



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencias en Instrumentación
y Control Automático

Control adaptable por orientación de campo de un motor de
inducción

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

**Maestro en Ciencias en Instrumentación y Control
Automático**

PRESENTA

Ing. David Santoyo López

DIRIGIDO POR

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz

SANTIAGO DE QUERÉTARO, QUERÉTARO, 2021



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencias en Instrumentación y
Control Automático

Control adaptable por orientación de campo de un motor de inducción

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Maestro en
Ciencias en Instrumentación y Control Automático

Presenta

Ing. David Santoyo López

Dirigido por

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz

Dr. Juvenal Rodríguez Reséndiz
Presidente

Dr. Miguel Ángel Martínez Prado
Secretario

Dr. Roberto Valentín Carrillo Serrano
Vocal

Dr. Edgar Alejandro Rivas Araiza
Suplente

M.C. Omar Rodríguez Abreo
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.
Marzo 2021
México

Resumen

En este trabajo se desarrolla un sistema para el control de motores de inducción por medio del control por orientación de campo (FOC). En primera instancia se diseña un método para determinar los parámetros eléctricos del motor. El procedimiento de identificación es completamente automatizado y se completa en muy pocos segundos. En seguida se plantea la problemática de la estimación del flujo magnético de rotor, que es información vital para implementar el control vectorial. Por medio del Filtro de Kalman Extendido se estiman no solamente la corriente, el flujo magnético, y la resistencia de estator, sino también la velocidad angular eléctrica, lo que permite controlar el motor sin necesidad de sensores adicionales como encoders o tacómetros. Finalmente, se propone un esquema para ajustar la corriente de flujo magnético a fin de incrementar la eficiencia energética en comparación con la implementación tradicional del FOC.

Palabras clave: Motor de inducción, control por orientación de campo, estimación en tiempo real, eficiencia energética, control de velocidad sin sensor.

Summary

This work presents a system for the control of induction motors based on field-oriented control (FOC). First and foremost, a methodology for the determination of the electrical parameters of the motor is designed. The identification procedure is completely automated and takes only a few seconds to complete. Next, the issue of magnetic flux estimation is brought forward, which is vital for vector control implementation. Using the Extended Kalman Filter, not only are the currents, magnetic flux, and stator resistance estimated, but also the electrical angular speed, allowing the motor to be controlled without needing any additional sensors such as encoders or tachometers. Finally, a scheme for adjusting the magnetic flux current is proposed, whose aim is to increase the energy efficiency of the motor with respect to traditional FOC implementations.

Keywords: Induction motor, field-oriented control, real-time estimation, energy efficiency, sensorless speed control.

Agradecimientos

- Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por haberme otorgado la beca que me permitió estudiar este posgrado.
- A mis profesores y sinodales, por su guía y sus consejos que hicieron de éste un mejor trabajo.
- A mis padres por su apoyo constante e incondicional.
- A mi hermano por impulsarme a mejorar como persona y como ingeniero.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Índice

Resumen	I
Summary	II
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	VIII
Nomenclatura	1
1. Introducción	1
1.1. Descripción del problema	3
1.2. Justificación	4
1.3. Objetivos e Hipótesis	6
1.3.1. Objetivo general	6
1.3.2. Objetivos particulares	6
1.4. Hipótesis	6
1.5. Antecedentes	6
2. Fundamentación teórica	8
2.1. Motor de inducción	8
2.1.1. Circuito equivalente del motor de inducción	11
2.1.2. Modelo eléctrico de tres fases	13
2.1.3. Modelo eléctrico de dos fases	16
2.1.4. Modelo mecánico	21
2.1.5. Torque electromagnético	21
2.1.6. Equivalencia de tres a dos fases	24
2.2. Control por orientación de campo	24
2.3. Filtro de Kalman	26

3. Metodología	29
3.1. Identificación de parámetros eléctricos	29
3.2. Estimación de flujo magnético	32
3.2.1. Filtro de Kalman Extendido	33
3.3. Control de corriente	37
3.4. Eficiencia energética	44
3.4.1. Ajuste de la corriente de flujo magnético	46
4. Resultados	47
4.1. Identificación de parámetros	47
4.2. Estimación de estados	49
4.3. Eficiencia energética	51
5. Conclusiones	56
5.1. Trabajo futuro	57
Referencias	58
Apéndice	63
Artículo publicado	63
Constancias	70

Índice de figuras

1.	Vista seccional de un motor de inducción de jaula de ardilla [17].	1
2.	Curva típica de eficiencia-velocidad para un motor de inducción.	4
3.	Curva típica de eficiencia-carga para un motor de inducción.	5
4.	Rotor de un de motor de inducción de jaula de ardilla [11].	9
5.	Modelo eléctrico por fase de un motor de inducción.	11
6.	Modelo eléctrico equivalente por fase de un motor de inducción con las impedancias del rotor referidas al estator.	12
7.	Marco de referencia pseudo estacionario para un motor de dos fases. . .	18
8.	Corrientes en a) marco pseudo estacionario y b) marco arbitrario sincronizado con flujo magnético de rotor.	21
9.	Diagrama de bloques del control por orientación de campo.	27
10.	Divergencia en la estimación de flujo magnético debida a la integración numérica.	33
11.	Respuesta escalón para Δi_{ds} en lazo cerrado con control PI.	42
12.	Respuesta escalón para Δi_{qs} en lazo cerrado con control PI.	44
13.	Respuesta en simulación obtenida en lazo cerrado con valores de referencia $i_{ds}^* = 3 A$ e $i_{qs}^* = 1 A$	45
14.	a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	45
15.	a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	46
16.	a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	46
17.	Forma de señales de entrada utilizadas en a) sistema α - β , y b) sistema trifásico.	47
18.	Estimación de la corriente (estado x_1).	48
19.	Estimación de b_0 , b_1 , a_1 , y a_2	48
20.	Mediciones y estimaciones de corrientes de estator.	49
21.	Estimación de flujo magnético.	50

22.	Estimación de velocidad angular eléctrica.	50
23.	Estimación de resistencia.	51
24.	Comportamiento del motor bajo carga variable.	51
25.	Comportamiento de la corriente ante cambios en la carga con i_{ds} fija.	52
26.	Comportamiento de la corriente ante cambios en la carga con i_{ds} variable.	52
27.	Eficiencia ante cambios en la carga obtenida con i_{ds} fija.	53
28.	Eficiencia obtenida ante cambios en la carga con i_{ds} variable.	53
29.	Comportamiento del motor bajo cambios en la velocidad de referencia.	54
30.	Comportamiento de la corriente ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} fija.	54
31.	Comportamiento de la corriente ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} variable.	55
32.	Eficiencia obtenida ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} fija.	55
33.	Eficiencia obtenida ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} variable.	56

Índice de tablas

1.	Resultados de identificación de parámetros eléctricos.	49
2.	Eficiencia y RECM ante carga variable.	53
3.	Eficiencia y RECM ante velocidad variable.	56

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Nomenclatura

v_α	Voltaje de fase alfa
v_β	Voltaje de fase beta
v_d	Voltaje de fase d
v_q	Voltaje de fase q
i_a	Corriente de fase a
i_b	Corriente de fase b
i_c	Corriente de fase c
i_α	Corriente de fase alfa
i_β	Corriente de fase beta
i_d	Corriente de fase d
i_q	Corriente de fase q
λ_α	Flujo magnético de fase alfa
λ_β	Flujo magnético de fase beta
λ_d	Flujo magnético de fase d
λ_q	Flujo magnético de fase q
p	Operador derivada con respecto al tiempo
R_s	Resistencia de estator, Ω
R_r	Resistencia de rotor, Ω
L_s	Inductancia de estator, H
L_r	Inductancia de rotor, H
L_m	Inductancia mutua, H
ω_m	Velocidad angular mecánica, $rad \cdot s^{-1}$
ω_e	Velocidad angular eléctrica, $rad \cdot s^{-1}$
ω_s	Velocidad angular síncrona, $rad \cdot s^{-1}$
J	Momento de inercia, $kg \cdot m^2$
B	Coefficiente de fricción viscosa, $N \cdot m \cdot s$
T_e	Torque electromagnético, $N \cdot m$
T_L	Par de carga, $N \cdot m$
P	Número de polos magnéticos

1. Introducción

El motor de inducción es una máquina electromecánica en la cual la energía asociada al rotor para la generación de torque se produce por medio de inducción electromagnética. Su funcionamiento consiste en establecer campos magnéticos giratorios en el estator alimentándolo de manera directa. Estos campos giratorios inducen voltajes en el rotor, el cual al estar en corto circuito permite la circulación de corrientes eléctricas, y éstas a su vez generan campos magnéticos. La interacción entre los campos magnéticos de estator y de rotor produce un torque o par mecánico sobre la flecha del motor. Esta característica de inducción significa que estos motores no requieren de imanes en su construcción, reduciendo así costos de fabricación. Por otra parte, los motores de inducción son sistemas fuertemente acoplados, por lo que su control es más complejo que aquel de los motores de corriente directa [24].

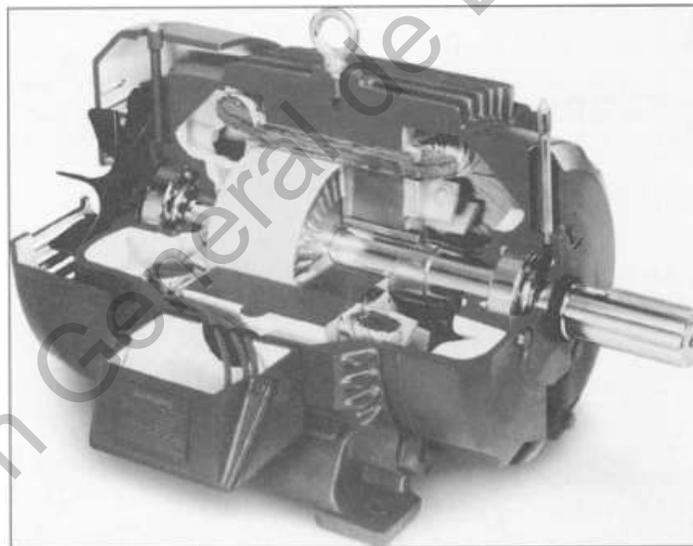


Figura 1: Vista seccional de un motor de inducción de jaula de ardilla [17].

Existen diversos métodos de control para este tipo de motores. Una de la técnicas más utilizadas se conoce como control constante *volts/hertz*, o simplemente control escalar. Consiste en aumentar o disminuir los voltajes y la frecuencia aplicados a las fases del motor, para así regular la velocidad del rotor, pero siempre manteniendo

una relación casi constante entre voltaje y frecuencia. La gran ventaja de este método recae en su facilidad de implementación [27]. La deficiencia radica en que el desempeño transitorio es muy pobre. Esto limita enormemente su uso en aplicaciones donde la velocidad o el torque demandados al motor cambian continuamente. A pesar de su antigüedad, existe desarrollo relativamente reciente sobre el control escalar. Por ejemplo en [42], se propone el uso de sistemas de control difuso para mejorar la respuesta de torque. En [41], se utiliza la información en tiempo real de las caídas de voltaje de estator, así como las pérdidas en el núcleo, para ajustar la relación entre voltaje y frecuencia, consiguiéndose una mejor respuesta de velocidad.

Para solventar la limitación del desempeño transitorio, surgieron las técnicas de control vectorial. Este enfoque de control busca manejar de manera independiente las magnitudes de flujo magnético y de torque, con la finalidad de que, conceptualmente, el comportamiento del motor de inducción sea muy similar a aquel de los motores de corriente directa de excitación independiente [24]. El *Control por Orientación de Campo* (*FOC*, por sus siglas en inglés) forma parte de las técnicas de control vectorial. Por medio de transformaciones de los marcos de referencia del motor, se aíslan las corrientes de estator correspondientes al flujo magnético y al torque, de modo que se pueden diseñar controladores independientes para cada una de dichas corrientes. Las transformaciones antes mencionadas requieren conocer los flujos magnéticos, ya sea de estator o de rotor. La teoría sobre estas transformaciones, y sobre el *FOC* en general, se puede encontrar por ejemplo en [16], [12]. Para la determinación del flujo magnético existen dos opciones, uso de sensores (costoso tanto en instalación como en mantenimiento), o por medio de estimaciones (a partir de modelos matemáticos). Debido a los elevados costos que implica el uso de sensores de flujo, existe un gran cuerpo de investigación y de literatura sobre la teoría de observadores para estimar estas variables.

1.1. Descripción del problema

La eficiencia energética es un tema de gran interés en aplicaciones industriales y de alto desempeño. Con el avance de la electrónica y los sistemas digitales, se ha vuelto cada vez más común la utilización de control vectorial en muchas aplicaciones donde anteriormente, por motivos de costo, se utilizaban controladores de variación de frecuencia. Por medio del control vectorial es posible alcanzar una mayor eficiencia energética, además de que las características de respuesta transitoria también se ven mejoradas (menor tiempo de respuesta, menos oscilaciones, torque más suave).

La desventaja de estos algoritmos de control es su fuerte dependencia del conocimiento preciso de los parámetros internos del motor. En este punto radica la importancia de los métodos de estimación de parámetros en tiempo real, también llamados en línea. Estos sistemas pueden ejecutarse de manera simultánea con el motor, actualizando así el modelo matemático del motor. Al combinar la estimación de parámetros en línea con algoritmos de control vectorial, se incrementa en gran medida la eficiencia energética y las características de respuesta transitoria de estos motores, lo que los ha vuelto excelentes candidatos en aplicaciones de alto desempeño, en las cuales las condiciones de carga y velocidad aplicadas al motor cambian constantemente.

Por otra parte, las condiciones de carga y de velocidad bajo las que se opera un motor de inducción tienen un gran impacto sobre la eficiencia del mismo. Para visualizar esto, se generan curvas de eficiencia-carga y de eficiencia-velocidad para determinar el punto de operación óptimo de un motor. Las curvas típicas de eficiencia-velocidad y eficiencia-carga tienen las formas que se muestran en las Figuras 2 y 3.

Sería ideal que las curvas de eficiencia presentaran más bien una forma constante, cercana o igual a la eficiencia máxima que puede brindar el motor. Es sobre este punto que se concentra el trabajo que aquí se presenta. Al ajustar los parámetros de un controlador por orientación de campo de acuerdo con las condiciones de operación instantáneas, se prevé poder levantar las curvas para obtener mejores niveles de eficiencia en las zonas de baja velocidad y baja carga.

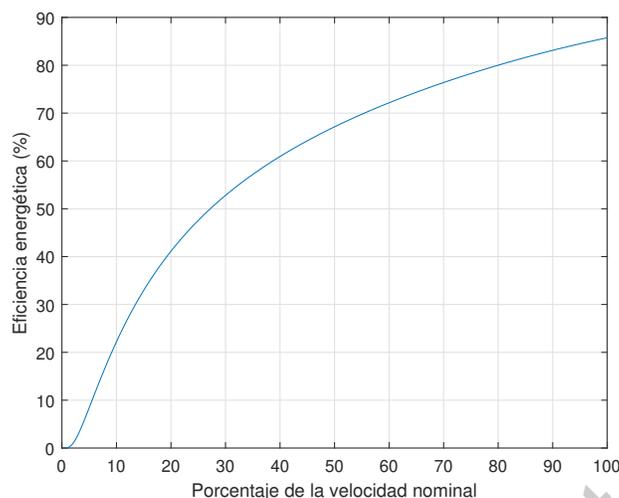


Figura 2: Curva típica de eficiencia-velocidad para un motor de inducción.

1.2. Justificación

A pesar de que el motor de inducción tiene más de 120 años de haber sido desarrollado, su mercado sigue evolucionando y creciendo. En el 2015, el 68% del mercado de motores eléctricos consistía en motores de inducción. De estos, el 50% era utilizado en aplicaciones industriales [1].

Los factores que hacen del motor de inducción tan utilizado es su bajo costo de fabricación y su construcción robusta. Al no contar con partes como escobillas o conmutadores, sus requerimientos de mantenimiento son pocos y de bajo costo. Estas características le han permitido encontrar aplicaciones en prácticamente todas las áreas de la industria y de las actividades humanas en general. Por mencionar algunos ejemplos, se emplea en estaciones de bombeo, sistemas de elevadores, grúas, estaciones de perforación, electrodomésticos, vehículos eléctricos, etc. A medida que que el consumo a nivel global se incrementa, el mercado del motor de inducción seguirá aumentando. Para el período 2020-2025 se espera un crecimiento anual promedio del 5% [2].

Es de particular interés la transición que está experimentando la industria del transporte hacia el uso de motores eléctricos como sistemas de propulsión. Las previsiones a nivel mundial del crecimiento de los vehículos eléctricos indican un crecimiento acelera-

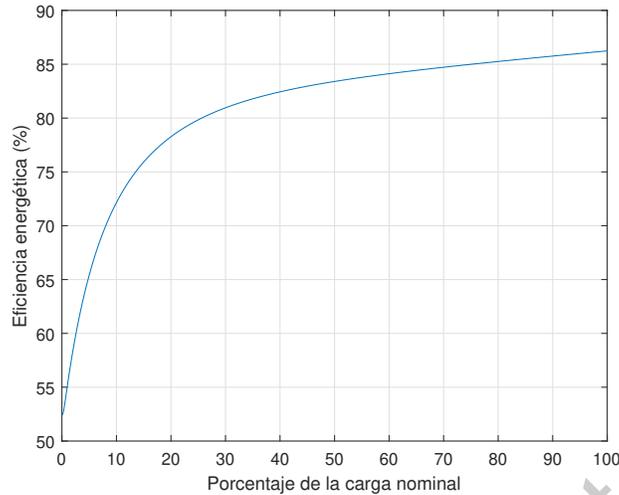


Figura 3: Curva típica de eficiencia-carga para un motor de inducción.

do para este sector de la industria. Según un reporte de Research Dive, para el período 2021-2026 se espera que el mercado de motores eléctricos para sistemas de tracción presente una tasa de crecimiento anual compuesta de 40.6% [13].

A pesar de que no presentan una eficiencia tan alta como los motores de imanes permanentes (PMSM) [37], los motores de inducción también se emplean en los vehículos eléctricos, debido a ciertas características deseables como su robustez ante fallos y su bajo costo [3]. Además, se puede obtener un alto torque de arranque, siempre y cuando se tenga cuidado en las condiciones a las que se opera el motor [4].

Dada la perspectiva que se tiene a futuro sobre el mercado y las aplicaciones de los motores de inducción, es que se considera pertinente dedicar esta investigación al incremento de eficiencia energética que brindan estos motores bajo diferentes condiciones de operación, que incluyen cambios en la carga y en la velocidad. De manera particular se busca mejorar el desempeño en comparación con la implementación del control por orientación de campo tradicional.

1.3. Objetivos e Hipótesis

1.3.1. Objetivo general

Desarrollar un controlador por medio del control por orientación de campo para motores de inducción que, a través del ajuste automático de las corrientes del motor, presente una mayor eficiencia energética en comparación con el control por orientación de campo tradicional.

1.3.2. Objetivos particulares

- Desarrollar un método basado en el Filtro de Kalman para identificar los parámetros eléctricos de un motor de inducción que pueda realizarse de modo completamente automatizado.
- Implementar el control por orientación de campo para un motor de inducción en un microcontrolador utilizando el lenguaje de programación C, para establecer un punto de referencia a partir del cual se buscará incrementar la eficiencia energética.
- Mejorar la eficiencia energética por medio del ajuste de las corrientes del motor, tomando como base la eficiencia que se obtiene con el controlador por orientación de campo tradicional.

1.4. Hipótesis

Un controlador por orientación de campo que se ajuste automáticamente de acuerdo con las condiciones de operación de carga y velocidad del motor brinda una mejor eficiencia energética que utilizando el control por orientación de campo tradicional.

1.5. Antecedentes

El concepto de control vectorial surgió de manera simultánea en Estados Unidos y Alemania alrededor del año de 1970 [38]. En 1971, F. Blaschke patentó uno de los

primeros diseños donde se detalla por medio de un diagrama de bloques el control por orientación de campo. Sin embargo, la electrónica de los microprocesadores de esos años no tenía la suficiente potencia de cómputo para ejecutar de manera satisfactoria estos algoritmos. No fue hasta 1980 que comenzaron a realizarse las primeras implementaciones prácticas, como el trabajo mostrado por Gabriel et al. [19]. A partir de entonces han surgido numerosos trabajos sobre el control vectorial empleando métodos diversos tanto de control como de observadores para la estimación de los estados internos del motor; corriente y flujo magnético.

Un recurso matemático muy utilizado para la estimación en tiempo real del flujo magnético es el filtro de Kalman extendido, que es una versión del filtro de Kalman para sistemas no lineales. Otros métodos para la estimación de flujo son, observadores de modo deslizante (SMO) [15], [39], [6], estimadores basados en redes neuronales [35], [29], [20], observadores basados en sistemas de modelo de referencia adaptable (MRAS) [40], [32], [23]. Cada uno de estos métodos tiene sus ventajas y desventajas. En particular, el filtro de Kalman extendido tiene la característica de presentar buena robustez ante el ruido en las mediciones, siempre y cuando se seleccionen adecuadamente los parámetros de incertidumbre [10]. Además, se puede extender el estado del sistema para estimar, por ejemplo, la velocidad angular eléctrica [21]. Sin embargo, computacionalmente su implementación es costosa [34].

Centrándose en la eficiencia energética, existen numerosas publicaciones que analizan los efectos que tienen los algoritmos de control sobre ésta. En el trabajo de Ammar et al. [5] por ejemplo, se utiliza un esquema de control híbrido empleando *FOC* y Control Directo de Torque (DTC). Dicha combinación busca mitigar la gran dependencia del *FOC* sobre los parámetros internos del motor, y al mismo tiempo reducir las ondulaciones típicas de torque que se presentan en el DTC, especialmente a bajas velocidades. Además, con el objetivo de mejorar la eficiencia, se propone ajustar el flujo de referencia de acuerdo con las condiciones particulares de carga a las que se encuentra operando el motor. De manera similar, en [31] y [9] se busca ajustar el flujo magnético del rotor

a un valor óptimo por medio de Controladores de Modelo de Pérdida (LMC). En [7] se realiza un estudio sobre FOC y DTC aplicados en motores de inducción y motores de imanes permanentes. De acuerdo con sus resultados, ningún esquema es superior en términos absolutos: FOC presenta una mejor respuesta en estado estacionario, mientras que DTC tiene una respuesta de torque más rápida.

Por otra parte, es importante también determinar el impacto que tienen sobre el rendimiento energético los convertidores de energía, o inversores. Por ejemplo en [14] se estudia el impacto que puede tener la utilización de voltajes distorsionados sobre la eficiencia energética. En otras palabras, en la búsqueda de una mayor eficiencia energética se debe cuidar el tipo y las características del convertidor de energía utilizado para alimentar el motor. En [30] se consigue un control desacoplado de las potencias real e imaginaria para mantener el factor de potencia tan cerca la unidad como sea posible. Combinando este esquema con un control de voltajes tipo “chopper”, se busca optimizar la eficiencia de operación. Misal et al. [26] realizan un estudio comparativo de inversores de dos niveles y multinivel, bajo DTC y control de voltaje y frecuencia (V/f). Con el inversor multinivel consiguen una mejora en la eficiencia energética de 6%, además de menores armónicos y una mejor utilización del bus de alimentación. El estudio espectral, como la determinación y cuantificación de armónicos, puede brindar también información útil en el diseño de motores de inducción más eficientes [25]. Dado que este último aspecto está relacionado con la construcción del motor, no es de gran interés para este proyecto.

2. Fundamentación teórica

2.1. Motor de inducción

El motor de inducción es una máquina eléctrica de corriente alterna, que consiste en un estator y un rotor. El estator en esencia se puede considerar como un gran electroimán, y es la parte estacionaria del motor. Se compone de tres partes:

- Armazón: su función es soportar la construcción del motor.
- Núcleo: está construido a partir de delgadas láminas de aleación de acero, con muescas en las cuales se colocan los embobinados, y su principal función es transportar el flujo magnético del estator.
- Embobinados: consisten en tres conjuntos independientes de embobinados de cobre, cuyas terminales son conectadas a un sistema trifásico, produciendo así un campo magnético giratorio.

En el tipo de motor de inducción más común, el rotor está construido a partir de barras conductoras, generalmente de acero, que están unidas por anillos de acero en los extremos de las mismas, efectivamente poniéndolas en corto circuito. El nombre coloquial de este tipo de motores proviene de la construcción del rotor, que le da una apariencia similar al de una jaula de ardilla, como se observa en la Figura 4.



Figura 4: Rotor de un motor de inducción de jaula de ardilla [11].

El principio de operación del motor de inducción empieza con la generación de un campo magnético giratorio en el estator, denominado B_s , producido al conectar los embobinados del estator a un sistema de tres fases de corriente alterna. La velocidad del campo magnético n_{sync} , en revoluciones por minuto, está dada por

$$n_{sync} = \frac{120f_e}{P} \quad (1)$$

donde f_e es la frecuencia del sistema de alimentación trifásico, y P es el número de polos del estator.

En cada una de las barras del rotor se induce un voltaje, que está dado por

$$e_{ind} = (v \times B) \cdot l \quad (2)$$

donde

v = velocidad de la barra con respecto al campo magnético

B = vector de densidad de flujo magnético

l = longitud de la barra

El voltaje inducido genera así una corriente en las barras, debido a que éstas se encuentran en corto circuito por los anillos de acero colocados en los extremos del rotor. La corriente que fluye a través de las barras genera a su vez un campo magnético, denominado B_r .

Los campos magnéticos del estator y del rotor interactúan entre sí, produciéndose un par de acuerdo a la siguiente ecuación

$$\tau_{ind} = k B_r \times B_s \quad (3)$$

Si el rotor girara a la misma velocidad que el campo magnético del estator B_s , no se induciría ningún voltaje en las barras, no circularía corriente a través de ellas, y no existiría un campo magnético en el rotor B_r , ni tampoco se produciría un par en el rotor. Por esta razón, el rotor nunca puede girar a la velocidad síncrona n_{sync} , sino a una velocidad menor, denominada velocidad mecánica o de rotor n_m .

La velocidad relativa entre la velocidad síncrona y la velocidad del rotor, denominada

velocidad de deslizamiento n_{slip} , está dada por

$$n_{slip} = n_{sync} - n_m \quad (4)$$

Con la velocidad de deslizamiento, se determina el deslizamiento del motor s como

$$s = \frac{n_{slip}}{n_{sync}} \times 100\% \quad (5)$$

2.1.1. Circuito equivalente del motor de inducción

La Figura 5 muestra el modelo eléctrico, por fase, de un motor de inducción, donde existe una relación de transformador entre el estator y el rotor.

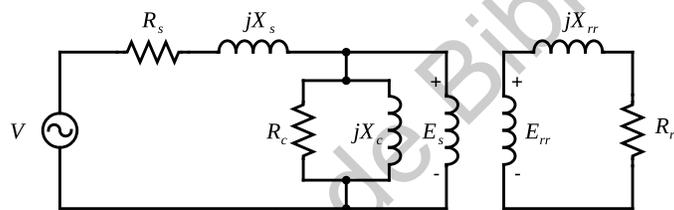


Figura 5: Modelo eléctrico por fase de un motor de inducción.

Para la relación de efecto transformador se considera una relación de vueltas fija, denominada a_{ef} .

El voltaje inducido en el rotor E_{rr} varía de acuerdo al deslizamiento del motor, de acuerdo a

$$E_{rr} = sE_{rr0} \quad (6)$$

donde E_{rr0} es el voltaje inducido cuando el deslizamiento es 1, es decir, cuando el rotor se encuentra bloqueado.

De manera similar al voltaje inducido, se determina la reactancia debida a la inductancia como

$$X_{rr} = sX_{rr0} \quad (7)$$

donde X_{rr0} es la reactancia del motor a rotor bloqueado.

La impedancia equivalente del rotor se puede expresar como

$$Z_{rr} = \frac{R_{rr}}{s} + jX_{rr0} \quad (8)$$

Y la corriente que circula a través del rotor es

$$I_{rr} = \frac{E_{rr0}}{\frac{R_{rr}}{s} + jX_{rr0}} \quad (9)$$

Finalmente, para determinar el modelo equivalente del motor de inducción, se refiere el modelo del rotor hacia el modelo del estator a través de la relación de transformador existente.

Así, la impedancia equivalente del rotor referida al lado del estator se convierte en

$$Z_r = a_{ef}^2 \left(\frac{R_{rr}}{s} + jX_{rr0} \right) \quad (10)$$

El modelo final se muestra en la Figura 6 [8].

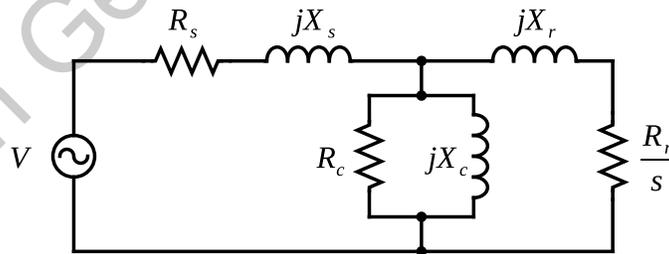


Figura 6: Modelo eléctrico equivalente por fase de un motor de inducción con las impedancias del rotor referidas al estator.

El circuito equivalente es útil para determinar magnitudes de corriente y torque en estado estacionario, pero para el análisis transitorio es necesario desarrollar el modelo

dinámico del motor de inducción.

2.1.2. Modelo eléctrico de tres fases

Partiendo de la ley de Faraday se establecen seis ecuaciones de voltaje para el motor de inducción trifásico como

$$v_{as} = R_{as}i_{as} + p\lambda_{as} \quad (11)$$

$$v_{bs} = R_{bs}i_{bs} + p\lambda_{bs} \quad (12)$$

$$v_{cs} = R_{cs}i_{cs} + p\lambda_{cs} \quad (13)$$

$$v_{ar} = R_{ar}i_{ar} + p\lambda_{ar} \quad (14)$$

$$v_{br} = R_{br}i_{br} + p\lambda_{br} \quad (15)$$

$$v_{cr} = R_{cr}i_{cr} + p\lambda_{cr} \quad (16)$$

Considerando un motor balanceado, las resistencias del estator serán iguales entre sí. Lo mismo sucede para las resistencias de rotor. Entonces las ecuaciones (16) pueden escribirse como

$$v_{as} = R_s i_{as} + p\lambda_{as} \quad (17)$$

$$v_{bs} = R_s i_{bs} + p\lambda_{bs} \quad (18)$$

$$v_{cs} = R_s i_{cs} + p\lambda_{cs} \quad (19)$$

$$v_{ar} = R_r i_{ar} + p\lambda_{ar} \quad (20)$$

$$v_{br} = R_r i_{br} + p\lambda_{br} \quad (21)$$

$$v_{cr} = R_r i_{cr} + p\lambda_{cr} \quad (22)$$

En las ecuaciones (16) y (22), p representa el operador derivada, mientras que λ

representa el acoplamiento de flujo de cada una de las fases del motor.

Para cada fase del estator, su acoplamiento de flujo está dado por su propio flujo, más el flujo mutuo resultante de la interacción de esta fase con el resto de las fases. La inductancia para una fase dada del estator en un rotor de polos no salientes, como es el caso para rotores de jaula de ardilla, está dada por

$$L_s = L_{ls} + L_{ms} \quad (23)$$

Donde L_{ls} representa la inductancia de fuga del estator, y L_{ms} representa la inductancia de magnetización del estator. La inductancia mutua entre dos fases cualesquiera del estator está dada por

$$M_s = L_{ms} \cos(\delta) \quad (24)$$

Donde δ representa el ángulo que existe entre las fases. Entonces la inductancia mutua entre las fases a y b , y las fases a y c es la misma debido al desfase eléctrico constante de $\frac{2\pi}{3}$ y $\frac{4\pi}{3}$ radianes que existe entre ellas.

$$M_{abs} = \frac{-L_{ms}}{2} \quad (25)$$

$$M_{acs} = \frac{-L_{ms}}{2} \quad (26)$$

Esto se cumple para la inductancia mutua que existe entre cualquier par de fases, de manera que

$$M_{abs} = M_{acs} = M_{bcs} = M_{bas} = M_{cas} = M_{cbs} = M_s \quad (27)$$

Para el rotor se tiene

$$M_{abr} = M_{acr} = M_{bcr} = M_{bar} = M_{car} = M_{cbr} = M_r \quad (28)$$

Para determinar el acoplamiento de flujo total de una fase del estator se debe considerar el ángulo del rotor. Si θ_r es el ángulo del rotor, se puede escribir el acoplamiento mutuo de flujo entre la fase a del estator y las fases del rotor como

$$\lambda_{asr} = M_{sr} \cos(\theta_r) i_{ar} + M_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{br} + M_{sr} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) i_{cr} \quad (29)$$

Donde M_{sr} corresponde a la máxima inductancia mutua entre una fase de estator y una de rotor, y se consigue cuando ambas fases se encuentran alineadas y con la misma dirección. De igual manera se pueden escribir las ecuaciones del acoplamiento de flujo para las fases b y c del estator como

$$\lambda_{bsr} = M_{sr} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) i_{ar} + M_{sr} \cos(\theta_r) i_{br} + M_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{cr} \quad (30)$$

$$\lambda_{csr} = M_{sr} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i_{ar} + M_{sr} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) i_{br} + M_{sr} \cos(\theta_r) i_{cr} \quad (31)$$

Escritas en forma matricial, las ecuaciones de voltaje de las seis fases del motor de inducción se pueden escribir como

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \\ v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{M} \\ \mathbf{M}' & \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_s \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (32)$$

Donde \mathbf{L}_1 es la matriz de inductancias del estator, \mathbf{L}_2 es la matriz de inductancias del rotor, y \mathbf{M} es la matriz de inductancias entre estator y rotor. \mathbf{I}_s e \mathbf{I}_r son los vectores de corrientes del estator y del rotor, respectivamente. A continuación se detallan las matrices de inductancias con las expresiones encontradas anteriormente

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & M_s & M_s \\ M_s & L_{ls} + L_{ms} & M_s \\ M_s & M_s & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & M_r & M_r \\ M_r & L_{lr} + L_{mr} & M_r \\ M_r & M_r & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{sr} \cos(\theta_r) & M_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & M_{sr} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{sr} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & M_{sr} \cos(\theta_r) & M_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ M_{sr} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & M_{sr} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & M_{sr} \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (35)$$

2.1.3. Modelo eléctrico de dos fases

El modelo obtenido en la sección anterior representa un motor trifásico, que es el tipo de motor de inducción más utilizado. Sin embargo, es posible trabajar conceptualmente con un modelo de dos fases. Los resultados obtenidos con ambos modelos son equivalentes a través de una transformación conocida como Transformación de Clarke. El modelo de dos fases presenta una marcada reducción en la complejidad de las ecuaciones, por lo que se prefiere siempre que sea posible, sólo transformando ciertas magnitudes como voltaje y corriente al modelo trifásico cuando se requiera realizar la equivalencia con un motor real.

Siguiendo el mismo procedimiento que se utilizó para las ecuaciones trifásicas, las ecuaciones de voltaje para el modelo de dos fases son

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + p \lambda_{\alpha s} \quad (36)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + p \lambda_{\beta s} \quad (37)$$

$$v'_{\alpha r} = R_r i'_{\alpha r} + p \lambda'_{\alpha r} \quad (38)$$

$$v'_{\beta r} = R_r i'_{\beta r} + p \lambda'_{\beta r} \quad (39)$$

Y los acoplamientos de flujo magnético son

$$\lambda_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + \cos(\theta_r) L_m i'_{\alpha r} - \sin(\theta_r) L_m i'_{\beta r} \quad (40)$$

$$\lambda_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + \sin(\theta_r) L_m i'_{\alpha r} + \cos(\theta_r) L_m i'_{\beta r} \quad (41)$$

$$\lambda'_{\alpha r} = L_r i'_{\alpha r} + \cos(\theta_r) L_m i_{\alpha s} + \sin(\theta_r) L_m i_{\beta s} \quad (42)$$

$$\lambda'_{\beta r} = L_r i'_{\beta r} - \sin(\theta_r) L_m i_{\alpha s} + \cos(\theta_r) L_m i_{\beta s} \quad (43)$$

En primera instancia se observa que el acoplamiento de flujo de estator de la fase α no incluye el término de corriente de estator de fase β . El comportamiento se repite, de manera correspondiente, para los demás acoplamientos de flujo. Esto se debe a que la fase α y la fase β de estator se encuentran a 90 grados entre sí, por lo que la inductancia mutua entre ellas es siempre cero. Lo mismo aplica para el rotor. Se tiene entonces una simplificación en comparación con el modelo de tres fases, sin embargo, para propósitos de simulación numérica y de control, existe una serie de transformaciones que simplifican más el modelo matemático.

La primera transformación consiste en “mover” las fases del rotor a un marco de referencia fijo, alineado con el estator. Conceptualmente, se tiene ahora un solo marco de referencia, en el cual se encuentran tanto las fases de estator como las de rotor. Esto se observa en la Figura 7 y se conoce como marco de referencia pseudo estacionario.

La matriz de transformación para llevar al motor al marco pseudo estacionario se

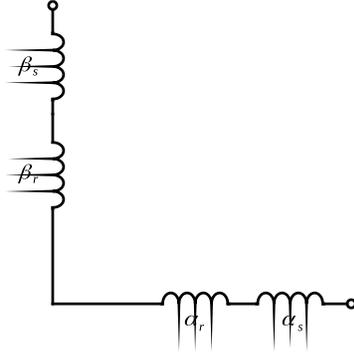


Figura 7: Marco de referencia pseudo estacionario para un motor de dos fases.

muestra en las ecuaciones (44) y (45).

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i'_{\alpha r} \\ i'_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_r & -\sin\theta_r \\ 0 & 0 & \sin\theta_r & \cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v'_{\alpha r} \\ v'_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (45)$$

Donde se ha eliminado el apóstrofe de las nuevas magnitudes de rotor para indicar el cambio en el marco de referencia.

Aplicando la transformación anterior las ecuaciones de voltaje son

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + p \lambda_{\alpha s} \quad (46)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + p \lambda_{\beta s} \quad (47)$$

$$v_{\alpha r} = R_r i_{\alpha r} + p \lambda_{\alpha r} + \omega_r \lambda_{\beta r} \quad (48)$$

$$v_{\beta r} = R_r i_{\beta r} + p \lambda_{\beta r} - \omega_r \lambda_{\alpha r} \quad (49)$$

Y los acoplamientos de flujo

$$\lambda_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + L_m i_{\alpha r} \quad (50)$$

$$\lambda_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + L_m i_{\beta r} \quad (51)$$

$$\lambda_{\alpha r} = L_r i_{\alpha r} + L_m i_{\alpha s} \quad (52)$$

$$\lambda_{\beta r} = L_r i_{\beta r} + L_m i_{\beta s} \quad (53)$$

La gran ventaja es que ya no aparecen funciones trigonométricas en las ecuaciones. Por esta razón, este modelo se emplea regularmente en las simulaciones por computadora de motores.

Una transformación adicional consiste en hacer girar el marco de referencia anterior, lo que se conoce como marco de referencia arbitrario. La nueva transformación se muestra en las ecuaciones (54) y (55).

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_s & \sin\theta_s & 0 & 0 \\ -\sin\theta_s & \cos\theta_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_s & \sin\theta_s \\ 0 & 0 & -\sin\theta_s & \cos\theta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_s & \sin\theta_s & 0 & 0 \\ -\sin\theta_s & \cos\theta_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_s & \sin\theta_s \\ 0 & 0 & -\sin\theta_s & \cos\theta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \\ v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Donde θ_s se conoce como la orientación síncrona. Esta transformación recibe el nombre de Transformación de Park. Al aplicarla, las ecuaciones de voltaje resultan en

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + p\lambda_{ds} - \omega_s \lambda_{qs} \quad (56)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + p\lambda_{qs} + \omega_s \lambda_{ds} \quad (57)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + p\lambda_{dr} - (\omega_s - \omega_r) \lambda_{qr} \quad (58)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + p\lambda_{qr} + (\omega_s - \omega_r) \lambda_{dr} \quad (59)$$

Finalmente los acoplamientos de flujo se escriben como

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \quad (60)$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \quad (61)$$

$$\lambda_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (62)$$

$$\lambda_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (63)$$

$$(64)$$

Con la segunda transformación, todas las magnitudes de voltaje, corriente, y flujo magnético serán en apariencia constantes. Esto se ilustra para la corriente en la Figura

8 b.

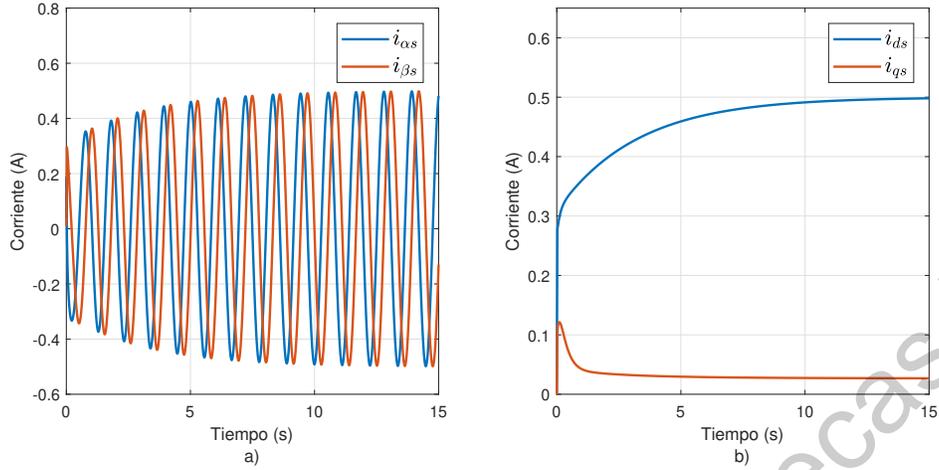


Figura 8: Corrientes en a) marco pseudo estacionario y b) marco arbitrario sincronizado con flujo magnético de rotor.

2.1.4. Modelo mecánico

El subsistema mecánico del motor de inducción se puede modelar mediante la siguiente ecuación

$$J \frac{d}{dt} \omega_r = T_e - T_L - B\omega_r \quad (65)$$

donde

- ω_r es la velocidad angular del rotor,
- J es el momento de inercia del rotor,
- B es el coeficiente de fricción viscosa,
- T_e es el torque electromagnético producido por el motor,
- T_L es el par de carga.

2.1.5. Torque electromagnético

Para unir el subsistema eléctrico del motor con el subsistema mecánico, es necesario desarrollar una expresión para el torque electromagnético T_e . Para un motor representado por un sistema de dos fases y dos polos el torque se puede determinar por medio de

la teoría de energía y coenergía magnética [18]. La coenergía magnética es una función multivariable sobre las corrientes de las fases y el ángulo del motor. Está determinada por

$$W_c(i, \theta_r) = \int_0^i \lambda(i', \theta_r) di' \quad (66)$$

Se pueden realizar integraciones sobre los acoplamientos de flujo presentes en el sistema, para cada una de las corrientes de fase por separado, dejando constantes todos los demás valores, tanto de corriente como de desplazamiento angular.

Dados los acoplamientos de flujo para cada una de las fases, expresados como

$$\lambda_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + L_m \cos(\theta_r) i_{\alpha r} - L_m \sin(\theta_r) i_{\beta r} \quad (67)$$

$$\lambda_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + L_m \sin(\theta_r) i_{\alpha r} + L_m \cos(\theta_r) i_{\beta r} \quad (68)$$

$$\lambda_{\alpha r} = L_m \cos(\theta_r) i_{\alpha s} + L_m \sin(\theta_r) i_{\beta s} + L_r i_{\alpha r} \quad (69)$$

$$\lambda_{\beta r} = -L_m \sin(\theta_r) i_{\alpha s} + L_m \cos(\theta_r) i_{\beta s} + L_r i_{\beta r} \quad (70)$$

se puede determinar la coenergía magnética del sistema como

$$\begin{aligned} W_c(i, \theta_r) = & \int_0^{i_{\alpha s}} L_s i'_{\alpha s} di'_{\alpha s} \\ & + \int_0^{i_{\beta s}} L_s i'_{\beta s} di'_{\beta s} \\ & + \int_0^{i_{\alpha r}} (L_m \cos(\theta_r) i_{\alpha s} + L_m \sin(\theta_r) i_{\beta s} + L_r i'_{\alpha r}) di'_{\alpha r} \\ & + \int_0^{i_{\beta r}} (-L_m \sin(\theta_r) i_{\alpha s} + L_m \cos(\theta_r) i_{\beta s} + L_r i'_{\beta r}) di'_{\beta r} \end{aligned} \quad (71)$$

Realizando las integraciones definidas anteriormente, se tiene

$$\begin{aligned}
W_c(i, \theta_r) = & \frac{1}{2}L_s i_{\alpha s}^2 + \frac{1}{2}L_s i_{\beta s}^2 + \frac{1}{2}L_r i_{\alpha r}^2 + \frac{1}{2}L_r i_{\beta r}^2 \\
& + L_m \cos(\theta_r) i_{\alpha s} i_{\alpha r} + L_m \sin(\theta_r) i_{\beta s} i_{\alpha r} \\
& - L_m \sin(\theta_r) i_{\alpha s} i_{\beta r} + L_m \cos(\theta_r) i_{\beta s} i_{\beta r}
\end{aligned} \tag{72}$$

El torque electromagnético está definido por

$$T_e = \frac{\partial W_c(i, \theta_r)}{\partial \theta_r} \tag{73}$$

Al derivar parcialmente la ecuación (72) con respecto al desplazamiento angular eléctrico, el torque resultante es

$$\begin{aligned}
T_e = & -L_m \sin(\theta_r) i_{\alpha s} i_{\alpha r} + L_m \cos(\theta_r) i_{\beta s} i_{\alpha r} \\
& - L_m \cos(\theta_r) i_{\alpha s} i_{\beta r} - L_m \sin(\theta_r) i_{\beta s} i_{\beta r}
\end{aligned} \tag{74}$$

Reemplazando las corrientes de rotor del marco de referencia móvil por las corrientes de rotor del marco de referencia pseudo estacionario se tiene

$$T_e = L_m (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \tag{75}$$

De manera generalizada para un motor de P polos el torque electromagnético está dado por

$$T_e = \frac{P}{2} L_m (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \tag{76}$$

Con la expresión (76) se vinculan los subsistemas eléctrico y mecánico, formando el modelo dinámico completo del motor de inducción.

En la literatura también se encuentra la expresión de torque con un factor adicional

de multiplicación de $\frac{3}{2}$. En este trabajo se omite este factor pues siempre se trabaja con la Transformación de Clarke de potencia invariante, como se presenta más adelante.

2.1.6. Equivalencia de tres a dos fases

Para convertir las magnitudes de un motor trifásico a un sistema de dos fases se utiliza la Transformación de Clarke. Ésta se escribe como

$$T_{Clarke} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (77)$$

La versión de la transformación presentada en (77) se conoce como de potencia invariante, pues preserva la potencia entre los modelos de tres y de dos fases.

Con esta transformación se pasan magnitudes de un marco de referencia trifásico (abc) a un marco de dos fases ($\alpha\beta$), como

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = T_{Clarke} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (78)$$

donde el componente γ será siempre cero en un sistema balanceado.

Para regresar al sistema de tres fases se utiliza la transformación inversa

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = T_{Clarke}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (79)$$

2.2. Control por orientación de campo

El control por orientación de campo tiene como objetivo que el motor de inducción se comporte de forma similar a un motor de corriente directa de excitación separada [16]. En otras palabras, que se pueda controlar de manera independiente la generación de

torque y la generación de flujo magnético. Como se mencionó anteriormente, empleando la Transformación de Park se trabaja en un marco de referencia conocido como marco síncrono de rotor.

En el marco síncrono de rotor, la idea es representar la totalidad del flujo magnético de rotor con el componente λ_{dr} , de modo que en todo momento λ_{qr} sea cero. Así, las ecuaciones de voltaje se escriben

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + p\lambda_{ds} - \omega_s \lambda_{qs} \quad (80)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + p\lambda_{qs} + \omega_s \lambda_{ds} \quad (81)$$

$$0 = v_{dr} = R_r i_{dr} + p\lambda_{dr} \quad (82)$$

$$0 = v_{qr} = R_r i_{qr} + (\omega_s - \omega_r) \lambda_{dr} \quad (83)$$

Al sustituir en (82) el acoplamiento de flujo λ_{dr} se tiene

$$R_r i_{dr} + L_r p i_{dr} = -L_m p i_{ds} \quad (84)$$

Manteniendo i_{ds} constante, la ecuación anterior se convierte en

$$R_r i_{dr} + L_r p i_{dr} = 0 \quad (85)$$

La solución trivial para (85) se obtiene con i_{dr} igual a cero. Sustituyendo i_{dr} por cero en el acoplamiento de flujo de rotor se tiene

$$\lambda_{dr} = L_m i_{ds} \quad (86)$$

Recordando que en el marco síncrono de rotor $\lambda_{dr} = \lambda_r$, la ecuación (86) implica que el flujo total de rotor está determinado de manera única por i_{ds} .

$$\lambda_r = L_m i_{ds} \quad (87)$$

Por otra parte, se encontró que el torque electromagnético en el marco pseudo estacionario se determina por

$$T_e = \frac{P}{2} L_m (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \quad (88)$$

Sustituyendo las corrientes de rotor con ayuda de las expresiones de flujo magnético de rotor se tiene

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} (i_{\beta s} \lambda_{\alpha r} - i_{\alpha s} \lambda_{\beta r}) \quad (89)$$

Pasando al marco síncrono de rotor, se tiene que $\lambda_{qr} = 0$ y por lo tanto $\lambda_{dr} = \lambda_r$. Entonces la expresión para el torque se simplifica a

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} i_{qs} \lambda_r \quad (90)$$

Así, al mantener el flujo de rotor constante, lo que se logró dado que i_{ds} es constante, el torque electromagnético se determina de manera única por la corriente i_{qs} . Con lo anterior se cumple el objetivo inicial del control por orientación de campo de manejar de manera independiente la generación de torque y de flujo del motor de inducción.

El sistema básico para la implementación del FOC se muestra en la Figura 9. Es importante notar la existencia del bloque para la estimación de la orientación síncrona. Esta orientación se refiere al ángulo del flujo magnético del rotor. Para la estimación del flujo magnético y la posterior determinación de la orientación síncrona existen varios métodos, uno de ellos es el Filtro de Kalman.

2.3. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo computacional utilizado para estimar el estado de un modelo matemático de una manera estadísticamente óptima [36]. El sentido de optimización que se adopta consiste en la minimización de la traza de la matriz de covarianza del proceso a estimar. En otras palabras, se busca estimar una o más

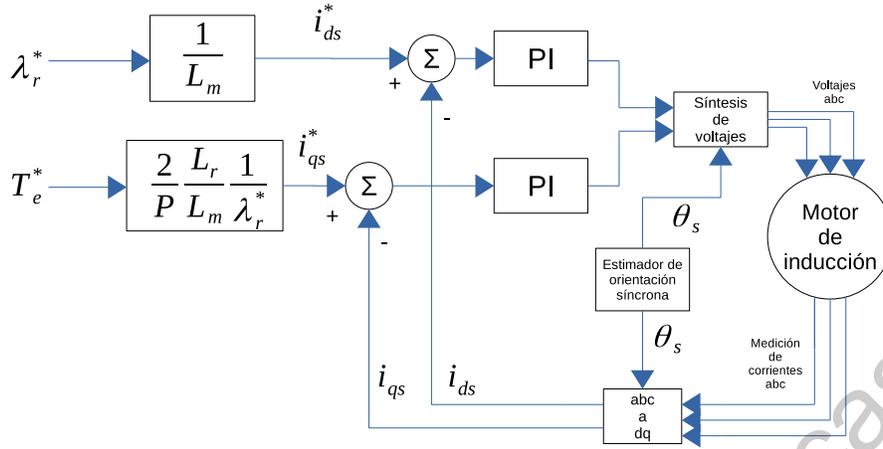


Figura 9: Diagrama de bloques del control por orientación de campo.

variables de manera que se reduzca tanto como sea posible la varianza o incertidumbre asociadas.

En la literatura se puede encontrar la formulación del filtro de Kalman por medio de cinco pasos [33], los cuales se listan a continuación.

1. Predicción del estado.

$$\hat{x}_{k+1,k} = F\hat{x}_{k,k} + Gu_n \quad (91)$$

2. Actualización a priori de la matriz de covarianza.

$$P_{k+1,k} = FP_{k,k}F^T + Q \quad (92)$$

3. Cálculo de la ganancia de Kalman.

$$K_n = P_{k,k-1}H^T(H P_{k,k-1}H^T + R_n)^{-1} \quad (93)$$

4. Corrección del estado.

$$\hat{x}_{k,k} = \hat{x}_{k,k-1} + K_n(z_n - H\hat{x}_{k,k-1}) \quad (94)$$

5. Actualización a posteriori de la matriz de covarianza.

$$P_{k,k} = (I - K_n H) P_{k,k-1} (I - K_n H)^T + K_n R_n K_n^T \quad (95)$$

F y G corresponden a las matrices de transición y de entrada del proceso, respectivamente. P es la matriz de covarianza. K es la ganancia de Kalman. H es la matriz de observación del proceso, y z es el vector de medición o de observaciones. Q corresponde a la incertidumbre que se tiene sobre el proceso, mientras que R_n contiene la información de ruido o de varianza que se tiene sobre las mediciones (por medio de sensores). Evidentemente cuando se inicia el algoritmo, se deben proveer valores iniciales para la covarianza (P_0). De igual modo, es necesario establecer los valores para las matrices Q y R_n .

A diferencia del filtro de Kalman tradicional, en el filtro de Kalman extendido las matrices de transición y de observación del sistema pueden ser funciones no lineales de las entradas y del estado del sistema. Las ecuaciones (92) a (95) permanecen sin cambios. La diferencia con el filtro de Kalman tradicional consiste en la manera en que se realiza la predicción del estado, y en que las matrices F y H son ahora las matrices Jacobianas de las funciones no lineales f y h que definen el sistema.

Para un sistema no lineal

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \quad (96)$$

$$y_k = h(x_k) \quad (97)$$

la predicción del estado se realiza directamente como indica (96), y las matrices F y H se encuentran como

$$F_n = \frac{\delta f}{\delta x} |_{x_n, u_n} \quad (98)$$

$$H_n = \frac{\delta h}{\delta x} |_{x_n} \quad (99)$$

3. Metodología

3.1. Identificación de parámetros eléctricos

Antes de poder realizar cualquier intento de control, es necesario determinar los parámetros eléctricos del modelo dinámico del motor. Para esto se plantea el siguiente método.

En primera instancia se tienen las ecuaciones de voltaje en el marco de referencia pseudo estacionario

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + L_s p i_{\alpha s} + L_m p i_{\alpha r} \quad (100)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + L_s p i_{\beta s} + L_m p i_{\beta r} \quad (101)$$

$$0 = R_r i_{\alpha r} + L_r p i_{\alpha r} + L_m p i_{\alpha s} + L_m \omega_e i_{\beta s} + L_r \omega_e i_{\beta r} \quad (102)$$

$$0 = R_r i_{\beta r} + L_r p i_{\beta r} + L_m p i_{\beta s} - L_m \omega_e i_{\alpha s} - L_r \omega_e i_{\alpha r} \quad (103)$$

Para simplificar este modelo, se asume que la velocidad angular del rotor es cero en todo momento, con lo que se tiene

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + L_s p i_{\alpha s} + L_m p i_{\alpha r} \quad (104)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + L_s p i_{\beta s} + L_m p i_{\beta r} \quad (105)$$

$$0 = R_r i_{\alpha r} + L_r p i_{\alpha r} + L_m p i_{\alpha s} \quad (106)$$

$$0 = R_r i_{\beta r} + L_r p i_{\beta r} + L_m p i_{\beta s} \quad (107)$$

Con este cambio es sencillo obtener la transformada de Laplace de las ecuaciones, además de que se eliminó la dependencia cruzada de las ecuaciones de rotor. Se puede trabajar con cualquier par de fases, para este caso se utilizará la fase α (tanto de estator como de rotor).

$$V_{\alpha s}(s) = R_s I_{\alpha s}(s) + s L_s I_{\alpha s}(s) + s L_m I_{\alpha r}(s) \quad (108)$$

$$0 = R_r I_{\alpha r}(s) + s L_r I_{\alpha r}(s) + s L_m I_{\alpha s}(s) \quad (109)$$

Despejando la corriente de rotor de (109) y sustituyéndola en (108) se llega a

$$V_{\alpha s}(s) = R_s I_{\alpha s}(s) + s L_s I_{\alpha s}(s) - s^2 \frac{L_m^2 I_{\alpha s}(s)}{R_r + s L_r} \quad (110)$$

Expresando la ecuación (110) como una función de transferencia con el voltaje alfa de estator como la entrada y la corriente alfa de estator como la salida se tiene

$$\frac{I_{\alpha s}(s)}{V_{\alpha s}(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (111)$$

donde

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{L_r}{\gamma} \\ b_1 &= \frac{R_r}{\gamma} \\ a_1 &= \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\gamma} \\ a_2 &= \frac{R_s R_r}{\gamma} \end{aligned}$$

y $\gamma = L_s L_r - L_m^2$.

Ahora se expresa esta función de transferencia en espacio de estados en tiempo discreto

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1 T_s & T_s \\ -a_2 T_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 T_s \\ b_1 T_s \end{bmatrix} u[k] \quad (112)$$

donde x_1 es la corriente de la fase alfa de estator, x_2 es un estado auxiliar, T_s es el período de muestreo, y u es el voltaje de la fase alfa de estator. Para estimar los parámetros b_0 , b_1 , a_1 , y a_2 , éstos se agregan al sistema, formando el sistema de la ecuación (113).

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ b_0[k+1] \\ b_1[k+1] \\ a_1[k+1] \\ a_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_1[k]T_s & T_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2[k]T_s & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ b_0[k] \\ b_1[k] \\ a_1[k] \\ a_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0[k]T_s \\ b_1[k]T_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u[k] \quad (113)$$

A continuación se determina la matriz Jacobiana F del sistema, la cual se encuentra como

$$F = \begin{bmatrix} 1 - a_1[k]T_s & T_s & u[k]T_s & 0 & -x_1[k]T_s & 0 \\ -a_2[k]T_s & 1 & 0 & u[k]T_s & 0 & -x_1[k]T_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (114)$$

Por último, durante la identificación se medirán las corrientes abc del motor. Éstas se transformarán en $i_{\alpha s}$ e $i_{\beta s}$. Sólo estamos interesados en $i_{\alpha s}$, por lo que la matriz de observación H que se utilizará será

$$H = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (115)$$

Con el sistema de la ecuación (113), la matriz Jacobiana (114) y la matriz de observación (115), se puede emplear el Filtro de Kalman Extendido para estimar los coeficientes de la función de transferencia que se planteó en (111). Finalmente se recuperan los parámetros eléctricos del motor a partir de dichos coeficientes.

3.2. Estimación de flujo magnético

La implementación del control por orientación de campo requiere conocer el estado del flujo magnético del motor. Sin embargo, obtener mediciones del flujo magnético requiere equipo muy costoso de instrumentación, por lo que generalmente se prefiere estimar el flujo magnético por métodos alternativos.

El primer enfoque que se puede emplear consiste en obtener el flujo magnético directamente de la ecuación de voltaje del estator

$$v_s = R_s i_s + p\lambda_s \quad (116)$$

A partir de (116) se puede encontrar una expresión para el flujo del estator como

$$\lambda_s = \int_0^t (v_s - R_s i_s) dt \quad (117)$$

Utilizar directamente la ecuación (117) para determinar el flujo magnético presenta un problema importante. Debido al ruido y a los posibles sesgos en las mediciones tanto de voltaje como de corriente, la integración numérica tenderá a divergir del valor real. La Figura 10 muestra una simulación donde se ejemplifica este problema.

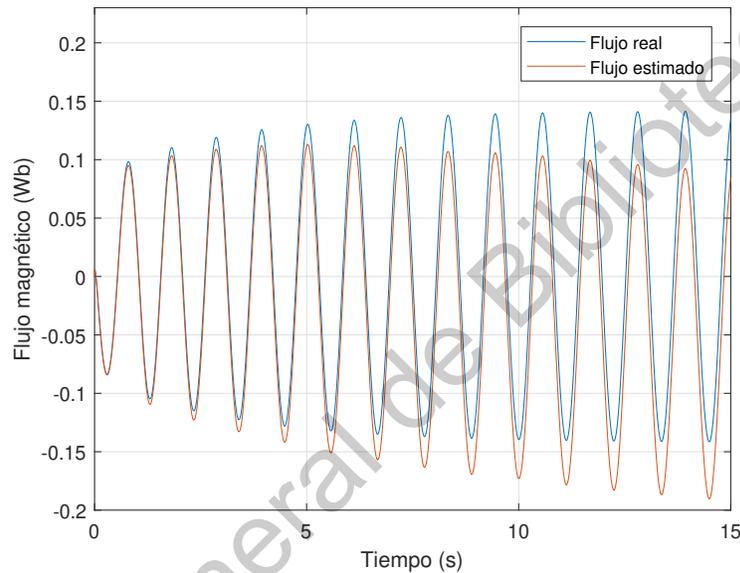


Figura 10: Divergencia en la estimación de flujo magnético debida a la integración numérica.

Existen diversas soluciones para el efecto de divergencia. Una de las más comunes consiste en reemplazar el integrador puro por un filtro pasa bajas, compensado en magnitud y en fase para no alterar de manera excesiva la salida. Un ejemplo de este enfoque se muestra en [22].

3.2.1. Filtro de Kalman Extendido

En la estimación de flujo magnético también se puede recurrir al Filtro de Kalman Extendido. Mediante distintas configuraciones del modelo matemático se pueden esti-

mar distintas variables de forma simultánea. Una configuración muy usual consiste en definir cuatro estados, los cuales corresponden a las corrientes de estator (α , β) y los flujos magnéticos de rotor (α , β).

Acomodando las ecuaciones de voltaje del modelo dinámico en la forma de espacio de estados se tiene

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_r R_s + L_m^2 R_r / L_r}{\sigma} & 0 & -\frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & -\frac{L_m \omega_e}{\sigma} \\ 0 & \frac{L_r R_s + L_m^2 R_r / L_r}{\sigma} & \frac{L_m \omega_e}{\sigma} & -\frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} \\ \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_e \\ 0 & \frac{L_m R_r}{L_r} & \omega_e & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{L_r}{\sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{L_r}{\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (118)$$

donde $\sigma = L_m^2 - L_s L_r$.

Como se realizó para la identificación de parámetros eléctricos, se pueden añadir otras variables de interés al vector de estados. Para este caso se agregan la velocidad

angular eléctrica y la resistencia de estator, quedando el sistema como sigue

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ \omega_e \\ R_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_r R_s + L_m^2 R_r / L_r}{\sigma} & 0 & -\frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & -\frac{L_m \omega_e}{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_r R_s + L_m^2 R_r / L_r}{\sigma} & \frac{L_m \omega_e}{\sigma} & -\frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & 0 & 0 \\ \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -\omega_e & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_m R_r}{L_r} & \omega_e & -\frac{R_r}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ \omega_e \\ R_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{L_r}{\sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{L_r}{\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (119)$$

Pasando el sistema aumentado a tiempo discreto se obtiene

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha s}[k+1] \\ i_{\beta s}[k+1] \\ \lambda_{\alpha r}[k+1] \\ \lambda_{\beta r}[k+1] \\ \omega_e[k+1] \\ R_s[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & -T_s \frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & -T_s \frac{L_m}{\sigma} \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & T_s \frac{L_m}{\sigma} \omega_e & -T_s \frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & 0 & 0 \\ T_s \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & 1 - T_s \frac{R_r}{L_r} & -T_s \omega_e & 0 & 0 \\ 0 & T_s \frac{L_m R_r}{L_r} & T_s \omega_e & 1 - T_s \frac{R_r}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s}[k] \\ i_{\beta s}[k] \\ \lambda_{\alpha r}[k] \\ \lambda_{\beta r}[k] \\ \omega_e[k] \\ R_s[k] \end{bmatrix} + T_s \begin{bmatrix} -\frac{L_r}{\sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{L_r}{\sigma} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s}[k] \\ v_{\beta s}[k] \end{bmatrix} \quad (120)$$

donde $a_0 = 1 + T_s \frac{L_r R_s + L_m^2 R_r / L_r}{\sigma}$.

En seguida es necesario determinar la matriz Jacobiana del sistema, la cual se encuentra como

$$F = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & -T_s \frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & -T_s \frac{L_m}{\sigma} \omega_e & -T_s \frac{L_m}{\sigma} \lambda_{\beta r} & T_s \frac{L_r}{\sigma} i_{\alpha s} \\ 0 & a_0 & T_s \frac{L_m}{\sigma} \omega_e & -T_s \frac{L_m R_r / L_r}{\sigma} & T_s \frac{L_m}{\sigma} \lambda_{\alpha r} & T_s \frac{L_r}{\sigma} i_{\beta s} \\ T_s \frac{L_m R_r}{L_r} & 0 & 1 - T_s \frac{R_r}{L_r} & -T_s \omega_e & -T_s \lambda_{\beta r} & 0 \\ 0 & T_s \frac{L_m R_r}{L_r} & T_s \omega_e & 1 - T_s \frac{R_r}{L_r} & T_s \lambda_{\alpha r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (121)$$

Durante la operación del motor se realizarán mediciones de las corrientes de estator en el marco abc , las cuales se transformarán para obtener las corrientes i_α e i_β . De esta manera, la matriz de observación H que se utilizará para el algoritmo del Filtro de

Kalman Extendido es simplemente

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (122)$$

3.3. Control de corriente

En esta sección se establece una metodología para ajustar las ganancias de los controladores PI del control por orientación de flujo. Utilizando un modelo linealizado del motor de inducción en el marco síncrono, se determinan dos funciones de transferencia con las diferencias de las corrientes, $\Delta I_{ds}(s)$ e $\Delta I_{qs}(s)$, como salidas, y las diferencias de los voltajes, $\Delta V_{ds}(s)$ y $\Delta V_{qs}(s)$, como entradas, respectivamente. Posteriormente estas funciones de transferencia se conectan en lazo cerrado con controladores PI. El procedimiento de linealización utilizado se describe en [28].

En el marco síncrono de rotor, se puede escribir el modelo del motor como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \omega_s & b & -c\omega_e & 0 \\ -\omega_s & a & c\omega_e & b & 0 \\ d & 0 & e & \omega_s - \omega_e & 0 \\ 0 & d & -(\omega_s - \omega_e) & e & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} & 0 & 0 & \frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ T_L \end{bmatrix} \quad (123)$$

donde

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{R_s L_r + R_r L_m^2 / L_r}{\gamma} \\
 b &= -\frac{R_r L_m / L_r}{\gamma} \\
 c &= \frac{L_m}{\gamma} \\
 d &= \frac{R_r L_m}{L_r} \\
 e &= -\frac{R_r}{L_r} \\
 f &= -\frac{L_r}{\gamma} \\
 \gamma &= L_m^2 - L_s L_r \\
 \omega_e &= \frac{P}{2} \omega_m
 \end{aligned}$$

Dado que se asumió el marco de referencia síncrono de rotor, se tiene que $\frac{d}{dt} \lambda_{qr} = \lambda_{qr} = 0$. Por lo tanto, la velocidad angular síncrona se puede expresar como

$$\omega_s = d \frac{i_{qs}}{\lambda_{dr}} + \frac{P}{2} \omega_m \quad (124)$$

De modo que las funciones que describen cada una de las derivadas del sistema con respecto al tiempo son (omitiendo la función para $\frac{d}{dt} \lambda_{qr}$)

$$\frac{d}{dt} i_{ds} = f_1 = a i_{ds} + d \frac{i_{qs}^2}{\lambda_{dr}} + \frac{P}{2} \omega_m i_{qs} + b \lambda_{dr} + f v_{ds} \quad (125)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs} = f_2 = -\left(d \frac{i_{ds} i_{qs}}{\lambda_{dr}} + \frac{P}{2} \omega_m i_{ds}\right) + a i_{qs} + c \frac{P}{2} \omega_m \lambda_{dr} + f v_{qs} \quad (126)$$

$$\frac{d}{dt} \lambda_{dr} = f_3 = d i_{ds} + e \lambda_{dr} \quad (127)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_m = f_4 = \frac{1}{J} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} i_{qs} \lambda_{dr} - \frac{B}{J} \omega_m - \frac{1}{J} T_L \quad (128)$$

Utilizando la expansión de Taylor alrededor del punto de equilibrio dado por i_{ds0} ,

i_{qs0} , λ_{dr0} , ω_{m0} , v_{ds0} , v_{qs0} , T_{L0} , las funciones (125) a (128) se aproximan por

$$f_1 \approx a\Delta i_{ds} + \left(2d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0}} + \frac{P}{2}\omega_{m0}\right)\Delta i_{qs} + \left(b - d\frac{i_{qs0}^2}{\lambda_{dr0}^2}\right)\Delta\lambda_{dr} + \frac{P}{2}i_{qs0}\Delta\omega_m + f\Delta v_{ds} \quad (129)$$

$$f_2 \approx -\left(d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0} + \frac{P}{2}}\right)\Delta i_{ds} + \left(a - d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0}}\right)\Delta i_{qs} + \left(c\frac{P}{2}\omega_{m0} + d\frac{i_{ds0}i_{qs0}}{\lambda_{dr0}^2}\right)\Delta\lambda_{dr} + \left(c\frac{P}{2}\lambda_{dr0} - \frac{P}{2}i_{ds0}\right)\Delta\omega_m + fv_{qs} \quad (130)$$

$$f_3 \approx d\Delta i_{ds} + e\Delta\lambda_{dr} \quad (131)$$

$$f_4 \approx \frac{1}{J}\frac{P}{2}\frac{L_m}{L_r}\lambda_{dr0}\Delta i_{qs} + \frac{1}{J}\frac{P}{2}\frac{L_m}{L_r}i_{qs0}\Delta\lambda_{dr} - \frac{B}{J}\Delta\omega_m - \frac{1}{J}\Delta T_L \quad (132)$$

donde los términos que contienen Δ indican una diferencia o perturbación alrededor del punto de equilibrio. Por ejemplo para la corriente directa de estator se tiene $\Delta i_{ds} = i_{ds} - i_{ds0}$. Con las aproximaciones anteriores se construye el sistema linealizado como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_{ds} \\ \Delta i_{qs} \\ \Delta\lambda_{dr} \\ \Delta\omega_m \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta i_{ds} \\ \Delta i_{qs} \\ \Delta\lambda_{dr} \\ \Delta\omega_m \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \Delta v_{ds} \\ \Delta v_{qs} \\ \Delta T_L \end{bmatrix} \quad (133)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} a & \left(2d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0}} + \frac{P}{2}\omega_{m0}\right) & \left(b - d\frac{i_{qs0}^2}{\lambda_{dr0}^2}\right) & \frac{P}{2}i_{qs0} \\ -\left(d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0} + \frac{P}{2}}\right) & \left(a - d\frac{i_{qs0}}{\lambda_{dr0}}\right) & \left(c\frac{P}{2}\omega_{m0} + d\frac{i_{ds0}i_{qs0}}{\lambda_{dr0}^2}\right) & \left(c\frac{P}{2}\lambda_{dr0} - \frac{P}{2}i_{ds0}\right) \\ d & 0 & e & 0 \\ 0 & \frac{1}{J}\frac{P}{2}\frac{L_m}{L_r}\lambda_{dr0} & \frac{1}{J}\frac{P}{2}\frac{L_m}{L_r}i_{qs0} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \quad (134)$$

$$G = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (135)$$

Con el sistema linealizado de la ecuación (133) se pueden obtener distintas funciones de transferencia por medio de

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}G \quad (136)$$

donde C es la matriz de observación. Se usarán dos matrices de observación, la primera para Δi_{ds} es

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (137)$$

y para Δi_{qs}

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (138)$$

Debido a que se tienen múltiples entradas, la ecuación (136) resultará en un vector renglón con tantas funciones de transferencia como entradas tenga el sistema.

Se utilizarán los siguientes valores para los parámetros del motor

$$R_s = 6.2475 \Omega$$

$$R_r = 2.8218 \Omega$$

$$L_s = 0.2842 H$$

$$L_r = 0.2842 H$$

$$L_m = 0.2714 H$$

$$B = 100 N \cdot m$$

$$J = 0.0025 kg \cdot m^2$$

$$P = 4$$

Hay que notar que el coeficiente de fricción viscosa B se estableció particularmente alto. La finalidad es considerar el rotor como si estuviera bloqueado para evaluar el control de corriente de torque. Para el primer punto de equilibrio se quisieran considerar todos los valores iguales a cero. Sin embargo, para sortear el problema de división entre cero, se establecen $i_{ds0} = 0.003 A$ y $\lambda_{dr0} = 0.0008142 Wb$, con el resto de valores en cero. Las matrices A y G quedan entonces como

$$A = \begin{bmatrix} -352.5023 & 0 & 378.9132 & 0 \\ 0 & -362.4312 & 0 & -0.0681 \\ 2.6947 & 0 & -9.9289 & 0 \\ 0 & 0.6220 & 0 & -40000 \end{bmatrix} \quad (139)$$

$$G = \begin{bmatrix} 39.9624 & 0 & 0 \\ 0 & 39.9624 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -400 \end{bmatrix} \quad (140)$$

Aplicando la ecuación (136) con C_1 , y seleccionando la función de transferencia cuya

entrada es $\Delta V_{ds}(s)$ se obtiene

$$\frac{\Delta I_{ds}(s)}{\Delta V_{ds}(s)} = \frac{39.96s + 396.8}{s^2 + 362.4s + 2479} \quad (141)$$

Por medio de la herramienta *sisotool* de *Matlab* se diseñó un controlador PI con ganancias $k_p = 15$ y $k_i = 300$. La respuesta escalón del sistema en lazo cerrado se muestra en la Figura 11.

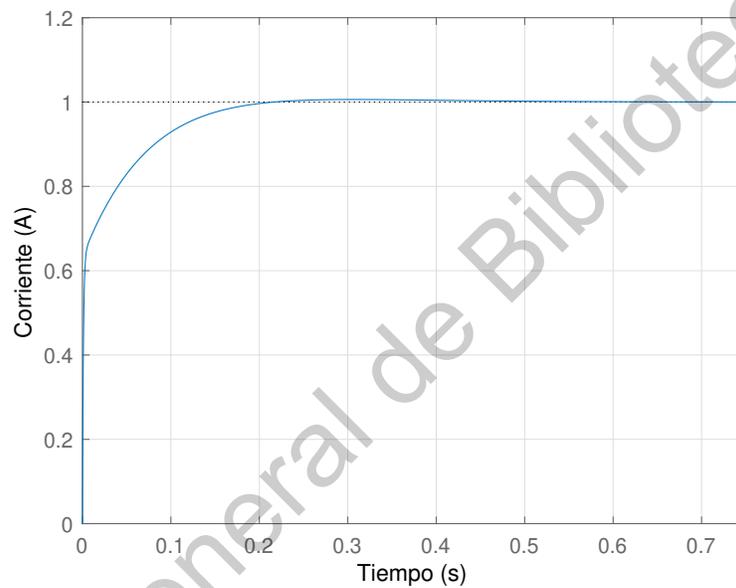


Figura 11: Respuesta escalón para Δi_{ds} en lazo cerrado con control PI.

Los polos de lazo cerrado son

$$p_1 = -940.2173$$

$$p_2 = -10.7913 + i0.0319$$

$$p_3 = -10.7913 - i0.0319$$

Para la segunda función de transferencia se considera el punto de operación con $i_{ds0} = 3 \text{ A}$. Dado este valor de corriente, el flujo magnético se encuentra como $\lambda_{dr0} =$

$L_m i_{ds0} = 0.8142 \text{ Wb}$. El valor de i_{ds0} se seleccionó debido a que corresponde con la corriente de operación nominal del motor. Con el nuevo punto de operación, las matrices del sistema lineal son

$$A = \begin{bmatrix} -352.5023 & 0 & 378.9132 & 0 \\ 0 & -362.4312 & 0 & -68.1439 \\ 2.6947 & 0 & -9.9289 & 0 \\ 0 & 622.0236 & 0 & -40000 \end{bmatrix} \quad (142)$$

$$G = \begin{bmatrix} 39.9624 & 0 & 0 \\ 0 & 39.9624 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -400 \end{bmatrix} \quad (143)$$

Con la matriz de observación C_2 , la segunda función de transferencia es

$$\frac{\Delta I_{qs}(s)}{\Delta V_{qs}(s)} = \frac{39.96s + 1598000}{s^2 + 40360s + 14540000} \quad (144)$$

Nuevamente se utilizó la herramienta *sisotool* para diseñar un controlador PI. Las ganancias en este caso se establecieron como $k_p = 5$ y $k_i = 150$. La respuesta escalón del sistema en lazo cerrado se muestra en la Figura 12.

Los polos de lazo cerrado son

$$p_1 = -39996.5007$$

$$p_2 = -552.4512$$

$$p_3 = -10.8481$$

Finalmente en la Figura 13 se observa una simulación del motor con rotor bloqueado donde se controlan de manera simultánea las corrientes de flujo magnético y de torque.

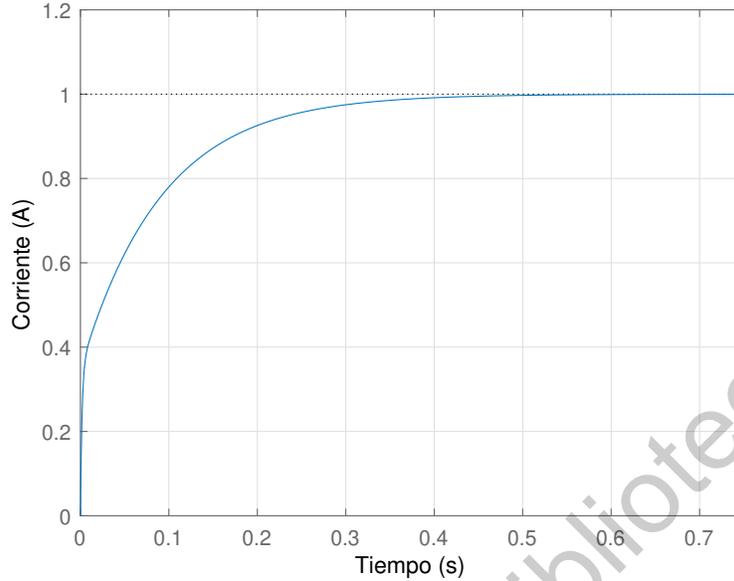


Figura 12: Respuesta escalón para Δi_{qs} en lazo cerrado con control PI.

3.4. Eficiencia energética

La eficiencia energética se define como potencia de salida sobre potencia de entrada, que para el caso del motor de inducción se puede escribir como

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{T_e \omega_m}{I^T V} \quad (145)$$

donde P_o y P_i son las potencias de salida y de entrada respectivamente. P_o es el producto del torque electromagnético por la velocidad angular del rotor. P_i es el vector renglón de corrientes multiplicado por el vector columna de voltajes.

Para observar el comportamiento de la eficiencia del motor, se realizó una serie de simulaciones por computadora en las cuales se fijó un valor de referencia para la velocidad. Una vez alcanzada esta referencia se comenzó a decrementar lentamente la corriente de flujo magnético. Para compensar este cambio y mantener constante la velocidad, la corriente de torque por su parte comienza incrementar. Esto se muestra en la Figura 14 a). En la Figura 14 b) se observa cómo va cambiando la eficiencia cuando

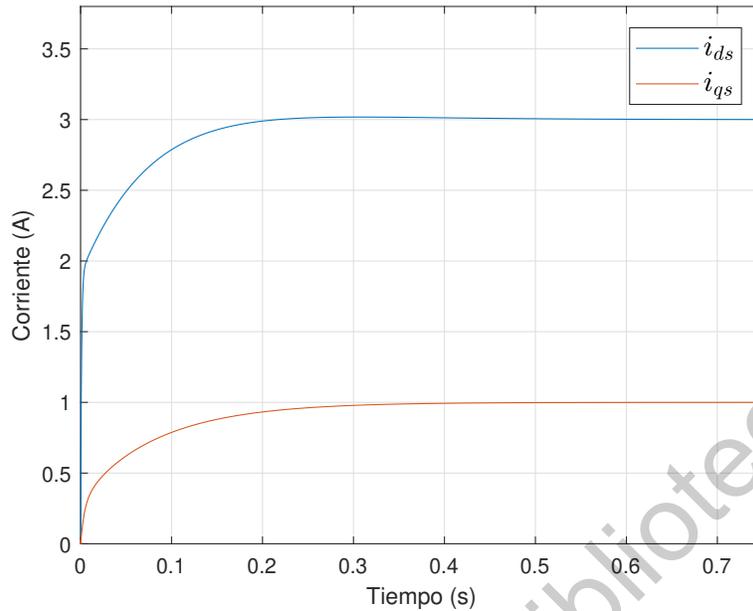


Figura 13: Respuesta en simulación obtenida en lazo cerrado con valores de referencia $i_{ds}^* = 3 \text{ A}$ e $i_{qs}^* = 1 \text{ A}$.

se presentan estos cambios en las corrientes. El pico de eficiencia se consigue cuando las corrientes de flujo y de torque se cruzan.

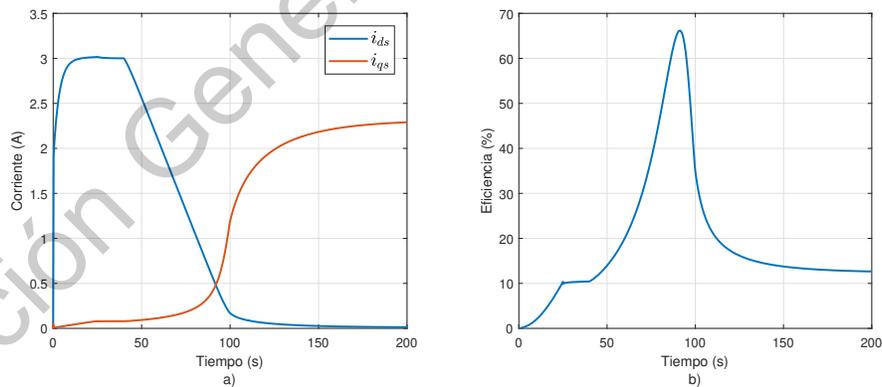


Figura 14: a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Se realizaron dos simulaciones más, con velocidades de referencia distintas. En la Figura 15 se observa la simulación para una velocidad de referencia de $75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Nuevamente, la máxima eficiencia se obtiene al cruce de las corrientes.

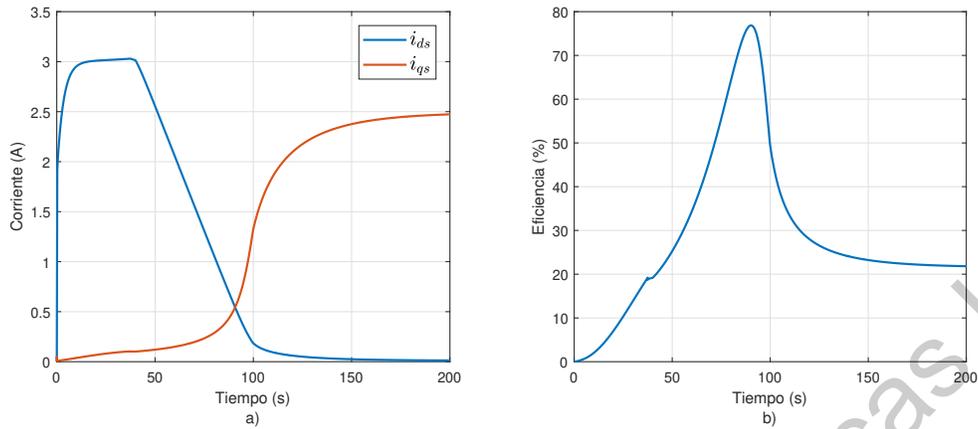


Figura 15: a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Por último, a $100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, se observa el mismo comportamiento. Es importante recalcar que en términos generales, con mayores velocidades se alcanzó una mayor eficiencia.

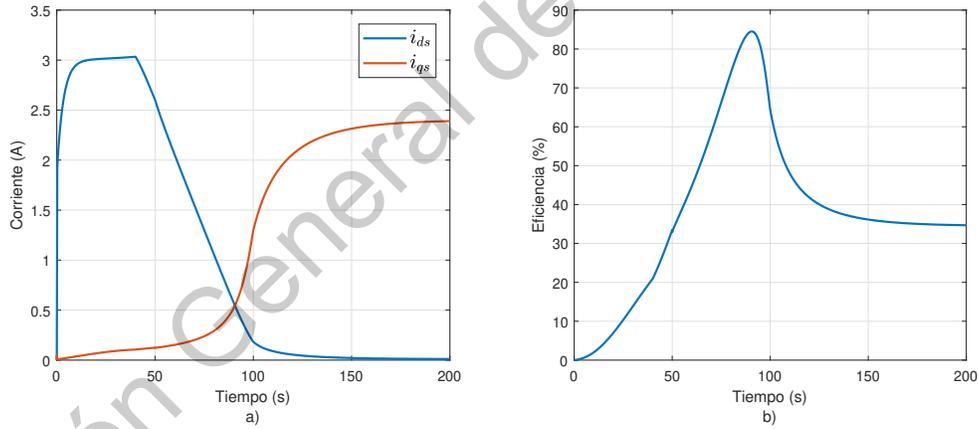


Figura 16: a) Corrientes de estator y b) eficiencia energética a $100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.4.1. Ajuste de la corriente de flujo magnético

Para incrementar la eficiencia del motor, se ajustará el nivel deseado de corriente de flujo magnético, de tal manera que $i_{ds} \approx i_{qs}$. El ajuste se realizará de acuerdo con

$$i_{ds}^*[k+1] = i_{ds}^*[k] + c(i_{qs}[k] - i_{ds}[k]) \quad (146)$$

donde c es una constante positiva que determina la velocidad con la que el la referencia para la corriente de flujo magnético se modificará.

4. Resultados

4.1. Identificación de parámetros

El modelo que se consideró para la identificación asume que la velocidad de rotor es cero en todo momento. Para conseguir esto no se bloquea el motor por medios mecánicos. En cambio, las señales de alimentación para el motor se producen de tal forma que el torque electromagnético sea siempre cero. La forma de estas señales se muestra en la Figura 17.

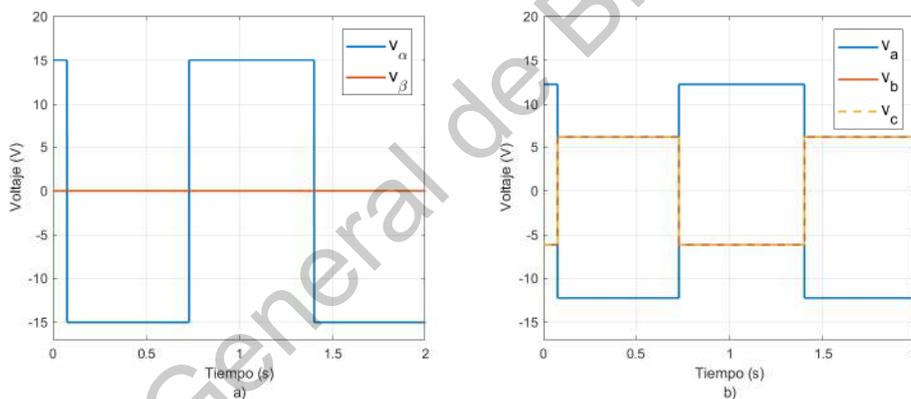


Figura 17: Forma de señales de entrada utilizadas en a) sistema α - β , y b) sistema trifásico.

En la Figura 18 se observa en funcionamiento la estimación de la corriente, que corresponde al primer estado del sistema. En azul, se observa la medición ruidosa obtenida, mientras que en naranja está la estimación dada por el Filtro de Kalman Extendido.

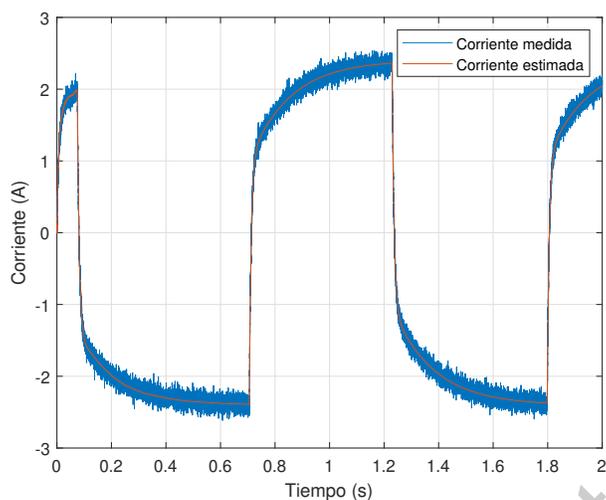


Figura 18: Estimación de la corriente (estado x_1).

La evolución de los estados que corresponden con los coeficientes de la función de transferencia del modelo de identificación se observa en la Figura 19.

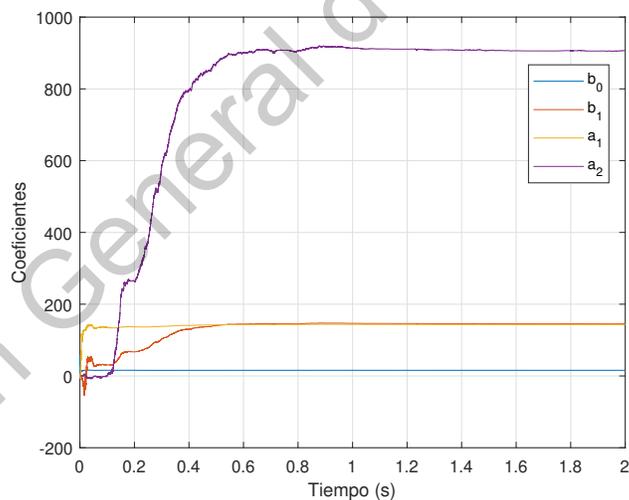


Figura 19: Estimación de b_0 , b_1 , a_1 , y a_2 .

A partir de los coeficientes b_0 a a_2 se recuperan los parámetros eléctricos. Para el motor de pruebas se obtuvieron los valores mostrados en la Tabla 1.

Tabla 1: Resultados de identificación de parámetros eléctricos.

Parámetro eléctrico	Valor
R_s (Ω)	6.2381
R_r (Ω)	2.8128
L_s (H)	0.3062
L_r (H)	0.3062
L_m (H)	0.2728

Se consideró $L_s = L_r$ para un motor tipo NEMA A [8].

4.2. Estimación de estados

A continuación se muestran los resultados obtenidos experimentalmente para la estimación de estados durante la operación normal del motor, cuyo modelo se construyó con los parámetros obtenidos en la sección anterior. El estado del sistema se compone de las corrientes de estator, los flujos magnéticos de rotor, la velocidad angular eléctrica, y la resistencia de estator.

En la Figura 20 se observan las corrientes, tanto medidas como estimadas.

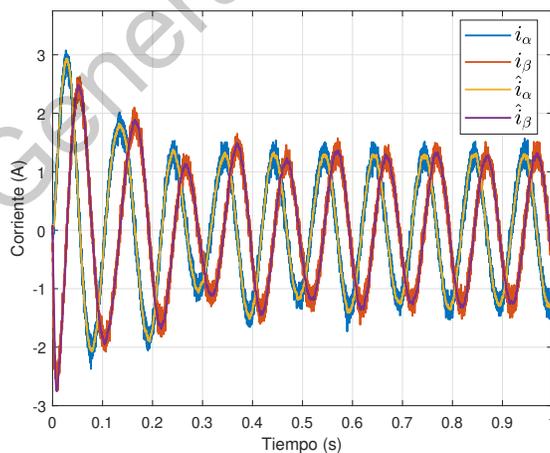


Figura 20: Mediciones y estimaciones de corrientes de estator.

En la Figura 21 se observan los flujos estimados.

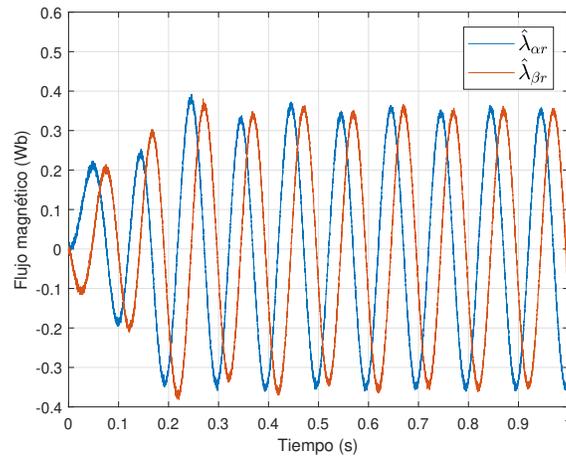


Figura 21: Estimación de flujo magnético.

Con las magnitudes de flujo se determinará la posición síncrona para llevar a cabo el control de corrientes.

La estimación para la velocidad angular eléctrica se muestra en la Figura 22.

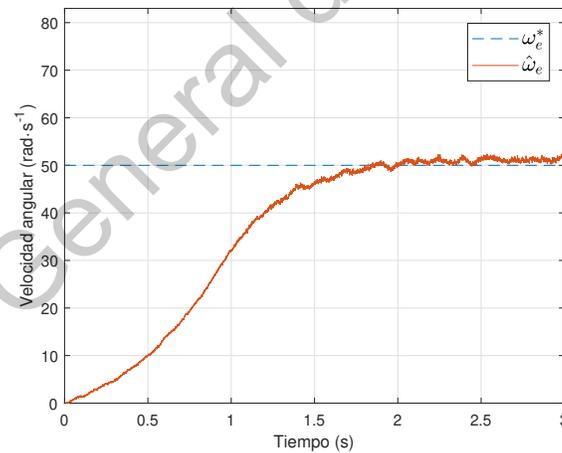


Figura 22: Estimación de velocidad angular eléctrica.

Finalmente en la Figura 23 se observa la estimación de la resistencia de estator, la cual se inicializó en 1.25 veces el valor identificado originalmente.

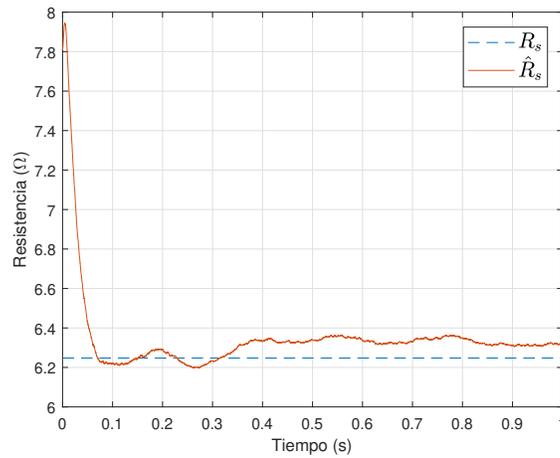


Figura 23: Estimación de resistencia.

4.3. Eficiencia energética

Se realizaron diversas pruebas experimentales de eficiencia bajo el esquema de i_{ds} fija e i_{dq} variable que se planeó en la sección de metodología. El primer conjunto de pruebas consiste en variar la carga conectada al motor manteniendo la velocidad de referencia constante. La carga se modificó en tres instantes de tiempo diferentes ($t = 20\text{ s}$, $t = 30\text{ s}$, y $t = 40\text{ s}$), lo que se puede observar en la Figura 24.

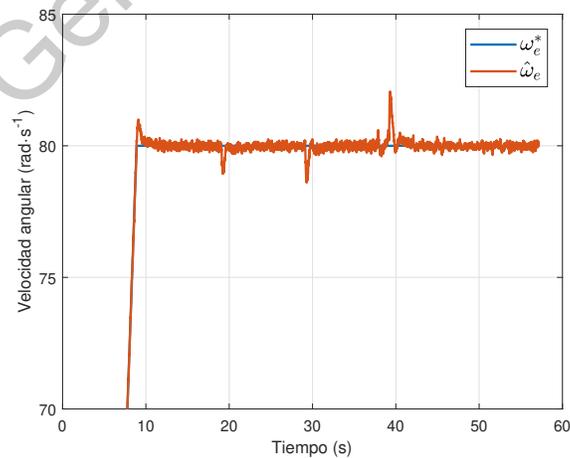


Figura 24: Comportamiento del motor bajo carga variable.

El comportamiento de la corriente manteniendo i_{ds} fija se observa en la Figura 25.

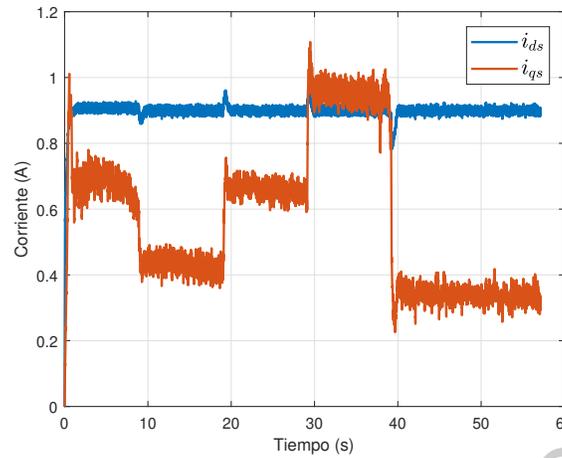


Figura 25: Comportamiento de la corriente ante cambios en la carga con i_{ds} fija.

El comportamiento de la corriente variando la referencia para i_d se muestra en la Figura 26.

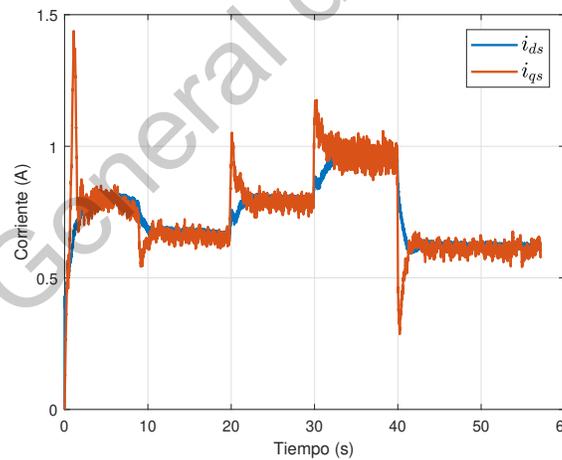


Figura 26: Comportamiento de la corriente ante cambios en la carga con i_{ds} variable.

Se observa que para cada cambio de carga, la corriente de torque presenta un cambio muy rápido. Seguido a este cambio la corriente de flujo cambia hasta que ambas magnitudes alcanzan valores muy similares.

Finalmente en la Figuras 27 y 28 se muestran los niveles de eficiencia obtenidos.

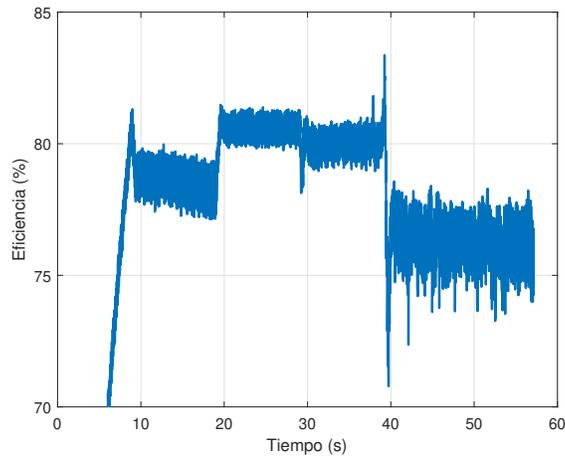


Figura 27: Eficiencia ante cambios en la carga obtenida con i_{ds} fija.

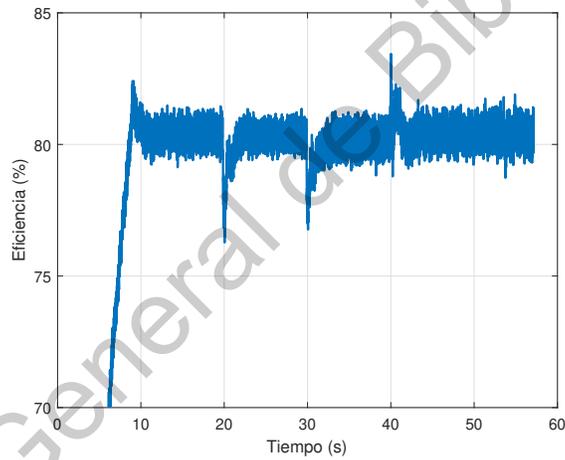


Figura 28: Eficiencia obtenida ante cambios en la carga con i_{ds} variable.

Para evaluar el nivel de error de la velocidad angular se utilizó la raíz del error cuadrático medio (RECM). Los resultados para la experimentación con carga variable se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2: Eficiencia y RECM ante carga variable.

Esquema de operación	Eficiencia promedio (%)	RECM ($rad \cdot s^{-1}$)
i_{ds} fija	74.81	0.1367
i_{ds} variable	76.24	0.1459

De manera similar se realizaron experimentos de eficiencia pero esta vez frente a cambios en la velocidad de referencia. El perfil de velocidad empleado muestra en la Figura 29.

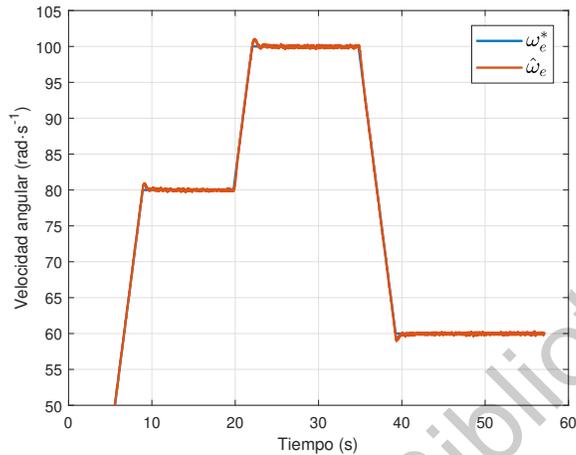


Figura 29: Comportamiento del motor bajo cambios en la velocidad de referencia.

Los cambios en la corriente se ilustran en las Figuras 30 y 31.

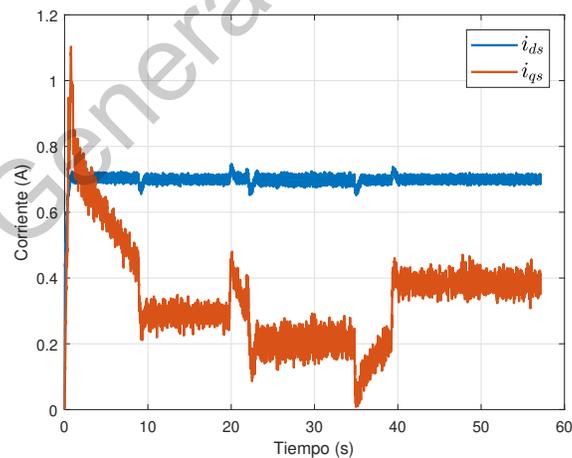


Figura 30: Comportamiento de la corriente ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} fija.

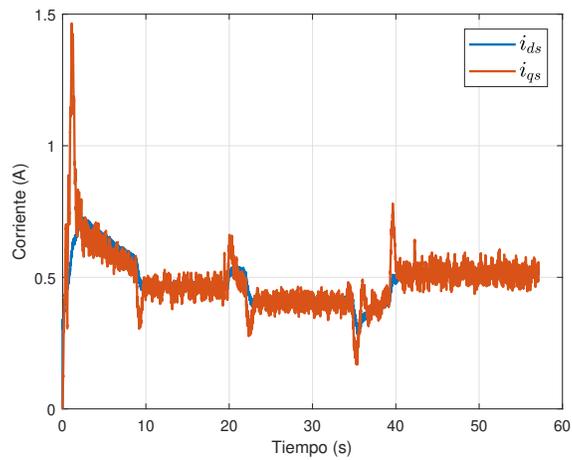


Figura 31: Comportamiento de la corriente ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} variable.

Los resultados de eficiencia ante cambios en la velocidad se muestran en las Figuras 32 y 33.

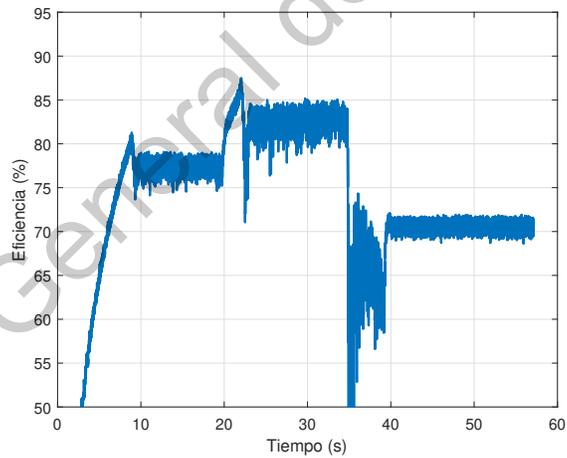


Figura 32: Eficiencia obtenida ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} fija.

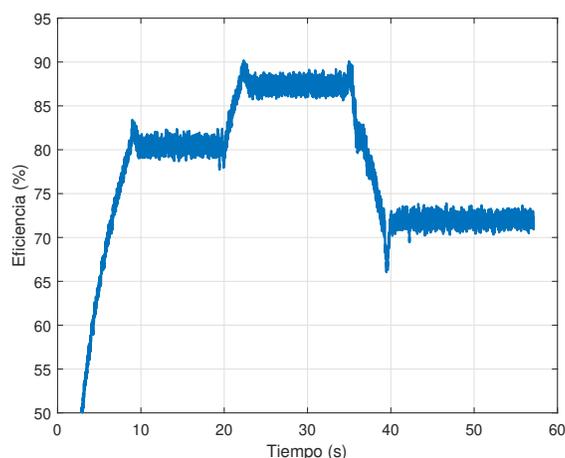


Figura 33: Eficiencia obtenida ante cambios en la velocidad de referencia con i_{ds} variable.

Nuevamente se observan mejores resultados para el caso de i_{ds} variable, sin embargo hay que notar que el efecto del cambio de velocidad sobre la eficiencia es mucho más pronunciado que en el caso de la variación de carga.

Finalmente los resultados para la experimentación con velocidad variable se resumen en la Tabla 3.

Tabla 3: Eficiencia y RECM ante velocidad variable.

Esquema de operación	Eficiencia promedio (%)	RECM ($rad \cdot s^{-1}$)
i_{ds} fija	72.12	0.1288
i_{ds} variable	75.34	0.1616

5. Conclusiones

Se desarrolló un sistema de control completo aplicable a motores de inducción de jaula de ardilla. Iniciando con la identificación de parámetros eléctricos, se diseñó e implementó una metodología basada en el filtro de Kalman extendido, la cual es completamente automatizada y se completa en muy pocos segundos. La identificación no requiere poner en movimiento el motor, por lo puede efectuarse incluso si éste ya se encuentra instalado con su carga final de operación.

Continuando con la estimación de estados del motor, el flujo magnético de rotor se determinó empleando nuevamente el filtro de Kalman extendido. Además de obtener estimaciones de corriente y de flujo magnético con bajo nivel de ruido, se calculó en tiempo real la velocidad angular eléctrica y la resistencia de estator. Con la estimación de velocidad angular se evita el uso de sensores adicionales como encoders y tacómetros, que implican un mayor costo tanto inicial como de mantenimiento.

La implementación del control por orientación de campo se basa en el control independiente de las corrientes de flujo y de torque. Para diseñar los controladores PI de ambos lazos, se utilizó un modelo linealizado del motor alrededor de puntos de equilibrio. De esta manera es muy sencillo obtener funciones de transferencia con las cuales se pueden sintonizar las ganancias de los controladores y determinar la ubicación de los polos en lazo cerrado.

Finalmente se probó un algoritmo para ajustar la corriente de flujo magnético con el fin de incrementar la eficiencia energética. Los resultados mostraron una mejoría en la eficiencia, en comparación con la implementación tradicional del control por orientación de campo, ante condiciones cambiantes en la carga y en la velocidad de operación del motor. El incremento en la eficiencia se obtuvo con un ligero costo en la velocidad de respuesta de control, de acuerdo con los resultados de la RECM.

5.1. Trabajo futuro

Existen otras técnicas de control vectorial para los motores de inducción. En particular resultaría interesante evaluar la velocidad de respuesta y la eficiencia energética en comparación con otros esquemas de control como Máximo Torque por Ampere (MTPA) y Control Directo de Torque (DTC).

Por otra parte, la sintonización de los controladores PI se realizó a través de un proceso fuera de línea, en el cual, partiendo del modelo matemático del motor, se determinaron las ganancias k_p y k_i . Un aspecto muy relevante a considerar, dada la prevalencia del aprendizaje automatizado (ML), sería el poder sintonizar los controla-

dores en línea, sin depender tan fuertemente del conocimiento a priori del modelo del motor.

Referencias

- [1] Induction Motor Market - Forecast(2021 - 2026), Jan 2021.
<https://www.industryarc.com/Report/15417/induction-motor-market.html>.
- [2] Induction Motor Market - Growth, Trends, Forecast (2020 - 2025), Jan 2021.
<https://www.mordorintelligence.com/industry-reports/induction-motor-market>.
- [3] A. A. Abdelhafez, M. A. Aldalbehi, N. F. Aldalbehi, R. Fawaz, Alotaibi, N. A. Alotaibi, and R. S. Alotaibi. Comparative study for machine candidates for high speed traction applications. 2017.
- [4] E. Agamloh, A. von Jouanne, and A. Yokochi. An Overview of Electric Machine Trends in Modern Electric Vehicles. *Machines*, 8(2):20, Apr 2020.
- [5] A. Ammar, A. Bourek, and A. Benakcha. Efficiency optimization for sensorless induction motor controlled by mras based hybrid foc-dtc strategy. In *2017 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD)*, pages 152–157, 2017.
- [6] A. Ammar, A. Kheldoun, B. Metidji, T. Ameid, and Y. Azzoug. Feedback linearization based sensorless direct torque control using stator flux MRAS-sliding mode observer for induction motor drive. *ISA Trans.*, 98:382–392, Mar 2020.
- [7] M. Begh and H.-G. Herzog. Comparison of Field Oriented Control and Direct Torque Control. *ResearchGate*, Mar 2018.
- [8] S. Chapman. *Máquinas Eléctricas*. McGraw-Hill, 3 edition, 2000.

- [9] T. R. Chelliah, J. G. Yadav, S. P. Srivastava, and P. Agarwal. Optimal energy control of induction motor by hybridization of loss model controller based on particle swarm optimization and search controller. In *2009 World Congress on Nature Biologically Inspired Computing (NaBIC)*, pages 1178–1183, 2009.
- [10] F. Chen and M. W. Dunnigan. Comparative study of a sliding-mode observer and kalman filters for full state estimation in an induction machine. *IEEE Proceedings - Electric Power Applications*, 149(1):53–64, 2002.
- [11] Contributors to Wikimedia projects. Squirrel-cage rotor - Wikipedia, Oct 2020. [Online; accessed 13. Jan. 2021].
- [12] R. De Doncker, D. W. J. Pulle, and A. Veltman. *Advanced Electrical Drives: Analysis, Modeling, Control (Power Systems)*. Springer, Berlin, Germany, Nov 2010.
- [13] R. Dive. Electric Vehicle Traction Motor Market Growth & Future Opportunities, 2026 – Research Dive. *GlobeNewswire News Room*, May 2020. <https://www.globenewswire.com/news-release/2020/05/21/2036959/0/en/Electric-Vehicle-Traction-Motor-Market-Growth-Future-Opportunities-2026-Research-Dive.html>.
- [14] P. Donolo, M. Pezzani, G. Bossio, E. C. Quispe, D. Valencia, and V. Sousa. Impact of voltage waveform on the losses and performance of energy efficiency induction motors. In *2018 IEEE ANDESCON*, pages 1–4, 2018.
- [15] Y. Feng, M. Zhou, and F. Han. Terminal sliding-mode observer for rotor flux estimation of induction motors. In *2017 12th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, pages 803–806, 2017.
- [16] S. Filizadeh. *Electric Machines and Drives: Principles, Control, Modeling, and Simulation*. CRC Press, Boca Raton, FL, USA, Feb 2013.

- [17] Fitzgerald. *Electric Machinery*. MC GRAW HILL INDIA, 2003.
- [18] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James. *Electric machinery*, volume 5. McGraw-Hill New York, 2003.
- [19] R. Gabriel, W. Leonhard, and C. J. Nordby. Field-Oriented Control of a Standard AC Motor Using Microprocessors. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, IA-16(2):186–192, Mar 1980.
- [20] S. Gao. Stator flux linkage observer based on rbf neural network for im. In *2010 Third International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems*, pages 152–155, 2010.
- [21] M. Habibullah and D. D. Lu. A speed-sensorless fs-ptc of induction motors using extended kalman filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(11):6765–6778, 2015.
- [22] M. Hinkkanen and J. Luomi. Modified integrator for voltage model flux estimation of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(4):818–820, 2003.
- [23] H. M. Kojabadi, L. Chang, and R. Doraiswami. A mras-based adaptive pseudoreduced-order flux observer for sensorless induction motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 20(4):930–938, 2005.
- [24] R. Krishnan. *Electric Motor Drives: Modeling Analysis: Modeling, Analysis, and Control*. PEARSON INDIA, India, Jan 2015.
- [25] H. Li and K. W. Klontz. An investigation of current harmonic influence on induction motor in hybrid electric vehicle application. In *2017 IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, pages 1–6, 2017.
- [26] S. Misal, Swetha T, M. Wandalkar, and Chang Yan Tai. Comparative analysis of 2-level and multi-level inverter fed coupled im drives based on V/f and dtc

- techniques. In *2015 6th International Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, pages 1–8, 2015.
- [27] O. E. Mohammed Youssef. A new open-loop volts/hertz control method for induction motors. In *2018 Twentieth International Middle East Power Systems Conference (MEPCON)*, pages 266–270, 2018.
- [28] K. Ogata. *Modern Control Engineering: Fifth Edition (English Edition)*.
- [29] S. V. B. S. Reddy, B. Kumar, and D. Swaroop. Investigations on training algorithms for neural networks based flux estimator used in speed estimation of induction motor. In *2019 6th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*, pages 1090–1094. IEEE, 2019.
- [30] B. Saracoglu, M. Kale, and E. Ozdemir. A novel technique for optimal efficiency control of induction motor fed by pwm igt ac chopper. In *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, volume 5, pages 3353–3358 Vol.5, 2004.
- [31] E. S. Sergaki. Electric motor efficiency optimization as applied to electric vehicles. In *International Symposium on Power Electronics Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, pages 369–373, 2012.
- [32] A. N. Smith, S. M. Gadoue, and J. W. Finch. Improved rotor flux estimation at low speeds for torque mras-based sensorless induction motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 31(1):270–282, 2015.
- [33] A. K. Tangirala. *Principles of System Identification: Theory and Practice*. CRC Press, Boca Raton, FL, USA, Dec 2014.
- [34] A. Valade, P. Acco, P. Grabolosa, and J.-Y. Fourniols. A study about kalman filters applied to embedded sensors. *Sensors*, 17(12):2810, 2017.

- [35] A. Venkadesan, S. Himavathi, K. Sedhuraman, and A. Muthuramalingam. Design and field programmable gate array implementation of cascade neural network based flux estimator for speed estimation in induction motor drives. *IET Electric Power Applications*, 11(1):121–131, 2017.
- [36] M. Verhaegen and V. Verdult. *Filtering and System Identification: A Least Squares Approach*. Cambridge University Press, Cambridge, England, UK, Apr 2007.
- [37] Z. Yang, F. Shang, I. P. Brown, and M. Krishnamurthy. Comparative Study of Interior Permanent Magnet, Induction, and Switched Reluctance Motor Drives for EV and HEV Applications. *IEEE Trans. Transp. Electrification*, 1(3):245–254, Aug 2015.
- [38] M. Yano, S. Abe, and E. Ohno. History of power electronics for motor drives in japan. 2004.
- [39] M. S. Zaky, M. K. Metwaly, H. Z. Azazi, and S. A. Deraz. A new adaptive smc for speed estimation of sensorless induction motor drives at zero and very low frequencies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(9):6901–6911, 2018.
- [40] B. Zarei and S. A. Davari. Direct estimation of stator flux by a mras observer in sensorless application. In *2017 8th Power Electronics, Drive Systems Technologies Conference (PEDSTC)*, pages 149–153, 2017.
- [41] Z. Zhang, Y. Liu, and A. M. Bazzi. An improved high-performance open-loop V/f control method for induction machines. In *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pages 615–619, 2017.
- [42] F. Zidani, M. S. Nait Said, D. Diallo, and M. E. H. Benbouzid. Fuzzy optimal volts/hertz control method for an induction motor. In *IEMDC 2001. IEEE International Electric Machines and Drives Conference (Cat. No.01EX485)*, pages 377–381, 2001.

Apéndice

Artículo publicado

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Identificación de Parámetros de un Motor de Inducción usando Mínimos Cuadrados con Filtro Pasa Bajas

David Santoyo-López*, Miguel Martínez-Prado, Juvenal Rodríguez-Reséndiz
División de Investigación y Posgrado, Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma de Querétaro
Querétaro, México
Email: *dsantoyo09@alumnos.uaq.mx

Abstract—This work employs the linear least squares optimization to identify the electrical parameters of a squirrel cage induction motor. The peculiarity of the proposed method consists in the addition of a digital low-pass filter in the parameter estimation equation, and the application of a linear model for the induction motor at standstill. Experimental results and comparisons made with respect to traditional identification procedures show the validity of the method, even when faced with high levels of measurement noise.

Index Terms—Induction motor, parameter identification, linear least squares, digital filter.

Resumen—En este trabajo se emplea la optimización por mínimos cuadrados lineales para identificar los parámetros eléctricos de un motor de inducción de jaula de ardilla. La particularidad del método propuesto consiste en la adición de un filtro pasa bajas digital en la ecuación de estimación de parámetros, y en la utilización de un modelo lineal para el motor de inducción cuando la velocidad de rotor es cero. Los resultados experimentales y las comparaciones realizadas con los procedimientos de identificación tradicionales muestran el funcionamiento del método, incluso en presencia de altos niveles de ruido en las mediciones.

Palabras clave—Motor de inducción, identificación de parámetros, mínimos cuadrados lineales, filtro digital.

NOMENCLATURA

$v_{\alpha s}, v_{\beta s}$	Voltajes α y β de estator.
$v_{\alpha r}, v_{\beta r}$	Voltajes α y β de rotor.
$i_{\alpha s}, i_{\beta s}$	Corrientes α y β de estator.
$i_{\alpha r}, i_{\beta r}$	Corrientes α y β de rotor.
R_s	Resistencia de estator.
R_r	Resistencia de rotor.
L_s	Inductancia de estator.
L_r	Inductancia de rotor.
L_m	Inductancia mutua.
ω_e	Velocidad angular eléctrica.
ω_m	Velocidad angular del rotor.
p	Operador derivada.

Este trabajo fue parcialmente financiado por la Universidad Autónoma de Querétaro y por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México.

I. INTRODUCCIÓN

Los motores de inducción se han utilizado de manera extensiva en la industria desde inicios del siglo XX. Esto se debe a su construcción simple y robusta, su capacidad de operar en prácticamente cualquier entorno, y su bajo costo de mantenimiento.

Gracias al desarrollo del control vectorial, se ha mejorado considerablemente la respuesta dinámica de los motores de inducción en comparación con los métodos de control escalar. Sin embargo, la correcta implementación del control vectorial depende en gran medida de la exactitud con que se conocen los parámetros eléctricos del motor. Es por esto que se ha dedicado un gran esfuerzo de investigación a desarrollar métodos cada vez más sofisticados para la identificación de dichos parámetros eléctricos, tanto sistemas fuera de línea [1], [2], [3], [4], como en línea [5], [6], [7]. Algunos métodos que se han propuesto recientemente están basados en técnicas estocásticas de optimización, como algoritmos de optimización por enjambre de partículas [8], [9], o algoritmos genéticos [10], [11], [12]. Sin embargo, dada la naturaleza no lineal de los métodos y modelos propuestos, su implementación puede resultar compleja y computacionalmente costosa.

Este trabajo propone un método de identificación lineal que es fácil de implementar y presenta buena robustez ante el ruido en las mediciones. Partiendo del modelo dinámico del motor de inducción en un marco de referencia fijo al estator, se formula un modelo lineal en tiempo discreto. Los datos de salida se generan mediante la aplicación de una secuencia binaria aleatoria (BRS) como entrada, alimentando las fases del motor de modo que se produzca cero torque electromagnético. Es conveniente utilizar como entrada una BRS, pues los pulsos de baja frecuencia brindan información sobre la ganancia del sistema, mientras que aquellos de alta frecuencia proporcionan información sobre la respuesta transitoria [13]. A diferencia de algunos trabajos relacionados como [14], la velocidad del rotor se mantiene constantemente en cero. Además, en lugar de utilizar descenso de gradiente para el proceso de optimización, se hace uso de la ecuación normal. Por otro lado, la restricción de velocidad de rotor cero implica que el método propuesto

no puede ser utilizado durante la operación normal del motor.

La idea de alimentar el motor con una señal que genere cero torque se puede encontrar en [15] y [16]. En contraste con estos dos trabajos, se utiliza el modelo dinámico del motor en tiempo discreto, y se necesita un único filtro digital. Además, a diferencia de [15], sólo se requiere realizar una prueba de identificación para determinar los parámetros del motor.

De manera similar a los llamados parámetros K [14], [16], [17], las variables estimadas permiten obtener los parámetros eléctricos necesarios para implementar el FOC utilizando el flujo de estator (R_s, T_r, L_s, σ).

El trabajo se organiza de la siguiente manera. La Sección II plantea el modelo dinámico del motor de inducción bajo la condición de cero velocidad angular eléctrica, así como su equivalente en tiempo discreto. La Sección III desarrolla el método propuesto con la adición del filtro digital pasa bajas. En la Sección IV se detalla el entorno de pruebas experimentales, se visualiza el ajuste del modelo estimado a las mediciones realizadas, y se comparan los parámetros obtenidos con la identificación por medio de pruebas tradicionales de rotor bloqueado y rotor sin carga. Finalmente se presentan las conclusiones en la Sección V.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

La identificación se lleva a cabo sobre un modelo lineal para el motor de inducción de jaula de ardilla; dicho modelo lineal se consigue cuando la velocidad del rotor es cero. El motor de inducción de jaula de ardilla se puede modelar en un sistema de dos fases en un marco de referencia fijo al estator de acuerdo a

$$\begin{aligned} v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + L_s p i_{\alpha s} + L_m p i_{\alpha r} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s p i_{\beta s} + L_m p i_{\beta r} \\ v_{\alpha r} &= R_r i_{\alpha r} + L_r p i_{\alpha r} + L_m p i_{\alpha s} + L_m \omega_e i_{\beta s} + L_r \omega_e i_{\beta r} \\ v_{\beta r} &= R_r i_{\beta r} + L_r p i_{\beta r} + L_m p i_{\beta s} - L_m \omega_e i_{\alpha s} - L_r \omega_e i_{\alpha r} \end{aligned} \quad (1)$$

Si se considera $\omega_e = 0$, y sustituyendo los voltajes de rotor por cero, las ecuaciones del modelo se simplifican a

$$\begin{aligned} v_{\alpha s} &= R_s i_{\alpha s} + L_s p i_{\alpha s} + L_m p i_{\alpha r} \\ v_{\beta s} &= R_s i_{\beta s} + L_s p i_{\beta s} + L_m p i_{\beta r} \\ 0 &= R_r i_{\alpha r} + L_r p i_{\alpha r} + L_m p i_{\alpha s} \\ 0 &= R_r i_{\beta r} + L_r p i_{\beta r} + L_m p i_{\beta s} \end{aligned} \quad (2)$$

Aplicando la transformada de Laplace a (2) se tiene

$$\begin{aligned} V_{\alpha s}(s) &= R_s I_{\alpha s}(s) + s L_s I_{\alpha s}(s) + s L_m I_{\alpha r}(s) \\ V_{\beta s}(s) &= R_s I_{\beta s}(s) + s L_s I_{\beta s}(s) + s L_m I_{\beta r}(s) \\ 0 &= R_r I_{\alpha r}(s) + s L_r I_{\alpha r}(s) + s L_m I_{\alpha s}(s) \\ 0 &= R_r I_{\beta r}(s) + s L_r I_{\beta r}(s) + s L_m I_{\beta s}(s) \end{aligned} \quad (3)$$

De las ecuaciones del rotor, $I_{\alpha r}(s)$ e $I_{\beta r}(s)$ se despejan como

$$\begin{aligned} I_{\alpha r}(s) &= -\frac{s L_m I_{\alpha s}(s)}{R_r + s L_r} \\ I_{\beta r}(s) &= -\frac{s L_m I_{\beta s}(s)}{R_r + s L_r} \end{aligned} \quad (4)$$

Sustituyendo las corrientes de rotor (4) en las ecuaciones de estator en (3) se obtiene

$$\begin{aligned} V_{\alpha s}(s) &= R_s I_{\alpha s}(s) + s L_s I_{\alpha s}(s) - s^2 \frac{L_m^2 I_{\alpha s}(s)}{R_r + s L_r} \\ V_{\beta s}(s) &= R_s I_{\beta s}(s) + s L_s I_{\beta s}(s) - s^2 \frac{L_m^2 I_{\beta s}(s)}{R_r + s L_r} \end{aligned} \quad (5)$$

Obteniendo la función de transferencia que relaciona la corriente y el voltaje de cada fase del estator, se tiene

$$\begin{aligned} \frac{I_{\alpha s}(s)}{V_{\alpha s}(s)} &= \frac{\frac{L_r}{\gamma} s + \frac{R_r}{\gamma}}{s^2 + \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\gamma} s + \frac{R_s R_r}{\gamma}} \\ \frac{I_{\beta s}(s)}{V_{\beta s}(s)} &= \frac{\frac{L_r}{\gamma} s + \frac{R_r}{\gamma}}{s^2 + \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\gamma} s + \frac{R_s R_r}{\gamma}} \end{aligned} \quad (6)$$

donde $\gamma = L_s L_r - L_m^2$.

Dado que ambas funciones de transferencia en (6) relacionan los mismos parámetros de manera idéntica, se puede trabajar ya sea con la fase α o β de manera indistinta. Entonces, la función de transferencia por fase es

$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (7)$$

Ahora se busca encontrar la equivalencia del modelo continuo a un modelo discreto. Aplicando el método del retenedor de orden cero, se obtiene un modelo discreto de $G(s)$ (7) como

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (8)$$

Al expandir $\frac{G(s)}{s}$ en fracciones parciales se tiene

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-p_1} + \frac{C}{s-p_2} \quad (9)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= \frac{b_1}{p_1 p_2} \\ B &= \frac{b_0 p_1 + b_1}{p_1^2 - p_1 p_2} \\ C &= \frac{b_0 p_2 + b_1}{p_2^2 - p_1 p_2} \end{aligned}$$

p_1, p_2 son las raíces de $s^2 + a_1 s + a_2$

La transformada \mathcal{Z} de la expansión en (9) es

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = \frac{Az}{z-1} + \frac{Bz}{z-e^{p_1 T_s}} + \frac{Cz}{z-e^{p_2 T_s}} \quad (10)$$

donde T_s es el período de muestreo.

Finalmente, la función de transferencia en tiempo discreto de (7) es

$$G(z) = \frac{I(z)}{V(z)} = \frac{b_{z0}z + b_{z1}}{z^2 + a_{z1}z + a_{z2}} \quad (11)$$

donde

$$\begin{aligned} b_{z0} &= -[A(e^{p_1 T_s} + e^{p_2 T_s}) + B(e^{p_2 T_s} + 1) + C(e^{p_1 T_s} + 1)] \\ b_{z1} &= Ae^{(p_1 + p_2)T_s} + Be^{p_2 T_s} + Ce^{p_1 T_s} \\ a_{z1} &= -(e^{p_1 T_s} + e^{p_2 T_s}) \\ a_{z2} &= e^{(p_1 + p_2)T_s} \end{aligned}$$

Para volver al modelo continuo partiendo del modelo discreto primero se obtienen las raíces del denominador de (11) como

$$r_{1,2} = \frac{-a_{z1} \pm \sqrt{a_{z1}^2 - 4a_{z2}}}{2} \quad (12)$$

En seguida, $p_{1,2}$ se obtienen de acuerdo a

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\ln(r_1)}{T_s} \\ p_2 &= \frac{\ln(r_2)}{T_s} \end{aligned}$$

Los coeficientes continuos a_1 y a_2 se obtienen directamente del producto $(s - p_1)(s - p_2)$.

Para encontrar los coeficientes continuos del numerador, A y B se calculan como

$$A = \frac{b_{z0} + b_{z1}}{(1 - r_1)(1 - r_2)} \quad (13)$$

$$B = \frac{b_{z0}r_1 + b_{z1}}{(r_1 - 1)(r_1 - r_2)} \quad (14)$$

Con A y B , b_1 y b_0 son

$$\begin{aligned} b_1 &= Ap_1 p_2 \\ b_0 &= [B(p_1^2 - p_1 p_2) - b_1] / p_1 \end{aligned}$$

Una vez que se determinan los coeficientes del modelo continuo, se obtienen los parámetros eléctricos del motor. Si no se tiene información previa sobre el motor, se pueden obtener los siguientes parámetros a partir de los coeficientes estimados

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{a_2}{b_1} \\ T_r &= \frac{b_0}{b_1} \\ L_s &= R_s \left(\frac{a_1}{a_2} - T_r \right) \\ \sigma &= \frac{\frac{R_s}{L_s} + T_r}{a_1} \end{aligned}$$

donde $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ y $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$.

Si por otro lado se conoce el tipo de motor con el que se trabaja, se puede hacer uso de las relaciones que existen entre las inductancias de estator y rotor para determinar directamente todos los parámetros eléctricos. Por ejemplo, para un motor NEMA A [18] se tiene

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{a_2}{b_1} \\ R_r &= \frac{a_1}{b_0} - R_s \\ L_s &= L_r = \frac{b_0}{b_1} R_r \\ L_m &= \sqrt{L_s^2 - \frac{L_s}{b_0}} \end{aligned}$$

III. PROPUESTA

El método propuesto para la identificación de parámetros consiste en la conexión en serie de la función de transferencia $G(z)$ (11), con la función de transferencia de un filtro digital pasa bajas $F(z)$, como se muestra en la Fig. 1.

El filtro pasa bajas utilizado es de tipo Butterworth, el cual se puede escribir como

$$F(z) = \frac{f_0 + f_1 z^{-1} + \dots + f_n z^{-n}}{1 + g_1 z^{-1} + \dots + g_n z^{-n}} \quad (15)$$

Conectando en cascada $G(z)$ (11) con el filtro pasa bajas $F(z)$ (15) se tiene

$$H(z) = G(z)F(z) = \frac{h_0 + h_1}{h_2 + h_3 + h_4} \quad (16)$$

donde

$$\begin{aligned} h_0 &= b_{z0}(f_0 z^{-1} + f_1 z^{-2} + \dots + f_n z^{-n-1}) \\ h_1 &= b_{z1}(f_0 z^{-2} + f_1 z^{-3} + \dots + f_n z^{-n-2}) \\ h_2 &= 1 + g_1 z^{-1} + \dots + g_n z^{-n} \\ h_3 &= a_{z1}(z^{-1} + g_1 z^{-2} + \dots + g_n z^{-n-1}) \\ h_4 &= a_{z2}(z^{-2} + g_1 z^{-3} + \dots + g_n z^{-n-2}) \end{aligned}$$

Utilizando la propiedad de corrimiento de la transformada \mathcal{Z} , la salida filtrada se encuentra como

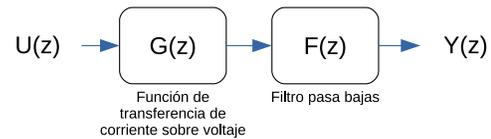


Figura 1. Diagrama de bloques de las funciones de transferencia para el motor y el filtro pasa bajas.

$$\begin{aligned}
y(k) = & b_{z0}[f_0u(k-1) + f_1u(k-2) + \dots + f_nu(k-n-1)] \\
& + b_{z1}[f_0u(k-2) + f_1u(k-3) + \dots + f_nu(k-n-2)] \\
& - [g_1y(k-1) + \dots + g_ny(k-n)] \\
& - a_{z1}[y(k-1) + g_1y(k-2) + \dots + g_ny(k-n-1)] \\
& - a_{z2}[y(k-2) + g_1y(k-3) + \dots + g_ny(k-n-2)]
\end{aligned} \quad (17)$$

La ecuación (17) se puede escribir como

$$y(k) = v(k)^T \theta - l(k) + \epsilon(k) \quad (18)$$

donde

$$v(k) = \begin{bmatrix} f_0u(k-1) + f_1u(k-2) + \dots + f_nu(k-n-1) \\ f_0u(k-2) + f_1u(k-3) + \dots + f_nu(k-n-2) \\ -[y(k-1) + g_1y(k-2) + \dots + g_ny(k-n-1)] \\ -[y(k-2) + g_1y(k-3) + \dots + g_ny(k-n-2)] \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} b_{z0} \\ b_{z1} \\ a_{z1} \\ a_{z2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$l(k) = y(k-1) + g_1y(k-2) + \dots + g_ny(k-n) \quad (21)$$

y $\epsilon(k)$ corresponde al residuo para el instante k .

Para el conjunto de $k+1$ muestras se tiene

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(k)^T \\ v(k-1)^T \\ \vdots \\ v(0)^T \end{bmatrix} \theta - \begin{bmatrix} l(k) \\ l(k-1) \\ \vdots \\ l(0) \end{bmatrix} + \mathcal{E} \quad (22)$$

o de manera equivalente

$$Y = V\theta - L + \mathcal{E} \quad (23)$$

La función costo a minimizar J se define como

$$J = \mathcal{E}^T \mathcal{E} \quad (24)$$

Derivando parcialmente J con respecto a θ e igualando a cero, se encuentra un estimado para el vector de parámetros (20) como

$$\hat{\theta} = [V^T V]^{-1} [V^T Y + V^T L] \quad (25)$$

IV. PRUEBAS Y RESULTADOS

El entorno de pruebas consiste en el motor de inducción, una fuente de corriente directa, un inversor trifásico de dos niveles, una tarjeta de desarrollo TI EK-TM4C123GXL, y una computadora personal. Se utilizó un motor de inducción trifásico (NEMA A) de $\frac{1}{2}$ HP de cuatro polos de jaula de ardilla. Las corrientes del estator son muestreadas y enviadas por medio de comunicación serial a la PC para posteriormente llevar a cabo el algoritmo de identificación. Para referir las tres fases del motor a un sistema de dos fases se utiliza la transformación de Clarke de potencia invariante. Los componentes de la plataforma experimental se muestran en la Fig. 2.

La generación de los voltajes de entrada se lleva a cabo en un sistema de dos fases. Manteniendo siempre una de las fases en voltaje cero, se consigue que el torque inducido en el rotor sea siempre cero. Esto es clave para evitar la rotación de la flecha, y en consecuencia que el modelo con el que se trabaja sea lineal en sus parámetros. Dado que el motor es de tres fases, se utiliza la transformación inversa de Clarke para recuperar los valores de voltaje que se deben aplicar a las respectivas fases por medio del inversor trifásico. Las señales de voltaje para la identificación se muestran en la Fig. 3.

El procedimiento de identificación consiste en excitar la fase *alpha* con una señal tipo BRS, mientras que la fase *beta* se mantiene a un voltaje constante cero. Al alimentar de esta manera el motor, se consigue que el torque producido sea cero en todo momento. Los datos muestreados de salida son procesados por el filtro pasa bajas; estos datos forman el vector Y de (23) y (25). Con los datos de entrada U y la salida filtrada

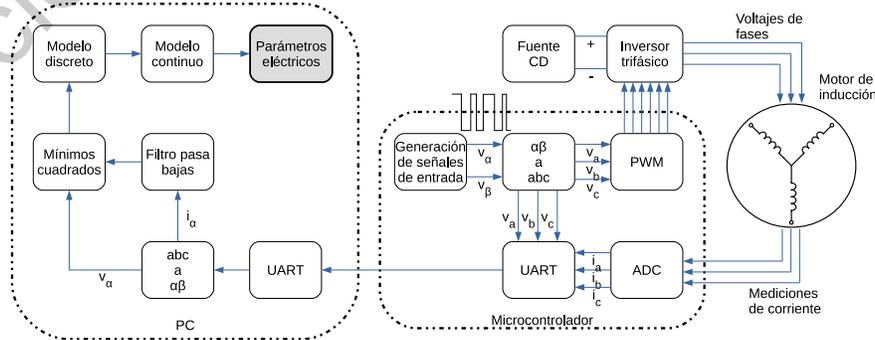
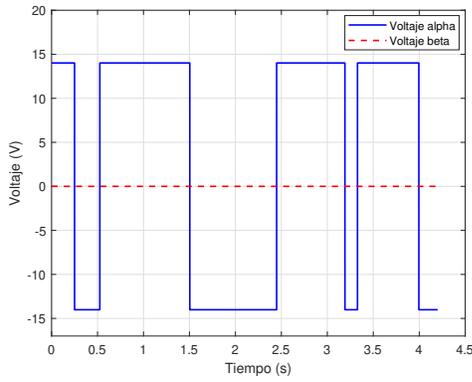
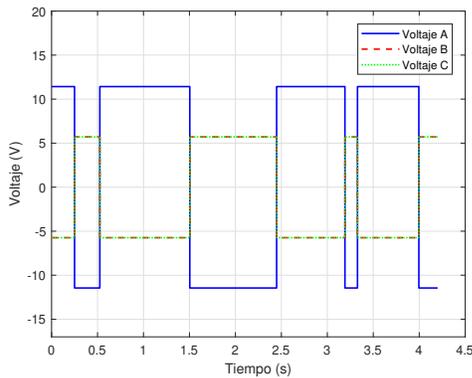


Figura 2. Diagrama de componentes para el proceso de identificación.



(a)



(b)

Figura 3. Señales de voltaje para la identificación en: (a) un sistema de dos fases; (b) un sistema de tres fases.

Y se forman la matriz V y el vector L de acuerdo a (19), (21), y (22). Posteriormente se encuentra el estimado para el vector de parámetros $\hat{\theta}$ sustituyendo la matriz V y los vectores L , Y en (25). El modelo estimado en tiempo discreto se convierte a tiempo continuo, y en seguida se recuperan los parámetros de resistencia e inductancia como se describe en la Sección II. La Fig. 4 muestra un ejemplo de un experimento de identificación. Se muestra el resultado de estimación obtenido mediante la utilización del método propuesto, y se compara con la aplicación del método ordinario de mínimos cuadrados sin filtro. Además de presentar un ajuste pobre a la corriente medida, la estimación por el método ordinario de mínimos cuadrados sin filtro resulta en parámetros eléctricos que guardan muy poca o nula similitud (valores negativos, complejos) con los valores considerados como reales, obtenidos por pruebas de rotor bloqueado y sin carga.

A medida que se incrementa el orden del filtro, el ajuste del modelo estimado mejora, hasta un cierto límite. En la experimentación se encontró que un orden más allá de 20 se traduce en mejoras poco notables sobre el error cuadrático medio (MSE) entre la salida estimada y las mediciones realizadas. De igual manera, evaluando el MSE de varios experimentos de identificación, se determinó el período de muestreo como un centésimo del tiempo de subida del motor.

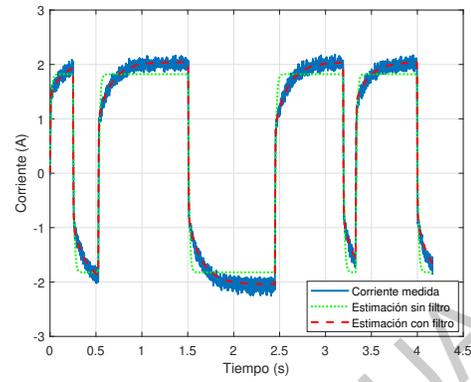


Figura 4. Experimento de identificación.

TABLA I
PARÁMETROS ELÉCTRICOS OBTENIDOS CON PRUEBAS DE ROTOR BLOQUEADO Y SIN CARGA, Y CON EL MÉTODO PROPUESTO

Parámetros eléctricos	Pruebas de rotor bloqueado y sin carga	Mínimos cuadrados con filtro	Error
R_s (Ω)	6.8686	6.8580	0.15 %
R_r (Ω)	2.9711	3.0123	1.39 %
L_s (H)	0.3174	0.3180	0.19 %
L_r (H)	0.3174	0.3180	0.19 %
L_m (H)	0.2938	0.3006	2.31 %

El entorno físico de pruebas se muestra en la Fig. 5. Los parámetros estimados con el método propuesto y el error con respecto a las pruebas de identificación tradicionales se muestran en la Tabla I.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un método sencillo para la identificación de los parámetros eléctricos de un motor de inducción de jaula de ardilla. El algoritmo utilizado se basa en un modelo lineal para el motor de inducción que se consigue cuando la velocidad angular eléctrica es cero. La adición del filtro pasa bajas digital al método de mínimos



Figura 5. Entorno de pruebas.

cuadrados permite trabajar con datos que presentan una gran cantidad de ruido; en contraste, la optimización por mínimos cuadrados sin filtrado resulta en un modelo estimado que presenta un ajuste muy pobre con respecto a las mediciones. La comparación con los parámetros obtenidos por medio de las pruebas tradicionales de rotor bloqueado y rotor sin carga comprueban el funcionamiento del método.

[18] S. Umans, *Fitzgerald & Kingsley's Electric Machinery*. McGraw-Hill Education, Jan 2013.

REFERENCIAS

- [1] F. Alonge, F. D'Ippolito, G. Ferrante, and F. M. Raimondi, "Parameter identification of induction motor model using genetic algorithms," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 145, no. 6, pp. 587–593, Nov 1998.
- [2] Y.-S. Kwon, J.-H. Lee, S.-H. Moon, B.-K. Kwon, C.-H. Choi, and J.-K. Seok, "Standstill Parameter Identification of Vector-Controlled Induction Motors Using the Frequency Characteristics of Rotor Bars," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 45, no. 5, pp. 1610–1618, Jul 2009.
- [3] S. R. P. Reddy and U. Loganathan, "Offline Recursive Identification of Electrical Parameters of VSI-Fed Induction Motor Drives," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 35, no. 10, pp. 10711–10719, Mar 2020.
- [4] D. M. Reed, H. F. Hofmann, and J. Sun, "Offline Identification of Induction Machine Parameters With Core Loss Estimation Using the Stator Current Locus," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 31, no. 4, pp. 1549–1558, Dec 2016. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7547922>
- [5] I.-J. Ha and S.-H. Lee, "An online identification method for both stator- and rotor resistances of induction motors without rotational transducers," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 47, no. 4, pp. 842–853, Aug 2000.
- [6] M.-H. Shin and D.-S. Hyun, "Online Identification of Stator Transient Inductance in Rotor-Flux-Oriented Induction Motor Drive," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 4, pp. 2018–2023, Jul 2007.
- [7] K. Wang, J. Chiasson, M. Bodson, and L. M. Tolbert, "A nonlinear least-squares approach for identification of the induction motor parameters," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 50, no. 10, pp. 1622–1628, Oct 2005.
- [8] D. Bhowmick, M. Manna, and S. K. Chowdhury, "Online estimation and analysis of equivalent circuit parameters of three phase induction motor using particle swarm optimization," in *2016 IEEE 7th Power India International Conference (PIICON)*, 2016, pp. 1–5.
- [9] A. Y. Alanis, N. Arana-Daniel, C. Lopez-Franco, M. A. Perez-Cisneros, and E. N. Sanchez, "Pso for parametric identification of rotatory induction motors using experimental data with unknown time-delays," in *2017 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence (LA-CCI)*, 2017, pp. 1–6.
- [10] F. Halak, T. Benšić, and M. Barukčić, "Induction motor variable inductance parameter identification," in *2017 International Conference on Smart Systems and Technologies (SST)*, 2017, pp. 315–320.
- [11] A. Accetta, F. Alonge, M. Cirrincione, F. D'Ippolito, M. Pucci, and A. Sferlazza, "Ga-based off-line parameter estimation of the induction motor model including magnetic saturation and iron losses," in *2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, 2017, pp. 2420–2426.
- [12] K. Rutczyńska-Wdowjak, "Replacement strategies of genetic algorithm in parametric identification of induction motor," in *2017 22nd International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 2017, pp. 971–975.
- [13] A. K. Tangirala, *Principles of System Identification: Theory and Practice*. CRC Press, Dec 2014.
- [14] M. Cirrincione, M. Pucci, G. Cirrincione, and G.-A. Capolino, "A new experimental application of least-squares techniques for the estimation of the induction motor parameters," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, no. 5, pp. 1247–1256, Sep 2003.
- [15] C. B. Jacobina, J. E. C. Filho, and A. M. N. Lima, "Estimating the Parameters of Induction Machines at Standstill," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 22, no. 2, p. 57, Feb 2002.
- [16] Y. He, Y. Feng, and Y. Wang, "Estimating the electrical parameters of induction motors at standstill using rls method," in *The 2nd International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems*, 2010, pp. 358–363.
- [17] F. Alonge, F. D'Ippolito, S. La Barbera, and F. M. Raimondi, *Parameter identification of a mathematical model of induction motors via least squares techniques*. IEEE, Sep 1998, vol. 1.

Constancias

IEEE ARGENCON 2020

CERTIFICATE OF PRESENTATION

This is to certify that

David Santoyo

has presented the paper entitled

Identificación de Parámetros de un Motor de Inducción usando Mínimos Cuadrados con Filtro Pasa Bajas

authored by

Santoyo, David

at the 2020 IEEE Biennial Congress of Argentina, held during 1-4 December 2020, in virtual mode.




Carlos A. Pérez
IEEE ARGENCON 2020
General Chair


Daniela López de Luise
IEEE ARGENCON 2020
Technical Program Committee
Vice Chair



Committee of the IEEE 2020 Biennial Congress of Argentina, IEEE ARGENCON 2020 (Conference number 49523)



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA



CONCURSO NACIONAL DE ROBÓTICA
ROBOUAQ
2019

Se otorga el presente
CONSTANCIA al equipo:

AUTOBOT

Por haber obtenido el
1^{er} LUGAR en el

Concurso Nacional de Robótica
ROBOUAQ 2019
Categoría Balancín

17de mayo de 2019

Facultad de Ingeniería
"EL INGENIO PARA CREAR, NO PARA DESTRUIR"

Dr. Manuel Toledano Ayala
PRINCIPAL
ENGINEERING FACULTY

Dr. Gonzalo Macías Bobadilla
GENERAL COORDINATOR CONIIN
ENGINEERING FACULTY

Dr. Edgar Rivas Araiza
GENERAL COORDINATOR ROBOUAQ
ENGINEERING FACULTY

