



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

“Diseño de un instrumento para explorar las posibilidades de resolución de alumnos de tercero de preescolar al enfrentar problemas que implican el establecimiento de equivalencias entre monedas”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
**Maestra en Aprendizaje de la Lengua y las
Matemáticas**

PRESENTA

Mayra Selene Cruz Gallardo

DIRIGIDO POR

Dra. Diana Violeta Solares Pineda

SANTIAGO DE QUERÉTARO, QUERÉTARO, 2021



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Psicología
Maestría en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

“DISEÑO DE UN INSTRUMENTO PARA EXPLORAR LAS POSIBILIDADES DE RESOLUCIÓN DE ALUMNOS DE TERCERO DE PREESCOLAR AL ENFRENTAR PROBLEMAS QUE IMPLICAN EL ESTABLECIMIENTO DE EQUIVALENCIAS ENTRE MONEDAS”

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Maestra en Aprendizaje de la Lengua y las Matemáticas

Presenta:

Mayra Selene Cruz Gallardo

Dirigido por:

Dra. Diana Violeta Solares Pineda

Dra. Diana Violeta Solares Pineda

Presidente

Firma

Dra. Erika García Torres

Secretario

Firma

Mtra. Lijia Beatriz Ramírez Moquel

Vocal

Firma

Mtra. Laura Bonilla Ramírez

Suplente

Firma

Mtra. María del Carmen Ortiz Flores

Suplente

Firma

Centro Universitario, Querétaro, Qro.

Septiembre, 2021

México

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios por tantas bendiciones recibidas a lo largo de mi vida, y en esta ocasión especial, por permitirme culminar con esta meta.

A mis padres por su amor incondicional, así como por haberme enseñado el valor del trabajo y del esfuerzo para lograr mis objetivos.

A mi esposo e hijos, por su amor y apoyo en todo momento, por ser el motor que me alienta a seguir adelante y buscar ser mejor cada día. ¡Ustedes son mi tesoro, y con ustedes estará por siempre mi corazón!

A mi asesora de tesis, la Dra. Diana Violeta Solares Pineda, gracias por la generosidad con que me compartió sus conocimientos, gracias por toda su ayuda, guía, paciencia, tiempo y apoyo a lo largo de este proceso.

A mis sinodales, Dra. Erika, Mtra. Lúgía, Mtra. Laura, y Mtra. Mari, gracias por la disposición y amabilidad con la que siempre me compartieron sus consejos, correcciones, ideas y aportaciones para mejorar este trabajo.

Contenido

ÍNDICE DE FIGURAS.....	V
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1	5
PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	5
1.1 El uso de monedas y la equivalencia entre ellas en el currículo oficial de preescolar de México	5
1.2 El uso de monedas y la equivalencia entre ellas en currículos de otros países	10
1.3 Los retos de trabajar con monedas en preescolar	19
1.4 Objetivos de investigación	22
CAPÍTULO 2	23
ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN	23
2.1 Investigaciones psicológicas acerca de la adquisición de las nociones económicas en niños	23
2.2 Investigaciones didácticas acerca del uso del dinero en situaciones de compra venta en preescolar	29
2.3 Adquisición de la noción de equivalencia entre monedas en preescolar.....	33
CAPÍTULO 3	35
MARCO TEÓRICO Y MARCO CONCEPTUAL	35
3.1 Teoría de las Situaciones Didácticas	35

3.2 Usos del número.....	41
3.3 Conteo.....	43
3.4 Equivalencia.....	46
CAPÍTULO 4.....	50
METODOLOGIA.....	50
4.1 Ingeniería Didáctica.....	50
4.2 Características de la investigación.....	52
4.3 Descripción general de la secuencia didáctica.....	53
4.4 Descripción de las situaciones didácticas.....	57
CAPÍTULO 5.....	62
ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y CRITERIOS PARA LA INTERPRETACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN.....	62
5.1 Situación Inicial. “Bolsas de dulces”.....	64
5.2 Situación 1. “La tiendita” (Comprar un producto con monedas de \$1).....	74
5.3 Situación 2. “La feria” (Jugar a la lotería pagando con monedas de \$1).....	83
5.4 Situación 3. “La feria” (Jugar en los puestos de la feria pagando con monedas de \$2, \$5 y \$10).....	91
5.5 Situación 4. “La papelería”(Comprar un artículo con monedas de \$1, \$2, y \$5).	97
5.6 Situación 5. “La juguetería” (Comprar un juguete de \$10, pagando con monedas de \$1, \$2, y \$5).	106

CAPITULO 6116

CONCLUSIONES.....116

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS122

Dirección General de Bibliotecas UAQ

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1 Lamina “De compras en la juguetería”</i>	8
<i>Figura 2 Lamina “Vamos a comprar”</i>	9
<i>Figura 3 Fragmento de la sub área lógico- matemática para 4 años. Contenido conceptual número 36. La unidad monetaria. El balboa</i>	12
<i>Figura 4 Fragmento de la sub área lógico- matemática para 5 años. Contenido conceptual número 34. La unidad monetaria. El balboa</i>	12
<i>Figura 5 Ejemplo de tarjeta de verificación</i>	74
<i>Figura 6 Tarjeta de verificación moneda de \$10</i>	83

RESUMEN

En la presente investigación se propone una secuencia didáctica cuyo fin es apoyar a docentes y/o investigadores en la exploración de las posibilidades de resolución de alumnos de tercero de preescolar, al trabajar con situaciones didácticas donde tengan que hacer uso del conteo, la interpretación numérica y el establecimiento de equivalencias entre las distintas monedas de nuestro sistema monetario nacional.

Para el diseño metodológico de esta investigación recurrimos a la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) en sus dos primeras fases, así como a la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007). Presentamos una descripción y análisis de cada una de las situaciones didácticas que conforman la secuencia, incluyendo los posibles procedimientos de resolución exitosos, así como de los errores y/o dificultades que pudieran manifestar los alumnos. Para cada posible procedimiento presentamos un ejemplo hipotético para ilustrarlo, a partir del cual hacemos una interpretación de los conocimientos que se manifiestan, así como lo que faltaría por aprender. En aquellos ejemplos donde lo consideramos pertinente, proponemos algunas sugerencias para profundizar en la exploración, así como para la enseñanza.

(Palabras clave: preescolar, equivalencia, monedas, secuencia didáctica, exploración)

ABSTRACT

In this research, a didactic sequence is proposed whose purpose is to support teachers and / or researchers in exploring the possibilities of solving third-grade preschool students, when working with didactic situations where they have to make use of counting, numerical interpretation and the establishment of equivalences between the different currencies of our national monetary system.

For the methodological design of this research, we resorted to Didactic Engineering (Artigue, 1995) in its first two phases, as well as the Theory of Didactic situations (Brousseau, 2007). We present a description and analysis of each of the didactic situations that make up the sequence, including the possible successful resolution procedures, as well as the errors and / or difficulties that the students may manifest. For each possible procedure, we present a hypothetical example to illustrate it, from which we make an interpretation of the knowledge that is manifested, as well as what remains to be learned. In those examples where we consider it pertinent, we propose some suggestions for further exploration, as well as for teaching.

(Keywords: preschool, equivalency, coins, didactic sequence, exploration)

INTRODUCCIÓN

A partir de las reformas efectuadas a los planes y programas de estudio oficiales en México durante 2017, se dio un replanteamiento de los aprendizajes esperados para la educación preescolar, los cuales “gradúan progresivamente los conocimientos, las habilidades, las actitudes y los valores que deben alcanzarse” (Secretaría de Educación Pública, SEP, 2017, p. 114), y son concebidos como las metas de aprendizaje de los alumnos al término de un grado escolar, o para el caso de la educación preescolar, se pretende su adquisición al finalizar la misma.

Uno de los aprendizajes esperados para el campo formativo de pensamiento matemático en preescolar hace alusión directa a la identificación de relaciones de equivalencia entre monedas en situaciones de compra y venta (SEP, 2017). Si bien el trabajo en torno al reconocimiento del valor de las monedas ya se encontraba incluido en el programa de educación preescolar anterior (2011), en el programa actual queda explícitamente establecido el trabajo con la equivalencia entre monedas. El aprendizaje esperado en referencia es el siguiente: “Identifica algunas relaciones de equivalencia entre monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 en situaciones reales o ficticias de compra y venta” (SEP, 2017, p. 230).

Sin embargo, diferentes investigaciones psicológicas (Delval y Echeitia, 1991; Amar, Llanos, Abello y Denegri, 2003; Chandler y Kamii, 2009; Faigenbaum y Zelaya, 2011; Delval, 2013) han documentado los retos de tipo cognitivo que representa para los alumnos de educación preescolar la comprensión de nociones económicas implicadas en el uso de dinero en situaciones de compra y venta, así como el establecimiento de relaciones de equivalencia entre monedas.

Por ejemplo, Delval (2013) refiriendo a la evolución de las ideas económicas en los niños, explica que “los niños de 4 y 5 años tienen una idea de que el dinero sirve ‘para comprar’, pero realmente no comprenden su función como unidad de

intercambio” (p. 75), es decir, no se dan cuenta que pueden reunir cierta cantidad de dinero utilizando monedas y billetes de diferente denominación . El autor explica que los niños deben adquirir la noción de unidad de intercambio, pero que antes de estar en la posibilidad de aplicar las operaciones aritméticas necesarias (suma, resta, multiplicación) para producir equivalencias monetarias, los criterios que utilizan para resolver la tarea de equivalencia son perceptivos, tales como: hay más dinero en cinco monedas de \$1, que en una moneda de \$5, porque hay más monedas.

Por otra parte, investigaciones didácticas (Bonilla, 2014; Rebolledo, 2016; Muñoz, 2017; Martínez, 2020) han identificado diferentes retos para la enseñanza y el aprendizaje en el planteamiento y desarrollo de situaciones que promuevan la adquisición de la equivalencia entre monedas en preescolar.

Bonilla (2014), por ejemplo, advierte que en su práctica pedagógica los docentes asumen que los alumnos de preescolar comprenden las reglas del sistema monetario, suponiendo que las adquieren por las experiencias y el uso del dinero en la vida diaria. Sin embargo, la autora reporta que aun cuando los niños identifiquen las monedas por el número que portan (“la de cinco”, “la de diez”, etc), esto no implica que estén reconociendo, y puedan interpretar su valor nominal, ya que al tener que realizar un pago entregaban cualquier cantidad de monedas o billetes.

Martínez (2020) por su parte, utiliza para su investigación el dinero en un contexto de compra-venta para favorecer el conteo, el agrupamiento decimal y la equivalencia, con la finalidad de identificar los conocimientos y dificultades que mostraban alumnos de tercero de preescolar al resolver las situaciones didácticas que se les planteaban, y reporta que “los niños manifestaron dificultades relacionadas con el concepto de equivalencia, como no usar el valor convencional de las monedas asignando el valor indiscriminado de unidad a todas” (p. 124),

coincidiendo con algunas de las dificultades ya identificadas en investigaciones psicológicas. Por otra parte, plantea que sí hay algunas alternativas didácticas para ciertos aprendizajes relacionados con el valor de las monedas.

Ante la necesidad de tener mayores elementos para determinar si está al alcance de los alumnos de preescolar enfrentar situaciones como las descritas, pretendemos aportar una secuencia didáctica que permita a docentes y/o investigadores explorar qué es lo que alumnos de tercero de preescolar logran resolver al enfrentar situaciones didácticas que implican el uso de monedas de distinto valor en situaciones de compra-venta.

En el capítulo 1 presentamos el problema de investigación y la justificación del mismo, así como los objetivos que guían nuestra indagación.

En el capítulo 2 exponemos algunas investigaciones psicológicas y didácticas que han identificado ciertos retos cognitivos y didácticos que enfrentan los niños en edad preescolar al hacer uso del dinero.

En el capítulo 3 establecemos las bases teóricas y conceptuales que dan sustento a nuestro estudio. Describimos elementos de la Teoría de Situaciones Didáctica de Guy Brousseau (2007), así como ciertos conceptos básicos para el diseño de nuestra propuesta, entre ellos, usos del número, conteo, y equivalencia.

En el capítulo 4 presentamos las decisiones metodológicas tomadas para el desarrollo de esta investigación. Explicamos las fases de diseño de nuestra propuesta, la cual se encuentra sustentada en la Ingeniería Didáctica de Michelle Artigue (1995), y presentamos una descripción general de cada una de las situaciones didácticas que conforman la secuencia didáctica.

En el Capítulo 5 desarrollamos el análisis a priori de cada situación didáctica, el cual está conformado por los procedimientos que vislumbramos factibles de manifestarse en los alumnos, ejemplos que los ilustran y las interpretaciones de tales procedimientos.

Finalmente, en el capítulo 6 compartimos nuestras conclusiones sobre el proceso de diseño de la secuencia didáctica a la luz de los objetivos que motivaron esta investigación; asimismo, planteamos algunas reflexiones generales en torno a la inclusión de la noción de equivalencia entre monedas en preescolar.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 El uso de monedas y la equivalencia entre ellas en el currículo oficial de preescolar de México

En el marco de la Reforma Educativa 2017 se establecieron los “Aprendizajes Clave para la Educación Integral”, los cuales señalan como uno de los propósitos para la educación preescolar, que los alumnos “usen el razonamiento matemático en situaciones diversas que demanden utilizar el conteo y los primeros números; comprendan las relaciones entre los datos de un problema y usen procedimientos propios para resolverlos” (SEP, 2017, p. 157). Específicamente, en el Campo de Formación Académica de Pensamiento Matemático para preescolar, se plantea el siguiente aprendizaje esperado: “identifica algunas relaciones de equivalencia entre monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 en situaciones reales o ficticias de compra venta” (SEP, 2017, p. 230).

Cabe decir que en los dos programas para educación preescolar que antecedieron al de 2017 (Programa de Educación Preescolar 2004 y Programa de estudio 2011. Guía para la educadora) ya se asentaba favorecer el que los alumnos reconocieran el valor de las monedas y las usaran en situaciones de juego; sin embargo, es hasta la actual reforma educativa (2017) donde explícitamente se establece que los alumnos identifiquen algunas relaciones de equivalencia entre las monedas de nuestro sistema monetario: “se espera que los niños tengan contacto con el sistema monetario nacional para que exploren los distintos valores de las monedas, que empiecen a reconocer las relaciones de equivalencia entre estas y comprendan la función de “el cambio” (SEP, 2017, p. 238).

El programa señala, además, que para el trabajo con situaciones didácticas vinculadas con la equivalencia entre monedas es recomendable que los alumnos

tengan dominio sobre el conteo en los rangos numéricos de los datos y de los resultados de los problemas a resolver. Promueve que los docentes inicien planteando a los alumnos problemas que impliquen el uso exclusivo de monedas de \$1, y conforme se vaya avanzando en el planteamiento de situaciones didácticas, se incorporen paulatinamente situaciones donde se utilicen monedas de \$2, \$5 y \$10.

Asimismo, el programa plantea que el trabajo con las distintas monedas esté orientado hacia que los alumnos puedan establecer “la relación de valor entre ellas con base en la unidad de <<un peso>>” (SEP, 2017, p. 238), y que puedan reconocer el valor de las monedas de acuerdo con lo que se puede comprar con ellas (por ejemplo, que una sola moneda de \$5 vale más que cuatro monedas de \$1) (SEP, 2017).

El programa ofrece orientaciones a los docentes para que presenten a los alumnos problemas de compra y venta en escenarios contruados para tal fin, como “La tiendita” y “El mercado”. Establece que al término del preescolar los alumnos logren comprender “que pueden pagar con una moneda de \$10 algo que cuesta menos e incluso esperen y reclamen su cambio” (SEP, 2017, p. 238).

De acuerdo con la sugerencia del programa de que los alumnos tengan dominio sobre el conteo antes de abordar la equivalencia entre monedas, el programa establece lo siguiente respecto al conteo:

Con base en las posibilidades cognitivas de los niños de preescolar, los aprendizajes esperados se circunscriben a experiencias sobre conteo de colecciones de hasta 20 elementos y a la representación simbólica convencional de los números del 1 al 10, en preescolar se recurre al planteamiento de problemas cuyos datos no exceden al diez (aunque el

resultado pueda llegar hasta el 20) para que los niños los resuelvan mediante acciones sobre las colecciones y no con operaciones” (SEP, 2017, p. 222)

El programa plantea que para comunicar de manera oral y escrita los elementos de una colección es indispensable, entre otros aspectos, saber contar y que este conocimiento dará lugar al aprendizaje del número como cardinal. Así mismo, establece como un aprendizaje esperado que durante su tránsito por la educación preescolar los alumnos puedan contar colecciones de al menos diez elementos, aunque en el caso de los alumnos de tercero eleva el rango de conteo a colecciones de 20 o incluso 30 elementos.

Establece que el aprender a contar implica primeramente la memorización de la sucesión numérica oral al menos de los primeros seis números y, con base en los conocimientos de los niños al ingresar a preescolar, además de los adquiridos a lo largo de los tres grados escolares, se pueda ampliar ese rango hasta el conteo de colecciones de 10, 20 o 30 elementos.

En lo que se refiere al libro de texto oficial para tercer grado de preescolar (Mi álbum. Preescolar. Tercer grado; SEP, 2021), éste incluye dos imágenes referentes al uso de monedas y a las relaciones de equivalencia entre las mismas: “De compras en la juguetería” y “Vamos a comprar”. Se pretende que los alumnos puedan usar la información que brindan las imágenes para que, a través del trabajo con situaciones de compra-venta, los alumnos utilicen y comprendan las relaciones de equivalencia entre el valor de las monedas para calcular el total de su compra y mostrar el resultado utilizando distintas combinaciones de monedas (SEP, 2021).

En la lámina “De compras en la juguetería” (Figura 1) se presenta a los alumnos una situación de compra de juguetes. Los alumnos deben identificar qué juguetes podrían comprar con una moneda de \$10 y, al mismo tiempo, identificar si

les sobraría dinero y cuánto deberían recibir de “cambio” (el dinero sobrante). Lo anterior requiere que los alumnos tengan, al menos, los siguientes conocimientos previos: la serie escrita de los primeros diez números, identificación del número como cardinal, comprensión del concepto “cambio”.



Figura 1. Lámina “De compras en la juguetería”. Tomado de Mi álbum. Preescolar. Tercer grado (SEP, 2021; p.25).

En la lámina “Vamos a comprar” (Figura 2) se muestra una imagen que representa una frutería, a través de la cual se espera que los docentes presenten a los alumnos problemas que los lleven a interpretar y usar la información que les brinda la imagen; que resuelvan situaciones de compra donde usen las monedas para calcular el total de una compra y mostrar su resultado a través de distintas combinaciones con las mismas. Se espera que los alumnos resuelvan dichos problemas a través del conteo y mediante acciones sobre las colecciones (juntar, agregar, quitar), así como que identifiquen relaciones de equivalencia entre las monedas (\$1, \$2, \$5 y \$10) (SEP, 2021).



Figura 2. Lámina “Vamos a comprar”. Tomado de Mi álbum. Preescolar. Tercer grado (SEP, 2021; p. 40).

Lo anterior implica que los alumnos tengan conocimiento de la serie numérica escrita en rango del 1 al 10, que identifiquen el valor de las monedas, que establezcan relaciones de equivalencia entre ellas para formar su pago, y que resuelvan problemas aditivos del tipo: “¿Con este dinero me alcanza para...?”, “¿cuánto me falta para poder comprar X?”, etc.

En el “Libro de la educadora” (SEP, 2021) se plantea que el uso de monedas reales encuentra sentido en situaciones de compra-venta: “en este contexto es donde los alumnos de preescolar comprenden el valor de cada moneda y empiezan a explorar un concepto complejo e importante que aparece recurrentemente en la matemática: la relación de equivalencia” (p. 82). Se indica que durante el ciclo escolar se debe trabajar situaciones de compra-venta que permitan a los niños calcular el total de una compra y mostrar su pago utilizando monedas de distintas denominaciones.

Con base en lo anterior, el libro ofrece a los docentes algunas orientaciones para que trabajen con los alumnos el valor real de las monedas y sus relaciones de equivalencia; se les solicita que aborden situaciones de compra-venta donde los

alumnos puedan intercambiar roles de vendedores y compradores para gastar todo el dinero que reciban en sus compras (monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10); que decidan si les alcanza para comprar algún producto y, en el caso de los vendedores, que decidan si les están pagando correctamente. Además, se sugiere a los docentes propiciar que aparezca la necesidad de dar y recibir “cambio”.

Otra actividad sugerida es que se organice al grupo en equipos, que cada equipo elija un producto y lo comuniquen al resto del grupo sin decir su precio; los alumnos tendrán que identificar el precio de la compra, registrarlo en su cuaderno (como quieran), formar la cantidad a pagar usando monedas, y registrar su resultado.

1.2 El uso de monedas y la equivalencia entre ellas en currículos de otros países

Con la finalidad de contrastar currículos análogos a los planes y programas para la educación preescolar en México, indagamos la posible presencia del trabajo con la equivalencia entre monedas en los currículos oficiales de algunos países de América Latina y Norte América.

Revisamos los currículos de países de América Latina debido a su cercanía con las condiciones educativas de México, mientras que el análisis del currículo de Estados Unidos de América nos resultó necesario por su vecindad geográfica con nuestro país y por las relaciones de intercambio académico, económico y político entre ambas naciones.

Nos propusimos identificar si en dichos currículos se encuentra inserto, ya sea implícita o explícitamente, el trabajo con la noción de equivalencia entre monedas desde el nivel de preescolar (o su símil), y si hay sugerencias para su abordaje.

Revisamos los currículos de los siguientes países: Panamá, Chile, Uruguay, Argentina y Estados Unidos (en el caso de Argentina y Estados Unidos, el análisis se centró en dos provincias y en un estado respectivamente, debido a las particularidades de su sistema educativo).

1.2.1 Programa de preescolar de República de Panamá

En este país la educación preescolar tiene una duración de dos años (para niños de 4 y 5 años de edad). El programa de preescolar del 2014 está estructurado por edad, existiendo el apartado para niños de 4 años y el apartado para niños de 5 años. Presenta una estructura curricular con un enfoque por competencias y está organizado por áreas: socioafectiva, cognoscitiva-lingüística y psicomotora.

Los aspectos de tipo lógico-matemático componen una sub-área del área cognoscitiva-lingüística. El tema que nos ocupa puede identificarse en el programa de 4 años “La unidad monetaria. El balboa” (Figura 3), mientras que en el programa para 5 años está “La unidad monetaria. El balboa y sus fracciones. El ahorro” (Figura 4). En las siguientes imágenes se puede apreciar que este currículo incluye contenidos de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, así como indicadores de logro y algunas actividades sugeridas para la evaluación de los contenidos.

CONTENIDOS			INDICADORES DE LOGRO	ACTIVIDADES SUGERIDAS DE EVALUACIÓN
CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES		
	fundamentales. • Aplicación de destrezas de razonamiento para encontrar respuestas.		mayor que- menor que- igual que. • Indica el número que está antes y después, en una serie.	Dice los números en orden ascendente, ampliando según sus posibilidades. Utiliza los números para identificar situaciones en la vida cotidiana. Realiza actividades de agregar y quitar
36. La unidad monetaria. • El balboa	36. Identificación de la unidad monetaria. • Diferenciación entre monedas y billete.	36. Valoración del uso de la unidad monetaria. • Formación de hábitos de ahorro en el manejo del dinero.	36. Aplica nociones básicas sobre administración del dinero en situaciones lúdicas y actividades familiares. • Aplica acciones de compra y venta en actividades lúdicas. • Identifica el valor de monedas: 0.05 -0.10 - 0.25. Diferencia entre monedas y billetes.	36. Participa en juegos contando dinero y clasificándolos por valor. • Aplica por medio de juegos las nociones básicas de administración del dinero. • Realiza una visita motivadora al Banco más cercano para experimentar transacciones sencillas.

Figura 3. Fragmento de la sub área lógico- matemática para 4 años. Contenido conceptual número 36. La unidad monetaria. El balboa. Tomado de Programa de preescolar (MEDUCA, 2014; p. 57).

34. La Unidad monetaria. • El balboa y sus Fracciones • El ahorro.	34. Manipulación de nuestra moneda, sus fracciones y aplicación del ahorro en situaciones de juego en el aula.	34. Disfrute del uso de actividades donde se utiliza nuestra moneda en la compra de artículos en los rincones de trabajo.	34. Reconoce el uso y valor de las monedas. • Juega en el rincón de la tienda utilizando el dinero en todas sus fracciones.	34. Juega en la tienda, desempeñando los roles de vender y comprar, además de manipular y clasificar el dinero para dar los vueltos. • Elabora imitaciones de las monedas de: 0.01, 0.05, 0.10, 0.25, 0.50 y las utiliza en la tienda. • Diferencia el valor de cada moneda.

Figura 4. Fragmento de la sub área lógico- matemática para 5 años. Contenido conceptual número 34. La unidad monetaria. El balboa. Tomado de Programa de preescolar (MEDUCA, 2014; pp.125-126).

Como se puede apreciar en la información contenida en las figuras 3 y 4, en el programa de Preescolar de la República de Panamá el requerimiento es muy similar al del Programa de Educación Preescolar de México 2017: se introduce el requerimiento de abordar aspectos relativos a su unidad monetaria, tales como el identificar el valor de las monedas, lo cual implica que los niños sean capaces de establecer la relación de valor entre las fracciones de la moneda y su unidad monetaria, así como reconocer su uso a través de situaciones de juego en el “rincón de la tienda”.

1.2.2 Bases Curriculares Educación Parvularia. Chile

La Educación Parvularia en Chile comprende desde el nacimiento hasta el ingreso a la educación básica. Se encuentra dividida en tres niveles o tramos curriculares (en periodos de dos años cada uno): 1^{er} Nivel (Sala Cuna) hasta los dos años; 2^o Nivel (Medio) hasta los cuatro años, y 3^{er} Nivel (Transición) hasta los seis años (Ministerio de Educación de Chile, en adelante MINEDUC, 2018).

Cada uno de esos niveles se encuentra a su vez organizado a través de los siguientes contenidos estructurales del currículum: ámbitos de experiencias, núcleos de aprendizaje y objetivos de aprendizaje. Para cada ámbito de experiencia y su núcleo correspondiente, se define un propósito general y objetivos de aprendizaje (MINEDUC, 2018).

Nuestro análisis se enfocó en el núcleo Pensamiento Matemático de los niveles 2^o (medio), y 3^o (transición). Dentro de los objetivos de aprendizaje establecidos para este núcleo no encontramos ningún objetivo o referencia al trabajo con dinero, menos aún al establecimiento de equivalencia entre monedas de distinto valor. Tampoco encontramos contenido alguno relativo al trabajo con el

sistema monetario, ni dentro su Programa Pedagógico (2019), ni en las Bases Curriculares para la Educación Parvularia (2018).

1.2.3 Programa de Educación Inicial y Primaria. Uruguay

El Marco Curricular para la Atención y Educación de Niñas y Niños Uruguayos (2017) establece que la primera infancia abarca desde el nacimiento hasta los seis años de edad, y está comprendida en dos ciclos: el primero, desde el nacimiento hasta los 36 meses de edad, y el segundo de los 3 a los 6 años de edad.

El Marco Curricular se encuentra organizado en cuatro áreas: Área del Conocimiento de Sí Mismo, Área de la Comunicación, Área del Conocimiento del Ambiente y Área del Bienestar Integral. Esas áreas se organizan en Ejes, dentro de los cuales se establecen las Competencias Específicas que contribuirán a la construcción de conocimientos en el área correspondiente (Consejo Coordinador de la Educación en la Primera Infancia, en adelante CCEPI, 2017).

Dentro del Área del Conocimiento del Ambiente se encuentra el Eje de Relaciones lógico-matemáticas, cuyo objetivo es “promover la construcción de relaciones lógico matemáticas favoreciendo su acción sobre los objetos que le permitan resolver problemas cotidianos e incorporar gradualmente el lenguaje matemático en sus actividades de juego” (CCEPI, 2017, p. 32).

En el Programa de Educación Inicial y Primaria (2008) se encuentra el apartado “Programas con contenidos por grado escolar”, en él se encuentran definidos, el “Programa de tres años”, el “Programa de cuatro años”, y el “Programa de cinco años”, dentro de los cuáles, se establecen los contenidos a abordar por Áreas del Conocimiento. Específicamente en el Área del Conocimiento Matemático los contenidos establecidos en el programa de 3 años son: numeración,

operaciones, magnitudes y medida, y geometría; en el programa de cuatro años se mantienen los mismos contenidos, y en el programa para cinco años, se agrega el contenido de probabilidad y estadística (Administración Nacional de Educación Pública – Consejo de Educación Inicial y Primaria, 2008).

En ninguno de los documentos analizados hay referencia alguna al trabajo con el dinero o a las relaciones de equivalencia entre las monedas para los alumnos en las edades que nos ocupan (3-5 años).

1.2.4 Diseño Curricular para la Educación Inicial. Provincia de Buenos Aires y Provincia de Salta, Argentina

En el Plan de Educación “Argentina enseña y aprende”. Plan Estratégico Nacional 2016-2021, se encuentran establecidos los ejes, objetivos y lineamientos de política educativa para este periodo. Corresponde a cada provincia elaborar sus Planes Operativos Anuales Integrales para cumplir con los objetivos y metas definidas en el plan nacional (UNESCO, 2019).

La Educación Inicial es una “unidad pedagógica” dividida en dos ciclos: los jardines maternos que atienden niños desde los 45 días de nacidos a los dos años, y los jardines de infantes que atienden a los niños de tres a cinco años (UNESCO, 2019). Centraremos nuestro análisis en los planes de dos Provincias, la de Buenos Aires y la de Salta.

En el caso de la Provincia de Buenos Aires, el documento “Diseño Curricular para la Educación Inicial. Segundo Ciclo” establece que “promueve el aprendizaje constante de saberes que permiten acrecentar el campo cultural de los niños a fin de que puedan desenvolverse dentro de la vida social, recuperando aprendizajes

previos y promoviendo la construcción de nuevos conocimientos” (Dirección General de Cultura y Educación, en adelante DGCyE, 2018, p. 15).

Los contenidos curriculares se encuentran organizados en las siguientes áreas de enseñanza: Formación Personal y Social, Matemática, Prácticas del Lenguaje, Ambiente Natural y Social, Educación Artística, Educación Física, Educación Digital, Programación y Robótica (DGCyE, 2018).

El área matemática está constituida por tres bloques o ejes: sistema de numeración y número, espacio y formas geométricas, y medida (DGCyE, 2018). Después de haber hecho el análisis de cada uno de los contenidos en el área de enseñanza matemática, pudimos constatar que tampoco se encuentra establecida referencia alguna al trabajo con el dinero o al establecimiento de equivalencia entre monedas.

En cuanto a la Provincia de Salta, su diseño curricular está dividido por Áreas organizadas en Ejes, Contenidos y Orientaciones Didácticas, los cuáles son determinados para cada sala (3, 4, y 5 años). El diseño curricular está compuesto por las siguientes Áreas: Prácticas Sociales del Lenguaje, Matemáticas, Ambiente Social, Natural y Tecnológico, Formación Personal, Social y Moral, Lenguajes Artísticos, y Educación Física (Ministerio de Educación, 2010).

El Área de Matemáticas, está conformada por dos Ejes: Espacio, geometría y medida, y Número. Al hacer la revisión de los contenidos de cada una de las salas y Ejes del Área, encontramos que, para la sala de 4 y 5 años, en el Eje de Espacio, geometría y medida, se enuncian los siguientes contenidos: “Reconocimiento y uso de monedas y billetes de curso legal” y “Construcción de billetes”. Sin embargo, aun cuando se enuncian como contenidos para ser abordados en ambas salas, no se identificó ninguna orientación didáctica para su abordaje, lo cual hace difícil una

interpretación de nuestra parte sobre la orientación que se le da a este contenido en esas edades.

1.2.5 Estándares Comunes de Matemáticas para el estado de California, E.U.A.

El sistema educativo de los Estados Unidos de América no es nacional; el rol del gobierno federal se limita a supervisar y ofrecer programas para grupos minoritarios con alguna necesidad específica, o de apoyo a proyectos innovadores (Instituto de Intercambio Cultural Argentino Norteamericano, en adelante IICANA, s.f.). La responsabilidad de los sistemas educativos recae sobre los estados federados, en los cuales se organizan distritos escolares locales, que son quienes se encargan de diseñar y ejecutar los planes de estudios (IICANA, s.f.).

Decidimos centrar el análisis en uno de los estados más cercanos a México y de referencia ampliamente conocida por el intercambio económico, educativo y cultural entre ambos países, el Estado de California.

En el documento California Common Core State Standards. Mathematics. 2013 (CA CCSSM), presentado por el Departamento de Educación de California (CDE, por sus siglas en inglés), se establecen estándares de matemáticas para cada grado educativo, desde *Kindergarten* (entre los cinco y seis años de edad) hasta *Grade Eighth* (de conclusión aproximada a los 13 años de edad), y en *Higher Mathematics standards*. (CDE, 2013).

El CA CCSSM incluye dos tipos de estándares: Estándares de Práctica Matemática (idénticos para cada nivel de grado), y los Estándares de Contenido Matemático (diferentes en cada nivel de grado). En su conjunto estos dos tipos de estándares abordan, por una parte, los “hábitos mentales” que los estudiantes deben desarrollar para la comprensión matemática y experiencia, y por otro lado las habilidades y conocimientos, lo que los estudiantes necesitan saber y poder hacer.

En lo que se refiere a los estándares para el *Kindergarten*, el documento establece lo siguiente:

El tiempo de enseñanza debe enfocarse en dos aspectos críticos: (1) el representar, relacionar y hacer operaciones de números enteros, inicialmente con conjuntos de objetos; y (2) el describir las formas y espacio. En kindergarten se debe de dedicar más tiempo al aprendizaje de los números que a otros temas (San Diego County Office of Education, en adelante SDCOE; 2012, p. 9)

Los Estándares de Contenido Matemático para Kindergarten se encuentran organizados de la siguiente manera: conteo y números cardinales, operaciones y pensamiento algebraico, números y operaciones en base diez, medición y datos, y geometría. (SDCOE, 2012).

Después de haber efectuado el análisis del contenido general de esos estándares podemos afirmar que tampoco existen referencias para la introducción del trabajo con el dinero o la equivalencia entre monedas.

1.3 Los retos de trabajar con monedas en preescolar

A través de diversas investigaciones desarrolladas por docentes de educación preescolar (Bonilla, 2014; Rebolledo, 2016; Muñoz, 2017; Martínez, 2020) se ha podido identificar las complejidades implicadas en el planteamiento de situaciones didácticas en contextos de compra-venta en las que se usa el dinero como recurso didáctico. Enseguida presentamos algunas de ellas (en el capítulo de Antecedentes se desarrollarán de manera amplia).

La investigación de Bonilla (2014) destaca la complejidad que conlleva el trabajo con el dinero, ya que éste, de acuerdo con Ramírez y Block (2013), cuenta con dos valores –el cardinal y el nominal–; advierte que aún y cuando los alumnos “identifiquen las monedas por su denominación...no implica necesariamente que interpreten su valor” (p. 180). En el mismo tenor, Muñoz (2017) señala que la dualidad de las monedas (cardinalidad y valor) es la principal dificultad que ponen de manifiesto los alumnos, pues hacen referencia “a la cantidad de monedas más no a su monto” (p.158).

Por su parte, Rebolledo (2016) afirma que para plantear problemas cuya resolución implique el uso de monedas, será necesario que los alumnos ya hayan construido la noción del número como cardinal.

Sin embargo, reconociendo las complejidades anteriores, Martínez (2020) asevera que, con un diseño didáctico e intervenciones docentes pertinentes, los alumnos podrían resolver ciertos problemas matemáticos relacionados con la equivalencia entre monedas.

Coincidimos con los hallazgos de las investigaciones mencionadas, ya que hemos advertido¹ que para los docentes de preescolar no es una labor sencilla el planteamiento de situaciones didácticas donde se aborde el trabajo con el dinero para desarrollar la noción de equivalencia.

Si bien el currículum asigna a los docentes la “responsabilidad de establecer el orden en que abordará los aprendizajes esperados y seleccionar o diseñar situaciones didácticas para interesar a sus alumnos y favorecer que vayan avanzando en su logro” (SEP, 2017, p. 169), hemos advertido que, la práctica docente suele enfocarse en que los alumnos identifiquen la etiqueta del numeral impreso en las monedas, lo cual llega a interpretarse como “conocimiento del valor nominal de las monedas”. En otros casos, cuando los docentes se animan a plantear situaciones didácticas como “La tiendita”, se realiza un trabajo más orientado por el interés y expectativa que despierta en los alumnos este tipo de “juego”, que con la intención de desarrollar la noción de equivalencia.

También se han desarrollado investigaciones que, desde una perspectiva psicológica, exploran la adquisición de las nociones económicas por parte de los niños, así como las dificultades que representa para los niños en edad preescolar comprender ciertos aspectos del dinero (esto se desarrollará más ampliamente en el capítulo de Antecedentes). Dichas investigaciones han identificado, por ejemplo, que los niños en edad preescolar se centran mayormente en los aspectos cualitativos de las monedas (color, tamaño, material), más que en un criterio económico, como su poder adquisitivo (Faigenbaum y Zelaya, 2011).

Por su parte, Amar et al., (2003) , aseveran que la realidad económica pone a los niños en una situación compleja que les requiere un esfuerzo constante para comprenderla, a pesar de estar en contacto con ella desde edades tempranas.

¹ Derivado de la experiencia directa que la investigadora ha tenido desempeñando funciones docentes y de supervisión en el nivel preescolar.

Lo anterior nos ayuda a vislumbrar que, si bien la práctica docente puede ser un factor que influya en el aprendizaje de los alumnos de aquello lo establecido en el currículo con relación a equivalencia, un factor de suma importancia son los retos de tipo cognoscitivo que enfrentan los alumnos de preescolar para desarrollar la noción de equivalencia con monedas de distinto valor, retos que probablemente los programas de estudio oficiales están dejando de lado.

Con esta investigación pretendemos aportar un instrumento (una secuencia didáctica) que permita identificar los recursos e hipótesis en los cuales se apoyan alumnos de preescolar para resolver problemas que implican el uso de monedas de distinto valor. Nos interesa, particularmente, aportar una herramienta para indagar las posibilidades de los alumnos para establecer relaciones de equivalencia entre esas monedas.

Nos interesa ofrecer un recurso para que docentes y/o investigadores puedan acercarse a los alcances y limitaciones de los alumnos de preescolar al enfrentar situaciones didácticas que implican establecer relaciones de equivalencia entre monedas. Dicho acercamiento puede ser un referente para que los docentes elijan y planifiquen situaciones didácticas para sus alumnos, mientras que para quienes hacen investigación podría ser un referente para delimitar los alcances del trabajo con la noción de equivalencia en preescolar y, en su caso, para diseñar situaciones didácticas.

1.4 Objetivos de investigación

Objetivo General

Diseñar un instrumento para explorar los conocimientos que manifiestan los alumnos de tercero de preescolar al enfrentar problemas que implican relaciones de equivalencia entre monedas.

Objetivos específicos

- Diseñar una secuencia didáctica enmarcada en el contexto de compra-venta, para explorar los procedimientos de los alumnos al resolver problemas que implican el conteo, la interpretación numérica, y el uso de monedas de distinto valor para establecer relaciones de equivalencia entre ellas.
- Establecer criterios para interpretar las resoluciones de los alumnos al enfrentar problemas que implican relaciones de equivalencia entre monedas.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo retomamos algunos hallazgos de investigaciones didácticas y psicológicas, a través de los cuales establecemos un acercamiento a la forma en que los alumnos se apropian de las nociones económicas, del uso del dinero en contextos de compra-venta, y de la adquisición de la noción de equivalencia en preescolar.

2.1 Investigaciones psicológicas acerca de la adquisición de las nociones económicas en niños

En los siguientes párrafos centramos nuestra mirada en lo que reportan diversas investigaciones psicológicas sobre los procesos de adquisición de las nociones económicas en los niños. Dichas investigaciones nos permitieron comprender la complejidad cognitiva que representa para los alumnos el establecimiento de intercambios y transacciones económicas en las que se manifiestan distintas funciones del dinero (unidad de cuenta y patrón de precios, medio de intercambio, medio de pago, y depósito de valor).

2.1.1 *El dinero como objeto social*

Delval y Echeitia (1991) plantean que la forma en la que los niños entienden el mundo económico puede ser un paradigma de su comprensión de la realidad social en su conjunto. Refieren que los niños entran en contacto con la realidad económica mucho antes de hacerlo con otro tipo de realidades más alejadas de su experiencia, tales como la actividad política.

En concordancia con lo anterior, Amar, et al (2003), plantean que los niños se relacionan con la realidad económica desde sus primeros años de vida al

presenciar experiencias cotidianas como ir al mercado, así como en conversaciones que escuchan de los adultos sobre “lo económico”: “esto les obliga a un esfuerzo constante por construirse modelos explicativos de esta realidad tan cercana, pero a la vez tan compleja y difícil de abordar” (p.9).

El posicionamiento de Faigenbaum (2011) abona a lo planteado en la cita anterior. Para este autor, el dinero es un objeto social complejo con múltiples funciones, y para comprender adecuadamente el concepto de dinero se debe hacer una síntesis de cada una de sus funciones para unificarlas en un solo concepto. El autor refiere que dicha complejidad se manifiesta a través de tres niveles:

- a) La dimensión matemática de las transacciones monetarias. Faigenbaum aclara que incluso la compra más simple se convierte en un complejo procedimiento que implica la coordinación de muchas operaciones; como ejemplo, el autor refiere a las acciones y cálculos que el vendedor de una tienda de comestibles debe coordinar para calcular el precio total de los productos vendidos, sumar las denominaciones de los billetes o monedas con que el comprador realiza el pago, estimar la diferencia entre el pago y la cantidad a cobrar, y por último, efectuar la devolución del cambio entre esas diferencias.
- b) La dimensión económica de las transacciones monetarias. Las personas que participan de una compra deben determinar el valor y precio justo de los objetos, bienes o servicios intercambiados. En esta dimensión el vendedor y el comprador interactúan desde una perspectiva tanto simétrica como asimétrica. Por una parte, es asimétrica en el sentido de que una parte recibe dinero, mientras que la otra obtiene una cosa o servicio en particular; por otra parte, es simétrica, ya que ambos artículos intercambiados (el dinero y los bienes adquiridos) tienen un valor cuantitativamente equivalente.

- c) La dimensión normativa de las transacciones monetarias. Los individuos que participan en una compra deben estar familiarizados con los medios convencionales de intercambio; implica conocer las normas y procedimientos para el uso de tarjetas de crédito, dinero electrónico, cheques, etc. Los rituales involucrados en una compra no se aprenden a través de la educación formal, sino que deberán ser aprendidos a través de la experiencia directa con actividades de intercambio.

Faigenbaum (2011) sugiere que cuando los niños manifiestan algún criterio de valor económico, este debe ser producto del desarrollo cognitivo de los niños en el contexto de su interacción con su entorno social, ya que este no es un contenido que comúnmente esté incluido en los planes de estudio de la escuela primaria.

Delval y Echeitia (1991) explican que de los primeros aspectos que tienen que comprender los niños en el intercambio que se realiza al comprar en una tienda, es la necesidad de utilizar dinero, lo cual es algo que descubren muy pronto: “saben que a la tienda hay que llevar dinero, que el dinero sirve para comprar, y que sin dinero no se puede comprar. La asociación de la tienda con el dinero es algo muy temprano, y muy claro” (p.77).

Sin embargo, aclaran que en esta relación que hacen los niños pequeños (5-6 años) del dinero con la tienda, se ven manifestadas mayormente explicaciones relacionadas a aspectos normativos (se necesita dinero para comprar, sino no te dan el producto, etc.), más que a una comprensión y explicaciones sobre las funciones del dinero.

Los autores explican que los niños ven al intercambio monetario efectuado en una compra, como un ritual, una ceremonia que siempre se repite de la misma manera, y dentro de la cual el dinero tiene un papel insustituible; la cantidad de

dinero entregada es irrelevante, lo esencial es que se intercambie dinero (que cambie de mano) (Delval y Echeitia, 1991).

Lo señalado en los párrafos anteriores se manifestó en el pilotaje que realizamos de las dos primeras situaciones didácticas de nuestro instrumento. A continuación, presentamos un fragmento de lo indagado con los alumnos respecto a cómo debe procederse para hacer una compra².

E: “Oigan, ¿y cómo se compra?, ¿qué debo hacer para comprar?, si yo quiero algo de la tienda, ¿solamente me lo llevo y ya, o que se debe de hacer?”

Tomás: “¡No!, tienes que pagar”

Elisa: “Con dinero”

Alex: “Sí con dinero de verdad, no de jueguito o mentiritas”

E: “¡Ah!, ¿entonces necesito dinero de verdad?”

Elisa: “Sí, con billetes y con monedas”

Josué: “¡Ajá, porque en la tienda no se fía!”

Conforme los niños aumentan en edad, gradualmente van siendo capaces de añadir explicaciones más elaboradas sobre la función del dinero, aludiendo a explicaciones económicas (Delval y Echeitia, 1991).

Sin embargo, resulta importante rescatar lo que Berti y Bombi (1988, citadas en Bonilla, 2014) asientan, ya que las autoras no se centran solamente en los aspectos de desarrollo evolutivo, sino que agregan otro factor de gran relevancia en el proceso de construcción de ideas económicas: el social.

² Se usaron seudónimos para proteger la identidad de los entrevistados. La letra E se refiere a “entrevistadora”.

Berti y Bombi (1988) explican que la apropiación de los niños acerca del uso del dinero se desarrolla paulatinamente, aunque no de manera “natural”; reconocen la importancia de la exposición y contacto de los niños con el dinero en diversas situaciones cotidianas, y aclaran que “la comprensión del funcionamiento del dinero en la vida diaria de los niños no podría explicarse solamente con base en la evolución de su pensamiento lógico, sino también en la medida en que participan en prácticas sociales que lo involucren” (como se citó en Bonilla, 2014, p. 57).

En el mismo tenor, Faigenbaum y Zelaya (2011) destacan la importancia de las experiencias en intercambios de compra- venta en las que los niños participan, para el inicio de la comprensión de las nociones económicas.

Entre los estudios desarrollados por Faigenbaum y Zelaya (2011), destaca una serie de investigaciones enfocadas a explorar la capacidad de los niños de 4 a 9 años de edad para participar en transacciones económicas. A través de las observaciones de las interacciones que se establecían entre niños y adultos en una tienda de dulces, los autores sugieren que el entorno en que se da dicha interacción brinda a los niños la posibilidad de desarrollar su pensamiento abstracto; las experiencias que los niños tienen en situaciones en las que se enfrenten a un contexto de compra – venta les ayudan a iniciar su comprensión de las nociones económicas. Sin embargo, los investigadores coinciden con Delval (2013) al destacar que inicialmente los niños se desempeñan como compradores atendiendo mayormente a la dimensión normativa de las transacciones: entregan las monedas más como un “acto ritual” esencial del acto de compra- venta, que, motivados por una lógica económica del intercambio, la cual se desarrolla en edades mayores.

Los investigadores documentan que las valoraciones que los niños hacen en cuanto al poder adquisitivo del dinero se centran más en las características cualitativas de las monedas, lo cual constituye una forma inicial de valoración, pero sin establecer un criterio económico respaldado por el sistema de cambio o

relacionado con el poder adquisitivo de la moneda. Como ejemplo, explican que los niños, al comprar en la tienda de dulces, pedían se les diera el dulce “más grande” por el hecho de tener una “moneda grande” (en alusión al tamaño de la moneda):

La moneda es su instrumento de cambio, pero para poder evaluar su poder de compra, los niños tienen en cuenta sus propiedades intrínsecas (forma, tamaño o material) en lugar del valor de cambio establecido... es común que los niños pequeños se guíen por el tamaño de las monedas, su diseño, nombre y cantidad”. (Faigenbaum y Zelaya 2011, p. 95-96)

Además, los autores destacan la importancia de los andamiajes proporcionados por los adultos (ya sea el vendedor o los padres), quienes proporcionan a los niños una interacción cooperativa cuando estos no tienen la posibilidad de desempeñarse como compradores autónomos; el vendedor o padres “completan” lo que les falta a los niños, removiendo el andamiaje en la medida en que van adquiriendo la capacidad de actuar de forma autónoma (Faigenbaum y Zelaya, 2011).

Por otra parte, Faigenbaum (2011) explica que en los intercambios los niños menores (de 3 a 7 años de edad) realizan “intravaloraciones”, es decir, valoraciones que no tienen relación con el valor económico de las cosas. Por ejemplo, interviene el análisis de la situación en la que se presenta el intercambio, así como las características cualitativas del objeto.

La lógica económica inicia alrededor de los 8-9 años de edad, donde los niños hacen “intervaloraciones”, esto es, valoraciones en las que cierto artículo tiene un valor absoluto o mágico; por ejemplo, que una moneda de oro “vale mucho” ya que permite comprar “todo” lo que se desee.

A los 10 años de edad predominan las “transvaloraciones” en las que el dinero provee una unidad de medida para valuar todos los objetos; se constituye una lógica económica organizada alrededor del concepto de valor de cambio.

Las investigaciones mencionadas en este apartado permiten dar cuenta de las dificultades cognitivas que conlleva la pretensión de que los alumnos de preescolar utilicen las monedas en un contexto de compra – venta.

2.2 Investigaciones didácticas acerca del uso del dinero en situaciones de compra venta en preescolar

El trabajo con situaciones didácticas que utilizan el dinero como recurso para la apropiación de ciertos saberes matemáticos en preescolar, ha sido motivo de preocupación y estudio por parte de docentes de este nivel educativo, debido a la complejidad que han detectado para abordar su enseñanza.

Existen diversas investigaciones desarrolladas por docentes de preescolar que, en el marco de la Didáctica de las Matemáticas, han explorado cómo los alumnos se enfrentan a situaciones en las que deben usar monedas; algunas de esas situaciones han sido diseñadas ex profeso para la investigación, mientras que otras recurren a la implementación de propuestas de la SEP o de editoriales privadas.

En la investigación efectuada por Bonilla (2014), la autora entrevistó a 10 alumnos de preescolar para identificar sus hipótesis en cuanto al número, al Sistema de Numeración Decimal (en adelante SND), el dinero y la compra-venta. Así mismo, analizó dos tipos de situaciones didácticas para este nivel educativo en donde se aborda el SND a través del dinero y la compra-venta; dichas situaciones consistieron en lecciones de libros de texto utilizados en un jardín de niños de sostenimiento

privado, así como el análisis de la simulación de un contexto de compra – venta implementado en la misma escuela.

La autora constató planteamientos de estudios previos que señalan la no pertinencia del abordaje formal del SND en preescolar; en cambio, afirma que sí es posible un acercamiento de los alumnos al mismo mediante la producción y prueba de las hipótesis que construyen sobre las regularidades que rigen ese sistema. Plantea que el uso del dinero en situaciones de compra venta puede ser utilizado en preescolar para abordar algunas de esas regularidades, pero que será necesario considerar las experiencias y conocimientos previos con que cuentan los alumnos sobre ese mismo contexto (Bonilla, 2014).

Por su parte, Rebolledo (2016) comparó tres pares de actividades que implicaban la resolución de problemas de comparación, igualación, y problemas aditivos de cambio con una muestra de seis alumnos de tercero de preescolar; en cada par de actividades los problemas eran del mismo tipo, pero una actividad era con el uso de colecciones simples y la otra con el uso de monedas considerando su valor real.

La autora reporta que la resolución de las actividades presentaba cierta complejidad para los niños y requería la puesta en marcha de diversos saberes matemáticos, pero al resolver usando como recurso las monedas, la complejidad incrementó: los conocimientos que los alumnos utilizaron para resolver los problemas con colecciones simples fueron insuficientes para resolver problemas que implicaban el valor de las monedas.

Rebolledo (2016) concluye que para abordar problemas que impliquen el uso del valor real de las monedas, será necesario que los alumnos ya hayan logrado la construcción del número como cardinal, por lo que sugiere que en preescolar se dé prioridad a este aprendizaje. Además, con relación al uso de monedas de distinto

valor y el establecimiento de relaciones de equivalencia entre ellas, enfatiza la necesidad de que se identifique una secuencia de enseñanza pertinente para ayudar a los alumnos en la adquisición del aprendizaje esperado marcado en el programa.

En su investigación, Muñoz (2017) implementó con un grupo de alumnos de tercer grado de preescolar una situación didáctica en la que usó la lámina “De compras en la juguetería”, del libro oficial “Mi álbum. Preescolar. Tercer grado” (SEP, 2015). Uno de los objetivos de la autora fue analizar la viabilidad y alcance de esa propuesta didáctica para que los alumnos logren el reconocimiento del valor de las monedas. Para ello, retomó las sugerencias que se ofrecen en el Libro de la Educadora (SEP, 2014).

De acuerdo con sus hallazgos, la autora asevera que “las orientaciones de las actividades planteadas en materiales oficiales en relación al uso y reconocimiento del valor real de las monedas, son insuficientes debido a que no consideran las características propias del desarrollo de los niños preescolares” (Muñoz, 2017, p. 160). Además, señala que una de las consideraciones fundamentales que deben tomar en cuenta los docentes de preescolar es “preponderar las situaciones que abonen a la construcción del número y sus usos” (p. 162). Sugiere que para el diseño de situaciones de aprendizaje se cuide la gradualidad y pertinencia de las mismas, así como de las consignas que se darán a los alumnos, ya que reconocer el valor real de las monedas y, en su caso, establecer equivalencias entre ellas, es una tarea compleja para los alumnos.

En la investigación realizada por Martínez (2020), su objetivo fue diseñar e implementar una secuencia didáctica en la que, en un contexto de compra-venta, se utilizara el dinero como recurso para favorecer el conteo, el agrupamiento decimal y la equivalencia en alumnos de tercero de preescolar. Además de favorecer esos aprendizajes, la autora pretendía observar los conocimientos y

dificultades que mostraban los alumnos en edad preescolar al resolver las situaciones planteadas.

La secuencia diseñada por Martínez (2020) consideraba tres situaciones: “La tiendita” (I), en las que los alumnos usaban solamente monedas de \$1 para la compra de un dulce; “La tiendita” (II) en las que se utilizaban monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 para favorecer el conteo y equivalencia; y el juego “El cajero”, en el que se cambiaban diez monedas de \$1 por una moneda de \$10, para acercar a los alumnos al agrupamiento decimal. El análisis de los procedimientos de resolución de los alumnos se hizo considerando el tipo de situación y las variables didácticas utilizadas.

En cuanto a la adquisición por parte de los alumnos del concepto de equivalencia, Martínez (2020) señala que la regla normativa del juego “El cajero” (juntar diez monedas de \$1 y cambiarlas por una moneda de \$10), favorece que los alumnos se aproximen a la construcción de dicho concepto. Respecto a las situaciones de compra – venta donde los niños debían comprar un dulce usando monedas de diversas denominaciones –lo cual implicaba un mayor reto cognitivo–, la autora señala que “con un diseño pertinente de la situación didáctica y con una adecuada intervención docente, los alumnos preescolares podrían resolver ciertos problemas relacionados con la equivalencia de las monedas” (Martínez, 2020, p. 121). Señala que no se puede afirmar que los alumnos hayan construido un concepto tan complejo como el de equivalencia, el cual se construye a lo largo de su escolaridad básica; en cambio “se puede afirmar que lograron avances en sus ideas matemáticas y económicas, mismas que se vieron reflejadas en la evolución de sus procedimientos” (p. 122).

2.3 Adquisición de la noción de equivalencia entre monedas en preescolar

En lo que respecta a las posibilidades de los alumnos en edad preescolar para establecer relaciones de equivalencia entre las monedas, en la investigación realizada por Chandler y Kamii (2009), se reporta que para los alumnos en edad preescolar es difícil establecer relación entre las monedas, ya que si bien reconocen que una moneda con valor de diez centavos (“dime”), está conformada por diez centavos (“pennies”), no son capaces de “ver” que una moneda de 10 centavos puede ser cambiada por su equivalencia en centavos: “para muchos niños pequeños, una moneda de diez centavos era algo diferente de diez centavos aunque podían decir con certeza que una moneda de diez centavos valía diez centavos” (p.97).³

Las autoras presentan el caso de una niña para quien una moneda de diez centavos (“dime”) era una cosa, y diez centavos (“10 pennies”) era claramente otra. Esto puede advertirse en el siguiente fragmento, en el cual la entrevistadora ofreció una moneda de diez centavos como pago para una compra de seis centavos.⁴

Joslyn: Esos son diez. Yo necesito seis centavos. No necesito diez centavos (regresando la moneda).

Entrevistadora: ¿No puedo pagar con una moneda de diez centavos?

J: Eso son diez centavos.

E: Pero la última vez tú me devolviste algo de dinero

J: ¡Oh! (cuenta y saca seis centavos de su caja registradora y se los pone en una mano y en la otra mano la moneda de diez centavos)

E: ¿Tomaste seis centavos porque...?

³ Traducción propia del inglés al español

⁴ Síntesis y traducción propias del inglés al español

J: Porque los necesitas.

En investigaciones efectuadas desde la Didáctica de las Matemáticas también se ve reflejada esta misma lógica de pensamiento en los alumnos. En la investigación de Bonilla (2014), la autora identificó que entre los procedimientos utilizados en la actividad de “La tiendita”, los alumnos “tienen la idea de que una moneda de \$5 o \$10, solamente ‘sirve’ para pagar algo de ese precio” (p. 134). La autora explica que “el niño está entendiendo el \$10 de la moneda como una ‘etiqueta’, no por su cardinalidad, por lo que le es imposible realizar equivalencias o descomposición del valor de las monedas” (p. 134).

Por su parte, Muñoz (2017) asevera que la implementación de actividades de compra-venta para que los alumnos comprendan la equivalencia entre monedas está sobre valorada, ya que “esta hipótesis no contempla los procesos que los niños enfrentan en cuanto a la construcción del número como cardinal lo que hace más complejo la manipulación de las monedas” (p. 157).

Los hallazgos en las investigaciones aquí presentadas han aportado elementos relevantes para el diseño de esta investigación, ya que permiten vislumbrar posibles procedimientos, dificultades y errores que podrían manifestar los alumnos al enfrentar la secuencia didáctica que aquí se propone. Además, dichas investigaciones nos ayudaron a establecer la secuencia de las situaciones didácticas cuidando la gradualidad en las exigencias cognitivas. La finalidad de ello es identificar lo que alumnos de preescolar logran resolver en relación con la equivalencia entre monedas.

CAPÍTULO 3 MARCO TEÓRICO Y MARCO CONCEPTUAL

En el presente capítulo establecemos los aspectos teóricos y conceptuales que orientaron las decisiones metodológicas de este estudio.

En primer lugar, hacemos un esbozo de la Teoría de las Situaciones Didácticas, la cual constituye el marco teórico en el que se inscribe esta investigación; destacamos de esta teoría algunos de sus elementos que fueron fundamentales para el diseño del instrumento que aquí presentamos (milieu [medio], situación didáctica y variable didáctica), así como la importancia de la resolución de problemas en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente, presentamos conceptos relacionados con los conocimientos matemáticos específicos que se abordan en esta investigación: el uso del número como cardinal, el conteo, y el concepto de equivalencia.

3.1 Teoría de las Situaciones Didácticas

Para el desarrollo de esta investigación recurrimos a una teoría didáctica que nos permita comprender las relaciones que se establecen entre el alumno y el saber matemático en el ámbito escolar. Para ello, optamos por la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau (2007).

Panizza (2003) explica que dicha teoría está contenida en la llamada “escuela francesa de didáctica de la matemática”, la cual se desarrolló debido a la preocupación de algunos investigadores por “descubrir e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición y a la transmisión del conocimiento matemático” (p. 60). La autora destaca que una de las convicciones epistemológicas que motivaron el surgimiento de la TSD fue contar con un cuerpo teórico específico del saber matemático, y no de la aplicación de teorías desarrolladas para otros dominios.

Además, la autora señala que a través de esta teoría se busca crear una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que estos no se construyen espontáneamente (Panizza, 2003).

De acuerdo con Brousseau (2007), el enfoque abordado en la TSD tiende a unificar los aportes de otras disciplinas y facilita la comprensión de las posibilidades de mejoramiento y regulación de la enseñanza de las matemáticas. Uno de los propósitos de este autor era promover una reflexión que permita establecer las relaciones entre los contenidos a enseñar y los métodos de la educación.

En la TSD se reconocen tres actores: el profesor, el alumno y el saber. Las relaciones entre ellos se establecen mediante la enseñanza, como se expresa en la siguiente afirmación de Brousseau (el profesor está representado por el sistema educativo): “La enseñanza es concebida como las relaciones entre el *sistema educativo* y el *alumno* vinculadas a la transmisión de un *saber* dado” (Brousseau, 2007, p. 12).

Los conceptos que a continuación se retoman de la TSD nos ayudaron a comprender las relaciones que se establecen entre el alumno y el saber matemático (equivalencia entre monedas de distinto valor) en el contexto escolar, así como a plantear el diseño metodológico de esta investigación. Cabe aclarar que, si bien no tenemos como propósito la enseñanza de un saber matemático, sino la exploración de posibilidades de resolución de ciertos problemas vinculados al uso de monedas y el establecimiento de equivalencia entre ellas, los conceptos que retomamos de la TSD fundamentan el diseño de la secuencia didáctica que proponemos para llevar a cabo dicha exploración.

3.1.1 *Milieu (medio)*⁵

De acuerdo con la TSD, el alumno es capaz de obtener su saber de las propias experiencias, de las interacciones que tiene con el *milieu*, el cual puede comprender instrumentos, objetos, textos, material didáctico, consignas, reglas o restricciones, las interacciones entre alumnos, la situación didáctica misma, entre otros (Brousseau, 2007). Por ello, plantea el autor, para que el docente pueda provocar en el alumno las adaptaciones deseadas y así lograr nuevos aprendizajes, debe confrontar los saberes del alumno con el *milieu*, lo cual será factible a través de la elección de problemas “adecuados”.

Para que el docente efectivamente pueda crear un *milieu* antagonista a los saberes del alumno, que provoque un desequilibrio cognitivo, debe tomar decisiones que den lugar a un *milieu* que sea un reto para el alumno, pero que a la vez le sea alcanzable; es decir, que cuente comuna estrategia base para abordar el problema.

Brousseau (2007), considera el *milieu* como un subsistema autónomo, antagonista del sujeto:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje. (p.30)

⁵ Debido a que el término “medio” es utilizado en el idioma español para referir a una diversidad de acepciones, en este trabajo de investigación utilizaremos el término en su idioma original (*milieu*), para aludir a la acepción utilizada por Guy Brousseau en la TSD (2007).

Al respecto, Fregona y Orus (2011) explican que en el aula debería establecerse un *milieu* que se resista a ser interpretado inmediatamente por los alumnos; el *milieu* debe llevarlos a actuar, formular lenguajes y conceptos, cuestionar la validez de lo que se realiza. Las autoras señalan que:

Cuando el *milieu* del individuo se modifica y no resulta inmediatamente interpretable con los esquemas que posee, entra en crisis, y busca encontrar la manera de recuperar su equilibrio. Según el modelo piagetiano, se producen modificaciones en los esquemas cognitivos y se incorporan nuevas experiencias. (p. 18)

En nuestra investigación retomamos la noción de *milieu* al establecer las consignas, materiales y/o restricciones que promuevan en los alumnos un reto a sus conocimientos, y que los enfrente a buscar, repensar o modificar las estrategias que utilizan para la resolución de los problemas que presentamos.

3.1.2 Situación

Para Brousseau (2007), una “situación” es un modelo de interacción entre un sujeto y un *milieu* determinado; es el entorno del alumno diseñado por el docente, quien lo utiliza como herramienta para la enseñanza. Fregona y Orus (2011) explican que “las situaciones son las herramientas que posee el profesor para crear un espacio de producción y transformación de conocimientos” (p. 59).

Una noción central, contenida dentro del concepto de situación didáctica e íntimamente ligado a este, es la de situación a-didáctica. Brousseau (1986, citado en Panizza , 2003), la define de la siguiente manera:

El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego (p.62)

Es importante aclarar que la frase “sin intervención del maestro” no deja al docente fuera de la acción didáctica, sino que, tal y como lo refiere Panizza (2003), esta fase a-didáctica de la situación implica la intención del profesor de que el alumno aprenda algo, y por ello se abstiene de dar la respuesta al alumno para que éste asuma la responsabilidad de enfrentarse al problema con sus propios conocimientos:

La no intencionalidad contenida en este concepto se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema respondiendo el mismo en base a sus conocimientos, motivado por el problema, y no por satisfacer un deseo del docente, y sin que el docente intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución. (p. 63)

Esta noción de situación didáctica, nos ayudó a visualizar y diseñar las situaciones que presentamos como parte relevante del *milieu* para indagar e identificar que conocimientos ponen en marcha los alumnos al resolver problemas que los enfrenten a utilizar el conteo, efectuar interpretación numérica, y establecer equivalencias entre monedas de distinto valor.

3.1.3 Variable didáctica

Otro concepto importante de la TSD es el de variable didáctica. Brousseau (1995, citado en Panizza, 2003) la define de la siguiente manera:

Las situaciones didácticas son objetos teóricos cuya finalidad es estudiar el conjunto de condiciones y relaciones propias de un conocimiento bien determinado. Algunas de esas condiciones pueden variarse a voluntad del docente, y constituyen una variable didáctica cuando según los valores que toman modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la situación...la modificación de los valores de esas variables permiten entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes. (p. 68)

De acuerdo con Brousseau (2007), el papel del profesor, será elegir las variables didácticas pertinentes en las situaciones que presenta a los alumnos, de tal manera que a través de la elección de valores diferentes pueda provocar cambios o conflicto en los conocimientos de los mismos.

Por su parte, Chamorro (2005) advierte, que no toda modificación a algún elemento de la situación puede ser llamado variable didáctica, sino aquellas con las que se provoquen adaptaciones y aprendizaje. Según Briand y Chevalier (1995), citados en Chamorro (2005), estas modificaciones deben afectar la jerarquía de las

estrategias de solución que pone en marcha el alumno (por su costo, validez, o complejidad).

En la presente investigación nos apoyamos en el concepto de variable didáctica para diseñar cada situación didáctica y para efectuar las modificaciones que consideramos necesarias para hacer más o menos complejo el reto que deben enfrentar los alumnos, de acuerdo con los conceptos y conocimientos matemáticos que nos interesa explorar. Se espera que dichas modificaciones tengan un impacto en los procedimientos de los alumnos, así como en la forma en que se relacionan con el medio provisto por el docente o por el investigador.

3.2 Usos del número

Brousseau (2007) distingue entre el uso puramente numeral de los números para designar o identificar un objeto (por ejemplo: el número de un canal de televisión, de un teléfono), y el conocimiento de las propiedades de las colecciones, los números y sus operaciones (por ejemplo: enumerar colecciones, determinar cuánto hay, enunciar y escribir números, el uso ordinal de la sucesión numérica, etc.), los cuáles de acuerdo con el autor, deben ser conocidos y controlados por los alumnos para poder acceder a los complejos usos del número.

Por su parte, González y Weinstein (2010) afirman que los niños utilizan los números de formas variadas haciendo uso de sus distintas funciones, las cuales son:

- El número como memoria de la cantidad: es la primera función de la que se apropian los niños y hace referencia a la posibilidad de poder evocar una cantidad, sin necesidad de que esté presente. Alude al aspecto cardinal del

número. Dentro de esta misma función se incluyen situaciones de comparación del cardinal de dos o más conjuntos.

- El número como memoria de la posición: es la función que permite recordar el lugar que ocupa un objeto en una lista ordenada. Se relaciona con el aspecto ordinal del número (el lugar que ocupa un número en la serie).
- El número para calcular: también llamada función del número para anticipar resultados; alude a la posibilidad que dan los números de anticiparse al resultado de una transformación cuantitativa. Implica comprender que una cantidad puede resultar de la composición de varias cantidades; permite operar sobre los números para prever el resultado de la transformación de la cardinalidad.

A manera de resumen, González y Weinstein (2010) señalan que a través de la resolución de problemas que impliquen el uso de los números en sus distintas funciones, se estará favoreciendo en los niños el uso de distintos procedimientos de solución, como los siguientes: conteo, sobreconteo, percepción global, resultado memorizado, entre otros.

Chamorro (2005) señala que “no hay un único significado del número, por lo que construir el concepto de número supone descubrir, paulatinamente, las distintas significaciones, así como la relación entre ellas” (p.170). La autora insta a que esto sea considerado didácticamente, planteando a los niños una diversidad de situaciones de aprendizaje que les permitan descubrir los diferentes usos del número.

3.3 Conteo

Como se expondrá en el capítulo de Metodología, el diseño del instrumento de exploración que aquí nos hemos propuesto requiere de la identificación de ciertos conocimientos previos de los alumnos, particularmente del conteo y cómo lo utilizan para enfrentar los problemas que se plantean en la secuencia didáctica.

Según Chamorro (2005), diversos autores como Gelman y Gallistel, 1975; Baroody, 1988; Resnick y Ford, 1991, consideran al conteo como una actividad importante para la adquisición del número, argumentando que el conteo está íntimamente ligado al desarrollo cognitivo, además de ser índice de la riqueza de los conocimientos matemáticos en edades tempranas.

De acuerdo con Gelman (1978, citada en Chamorro, 2005), el conteo es el medio a través del cual los niños representan para sí el número de cualquier conjunto y razonan sobre las cantidades y las transformaciones aditivas y sustractivas. Por otra parte, Duhalde y González (1996), asocian al conteo con los principios de Gelman y Gallistel, explicando que contar implica llevar a la acción de manera conjunta todos esos principios.

De acuerdo con Gelman y Gallistel (como se citó en Duhalde y González, 1996, p. 44), hay cinco principios que expresan las competencias de un individuo cuando enfrenta la tarea de contar:

- Principio de correspondencia término a término: hacer uso de una correcta tarea de enumeración para corresponder cada elemento que se va a contar de manera unívoca con la palabra-número de la cantinela.
- Principio de orden estable: recitar la cantinela siempre de la misma forma y siguiendo un orden estable.

- Principio de abstracción: implica poder enfocarse solamente en el aspecto cuantitativo de la colección a contar, independientemente de las características físicas de los objetos que se están contando.
- Principio de no pertinencia del orden: el orden en que se cuentan los elementos de una colección no es relevante, al contar, independientemente de donde se comience el conteo, el resultado será siempre el mismo.
- Principio de cardinalidad o cardinalización: al contar, el último número enunciado representa tanto al elemento correspondiente, como la totalidad de la colección.

Cabe aclarar que estos principios no tienen una sucesión jerárquica de carácter inamovible, sino que, de acuerdo con Gelman y Gallistel, son principios que intervienen en el aprender a contar y demuestran, en su conjunto, que contar no es meramente un ejercicio memorístico.

Duhalde y González (1996) señalan que para determinar si los alumnos realmente están utilizando el conteo para cuantificar colecciones, ante la pregunta de “¿cuántos hay?”, los niños tendrían que responder con la última palabra dicha al efectuar su conteo. El “verdadero contar”, según las mismas autoras, ocurre cuando los alumnos pueden:

Establecer correspondencia uno a uno; mantener el orden de las palabras numéricas; etiquetar cada objeto una sola vez sin omitir ninguno; considerar que el último número mencionado representa la cantidad total de la colección, y que éste es independiente del orden en que se numeren los elementos, podemos decir que ha logrado el verdadero contar. (p.59)

Resulta necesario destacar la importancia de la enumeración durante el acto de contar, ya que la acción de enumeración realizada por los alumnos tendrá incidencia directa sobre el resultado del conteo. Para referirse a la enumeración, Chamorro (2005) retoma las definiciones del diccionario de la Real Academia Española, las cuales explican que la enumeración implica expresar sucesivamente las partes de las que consta un todo, por lo que la enumeración de una colección finita consistirá en considerar sucesivamente todos los objetos de una colección una sola vez sin dejar elementos sin contar. De acuerdo con Briand (1993, citado en Chamorro, 2005), esta actividad de enumeración debe ser considerada por los docentes, ya que al no encontrarse implícita en los programas de estudio como objeto de enseñanza, se deja la responsabilidad de su dominio a los alumnos, cuando los docentes deberían priorizar el trabajo con actividades que permitan a los niños desarrollar o afianzar técnicas de enumeración (como tocar los elementos que se van etiquetando, desplazar cada elemento etiquetado, entre otras) antes de introducir las actividades de tipo numérico.

Chamorro (2005) plantea que los procedimientos que se pueden efectuar para determinar el número de elementos de una colección son: el conteo súbito, la evaluación global y el conteo. A continuación, explicaremos brevemente lo que respecta al conteo súbito y al conteo, los cuales son considerados en el diseño del instrumento.

Chamorro (2005), explica lo siguiente en cuanto al conteo súbito o “*subitizing*”, en inglés:

Designa la operación que realizamos cuando en un golpe de vista, y sin necesidad de realizar un conteo, al menos de forma consciente, podemos

decir con exactitud la cantidad de objetos de una colección, y todo ello en un tiempo muy corto, casi de manera instantánea. (p. 166)

La autora advierte que este procedimiento o capacidad solamente es útil cuando se está trabajando con colecciones pequeñas, números que “se denominan números perceptivos o visuales” (p. 167).

El procedimiento de conteo resulta de gran interés para nuestra investigación, ya que dentro del diseño del instrumento que proponemos, habrá una situación inicial en la que se evaluará el dominio que los alumnos tengan sobre el conteo en un rango de 1 a 10 como criterio de inclusión y organización de los equipos de trabajo.

Otro elemento importante a observar en los alumnos durante la acción de contar, es la posibilidad de que efectúen sobreconteo. Al respecto, Duhalde y González (1996), apoyándose en Steffe, Thompson y Richards (1991), denominan “sobre conteo”, al momento cuando los alumnos prosiguen la cuenta sin repetir la secuencia completa de números.

Por su parte, para Chamorro (2005), sobrecontar refiere a, “cuando se adjunta a una colección otra (o a un número otro número), la estrategia del <<sobreconteo>> supone conocer y saber enunciar la serie de los números a partir de uno dado (por ejemplo: <<nueve más tres: diez, once, doce>>)” (p.200).

3.4 Equivalencia

En este apartado abordamos un concepto central en nuestra investigación: la equivalencia. Este concepto nos resulta de suma importancia, ya que diseñamos un instrumento que pretende explorar los alcances y limitaciones de alumnos de tercero

de preescolar al resolver problemas que implican establecer relaciones de equivalencia entre monedas.

De acuerdo con Vergnaud (1981, citado en Cuellar, Lessard, Boily y Mailhot, (2019), las situaciones de comparación entre el número de elementos de dos conjuntos permiten abordar la noción de equivalencia, ya que no se centran en un cálculo a realizar, sino más bien en la relación entre dos conjuntos. Un ejemplo de este tipo de situaciones es presentar a los alumnos un conjunto con 8 cubos y otro con 10 cubos, y preguntarles qué se debe hacer para tener la misma cantidad de cubos en ambos conjuntos.

En cuanto al trabajo con la equivalencia desde el nivel preescolar, Cuellar et al., (2019) explican que en la enseñanza tanto la equivalencia como la igualdad son representadas con el símbolo igual "=", por ello la concepción operativa dominante está asociada a ese símbolo como igualdad en lugar de la equivalencia, lo cual llega a ser un obstáculo para el aprendizaje de conceptos algebraicos.

Los autores advierten que una situación de igualdad es distinta a una de equivalencia cuantitativa, afirman que la mayoría de las tareas que se proponen a alumnos preescolares están centradas en un cálculo vinculado a la igualdad, por ejemplo: si tengo tres paletas y mi amiga tiene 5, ¿cuántas paletas tenemos en total?, en cambio en una situación de equivalencia cuantitativa el énfasis está en la relación entre dos conjuntos; como ejemplo los autores que si pensamos en dos niños que comparan sus fichas, donde el primero tiene 2 fichas en su mano derecha y 3 en su izquierda, y el otro niño tiene 5 fichas, entonces es una cuestión de equivalencia cuantitativa.

Los mismos autores refieren que algunos estudios sobre equivalencia en preescolar han podido demostrar que los niños pueden tener una comprensión

informal de la equivalencia matemática sin necesidad de usar símbolos (Mix, 1999, citado en Cuellar, et al., 2019), ya que “el símbolo de igualdad no distingue el tipo de situación (equivalencia o igualdad) considerada. Como tal, el símbolo “=” no siempre es interpretado como una equivalencia por el alumno” (Cuellar et al., 2019, p. 4).

Cabe precisar que en México el currículo de preescolar no establece el uso del símbolo “=”, siendo el trabajo con la equivalencia cuantitativa más recurrido que el trabajo de equivalencia entre monedas, ya que aun y cuando las monedas pueden ser usadas para establecer equivalencia cuantitativa, agregan complejidad al trabajo cuando se considera su valor nominal, ya que de ser el caso se podría aludir a magnitudes continuas.⁶

Delval (2013) por su parte, establece que los niños de 4 y 5 años aplican un criterio perceptivo para resolver problemas de equivalencia; por ejemplo, “hay más dinero en diez monedas de \$1, que en una moneda de \$10, porque hay más monedas”. Es en edades subsecuentes cuando los niños se encontrarán en posibilidad –derivada de su desarrollo cognoscitivo– de aplicar las operaciones aritméticas necesarias y adquirir la noción de “Unidad de Valor” (la cuál para nuestro sistema monetario recae en la unidad “un peso”) para comprender que diez monedas de \$1 es equivalente a una moneda de \$10.

Piaget (1950, 1945/1962, 1967, 1971), citado en Chandler y Kamii (2009, p. 98), distingue tres tipos de conocimiento según sus fuentes últimas, los cuáles son:

⁶ Debido a que nuestra unidad monetaria tiene sus correspondientes múltiplos y submúltiplos a través de las diferentes denominaciones de las monedas y billetes de nuestro sistema.

- Conocimiento físico: alude al conocimiento de los objetos en la realidad externa, por ejemplo: el conocimiento del color de las monedas, o el material con que están hechas. La fuente última de este conocimiento son los objetos.
- Conocimiento social-convencional: por ejemplo, una persona sabe que 1 *penny* (centavo), vale lo mismo que 1 *cent* (centavo), pero un *dime* (diez centavos) es el total de 10 *cents*. La fuente última del conocimiento social-convencional son las convenciones.
- Conocimiento lógico-matemático: este conocimiento se compone de las relaciones mentales que cada individuo crea mediante el pensamiento. Por ejemplo: si a una persona se le muestra un *penny* y un *dime*, esta podría decir que son diferentes, pero si la persona decide ignorar el tamaño o el color, podría decir que ambas son iguales por estar hechas de metal o por su forma; la razón por la que ambas afirmaciones son correctas, es que “diferente” y “similar” son relaciones mentales que cada persona elabora al pensar acerca de los dos tipos de monedas.

En el instrumento (secuencia didáctica) que proponemos en esta investigación, las situaciones didácticas diseñadas están orientadas a explorar, primeramente, si los niños están en posibilidad de establecer una relación de valor entre las monedas con base en la unidad de “un peso” (situaciones didácticas 1, 2 y 3), y posteriormente, a explorar si son capaces de establecer relaciones de equivalencia entre las distintas monedas que conforman nuestro sistema monetario nacional: \$1, \$2, \$5, y \$10 (situaciones 4 y 5), considerando en cada situación el valor nominal de las monedas y creando las combinaciones necesarias para la resolución de los problemas presentados .

CAPÍTULO 4 METODOLOGIA

4.1 Ingeniería Didáctica

El diseño metodológico de la presente investigación se encuentra fundamentado en la Ingeniería Didáctica de Michelle Artigue (1995). La utilización del término ingeniería didáctica, según la autora, alude al trabajo que realiza un ingeniero quien “para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico” (p. 33).

La ingeniería didáctica tiene al menos dos usos: por una parte, se recurre a ella para lograr aprendizajes específicos en los alumnos mediante el diseño e implementación de secuencias didácticas. Al respecto Douady (1995) explica que “el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor-ingeniero, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos” (p. 61).

Por otra parte, la Ingeniería didáctica se utiliza para realizar investigaciones, tal y como queda asentado en la siguiente cita: “como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (Artigue, 1995, p. 36).

Esta investigación se inscribe en este segundo uso, ya que recurrimos al diseño de situaciones didácticas con la finalidad de explorar las posibilidades de resolución de alumnos de preescolar al enfrentar problemas que impliquen el uso de monedas de distinto valor y establecer relaciones de equivalencia entre ellas; además pretendemos constatar si el dominio que los niños puedan tener sobre el

conteo aporta elementos para que las situaciones sean resueltas satisfactoriamente.

Otra característica de la ingeniería didáctica, según Artigue (1995), es que se ubica entre las investigaciones que realizan el registro de estudios de caso y su validación es interna, mediante la contrastación del análisis a priori y a posteriori de las situaciones; esto la diferencia de aquellas investigaciones con un enfoque comparativo del rendimiento de grupos experimentales y grupos de control.

Artigue (1995) explica que la ingeniería didáctica se compone de cuatro fases, a saber:

Fase 1 de análisis preliminares: esta fase se basa tanto en el establecimiento de un cuadro teórico general, así como en el estudio epistemológico de los contenidos a enseñar. Considera los análisis de la enseñanza tradicional, de las concepciones de los estudiantes y del campo de restricciones en que se va a situar la realización didáctica.

Fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas: en esta fase el investigador toma decisiones para actuar sobre un determinado número de variables del sistema, a las cuales se les nombra variables de comando y se les considera pertinentes con relación al problema planteado. Dentro de las variables de comando se distinguen dos tipos: las variables macro – didácticas o globales que refieren a la organización global de la ingeniería, y las variables micro – didácticas o locales concernientes a la organización de una secuencia o una fase. En el nivel micro – didáctico las variables didácticas son aquellas cuyo efecto didáctico ha sido corroborado.

Fase 3 de experimentación: en esta fase es donde se pone en marcha las secuencias didácticas planificadas y se recogen los datos para su posterior análisis.

Fase 4 de análisis a posteriori y evaluación: esta fase se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de las observaciones realizadas durante la implementación de las secuencias didácticas, así como de las producciones de los estudiantes. Frecuentemente estos datos pueden ser complementados con otros obtenidos de metodologías externas como: cuestionarios, entrevistas individuales o en grupo. En la confrontación del análisis a priori y a posteriori se realiza la validación de las hipótesis realizadas en la investigación.

Debido a las condiciones sanitarias derivadas de la pandemia mundial de 2019, para la presente investigación solamente llevamos a cabo las dos primeras fases de la ingeniería didáctica, las cuales nos permiten establecer los análisis preliminares y el diseño de la secuencia didáctica, así como el análisis a priori de cada una de las situaciones didácticas que conforman dicha secuencia.

4.2 Características de la investigación

Se trata de un estudio de tipo cualitativo cuyo diseño metodológico se apoya en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) en sus dos primeras fases: 1) análisis preliminares, 2) concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, como se explicó en el apartado anterior.

Para explorar los procedimientos de los alumnos de tercero de preescolar al resolver problemas que implican el conteo, la interpretación numérica y el uso de monedas de distinto valor para establecer entre ellas relaciones de equivalencia, recurrimos al diseño de una secuencia didáctica conformada por seis situaciones didácticas.

Cabe subrayar que la secuencia didáctica propuesta no persigue la finalidad de enseñar, sino que es un instrumento de exploración.

En la fase 1 (análisis preliminares), revisamos estudios de corte psicológico y didáctico, los cuales nos permitieron comprender los procesos de aprendizaje en los que están implicados los conceptos de conteo y equivalencia.

La fase 2 (concepción y análisis a priori), consistió en el establecimiento de los objetivos de esta investigación; a partir de ellos se diseñaron cada una de las seis situaciones didácticas que conforman la secuencia didáctica.

Como parte de esta misma fase, para cada situación didáctica se desarrolló un análisis a priori, el cual tiene como propósito anticipar los posibles procedimientos de resolución de los alumnos, tanto exitosos, así como azarosos, con errores y /o dificultades. El análisis a priori incluye la interpretación de esos procedimientos de resolución, así como las posibles formas de intervención del docente o investigador para profundizar en la exploración de los conocimientos manifestados por los alumnos.

4.3 Descripción general de la secuencia didáctica

Entenderemos por “secuencia didáctica” a una selección de situaciones didácticas que parten de una “situación generatriz”, ensambladas y presentadas de manera tal, que los alumnos les encuentran sentido y se comprometan con su proceso de estudio y resolución (Moscoso, 2020).

Diseñamos seis situaciones didácticas; la primera de ellas (situación inicial) tiene la finalidad de identificar qué alumnos ya cuentan con dominio en el conteo de colecciones en un rango del 1 a 10, pues ese es el rango numérico de los datos y resultados de los problemas que planteamos en la secuencia. Los alumnos que manifiesten ese dominio serán incluidos en la exploración.

Lo anterior obedece a una de las recomendaciones específicas que hace el Programa de Educación Preescolar 2017 (SEP, 2017), el cual menciona que para la introducción del trabajo con la equivalencia entre monedas “es recomendable que los alumnos tengan dominio sobre el conteo en lo que respecta a los rangos numéricos de los datos y el de los resultados” (p.238), así como también a la sugerencia de Rebolledo (2016) de introducir el trabajo con monedas de distinto valor, una vez que los alumnos han logrado la construcción del número como cardinal. Una vez cumpliendo con dicha recomendación, a través de la implementación de las siguientes situaciones didácticas que proponemos, se busca explorar qué pueden resolver alumnos de tercero de preescolar cuando enfrentan situaciones que les demandan el establecimiento de equivalencia entre monedas de distinto valor.

De acuerdo con el programa de educación preescolar vigente (SEP, 2017) y con las recomendaciones del “Libro de la educadora” (SEP, 2021), al trabajar con situaciones didácticas que promuevan la adquisición de relaciones de equivalencia entre monedas, es posible que los alumnos presenten los siguientes procedimientos: primero se centrarán en aspectos cualitativos de las monedas (tamaño, color); después se inclinarán por el uso exclusivo de monedas de \$1 para formar un pago; posteriormente usarán monedas de diferente denominación como si todas fueran de \$1, y en otros casos se inclinarán por el pago con la moneda que corresponda directamente con el precio del producto (como buscar la moneda de \$5 para pagar algo que cuesta cinco pesos), a lo cual seguiría la posibilidad de combinar monedas de diferente denominación atendiendo su valor nominal para formar un pago.

Las situaciones que proponemos se presentan atendiendo al criterio de menor a mayor complejidad; éste se determina con base en las variables didácticas que se proponen para cada una de ellas, así como en función de los conocimientos

implicados en la resolución de los problemas. Las situaciones didácticas diseñadas están orientadas a explorar:

- Si los alumnos están en posibilidad de establecer una relación de valor entre las monedas con base en la unidad de “un peso” (situaciones didácticas 1, 2 y 3).
- Si logran establecer relaciones de equivalencia entre las distintas monedas que conforman nuestro sistema monetario nacional: \$1, \$2, \$5, y \$10 (situaciones 4 y 5).

Procuramos que la consigna establecida para cada situación presentara un desafío al intelecto, saberes y experiencias de los alumnos, en función del aprendizaje que se pretende explorar o propiciar; asimismo, cuidamos que las consignas no den a los alumnos la indicación directa de lo que deben hacer, o la respuesta a la actividad, sino que les permitan decidir las estrategias o recursos a utilizar para la resolución de los problemas que se les proponen.

A excepción de la situación inicial, las situaciones didácticas fueron diseñadas usando como contexto distintas actividades de compra-venta, con las cuales se espera que los alumnos hagan uso de sus conocimientos para resolver problemas que implican el uso de monedas de distinto valor y el establecimiento de equivalencias entre ellas.

Los alumnos cumplirán el rol de compradores, y el docente o el investigador desempeñará el rol de vendedor, ya que de esta manera le será posible realizar intervenciones y preguntas específicas con la finalidad de ahondar en la exploración de los conocimientos que los alumnos manifiesten.

Cada situación didáctica está dividida en momentos de resolución individual y de resolución en equipos. En cada situación los alumnos participarán en dos

rondas para comprar; la finalidad es que el docente o el investigador identifique los conocimientos y procedimientos de resolución que los alumnos pongan de manifiesto en cada una de esas rondas. El tiempo estimado para el desarrollo de cada situación es de 30 minutos.

4.3.1 Usos de la secuencia didáctica

Utilizamos los términos “docente” e “investigador”, considerando que las situaciones didácticas que aquí se presentan pueden ser retomadas e implementadas por cada uno de estos profesionistas, teniendo claro que los usos que pudieran dar a la información obtenida podrían responder a intereses distintos, como los que se esbozan enseguida.

El instrumento que aquí se propone podría apoyar a los docentes en el diagnóstico inicial de los conocimientos de sus alumnos, para que a partir de ello planifiquen situaciones didácticas que representen un reto y movilicen los saberes de los alumnos, una vez que hayan identificado sus alcances y limitaciones al enfrentar situaciones didácticas que implican equivalencia entre monedas de distinto valor.

Es necesario precisar que al usar los términos “alcances y limitaciones”, no aludimos a la falta de conocimientos en los alumnos preescolares que pudieran asociarse a rezago; sino que reconocemos la complejidad de los retos que enfrentan los alumnos al trabajar con la equivalencia de monedas. Esos retos ya han sido identificados por investigaciones psicológicas y didácticas; algunos de ellos están relacionados con procesos cognitivos y otros con las variables didácticas y las características del *milieu*, como se expuso en los Antecedentes.

Como investigador, puede constituirse en un instrumento que, después de su implementación y análisis de los datos, aporte elementos para discutir la pertinencia

de introducir la equivalencia entre monedas en el nivel preescolar, así como para vislumbrar alcances y límites de propuestas didácticas en las que se use el dinero.

4.3.2 Organización de los alumnos en equipos de trabajo

Proponemos que para la implementación de cada una de las situaciones didácticas se organice al grupo en equipos de máximo 4 integrantes, lo cual permitirá llevar a cabo una observación y registro detallado de las interacciones, estrategias y formas de resolución que utilizan.

Sugerimos que posteriormente a la implementación de la situación inicial, una vez que se haya identificado a los alumnos que mostraron tener dominio en el conteo al menos hasta 10, se reorganicen los equipos de trabajo (manteniéndolos con 4 integrantes como máximo) para continuar con la implementación de las situaciones didácticas que conforman la secuencia. Para el caso de los alumnos que aún no dominen el conteo en el rango mencionado, se sugiere que también se les organice en equipos para trabajar con ellos algunas situaciones didácticas que favorezcan el conteo.

4.4 Descripción de las situaciones didácticas

A continuación, haremos una descripción general de cada una de las situaciones; en el siguiente capítulo se hará una descripción detallada. Cabe recordar que para todas ellas se propone organizar al grupo en equipos.

Situación inicial “Bolsas de dulces”. El propósito es identificar a los alumnos que ya muestran dominio en el conteo de colecciones en un rango de 1 a 10, por los motivos expuestos en páginas anteriores. Además, esta situación lleva implícita la

exploración de cuáles son los números escritos que los alumnos identifican, así como el uso del número para comunicar de cuántos elementos está conformada una colección.

A cada alumno se le asignarán diversas colecciones (“montoncitos”)⁷ de dulces en un rango de 1 a 10 objetos por colección, y un juego de tarjetas con los números del 1 al 10. El niño podrá utilizar la estrategia que considere adecuada para establecer de cuántos elementos se encuentra conformado cada “montoncito de dulces”, y colocará la colección dentro de una bolsa. Para recordar de cuántos dulces se compone cada colección, deberá tomar la tarjeta que la represente numéricamente y la pegará al frente de la bolsa.

Materiales por equipo: tira numérica con los números del 1 al 10 como apoyo para la identificación del numeral (en caso de que algún niño lo requiera).

Materiales por niño: bolsas de papel, colecciones de dulces diversos (los que se usarán para el desarrollo de la situación didáctica 1), juego de tarjetas numéricas del 1 al 10.

Situación 1. “La tiendita” (Comprar un producto con monedas de \$1). Los niños comprarán un dulce y lo pagarán con monedas de \$1. Los precios de los dulces estarán en un rango de \$6 a \$10, guardando relación con los rangos numéricos trabajados en la situación inicial.

⁷ Aludimos a “montoncitos de dulces” para referir que la presentación de las colecciones de dulces se haga a través de una “colección desordenada”, evitando que el docente y/o investigador los presente en fila, en torre, etcétera, para así propiciar que sean los niños quienes decidan qué estrategia utilizar para determinar la cardinalidad de la colección.

Materiales por equipo: dulces variados con precios en rango de \$6 a \$10 (un dulce distinto para cada precio), tarjetas de verificación para cada precio con el número impreso y el dibujo de las monedas de \$1 correspondientes.

Material por niño: un monedero con 20 monedas de \$1, una lista de precios de los dulces.

Situación 2. “La feria”. (Jugar a la lotería pagando con monedas de \$1). Para participar los niños tendrán que pagar su entrada al juego con la moneda exacta. El costo de cada ronda será de \$1. Se dará a cada niño una moneda de \$10, por lo que tendrán que cambiarla por su equivalente en monedas de \$1. Para hacer el cambio cada niño tomará de una canasta las monedas que considere necesarias. Después, verificará colocando las monedas de \$1 que tomó sobre las que están dibujadas en la tarjeta de verificación.

Material por equipo: dos canastas de plástico con 50 monedas de \$1 en cada una, fichas de plástico para marcar en su tabla de lotería, tarjeta de verificación (de un lado la moneda de \$10 impresa y, del otro lado, los dibujos de las monedas de peso correspondientes).

Material por niño: una tabla de lotería, monedero con una moneda de \$10.

Situación 3. “La feria”. (Jugar en los puestos de la feria pagando con monedas de \$2, \$5 y \$10). Los juegos tendrán un costo de \$2, \$5 y \$10; los niños podrán jugar en los puestos de la feria con la condición de pagar el precio de entrada de cada puesto con la moneda exacta. Se dará a cada niño un monedero con 30 monedas de \$1, por lo que tendrán que contar las monedas de \$1 que necesitan para pagar el juego que elijan y cambiarlas por la moneda equivalente. Para realizar el cambio cada niño tomará de su monedero las monedas de \$1 necesarias, y

verificará que sea correcto comparándolo con la tarjeta de verificación correspondiente a la moneda que necesitan.

Material por equipo: juegos (la pesca, el traga bolas, boliche, tiro al blanco), canastas de plástico con 20 monedas de \$2, \$5 y \$10 (una canasta por cada denominación), tarjetas de verificación para cada precio (con el número impreso en una lado y las monedas de \$1 peso correspondientes en el otro lado).

Material por niño: monedero con 30 monedas de \$1.

Situación 4. “La papelería”. (Comprar un artículo con monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10). Los niños podrán comprar un producto de la papelería con precios en rango de \$2 a \$10, utilizando las monedas que consideren necesarias para formar su pago.

Material por equipo: artículos de papelería con precios en rango de \$2 a \$10, canastas de plástico con 50 monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 (una por cada denominación), tarjetas de verificación de pago con todas las combinaciones posibles para cada precio (precio impreso en un lado y combinación de monedas en el otro).

Material por niño: lista de precios de los artículos de la papelería.

Situación 5 “La juguetería”. (Comprar un juguete de \$10, pagando con monedas de \$1, \$2 y \$5). Los niños elegirán el juguete que deseen comprar y tendrán que formar la colección correcta de monedas para pagar el producto, tomando las monedas necesarias de las canastas de plástico.

Material por equipo: juguetes de plástico, canastas de plástico con monedas de \$1, \$2 y \$5, tarjetas de verificación con todas las combinaciones posibles para pagar

10 pesos (precio impreso en un lado y la posible combinación de monedas en el otro lado).

Dirección General de Bibliotecas UAQ

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS A PRIORI DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y CRITERIOS PARA LA INTERPRETACIÓN DE PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCIÓN

En este capítulo presentamos el análisis a priori de cada una de las situaciones didácticas que conforman nuestra secuencia. Este análisis pretende anticipar algunos de los procedimientos de resolución que podrían presentar los alumnos al trabajar las situaciones didácticas que proponemos. Para la anticipación de dichos procedimientos consideramos tanto aquellos que permitan a los alumnos obtener un resultado correcto (“procedimientos exitosos”), como aquellos que den lugar a resoluciones azarosas, con errores o dificultades. Los procedimientos previstos en el análisis de cada una de las situaciones didácticas se presentan a manera de concentrado en una tabla, y posteriormente describimos cada situación.

Cabe aclarar que este análisis no pretende ser exhaustivo, ni excluyente, de los diversos procedimientos que podrían manifestar los alumnos, sobre todo si tenemos presente que cada alumno abordará las actividades propuestas desde sus propios conocimientos, así como desde la riqueza que aporte el intercambio con sus pares. Lo que pretende es ofrecer una aproximación a los procedimientos más factibles de acuerdo con lo que aportan investigaciones previas.

Así mismo, establecemos un conjunto de criterios que pueden orientar la interpretación de los procedimientos o estrategias que podrían manifestar los alumnos al resolver cada una de las situaciones didácticas que proponemos.

Para ejemplificar cada uno de los procedimientos de resolución previstos en el análisis a priori, retomamos algunos fragmentos de transcripciones de entrevistas o de clases con alumnos de preescolar documentados en investigaciones previas; también utilizamos fragmentos retomados del pilotaje que realizamos de las dos

primeras situaciones didácticas que presentamos en este diseño. Recurrimos también a casos hipotéticos elaborados exprofeso para ilustrar algunos de los posibles procedimientos.

Los ejemplos que presentamos para cada procedimiento nos ayudarán, además, a establecer dos criterios para interpretarlos: “conocimientos que se manifiestan” y “lo que falta por aprender”. Adicionalmente, cuando lo consideramos pertinente, nos permitimos hacer algunas sugerencias ya sea para profundizar en la exploración de conocimientos de los alumnos, o para la enseñanza.

Cabe precisar que usamos el término “identificar” para referirnos a cuando los niños reconocen y nombran un numeral; mientras que el término “interpretar” lo usamos para cuando forman la cantidad de dinero que representa un numeral, ya sea utilizando sólo monedas de \$1 o monedas de distinta denominación.

En los ejemplos que presentamos usamos *M* para referirnos a la maestra, *Na* y *No* para referirnos a “niña” y “niño”, respectivamente. En los fragmentos tomados del pilotaje recurrimos al uso de seudónimos para respetar el anonimato de los participantes.

En resumen, en la presentación de cada una de las situaciones didácticas, el docente o investigador encontrará: la descripción general de la situación, consigna a utilizar, tabla que concentra los procedimientos previstos en el análisis a priori (exitosos, azarosos, con dificultades o errores), cada procedimiento con un ejemplo que lo ilustra, interpretación de dicho procedimiento (“conocimientos que se manifiestan” y “lo que falta por aprender”), y en algunos casos que consideramos pertinente, podrá encontrar algunas sugerencias para profundizar en la exploración, o para la enseñanza.

5.1 Situación Inicial. “Bolsas de dulces”

Se plantea como la situación didáctica a través de la cual el docente o el investigador podrá identificar qué alumnos ya tienen dominio en el conteo en un rango de los primeros 10 números, así como en la identificación de los números escritos, rango numérico que coincide con los rangos de los datos y de los resultados de los problemas que se plantean en la secuencia didáctica.

Resaltamos el hecho de que esta primera situación didáctica se plantea a través del conteo de colecciones de objetos, sin acudir de primera instancia al conteo utilizando monedas. Lo anterior se basa en las aportaciones de las investigaciones previas que destacan la complejidad de las monedas como recurso para establecer el conteo, debido a la dualidad de valores de las monedas: el cardinal y el nominal (Bonilla, 2014; Muñoz, 2017).

Por lo tanto, decidimos recurrir en esta primera situación didáctica al conteo de objetos que no presenten esta dualidad; el propósito es tener un medio a través del cual el docente o el investigador puedan indagar cómo los alumnos llevan a cabo el conteo e identificar quiénes ya lo dominan en un rango del 1 al 10. De esta manera, evitamos el riesgo de que quienes sí puedan contar colecciones de hasta 10 elementos, tengan dificultades o errores por tratarse de monedas.

5.1.1 Consigna

“Sobre la mesa tienes algunos montones de dulces, bolsas de papel y unas tarjetas con números. Ayúdame, por favor, a poner cada montón de dulces dentro de una bolsa, para saber cuántos dulces tenemos para la tiendita: escoges un montón, me dices cuántos dulces hay, los metes en la bolsa, y escoges la tarjeta que nos ayude a recordar cuántos dulces hay allí.”

5.1.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
<p>a) Ante colecciones pequeñas (de hasta cuatro dulces), subitizar el contenido de la colección. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.</p>	<p>a) Estimar la cantidad de dulces de cada colección. Tomar los dulces y colocarlos dentro de la bolsa sin contarlos.</p>
<p>b) Colocar los dulces uno a uno dentro de la bolsa, al mismo tiempo que verbaliza el conteo. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.</p>	<p>b) Utilizar el conteo, pero sin establecer correspondencia biunívoca entre los dulces y el recitado de la serie numérica oral.</p>
<p>c) Tomar algunos dulces en su mano subitizando cuántos dulces son, y posteriormente utilizar sobre conteo para agregar los dulces restantes; es decir, que después de establecer cuántos dulces tomó, agregar los que le faltan partiendo del último número nombrado. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.</p>	<p>c) Utilizar conteo, pero con errores de secuencia por no presentar orden estable en la serie numérica oral.</p>
	<p>d) Cardinalizar la colección de dulces mediante el conteo, pero con apoyo de la tira numérica debido a dificultades para identificar la tarjeta con el numeral correspondiente.</p>

	<p>e) Cometer errores de enumeración, por no utilizar una técnica (desplazamiento, disposición en fila, etc.) que le permita identificar los elementos ya contados.</p>
--	--

5.1.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretaciones de los mismos

- a) Ante colecciones pequeñas (de hasta cuatro dulces), subitizar el cardinal de la colección. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: <i>¿Cuántos dulces tienes en ese montón?</i> Na: /Extiende la colección de dulces sobre la mesa, los observa e inmediatamente dice/ "Tres" M: <i>Tres, entonces ¿qué tarjeta pegarás en la bolsa?</i> /refiriéndose a las tarjetas portadoras de los numerales/ Na: /Observa las tarjetas dispuestas sobre la mesa de trabajo y toma la tarjeta con el numeral 3/ "ésta, la del tres"</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Subitiza la colección • Identifica el numeral correspondiente

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Estar atentos a la forma de resolución que da el alumno ante colecciones mayores, para verificar si cuentan con alguna estrategia o procedimiento de resolución para esos casos.

- b) Colocar los dulces uno a uno dentro de la bolsa, al mismo tiempo que verbaliza el conteo. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: /Se dispone a contar la siguiente colección, toma un dulce a la vez y lo coloca dentro de la bolsa al mismo tiempo que los enumera/ <i>“uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete”</i></p> <p>M: <i>“Entonces, ¿cuántos dulces hay en este montoncito?”</i></p> <p>Na: <i>“Hay siete”</i> /al mismo tiempo que busca la tarjeta correspondiente y la pega al frente de la bolsa/</p> <p>M: <i>“Entonces siete”</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Realiza conteo • Identifica el numeral correspondiente

- c) Tomar algunos dulces en su mano subitizando cuántos dulces son, y posteriormente utilizar sobre conteo para agregar los dulces restantes. Es decir, después de establecer cuántos dulces tomó, agrega los que le faltan partiendo del último número nombrado. Identificar y colocar al frente de la bolsa la tarjeta numérica correspondiente.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>No: <i>“Ahora voy a contar este montón”</i> /señalando el siguiente montón de dulces de la mesa/ M: <i>“Bien, a ver”</i> No: /Toma algunos dulces en su mano, los observa y verbaliza/ <i>“cuatro”</i> /prosigue tomando uno por uno los dulces sobrantes del montón, y los va agregando a los que ya tenía en su mano al mismo tiempo que los enumera/ <i>“cinco, seis, siete, ocho, ¡son ocho dulces!”</i> /los coloca dentro de la bolsa/ M: <i>“Bueno, y entonces...”</i> No: <i>“Necesito la tarjeta del 8 ”</i> /busca la tarjeta en cuestión y la pega fuera de la bolsa correspondiente/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica el numeral correspondiente • Utiliza subitización y sobreconteo para establecer la totalidad de una colección

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Presentar a los alumnos la actividad de forma inversa, es decir, mostrarle una tarjeta de “x” numeral, y pedirle que forme la colección de dulces que le indica el numeral.

5.1.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Estimar la cantidad de dulces de cada colección. Tomar los dulces y colocarlos dentro de la bolsa sin contarlos.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>No: “¡Yo creo que aquí hay seis!” /refiriéndose al montón de dulces que seguía por contar/ M: “¿Seis? ¿cómo lo sabes?” No: “Mmm... pues yo digo que sí, seis” M: “Pero, ¿cómo podríamos asegurarnos si son seis o no?” No: “Mmm...Sí, yo digo que son seis” /toma todos los dulces juntos y los echa a la bolsa/, “ahora deja busco la tarjeta” /refiriéndose a la tarjeta con el número seis, la toma y pega en la bolsa/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Identifica el numeral que considera representa a la colección</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u> Reconocer al conteo como una estrategia útil para establecer la totalidad de una colección</p>

- b) Utilizar el conteo, pero sin establecer correspondencia biunívoca entre los dulces y el recitado de la serie numérica oral.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Ya sabes cuántos dulces hay en ese montoncito?”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p>

<p>Na: “Sí, <i>hay nueve</i>” /cuando en realidad la colección era de 7 dulces/ M: “<i>Nueve, ¿y cómo le hiciste para saber que eran nueve?</i>” Na: “¡<i>Ah!, los conté, así mira, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve</i>” /recita la serie numérica oral rápidamente y el recitado no coincide con el desplazamiento que hace de los dulces para controlar su conteo/</p>	<p>Recita la serie numérica de manera estable</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u> Enumerar correctamente estableciendo correspondencia entre el objeto contado y la serie numérica oral</p>
--	---

- c) Utilizar conteo, pero con errores de secuencia por no presentar orden estable en la serie numérica oral.

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>(La niña está contando pelotas) Sofía: /Repite el procedimiento de sacar las pelotas de una caja, una por una, y ponerlas en la mesa enumerándolas/ “<i>uno, dos...</i>” M: “<i>Dos muy bien</i>” Sofía: /Prosigue sacando pelotas de su caja/ “<i>tres, cuatro, cinco, seis, nueve...</i>” M: “<i>Nueve</i>” Sofía: /Saca la última pelota de la caja/ “<i>y seis</i>”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Utiliza las palabras-número que conoce para enumerar los elementos de la colección</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u> Aprender la serie numérica oral estable</p>

- d) Cardinalizar la colección de dulces mediante el conteo, pero con apoyo de la tira numérica debido a dificultades para identificar la tarjeta con el numeral correspondiente.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>No: /toma uno por uno los dulces y los va colocando en la bolsa mientras los enumera/ <i>“uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete”</i></p> <p>M: <i>“¿Cuántos dulces son?”</i></p> <p>No: <i>“Son siete”</i></p> <p>M: <i>“Bueno, entonces, ¿qué tarjeta debes pegar en la bolsa?”</i></p> <p>No: <i>“La del siete”</i> /se queda observando las tarjetas, toma la que tiene el número nueve y pregunta/ <i>“¿ésta?”</i></p> <p>M: <i>“¿Tú que crees, esa será la del siete?”</i></p> <p>No: <i>“Mmm...mejor deja me fijo acá”</i> /se dirige a la tira numérica que está pegada en la pared/</p> <p>M: <i>“De acuerdo”</i></p> <p>No: /Señala con el dedo cada número de la tira numérica, al llegar al número siete lo toca con el dedo y regresa a buscar la tarjeta correspondiente/ <i>“es ésta, ésta es la del siete”</i> /toma la tarjeta y la pega en la bolsa correspondiente/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza conteo • Codificación de cantidades (al encontrar la cifra escrita que expresó verbalmente (siete)) <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <p>Conocimiento de la serie numérica escrita del 1 al 10</p>

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Explorar a través de la decodificación (reconocer y expresar oralmente un número escrito) si solo le falta por identificar ese numeral, o si aún se encuentra en proceso de adquisición de la serie numérica escrita.

- e) Cometer errores de enumeración, por no utilizar una técnica (desplazamiento, disposición en fila, etc.) que le permita identificar los elementos ya contados.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Y cuántos dulces tienes en ese montoncito?”</p> <p>Na: “Mmm, ahorita voy a ver cuántos son”</p> <p>M: “Bueno...¿puedo ver cómo lo haces?”</p> <p>Na: “Sí, mira” /comienza a etiquetar cada dulce tocándolos con su dedo/ “Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce” /recita la serie numérica oral rápidamente, y por la disposición desordenada de los dulces, no se percata que toca y etiqueta algunos de ellos dos veces, ya que en realidad solo tenía 9 objetos en la colección/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Recita la serie numérica de manera estable</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <p>Enumerar correctamente los dulces, valiéndose de una técnica que le permita contar cada objeto una sola vez</p>

Sugerencia para la enseñanza:

Promover actividades de conteo de colecciones, donde el docente modelice diferentes técnicas para controlar el conteo (desplazamiento de los ya contados, organización en fila, utilizar una marca para diferenciar lo ya contado de lo que falta por contar, etc).

Dirección General de Bibliotecas UAO

5.2 Situación 1. “La tiendita” (Comprar un producto con monedas de \$1)

Los alumnos podrán comprar dos dulces de “la tiendita”; para ello se realizarán dos rondas para que compren un dulce en cada ocasión. El precio de los dulces estará en un rango de \$6 a \$10. Los alumnos solamente fungirán el rol de compradores, el rol de vendedor lo desempeñará el docente o el investigador, quien corroborará que el pago sea correcto para que puedan llevarse el producto

Los alumnos deberán identificar en la lista de precios el numeral del precio correspondiente e interpretarlo, es decir, deberán tomar solamente la cantidad de monedas de \$1 que indica el número para realizar su pago; posteriormente realizarán la compra demostrando su pago.

En caso de que algún niño se equivoque reiteradamente en el pago, el vendedor sacará la tarjeta de verificación, donde se apreciará el precio y la cantidad de monedas correspondientes (Figura 5), y la mostrará al alumno para que corrobore su pago y forme la colección de monedas correcta. Las tarjetas de verificación no deberán entregarse desde el primer momento de la compra, la finalidad es que el docente o el investigador pueda observar qué estrategias utilizan los alumnos para formar la colección de monedas para pagar y poder identificar si son las mismas estrategias que utilizaron al resolver la situación inicial. Además de que solamente se utilizarán para que el alumno tenga un medio de verificación y llevarse su compra (recordando que la situaciones tienen un énfasis exploratorio).



Figura 5. Ejemplo de tarjeta de verificación

5.2.1 Consigna

“Hoy van a comprar en la tiendita de dulces, ustedes serán los compradores y yo el vendedor. En su mesa tienen la lista de los dulces que se venden en la tiendita con su precio; deben escoger de la lista qué dulce van a comprar y sacar de su monedero las monedas necesarias para pagarlo. Cuando ya tengan las monedas exactas para pagar el dulce, van a pasar conmigo a realizar su compra”.

“¿Qué dulce vas a comprar? Veamos en la lista de precios, ¿cuánto cuesta ese dulce?, ¿cuánto tienes que pagarme?”. El docente o el investigador simulará estar buscando el precio en la lista para propiciar que sea el mismo niño quien identifique y diga el precio.

Posteriormente el docente solicitará el pago: *“Ahora, págame el dulce... muéstrame cuánto me estás pagando”.* Es importante no indicar directamente a los niños que cuenten, pero sí es necesario propiciar que recurran a alguna estrategia para demostrar su pago.

5.2.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
a) Utilizar el conteo	a) Formar una colección de monedas al azar sin tomar en cuenta el precio
b) Utilizar el conteo, identificando por ellos mismos y resolviendo en el acto cualquier error que se presente. Por ejemplo: si llevó una moneda de más,	b) Interpretar el numeral del precio, pero con errores de enumeración en el conteo de las monedas

quitarla; o en el caso contrario, si le faltaron monedas, identificar cuántas le faltan y agregarlas	
c) Recurrir al sobre conteo; es decir, que primero tomen un número “x” de monedas al azar, las cuenten y después de contar cuántas tomó, agregar las que faltan partiendo del último número nombrado	c) Haber formado la colección correcta de monedas, pero cometer errores en el conteo al efectuar el pago, ya sea por no presentar orden estable de la serie numérica o por no establecer correspondencia término a término

5.2.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretaciones de los mismos

a) Utilizar el conteo

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “Ok. ¡Buenos días señorita!, ¿qué dulce va a querer?” / Elisa señala un mazapán en la lista de precios/, “quiere un mazapán, ok el mazapán cuesta...”/la maestra simula buscar el precio en la lista/, “ocho pesos, ¡págume!”</p> <p>Elisa: /pone todas la monedas que lleva en su mano sobre la mesa/</p> <p>M: “¡Ay, pero yo no sé si aquí son ocho ¡a ver, págume bien!”</p> <p>Elisa: “Uno, dos tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho” /contando una por una las monedas a la vez que las va entregando/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Enumera los elementos de la colección • Utiliza conteo

M: “¿Cuántas monedas me diste?” Elisa: “Ocho”	
--	--

- b) Utilizar el conteo, identificando por ellos mismos y resolviendo en el acto cualquier error que se presente. Por ejemplo: si llevó una moneda de más, quitarla; o en el caso contrario, si le faltaron monedas, identificar cuántas le faltan y agregarlas.

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Diana que vas a comprar ahora?” Diana: “Un mazapán” M: “Ok, un mazapán, ¿cuánto me tienes que pagar?” /simula buscar el precio en la lista/ Diana: /Responde inmediatamente/ “Ocho” M: “Ok, a ver págame” Dana: “Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete” /contando una por una las monedas que entrega/ M: “Siete” Diana: /Responde inmediatamente/ “me falta uno” M: “¿Te falta uno?” /Diana asiente con la cabeza/ “ok, dámelo” Diana: /Toma una moneda de su monedero y la agrega a las monedas que dio como pago/ M: “Con este, ¿ya cuánto tienes?” Diana: “Ocho”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Recita la serie numérica de forma estable • Usa el conteo para establecer la totalidad de una colección

- c) Recurrir al sobre conteo; es decir, que primero tomen un número “x” de monedas al azar, las cuenten y después de contar cuántas tomó, agregar las que faltan partiendo del último número nombrado.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: /Mete la mano a su monedero y saca algunas monedas, las comienza a contar/ <i>“uno, dos, tres, cuatro”</i></p> <p>M: <i>“¿Y cuánto cuesta el dulce que vas a comprar?”</i></p> <p>Na: <i>“A siete...”</i>/posteriormente mete su mano al monedero, pero esta vez va sacando una a una las monedas y las va enumerando, prosigue el conteo con el número siguiente al cuatro/, <i>“cinco, seis, siete”</i></p> <p>M: <i>“¿Y ahora?”</i></p> <p>Na: <i>“Ya tengo las monedas que necesito”</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Recita la serie numérica de forma estable • Utiliza sobreconteo

5.2.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores y/o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Formar una colección de monedas al azar sin tomar en cuenta el precio.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos ⁸
<p>(El niño desea comprar un dulce que cuesta \$6)</p> <p>M: “¿Ya sabes qué dulce quieres comprar?”</p> <p>No: “Sí, quiero éste” /señala un dulce que cuesta \$6/</p> <p>M: “¿Y cuánto cuesta ese dulce?, ¿cuántas monedas vas a necesitar?”</p> <p>No: /Toma del monedero un puñado de monedas y, sin contarlas, pregunta a la maestra/ “¿con éstas?”/abre el puño y muestra las monedas; son cuatro/</p> <p>M: “ ¡Tu dime!, ¿son las que necesitas para pagar ese dulce?” /refiriéndose al dulce que el niño escogió/</p> <p>No: “Yo creo que con esas está bien”</p>	<p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer en el conteo una estrategia útil para establecer la totalidad de una colección • Identificar el numeral del precio e interpretarlo para formar su pago con las monedas de \$1

⁸ Aunque en la interpretación de procedimientos estamos identificando lo que “falta por aprender” centrándonos mayormente en la dimensión matemática, en el ejemplo que presentamos también podríamos identificar o deducir que el niño está “usando” la dimensión normativa de las transacciones, en específico, el hecho de que para comprar debes dar “algo a cambio”, y por eso toma monedas al azar para “cumplir con el ritual”.

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Plantear preguntas como la siguiente: ¿Cómo puedes asegurarte de que son las monedas que necesitas?

Proponer al alumno el uso de la tarjeta de verificación.

Sugerencias para la enseñanza:

Ayudar al alumno a identificar (reconocer) la función comunicativa del numeral que indica el precio del dulce, indagar si el niño reconoce el numeral y lo nombra. Posteriormente se sugiere trabajar con el peso como unidad de cambio de nuestro sistema monetario; por ejemplo, se podría preguntar al niño: si este dulce cuesta “X pesos”, ¿cuántas monedas de un peso necesitas tomar para pagarlo?

- b) Interpretar el numeral del precio, pero con errores de enumeración en el conteo de las monedas.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “Y entonces, ¿qué dulce vas a comprar?”</p> <p>Na: “Quiero los cacahuates”</p> <p>M: “Bien, ¿y cuánto tienes que pagar por los cacahuates?”</p> <p>Na: “Diez”</p> <p>M: “¿Diez qué?”</p> <p>Na: “Diez pesos” /saca dos puñados de monedas de su monedero y los pone sobre la mesa, posteriormente va tocando una a una las monedas de la mesa, al mismo tiempo que las enumera, pero por no usar alguna estrategia para distinguir la monedas ya</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Recita la serie numérica de forma estable</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <p>Utilizar alguna estrategia de enumeración que le permita establecer correctamente el producto de su conteo</p>

<p>contadas, se equivoca y toca algunas dos veces / <i>“Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez”</i> /hace coincidir su enumeración con la cantidad de monedas que necesita, pero en realidad solo tenía siete monedas sobre la mesa/</p>	
---	--

Sugerencias para la enseñanza:

Retomar actividades que permitan a los alumnos afianzar técnicas de enumeración (desplazar los objetos ya etiquetados, tocarlos, tacharlos, marcarlos, etc.).

- c) Haber formado la colección correcta de monedas, pero cometer errores en el conteo al efectuar el pago, ya sea por no presentar orden estable de la serie numérica o por no establecer correspondencia término a término.

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>(La niña quiere comprar un dulce que cuesta \$9)</p> <p>Brisa: /Pone las monedas que lleva en su mano sobre la mesa del vendedor y comienza a entregarlas una por una, pero no establece correspondencia biunívoca entre la moneda entregada y el recitado de la serie, por nombrar las palabras- número muy rápido/ <i>“uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete ocho, nueve, diez...¡ay, ya me pasé!”</i> /haciendo referencia a que contó hasta diez /cuando en realidad solo había entregado nueve</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Recita la serie numérica de forma estable • Utiliza conteo

monedas, por lo que quita una moneda del pago y la regresa a su monedero/

M: *“¿Ya te pasaste?”*

Brisa: *“Sí, mira”* /toma nuevamente las monedas que quedaron como pago en su mano y vuelve a contarlas/ *“uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho”* /en esta ocasión sí establece correspondencia biunívoca; al darse cuenta de su error, vuelve a sacar la moneda que había regresado a su monedero y la agrega a las otras monedas/ *“con esta ya nueve, es que me había equivocado”*

Sugerencias para la enseñanza:

Observar si presenta la misma dificultad al realizar el pago de otros productos, para ayudarle a afianzar las técnicas de conteo (desplazamiento de los ya contados, organización en fila, etc).

5.3 Situación 2. “La feria” (Jugar a la lotería pagando con monedas de \$1)

Para participar en la lotería tendrán que pagar su “entrada” al juego, la cual costará \$1. Cada alumno tendrá un monedero con una moneda de \$10, por lo que tendrán que cambiar su moneda de \$10 por su equivalente en monedas de \$1, las cuales se encontrarán en una canasta de plástico al centro de la mesa de trabajo. Cada alumno tomará las monedas que considere necesarias para el cambio y mostrará al docente o investigador cuántas monedas tomó. Para el caso de los alumnos que muestren dificultades (tanto al tomar las monedas necesarias o al realizar la demostración), se les permitirá verificar cuál es la cantidad correcta de monedas usando la tarjeta de verificación(Figura 6).



Figura 6. Tarjeta de verificación moneda de \$10

El docente o el investigador deberá observar si el cambio de monedas que hace el alumno es correcto, y hará las intervenciones que considere pertinentes para profundizar en la exploración de los procedimientos de los alumnos.

5.3.1 Consignas

“Hoy vamos a jugar a la lotería, pero para poder hacerlo cada uno de ustedes debe pagar un peso, que es el costo del juego”.

“En su monedero tienen dinero para hacer su pago. Fíjense en su monedero para que vean si tienen las monedas que necesitan”. Cuando los alumnos se percaten que tienen una moneda distinta a \$1 y ninguna de un peso, se les preguntará: *“¿Qué pueden hacer para tener las monedas de un peso que necesitan?”* A través de la discusión colectiva se concluirá que deben cambiar su moneda.

Cuando los alumnos hayan identificado esa condición, se les dará la siguiente consigna: *“Aquí hay una canasta con monedas de un peso. Pueden cambiar su moneda de diez pesos por las monedas de un peso que necesiten para tener diez pesos, pero ahora en monedas de un peso. Ni más monedas ni menos que las que necesiten para cambiar por su moneda de diez pesos”.*

5.3.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
a) Reconocer el valor nominal de la moneda de \$10 y formar la colección equivalente a través del conteo uno a uno de las monedas de \$1	a) Realizar el cambio de su moneda de \$10 tomando monedas de \$1 al azar
b) Tomar cierta cantidad de monedas en su mano, identificar por percepción la cantidad de monedas que tiene y posteriormente, agregar las monedas faltantes utilizando sobreconteo	b) Centrar su atención en los aspectos cualitativos de las monedas (tamaño, color), y con base en ello, decir que no puede realizar el cambio de su moneda de \$10 por monedas de \$1
	c) Decir que no puede cambiar su moneda, porque no vale lo mismo tener

	una moneda de \$10, que tener diez monedas de \$1
--	---

5.3.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretación de los mismos

- a) Reconocer el valor nominal de la moneda de \$10 y formar la colección equivalente a través del conteo uno a uno de las monedas de \$1.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Y cuántas monedas de un peso debes tomar para cambiarlas por tu moneda de diez pesos?”</p> <p>Karol: “Con diez, diez monedas de a peso”</p> <p>M: “¿Y ya las tienes?, ¿ya tienes las que necesitas?” /refiriéndose a las monedas/</p> <p>Karol: “Todavía no” /posteriormente cuenta una por una las monedas de un peso que va tomando/ “una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, y diez, ¡Yo ya tengo los diez, ya voy a cambiar mi moneda!”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza conteo • Reconoce que puede formar una cantidad a partir de las monedas de \$1 (unidad)

- b) Tomar cierta cantidad de monedas en su mano, identificar por percepción la cantidad de monedas que tiene y posteriormente, agregar las monedas faltantes utilizando sobreconteo.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>(La maestra se dirige a una niña que va a cambiar su moneda)</p> <p>M: <i>¿Y cuántas monedas de \$1 vas a necesitar para hacer el cambio por tu moneda de diez?</i></p> <p>Na: <i>“Diez, diez monedas”</i></p> <p>Ma: <i>“Bueno, entonces ¡haz el cambio de tus monedas!”</i></p> <p>Na: <i>/toma un puño de monedas en su mano, observa cuantas tomó (había tomado cuatro monedas) y dice para ella misma subitizando “cuatro”, posteriormente agrega monedas de una por una a las que tiene en su mano, comienza a contar diciendo la serie oral a partir del número cinco/ “cinco, seis, siete, ocho, nueve, y diez, listo ya tengo las diez monedas”</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso del sobreconteo • Recita la serie numérica de forma estable

5.3.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores y/o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Realizar el cambio de su moneda de \$10 tomando monedas de \$1 al azar.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Ya vas a cambiar tu moneda?” No: “Sí” M: “Bueno, y ¿cuántas monedas de \$1 debes tomar de la canasta para cambiarlas por tu moneda de \$10?” No: /No responde a la pregunta, toma un puñado de monedas/ “yo creo que con estas” M: “¿Con esas?, ¿cómo podrías hacer para estar seguro que esas son las que necesitas?” No: “Mmm, pues yo creo que sí, con estas” M: “Recuerda que debes tomar solo las monedas de \$1 necesarias, ni más, ni menos, ¿con esas monedas que tomaste ya tienes las necesarias?” No: “Sí, ya con estas”</p>	<p><u>Lo que falta por aprender:</u> Reconocer en el conteo una estrategia útil para establecer la totalidad de una colección</p>

Sugerencias para la enseñanza:

Darle algún contra ejemplo: “un niño de otro salón me dijo que él, para estar seguro, lo que hacía era contar las monedas, ¿tú como ves, crees que contar nos sirva ahorita?”

- b) Centrar su atención en los aspectos cualitativos de las monedas (tamaño, color), y con base en ello, decir que no puede realizar el cambio de su moneda de \$10 por monedas de \$1.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: <i>“Ya puedes hacer el cambio de tu moneda de diez por las monedas de un peso...de aquí puedes tomar las que necesites /refiriéndose a la canasta con monedas de \$1/</i></p> <p>Na: <i>“Mmm, ... es que...” /se queda pensativa/</i></p> <p>M: <i>“Qué pasó, ¿qué piensas?”</i></p> <p>Na: <i>“Es que ésta es la grande... y de color dorado de oro, /señalando la moneda de \$10/, “y las otras, todas están chiquitas” /refiriéndose a las monedas de \$1/</i></p> <p>M: <i>“Ah, ya veo, pero la cambiarías por varias de esas” /refiriéndose a las monedas de \$1</i></p> <p>Na: <i>“Mmm, pero son chiquitas y esta es grande y dorada”</i></p> <p>Ma: <i>¿Y entonces...?</i></p> <p>Na: <i>“Por eso no las quiero cambiar, porque mi mamá me ha dicho que las doradas valen más”/refiriéndose a la moneda de \$10</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Reconoce que las monedas tienen valor</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <p>Reconocer que el valor de las monedas se mantiene a través de la combinación de distintas monedas</p>

- c) Decir que no puede cambiar su moneda, porque no “valen” lo mismo tener una moneda de \$10, que tener diez monedas de \$1.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: <i>“Bueno, y entonces, ¿Cuántas monedas de un peso se necesitan para poder cambiarlas por la de diez?”</i></p> <p>Na: <i>“Mmm, es que no las puedo cambiar”</i></p> <p>M: <i>“¿Cómo?, ¿por qué no puedes cambiarlas?”</i></p> <p>Na: <i>“Es que ésta es la de diez y vale más que esas /refiriéndose a las monedas de \$1/</i></p> <p>M: <i>“Ah!, pero tendrías los mismos diez pesos, pero ahora en monedas de un peso, ¿no?”</i></p> <p>Na: <i>“Mmm, no, porque estas son de un peso, y aunque tenga muchas, esta otra es de diez pesos y no son lo mismo, ésta es más dinero”</i> (refiriéndose a la moneda de \$10)</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Reconoce que las monedas tienen valor</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <p>Reconocer que el valor de las monedas se mantiene a través de la combinación de distintas monedas</p>

Sugerencias para la enseñanza:

Promover actividades grupales y en equipos donde se trabaje el uso del peso como unidad de cambio: la docente planteará una situación de compra hipotética, y los alumnos deberán formar la cantidad de dinero para pagar con monedas de un peso. Ejemplo: “Si quiero comprar un lápiz que cuesta siete pesos, ¿cuántas monedas de un peso necesito para tener los siete pesos que necesito para pagar?”. Mostrar alternadamente monedas de \$2, \$5, \$10 y preguntar a los niños: “¿Conocen esta

moneda?, ¿para qué tendrá este número? Si yo tengo una moneda como ésta, ¿cuánto dinero tengo?, ¿cuántas monedas de un peso necesito para tener la misma cantidad de dinero que indica esta moneda, pero ahora en monedas de un peso?”

Dirección General de Bibliotecas UAQ

5.4 Situación 3. “La feria” (Jugar en los puestos de la feria pagando con monedas de \$2, \$5 y \$10)

Los alumnos podrán jugar en los cuatro puestos de “La feria” que se acondicionarán en el aula; para hacerlo tendrán como condición pagar el costo de entrada a cada juego con la moneda exacta, de acuerdo con los siguientes costos:

Juego “La pesca”: \$5

Juego “Tiro al blanco”: \$10

Juego “El traga bolas”: \$2

Juego “El boliche”: \$10

Es importante destacar que a partir de esta situación se introduce el trabajo con monedas de distinta denominación, por lo que resultará interesante la identificación de las formas de resolución que los alumnos presenten ante esta variable didáctica. Los alumnos podrán manifestar en sus procedimientos en qué aspecto del valor de las monedas centran su atención para resolver, tales como: considerar el valor nominal de las monedas, enfocarse en el valor cardinal de las mismas, utilizar formas de resolución en donde alternen el uso de ambos valores, etc.

5.4.1 Consignas

“Hoy van a jugar en los distintos puestos de la feria. Para jugar cada uno de ustedes debe pagar el costo de cada juego únicamente con la moneda que corresponda al costo del juego”.

“En su monedero tienen dinero para hacer su pago. Fíjense en su monedero para que vean si tienen las monedas que necesitan”. Cuando los alumnos se percaten que solamente tienen monedas de \$1, se les preguntará: *“¿Qué pueden*

hacer para tener las monedas con las que deben pagar el costo de cada juego?”. A través de la discusión colectiva se concluirá que pueden cambiar su moneda.

Cuando los alumnos hayan identificado esta condición se les dará la siguiente consigna: *“Puedes cambiar tus monedas de \$1 por la moneda que necesitas. Debes entregar las monedas de \$1 necesarias para hacer el cambio. Ni más monedas de \$1, ni menos de las que necesitas para cambiar por las monedas con las que pagarás cada juego”.*

5.4.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
<p>a) Interpretar el costo de cada juego (\$2, \$5 y \$10) y formar la colección correcta en monedas de \$1 a través del conteo uno a uno, para cambiarlas por la moneda equivalente</p>	<p>a) Tomar de su monedero un número “x” de monedas de \$1 (al azar) y quererlas cambiar por la moneda que necesiten (\$2, \$5, y \$10)</p>
<p>b) En el caso de las monedas de \$5 y \$10, interpretar el costo de cada juego y formar la colección correcta en monedas de \$1 utilizando sobre conteo; primero, toma una cantidad “x” de monedas, las cuenta y a partir del cardinal añade las que le falten para cambiarlas por la moneda equivalente</p>	<p>b) Identificar el costo del juego, pero no interpretarlo para juntar la colección de monedas de \$1 necesarias para efectuar el cambio</p>

5.4.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretaciones de los mismos

- a) Interpretar el costo de cada juego (\$2, \$5 y \$10) y formar la colección correcta en monedas de \$1 a través del conteo uno a uno, para cambiarlas por la moneda equivalente.

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>(Emma quería cambiar sus monedas de \$1 por una moneda de \$5 y Juan José fungía el rol de cajero)</p> <p>Emma: /Cuenta sus monedas/ <i>“uno, dos, tres, cuatro, cinco, ten, cámbiamela por una de a cinco”</i> /Le da las monedas a Juan José/</p> <p>Juan José: /Toma las monedas y empieza a contarlas, omite una moneda al contar/ <i>“una, dos, tres, cuatro”</i></p> <p>Carlos: /Interviene para ayudar a Juan José, cuenta las monedas que Emma le dio a Juan José/ <i>“uno, dos, tres, cuatro, cinco. Sí, son cinco”</i></p> <p>Juan José: /Le da una moneda de cinco a Emma/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan (Emma)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza conteo • Reconoce que puede cambiar cinco monedas de \$1 por una moneda de \$5

- b) En el caso de las monedas de \$5 y \$10, interpretar el costo de cada juego y formar la colección correcta en monedas de \$1 utilizando sobre conteo; primero, toma una cantidad “x” de monedas, las cuenta y a partir del cardinal añade las que le falten para cambiarlas por la moneda equivalente.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿En qué puesto de la feria vas a jugar?” Na: “Quiero jugar al boliche” M: “Bien, ¿ y ya viste cuánto cuesta el juego?” Na: “Sí, cuesta diez...voy a contar mis monedas para cambiarlas” /Toma un puño de monedas de su monedero y las cuenta/ “Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ¡ya tengo seis! /posteriormente va tomando monedas del monedero de una por una y las agrega a las que ya había contado/ “siete, ocho, nueve y diez, ¡listo!, ahora sí, ya las voy a cambiar por la de diez” /refiriéndose a la moneda de \$10/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza sobreconteo • Identifica e interpreta el numeral del precio del juego • Identifica e interpreta que utilizando la colección correcta de monedas de \$1, puede cambiarlas por la moneda con la denominación equivalente • Identifica una moneda existente en el sistema monetario nacional (en este caso \$10)

5.4.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores y/o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Tomar de su monedero un número “x” de monedas de \$1 (al azar) y quererlas cambiar por la moneda que necesiten (\$2, \$5, y \$10).

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Ya vas a cambiar tus monedas?” No: “Sí” M: “¿Por cuál moneda es la que quieres cambiar tus monedas de un peso \$1?” No: “Por la de cinco pesos, porque quiero jugar a la pesca” M: “Bien, pues haz tu cambio” No: /Mete la mano a su monedero y saca un puñado de monedas/ “yo creo que, con estas, ¿ya las puedo cambiar por la de \$5?” /le pregunta a la maestra/ M: “Tú dime, ¿esas son las que necesitas para hacer el cambio por la moneda de \$5?, recuerda que debes entregar las monedas de \$1 exactas para cambiar por la moneda que quieres?” No: “Mmm...no sé...pues creo que sí”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Identifica una moneda existente en el sistema monetario nacional (\$5)</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar en el conteo una estrategia útil para establecer la cantidad de monedas necesarias. • Interpretar el valor nominal de la moneda de \$5 para cambiarla por su equivalente en monedas de \$1

Sugerencias para la enseñanza:

Recurrir a la ayuda de los pares para modelar utilizando el conteo: “¿Quieres que te ayudemos para saber si son las monedas que necesitas?”... “Chicos, vamos a

ayudarle a Laura para que sepa cuántas monedas tomó y que decida si son las necesarias para cambiar por su moneda de \$5” (con la ayuda del grupo o equipo efectuar el conteo de las monedas en voz alta).

- b) Identificar el costo del juego, pero no interpretarlo para juntar la colección de monedas de \$1 necesarias para efectuar el cambio

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Alguien ya puede cambiar por la moneda de diez?”</p> <p>Niños: “Sí”</p> <p>M: “¿Cuántas monedas necesitas?”</p> <p>Juan José: “Cuatro”</p> <p>M: “¿Cuántas monedas necesitas para que...te dé esta?” /levanta una moneda de \$10/</p> <p>Emma: “Las que tengo yo ¿no?” /muestra ocho monedas de \$1/</p>	<p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el numeral impreso en la moneda • Identificar el valor nominal de la moneda de \$10 • Reconocer que puede formar una cantidad a partir de las monedas de \$1

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Hacer preguntas a los niños que los lleven a identificar el valor nominal de las monedas, tales como: ¿Qué número tiene impreso la moneda? ¿Qué nos indica ese número impreso en la moneda?

5.5 Situación 4. “La papelería”(Comprar un artículo con monedas de \$1, \$2, y \$5).

Los alumnos harán la compra de dos artículos de “La papelería”, cuyos precios no coincidirán con ninguna de las denominaciones de las monedas; el precio de los artículos estará en un rango de \$3 a \$9.

Se realizarán dos rondas para que los alumnos compren un artículo en cada ocasión. En la primera ronda elegirán el artículo que deseen y podrán pagarlo usando cualquier combinación de monedas; en la segunda ronda deberán elegir un artículo distinto y se restringirá la cantidad de monedas de \$1 que tendrán disponibles. La finalidad es evitar que en ambas rondas los alumnos paguen únicamente con monedas de \$1, y así tener más posibilidades de observar sus estrategias de resolución en ambos escenarios.

Los alumnos deberán identificar e interpretar en la lista de precios el numeral del precio del artículo y pagarlo, utilizando las monedas que consideren necesarias. Los alumnos solamente fungirán el rol de compradores, el rol de vendedor lo desempeñará el docente o el investigador, quien corroborará que el pago sea correcto para que puedan llevarse el producto.

5.5.1 Consignas

“Hoy van a comprar en la papelería. Ustedes serán los compradores y yo el vendedor. En su mesa tienen la lista de los artículos que se venden en la papelería con su precio. Deben escoger de la lista qué artículo van a comprar, y tomar de las canastas que están en la mesa las monedas que necesiten para pagarlo. Cuando ya tengan las monedas que se necesitan para pagar, van a pasar conmigo a realizar su compra”.

Una vez que los alumnos hayan elegido el artículo que deseen comprar, pasarán con el docente o investigador para realizar su compra. Las consignas del docente o investigador serán las siguientes:

“¿Qué vas a comprar?”, “veamos en la lista de precios ¿cuánto cuesta ese artículo?” “¿Cuánto tienes que pagarme?”; el vendedor, simulará estar buscando el precio en la lista para propiciar que sea el mismo niño quien identifique y diga el precio.

“Ahora, págame, muéstrame cuánto me estás pagando”. Es importante no indicar directamente a los niños que cuenten, pero sí es necesario propiciar que recurran a alguna estrategia para demostrar su pago.

5.5.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
a) Identificar e interpretar el numeral del precio y formar el pago correcto utilizando únicamente monedas de \$1 (en la primera ronda)	a) Hacer su pago entregando todas las monedas que tomó al azar sin considerar su valor nominal o cardinalidad
b) Identificar e interpretar el numeral del precio, utilizando monedas de distintas denominaciones; tomar como base una moneda y, a partir de ella, (identificando su valor nominal) sobrecontar al ir agregando más monedas de distinto	b) Entregar tantas monedas como indica el numeral del precio del artículo, asignando a todas las monedas el valor de unidad

valor hasta formar el pago correspondiente	
c) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones, demostrando su pago a través del conteo con ayuda de los dedos para indicar el valor de cada moneda	c) Decir que no puede comprar su artículo porque no hay moneda que coincida con el precio del producto (ejemplo: no hay moneda de \$8)
d) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones. Toca las monedas tantas veces sean necesarias, reconociendo el valor nominal de cada una	

5.5.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretaciones de los mismos

- a) Identificar e interpretar el numeral del precio y formar el pago correcto utilizando únicamente monedas de \$1 (en la primera ronda).

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Qué vas a querer Joshua?”</p> <p>Joshua: “Unos de estos” /señalando un lápiz/</p> <p>M: “Unos de estos...”</p> <p>Joshua: “Lápiz”</p> <p>Ma: “¡Ah un lápiz!, y a ver, vamos a ver cuánto cuestan los lápices” /simula buscar el precio en la lista/</p> <p>Joshua: “Nueve”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza conteo • Reconoce que puede formar una cantidad a partir de las monedas de \$1 (unidad)

<p>Ma: “A nueve, ja ver págueme!”</p> <p>Joshua: “uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve” /contando una a una las monedas de \$1 que entrega/</p> <p>Ma: “¿Cuánto me estás dando Joshua?”</p> <p>Joshua: “Nueve”</p> <p>Ma: “¿Nueve qué?”</p> <p>Joshua: “Pesos”</p>	
---	--

- b) Identificar e interpretar el numeral del precio, utilizando monedas de distintas denominaciones; tomar como base una moneda y, a partir de ella, (identificando su valor nominal) sobrecontar al ir agregando más monedas de distinto valor hasta formar el pago correspondiente.

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>(Ernesto estaba demostrando a uno de sus compañeros su procedimiento para efectuar el pago usando monedas de distinto valor).</p> <p>Ernesto: /Se acerca a Salvador y señala la moneda de \$2/ “esta es de dos, dos” /señala una moneda de \$1/ “tres” /señala una moneda de \$1/ “cuatro” /señala una moneda \$2/ “cinco, seis”...</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Conoce el valor nominal de distintas monedas • Iguala el precio del producto con el valor nominal de las monedas • Realiza una descomposición aditiva del precio en función del valor de las monedas • Utiliza sobreconteo

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Estar atentos a la forma en que resuelve al comprar un producto diferente. Observar si se mantiene su forma de resolución haciendo uso del valor nominal de las monedas.

- c) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones, demostrando su pago a través del conteo con ayuda de los dedos para indicar el valor de cada moneda.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>(El niño quiere comprar un producto de \$8; toma las siguientes monedas: \$5, \$2, \$1)</p> <p>M: “¿Qué vas a comprar ahora?”</p> <p>No: “Quiero este” /señalando el artículo/</p> <p>M: Déjame ver cuánto cuesta</p> <p>No: “A ocho”</p> <p>M: “Bien, ¡entonces págame!”</p> <p>No: /Toma la moneda de \$5 y levanta cinco dedos/ “Uno, dos, tres, cuatro, cinco” / señala la moneda de \$2 y levanta otros dos dedos/ “seis, siete” /al final toca la moneda de \$1 y levanta un dedo / “ocho”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica e interpreta el numeral del precio del producto • Conoce el valor nominal de las monedas • Iguala el precio del producto con el valor real de las monedas • Realiza una descomposición aditiva del precio con el valor de las monedas • Utiliza sobreconteo

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Estar atentos a la forma en que resuelve al comprar un producto nuevo. Observar si se mantiene su forma de resolución haciendo uso del valor nominal de las monedas.

- d) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones. Toca las monedas tantas veces sean necesarias, reconociendo el valor nominal de cada una.

Ejemplo tomado de investigación previa (Rebolledo, 2016)	Interpretación de los procedimientos
<p>M: <i>¿Cómo le hacemos para pagar ocho pesos? ¿aquí son ocho pesos? (\$2, \$2, \$1, \$1, \$1, \$1)</i></p> <p>Niños: <i>¡No!</i></p> <p>A: <i>“Sí, porque mira (comienza a contar las monedas en el siguiente orden primero la de \$2, \$2, \$1, \$1, \$1, \$1; conforme las va contando las va tocando una o dos veces según sea el valor de la moneda, al tocarlas va contando en voz alta) uno-dos, tres-cuatro, cinco, seis, siete, ocho. Sí, son ocho”.</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta el precio del producto • Conoce el valor nominal de las monedas • Iguala el precio del producto con el valor nominal de las monedas

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Estar atentos a la forma en que resuelve al comprar un producto nuevo. Observar si se mantiene su forma de resolución haciendo uso el valor nominal de las monedas.

5.5.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Hacer su pago entregando todas las monedas que tomó al azar sin considerar su valor nominal o cardinalidad.

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>(Gael tenía que pagar \$8 a Juan José que era el vendedor)</p> <p>Juan José: “Son ocho Gael”</p> <p>Gael: /Saca monedas y las pone en su mano, se las enseña a la maestra/ “¿Así?”</p> <p>Ma: /No responde/</p> <p>Gael; /Toma otra moneda y se la enseña a la maestra/</p> <p>Ma: “Dale los ocho pesos, Gael”</p> <p>Gael: /Le da las monedas a Juan José/</p>	<p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretar el precio del artículo, para crear una combinación correcta de monedas para el pago • Hacer una adición del valor nominal de las monedas que tomó, para establecer cuánto dinero tiene • Establecer si el monto de dinero que tiene con las monedas elegidas, es equivalente al precio del artículo

Sugerencias para profundizar en la exploración:

¿Ya identificaste cuánto cuesta tu producto?

¿Con todas esas monedas cuánto estarás pagando?

- b) Entregar tantas monedas como indica el numeral del precio del artículo, asignando a todas las monedas el valor de unidad.

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>(Salvador quería comprar un dulce de \$6)</p> <p>Salvador: /Cuenta las monedas...sin poner atención en su valor/ “uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis” /entrega las siguientes monedas a Ernesto: \$1, \$1, \$2, \$2, \$2, \$5 /.</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Interpreta el número del precio al tomar cinco monedas</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el valor nominal de las monedas • Hacer una adición del valor nominal de las monedas para establecer el monto de las mismas

Sugerencias para profundizar en la exploración:

¿Todas las monedas que estas tomando son iguales?

¿Para qué tendrán un número diferente?

- c) Decir que no puede comprar su artículo porque no hay moneda que coincida con el precio del producto (ejemplo: no hay moneda de \$8).

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>Santiago: /Sigue juntando sus monedas y dice/ <i>“No tengo de ocho”</i> /refiriéndose a que no tenía una moneda de ocho pesos para su pago; el alumno esperaba encontrar una moneda de denominación \$8/ M: <i>“¿No tienes de ocho? pero, ¿cómo le podrías hacer?”</i> Josué: <i>“Con ocho de a peso”</i> Santiago: <i>“Con las de uno”</i> M: <i>“¿Con las de uno? /monedas de un peso/ ¿puedes formar los ocho?”</i> Santiago: /Asiente con la cabeza/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Reconoce que puede formar una cantidad a partir de las monedas de \$1 (unidad)</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Conocer las monedas existentes en el sistema monetario nacional • Conocer el valor nominal de las monedas • Realizar una descomposición aditiva del precio, y hacer las combinaciones necesarias considerando el valor nominal de las monedas

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Entonces, si no hay moneda de “X”, ¿cómo o con qué monedas podrías formar tu pago?

5.6 Situación 5. “La juguetería” (Comprar un juguete de \$10, pagando con monedas de \$1, \$2, y \$5).

Los alumnos harán la compra del juguete que ellos elijan en cada ronda (se realizarán dos rondas de compra), cada juguete tendrá un costo de \$10, por lo que el alumno deberá elegir las monedas que considere necesarias para pagar dicha cantidad.

En la primera ronda podrán utilizar cualquier combinación de monedas que deseen, mientras que en la segunda ronda se restringirá la cantidad de monedas de \$1 disponibles, con la finalidad de poder observar distintas estrategias de solución y controlar que aparezca solamente el pago exclusivo con monedas de \$1 en ambas rondas. Otra de las variables consideradas es el no disponer de monedas de \$10 para evitar el pareo directo y que esto limite algunas expresiones o estrategias de resolución posibles por parte de los alumnos.

Cabe aclarar que, aunque esta situación tiene aspectos similares con la situación 4, aquí pretendemos explorar cómo resuelven los niños al enfrentarse a una situación de compra donde todos los productos tienen el mismo costo (\$10); particularmente a través de esta variable nos interesa verificar si los niños logran identificar que, aun cuando todo cueste lo mismo, el monto del precio puede conformarse con distintas combinaciones de monedas.

5.6.1 Consignas

“Hoy van a poder comprar en la juguetería, ustedes serán los compradores y yo el vendedor; van a poder elegir el juguete que quieran comprar y lo van a pagar utilizando las monedas que consideren necesarias para cubrir el costo del juguete”.

“Una vez que ya tengan su pago, van a pasar conmigo a realizar la compra, cuando todos hayan terminado de realizar su primera compra, van a poder elegir un juguete distinto y comprarlo pagando con las monedas necesarias”.

Cuando los alumnos acudan a realizar su compra, el docente o investigador preguntará: *“¿Qué juguete vas a comprar?” “¿Cuánto cuesta?” “¿Cuánto tienes que pagarme?”*, *“ahora, págame y, por favor, muéstrame cuanto me estás pagando”*; para no indicar directamente a los alumnos que cuenten, pero propiciar que utilicen alguna estrategia para demostrar su pago.

5.6.2 Posibles procedimientos de resolución

Procedimientos	
Exitosos	Azarosos, con errores o dificultades
a) Combinar monedas de diferentes denominaciones tomando en cuenta el valor nominal de cada una	a) Realizar su pago entregando todas las monedas que tomó al azar sin considerar su valor nominal o cardinalidad
b) En la primera ronda, hacer el pago utilizando únicamente monedas de un peso, estableciendo el conteo para demostrar su pago	b) Tomar monedas de distintas denominaciones asignándole a todas el valor de unidad
c) Establecer una colección correcta de monedas de distintas denominaciones, demostrando su pago a través del conteo con ayuda de los dedos para indicar el valor de cada moneda	c) Decir que no podrá formar su pago porque no tiene moneda de \$10

<p>d) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones, reconociendo el valor nominal de cada una y utilizando sobre conteo para demostrar su pago a través de la combinación de las mismas</p>	<p>d) Identificar el número en las monedas como etiqueta, pero no interpretarlo con su valor nominal para establecer el pago</p>
	<p>e) Entregar sus monedas y demostrar su pago considerando en algunas monedas el valor nominal y en otras su valor cardinal.</p>

5.6.3 Ejemplos de procedimientos de resolución exitosos e interpretaciones de los mismos

- a) Combinar monedas de diferentes denominaciones tomando en cuenta el valor nominal de cada una.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: /Toma una moneda de \$5, la pone sobre la mesa y verbaliza/ “cinco”, /posteriormente agrega dos monedas de \$2 (una cada vez)/ “seis, siete...ocho, nueve” /finalmente agrega una moneda de \$1/ “ y con ésta otra, ya son diez, ¡listo!”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Conoce el valor nominal de las monedas • Realiza una descomposición aditiva del precio con el valor de las monedas • Utiliza sobreconteo

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Estar atentos a la forma en que resuelve al comprar un producto nuevo. Observar si se mantiene su forma de resolución haciendo uso del valor nominal de las monedas.

- b) En la primera ronda, hacer el pago utilizando únicamente monedas de un peso, estableciendo el conteo para demostrar su pago.

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Ya tienes las que necesitas?” /refiriéndose a las monedas/ Karol: “Todavía no” /posteriormente toma solamente monedas de \$1 y cuenta una por una las monedas / “una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, y diez, ¡yo ya tengo los diez!”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliza conteo • Reconoce que puede formar una cantidad a partir de las monedas de \$1 (unidad)

Sugerencias para profundizar en la exploración:

¿Podrías haber formado tu pago utilizando monedas distintas a \$1?, ¿me muestras cómo?

- c) Establecer una colección correcta de monedas de distintas denominaciones, demostrando su pago a través del conteo con ayuda de los dedos para indicar el valor de cada moneda.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>(El niño tomó las siguientes monedas: \$5, \$1 \$2, \$1, \$1)</p> <p>M: “¿Qué vas a comprar?”</p> <p>No: “Quiero el carrito” /señalando el juguete/</p> <p>M: “Bien, un carrito; ahora ya puedes pagarme”</p> <p>No: /Toma la moneda de \$5 y levanta cinco dedos/ “Uno, dos, tres, cuatro, cinco” / señala la moneda de \$1 y levanta un dedo/ “seis” / toca la moneda de \$2 y levanta dos dedos / “siete, ocho” /finalmente toca las monedas de \$1 (una a la vez) y levanta los dos últimos dedos de sus manos/ “nueve y diez”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Conoce el valor nominal de las monedas • Realiza una descomposición aditiva del precio con el valor nominal de las monedas

- d) Pagar correctamente utilizando monedas de distintas denominaciones, reconociendo el valor nominal de cada una y utilizando sobre conteo para demostrar su pago a través de la combinación de las mismas.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: “Quiero comprar la pelota”</p> <p>M: “Bien, entonces ¡págame!”</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p>

<p>Na: /Pone sus monedas sobre la mesa y las entrega a la maestra en el siguiente orden: \$5, \$2, \$1, \$2, demuestra su pago partiendo de la moneda de \$5/ <i>“aquí cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez ¡listo, ya están los diez pesos!”</i> /entre cada entrega de moneda, la niña hace una pausa muy breve, la cual podría interpretarse como el momento en que realiza conteo interiorizado para establecer el monto que va entregando/</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Conoce el valor nominal de las monedas • Realiza una descomposición aditiva del precio con el valor de las monedas • Utiliza sobreconteo
---	--

5.6.4 Ejemplos de procedimientos de resolución azarosos, con errores o dificultades e interpretaciones de los mismos

- a) Realizar su pago entregando todas las monedas que tomó al azar sin considerar su valor nominal o cardinalidad.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: “Voy a comprar el osito” M: “Muy bien, entonces el osito” Na: /Extiende su puño y pone sobre la mesa todas las monedas que traía en la mano; entrega las siguientes monedas: \$5, \$1, \$2, \$5, \$2, \$1,\$1/ “aquí está” M: “¿Se necesitan todas estas monedas para que me pagues los diez pesos?” Na: “Sí, yo creo que con esas ya está bien”</p>	<p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretar el numeral del precio • Interpretar el precio del artículo, para crear una combinación correcta de monedas para el pago • Hacer una adición del valor nominal de las monedas que tomó, para

	<p>establecer cuánto dinero tiene</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar si el monto de dinero que tiene con las monedas elegidas, es equivalente al precio del artículo
--	---

- b) Tomar monedas de distintas denominaciones asignándole a todas el valor de unidad.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>M: “¿Ya tienes tus monedas listas?” No: “Sí, yo ya las tengo” /refiriéndose a las monedas que necesita para su compra/ M: “A ver, muéstramelas” No: “Aquí están en mi mesa, mira...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez” /Enumera cada moneda que va tocando. Las monedas son las siguientes: \$2, \$1, \$1, \$2, \$5, \$1, \$2, \$2, \$1, \$5/</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Interpreta el numeral del precio al tomar diez monedas</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Conocer el valor nominal de la monedas • Hacer una adición del valor nominal de las monedas para establecer el monto de las mismas

Sugerencias para profundizar en la exploración:

¿Todas las monedas que estas tomando son iguales? ¿Por qué tendrán un número diferente?

c) Decir que no podrá formar su pago porque no tiene moneda de \$10

Ejemplo tomado de pilotaje	Interpretación de los procedimientos
<p>Karol: <i>“Necesito una”</i> /señalando el precio de los cacahuates, diez pesos/ M: <i>“¿Necesitas una, una qué?”</i> Karol: <i>“Una moneda de diez”</i> M: <i>“¿Necesitas una moneda de diez?, ¿y no hay monedas de diez?”</i> Karol: /Niega con la cabeza/ M: <i>“¿Entonces cómo me podrías pagar esos diez pesos?”</i> Josué: <i>“Con puras monedas de a peso”</i> M: <i>“Con puras monedas de a peso dice él”</i> /refiriéndose a Josué/, <i>“¿tú crees que, con una, con una me podrás pagar?”</i> /la maestra pregunta esto, ya que Karol sacó una moneda de \$1 y se la enseñó/ Emanuel: <i>“Con muchas”</i> M: <i>“Yo necesito que me pagues diez pesos”</i> /señalando y refiriendo el precio del producto/, <i>¿cuántas necesitarás?</i> Karol: <i>“Con diez, diez monedas de a peso”</i></p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u> Identifica (con ayuda de sus compañeros) que puede formar la cantidad de 10 a partir de las monedas de \$1 (unidad)</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u> Realizar una descomposición aditiva, identificar el total a pagar y hacer las combinaciones necesarias considerando el valor nominal de las monedas</p>

Sugerencias para profundizar en la exploración:

Entonces, si no hay moneda de \$10, ¿cómo o con qué monedas podrías formar tu pago?

- d) Identificar el número en las monedas como etiqueta, pero no interpretarlo con su valor nominal para establecer el pago.

Ejemplo tomado de investigación previa (Martínez, 2020)	Interpretación de los procedimientos
<p>(Salvador trata de imitar el pago de un compañero que anteriormente sí había tomado en cuenta el valor nominal de las monedas, pero en su caso, Salvador solamente estaba identificando el numeral impreso en las monedas)</p> <p>M: “¿Te fijaste cómo?”</p> <p>Salvador: “Sí”</p> <p>M: “A ver, cuéntalo tú”</p> <p>Salvador: /Señala la moneda de \$2/ “dos” /señala la moneda de \$1/ “uno” / señala una moneda de \$1/ “uno” /señala una moneda de \$5 / “cinco” /señala una moneda de \$2/ “dos” / señala una moneda de \$5/ “cinco”.</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <p>Identifica el numeral impreso en las monedas</p> <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpretar el valor nominal de las monedas • Realizar una descomposición aditiva, y hacer las combinaciones necesarias considerando el valor nominal de las monedas

- e) Entregar sus monedas y demostrar su pago considerando en algunas monedas el valor nominal y en otras su valor cardinal.

Ejemplo hipotético	Interpretación de los procedimientos
<p>Na: "Voy a comprar la muñeca"</p> <p>M: "Bien, ya puedes pagarme"</p> <p>Na: "Aquí lo tengo...primero la de a cinco" /Toma y entrega la moneda de \$5/ "Aquí van cinco" /prosigue entregando las demás monedas que lleva en su mano, las cuenta asignando a todas el valor de unidad; entrega las siguientes monedas \$1, \$2, \$2, \$1, \$2/ "seis, siete, ocho, nueve y diez, ¡listo!"</p>	<p><u>Conocimientos que se manifiestan:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica el numeral de la moneda de \$5 • Utiliza sobreconteo <p><u>Lo que falta por aprender:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar e interpretar el valor nominal de cada moneda que entrega • Realizar una descomposición aditiva, y hacer las combinaciones necesarias considerando el valor nominal de las monedas

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

Para presentar nuestras conclusiones retomamos los objetivos de investigación que nos planteamos, primero los objetivos específicos y después el general, buscando establecer si fueron alcanzados. Incluimos, además, algunas reflexiones derivadas del análisis que hicimos sobre la presencia del tema de equivalencia entre monedas en el currículo de otros países.

El primer objetivo específico que establecimos fue el siguiente: Diseñar una secuencia didáctica enmarcada en el contexto de compra-venta, para explorar los procedimientos de los alumnos al resolver problemas que implican el conteo, la interpretación numérica, y el uso de monedas de distinto valor para establecer relaciones de equivalencia entre ellas.

Con referencia a este objetivo, el pilotaje que hicimos de las dos primeras situaciones de la secuencia didáctica⁹ nos dio elementos para constatar que, efectivamente, el dominio en el conteo es un conocimiento indispensable para el establecimiento de equivalencia entre monedas. Tal como lo plantean Rebolledo (2016) y el Programa de Educación Preescolar 2017, es importante que los alumnos tengan dominio del conteo en los rangos de los datos y resultados de los problemas que resolverán. La constatación de ese planteamiento nos condujo a diseñar la Situación Inicial.

El pilotaje de esas dos situaciones nos permitió identificar cómo el conteo ayudó a los alumnos cuando tenían que comprar un dulce utilizando monedas de \$1, ya que en general, identificaban el numeral del precio y lo interpretaban

⁹ La implementación de la secuencia didáctica completa no fue posible debido a la suspensión de clases por la pandemia originada por la enfermedad COVID-19.

formando, mediante el conteo, la colección correspondiente con monedas de un peso.

Ahora bien, sin desestimar el hecho de que la solución de los alumnos a esa actividad fue satisfactoria, cabe preguntarnos si el uso de la estrategia de conteo les será suficiente para establecer el pago de un producto utilizando monedas de diferente denominación. Es pertinente plantear esa pregunta porque existe la posibilidad de que algunos alumnos “trasladen” a esta situación el uso del conteo tal y como lo harían en una situación de conteo de cualquier colección “simple” de objetos; es decir, de una colección que no presente la dualidad de las monedas (valor cardinal y valor nominal).

Lo anterior implicaría que quienes sí logren resolver mediante la estrategia del conteo situaciones en las que se usan exclusivamente monedas de un peso, al enfrentar un cambio de *milieu* para el establecimiento de su pago (por ejemplo, el uso de monedas de distinto valor), esa estrategia no les sea suficiente. Para constatar que sucede en estos casos, es que diseñamos las situaciones didácticas 4 y 5.

Nuestro segundo objetivo específico fue: Establecer criterios para interpretar las resoluciones de los alumnos al enfrentar problemas que implican relaciones de equivalencia entre monedas.

Para atender este objetivo, determinamos para cada situación didáctica posibles procedimientos de resolución de los alumnos, los cuales incluyeron los exitosos, azarosos, con errores o dificultades. A partir de esos procedimientos fijamos los criterios de análisis: “conocimientos que se manifiestan” y “lo que falta por aprender”.

Apoyándonos en investigaciones psicológicas y didácticas previas, en el análisis a priori de las situaciones didácticas, el establecimiento de criterios para la interpretación de procedimientos de resolución, y en el pilotaje de las dos primeras situaciones que proponemos, pudimos identificar que cuanto más compleja es la actividad a solucionar, -por los conocimientos necesarios implicados para la resolución de la misma- también los conocimientos que se manifiestan y lo que falta por aprender se van haciendo cada vez más complejos y específicos

El objetivo general de esta investigación fue: Diseñar un instrumento para explorar los conocimientos que manifiestan los alumnos de tercero de preescolar al enfrentar problemas que implican relaciones de equivalencia entre monedas.

Para cumplir con este objetivo, procuramos atender los siguientes aspectos en el diseño de cada situación didáctica:

- Graduamos la complejidad de la actividad a resolver considerando sus requerimientos y/o restricciones.
- Redactamos las consignas procurando no dar indicaciones que induzcan un determinado procedimiento.
- Determinamos los materiales necesarios para la implementación.
- Establecimos dos rondas de participación para cada alumno, para dar mayor posibilidad al docente o investigador de identificar si se manifiestan resoluciones distintas que den cuenta de una posible evolución de sus procedimientos de resolución.

Para finalizar, compartiremos algunas reflexiones en torno al análisis que hicimos del currículo de los diferentes países de América Latina y de los Estados Unidos de América.

Cabe preguntarnos por qué este contenido relacionado con el establecimiento de equivalencia entre monedas aparece explícitamente sólo en el currículo oficial mexicano. A excepción de Panamá, cuyo currículo sí alude al reconocimiento del uso y valor de monedas, y el currículo de la Provincia de Salta, Argentina, que enuncia el reconocimiento de billetes y monedas de uso oficial, no existen alusiones al trabajo con dinero ni a la equivalencia entre monedas en la mayoría de los currículos oficiales de los países analizados.

¿Por qué esos aprendizajes sí están considerados en el currículo oficial mexicano? El debate sigue abierto, ya que mientras algunas investigaciones didácticas y psicológicas refieren que estos aprendizajes están “lejos” del alcance cognitivo de los alumnos en edad preescolar (Delval y Echeitia, 1991; Chandler y Kamii, 2009; Faigenbaum y Zelaya, 2011; Delval, 2013) , otras investigaciones sugieren que en la medida en que los alumnos participen de prácticas sociales que involucren el dinero, pueden acercarse a la comprensión de su funcionamiento en la vida diaria, además, que con un diseño y tratamiento didáctico cuidadoso se podría acercar a los alumnos a lograr ciertos aprendizajes relacionados con la equivalencia entre monedas (Berti y Bombi, 1988; Martínez, 2020).

El instrumento de exploración que aquí proponemos es una aportación para ese debate; a través de la implementación que los docentes o investigadores puedan hacer de esta propuesta, se podrían obtener datos que contribuyan a evaluar la pertinencia de la inclusión de estos contenidos en la educación preescolar, o en su defecto, las posibles adecuaciones al currículo oficial mexicano en la pretensión de aprendizajes que “deberían lograr” los alumnos en esta etapa.

Por nuestra parte, retomando los antecedentes en que se sustenta esta investigación, consideramos que las posibilidades de los alumnos respecto al establecimiento de equivalencias entre monedas de distinta denominación, están en relación, en buena medida, de sus experiencias extra escolares, de las

situaciones didácticas que promuevan los docentes, poniendo especial atención a la complejidad de las mismas (el rango numérico, la nominación de las monedas, la tarea que se le plantea a los alumnos, etc.), pero sobre todo de su desarrollo cognitivo.

En lo que se refiere a las experiencias extra escolares, como lo plantean las investigaciones que aquí se comentaron (Delval y Echeitia, 1991; Amar et al., 2003), tales experiencias están en función de las oportunidades de participación que los alumnos tengan en su medio social, para presenciar y/o ser parte de intercambios económicos. Dichas oportunidades de participación podrían permitirles vislumbrar algunos elementos del entramado de relaciones implicadas en la compra-venta y en la equivalencia entre monedas.

Tal y como asientan en sus investigaciones Delval y Echeitia (1991), y Faigenbaum y Zelaya (2011), así como los datos obtenidos en el pilotaje de las dos primeras situaciones didácticas de nuestro instrumento, los alumnos con quienes se implemente esta secuencia didáctica podrían manifestar conocimientos propios de la dimensión normativa de las transacciones económicas, mucho más que las otras dimensiones (matemática y económica), pues la dimensión normativa es una de las primeras que aparece en las justificaciones de los alumnos preescolares debido las experiencias que tienen al presenciar actos de compra -venta entre adultos.

Por otra parte, no podemos soslayar el hecho de que durante la implementación de este instrumento, y por la riqueza que aportaría la interacción con sus pares, los alumnos podrían adquirir nuevos aprendizajes. Si bien hay elementos de las dimensiones económica y matemática que podrían pasar inadvertidas para los alumnos de preescolar, o que les serían difíciles de comprender debido a su desarrollo cognitivo (Delval y Echeitia, 1991; Chandler y Kamii, 2009; Faigenbaum y Zelaya, 2011), hay elementos de esas dimensiones que

pueden irse abordando al poner en contacto a los alumnos con algunas experiencias dentro del salón de clases, lo cual podría abonar a su desarrollo cognitivo.

Ahora bien, específicamente en cuanto al establecimiento de equivalencia entre monedas de distinta denominación que podrían lograr alumnos de preescolar, esta investigación no pretende arribar a conclusiones al respecto, sino aportar un instrumento con fines exploratorios que contribuya al desarrollo de esa indagación, así como a la toma de decisiones por parte de los docentes.

Para finalizar, comparto que este trabajo surgió de la necesidad de poder contar con mejores herramientas para enfrentar mi labor en la docencia, del interés genuino de poder acompañar y aportar mis ideas y conocimientos con los colegas y alumnos con quienes tengo la fortuna de compartir. Considero que este trabajo puede ser una aportación útil para enfrentar nuestra labor, buscando siempre la mejora tanto en nuestra intervención docente, como de los aprendizajes que promovemos en nuestros alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amar, J., Llanos, M., Abello, R., Denegri, M. (2003). Desarrollo del pensamiento económico en niños de la región caribe colombiana. *Revista Latinoamericana*, 35(1),7-18.
- ANEP-CEIP. (2008). *Programa de Educación Inicial y Primaria*, Montevideo: Rosgal.
- Avalos, O. (2016). *Conocimientos sobre valor posicional en alumnos de sexto grado de primaria*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bacaicoa, F. (2000). La construcción de nociones sociales. *Revista de Psicodidáctica*, 9, 34 – 47.
- Bonilla, L. (2014). *El dinero como medio para el aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal en preescolar. Alcances y límites de un recurso*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal, Argentina (traducción Dilma Fregona).
- California Department of Education [CDE]. (2013). *California Common Core State Standards. Mathematics. Electronic Edition* [Archivo PDF].
<https://www.cde.ca.gov/be/st/ss/documents/ccssmathstandarAug2013.pdf>
- Castro, E., Rico, L., y Castro, E. (1995). *Estructuras Aritméticas Elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.

- CCEPI (2017). *Marco Curricular para la atención y educación de niñas y niños uruguayos desde el nacimiento a los seis años*. Consejo Coordinador de la Educación en la Primera Infancia: Uruguay
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. España: PEARSON.
- Chandler, C., y Kamii, C. (2009). Giving change when payment is made with a Dime: The difficulty of tens and ones. *Reserch in Mathematics Education*, 40(2), 97-118.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz, *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.
- Cuellar, N.A., Lessard, G., Boily, M. y Mailhot, D. (2019). Emergencia del pensamiento algebraico en preescolar: estrategias de alumnos en relación con el concepto de equivalencia matemática. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2), 1-16. Recuperado en [Dialnet-EmergenciaDelPensamientoAlgebraicoEnPreescolar-7459739 \(3\).pdf](#)
- Delval, J., Echeitia, G. (1991). La comprensión en el niño del mecanismo de intercambio económico y el problema de la ganancia. *Infancia y Aprendizaje*, 54,71-108.
- Delval, J. (2013). *El descubrimiento del mundo económico por niños y adolescentes*. Madrid: Morata.
- DGCyE. (2018). *Diseño Curricular para la Educación Inicial*. La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.),

Ingeniería didáctica en educación. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duhalde, M., y González, M. (1996). *Encuentros cercanos con la matemática.* Argentina: Aique.

Espósito, S., Barrera, M., Gallo, M., Martínez, V., Ocampo, M., y Tigliavini, G. (2010). *Las consignas escolares como dispositivos para el aprendizaje.* Neuquén: Argentina. Ministerio de Educación. Recuperado el 23 de septiembre de 2021, en: <https://studylib.es/doc/5018293/%E2%80%99Clas-consignas-escolares-como-dispositivos-para-el-aprend...>

Faigenbaum, G. (2011). *Children's conceptions of economic value.* En *Children's Economic Experience, Exchange, Reciprocity and Value.* Ed. Libros en red. www.librosenred.com

Faigenbaum, G., y Zelaya, G. (2011). *Children at the candy store.* En *Children's Economic Experience, Exchange, Reciprocity and Value.* Ed. Libros en red. www.librosenred.com

Fregona, D., y Orus, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas: una herramienta para analizar decisiones en la clase de matemática.* Libros del zorzal, Argentina.

González, A., y Weinstein, E. (2010). *La enseñanza de la matemática en el Jardín de Infantes a través de secuencias didácticas.*

IICANA. Instituto de Intercambio Cultural Argentino Norteamericano (s.f.). *Sistema Educativo de Estados Unidos.* Recuperado el 4 de mayo de 2021, en : <https://iicana.org/asesoria-educativa/sistema-educativo-de-estados-unidos/>

- Martínez, D. (2020). *El dinero como recurso didáctico, para favorecer el conteo, la equivalencia y el agrupamiento en preescolar*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Querétaro, México.
- MEDUCA (2014). *Programa de preescolar. 4 y 5 años*. Versión actualizada 2014. Ministerio de Educación: República de Panamá.
- MINEDUC (2018). *Bases curriculares Educación Parvularia*. Santiago, Chile.
- MINEDUC (2019). *Programa Pedagógico. Primer y Segundo Nivel de Transición*. Ministerio de Educación. Gobierno de Chile.
- Ministerio de Educación (2010). *Diseño Curricular para Educación Inicial*. Gobierno de la Provincia de Salta.
- Moscoso, J. (Coord.) (2020). *Guía para diseñar secuencias didácticas de pensamiento matemático en educación básica*. México: Ediciones Normalismo Extraordinario.
- Muñoz, A. (2017). *Una mirada del acercamiento al valor real de las monedas en "Mi álbum. Preescolar. Tercer grado"*. Tesis de Licenciatura. Escuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños, México.
- Organización de las Naciones Unidas Para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO]. (2019). *Argentina. Perfil de país*. Recuperado el 4 de mayo de 2021, en https://siteal.iiiep.unesco.org/sites/default/files/sit_informe_pdfs/siteal_ed_argentina_20190422.pdf
- Panizza, M. (Comp.) (2003). *Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos aires, Argentina: Paidós.
- Rebolledo, M. (2016). *Los alumnos de preescolar frente a la resolución de problemas con monedas*. Tesis de Licenciatura. Escuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños, México.

San Diego County Office of Education [SDCOE] (2012). *Estándares Estatales Comunes de Matemáticas para el Estado de California. Kindergarten* [Archivo PDF]. https://commoncore-espanol.sdcoe.net/Portals/commoncore-espanol/Documents/CA_Math_SBS_0K.pdf

SEP (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Educación Preescolar. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Secretaría de Educación Pública: México.

SEP (2021). *Libro de la educadora. Educación Preescolar*. Secretaría de Educación Pública: México

SEP (2021). *Mi álbum. Preescolar. Tercer grado*. Secretaría de Educación Pública: México