Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Psicología
Maestría en Desarrollo y Aprendizajes Escolares

EL IMPACTO DE DISTINTOS FORMATOS DE PRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

T E S I S

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Maestro en Desarrollo y Aprendizajes Escolares

Presenta:

Blanca Nieves García Mainou

Dirigido por:

Dra. Mónica Alvarado Castellanos

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Junio de 2009

Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Psicología
Maestría en Desarrollo y Aprendizajes Escolares

EL IMPACTO DE DISTINTOS FORMATOS DE PRESENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Maestro en Desarrollo y Aprendizajes Escolares

Presenta:

Blanca Nieves García Mainou

Dirigido por:

Dra. Mónica Alvarado Castellanos

SINODALES

Dra. Mónica Alvarado Castellanos Presidente	Mónica Alvarado C. Firma
Dra. Andrea Leticia López Pineda Secretario	Firma
Mtra. Elida Cristela Guerra Juárez Vocal	Firma
Mtro. Francisco Rivera Ramirez Suplente	Firma
Mtra. Martha Beatriz Soto Martínez Suplente	Firma

MDH. Jaime Eleazar Rivas Medina Director de la Facultad de Psicología	Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Junio de 2009
México

RESUMEN

El propósito principal de esta investigación fue indagar la manera en que los niños en el primer ciclo de primaria (30 niños de 7 y 8 años de edad de escuelas particulares y públicas de la Ciudad de Querétaro) resuelven problemas de igualación presentados en contextos gráficos diferentes bajo la idea de que el trabajo de discriminación de la información necesaria para el planteamiento de la solución de los problemas puede estar afectado por dicho contexto.

Este estudio requirió el diseño y aplicación de tres situaciones de indagación en las que se presentó un problema aditivo de igualación por cada formato de presentación. El primer problema presentaba los datos en una tabla de datos; el segundo involucró un folleto publicitario donde los datos se presentaban con una correspondencia de uno a uno (producto-precio). La tercera situación se presentó en formato escolar en el que los datos se incluían en la narración del problema.

Los niños resolvieron los tres problemas dentro de entrevistas individuales en las que interpretaban los diferentes portadores de datos y explicaban a la investigadora las decisiones que tomaría para resolver cada problema.

Trabajos anteriores como los de Brousseau (1986), Vergnaud (1991) y Broitman (1999) señalan que la manera de formular un problema presenta desafíos diferentes para quien intenta resolverlos. Así mismo, han encontrado relación entre el tipo de problema y el procedimiento de resolución utilizado por la mayoría de los niños. A partir de estos trabajos buscamos identificar las posibles variaciones en la resolución de un mismo tipo de problemas, considerando a la discriminación de datos como un momento central en el planteamiento y solución de un problema.

Como lo señala Block (1996) los conocimientos matemáticos son herramientas que se crean y evolucionan frente a la necesidad de resolver ciertos problemas, de tal suerte que los niños aprenden matemáticas no sólo para resolver problemas, sino al resolverlos. Es en este marco teórico-metodológico en el que circunscribimos el presente trabajo de investigación. Como lo señalan Brousseau (1986), Vergnaud (1991), Pérez y Pozo (1999) y Broitman (1999), la solución de un problema matemático comienza con el entendimiento que el niño tiene de la pregunta involucrada. A partir de ésta, orientará la selección de datos para ponerlos en juego de acuerdo con las operaciones que logre deducir. De ahí la relevancia del abordaje de nuestro estudio.

Los resultados obtenidos con nuestro trabajo permiten constatar que, en efecto, no es equivalente el desempeño en la discriminación de datos y resolución frente a diferentes formatos de presentación de problemas. Para los niños de nuestra muestra, resultó más complicado recuperar los datos presentes en una tabla de doble entrada, que de un folleto comercial. Así mismo, el problema escolar, resultó ser el menos desafiante para los estudiantes involucrados en este estudio.

Nuestros resultados nos llevan a evidenciar la importancia de trabajar en el aula con distintos formatos de presentación que permitan la construcción de recursos y herramientas cognitivas, así como la evolución de las propias estrategias de resolución. Además de brindarles mayores oportunidades de interacción con diferentes formatos gráficos, este tipo de medidas posibilitaría una mayor integración de los conocimientos escolares al ámbito cotidiano, pues es en el uso de diversos portadores que los usuarios resuelven problemas para la vida diaria.

PALABRAS CLAVE
Problemas de igualación, formatos de presentación, estrategias de resolución

ABSTRACT

The main purpose of this investigation was to find out the way in which children in the first cycle of primary school (Thirty children of seven to eight years of age from private and public schools in the city of Queretaro) solve equalizing problems presented in different graphical contexts under the idea that the discrimination of information is necessary for the planning of a solution and that these can be affected by each context.

This study required the design and application of three exploratory situations in which each child was presented with an additive equalizing problem for each presentation layout. The first problem presented the information in a data table; the second one involved a brochure where the data was presented in a one-one relation (product-prize). The third situation was presented in an academic layout in which the data was included in the problem's narration.

The children solved the three problems within a series of individual interviews in which they interpreted the different data carriers and explained to the investigator the decisions they were going to take to solve each problem.

Previous investigations such as the ones done by Brousseau (1986), Vergnaud (1991) and Broitman (1999) showed that the way of formulating a problem presents different challenges for those who solve them. In the same way, they found a relationship between the type of problem and the procedure used by the majority of the children. Based upon the ideas touched by these studies, we tried to identify the possible variations in the solution of the same type of problem taking into consideration data discrimination as a central moment in the problem planning and solution.

As shown by Block (1996), the mathematical knowledge is a tool that is created and evolved as a necessity to solve certain type of problems. Children learn math not only to solve problems but by solving them. In this theory and methodological frame in which we circumscribe our investigation; as it was shown by the work of Brousseau (1986), Vergnaud (1991), Pérez and Pozo (1999) and Broitman (1999), the solution of a mathematical problem starts with the understanding of the question involved. From this question, the child will move toward the data selection and is going to apply the inferred operations. The relevance of our study's approach relies in here.

The results obtained with our research permitted us to realize that the use of data discrimination and problem solving performance in front of different problem presentation layouts are not equivalent. For the children involves in our investigation, it was more complicated to recuperate the data presented in a double entry table than in a brochure. In addition, the academic layout was less of a challenge for the students involved in this study.

Our results have taken us to re-emphasize the importance of working with different presentation layouts that allow the construction of cognitive resources and tools, and the improvement of personal solving strategies in the classroom. Besides offering more opportunities of interaction with different graphic layouts, this type of action will let us integrate the academic knowledge in their daily problem solving environment. It is in the use of diverse carriers that users solve their every day problems.

KEY WORDS

Equalizing problems, presentation layouts, solving strategies

AGRADECMIENTOS

Gracias por estar ahí
y
formar parte de esta experiencia.

INDICE

INDICE DE TABLAS

INDICE DE GRÁFICAS

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE TRANSCRIPCIONES

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la resolución de problemas matemáticos ha ocupado un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas. Esta permite acceder a los conocimientos matemáticos del niño, ya que es un medio para comprender y aplicar los saberes matemáticos. Al resolver problemas se hace evidente lo que se piensa sobre los números, sus relaciones y sus funciones. Para poder trabajar con problemas en el aula es necesario considerar las implicaciones y retos que estos representan para los niños. Para Pérez y Pozo (1999) la resolución de problemas implica el uso de estrategias y la toma de decisiones sobre el proceso de solución. Algunas estrategias son la búsqueda por medio del ensayo-error, dividir el problema en subproblemas, establecer submetas o ir de lo conocido a lo desconocido. De tal manera que cuando los niños se enfrentan a problemas matemáticos se desarrollan estas estrategias y fortalecen la toma de decisión. Sin duda, estas dos habilidades resultan fundamentales en la escolaridad básica, ya que posibilitan aprendizajes posteriores.

Para hablar de problemas matemáticos es necesario diferenciar lo que es un problema de lo que no lo es. Un problema provoca un conflicto, el cual requiere de un esfuerzo cognoscitivo para hallar la solución. Labarrere (1994) lo define como la situación que sitúa al alumno ante la necesidad de desplegar su actividad cognoscitiva en un intento de búsqueda, de razonamiento, de elaboración de conjeturas y toma de decisiones. Un problema es un reto susceptible de ser resuelto, que implica la puesta en acción de estrategias, conocimientos y habilidades, de tal suerte que no toda tarea es un problema ya que dependerá de quién lo resuelva.

Las dificultades para resolver problemas matemáticos varían también en función del formato en el que se presentan. Según Brousseau (1986), Vergnaud (1991) y Broitman (1999) la manera de formular un problema presenta desafíos diferentes. Algunos problemas pueden presentarse empleando narrativas con lenguaje natural, otros además de la enunciación incluyen información en diagramas, esquemas o ilustraciones necesarias para extraer los datos que entrarán en juego para resolver el problema. Finalmente, existen presentaciones de problemas a través de representaciones enigmáticas en las que los alumnos deben descubrir datos faltantes. Los recursos en la presentación de un problema matemático resultan ser un factor importante al momento de identificar los datos pertinentes y ejecutar la resolución. De tal modo que un problema puede ser más complejo que otro por su presentación, aunque encierre un planteamiento matemático semejante. De esta manera, didácticamente se ha considerado que la discriminación de los datos y la toma de decisión sobre cuáles son relevantes, requieren de habilidades que se deben desarrollar a partir del trabajo con distintas presentaciones de un mismo problema. El tipo de presentación hace más compleja la operación sobre los datos y la relación que los niños van a poder establecer en ese problema.

Si bien la discriminación de datos relevantes es el inicio de la resolución de un problema, el planteamiento de operaciones (producto del establecimiento de relaciones entre datos) es también necesario. Al respecto Vergnaud (1991) menciona la clara relación entre los medios utilizados por el niño para resolver un problema y la representación que él se hace de la situación, es decir, el camino que el niño siga para lograr su objetivo y resolver el problema.

Otra mirada sobre la dificultad en el planteamiento de los problemas matemáticos es la que presentan Carpenter y Moser (1982). Ellos clasifican a los problemas en base al tipo de relación entre los conjuntos y subconjuntos que presentan, las acciones involucradas en el problema y los posibles cambios en las cantidades. A estas características se les denomina “dimensiones básicas”. Existen 6 diferentes clases de problemas basados en estas dimensiones: reunión, separación, parte-parte-todo, comparación, igualación-aumentando e igualación-quitando.

A partir de los trabajos referidos con anterioridad, la didáctica de las matemáticas se ha visto fuertemente influida, poniendo en el centro de los diferentes programas escolares la solución de problemas matemáticos al menos desde la escolaridad primaria. En este contexto los niños enfrentan la solución de problemas de diferente naturaleza, sobre todo por el tipo de estructura matemática involucrada en los planteamientos de narrativas diseñadas, en la mayoría de los casos, ex profeso para la escuela. Los problemas de igualación son apenas un tipo de problemas que los niños enfrentarán en la escolaridad primaria; se caracterizan por involucrar una inclusión de conjuntos o una interrelación conjunto-subconjunto (Carpenter y Moser, 1982). Esto se refiere a la relación entre los conjuntos conocidos y el desconocido. Ya sea que el conjunto desconocido se forme con los conocidos o que uno de los conjuntos conocidos se haya formado por un subconjunto conocido y uno desconocido. Estos problemas brindan la posibilidad de operar tanto con una orientación positiva (compensación) como con una negativa (sustracción). Un ejemplo de un problema de igualación es el siguiente:

Hay 12 vasos y 7 popotes. ¿Cuántos popotes necesito comprar para tener un popote para cada vaso?

La solución de los problemas de igualación involucra una comparación entre cantidades y operan en función de la adición y la sustracción para lograr la equivalencia. En el ejemplo anterior, para igualar la cantidad de popotes y vasos, es necesario cambiar una de las dos cantidades, en este caso aumentando la segunda (7 popotes) hasta llegar a tener 12, o bien, a través de un planteamiento de una diferencia restando el número de vasos al de popotes.

La presente investigación aborda, además de la dificultad que encierran los problemas de igualación, la condición en la que se presentan los datos de un problema. Nos interesaba conocer las dificultades que las condiciones gráficas del contexto, en el que se presentan los datos, afectan las respuestas de los niños que cursan el primer ciclo de escolaridad primaria (primero y segundo). Para ello nos planteamos como punto de partida las siguientes preguntas de investigación:

1. ¿Qué relación existe entre el formato de presentación de un problema aditivo de igualación y la dificultad para discriminar los datos necesarios para su solución?

2. ¿Qué estrategias utilizan los niños de 7 y 8 años para resolver problemas de igualación con presentación distinta?

3. ¿Qué diferencia existe en la manera que tienen los niños de escuela privada y de escuela pública de enfrentarse a problemas de igualación con distinta presentación?

Supusimos que los niños que cursan primero y segundo grados de primaria tienen un desempeño desigual al discriminar los datos relevantes e impertinentes frente a diferentes formatos de presentación de problemas. Así mismo, consideramos que la dificultad que representaba la discriminación de estos datos para resolver el problema podía influir en las estrategias de solución que emplearían los niños. Sobre estas hipótesis daremos cuenta a lo largo de la presente tesis. En consecuencia, este trabajo aborda en el primer capítulo la fundamentación teórica que sustenta la investigación y que hace referencia a la importancia de la resolución de problemas en la didáctica de las matemáticas, a los tipos de problemas verbales aditivos, principalmente los de igualación; y a la manera en que los niños se enfrentan a este tipo de problemas.

En el segundo capítulo se describe la metodología utilizadas en este trabajo, partiendo de la descripción de la muestra hasta llegar a delinear cada uno de los instrumentos de indagación creados para esta investigación.

En el tercer capítulo se exhiben los resultados obtenidos a partir de las 30 entrevistas realizadas. Aquí se hace un recuento de las respuestas obtenidas a partir del análisis de varios protocolos, así como, la presentación de tablas y gráficas con el fin de clarificar y ejemplificar los resultados.

Por último, se presentan las conclusiones y los comentarios finales, donde incluimos las respuestas a cada una de nuestras preguntas de investigación; así como, las implicaciones pedagógicas de este trabajo.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Tomando en cuenta el propósito principal de la presente tesis, resulta importante comenzar por definir cuál es el papel de la resolución de los problemas en la enseñanza de las matemáticas. Ávila (2006) hace hincapié en el valor de los problemas como vía de acceso al saber, ya que estos obligan a analizar, reflexionar, anticipar soluciones, probar y, como consecuencia, a generar conocimientos.

1. La resolución de problemas

La resolución de problemas ha sido una estrategia ampliamente empleada en la didáctica de las matemáticas. En términos del NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) forma parte de los tres focos centrales del currículum para la escolaridad elemental (de preescolar a 8° grado) que posibilitan que los estudiantes empleen los procesos matemáticos en la vida cotidiana. Estos son:

- *el uso de las matemáticas para resolver problemas;*
- *la aplicación del razonamiento lógico para justificar los procedimientos y las soluciones; y*
- *la participación en el diseño y análisis de múltiples representaciones para aprender, hacer conexiones, y comunicar las ideas dentro y fuera de las matemáticas* (NCTM, 2007).

Enseñar matemáticas y resolver problemas en la escuela propicia la interacción entre las matemáticas organizadas por la comunidad científica y las matemáticas como actividad humana. Como actividad humana, las matemáticas permiten organizar los objetos y los acontecimientos del mundo, establecer relaciones para contar, medir, sumar, dividir, etc. (Carraher, et al., 1991). Los problemas acercan a los estudiantes a incorporar sus conocimientos matemáticos a las diferentes actividades cotidianas, al mismo tiempo que sirven como disparadores de nuevos aprendizajes. Los juegos recreativos, las competencias deportivas, las visitas a tiendas, el ahorro de dinero, el seguimiento de recetas, etc. son algunas de las actividades que los niños realizan diariamente y en las cuales aplican sus conocimientos y estrategias matemáticas para resolver problemas.

Los beneficios de trabajar la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, ha sido un tema central para los estudiosos de esta área quienes han podido precisar sobre el impacto de esta herramienta. Veamos algunas de sus conclusiones:

Labarrere (1988), Balbuena et al. (1988), Carrillo (1995), Block (1996), Pérez (1999), y Grows (2000) enfatizan la utilidad de resolver problemas para promover el razonamiento en otros campos del conocimiento más allá de las matemáticas. Sostienen que la resolución de problemas sitúa al niño ante la necesidad de desplegar su actividad cognitiva en un intento de búsqueda, de razonamiento, de elaboración de conjeturas y toma de decisiones. Es decir, le demanda al niño utilizar sus conocimientos e ideas previas para elaborar hipótesis, planear estrategias y actuar sobre el problema.

Por su parte, Riley, Heller y Greeno (1983) distinguieron tres tipos principales de conocimiento que se aplican durante la resolución de problemas.

a) Esquemas de los problemas, para comprender las diversas relaciones semánticas.
b) Esquemas de acción para representar los conocimientos del modelo acerca de las acciones que interviene en las resoluciones de problemas; y
c) Conocimientos estratégicos para la planificación de estrategias para resolver los problemas.

De manera similar, investigaciones como la de Polya (1945), afirman que la solución de un problema exige una comprensión de la tarea, la concepción de un plan, la ejecución del mencionado plan y un análisis que lleve a determinar si se ha alcanzado o no la meta. Polya (1945) aporta la idea de que entre más complejo sea el problema planteado, más exigirá al niño, lo que lo llevará a desarrollar más y mejores estrategias.

Como lo señala Block (1996), los conocimientos matemáticos son herramientas que se crean y evolucionan frente a la necesidad de resolver ciertos problemas. En este sentido, los niños aprenden matemáticas no sólo para resolver problemas, sino al resolverlos. Al usar las matemáticas como herramientas de resolución de problemas se favorece la comprensión de las características del *sistema decimal de numeración*, de las operaciones, así como la toma de decisiones. Esto marca la necesidad inmediata de presentarles a los niños situaciones problemáticas adecuadas, que provoquen el interés y sean un reto a vencer. La enseñanza de las matemáticas deberá partir de problemas significativos y comprensibles que permitan entender y aplicar los conceptos matemáticos. La resolución de problemas es la fuente o el motor para poder seguir pensando y discutiendo (Broitman, 2005).

Un problema matemático debe ser un desafío novedoso que impacte, que presente un obstáculo entre el planteamiento y la meta, sin llegar a ser un reto inalcanzable. Para Brousseau (1994) debe ser una situación real de aprendizaje[1], que necesite de la puesta en juego de un gran número de conocimientos previos para resolverse. Su diseño debe ser cuidado para que la solución al problema no se vea afectada por la falta de comprensión del vocabulario, por la complejidad de su estructura o por el rango numérico; debe provocar una gran variedad de respuestas, de soluciones, y también de errores. El problema debe ser comprendido por todos los alumnos, debe permitir al alumno utilizar los conocimientos anteriores y debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a hacer evolucionar los conocimientos anteriores (Charnay, 1994) Además, se debe cuidar que el problema no se vuelva ejercicio mecánico, pues se corre el riesgo de poner en juego procedimientos automatizados que llevan a la respuesta de una manera inmediata, sin necesidad de reflexionar y tomar decisiones (Pozo y Pérez, 1999; Broitman, 2006).

Desde el punto de vista de Charnay (1994) la enseñanza de las matemáticas tiene como uno de sus objetivos esenciales darle sentido y significado a lo que se enseña. Presentar las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas permitirá que los alumnos construyan el significado de manera contextualizada, pudiendo poner en juego su capacidad de análisis y deducción, determinar procedimientos a seguir para la solución, progresivamente eficiente, de situaciones más o menos ligadas a la vida cotidiana. Desde esta perspectiva, se considera que el aprendizaje se da a consecuencia de que el alumno se involucre en la resolución de problemas que se encuentran justo en el límite de sus posibilidades. Es decir, problemas que puede comenzar planteándoselos a partir de conocimientos anteriores, pero que le exigirán desarrollar nuevas estrategias para llegar a tener éxito cabal. En este sentido,

[1] “Para que sea una situación de aprendizaje es necesario que la respuesta inicial que el alumno piensa frente a la pregunta planteada no sea la que queremos enseñarle: si ya fuese necesario poseer el conocimiento por enseñar para poder responder no se trataría de una situación de aprendizaje. La respuesta inicial sólo debe permitir al alumno utilizar una estrategia de base con la ayuda de sus conocimientos anteriores” (Brousseau, 1994: 66).

desarrollar un nuevo conocimiento es la condición implícita en la solución de los problemas.

En consecuencia, se ha señalado la importancia de trabajar con distintos tipos de problemas que permitan el desarrollo de diversas estrategias ligadas con diferentes conocimientos en el campo de lo matemático. Además de considerar los retos cognitivos que el estudio de la matemática demanda, Castro, Castro y Rico (1995) señalan que el abordaje de los problemas encierra retos importante en el aprendizaje: entender la interrogante que se plantea, discriminar información pertinente involucrada en el planteamiento, identificar el tipo de relación matemática involucrada entre las variables del problema, etc. En este sentido afirman: "La habilidad para resolver problemas no puede enseñarse, pero puede desarrollarse resolviendo problemas". Por lo tanto, es indispensable disponer de las condiciones necesarias para favorecer el trabajo con problemas que le permitan al niño tener éxito al trabajar las matemáticas, lograr el aprendizaje y construir el verdadero sentido de las operaciones y del lenguaje matemático.

Los planteamientos de la didáctica de las matemáticas basada en la solución de problemas establece el beneficio de contar con una variedad de este tipo de recursos tanto en presentación, contexto y estructura con el fin de provocar evoluciones en los procedimientos, tanto de discriminación de datos, como de resolución del problema. Al respecto, Nunes y Bryant (2000) mencionan que es necesario convertir los procedimientos en herramientas del pensamiento. Por su parte, Grouws (2000) sugiere que los alumnos requieren de oportunidades para descubrir e inventar procedimientos matemáticos que los lleven a crear mejores concepciones matemáticas.

1.1 Los tipos de problemas

Si bien asumimos las bondades generales del trabajo alrededor de la solución de problemas, es importante decir que no todos los problemas son equivalentes en dificultad o en relación a los procesos cognitivos que demandan en los aprendices. Sobre éstos últimos hay que considerar no sólo el diseño detrás de cada problema, sino sobre todo, las posibilidades de solución de las que disponen los sujetos que los enfrentarán. En este sentido, un problema puede resultar muy complicado para un sujeto y al mismo tiempo, excesivamente sencillo para otro; dependiendo de la experiencia que cada quien tenga en la resolución de situaciones problemáticas equivalentes y/o los conocimientos matemáticos de los que se disponga al momento de enfrentar la tarea.

Existen diferentes formas de clasificar los problemas, en particular, los aditivos[2]. Algunos autores consideran la estructura del problema para clasificarlos, otros como Suppes y Loftus (1969) y Jerman (1973) en Carpenter (1982) los clasifican en base a la sintaxis de los enunciados empleados en el planteamiento; Grouws (1974), Lindvall & Ibarra (1980) consideran las oraciones abiertas que representan como determinantes; mientras que Vergnaud (1982), y Greeno (1987), consideran la estructura verbal como característica que determina el tipo de problema. A diferencia de la sintaxis, que se refiere al nivel de vocabulario, número de palabras y tipo de oraciones; la estructura hace referencia a las acciones o relaciones involucradas en el problema, es decir, qué operación es necesaria poner en juego para resolver dicho problema, es una estructura semántica. Por ejemplo, un problema aditivo como: "En un juego de canicas un niño realizó 2 tiros. En el segundo tiro perdió 5 canicas, al final se quedó con 3. ¿Qué pasó en el primer tiro?" (Problema tipo IV, Vergnaud, 1982). La sintaxis del problema lo complejiza al ubicar la incógnita en el primer término del problema (x-5=3). Al mismo tiempo, al emplear una relación negativa en el segundo término la dificultad del problema se incrementa, a pesar de que para su resolución baste con realizar unas sencilla suma de 5 +3.

Otros factores que afectan la complejidad de los problemas son el contexto del problema, tamaño o magnitud de los números empleados, el orden en que se presentan los datos, el formato de presentación y la estructura semántica del problema (Broitman, 1999). Esto quiere decir, que problemas con la misma estructura verbal pueden cambiar en presentación, rango numérico u orden de datos y provocar dificultades diferentes. Por ejemplo, en Balbuena y otros (1998) se utiliza una presentación que implica un mayor reto al momento de establecer qué datos son relevantes y de qué manera se relacionan.

SUPERMERCADO
Papel higiénico REGIO con 4 rollos de $73 a $46
Este cupón tendrá un valor de $25 al momento de efectuar su pago
Válido por 1 producto

¿Cuánto pagaste por el producto después de usar el cupón?

[2] En lo sucesivo nos referiremos exclusivamente a los problemas aditivos dado el interés central de esta tesis.

Con respecto a la magnitud de los números empleados, Broitman (1999) señala que al presentar números pequeños se permite desplegar diferentes estrategias de resolución, controlar las acciones que realizan, despreocuparse de los cálculos y centrarse en los problemas. A su vez, los números pequeños permiten procedimientos no expertos, de conteo, cálculos mentales sencillos y memorísticos. Por ejemplo, un niño de preescolar puede realizar una operación aditiva sin requerir estrategias algorítmicas para determinar cuánto es 4 + 2, pero no así, para saber cuánto es 10 + 12 ó incluso 10 + 2- Mientras que en la primera operación les resulta a los niños pequeños emplear sus propias manos para representar las transformaciones, pensar en números que exceden a 10 limita este tipo de estrategia intuitiva.

Así mismo, para Vergnaud (1991), la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas con la dificultad del cálculo necesario. Esto quiere decir que los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños, y lo mismo sucede con los números decimales en relación a los números enteros. Menciona también que algunos números prohíben el uso de ciertos procedimientos provocando modificaciones en las estrategias de resolución. Un ejemplo de cómo la magnitud de los números hace más complejo un problema es el siguiente:

"Un parisino sale de vacaciones en su automóvil. A la salida de Paris su contador kilométrico marca 63 809 km; a su regreso marca 67 351. ¿Cuántos kilómetros viajó en su automóvil durante las vacaciones?"

Como lo menciona Vergnaud (1991), la solución del problema se habría facilitado si en lugar de esos valores se hubieran usado 15000 km y 17000 km respectivamente.

Además de la forma de presentación y del rango de los números involucrados, el orden de presentación de la información juega un papel primordial en la resolución de un problema matemático. Cuando se invierte el orden de los datos pertinentes, se presentan en desorden o junto con datos no relevantes, el problema se vuelve más complejo. Como menciona Vergnaud, (1991) la información pertinente para resolver un problema puede estar dada de múltiples maneras, ya sea perdidas entre otras informaciones, ordenadas conforme el desarrollo temporal del problema, en desorden u orden inverso, o de manera que el niño puede identificarla como necesario y suficiente.

Broitman (1999) presenta los siguientes problemas para ejemplificar un orden diferente en la presentación de la información:

1.- Ana tenía una caja con varios alfajores. Le regaló 8 a Camila. Se quedó con 10. La caja tenía ______________alfajores.

2.- Calcula cuántos alfajores tenía Ana si le regaló a su hermana 8 y le quedaron 10.

<u>1.2 Las respuestas infantiles frente a la resolución de problemas</u>

Los niños enfrentan los problemas matemáticos de diferentes maneras, dependiendo de sus conocimientos, habilidades y experiencias previas. Así mismo, se ha encontrado correlación entre el tipo de problema y el procedimiento que la mayoría de los niños utiliza (Pozo y Pérez, 1999; Broitman, 1999). Entre los procedimientos utilizados por los niños están: representar las colecciones con ayuda de dedos, gráficamente o con símbolos, reunir y contar los objetos de una colección, aplicar una operación convencional. Más adelante se describirán a detalle los procedimientos utilizados frente a problemas verbales aditivos.

Todas estas formas de resolver un problema dan muestra de las representaciones mentales que se hace el niño para operar sobre un problema, planteárselo y resolverlo. Según Goldin y Shteingold (2001), una representación es propiamente un signo o una configuración de signos, caracteres u objetos. Su importancia radica en que pueden sustituir a algo más que a sí mismos, de tal manera que al atender a un problema, éste se puede volver más o menos manejable a partir de las representaciones que se realicen sobre éste: los elementos o variables implicadas, las relaciones entre las variables, la ubicación de la o las incógnitas del problema y los mismos procesos de resolución.

El objeto representado puede variar dependiendo del contexto en el que se plantee el problema, la naturaleza del problema y la condición psicológica de quien enfrente el problema o usuario de la representación. Las representaciones que surgen al resolver un problema pueden ser internas y/o externas. La interacción entre ambas es fundamental para tener éxito en el aprendizaje.

Martí (2005) define a las representaciones externas como marcas o creaciones intencionales, arbitrarias, destinadas a transmitir conscientemente un significado a un intérprete potencial. Estas constituyen una gama variada de manifestaciones como las acciones simbólicas entre las que estarían el lenguaje oral, la escritura, las notaciones musicales, las notaciones numéricas, las fotografías e ilustraciones y los mapas.

A diferencia de las representaciones externas, las internas son de naturaleza mental o intangible, las elabora el sujeto de manera necesaria y automática y están definidas por la relación que establece con el medio físico y social. Desde una perspectiva psicogenética, las representaciones mentales se dan a consecuencia de la posibilidad simbólica que alcanzan los sujetos después de perfeccionar sus relaciones circulares secundarias.

Ambos tipos de representaciones se vinculan entre sí, ya que, las representaciones externas dan cuenta, en alguna medida de las internas. Así mismo, la realización de representaciones externas posibilita la toma de conciencia de los sujetos que las producen, devolviéndole al sujeto la posibilidad de modificar el tipo de relación que ha establecido con los objetos de conocimiento y suscitándole, por ello nuevas representaciones internas. Para la psicología, el estudio de las representaciones externas ha resultado ser muy útil ya que posibilita que el observador pueda llegar a inferir algunas representaciones internas de los sujetos.

En consecuencia, Vergnaud (1991) afirma que el niño construye representaciones mentales para comprender su entorno. Estas representaciones no siempre son observables. Sin embargo, algunas acciones del sujeto permiten dar cuenta de ellas. Algunas de las representaciones utilizadas en las matemáticas son las expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural, los esquemas espaciales y las expresiones algebraicas.

Como señala Tolchinsky (2007) algunos tipos de representaciones externas se han convencionalizado, quedando regidas por reglas y normas. Por ejemplo, la escritura y el sistema de numeración. Otras, son creaciones únicas inventadas para resolver un problema en específico o representar un contenido particular, como por ejemplo dibujos, esquemas o garabatos.

A pesar de las diferencias entre representaciones convencionales y no convencionales, las representaciones externas comparten tres características importantes:

a) son objetivas, es decir, son lo que son, a pesar de que evoquen algo más allá de ellas.

b) Son intencionadas o motivadas en cuanto a su origen, fueron creadas para algo.

c) Las representaciones externas tienen un carácter de permanencia, pueden ser analizadas tiempo después de haber sido producidas.

Por las características de las representaciones externas podemos hacer inferencias respecto de la lógica de razonamiento que subyace a ellas y, en consecuencia, resultan ser objetos importantísimos para realizar estudios psicológicos (cuando se miran como producto ontogenético) o incluso para la antropología (cuando se miran como producto cultural).

2. Los problemas verbales aditivos

Los problemas verbales de estructura aditiva son las situaciones que presentan un reto intelectual para cuya resolución intervienen sumas y restas (Broitman, 1999; Torrado, 2007).

Vergnaud (1991) categoriza estos problemas en base a las relaciones elementales que intervienen en ellos, centrando su explicación en que pueden ser puros o mixtos. La diferencia entre los problemas puros y mixtos radica en la complejidad de la acción que implican. Los problemas puros mantienen una sola relación, lo cual los hace más sencillos. Así mismo, menciona la importancia del cálculo relacional, es decir, de la relación de los elementos involucrados. Las relaciones aditivas son de tipo ternario porque intervienen 3 elementos, esto permite una gran variedad de estructuras aditivas las cuales se clasifican en 6 categorías. Dichas categorías son descritas por Vergnaud (1991) de la siguiente manera:

- Primera categoría: dos medidas se componen para dar lugar a una tercera medida. Ejemplo: Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.
- Segunda Categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida. Ejemplo: Pablo tiene 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.
- Tercera categoría: una relación une dos medidas. Ejemplo: Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.

- Cuarta categoría: dos transformaciones que se componen para dar lugar a una transformación. Ejemplo: Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.
- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo. Ejemplo: Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.
- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo. Ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.

Para cada una de las categorías anteriores se pueden plantear diferentes clases de problemas. En el caso de la primera categoría, pueden existir dos clases de problemas: en los que se tiene que encontrar la medida compuesta a partir de las dos medidas elementales y en los que se cuenta con la medida compuesta pero es necesario encontrar una de las medidas elementales. Para la segunda categoría se distinguen 6 clases distintas de problemas como consecuencia de la combinación de dos variables: el tipo de transformación (positiva o negativa) y la ubicación de la incógnita (en el estado final, en la transformación o en el estado inicial). La tercera, cuarta, quinta y sexta categoría presentan, al igual que la primera categoría, dos grandes clases de problemas de acuerdo a la medida a encontrar pero con mayor número de subclases; esto debido a que existen diversas posibilidades para el signo y el valor absoluto.

Las categorías propuestas por Vergnaud (1991) han sido retomadas por varios autores y basándose en los siguientes aspectos se proponen diferentes clasificaciones de los problemas aditivos:

a) <u>El nivel de vocabulario.</u> Los problemas aditivos varían en extensión, número de palabras, y en el tipo de vocabulario que presentan (Suppes et al. 1969, Jerman, 1973; en Carpenter 1982).
b) <u>El número de operaciones que se involucran para su resolución</u>. Pueden ser simples y compuestos como lo menciona Torrado (2007) o de una o dos etapas (Castro, 1992).
c) <u>El tipo de oración que representan, abiertas o cerradas.</u> El tipo de cuestionamiento involucrado puede tener una o varias respuestas correctas (Grouws, 1974; Rosenthal y Resnick, 1974; Lindvall & Ibarra, 1980, en Carpenter, 1982).

d) Las relaciones semánticas que se utilizan para describir la situación del problema. Riley, Heller y Greeno (1983) definen esta relación semántica como el conocimiento conceptual acerca de incrementos, decrementos, combinaciones y comparaciones, en los que intervienen conjuntos de objetos. Cambiar, combinar, comparar e igualar son básicamente las acciones o relaciones semánticas que caracterizan los cuatro tipos de problemas verbales aditivos simples. Carpenter y Moser (1982) identificaron las dimensiones que caracterizan a cada una de estas acciones y relaciones involucradas en los problemas verbales de suma y resta. Dentro de estas dimensiones se encuentran: la relación estática o dinámica de los elementos del problema, dependiendo de si hay o no acción sobre alguna de las cantidades; la inclusión de los conjuntos, si una cantidad está formadas por las otras dos dadas en el problema o por la incógnita y una cantidad conocida: y el tipo de acción en una relación dinámica, es decir, si es en aumento o decremento de la cantidad inicial.

Según Carpenter y Moser (1982), Puig (1988), Castro, Castro y Rico (1995) existen 4 categorías de problemas aditivos considerando estas relaciones semánticas y 6 considerando a su vez las dimensiones básicas:

A) Cambio: una cantidad inicial es sometida a una acción, directa o sobreentendida, que la modifica. Estos problemas son descritos por Vergnaud (1991) como de estado-transformación-estado. En estos problemas intervienen tres cantidades, una inicial, otra de cambio y una final. Cualquiera de las tres puede se la cantidad desconocida, dando lugar a tres tipos de problemas. El cambio puede ser de aumento (cambio-unión) o de disminución (cambio-separación) como menciona Castro, et al (1995). La posición de la incógnita, más las modalidades de aumento y disminución permiten formular doce diferentes problemas de cambio. Por ejemplo (Puig y Cerdán, 1988):

Juan tenía 8 dulces. Le dan 5.
¿Cuántos tiene ahora?

En este problema la cantidad inicial y la magnitud del cambio son conocidas. La modalidad es de aumento, es decir, cambio-unión.

Juan tenía 8 dulces. Dio algunos a Pedro.
Ahora tiene 3. ¿Cuántos le dio a Pedro?

Aquí la cantidad inicial y el resultado del cambio son conocidos, dejando como incógnita la magnitud del cambio. La modalidad es de disminución, es decir, cambio-separación.

B) Combinación: describe una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. La relación se establece entre conjuntos, inclusión entre conjuntos. Este tipo de problemas no implica acción, la relación es estática entre una entidad y sus dos partes (Carpenter y Moser, 1982). Un problema de combinación tiene tres cantidades relacionadas lo que da lugar a dos tipos de problemas (Castro et al, 1995): cuando se conoce la colección total y una de las subcolecciones y se desconoce la otra subcolección y cuando se conocen las dos subcolecciones y se desconoce la colección total. Por ejemplo (De Corte y Verschaffel, 1984):

Pete tiene 5 manzanas. Anna también tiene algunas manzanas.
Pete y Anna tienen 14 manzanas juntos.
¿Cuántas manzanas tiene Anna?

Pete tiene 5 manzanas. Anna tiene 9 manzanas.
¿Cuántas manzanas tienen Pete y Anna juntos?

C) Comparación: presentan una relación estática de comparación entre dos cantidades (Carpenter y Moser, 1982). La relación se establece entre cantidades. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia (Castor, Castro y Rico, 1995). Un ejemplo de este tipo de problemas es el propuesto por Carpenter y Moser (1982):

Luis tiene 6 peces.
Carla tiene 2 más que Luis.
¿Cuántos peces tiene Carla?

Hay 6 niños y 8 niñas en el equipo de fútbol.
¿Cuántas niñas más que niños hay en el equipo?

D) Igualación: se caracteriza porque hay una comparación entre las cantidades que aparecen, establecida por medio del comparativo de igualdad "tantos como" (Puig y Cerdán, 1988). Igualar supone cambiar una de las dos entidades, de tal manera que las dos sean iguales en algún atributo (Carpenter y Moser, 1982). En estos problemas se puede presentar dos acciones, una se realiza sobre la colección mayor en cuyo caso se tiene una separación-igualación y la otra sobre la menor de las colecciones, teniendo una unión-igualación (Castro et al, 1995). Por ejemplo:

Carmen tiene 8 globos y César tiene 6.
Para tener tantos globos como César,
¿cuántos globos ha de romper Carmen?

Enrique tiene 5 estampas y Elena tiene unas cuantas.
Si Elena gana 3 estampas tendrá el mismo número que Enrique.
¿Cuántas estampas tiene Elena?

2.1 Los problemas de igualación

Tomando en cuenta el papel de los problemas de igualación en esta investigación, retomaremos su definición y abordaremos sus características. Carpenter y Moser (1982) describen a los problemas de igualación como un híbrido entre los problemas de cambio y los de comparación. En estos problemas, la acción que se realizar sobre una cantidad es para hacerla igual a otra. A diferencia de los problemas de cambio e igualación que describen una relación dinámica, ya que para resolverlos hay que hacer transformaciones de incremento o decremento en los conjuntos; los problemas de comparación y combinación plantean una relación estática entre sus entidades (SEP, 1992).

En los problemas de igualación generalmente se restringe la incógnita a la diferencia entre la cantidad dada y la deseada (Riley, Heller & Greeno, 1983). La incógnita es cualquiera de los conjuntos combinados, o uno de los subconjuntos. Algunos ejemplos de problemas de igualación son los que presentan Carpenter y Moser (1982):

Hay 6 niños y 8 niñas en el equipo de futbol.
¿Cuántos niños se deben unir al equipo para que haya el mismo número de niños que de niñas?

Ocho invitados vinieron a cenar.
Agregué 2 lugares más en la mesa para que hubiera el mismo número de lugares puestos que de invitados.
¿Cuántos lugares puestos había en un inicio?

Hay 7 tazas y 11 platos en la mesa.
¿Cuántos platos tengo que quitar para que haya el mismo número de tazas que de platos?

Había algunas niñas en el grupo de baile.
Cuatro de ellas se sentaron para que cada niño tuviera una pareja. Hay 7 niños en el grupo de baile.
¿Cuántas niñas hay en el grupo de baile?

En los problemas de igualación la variable más importante es la presencia o ausencia de la colección que se va a igualar en el momento de construir la otra colección. Dependiendo del desarrollo cognitivo y los conocimientos previos los niños pueden; estimar de manera gruesa la cantidad, subdividir física o visualmente la colección inicial en dos o tres subcolecciones, apoyarse en una colección intermedia, intentar contar el número de elementos de la colección (Carpenter y Moser, 1982; SEP, 1992, Castro et al. 1995).

2.2 Las respuestas infantiles frente a los problemas aditivos

Para analizar las respuestas infantiles al resolver problemas aditivos es necesario hablar de los momentos que los niños enfrentan al resolverlos. Como lo mostraremos a continuación, no existe un consenso general a este respecto. Por ejemplo, Montague (2005) hace referencia a dos etapas en la resolución de los problemas matemáticos. La primera etapa corresponde a la representación del problema, mientras que la segunda se refiere a la ejecución del mismo. La representación apropiada del problema indica lo que se ha comprendido del problema y guía al niño hacia el plan de solución.

A diferencia de Montague (2005), Greeno y Riley (1987) señalan que el proceso de resolución de problemas se lleva en tres momentos: 1) identificación de lo que se pregunta en el problema; 2) explicación de cómo se puede solucionar; y, 3) identificación de lo que se necesita hacer para calcular la solución. Así mismo, insisten en la importancia de la representación que se hace del problema en el desarrollo de estos momentos.

Por su parte, Romberg (1982) hace mención a cinco etapas involucradas en la resolución de un problema. En la primera es necesario comprender el significado implícito, seguido de cuantificar los elementos del problema. Posteriormente es necesario expresar a manera de suma y resta la semántica del problema. Por último, el niño debe llevar a cabo los pasos del procedimiento (algoritmo) de adición y sustracción y expresar los resultados de estas operaciones.

Cabe señalar que los planteamientos anteriores presentan también puntos de coincidencia: momentos en los que se lleva a cabo todo el proceso analítico y reflexivo sobre el problema; etapas para la aplicación de una operación o algoritmo (de suma y resta) limitando los posibles recursos de resolución a estas dos opciones. Para poder dar cuenta de los que hicieron los niños e identificar las estrategias usadas en la resolución de los problemas de igualación aplicados en esta investigación, tomamos 4 momentos en la resolución de cada tarea. Para los tres primeros nos basamos en la clasificación de Greeno y Riley (1987), mientras que con el último momento (intentos realizados) buscamos evaluar lo realizado en los primeros tres.

Las estrategias de los niños están fuertemente influenciadas por la estructura semántica del problema a tratar. Estas estrategias de resolución se pueden clasificar en base a dos dimensiones: la primera se relaciona con la acción que se aplica para resolverlo (adición o sustracción); la segunda con el nivel de internalización: estrategias materiales basadas en el modelaje con dedos u objetos físicos, las estrategias verbales basadas en el uso de secuencias de conteo; y las estrategias mentales basadas en la evocación de factores numéricos (Carpenter y Moser 1982 y 1984; en De Crote y Verschaffel 1984; Moser 1989). Otro factor que influye en el despliegue de estrategias es la variable numérica, la cual incide en el avance de los modos de resolución, generando nuevos procedimientos (Wolman, 2002).

Carpenter y Moser (1982) mencionan que los niños resuelven los problemas de tres modos diferentes: mediante la elaboración de un modelo con dedos o con objetos físicos, mediante el uso de secuencias de recuento, o recurriendo al recuerdo de hechos numéricos básicos. En el modelaje directo los niños construyen uno o más conjuntos de objetos visibles, ya sea utilizando materiales manipulables o los dedos. Una vez que se tiene el conjunto se pueden realizar diversas acciones a los elementos de dicho conjunto. Entre estas acciones estaría el agregar, incrementar, separar, quitar, etc. Las estrategias involucradas son: contar todos, contar hacia arriba desde el primero, contar hacia arriba desde el mayor, quitar de, contar hacia abajo desde, quitar hasta, contar hacia abajo hasta, añadir hasta, contar hacia arriba hasta y emparejar.

El conteo es una herramienta útil para establecer diversas relaciones entre cantidades, compararlas, igualarlas, ordenarlas, comunicarlas, sumarlas (Block, 1996). Contar implica establecer una relación uno a uno entre los términos de la serie y los elementos de la colección que se cuenta, es conceptualmente complejo. El conteo sirve de base a los procedimientos informales de suma y resta (Baroody, 1989). Poco a poco los niños van abandonando el conteo para llegar a procedimientos más avanzados. Incluso antes de recibir instrucción formal, los niños pueden resolver problemas aditivos simples utilizando sus propios procedimientos de cálculo (Romberg y Carpenter, 1986; Riley, Heller y Greeno, 1983; en Baroody 1989).

Para identificar los procedimientos de resolución utilizados por los niños, es necesario observar las representaciones externas utilizadas para resolver un problema, para que a partir de ellas se infieran las internas. Según Goldin y Shteingold (2001) es válido pensar en las representaciones externas como representaciones de lo interno, el dibujo de un diagrama o la escritura de una fórmula puede describir lo que el sujeto está pensando. Nunes y Bryant (2000) hacen mención de la influencia de las características particulares de cada tipo de representación en la manera en que utilizamos el sistema.

3. Representación en los problemas aditivos

Carraher, Schliemann y Schwartz (2008) usan el término representación en un sentido genérico para incluir a todas las expresiones matemáticas, esencialmente a las que son observables por otros y no meramente privadas o mentales. La forma personal de representar de los niños incluye su lenguaje natural (sus propias palabras), diagramas, y su escritura matemática. Algunos ejemplos de las formas de representación convencional en las matemáticas son las gráficas, tablas, diferentes tipos de notación escrita, etc.

Al hablar de representaciones es necesario distinguir entre las internas y las externas. Según Goldin y Shteingold (2001), las representaciones internas se refieren a la simbolización mental que hace el sujeto para relacionarse con el medio; mientras que las representaciones externas corresponden a la simbolización convencional o no que el sujeto utiliza para expresar sus representaciones internas. Dentro de estas últimas se incluirían la escritura, los números, gráficos, diagramas, dibujos, imágenes, logotipos, los signos y los símbolos. No toda representación interna puede representarse externamente, sin embargo, podemos inferir acerca de las representaciones internas a partir de la interacción y la producción de representaciones externas. Las representaciones externas dejan ver procesos de pensamiento, así como los conocimientos que se van construyendo y las reflexiones que hace el niño al estar resolviendo un problema. Así mismo, estas representaciones provocan que el niño modifique sus estrategias (Fernández, 2008), al hacer evidente su pensamiento.

Vergnaud (1982) habla de representación simbólica basándose en dos criterios:

1° La representación simbólica puede ayudar a los alumnos a resolver problemas que de otra manera fallarían en resolver. Sobre todo en el caso de problemas con mucha información o con diferente estructura.

2° La representación simbólica puede ayudar a los alumnos a diferenciar varias estructuras y tipos de problemas; pues facilitan el análisis de los problemas para permitir su resolución.

Algunos ejemplos de estas representaciones son: diagramas de Euler-Venn, diagramas de transformación, ecuaciones algebraicas, diagramas de vectores y diagramas de distancia.

Greeno y Riley (1987) señalan que la manera en que los problemas se redacten puede ayudar u obstruir las representaciones mentales que se hagan del problema. Así mismo, las representaciones promueven diferentes formas de pensar sobre la información, las relaciones y los modelos. La diversidad en disponibilidad de representaciones puede ser útil en el desarrollo de conceptos matemáticos (Nunes et al, 2005). Aunado a esto, Wolman (2002) menciona que la representación que los niños hacen, cumple diferentes funciones: la de sostén para el despliegue de las acciones necesarias para resolver el problema; la de medio de control; y la de memoria.

Tanto las representaciones como las estrategias de resolución utilizadas por los niños nos dan pauta de su pensamiento. En la presente investigación abordamos los problemas de igualación con el fin de indagar cómo se relacionan las estrategias utilizadas para resolver estos problemas, con el formato en que se presentan. Creemos que no es equivalente el desempeño en la discriminación de datos (desechar los impertinentes e identificar los relevantes) que hacen los niños de 7 y 8 años frente a diferentes formatos de presentación de problemas. Así mismo, consideramos que las estrategias de solución que emplean pueden estar influidas por la dificultad que les represente la discriminación de datos. Los problemas de igualación parecen simples, dado que existe un número de referencia estable (con el que se realiza la comparación o se busca lograr la equivalencia), sin embargo, constituyen un logro hacia el 2° año de primaria. A continuación describiremos las situaciones de indagación y la metodología utilizada en esta investigación.

CAPÍTULO II

METODOLOGÍA

Como se mencionó en el capítulo anterior, el propósito de esta investigación fue indagar de qué manera los niños de 7 y 8 años se enfrentan a diversas formas de presentación de datos en problemas de igualación; nos interesaba saber cómo se relacionan las estrategias utilizadas para resolver estos problemas con la forma en que se presentan estas situaciones. Quisimos averiguar de acuerdo con el formato de presentación de los problemas, el efecto que éste tiene en la selección que hacen los niños de la información y cómo resuelven dichos problemas en consecuencia. El estudio nos posibilitó precisar las características del formato que puede hacer más accesible el manejo de información a los niños.

1. Características de la muestra

La muestra del estudio estuvo integrada por 30 niños entre 7 y 8 años de edad de dos escuelas en la ciudad de Querétaro. Se consideraron una escuela privada (E.PR) y una pública (E.PU), trabajando con 15 niños de cada tipo de escuela. Ninguno de los niños era repetidor ni estaba diagnosticado con algún problema de aprendizaje. Del total de niños entrevistados, 11 cursaban el primer año, 13 segundo y 6 el tercer año de primaria.

2. Hipótesis y variables del estudio

Consideramos que los niños de 7 y 8 años están expuestos a diferentes portadores textuales, como las tablas y los folletos publicitarios, ya que estos forman parte de su entorno. Sin embargo, no necesariamente han operado con ellos, por lo que no les es familiar la resolución de problemas a partir del análisis de información incluida en ellos. Por lo tanto, supusimos que los niños de 7 y 8 años de edad tendrían mayor dificultad para discriminar los datos cuando se les presentaran en tablas que cuando se les presentaran en una relación de uno a uno, como en un folleto publicitario. En una tabla, los datos se presentan con una mayor cantidad de relaciones. Cada dato mantiene 2 ó 3 relaciones (valores distintos dependiendo de otro variable: la de tamaño), por lo que el trabajo de discriminación se complejiza al depender en un primer momento de la identificación correcta del dato, y en un segundo momento de la selección del valor correspondiente.

Así mismo, consideramos que la información más relevante es la que se encuentra geográficamente más cercana de la palabra o el gráfico clave. Al presentarse los datos y sus valores en una relación uno a uno, la correspondencia es directa y la selección no implica gran reto. Pero, al tener un dato relacionado con más de un valor, al momento de discriminar la información, el valor considerado relevante es el que se encuentra más cerca del dato, siendo la relación espacial la que determina que valor se va a utilizar.

Tomando en cuenta la lógica matemática propia de cada problema, así como la complejidad complementada por el formato de presentación, creímos que las dificultades más comunes al enfrentar a niños de 7 y 8 años a resolver problemas aditivos de igualación con distinta presentación serían: a) la discriminación de datos, b) desechar los datos de más, y c) la identificación de los valores relevantes.

Cuando los datos necesarios para resolver el problema se especificaran en éste, la toma de decisión sobre qué hacer para resolver el problema se podría reducir al cálculo relacional y al cálculo numérico. Sin embargo, supusimos que al enfrentarse a varios datos presentados de forma distinta, la identificación de cuáles son los datos necesarios y qué relación existe entre ellos precede a la toma de decisión sobre cómo resolver el problema.

Considerando que esta investigación permite abordar a su vez las estrategias utilizadas por los niños al resolver los problemas de igualación con distinto formato de presentación, supusimos que el conteo ascendente o descendente era la estrategia de resolución más utilizada para resolver este tipo de problemas.

Las estructuras aditivas se desarrollan entre los 7 y 8 años de edad (Piaget e Inhelder, 1977; Vergnaud, 1982) es por esto que creemos que estos niños utilizan con mayor frecuencia el conteo para resolver los problemas de igualación. Una vez que identifican las cantidades a manipular, escogen una de ellas y cuentan a partir de ella lo que les falta para llegar a la otra, ya sea empezando por la cantidad mayor (conteo descendente) o por la cantidad menor (conteo ascendente).

Además, suponemos que las presentaciones distintas de un mismo tipo de problema no cambian las estrategias utilizadas por los niños para encontrar su solución.

El tipo de relación entre los datos de un problema define la forma en la que estos se van a manipular. La relación entre los datos de un problema de igualación es lo que determina la estrategia utilizada para resolverlo. No importa de que manera se hayan presentado los datos, una vez que el niño identifica la relación existente entre los datos, selecciona su estrategia de resolución, la cuál aplica para todos los problemas de igualación.

Es a partir de esto que se diseñaron tres situaciones de indagación en las que presentaron problemas aditivos de igualación con diferentes formatos de presentación. Las tres situaciones, tareas, involucraron un rango numérico manejable y constante que no excedió de 50. Cada niño se entrevistó en una sesión individual, la cual se grabó audiovisualmente para tener la posibilidad de un mejor análisis de sus respuestas

En resumidas cuentas, este estudio pretende valorar el efecto del portador de datos, la familiaridad con el mismo, las estrategias de solución que aplican los niños y el número de intentos que les demanda la realización de cada tarea. En lo sucesivo nos referiremos a familiaridad cuando los niños hayan identificado el portador, es decir, lo conozcan, con o sin contacto de uso previo.

3. Situaciones de indagación

a) Tarea 1: Situación en Tabla (S.T)

Propósito

Dentro de la entrevista se le entregó al niño una tabla (fig.2) con datos referentes a los precios de un restaurante. Se presentó de manera escrita el siguiente problema "*Héctor tiene $8, ¿cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande?*" con el fin de indagar la manera de discriminar la información, identificar qué datos fueron relevantes para el niño, así como identificar las estrategias de resolución del problema.

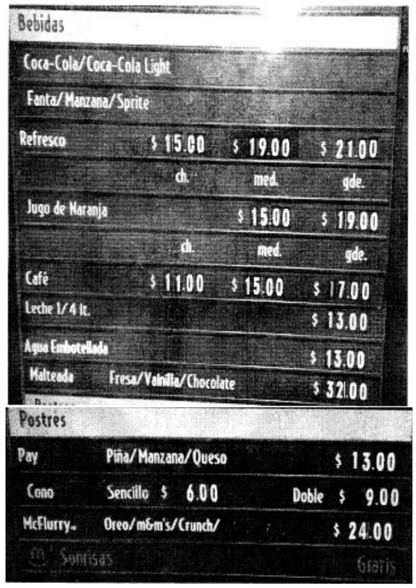


Fig. 1: Tabla de precios

Descripción del procedimiento

A cada niño se le presentó la tabla y se indagaron los conocimientos previos. Para identificar si existía familiaridad con ese tipo de tablas se le preguntó: ***¿alguna vez has visto una tabla como ésta?, ¿dónde?, ¿qué información presenta?, ¿para qué crees que sirve una tabla como ésta?*** Una vez que se identificó el portador y la manera de presentar la información, se le entregó una hoja con el problema aditivo de igualación escrito en la parte superior, un lápiz y una goma. Se le pidió la lectura en voz alta del problema y se le ayudó en caso de tener algún conflicto al leer. Para comprobar la comprensión del problema se le pidió que lo dijera en sus propias palabras y se indagó por medio de preguntas si se entendió o no la información y la incógnita. Algunas de las preguntas utilizadas fueron: ***¿de qué te está hablando el problema?, ¿qué te están preguntando?, ¿le sobra o del falta?, etc.***

Una vez leído y comprendido el problema se le pidió que lo resolviera como él quisiera, pero utilizando la información de la tabla. Se le dio tiempo ilimitado para la discriminación de datos y posteriormente para la resolución del problema. Una vez que se identificaron los datos a manipular se inició la tarea de resolución. En cuanto se tuvo la respuesta se le pidió que la escribiera y se indagó la forma de resolución y discriminación de los datos solicitando la explicación de qué se hizo. Se realizaron preguntas como: ***¿qué hiciste?, ¿cómo lo hiciste?, ¿de dónde salió ese precio?, ¿cómo supiste que era ese y no otro?*** enfrentando al niño a sus propias estrategias.

Lógica del instrumento

Para resolver el problema era necesario buscar los datos faltantes en la tabla. Esta tabla de datos corresponde a un menú, donde para cada producto aparecen entre 2 y 3 precios distintos, dependiendo del tamaño. El trabajo de discriminación en este formato se complejiza al no existir una relación uno a uno entre el producto y el precio.

Una vez que se identificaron los datos y se analizó la estructura del problema, el trabajo de cada niño fue identificar la relación entre los datos y decidir la estrategia a poner en juego para lograr su solución. Recordemos que los problemas son de estructura aditiva de igualación, por lo que se esperaba que se identificaran las cantidades a comparar y se estableciera la necesidad de obtener “tantos como”.

b) Tarea 2: Situación con Folleto (S.F)

Propósito

Dentro de esta entrevista se proveyó al niño de un folleto publicitario (Fig.3) con imágenes y precios de productos promocionados por una tienda de autoservicio. Se presentó de manera escrita el siguiente problema: *¿Cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?* Con este instrumento se pretendió identificar qué información se considera relevante a la hora de discriminar los datos presentes en el folleto, así como reconocer de qué manera facilita o dificulta esta discriminación el hecho de que los datos se presenten con una relación de uno a uno.

Fig.2: Folleto publicitario

Descripción del procedimiento

Al iniciar la sesión, se le presentó a cada niño un folleto publicitario original de una tienda de autoservicios de la localidad. Se indagaron los conocimientos previos a partir de identificar si existía familiaridad con este tipo de portador textual por medio de preguntas como: ***¿alguna vez has visto un folleto como éste?, ¿dónde?, ¿qué información presenta?, ¿para qué crees que sirve una este tipo de folleto?*** En caso de que se desconociera este tipo de publicidad, se les explicó qué tipo de folleto era, para qué servía y en dónde podríamos encontrar uno parecido. Una vez que se identificó el portador y la manera de presentar la información se le entregó una hoja con el problema aditivo de igualación escrito en la parte superior, un lápiz y una goma. Se le pidió la lectura en voz alta del problema y se le ayudó en caso de tener algún conflicto al leer. Para comprobar la comprensión del problema se le pidió que lo dijera en sus propias palabras y se indagó por medio de preguntas si se entendió o no la información y la incógnita. Algunas de las preguntas que se utilizaron fueron: ***¿de qué te está hablando el problema?, ¿qué te están preguntando? ¿de qué productos te está hablando?***

Posteriormente, al comprobar que se había comprendido el problema se le pidió que lo resolviera como él quisiera utilizando la información que le sirviera del folleto. Se le dio tiempo ilimitado para la discriminación de datos y la resolución del problema. Una vez que se recibió una respuesta se le pidió que la escribiera y posteriormente que explicara y justificara su respuesta a partir de preguntarle: **¿qué hiciste?, ¿de dónde sacaste ese precio?, ¿en qué te fijaste?, ¿cómo supiste que ese es el precio y no otro?**

Lógica del instrumento

Para resolver este problema se requirió de la identificación de los precios de los productos a comparar en un folleto publicitario. Este formato presenta los datos con una relación de uno a uno, donde para cada producto, presentado con imágenes, corresponde un precio. Como se trata de un problema de igualación, se espera de igual manera que se identifiquen las cantidades a comparar, se establezca la relación entre ambas y se manipulen encontrando el valor necesario para lograr la igualación.

c) **Tarea 3: Situación en Cuaderno (S.C)**

Propósito

Para esta entrevista se contó únicamente con un problema con presentación tradicional, como convencionalmente se hace en la escuela. Se le entregó al niño el siguiente problema impreso: "*Un jugador de canicas obtuvo 16 puntos en su primer juego. ¿Cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33 puntos?*". Al aplicar esta situación se pretendió indagar cómo se enfrenta el niño a un problema de igualación sin contexto, qué datos considera relevante y cómo los relaciona.

Descripción del procedimiento

Se le entregó a cada niño una hoja con el problema impreso en la parte superior, un lápiz y una goma. Lo primero que se trabajó en esta sesión fue la comprensión del problema. Después de la lectura en voz alta del mismo, se le pidió que lo explicara en sus propias palabras y se le cuestionó sobre los datos y la incógnita del problema. Las preguntas que se usaron fueron: ***¿de qué te están hablando en el problema?, ¿qué te están preguntando?, ¿cuántos puntos obtuvo el jugador en el primer juego?, ¿qué tienes que averiguar?***

Se le dio tiempo ilimitado para que lo resolviera y una vez que dio su respuesta, se le pidió que la escribiera y explicara cómo lo resolvió. Algunas preguntas que permitieron indagar la estrategia de resolución y facilitaron la justificación del resultado fueron: ***¿qué hiciste?, ¿cómo lo hiciste?, ¿de dónde sacaste los puntos del segundo juego?, ¿cómo llegaste a "x" puntos?, ¿qué tomaste en cuenta?, ¿por qué restaste?, ¿crees que lo pudiste hacer de otra manera? ¿cómo?, etc.***

Se mantuvo el mismo control que en las sesiones anteriores tomando registro y video durante toda la sesión.

Lógica del instrumento

Todos los datos aparecen en la hoja del problema, por lo que el niño únicamente necesitó reconocer la relación entre los datos para resolver el problema. La dificultad impuesta por la necesidad de discriminar los datos no fue un factor que intervino en la resolución del problema. Sin embargo, el hecho de que no se presentó el problema en un contexto real y conocido, pudo ser un elemento que impusiera dificultad a la hora de relacionar los datos.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta investigación se entrevistaron a 15 niños de escuela privada (E.PR) y 15 de escuela pública (E.PU) a los que se les pidió, de manera individual, que resolvieran tres problemas de igualación empleando una fuente de datos diferente (una tabla de precios prototípica de un establecimiento de comida rápida, un folleto de precios tipo panfleto, y un problema escrito tipo escolar). En la exposición de las dos primeras tareas, el problema se abordó una vez revisado el portador, mientras que en el tercero se fue directamente al problema.

Es importante señalar que a pesar de las distintas estrategias de resolución, la mayoría de los niños resolvió correctamente las 3 tareas (73.4%).

Para el análisis de las respuestas se decidió abordar primero los distintos momentos presentes en las 3 tareas. Una vez analizados estos momentos, se revisó cada tarea individualmente. Posteriormente, se realizó un análisis comparativo de respuestas con el fin de establecer coincidencias entre tareas; así como una comparación de las estrategias de resolución por escuela. Por último se presenta un análisis de consistencias e inconsistencias observadas en las estrategias de resolución utilizadas durante el trayecto de la entrevista.

1. Momentos de resolución

Durante cada una de las entrevistas se presentaron distintos momentos que definieron el proceso en la resolución de cada tarea. Las respuestas de los niños se analizaron en base a estos momentos. Los dos primeros momentos corresponden al trabajo con el portador textual antes y después de enfrentarse al problema. Esto en el caso de la situación en tabla (S.T) y la situación con folleto (S.F). Los dos últimos, surgen a partir de la lectura del problema y la búsqueda de solución.

- Familiaridad del niño con el portador textual
- Recuperación de datos
- Estrategias de resolución
- Intentos realizados

1.1 Familiaridad del niño con el portador textual

Las dos primeras tareas implicaban el análisis de 2 portadores textuales para la recuperación de los datos necesarios para resolver el problema. Por lo tanto, se destinó tiempo de la entrevista para revisar cada uno. Una vez que el niño revisó el portador, se indagó la familiaridad de éste con el mismo.

De los 30 niños entrevistados, el 50% mencionó conocer la tabla de precios, mientras que la otra mitad dijo nunca haberlo visto. Sin embargo, como se verá más adelante, la identificación del precio les resultó problemático, tanto a niños que reconocieron la tabla como a los que no. De los 15 niños que dijeron no conocer la tabla, el 73% tuvo problemas en identificar el precio; mientras que del total de niños que reconocieron la tabla, el 33% necesitó de pistas para identificar el precio correcto o terminó seleccionando el precio incorrecto.

Otro aspecto observado fue el tiempo dedicado a identificar el precio y a resolver el problema. En promedio, los niños tardaron 6 minutos en identificar el precio del refresco, mientras que el problema se resolvió en 8 minutos una vez revisado el portador y seleccionado el precio con el cual actuar.

En la segunda tarea (S.F.) 29 niños del total aseguraron conocer el folleto, mientras que el niño restante dijo que más o menos lo conocía. La familiaridad con el portador presente en esta tarea y la relación uno a uno (producto-precio) influyó en el tiempo utilizado para la recuperación e identificación de los datos relevantes para la resolución del problema. Los niños tardaron menos de 1 minuto en identificar cada producto y su precio. Obteniendo una diferencia de 5 minutos con respecto a la tarea 1 (S.F), la cual involucra una tabla de precios.

Este momento en la resolución del problema no se presentó en la tarea 3 (S.C) de esta investigación por lo que no se presentan resultados al respecto. Recordemos que esta tarea incluye todos los datos relevantes en el texto del problema a resolver.

En la siguiente Tabla 1 se muestra un comparativo por tarea en relación a la familiaridad con el portador y el tiempo utilizado para la identificación de los datos relevantes y la resolución del problema.

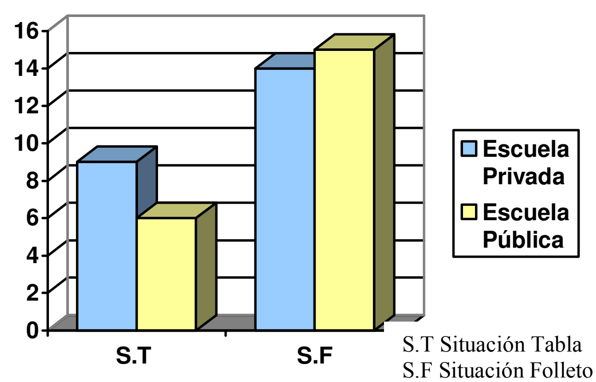
Tabla 1

Familiaridad con el portador

Tarea	Familiaridad con el portador	Tiempo aprox. de recuperación de datos	Tiempo aprox. de resolución[3]
1 Situación Tabla	50%	6 min	8 min
2 Situación Folleto	97%	1 min	10 min
3 Situación Cuaderno	-	-	10 min

Una vez analizada la familiaridad con el portador textual en cada una de las tareas, revisamos las respuestas de los niños en cada tipo de escuela. No encontramos una diferencia significativa entre escuelas, sin embargo, se observó que en el caso del portador de la tarea 1 (S.T) hay una relación de 9 a 6 entre los niños de la escuela privada y los de la pública. Es decir, que en la E.PR el 60% de los niños reconoció la tabla de precios, mientras que en la E.PU sólo el 40%. Esto nos permite concluir la desventaja que pudiera existir para los niños de escuela pública en lo que se refiere a la recuperación de los datos en dicho portador.

La siguiente gráfica muestra el total de niños que reconocieron los portadores utilizados en las dos primeras tareas.



Gráfica 1: Familiaridad con el portador textual por escuelas en la situación en tabla y en la situación con folleto

1.2 Recuperación de datos

El segundo momento presente en las dos primeras tareas corresponde con la recuperación de los datos relevantes para la resolución del problema. Una vez revisado

[3] Considerando que ya se habían identificado los datos necesarios para la resolución del problema.

el portador textual y leído el problema a resolver fue necesario regresar al portador e identificar los datos relevantes para resolver el problema.

En la primer tarea (S.T), después de la lectura del problema (*Héctor tiene 8 pesos, ¿cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande*), se registraron tres argumentos: la identificación que los niños hicieron entre el producto y el precio involucrado en el problema, la justificación a esa elección y la respuesta a la pregunta *"¿le sobra o le falta?"*.

<u>1.2.1 Recuperación de los datos en la tabla de precios</u>

En lo referente a la identificación del precio y la forma de manejar la información o de justificar la elección de dicho precio se obtuvieron diversas respuestas que se clasificaron en cinco categorías:

a) sin ayuda-correcta: esta categoría corresponde a la selección correcta del precio de la Fanta ($21) sin ninguna pista del entrevistador.

b) sin ayuda-incorrecta: esta categoría corresponde a la selección incorrecta del precio de la Fanta ($15 ó $19) sin ninguna pista del entrevistador.

c) con ayuda-correcta: esta categoría corresponde a la selección correcta del precio de la Fanta ($21) después de recibir una o más pistas por parte del entrevistador. La ayuda consistió en proporcionar algunas de las pistas como las que se muestran en los siguientes ejemplos. El primero es de Yoselinne (identificada en la transcripción como "Yos"), quien mencionó que sí había visto una tabla de precios como la que se le mostró. Sin embargo, la familiaridad con el portador no impidió que tuviera dificultades para identificar el precio de la Fanta.

Transcripción 1 (extracto)[4]:

Ejemplo de la recuperación correcta de datos con ayuda (S.T/PUs10)[5]

Entrevistador	**Niño** **Yos (8;05/ 3PU)**
…	
	Aquí la Coca Cola es de 15…(observa la tabla por

[4] Se incluye la transcripción de una entrevista completa en el anexo 2

[5] Se utilizaran en lo sucesivo estas siglas para identificar a qué situación y a qué sujeto hacemos referencia. ST (Situación Tabla), PU (Tipo de escuela: Pública) s10 (Sujeto: revisar anexo 1)

varios un par de minutos)…no le entiendo a lo de la Fanta

Revisa tu tabla…ve qué información te sirve

No le entiendo bien…aquí dice Fanta…pero acá no le encuentro el precio de la Fanta

¿No?...¿qué es una Fanta?

Una Fanta es un refresco

Ok, perfecto

Pero aquí solamente hay tres…de la Fanta porque acá dice jugo de naranja

Ok…solamente hay tres qué

Tres precios (señala los precios de los refrescos)

Ok, ya encontraste algo que te sirve, nada más que son tres

Ah, lo que tengo que hacer es adivinar…

No, cómo adivinar…buscarle bien en la tabla…cuál es el que te sirve…

El primero ¿no?

No sé…a ver vamos al problema…te lo voy a volver a leer….*Héctor tiene 8 pesos, ¿cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande?* … entonces... Regresa a tu tabla a buscar la información que te sirve.

(Observa la tabla y sonríe)

¿Ya supiste?

Sí

¿Qué supiste?

Supe el precio

¿Cuál precio?

el tercero (señala la tabla donde dice $21)

Y ¿Por qué el tercero?

Porque aquí tiene la g…de grande

---

d) con ayuda-incorrecta: esta categoría corresponde a la selección incorrecta del precio de la Fanta ($15 ó $19) después de recibir uno o más pistas por parte del entrevistador. Veamos a continuación un ejemplo. Se trata de las respuestas de Lucero (identificada en la transcripción como “Luc”) para quien las pistas proporcionadas para identificar el precio correcto en la tabla fueron insuficientes. En un principio, Lucero mencionó que nunca había visto una tabla como esa por lo que se revisó junto con ella la información que ésta incluye. Después de la lectura del problema fue necesarias que el adulto le proporcionara algunas pistas como se muestra a continuación:

Transcripción 2 (extracto):

Ejemplo de la recuperación de datos incorrecta con ayuda (S.T/PUs1)

Entrevistador	**Niño** **Luc (7;01/ 1PU)**
…	
	(Relee la información de la tabla, tarda varios minutos)
¿Encontraste la información de la tabla que necesitas?	
	No
¿Qué estás buscando?	
	A donde cuesta la Fanta y tiene 8 pesos…pero aquí me da información de la Fanta y …mmm (mueve la cabeza señalando en la tabla el mismo renglón de la Fanta donde no vienen precios)
¿Y qué es una Fanta?	
	Un refresco
Ok	
	Ay!!!
¿Hay algo que te sirva en la tabla que hayas visto?	
	mmm…no…aquí dice Fanta pero lo que no encuentro es el precio (señala el renglón donde vienen los nombres de los refrescos sin el precio)
Tú ya me dijiste qué es una Fanta…¿Qué es una Fanta?	
	Un refresco
¿Ahí hay algo de refresco que te sirva?	
	(Revisa la tabla con calma)...ay…ya…le falta porque aquí es 15 pesos
¿Por qué 15 pesos?	
	Porque dice el refresco a 15 pesos o a 19 o a 21
¿Cómo sabes que es a 15 y no a 19 y no a 21? ¿Por qué escogiste el 15?	
	Porque el más cercano aunque sea aun creo que puedes ser…(se confunde y para)

¿El más cercano a qué?	
	El más cercano al nombre del refresco
¿Y por qué el más cercano al nombre del refresco es la Fanta? ¿Cómo sabes que es el que está más cerca el que se quiere comprar Héctor?	
	ay….Porque como aquí está Fanta (señala la tabla)…aquí puede decir Fanta pero dice refresco entonces ya te dije…puede ser de cualquier refresco, Coca Cola, Sprite….
Perfecto, pero si puede ser de cualquier refresco, ¿cómo sabes que la Fanta cuesta 15? ¿Por que no cuesta 19 ó 21?	
	No sé
¿Pero tú decidiste que 15?	
	Mjm

e) sin ayuda-incorrecta-correcta: esta categoría corresponde a la selección insegura del precio de la “Fanta” (primero $15 y después $21), sin ninguna pista del entrevistador. El niño hace la corrección del precio en función de lo que va revisando en la tabla.

Para ilustrar esta categoría se presenta a continuación un extracto de la entrevista de Rodrigo (que será identificado como “Rod” en el siguiente fragmento). Cabe mencionar que Rodrigo fue el único niño de los entrevistados que modificó la elección del precio en el transcurso de la entrevista. Después de revisar la tabla y ubicar los precios del refresco centra su atención en el precio que aparece primero ($15), posteriormente reanaliza la tabla y modifica su respuesta. Cabe señalar que Rodrigo no reconoció la tabla de precio al inicio de la entrevista.

Transcripción 3 (extracto):
Ejemplo de la recuperación incorrecta-correcta de datos sin ayuda (S.T/PRs2)

Entrevistador	**Niño** **Rod (7;03/ 1PR)**
…	
	Aquí está Fanta (señala la tabla)….refresco 15….
Ok	
	Entonces pongo 15
¿Le sobra o le falta?	
	Le faltan 15 (escribe en la hoja del problema: le

	faltan 15)
¿Cómo sabes que le faltan 15 Rodri?	
	Porque aquí dice refrescos (señala la tabla)…15…entonces Fanta es un refresco…debería de costar 15…
Entonces…	
	¡21 cuesta!
¿Por qué?	
	Porque quiere una grande…aquí dice grande 21…(señala “gde” en la tabla)

La Tabla 2 muestra las respuestas correspondientes al cruce de precio.

Tabla 2

Elección del precio

Categoría de respuesta	**Frecuencia**
Sin ayuda-correcta	14
Sin ayuda-incorrecta	7
Con ayuda-correcta	5
Con ayuda-incorrecta	2
Sin ayuda-incorrecta-correcta	2

Es importante mencionar que 3 de los cruces de precio sin ayuda- incorrecto y 2 con ayuda-incorrecto se debieron a que los niños seleccionaron $15 como el precio de la Fanta, después de comparar la ubicación de la palabra Fanta y del $15 en la tabla. Como se observa en la tabla de precios (Fig.1) la palabra Fanta ocupa la primera posición en la enumeración de 3 de los refrescos (Fanta/Manzana/Sprite) y $15 ocupa también la primera posición entre los precios ($15/ $19/ $21).

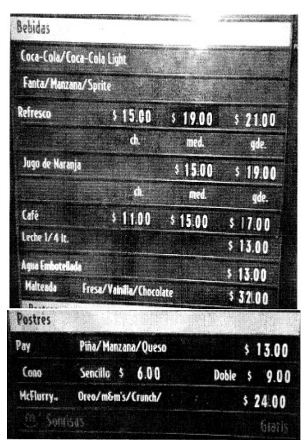


Fig. 3: Tabla de precios

En relación con la justificación dada a la selección del precio se consideró si la información utilizada correspondía únicamente con el portador o si se incluía información ajena a la tabla. Sólo tres niños de los treinta entrevistados incluyeron en su justificación datos fuera de la tabla. Los tres niños corresponden a la muestra de la escuela pública. A continuación presentamos dos ejemplos de este tipo de justificación.

En el primer ejemplo presentamos a Estefanía (Estef) quien después de leer el problema, regresó a la tabla para identificar el precio del refresco. Cuando se le preguntó cuánto costaba la Fanta, ella dijo 15 mientras señalaba la tabla donde decía 15.

Transcripción 4 (extracto):

Ejemplo de justificación externa en la elección del precio (S.T/PUs6)

Entrevistador	**Niño** **Estef (7;09/ 2PU)**
…	
¿Cómo supiste que era el 15? ¿Por qué no escogiste el 19 y el 21?	
	Porque cuando voy a la tienda a mí me lo dan 15 los refrescos.
¿Por eso decidiste tomar este precio? (Señala la tabla)	
	Sí
Ok	

El caso de Alexis (Ale) es similar al de Estefanía. Cuando se le cuestiona sobre el precio de los refrescos, en un primer momento menciona los 3 precios de la tabla. Una vez que se le pide que decida cuál de los 3 precios corresponde a la Fanta que se quiere comprar Héctor, él menciona que el 15.

Transcripción 5 (extracto):

Ejemplo 2 de justificación externa en la elección del precio (S.T/PUs4)

Entrevistador	**Niño** **Ale (7;06/ 1PU)**
…	
	La Fanta cuesta 15 pesos
¿Por qué crees que cuesta 15 pesos?	
	Por su sabor, porque no es muy bueno ni muy malo

¿Y qué dice la tabla?

Aquí dice 15 pesos (señala la tabla)

1.2.2 Recuperación de los datos en el folleto de precios

En la segunda tarea (S.F.) después de hacer lectura del problema *(¿Cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?),* se indagó la manera en que el niño identificaba el precio correspondiente a cada producto involucrado en el problema. Se obtuvieron 2 tipos de respuestas:

a) sin ayuda-correcta: esta categoría corresponde a la selección correcta del precio del calamar ($32) y de la salchicha ($18) sin ninguna pista del entrevistador.
b) con-ayuda correcta: esta categoría corresponde a la selección correcta del precio del calamar ($32) y de la salchicha ($18) después de recibir una o más pistas por parte del entrevistador.

El 96.7% de los niños realizó el cruce de precio sin ayuda y correctamente, obteniendo sólo un caso donde fueron necesarias algunas pistas para ubicar el precio de la salchicha Viena. La Tabla 3 muestra las respuestas correspondiente al cruce de precio:

Tabla 3

Elección del precio

Categoría de respuesta	**Frecuencia**
Sin ayuda-correcta	29
Con ayuda-correcta	1

El único caso donde fue necesario brindar algunas pistas fue el de Tabata (Tab). Después de presentarle el folleto, mencionó que lo había visto cerca de su casa y en alguna tienda cuando su mamá tomaba uno. Además reconoció la información ahí presente como los precios y los productos que puedes comprar en la tienda. Una vez que se leyó el problema y regresó al folleto presentó dificultad en encontrar el precio de la salchicha Viena y fue necesario brindarle algunas pistas.

Transcripción 6 (extracto):

Ejemplo de pistas para la recuperación de los datos del folleto (S.F/PUs7)

Entrevistador	**Niño** **Tab (7;10/ 2PU)**
…	
	(Escribe 30 + 5)….35
¿35 qué? ¿Ese 35 qué significa?	
	(Observa el folleto sin contestar)
¿De dónde sacaste ese 30? (señala la operación escrita por Tabata)…Me gustaría saber de dónde sacaste este 30 de aquí	
	Aquí dice que es treinta (señala el precio del calamar "$32")…del calamar
Ajá…el precio del calamar	
	Pensé que le tenía que quitar 2 y le pongo al 30 y después 5
¿Y por qué 5?	
	Cinco…(Regresa a revisar la tabla y sonríe)…ay!....me equivoqué
¿Y por qué te equivocaste?	
	Porque…es éste (señala la mantequilla y su precio "$5")
Ah, es de la mantequilla….bueno podemos corregir acá…¿qué podemos hacer?	
	Voy a poner éste (señala el $32, precio del calamar)
Ok	
	(Escribe 32-18)

En lo referente al manejo de información en esta tarea, el 100% de los niños utilizó únicamente la información del folleto para resolver el problema. Los precios de los productos incluidos en el problema se obtuvieron del portador textual en juego (gaceta publicitaria de una tienda de autoservicio). No se presentó ningún caso en el que se justificara la elección de uno u otro precio con información ajena al portador.

1.2.3 Recuperación de los datos en el cuaderno

Para la tercera tarea (S.C.) se analizó no únicamente la recuperación de datos, pues estos se evidenciaban en el problema, sino la comprensión del mismo a partir de preguntar qué se pedía en el problema. De acuerdo a las respuestas obtenidas se definieron dos grupos: en el primero se incluyeron todos los niños que comprendieron lo que tenían que hacer sin necesidad de pistas, en el segundo, a los niños que requirieron de pistas para comprender el problema de esta tarea. De los 30 niños entrevistados, 28 reconocieron sin ayuda lo que se les pedía en el problema, mientras que sólo 2 niños necesitaron que se les ayudara a retomar la información del problema.

En el caso de Tabata (Tab) de quien presentamos un fragmento de entrevista, una vez leído el problema fue necesario cuestionarle sobre sus respuestas y regresar con ella al problema. Finalmente logró recuperar los datos y la relación entre los mismos resolviendo correctamente esta tarea.

Transcripción 7 (extracto):

Ejemplo de pistas para recuperar los datos del problema (S.C/PUs7)

Entrevistador	**Niño** **Tab (7;10/ 2PU)**
…	
¿Qué te están diciendo en el problema?	
	Que tengo que sumar
Ok, pero qué te están diciendo, eso es lo que puedes hacer…¿qué te están preguntando en este problema?	
	Este…tengo sumarle para ver cuántos puntos tiene en total
¿Tú quieres saber cuántos puntos tiene en total?	
	mmm….Sí
A ver vamos a ver si es cierto….¿Qué dice el problema?... Un jugador de canicas obtuvo 16	

puntos en su primer juego. ¿Cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33 puntos?	
	(Escribe 33+16=49)….49
¿49?...¿esa es tú respuesta?	
	No…
¿No? ¿Por qué?	
	Porque tiene que tener 33…(Señala el 33 en el problema)
Ok, porque tiene que tener 33…entonces el 49 no	
	(Hace una conteo con apoyo en dedos)…..¿17?
¿Esa sí te parece correcta?	
	Sí

1.2.4 Relación de los datos recuperados

En este momento de recuperación de datos además de incluir la identificación del precio en las 3 tareas, se consideró importante incluir un análisis de las respuestas obtenidas en la tarea 1 (S.T) en relación a la pregunta de si le sobraba o faltaba dinero a Héctor. Por ello, una vez contestada esa pregunta fue necesario revisar las justificaciones de los niños.

De los 30 entrevistados, 29 contestaron que a Héctor le faltaba dinero. El único caso que contestó que le sobraba fue el de Carlos (7,3/2E.PU), quien explicó que: "le sobra, no le alcanza…sobrar como que le falta". Por lo que se puede considerar que el 100% de los entrevistados identificó que la cantidad con que se contaba no era suficiente para comprar el refresco. Los niños justificaron su respuesta de que faltaba dinero con diferentes argumentos. El 50% de los niños consideró al precio del refresco como clave para contestar la pregunta: ¿le sobra o le falta?. Las justificaciones del tipo "le falta porque el refresco cuesta x" fueron las más consistente. Otras justificaciones hicieron referencia al dinero con se que contaba ($8); comparaban el dinero que se tenía con el precio del refresco o simplemente hacían el cálculo numérico y aseguraban que no le alcanzaba. Estas justificaciones se muestran en la Tabla 4:

Tabla 4

¿Por qué le falta?

Justificación	Frecuencia
Precio del refresco	15
Cantidad con la que cuenta	3
Relación precio – cantidad	9
Cálculo numérico	3

1.3 Estrategias de resolución

El tercer momento de la entrevista corresponde a las estrategias de resolución que siguieron los niños al resolver los problemas que les planteamos. Este apartado presentará el análisis de estos datos, lo que significa que incluiremos todos los intentos que hicieron los niños por llegar a la respuesta final, correcta o incorrecta.

Cabe señalar que las estrategias de resolución utilizadas en las tres tareas fueron similares y las clasificamos en las siguientes categorías:

a) Recuperación de numerales aislados
b) Compensación
   - Ascendente
   - Descendente
   - Descendente escalonada
c) Cálculo mental
   - Sin estimación
   - Con estimación
d) Operación con algoritmo
   - Simple
   - Con modificación de sus elementos

a) Recuperación de numerales aislados: Este tipo de respuesta se caracterizó por la ausencia de acción sobre los datos del problema. En ellas los niños se limitaron a responder diciendo alguna de las cantidades involucradas en el problema planteado. Un ejemplo de esta estrategia fue el de Rodrigo (Rod).

Transcripción 8 (extracto):

Ejemplo de ausencia de acción sobre el problema (S.T/PRs2)

Entrevistador	**Niño** **Rod (7;03/ 1PR)**
…tú tienes que buscar en esta tabla la información que necesites para encontrar cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande	
	Fanta (señala la tabla)
Ok	
	Refresco…..quince!!!...entonces le pongo 15
¿Le sobra o le falta?	
	Le faltan 15 (escribe le faltan 15)
¿Cómo sabes que le faltan 15?	
	Porque aquí dice refrescos 15 (señala los 3 precios del refresco)…entonces Fanta es un refresco debería costar 15
¿Y cómo sabes que la Fanta cuesta 15? ¿Y no 19 y no 21?	
	Veintiuno cuesta…
¿Por qué?	
	Porque quiere una grande, entonces aquí dice una grande 21
Entonces ¿cuánto le falta?	
	Le faltan 21
Platícame ¿por qué 21? Rodri...te voy a leer el problema a ver si no hay algo que se te está pasando, sale….Héctor tiene 8 pesos, ¿cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande?	
	Le faltan 21 porque aquí dice refrescos (señala la tabla)…y Héctor quiere una Fanta grande …tiene 8 pesos…pero le faltan 21 pesos..porque él quiere una Fanta grande
¿Entonces lo que le faltan son los 21 pesos completitos?	
	Sí
Ok, perfecto	

b) Compensación: Este tipo de respuesta se refiere a la búsqueda de la igualación de dos conjuntos a partir del conteo de un numeral al otro. Los niños que utilizaron esta estrategia pudieron o no apoyarse en materiales, dedos o representaciones gráficas para encontrar la diferencia entre conjuntos. En esta categoría se observaron 3 tipos de compensación: ascendente, descendente y descendente escalonada.

- Compensación ascendente: Esta estrategia se caracteriza por el conteo de manera progresiva. Los niños partieron del conjunto menor para llegar al mayor. En el caso de Escarlett (Escar) se observa claramente cómo utilizó esta estrategia con apoyo en representación gráfica para llegar a la igualación.

Transcripción 9 (extracto):

Ejemplo de compensación ascendente con apoyo en representación gráfica (S.C/PRs1)

Entrevistador	**Niño** **Escar (7;03/ 1PR)**
…Tienes toda tu hoja para lo que tú quieras	
	(Observa el problema y empieza a escribir en una columna del 17 al 33…concluyen numerando del 1 al 17 dichos números: 17 1 18 2 19 3 20 4 21 5 22 6 23 7 24 8 25 9 26 10 27 11 28 12 29 13 30 14 31 15 32 16 33 17)
¿Ya supiste cuánto tiene que ganar en el segundo juego para tener 33 puntos?	
	Diecisiete
Ok…escríbelo aquí (señala la hoja del problema) y	

luego me platicas qué fue lo que hiciste	
	(Escribe 17 debajo del problema)
	Ya
Muy bien…¿Cómo supiste que 17 Escarlett?	
	Porque escribí los números del 16 le puse 17 y así (señala la primer columna)…y escribí los números (señala la columna del 1 al 17)
Ok	

- Compensación descendente: Este tipo de compensación se caracteriza por el conteo de manera regresiva. Los niños identificaron el conjunto mayor y partieron de éste hasta llegar al conjunto menor. Alexis (Ale) utilizó esta estrategia apoyándose únicamente en un conteo oral.

Transcripción 10 (extracto):

Ejemplo de compensación descendente con conteo oral (S.F/PUs4)

Entrevistador	**Niño** **Ale (7;06/ 1PU)**
	Aquí dice salchicha…
Entonces…ya encontraste algo que te sirve del folleto…	
	Sí
Ok…ahora hay que ver cuánto tiene que cambiar el precio del calamar	
	38…37...36,35….14 pesos debe de cambiar
Ok…escríbelo aquí por favor	
	(Escribe: quítale 14 $)
¿Cómo supiste que 14?	
	Con mis manos
¿Me podrías decir cómo?	
	Está bien difícil
Sólo un poquito…para que yo aprenda	
	(Muestra las manos con los dedos estirados) Empecé por el 32…y le fui quitando así…31,30,29…hasta el 18
¿Y cómo supiste que 14?	
	(Muestra las manos con los dedos doblados)
Ok	

- Compensación descendente escalonada: Este tipo de compensación descendente se caracteriza por la estimación y el conteo de manera regresiva. Lo primero que se observó en el uso de esta estrategia fue el acercamiento de los niños a la igualación, a partir de la estimación. Posteriormente se identificó un conteo de manera regresiva hasta llegar al conjunto menor. Este conteo no implicó necesariamente ir de uno en uno. Un ejemplo de esta estrategia fue el de Carlos (Carlos), quien empezó descendiendo 10.

Transcripción 11 (extracto):

Ejemplo de compensación descendente escalonada (S.F/PUs3)

Entrevistador	**Niño** **Carlos (7;03/ 2PU)**
…Tienes tu folleto para buscar la información que necesites y toda tu hoja para lo que tú quieras	
	(Revisa el folleto)… Doce
Lo puedes escribir aquí por favor Carlos y me platicas que fue lo que hiciste	
	(Escribe 12)
¿Qué fue lo que hiciste?	
	Resté
¿Qué restaste?	
	32 del calamar hasta el 18
Lo podrías hacer en voz alta para que yo aprenda..a ver cómo le hiciste	
	Bajé 10
Aja	
	Y después 2
¿Le bajaste 10 al calamar y después 2?	
	(asiente con la cabeza)…le resté 10
Si le restas 10, ¿cuánto te queda?	
	20
¿Si al precio del calamar le restas 10 te da 20?	
	Sí….Y después resté 2
Ok…le restaste 2, ¿cuánto te dio?	
	18
¿Sí?...a ver ahora hazlo en papel a ver si te dio	
	(Escribe:

	32 -12 20)
	Treinta y dos menos doce, igual a veinte
Ok…¿Por qué quería llegar al 20?	
	Con 10 podía llegar al 20 para después restar poquito
Ok	
	Con 2 menos
Con esos 2 menos ¿cuánto sería?	
	18
Ok…entonces…¿cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?	
	12….no 14
¿Por qué 14?	
	Porque resté 12 y me salió 20…y menos 2 serían 14

c) Cálculo mental: Este tipo de respuesta se caracterizó, como lo menciona Parra (1994), por un conjunto de procedimientos que, analizando los datos a tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido. Corresponde a un cálculo pensado o reflexionado. Los niños que utilizaron esta estrategia llegaron a la respuesta por 2 caminos distintos, uno directo (sin estimación) y otro con cierto grado de acercamiento a la respuesta (con estimación).

- Sin estimación: Esta estrategia implicó un cálculo mental directo. Dentro de este tipo de respuesta los niños daban una solución automática, como resultado de hacer representaciones y acciones internas. Un ejemplo de este tipo de estrategia es el caso de Emilio A. (Emi A.) quien hace un trabajo intelectual rápido para llegar a su respuesta.

Transcripción 12 (extracto):

Ejemplo de cálculo mental sin estimación (S.T/PRs7)

Entrevistador	**Niño** **Emi A. (7;09/ 1PR)**
…tú tienes tu tabla y tienes que buscar la información que te permita contestar…	
	Refrescos…le faltan….(se queda pensando)….7…
¿Cuánto?	
	Siete para comprar el de 15
¿Y quiere comprar él el de 15?	
	Mjm
¿Cómo sabes que quiere comprar el de 15?	
	Ah…Fanta grande claro…le faltan….(se queda pensando)…le faltan vein…no…
Acuérdate que tienes tú hoja y puedes anotar o que tú quieras	
	(Toma el lápiz y traza rallitas)…

- Con estimación: Esta estrategia de cálculo mental implicó un acercamiento, anticipación a la respuesta apoyada por cálculos conocidos o ejercitados previamente. Una vez que se realizó dicho acercamiento, los niños utilizaron esa estimación para completar su cálculo mental. Melissa (Mel) es un ejemplo claro del uso de esta estrategia.

Transcripción 13 (extracto):

Ejemplo de cálculo mental con estimación (S.C/PRs14)

Entrevistador	**Niño** **Mel (8;07/ 2PR)**
...Puedes usar toda tu hoja…y dime ¿cuántos puntos necesita el jugador?	
	Necesita 17 puntos más para tener 33 puntos
Ok….escríbelo y me platicas…porque lo hiciste tan rápido que no puede aprender cómo lo hiciste	
	(Escribe: Necesita 17 puntos más para tener 33 puntos)
Platícame qué fue lo que hiciste	
	Eh….com yo le hice fue así…como en mi salón hacemos mental math…la Miss nos hace las…las…el mental math muy rápido…nos dice

	eh…por ejemplo…9….no…16 más 16…entonces lo tenemos que hacer rápido…entonces yo lo que hice fue…16 puntos…y yo me imaginé que la Miss nos decía 16 más 17… y lo sumé y entonces después cuando llegué al número me di cuenta que era 33
¿El primer número que pensaste fue 17?...¿tenías 16 y pensaste le sumo 17?…¿o pensaste otro número antes?	
	Pensé 17
¿Fue el primero?	
	Sí…

d) Operar con el algoritmo: Esta estrategia implica la formulación matemática tipo escolarizada para resolver el problema. Se identificaron 2 formas de operar con el algoritmo, de manera simple y con modificación de los elementos. Entre los algoritmos utilizados estuvieron la suma, la resta y la multiplicación.

- Simple: Esta forma de operar con el algoritmo consistió en la aplicación de una sola formulación matemática. Airam (Airam) es un ejemplo claro de cómo se resolvió un problema con esta estrategia.

Transcripción 14 (extracto):

Ejemplo de operación simple de un algoritmo (S.T/ PUs13)

Entrevistador	**Niño** **Airam (8;07/ 3PU)**
…Tú tienes toda tu hoja y aquí puedes hacer lo que tú quieras…y tienes tu tabla para buscar la información que te ayude a contestar la pregunta	
	(Escribe: 21 - 8 13)
	Ya
Platícame qué hiciste	
	Resté 21 – 8
Ajá…y ¿por qué 21 - 8?...¿De dónde sacaste esos números?	

	De aquí (señala la tabla)…cuesta 21 la grande…
Y luego, ¿qué más hiciste?	
	No se puede 1 menos 8 entonces le pedí…a este (Señala el 2 del 21)…este se convierte en 1 y este (el 1 del 21) en 11…8 menos 11, 3…y si este se convirtió en 1…es 1
Entonces…le sobra o le falta	
	Le falta…porque tiene 8 pesos…y la Fanta grande cuesta 21…

- Con modificación de elementos: Esta estrategia consiste tanto en el cambio de posición de los elementos, como en la selección de una operación distinta. Una vez aplicado un algoritmo, los niños decidieron cambiar de lugar las cantidades tantas veces como fuera necesario hasta que se obtuviera un resultado que les pareciera lógico. En los casos dónde cambiar de posición los elementos no fue suficiente, hubo modificación de la operación en juego (de suma a resta y viceversa principalmente). El caso de Emilio (Emi L.) ejemplifica perfectamente esta estrategia.

Transcripción 15 (extracto):

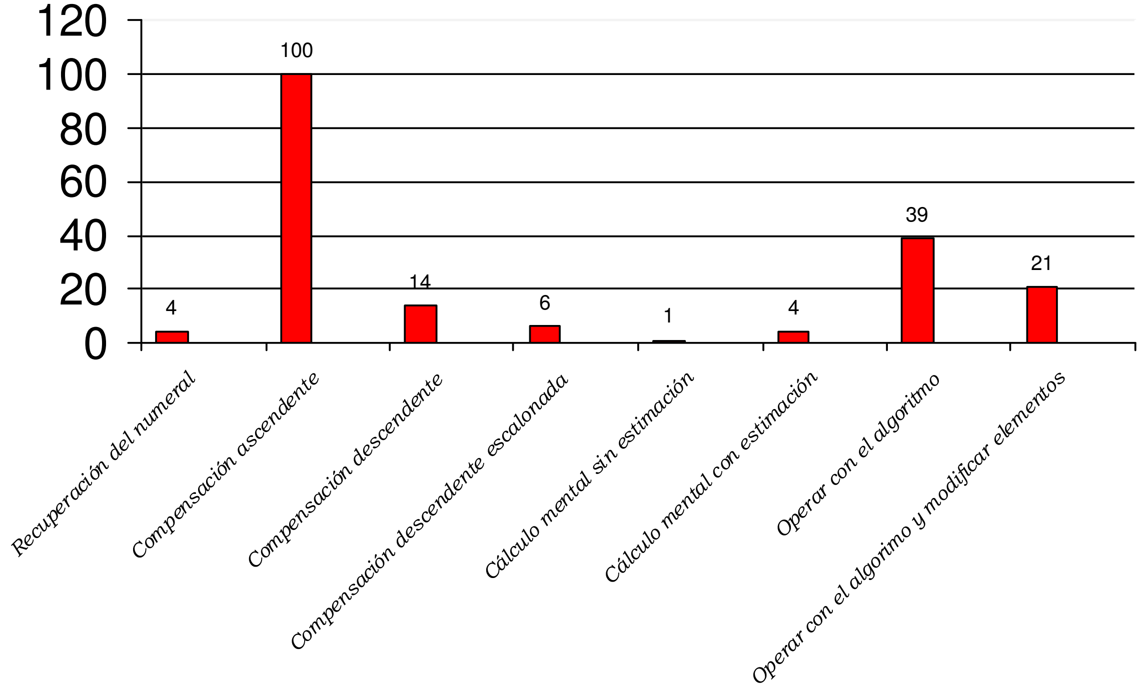
Ejemplo de modificaciones a los elementos de un algoritmo (S.C/PRs15)

Entrevistador	**Niño** **Emi L. (8;09/ 2PR)**
…Aquí tienes toda tu hoja para resolver	
	(Escribe: $\begin{array}{r} 16 \\ \underline{+\ 33} \\ 49 \end{array}$ $\begin{array}{r} 49 \\ \underline{-\ 16} \\ 33 \end{array}$)
	Cuarenta y nueve
¿Cuarenta y nueve?...a ver puedes escribirlo aquí…¿por qué?	
	Ya lo comprobé, 16 más 33, 49…49 menos 16 es igual a 33
Ok, pero entonces necesita en el segundo juego 49	
	No

A ver fijate en el problema…Un jugador de canicas obtuvo 16 puntos en su primer juego, ¿cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33 puntos?	
	Treinta y tres menos 16….
	(Escribe: 33 -16 17)
	Diecisiete
Ok	
	Diecisiente monees treinta y tres, es igual a …..siete para tres es igual a cuatro…..veinticuatro
	(Escribe: 17 -33 24)
	Te da veinicuatro
Aquí cómo le hiciste (señala la última operación)	
	Aquí le resté 33 – 16 y la cantidad exacta es 17 y aquí le resté 33
Pero ¿cómo le haces para a 17 quitarle 33?	
	Mmm….ah sí…si es que la puse al revés
	(Escribe: 2 13 ~~33~~ -17 16)
	Me da 16
Entonces qué vas a poner…¿Cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33?	
	Diecisiete

En resumen, podemos concluir que tomando en cuenta a todos los niños entrevistados, todos los intentos realizados para resolver el problema y ambas escuelas, la estrategia de resolución más utilizada fue la de compensación ascendente con un 52% de los intentos. A continuación se presenta el comparativo entre estrategias de resolución en las tres tareas, todos los niños y los dos tipos de escuela. (Gráfica 2)

Gráfica 2: Comparativo de las estrategias de resolución en las 3 tareas



1.4 Intentos realizados

La resolución de las 3 tareas implicó distintos retos a los niños entrevistados. Es por esto que hubo varios acercamientos para llegar a la respuesta final. Estos acercamientos o intentos de resolver el problema se tomaron en cuenta para el análisis y se presentan a continuación como el último momento de resolución del problema. Como se observa en la Tabla 5, el 70% de los niños entrevistados logró resolver el problema en 1 ó 2 intentos.

Tabla 5

Intentos de resolución en las 3 tareas.[6]

Intentos	S.T	S.F	S.C	Total
1-2	23	20	20	63
3-4	6	7	8	21
5-6	1	2	2	5
7-8	-	1	-	1
Total	30	30	30	90

[6] Como se señaló anteriormente las siglas S.T, S.F y S.C corresponden al tipo de situación analizada.
S.T Situación en Tabla S.F Situación con Folleto S.C Situación en Cuaderno

Encontramos a su vez que el 23.3% de las soluciones se centraron entre 3 y 4 intentos sobre un mismo problema. Quedando únicamente un 6.7% de soluciones que implicaron más de 5 intentos. Así mismo se observó una consistencia en la cantidad de intentos realizados independientemente del problema que se trataba.

2. Análisis de respuestas por tarea e intentos realizados

Para ese análisis consideramos cada una de las tareas tomando en cuenta tanto las estrategias de resolución presentes en los diferentes momentos de la tarea, como los intentos realizados. Así mismo, en cada una de las tareas se identificó la estrategia de resolución en el último intento y el tipo de respuesta final obtenida (correcta o incorrecta).

2.1 Tarea 1: Situación en Tabla (S.T)

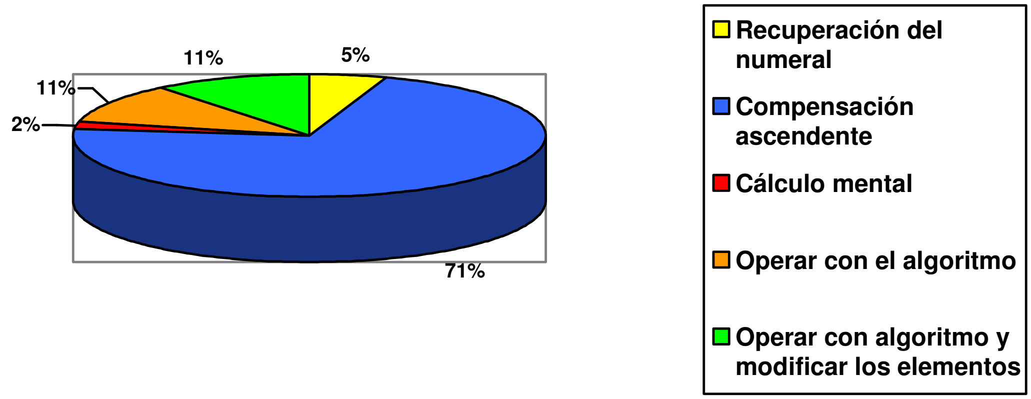
Para resolver esta tarea (S.T) entre todos los niños de la muestra realizaron en total 56 intentos. Es decir, en promedio 1.8 intentos por niño. El 50% de los entrevistados resolvió el problema en un sólo intento, seguido del 26.6% quienes lo resolvieron en dos intentos. Las frecuencias por intentos se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6

Intentos de resolución S.T.

Número de intentos	**Frecuencia**
1	15
2	8
3	4
4	2
5	1

Tomando en cuenta todos los intentos realizados, la estrategia más utilizada fue la de compensación ascendente con un 71%. Cabe señalar que la compensación ascendente pudo acompañarse con distintos apoyos: dedos, marcas gráficas como líneas o puntos, secuencias numéricas escritas y verbalizaciones. Todas las estrategias utilizadas en los 56 intentos se muestran a continuación (Gráfica 3):



Gráfica 3: Estrategias de resolución Situación Tabla (S.T)

Veamos ahora los recursos utilizados en la resolución de esta tarea. En los 56 intentos de resolución de la tarea 1 (S.T) el recurso más utilizado fue el conteo, con una frecuencia del 55.3%. Los demás recursos tuvieron una frecuencia variable, como se muestra en la Tabla 7.

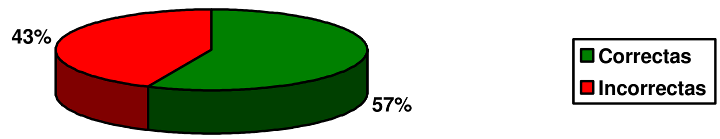
Tabla 7

Recursos de resolución S.T

Recurso	Frecuencia
Numeral dado	4
Algoritmo sin sentido	6
Conteo	31
Cálculo mental simple	2
Cálculo mental escalonado	7
Algoritmo con sentido	6

Como nos interesaba conocer la elección final en cada una de las tareas se analizó el último intento. La estrategia más utilizada en el último intento para resolver la primer tarea fue nuevamente la compensación ascendente (90%), siendo el conteo el recurso más utilizado (73.3%).

Por último, analizamos las respuestas finales y las clasificamos en correctas e incorrectas. Se obtuvieron 17 respuestas correctas (57%) contra 13 incorrectas (43%) (Gráfica 4). El 64.7 % de las respuestas correctas y el 86% de las incorrectas implicaron entre 1 y 2 intentos de solución. El 82% de las respuestas correctas y el 92% de las incorrectas se obtuvieron por compensación ascendente. De las respuestas incorrectas, 9 fueron consecuencia de un error en la selección de datos (precio del refresco) y 4 por error en el procedimiento.



Gráfica 4: Respuesta final S.T

Podemos concluir que tanto las respuestas correctas como las incorrectas involucraron en su mayoría el mismo número de intentos y la misma estrategia de solución. Esto nos permite ver que en la S.T, la discriminación de datos (selección del precio) fue un factor determinante del éxito en la resolución de dicha tarea.

2.2 Tarea 2: Situación con Folleto (S.F)

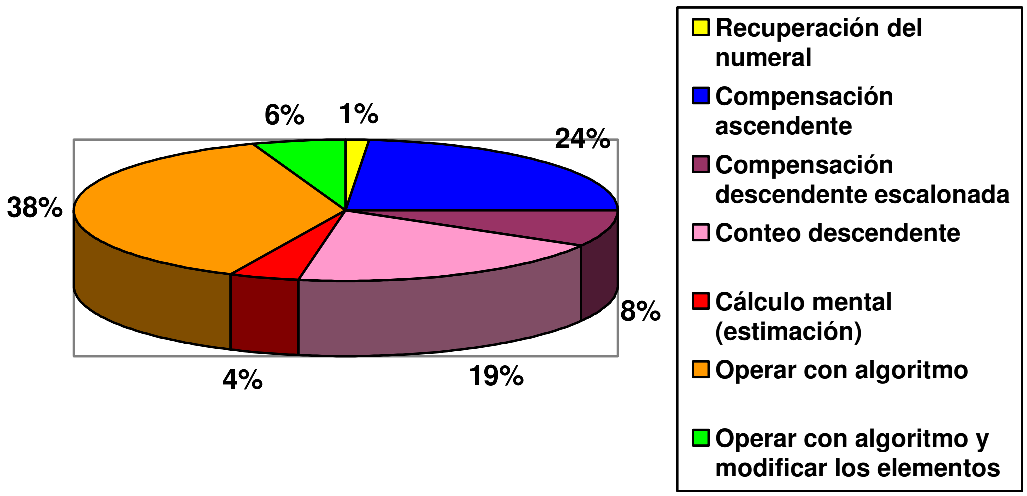
Para resolver la segunda tarea (S.F) entre todos los niños de la muestra se realizaron en total 72 intentos. Es decir, un promedio de 2.4 intentos por niño. Cabe señalar que 11 de los niños resolvieron el problema en el primer intento. La Tabla 8 muestra las frecuencias por número de intentos.

Tabla 8

Intentos de resolución S.F

Número de intentos	Frecuencia
1	11
2	9
3	3
4	4
5	2
8	1

En el caso de la tarea 2 (S.F) se revisaron todas las estrategias utilizados en cada uno de los 72 intentos. La estrategia más utilizada fue la de operar con un algoritmo. El 38% de los intentos que hicieron los niños para resolver el problema fue con un algoritmo convencional. Dentro de los algoritmos utilizados se encontraron la suma, la resta con sentido, la resta sin sentido y la multiplicación. Cuando hablamos de la resta con sentido y sin sentido nos referimos a la posición de los elementos de la misma; donde la resta deja de tener sentido si el minuendo es menor que el sustraendo. Otra de las estrategias utilizada en varios de los intentos fue la compensación ascendente como se muestra en el siguiente gráfico. (Gráfica 5)



Gráfica 5: Estrategias de resolución Situación Folleto (S.F)

Cabe señalar que en esta tarea (S.F) el conteo también fue el recurso de resolución más utilizado, con una frecuencia del 41.7%, seguido del algoritmo con sentido con un 25%. En la Tabla 9 se presentan las frecuencias de todos los recursos utilizados.

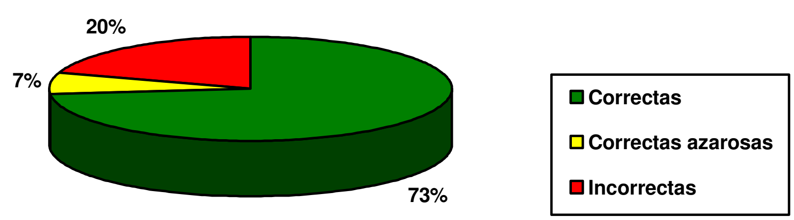
Tabla 9

Recursos de resolución S.F

Recurso	Frecuencia
Numeral dado	1
Algoritmo sin sentido	15
Conteo	30
Cálculo mental simple	2
Cálculo mental escalonado	6
Algoritmo con sentido	18

Una vez analizados los recursos utilizados en todos los intentos, identificamos la estrategia y el recurso aplicado en el último intento. La estrategia de resolución más utilizada, al igual que en la tarea 1 (S.T), fue la compensación ascendente (56.6%). El recurso más utilizado para definir la respuesta del problema fue conteo (53.3%), seguido del algoritmo con sentido (33.3%).

Por último, revisamos las respuestas finales, a diferencia de la primer tarea se observaron 3 tipos de respuesta: correctas, correctas azarosas e incorrectas. Se obtuvieron 22 respuestas correctas (73%), 2 respuestas correctas azarosas (7%) y 6 respuestas incorrectas (20%)(Gráfica 6). Del total de respuestas correctas el 77% se lograron en 1 ó 2 intentos de solución. El 45% de estas respuestas se obtuvieron de utilizar la compensación ascendente y el 31.1% de operar con algoritmo. De las 6 respuestas incorrectas, el 66.6% se dieron en más de 3 intentos donde la estrategia más utilizada fue la de operar con algoritmo. Las respuestas clasificadas como correctas azarosas corresponden a las que la cantidad final es correcta, sin embargo, la justificación y explicación de la estrategia utilizada no mostró sentido ni congruencia.



Gráfica 6: Respuesta final S.F

2.3 Tarea 3: Situación en Cuaderno (S.C)

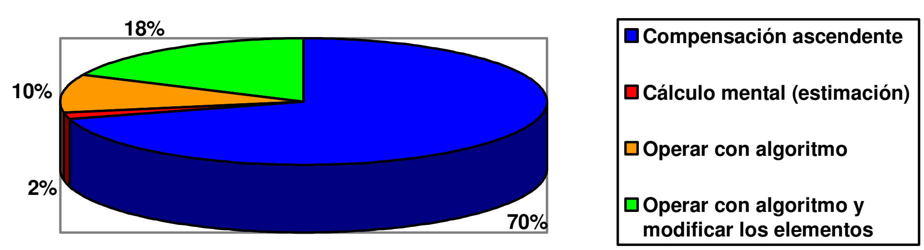
Para resolver esta tarea, los 30 niños realizaron 61 intentos hasta llegar a su respuesta final, un promedio de 2 intentos por niño. La mitad de los niños logró resolver su problema en el primer intento, mientras que los demás necesitaron de 2 a 6 intentos. Las frecuencias por intento se muestras en la Tabla 10:

Tabla 10

Intentos de resolución S.C

Número de intentos	Frecuencia
1	15
2	5
3	7
4	1
5	1
6	1

De los 61 intentos realizados para resolver esta tarea (S.C), 43 incluyeron la estrategia de compensación ascendente. Otra estrategia utilizada en varios intentos fue la operación con algoritmos donde se modificaron sus elementos hasta llegar a una respuesta con sentido. La siguiente gráfica 7 presentan las frecuencias de cada estrategia:



Gráfica 7: Estrategias de resolución Situación Cuaderno (S.C)

Considerando todos los intentos realizados, el recurso de resolución más utilizado fue el conteo seguido por el algoritmo con sentido. Las frecuencias se presentan a continuación (Tabla 11):

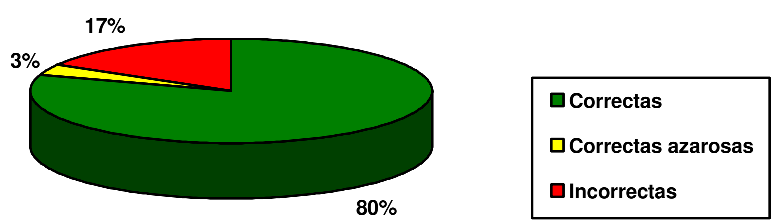
Tabla 11

Recursos de resolución S.C

Recurso	Frecuencia
Estimación	6
Algoritmo sin sentido	7
Conteo	34
Cálculo mental escalonado	4
Algoritmo con sentido	10

Al analizar el último intento realizado por cada uno de los niños identificamos a la compensación ascendente (80%) como la estrategia más utilizada y al conteo (66.7%) como el recurso final.

Para termina analizamos las respuestas finales y las clasificamos en correctas, correctas azarosas e incorrectas. Se obtuvieron 24 respuestas correctas (80%), 1 respuesta correcta azarosa (3.3%) y 5 respuestas incorrectas (16.7%). De las 24 respuestas correctas, 16 se obtuvieron en los primeros 2 intentos de resolución, siendo la compensación ascendente la estrategia más utilizadas para llegar a la respuesta correcta (79.2%). De las 5 respuestas incorrectas, 4 se obtuvieron antes del tercer intento de resolución y 4 implicaron la compensación ascendente. Al igual que en la tarea 2 (S.F) observamos una respuesta correcta azarosa donde el niño llega al número final correcto sin llevar una lógica en su estrategia de resolución. (Gráfica 8)



Gráfica 8: Respuesta final S.C

3. Análisis entre tareas

En este apartado presentaremos una comparación entre tareas con el fin de establecer las coincidencias entre respuestas. Las 3 situaciones implicaron la igualación de 2 cantidades para obtener una tercera, sin embargo, la presentación de cada tarea provocó distintos acercamientos por parte de los niños. En el caso de la tarea 1 (S.T.) y la tarea 2 (S.F.) se necesitaba en un primer momento discriminar los datos relevantes, a diferencia de la tarea 3 (S.C.) que ya contaba con la información necesaria para resolverse. Así mismo, en las 2 primeras tareas se indagó la familiaridad con el portador textual, el cual incluía los datos necesarios para resolver el problema. Es por ello que analizaremos estas similitudes entre las primeras 2 situaciones. Posteriormente compararemos los resultados finales en las 3 tareas. Recordemos que en el apartado anterior se presentaron las estrategias de resolución y los intentos realizados en las 3 tareas.

3.1 Tarea 1 (S.T) vs. Tarea 2 (S.F)

3.1.1 Familiaridad con el portador textual

Durante la entrevista realizada a cada uno de los niños se indagó la familiaridad con el portador textual. Recordemos que nos referimos a familiaridad con el portador cuando éste fue reconocido por el niño, es decir, que lo había visto alguna vez. En la S.T. se les mostró una copia de una parte del menú de McDonalds, mientras que en la S.F. se les proporcionó un folleto publicitario de la Comercial Mexicana. Se les preguntó a los 30 niños si alguna vez habían visto una igual o parecida. Se habló sobre el contenido de cada portador, así como de los posibles lugares donde se podrían encontrar. Se obtuvieron las siguientes respuestas (Tabla 12):

Tabla 12

Familiaridad con el portador textual

Portador textual	Si lo conoce	No lo conoce
Tabla de datos	15	15
Folleto	29	1

Observando los números se distingue una diferencia evidente entre los resultados de familiaridad con la tabla de datos y los del folleto. Para corroborar esta observación aplicamos una prueba exacta de Fisher obteniendo un nivel de significancia de 0.000 con 1 grado de libertad, por lo que concluimos que sí existe una diferencia significativa entre el reconocimiento que se hace de una tabla de precios y el que se hace de un folleto publicitario. El 96.7% de los niños reconoció el folleto, mientras que sólo el 50% reconoció la tabla de datos.

3.1.2 Recuperación de datos

Una vez revisada la familiaridad con el portador textual, se analizó la recuperación que hicieron los niños de los datos. Considerando que las respuestas de discriminación de datos en la tarea 1 (S.T) se clasificaron en 5 categorías y en la tarea 2 (S.F) únicamente se presentaron 2. Incluimos todas las categorías que implicaban una selección correcta de los datos en un rubro y las incorrectas en otro. Las respuestas se presentan a continuación (Tabla 13):

Tabla 13

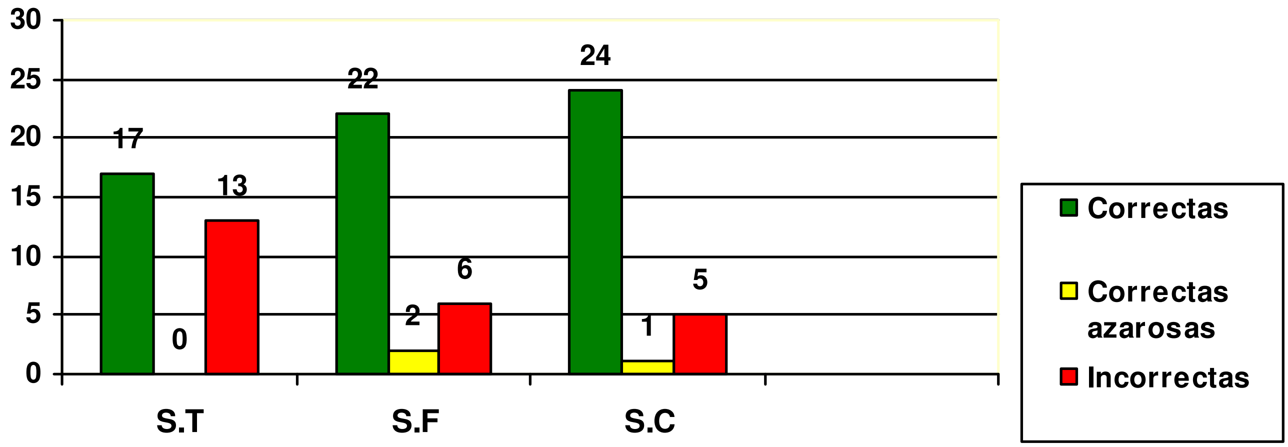
Recuperación de datos

Portador textual	Correcta (Sin ayuda y con ayuda)	Incorrecta (Sin ayuda y con ayuda)
Tabla de datos	21	9
Folleto	30	0

Tomando en cuenta estas respuestas se aplicó una prueba exacta de Fisher para determinar si hay o no una diferencia significativa entre portadores en relación a la discriminación correcta de los datos relevantes. Se obtuvo un nivel de significancia de 0.002, con 1 grado de libertad, por lo que podemos decir que existe una diferencia significativa entre la discriminación de datos en ambos portadores textuales. Esto quiere decir que es más sencillo discriminar los datos de un folleto publicitario que de una tabla. Podemos concluir que tanto la presentación de los productos con una correspondencia de uno a uno presente en el folleto como la familiaridad con ese portador textual facilitan la selección correcta de la información.

3.2 Resolución final de las 3 tareas

Como se mencionó en el segundo apartado (Análisis de respuestas por tarea e intentos realizados), las respuestas finales en todas tareas se clasificaron en 3 categorías: correctas, correctas azarosas e incorrectas. La siguiente gráfica 9 muestra las respuestas finales en cada una de las tareas.



Gráfica 9: Comparativo de las respuestas finales en las 3 tareas

Se observa una diferencia importante entre las respuestas correctas de la tarea 1 S.T (57%) y la tarea 3 S.C (80%). Esto nos pone a pensar en la relevancia del formato de presentación y en la necesidad de incluir en el trabajo escolar más de un tipo de portador textual al momento de resolver problemas matemáticos.

4. Análisis entre escuelas

A continuación presentamos las estrategias utilizadas por escuela en cada una de las tareas. La tabla 14 muestra un comparativo entre las estrategia presentes en el último intento de resolución en cada una de las escuelas.

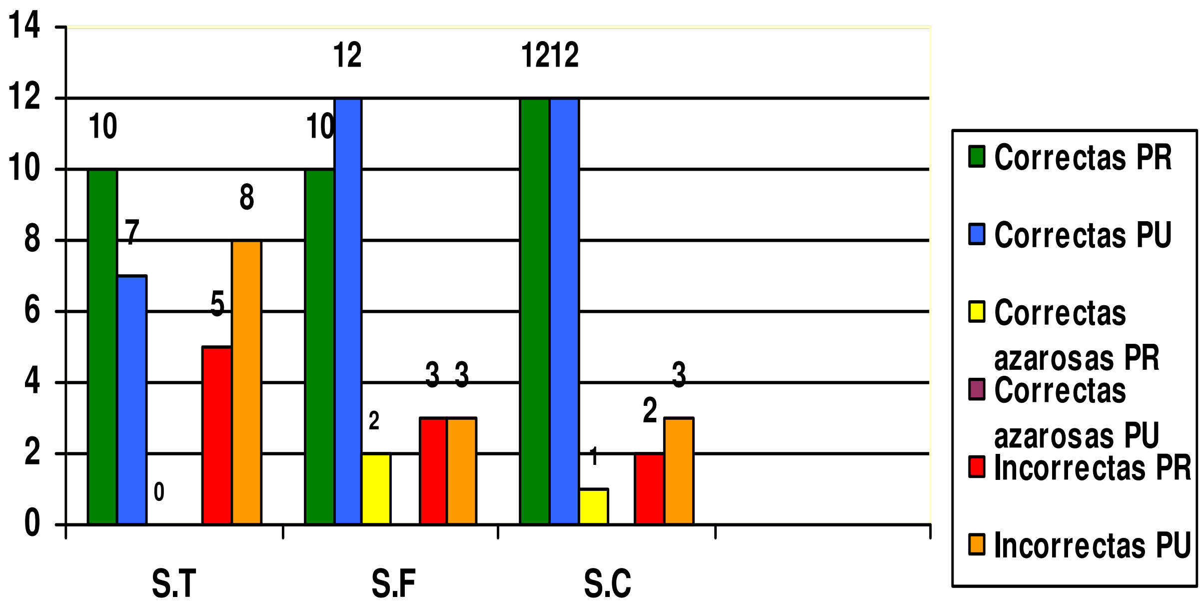
Tabla 14

Estrategias por escuela en el último intento

Estrategias	S.T (PR/PU)	S.F (PR/PU)	S.C (PR/PU)
Recuperación del numeral	1/0	0/0	0/0
Compensación ascendente	13/14	6/6	13/11
Compensación descendente escalonada	0/0	1/2	0/0
Conteo descendente	0/0	3/1	0/0
Cálculo mental (estimación)	0/0	1/1	1/0
Opera con algoritmo	0/1	2/4	0/1
Opera con algoritmo y modifica los elementos	1/0	2/1	1/3

La categorización de estrategias permitió observar más detalladamente lo que hicieron los niños en cada una de las escuelas. En general, se observaron el mismo tipo de estrategias con una diferencia del 1% en algunos de los casos; por lo que se puede concluir que no existe una diferencia significativa entre las estrategias usadas en la escuela privada (PR) y en la escuela pública (PU).

Así mismo, se compararon las respuestas correctas de cada una de las situaciones, en cada una de las escuelas. La gráfica 10 muestra estas respuestas:



Gráfica 10: Comparativo de respuestas finales en ambas escuelas.

Podemos concluir que no existe una diferencia significativa, entre escuelas, en el tipo de respuesta final presente en cada una de las situaciones. En la tarea 1 (S.T) es donde se aprecia una pequeña discrepancia en el número de respuestas correctas. Sin embargo, no se puede considerar que ésta sea significativa, pues sólo involucra al 10% de los entrevistados.

5. Consistencia y evolución en las estrategias

Por último, analizamos la evolución en las respuestas de los niños a lo largo de la entrevista, con el fin de identificar las consistencias e inconsistencias en las estrategias utilizadas en el último intento para resolver cada una de las tareas. La tabla 15 muestra esta evolución clasificando las respuestas de todos los sujetos en cuatro grupos: a) los que conservaron la misma estrategia para las tres tareas; b) los que recuperaron en la tercera tarea la estrategia utilizada en la primera; c) los que modificaron su estrategia y terminaron con una más avanzada; y d) los que terminaron con una estrategia más simple que la utilizada en la primera tarea.

Tabla 15

Consistencias e inconsistencias de la estrategia final a lo largo de la entrevista

Consistencias e inconsistencias	**Frecuencia**
Conservación de la estrategia	11
Recuperación de la estrategia inicial	11
Evolución de la estrategia	7
Retroceso a una estrategia más simple	1

De los 30 niños entrevistados, el 36.7% aplicó la misma estrategia en el último intento para resolver las 3 situaciones. A continuación se presenta el caso de Emilio L. (Emi. L), quien resolvió los 3 problemas con la misma estrategia: operando con el algoritmo convencional modificando sus elementos.

Aquí observamos cómo Emlio L. intenta resolver el problema utilizando una suma, la cual modifica llegando al mismo resultado. Al no conformarse con éste, realiza un tercer intento modificando la acción realizada sobre las cantidades. Por último, busca comprobar su resultado aplicando una cuarta operación.

Transcripción 16 (extracto):

Ejemplo de conservación de la estrategia – operar con algoritmo y modificar sus elementos (S.T/PRs15)

Entrevistador	**Niño** **Emi. L. (8;09/ 2PR)**
…tienes toda tu hoja para hacer lo que tu quieras para encontrar cuánto le sobra o cuánto le falta a Héctor…	
	Puedo hacer la suma
Sí, lo que tú quieras puedes hacer	
	(Escribe: 8 + 21 29 … observa su resultado y regresa a la tabla)
	No, no….(toma la goma)
Déjalo así y escribe abajo…acuérdate que tienes toda tu hoja para hacer lo que tú quieras	
	(Escribe: 21 + 8 29 …observa confundido)
	Veintinueve…me equivoqué…
¿Por qué dices que te equivocaste?	
	(Observa confundido)
¿De dónde sacaste los números que pusiste aquí para sumar?	
	De aquí (señala la tabla y el problema)
¿Por qué dices que es 21?	
	Porque es grande
Ok…perfecto…estamos de acuerdo….¿por qué dices que está mal?	
	Porque no le pueden faltar 29
Entonces cuánto le sobra o cuánto le falta….tú dices que le sobra o que le falta?	
	Que le falta (escribe le falta abajo del problema)
Ahora vamos a averiguar cuánto le falta…si no es veintinueve entonces vamos a ver qué otra cosa puedes hacer para saber para averiguar cuánto le	

falta	
	Veintiuno menos ocho
A ver hazlo	1 11 (Escribe: ~~21~~ - 8 13)
	Trece pesos
¿Esos sí te parece que está bien, o tampoco?	
	Sí
¿Por qué?	
	Porque… no lo puedes sumar si tiene ocho pesos…la suma no puede ser veintinueve...lo que le faltaría….la resta es exacta
¿Cómo sabríamos que es exacta?	
	Porque ahora lo puedo sumar….el trece más ocho (Escribe abajo del 13: + 8 21 Y me daría ocho y tres…..once…y uno…..veintiuno

Para resolver la segunda situación, Emilio L. va directo al algoritmo convencional de la resta. Sin embargo, cuando se le cuestiona sobre cómo llegó a ese resultado se percata que hay un error, por lo que modifica el orden de las cantidades y vuelve a resolver la operación. Al igual que en la situación anterior, una vez que se conforma con el resultado obtenido busca la comprobación y juega con los elementos.

Transcripción 17 (extracto):

Ejemplo de conservación de la estrategia – operar con algoritmo y modificar sus elementos (S.F/PRs15)

Entrevistador	**Niño** **Emi. L. (8;09/ 2PR)**
…tienes otra vez toda tu hoja para lo que quieras…	
	(Revisa el folleto) Calamar tipo Americano y la salchicha es…..Viena Salchicha Viena…dieciocho…treinta y dos…. Dieciocho y….treinta y dos…. (Observa el folleto y repite varias veces las dos

cantidades)

Acuérdate que tienes tu hoja

(Escribe: 18
-32
26)

Veintiséis…le debemos bajar veintiséis pesos al calamar tipo Americano para que cueste igual que la salchicha

Ok…lo puedes escribir aquí (señala la hoja del problema)

(Escribe mientras lo dice)
Le debemos bajar 26 pesos

¿Cómo le hiciste para saber que era 26?

Lo resté

¿Qué restaste?

El precio del calamar tipo Americano y el de la salchicha Viena

¿Y cómo lo restaste?...me explicas tu resta…cómo le hiciste

Hice primero la salchicha Viena porque era lo que me pidió que pusiera lo mismo que costara el calamar…. y si a este le sumara no quedaría igual…sumaría más y este se subiría más

Ok…y si nos vamos a tu resta, cómo le hiciste a 18 para restarle 32…cómo le hiciste para que te diera el 26

Puse cuanto me da 2 para 8…le puse 6…y 3 para 1…

¿Cómo se podrá 3 para 1?...¿eso se podrá?

No

¿Crees que lo podrás hacer de otra manera?

Restando 32 menos 26

A ver…hazlo….

(Escribe: 32
-26

¿Cuánto te tendría que salir para saber si estás bien?

Dieciocho
(Resuelve y escribe 06 debajo de su resta…observa confundido la nueva respuesta)

No nos dio el dieciocho….crees que puedas hacer otra cosa	
	(Regresa a observar el folleto)
¿Qué se te ocurre que podrías hacer?	
	La resta de 18 – 32…. (Escribe volteando la posición de los números…. 2 12 ~~32~~ - 18 14)
	Catorce
A ver…escribe 14….	
	(Escribe a manera de comprobación… 2 12 ~~32~~ -14 18)
	Entonces era 14 porque me dio 18

Por último, Emilio L. trata de resolver la situación sumando los datos dados en el problema y modificando el orden de los elementos para comprobar su resultado. Al cuestionarle sobre su respuesta cambia la operación y resuelve una resta, modificando en un par de veces el orden de sus elementos hasta que comprueba y se conforma con su resultado.

Transcripción 18 (extracto):

Ejemplo de conservación de la estrategia – opera con algoritmo y modifica sus elementos (S.C/PRs15)

Entrevistador	**Niño** **Emi L. (8;09/ 2PR)**
…Aquí tienes toda tu hoja para resolver	
	(Escribe: 16 + 33 49 49 - 16 33)
	Cuarenta y nueve
¿Cuarenta y nueve?...a ver puedes escribirlo	

aquí…¿por qué?	
	Ya lo comprobé, 16 más 33, 49…49 menos 16 es igual a 33
Ok, pero entonces necesita en el segundo juego 49	
	No
A ver fijate en el problema…Un jugador de canicas obtuvo 16 puntos en su primer juego, ¿cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33 puntos?	
	Treinta y tres menos 16…. (Escribe: 33 -16 17) Diecisiete
Ok	
	Diecisiete menos treinta y tres, es igual a …..siete para tres es igual a cuatro…..veinticuatro (Escribe: 17 -33 24) Te da veinticuatro
Aquí cómo le hiciste (señala la última operación)	
	Aquí le resté 33 – 16 y la cantidad exacta es 17 y aquí le resté 33
Pero ¿cómo le haces para a 17 quitarle 33?	
	Mmm….ah sí…si es que la puse al revés (Escribe: 2 13 ~~33~~ -17 16) Me da 16
Entonces qué vas a poner…¿Cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33?	
	Diecisiete

Del total restante de entrevistados que modificaron sus estrategias, el 36.7% utilizó una estrategia en la primera tarea (S.T), la modificó para resolver la segunda

(S.F) y regresó a la original en la última tarea (S.C). Presentamos un fragmento de las entrevistas de Carlos (Carlos) para ejemplificar este cambio de estrategia.

Carlos resuelve esta primera tarea por medio de una compensación ascendente. Se apoya en los dedos para realizar el conteo a partir del valor dado.

Transcripción 19 (extracto):

Ejemplo de recuperación de la estrategia inicial (S.T/PUs3)

Entrevistador	**Niño** **Carlos (7;03/ 2PU)**
…tienes tu tabla para buscar la información…y aquí en la hoja puedes hacer lo que te haga falta…	
	Diecinueve
¿Diecinueve qué?	
	Cuesta diecinueve y él tiene 8 pesos
Entonces le sobra o le falta	
	Le sobra…(cuenta con los dedos a partir del 8)…11…le sobra 11
¿Le sobra 11 o le falta 11?	
	Le sobra 11
¿Por qué dices que le sobra 11?	
	Porque no le alcanzan
¿Qué significa sobrar para ti?	
	Que me falta dinero
Ah….Ok…¿cómo supiste que eran 11?	
	Sumar
¿Cómo sumaste? Platícame…	
	Este…de uno en uno
Ok…lo podrías hacer en voz alta para que yo aprenda…	
	Sí…9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19… (utiliza los dedos mientras cuenta)…y son 11

Para esta situación, Carlos realiza una compensación descendente escalonada restando inicialmente una decena, para después restar lo que faltaba. Comprobó su respuesta inicial con un algoritmo convencional, lo cual le permitió darse cuenta que le faltaba restar más.

Transcripción 20 (extracto):

Ejemplo de la recuperación de la estrategia inicial (S.F/PUs3)

Entrevistador	**Niño** **Carlos (7;03/ 2PU)**
…Tienes tu folleto para buscar la información que necesites y toda tu hoja para lo que tú quieras	
	(Revisa el folleto)… Doce
Lo puedes escribir aquí por favor Carlos y me platicas que fue lo que hiciste	
	(Escribe 12)
¿Qué fue lo que hiciste?	
	Resté
¿Qué restaste?	
	32 del calamar hasta el 18
Lo podrías hacer en voz alta para que yo aprenda..a ver cómo le hiciste	
	Bajé 10
Aja	
	Y después 2
¿Le bajaste 10 al calamar y después 2?	
	(asiente con la cabeza)…le resté 10
Si le restas 10, ¿cuánto te queda?	
	20
¿Si al precio del calamar le restas 10 te da 20?	
	Sí….Y después resté 2
Ok…le restaste 2, ¿cuánto te dio?	
	18
¿Sí?...a ver ahora hazlo en papel a ver si te dio	
	(Escribe: 32 <u>-12</u> 20)
	Treinta y dos menos doce, igual a veinte
Ok…¿Por qué quería llegar al 20?	
	Con 10 podía llegar al 20 para después restar poquito
Ok	
	Con 2 menos
Con esos 2 menos ¿cuánto sería?	
	18

Ok…entonces…¿cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?	
	12….no 14
¿Por qué 14?	
	Porque resté 12 y me salió 20…y menos 2 serían 14

Por último, Carlos regresó a la estrategia utilizada en la primera situación: compensación ascendente. Contó a partir del valor dado y se apoyó en los dedos.

Transcripción 21 (extracto):

Ejemplo de la recuperación de la estrategia inicial (S.C/PUs3)

Entrevistador	**Niño** **Carlos (7;03/ 2PU)**
…puedes hacer lo que tú quieras en tu hoja….	
	(Escribe 16 – 3 y lo borra…) Me estoy equivocando…
¿Ya entendiste qué tienes que encontrar?	
	Sí….17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28, 29,30,31,32,33… (usa los dedos para contar) …pero…
Puedes ayudarte con la hoja…si quieres	
	Dieciocho…
¿Qué fue lo que hiciste?	
	Sumar y me salió 18
¿Cómo sumaste?	
	De uno a uno
A ver hazlo otra vez…	
	…17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29, 30,31,32,33... (se apoya con dedos) ….10,11,12,13,14,15,16,17… (cuenta los dedos que utilizó empezando con la decena) Diecisiete
Ok…escríbelo por favor	

De los 8 niños restantes (26.6%), 7 mostraron evolución en sus estrategias a lo largo de la entrevista, quedando un caso que prefirió utilizar una estrategia más simple para la última tarea. El caso de Marbella (Mar) nos permite mostrar el progreso en sus estrategias; resolvió la primera tarea utilizando compensación ascendente y la segunda y tercera tarea operando con el algoritmo convencional.

Para esta tarea, Marbella optó por la compensación ascendente por medio del conteo de uno en uno, sin apoyo gráfico o de algún objeto.

Transcripción 22 (extracto):

Ejemplo de evolución de la estrategia (S.T/PUs2)

Entrevistador	**Niño** **Mar(7;02/ 2PU)**
….si tú piensas que el precio es el 15…entonces ¿cuánto le sobra o cuánto le falta?	
	(Observa la tabla y se queda pensando unos segundos)
¿Tú dices que le sobra o qué le falta?	
	Que le falta
Aquí tiene tu hoja para hacer lo que tú quieras… y decirme cuánto le falta	
	Mmmmm….pues nada más le faltan siete
Bueno, pues escríbalo aquí (señala la hoja del problema)	
	(Escribe: siete)
Le faltan siete…y ¿cómo supiste que 7?...¿cómo sacaste el siete?, platícame ¿qué hiciste?	
	Porque sumé este….al 8…al 9 y luego al 10 y no faltaban 8 …porque daba más cantidad…
Entonces qué hiciste	
	Le sumé al 8, y luego al 9 y al 10…y me dio 7…hasta el 15

Marbella aborda la segunda tarea aplicando el algoritmo convencional de la resta. Descarta la estrategia utilizada en la primera tarea y escoge una más avanzada. En un primer intento coloca equivocadamente las cantidades, pero posteriormente las modifica hasta resolverlo correctamente.

Transcripción 23 (extracto):

Ejemplo de evolución de la estrategia (S.F/PUs2)

Entrevistador	**Niño** **Mar (7;02/ 2PU)**
…busca en tu folleto la información que necesitas…y otra vez tienes toda tu hoja para escribir lo que tú quieras…	
	(Observa el folleto detenidamente) Ya encontré el calamar y la salchicha…
Ok…entonces empieza	
	(Escribe: 18 - 32 y lo borra…)
¿Qué pasó?	
	Es que estaba mal… (Reescribe: 32 <u>-18</u> 14
¿Qué hiciste?, platícame	
	Hice esta resta para ver cuanto le tengo que quitar
Ok…y cuánto le tienes que quitar	
	Catorce pesos

Por último, Marbella vuelve a operar con el algoritmo convencional, modificando la acción a realizar en las cantidades. En un primer momento coloca el signo de "+" en lugar de "-", finalmente lo corrige.

Transcripción 24 (extracto):

Ejemplo de evolución de la estrategia (S.C/PUs2)

Entrevistador	**Niño** **Mar (7;02/ 2PU)**
…resuélvelo y dime cuántos puntos necesita en el segundo juego	
	(Escribe: 33 +<u>16</u> borra y cambia el signo…quedando:

	$\begin{array}{r}33\\ \underline{-16}\\ 17\end{array}$
	Le faltan 14…
¿Catorce?	
	Digo…17
¿Cómo sacaste el 17?	
	Porque al 33 le quitas 16 …entonces ya está el 17… y ese es el resultado…diecisiete

Como se mencionó anteriormente, se presentó un caso donde la estrategia utilizada en la última tarea fue más simple que las utilizadas con anterioridad. Ese es el caso de Juan José quien opera con el algoritmo convencional en la tarea 1 (S.T) y la tarea 2 (S.F), pero se inclina por la compensación ascendente para resolver la tarea 3 (S.C).

Consideramos que las consistencias en la estrategia utilizada se deben a que las 3 tareas implicaban problemas aditivos de igualación, por lo que los datos inmersos mantenían la misma relación. Así mismo, podemos decir, que la evolución en las estrategias puede deberse al formato de presentación del problema y/o al aprendizaje que fueron haciendo los niños de un problema a otro.

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Como se mencionó desde el inicio de la tesis, con esta investigación buscamos estudiar la respuesta de los niños de 7 y 8 años de edad frente a problemas de igualación con distinto formato presentación. Después de aplicar las situaciones propuestas y de analizar los datos obtenidos se evidenció la necesidad de enfrentar a los niños en edad escolar a situaciones problemáticas que impliquen la discriminación de los datos necesarios para resolver el problema, así como la importancia de incluir distintos formatos de presentación de los problemas, con el fin de provocar un mayor reto cognitivo.

Una vez aplicados nuestros instrumentos de investigación constatamos que:

a) a pesar de que el portador textual de la primera situación (tabla de precios) es un producto social y de uso cotidiano, el 50% de los niños mencionó no conocerla. Independientemente de la condición de familiaridad de los niños con las tablas de precios, constatamos la dificultad de los mismos a la hora de discriminar los datos en la ejecución de la tarea. Recordemos que consideramos únicamente la familiaridad en relación a si conocían o no el portador y no si lo había usando anteriormente o lo comprendían. El 53.3% tuvo problemas para realizar el cruce de precio y únicamente el 29% identificó correctamente el precio después de recibir algunas pistas. Esto nos lleva a apreciar la dificultad de los niños para lidiar con este tipo de portador textual. Coincidentemente, Martí (en prensa) mencionó la complejidad cognitiva de este tipo de tablas y la necesidad de introducir, en las prácticas escolares de primaria, tareas que exijan el trabajo sobre diferentes formas de representación externa.

b) No todos los tipos textuales representaron la misma dificultad para los lectores o usuarios novatos. De tal suerte que, dentro de nuestros datos los niños mostraron mayor dificultad para discriminar los datos de un problema cuando estos se presentaron en un formato de tabla, que cuando se presentaron en una relación de uno a uno como en el folleto publicitario. Los resultados presentes en el capítulo anterior dan cuenta de esto. Para recuperar los datos de la tabla se necesitó en un 23% de los casos, de ayuda del entrevistador, a diferencia del 3%

en el caso del folleto publicitario Así mismo, fue evidente que los niños consideraron relevante la información que se encontraba geográficamente más cercana a la palabra o al gráfico clave para resolver el problema.

Como lo mencionan Greeno y Riley (1987) los niños necesitan no sólo de los procedimientos, sino de poder representar la información proporcionada en el problema. Las imágenes en el folleto publicitario permitieron que los niños asociaran cada producto con su precio, facilitándoles la identificación de los datos relevantes.

c) De manera general, los niños pudieron utilizar distintas estrategias de resolución para un mismo tipo de problema. Es importante mencionar que a pesar de que se observaron diversas estrategias, el 52% de los casos utilizó la compensación ascendente: conteo de manera progresiva partiendo del conjunto menor para llegar al mayor para resolver las tres situaciones. Cabe señalar que este tipo de respuesta equivale a la forma más primitiva esperable de resolver el problema. Como lo señalan Carpenter y Moser (1983, 1984) y Riley et al (1983), antes de recibir instrucción formal, los niños son capaces de representar las acciones y las relaciones de un problema por medio de dedos u objetos y emplear una variedad de estrategias de conteo.

d) Las estrategias utilizadas, a pesar de ser las mismas para las 3 tareas, tuvieron una frecuencia distinta. Ante el formato de folleto publicitario, los niños utilizaron en un 38% de los casos una estrategia más avanzada que la compensación, operaron con el algoritmo convencional. Las estrategias de resolución suponen diferentes niveles de abstracción, esto nos hace pensar que el folleto publicitario es un portador más manejable.

e) El análisis de las respuestas finales de los niños en las 3 tareas nos mostró que el éxito en la resolución de la tercer tarea (Situación Cuaderno) con un 80%, en comparación con las otras tareas, pone de relieve, el papel que hasta ahora ha tenido la escuela en el campo de la resolución de problemas matemáticos. Es en este contexto en el que los niños obtuvieron más respuestas acertadas. Sin embargo, este dato hace evidente la necesidad de implementar el uso de diferentes portadores textuales y formatos de presentaciones más reales en la escuela. Nuestros datos sugieren que los problemas de cuaderno (S.C), descontextualizados, están acaparando el trabajo escolar, dejando a un lado la oportunidad de enfrentar a los niños a formatos con mayor significado y aplicación en su vida cotidiana.

f) Al atender a niños que asistían a escuelas públicas y privadas en nuestra muestra, observamos que, las respuestas de la mayoría de los niños, independientemente de la escuela a la que asistían, fueron similares en el tipo de estrategias utilizadas, el número de intentos empleados y el éxito en la resolución de los problemas. A pesar de que en la escuela pública faltaba familiarizarse más con los portadores textuales, no observamos diferencias significativas con respecto a los resultados de los niños de la escuela privada.

g) Por último, el análisis del desempeño individual de cada uno de los niños a lo largo de la entrevista nos permitió observar la evolución en las estrategias de algunos de los entrevistados. Como mencionan Nunes y Bryant (1997), cuando los niños llegan a comprender la situación del problema comienzas a razonar matemáticamente y así empiezan a usar las matemáticas como herramienta.

La primera pregunta de investigación que se planteó en este trabajo fue: ¿qué relación existe entre el formato de presentación de un problema aditivo de igualación y la dificultad para discriminar los datos necesarios para su solución? Como se observó en nuestros resultados, la forma de presentación que resultó más sencilla fue la de la situación de cuaderno, considerada la más utilizada en el ámbito escolar. Sin embargo, se observó que la manera de presentar los datos del folleto publicitario, uno a uno, permitió que los niños identificaran los datos relevantes y desecharan los innecesarios con mayor facilidad que al presentarlos en una tabla. Así mismo, se observó que al utilizar distintos formatos de presentación de un mismo tipo de problema, los niños ponen en juego diferentes habilidades para discriminar los datos relevantes. Todos estos datos apoyan nuestra idea de que no es equivalente el desempeño en la discriminación de datos frente a diferentes formatos de presentación de un mismo tipo de problema. Fue justamente la discriminación de información la dificultad más común a la que se enfrentaron los niños al resolver estas situaciones. Por ello, es importante no nada más aprovechar los múltiples formatos, sino propiciar oportunidades donde los niños pongan en juego sus conocimientos previos y desarrollen sus estrategias de análisis y de razonamiento (Balbuena et al., 1988; Brousseau, 1994; Charnay, 1994; Carillo, 1995; Block, 1996; Pérez, 1998; Grouws, 2000)

Nuestra segunda pregunta de investigación corresponde a las estrategias utilizadas por los niños de 7 y 8 años de edad para resolver problemas de igualación con presentación distinta. Observamos que la estrategia más utilizada fue la compensación ascendente. Ésta se apoyo en conteo de dedos, marcas gráficas o conteo oral, tal como lo mencionan los estudios de Carpenter y Moser (1982), y Baroody (1989), Además, nos dimos cuenta que el empleo del algoritmo convencional se presentó en un número importante de casos, evidenciando la búsqueda de la aplicación de los conocimientos escolares. A pesar de que no se encontraron estrategias de resolución novedosas, se observó que las respuestas no son equivalentes de acuerdo a los contextos gráficos que se les presenten. Nos dimos cuenta que a pesar de enfrentarse a un mismo tipo de problema, la diferencia de formato de presentación puso de manifiesto distintas estrategias de resolución.

Otro aspecto relevante fue el cambio de dominio, en algunos casos se observó un avances en la estrategia dentro de la misma entrevista, en uno un retroceso. Durante la entrevista, los niños pudieron contrastar sus propias estrategias. Las diferentes alternativas de respuestas permitieron saber qué estaban pensando y así entender sus procesos psicológicos (Vergnaud, 1991). Esto en gran parte gracias a la libertad de resolución, cada niño decidió cómo enfrentarse al problema y qué hacer en consecuencia para resolverlo. Esto nos pone a pensar en la trascendencia del diseño de situaciones y de la intervención docente. Es responsabilidad del maestro el diseño de situaciones problemáticas que además de ser un desafío alcanzable (Borusseau, 1994; Charnay, 1994), sean una oportunidad de poner en juego sus recursos y evolucionar sus estrategias. Así mismo, debe estar consciente del rol fundamental que juega como interventor del desarrollo del conocimiento del niño. El maestro debe confrontar al niño con sus propias respuestas, pedir explicaciones y provocar conflictos, con el fin de lograr avance en las respuestas del niño. Además de enfrentar al niño a una variedad de problemas, deberá presentar una diversidad de materiales los cuales amplíen la gama de posibilidades para resolver problemas.

Por último, nos preguntamos qué diferencia existe en la manera que tienen los niños de escuela privada y de escuela pública de enfrentarse a problemas de igualación con distinta presentación. Los datos arrojados por nuestra muestra señalan que no existe diferencia significativa entre lo que pueden hacer los niños de escuela privada y lo que pueden hacer los de escuela pública al enfrentarse a problemas de igualación con distinto formato de presentación.

Además de las propuestas y resultados mencionados anteriormente, creemos importante señalar que uno de los límites de esta investigación radicó en el control del orden de presentación de las tres tareas. Para esta investigación se presentaron las tareas en un orden preestablecido, primero la situación de la tabla de precios, después la situación con folleto y por último la situación de cuaderno. Estamos conscientes que esta variable pudo influir en los resultados arrojados por la muestra en lo referente a la evolución en las estrategias y al éxito en la resolución de la última tarea. Consideramos que es importante tomar en cuenta en futuras investigaciones el orden de presentación de las tareas para comprobar si al variar el orden de presentación, varían los resultados en la resolución.

BIBLIOGRAFÍA

Ávila (2006) *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar*. México. Paidós

Balbuena, H. et al. (1998) *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.* Fascículo 2. Problemas y operaciones de suma y resta. México: Dirección General de Educación Especial, SEP-OEA.

Baroody, A. (1989) *A Guide to Teaching Mathematics in the Primary Grades.* USA. Allyn and Bacon.

Block, D. (1996) *Comparar, igualar, comunicar en preescolar.* Análisis de situaciones didácticas. En básica. México: Fundación SNTE.

Broitman, C. (2006) Entrevista para la revista 12(ntes) Argentina.

Broitman, C. (2005) *Enseñar a resolver problemas en los primeros grados.* En: Revista En la escuela No. 25, Novedades Educativas, Buenos Aires

Broitman, C. (1999) *Las operaciones en el primer ciclo*. Buenos Aires: Novedades Educativas.

Brousseau, G. (1986) *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers

Brousseau, G. (1994) *Los diferentes roles del maestro*. En: Didáctica de matemáticas: Aportes y reflexiones. Parra, C. y Saiz, I. compiladoras. Argentina: Paidós Educador.

Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982) *Addition and Subtraction: A cognitive perspective.* USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Carraher, T., Carraher, D. & Schliemann, A. (1991) *En la vida diez, en la escuela cero.* México. Siglo XXI

Carraher, D., Schliemann, A. & Schwartz (2008) *Early Algebra Is Not The Same as Algebra Early.* En: Kaput, J., Carraher, D. y Blanton, M. (Ed.) Algebra in the Early Grades. USA Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Carrillo, J. (1995) *La resolución de problemas en matemáticas: ¿cómo abordar su evaluación?* En: Investigación en la escuela. Barcelona, Epsilón

Castro, E. et al. (1995) *Estructuras aritméticas elementales y sus modelización.* México: Iberoamerica.

Castro, E. et al (1992) *Problemas aritméticos aditivos de dos etapas.* En: Diagnóstico de Procedimientos y Evaluación de Destrezas Terminales para la Resolución de Problemas Aritméticos en el Tercer Ciclo de Educación Primaria Obligatoria (E.P.O.)

Charnay, R. (1994) *Aprender (por medio de) la resolución de problemas.* En: Didáctica de matemáticas: Aportes y reflexiones. Parra, C. y Saiz, I. compiladoras. Argentina: Paidós Educador.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1984) *The Effect of Semantic Structure on First Graders' Strategies for Solving Addition and Subtraction Word Problems.* Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association. USA

Goldin, G. & Shteingold, N. (2001) *Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts.* En: The Role of Representation in School Mathematics. USA: NTCM.

Greeno, J. & Riley, M. (1987) *Processes and Development of Understanding.* En: T.E. Weinert and R.H. Kluwe (eds) Metacognition, Motivation and Understanding. USA. Lawrence Erlbaum Associates.

Grows, D. et al (2000) *Improving Student Achievement in Mathematics.* Educational Practices Series-4. USA: International Academy of Education.

Grouws, D. (1974) *Solution methods used in solving addition and subtraction open sentences.* The Arithmetic Teacher

Jerman, M. (1973) *Problem Length as a Structural Variable in Verbal Arithmetic Problems.* Educational Studies in Mathematics.

Labarrere, S. (1988) *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas.* La Habana. Editorial Pueblo y Educación

Lindvall, C. & Ibarra, C. (1980) *Incorrect procedures used by primary grade pupils in solving open addition and subtraction sentences*. Journal for Research in Mathematics Education

Martí, E. (2005) *Las primeras funciones de las notaciones numéricas. Una mirada Evolutiva.* En: Alvarado y Brizuela (Eds). Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia. México: Paidós Educador.

Martí, E. (en prensa) *Tables as Cognitive Tools.* En: Scheuer, M., Pérez Echeverría, M., Teubal, E. (Eds.) Representational Systems and Practices as Learning Tools in Different Fields of Knowledge.

Montague, M. (2005) *Math problem solving for primary school students with disabilities.* U.S. Office of Special Education Programs.

Moser, J. (1989) *Children's Solution Procedures.* En: Hercovics, N. y Bergeron (Comp.) Psychological Aspects of Early Arithmetic Concepts.

Moser, J. & Carpenter, T. (1982) *Invented Processes in Solution to Arithmetical Problems.* American Educational Research Association, N.Y.

National Council of Teachers of Mathematics (2007) *Principles and standards for school mathematics.* NCTM

Nunes, T. et al (2005) *Solving Additive Problems at Pre-elementary School Level with the Support of Graphical Representation.* En: Chick, H.L Y Vincent, J.L (Eds.) Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Melbourne

Nunes, T. & Bryant, P. (2000) *Brithish Research on the development of numeracy concepts.* Institute of Education University of London/Oxford Brooks University.

Nunes, T. & Bryant, P. (1997) *Las matemáticas y su aplicación. La perspectiva del niño*. Siglo XXI editores.

Pérez, M. De Puy (1999) *La solución de problemas en matemáticas*. En: Pozo,J.I. (coordinador) La solución de problemas. Santillana. Buenos Aires

Piaget, J. e Inhelder (1977) *Psicología del niño.* Ediciones Morata

Polya, G. (1945) *How to Solve It.* USA: Princeton University Press

Pozo, J.I. y Pérez, M. De Puy (1999) *Aprender a resolver problemas, y resolver problemas para aprender.* En: Pozo, J.I. (coordinador) La solución de problemas. Ediciones Santillana. Buenos Aires

Puig & Cerdán (1988) *Problemas Aritméticos Escolares*. Madrid: Síntesis.

Riley, M., Heller, J. & Greeno, J. (1983) *Development of children's problem-solving ability in arithmetic.* En H. Ginsburg (Ed.): The development of mathematical thinking. New York: Academic Press

Romberg, T., & Carpenter, T. (1986) *Research on Teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry*. En: M.C. Wittrock, Handbook of research on teaching. New York, Macmillan.

Rosenthal, D.J. & Resnick, L.B. (1974) *Children's solution processes in arithmetic word problems.* Journal of Educational Psychology.

SEP (1992) *Tipos de problemas verbales simples*. En: la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Programa Nacional de Actualización del Magisterio.

Suppes, P., Loftus, E.F. & Jerman, M. (1969) *Problem solving on a computer-based teletype.* Educational Studies in Mathematics.

Tolchinsky, L. (2007) *The multiple functions of external representations: Introduction.* En: Teubal, Docknell and Tolchinsky (Eds.) Notational Knowledge Developmental and Historical Perspectives. United Kingdom. Sense Publishers.

Torrado, M. et al. (2007) *Aportes a la construcción del número natural a través de la estructura aditiva, en el preescolar y los primeros grados de la escuela primaria.* En: El número en la escuela. Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética. Bogotá.

Vergnaud G. (1991) *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México: Trillas.

Vergnaud, G. (1982*)* *A classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems.* En: Carpenter, T. Moser, J. y Romberg, T. (1982) Addition and subtraction. A cognitive perspective. USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers

Wolman, S. (2002) *Las intervenciones docentes y su incidencia en la adquisición y el progreso de procedimientos numéricos no convencionales empleados por los niños en la resolución de situaciones de suma y resta en primer grado.* Buenos Aires

ANEXO 1

Tabla 16
Relación de sujetos de la muestra

ESCUELA	NOMBRE DEL ALUMNO	EDAD	GRADO	CLAVE
Privada	Escarlett	7,03	1°	PRs1
Privada	Rodrigo	7,03	1°	PRs2
Privada	Gunther	7,04	1°	PRs3
Privada	José Miguel	7,04	1°	PRs4
Privada	Carlo	7,08	1°	PRs5
Privada	Diego	7,09	1°	PRs6
Privada	Emilio A.	7,09	1°	PRs7
Privada	Marcela	7,11	1°	PRs8
Privada	Pedro	8,01	1°	PRs9
Privada	Jorge	8,01	2°	PRs10
Privada	Sofía	8,03	2°	PRs11
Privada	Saúl	8,04	2°	PRs12
Privada	Daniela	8,07	2°	PRs13
Privada	Melissa	8,07	2°	PRs14
Privada	Emilio L.	8,09	2°	PRs15
Pública	Lucero	7,01	1°	PUs1
Pública	Marbella	7,02	2°	PUs2
Pública	Carlos	7,03	2°	PUs3
Pública	Alexis	7,06	1°	PUs4
Pública	Juan José	7,08	2°	PUs5
Pública	Estefanía	7.09	2°	PUs6
Pública	Tabata	7,10	2°	PUs7
Pública	Isabel	8,03	2°	PUs8
Pública	José Guadalupe	8,04	2°	PUs9
Pública	Yoselinne	8,05	3°	PUs10
Pública	Celeste	8,06	3°	PUs11
Pública	Juan Antonio	8,06	3°	PUs12
Pública	Airam	8,07	3°	PUs13
Pública	Alexander	8,10	3°	PUs14
Pública	Omar	8,11	3°	PUs15

ANEXO 2

Transcripción 25 (completa):
Ejemplo de la entrevista completa (3 tareas)

Entrevistador	Niño Mar(7;02/ 2PU)
…te voy a pedir que veas esta tabla (coloca la hoja sobre la mesa)…y leas lo que viene ahí….ve lo que dice ahí….a ver si ves algo conocido….me gustaría saber si alguna vez has visto una tabla como ésta	
	(Observa la tabla y comienza a leerla en silencio)…(mueve la cabeza y levanta los hombros en negación)
¿No?....¿nunca habías visto una parecida?...	
	….mhm….no
Bueno Marbella, ¿qué dice ahí?, ¿qué ves que dice ahí?, ¿qué cosas vienen en la tabla?	
	…dice cosas de comida o de refrescos…
Ok, ¿qué más?	
	Éste…vienen este… vienen los…los precios de cada uno
Ok….¿ves alguna otra cosa?	
	No
¿No?…bueno y… ¿dónde crees que podríamos encontrar una tabla como ésta?	
	(Levanta los hombros)….¿en la papelería?
¿En dónde más se te ocurre?	
	En lugares donde venden comida….
Ok, perfecto…y ¿por qué crees que pongan tablas como ésta?	
	Para saber cuánto vale…
Bueno, pues esta tabla yo la saqué de un restaurante de hamburguesas que se llama McDonalds…lo conoces	
	Sí….
Ok…bueno, pues esta tabla nos va a ayudar	

Marbella a contestar esta pregunta que viene acá (coloca la hoja del problema sobre la mesa)….te voy a pedir que la leas

Héc…Héctor… tiene 8 pesos,… ¿cuánto le sobra a cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande?

Ok, entonces dice que Héctor tiene 8 pesos, ¿cuánto le sobra o cuánto le falta si quiere comprar una Fanta grande?....¿entiendes lo que tienes que averiguar?

Sí

¿Qué tienes que averiguar?

Este…este cómo si la Fanta costara este….12 pesos y no le alcanza…cuánto teníamos que conseguir

Muy bien…bueno pues en esta tabla tenemos información (señala la tabla de precios) para que puedas contestar esa pregunta…aquí en esta hoja puedes hacer lo que tú quieras,…aquí hay lápiz y goma…busca la información que crees que te sirva para contestar la pregunta…

(Observa la tabla y relee la información en silencio)…es que no sé porque además esto está separado (señala el renglón de nombres de refrescos y el de la palabra “refrescos”)…y no sé cuál es su precio

¿Cómo crees que podrías saber el precio?, ¿qué tendrías que buscar para saber el precio?...¿de qué estás buscando el precio?

De Fanta

Ok…y ¿dónde viene el precio de la Fanta?

(Observa detenidamente la tabla)

¿Qué piensas?

Pues no sé porque…si dijera el nombre aquí (señala el renglón donde aparecen los precios de los refresco)… pues supiera pero no….

Ok, ¿qué es una Fanta?

Un refresco

Entonces qué podrías usar de la tabla para saber el precio de la Fanta

(Observa nuevamente la tabla)….mmmm….creo que aquí están (señala los precios para los refrescos)

¿Por qué piensas que pueden ser esos?

Porque aquí dice refrescos (señala la tabla)…pero no se cual

Ok…¿cómo podrías saber cuál?

Este un…

¿Cómo podrías saber cuál es el que está comprando Héctor?

Pues yo creo que éste (señala el primer precio) porque éste va con éste (relaciona los precios con los nombres de los refrescos a partir de cómo están colocados…el primer precio para el primer refresco nombrado, y así sucesivamente)

Ok….entonces…

Cuesta 15

….si tú piensas que el precio es el 15…entonces ¿cuánto le sobra o cuánto le falta?

(Observa la tabla y se queda pensando unos segundos)

¿Tú dices que le sobra o qué le falta?

Que le falta

Aquí tiene tu hoja para hacer lo que tú quieras… y decirme cuánto le falta

Mmmmm….pues nada más le faltan siete

Bueno, pues escríbalo aquí (señala la hoja del problema)

(Escribe: siete)

Le faltan siete…y ¿cómo supiste que 7?...¿cómo sacaste el siete?, platícame ¿qué hiciste?

Porque sumé este….al 8…al 9 y luego al 10 y no faltaban 8 …porque daba más cantidad…

Entonces qué hiciste

Le sumé al 8, y luego al 9 y al 10…y me dio 7…hasta el 15

Ok….muy bien Marbella (recoge la tabla de precios y la hoja resuelta del problema)
…. Ahora te voy a pedir que veas este folleto (coloca el folleto sobre la mesa)…Me gustaría que lo abrieras y lo vieras muy bien por dentro, por un

lado, por el otro….lo revises muy bien…

(Observa las imágenes y lee la información del folleto en voz baja)

Platícame, ¿alguna vez habías visto uno parecido?

Mhm…(asiente con la cabeza)

¿Sí habías visto uno como ese?

Sí

¿En dónde?

En la Comer

¿En la Comercial lo viste?

Sí

¿Y qué información viene?

Este…los precios de las comidas…y de las frutas

Ok…y ¿alguna otra cosa?

Y dice…y dice qué son

Ok…muy bien….oye, además de la Comercial, en dónde crees que podemos encontrar un folleto como éste

En el Wal mart

Ajá…ok...bueno, pues te platico que este folleto a mí me lo regalaron en la Comercial…y nos va a ayudar con esta pregunta (coloca el problema sobre la mesa)….lo puedes leer por favor

…¿Cuán..to tiene que cam..biar el precio del ca…lamar tipo A…mericano para que cueste lo mismo que la salchicha Vie..na?

Ok…te lo voy a leer ahora yo….¿Cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?...¿sabes qué es el calamar?

Sí

¿Qué es el calamar?

Ah…no

Bueno, sabes ¿qué es un pulpo?

Sí

Bueno, pues el calamar es como un pulpo más pequeño y también se come como el pulpo…y vive en el mar…¿sabes qué son las salchichas?

Sí

Muy bien…entonces platícame qué dice el

problema

…mmm….no sé…

Ok…lo volvemos a leer….¿Cuánto tiene que cambiar el precio del calamar tipo Americano para que cueste lo mismo que la salchicha Viena?

Como este…como si este…. el calamar valiera 40 y las salchichas valieran 10…entonces le teníamos que rebajar…

Ok…entonces…busca en tu folleto la información que necesitas…y otra vez tienes toda tu hoja para escribir lo que tú quieras…

(Observa el folleto detenidamente)
Ya encontré el calamar y la salchicha…

Ok…entonces empieza

(Escribe: 18
- 32 y lo borra…)

¿Qué pasó?

Es que estaba mal…

(Reescribe:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \underline{-18} \\ 14 \end{array}$$

¿Qué hiciste?, platícame

Hice esta resta para ver cuanto le tengo que quitar

Ok…y cuánto le tienes que quitar

Catorce pesos

Ok…perfecto…Ahora te voy a pedir que lees este problema en voz alta (coloca la hoja sobre la mesa)

Un jugador o..obtuvo 16 puntos en su primer juego…¿cua…cuántos puntos necesita en el se..segundo juego para tener 33 puntos?

Ok…entonces dice…un jugador de canicas obtuvo 16 puntos en su primer juego, ¿cuántos puntos necesita en el segundo juego para tener 33 puntos?....¿qué tienes que hacer?...¿qué te están preguntando?

Este….sumar…este..16…este..ay…

Antes de que me digas qué vas a hacer…dime qué te están preguntando….

	Este…cuánto falta para que tenga 33…si tiene 16 cuánto le falta….
Entonces fijate bien…tienes toda tu hoja, tu lápiz y la goma para que lo resuelvas como tú quieras	
	(Observa la hoja del problema por unos segundos y voltea a ver al antrevistador)
…resuélvelo y dime cuántos puntos necesita en el segundo juego	
	(Escribe: 33 +16 borra y cambia el signo…quedando: 33 -16 17 Le faltan 14…
¿Catorce?	
	Digo…17
¿Cómo sacaste el 17?	
	Porque al 33 le quitas 16 …entonces ya está el 17… y ese es el resultado…diecisiete
Ok, muy bien Marbella….muchas gracias….	