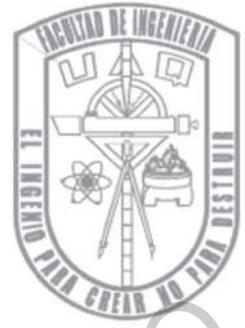




Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Física



**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE SISTEMA DE
CONTROL AUTOMATIZADO PARA
EXPERIMENTO DE ÁTOMOS FRÍOS**

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Ingeniero Físico

Presenta:

Eduardo Issac Vidal Delgado

Dirigido por:

Dra. Karina Jiménez García

Querétaro, Qro., septiembre 2021.



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Ingeniería Física



**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE SISTEMA DE CONTROL
AUTOMATIZADO PARA EXPERIMENTO DE ÁTOMOS FRÍOS**

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Ingeniero Físico

Presenta:

Eduardo Issac Vidal Delgado

Dirigido por:

Dra. Karina Jiménez García

SINODALES

Dra. Karina Jiménez García
Presidente


Firma

Dr. Alberto Hernández Almada
Secretario


Firma

Dr. Aldrin Cervantes Contreras
Vocal


Firma

Dr. Neil Vladimir Corzo Trejo
Suplente


Firma

Centro Universitario
Querétaro, QRO
México.
Septiembre 2021

© 2021 - Eduardo Issac Vidal Delgado

All rights reserved.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Dedicado a mi familia...

Agradecimientos

A mi madre Maria Guadalupe Delgado Reyes que siempre ha estado para apoyarme en los momentos mas difíciles brindándome el amor y la comprensión que solo una madre puede dar. A mi padre Eugenio Vidal Cruz que siempre ha estado para empujarme a ser mejor persona y a cumplir cada una de mis metas. A mis hermanos Benjamin y Diana Karina que siempre han sido un ejemplo a seguir y me han apoyado a cumplir mis metas sin importar las dificultades.

A mis compañeros de clase por su amistad y esas innumerables ocasiones en las que siempre estuvimos para apoyarnos a cumplir nuestras metas académicas y personales, compañeros que siempre fueron un gran apoyo a lo largo de la carrera y siempre recordare con aprecio.

Finalmente le agradezco a la Dra. Karina Jiménez García por haberme dado la oportunidad de trabajar dentro de este proyecto y permitirme aportar a la realización de éste, a sus enseñanzas y consejos que me brindo a lo largo de este trabajo que me permitieron aprender valores como es el trabajo duro y la responsabilidad. Y sobre todo a su asesoría académica, su tiempo y dedicación que me brindó para mejorar.

Resumen

Este trabajo se enfoca principalmente en la implementación de un sistema de control automatizado para un experimento de enfriamiento de átomos, sin dejar de lado las bases teóricas necesarias para describir los fenómenos ocurridos dentro del proceso de enfriamiento. El objetivo principal de este trabajo es implementar un sistema de control automatizado que permita controlar instrumentos científicos de forma remota con resoluciones temporales de hasta $10 \mu\text{s}$, objetivo que ha sido implementado casi en su totalidad, logrando obtener un sistema de control de señales analógicas y digitales para control de instrumentos de laboratorio con una resolución temporal de $20 \mu\text{s}$. Dicha escala de tiempo es suficiente para la implementación de enfriamiento láser sobre una muestra de átomos neutros. Los resultados obtenidos indican que en el futuro avance de este proyecto se logrará satisfactoriamente, siendo así que las medidas tomadas en el presente proyecto sientan las bases para la implementación de otros sistemas de automatización del Laboratorio de Tecnologías Cuánticas del Cinvestav en el futuro cercano.

Contenido

Agradecimientos	I
Resumen	II
Lista de figuras	VI
Lista de tablas	VII
1. Introducción	1
1.1. ¿Qué son los sistemas de átomos fríos, para que sirven y cómo se producen?	1
2. Enfriamiento láser	3
2.1. Fuerza de dispersión	4
2.2. Melaza óptica	6
2.3. Trampa magneto-óptica (MOT)	9
2.4. Trampas dipolares ópticas	11
3. ¿Cómo es un experimento de átomos fríos?	15
3.1. Sistema de vacío	15
3.2. Sistema de enfriamiento láser	16
3.3. Sistema de campos magnéticos	17
3.4. Sistema de detección	17
3.5. Electrónica, infraestructura y equipo	18
3.5.1. Fuente de poder CPX400DP	18
3.5.2. Láser de 1064 nm	19
3.5.3. Modulador AO MT80-A1.5-xx	20
3.5.4. Sintetizador Novatech 409B	20
3.5.5. Cámara CCD PCO Pixelfly USB	22
4. ¿Qué es un sistema de automatización?	23
4.1. Esquema de automatización	23
4.1.1. Tarjetas programables	24
4.2. Software de control	26

5. Secuencia Experimental	28
5.1. Carga de la MOT	28
5.2. Enfriamiento por melaza óptica	30
5.3. Carga de la trampa óptica	30
5.4. Evaporación en la trampa dipolar	30
5.5. Detección	30
6. Implementación y pruebas del sistema de control	32
7. Resultados	35
7.1. Circuito distribuidor y amplificador de señales analógicas	35
7.2. Diseño de secuencia experimental para producción de átomos fríos	40
8. Conclusiones	41
A. Interacción de átomos con radiación	42
A.1. Obtención de los coeficientes c_1, c_2	43
Bibliografía	51

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Lista de figuras

2.1. Diagrama de interacción radiación-materia.	4
2.2. Fuerza de dispersión.	5
2.3. Diagrama de la melaza óptica.	7
2.4. Gráfica de la fuerza de la MOT respecto a la velocidad.	8
2.5. Bobinas en configuración Anti-Helmholtz.	10
3.1. Bosquejo del sistema de vacío.	16
3.2. Diagrama de conexión entre láseres.	17
3.3. Imagen de fuente de poder CPX400DP.	18
3.4. Imagen del láser de fibra de 1064 nm.	19
3.5. Imagen del Modulador Acusto-Optico MT80-A1.5-xx.	20
3.6. Imagen del Sintetizador Novatech 409B.	22
3.7. Imagen de la cámara CCD PCO Pixelfly USB.	22
4.1. Sistema de control experimental.	24
4.2. Interfaz de Cicero Word Generator.	27
5.1. Secuencia experimental para un experimento de átomos ultrafríos.	28
5.2. Estructura hiperfina de la línea D ₂ del ⁸⁷ Rb.	29
5.3. Imagen por absorción en resonancia para detectar los átomos.	31
5.4. Imagen de falso color de una nube de átomos.	31
6.1. Función $f_1(t) = A \sin(2\pi\omega t + \phi)$ con diferentes valores.	33
6.2. Función $f_2(t) = Ae^{-\alpha t}$ con diferentes valores.	34
7.1. Circuito de amplificación de señales analógicas.	35
7.2. Simulación del circuito amplificador de señales analógicas.	36
7.3. Diseño de PCB para distribución de señales digitales.	37
7.4. Diseño de PCB para amplificar las señales analógicas.	37
7.5. Circuito amplificador hecho a mano en placa fenólica perforada.	38
7.6. Circuito amplificador hecho a mano en placa fenólica perforada instalada con conexiones BNC.	38
7.7. Vistas de la caja metálica donde se instalaron los circuitos de distribución y amplificación de señales digitales analógicas.	39

7.8. Secuencia diseñada en Cicero para el control experimental de un experimento de átomos ultrafríos. 40

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Lista de tablas

2.1. Valores de τ , λ_0 , I_{sat} y Γ para algunos átomos alcalinos.	6
3.1. Características detalladas de la fuente de poder CPX400DP.	19
3.2. Características detalladas del láser de 1064 nm.	19
3.3. Características detalladas del Modulador AO MT80-A1.5-xx.	20
3.4. Características detalladas del sintetizador Novatech 409B.	21
3.5. Comandos detallados RS232 para sintetizador Novatech 409B.	21
3.6. Características detalladas de la cámara CCD PCO Pixelfly USB.	22
4.1. Características detalladas de la tarjeta digital NI PXIe-6535.	25
4.2. Características detalladas de la tarjeta analógica NI PXIe-6738.	26
4.3. Características detalladas de la tarjeta temporizador NI PXIe-6612.	26

Introducción

1.1. ¿Qué son los sistemas de átomos fríos, para que sirven y cómo se producen?

El estudio de sistemas atómicos es algo fundamental que ayuda a comprender de mejor manera la reacción de los átomos a ciertas interacciones, dando lugar a diversas aplicaciones, entre las más destacables la metrología de ultra-alta precisión (Kostylev, 2017). Sin embargo, sabemos que a temperatura ambiente los átomos se mueven a velocidades muy altas y sin una dirección concreta, lo cual dificulta su estudio considerablemente. En la actualidad es posible reducir la velocidad de un grupo de átomos mediante diversas técnicas de enfriamiento¹ con base en una interacción radiación materia, específicamente, en la manipulación de átomos con campos eléctricos y magnéticos, dentro de espacios controlados bajo condiciones de ultra alto vacío (UHV). Las técnicas de manipulación de átomos permiten confinar dichos gases dentro de un volumen específico mediante trampas magnéticas y ópticas, de esta forma, facilita su estudio. Los átomos fríos son conjuntos de átomos cuya temperatura promedio es extremadamente baja, del orden de 10^{-9} K (nK). Cerca de ese nivel de temperatura los sistemas de átomos fríos muestran características únicas para su estudio, uno de los fenómenos más interesantes que se pueden presentar es la condensación de Bose-Einstein (si son bosones, partículas de espín entero) o la degeneración de Fermi (si son fermiones, partículas de espín semi-entero).

Esta tesis describe la teoría básica del enfriamiento laser, así como la implementación experimental de un sistema de control para producir átomos fríos. La estructura de la tesis es como sigue: los primeros capítulos presentan las bases teóricas fundamentales para el entendimiento del sistema de enfriamiento que permiten identificar claramente los parámetros principales de control experimental. Los capítulos posteriores describen las partes que constituyen el sistema de control, incluyendo sus componentes principales: tarjetas de control, software de control, infraestructura general, equipo de laboratorio (fuentes de corriente, láseres, instrumentos de prueba y medición, elementos de control de rf, sistema de fotodetección, entre otros). Posteriormente, se describe la

¹Reducir la velocidad de los átomos se traduce en reducir la energía cinética del sistema, la cual está estrechamente relacionada con la temperatura mediante el *Teorema de Equipartición de Energía*, que establece que para un gas ideal monoatómico en equilibrio térmico, con tres grados de libertad, la energía cinética promedio es: $E_c = \frac{3}{2}k_B T$ donde k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura. (Mark W. Zemansky, 1997)

secuencia experimental, detallando los parámetros experimentales que se utilizan y, finalmente, se describe la implementación del sistema y se muestran los resultados obtenidos del proyecto.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Enfriamiento láser

En este capítulo se da una breve introducción a los procesos físicos base del enfriamiento y atrapamiento láser, con la finalidad de definir los parámetros de control experimental más relevantes así como las escalas de tiempo a considerar en una implementación experimental.

El enfriamiento láser es una técnica ampliamente usada debido a su versatilidad y su capacidad de manipular la dinámica de los átomos mediante su interacción con la luz. Ésta técnica dio lugar al Premio Nobel de Física de 1997 otorgado a Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji y William D. Phillips. El enfriamiento láser se basa en el aprovechamiento de la fuerza que ejerce un campo láser sobre un conjunto de átomos, siendo capaz de modificar su movimiento, específicamente, de reducir su velocidad (energía cinética). El enfriamiento se logra mediante el intercambio de momento lineal entre los fotones¹ del campo láser y el átomo, mediante numerosos procesos de absorción en resonancia y emisión espontánea. Es necesario que la radiación provenga de un campo láser ya que se necesita que la fuente sea monocromática y coherente, esto debido a que cada átomo necesita una frecuencia específica para poder absorber fotones de manera eficiente y después emitirlos, dando lugar a una reducción en la velocidad de los átomos. En la Figura 2.1 se muestra un proceso de intercambio de momento lineal entre átomos y los fotones de un campo láser.

La Figura 2.1a muestra un fotón con momento lineal $\hbar k$, donde \hbar es la constante de Planck reducida, k es el vector de onda del campo láser $k = 2\pi/\lambda$ y λ es la longitud de onda, el láser se propaga en dirección a un átomo de masa m y velocidad v . La Figura 2.1b muestra la transferencia de momento lineal cuando el átomo absorbe al fotón; y finalmente, la Figura 2.1c muestra al átomo emitiendo un fotón en una dirección aleatoria desprendiendo energía, con lo cual la energía cinética (velocidad) del átomo disminuye. Este proceso debe ocurrir miles de veces para se logre reducir significativamente la velocidad del átomo mediante el proceso de emisión espontánea. (Phillips, 1998)

¹La radiación (luz) puede describirse desde dos puntos de vista: mediante ondas o mediante partículas, siendo el fotón la partícula fundamental de la luz. Los fotones viajan a la velocidad de la luz c y tienen momento lineal igual a $h\nu/c$ o equivalentemente h/λ , donde $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J/s es la constante de Planck, ν es la frecuencia de la radiación y λ su longitud de onda. (Trincavelli, 2010) (Zettili, 2009)

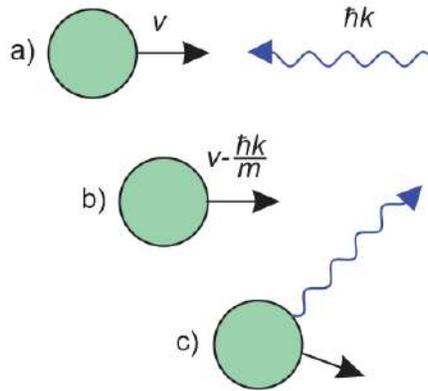


Figura 2.1: a) Un átomo con velocidad v y masa m se encuentra con un fotón cuyo momento es $\hbar k$ (ó h/λ). b) Tras absorber el fotón, se trasfiere momento lineal al átomo y se modifica su velocidad. c) Después, en un proceso de emisión espontánea, el átomo radia en una dirección aleatoria, ahora el átomo tiene una velocidad menor que en (a). (Phillips, 1998)

2.1. Fuerza de dispersión

La fuerza que ejerce un campo de radiación magnética de intensidad I sobre una superficie A está dada por

$$F_{\text{rad}} = \frac{IA}{c}, \quad (2.1)$$

donde I es la intensidad, c la velocidad de la luz y A es el área. Para el caso de la interacción entre luz láser y átomos, comenzaremos por considerar un átomo de 2 niveles², donde el área de la Ecuación 2.1 corresponde a la sección eficaz de absorción de los átomos, denominada como $\sigma(\omega_0)$. Esta sección eficaz a su vez depende de frecuencia de la transición atómica en resonancia ω_0 ³. Por ejemplo, si consideramos un área $A = 1 \text{ m}^2$ y una intensidad de láser $I = 10 \text{ W}$, obtenemos que la fuerza de radiación es $F_{\text{rad}} \approx 33.3 \text{ nN}$, esta fuerza es muy pequeña, sin embargo su impacto es considerable para los átomos, debido a que el área de sección eficaz de absorción es mucho más grande que el tamaño efectivo del átomo⁴. En el caso de un átomo de 2 niveles la sección eficaz de absorción en resonancia es aproximadamente igual a $\sigma(\omega_0) = \lambda_0^2/2$, donde λ_0 es la longitud de onda de la transición entre los niveles. En el caso de los átomos alcalinos, λ_0 es del orden de cientos de nanómetros. Adaptada de Foot (2005)

Los láseres son fuentes de luz monocromática, coherentes y que pueden ser colimados con facilidad, esto los hace ideales para implementar de manera eficiente el método de enfriamiento láser como se muestra en la Figura 2.2. Un átomo en movimiento hacia una fuente láser, cuya

²En ciertas condiciones de interacción con luz, es posible considerar a los átomos alcalinos como sistemas de dos niveles

³La frecuencia ω_0 corresponde a la separación que existe entre los niveles energéticos del átomo.

⁴El tamaño característico del átomo podemos obtenerlo del modelo de Bohr, tomando en cuenta el radio de las órbitas de los electrones para el estado base $n=1$, es decir, el radio de Bohr $a_0 = 0.0529 \text{ nm}$ (Figuerola, 2007). Pese a que el modelo de Bohr no es correcto, es útil para dar un orden de magnitud.

frecuencia está sintonizada a la frecuencia de resonancia de la especie atómica, absorbe y emite espontáneamente fotones y como resultado de la tasa de transferencia de momento lineal entre ambos, se produce una fuerza neta en la dirección de propagación del láser, la cual se opone al movimiento del átomo. Es importante mencionar que la fuerza es producto de la dispersión de los fotones emitidos espontáneamente tras la excitación.

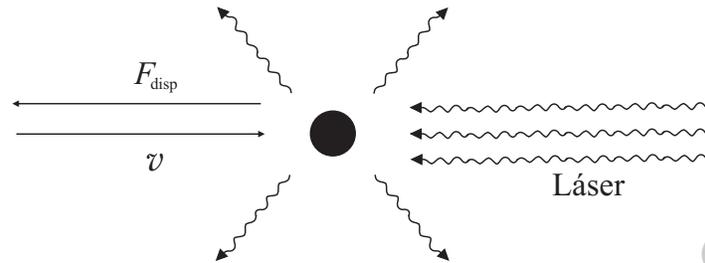


Figura 2.2: Un átomo con velocidad v moviéndose en dirección opuesta a un haz láser absorbe los fotones incidentes y recibe una fuerza en dirección contraria a su movimiento, reduciendo su velocidad, debido a los fotones emitidos que se dispersan en direcciones aleatorias. (Foot, 2005)

La fuerza es el cambio de momento por unidad de tiempo, y en el caso de la fuerza de dispersión, esta es proporcional al momento del fotón absorbido y a la tasa a la que los fotones se dispersan. El momento lineal del fotón está dado por $\hbar k$ y la tasa de dispersión⁵ está dada por $R_{\text{disp}} = \Gamma \rho_{22}$ donde Γ es la tasa de decaimiento espontáneo del estado excitado, la cual indica qué tan rápido decae un átomo a su estado base una vez que ha sido excitado, y ρ_{22} es la población del estado excitado. Es decir, R_{disp} contabiliza la tasa a la que los átomos que se encontraban en el estado excitado decaen al estado base, dando lugar a la emisión de un fotón que ejercerá una fuerza sobre el átomo que por consecuencia disminuirá su velocidad. Para el átomo de 2 niveles, la población del estado excitado está dada por la ecuación⁶

$$\rho_{22} = \frac{I/2I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (2.2)$$

donde I es la intensidad del láser, δ es la desintonía entre la frecuencia del láser ω_L y la frecuencia de transición ω_0 ($\delta = \omega_L - \omega_0$) e I_{sat} es la intensidad de saturación donde las poblaciones se acercan a su condición de equilibrio⁷. Por lo tanto la fuerza de dispersión es

$$F_{\text{disp}} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (2.3)$$

⁵La tasa de dispersión da la escala de tiempo en la que el fotón interactúa con el átomo.

⁶La expresión de la población del estado excitado esta proviene del desarrollo de las soluciones de las ecuaciones de ópticas Bloch para un átomo de 2 niveles.

⁷Al aplicar una intensidad $I \sim I_{\text{sat}}$, el sistema de 2 niveles se acerca a su estado de equilibrio, en el cual las poblaciones de los estados del átomo de 2 niveles se igualan (ver Ecuación (2.2)).

El valor de la fuerza de dispersión varía dependiendo de la muestra atómica pues cada átomo tiene valores únicos de la frecuencia de transición ω_0 y la tasa de decaimiento Γ . Lo interesante de la Ecuación (2.3) es que muestra que es posible controlar experimentalmente el enfriamiento mediante la intensidad del láser I y la desintonía δ , siendo estos los parámetros experimentales controlables más importantes para el enfriamiento láser. Si consideramos que $I \rightarrow \infty$ en la Ecuación (2.3) notamos que la fuerza se satura a su máximo valor $F_{\max} = \hbar k \Gamma / 2$, por lo que para un átomo de masa m la des-aceleración debido a la fuerza de dispersión está dada por la ecuación

$$a_{\max} = \frac{v_r}{2\tau}, \quad (2.4)$$

donde τ es el tiempo de vida del estado excitado⁸ y $v_r = h/\lambda_0 m$ es la velocidad de retroceso (*recoil velocity* en inglés), que es el cambio de la velocidad del átomo por absorción o emisión de un fotón. Haciendo un simple cálculo basado en mecánica clásica, considerando un átomo sujeto a movimiento con desaceleración constante, podemos calcular la distancia en la que los átomos se detendrían como consecuencia de la interacción con el campo láser, obteniendo

$$L_0 = \frac{v_0^2}{a_{\max}}, \quad (2.5)$$

donde v_0 es la velocidad inicial más probable del átomo⁹. A partir del control experimental de la fuerza de dispersión, se han implementado técnicas de enfriamiento basadas en este principio¹⁰, entre ellas la *melaza óptica*, la cual será presentada en la siguiente sección.

En la Tabla (2.1) se muestran valores típicos de la intensidad de saturación I_{sat} , longitud de onda de transición λ_0 , tiempo de vida radiativo τ , y tasa de decaimiento Γ para distintas especies atómicas. Por ejemplo, para una muestra de ^{87}Rb la distancia de frenado sería de $L_0 = 1.1$ m considerando la velocidad más probable $v_0 = 360\text{ms}^{-1}$ a una temperatura $T = 450\text{K}$.

Tabla 2.1: Valores de τ , λ_0 , I_{sat} y Γ para algunos átomos alcalinos. (Steck, 1998b) (Tiecke, 2019) (Gehm, 2003)

Átomo	τ [ns]	λ_0 [nm]	I_{sat} [mW/cm ²]	Γ [MHz]
^6Li	27.102	670.977	2.5408	36.897
^{23}Na	16.249	589.158	6.260	61.542
^{39}K	26.370	766.700	1.7503	37.922
^{87}Rb	26.234	780.241	1.6693	38.117
^{133}Cs	30.405	852.347	1.1049	32.889

2.2. Melaza óptica

Los gases atómicos son conjuntos de partículas que se mueven en direcciones aleatorias en las 3 dimensiones del espacio; para lograr enfriar estas muestras se ha ideado la técnica de la melaza

⁸El tiempo de vida τ esta estrechamente relacionado con la tasa de decaimiento Γ , siendo que $\tau = 1/\Gamma$.

⁹La velocidad inicial más probable del átomo puede calcularse a partir de mecánica estadística.

¹⁰Existen técnicas de enfriamiento en 1, 2 y 3 dimensiones. (Foot, 2005) (Chang et al., 2014) (Jimenez-Garcia, 2012)

óptica. Dicha técnica consiste en crear un arreglo de tres pares de láseres ortogonales entre sí y contrapropagantes (se propagan en direcciones opuestas) para enfriar una muestra atómica.

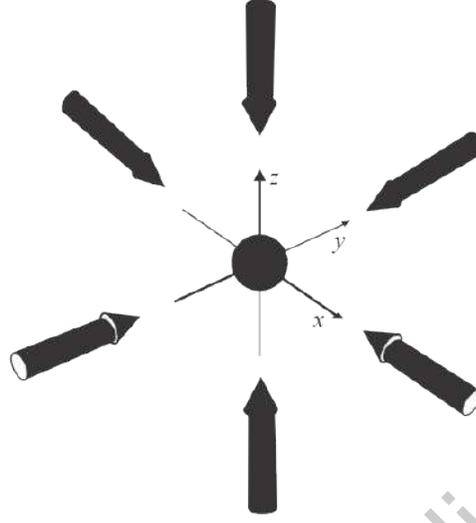


Figura 2.3: Diagrama de la melaza óptica. Tres pares de láseres contrapropagantes ortogonales entre sí irradian un vapor atómico para reducir su velocidad.

El arreglo experimental de la melaza óptica, mostrado en la Figura 2.3 toma en cuenta todos los grados de libertad del átomo para el enfriamiento. El nombre de melaza óptica se debe a que las ecuaciones de movimiento del átomo en el arreglo de láseres son aquellas de una partícula en un medio viscoso, disipativo, que se opone al movimiento; en este caso se trata de un medio puramente óptico y por lo tanto se le denominó melaza óptica. Los átomos al estar en constante movimiento relativo respecto a las fuentes láser experimentan el efecto Doppler, es decir, experimentan una frecuencia menor o mayor, dependiendo de la dirección relativa a la que se muevan ocasionando que los átomos entren y salgan de resonancia. Para calcular la fuerza que se opone al movimiento se toma en cuenta este efecto, para ejemplificar, consideremos el movimiento a lo largo del eje x . La fuerza total que actúa sobre el átomo debido a la interacción con los haces propagándose en las direcciones $\pm \mathbf{e}_x$ esta dada por

$$F_{\text{melaza}} = F_{\text{disp}}(\omega - \omega_0 - kv) - F_{\text{disp}}(\omega - \omega_0 + kv), \quad (2.6)$$

donde el primer término corresponde a la fuerza de dispersión ejercida por el láser en la dirección $+\mathbf{e}_x$, mientras que el segundo término corresponde a la fuerza de dispersión ejercida por el láser en la dirección $-\mathbf{e}_x$, es importante notar que en el argumento de dichos términos de fuerza se toma en cuenta el corrimiento en frecuencia $\pm kv$ debido al efecto Doppler. Desarrollando la Ecuación (2.6) considerando que es un sistema de dos niveles en el límite de baja intensidad $I/I_{\text{sat}} \ll 1$ y asumiendo que $|kv| \ll |\delta|$ obtenemos

$$F_{\text{melaza}} = 4\hbar k^2 \frac{I}{I_{\text{sat}}} \frac{2\delta/\Gamma}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2} v. \quad (2.7)$$

La fuerza que la melaza ejerce sobre los átomos es dependiente de la velocidad y de la magnitud y signo de la desintonía, y como se muestra en la Figura 2.4, existirá un rango de velocidades atrapables. (Lett et al., 1989)

En la Figura 2.4 se muestra la fuerza que ejerce la melaza óptica sobre los átomos en términos de su velocidad. El área punteada de la Figura 2.4 indica el intervalo de velocidades dentro del cual la fuerza es significativa y contribuye con el enfriamiento. Este intervalo útil de la fuerza depende de los valores de intensidad I y desintonía δ , parámetros que se pueden ajustar experimentalmente.

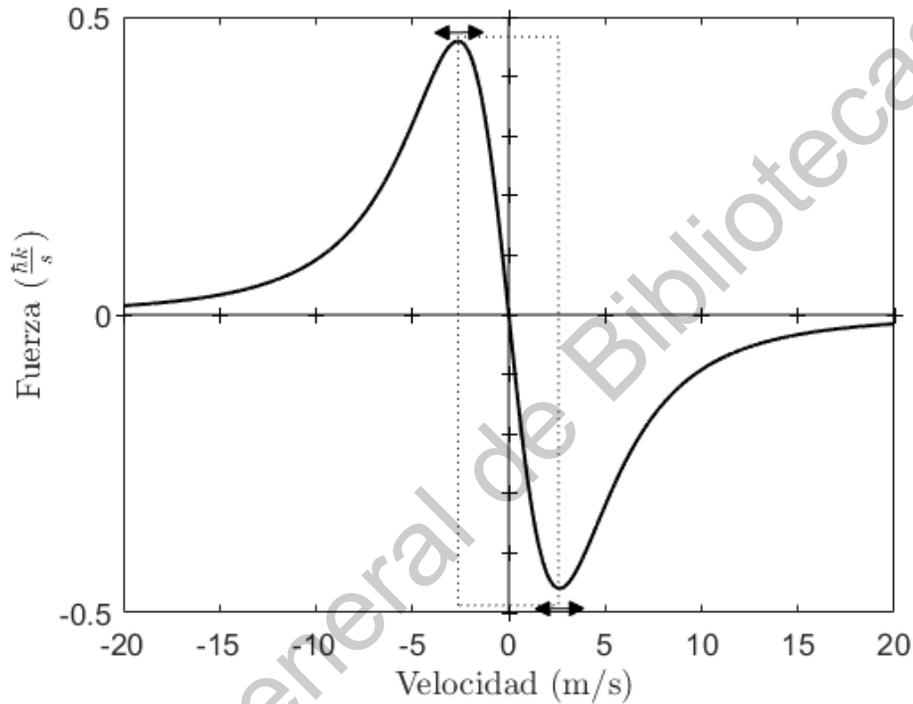


Figura 2.4: Gráfica de la fuerza que aplica la melaza óptica al gas atómico en términos de la velocidad de los átomos. Se tomaron en cuenta los valores de la Tabla 2.1 para Γ del ^{87}Rb , con $I/I_{\text{sat}} = 1$ y desintonía $\delta = -1$. Los átomos que se encuentran dentro de la zona punteada experimentan una fuerza dependiente de la velocidad, que se opone al movimiento. Fuera de ese intervalo, la fuerza no contribuye al enfriamiento.

Para diseñar experimentos de enfriamiento láser es importante conocer los tiempos típicos de enfriamiento. Comenzamos por identificar el tiempo de disipación de energía cuando un átomo interactúa con la melaza óptica; este tiempo se denota por τ_{damp} y está dado por

$$\tau_{\text{damp}} = \frac{m}{8\hbar k^2} \frac{I_{\text{sat}}}{I} \frac{[1 + (2|\delta|/\Gamma)^2]^2}{2|\delta|/\Gamma}, \quad (2.8)$$

donde m es la masa del átomo, δ es la desintonía, I es la intensidad del láser, I_{sat} es la intensidad de saturación, k es el vector de onda del campo láser y \hbar es la constante de Planck reducida. El tiempo

de disipación τ_{damp} se obtiene analizando la tasa de disipación de energía en el modelo clásico, donde se obtiene un decaimiento exponencial, cuya constante de tiempo es τ_{damp} y ésta expresa la escala de tiempo que tarda el sistema para el enfriamiento inicial con velocidades dentro del rango de captura. El tiempo de disipación de energía tiene valores de μs , por ejemplo, si se asume que $2\delta/\Gamma = 1$ y que la intensidad tiene el mismo valor que la intensidad de saturación $I_{\text{sat}}/I = 1$, para el ^{87}Rb utilizando los valores de la Tabla 2.1 obtenemos $\tau_{\text{damp}} \approx 10.5587\mu\text{s}$.

Aunque el decaimiento de la energía es exponencial, la energía de los átomos no logra alcanzar el cero absoluto^[1]. Existe un límite fundamental de esta técnica de enfriamiento debido a fluctuaciones térmicas por emisión espontánea y absorción. Las fluctuaciones provocan un aumento en la energía cinética (calentamiento), siendo una limitación de la melaza óptica. Para calcular el límite del enfriamiento Doppler^[2] se busca un equilibrio entre el enfriamiento y el calentamiento por fluctuaciones. Para un gas atómico en 3 dimensiones se obtiene que el límite Doppler está dado por

$$T_{\text{D}} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_{\text{B}}}, \quad (2.9)$$

donde k_{B} es la constante de Boltzmann y $\hbar\Gamma$ es la mínima energía que el sistema puede poseer para el régimen Doppler (Chang et al., 2014). Teniendo esto en cuenta, las temperaturas típicas del enfriamiento Doppler son del orden de μK (10^{-6}K), por ejemplo, para el caso del ^{87}Rb con $\Gamma = 38.117\text{ Hz}$ se tiene que el límite Doppler es $T_{\text{D}} \approx 145\ \mu\text{K}$.

En general, para el enfriamiento mediante melaza óptica se tienen como parámetros experimentales más importantes a controlar la desintonía δ y la intensidad del campo láser I con una duración típica de varios μs .

2.3. Trampa magneto-óptica (MOT)

La melaza óptica por sí misma no es una trampa; los átomos son frenados en una región del espacio por un tiempo, pero eventualmente éstos escaparán. Sin embargo, es posible modificar la melaza óptica para contener a los átomos en el espacio; esto se logra al añadir un gradiente de campo magnético, es decir, un campo magnético que cambia en el espacio (que no es uniforme, que tiene dependencia espacial) lo cual da lugar a un término de fuerza restitutiva que mantiene a los átomos moviéndose alrededor de una posición de equilibrio. Para empezar, se montan unas bobinas en configuración Anti-Helmholtz como se muestra en la Figura 2.5, estas bobinas generan de campo magnético no homogéneo que se cancela en el centro de la trampa ($B = 0$), introduciendo una dependencia espacial en la fuerza de dispersión^[3]. Como veremos más adelante, el efecto del campo magnético no homogéneo se manifiesta como una fuerza de restitución (ley de Hooke) que mantiene a los átomos confinados cerca del centro de la trampa.

¹¹La energía está estrechamente relacionada a la temperatura mediante el teorema de *Equipartición de energía*. Para que la energía promedio de un sistema llegue al cero absoluto, es necesario que el sistema tenga una temperatura $T = 0\text{ K}$, lo cual, desde el punto de vista de la termodinámica, específicamente, el *principio de inalcanzabilidad de Nernst*, es imposible. (Masanes y Oppenheim (2017) Kieu (2019))

¹²Se le denomina enfriamiento Doppler debido a que depende puramente de la velocidad de los átomos, dando lugar al corrimiento Doppler. (Valenzuela-Jiménez, 2012)

¹³Es muy importante la polarización de los láseres para esta técnica, los láseres contrapropagantes se ajustan a una polarización circular (σ_- y σ_+), como se muestra en la Figura 2.5 y a una frecuencia por debajo de la frecuencia de resonancia atómica. Para definir la polarización se define primero un eje de cuantización. (Foot (2005))

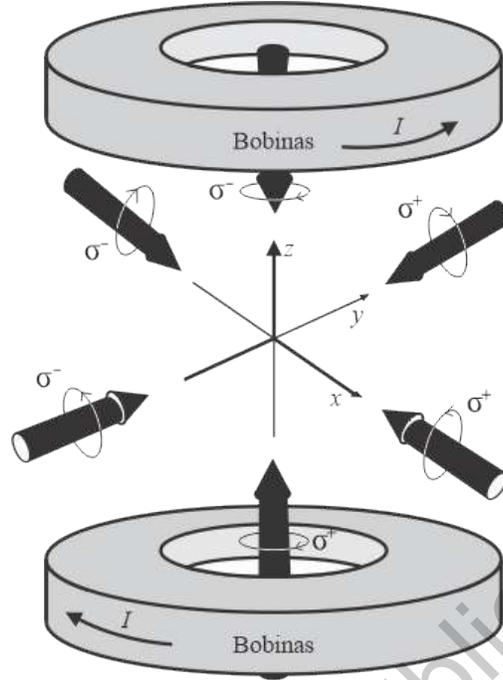


Figura 2.5: Bobinas en configuración Anti-Helmholtz que generan un gradiente de campo magnético en la región de la melaza óptica. Adaptada de [Foot \(2005\)](#)

Esta técnica aprovecha el efecto Zeeman para introducir una dependencia espacial en la fuerza de dispersión. En presencia del gradiente de campo magnético, se perturbarán los sub-niveles hiperfinos del átomo. Esta perturbación causará que los sub-niveles varíen en función de la posición del átomo, las transiciones en resonancia con la frecuencia del láser se favorecerán en posiciones específicas de la trampa y darán lugar a una fuerza restitutiva que fomentará la acumulación de átomos en el centro de la trampa. En resumen, el arreglo de bobinas anti-Helmholtz contribuye a que la fuerza de dispersión obligue al átomo a regresar al centro. [Foot \(2005\)](#)

La fuerza ejercida sobre un átomo en una trampa magneto-óptica (MOT) se describe introduciendo el corrimiento Zeeman generado por las bobinas de campo magnético en la frecuencia de la fuerza de dispersión. Sin pérdida de generalidad, por simplicidad, consideramos el movimiento en el eje-z, la fuerza de la MOT es

$$F_{\text{MOT}} = F_{\text{disp}}^{\sigma_+}(\omega - kv - (\omega_0 + \beta z)) - F_{\text{disp}}^{\sigma_-}(\omega - kv - (\omega_0 - \beta z)), \quad (2.10)$$

donde los superíndices σ_+, σ_- corresponden al tipo de polarización circular, ω_0 es la frecuencia de absorción en resonancia y el término βz corresponde al corrimiento Zeeman en el eje-z. [Foot \(2005\)](#) Como se mencionó anteriormente, ω es la frecuencia del láser, y $\pm kv$ corresponde al corrimiento Doppler. Cuando desarrollamos la Ecuación (2.10) considerando bajas intensidades $I/I_{\text{sat}} \ll 1$ y asumiendo que $|kv| \ll |\delta|$, se obtiene que la fuerza de la MOT es

$$F_{\text{MOT}} = -\alpha v - \frac{\alpha\beta}{k}z, \quad (2.11)$$

donde

$$\beta z = \frac{g\mu_B}{\hbar} \frac{dB}{dz} z \quad (2.12)$$

es el corrimiento Zeeman por un desplazamiento z en el eje- z y donde

$$\alpha = 4\hbar k \frac{I}{I_{\text{sat}}} \frac{-2\delta/\Gamma}{[1 + (2\delta/\Gamma)^2]^2}. \quad (2.13)$$

La forma de la fuerza expresada en la Ecuación (2.11) indica que los átomos se exponen tanto a una fuerza disipativa como a una fuerza restitutiva, siendo αv el término disipativo y $\frac{\alpha\beta}{k}z$ el término restaurativo. Los átomos al entrar en la melaza óptica disminuyen su velocidad y, debido al gradiente de campo magnético, los haces láser empujan a los átomos al centro de la trampa a causa del corrimiento Zeeman. Un valor típico del gradiente utilizado en una MOT es de $(dB/dz) = B' = 10$ G/cm,¹⁴ sin embargo, este gradiente magnético no es suficiente para levitar a los átomos en contra de la fuerza de gravedad.¹⁵ (Foot, 2005)

En general, los parámetros experimentales más importantes para controlar la trampa MOT son: la corriente de las bobinas para generar el gradiente de campo magnético B' , la desintonía δ y la intensidad I del campo láser. La duración típica del enfriamiento por esta técnica tiene una duración del orden de ms.

2.4. Trampas dipolares ópticas

Las trampas dipolares ópticas se basan en la interacción dipolo eléctrico entre un átomo y un campo de luz láser lejos de resonancia, la interacción resulta en un corrimiento de los niveles de energía, que a su vez da lugar a un potencial de atrapamiento tipo conservativo con poca influencia de emisión espontánea de fotones y por lo tanto efectos mínimos de calentamiento.

La interacción radiación-materia conlleva a dos tipos de fuerza: la fuerza de dispersión y la fuerza dipolar óptica. La fuerza de dispersión es la base de la melaza óptica (ver sección 2.2) y la fuerza dipolar es la base de las trampas puramente ópticas para átomos neutros, es una fuerza que depende del gradiente de intensidad del campo eléctrico de la radiación. La fuerza dipolar es la base para confinar muestras atómicas con haces láser.

Se puede modelar este sistema partiendo de un modelo de átomo hidrogenoide¹⁶ cuyo electrón está ligado al núcleo por un potencial tipo oscilador armónico, y que además, al estar en interacción con un campo electromagnético externo siente una fuerza proporcional a dicha interacción. Sin pérdida de generalidad, nos enfocaremos en el movimiento en una dimensión, en dirección x_i , en la cual la ecuación de movimiento del electrón es

¹⁴Un Testa (T) equivale a 10^3 Gauss (G).

¹⁵El gradiente magnético por sí mismo no tiene la fuerza suficiente para soportar a los átomos y contenerlos en el espacio, éstos eventualmente escapan y caerán hacia el fondo de la cámara de vacío.

¹⁶Es denominado un átomo hidrogenoide a aquellos átomos formados por un núcleo y un solo electrón. Se utiliza el ejemplo de un átomo hidrogenoide debido a que los átomos alcalinos, que poseen un sólo electrón en su capa externa, se consideran hidrogenoides.

$$\ddot{x}_i + \beta \dot{x}_i + \omega_0^2 x_i = \frac{F_i}{m}, \quad (2.14)$$

donde $\beta = \alpha/m$ es el término disipativo, α es la constante de amortiguamiento y m es la masa del electrón. Es importante mencionar que la Ecuación (2.14) representa un modelo semiclásico, en el que la dinámica del electrón se describe clásicamente, mientras que los estados de energía del átomo son de naturaleza cuántica.

Consideraremos que el campo eléctrico del láser que ilumina al átomo esta dado por $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$, es decir, es un campo que se propaga en la dirección z con polarización lineal a lo largo del eje \vec{e}_x . La interacción del electrón con el campo eléctrico del láser induce un momento dipolar $\vec{d} = -e\vec{r}$ debido a la distribución dinámica de carga eléctrica, con una energía potencial de interacción $U = -\frac{1}{2}e\vec{r} \cdot \vec{E}$.¹⁷ Resolviendo la ecuación de movimiento,¹⁸ se obtiene que la fuerza que ejerce la radiación sobre el átomo esta dada por (Foot, 2005)

$$\vec{F} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 mc} \left[\frac{-(\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)^2 + (\beta/2)^2} \frac{\nabla I}{\omega} + \frac{\beta/2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\beta/2)^2} \frac{I}{c} \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \right], \quad (2.15)$$

donde I es la intensidad del haz láser. El primer término corresponde a la componente en fase con el campo \vec{E} y es proporcional al gradiente de intensidad y a la frecuencia del láser ω . El segundo término corresponde a la componente fuera de fase con el campo \vec{E} y es proporcional a la intensidad I , como se puede apreciar en la Ecuación (2.15), ésta esta ligada a la fuerza de dispersión (absorción). Cuando se entra en resonancia ($\omega = \omega_0$) la componente en fase es igual a 0 y únicamente queda la fuerza de dispersión. Fuera de resonancia ($\omega \neq \omega_0$) la fuerza de dispersión es despreciable y solo sobrevive el término de la fuerza dipolar.

La Ecuación (2.15) se obtiene a partir de un modelo semi-clásico considerando un átomo de dos niveles; sin embargo, es posible estudiar la interacción luz-materia con un modelo cuántico partiendo de la ecuación de Schrödinger, que da origen a las ecuaciones ópticas de Bloch.¹⁹ En el modelo cuántico la fuerza ejercida por la radiación sobre el átomo puede expresarse como (Foot 2005)

$$F_z = F_{\text{dipolar}} + F_{\text{disp}} = -\frac{\hbar\delta}{2} \frac{\Omega}{\delta^2 + \omega^2/2 + \Gamma^2/4} \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \omega^2/2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.16)$$

donde Γ es la tasa de decaimiento, δ es la desintonía y $\Omega = \frac{\langle 1|e\vec{r} \cdot \vec{E}_0|2 \rangle}{\hbar}$ corresponde a la frecuencia de Rabi, la cual describe qué tan fuerte es el acoplamiento entre el nivel 1 y el nivel 2, en general da una idea de la frecuencia de fluctuaciones en las poblaciones de los dos niveles atómicos. De la Ecuación (2.16) vemos que la fuerza de radiación para las trampas dipolares esta dada por una

¹⁷Al ser un potencial conservativo podemos obtener la fuerza calculando el gradiente del potencial.

¹⁸Para resolver la ecuación se expresa x en términos de sus componentes en fase y fuera de fase con el campo externo oscilatorio, tomando el promedio de varios periodos de oscilación.

¹⁹Las ecuaciones ópticas de Bloch describen la excitación de un átomo de 2 niveles por radiación cerca de resonancia.

suma de fuerzas dipolares y de dispersión. En resonancia ($\delta = 0$) la fuerza dipolar es $F_{\text{dipolar}} = 0$. Sin embargo, cuando se desprecia la absorción ($|\delta| \gg \Gamma$) obtenemos

$$F_{\text{dipolar}} \approx -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \right). \quad (2.17)$$

La expresión anterior refleja que la fuerza proviene del gradiente de un potencial dado por $F_{\text{dipolar}} = -\nabla U_{\text{dipolar}}$. Esto es consecuencia de que el potencial dipolar es conservativo.²⁰ La cantidad entre paréntesis corresponde al corrimiento de luz $\Delta\omega_{\text{luz}} = \frac{\Omega^2}{4\delta}$ dado por el efecto Stark, es decir, la fuerza dipolar es la derivada del corrimiento de luz. El potencial se puede obtener de $F_{\text{dipolar}} = -\nabla U_{\text{dipolar}}$, el cual es

$$U_{\text{dipolar}} \approx \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta}, \quad (2.18)$$

si definimos $\frac{I}{I_{\text{sat}}} = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}$ obtenemos que

$$U_{\text{dipolar}} \approx \frac{\hbar\Gamma^2}{8\delta} \frac{I}{I_{\text{sat}}}. \quad (2.19)$$

Por lo anterior, los potenciales ópticos pueden clasificarse en dos tipos: cuando la frecuencia del láser esta por encima de la frecuencia de resonancia ($\omega > \omega_0$, corrido al azul) o por debajo ($\omega < \omega_0$, corrido al rojo). Cuando la frecuencia del láser esta por encima de resonancia ($\delta > 0$) los átomos tenderán a alejarse del máximo de intensidad debido a que ahí el potencial tiene su valor máximo. Cuando la frecuencia del láser está por debajo de resonancia ($\delta < 0$) los átomos tenderán a moverse al máximo de intensidad, manteniéndose confinados en una región específica. La profundidad de la trampa es proporcional a I/δ en la Ecuación (2.19). Es importante diseñar una trampa dipolar óptica lo suficientemente profunda para capturar el rango de temperaturas de los átomos ya anteriormente enfriados. Generalmente las trampas dipolares usan altas intensidades y altas desintonías para reducir la dispersión lo máximo posible.

Tomando como ejemplo el ^{87}Rb podemos calcular la intensidad del láser a utilizar para obtener una profundidad de trampa de $250 \mu\text{K}$ a partir de la Ecuación (2.19) y tomando en cuenta un láser de $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Conocemos que la longitud de onda en resonancia del ^{87}Rb es $\lambda_0 = 780 \text{ nm}$, entonces obtenemos una desintonía

$$\begin{aligned} |\delta| &= |\omega_L - \omega_0| = |1.77157 \times 10^{15} \text{ Hz} - 2.41661 \times 10^{15} \text{ Hz}| \\ &= 645.035 \text{ THz}. \end{aligned}$$

Conocemos que $U_{\text{dipolar}} = k_B T$, despejamos la intensidad I y obtenemos

$$I \approx \frac{8|\delta|k_B T I_{\text{sat}}}{\hbar\Gamma^2} \quad (2.20)$$

²⁰A diferencia de la fuerza de dispersión que es de naturaleza disipativa, la fuerza dipolar es conservativa.

Utilizando los valores de la Tabla 2.1 y sustituyendo en la Ecuación (2.20)

$$I \approx \frac{8 \cdot 645.035 \text{ THz} \cdot 250 \text{ } \mu\text{K} \cdot 1.66933 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot k_B}{\hbar \cdot (38.117 \text{ MHz})^2},$$
$$I \approx 194.052 \text{ kW} \cdot \text{cm}^{-2},$$

donde k_b es la constante de Boltzman. Obtenemos para una trampa de 250 μK necesitamos un láser con intensidad I de 194.052 $\text{kW} \cdot \text{cm}^{-2}$.

En resumen, los parámetros experimentales más importantes para controlar la trampa dipolar son: la desintonía δ y, la más importante, intensidad I del campo láser. Entre mayor sea la intensidad I mayor sera la profundidad de la trampa dipolar. La duración de este proceso dura aproximadamente de 3-10 segundos.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

¿Cómo es un experimento de átomos fríos?

Habiendo descrito los elementos fundamentales para el control y producción de átomos fríos, en esta sección procedemos a describir cómo es un experimento de átomos fríos. Un arreglo experimental para el enfriamiento de átomos se compone de diversos sistemas físicos, muchos de los cuales deben ser controlados por computadora de manera automatizada para garantizar las condiciones necesarias para la óptima implementación de la técnica de enfriamiento láser. Las componentes más importantes de un sistema de átomos fríos son:

- Sistema de vacío
- Sistema de enfriamiento láser
- Sistema de campos magnéticos
- Sistema de atrapamiento láser
- Sistema de detección
- Electrónica e infraestructura en general
- Sistema de control y adquisición de datos

A continuación se da una breve descripción de cada sistema.

3.1. Sistema de vacío

El sistema de vacío es una parte fundamental en un experimento de átomos fríos. Los átomos fríos son fácilmente perturbables por lo que deben prepararse en espacios aislados con presiones alrededor de los 10^{-9} Torr o menores, dentro de un sistema de ultra-alto vacío (UHV). Al aislar a los átomos dentro de sistemas tan controlados se minimizan las colisiones entre átomos y partículas térmicas residuales. Esto es muy importante debido a que la interacción no deseada entre estas partículas residuales y los átomos conlleva al calentamiento, lo cual se desea evitar. El UHV se obtiene en varias etapas: inicialmente se usa una bomba de membrana para extraer el volumen de

aire al interior del sistema de vacío; posteriormente, habiendo alcanzado presiones de $\sim 10^{-3}$ Torr, se usa una bomba tipo turbo-molecular. Finalmente, al estar a $\sim 10^{-5}$ Torr, se implementa una bomba iónica que permite alcanzar presiones de UHV de hasta $\sim 10^{-9}$ Torr. Este proceso puede variar dependiendo del volumen de vacío que se requiera obtener. (Yoshimura, 2008)

En la Figura 3.1 se muestra un bosquejo del sistema de vacío que se utilizará. La estructura de este sistema esta hecha principalmente de acero inoxidable debido a sus características compatibles con UHV. El sistema se compone de dos celdas: la celda de preparación y la celda de ciencia. Ambas celdas están hechas de vidrio Pyrex de calidad óptica y revestidas de una capa antirreflejante que permite una alta transmisión de luz en el intervalo de 700 nm - 1100 nm, longitudes de onda que son relevantes para la implementación del enfriamiento láser en muestras atómicas de ^{87}Rb .

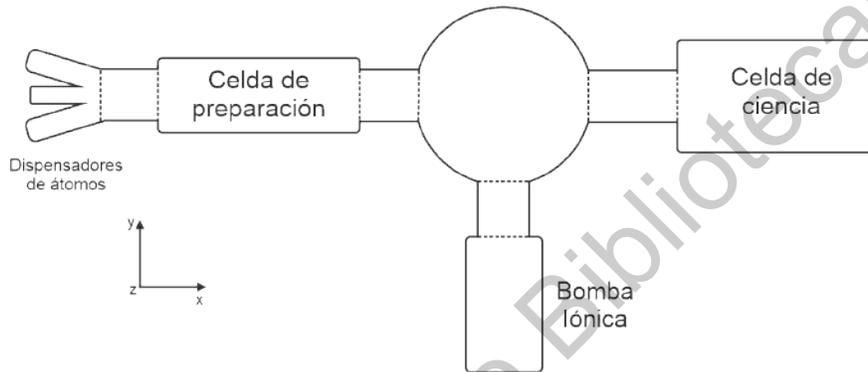


Figura 3.1: Bosquejo del sistema de vacío que se utilizará. El diseño no está a escala.

El sistema cuenta con un par de dispensadores de átomos que liberan de manera controlada un gas atómico a través de una celda de preparación donde se aplicará un proceso inicial de enfriamiento, el cual será únicamente en dos dimensiones (en direcciones y y z indicadas en la Figura 3.1). Posteriormente se trasladará el gas atómico, haciendo uso de la fuerza de dispersión láser, hacia la cámara de ciencia, una región diseñada para tener un mejor nivel de vacío y se aplicarán las técnicas de enfriamiento mediante trampas magneto-ópticas y trampas dipolares ópticas. En la celda de ciencia es donde se realizará los experimentos de átomos fríos.

3.2. Sistema de enfriamiento láser

La manipulación de los gases atómicos se logra mediante campos láser con características muy específicas, incluyendo: frecuencia, ancho de línea e intensidad, debido a que necesitamos estimular transiciones específicas del átomo. Estos láseres deben tener un ancho de línea del orden de 100 kHz debido a que en el caso de los átomos alcalinos, el láser corresponde a la transición D2 donde las separaciones entre estados hiperfinos es del orden de MHz (ver Figura 5.2). En la técnica de enfriamiento láser es fundamental poder excitar transiciones hiperfinas específicas del átomo, si el láser tiene un ancho de línea muy grande no será capaz de diferenciar entre los estados hiperfinos. El sistema de enfriamiento láser consta de dos láseres fundamentales: Láser MOT y láser de Rebombeo. El láser MOT es el láser que se utiliza para suministrar la luz para el enfriamiento y atrapamiento en la MOT, mientras que el láser de Rebombeo se utiliza para rescatar a aquellos átomos que decaen

accidentalmente fuera del proceso de enfriamiento, de esta manera, manteniendo la eficiencia del proceso.

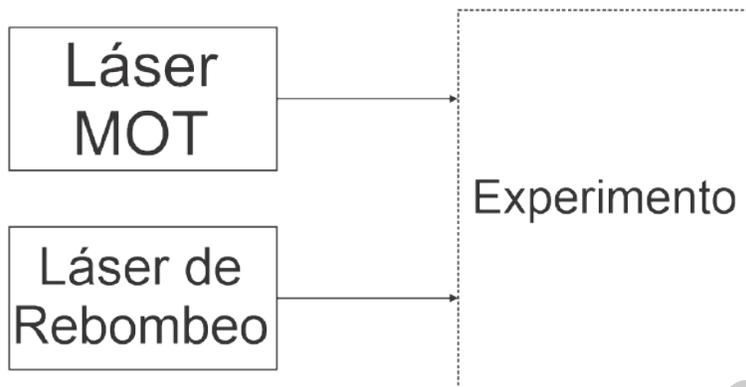


Figura 3.2: Tanto el láser MOT como el láser de Rebombado fijan su frecuencia mediante la técnica de espectroscopía de absorción saturada (Schmidt et al., 1994) y se envían al experimento a través de fibras ópticas.

En la Figura 3.2 se muestra un diagrama de los láseres que se utilizan para un experimento de átomos ultrafríos. En el diagrama se muestra de manera simplificada la conexión, sin embargo, esta conexión al experimento involucra diversos instrumentos ópticos, como son espejos, distintos tipos de lentes, prismas, divisores de haz, placas de onda, fibras ópticas, foto-diodos, AOM's, entre otros. Mediante estos instrumentos se controlan características específicas del láser como son su polarización, tamaño, potencia y frecuencia. Esta última se ajusta a una transición específica del átomo mediante la técnica de espectroscopía de saturación en una celda de vapor de ^{87}Rb (Rieger y Volz, 2010). Una vez que se ha preparado el haz láser hasta obtener las características deseadas, este es enviado a través de fibra óptica al experimento principal.

3.3. Sistema de campos magnéticos

Los campos magnéticos son una parte fundamental para el arreglo experimental, pues permiten confinar a los gases atómicos en regiones específicas del espacio. El sistema de campos magnéticos se compone de pares de bobinas en configuración Helmholtz y anti-Helmholtz (AH) para generar tanto campos magnéticos homogéneos, como un gradientes de campo magnético. Las bobinas AH deben ser capaces de generar un gradiente de $\approx 10 \text{ G/cm}$ en la etapa de MOT y de $> 50 \text{ G/cm}$ para operar como trampa puramente magnética; estos valores se controlan variando la corriente que fluye por las bobinas.

3.4. Sistema de detección

El sistema de detección es una de las partes más importantes del experimento. Para el sistema de detección se hace uso de una cámara digital (CCD) con una alta eficiencia cuántica¹ y un bajo

¹La eficiencia cuántica (QE) mide la probabilidad de que en un sistema de fotodetección (por ejemplo, la cámara digital CCD) produzca una señal electrónica cuando un fotón choca con la superficie fotoreactiva. (Asakawa et al., 2012)

nivel de ruido electrónico. El ruido electrónico más relevante en la detección es el *dark noise* (ruido oscuro) que es aquella señal electrónica que registra el detector incluso cuando no está recibiendo luz. El sistema de detección será controlado remotamente mediante una computadora. La cámara debe ser capaz de controlarse remotamente, para lo cual se usa una señal digital (*trigger*) que le indica cuándo adquirir datos.

3.5. Electrónica, infraestructura y equipo

Es de suma importancia mantener un alto nivel de estabilidad para controlar un experimento de átomos fríos debido a la naturaleza de los átomos, siendo éstos sistemas altamente sensibles. Cuando se enfrían los átomos mediante las técnicas láser existen muchos factores que pueden afectar enormemente los resultados tales como: vibraciones, ruido electrónico, diferencias de temperaturas, partículas contaminantes residuales, entre otros. El uso de elementos ópticos y láseres crea la necesidad de utilizar una mesa óptica de alta estabilidad mecánica, esto con el fin de eliminar cualquier tipo de perturbación mecánica que interfiera con la precisión de los láseres. Los instrumentos como fuentes de poder, analizadores de señales, sintetizadores, osciloscopios, entre otros, se montarán en racks diseñados específicamente para acoplarse a la estructura del experimento, de las mesas ópticas y el laboratorio.

A continuación se detallan algunos de los equipos que se controlarán de manera remota en el laboratorio.

3.5.1. Fuente de poder CPX400DP

Una de las fuentes de poder que se utilizarán para alimentar los instrumentos es la fuente CPX400DP (ver Figura 3.3). Esta fuente de poder se utilizará para alimentar las bobinas que generan los gradientes de campo magnético.



Figura 3.3: Imagen de fuente de poder CPX400DP.

En la Tabla 3.1 se detallan las características de esta fuente. Esta fuente de poder se utilizará para alimentar las bobinas que generarán el campo magnético de la MOT.

Tabla 3.1: Características detalladas de la fuente de poder CPX400DP.

Fuente de poder CPX400DP	
Rango de voltaje DC	0 V a 60 V
Rango de corriente DC	0 A a 20 A
Rango de potencia DC	420 W
Voltaje de programación	1 mV
Corriente de programación	1 mA
Ruido	5 mV rms max

Esta fuente de poder se conectará directamente a la computadora mediante una conexión GPIB (*General Purpose Interface Bus*)². Sin embargo, para controlar las señales que emitirá se hace uso del lenguaje *SCPI* (*Standard Command for Programmable Instruments*). Este lenguaje es fácil de usar y está generalizado para la mayoría de los instrumentos científicos.

3.5.2. Láser de 1064 nm

Este láser es de gran importancia para implementar una trampa puramente óptica (ver Figura 3.4). El láser debe ser de alta potencia debido a que su desintonización con respecto a la transición del ^{87}Rb es significativa³.



Figura 3.4: Imagen del láser de fibra de 1064 nm.

En la Tabla 3.2 se muestran las características detalladas del láser.

Tabla 3.2: Características detalladas del láser de 1064 nm.

Láser de 1064 nm	
Longitud de onda	1064 nm
Potencia máxima de salida	20 W
Modo de operación	CW
Terminación de salida	Haz colimado de 1 mm de diámetro
Voltaje de alimentación AC	100-240 V

²El GPIB es una conexión bus de datos de comunicación entre sistemas computacionales y equipos electrónicos de laboratorio. Es un sistema de conexión estandarizado dentro de laboratorios, sin embargo, su uso está quedando obsoleto en favor de control por conexiones USB.

³La desintonía típica es de $\delta = 102.66 \times 10^{12}$ Hz.

El sistema de control será capaz de ajustar la potencia de salida del láser en tiempo real, esto se logra con un canal de control analógico.

3.5.3. Modulador AO MT80-A1.5-xx

Una parte muy importante presente en todos los arreglos ópticos son los Moduladores Acusto-Ópticos (AOM por sus siglas en inglés) los cuales permiten encender y apagar haces láser de manera muy precisa, con resolución del orden de μs -ns, así como controlar y modular la amplitud de las ondas incidentes y generar corrimientos de frecuencia (ver Figura 3.5). En general los AOM's usan efectos acusto-ópticos en cristales de TeO_2 para difractar un haz láser incidente en diferentes ordenes de difracción. (Donley et al., 2005)



Figura 3.5: Imagen del Modulador Acusto-Optico MT80-A1.5-xx.

En la Tabla 3.3 se muestran las características del AOM MT80-A1.5-xx, el cual opera a una frecuencia de 80MHz con varios rangos de longitud de onda que van desde los 450-700nm, 700-1100 nm y los 980- 1100 nm. Se escogió este modelo de AOM debido a su rapidez y eficacia, dando polarizaciones lineales y una alta eficiencia de difracción. Las intensidades de los haces generados pueden ser controlados por el AOM mediante señales analógicas y digitales.

Tabla 3.3: Características detalladas del Modulador AO MT80-A1.5-xx.

Modulador AO MT80-A1.5-xx	
Rango de longitud de onda	Rango visible: 450 nm - 700 nm
	Rango infrarrojo: 700 nm - 1100 nm
	Rango 1064 nm : 980 nm - 1100 nm
Corrimiento de frecuencia	± 80 MHz
Polarización de salida/entrada	Lineal
Rise Time	112 ns - 192 ns
Material	TeO_2

3.5.4. Sintetizador Novatech 409B

El sintetizador permite controlar una frecuencia de referencia la cual se usará para operar a los AOM's y por lo tanto para controlar finamente la frecuencia de los láseres de enfriamiento (desintonía). La señal es limpia y precisa y tiene influencia sobre la frecuencia de la luz láser

que se manda al experimento. Se utilizará el sintetizador Novatech 409B (ver Figura 3.6) cuyas características se encuentran en la Tabla 3.4. En las etapas de enfriamiento láser es importante ajustar la frecuencia de los hacer láser, así como el tiempo de interacción con los átomos y esto se logra mediante la programación de los canales independientes del sintetizador a través de señales analógicas y digitales.

Tabla 3.4: Características detalladas del sintetizador Novatech 409B.

Sintetizador Novatech 409B	
Tipos de salidas	4 salidas sinusoidales independientes
Rango	0 Hz - 171 MHz
Amplitud sinusoidal	Aproximadamente 1 V _{pp}
Fase	Programable a 14 bits cada canal
Exactitud	< ±1.5 ppm de 10-40 °C
Voltaje de alimentación	4.45 V a 5.25 V @ <750 mA

Este modelo permite ser controlado mediante computadora, ya sea con el software *SOF8-409* o mediante comandos RS232. Los comando específicos se encuentran en la Tabla 3.5 que proporciona el manual de usuario Novatech (sf).

Tabla 3.5: Comandos detallados RS232 para sintetizador Novatech 409B.

Comandos RS232 para sintetizador 409B	
Comando RS232	Función
Fn xxx.xxxxxxx	Ajusta la frecuencia del canal n en MHz. Ajuste en 0.00 para configurar un canal en DC. Ajuste máximo: 171.1276031MHz
Pn x	Ajustar la fase del canal n , donde $x = 0 - 16383$. La fase se ajusta a $\frac{\pi x}{8192}$ radianes
E x	Control de eco en serie. $x = D, E$ para desactivar o activar, respectivamente
C x	Seleccionar la fuente de reloj, $x = E, I$ para seleccionar reloj interno o externo, respectivamente
R	Resetear las configuraciones
CLR	Restaura los valores de fabrica
S	Guarda la configuración
QUE	Muestra la frecuencia, la fase y el estatus actual.
Vn x	Ajusta el voltaje al canal n . x puede tener valores entre 0(apagado) a 1023 y se escala como $x/1023$.
Vs x	Ajusta el factor de escala de salida, $x = 1, 2, 4, 8$ para escala completa, mitad de escala, un cuarto de escala o un octavo de escala, respectivamente.



Figura 3.6: Imagen del Sintetizador Novatech 409B.

3.5.5. Cámara CCD PCO Pixelfly USB

La cámara CCD que se utilizará para el sistema de detección es la PCO Pixelfly USB (ver Figura 3.7). En la Tabla 3.6 se muestran las características detalladas. Se hizo elección de este modelo de cámara debido a su bajo nivel de *dark noise* y a su alta eficiencia cuántica (ver Sección 3.4). La cámara se controla principalmente con un canal digital que le indica cuándo adquirir datos.



Figura 3.7: Imagen de la cámara CCD PCO Pixelfly USB.

Tabla 3.6: Características detalladas de la cámara CCD PCO Pixelfly USB.

Cámara CCD PCO Pixelfly USB	
Tipo de sensor	CCD
Eficiencia cuántica	62 %
Ruido	6 electrones $1 V_{pp}$
Resolución	1392 x 1040 pixeles
Rango dinámico A/D	14 bit
Voltaje de alimentación	9-28 V en DC
Tiempo de exposición	1 μ s a 60 s
Fase	Programable a 14 bits cada canal

¿Qué es un sistema de automatización?

Un sistema de automatización es un conjunto de elementos que permiten la programación de tareas específicas de varios instrumentos. Los experimentos de átomos ultrafríos son sistemas muy sensibles que requieren de varios instrumentos científicos que operen de manera cíclica y coordinada, realizando varias veces la misma secuencia experimental (ver Cap. 5) de manera repetitiva, con un alto nivel de sincronía que va desde la escala de segundos hasta los nanosegundos. Las variables experimentales a controlar incluyen:

- Señales analógicas de voltaje. Sirven para controlar corrientes eléctricas, campos magnéticos, intensidades láser, intensidad de señales de rf.
- Señales digitales de voltaje. Sirven para controlar el estado de encendido-apagado de los instrumentos como láseres o activar/desactivar los campos magnéticos.

Por esta razón es necesario un sistema de automatización basado en tarjetas con salidas de tipo digital y analógica o que sean programables a través de una computadora. Para este sistema de control se hará uso de dos tarjetas digitales de 32 canales cada una, una tarjeta analógica de 32 canales y 16-bits de resolución y un módulo temporizador con 32 bits de resolución.

4.1. Esquema de automatización

La computadora será nuestro medio principal de control, mediante ésta seremos capaces de programar y transmitir todas las secuencias de señales eléctricas analógicas y digitales que necesitamos para controlar los instrumentos, tales como láseres, fuentes de poder, generadores de señales, switches, etc. Estas señales se transmitirán mediante una conexión a una interfaz tipo chasis (PXIe-1078) donde las tarjetas programables se conectarán. Las salidas de cada tarjeta se transmiten por cables blindados de alta eficiencia que se conectan a un circuito que separa las señales en canales individuales y, en el caso de las señales analógicas, el circuito también amplifica la señal. En la Figura 4.1 se ilustra un diagrama simplificado del sistema de control.

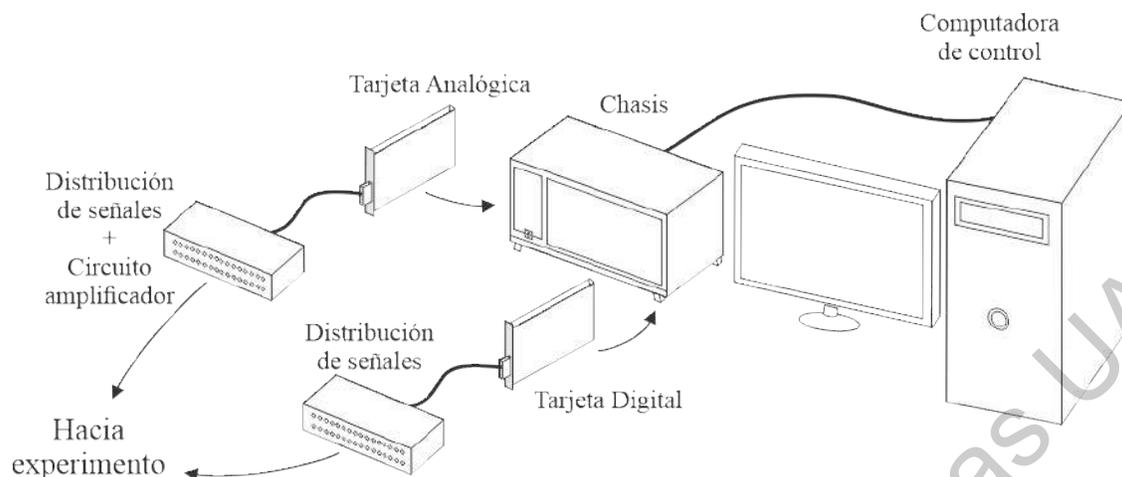


Figura 4.1: Sistema de control experimental. La computadora está conectada al chasis PXIe-1078 donde se conectan las dos tarjetas digitales, la tarjeta analógica y la tarjeta de referencia temporal. Se indican también las conexiones de los canales analógicos y digitales hacia el experimento.

4.1.1. Tarjetas programables

Para lograr un óptimo control del experimento es necesario contar con tarjetas programables de alta precisión, con poca inserción de ruido electrónico y alta resolución. Estas tarjetas permiten programar rampas de voltaje (tarjetas analógicas), así como pulsos (tarjetas digitales), para controlar diversos instrumentos que se utilizarán para la producción de átomos fríos. Por ejemplo, las tarjetas digitales ayudará a controlar el estado de encendido/apagado de los láseres en tiempos precisos, mientras que la tarjeta analógica permitirá enviar un conjunto *continuo*¹ de valores de voltaje para controlar tanto fuentes de poder para alimentar las bobinas y generar campos magnéticos, así como la intensidad de haces láser para diferentes etapas de la producción de átomos fríos. Entre las tarjetas que forman parte del sistema de automatización se encuentran:

- Controlador NI PXIe-8381
- Temporizador NI PXIe-6612
- Analógica NI PXIe-6535
- Digital NI PXIe-6738

Todas ellas componentes de la compañía National Instruments, diseñadas específicamente para el control y automatización de experimentos. Para controlar las tarjetas y programarlas se hará uso de el chasis PXI Express NI PXIe-1078 de 9 ranuras que se conectará con la computadora de control, dicho chasis permitirá tener conectadas todas las tarjetas y facilitara el control y comunicación con la computadora. En la Figura 4.1 se muestra un esquema de las conexiones.

¹En realidad la señal electrónica no es continua, pero es de muy alta resolución (de hasta 16 bits)

Tarjeta Digital PXIe-6535

Para las señales digitales se usarán dos tarjetas PXIe-6535 de 32 canales bidireccionales cada una. La Tabla 4.1 resume sus características. Estas tarjetas serán de utilidad para controlar instrumentos cuyo estado sea de encendido/apagado controlable con señales tipo TTL las cuales operan con niveles de voltaje entre 0 V - 5 V. Una señal TTL que corresponde al estado de encendido tiene un valor de 2.4 V a 5 V mientras que una señal TTL que corresponde al estado apagado tiene un valor de 0 y hasta 0.4 V, típicamente. (Kuphaldt, 2007)

En un experimento de átomos fríos se cuenta con un gran número de láseres, que deben ser pulsados y/o encendidos/apagados de manera precisa e independiente. Además, es necesario encender/apagar otros campos de radiación usando switches adecuados. Por esta razón es necesario un gran número de canales digitales, del orden de decenas. Éste número crece rápidamente a medida que el arreglo experimental va evolucionando e integrando más componentes.

Tabla 4.1: Características detalladas de la tarjeta digital NI PXIe-6535.

Tarjeta digital PXIe-6535	
Número de canales digitales	32
Rango de voltaje de entrada digital	-1 V a 6 V
Rango de voltaje de salida	0 V a 5 V
Rango de frecuencia de reloj	48 Hz a 10 MHz
Niveles lógicos para entrada de calidad digital	2.5 V, 3.3 V
Impedancia de entrada	50 k Ω
Numero de funciones programables	6 PFI

Tarjeta Analógica PXIe-6738

Para las señales analógicas se usará la tarjeta analógica PXIe-6738 de 32 canales de salida. Esta tarjeta tiene un rango de voltaje de salida de -10 V a 10 V y una resolución de salida de 16 bits ($305 \mu\text{V}$)² con una corriente de salida de ± 10 mA. La resolución temporal es de 10 ns, la cual es una característica muy importante para satisfacer los criterios de sincronía de un experimento de átomos fríos. En la Tabla 4.2 se muestran las características detalladas de la tarjeta. Esta tarjeta permitirá controlar señales de voltaje en tiempo real, con dependencia funcional matemática ($\sin(\alpha t + \phi)$, $\cos(\alpha t + \phi)$, $\exp(\alpha t)$, entre otras) e incluso arbitraria.

²Las señales analógicas son en realidad señales digitalizadas pero de muy alta resolución. En el caso de las tarjetas analógicas la resolución está dada por: Resolución = Rango de Voltaje/ 2^n donde n es el número de bits de la tarjeta. (Smith, 2003) En este caso, se tiene un rango de voltaje de 20 V y una resolución de 16 bits, por lo tanto Resolución $\approx 305 \mu\text{V}$.

Tabla 4.2: Características detalladas de la tarjeta analógica NI PXIe-6738.

Tarjeta analógica PXIe-6738	
Número de canales de salida analógicas	32
Rango de voltaje de salida analógica	-10 V a 10 V
Resolución de salida analógica	16 bits (305 μ V)
Precisión de tiempo	50 ppm de frecuencia de muestreo
Resolución temporal	10 ns
Impedancia de salida	0.2 Ω
Corriente de salida	\pm 10 mA
Ruido	1 mVrms, DC a 1 MHz
Tiempo de estabilización	15 μ s

Tarjeta temporizador NI PXIe-6612

La tarjeta temporizador del sistema de control es la NI PXIe-6612 de 8 canales con una resolución de 32 bits. La Tabla 4.3 muestra sus características detalladas. Esta tarjeta permitirá mantener la sincronía en todo el sistema.

Tabla 4.3: Características detalladas de la tarjeta temporizador NI PXIe-6612.

Tarjeta temporizador NI PXIe-6612	
Frecuencia de medida	80 MHz
Frecuencia de la fuente	80 MHz
Numero de contadores/temporizadores	8
Impedancia de salida	75 Ω
Resolución	32 bits
Frecuencia de muestreo del reloj DI	0 a 10 MHz
Frecuencia de muestreo de reloj DO	FIFO: 0 a 10 MHz
	Desde memoria: 0 a 10 MHz
Configuración del filtro de línea digital	160 ns, 10.24 μ s, 5.12 ms, desactivado
Precisión del reloj base	\pm 50 ppm
Bases de tiempo internas	100 kHz, 20 MHz, 100 MHz

4.2. Software de control

El sistema de control se compone tanto de hardware (instrumentos, computadora de control, chasis para las tarjetas de control, interfaz PC-chasis, tarjetas de control digitales y analógicas y módulo contador/temporizador), como de software (programas para crear las secuencias de control, incluyendo los valores analógicos, digitales, y temporales de la secuencia experimental). En su conjunto el sistema de control permite establecer los valores de diversas variables experimentales entre las que se incluyen: frecuencias e intensidades de láseres, corriente eléctrica para las bobinas que generan los campos magnéticos y encendido/apagado de láseres y campos de rf mediante switches.

El software que permite programar la secuencia experimental y enviar las señales a los canales analógicos y digitales es *Cicero Word Generator* y es un software libre que fue desarrollado en el *MIT Center for Ultracold Atoms*³ a inicios del 2007. Este software permite programar secuencias experimentales de forma intuitiva y sencilla, con opciones de resolución temporal de hasta ns (10^{-9} segundos). Cicero cuenta con un software integrado llamado Atticus, un software que permite crear un servidor local mediante el cual podremos conectar diferentes equipos para controlar remotamente la secuencia experimental.

Cicero permite crear etapas denominadas *Timesteps* que pueden ser modificadas con las características deseadas como son: duración, estado de encendido/apagado, grupos a los que será dirigido y lo más importante, qué tipo de señal se activará en ese tiempo, ya sea digital o analógica. En la Figura 4.2 se muestra un ejemplo de la interfaz de usuario de Cicero incluyendo una región dedicada a los canales analógicos, así como una región dedicada a los canales digitales, estos pueden ser activados en momentos predefinidos a lo largo de los *timesteps*. En conjunto, todas estas características permiten generar secuencias controladas permitiéndonos activar o desactivar instrumentos (como láseres, switches, bobinas, entre otros) en tiempo real con tiempos de resolución de hasta \sim ns. Estas secuencias son enviadas a las tarjetas programables y posteriormente a los instrumentos.

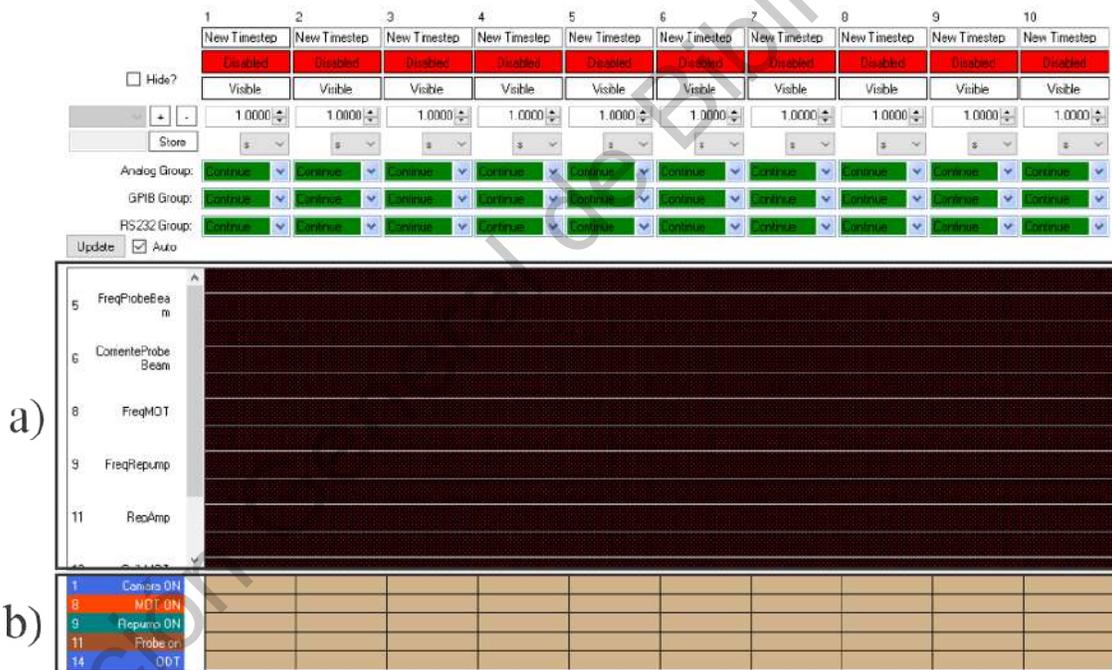


Figura 4.2: Captura de pantalla de la interfaz de Cicero Word Generator. a) muestra los canales analógicos. b) muestra los canales digitales

³Website del MIT-Harvard CUA: <https://www.rle.mit.edu/mit-harvard-center-for-ultracold-atoms/>

Secuencia Experimental

La secuencia experimental para producir un sistema de átomos ultrafríos tiene una duración total del orden de 20 s - 30 s. Esta secuencia se realiza varias veces, generando cientos de sistemas de átomos fríos en un solo día. Teóricamente todas las etapas de la secuencia de producción de átomos fríos son idénticas secuencia tras secuencia, sin embargo, en la práctica no ocurre así; pueden existir fluctuaciones de potencia y frecuencia en etapas de enfriamiento o fluctuaciones de corriente eléctrica en las trampas magnéticas impactando en la eficiencia del enfriamiento, e incluso en la constancia del número de átomos enfriados. Debido a esto, es importante mantener la estabilidad en el sistema, es decir, temperatura del espacio de laboratorio, intensidad global de los sistemas láser, estabilidad mecánica del experimento, entre otros. Una secuencia típica para la producción de átomos fríos consta de al menos 6 etapas (Long et al., 2018) (Xiong et al., 2013) (Jimenez-Garcia, 2012)¹: Carga de la MOT, Enfriamiento por melaza óptica, Carga de la trampa óptica, Evaporación por trampa óptica, Tiempo para experimentos y Detección. En la Figura 5.1 se muestra un diagrama de los tiempos aproximados y el orden de la secuencia experimental.

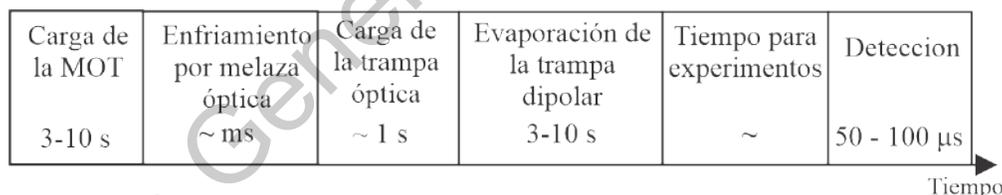


Figura 5.1: Secuencia experimental para un experimento de átomos ultrafríos.

5.1. Carga de la MOT

En esta etapa se carga la MOT con el gas atómico, en este caso ^{87}Rb , mediante los dispensadores de átomos. Los átomos son capturados a través de los campos magnéticos y campos láser, la duración de este procedimiento varía dependiendo de la fuente atómica y lleva de 3 a 10 segundos. Se requiere

¹En el trabajo de Jimenez-Garcia (2012) el experimento consta de 8 etapas, incluyendo una trampa magnética y el proceso de evaporación en trampa magnética, sin embargo, para este trabajo se omitieron dichas secciones debido a que mediante el aumento de intensidad de los láseres en la trampa óptica es posible atrapar a los átomos más energéticos, de esta forma, supliendo la necesidad de una trampa magnética.

que los láseres de la MOT estén encendidos y la frecuencia este fijada a la transición de enfriamiento ($F = 2 \rightarrow F' = 3$) con una intensidad del orden de $I = 3 \text{ mW/cm}^2$, esta intensidad corresponde a la intensidad de saturación del ^{87}Rb . De igual forma, el láser de bombeo debe estar encendido y sintonizado a la transición $F = 1 \rightarrow F' = 2'$. El gradiente de campo magnético también permanece encendido con una magnitud de $B' = 12 \text{ G/cm}$ para atrapar los átomos en una región del espacio. En este punto de la secuencia experimental se espera que los átomos, realicen transiciones cíclicas entre los estados $F = 2 \rightarrow F' = 3$. En la Figura 5.2 se muestra le estructura hiperfina de la línea D_2 del ^{87}Rb .

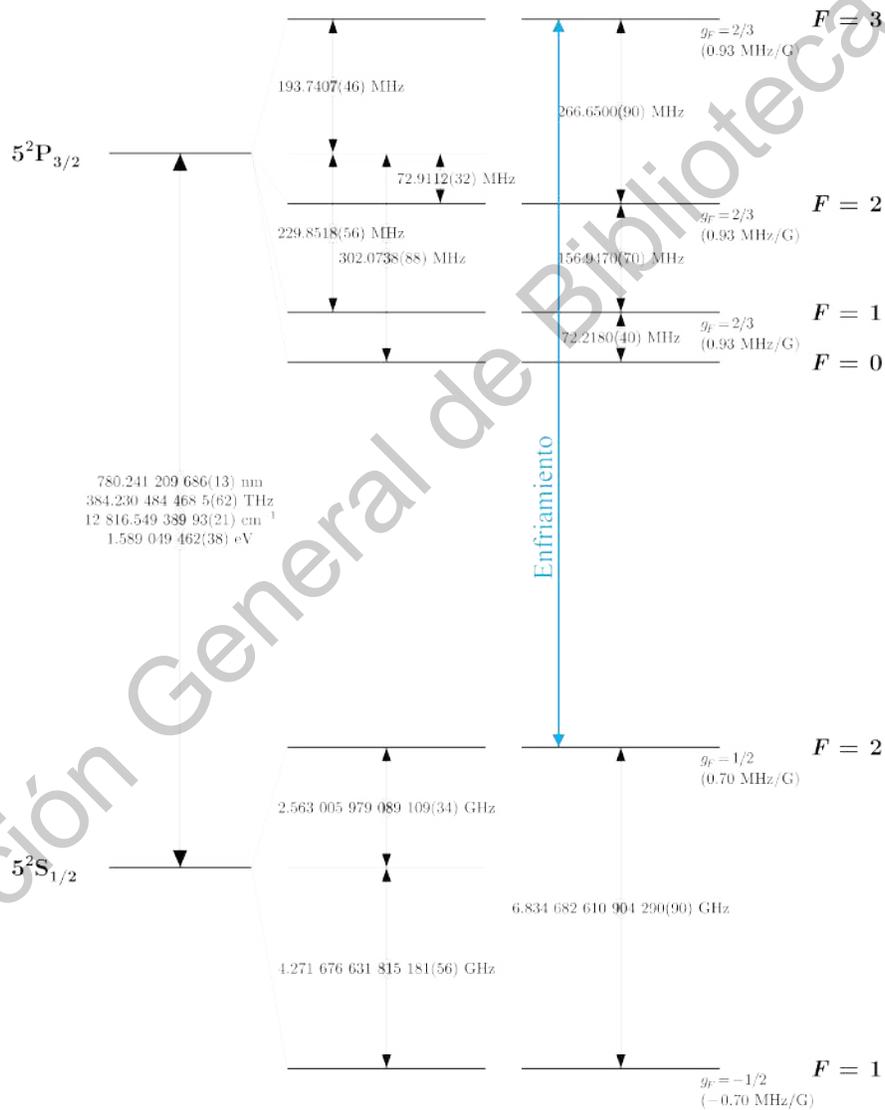


Figura 5.2: Estructura hiperfina de la línea D_2 del ^{87}Rb . Se indica con una flecha la transición $F = 2 \rightarrow F' = 3$ correspondiente a la transición de enfriamiento. (Steck, 1998b)

5.2. Enfriamiento por melaza óptica

Una vez que se carga la MOT se pasa a la etapa de enfriamiento mediante la melaza óptica. Es necesario que para este proceso el gradiente de campo magnético de la MOT este apagado. Típicamente éste procedimiento dura varios ms, una escala de tiempo suficientemente grande comparada con la constante de tiempo del enfriamiento por melaza óptica que es del orden de μs , debido a la tasa de decaimiento del estado excitado al estado base. Durante este proceso se hace un escaneo de la desintonía de la transición durante un tiempo del orden de ms (ver Sección 2.2). Es necesario que los haces láser de la MOT sigan encendidos y fijados en frecuencia. Después se reduce la intensidad del haz de rebombeo, provocando que los átomos comiencen a decaer en el estado atómico $F = 1$. Se cambia la desintonía de la frecuencia de la MOT desde 100 a 30 MHz debajo de la transición de enfriamiento. Lo anterior se debe a que la fuerza disipativa se opone al movimiento, la magnitud de la fuerza depende de la velocidad y conocemos que al disminuir la desintonía del láser de la MOT podemos modificar el rango de velocidades que estamos atrapando, por lo que se amplía el rango de velocidades atrapables.

5.3. Carga de la trampa óptica

Se encienden los láseres de la trampa dipolar a máxima potencia para capturar la mayor cantidad de átomos de la MOT, asegurándonos que la energía térmica los átomos sea comparable a la profundidad del potencial de atrapamiento dipolar, típicamente de mK. Este proceso tiene una duración típica de 1 segundo o mayor.

5.4. Evaporación en la trampa dipolar

Con la trampa dipolar seremos capaces de alcanzar temperaturas del orden de nK mediante evaporación forzada. Esta se logra disminuyendo exponencialmente la intensidad de los haces láser de la trampa dipolar con una constante de tiempo entre los 0.5 - 1 segundos. La duración de la evaporación dura de 3 - 10 segundos. Las escalas de tiempo están justificadas por la naturaleza de la trampa, oscilador armónico, éste tiene una frecuencia natural que, en mecánica cuántica, corresponde a la separación entre los estados de energía. Para que el proceso de evaporación sea adiabático, es decir que no introduzca calentamiento, es necesario que la escala de tiempo sea del orden de $1/\omega_{H_0}$ (la frecuencia característica del oscilador armónico).

5.5. Detección

La etapa de detección es una de las más importantes de la secuencia, en esta etapa obtenemos los resultados de los experimentos que realizamos con el sistema de átomos fríos creado. La detección se realiza mediante la técnica de imagen por absorción en resonancia. Típicamente este proceso es

²Este decaimiento se da por reglas de selección del momento angular. En un proceso conocido como bombeo óptico es posible preparar a los átomos en el estado hiperfino $|F = 1, m_F = -1\rangle$.

³El Teorema de Equipartición de Energía establece que para un gas ideal monoatómico en equilibrio térmico, con tres grados de libertad, la energía cinética promedio es: $E_c = \frac{3}{2}k_B T$ donde k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura. (Mark W. Zemansky, 1997) Mediante esta ecuación podemos relacionar la energía cinética con la temperatura.

destruccion ya que el vapor atómico ultrafrío es liberado de los potenciales que lo atrapaban y es iluminado con un haz láser que perturba la distribución de velocidades, ocasionando calentamiento. Para iniciar el proceso de detección se bombean los átomos al estado $F = 2$ iluminándolos con un haz láser, y se manda un haz de exploración sintonizado a la transición $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Es de suma importancia el realizar un proceso de bombeo de $F = 1 \rightarrow F = 2$ ya que los átomos están inicialmente en el estado $|F = 1, m_f = -1\rangle$, y no absorberían la luz del haz de exploración, con lo cual el sensor CCD no detectaría ningún átomo. A bombear a los átomos al estado $F = 2$ y aplicar el haz de exploración, los átomos absorberán la luz en resonancia, proyectando una sombra en el sensor CCD como se muestra en la Figura 5.3. Típicamente el pulso de exploración que se utiliza tiene una duración de 50 - 100 μs .

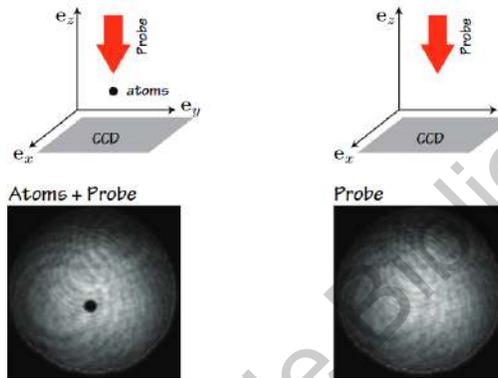


Figura 5.3: Imagen por absorción en resonancia para detectar los átomos. Obtenida de Jimenez-Garcia (2012)

Después de capturar la sombra de los átomos en el CCD, se toma una imagen de referencia sin átomos y ambas imágenes se procesan y se calcula la densidad óptica del medio. En la Figura 5.4 se muestra un ejemplo.

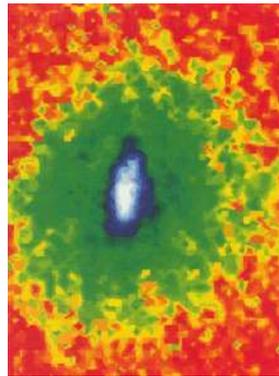


Figura 5.4: Imagen de falso color de una nube de átomos obtenida de Anderson et al. (1995). El color rojo muestra las zonas de menor densidad atómica, mientras que el color azul expresa las zonas de mayor densidad.

Implementación y pruebas del sistema de control

La implementación del sistema de control comenzó con la instalación del software de Cicero y Atticus en las computadoras de control. Este software se descargó de la pagina oficial del creador Aviv Keshet, <http://akeshet.github.io/Cicero-Word-Generator/>. Dentro de esta carpeta se encuentran dos carpetas llamadas Cicero y Atticus con los instaladores correspondientes.

Por otro lado, las tarjetas programables digitales y analógicas se montaron en el Chasis PXIe-1078 el cual a su vez se conectó a la computadora, donde Atticus reconoce al momento las tarjetas conectadas y permite modificar sus parámetros: el tipo de tarjetas que son (digitales o analógicas), sus tiempos de muestreo, estados de la tarjeta (activado/desactivado), entre otros. Estas tarjetas fueron configuradas dentro de Atticus, se activaron y se modificaron los parámetros correspondientes. Una vez que las tarjetas son configuradas, al abrir Cicero las tarjetas que se dieron de alta aparecen junto a cada uno de los canales de cada tarjeta, cada uno de estos canales se les asignó un nombre dependiendo de a que tarjeta pertenecía, por ejemplo para las tarjetas digitales: **DIO1**, **DIO2**, **DIO3**, De igual forma para la tarjeta analógica: **AO1**, **AO2**, **AO3**,

Dependiendo del tipo de tarjeta, digital o analógica, esta se debe de conectar a un circuito de distribución de señales o circuito amplificador, respectivamente. Estos dos circuitos fueron diseñados para las necesidades del laboratorio. Estos circuitos son necesarios para identificar de forma física los canales de cada tarjeta digital o analógica y, en el caso de esta última, de amplificar la corriente eléctrica de las señales para asegurar un correcto control con los instrumentos a los que se comunicará, muchos de los instrumentos tienen impedancias de entrada de 50 Ohms.

Una vez que el circuito de distribución de señales o el circuito amplificador fue conectado a cada tarjeta, mediante Cicero se programan señales digitales o analógicas que fueron enviadas a cada canal, los cuales fueron medidos en el osciloscopio para asegurarnos que las señales enviadas tienen las características de las señales programadas y no existe interferencia entre las señales.

Se enviaron señales periódicas y exponenciales con las siguientes características en cada canal :

$$f_1(t) = A \sin(2\pi\omega t + \phi)$$

con $\omega = 10 \text{ Hz}$, 100 Hz , $\phi = 0, \pi/2, \pi$ y $A = 3 \text{ V}$

$$f_2(t) = Ae^{-\alpha t}$$

con $\alpha = 1/\text{s}$, $0.1/\text{s}$, $0.01/\text{s}$ y $A = 3 \text{ V}$

y se procedió a medir la señal a la salida de la caja de distribución en un osciloscopio. En las Figuras 6.1 y 6.2 se muestran los resultados representativos.

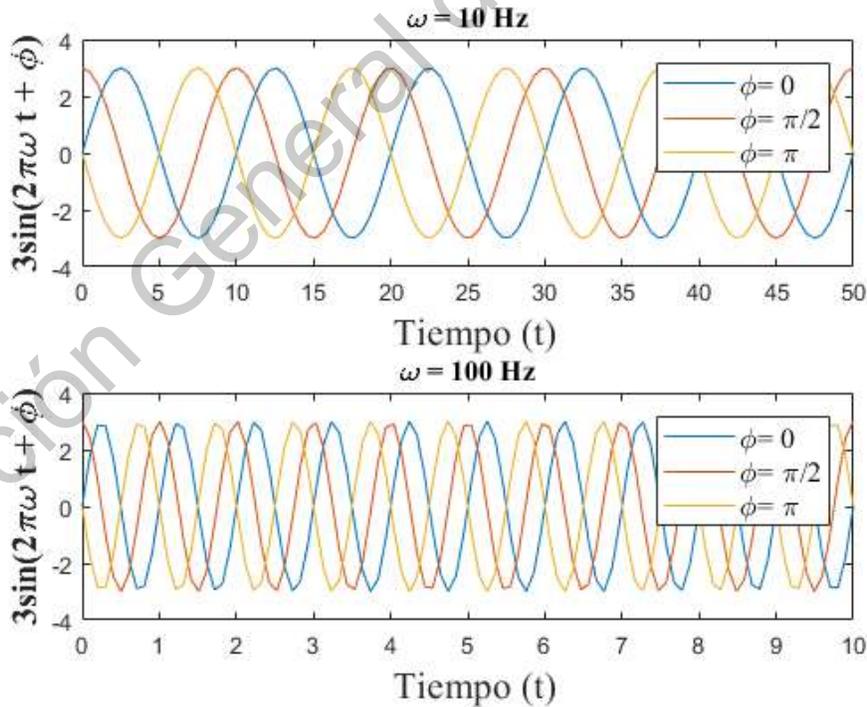


Figura 6.1: Función $f_1(t) = A \sin(2\pi\omega t + \phi)$ con diferentes valores.

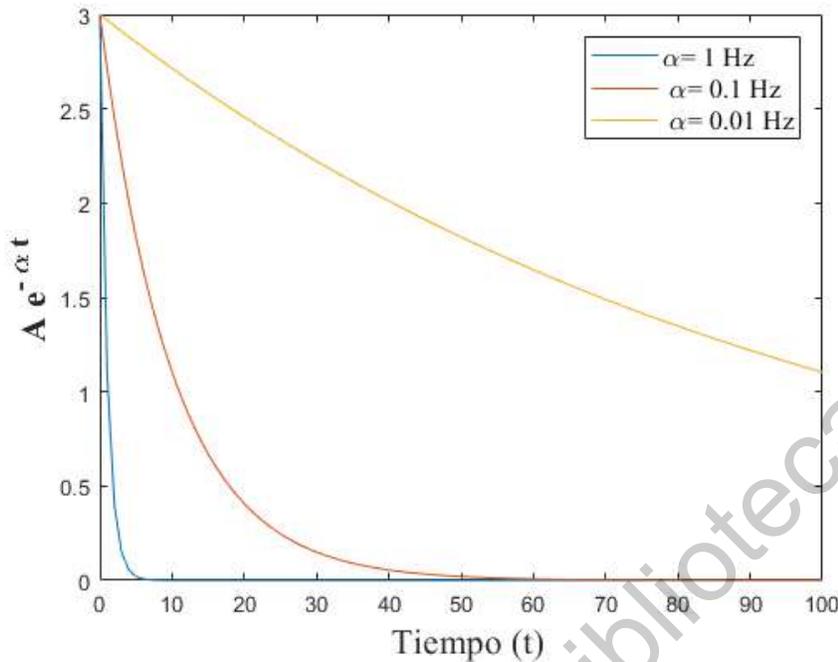


Figura 6.2: Función $f_2(t) = Ae^{-\alpha t}$ con diferentes valores.

Las cajas de los circuitos amplificadores y distribuidores de señales analógicas está listo y a espera para realizar las mediciones en el futuro inmediato, pero las restricciones de la pandemia COVID-19 limitan el acceso a las instalaciones.

En el caso de los canales digitales, probamos que cada canal respondiera de manera independiente, y nos enfocamos en la mínima duración alcanzable de los pulsos digitales. Después de configurar Cicero y Atticus para tomar como referencia de tiempo a la tarjeta temporizadora, se logró obtener un pulso de hasta 20 microsegundos.

Una vez que se aseguró que las señales son limpias y no existen interferencias, se comenzó con la programación de la secuencia experimental para un sistema de producción de átomos fríos siguiendo las consideraciones teóricas presentadas en el capítulo I. En esta secuencia se consideran las escalas de tiempo y los valores típicos de intensidad para los láseres y corriente para las bobinas magnéticas, así como que tipo de señales digitales se necesitan para activar o desactivar switches de los láseres de rebombeo o enfriamiento.

Resultados

7.1. Circuito distribuidor y amplificador de señales analógicas

Para el diseño del circuito de distribución y amplificación de señales analógicas se realizó una simulación utilizando el software LTSpice XVII, un software libre de simulación de circuitos electrónicos. Para este diseño se simuló el circuito que se muestra en la Figura 7.1

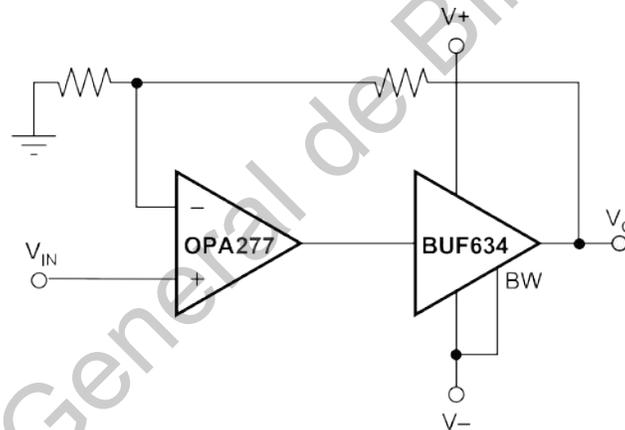


Figura 7.1: Circuito de amplificación de señales analógicas. (Texas-Instruments, 2000)

El propósito de este circuito es introducir una señal eléctrica y, mediante el uso del buffer BUF634 y del amplificador operacional OPA277, amplificar la señal eléctrica debido a que cada canal analógico tiene un límite de corriente de pocos mA, por lo que es necesario amplificar esta corriente para operar los instrumentos que tienen una impedancia de 50Ω . Cada canal analógico debe de amplificarse para suministrar una corriente de al menos 250 mA ¹. En la Figura 7.2 se muestran los resultados de la simulación. Midiendo la corriente en la resistencia **R3** se obtuvo una corriente de salida de $\approx 251.62 \text{ mA}$, misma que es suficiente para nuestra aplicación. Únicamente se realizó la simulación de un solo circuito amplificador, debido a que para los 64 canales se utiliza exactamente el mismo circuito.

¹Mediante la Ley de Ohm: $V = IR$ donde V es el voltaje, I es la corriente y R es la resistencia, podemos calcular el valor de corriente necesaria para una impedancia de 50Ω tomando en cuenta un voltaje de 10 V .

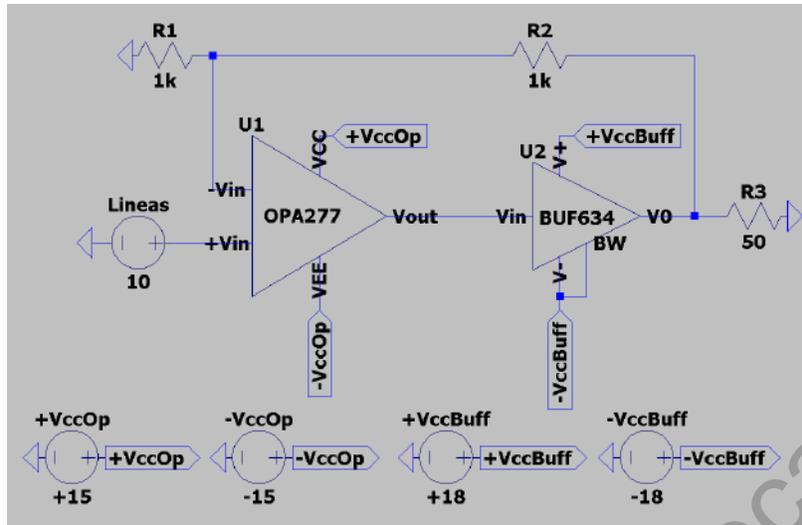


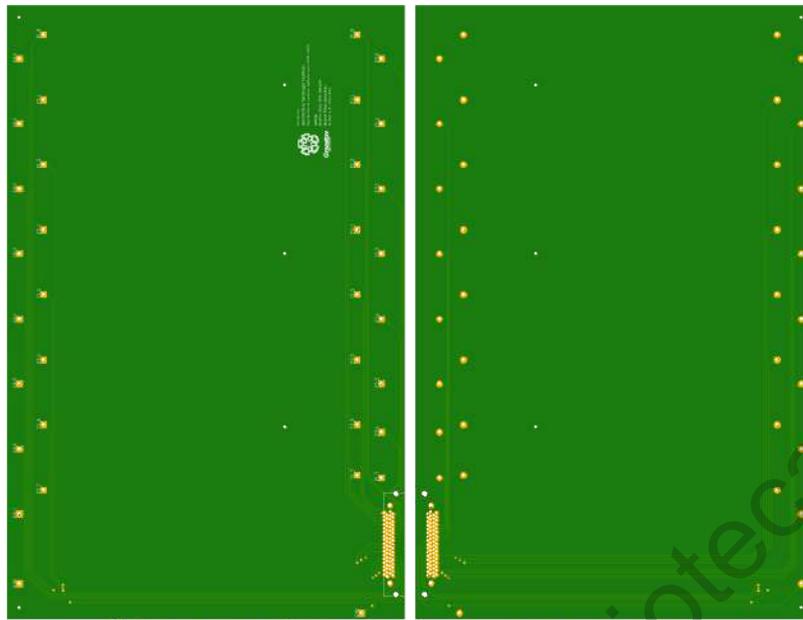
Figura 7.2: Simulación del circuito de amplificación de señales analógicas.

Una vez contando con los resultados de la simulación, se diseñaron los circuitos requeridos: **a)** de distribución de señales digitales y **b)** de distribución y amplificación de señales analógicas. El diseño de estos circuitos fue realizado para producirse en una PCB². En la Figura 7.3 se muestra el diseño para la distribución de señales digitales. Se tomó en cuenta los pines de la tarjeta digital y de la entrada VHDCI³ que utiliza la tarjeta para el diseño de este circuito. Este circuito toma cada uno de los 32 canales digitales de la tarjeta y las distribuye alrededor de la PCB donde se etiquetan, esto con el fin de mantener orden y evitar errores en la identificación de los canales. Posteriormente, se planea colocar esta PCB dentro de una caja metálica (ver Figura 7.7) donde se colocan conectores tipo BNC que van conectados a los canales distribuidos en el circuito. Los conectores BNC son donde se conectarán los instrumentos a programar.

En la Figura 7.4 se muestra el diseño de la distribución de canales analógicos en formato PCB, este diseño considera la amplificación de las señales analógicas. Este circuito está formado por amplificadores operacionales y buffers amplificadores.

²Una PCB (Printed Circuit Board) es un circuito impreso en una placa fenólica de cobre.

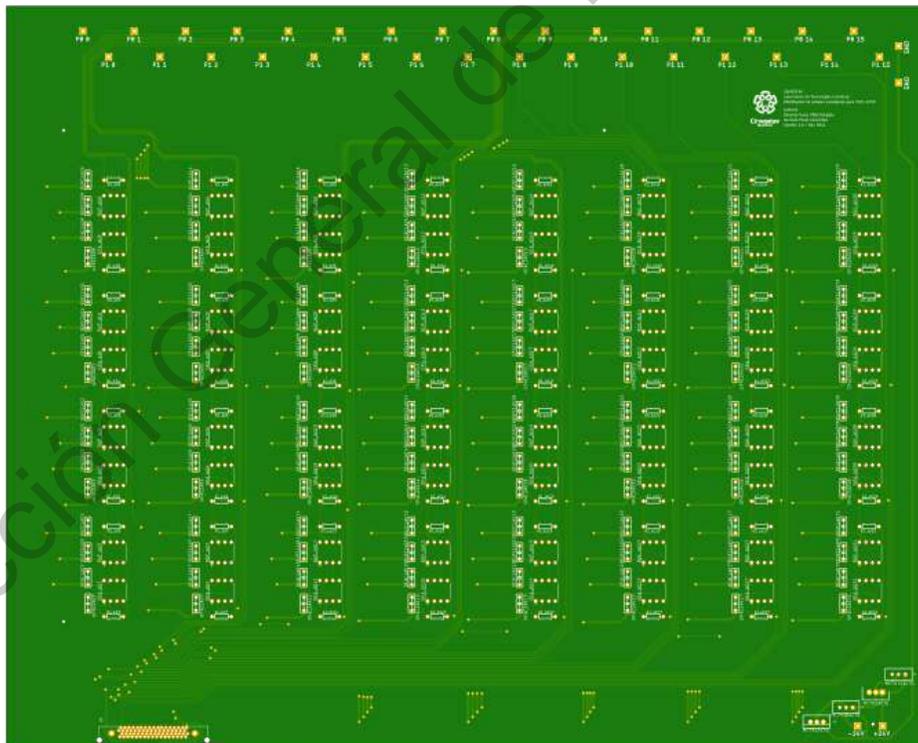
³Los cables VHDCI (Very-high-density cable interconnect) es un tipo de conexión que es ampliamente utilizado en laboratorios.



Vista superior

Vista inferior

Figura 7.3: Diseño de PCB para distribución de señales digitales.



Vista superior

Figura 7.4: Diseño de PCB para distribuir y amplificar las señales analógicas.

Pese a que los diseños mostrados anteriormente estaban pensados para producirse en PCB's, se decidió realizar pruebas iniciales en un circuito hecho a mano en placas fenólicas perforadas. En la Figura 7.5 se muestra una placa fenólica perforada con 8 circuitos amplificadores, en la fotografía no se muestran las entradas de la distribución de señales del VHDCI y las salidas de conexiones a los BNC. Dado que cada tarjeta programable analógica tiene un total de 32 salidas analógicas, cuatro de estas placas se instalaron dentro de una misma caja metálica, previamente perforada con las medidas de los VHDCI y los conectores BNC(ver Figura 7.6 y Figura 7.7).



Figura 7.5: Circuito amplificador hecho en placa fenólica perforada.

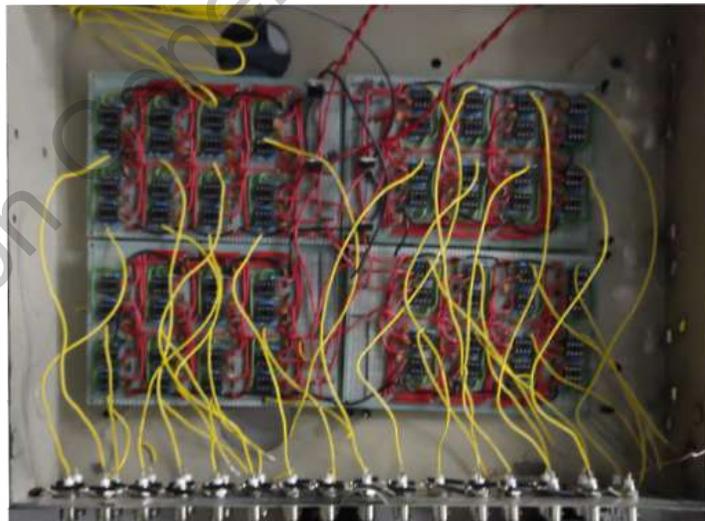


Figura 7.6: Circuito amplificador hecho a mano en placa fenólica perforada instalada en la caja metálica con conexiones BNC.

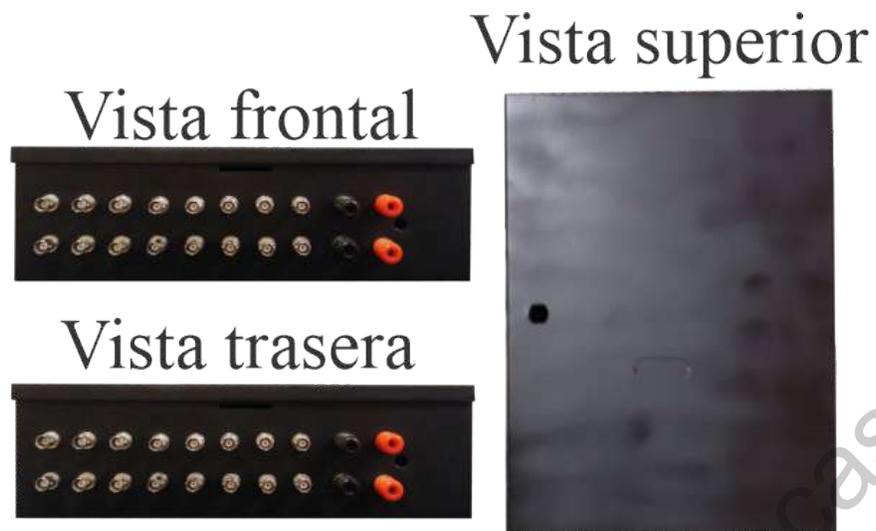


Figura 7.7: Vistas de la caja metálica donde se instalaron los circuitos de distribución y ampli-ficación de señales digitales analógicas. En la vista frontal se realizaron orificios para instalar las conexiones BNC. en la vista trasera se realizaron los orificios para la conexión del VHDCI y la alimentación.

7.2. Diseño de secuencia experimental para producción de átomos fríos

La Figura 7.8 muestra una captura de pantalla del software Cicero donde se detalla la secuencia a utilizar en el experimento de átomos ultrafríos. En esta secuencia se tomaron en cuenta todos los parámetros considerados en el capítulo 1 y la secuencia experimental del capítulo 5. Como se puede apreciar en la Figura 5.1 esta secuencia no dura más de 10 segundos, sin embargo, esta se repetirá constantemente a lo largo del experimento según sea requerido. Esta secuencia consta de 7 pasos: activación de la MOT, carga de la MOT, Enfriamiento de la MOT, carga de la trampa dipolar, Evaporación por trampa dipolar, detección 1 y detección 2.

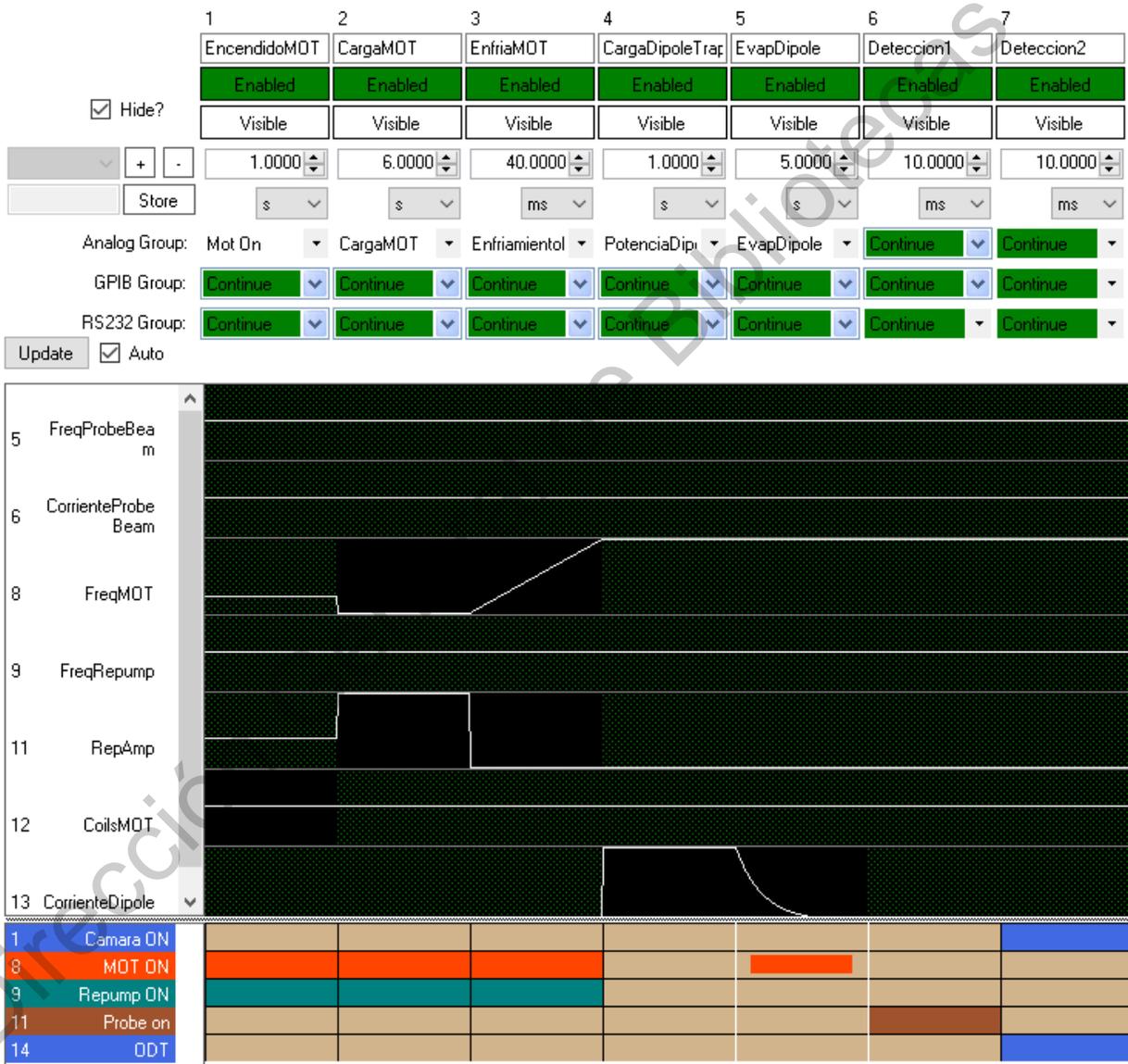


Figura 7.8: Secuencia diseñada en Cicero para el control experimental de un experimento de átomos ultrafríos.

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo es implementar un sistema de control automatizado que permita controlar instrumentos científicos de forma remota con resoluciones temporales de hasta 10 μs , objetivo que ha sido implementado casi en su totalidad, logrando obtener un sistema de control de señales analógicas y digitales para control de instrumentos de laboratorio con una resolución temporal de 20 μs . Dicha escala de tiempo es suficiente para la implementación de enfriamiento láser sobre una muestra de átomos neutros. Los resultados obtenidos indican que en el futuro avance de este proyecto se logrará satisfactoriamente.

Los objetivos principales de este proyecto fueron cumplidos en su mayoría. La instalación del software Cícero y Atticus se realizó correctamente, al igual que el alta de las tarjetas programables y su caracterización dentro del mismo software. De igual forma, los circuitos de distribución de señales y amplificadores fueron creados con éxito y se lograron realizar las pruebas pertinentes de verificación de las señales electrónicas con ayuda de los osciloscopios con las que confirmamos las resoluciones temporales mínimas necesarias y niveles de ruidos óptimos.

Las medidas tomadas en el presente proyecto sientan las bases para la implementación de otros sistemas de automatización del Laboratorio de Tecnologías Cuánticas del Cinvestav en el futuro cercano.

Las posibles mejoras que se pueden hacer al trabajo realizado es hacer el uso de los circuitos PCB diseñados, reduciendo considerablemente el ruido electrónico, optimizar el orden e incluso la expansión a más canales digitales y analógicos para futuros experimentos más complejos, facilitando el control desde una sola computadora para 2 o mas experimentos.

Interacción de átomos con radiación

Para describir como es el enfriamiento láser primeramente hay que conocer como interaccionan los átomos con la radiación. El Hamiltoniano de los átomos multinivel no pueden ser resueltos analíticamente, sin embargo, mediante aproximaciones podemos llegar a resultados muy útiles. Estas aproximaciones son posibles gracias a los átomos alcalinos o hidrogenoides, debido a que solo mantienen un electrón en su última capa (electrón de valencia) y tienen una estructura electrónica simple.

Consideremos un sistema de dos niveles con energía E_1 y E_2 para los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$ respectivamente con una perturbación electromagnética (radiación). Por la naturaleza del sistema, se hace un tratamiento semiclásico, describiendo el átomo mediante mecánica cuántica y el campo eléctrico externo oscilante de forma clásica, debido a que queremos conocer la evolución temporal del átomo, vamos a recurrir a la teoría de perturbaciones dependientes del tiempo, también consideraremos la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi. \quad (\text{A.1})$$

Debido que queremos conocer la dinámica del sistema y como varia en el tiempo, usaremos teoría de perturbaciones dependientes del tiempo, por lo que el Hamiltoniano tiene la forma

$$H = H_0 + H_I(t), \quad (\text{A.2})$$

donde $H_I(t)$ describe la parte de interacción con el campo eléctrico oscilante, el cual perturba los eigenestados de H_0 .

Se considera que nuestro campo eléctrico oscila en el tiempo a una frecuencia ω . Para describir el campo eléctrico E se escribirá de la siguiente forma

$$E = E_0 \cos(\omega t), \quad (\text{A.3})$$

donde E_0 es un factor de amplitud. Con esto, podemos definir el Hamiltoniano de la perturbación de la forma

$$H_I(t) = e\vec{r} \cdot \vec{E}_0 \cos(\omega t), \quad (\text{A.4})$$

donde \vec{r} es la posición del electrón respecto al centro de masa del átomo. Esto es análogo a la energía de un dipolo eléctrico. Finalmente, sustituyendo la Ecuación (A.3) en la Ecuación (A.2) el Hamiltoniano total se reduce como se muestra a continuación.

$$H = H_0 + e\vec{r} \cdot \vec{E}_0 \cos(\omega t). \quad (\text{A.5})$$

Propondremos una función de onda que satisfaga la ecuación de Schrödinger.

$$\Psi_n(r, t) = \psi(r)e^{-iE_n t/\hbar}, \quad (\text{A.6})$$

donde la función de onda espacial $\psi(r)$ satisface lo siguiente para cada nivel (átomo de dos niveles en este caso).

$$\begin{aligned} H_0\psi_1(r) &= E_1\psi_1(r), \\ H_0\psi_2(r) &= E_2\psi_2(r). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Cabe recalcar que estas funciones de onda son estados estacionarios, es decir, no varían en el tiempo. Sin embargo, la superposición de estas dos soluciones **si** varía en el tiempo.

$$\Psi(r, t) = c_1(t)\psi_1(r)e^{-iE_1 t/\hbar} + c_2(t)\psi_2(r)e^{-iE_2 t/\hbar}. \quad (\text{A.8})$$

Si pasamos a la notación de Dirac, la Ecuación (A.8) se simplifica como se muestra a continuación

$$\Psi(r, t) = c_1|1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2|2\rangle e^{-i\omega_2 t}, \quad (\text{A.9})$$

donde la frecuencia $\omega_i = E_i/\hbar$ y c_1, c_2 son constantes que multiplican a cada estado $|1\rangle, |2\rangle$, por lo que podemos decir que cada una de estas constantes representa la población en cada estado del átomo, las cuales variarán en el tiempo, es decir, son dependientes del tiempo. Debido a esta consideración, es obligatorio que se satisfaga la condición de normalización

$$\boxed{|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1}, \quad (\text{A.10})$$

y por consecuencia, los módulos al cuadrado de cada constante dará la amplitud de probabilidad de encontrar al átomo en el estado $|1\rangle$ o $|2\rangle$.

A.1. Obtención de los coeficientes c_1, c_2

Una vez que hemos definido nuestra solución general para la ecuación de Schrödinger (función de onda) vamos a definir los Hamiltonianos correspondientes. Sustituyendo la Ecuación (A.9), que es la solución general, en la Ecuación (A.1) que es la Ecuación de Schrödinger, somos capaces de obtener los coeficientes c_1 y c_2 . El lado izquierdo de la ecuación de Schrödinger queda como

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = i\hbar|1\rangle (\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1) e^{-i\omega_1 t} + i\hbar|2\rangle (\dot{c}_2 - i\omega_2 c_2) e^{-i\omega_2 t}. \quad (\text{A.11})$$

Para poder simplificar, haremos la proyección por la izquierda en el estado $|1\rangle$, con el fin de poder eliminar términos por ortogonalidad, con lo que la Ecuación (A.11) se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} i\hbar\langle 1|\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle &= i\hbar\underbrace{\langle 1|1\rangle}_{=1}(\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1)e^{-i\omega_1 t} + i\hbar\underbrace{\langle 1|2\rangle}_{=0}(\dot{c}_2 - i\omega_2 c_2)e^{-i\omega_2 t} \\ &= \boxed{i\hbar(\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1)e^{-i\omega_1 t}}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Mientras que en el lado derecho de la ecuación de Schrödinger sustituiremos la Ecuación (A.5) con lo cual se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} H\Psi &= (H_0 + H_I(t))(c_1|1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2|2\rangle e^{-i\omega_2 t}) \\ &= H_0(c_1|1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2|2\rangle e^{-i\omega_2 t}) + H_I(t)(c_1|1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2|2\rangle e^{-i\omega_2 t}). \end{aligned}$$

Conocemos que $H_0|1\rangle = E_1|1\rangle$ y $H_0|2\rangle = E_2|2\rangle$ por lo que podemos sustituir las energías. Y nuevamente haremos la proyección por la izquierda con el estado $|1\rangle$ con el fin de eliminar términos por ortogonalidad. Con lo cual la ecuación anterior se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \langle 1|H|\Psi\rangle &= c_1 E_1 \underbrace{\langle 1|1\rangle}_{=1} e^{-i\omega_1 t} + E_2 c_2 \underbrace{\langle 1|2\rangle}_{=0} e^{-i\omega_2 t} + \langle 1|H_I(t)|1\rangle c_1 e^{-i\omega_1 t} + \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t} \\ &= c_1 E_1 e^{-i\omega_1 t} + \langle 1|H_I(t)|1\rangle c_1 e^{-i\omega_1 t} + \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t}. \end{aligned}$$

Sabemos que $\langle 1|H_I|1\rangle$ es en realidad una integral y que la perturbación del campo eléctrico externo $H_I \propto \cos(\omega t)$, al momento de realizar la integral ésta sera igual a 0 por paridad. Con lo que podemos sentirnos libres de eliminar el término. La ecuación se reduce a

$$\boxed{\langle 1|H|\Psi\rangle = c_1 E_1 e^{-i\omega_1 t} + \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t}}. \quad (\text{A.13})$$

Con los resultados obtenidos, podemos igualar la Ecuación (A.12) y la Ecuación (A.13) y obtenemos la ecuación de Schrödinger con todas las soluciones, la ecuación es

$$i\hbar(\dot{c}_1 - i\omega_1 c_1)e^{-i\omega_1 t} = c_1 E_1 e^{-i\omega_1 t} + \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t}.$$

Podemos simplificar la ecuación anterior conociendo que $E_1 = \hbar\omega_1$ y despejando la constante c_1 . La ecuación se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{c}_1 e^{-i\omega_1 t} + \cancel{\hbar\omega_1 c_1 e^{-i\omega_1 t}} &= \cancel{c_1 \hbar\omega_1 e^{-i\omega_1 t}} + \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t}, \\ i\hbar\dot{c}_1 e^{-i\omega_1 t} &= \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i\omega_2 t}, \\ i\hbar\dot{c}_1 &= \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2 e^{-i(\omega_2 - \omega_1)t}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Similarmente a como se hizo antes, se harán las proyecciones por la izquierda pero con el estado $|2\rangle$. Por la parte izquierda de la ecuación de Schrödinger tenemos

$$\begin{aligned}
i\hbar\langle 2|\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle &= i\hbar\underbrace{\langle 2|1\rangle}_{=0}(\dot{c}_1 - i\omega_1c_1)e^{-i\omega_1t} + i\hbar\underbrace{\langle 2|2\rangle}_{=1}(\dot{c}_2 - i\omega_2c_2)e^{-i\omega_2t}, \\
&= \boxed{i\hbar(\dot{c}_2 - i\omega_2c_2)e^{-i\omega_2t}}. \tag{A.15}
\end{aligned}$$

Mientras que para el lado derecho obtenemos

$$\begin{aligned}
\langle 2|H|\Psi\rangle &= c_1E_1\underbrace{\langle 2|1\rangle}_{=0}e^{-i\omega_1t} + E_2c_2\underbrace{\langle 2|2\rangle}_{=1}e^{-i\omega_2t} + \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i\omega_1t} + \underbrace{\langle 2|H_I(t)|2\rangle}_{=0}c_2e^{-i\omega_2t}, \\
&= \boxed{E_2c_2e^{-i\omega_2t} + \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i\omega_1t}}. \tag{A.16}
\end{aligned}$$

Igualemos la Ecuación (A.16) y la Ecuación (A.15) y simplificando y despejando como se hizo anteriormente, la ecuación se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
i\hbar(\dot{c}_2 - i\omega_2c_2)e^{-i\omega_2t} &= E_2c_2e^{-i\omega_2t} + \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i\omega_1t}, \\
i\hbar\dot{c}_2e^{-i\omega_2t} + \cancel{\hbar\omega_2c_2e^{-i\omega_2t}} &= \cancel{\hbar\omega_2c_2e^{-i\omega_2t}} + \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i\omega_1t}, \\
i\hbar\dot{c}_2e^{-i\omega_2t} &= \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i\omega_1t}, \\
i\hbar\dot{c}_2 &= \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{-i(\omega_1-\omega_2)t}. \tag{A.17}
\end{aligned}$$

La Ecuación (A.14) y la Ecuación (A.17) describen la dinámica de la población en los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$. Si somos observadores, podemos ver la que ecuación diferencial de \dot{c}_1 involucra directamente a c_2 y esta ecuación oscila debido de la exponencial con una frecuencia $\omega_2 - \omega_1$. Para fines prácticos, es conveniente definir la frecuencia de la diferencia de energía entre los niveles $|1\rangle$ y $|2\rangle$

$$\omega_0 = \omega_2 - \omega_1,$$

y las Ecuaciones (A.14) y (A.17) se reducen a

$$i\hbar\dot{c}_1 = \langle 1|H_I(t)|2\rangle c_2e^{-i\omega_0t}, \tag{A.18}$$

$$i\hbar\dot{c}_2 = \langle 2|H_I(t)|1\rangle c_1e^{i\omega_0t}. \tag{A.19}$$

Por el mismo motivo que se explicó anteriormente, debido a que estas ecuaciones describen la dinámica de las poblaciones entre niveles, también es conveniente definir la **frecuencia de Rabi** (Ω), La frecuencia de Rabi describe que tan fuerte es el acoplamiento entre el nivel 1 y el nivel 2, en general da una idea de la frecuencia de fluctuaciones en las poblaciones de los dos niveles atómicos. Esta frecuencia está definida como se muestra a continuación

$$\Omega = \frac{\langle 1|e\vec{r} \cdot \vec{E}_0|2\rangle}{\hbar} = \frac{e}{\hbar} \int \psi_1^*(r)\vec{r} \cdot \vec{E}_0\psi_2(r)d^3\vec{r}. \tag{A.20}$$

Sustituyendo la Ecuación (A.20) en la Ecuación (A.14), la ecuación se reduce como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
i\hbar\dot{c}_1 &= \langle 1|e\vec{r} \cdot \vec{E}_0 \cos(\omega t)|2\rangle c_2e^{-i\omega_0t}, \\
i\dot{c}_1 &= \frac{\langle 1|e\vec{r} \cdot \vec{E}_0|2\rangle}{\hbar} c_2 \cos(\omega t)e^{-i\omega_0t}, \\
i\dot{c}_1 &= \Omega \cos(\omega t)e^{-i\omega_0t} c_2, \tag{A.21}
\end{aligned}$$

de manera similar sustituyendo la Ecuación (A.20) en la Ecuación (A.17), la ecuación se reduce a

$$\begin{aligned}
 i\hbar\dot{c}_2 &= \langle 2|e\vec{r} \cdot \vec{E} \cos(\omega t)|1\rangle c_1 e^{i\omega_0 t}, \\
 i\dot{c}_2 &= \frac{\langle 2|e\vec{r} \cdot \vec{E}_0|1\rangle}{\hbar} \cos(\omega t) e^{i\omega_0 t} c_1, \\
 i\dot{c}_2 &= \Omega^* \cos(\omega t) e^{i\omega_0 t} c_1,
 \end{aligned} \tag{A.22}$$

la frecuencia de Rabi queda como su conjugada debido a que se invierten los bra y kets. Las ecuaciones en cuestión son

$$i\dot{c}_1 = \Omega \cos(\omega t) e^{-i\omega_0 t} c_2, \tag{A.23}$$

$$i\dot{c}_2 = \Omega^* \cos(\omega t) e^{i\omega_0 t} c_1. \tag{A.24}$$

Para simplificar las ecuaciones dejaremos todo en términos de exponenciales, conociendo que $\cos(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$, por lo tanto las ecuaciones se reducen a

$$\begin{aligned}
 i\dot{c}_1 &= \Omega \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} e^{-i\omega_0 t} c_2, \\
 &= \frac{\Omega}{2} \left(e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t} \right) c_2. \\
 i\dot{c}_2 &= \Omega^* \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} e^{i\omega_0 t} c_1, \\
 &= \frac{\Omega^*}{2} \left(e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t} \right) c_1.
 \end{aligned}$$

Si somos observadores, podemos ver que con frecuencias cerca de resonancia ($\omega_0 \approx \omega$) se tiene que $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$ y el más interesante, que $|\omega + \omega_0| \approx 2\omega_0$, el cual dice físicamente que este oscilará muy rápidamente, por lo tanto podemos despreciar los términos con $\omega + \omega_0$. Por ejemplo, en el caso del ^{87}Rb cerca de resonancia $\omega \approx \omega_0 = 3.84 \times 10^{14}$ Hz. A esto se le conoce como **aproximación de onda rotante**. Entonces podemos simplificar las ecuaciones como se muestra a continuación

$$i\dot{c}_1 = \frac{\Omega}{2} e^{i(\omega-\omega_0)t} c_2, \tag{A.25}$$

$$i\dot{c}_2 = \frac{\Omega^*}{2} e^{-i(\omega-\omega_0)t} c_1. \tag{A.26}$$

Podemos apreciar que las ecuaciones diferenciales anteriores están acopladas. Al desacoplar las ecuaciones diferenciales obtenemos las siguientes ecuaciones

$$\ddot{c}_1 - i(\omega - \omega_0)\dot{c}_1 + \frac{|\Omega|^2}{4} c_1 = 0, \tag{A.27}$$

$$\ddot{c}_2 + i(\omega - \omega_0)\dot{c}_2 + \frac{|\Omega|^2}{4} c_2 = 0. \tag{A.28}$$

Ahora solo resta resolverlas, para ello vamos a proponer una solución tipo exponencial debido a la naturaleza de las ecuaciones pues cumplen con la forma

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0,$$

donde a, b son constantes, por lo que la solución a proponer es

$$x(t) = e^{\alpha t}.$$

Para encontrar el coeficiente α vamos a meter la solución a la ecuación diferencial, derivando la solución

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha e^{\alpha t}, \\ \ddot{x} &= \alpha^2 e^{\alpha t}.\end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación diferencial

$$\begin{aligned}\alpha^2 e^{\alpha t} + a\alpha e^{\alpha t} + b e^{\alpha t} &= 0, \\ \alpha^2 + a\alpha + b &= 0.\end{aligned}$$

Lo que obtenemos es una ecuación cuadrática, fácilmente solucionable. Usando la *Formula General* obtenemos que para c_1 sus soluciones son como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{i(\omega - \omega_0) \pm \sqrt{(-i(\omega - \omega_0))^2 - 4\left(\frac{|\Omega|^2}{4}\right)}}{2}, \\ \alpha &= \frac{i(\omega - \omega_0) \pm \sqrt{-(\omega - \omega_0)^2 - |\Omega|^2}}{2}.\end{aligned}$$

Vamos a definir W y la desintonía δ para simplificar

$$W \equiv \sqrt{(\delta)^2 + |\Omega|^2} \quad y \quad \delta = \omega - \omega_0.$$

Las soluciones se reducen a

$$\alpha_{\pm} = \frac{i\delta \pm iW}{2},$$

Debido a que tenemos dos soluciones para α vamos a expresar la solución como una superposición lineal, por lo que nuestra solución para c_1 queda como

$$\boxed{c_1(t) = e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(A_1 e^{\frac{iW}{2}t} + A_2 e^{-\frac{iW}{2}t} \right)}. \quad (\text{A.29})$$

Esta solución en términos de exponenciales podemos expresarla como una superposición de funciones armónicas, conocemos de las formulas de Euler

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x,$$

$$e^{-ix} = \cos x - i \sin x,$$

Las ecuaciones anteriores las sustituimos en nuestra Ecuación [A.29](#) y se reduce a

$$\begin{aligned} c_1(t) &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(A_1 e^{\frac{iW}{2}t} + A_2 e^{-\frac{iW}{2}t} \right), \\ &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(A_1 \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + iA_1 \sin\left(\frac{W}{2}t\right) + A_2 \cos\left(\frac{W}{2}t\right) - iA_2 \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right), \\ &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(\underbrace{(A_1 + A_2)}_A \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + i \underbrace{(A_1 - A_2)}_B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right), \\ &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(A \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right). \end{aligned}$$

Para encontrar la solución de c_2 se hace exactamente el mismo procedimiento. Nuestras α 's quedan como

$$\alpha_{\pm} = \frac{-i\delta \pm iW}{2}.$$

Y de igual manera vamos a expresar la solución como una superposición lineal, con lo que obtenemos

$$c_2(t) = e^{\frac{-i\delta}{2}t} \left(B_1 e^{\frac{iW}{2}t} + B_2 e^{-\frac{iW}{2}t} \right). \quad (\text{A.30})$$

Cambiando la Ecuación [A.30](#) a una superposición de funciones armónicas obtenemos

$$c_2(t) = e^{\frac{-i\delta}{2}t} \left(C \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + D \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right).$$

Por lo que finalmente llegamos a las soluciones en términos de superposiciones de funciones armónicas

$$c_1(t) = e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(A \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right), \quad (\text{A.31})$$

$$c_2(t) = e^{\frac{-i\delta}{2}t} \left(C \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + D \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right). \quad (\text{A.32})$$

Para obtener la solución general completa debemos encontrar los valores de los coeficientes A, B, C, D , para ello vamos a proponer condiciones iniciales en las que supondremos que el estado

$|1\rangle$ a un tiempo $t = 0$ tiene toda la población y el estado $|2\rangle$ se encuentra vacío; es decir, $c_1(0) = 1$ y $c_2(0) = 0$, al aplicar estas condiciones tenemos que, para c_1

$$c_1(0) = e^{\frac{i\delta}{2} \cdot 0} \left(A \cos\left(\frac{W}{2} \cdot 0\right) + B \sin\left(\frac{W}{2} \cdot 0\right) \right) = 1,$$

$$\therefore A = 1.$$

Y para c_2

$$c_2(0) = e^{\frac{-i\delta}{2} \cdot 0} \left(C \cos\left(\frac{W}{2} \cdot 0\right) + D \sin\left(\frac{W}{2} \cdot 0\right) \right) = 0,$$

$$\therefore C = 0.$$

Las ecuaciones se reducen como se muestra a continuación

$$c_1(t) = e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right)$$

$$c_2(t) = e^{\frac{-i\delta}{2}t} D \sin\left(\frac{W}{2}t\right)$$

Para obtener los coeficientes B, D recurriremos a la condición de normalización $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$, por lo tanto se obtiene lo siguiente

$$\begin{aligned} |c_1(t)|^2 &= \left| e^{\frac{\delta}{2}t} \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right) \right|^2, \\ &= \left| e^{\frac{\delta}{2}t} \right|^2 \left| \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right|^2, \\ &= \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right) \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right)^*, \\ &= \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right) \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B^* \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right), \\ &= \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B^* \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + |B|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right), \\ &= \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + (B + B^*) \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + |B|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right). \end{aligned}$$

Sin embargo, si se asume que B es puramente imaginaria, entonces el termino $B + B^* = 0$, por lo tanto:

$$|c_1(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + |B|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right).$$

Para calcular $|c_2|^2$ tenemos que

$$\begin{aligned} |c_2(t)|^2 &= \left| e^{-\frac{i\delta}{2}t} D \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right|^2, \\ &= \left| e^{-\frac{i\delta}{2}t} \right|^2 \left| D \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right|^2, \\ &= |D|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right). \end{aligned}$$

Con nuestro coeficientes de población podemos aplicar la condición de normalización, con lo que se obtiene que

$$\begin{aligned} \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + |B|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) + |D|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) &= 1, \\ \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + \underbrace{(|B|^2 + |D|^2)}_{\text{Para cumplir normalización}=1} \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) &= 1, \\ \cos^2\left(\frac{W}{2}t\right) + \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right) &= 1. \end{aligned}$$

De todo esto lo que se tiene que rescatar que $|B|^2 + |D|^2 = 1$. Ahora asumiremos una nueva condición inicial tal que $\dot{c}_1(0) = 0$, es decir, que no hay transiciones entre poblaciones al tiempo 0, entonces tenemos que

$$\begin{aligned} c_1(t) &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left[\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right], \\ \dot{c}_1(t) &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left[-\frac{W}{2} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) + B \frac{W}{2} \cos\left(\frac{W}{2}t\right) \right] + \frac{i\delta}{2} e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right), \\ &= e^{\frac{i\delta}{2}t} \left[-\frac{W}{2} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) + B \frac{W}{2} \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + \frac{i\delta}{2} \cos\left(\frac{W}{2}t\right) + \frac{i\delta}{2} B \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right], \end{aligned}$$

evaluando en $t = 0$ obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{c}_1(0) &= B \frac{W}{2} + \frac{i\delta}{2} = 0, \\ \therefore \quad &\boxed{B = -\frac{i\delta}{W}}. \end{aligned}$$

Y del resultado que rescatamos anteriormente $|B| + |D|^2 = 1$ podemos obtener que

$$\begin{aligned} \left| -\frac{i\delta}{W} \right|^2 + |D|^2 &= 1, \\ \frac{\delta^2}{W^2} + |D|^2 &= 1, \\ \therefore \quad |D|^2 &= 1 - \frac{\delta^2}{W^2}, \\ |D|^2 &= \frac{W^2 - \delta^2}{W^2}. \end{aligned}$$

Sabemos que $W^2 = \delta^2 + |\Omega|^2$, por lo tanto $|\Omega|^2 = W^2 - \delta^2$ y sustituyéndolo obtenemos

$$|D|^2 = \frac{W^2 - \delta^2}{W^2}$$

$$\therefore \boxed{|D|^2 = \frac{|\Omega|^2}{W^2}}$$

Ahora que ya tenemos todos los coeficientes podemos obtener la solución general completa. Por lo que tenemos

$$c_1(t) = e^{\frac{i\delta}{2}t} \left(\cos\left(\frac{W}{2}t\right) - \frac{i\delta}{W} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right)$$

$$c_2(t) = \frac{|\Omega|}{W} e^{-\frac{i\delta}{2}t} \sin\left(\frac{W}{2}t\right)$$

Estas son las soluciones a los coeficientes que describen la dinámica de las poblaciones en los estados $|1\rangle$ y $|2\rangle$. En este caso, interesa conocer la probabilidad de estar en el estado $|2\rangle$. Para transiciones entre estados ligados se puede asumir que la frecuencia Ω es real, por lo que $|\Omega|^2 = \Omega^2$. Con esta consideración podemos obtener

$$|c_2(t)|^2 = \left| \frac{|\Omega|}{W} e^{-\frac{i\delta}{2}t} \sin\left(\frac{W}{2}t\right) \right|^2$$

$$= \frac{|\Omega|^2}{W^2} \left| e^{-\frac{i\delta}{2}t} \right|^2 \sin^2\left(\frac{W}{2}t\right)$$

$$\therefore \boxed{|c_2(t)|^2 = \frac{\Omega^2}{W^2} \sin^2\left(\frac{Wt}{2}\right)} \quad (\text{A.33})$$

donde $\delta = \omega - \omega_0$ es la desintonía de la radiación de la resonancia atómica. Algo interesante a saber es que ocurre a resonancia $\omega = \omega_0$ ó $\delta = 0$ ó $W = \Omega$, aplicando esto la Ecuación (A.33) se reduce a

$$\boxed{|c_2(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right)} \quad (\text{A.34})$$

Lo interesante de este resultado recae en que la probabilidad de pasar al estado excitado oscila, por lo que la población entre los dos niveles también oscila. Cuando se tiene que $\Omega t = \pi$ tenemos que $|c_2(t = \pi/\Omega)|^2 = 1$, lo que físicamente dice que toda la población pasa del estado $|1\rangle$ al estado $|2\rangle$, mientras que cuando $\Omega t = 2\pi$ tenemos que $|c_2(t = 2\pi/\Omega)|^2 = 0$ la población pasa del estado $|2\rangle$ al estado $|1\rangle$. Esto ocurre conforme se avanza en el tiempo, por lo que las poblaciones de los estados de energía oscilan. A estas oscilaciones se le conocen como las **oscilaciones de Rabi**. En general, podemos manipular materia con radiación, dependiendo del tiempo de exposición.

Bibliografía

Affolderbach, C. y Mileti, G. (2005). A compact laser head with high-frequency stability for Rb atomic clocks and optical instrumentation. *Review of Scientific Instruments*, 76(7):073108.

Aim-Thurlby-Thandar-Instruments (s.f.). CPX Series Data Sheet. Obtenido de: https://resources.aimtti.com/datasheets/AIM-CPX_series_DC_power_supplies_data_sheet-Iss6.pdf.

Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E., y Cornell, E. A. (1995). Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269(5221):198–201.

Asakawa, K., Born, M., Assion, A., Borsutzky, A., Bauer, T. E., Brand, H., y Wollenhaupt, M. (2012). *Handbook of Lasers and Optics*. Springer.

Chang, R., Hoendervanger, A. L., Bouton, Q., Fang, Y., Klafka, T., Audo, K., Aspect, A., Westbrook, C. I., y Clément, D. (2014). Three-dimensional laser cooling at the Doppler limit. *Phys. Rev. A*, 90:063407.

Donley, E. A., Heavner, T. P., Levi, F., Tataw, M. O., y Jefferts, S. R. (2005). Double-pass acousto-optic modulator system. *Review of Scientific Instruments*, 76(6):063112.

Figuroa, J. (2007). *Física Moderna*. Pearson Educación Prentice Hall, Naucalpan, Estado de México.

Foot, C. J. (2005). *Atomic Physics*. Oxford University Press.

Gehm, M. (2003). Properties of Lithium 6. Obtenido de <https://www.physics.ncsu.edu/jet/techdocs/pdf/PropertiesOfLi.pdf>.

Gisela Noemí Ortiz León, José Ignacio Jiménez Mier y Terán (2010). Caracterización de moduladores acusto-ópticos. *Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México*.

Grimm, R., Weidemüller, M., y Ovchinnikov, Y. B. (2000). Optical Dipole Traps for Neutral Atoms. volume 42 of *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, páginas 95–170. Academic Press.

Jimenez-Garcia, K. (2012). *Artificial Gauge Fields for Ultracold Neutral Atoms*. Tesis de Doctorado, National Institute of Standards and Technology, and the University of Maryland, Gaithersburg.

- Keshet, A. (2009). *Cicero Word Generator Technical and User Manual*. MIT Center for Ultracold Atoms, Massachusetts, Estados Unidos.
- Keysight (s.f.). *Keysight N8900 Series Autoranging System DC Power Supply, Operating and Service Guide*. Keysight Technologies.
- Kieu, T. D. (2019). Principle of Unattainability of absolute zero temperature, the Third Law of Thermodynamics, and projective quantum measurements. *Physics Letters A*, 383(27):125848.
- Kostylev, N. (2017). *Atomic and spin ensembles in ultra-cold gases and solids for applications in ultra-high precision metrology, quantum frequency conversion and hybrid quantum systems*. Tesis de Doctorado, The University of Western Australia.
- Kuphaldt, T. R. (2007). *Lessons In Electric Circuits - Digital*, volume 4. Open Book Project, iv edition.
- Lett, P. D., Phillips, W. D., Rolston, S. L., Tanner, C. E., Watts, R. N., y Westbrook, C. I. (1989). Optical molasses. *Journal of the Optical Society of America B*, 6(11):2084.
- Lin, Y.-J., Perry, A. R., Compton, R. L., Spielman, I. B., y Porto, J. V. (2009). Rapid production of Rb-87 Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential. *Physical Review A*, 79(6).
- Long, Y., Xiong, F., Gaire, V., Galigan, C., y Parker, C. V. (2018). All-optical production of ^6Li molecular BEC in excited hyperfine levels. *Phys. Rev. A* 98, 043626 (2018).
- Mark W. Zemansky, R. H. D. (1997). *Calor y Termodinámica*. McGraw-Hill, 7ma edition.
- Masanés, L. y Oppenheim, J. (2017). A general derivation and quantification of the third law of thermodynamics. *Nature Communications*, 8(1).
- Mimoun, E., Sarlo, L. D., Jacob, D., Dalibard, J., y Gerbier, F. (2010). Fast production of ultracold sodium gases using light-induced desorption and optical trapping. *Physical Review A*, 81(2).
- Narbona Miguel, D. (2010). *Automatización de la medida de característica estática de circuitos analógicos*.
- Novatech (s.f.). *Synthesizer Model 409B - 171 MHz Four Channel Signal Generator*. Novatech Instruments.
- Olmo de Sevilla, M. (2010). Equipartición de energía. En línea.
- PCO (s.f.). *PCO Pixelfly USB digital 14 bit CCD camera data sheet*. PCO.
- Phillips, W. D. (1998). Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Reviews of Modern Physics*, 70(3):721–741.
- Pieper, J. (1999). *Standard Commands for Programmable Instruments (SCPI): Syntax and Style*.
- Rieger, T. y Volz, T. (2010). Doppler-Free Saturation Spectroscopy. *Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching*.

- RIGOL (2014). *Programming Guide: DG1000 Series Dual-Channel Function/Arbitrary Waveform Generator*. RIGOL Technologies, Inc.
- Schmidt, O., Knaak, K. M., Wynands, R., y Meschede, D. (1994). Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances. *Applied Physics B Lasers and Optics*, 59(2):167–178.
- Smith, S. W. (2003). *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing.
- Steck, D. A. (1998a). Cesium D Line Data. Obtenido de <https://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.pdf>.
- Steck, D. A. (1998b). Rubidium 87 D Line Data. Obtenido de <https://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>.
- Steck, D. A. (1998c). Sodium D Line Data. Obtenido de <https://steck.us/alkalidata/sodiumnumbers.pdf>.
- Texas-Instruments (2000). BUF634 250-mA High-Speed Buffer. Revisado en Mayo 2019.
- Tiecke, T. (2019). Properties of Potassium. Obtenido de <https://www.tobiastiecke.nl/archive/PotassiumProperties.pdf>.
- Tlapapatl, M. C. (2015). Estudio de la formación de una lente térmica generada en un medio óptico no lineal. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Fisio-Matemáticas*.
- Trincavelli, J. (2010). Interacción de la radiación con la materia.
- Valenzuela-Jiménez, V. M. (2012). *Sistema de Enfriamiento Láser Aplicado a Mezclas Isotópicas de Átomos Fríos*. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Instituto de Física.
- Valido, D. R. (2010). *Diseño de un sintetizador de frecuencia integrado para DVB-H en tecnología BiCMOS 0,35μm*. candthesis, Escuela de Ingeniería de Telecomunicación y Electrónica.
- Xiong, D., Wang, F., Li, X., Lam, T.-F., y Wang, D. (2013). Production of a rubidium Bose-Einstein condensate in a hybrid trap with light induced atom desorption.
- Yoshimura, N. (2008). *Vacuum Technology*. Springer.
- Zettili, N. (2009). *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd.