están estrechamente vinculadas con la descripción matemática del tópico, que el profesor ya hizo en el análisis de contenido.” Las competencias que se considera están asociadas a este tipo son: *Estructura conceptual* (que está en relación con la competencia **LS** de PISA), *Representación, Fenomenología* (que está en relación con la competencia **SP** de PISA), *Modelización* (que está en relación con la competencia **M** de PISA).

Ahora para caracterizar las capacidades y competencias que se desarrollan en el estudiante en primer lugar es necesario identificar el nivel educativo y grado que se pretende analizar. Posteriormente se encuentra la identificación del contenido temático objetivos y métodos que se pretenden abordar y desarrollar respectivamente en el estudiante con la implementación del plan de clase.

La presencia de los elementos de contenido, objetivos y métodos se cubre y examina con el análisis de contenido para el cual se propuso el empleo de la tabla 2 (Análisis de contenido del plan de clase), lo que permite en cierto grado identificar y asociar una relación con las competencias específicas.

En concordancia con la propuesta de Lupiañez y Rico (2005 pág. 42) de describir las capacidades de una 'manera operativa' se propone el empleo de las siguientes tablas, en donde se identifican las capacidades que se espera se movilicen en el alumno al abordar un tema concreto.

Como la relación de las competencias y planes de clase está en función de la metodología de PISA y el área de incertidumbre para la puntualización de capacidades se consideran las "descripciones resumidas de los seis niveles de competencia en la escala incertidumbre" que se mencionan en el informe PISA(2003, Figura 2.14, pág. 85).

Dichas descripciones muestran las habilidades (o capacidades) concretas que PISA requiere para alcanzar los niveles de competencia que en el estudio se consideran y que por la cercanía corresponde a los tres grupos de competencia que anteriormente describimos, por lo que, se presenta una tabla por cada grupo.

En una forma de identificar las competencias que cada capacidad moviliza se señala su intersección, por ejemplo, la capacidad de "relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar" (ver tabla 4) pretende activar las competencias de: Pensamiento y razonamiento (**PR**), Representación (**R**), Utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico (**LS**).

Así de manera óptima se presentan las capacidades que propone PISA y la serie competencias que se espera se activen en el estudiante, esta forma de visualizar este proceso se ha venido postulando a lo largo del desarrollo de la tesis por lo que se tiene la siguiente clasificación:

Grupo de competencia: Reproducción

Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS	ES
Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas).								
Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.								
Identificar la información pertinente dentro de un tipo de gráfico sencillo y conocido.								
Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.								
Entender y explicar cálculos estadísticos sencillos (por ejemplo, la media)								
Interpretar valores directamente a partir de una representación de datos conocida, como, por ejemplo, un diagrama de barras.								

Tabla 5. Relación entre capacidades y competencias del grupo de reproducción (PISA)

Se puede observar que en este grupo (reproducción) la competencia de Construcción de modelos (**M**), no se han activado, esto se debe a que en las algunas capacidades se menciona el empleo de un concepto matemático y un fenómeno de un contexto matemático pero no se da una relación con fenómenos que se encuentren fuera del contexto por lo que no se asocia ninguna de estas capacidades a esta competencia.

La competencia de Empleo de Soportes y Herramientas (**ES**) no se relaciona a ninguna capacidad ya que no se involucra el empleo de tecnologías de la información. Como estas capacidades en PISA están diseñadas para evaluar lo que el alumno responde en la prueba, el análisis del desarrollo de la esta competencia se podrá inferir a partir de lo que proporcione el análisis de tarea en la tabla la competencia solo es representativa.

Grupo de competencia: Conexión

Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS	ES
Comunicar razonamientos basados en el sentido común								
Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado								
Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido								
Interpretar y leer gráficos no estándar								
Interpretar información tabular								
Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información								
Interpretar textos, incluidos los referentes a contextos desconocidos (científicos), pero sencillos								
Demostrar la comprensión de aspectos referentes a los datos de tablas y gráficos								
Traducir descripciones textuales en cálculos de probabilidad apropiados								
Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos								
Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media)								
Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas								
Elaborar una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo verbal del mundo real («enorme aumento»)								
Utilizar la argumentación matemática basada en datos								
Utilizar el razonamiento numérico								
Realizar cálculos en varios pasos que incluyan operaciones aritméticas básicas y trabajar con porcentajes								

Tabla 6. Relación entre las capacidades y competencias del grupo de conexión (PISA)

Grupo de competencia: Reflexión

Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS	ES
Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos								
Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado								
Identificar y extraer la información pertinente e interpretar y relacionar información procedente de múltiples fuentes (por ejemplo, textos, múltiples tablas, gráficos)								
Utilizar la reflexión y la comprensión en situaciones probabilísticas estándar								
Aplicar conceptos de probabilidad para analizar un fenómeno o una situación desconocidos								
Utilizar el razonamiento proporcional con conceptos estadísticos								
Utilizar el razonamiento en varios pasos basado en datos								
Construir modelos complejos que implican la aplicación de conocimientos probabilísticos y de conceptos estadísticos (por ejemplo, aleatoriedad, muestras, independencia)								
Utilizar cálculos que incluyen la adición, proporciones, multiplicación de números grandes, redondeos, etc., para resolver problemas en contextos estadísticos significativos								
Realizar una secuencia de cálculos relacionados								
Desarrollar y comunicar razonamientos y argumentos probabilísticos								
Interpretar y reflexionar sobre situaciones reales utilizando el conocimiento probabilístico y llevar a cabo los cálculos correspondientes utilizando cálculos proporcionales, números grandes y redondeos								
Demostrar la comprensión de la probabilidad en un contexto práctico								
Utilizar la interpretación, el razonamiento lógico y el entendimiento a un nivel alto dentro de una situación probabilística desconocida								
Utilizar una argumentación rigurosa basada en una interpretación inteligente de los datos								
Utilizar el razonamiento complejo con conceptos estadísticos								
Demostrar la comprensión de ideas básicas sobre el muestreo y realizar cálculos con medias ponderadas o utilizando estrategias de cálculo inteligentes y sistemáticas								
Comunicar argumentos y explicaciones complejas								

Tabla 7. Relación entre las capacidades y competencias del grupo de reflexión (PISA)

IV. RESULTADOS (ANÁLISIS)

Análisis de los planes de clase.

Con fundamento en los indicadores seleccionados para el análisis de contenido, se considera esencial tener un marco orientador, que indique el nivel de desarrollo alcanzado en los planes de clase, de tales, indicadores por lo que se propone utilizar una escala de evaluación.

La escala de evaluación se caracteriza de la siguiente manera:

- Se especifica literalmente descripción de la tarea, los diversos conceptos asociados a desarrollar.
- Se muestran las diversas representaciones del concepto usando ejemplos concretos de ejercicios asociados al concepto y la construcción metodologías asociadas.

1 = Cumple totalmente

0 = Cumple parcialmente

-1= No cumple

Así se propone el empleo de una escala numérica [-1, 0, 1] para medir el nivel de desarrollo de cada indicador del análisis de contenido o análisis cognitivo.

Las siguiente tablas muestran una breve descripción del contenido del plan de clase seleccionado y su respectivo análisis de contenido (**AC**) y el análisis de tareas (**AT**) con una descripción de la forma en que se desarrolla el indicador a evaluar.

Planes de clase primer grado

En el plan de clase B1A8 se desarrollan planteamientos de conteo que permiten caracterizar y generalizar el principio de la multiplicación, emplear permutaciones y combinaciones para solucionar problemas. También se propone el empleo de diagramas y tablas (ver anexo: B1A8, pág. 111).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B1A8	
	Descripción	Evaluación
AC1	La estructura conceptual (conteo) se describe y se propone el uso de diversos recursos asociados al conteo.	1
AC2	Se propone el uso de tablas y diagramas de árbol principalmente para la solución de problemas.	1
AC3	Se propone la resolución de problemas de conteo en un contexto matemático	0
AC4	No se presenta una relación entre el concepto de conteo y la presencia de algún modelo matemático involucrado.	-1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B1A8					
	Descripción					Evaluación
AT1	Los ejercicios corresponden a conteo					1
AT2	Se propone el uso de material didáctico (para diagramas de árbol)					1
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de diagramas					1
AT5	Actividades específicas y seriadas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B3A7 se presentan tablas con información estadística que se pretende sean analizadas y mediante éstas presentar argumentos sencillos de la información contenida. Realizar el cálculo de frecuencia relativa y absoluta (ver anexo: B3A7, pág. 113).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B3A7	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se describen las subestructuras matemáticas: frecuencia relativa y absoluta.	1
AC2	Se pide la organización y construcción de tablas de frecuencia.	1
AC3	Emplea tablas con datos asociados a las ciudades más grandes del mundo, estaturas, calificaciones.	1
AC4	No se presenta un modelo específico solo se limita al análisis de tablas.	-1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B3A7					
	Descripción					Evaluación
AT1	Las tablas de frecuencias corresponden al tema					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B3A8 se pide el estudio y diseño graficas de barras circulares para interpretar y representar información que puede estar presente en diversos contextos de la vida cotidiana. Se abordan los conceptos de frecuencia relativa y absoluta para la construcción de dichas graficas (ver anexo: B3A8).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B3A8	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone el análisis de graficas de barras y circulares.	1
AC2	Se pide la construcción de gráficas para representar las subestructuras matemáticas (frecuencia relativa y absoluta).	1
AC3	Gráficas de barras y circulares con datos provenientes de un contexto ocupacional y personal.	1
AC4	Se propone la construcción de graficas usando frecuencias a partir de la recopilación de datos (edades) en un contexto educativo.	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B3A8					
	Descripción					Evaluación
AT1	La interpretación de tablas y graficas de frecuencias están bien descritas.					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y especifica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B3A9 se describen experimentos aleatorios que permiten identificar el espacio muestral y el cálculo de probabilidad de ocurrencia de determinados eventos asociados al lanzamiento de monedas y dados principalmente. Se propone caracterizar y emplear los axiomas de probabilidad (ver anexo: B3A9).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B3A9	
	Descripción	Evaluación
AC1	La estructura matemática (probabilidad) se caracteriza con sus axiomas.	1
AC2	Uso de los resultados del experimento en términos de probabilidades.	1
AC3	Los experimentos que se proponen involucran fenómenos de probabilidad sencillos	1
AC4	Se presenta el fenómeno en un contexto matemático pero no se da una relación con áreas no matemáticas.	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B3A9					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	Se propone el empleo de monedas y dados para el experimento					1
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B5A4 se describen dos experimentos aleatorios (sencillos lanzar monedas y dados) que permiten analizar las condiciones en las que un evento tiene la misma probabilidad de ocurrir y el caso cuando no es justo el experimento (ver anexo: B5A4).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B5A4	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se proponen dos experimentos para trabajar en las subestructuras de (equiprobables y no equiprobables)	1
AC2	Se plantea representar los datos en tablas para determinar el espacio muestral	1
AC3	Los dos problemas propuestos muestran la conexión entre de la estructura matemática	1
AC4	Se muestra la relación entre dos fenómenos y las subestructuras pero no salen del contexto matemático	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B5A4					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B5A6 se calculan las medidas de tendencia central de un conjunto de datos representado en dos tablas diferentes, el análisis pretende dar argumentos concernientes a los datos presentados en las gráficas (ver anexo: B5A6).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B5A6	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone el análisis de gráficas para interpretar medidas de tendencia central	1
AC2	Asume representación gráfica, simbólica y algebraica	1
AC3	Se propone dos problemas para identificar las subestructuras conceptuales (media, mediana y moda)	1
AC4	No se muestra un patrón o modelo que implique el empleo de las medidas de tendencia central	-1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B5A6					
	Descripción				Evaluación	
AT1	Se describe la estructura matemática				1	
AT2	No muestra selección de material didáctico				0	
AT3	Redacción clara y específica de actividades				1	
AT4	Empleo de tablas y graficas				1	
AT5	Actividades secuenciales bien definidas				1	
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

Planes de clase segundo grado

En el plan de clase B1A10 se presenta un polígono de frecuencia a partir del cual se pretende que el estudiante conjeture con el análisis de este tipo de gráfico, también se da un conjunto de datos a partir del cual se espera construir el polígono de frecuencia (ver anexo: B1A10).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B1A10	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone el análisis polígonos de frecuencia	1
AC2	Se pide la construcción de polígonos de frecuencia para representar conjuntos de datos	1
AC3	Se da relación del empleo de polígonos de frecuencia en la temperatura de dos pacientes	1
AC4	Se propone trabajar con ejercicios de un contexto no matemático pero no se generaliza ningún procedimiento	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B1A10					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	Se recomienda usar graficas de periódicos y revistas					1
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3		S4
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B2A7 se presentan diversas situaciones con conjuntos de datos a partir de los cuales se pretende interpretar la representación de las medidas de tendencia central también se presenta una gráfica a partir del cual se pretende calcular dichas medias (ver anexo: B2A7).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B2A7	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se describe la obtención de medidas de tendencia central para datos agrupados	1
AC2	Se pide el análisis de un conjunto de datos y se guía el llenado de tablas de frecuencia de clase	1
AC3	Se proponen diversos problemas que pertenecen a fenómenos sociales principalmente	1
AC4	Se propone analizar la relación entre los fenómenos y las subestructuras en cuestión(medidas de tendencia central)	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B2A7					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y gráficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2	S3		S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B4A4 se pide el cálculo de probabilidades de eventos relacionados al lanzamiento de dados y proponen arreglos matriciales para representar y visualizar el espacio muestral. Calcular las probabilidades donde se dan eventos diferentes relacionadas lanzar monedas y dados (ver anexo: B4A4).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B4A4	
	Descripción	Evaluación
AC1	Descripción del espacio muestral de determinados experimentos	1
AC2	Se propone el empleo de tablas para representar el espacio muestral	1
AC3	Los ejercicios propuestos son comúnmente presentados en probabilidad (lanzar dados y monedas)	0
AC4	Se propone la relación de probabilidades asociadas a eventos relacionados con situaciones personales.	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B4A4					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B4A5 se presentan graficas de líneas para interpretar y analizar las principales características de un fenómeno determinada. A partir de las observaciones se pretende dar las bases para la toma de decisiones en una situación concreta (ver anexo: B4A5).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B4A5	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone la interpretación de graficas de línea	1
AC2	Se muestran alunas representaciones graficas de fenómenos naturales	1
AC3	Se pide analizar graficas de línea que representan diversos fenómenos físicos (temperatura precipitación)	1
AC4	A partir de la relación entre las gráficas de línea y los fenómenos (naturales, sociales) involucrados tomar decisiones	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B4A5					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	Propone el uso de rota folio o proyector de acetatos para la presentación de graficas					1
AT3	Redacción clara y especifica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3		S4
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B4A6 se muestran dos graficas de líneas a partir de las cuales se pide abstraer información para tratar de caracterizar un modelo del comportamiento de los fenómenos asociados a las gráficas. Se dan condiciones del fenómeno y se pide trazar la gráfica representativa (ver anexo: B4A6).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B4A6	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone el análisis graficas aunque no se describe explícitamente la estructura conceptual involucrada	0
AC2	Se pide la construcción y análisis de graficas lineales que representan determinado relaciones con fenómenos físicos	1
AC3	Se presenta una serie de cuestionamientos a partir de los cuales en necesario usar datos estadísticos	1
AC4	Se pide modelar mediante el uso de graficas el comportamiento de un fenómeno	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B4A6					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	Propone el uso de rota folio					1
AT3	Redacción clara y especifica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3		S4
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B5A4 se parte de situaciones de juegos de azar sencillos y el cálculo de probabilidades para eventos mutuamente excluyentes, empleando simbología matemática para contextualizar el lenguaje común a los eventos descritos (ver anexo: B5A4).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B5A4	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se describe la subestructura conceptual (eventos mutuamente excluyentes) involucrada	1
AC2	Se describen los procedimientos involucrados en el análisis del experimento aleatorio	1
AC3	Los problemas son experimentos de probabilidad bien definidos	1
AC4	Se muestra la relación entre un experimento y conceptos de probabilidad pero solo es descriptivo	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B5A4					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					1
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y gráficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

Planes de clase de tercer grado

En el plan de clase B1A7 se plantea el diseño y presentación de datos mediante el experimento de hacer una encuesta entre los estudiantes a fin de presentar un análisis estadístico que dependa de las consideraciones que el equipo pretenda observar (ver anexo: B1A7).

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B1A7	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone un diseño y análisis estadístico a partir de una pregunta pero no especifica la conexión que debe tener con los conceptos de estadística implicados	0
AC2	La propuesta de presentación de datos no detalla el empleo de estadísticos o representaciones es abierta	0
AC3	Se propone partir de un experimento observado en un contexto público y proponer un procedimiento para la recolección y presentación de datos	1
AC4	.Se puede presentar una relación entre conceptos y estructuras pero no se aplica la profundización del fenómeno	0

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B1A7					
	Descripción					Evaluación
AT1	No se describe la estructura matemática					0
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y gráficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B2A5 se presentan dos tablas que muestran los índices de calidad de vida y de deserción a nivel secundaria a partir de los cuales se plantean preguntas que implican el análisis e interpretación de dichos índices. (Ver anexo B2A5.)

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B2A5	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se propone el análisis de tablas que involucran índices pero no se especifica la el concepto matemático explícitamente	0
AC2	Se muestran las tablas donde se usan indicadores lo que implica una forma de representación información	1
AC3	El objetivo principal involucra el análisis de dos fenómenos que proceden de situaciones publicas	1
AC4	Las preguntas solo permiten una reflexión para explicar los niveles de cada índice.	-1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B2A5					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					0
AT2	No describe uso del material didáctico					0
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2	S3		S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B2A6 se pide el desarrollo de simulaciones para experimentos aleatorios (como lanzar una dado, una pirinola o un dardo), posteriormente se plantea un problema que siguiere ser resuelto mediante una simulación de un experimento probabilístico sencillo. (Ver anexo B2A6.)

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B2A6	
	Descripción	Evaluación
AC1	Los experimentos simulados no especifican los conceptos probabilísticos que se pretenden abordar.	0
AC2	No se muestra una notación específica para relacionar los eventos y los resultados del experimento sin embargo se plantean problemas en un contexto probabilístico.	0
AC3	El planteamiento de problemas procedentes de contextos públicos permite su resolución por medio de simulaciones de experimentos sencillos para tener el conjunto de soluciones.	1
AC4	Se pretende que mediante la reproducción del lanzamiento de dados se simulen situaciones y al analizar los resultados poder conjeturar para situaciones similares.	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B2A6					
	Descripción					Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática					0
AT2	No describe uso del material didáctico					1
AT3	Redacción clara y específica de actividades					1
AT4	Empleo de tablas y graficas					1
AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3	S4	
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B4A4 se propone analizar el interés simple y compuesto para solucionar un problema de un contexto escolar a fin de observar graficas que muestran un crecimiento lineal y exponencial. (Ver anexo B4A4.)

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B4A4	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se parte de un problema que mediante su análisis tiene como objetivo identificar, caracterizar y definir dos conceptos matemáticos (interés simple y compuesto).	1
AC2	Se propone representar dichos conceptos matemáticos por medio de gráficas y el empleo de lenguaje algebraico para complementar información.	1
AC3	Se desarrolla el análisis de una situación que comúnmente se presenta en la sociedad (préstamos bancarios), es intuitiva la forma de ir analizando los intereses que ofrecen los bancos en el problema planteado.	1
AC4	El análisis de una gráfica que muestra un conjunto de datos con una tendencia exponencial permite predecir acerca del comportamiento de ventas del producto.	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B4A4		
	Descripción	Evaluación	
AT1	Se describe la estructura matemática	1	
AT2	No describe uso del material didáctico	1	
AT3	Redacción clara y específica de actividades	1	
AT4	Empleo de tablas y graficas	1	
AT5	Actividades secuenciales bien definidas	1	
AT6	PR	A	C

AT7	S1	S2	S3	S4		
AT8	C1	C2	C3			
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

En el plan de clase B4A5 se presentan tres ejemplos de fenómenos procedentes de diversas fuentes en donde se pretende analizar, interpretar y poder formalizar un argumento sustentable para explicar los resultados. (Ver anexo B4A5.)

Análisis de Contenido (AC):

Indicador	Plan de Clase: B4A5	
	Descripción	Evaluación
AC1	Se presentan tres fenómenos que involucran un análisis complejo de representación y variables de respuesta pero no se especifican los conceptos matemáticos empleados	0
AC2	Se propone el empleo de gráficas y que representen las variables en función del tiempo y longitud.	1
AC3	El ejercicio se centra en el análisis y descripción de tres fenómenos procedentes de contextos públicos principalmente.	1
AC4	Se pretende inferir en los resultados al proyectar el consumo de calorías y estimar el cálculo del PIB de forma intuitiva.	1

Análisis de Tareas (AT):

Indicador	Plan de Clase: B4A5	
	Descripción	Evaluación
AT1	Se describe la estructura matemática	0
AT2	Se describe uso del material didáctico	1
AT3	Redacción clara y específica de actividades	1
AT4	Empleo de tablas y graficas	1

AT5	Actividades secuenciales bien definidas					1
AT6	PR		A		C	
AT7	S1	S2		S3		S4
AT8	C1		C2		C3	
AT9	D1	D2	D3	D4	D5	D6

Resumen de Resultados AC

Una forma de visualizar de forma sintética los resultados del análisis de contenido es la presentación de tablas que resumen los resultados de tipo numérico que fueron obtenidos en el análisis de cada plan de clase de acuerdo a su respectivo grado.

Análisis de Contenido primer grado (AC):

Indicadores	Planes de Clase						
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	Σ
	B1A8	B3A7	B3A8	B3A9	B5A4	B5A6	
Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.	1	1	1	1	0	1	5
Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.	1	1	1	1	1	1	6
Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.	1	1	0	1	1	1	5
Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.	0	1	0	1	1	0	3

Tabla 8 Análisis de contenidos primer grado

Análisis de contenido segundo grado (AC):

Indicadores	Planes de Clase						
	P7 B1A10	P8 B2A7	P9 B4A4	P10 B5A5	P11 B4A6	P12 B5A	Σ
Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.	1	1	1	1	1	1	6
Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.	1	1	1	1	1	1	6
Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.	0	1	1	1	1	1	5
Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.	-1	-1	1	0	0	-1	-2

Tabla 9 Análisis de contenidos segundo grado

Análisis de contenido tercer grado (AC):

Indicadores	Planes de Clase					
	P13 B1A7	P14 B2A5	P15 B2A6	P16 B4A4	P17 B4A5	Σ
Descripción de contenidos. Establecimiento de relaciones entre ellos mediante la Estructura Conceptual.	0	1	0	1	0	2
Selección de Sistemas de Representación, utilizados en los diferentes conceptos y procedimientos.	0	1	0	1	1	3
Selección de fenómenos relacionados con la unidad didáctica.	1	1	1	1	1	5
Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático.	0	-1	0	1	1	1

Tabla 10 Análisis de contenidos tercer grado

Es importante considerar que para el caso de primer y segundo grado al seleccionar seis planes de clase para cada grupo, el rango de resultados para cada indicador puede encontrarse entre en el intervalo de menos seis a seis, ya que se usa la escala $[-1,0 1]$ para ponderar cada plan de clase. En el caso de tercer grado los resultados para se pueden encontrar en el intervalo de menos cinco a cinco usando la misma escala numérica.

De forma general para primer grado los tres primeros indicadores se muestran completos y sin diferencias significativas, en el caso del cuarto indicador (Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático) se observa que los planes de clase no trabajan sobre el diseño y construcción de modelos matemáticos.

En el caso de segundo grado el caso es análogo a primero, los tres primeros indicadores se muestran completos el problema se agudiza en el cuarto indicador donde se muestra un resultado muy ineficiente para este conjunto de planes. Dada la estrecha relación con el tercer indicador en la selección de fenómenos se muestra que si es suficiente pero no se da el paso a la construcción de modelos matemáticos.

Para tercer grado el problema se centra en que los dos primeros indicadores que relacionan la descripción de contenidos y los sistemas de representación respectivamente no se desarrollan de forma suficiente, una posible explicación a esto es que algunos planes de clase están como complemento de los planes de los grados anteriores o bien usan conceptos e información de planes anteriores, sin embargo sería conveniente presentar los planes completamente estructurados.

Otra observación muestra que la parte de fenomenología se desarrolla bien sin embargo falta dar las relaciones para que el estudiante pueda construir sus propios modelos a partir del diseño de actividades que permitan formalizar las estructuras matemáticas de una manera más abstracta.

Primer grado

Grupo de competencia: Reproducción

Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 5) en relación al grupo de reproducción que se desarrollan o activan en los planes de clase de primer grado analizados son las siguientes respectivamente:

- *Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas).* Se desarrolla en **B3A9**.
- *Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.* Se desarrolla en **B1A8**.
- *Identificar la información pertinente dentro de un tipo de gráfico sencillo y conocido.* Se desarrolla en **B1A8**, **B3A8** y **B5A6**.
- *Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.* Se desarrolla en **B3A7**, **B3A8** y **B5A6**.
- *Entender y explicar cálculos estadísticos sencillos (por ejemplo, la media).* Se desarrolla en **B1A8** y **B5A6**.
- *Interpretar valores directamente a partir de una representación de datos conocida, como, por ejemplo, un diagrama de barras.* Se desarrolla en **B3A8** y **B5A6**.

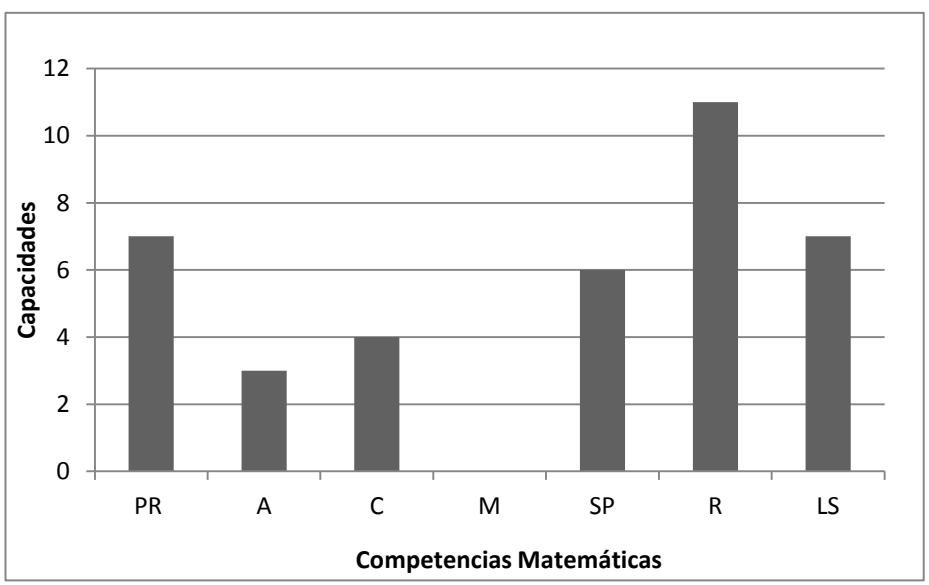
Dentro de esta clasificación es importante observar que el total de capacidades que PISA (ver Tabla 5) propone para el desarrollo de competencias en el grupo de reproducción todas se activan.

Una forma de visualizar y relacionar las capacidades que se activan en los planes de clase y las competencias presentadas en PISA considerando el número de veces que se desarrolla cada una en los planes es la siguiente:

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas).	1				1		1
1	Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.		1				1	1
3	Identificar la información pertinente dentro de un tipo de gráfico sencillo y conocido.	3					3	3
3	Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.	3				3	3	
2	Entender y explicar cálculos estadísticos sencillos (por ejemplo, la media)		2	2			2	2
2	Interpretar valores directamente a partir de una representación de datos conocida, como, por ejemplo, un diagrama de barras.			2		2	2	

Tabla 11 Análisis de capacidades primer grado grupo de reproducción

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 1 Capacidades activadas grupo de reproducción primer grado

Grupo de competencia: Conexión

Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 6) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de primer grado son las siguientes:

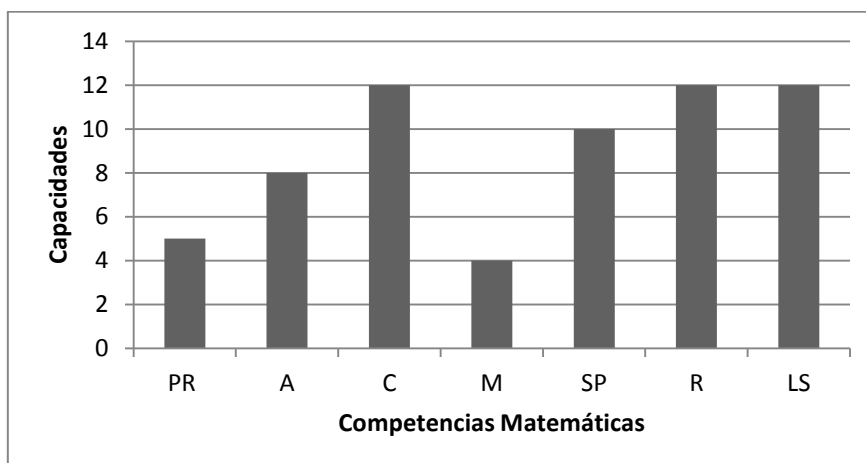
- *Comunicar razonamientos basados en el sentido común.* Se desarrolla en **B3A7, B3A9, B5A4 y B5A6.**
- *Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado.* Se desarrolla en **B3A8, B3A9, y B5A6.**
- *Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido.* Se desarrolla en **B3A9 y B5A4.**
- *Interpretar y leer gráficos no estándar.* Se desarrolla en **B3A8.**
- *Interpretar información tabular.* Se desarrolla en **B3A7, B3A8 y B3A9.**
- *Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información.* Se desarrolla en **B5A4 y B5A6.**
- *Traducir descripciones textuales en cálculos de probabilidad apropiados.* Se desarrolla en **B5A4.**
- *Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos.* Se desarrolla en **B5A6.**
- *Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media).* Se desarrolla en **B5A4 y B5A6.**
- *Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas.* Se desarrolla en **B5A4.**
- *Utilizar la argumentación matemática basada en datos.* Se desarrolla en **B5A6.**
- *Utilizar el razonamiento numérico.* Se desarrolla en **B5A6.**

Hay capacidades que no se activan en los planes de clase analizados para segundo grado del grupo de conexión (ver Tabla 6) de acuerdo a las que se proponen en PISA, usando la información anterior se tiene la siguiente tabla que muestra la relación entre las capacidades activadas y las veces que se repiten en los planes de clase:

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
4	Comunicar razonamientos basados en el sentido común			4				
3	Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado	3				3	3	3
2	Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido		2		2	2	2	
1	Interpretar y leer gráficos no estándar			1				1
3	Interpretar información tabular			3				3
2	Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información		2	2				2
1	Traducir descripciones textuales en cálculos de probabilidad apropiados			1			1	1
1	Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos			1		1	1	1
2	Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media)	2	2		2	2	2	
1	Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas					1	1	
1	Utilizar la argumentación matemática basada en datos		1				1	1
1	Utilizar el razonamiento numérico		1			1	1	

Tabla 12 Análisis de capacidades primer grado grupo de conexión

En la siguiente gráfica se muestran las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 2 Capacidades activadas grupo de conexión primer grado

Grupo de competencia: Reflexión

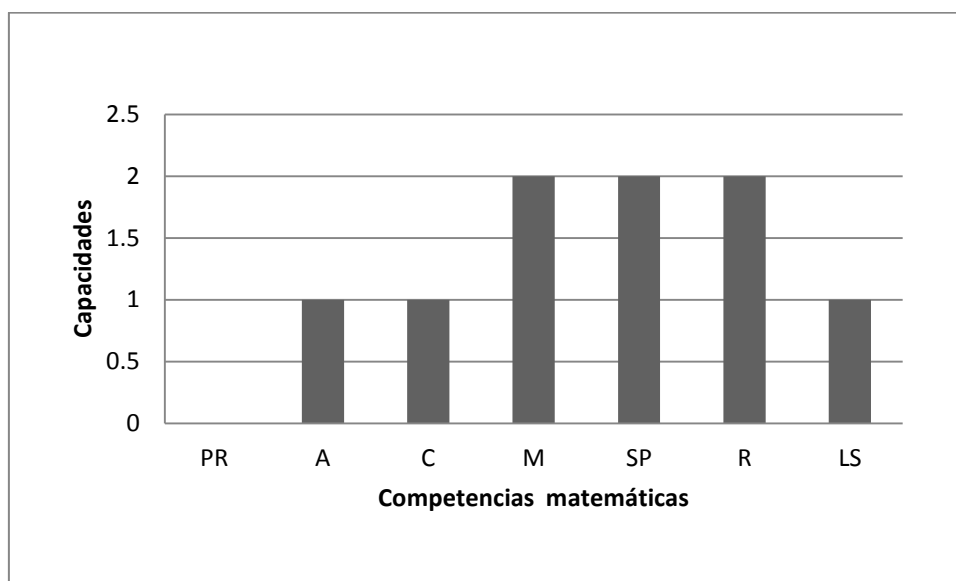
Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 7) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de primer grado son las siguientes:

- *Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos.* Se desarrolla en **B5A4**.
- *Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado.* Se desarrolla en **B5A4**.
- *Utilizar la reflexión y la comprensión en situaciones probabilísticas estándar.* Se desarrolla en **B5A4**.

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos			1	1	1	1	
1	Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado						1	1
1	Utilizar la reflexión y la comprensión en situaciones probabilísticas estándar		1		1	1		

Tabla 13 Análisis de capacidades primer grado grupo de reflexión

En la siguiente gráfica se muestran las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 3 Capacidades activadas grupo de reflexión primer grado

Segundo grado

Grupo de competencia: Reproducción

Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 5) en relación al grupo de reproducción que se desarrollan o activan en los planes de clase de segundo grado analizados son las siguientes respectivamente:

- *Identificar la información pertinente dentro de un tipo de gráfico sencillo y conocido.* Se desarrolla en **B1A10**.
- *Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.* Se desarrolla en **B1A10** y **B2A7**.
- *Entender y explicar cálculos estadísticos sencillos (por ejemplo, la media).* Se desarrolla en **B2A7**.
- *Interpretar valores directamente a partir de una representación de datos conocida, como, por ejemplo, un diagrama de barras.* Se desarrolla en **B1A10** y **B2A7**.

Dentro de esta clasificación es importante observar que dentro del total de seis capacidades que PISA (Tabla 5) propone para el desarrollo de competencias en el grupo de reproducción solo se activan cuatro. Las capacidades que no se activan para segundo grado del grupo de reproducción son las siguientes:

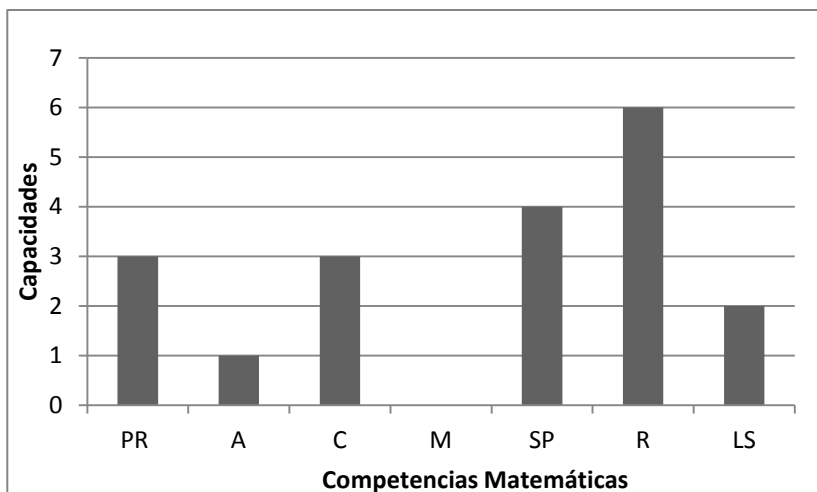
- Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas)
- Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.

Una forma de visualizar y relacionar las capacidades que se activan en los planes de clase y las competencias presentadas en PISA considerando el número de veces que se desarrolla cada una en los planes es la siguiente:

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Identificar la información pertinente dentro de un tipo de gráfico sencillo y conocido.	1					1	1
2	Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.	2				2	2	
1	Entender y explicar cálculos estadísticos sencillos (por ejemplo, la media)		1	1			1	1
2	Interpretar valores directamente a partir de una representación de datos conocida, como, por ejemplo, un diagrama de barras.			2		2	2	

Tabla 14 Análisis de capacidades segundo grado grupo de reproducción

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 4 Capacidades activadas grupo de reproducción segundo grado.

Grupo de competencia: Conexión

Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 6) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de segundo grado son las siguientes:

- *Comunicar razonamientos basados en el sentido común.* Se desarrolla en **B5A5**.
- *Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado.* Se desarrolla en **B1A10, B2A7, B4A6** y **B5A5**.
- *Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido.* Se desarrolla en **B4A4** y **B5A4**.
- *Interpretar y leer gráficos no estándar.* Se desarrolla en **B1A10, B2A7, B5A5** y **B4A6**.
- *Interpretar información tabular.* Se desarrolla en **B1A10, B4A4** y **B5A4**.
- *Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información.* Se desarrolla en **B1A10, B4A4, B5A4** y **B2A7**.
- *Interpretar textos, incluidos los referentes a contextos desconocidos (científicos), pero sencillos.* Se desarrolla en **B2A7, B4A6** y **B5A4**.

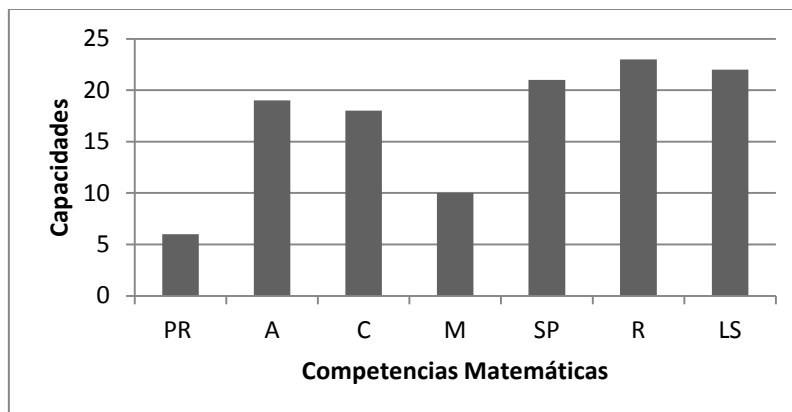
- *Demostrar la comprensión de aspectos referentes a los datos de tablas y gráficos. y*
- *Traducir descripciones textuales en cálculos de probabilidad apropiados. Se desarrolla en **B5A5** y **B5A4**.*
- *Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos. Se desarrolla en **B1A10**.*
- *Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media). Se desarrolla en **B2A7** y **B4A4**.*
- *Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas. Se desarrolla en **B5A4** y **B5A4**.*
- *Elaborar una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo verbal del mundo real («enorme aumento»). Se desarrolla en **B5A5** y **B4A6**.*
- *Utilizar la argumentación matemática basada en datos. Se desarrolla en **B4A4**, **B4A6**, **B5A5** y **B2A7**.*
- *Utilizar el razonamiento numérico. Se desarrolla en **B4A4**.*

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Comunicar razonamientos basados en el sentido común			1				
4	Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado	4				4	4	4
2	Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido		2		2	2	2	
4	Interpretar y leer gráficos no estándar			4				4
3	Interpretar información tabular			3				3
4	Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información		4	4				4
3	Interpretar textos, incluidos los referentes a contextos desconocidos (científicos), pero sencillos			3		3	3	

4	Demostrar la comprensión de aspectos referentes a los datos de tablas y gráficos		4		4	4		
2	Traducir descripciones textuales en cálculos de probabilidad apropiados			2			2	2
1	Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos			1		1	1	1
2	Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media)	2	2		2	2	2	
2	Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas					2	2	
2	Elaborar una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo verbal del mundo real («enorme aumento»)		2		2	2	2	
4	Utilizar la argumentación matemática basada en datos		4				4	4
1	Utilizar el razonamiento numérico		1			1	1	

Tabla 15 Análisis de capacidades segundo grado grupo de conexión

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 5 Capacidades activadas grupo de conexión en segundo grado.

Grupo de competencia: Reflexión

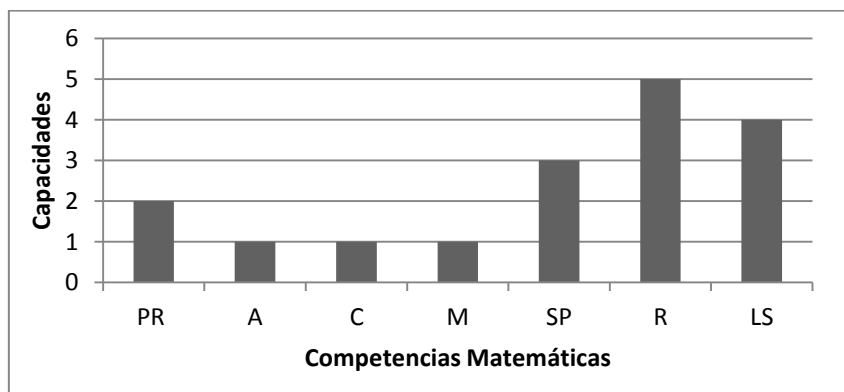
Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 7) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de segundo grado son las siguientes:

- Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos. Se desarrolla en **B5A4**.
- Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado. Se desarrolla en **B5A4**.
- Identificar y extraer la información pertinente e interpretar y relacionar información procedente de múltiples fuentes (por ejemplo, textos, múltiples tablas, gráficos). Se desarrolla en **B5A4 y B5A5**.
- Utilizar la reflexión y la comprensión en situaciones probabilísticas estándar. Se desarrolla en **B5A5**.

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos			1	1	1	1	
1	Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado						1	1
2	Identificar y extraer la información pertinente e interpretar y relacionar información procedente de múltiples fuentes (por ejemplo, textos, múltiples tablas, gráficos)	2				2	2	2
1	Utilizar el razonamiento en varios pasos basado en datos		1				1	1

Tabla 16 Análisis de capacidades segundo grado grupo de reflexión

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 6 Capacidades activadas grupo de reflexión en segundo grado.

Tercer grado

Grupo de competencia: Reproducción

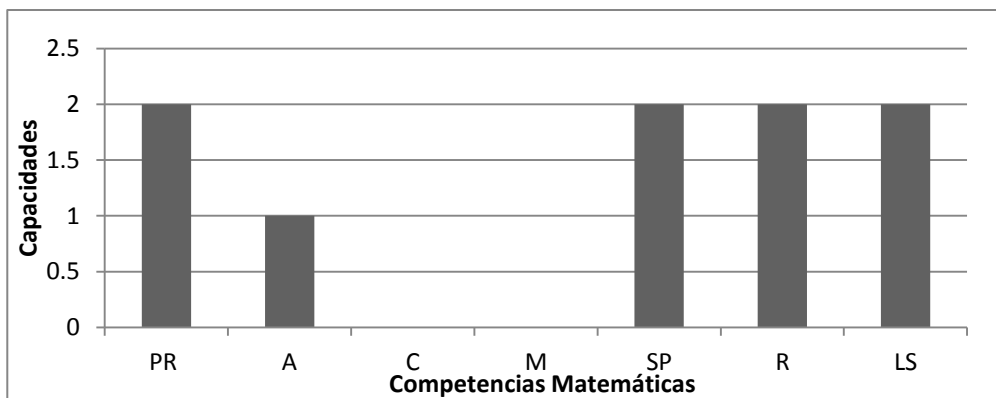
Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 5) en relación al grupo de reproducción que se desarrollan o activan en los planes de clase de tercer grado analizados son las siguientes respectivamente:

- *Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas).* Se desarrolla en **B2A6**.
- *Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.* Se desarrolla en **B2A6**.
- *Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.* Se desarrolla en **B1A7**.

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Entender conceptos de probabilidad básica en el contexto de un experimento sencillo conocido (por ejemplo, relacionado con dados o monedas).	1				1		1
1	Enumerar y contar de forma sistemática los resultados combinatorios de unas situaciones de juegos de azar bien definidas.		1				1	1
1	Relacionar un texto con su gráfico correspondiente, dentro de un contexto común y familiar.	1				1	1	

Tabla 17 Análisis de capacidades tercer grado grupo de reproducción

En la siguiente gráfica se muestran las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 7 Capacidades activadas grupo de reproducción tercer grado.

Grupo de competencia: Conexión

Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 6) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de tercer grado son las siguientes:

- *Comunicar razonamientos basados en el sentido común.* Se desarrolla en **B1A7, B2A5, B4A4 y B4A5.**
- *Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado.* Se desarrolla en **B1A7, B2A5, B2A6, B4A4 y B4A5.**
- *Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido.* Se desarrolla en **B1A7 y B2A6.**
- *Interpretar y leer gráficos no estándar.* Se desarrolla en **B4A4 y B4A5.**
- *Interpretar información tabular.* Se desarrolla en **B2A5, B2A6 y B4A4.**
- *Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información.* Se desarrolla en **B2A5, B4A4 y B4A5.**
- *Interpretar textos, incluidos los referentes a contextos desconocidos (científicos), pero sencillos.* Se desarrolla en **B4A4 y B4A5.**
- *Demostrar la comprensión de aspectos referentes a los datos de tablas y gráficos.* Se desarrolla en **B4A4.**
- *Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos.* Se desarrolla en **B1A7, B2A6, B4A4 y B4A5.**

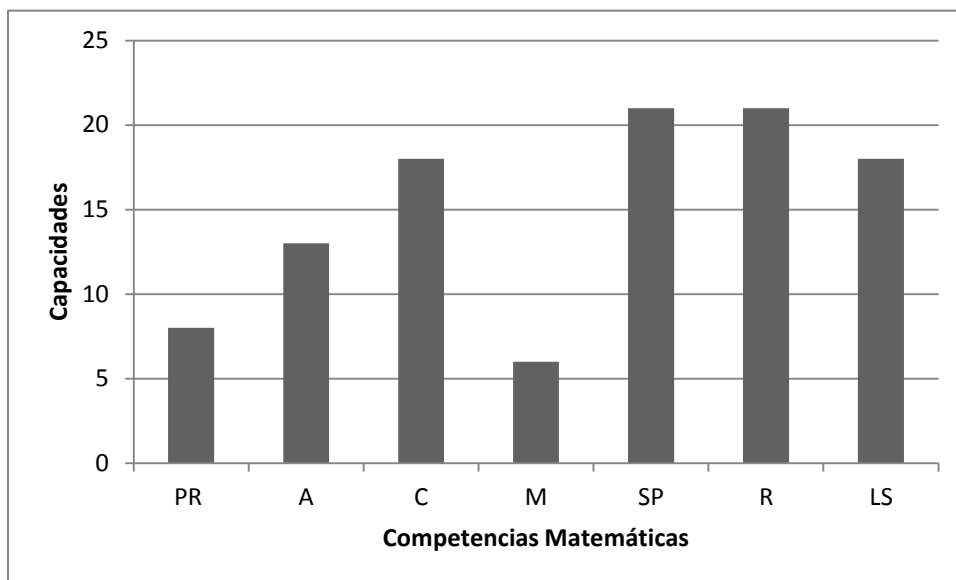
- Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas. Se desarrolla en **B1A7**.
- Elaborar una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo verbal del mundo real («enorme aumento»). Se desarrolla en **B4A5**.
- Utilizar la argumentación matemática basada en datos. Se desarrolla en **B2A5**.
- Utilizar el razonamiento numérico. Se desarrolla en **B2A6**, **B4A4** y **B4A5**.
- Realizar cálculos en varios pasos que incluyan operaciones aritméticas básicas y trabajar con porcentajes. Se desarrolla en **B4A4**.

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
4	Comunicar razonamientos basados en el sentido común			4				
5	Entender aspectos relacionados con la presentación de los datos, por ejemplo, el sentido numérico; enlazar información relacionada de diferentes tablas; relacionar los datos con el tipo de gráfico adecuado	5				5	5	5
2	Utilizar el razonamiento para identificar resultados de probabilidad en el contexto de un experimento de probabilidad complejo, pero conocido y bien definido		2		2	2	2	
2	Interpretar y leer gráficos no estándar			2				2
3	Interpretar información tabular			3				3
3	Extraer información de una tabla y comunicar un argumento sencillo a partir de dicha información		3	3				3
2	Interpretar textos, incluidos los referentes a contextos desconocidos (científicos), pero sencillos			2		2	2	
1	Demostrar la comprensión de aspectos referentes a los datos de tablas y gráficos		1		1	1		
4	Identificar y seleccionar datos procedentes de varios gráficos estadísticos y realizar cálculos básicos			4		4	4	4
2	Demostrar la comprensión de conceptos y definiciones estadísticas básicas (probabilidad, valor esperado, aleatoriedad, media)	2	2		2	2	2	

1	Utilizar el conocimiento de la probabilidad básica para resolver problemas					1	1	
1	Elaborar una explicación matemática básica de un concepto cuantitativo verbal del mundo real («enorme aumento»)		1		1	1	1	
1	Utilizar la argumentación matemática basada en datos		1				1	1
3	Utilizar el razonamiento numérico		3			3	3	
1	Realizar cálculos en varios pasos que incluyan operaciones aritméticas básicas y trabajar con porcentajes	1						1

Tabla 18 Análisis de capacidades tercer grado grupo de conexión

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 8 Capacidades activadas grupo de conexión en tercer grado.

Grupo de competencia: Reflexión

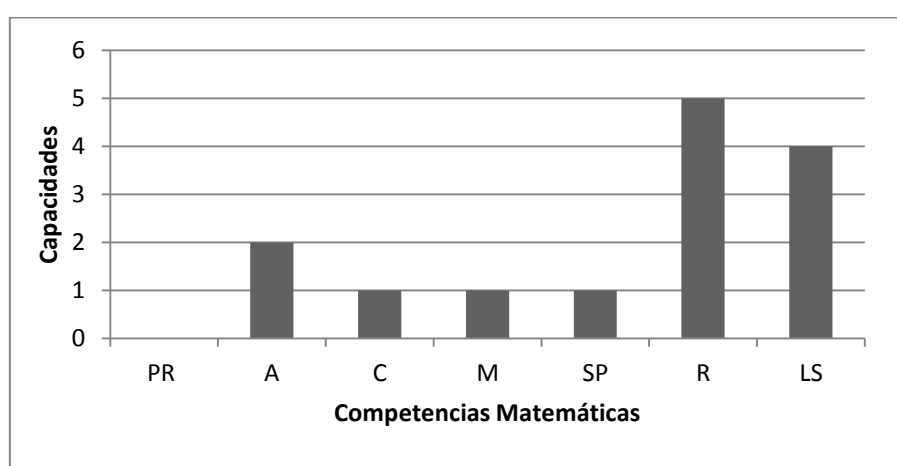
Las capacidades propuestas por PISA (ver Tabla 7) en relación al grupo de conexión que se desarrollan o activan en los planes de clase de tercer grado son las siguientes:

- Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos. Se desarrolla en **B4A5**.
- Identificar y extraer la información pertinente e interpretar y relacionar información procedente de múltiples fuentes (por ejemplo, textos, múltiples tablas, gráficos). Se desarrolla en **B4A4** y **B4A5**.
- Utilizar el razonamiento en varios pasos basado en datos. Se desarrolla en **B4A4** y **B4A5**.

Núm. de repetición	Capacidades\Competencias Matemáticas	PR	A	C	M	SP	R	LS
1	Interpretar los resultados de un experimento probabilístico desconocido y reflexionar sobre ellos			1	1	1	1	
2	Interpretar textos que utilizan un lenguaje técnico y traducirlos a un cálculo de probabilidades adecuado						2	2
2	Utilizar el razonamiento en varios pasos basado en datos		2				2	2

Tabla 19 Análisis de capacidades tercer grado grupo de reflexión

En la siguiente gráfica aparecen ilustradas las veces en que cada una de las competencias se moviliza.



Gráfica 9 Capacidades activadas grupo de reflexión en tercer grado.

V. CONCLUSIONES

El éxito de una sociedad se encuentra fundamentado en la forma que ésta se encuentra preparada para los desafíos que se le presentan. Es aquí donde a través de la educación se construyen las bases que permitan asumir el reto. La educación basada en competencias se ha convertido en el enfoque prioritario de varios sistemas educativos para alcanzar el reto.

Con la participación de México en PISA se muestran las tendencias del país en educación, sin embargo los resultados no han sido favorables por lo que se tiene la evidencia de que los problemas en educación son grandes. Una propuesta viable es realizar un análisis que involucre lo que se hace en el país desde una perspectiva exterior.

Bajo el supuesto de que los profesores a nivel secundaria emplean los planes de clase publicados por la SEP, el análisis de un conjunto de estos en función de PISA nos permite identificar aspectos relevantes como:

- PISA considera cuatro ideas principales (Contenidos): Cantidad, espacio y forma, cambios y relaciones e incertidumbre. Por su parte en los programas de la SEP se abordan tres ejes temáticos: sentido numérico, espacio, medida y forma y manejo de la información. Aun tenidos diferentes denominaciones los programas de la SEP cubren los contenidos que se proponen en PISA.
- El área de probabilidad y estadística en PISA se le cubre con el contenido incertidumbre que forma parte de un subconjunto de planes de clase del eje temático de manejo de la información.
- México ha participado desde 2000 en el proyecto PISA y en cuanto a las publicaciones de la SEP en el programa de estudios 2006 se dan las ideas principales a un cambio en educación basada en el enfoque de competencias, y de forma explícita en el programa 2011 se expresa la incursión del sistema educativo en tal enfoque.

El análisis didáctico muestra una estrecha relación entre las competencias tareas matemáticas y capacidades. Desde la parte del diseño de las actividades el análisis de tareas muestra una estrecha relación con un análisis de contenido de la estructura matemática. Las capacidades que se proponen en PISA pueden ser identificadas en los planes de clase.

La parte de competencias matemáticas tiene como referencia el marco teórico de PISA 2003 y que unido a las investigaciones de diversos autores muestran un buen sustento para identificar dos tipos de competencias matemáticas: las competencias cognitivas genéricas y competencias cognitivas específicas.

La parte el análisis de tareas muestra que las competencias genéricas se desarrollan de forma homogénea en los planes de clase, es decir, que las competencias de pensar y razonar (PR), argumentar (A) y comunicar (C) se movilizan frecuentemente en los planes de clase por lo que la parte de activación de competencias genéricas se cubre satisfactoriamente.

En general el diseño de tareas para los planes de clase en cuanto a especificar objetivos, empleo de gráficas y el lenguaje empleado en redacción es bueno, lo que hace falta trabajar es el empleo de material didáctico que permita adecuar las tareas una forma para atacar este problema se encuentra en relación a la competencia de empleo de soportes y herramientas.

Otro resultado relevante del análisis de tareas permite visualizar que en PISA se consideran cuatro tipos de situaciones (personales, educativas, públicas y científicas) que relaciona el entorno en el que se le pueden presentar al estudiante la diversidad de problemas matemáticos. Los resultados del análisis de tareas muestran que la situación de tipo científica no se aborda en ningún plan de clase lo que posiblemente explique la deficiencia del estudiante al solucionar problemas de este tipo en PISA. Esto puede servir de referencia al considerar en posibles futuros diseños de planes de clase.

PISA considera tres niveles de competencias (grupo de reproducción, conexión y reflexión) que aluden al nivel de complejidad en los problemas matemáticos. Los datos de las tablas muestran que las actividades propuestas en su mayoría pertenecen al grupo de reproducción y conexión por lo que difícilmente se pueden alcanzar un buen resultado en los resultados de PISA. Sería conveniente implementar actividades en clase que involucren problemas que pertenezcan al nivel de reflexión para poder sociabilizar al estudiante con ejercicios más complejos.

Una característica sobresaliente de los planes de clase en cuanto a la diversificación de tareas es que el trabajo en proyectos, informes y exposiciones no se muestran dentro de las actividades propuestas. La mayoría de trabajos o actividades se pide en equipo o pareja.

La información presentada en el análisis de contenido muestra que la descripción de estructuras conceptuales matemáticas y los sistemas de representación en primer y segundo grados se encuentra bien definidas, lo cual no ocurre en el tercer grado. Una posible explicación de este aspecto es que los planes de tercer grado suponen que el estudiante ya domina determinadas estructuras matemáticas.

Un hecho sobresaliente es que los planes de clase muestran una gran cantidad de ejercicios que relacionan la estructura conceptual con algún fenómeno a partir del cual se desarrollan. Los problemas propuestos en tercer grado muestran una selección de ejercicios que se encaminan a los objetivos de PISA, sin embargo sería conveniente trabajar más sobre ejercicios semejantes a los del grupo de conexión y de reflexión.

Uno de los graves problemas es que la parte de modelización casi no se desarrolla en ninguno de los tres grados, en particular en segundo se ve que los planes de clase presentan un bajo índice de desarrollo del indicador "Selección de aplicaciones para las que el contenido actúa como modelo matemático". Esta parte conlleva a deducir que el estudiante presenta grandes problemas al crear argumentos suficientes en la validación de una proposición,

al abstraer una estructura conceptual y relacionarla con un fenómeno no matemático. A partir de éste se puede explicar muchas de las deficiencias del grupo en relación a la construcción de modelos matemáticos que puedan explicar fenómenos naturales en un contexto matemático.

Anexos

ANEXO 1

B1A8

Plan de clase (1/3)

Curso: Matemáticas I **Bloque:** 1.8 **Eje temático:** MI
Conocimientos y habilidades: *Resolver problemas de conteo utilizando diversos recursos, tales como tablas, diagramas de árbol y otros procedimientos personales.*

Intenciones didácticas:

Que los alumnos encuentren algún procedimiento sistemático para resolver problemas de conteo.

Consigna 1: Organizados en parejas, resuelvan el siguiente problema:
Considerando las cifras 1,3, 5, 7 y 9, ¿cuántos números diferentes de dos cifras es posible formar?

Consideraciones previas:

Es muy probable que al empezar a resolver el problema los alumnos pregunten si es válido formar números con una cifra repetida, por ejemplo, 11, 33, etcétera. Hay que decir que sí se vale, puesto que en este primer problema se trata de encontrar todas las variaciones posibles. También es probable que los procedimientos utilizados no sean sistemáticos, es decir, los alumnos van encontrando números de manera desordenada y más o menos se aseguran de que no les falta ninguno, pero no están seguros. Quizá algunos empiecen a probar con menos cifras planteándose la pregunta: ¿Qué pasaría si sólo fuera una cifra? Sólo se podría formar un número, el 11. ¿Y si fueran dos cifras? ¡Entonces serían cuatro números! ¿Y si fueran tres cifras? De esta manera encontrarán que hay una regularidad y les dará mucho gusto saber que con una simple operación pueden resolver el problema para cualquier cantidad de cifras. Pero atención: no hay que quitarles ese gusto, hay que dejar que ellos resuelvan el problema.

Una vez que los alumnos hayan resuelto el problema y que se discutan con profundidad los procedimientos utilizados, se plantea la segunda consigna:

Considerando las cifras 1, 3, 5, 7 y 9. ¿Cuántos números diferentes de dos cifras se pueden formar si en cada número que se forme ambas cifras deben ser distintas

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Resolver problemas de conteo utilizando diversos recursos, tales como tablas, diagramas de árbol y otros procedimientos personales.

Intenciones didácticas:

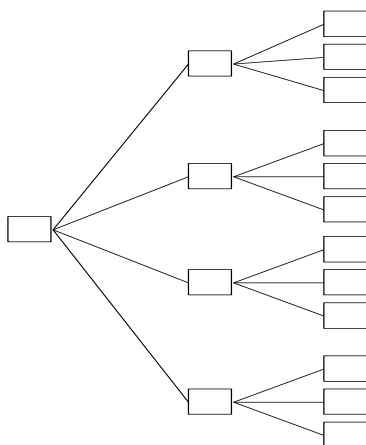
Que los alumnos utilicen diagramas de árbol o algún procedimiento sistemático para resolver problemas de conteo.

Consigna 1: Organizados en parejas, resuelvan el siguiente problema:
Considerando nuevamente las cifras 1,3, 5, 7 y 9, ¿cuántos números diferentes de tres, cuatro y cinco cifras distintas es posible formar?

Consideraciones previas:

Posiblemente los alumnos nuevamente pregunten si es válido formar números con cifras repetidas, por ejemplo, 111, 333, etcétera, hay que decir que no, puesto que el problema no lo considera. También es probable que los procedimientos utilizados no sean sistemáticos, es decir, los alumnos van encontrando números de manera desordenada y más o menos se aseguran de que no les falta ninguno, pero no están seguros. Es posible que algunos alumnos propongan el

diagrama de árbol o una tabla; en caso de que los alumnos no utilicen el diagrama de árbol u otro recurso para mostrar las variaciones, el profesor puede proponer un diagrama en blanco para que vayan formando las cantidades, por ejemplo:



Además, es conveniente que el profesor plantee algunas cuestiones que les permitan los alumnos visualizar el orden que tienen los números y la cantidad de ellos que se forman, tales como:

- ¿Cuántos números diferentes se pueden colocar en el primer nivel (centenas)?
- ¿Cuántos números diferentes se pueden colocar en el segundo nivel (decenas)?
- ¿Cuántos números diferentes se pueden colocar en el tercer nivel (unidades)?

Para encontrar los números de cuatro cifras el profesor puede sugerir el uso del diagrama de árbol, para el caso de cinco cifras será conveniente que pida a los alumnos que no lo utilicen, obligándolos a que usen multiplicaciones para encontrar el total de variaciones y se den cuenta que pueden obtenerlas sin usar el diagrama, o sea que utilicen el principio fundamental de conteo:

Para el caso de números de tres cifras es deseable que los alumnos multipliquen
 $5 \times 4 \times 3 = 60$

Para el caso de números de cuatro cifras multipliquen $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ y para cinco cifras $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

No olvidar hacer una puesta en común donde se discutan a profundidad los procesos que siguieron los alumnos para resolver el problema.

Plan de clase (3/3)

Conocimientos y habilidades: Resolver problemas de conteo utilizando diversos recursos, tales como tablas, diagramas de árbol y otros procedimientos personales.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos utilicen diagramas de árbol o algún procedimiento sistemático para resolver problemas de conteo.

Consigna 1: Organizados en parejas, resuelvan el siguiente problema:

Con las cifras 0, 1, 2, 3, 4 y 5:

¿Cuántos números diferentes de tres cifras sin repetir se pueden formar?

De los anteriores, ¿cuántos son pares?

Si se ordenan de mayor a menor, ¿qué lugar ocupa el 234?

Consideraciones previas:

Posiblemente en la primera pregunta algunos alumnos cometan el error de considerar números que comiencen con cero, en tal caso será necesario que el profesor ponga a consideración del grupo dichos errores para su aclaración, pues se trata de encontrar todos los números de tres cifras sin repetir, menos los que empiezan con cero, por ejemplo 045 no es un número de tres cifras. Sería recomendable que los alumnos utilizaran lo aprendido en la clase anterior, esto es, considerar la cantidad de cifras que pueden ocupar las centenas, las decenas y las unidades.

5 de las cifras, pues no se considera al cero	5 de las cifras, pues el cero sí se incluye	4 de las cifras, puesto que de las 6 originales ya se utilizaron dos
centenas	decenas	unidades

Donde el total de números diferentes es $5 \times 5 \times 4 = 100$

En la segunda cuestión los alumnos deberán considerar los terminados en cero, esto es $5 \times 4 \times 1 = 20$

Más los terminados en dos, pero que no inician en cero, $4 \times 4 \times 1 = 16$

Y los terminados en cuatro, pero que no inician en cero, $4 \times 4 \times 1 = 16$

La suma de los tres resultados $20 + 16 + 16 = 52$, es la cantidad de número pares.

En la última cuestión habrá alumnos que escriban todos los números hasta encontrar la posición que ocupa el 234, es conveniente que el profesor pida a los alumnos que utilicen otros procedimientos o atajos para resolverla.

B3A7**Plan de clase (1/3)**

Curso: Matemáticas I

Apartado: 3.7

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comunicar información mediante la lectura, descripción y construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos interpreten información contenida en tablas de frecuencia absoluta y relativa.

Consigna 1:

Reunidos en equipos, analicen la información de la siguiente tabla y respondan a las preguntas que se hacen enseguida.

LAS CIUDADES MÁS GRANDES DEL MUNDO

CIUDAD	NÚM. HABITANTES (EN MILLONES)	DE	PAÍS	CONTINENTE
Tokio	23.4		Japón	Asia
México	22.9		México	América
Nueva York	21.8		EU	América
Sao Paulo	19.9		Brasil	América
Shangai	17.7		China	Asia
Beijing	15.3		China	Asia
Río de Janeiro	14.7		Brasil	América

Los Ángeles	13.3	EU	América
Bombay	12	India	Asia
Calcuta	11.9	India	Asia
Seúl	11.8	Corea del Sur	Asia
Buenos Aires	11.4	Argentina	América
Yakarta	11.4	Indonesia	Oceanía
París	10.9	Francia	Europa
Osaka-Kobe	10.7	Japón	Asia
El Cairo	10	Egipto	África
Londres	10	Inglaterra	Europa

Fuente: Libro para el maestro, Matemáticas, S. E. P., 2001.

1. ¿Cuáles son las dos ciudades más grandes del mundo y en qué país y continente se encuentran?
2. ¿Cuántos millones de habitantes suman las ciudades más grandes que pertenecen al continente americano?
3. ¿En qué continente se concentra la mayor cantidad de ciudades con más habitantes?

Consigna 2. Siguiendo el trabajo en equipo, analicen la siguiente tabla y contesten las preguntas con base a la información que se presenta en ella.

CUADRO COMPARATIVO DE LOS CONTINENTES

CONTINENTE	SUPERFICIE (MILES DE KM ²)	%	NÚM. HABITANTES (EN MILLONES)	%
África	30 310	20	694	12.6
América	42 500	28	743	13.5
Asia	44 900	30	3 331	60.7
Europa	9 900	7	695*	12.7
Oceanía	8 500	6	27	0.5
Antártida	14 000	9	-	-
Total mundial	150 000	100	5 490	100

Fuente: Libro para el maestro, Matemáticas, S. E. P., 2001.

* Se incluye la parte europea de Rusia (286 millones)

1. ¿Qué continente tiene la mayor extensión territorial?
2. Menciona 3 continentes que juntos no rebasen al continente Americano en superficie.
3. ¿Cuál es el motivo de que la Antártida tiene vacíos los casilleros de Número Habitantes y %?
4. ¿En qué continente viven más personas por kilómetro cuadrado?
5. ¿Cuál continente tiene más habitantes por kilómetro cuadrado, América o Europa? ¿Cómo puedes saberlo?
6. ¿Cómo se obtienen los porcentajes de superficie y de núm. de habitantes?

Consideraciones previas:

La actividad de la consigna 1 se deberá realizar y comentar en los primeros 15 ó 20 minutos de la clase.

Si existiera dificultad para contestar la pregunta 3 de la actividad 2, aprovechar la ocasión para que los alumnos investiguen la ubicación y condiciones climáticas de este lugar.

La respuesta 6 de la actividad 2, pudiera causar ciertos problemas a los estudiantes; si esto sucede, recordar y si es necesario volver a revisar la solución de algún problema del plan 2/4 del

Conocimientos y habilidades 6, en el cual se estudia cómo determinar qué tanto por ciento representa una cantidad respecto a otra.

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comunicar información mediante la lectura, descripción y construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen e interpreten la información contenida en tablas incompletas de frecuencia absoluta y relativa y obtengan los datos faltantes.

Consigna:

Trabajen en equipo para completar las siguientes tablas sobre las calificaciones obtenidas por los alumnos de dos grupos de primer grado. Posteriormente contesten las preguntas que se hacen. Pueden utilizar calculadora.

GRUPO 1° “Á”

Calificación	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa %
10	3	15
9		5
8	6	
7		15
6	2	
5	5	25
Total	20	100

GRUPO 1° “B”

Calificación	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa %
10	3	12.5
9	4	
8		21
7		16.67
6	2	8.33
5	6	
Total	24	100

¿Cuál es el grupo con mejor índice de aprobación? y ¿Por qué?

¿Cuántos alumnos reprobaron en cada grupo? ¿Cuál es el índice de reprobación en cada grupo?

¿Por qué a frecuencias absolutas iguales en ambas tablas, les corresponde frecuencias relativas diferentes?

Consideraciones previas:

Si los alumnos tuvieran dificultades para obtener los valores faltantes de las tablas, vincular con el subtema de porcentaje trabajado en el Conocimientos y habilidades 6.

Es posible que los alumnos identifiquen que en la tabla del 1° “B” las frecuencias relativas no suman exactamente 100%, aprovechar la oportunidad para practicar el redondeo y encontrar la razón por la que no se obtiene exactamente 100%.

Si el tiempo lo permite, con la intención de distinguir la información que proporciona una frecuencia absoluta y una relativa, podría plantearse la siguiente situación: si en un grupo cualesquiera de secundaria hay 5 reprobados en matemáticas, ¿son muchos o pocos? ¿de qué depende la respuesta?

B3A8

Plan de clase (1/4)

Curso: Matemáticas I

Apartado: 3.8 Eje temático: MI

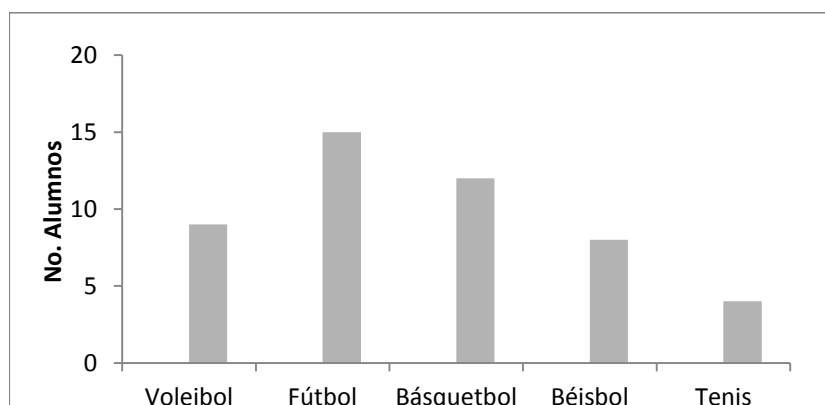
Conocimientos y habilidades: Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes.

Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.

Intenciones didácticas:

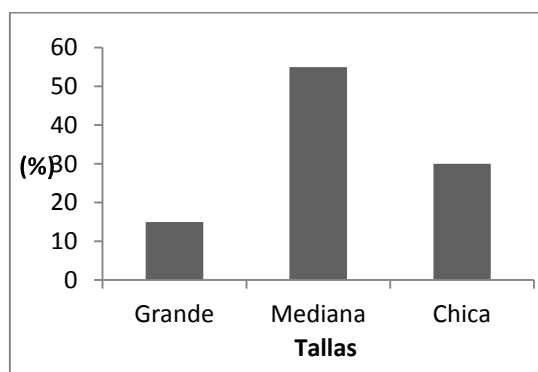
Que los alumnos analicen e interpreten información presentada en gráficas de barras de frecuencia absoluta y relativa.

Consigna 1: Organizados en equipos analicen la siguiente gráfica de barras que muestra los resultados de una encuesta a un grupo de alumnos, respecto a su deporte favorito. Posteriormente contesten las preguntas.



1. ¿Cuál es el deporte de mayor preferencia?
2. ¿Cuál es el de menor preferencia?
3. ¿Cuántos alumnos prefieren el básquetbol?
4. ¿Cuál es el número total de alumnos encuestados?
5. ¿Cuántos alumnos no eligieron el básquetbol?
6. ¿Qué % de alumnos prefieren el fútbol?

Consigna 2. Con el mismo equipo analicen la gráfica que muestra las tallas de los alumnos de un grupo, representadas en porcentajes (%) y contesten las preguntas:



1. Si son 40 los alumnos del grupo, ¿cuántos son de cada talla?
Talla Grande_____ Talla Mediana_____ Talla Chica_____
2. Suponiendo que en la escuela se quieren hacer chamarras para 160 alumnos, ¿cuántas chamarras de cada talla se deberán confeccionar atendiendo la misma proporción?

Talla Grande_____ Talla Mediana_____ Talla Chica_____

Consideraciones previas:

Es probable que los alumnos tengan problemas para determinar el número más aproximado de las preferencias de cada deporte o el porcentaje de cada talla, ante esto debe sugerirse la división de cada rango del eje vertical en el número más conveniente y por supuesto, emplear la perpendicular del eje vertical que coincida con la altura de cada barra.

Es posible que confundan la frecuencia absoluta con la relativa, al identificar los elementos de cada gráfica hay que enfatizar el tipo de frecuencia empleada.

Plan de clase (2/4)

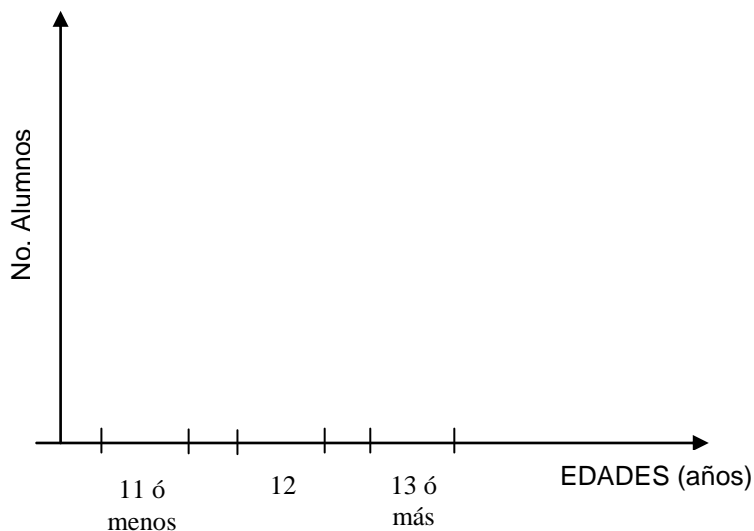
Conocimientos y habilidades: Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos recopilen información, la organicen y la presenten en gráficas de barras de frecuencia absoluta y relativa.

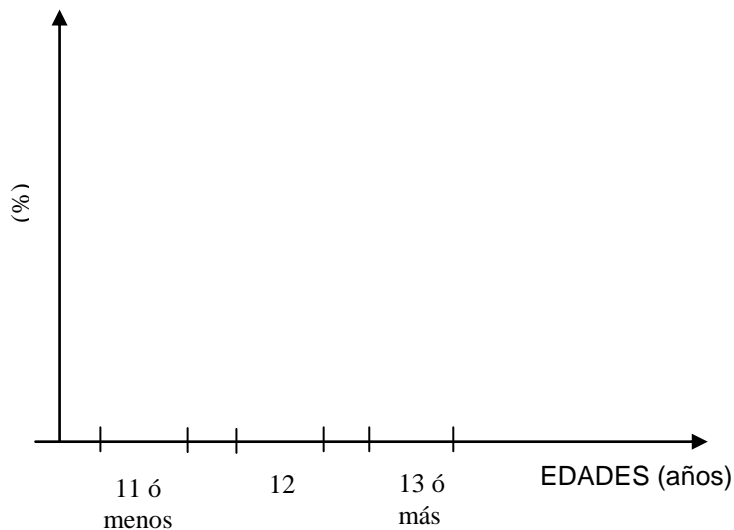
Consigna 1. En equipos investiguen las edades de sus compañeros del grupo, completen la tabla con los datos que obtengan y construyan la gráfica de barras correspondiente.

EDAD	11 años o menos	12 años	13 años o más	Total
NO. ALUMNOS				



Consigna 2. Con las edades de sus compañeros del grupo, ahora construyan la tabla y gráfica empleando frecuencias relativas (%).

EDAD	11 años o menos	12 años	13 años o más	Total
%				100 %



Consideraciones previas.

Es frecuente que los alumnos tengan dificultad al representar las escalas en los ejes verticales, dar tiempo suficiente para discutir las más adecuadas y no olvidar que a divisiones de la misma longitud les corresponde los mismos valores.

Plan de clase (3/4)

Conocimientos y habilidades: Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.

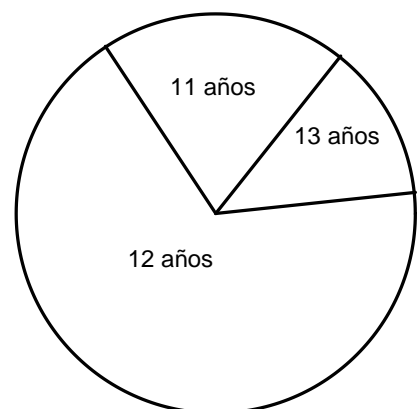
Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen e interpreten información presentada en gráficas circulares de frecuencia absoluta y relativa.

Consigna 1. En equipo, analicen la siguiente gráfica que muestra las edades de los alumnos de un grupo de secundaria. Posteriormente contesten las preguntas que se indican.

Si el grupo tiene 40 alumnos:

1. ¿Cuántos alumnos tienen 13 años? _____
2. ¿Cuántos alumnos tienen 11 años? _____
3. ¿Cuántos alumnos tienen 12 años? _____



Consigna 2. Con el mismo equipo ahora analicen la gráfica que corresponde a otro grupo y anoten el porcentaje que corresponde a cada edad.



Consideraciones previas.

Una primera regla en este tipo de gráficas es que hay una relación de proporcionalidad entre las superficies de los sectores circulares y las frecuencias absolutas o relativas que representan. Esta idea puede ser explorada con preguntas como ¿Qué edad es más frecuente en el grupo? ¿Qué edad se repite más en el grupo, 12 años ó 13 y 11 años?, etcétera.

Dos aspectos hay que tener presentes y que pueden ser obstáculos para interpretar adecuadamente una gráfica circular, uno, la medición de los ángulos y el otro, establecer y resolver una relación de proporcionalidad entre los grados y las frecuencias, y aunque estos aspectos ya se estudiaron vale la pena cerciorarse que los alumnos los dominan y si no promover actividades para consolidarlos.

Plan de clase (4/4)

Conocimientos y habilidades: Interpretar información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, provenientes de diarios o revistas y de otras fuentes. Comunicar información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos construyan gráficas circulares de frecuencias absolutas y frecuencia relativas.

Consigna 1. En equipo resuelvan el problema siguiente:

Un dado fue lanzado varias veces. En la siguiente tabla se concentran los resultados, complétenla y con esta información construyan una gráfica circular.

Cara del dado	Veces que salió
1	4
2	6
3	1
4	2
5	4
6	3
Total ⇒	

Consigna 2. Con el mismo equipo realicen lo que se pide.

Previo a las elecciones para presidente municipal de una comunidad se realizó una encuesta vía telefónica, los resultados fueron los siguientes: candidato A con 240 preferencias, candidato B con 720, candidato C con 128 y el candidato D con 512. Con esta información completen la siguiente tabla y construyan una gráfica circular.

Candidato	Preferencias (%)
A	
B	
C	
D	
Total ⇒	100%

Consideraciones previas:

En la construcción de las gráficas circulares, dos posibles obstáculos son la obtención de las medidas de los ángulos centrales de los diferentes sectores circulares y por otro lado el uso adecuado del transportador para el trazo de la gráfica. Respecto al primero es importante tener presente varias cosas:

- Que el resultado de los conteos puede darse mediante una frecuencia absoluta o una relativa. En la primera gráfica se utiliza la frecuencia absoluta y en la segunda la frecuencia relativa.
- Identificar claramente el conteo total, al cual corresponde los 360° de la gráfica. En el problema del dado, el conteo final son las 20 veces que se lanzó el dado; en el segundo son las 1600 preferencias.
- Que establecer y resolver una relación de proporcionalidad es una herramienta muy útil para obtener las medidas de los ángulos centrales, por ejemplo: “20 es a 360° como 4 es a x” para el primer renglón del primer problema y “100% es a 360° como 15% es a x” para el primer renglón del segundo ejercicio.

B3A9

Plan de clase (1/4)

Curso: Matemáticas I

Apartado: 3.9

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria. Utilizar la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vincular diferentes formas de expresarla. Establecer cuál de dos o más eventos en una experiencia aleatoria tiene mayor probabilidad de ocurrir y justificar la respuesta.

Intenciones didácticas: Que los alumnos utilicen el conteo para determinar todos los resultados posibles de un evento aleatorio.

Consigna: En equipo contesten lo siguiente:

¿Cuáles son todos los posibles resultados al lanzar una moneda?

¿Cuáles son todos los posibles resultados al lanzar un dado?

¿Cuáles son todos los resultados posibles al hacer girar un disco circular dividido en 15 partes?

Consideraciones previas:

Si las preguntas planteadas resultan muy sencillas para los alumnos, proponga algunas más complejas como las siguientes:

- Lanzar simultáneamente dos monedas.
- Lanzar simultáneamente dos dados.
- Lanzar simultáneamente una moneda y un dado.
- Lanzar simultáneamente dos monedas y un dado, etcétera.

Un recurso muy útil para conocer todos los posibles resultados de un experimento aleatorio son los diagramas de árbol.

Una vez que los alumnos hayan calculado los resultados posibles de varios experimentos, llámele “Espacio muestral” a cada uno de dichos conjuntos y pida a los alumnos que ellos escriban su definición con sus propias palabras.

Si fuera necesario consolidar la noción de experimentos aleatorios y la descripción del espacio muestral, se les puede pedir a los alumnos que ellos inventen experimentos aleatorios y determinen el espacio muestral. Pueden intercambiar experimentos para determinar los espacios muestrales.

Plan de clase (2/4)

Conocimientos y habilidades: Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria. Utilizar la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vincular diferentes formas de expresarla. Establecer cuál de dos o más eventos en una experiencia aleatoria tiene mayor probabilidad de ocurrir y justificar la respuesta.

Intenciones didácticas: Que los alumnos apliquen la noción de probabilidad clásica en la resolución de problemas y comparen la probabilidad de dos o más eventos.

Consigna: En equipo resuelvan el siguiente problema.

Al realizar el experimento de lanzar un dado:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener el 4?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 3?
- d) ¿Qué es más probable, que se obtenga un número par o un múltiplo de 3? ¿Por qué?
- e) ¿Qué es más probable, que se obtenga un número impar o un múltiplo de 2? ¿Por qué?

Consideraciones previas:

Aunque en la primaria los alumnos ya han resuelto ejercicios semejantes, es posible que algunos tengan dificultades para abordarlos, si esto ocurre, hay que promover una discusión para recordar que la probabilidad de obtener un resultado puede expresarse con la razón del número de casos favorables entre el número total de resultados posibles.

Algunos problemas un poco más complejos podrían ser los siguientes:

- Se tiene un disco giratorio dividido en 10 sectores circulares iguales, tres de los cuales están marcados con 1, dos con 2 y cinco con 3.
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que el dardo se clave en un sector marcado con 1?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que el dardo se clave en un sector marcado con 2?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de que el dardo se clave en un sector marcado con un número diferente a 1?
 - ✓ ¿Qué es más probable, que el dardo se clave en un sector marcado con 1 o en uno marcado con 3?
- Al realizar el experimento de lanzar simultáneamente dos dados y sumar los puntos obtenidos:
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de obtener 2 puntos?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de obtener 10 puntos?
 - ✓ ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3 y menor que 6?
 - ✓ ¿Qué es más probable, que se obtenga un número par o uno impar? ¿Por qué?
 - ✓ ¿Qué es más probable, que se obtenga un número múltiplo de 2, un número múltiplo de 3 o un múltiplo de 4? ¿Por qué?

Plan de clase (3/4)

Conocimientos y habilidades: Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria. Utilizar la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vincular diferentes formas de expresarla. Establecer cuál de dos o más eventos en una experiencia aleatoria tiene mayor probabilidad de ocurrir y justificar la respuesta.

Intenciones didácticas: Que los alumnos reflexionen sobre la escala de valores de la probabilidad y que utilicen diferentes formas de expresarlos.

Consigna: En equipo resuelvan el siguiente problema:

Al realizar el experimento de lanzar un dado:

- ¿Cuál es el espacio muestral?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener el 4?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 10? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 7? ¿Por qué?

Consideraciones previas:

La intención de las preguntas es que los alumnos descubran que la escala de la probabilidad va desde 0, es decir desde que el evento es imposible que ocurra, hasta el 1 cuando es seguro que el evento suceda. Algunas preguntas adicionales que permiten este análisis son las siguientes: ¿Se podría dar el caso en que el número de resultados favorables sea mayor que el número de resultados posibles? ¿Cuál es el mayor valor que puede tener la medida de la probabilidad? ¿Y el menor? ¿Qué significa que un fenómeno tiene probabilidad cero de ocurrir? ¿Qué significa que un fenómeno tiene probabilidad uno de ocurrir?

Cuando se ha terminado el análisis de las preguntas puede pedírseles que intenten representar las probabilidades encontradas con otras expresiones equivalentes. Concluir que la probabilidad puede expresarse con una fracción, con un decimal o con un porcentaje. Así la respuesta a la pregunta c) es $\frac{1}{2}$, 0.5 o 50%.

Plan de clase (4/4)

Conocimientos y habilidades: Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria. Utilizar la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vincular diferentes formas de expresarla. Establecer cuál de dos o más eventos en una experiencia aleatoria tiene mayor probabilidad de ocurrir y justificar la respuesta.

Intenciones didácticas: Que los alumnos realicen experimentos para conocer la tendencia de la probabilidad frecuencial en la medida que aumenta el número de repeticiones.

Consigna: En equipo realicen el siguiente experimento y después contesten lo que se pide.

Hagan cinco series de volados y registren sus resultados en la tabla.

Serie	Número de volados	Número de águilas	Número de soles	Probabilidad frecuencial de obtener águila: número de águilas entre el número de volados.	Probabilidad frecuencial de obtener sol: número de soles entre el número de volados.
1	5				
2	10				
3	20				
4	40				
5	50				

- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener águila sin realizar el experimento? Compara esta probabilidad con los resultados que obtuvieron en la columna de probabilidad frecuencial de obtener águila, ¿con cuál se aproxima más? Escriban sus conclusiones.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener sol sin realizar el experimento? Compara esta probabilidad con los resultados que obtuvieron en la columna de probabilidad frecuencial de obtener sol, ¿con cuál se aproxima más? Escriban sus conclusiones.

Consideraciones previas:

Es posible que los alumnos tomen en cuenta los resultados de una serie para la siguiente, cuidar que esto no suceda, cada serie de volados es independiente a las demás.

Si hubiera dificultades para llenar las columnas 5 y 6, comentar que a diferencia de la probabilidad clásica aquí se considera el número de resultados favorables obtenidos en el experimento.

Si quedara alguna duda respecto a la aproximación de la probabilidad frecuencial a la clásica conforme se aumenta el número de volados, se podría realizar el experimento con 100 volados, en equipos o a nivel grupal.

B5A4

Plan de clase (1/2)

Curso: Matemáticas I

Apartado: 5.4

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Reconocer las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos expliquen las razones por las cuales dos situaciones de azar son equiprobables o no equiprobables.

Consigna: Organícense en equipos de tres lean y analicen la siguiente situación:

“En la clase de matemáticas se realizó un “juego de carreras”, para ello se utilizaron dos monedas, en las que una de sus caras tenía el número uno y en la otra cara el cero. Para llevar a cabo el “juego” se utilizó como pista el tablero que se presenta a continuación:

PISTA

J U G A D O R E S	0	SALIDA							M E T A
	1	SALIDA							
	2	SALIDA							

Cada integrante escogió un carril (0,1 ó 2) y un objeto que como contraseña personal para indicar su avance en el carril; se procede a lanzar las fichas, dependiendo de lo que marquen las caras superiores sus resultados se suman; si el resultado es uno avanza ese carril y si la suma es dos avanza el dos y así sucesivamente. Ganando el primero que llegue a la meta.

1. Comenten en equipo y den respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Consideran que en cualquier carril se tiene la misma probabilidad de ganar? _____
¿Por qué? _____
- ¿Habrá algún carril que siempre le gane a los demás? Argumenten su respuesta. _____

- ¿Cuál es la probabilidad de que gane el carril 0? _____ ¿Por qué?

- ¿Cuál es la probabilidad de que gane el carril 1? _____ ¿Por qué?

- Y, ¿del carril 2? _____ ¿Por qué? _____

2. Ahora reproduzcan el juego de acuerdo a las instrucciones, cuando alguno de los tres llegue a la meta terminan el juego revisen si sus predicciones fueron correctas: en caso de no ser así argumenten lo sucedido para comentar con los demás equipos.

Tienen los tres carriles la misma probabilidad de ganar? _____ Argumenta tu respuesta

Tienen algunos carriles la misma probabilidad de ganar? _____ ¿Cuáles?

¿Cuál(es) carril(es) tiene(n) mayor probabilidad de obtener la victoria? _____. Por qué? _____.

Consideraciones previas:

Es recomendable que se propicie el análisis de las predicciones y compararlas con los resultados del juego; de ser posible aclarar las confusiones a partir del espacio muestral del experimento “la suma de las caras superiores al lanzar dos monedas al aire”, que se puede representar mediante un diagrama de árbol o arreglo rectangular. Variante del juego: Si el tiempo lo permite, puede cuestionar a los equipos respecto a qué pasa si se cambian las condiciones del juego, (multiplicar las caras en lugar de sumarlas); algunos ejemplos de preguntas serían las siguientes:

- ¿Tienen en los tres carriles la misma probabilidad de llegar a la meta?
- ¿En qué carril se llegará primero a la meta?
- ¿En algún carril se está en desventaja con respecto a los demás?

Plan de clase (2/2)

Conocimientos y habilidades: *Reconocer las condiciones necesarias para que un juego de azar sea justo, con base en la noción de resultados equiprobables y no equiprobables.*

Intenciones didácticas:

Que los alumnos expliquen las razones por las cuales dos situaciones de azar son equiprobables o no equiprobables.

Consigna 1: En parejas jueguen a lanzar dos dados, las reglas son las siguientes:

En cada lanzamiento se calcula la diferencia entre los puntos de ambos dados, si es 0, 1 o 2, el jugador número uno gana una ficha. Si resultan 3, 4 o 5, el jugador número dos gana una ficha. El juego se inicia con un total de 20 fichas, de las que se toma una cada vez que gana un jugador. El juego termina cuando no quedan más fichas. Repitan el juego tres veces, contesten:

Consideran justas las reglas del juego? _____ ¿Por qué? _____

¿Consideran que ambos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar? ¿Por qué?

¿En qué condiciones creen que se deba jugar para que los dos jugadores tengan la misma probabilidad de ganar? _____

Consigna 2. Completa la siguiente tabla que muestra los posibles resultados del juego anterior.

		Caras dado 1 y diferencia de puntos											
		1	difer	2	difer	3	difer	4	difer	5	difer	6	difer
Caras dado 2	1	(1,1)	0										
	2					(3,2)	1					(6,2)	4
	3									(5,3)	2		
	4												
	5			(2,5)	3								
	6	(6,1)	5										

Observa la tabla completa y contesta: ¿Cuántas formas diferentes hay para que la diferencia:

Sea cero? _____ Sea uno? _____ Sea dos? _____

Sea tres? _____ Sea cuatro? _____ Sea cinco? _____

De acuerdo a los resultados obtenidos compara con tus primeras respuestas y comenta tus conclusiones al grupo.

Consideraciones previas:

En el caso de que los alumnos no encuentren las condiciones que permitan un juego justo; sugiera por ejemplo: “si se sumaran las caras de los dos dados y dicha suma fuera par, ¿cuál es la probabilidad de que gane este jugador?, ¿cuál sería la probabilidad de ganar si la suma de las dos caras es impar?, ¿cómo son las probabilidades de ambos jugadores?”

Una vez que se analice la tabla, es conveniente volver a plantear a todo el grupo la pregunta: ¿En qué condiciones creen que se deba jugar para que los dos jugadores tengan la misma probabilidad de ganar?

¿Qué reglas establecerían para que el juego resulte justo?

B5A6

Plan de clase (1/2)

Curso: Matemáticas I

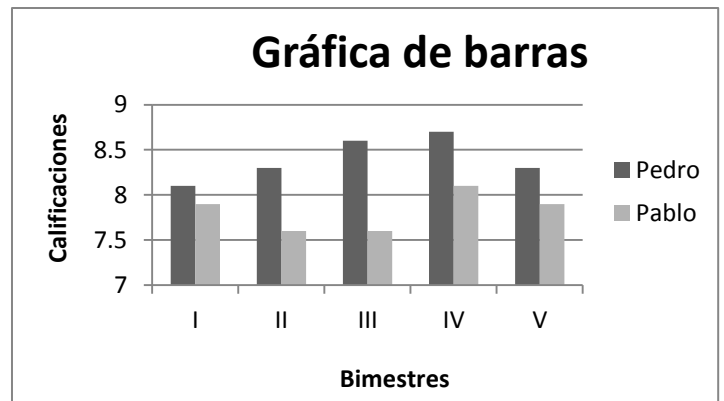
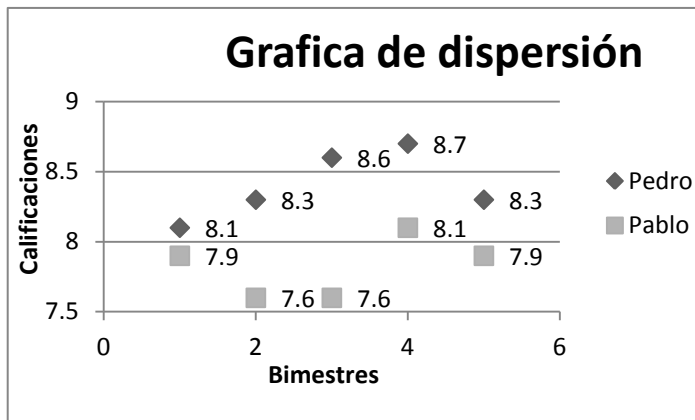
Apartado: 5.6

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Comparar el comportamiento de dos o más conjuntos de datos referidos a una misma situación o fenómeno a partir de sus medidas de tendencia central.

Intención didáctica: Que los alumnos identifiquen en un contexto gráfico las medidas de tendencia central de dos conjuntos de datos referidos a una misma situación.

Consigna: En equipos, analicen los datos contenidos en las gráficas correspondientes a las calificaciones de Pedro y Pablo. Posteriormente contesten lo que se pide.



- ¿Cuál es la calificación más alta de Pedro y Pablo y en qué bimestre la obtuvieron?
- ¿Qué calificación fue más frecuente con Pedro (moda)? ¿Cuál es la moda en las calificaciones de Pablo?
- ¿Cuál es la mediana en las calificaciones de Pablo?
- ¿Quién obtuvo mejor promedio, Pedro o Pablo?

Consideraciones previas:

- Es importante diferenciar los datos que corresponden a cada uno, para no confundirlos.
- Es posible que no recuerden el significado de las diferentes medidas de tendencia central. Recordarlos, utilizando una lista de datos.
- Para contestar la pregunta d, es posible que lo hagan aritméticamente, es decir, suman las 5 calificaciones y el resultado lo dividen entre 5. Si es así, valdría la pena preguntar por otros procedimientos, con la intención de señalar la observación directa en la gráfica, ya que todas las calificaciones bimestrales son mayores que las de Pablo.

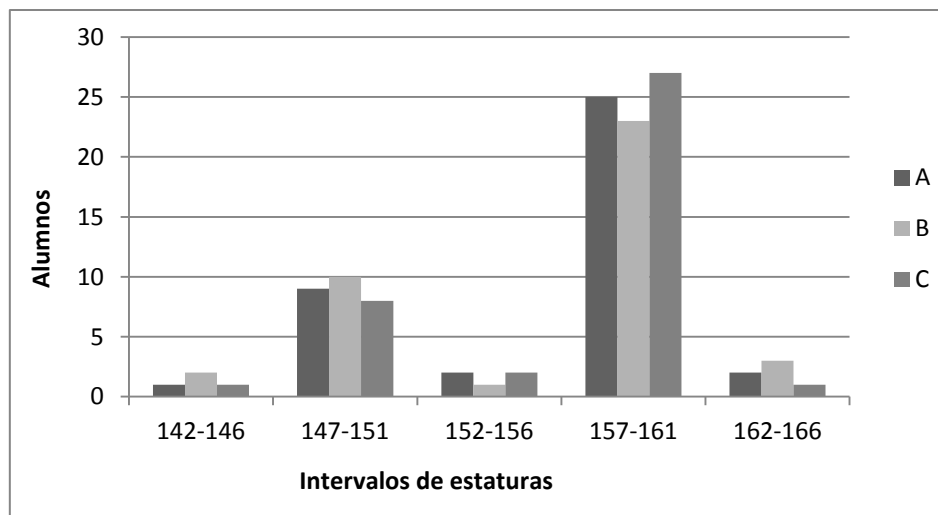
Plan de clase (2/2)

Conocimientos y habilidades: Comparar el comportamiento de dos o más conjuntos de datos referidos a una misma situación o fenómeno a partir de sus medidas de tendencia central.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos comparen el comportamiento de tres conjuntos de datos referidos a una misma situación a partir de las medidas de tendencia central.

Consigna: La siguiente grafica representa las estaturas de los alumnos de los tres grupos de primer grado de una escuela, los cuales participarán en un desfile; las comisiones serán de acuerdo a su estatura. Analícnla en equipos y posteriormente contesten lo que se pide.



- Si los alumnos de los tres grupos que representan la moda formarán el contingente principal del desfile. ¿Qué estatura tienen y cuántos son?
- ¿Cuántos alumnos llevarán el banderín, si eligieron a los de más baja estatura?
- Los alumnos que tienen la estatura media formarán la escolta. ¿Qué estatura tienen y cuántos son?
- ¿Cuál es el promedio de estatura de los alumnos de los tres grupos?

Consideraciones previas:

- Es importante identificar, para evitar confusiones o interpretaciones erróneas, las barras que corresponden a cada grupo.
- Es probable que algunas frecuencias las obtengan de manera aproximada; para conocer las exactas puede sugerirse que subdividan cada división del eje de las “y” en 5 partes iguales y utilizar una perpendicular al eje vertical para conocer la frecuencia de cada barra.
- Es posible que los alumnos tengan dificultad para dar respuesta a la pregunta d, ya sea porque utilicen las estaturas de los límites inferiores o las de los límites superiores, o inclusive que digan que no puede obtenerse. Si de parte de los alumnos no existieran ideas que permitan obtener la media aritmética, el profesor puede intervenir para indicar el proceso correcto, el cual es utilizar los promedios de cada rango (144, 149, 154, 159 y 164); multiplicarlos por las frecuencias correspondientes, sumar los productos obtenidos y dividir el resultado entre el número total de alumnos de los 3 grupos.

ANEXO 2

B1A10

Plan de clase (1/2)

Curso: Matemáticas 2

Apartado: 1.10

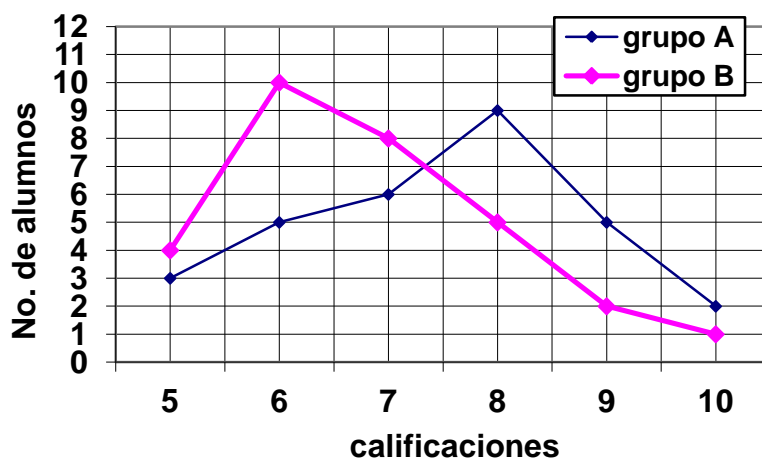
Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comunicar información mediante polígonos de frecuencia.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen e interpreten información contenida en gráficas poligonales.

Primera consigna: Con base en la información que aparece en las siguientes gráficas, contesten las preguntas que aparecen después.



- ¿Cuál es la calificación que más se repite en el grupo A?
- ¿En cuál grupo hay mayor número de reprobados?
- ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?
- ¿En cuál grupo existe mayor cantidad de alumnos con calificaciones mayores o iguales que 8?

Consideraciones previas:

Es importante analizar no sólo las respuestas a las preguntas sino en qué se basaron para obtenerlas, enfatizando el hecho de que este tipo de gráficas permiten comparar “a ojo”, dos o más conjuntos de datos.

Con el propósito de que los alumnos tengan la posibilidad de analizar gráficas reales que aparecen en periódicos o revistas, hay que pedirles que las busquen y las traigan para la próxima clase.

Plan de clase (2/2)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comunicar información mediante polígonos de frecuencia.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos construyan una gráfica poligonal a partir de una situación dada.

Consigna: organizados en parejas representen en una gráfica poligonal la información que contiene las siguientes tablas, relacionada con la variación de la temperatura de dos pacientes.

Paciente A

Hora	6 A. M.	8 A. M.	10 A. M.	12 A. M.	2 P. M.	4 P. M.	6 P. M.	8 P. M.
Temperatura (° C)	39.5	38.5	38	37	37	36.5	36.5	36.5

Paciente B

Hora	6 A. M.	8 A. M.	10 A. M.	12 A. M.	2 P. M.	4 P. M.	6 P. M.	8 P. M.
------	---------	---------	----------	----------	---------	---------	---------	---------

	M.	M.						
Temperatura (° C)	38.5	38.5	37	37	37	38	38.5	39

Consideraciones previas:

Es posible que los alumnos tengan dificultad para representar la escala de la temperatura, al intentar colocar todas las temperaturas menores que 36° C; comente y proponga la nomenclatura adecuada para representar únicamente el rango necesario, de 36 a 40° C.

Una vez que se han discutido los procedimientos para la construcción de la gráfica, sería conveniente analizar con detenimiento su contenido, elaborando posibles preguntas y encontrando las respectivas respuestas; en ambos casos es importante la participación de los alumnos.

B2A7

Plan de clase (1/3)

Curso: Matemáticas 2 **Apartado:** 2.7

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Interpretar y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados, considerando de manera especial las propiedades de la media aritmética.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos reflexionen sobre el significado y propiedades de la media, mediana y moda de un conjunto de datos.

Consigna: En parejas resuelvan los siguientes problemas. Pueden usar calculadora.

1.- De acuerdo con el tabulador de puestos de una compañía, los salarios mensuales que obtienen los trabajadores son los que se muestran a continuación:
\$ 16 400, \$ 16 000, \$ 12 000, \$ 31 000, \$ 14 600, \$ 15 000, \$ 13 000, \$ 16 200, \$12 500, \$ 15 900

¿Cuál es el salario promedio?

¿Consideran que el salario promedio es representativo de lo que gana un trabajador en esa compañía? Justifiquen su respuesta.

2.- En una fábrica se tomó al azar un conjunto de focos y se registró su duración en meses. Los resultados fueron: 14, 17, 13, 21, 18, 13,13, 18, 13. (Bosch, C. Matemáticas 2, Edit. Nuevo México, pág. 241)

¿Cuál es el promedio de duración de los focos?

¿Cuál dato está en medio (mediana) de la lista ordenada de datos?

¿Cuál es el dato que más se repite (moda)?

¿Cuál medida le sería representativa al fabricante para incluirla en la garantía? ¿Por qué?

Consideraciones previas:

Como parte de las opiniones expresadas por los alumnos en torno a las preguntas que se plantean, es necesario resaltar el hecho de que la Media es afectada por los valores extremos. Por ejemplo, en el caso de los salarios, si hay unos muy altos o muy bajos, la media da una idea equivocada de lo que gana el conjunto de los trabajadores.

El profesor propiciará en la puesta en común la interpretación de las medidas de tendencia central, enfatizando su representatividad y/o su utilidad con preguntas como:

A un fabricante de zapatos o de ropa, ¿cuál de las medidas de tendencia central le es más útil?
 ¿Por qué?
 De las medidas de tendencia central, ¿cuál representa la calificación final de un alumno?

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados, considerando de manera especial las propiedades de la media aritmética.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos organicen un conjunto de datos agrupándolos en intervalos y que calculen e interpreten las medidas de tendencia central.

Consigna: En equipos resuelvan el siguiente problema. Pueden usar calculadora.

Los siguientes datos corresponden a la duración real, en años, de 21 acumuladores para automóvil, los cuales tienen una garantía de 3 años otorgada por el fabricante:

3.6, 2.3, 3.1, 3.7, 4.1, 1.7, 3.4, 3.7, 4.7, 3.3, 3.9, 2.6, 4.8, 3.9, 3.3, 2.9, 3.5, 4.4, 4.0, 3.2, 3.8

Con base en esta información completen la siguiente tabla y contesten lo que se pide:

Intervalo de clase	Punto medio o marca de clase	Frecuencia de clase	Frecuencia de clase relativa
1.50 – 2.12	1.81		
2.12 – 2.74			
	3.05		
3.36 – 3.98	3.67		
3.98 – 4.60			
4.60- 5.22	4.91		
	Totales		

¿Cuál es la media, mediana y moda del conjunto de datos?

¿Qué medida de tendencia central es representativa del conjunto de datos? ¿Está de acuerdo con la garantía otorgada?

¿El fabricante podría dar una garantía mayor? ¿Por qué?

Consideraciones previas:

Es importante aclarar a los alumnos que esta es otra manera de organizar los datos de una muestra, agrupándolos en clases y que sepan a qué se refiere cada una de las columnas de la tabla.

En este caso se decidió agrupar los datos en cinco clases, dado que son pocos datos. Para determinar la anchura de las clases se dividió el rango ($4.8-1.7=3.1$) entre el número de clases ($3.1\div 5=0.62$). Cabe hacer notar que finalmente salieron seis clases y no cinco como se había pensado. Hay que Procurar que se use la marca de clase y la frecuencia expresadas en la

tabla, para el cálculo de la media aritmética, pues facilita las operaciones cuando son numerosos los datos.

Plan de clase (3/3)

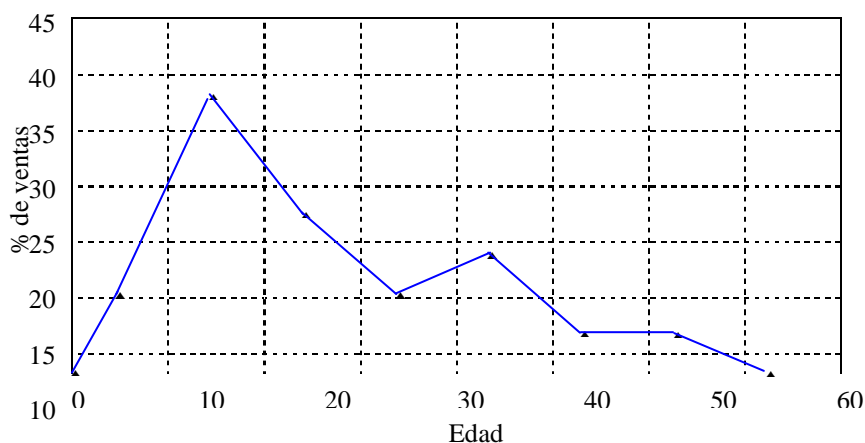
Conocimientos y habilidades: Interpretar y calcular las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados, considerando de manera especial las propiedades de la media aritmética.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos calculen las medidas de tendencia central a partir de datos agrupados expresados en una gráfica y que identifiquen la medida más representativa de la distribución de los datos.

Consigna: En equipos resuelvan el siguiente problema. Pueden usar calculadora.

Se realizó un estudio mercadotécnico para obtener información sobre la edad de los compradores de discos, los datos se presentan en la siguiente gráfica:



Con base en la información de la gráfica contesten las siguientes preguntas:

¿Cuál es la edad promedio de los compradores de discos?

¿Cuál es la edad que corresponde a la mediana de los compradores?

¿Qué dato estadístico (media, mediana o moda) representa el grupo de edad de 10 a 20 años en la gráfica?

Consideraciones previas: Debe tenerse en cuenta que los datos están agrupados en intervalos de edades, lo cual implica que para calcular la media (promedio) de las edades, debe usarse la marca de clase de cada intervalo, que es el punto medio del intervalo correspondiente y la frecuencia del intervalo (porcentaje de ventas).

B4A4

Plan de clase (1/3)

Curso: Matemáticas II

Apartado: 4.4

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son independientes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos independientes.

Intenciones didácticas: Que los alumnos calculen la probabilidad de eventos con base en la determinación del espacio muestral del experimento de azar.

Consigna: En equipos determinen el espacio muestral que resulta al hacer el experimento de lanzar dos dados y contesten las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que los dos dados caigan en número par?
- ¿Cuál es la probabilidad de que en ambas caras aparezca el mismo número?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de sus caras sea 10?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de sus caras sea un 10 o un 6?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de sus caras sea 10 y en ambas aparezca el mismo número?

Consideraciones previas:

La idea fundamental de este plan es retomar elementos básicos de la probabilidad mediante diversos cálculos.

Un arreglo rectangular o un diagrama de árbol son recursos que, si no surgen espontáneamente de los alumnos, pueden sugerirse para determinar el espacio muestral del experimento. Si se considera pertinente puede darse incompleta una de estas herramientas para que los estudiantes la terminen, por ejemplo el arreglo rectangular siguiente:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)					
2					(2,5)	
3				(3,4)		
4			(4,3)			
5		(5,2)				
6						(6,6)

Es importante que los alumnos se percaten que en los eventos **d** y **e** se están utilizando conectivos y que para el caso del primero (**o**) significa que se trata de la probabilidad de que ocurra cualquiera de dos eventos, mientras que el conectivo **y** implica que deben ocurrir ambos eventos a la vez.

Si se presentan las diferentes formas de expresar la probabilidad (fracción, decimal o %), aprovechar para analizar sus equivalencias y conversiones.

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son independientes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos independientes.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen diversos fenómenos de azar e identifiquen los eventos que son independientes y que adviertan que la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

Consigna: Organizados en equipos analicen y resuelvan las siguientes situaciones.

Situación 1.

- Calcular la probabilidad de obtener 1 y águila al lanzar un dado y una moneda.
- Calcular la probabilidad de obtener 1 al lanzar el dado, sabiendo que ya salió águila al lanzar la moneda.

Situación 2.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par y menor que 4 al lanzar un dado?
- Sabiendo que ya salió par, ¿cuál es ahora la probabilidad que sea menor que 4?

Consideraciones previas:

Igual que en el plan anterior, las probabilidades pedidas pueden obtenerse a partir de la determinación del espacio muestral correspondiente. La atención de este plan se centra en identificar la dependencia o independencia de los eventos que se presentan en cada situación: en la primera se trata de eventos independientes, el resultado de uno no tiene efecto en el resultado del otro, la probabilidad de obtener 1 al lanzar el dado no depende del resultado de lanzar la moneda, siempre es $1/6$, aun sabiendo que la moneda ya cayó águila. En cambio en la segunda situación se trata de eventos dependientes, la probabilidad de que el número sea menor que 4 es $1/2$ (1, 2 y 3), pero si se sabe que ya salió par, el espacio muestral se reduce a (2, 4 y 6), de los cuales uno (el 2) es menor que 4, por lo tanto la probabilidad es $1/3$.

Para contribuir con la intención didáctica de este plan es conveniente que se analicen otras situaciones que incluyan eventos independientes, algunos ejemplos son:

1. Se lanzan cinco volados consecutivos y en todos ellos ha caído sol. ¿Cuál es la probabilidad de que en el sexto volado también caiga sol?
2. Se va a realizar una rifa con 200 boletos que han sido numerados del 1 al 200. Todos los boletos se han vendido. El boleto ganador será el primero que se saque de una urna. Ana compró los boletos 81, 82, 83 y 84. Juan adquirió los boletos 30, 60, 90 y 120. ¿Quién tiene más oportunidades de ganar?

Plan de clase (3/3)

Conocimientos y habilidades: Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son independientes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos independientes.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos determinen y utilicen la regla del producto para calcular la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes.

Consigna: Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas:

1. La mamá de Enrique y la Tía de Ana están embarazadas y próximamente darán a luz a sus bebés. ¿Qué probabilidad hay de que las dos tengan un hijo varón?
2. Se lanzan simultáneamente un dado y una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga sol y el número 4?

Consideraciones previas:

Es muy probable que los alumnos obtengan por separado las probabilidades de cada evento en cada problema, para el primero $1/2$ y $1/2$ y para el segundo $1/6$ y $1/2$; sin embargo el asunto es averiguar como se relacionan estas medidas para obtener la probabilidad de que ocurran, en cada caso, los dos eventos a la vez, para el primero $1/4$ y para el segundo $1/12$. Un arreglo rectangular o un diagrama de árbol permiten visualizar el espacio muestral y los casos favorables de cada situación.

Otros problemas que permitirán aplicar la regla encontrada son los siguientes:

1. Variantes del problema 2. ¿Cuál es la probabilidad de que caiga águila y 2? ¿Cuál es la probabilidad de que caiga sol y 6? ¿Cuál es la probabilidad de que caiga águila y un número mayor que 4?, etc.
2. Pedro y Mario van a extraer sin mirar una canica de una caja que contiene dos amarillas, una verde y tres rojas. Si después de cada extracción se regresa la canica a la caja, ¿cuál es la probabilidad de que Mario tome una canica roja y Pedro una amarilla?

Plan de clase (1/2)

Curso: Matemáticas 2

Apartado: 4.5

Eje temático: MI

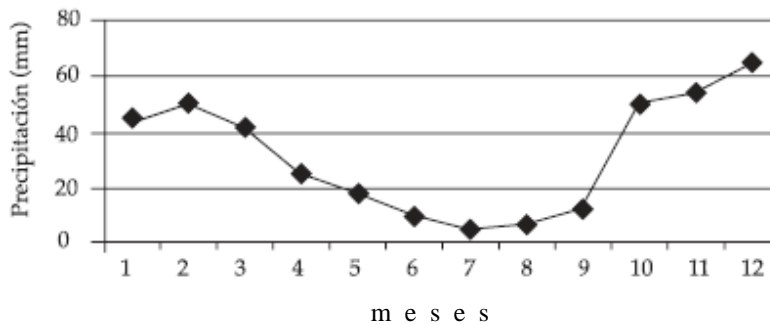
Conocimientos y habilidades: Interpretar y utilizar dos o más gráficas de línea que representen características distintas de un fenómeno o situación para tener información más completa y en su caso tomar decisiones.

Intenciones didácticas:

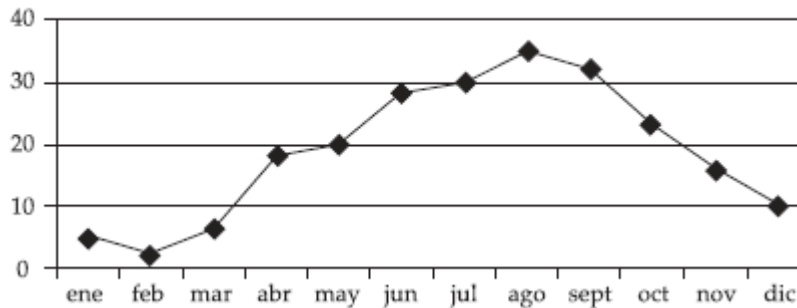
Que los alumnos relacionen gráficas de línea que representen características distintas de un fenómeno y obtengan conclusiones a partir de ellas.

Consigna: En parejas, analicen las siguientes gráficas y contesten lo que se pide.

Promedio mensual de precipitación en una ciudad del norte del país



Promedio mensual de temperatura en la misma ciudad



1. ¿Cuál es el mes más adecuado para visitar dicha ciudad, considerando la lluvia y la temperatura? ¿Por qué?
2. ¿Es cierto que cuando en esa ciudad hace más frío, llueve menos? Justifiquen su respuesta.
3. ¿Qué relación existe entre la lluvia y la temperatura en la ciudad mencionada?

Consideraciones previas Es conveniente que en la puesta en común las gráficas sean visibles para todos los alumnos, para lograrlo pueden utilizarse rotafolio, proyector de acetatos o cualquier otro medio que permita dicho fin.

Si se considera conveniente, la situación puede aprovecharse para analizar e interpretar la medición de la precipitación pluvial en milímetros.

La pregunta 1 puede tener varias respuestas, según el criterio empleado, por ejemplo, un alumno puede pensar que el mes más adecuado es cuando hace más calor y casi no llueve (agosto). Lo importante es que el criterio utilizado corresponda con el mes seleccionado.

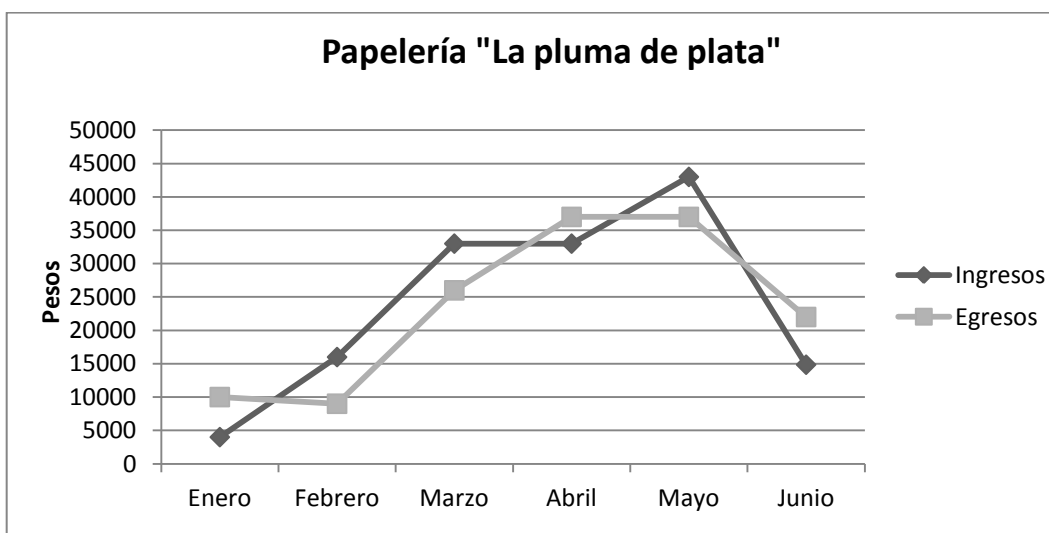
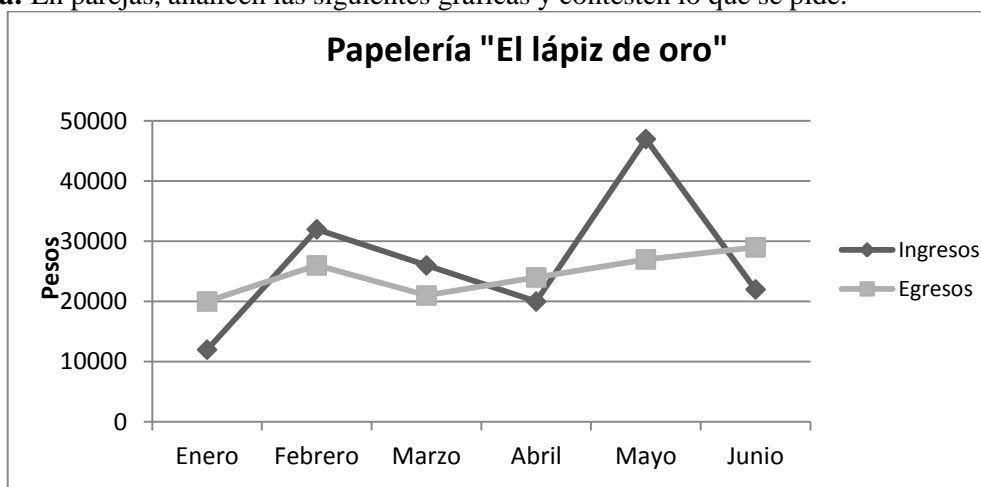
Plan de clase (2/2)

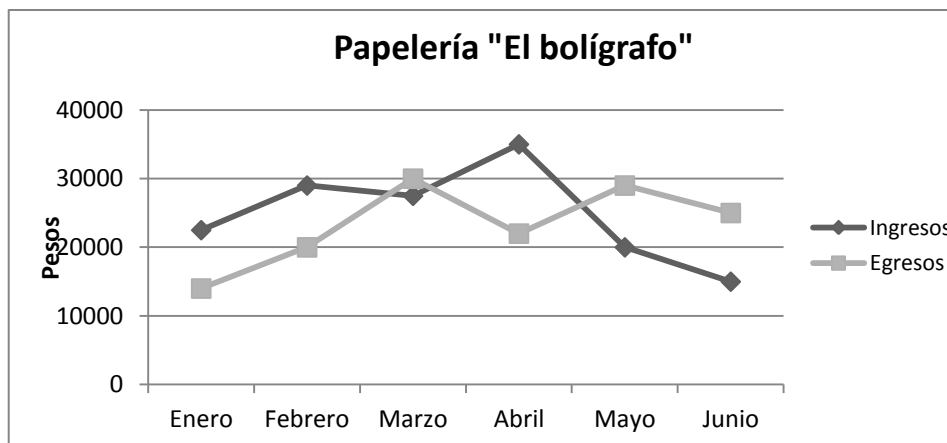
Conocimientos y habilidades: Interpretar y utilizar dos o más gráficas de línea que representan características distintas de un fenómeno o situación para tener información más completa y en su caso tomar decisiones.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos relacionen gráficas de línea que representan características de diferentes fenómenos y obtengan conclusiones a partir de ellas.

Consigna: En parejas, analicen las siguientes gráficas y contesten lo que se pide.





1. ¿En cuál mes hubo mayores ingresos en cada una de las papelerías?
2. Don Mario es el dueño de las tres tiendas y necesita vender una de ellas, ¿cuál le sugieren que venda? ¿Por qué?
3. ¿Qué tienda mantuvo por mayor tiempo un ascenso en sus ingresos?
4. ¿En cuál de las papelerías pedirían trabajo? Argumenten su respuesta.

Consideraciones previas

Es conveniente que en la puesta en común las gráficas sean visibles para todos los alumnos, para lograrlo pueden utilizarse rotafolio, proyector de acetatos o cualquier otro medio que permita dicho fin.

Considerar que para las preguntas 2 y 4 puede haber respuestas diferentes ya que hay distintos criterios para la toma de esas decisiones, lo valioso es que las argumentaciones sean basadas en la información que contienen las gráficas.

Si las condiciones lo permiten, pueden llevarse otras gráficas de este tipo a la clase para realizar un análisis semejante.

B4A5

Plan de Clase (1/3)

Curso: Matemáticas 2

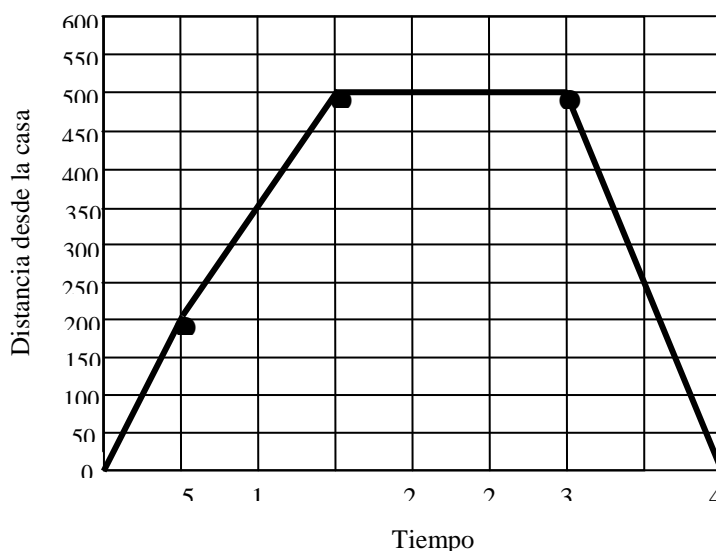
Apartado: 4.6 **Eje temático:** MI

Conocimientos y habilidades: Interpretar y elaborar gráficas formadas por segmentos de recta que modelan situaciones relacionadas con movimiento, llenado de recipientes, etc.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen e interpreten información contenida en una gráfica formada por segmentos de recta.

Consigna: En parejas, analicen la siguiente gráfica que representa el recorrido que hizo Juan para realizar una compra. Posteriormente contesten lo que se pide.



Tiempo

- ¿A qué distancia de la casa de Juan queda la tienda?
- ¿Cuánto tiempo tardó en hacer la compra?
- ¿A qué velocidad se desplazó de la tienda a su casa?
- Si llegó a las 11:30 horas a la tienda, ¿a qué hora salió de su casa?

Consideraciones previas:

Se sugiere tener preparada la gráfica en rotafolio, pizarrón u otro material que permita ser visible para todos durante la puesta en común.

Con la intención de ahorrar tiempo, es conveniente proporcionar a cada pareja una copia con la consigna.

Si los alumnos tuvieran dificultad para contestar la pregunta c), hay que recordar la relación entre velocidad, distancia y tiempo.

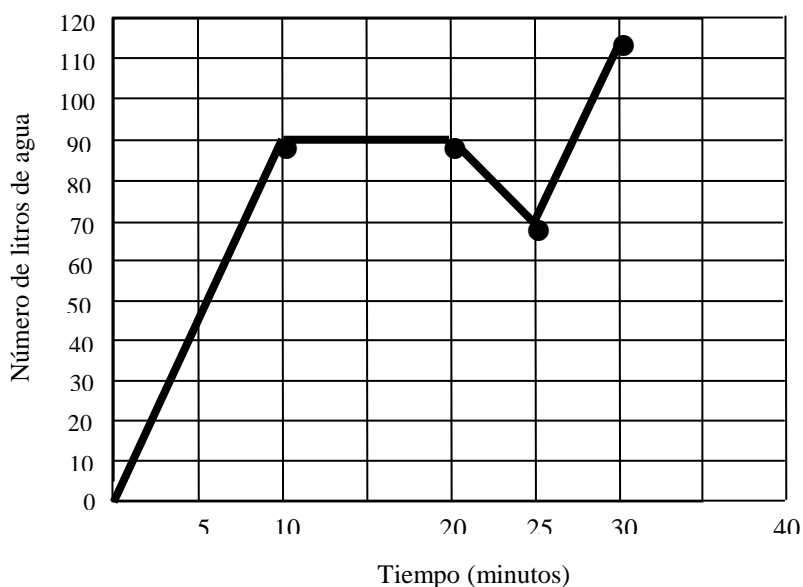
Plan de Clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y elaborar gráficas formadas por segmentos de recta que modelan situaciones relacionadas con movimiento, llenado de recipientes, etc.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos analicen e interpreten información contenida en una gráfica formada por segmentos de recta.

Consigna: Organizados en parejas, analicen la siguiente gráfica que representa la variación de la cantidad de agua en un tinaco de una casa, a partir de que se abre la llave de llenado, misma que permanece abierta y descarga 18 litros cada 2 minutos. Posteriormente contesten lo que se pide.



- ¿Cuántos litros de agua tiene el tinaco al minuto 10?
- ¿Por qué no es uniforme el llenado del tinaco?
- ¿En qué lapsos no se utiliza agua?
- ¿Qué sucede con la cantidad de agua entre los minutos 10 y 20? ¿Por qué?
- ¿Cuántos litros de agua se utilizaron entre los minutos 20 y 25?

Consideraciones previas:

Se sugiere tener preparada la gráfica en rotafolio, pizarrón u otro material que permita tenerla visible para todos durante la puesta en común.

Con la intención de ahorrar tiempo sería conveniente proporcionar a cada pareja una copia con la consigna.

Plan de Clase (3/3)

Curso: Matemáticas 2 **Apartado:** 4.6 **Eje temático:** MI

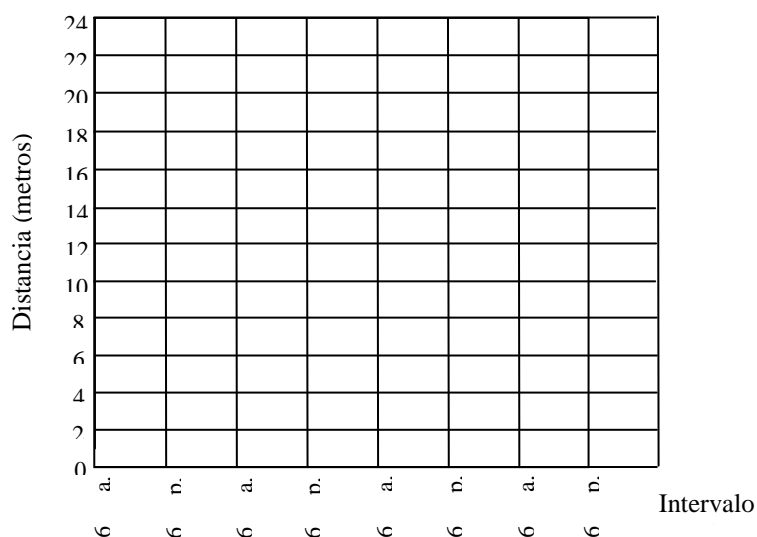
Conocimientos y habilidades: Interpretar y elaborar gráficas formadas por segmentos de recta que modelan situaciones relacionadas con movimiento, llenado de recipientes, etc.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos modelen situaciones relacionadas con desplazamientos a través de un gráfico formado por segmentos de recta.

Consigna: En parejas, analicen la siguiente situación y realicen lo que se indica.

Un caracol se encuentra en el fondo de un pozo que tiene 20 metros de profundidad. Durante el día (6 a.m. a 6 p.m.), avanza a razón de un metro por hora y durante la noche (6 p.m. a 6 a.m.), mientras duerme, se desliza hacia abajo a razón de 50 cm. por hora. Elaboren una gráfica que ilustre el desplazamiento del caracol hasta que sale del pozo y determinen el tiempo que tardará en hacerlo.



Consideraciones previas:

Si los alumnos presentan dificultad para construir la gráfica, el profesor puede sugerir el llenado de una tabla con los datos necesarios para facilitar su elaboración.

Intervalo	Desplazamiento	Ubicación actual
6 a. m. --- 6 p. m.	+ 12	+ 12
6 p. m. --- 6 a. m.	- 6	+ 6
6 a. m. --- 6 p. m.		

Si se considera pertinente pueden elaborarse variantes del problema, cambiando el valor de los desplazamientos y utilizando números decimales y fraccionarios.

El tiempo que tarda en salir el caracol es de dos días y 8 horas, o bien 56 horas. Es conveniente tener preparada la gráfica (sólo los ejes) para la puesta en común.

B5A4

Plan de clase (1/4)

Curso: Matemáticas 2

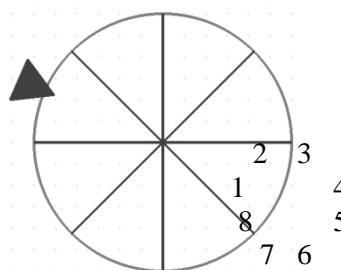
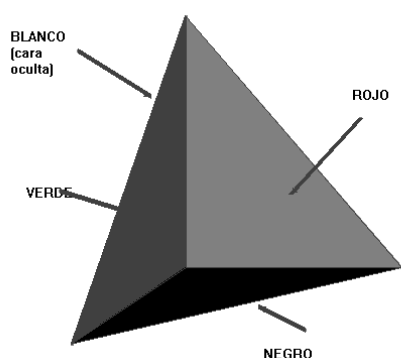
Apartado: 5.4 Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos reflexionen sobre el espacio muestra de un experimento aleatorio, sobre el significado de eventos simples y compuestos y calculen su probabilidad.

Consigna: Las siguientes figuras representan un tetraedro (poliedro regular de cuatro caras) y una ruleta. En forma individual resuelve los problemas que se plantean y comenta tus resultados con tres de tus compañeros más cercanos.



1.- Al girar la ruleta, ¿qué probabilidad existe de que la ruleta se detenga en...

- el número 5?
- un número menor que 4?
- un múltiplo de 2?
- un número impar?

2.- Si se lanza el tetraedro, ¿cuál es la probabilidad de que la cara que quede sobre la superficie plana, sea...

- color rojo?
- verde o rojo?
- verde o blanco o rojo?

Consideraciones previas:

Es conveniente plantear primero el problema uno y hacer una puesta en común para analizar los resultados de los cuatro incisos. Debe quedar claro que el espacio muestra en el experimento de la ruleta es el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y que a cada elemento le corresponde una probabilidad de $1/8$. Con base en esto se podrán contestar las cuatro preguntas. Si los alumnos preguntan cuáles son los múltiplos de dos hay que decirles que son todos los resultados de la tabla del dos.

En el segundo problema también conviene destacar el espacio muestra y enfatizar el hecho de que en los incisos b y c, se trata de eventos **compuestos** y que los conectivos “o” indican que se trata de la probabilidad de que suceda cualquiera de los dos o de los tres eventos, a diferencia del conectivo “y”, que se refiere a la probabilidad de que sucedan dos o más eventos a la vez. Por lo tanto, la probabilidad en el inciso b) es $1/4 + 1/4$, mientras que en c) es $1/4 + 1/4$.

Plan de clase (2/4)

Conocimientos y habilidades: *Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia.*

Intenciones didácticas:

Que los alumnos reflexionen sobre el significado de eventos compuestos que son mutuamente excluyentes e independientes y calculen su probabilidad.

Consigna 1: El experimento consiste en girar la ruleta de la sesión anterior y observar en qué número se detiene. Con base en esto contesten en equipo las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la ruleta se detenga en un número par?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la ruleta se detenga en un número impar?
- c) ¿Pueden ocurrir al mismo tiempo los eventos a) y b)?, ¿por qué?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que la ruleta se detenga en un número par o un número impar?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que la ruleta se detenga en un número par **o** múltiplo de tres?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de que la ruleta se detenga en un número par **y** múltiplo de tres?

Consigna 2: Con el mismo equipo resuelvan el siguiente problema. Se hace referencia al tetraedro y ruleta de la sesión anterior.

Se lanza el tetraedro y se hace girar la ruleta simultáneamente, ¿qué probabilidad hay de que la ruleta se detenga en el número 4 y el tetraedro caiga sobre su color verde?

Consideraciones previas:

En la primera consigna es importante discutir y confrontar las respuestas de los incisos d y f, estableciendo en primer lugar la diferencia entre los conectivos **o**, **y**. Mientras que el conectivo **o** implica que suceda cualquiera de los dos eventos o ambos, el conectivo **y** implica la ocurrencia de los dos eventos a la vez. En este caso el único número que cumple con las dos condiciones (ser número par y a la vez múltiplo de tres) es el seis, por lo tanto el resultado en el inciso e es $1/8$.

El problema de la segunda consigna resultará un poco más difícil para los alumnos porque el evento compuesto (cuatro y color verde) proviene de dos experimentos distintos y hay que saber cómo relacionar la probabilidad particular de cada evento: $P\{\text{caer } 4\} = 1/8$; $P\{\text{color verde}\} = 1/4$. Es probable que algunos alumnos sumen estos valores y obtendrán $3/8$. En tal caso se puede cuestionar: ¿Consideran que la probabilidad de que ocurran dos sucesos a la vez puede ser mayor que la probabilidad de que ocurra sólo uno de esos sucesos? Si los alumnos caen en cuenta de que no puede ser, hay que explicarles que el resultado es el producto de las probabilidades particulares.

Plan de clase (3/4)

Conocimientos y habilidades: *Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia.*

Intenciones didácticas:

Que los alumnos distingan dos eventos que son mutuamente excluyentes de aquellos que no lo son y busquen, en este último caso, la manera de calcular la probabilidad.

Consigna: Resuelvan en equipos los siguientes problemas. Se hace referencia a la ruleta de las sesiones anteriores.

1. Si se tienen los eventos:

- A. Que la ruleta se detenga en un número menor que cuatro.
- B. Que se detenga en un número múltiplo de cuatro.

- a) ¿Cuál es la probabilidad del evento A? $p(A) =$ _____
 - b) ¿Cuál es la probabilidad del evento B? $p(B) =$ _____
 - c) ¿Qué significa que ocurra A o B? _____
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A o B? $p(A \text{ o } B) =$ _____
- Expliquen su respuesta.

2. Ahora se tienen los eventos siguientes:

- C. Que la ruleta se detenga en un número mayor que cuatro.
- D. Que la ruleta se detenga en un múltiplo de cuatro.

- a) Obtengan: $p(C) =$ _____ $p(D) =$ _____
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra C o D? $P(C \text{ o } D) =$ _____

3. Comparen los resultados de d) del ejercicio 1 y de b) del ejercicio 2 y comenten las formas de obtenerlos.

¿Existe alguna diferencia en estos eventos? ¿Cuál?

Consideraciones previas: Es conveniente que siempre que los alumnos calculen la probabilidad de un evento compuesto obtengan primero el espacio muestra y la probabilidad particular de cada evento, esto les permitirá apreciar si hay elementos comunes o si no los hay. Si no los hay ya saben que el resultado es la suma de las probabilidades particulares, si los hay, es probable que por sí solos concluyan que no se puede contar dos veces el mismo elemento del espacio muestra.

Plan de clase (4/4)

Conocimientos y habilidades: Distinguir en diversas situaciones de azar eventos que son mutuamente excluyentes. Determinar la forma en que se puede calcular la probabilidad de ocurrencia.

Intenciones didácticas:

Que los alumnos consoliden los procedimientos para calcular la probabilidad de eventos compuestos.

Consigna 1. Organizados en equipos, resuelvan el siguiente problema:

Se tienen dos dados, uno azul y otro rojo, que tienen sus caras marcadas con puntos del uno al seis. El experimento consiste en lanzar simultáneamente los dos dados. Los resultados posibles del experimento son parejas de números en los cuales el primero es el número de puntos del dado rojo y el segundo del azul. Completen la tabla.

		D A D O A Z U L					
		1	2	3	4	5	6
D A D O R O J O	1	1,1					
	2		2,2				
	3						
	4						
	5				5,4		
	6					6,5	

- a) ¿Cuántos resultados posibles tiene el experimento? _____

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra cada uno de ellos? _____
 c) Anoten los resultados que hacen falta en la siguiente tabla.

EVENTO	RESULTADOS POSIBLES	PROBABILIDAD
A {La suma es dos}		
B {La suma es tres}		
C {La suma es siete}	6	6/36
D {La suma es diez}		
E {La suma es 3 o 10}		
F {La suma es mayor que 10 o múltiplo de 4}		

- d) ¿Qué evento tiene mayor probabilidad? _____
 f) ¿Qué evento tiene menor probabilidad? _____
 g) Formulen un evento compuesto por dos eventos que sean mutuamente excluyentes. _____
 h) Formulen un evento compuesto por dos eventos que NO sean mutuamente excluyentes. _____

Consideraciones previas:

Es necesario prever el tiempo suficiente para analizar las respuestas de una en una y detenerse en las que hay diferencias. Hay que centrar la atención sobre todo en los dos últimos incisos, analizando algunas respuestas para ver si los alumnos logran distinguir lo que son eventos compuestos y cuándo éstos se forman con eventos mutuamente excluyentes o no excluyentes.

ANEXO 3

B1A7

Plan de Clase (1/2)

Curso: Matemáticas 3

Apartado: 1.7

Eje temático: MI

Conocimientos y habilidades: Diseñar un estudio o experimento a partir de datos obtenidos de diversas fuentes y elegir la forma de organización y representación tabular o gráfica más adecuada para presentar la información.

Intenciones didácticas: Que los alumnos diseñen y lleven a cabo un estudio estadístico, desde la planificación del proceso hasta la presentación de los resultados.

Consigna: Organizados en equipos, planifiquen y lleven a cabo las actividades necesarias para contestar la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los deportes preferidos por los estudiantes de tu escuela?

Consideraciones previas: El hecho de que únicamente se les plantee a los alumnos una pregunta es con la intención de que ellos hagan un trabajo amplio, desde definir la información que necesitan y cómo obtenerla hasta la presentación de los resultados. Cabe aclarar que esta actividad no es para una sesión de clase, sino para tres o cuatro. En la primera sólo se integran los equipos y se ponen de acuerdo sobre la información que van a recabar, cómo y cuándo la van a recabar y de qué manera la van a registrar. Una segunda sesión sería para organizar la información recabada. La tercera sería para hacer la presentación y una cuarta para analizar algunos resultados. Obviamente no serían sesiones seguidas sino en función del trabajo que los alumnos van realizando.

Es probable que para algunos alumnos la pregunta planteada no sea interesante y hay que dejar abierta la posibilidad de que la cambien.

Es importante comparar los resultados de los diferentes equipos y analizar las ventajas y desventajas de los trabajos realizados, por ejemplo, hay que ver si sólo recabaron información de una muestra o de toda la población; por qué decidieron una u otra forma de presentar los datos. Se quiere que las muestras consideren al menos el 10% de la población.

Plan de Clase (2/2)

Conocimientos y habilidades: Diseñar un estudio o experimento a partir de datos obtenidos de diversas fuentes y elegir la forma de organización y representación tabular o gráfica más adecuada para presentar la información.

Intenciones didácticas: Que los alumnos diseñen y lleven a cabo un estudio estadístico, desde la planificación del proceso hasta la presentación de los resultados.

Consigna: Organizados en equipos planifiquen y lleven a cabo las actividades necesarias para contestar la siguiente pregunta: ¿Cuál fue el comportamiento del peso frente al dólar a lo largo del mes?

Consideraciones previas: Igual que en el plan anterior se trata de que los alumnos asuman la responsabilidad de todo el proceso, desde la planificación de las actividades hasta la presentación de los resultados. En este caso está muy acotada la información que se necesita pero hay que averiguar dónde se puede obtener para que sea confiable. Al final, hay que elegir un tipo de gráfica que resulte adecuada para este tipo de información.

Igual que en el caso anterior, hay que dejar abierta la posibilidad de que los alumnos puedan cambiar la pregunta por otra que les resulte más interesante.

B2A5

Plan de clase (1/2)

Curso: Matemáticas 3

Apartado: 2.5

Eje Temático: M. I.

Conocimientos y habilidades: Interpretar y utilizar índices para explicar el comportamiento de diversas situaciones.

Intenciones didácticas: Que los alumnos interpreten el significado de diversos índices usados en los medios de comunicación.

Consigna: En equipos lean lo siguiente y respondan las preguntas que hay después de la tabla. *Un periódico de circulación nacional realizó una encuesta para medir el índice de calidad de vida de 36 ciudades de la República. Los resultados de algunas ciudades son los siguientes:*

Ciudad *	Lugar	Índice global
Aguascalientes	4	7.69
Colima	1	8.11
D. F.	36	5.94
Guadalajara	34	6.36
Mérida	2	7.71
Mexicali	5	7.55
Monterrey	26	6.94
Querétaro	3	7.70
Saltillo	12	7.23

*No aparecen todas las ciudades en la tabla

1. ¿Qué ciudad obtuvo el índice más alto? ¿Qué significa que esta ciudad ocupe el primer lugar? _____
2. ¿Qué ciudad ocupa el último lugar? _____ ¿Qué factores pudieron haber influido para que los habitantes de este lugar le hayan dado calificaciones muy bajas? _____
3. Una de las preguntas que se le hicieron a los encuestados fue: ¿Qué tan segura consideras tu ciudad? Escriban otra pregunta que ustedes creen que debiera estar en la encuesta. _____
4. ¿Cómo consideran que se obtuvieron los datos de la tercera columna? _____

Consideraciones previas:

Para orientar la discusión en la última pregunta hay que tener en cuenta que la encuesta de **CALIDAD DE VIDA** tuvo 15 preguntas calificadas del 0 al 10. El índice global de cada ciudad se obtuvo con el promedio de las calificaciones que se dieron a las 15 preguntas por los encuestados.

Durante la puesta en común es conveniente analizar con los alumnos otros índices que les interesen, tales como, *de bateo* (número de veces que un jugador pega hit dividido entre el número de veces que va al bat), *de goleo*, *de encesta*; algunos índices económicos, como los de inflación y el Índice Nacional de Precios al Consumidor, de popularidad (rating), de contaminación ambiental, etc.

Podría también marcar de tarea alguna investigación más amplia sobre estos índices, su significado y cómo se construyen.

Los alumnos deben saber que los índices pueden expresarse de diferentes formas: 30%, 7.71, 0.336, - 0.38; pero finalmente significan *tantos de cada 100*, *tantos de cada 1000* etcétera

Plan de clase (2/2)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y utilizar índices para explicar el comportamiento de diversas situaciones.

Intenciones didácticas: Que los alumnos utilicen los índices para hacer comparaciones y obtener conclusiones de una situación planteada.

Consigna: Reunidos en equipos, anoten los datos que faltan en la siguiente tabla que contiene los índices de deserción en el nivel de secundaria, en los estados de la Península de Yucatán, en los años 2002 a 2004; posteriormente contesten lo que se pide.

ENTIDAD FEDERATIVA	2002	2003	2004
Estados Unidos Mexicanos	7.4	7.4	
Hombres	9.0	9.1	9.1
Mujeres	5.7	5.6	5.7
CAMPECHE	8.5	9.2	9.8
Hombres	10.4	11.2	12.3
Mujeres	6.5	7.1	7.2
QUINTANA ROO		6.7	6.3
Hombres	8.8	8.5	8.1
Mujeres	5.0	4.9	4.5
YUCATÁN	7.7	9.3	8.6
Hombres	9.6	11.5	
Mujeres	5.7	7.0	6.6

1. ¿Cómo varió el índice de deserción en el 2004 respecto al 2002 en cada estado de la Península? _____
2. ¿Cuál es el género que presenta mayor deserción en cada estado en el año 2004? _____ ¿Por qué piensas que ocurre así? _____
3. ¿Qué relación hay entre los índices de cada estado con el índice nacional? _____
4. ¿Qué sugerencias harían para disminuir los índices de deserción escolar? _____

Consideraciones previas:

De los datos que faltan en la tabla, dos son promedios de hombres y mujeres, que seguramente los alumnos podrán calcular fácilmente. El otro dato que falta conduce a la ecuación $(6.6+x)\div 2=8.6$ que seguramente los alumnos sabrán resolver.

La primera pregunta se refiere a si aumenta o disminuye el índice de deserción en 2004 respecto a 2002. En la segunda se trata de reconocer que en 2004 los hombres presentan mayor problema de deserción en las tres entidades y que intenten reflexionar sobre las posibles causas. En la tercera se espera que se comparen los índices anuales de cada entidad con el índice nacional.

En la última pregunta se esperan respuestas viables y acordes al contexto en que se desenvuelven los alumnos.

Se recomienda tener a la mano los datos de deserción del propio Estado, de los últimos tres años, y analizarlos con base en las mismas preguntas.

B2A6**Plan de clase (1/3)****Curso:** Matemáticas 3**Apartado:** 2.6**Eje temático:** MI**Conocimientos y habilidades:** Utilizar la simulación para resolver situaciones probabilísticas.**Intenciones didácticas:** Que los alumnos comprendan en qué consiste la simulación de un experimento de azar.**Consigna:** En equipos simulen los siguientes experimentos y registren sus resultados:

- Lanzar 30 veces un dardo a una ruleta dividida en 10 sectores circulares iguales y numerados del 1 al 10.
- Hacer girar una perinola hexagonal (comúnmente llamada *toma todo*), 80 veces.
- El lanzamiento de un dado 50 veces.

Consideraciones previas: Es muy probable que los alumnos no entiendan en qué consiste simular los experimentos, en tal caso el profesor podrá intervenir para dar una idea al respecto, “*simular consiste en explorar el comportamiento de una experiencia aleatoria observando otra experiencia equivalente, pero más fácil de realizar o de estudiar*”.

Ante la dificultad de tener en el momento una ruleta y un dardo, si a los alumnos no se les ocurre como simular este experimento, se les puede sugerir meter en una bolsa o caja 10 papeles numerados del 1 al 10, extraer uno, registrar el resultado y devolverlo a la bolsa; realizar 29 extracciones idénticas.

El experimento de la perinola puede simularse de manera semejante al de la ruleta, únicamente que ahora serían 6 papeles y en cada uno se escribe uno de los seis posibles resultados (toma uno, toma dos, toma todo, pon uno, pon dos y todos ponen), no olvidar después de cada extracción, regresar el papel a la caja o bolsa.

Para registrar los resultados de cada experimento puede utilizarse una tabla, como por ejemplo, para el caso de la perinola:

Resultado	Conteo	Totales
toma uno		
toma dos		
toma todo		
pon uno		
pon dos		
todos ponen		

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Utilizar la simulación para resolver situaciones probabilísticas.

Intenciones didácticas: Que los alumnos reflexionen sobre las ventajas de la simulación al resolver problemas de probabilidad.

Consigna: En equipos simulen el siguiente problema y obtengan una respuesta. *Un agente comercial sabe que cada vez que visita un cliente tiene 20% de probabilidad de hacer dos ventas, 50% de probabilidad de hacer sólo una y 30% de no vender nada. Un día tiene cita con cinco clientes. ¿Cuánto puede esperar ganar ese día si por cada venta que realiza gana \$200.00?*

Consideraciones previas: Dado que en la consigna se sugiere la simulación del problema, la dificultad radica en buscar algún material manipulable que se adapte a las condiciones del problema. Una estrategia de simulación consiste en colocar en una caja o bolsa dos canicas azules, cinco blancas y tres rojas. Posteriormente, extraer una a una y al azar cinco canicas (los cinco clientes), devolviendo cada vez la canica antes de extraer la siguiente (el profesor puede preguntar a los alumnos por qué es necesario devolver las canicas).

Si sale canica azul, el agente hizo dos ventas y ganó \$400.00

Si sale blanca, sólo hizo una venta y ganó \$200.00

Si sale roja, no hizo ninguna venta y no ganó.

Una vez que cada equipo obtiene una respuesta, conviene registrarlas en el pizarrón y ver si alguna se repite más veces. Ésta sería la mejor estimación hecha en el grupo. Es importante agregar, que si el experimento se repitiera muchas más veces, se llegaría a estimar con mayor exactitud la cantidad que el agente puede ganar ese día.

Plan de clase (3/3)

Conocimientos y habilidades: Utilizar la simulación para resolver situaciones probabilísticas.

Intenciones didácticas: Que los alumnos reconozcan la utilidad de la simulación para resolver situaciones probabilísticas más complejas.

Consigna: Organizados en equipos resuelvan el siguiente problema: *En un lago se encuentran nadando tranquilamente 6 hermosos patos, pero se ha terminado la veda y rodeando al lago se encuentran 6 estupendos cazadores dispuestos a cazarlos. En un momento determinado disparan todos los cazadores a la vez y, como son tan buenos, todos los tiros dan a algún pato. Pero, como no se habían puesto de acuerdo a qué pato disparar, hay algunos que se salvan (y sin perder ni un solo segundo salen volando) y otros que reciben más de un tiro. ¿Cuántos patos se pudieron haber salvado?*

Consideraciones previas: Se sugiere al profesor proveer o solicitar con anticipación a los alumnos diversos materiales tales como: dados, cajitas o urnas con botones o canicas de 6 colores diferentes, fichas o corcholatas numeradas del 1 al 6, ruletas con seis secciones de igual amplitud numeradas del 1 al 6 o de colores o ambas; éstos serán colocados sobre el escritorio o en una mesa donde cada equipo seleccionará el que crea más conveniente para representar o simular la situación planteada.

Una estrategia de simulación consiste en colocar en una caja 6 fichas numeradas del 1 al 6, las cuales representan a cada uno de los patos, después extraer al azar una ficha para conocer el pato que recibe el disparo del primer cazador, devolver la ficha a la caja; repetir 5 extracciones semejantes, que simulan los disparos de los cazadores faltantes y que permiten conocer los patos que reciben sus correspondientes tiros. También podría utilizarse un dado, hacer 6 lanzamientos, que representan los disparos de los seis cazadores; cada resultado representa el pato que recibe disparo, es decir, si en el primer lanzamiento del dado se obtiene 4, significa que el pato 4 recibió el tiro del cazador 1, si en el segundo lanzamiento se obtiene el 6, significa que el pato 6 recibió el disparo del cazador 2, y así sucesivamente.

Es muy posible que los alumnos realicen el experimento sólo una vez, es decir, que elijan al azar el blanco de los 6 disparos de los cazadores y que determinen los patos que reciben un tiro, los que reciban más de un tiro y los que se salvan, por lo tanto habrá varias respuestas adecuadas (se salvan dos, el 2 y el 5; se salvan 3, el 1, el 2 y el 6; se salva únicamente el 5, etc.). En tal caso, el profesor puede preguntar ¿qué pasará si repetimos el experimento varias veces? ¿habrá más o menos patos que se salvan?

El profesor puede sugerir que todos los integrantes de cada equipo realicen el experimento y que registren sus resultados en una tabla como la siguiente, en ella aparecen los resultados de un alumno.

PATOS							
CAZADORES	1	2	3	4	5	6	Patos que se salvan
Alumno 1		11	1		111		1. 4 v 6
Alumno 2							
Alumno 3							
Alumno 4							

Se espera que los alumnos al comentar los resultados de sus tablas, concluyan que en la medida que aumenta el número de experimentos, el número de patos que se salvan disminuye e inclusive puede ser que todos reciban al menos un tiro.

Si el maestro cree pertinente pueden agruparse los resultados de todos los equipos en una tabla y obtener conclusiones.

PATOS							
CAZADORES	1	2	3	4	5	6	Patos que se salvan
Equipo 1							
Equipo 2							
Equipo 3							
Equipo n							

Es importante reconocer que en la medida en que el experimento se repite más veces, el número total de disparos se distribuye equitativamente entre los 6 patos. Mientras más se efectúa el experimento, cada vez más es menos posible que algún pato se salve, si la simulación se hace una vez es posible que varios patos se salven, pero si se realiza 50, 80 o 100 veces probablemente ninguno se salva.

B4A14

Plan de clase (1/3)

Curso: Matemáticas 3

Apartado: 4:4

Eje temático: M I

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comparar las representaciones gráficas de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial de diversas situaciones.

Intenciones didácticas: Que los alumnos comparen el comportamiento de un crecimiento exponencial con uno lineal.

Consigna: En equipo, resuelvan el siguiente problema: Un grupo de tercer grado está organizando su fiesta de graduación. Les faltan \$25 000.00 para todos los gastos previstos y para obtener ese dinero tienen dos opciones, el banco PIERDEMEX les presta esa cantidad con un interés simple del 9% bimestral, mientras que el banco ATRACOMER les ofrece la misma cantidad con un interés compuesto del 8% bimestral. Si tienen planeado pagar el préstamo junto

con los intereses al término de 12 bimestres, completen la siguiente tabla y contesten lo que se pide.

	PIERDEMEX			ATRACOMER		
Bimestres	Préstamo inicial	Int. Simple 9%	Adeudo total	Préstamo inicial	Int. Compuesto 8%	Adeudo total
0	\$25,000	\$0.00	\$25,000	\$25,000	\$0.00	\$25,000
1	\$25,000	\$2,250.00	\$27,250	\$25,000	\$2,000.00	\$27,000
2	\$25,000	\$2,250.00	\$29,500	\$27,000	\$2,160.00	\$29,160
3	\$25,000	\$2,250.00	\$31,750	\$29,160	\$2,332.80	\$31,492.80
4	\$25,000	\$2,250.00	\$34,000	\$31,492.80		
5	\$25,000	\$2,250.00	\$36,250			
6	\$25,000	\$2,250.00	\$38,500			
7	\$25,000	\$2,250.00	\$40,750			
8	\$25,000	\$2,250.00	\$43,000			
9	\$25,000	\$2,250.00	\$45,250			
10	\$25,000	\$2,250.00	\$47,500			
11	\$25,000	\$2,250.00				
12	\$25,000	\$2,250.00				

- a) ¿En cuál banco les conviene pedir el préstamo? _____
 b) ¿Cuánto más tendrían que pagar de intereses en el Banco que no les conviene, al término del plazo fijado? _____

Consideraciones previas: Una vez que se discutan ampliamente las respuestas es importante concluir que en el caso del interés simple, a tiempos iguales corresponden crecimientos iguales (\$2 250.00 cada bimestre) mientras que en el caso del interés compuesto los intereses pasan a formar parte del adeudo total, el cual vuelve a generar nuevos intereses. Llámese al primer crecimiento aritmético o lineal y al segundo geométrico o exponencial.

Es muy probable que para calcular las cantidades que corresponden al banco ATRACOMER los alumnos hagan lo siguiente: calculen el 8% de 25 000 y sumen este resultado (2 000) con 25 000. Para el siguiente renglón calcularán el 8% de 27 000 y así sucesivamente.

Si a ningún equipo se le ocurre, habrá que explicarles que una manera abreviada de calcular el 8% de 25 000 y a la vez sumar el porcentaje con 25 000, consiste en efectuar el siguiente producto: $25\ 000 \times 1.08 = 27\ 000$, esta última cantidad se vuelve a multiplicar por 1.08 y así sucesivamente. La razón es que en 1.08 está incluido el 100% más el 8%.

Una característica que hay que enfatizar en estos tipos de crecimiento es que mientras en el aritmético la diferencia entre cualesquier pareja de valores consecutivos es una constante (\$2 250.00), en el geométrico o exponencial, el cociente entre cualesquier pareja de valores consecutivos, es una constante (1.08).

Si el profesor considera pertinente puede llegar junto con los estudiantes a la fórmula de un crecimiento exponencial:

$$C_n = (1 + p)^n C_0 \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Donde C es una cantidad que crece a una tasa constante p por periodo de tiempo y se denotan por C_0 su valor inicial y por C_1, C_2, C_3, \dots su valor al cabo de 1, 2, 3, ... periodos.

Es importante que los alumnos continúen explorando diversas situaciones en las que intervenga el crecimiento exponencial, para lo cual se puede proponer la siguiente situación problemática:

El gobierno del estado ha decidido becar a los alumnos de excelencia. Conocedor de la inteligencia de estos alumnos, sólo becará a aquellos que en menos de 10 minutos elijan la mejor opción de beca, las opciones son las siguientes:

- a) *Una beca mensual de \$500.00 y un bono anual de \$1000.00.*
- b) *Una beca mensual de \$500.00 más un incremento del 10% mensual.*

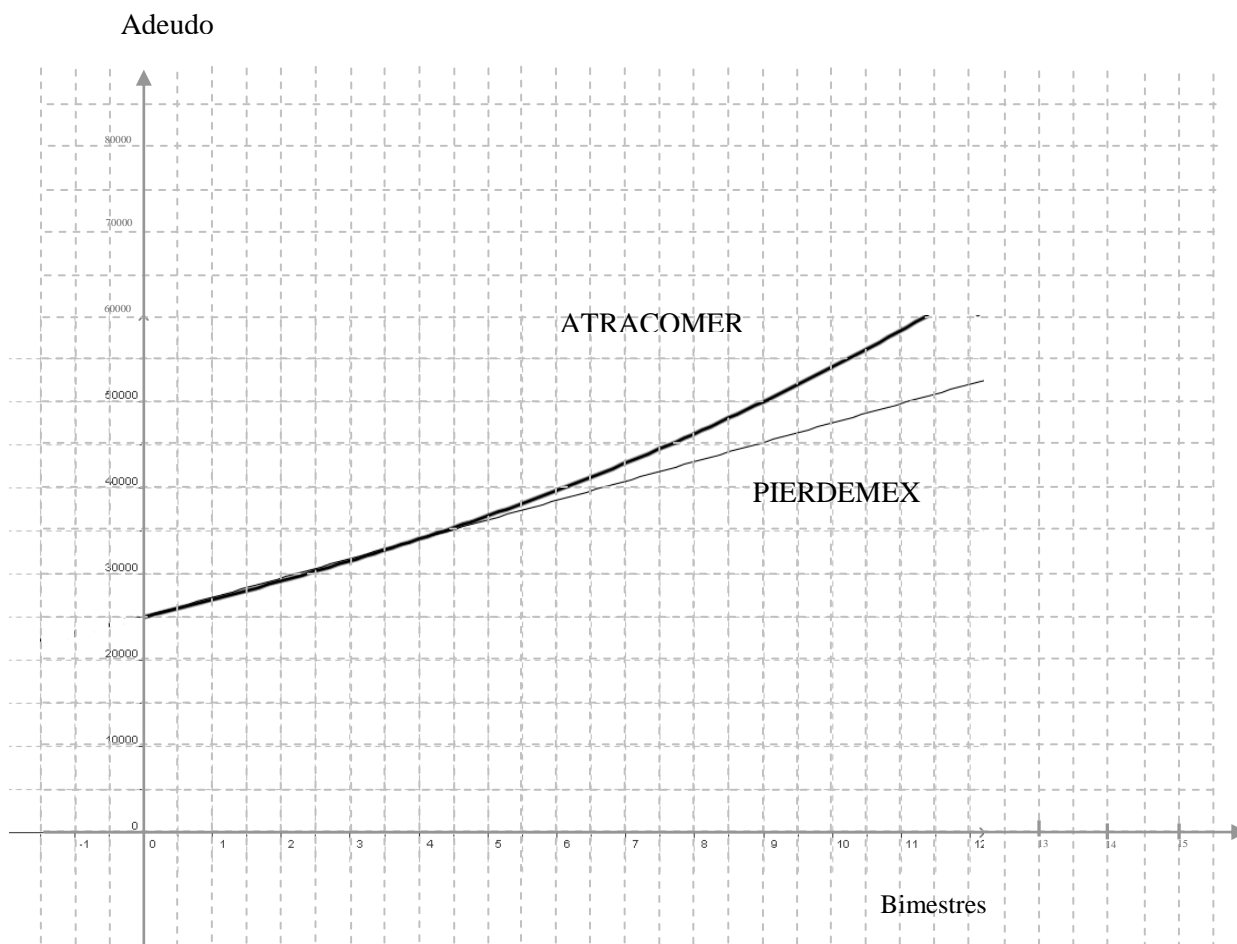
Si quieres ser de los becados, ¿qué opción elegirías y por qué?

Plan de clase (2/3)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comparar las representaciones gráficas de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial de diversas situaciones.

Intenciones didácticas: Que los alumnos comparen los comportamientos de las gráficas de los crecimientos exponencial y aritmético.

Consigna: Reunidos en equipos analicen las siguientes gráficas que representan los crecimientos de los adeudos en los bancos Pierdemex y Atracomex estudiados en la sesión anterior. Posteriormente contesten lo que se pide.



- a) La gráfica del adeudo en el banco Pierdemex representa un crecimiento aritmético y la del banco Atracomex un crecimiento exponencial. ¿Qué diferencias notan entre ambas

gráficas?

- b) ¿A qué obedecen esas diferencias? _____
- c) ¿A partir de qué bimestre es notable la diferencia entre ambos adeudos?

- d) Prolonguen las gráficas y anticipen los adeudos totales en ambos bancos al cabo de 15 bimestres. PIERDEMEX: _____ ATRACOMER: _____

Consideraciones previas: Es importante que los alumnos adviertan que el crecimiento aritmético se representa con una recta, ya que a tiempos iguales corresponden crecimientos iguales mientras que el crecimiento exponencial es una línea curva que cada vez más aumenta su pendiente, debido a que los incrementos bimestrales cada vez son mayores.

Una vez que los alumnos advierten el comportamiento de las gráficas, es importante que anticipen otros valores prolongando dichas gráficas y respetando los comportamientos, lo anterior es necesario para contestar la pregunta c). Dadas las cantidades indicadas en el eje vertical, seguramente las respuestas son aproximaciones a los valores exactos, el monto del adeudo total en el banco Pierdemex debe oscilar entre los \$58000 y \$60000 y el adeudo para el banco Atracomer será alrededor de los \$80 000.

Problema de ejercitación:

La siguiente gráfica muestra la producción de vehículos automotores en todo el mundo desde finales de la Segunda Guerra Mundial hasta mediados de los años ochenta. Los puntos representan la producción real por año. La línea continua representa la tendencia desde 1946 hasta los primeros años de la década de los setenta. Si se hubiera conservado la tendencia observada hasta principios de los años setenta, ¿cuál habría sido la producción estimada para los años 1975, 1976, ..., 1985?



Plan de clase (3/3)

Conocimientos y habilidades: Interpretar y comparar las representaciones gráficas de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial de diversas situaciones.

Intenciones didácticas: Que los alumnos identifiquen un fenómeno que representa un crecimiento exponencial, lo grafiquen y anticipen otros valores.

Consigna: Reunidos en equipos, resuelvan el siguiente problema: La siguiente tabla muestra la población aproximada (expresada en millones) de una colonia de bacterias. El registro se ha hecho cada hora. Analícela y realicen o contesten lo que se indica.

Hora	0	1	2	3	4	5
Bacterias	6	12	24	48	96	192

- Representen gráficamente la situación planteada y discutan si cumple con las características de un crecimiento exponencial.
- ¿Cuál es la tasa de crecimiento en cada hora?
- A partir de la gráfica, estimen cuántas bacterias habrá después de 6 horas y después de 8.

Consideraciones previas: Los alumnos podrán advertir que se trata de un crecimiento exponencial desde el análisis de los datos de la tabla, ya que cada hora las bacterias se reproducen al 100%.

Para facilitar la construcción de la gráfica conviene solicitar con anticipación hojas milimétricas.

Es probable que algunos alumnos piensen que la gráfica de la situación planteada sea una parte de una parábola, por lo que se sugiere graficar en el mismo plano una parábola y comparar ambas representaciones, además de fomentar una discusión donde se comente la razón por la cual la gráfica de este plan no puede ser un segmento de una parábola, a cada valor de y le corresponde sólo un valor de x .

Problema de ejercitación:

En el año de 1990 la población mundial de la Tierra era de 5 292 millones de habitantes. Suponiendo que la tasa de crecimiento durante una década es de 18% y ésta se mantiene constante:

- ¿Cuál será la población en los años 2010, 2020 y 2030?
- Representen en una gráfica los valores encontrados y discutan el tipo de crecimiento que se da.
- A partir de la gráfica estimen la población para el año 2050.

B4A5

PLAN DE CLASE (1/3)

Curso: Matemáticas 3

Apartado: 4.5

Eje temático: M. I.

Conocimientos y habilidades: Analizar la relación entre datos de distinta naturaleza, pero referidos a un mismo fenómeno o estudio que se presenta en representaciones diferentes, para producir nueva información.

Intenciones didácticas: Que los alumnos localicen información en un texto o en una tabla y a la vez la representen gráficamente.

Consigna: En equipo, lean el siguiente texto y revisen la tabla que se presenta posteriormente. Con base en ambas informaciones contesten lo que se indica.

MÉXICO VIVE YA UNA “CHATARRIZACIÓN” ALIMENTICIA

Karina Galarza Vásquez

El consumo de alimentos tradicionales ha disminuido en nuestro país y, al mismo tiempo, han ganado terreno los productos “chatarra”. Si a esto se suma la reducción de la actividad física, entenderemos por qué se han incrementado las enfermedades crónico-degenerativas.

En la actualidad, la población mexicana sólo incluye en su alimentación cerca de 60 especies animales y vegetales, mientras que en la época prehispánica utilizaba hasta 200 variedades. Entre los alimentos que se están consumiendo en menor porcentaje encontramos al amaranto, chía (semilla), quelites, nopales, tunas, pitahayas, garambullo (cactáceo), mamey y zapote (amarillo, negro y blanco).

Las consecuencias del fenómeno que nos ocupa saltan a la vista, pues cada vez se observan y reportan más casos de obesidad y sus consecuencias, como diabetes *mellitus* (cifras elevadas de azúcar), enfermedades cardiovasculares e hiperlipidemias (exceso de grasas en la sangre).

Efectos en la salud ¿Qué ha favorecido la problemática expuesta? La respuesta la da el Dr. Luis Alberto Vargas al explicar que ello se asocia con tres sucesos: industrialización, estandarización y pérdida de variedad de los alimentos, cuya consecuencia es el creciente número de personas con sobrepeso u obesidad, lo cual ha generado a su vez incremento de los casos de diabetes y otros padecimientos asociados.

Tan sólo tomemos en cuenta que la diabetes *mellitus* es un importante problema de salud pública en México. En los últimos cinco años ha llegado a ocupar la primera causa de muerte, con 11% del total de las defunciones en ambos sexos, agrega el Dr. Navarro Ocaña.

En referencia a la edad, apunta que en los últimos años el padecimiento se presenta en personas de menor edad, cuando antes ocurría en individuos mayores de 50 años.

La siguiente tabla indica el consumo diario promedio de calorías que consumen los jóvenes entre 13 y 22 años, en diferentes épocas de la historia de México. Según los especialistas el consumo ideal para evitar problemas de salud se encuentra entre 1500 y 1800 calorías de consumo al día.

Años	Consumo diario de calorías
1800	1400
1850	1400
1900	1450
1950	1800
2000	2400
2007	2500

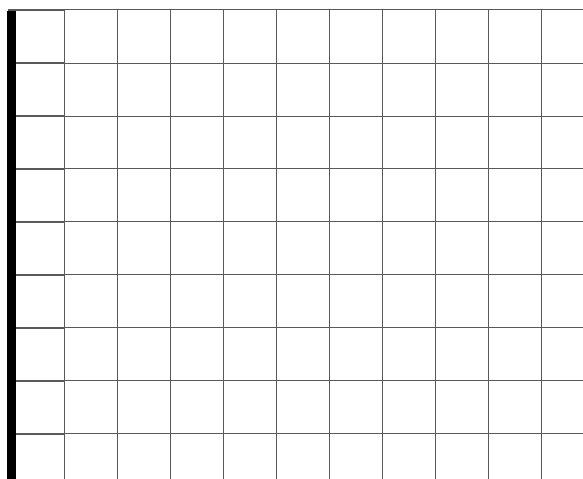
1. ¿Cuáles fueron las causas de que entre los años 1800 a 1850 existiera una ingesta de calorías menor a la recomendada?

2. ¿En qué años se llegó al límite recomendado respecto al consumo diario de calorías? _____
3. ¿Cuál es la diferencia entre el consumo en 2007 y el consumo ideal? _____
4. ¿Qué problemas de salud ocasiona el exceso de consumo de calorías? ¿Qué otro aspecto favorece este tipo de consecuencias?

Consideraciones previas: Es muy posible que los alumnos necesiten revisar el contexto histórico de México en los periodos señalados consultando diversas fuentes a su alcance, para que visualicen los usos y costumbres de esos tiempos, así como hacer referencia al tipo de alimentos que actualmente se consumen en la tienda o cooperativa escolar, valorando su nivel nutricional.

Con la intención de vincular este tema con los estudiados anteriormente, se sugiere proponer el siguiente problema:

Suponiendo que los hábitos alimenticios y de ejercicio físico de la población no cambian y a partir del año 2000, cada 7 años se da la misma tasa de crecimiento en el consumo de calorías, ¿cuál sería el consumo de calorías en los años 2014, 2021 y 2049?. Grafiquen los valores encontrados. ¿Qué tipo de crecimiento se da en esta situación?





PLAN DE CLASE (2/3)

Conocimientos y habilidades: Analizar la relación entre datos de distinta naturaleza, pero referidos a un mismo fenómeno o estudio que se presenta en representaciones diferentes, para producir nueva información.

Intenciones didácticas: Que los alumnos localicen información en gráficas y en tablas.

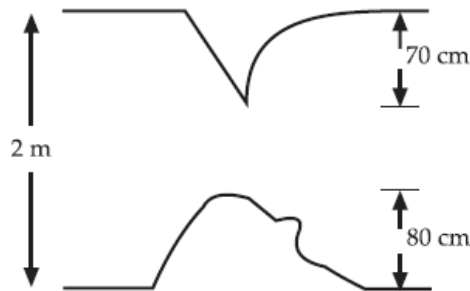
Consigna: Organizados en parejas resuelvan el siguiente problema: Las siguientes tablas muestran cómo han crecido una estalactita y su correspondiente estalagmita durante los últimos 6 años.

Estalactita							
Número de años desde la primera medición	0	1	2	3	4	5	6
Longitud en cm	70	72	75	76	78	80	82

134

Estalagmita							
Número de años desde la primera medición	0	1	2	3	4	5	6
Longitud en cm	80	83	85	88	90	92	94

La cueva tiene 2 m de alto. Cuando se midió por primera vez se observó un perfil como el siguiente:



- Transcurridos dos años desde la primera medición, ¿qué tan cerca están las dos puntas? _____ ¿Y después de 6 años? _____
- Hagan una predicción sobre el tiempo que transcurrirá para que se unan la estalactita y la estalagmita. Justifiquen su respuesta. _____

Consideraciones previas: Para contestar las preguntas de este problema es necesario consultar y relacionar la información contenida en las tablas y el esquema. Este contexto es un buen motivo para que los alumnos investiguen qué son y cómo crecen las estalactitas y las estalagmitas (contenido de geografía de México y el mundo).

PLAN DE CLASE (3/3)

Conocimientos y habilidades: Analizar la relación entre datos de distinta naturaleza, pero referidos a un mismo fenómeno o estudio que se presenta en representaciones diferentes, para producir nueva información.

Intenciones didácticas: Que los alumnos localicen y operen con la información presentada en tablas.

Consigna: Organizados en equipos, y con base en la información que se presenta en las siguientes tablas, contesten las preguntas y hagan lo que se indica. Pueden usar calculadora.

**TABLA 1: POBLACIÓN (EN MILLONES)
INTERNO BRUTO**

Países	1999	2000	2001
Argentina	33.1	33.8	36.0
Bolivia	8.1	8.3	8.3
Brasil	163.9	166.1	172.4
Colombia	41.6	42.3	43.1
Costa Rica	3.9	3.9	4.0
Chile	15.0	15.2	15.5
Ecuador	12.4	12.6	12.1
El Salvador	6.2	6.3	6.4
Guyana	0.8	0.8	0.8
Jamaica	2.6	2.6	2.6
México	97.4	97.4	97.5
Nicaragua	5.0	5.1	5.2
Perú	25.2	25.7	26.1
República Dominicana	8.4	8.6	8.8
Trinidad y Tobago	1.3	1.3	1.3
Venezuela	23.7	24.2	24.6

**TABLA 2: PRODUCTO
(EN MILLONES DE**

1999	2000	2001
283300	284400	271400
8100	8300	8100
536600	602200	510400
86200	83800	81700
15800	15900	16400
1800	1800	1900
13700	13900	18000
12500	13200	14000
600	600	600
7700	7800	8100
458400	543200	627900
2200	2400	2500
51600	53500	54000
17400	19600	21400
6800	8200	9000
96500	117800	119700

- a) ¿En cuántos millones se incrementó la población de Nicaragua de 1999 a 2001?

- b) ¿Qué país obtuvo el mayor incremento de población en ese lapso? _____
- c) ¿Qué país obtuvo el mayor crecimiento porcentual del PIB de 2000 a 2001? _____
- d) ¿Algún país disminuyó su PIB en ese lapso? _____ ¿Cuál? _____
- e) Si Venezuela conserva su tasa de crecimiento de 2000 a 2001, ¿cuántos habitantes tendrá en 2010? _____
- f) Calculen el PIB per cápita de cada país correspondiente al año 2001.

Países	Producto Interno Bruto per cápita (año 2001)
Argentina	
Bolivia	
Brasil	
Colombia	
Costa Rica	
Chile	
Ecuador	
El Salvador	
Guyana	
Jamaica	
México	
Nicaragua	

El **PIB per cápita** se calcula dividiendo el PIB entre la Población

Perú	
República Dominicana	
Trinidad y Tobago	
Venezuela	

g) ¿Qué país tiene el mayor PIB per capita? _____ ¿Y cuál el menor? -----

h) ¿El PIB per capita es un indicador confiable para asegurar que toda la población tenga cierto nivel de bienestar? _____ ¿Por qué? _____

i) ¿Qué condiciones favorecen que un país mejore sustancialmente su PIB per capita?

Consideraciones previas: En la pregunta c) es posible que los alumnos confundan entre incremento absoluto e incremento porcentual, es importante que se comenten ambas nociones y que identifiquen que en las preguntas a) y b) se trata de un incremento absoluto (en millones de habitantes) mientras que en la c) de un incremento porcentual, es decir, el tanto por ciento que aumentó el PIB en un determinado lapso.

Es posible que los alumnos no conozcan o no recuerden qué es el Producto Interno Bruto ni el Producto Interno Bruto per cápita, por lo que es necesario que el profesor promueva un análisis de dichos conceptos.

*“El **Producto Interno Bruto (PIB)** es el valor total de la producción de bienes y servicios de un país durante un período (generalmente en un año, aunque a veces se considera un trimestre). EL PIB es el indicador más importante de la vida económica de un país.”*

Bibliografía

Chevallard, Yves (2000). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editorial. (Trad. del francés: La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. La Pensée Sauvage. 1991.)

Coll Salvador, C. (2007). *Las competencias en la educación escolar: Algo más que una moda y mucho menos que un remedio*. Aula de Innovación Educativa, 34-39.

Gómez, P. (2002). *Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas*. Revista EMA, 7, 3, pp. 251-292.

Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. PNA, 1(2), 79-98.

Lupiáñez, J. L., Rico, L., Gómez, P., y Marín, A. (2005). *Análisis cognitivo en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Trabajo presentado en V Congreso Ibero-americano de educación matemática, Oporto, Portugal.

Lupiáñez, J. L., y Rico (2008). *Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares*. PNA, 3(1), 35-48.

Marín, A. (2005). *Tareas para el aprendizaje de las matemáticas: organización y secuenciación*. Trabajo presentado en Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemática, Málaga.

Niss, Mogens. (1999). *Mathematical competencies and learning of Mathematics: The Danish KOM Project*. Dinamarca.

OCDE / PISA. (2003). *Competencia en matemáticas*. EDUTEKA. Recuperado el 15 de marzo de 2012, de <http://www.eduteka.org/Pisa2003Math.php>

OCDE, USAID. (2009). *La definición y selección de competencias clave. Resumen ejecutivo*. Recuperado el 5 de noviembre de 2011, de <http://www.deseco.admin.ch>

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD-OCDE]. (2009). *Programme for International Student Assessment (PISA)*. Recuperado el 25 de junio de 2011, de <http://www.pisa.oecd.org/>

OCDE/PISA (2003), *PISA 2003 Marco de Evaluación*. Recuperado el 21 de mayo de 2011, de <http://www.educacion.gob.es>

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE]. 2010. PISA. Recuperado el 1º de febrero de 2011 desde <http://www.pisa.oecd.org/pages/>

Rico L.(2003). PISA 2003, *Pruebas de matemáticas y de solución de problemas*. Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Madrid 2005.

Rico, L. (2005). *Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003*. En Ministerio de Educación y Ciencia (Ed.), *PISA, 2003, pruebas de matemáticas y de solución de problemas* (pp. 1-25). Madrid: Editor. Scallon, G. (2005).

Rico, L. (2005) *La competencia matemática en PISA*. Conferencia impartida en el VI Seminario de Primavera: la Enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA, Madrid, España.

Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2006). Educación básica. Secundaria. Matemáticas. *Programa de estudio 2006*. México, México: Conaliteg.

Secretaría de Educación Pública [SEP]. 2010. Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares. Recuperado el 1º de febrero de 2011 desde <http://www.enlace.sep.gob.mx/gr/>

Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2011). *Programas de estudio 2011*. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. México, México: Secretaría de Educación Pública (DGDC/DGFCMS).

Tobón Tobón, S. (2006). *Aspectos básicos de la formación basada en competencias*. Recuperado el 15 de octubre de 2011, de <http://www.uv.mx/facpsi/proyectoaula/documents/Lectura5.pdf>

