



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Maestría en Ciencias en Inteligencia Artificial

Diseño de Rutas de Transporte mediante Algoritmos para el
Problema del Corredor de Longitud Mínima

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Maestro en Ciencias en Inteligencia Artificial

Presenta:

Jesús Salvador Malagón García

Dirigido por:

Dr. Arturo González Gutiérrez

SINODALES

Dr. Arturo González Gutiérrez

Presidente

Dr. Saúl Tovar Arriaga

Secretario

M. en C. Fidel González Gutiérrez

Vocal

Dr. Ricardo Montoya Zamora

Suplente

M. en C. Guillermo Díaz Delgado

Suplente

Centro Universitario Querétaro, Qro.

Noviembre 2020

México.

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

Para Adriana S.X.

Reconocimientos

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por proveer los fondos necesarios para esta investigación, a la División de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ingeniería (DIPFI) de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), a la coordinación de la Maestría en Ciencias en Inteligencia Artificial (MCIA), al grupo de síndicos por la prudente evaluación y retroalimentación, especialmente a mi asesor el Dr. Arturo González. Agradezco también al núcleo académico, por el aseguramiento de los estándares de un posgrado de calidad y a todas mis compañeras y compañeros del programa.

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

Resumen

Las redes de transporte han existido desde que el ser humano era nómada, migrando en busca de mejores condiciones para que después apareciesen los primeros asentamientos. Entonces, las redes de transporte pasaron de ser rutas de migración a vías de comunicación para transportar e intercambiar bienes. En la actualidad, los humanos vivimos en megaciudades con dinámicas particulares de traslado de personas, dando lugar, a sistemas de transporte público colectivo. En este respecto, se persiguen tres objetivos: maximizar la capacidad de ciudadanos que se pueden trasladar, maximizar la conectividad en la ciudad y minimizar el costo de la movilidad. Maximizar el beneficio mientras se minimiza el costo es complejo, pero se puede alcanzar un equilibrio mediante la implementación de estrategias modernas de diseño y el aprovechamiento de nuevas tecnologías. Dentro de las ciencias de la computación, y en particular en el área de la inteligencia artificial, existen mecanismos de optimización a problemas de enrutamiento geométrico, como es el caso del diseño de las rutas que recorren los autobuses en el sistema de transporte público. Esta tesis plantea la analogía entre el proceso de diseño de redes de transporte y el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC, por sus siglas en inglés del Minimum-Length Corridor), clasificado como problema NP-Duro, considerado computacionalmente intratable. Las instancias sobre las cuales se ejecutan los algoritmos heurísticos desarrollados en este trabajo de investigación se construyen a partir de información geográfica, con el objetivo de diseñar una red de transporte en función del diseño de la ciudad de Querétaro y la distribución equidistante de paradas oficiales. Los resultados obtenidos se contrastan con el diseño de las rutas de transporte del sistema QroBus.

Palabras Clave: Algoritmos, MLC, Heurísticas, Optimización, Movilidad, Transporte.

Abstract

Transport networks have existed since human beings were nomads, migrating in search of better conditions until later the first settlements would appear. Then, the transport networks went from through being migration routes to communication routes to transport and exchange goods. Nowadays, humans live in megacities with particular dynamics of travels within the cities, giving rise to collective public transport systems. In this regard, three objectives are pursued: to maximize the capacity of citizens who can move, to maximize connectivity in the city, and to minimize the cost of mobility. Maximizing profit while minimizing cost is complex, but a balance can be achieved through the implementation of modern design strategies and by taking advantage of new technologies. Within the computer sciences, and particularly in the area of artificial intelligence, there are optimization mechanisms for geometric routing problems, such as the design of the routes that buses travel in the public transport system. This thesis raises the analogy between the transportation network design process and the Minimum Length Corridor (MLC) problem, classified as a NP-Hard problem, considered computationally intractable. The instances on which the heuristic algorithms developed in this research work are executed, are built from geographic information, with the aim of designing a transport network based on the design of the city of Querétaro and the equidistant distribution of official stops. The results obtained are contrasted with the design of the transport routes of the QroBus system.

Keywords: Algorithms, MLC, Heuristics, Optimization, Mobility, Transportation

ÍNDICE GENERAL

Dedicatoria

Reconocimientos

Resumen

Abstract

Índice General I

Índice de Figuras II

Índice de Algoritmos III

Índice de Tablas IV

Acrónimos V

1 Introducción 1

1.1 Planteamiento del Problema..... 4

1.1.1 Morfología Urbana..... 4

1.1.2 Estrategias de diseño de redes de transporte..... 8

1.1.3 El Problema MLC..... 12

1.2 Justificación..... 15

1.3 Antecedentes..... 16

1.3.1 Análisis de Movilidad Urbana..... 16

1.3.2 Squaresville..... 18

1.3.3 Heurísticas..... 22

1.4 Hipótesis y Objetivos.....	24
2 Metodología	25
2.1 Heurística p-MLC.....	26
2.2 Heurística p-MLC-R.....	30
2.3 Grafo de la ZMQ.....	31
2.4 Heurística p-MLC-M.....	38
2.5 Comparativa de redes de transporte.....	40
3 Resultados.....	44
4 Conclusiones	54
5 Referencias.....	59
Anexo A	62

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Red del metro en Washington D. C.	3
Figura 2. Diseño de red de autobuses en Washington D.C.	3
Figura 3. Estructura Mono céntrica.....	4
Figura 4. Estructura Policéntrica.....	5
Figura 5. Estructura Compuesta.....	6
Figura 6. Mancha urbana de la ZMQ.....	7
Figura 7. Red Radial.....	8
Figura 8. Red Dispersa.....	9
Figura 9. Oferta de rutas de transporte público.....	10
Figura 10. Superposición de rutas de transporte público.....	11
Figura 11. Descripción gráfica del problema MLC.....	13
Figura 12. Problemas P y NP.....	14
Figura 13. Líneas de deseo de desplazamiento.....	17
Figura 14. Origen y Destino de viajes en autobús.....	18
Figura 15. Tres configuraciones de Squaresville.....	20
Figura 16. Índice de accesibilidad para las configuraciones	21
Figura 17. Comparativa de heurísticas implementadas.....	23
Figura 18. Instancia p-MLC.....	26
Figura 19. Definición de puntos indispensables p-MLC.....	27
Figura 20. Resultado parcial para una instancia de p-MLC.....	28

Figura 21. Resultado para las instancias de p-MLC.....	28
Figura 22. Soluciones óptimas para instancias de p-MLC.....	29
Figura 23. Resultados para instancias p-MLC-R.....	30
Figura 24. Ejemplo de selección de vértices.....	33
Figura 25. Vértices y aristas seleccionadas de la ZMQ.....	34
Figura 26. Grafo equivalente de la ZMQ.....	35
Figura 27. MCST de ZMQ, pro Prim.....	37
Figura 28. Solución al MLC de la ZMQ.....	39
Figura 29. Red de transporte del sistema MLC.....	40
Figura 30. Red de transporte del sistema QroBus.....	41
Figura 31. Superposición de las redes de transporte.....	42
Figura 32. Segmentos compartidos en ambos sistemas	43
Figura 33. Tres posibles combinaciones Origen-Destino.....	44
Figura 34. Vialidades no usadas en la red MLC	48
Figura 35. Ruta 20, MLC en rojo y QroBus en azul.....	49
Figura 36. Ruta 43, MLC en rojo y QroBus en azul.....	50
Figura 37. Ruta 51, MLC en rojo y QroBus en azul.....	51
Figura 38. Ruta 58, MLC en rojo y QroBus en azul.....	52
Figura 39. Ruta 105, MLC en rojo y QroBus en azul.....	53
Figura 40. Vértices más cercanos a 13 universidades de la ZMQ..	56
Figura 41. Corredor que une los 13 vértices más cercanos a 13 universidades de la ZMQ.....	57

ÍNDICE DE ALGORITMOS

1. Heurística p-MLC.....	29
2. Heurística p-MLC-R.....	30
3. Algoritmo de Prim.....	36
4. Heurística p-MLC-M.....	38

Dirección General de Bibliotecas de la UAG

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Comparación de rutas de sistema QroBus y MLC.....	45
Tabla 2. Comparación de Índice de superposición de sistemas QroBus y MLC.....	54

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

ACRÓNIMOS

GC-IE	Gravity Center - Intersecting Edges
GC-PO	Gravity Center - Polygon Ordering
GSHC	Greedy Search Heuristic - Cycle
GSHP	Greedy Search Heuristic - Path
GSHT	Greedy Search Heuristic Tree
GSHT-R	Greedy Search Heuristic - Tree Reduced
INEGI	Instituto Nacional de Estadística y Geografía
IQT	Instituto Queretano del Transporte
MCA	Minimum Cost Arborecense
MCA-R	Minimum Cost Arborecense - Reduced
MCST	Minimum Cost Spanning Tree
MCST-R	Minimum Cost Spanning Tree - Reduced
MLC	Minimum Length Corridor
p-MLC	Point - Minimum Length Corridor
p-MLC-R	Point - Minimum Length Corridor - Rectangular
p-MLC-M	Point - Minimum Length Corridor - Map
SV	Shared Vertices
ZMQ	Zona Metropolitana de Querétaro

1 INTRODUCCIÓN

Las redes de transporte han existido desde que el ser humano era nómada, migrando en busca de mejores condiciones, para que después apareciesen los primeros asentamientos. Las redes de transporte entonces pasaron de ser únicamente rutas de migración a vías de comunicación para transportar e intercambiar bienes. En la actualidad, los humanos vivimos en megaciudades con dinámicas particulares de traslado de personas, dando lugar, entre otros, a sistemas de transporte público colectivo. La primera compañía de transporte público colectivo se creó en Nantes, Francia en el año 1826 por Stanislaw Brudy bajo el nombre de *Enterprise Générale des Omnibus* (Bibliothèque Nationale de France, 2018). La existencia de un sistema de transporte público colectivo en una ciudad es algo común en la actualidad, y el correcto diseño de estas redes es relevante para el desarrollo próspero de las ciudades.

El problema de planificación de la red de transporte público ha sido identificado y explicado por Thompson et al (1976), Mees (2010) y Nielsen et al. (2005). El trabajo de Mees muestra que los sistemas de transporte público pueden ofrecer un mayor nivel de calidad de servicio si proporcionan una red interconectada de transferencias, para que el pasajero seleccione de la red completa la combinación de segmentos de ruta necesarios para emprender su viaje. Este enfoque de planificación de red significa no proporcionar rutas dedicadas para satisfacer las demandas específicas individuales de los pasajeros, en su lugar, se debe proporcionar una red de servicios de transporte que permita una amplia gama de viajes potenciales Jago y Mess (2011). En general se puede decir que una red bien diseñada atiende cinco principios básicos de diseño, por lo que una red consiste en:

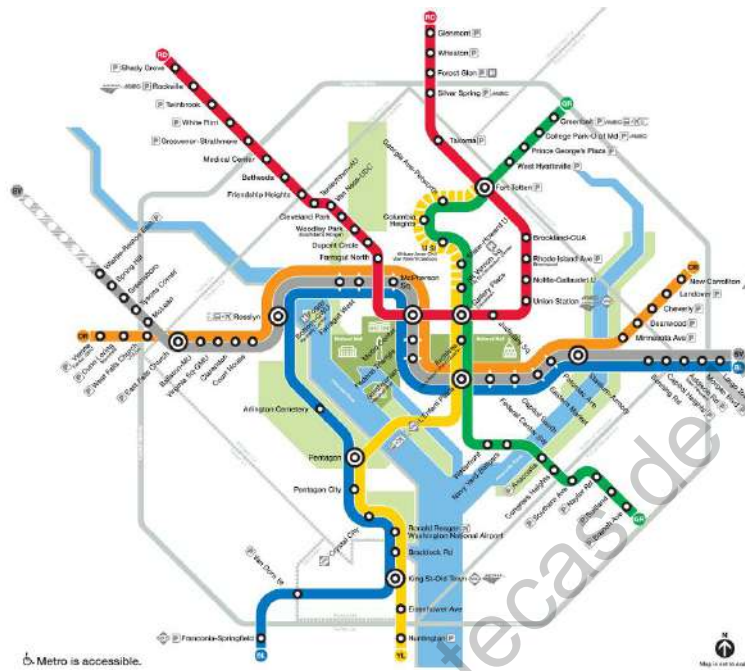
1. Una estructura de red simple y directa: Esto es, proporcionar rutas directas y simples, cuyo recorrido puede recordarse fácilmente, ya sea como trayecto individual o como combinación de segmentos dentro de la red.
2. Jerarquía de líneas en la red: Las redes de transporte público requieren una jerarquía de líneas interconectadas que difieren en capacidad y velocidad.

3. Un plan de velocidad, consistencia y confiabilidad: Se refiere a vehículos que pueden viajar rápido a lo largo de rutas con una dependencia mínima de otro tráfico o intersecciones para garantizar la fiabilidad. Se requiere de intervenciones para priorizar a los vehículos de transporte público, a través del derecho de paso, carriles dedicados y prioridad en las intersecciones. Las líneas deben operar horarios consistentes y amplios, permitiendo que los tiempos de servicio se memoricen más fácilmente que patrones inconsistentes y, por lo tanto, pueden evitar la necesidad de consultar horarios.

4. Coordinación de transferencias convenientes: Esto es, proporcionar una estructura básica de líneas que funcionan a alta frecuencia para que los tiempos de espera en las paradas en estas líneas sean mínimos y no se requieran horarios.

5. Una red con información clara y concisa: La información clara y accesible para los pasajeros es un elemento clave de las redes de transporte público. Las paradas deben proporcionar información suficiente para que los pasajeros puedan ubicar la parada dentro de la red de transporte público y navegar entre rutas.

Un ejemplo de un sistema de transporte público bien diseñado es la unión de las redes de transporte subterráneo Metro (Figura 1) y de autobuses de la ciudad de Washington D. C. (Figura 2). La red de transporte Metro tiene una cobertura más extensa, viaja a una velocidad mayor, tiene capacidad de trasladar a un mayor número de personas y tiene menos paradas, mientras que la red de autobuses brinda servicio a zonas de interés específicas de la ciudad con una capacidad de traslado menor. Las rutas de ambas redes están compuestas en su mayoría por trayectos rectilíneos y el transbordo entre líneas de Metro y de autobuses es sencilla, pues al menos algún punto de las rutas de autobuses es una estación de Metro. La diferencia de velocidad y capacidad de carga constituye también una jerarquía en la red de transporte.



Nota. Adaptado de *Color System Map* [Mapa], de WMATA, 2019, [wmata.com \(https://www.wmata.com/service/status/details/june-25-changes-espanol.cfm\)](https://www.wmata.com/service/status/details/june-25-changes-espanol.cfm)

Figura 1. Red del metro en la ciudad de Washington D. C.



Nota. Adaptado de *District of Columbia* [Mapa], de WMATA, 2019, [wmata.com\(https://www.wmata.com/schedules/maps/upload/0_WMA_MAG_DC_21x34_200525.pdf\)](https://www.wmata.com/schedules/maps/upload/0_WMA_MAG_DC_21x34_200525.pdf)

Figura 2. Red de autobuses en la ciudad de Washington D. C.

1.1 Planteamiento del Problema

1.1.1 Morfología Urbana

La morfología urbana estudia la configuración de las ciudades. Existen tres categorías morfológicas urbanas (Bertaud, 2004) que describen la forma en que el espacio está siendo ocupado y su relación con el trazo vial. Lemoine y Predali (2017) establecen que la relación de las estructuras morfológicas de las ciudades con sus sistemas de transporte puede ser descrita de la siguiente forma:

Estructuras Mono céntricas: Las ciudades mono céntricas crecen y se desarrollan alrededor de un núcleo, donde predomina un mercado laboral unificado. Esto ocasiona que la población busque asentarse cercana a las fuentes de empleo para disminuir el tiempo y costo de trasladarse, por lo que la densidad poblacional es mayor hacia el núcleo de la ciudad, pero disminuye conforme se aleja del centro. Los trayectos de desplazamiento son cortos en el centro de la ciudad y existen trayectos largos y con distribución radial para trasladar a los pobladores desde y hacia la periferia. (Figura 3).

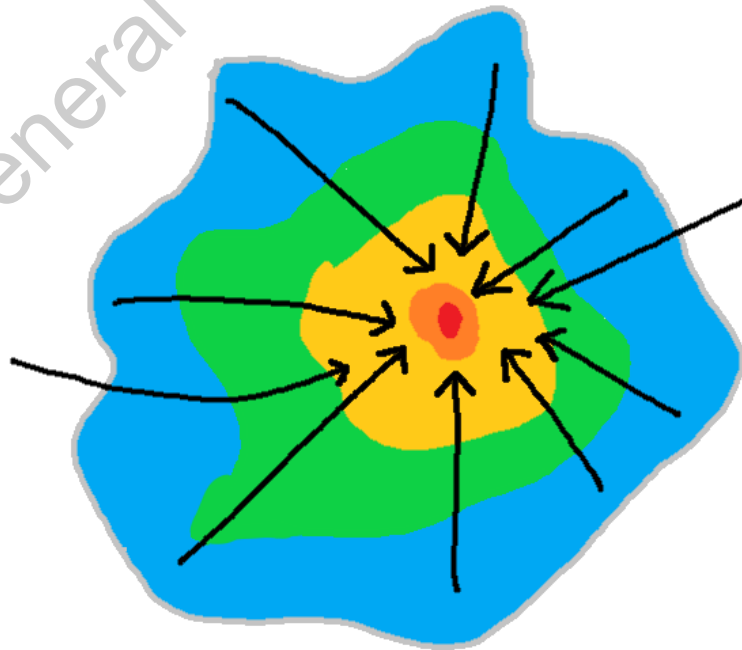


Figura 3. Estructura Mono céntrica

Estructuras Policéntricas: En estas ciudades no existe una zona dominante, pero cuenta con varios polos que atraen a las personas desde cualquier asentamiento dentro de la ciudad. Esta interacción genera patrones de traslado específicos y muy diversos; los viajes tienen una elevada dispersión tanto de origen como de destino. La presencia de una estructura policéntrica generalmente ocurre cuando dos o más ciudades se han expandido y unido con ciudades colindantes. (Figura 4).

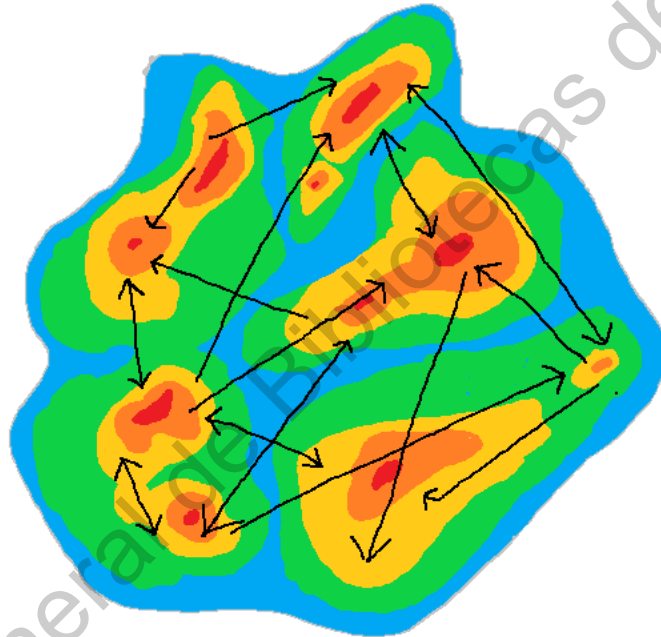


Figura 4. Estructura Policéntrica

Estructuras Compuestas: La mayoría de las ciudades se encuentran dentro de esta categoría. Por lo general son ciudades que comienzan con estructuras mono céntricas, pero al expandirse la mancha urbana, prolifera la aparición de nuevas zonas que concentran fuentes de empleo, además de que la periferia comienza a colindar con otras ciudades. Sin embargo, aún es mayor la influencia del propio centro de la ciudad. (Figura 5).

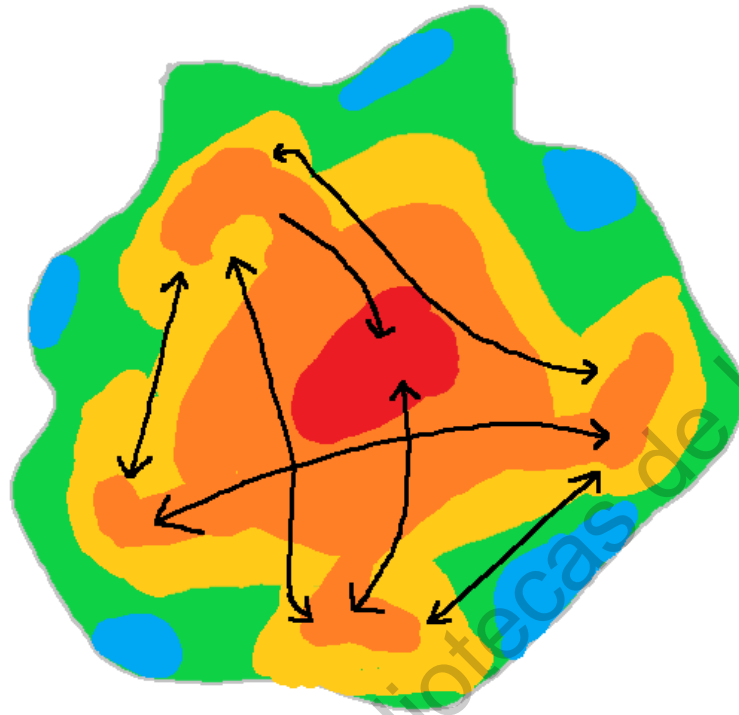


Figura 5. Estructura Compuesta

La Zona Metropolitana de Querétaro (ZMQ) es el conjunto de las poblaciones conurbanas y relacionadas por su cercanía, que se extiende en 3 municipios del estado de Querétaro: Corregidora, El Marqués y Santiago de Querétaro. Se encuentra en la categoría de estructura compuesta, pues existen fuentes de empleo en distintas zonas de la ciudad y grupos de vivienda igualmente dispersos, siendo el centro histórico del municipio de Santiago de Querétaro el núcleo de la estructura y una zona con alta relevancia. De acuerdo con el INEGI (2015), en 45 años (1970 – 2015) la población de la ZMQ creció 5.6 veces, mientras que la superficie de la mancha urbana creció 36.3 veces. En el año 2015 la ZMQ contaba con una población aproximada de 1,216,890 habitantes (Figura 6).

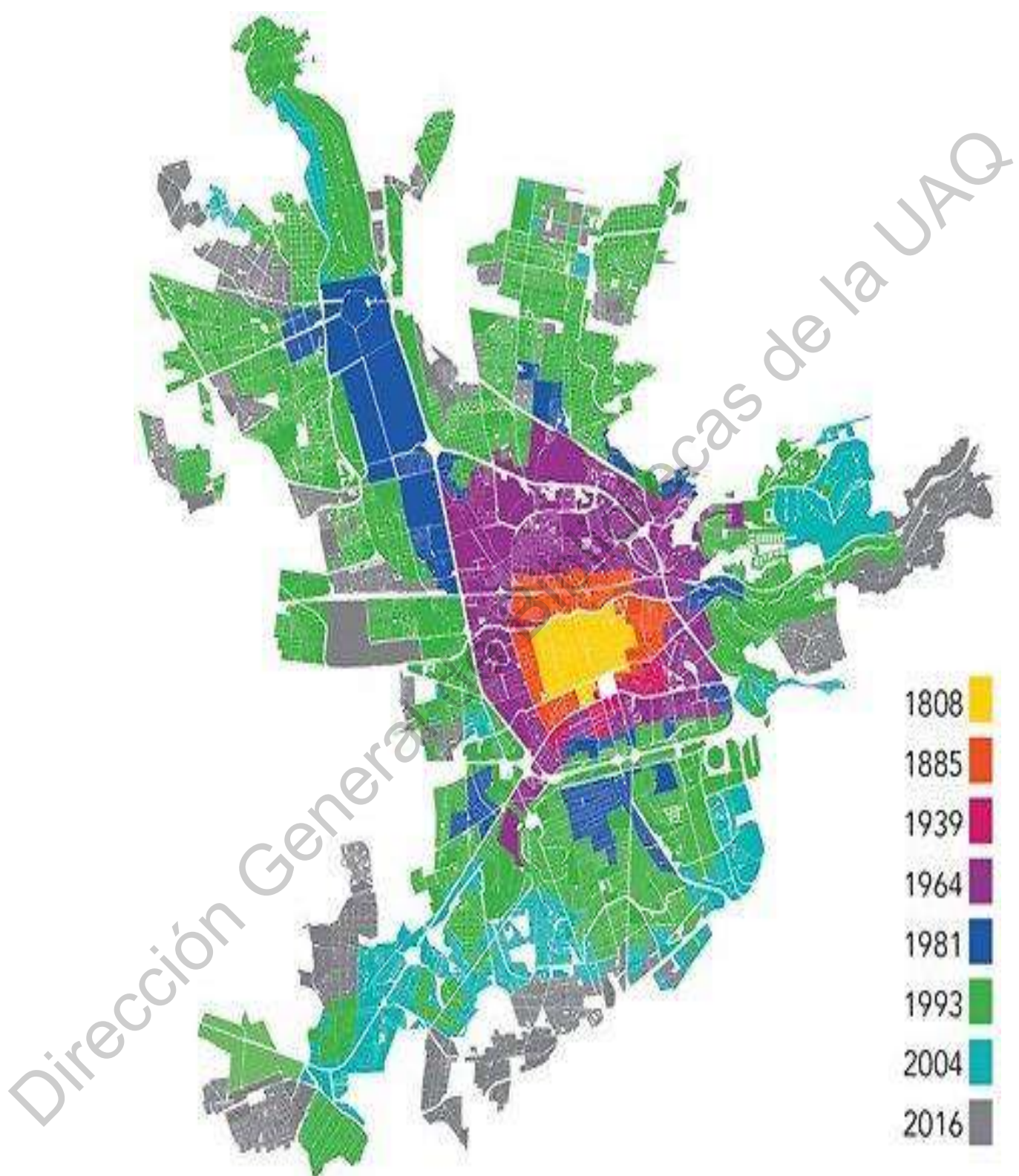


Figura 6. Mancha urbana de la ZMQ.

1.1.2 Estrategias de diseño de redes de transporte

Las redes de transporte público tienden a reflejar la morfología de las ciudades a las que pertenecen, y de igual forma deben modificarse conforme al tiempo y las nuevas necesidades de traslado (D´Arcier, 2013). Sin embargo, hacer modificaciones a la infraestructura vial con la intención de privilegiar los deseos de traslado de sus habitantes es muy caro, por lo que se debe seleccionar cuidadosamente las vialidades que recorrerán los autobuses del servicio de transporte público.

Se han descrito distintas estrategias en el despliegue de redes de transporte correspondientes al tipo de estructura que caracteriza a la ciudad. Es el caso que una red radial corresponde a ciudades con estructura mono céntricas, mientras que una ciudad con estructura compuesta se beneficia de una red dispersa (Thompson, 1997).

Red Radial: Tiene una distribución radial, con un patrón distintivo de rutas hacia el núcleo de la ciudad, viajes cortos en el centro de la ciudad y poca interconectividad en la periferia lo que hace imposible atravesar la ciudad sin transbordar (Figura 7).

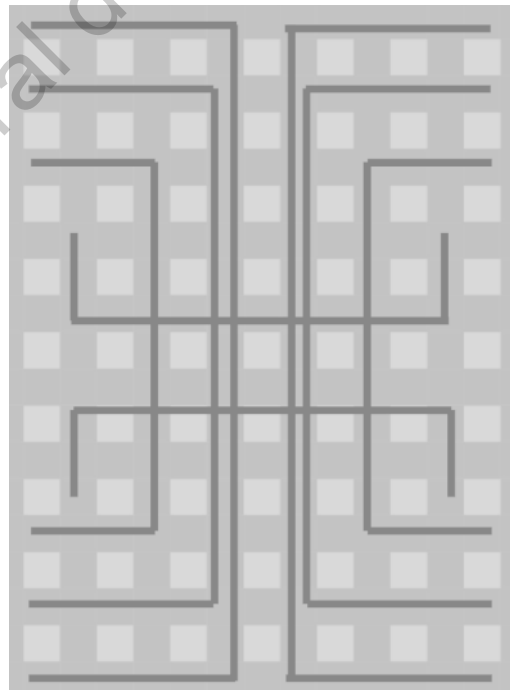


Figura 7. Red Radial

Red Dispersa: Existen interconexiones en la periferia de la ciudad, lo que disminuye la relevancia de considerar atravesar el centro de la ciudad en la selección de trayectos de ruta, teniendo la posibilidad de cruzar la ciudad sin necesidad de transbordar. (Figura 8).

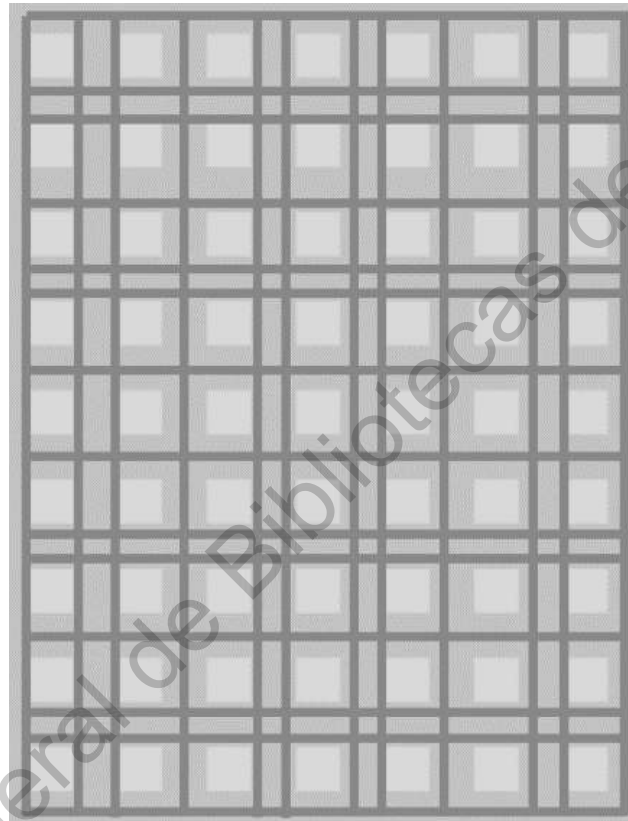


Figura 8. Red Dispersa.

El sistema de transporte de la ZMQ se puede clasificar como una red radial debido a la influencia del centro de la ciudad. De acuerdo con datos del Instituto Queretano del Transporte (2016), la red de transporte está compuesta por 76 rutas individuales, que recorren 2,968.37 km., haciendo uso de 747.94 km. de vialidades (Figura 9).

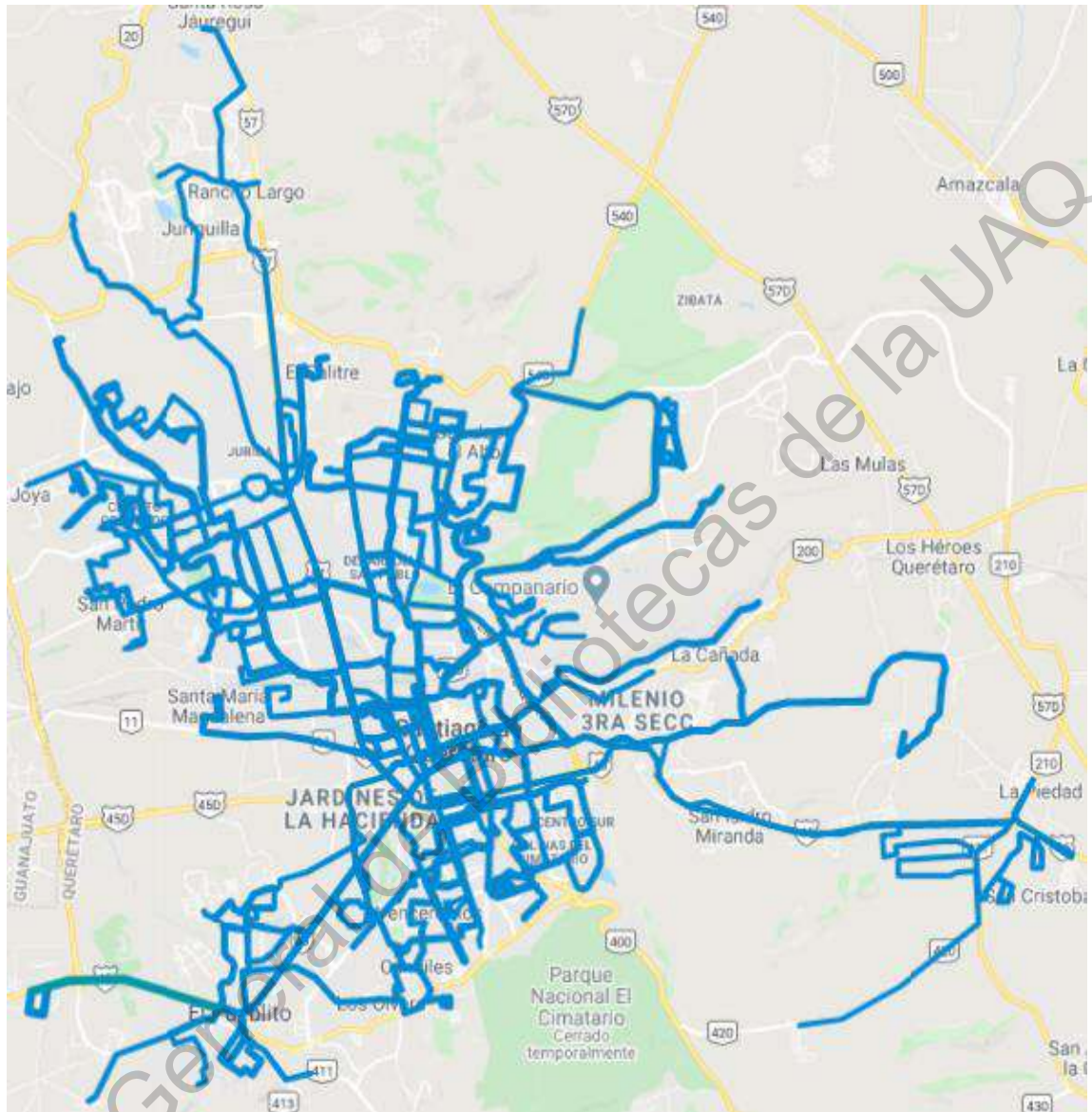


Figura 9. Oferta de rutas de transporte público.

Una estadística especialmente relevante para este caso de estudio es el índice de superposición, el cual mide el grado que algunas rutas del transporte público transitan por los mismos segmentos de vialidades, sin tener necesariamente el mismo destino u origen. El índice se obtiene al dividir el número total de kilómetros recorridos por las rutas entre el número de kilómetros utilizados por la red vial. Para la ZMQ en el año 2015 el índice de superposición resultó ser de 3.96 rutas/km., es decir hay rutas del transporte público que

Del Instituto Queretano del Transporte, se produjeron los siguientes parámetros. La demanda total promedio en un día hábil en la ZMQ es de 593.7 mil usuarios, que representa un 48.7% del total de la población, la demanda promedio del sábado resultó ser de 440 mil usuarios, es decir, el 36.1% del total de la población, mientras que para el domingo se tiene una demanda promedio de 270 mil usuarios, aproximadamente el 22.1% del total de la población. De lunes a viernes un autobús transita en promedio 6.13 veces o vueltas su ruta trazada, es decir, inicia la ruta desde un punto determinado y regresa a ese mismo punto para comenzar nuevamente ese número de vueltas. Durante el sábado se tiene un promedio de 6.04 vueltas al día por autobús; y el domingo un promedio de 5.71 vueltas al día por autobús. Para atender a los usuarios en estos recorridos existen 1,050 paradas, con una distancia promedio entre ellas de 450 metros, así como otros lugares de ascenso y descenso que funcionan por costumbre o comodidad de los usuarios.

Las variables del estudio del IQT están determinadas empíricamente por el uso del sistema de transporte; como por ejemplo, el número de vueltas promedio diarias, aunque existen ámbitos en los que se pueden generar propuestas de solución que mejoren el servicio, como intervenir en la selección de avenidas y calles, destinando una menor cantidad de calles con una distribución más dispersa para brindar servicio a la población y con ello posiblemente disminuir también el índice de superposición de rutas con un diseño más eficiente de la red. El enfoque de esta tesis es proponer una mejor distribución y enrutamiento.

1.1.3 El Problema MLC

Existen ya paradigmas computacionales con un planteamiento que busca resolver un problema de distribución y enrutamiento, como lo es el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC, por sus siglas en inglés *Minimum Length Corridor Problem*). N. Katoh (2000) planteó por primera vez el problema en la XII Conferencia Canadiense sobre Geometría Computacional (CCCG). El MLC es un problema de enrutamiento geométrico en el cual se establece un límite rectangular R dividido en un conjunto P de polígonos. El propósito del problema *MLC* es definir una solución C consistente en un conjunto de segmentos de línea denominado corredor, que incluya al menos un punto del límite

clase computacional de problemas en la que cualquier solución dada a un problema NP puede ser verificada en tiempo polinomial, pero no hay manera eficaz de encontrar una solución a partir de un algoritmo general, es decir; el tiempo requerido para resolver cualquier problema NP-Duro se incrementa exponencialmente conforme el tamaño del problema crece.

El término P refiere al conjunto de problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing Determinista, la cual, dado un conjunto de reglas prescribe como máximo una acción a realizar, mientras que el término NP refiere al conjunto de problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing No-Determinista, la cual, dado un conjunto de reglas puede prescribir más de una acción a realizar, de manera no determinista. De ello resulta que $P \neq NP$, pues no existe máquina tal que tome acciones de manera no determinada por un conjunto de reglas. Dentro de los problemas NP, existen dos categorías: NP-Completo, que hace referencia problemas de decisión y NP-Duro donde se encuentran los problemas de optimización. (Figura 12).

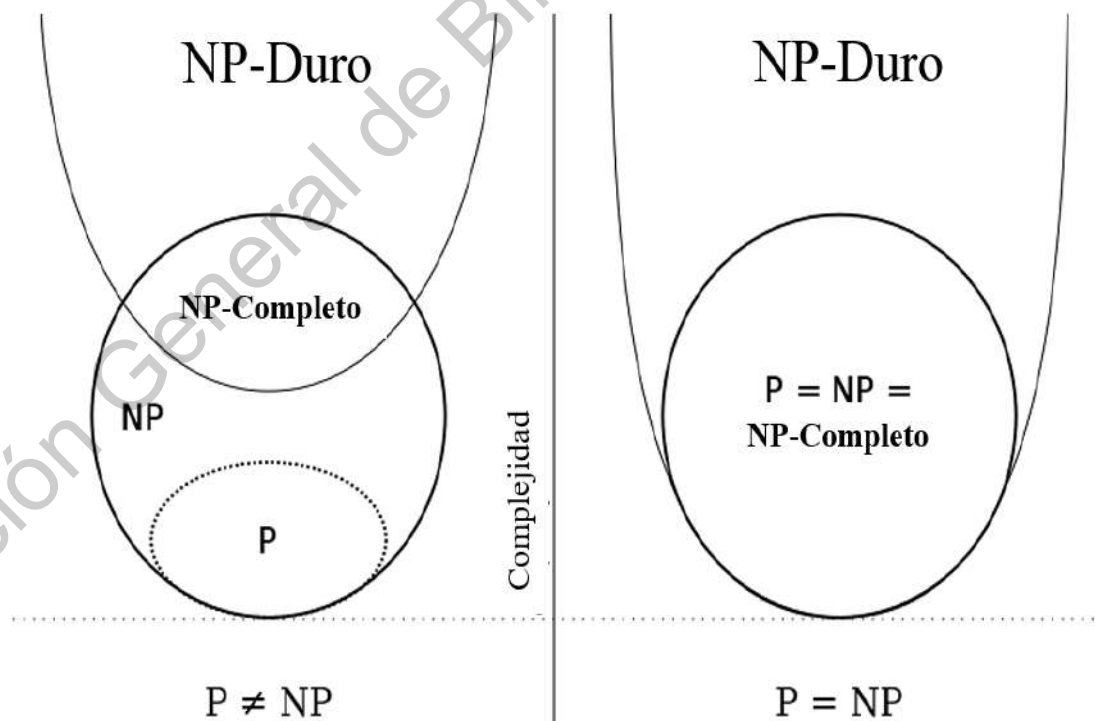


Figura 12. Problemas P y NP.

1.2 Justificación

El Instituto de Matemáticas Clay (CMI, por sus siglas en inglés) creó en mayo del 2000 una lista con los problemas del milenio (*Millennium Prize Problems*). Esta lista incluye los siete problemas matemáticos considerados como los más decisivos del siglo XXI, debido a las implicaciones de encontrar una respuesta a cualquiera de ellos (*Clay Mathematics Institute*, 2018). A continuación, se presenta la lista completa:

1. La conjetura de Riemann.
2. La teoría de Yang-Mills.
3. Las ecuaciones de Navier-Stokes.
4. Problemas P versus NP.
5. La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer.
6. La conjetura de Hodge.
7. La conjetura de Poincaré.

El problema de distribución y enrutamiento de rutas es una generalización el problema MLC, que se clasifica como un problema NP-Duro, las implicaciones de abordar un problema de tal complejidad son motivos académicos importantes. Se ha establecido que los problemas de optimización que pertenecen a la categoría NP-Duro se consideran intratables computacionalmente, ya que no existe un algoritmo eficiente que produzca una solución óptima para cualquier instancia. La naturaleza de los problemas NP-Duro y su dificultad hace evidente suponer que deben ser tratados, a través de algún método diseñado para realizar operaciones que se consideran propias de la inteligencia humana, esto es, mediante técnicas de Inteligencia Artificial.

Por este motivo, se define a la red de transporte público de la ciudad de Querétaro como el caso de estudio específico, sobre el cual se desarrollará la tesis. Concretamente, se pretende usar las calles de la ciudad de Querétaro como el conjunto de líneas S que dividen a la ciudad en polígonos P (manzanas), de tal manera que las rutas de transporte público den

cobertura a la totalidad de la superficie de la ciudad, mientras se recorre una distancia mínima. La tesis abordará al servicio de transporte desde la perspectiva del manejo de la información disponible para proponer modificaciones, a partir de la implementación de algún algoritmo que aproxime un aprovechamiento óptimo de los recursos existentes. Con esto se busca beneficiar directamente a los usuarios del transporte público y a los concesionarios del servicio, además de una larga lista de beneficios indirectos, derivados de un incremento en la eficiencia de la red de transporte público.

1.3 Antecedentes

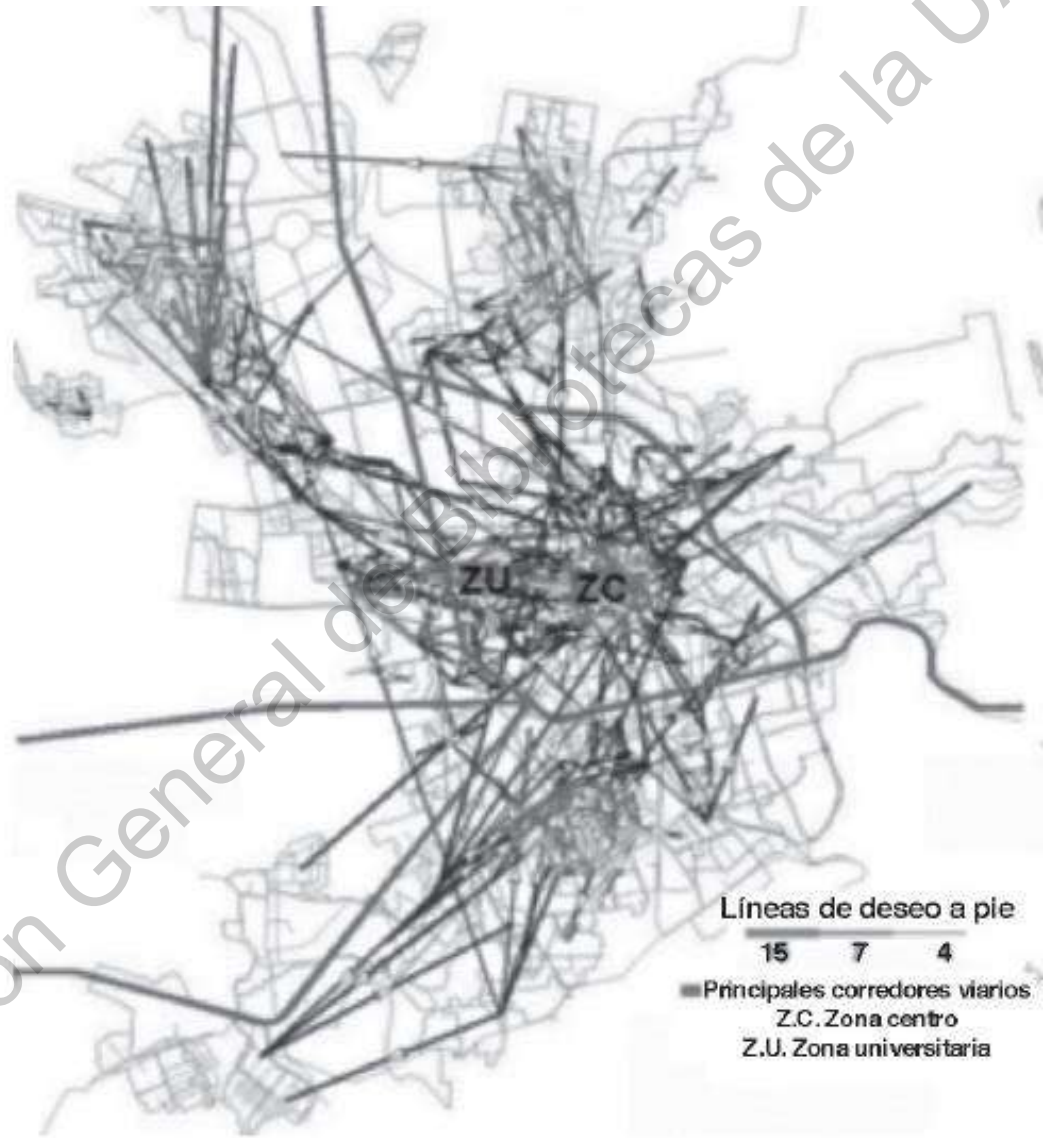
1.3.1 Análisis de Movilidad Urbana

Como consecuencia de la forma en que la ZMQ está constituida, se espera que las dinámicas de traslado sean las propias de una ciudad con estructura compuesta. Sin embargo, es necesario confirmar dicho comportamiento.

Una manera de confirmar este fenómeno de comportamiento de traslado, es hacerlo a través de una encuesta Origen-Destino (Molinero, 2003). En el año 2015 se publicó un análisis de movilidad urbana (Obregón, 2015), que parte de una encuesta Origen-Destino con la intención de identificar patrones de desplazamiento en la ZMQ. En el levantamiento de la encuesta participaron 125 alumnos y alumnas de la Universidad Autónoma de Querétaro, entre el año 2010 y 2011. El tamaño de la población es una muestra con división de estratos poblacionales (Picco, Charre y Álvarez, 2010).

Se consideró a la totalidad de hogares en la ZMQ y siguiendo las recomendaciones de Bruton (1985), Ibeas et al (2007) y también de Ortúzar y Willumsen (2008), se seleccionaron 2,819 hogares a encuestar de un total de 156,600 hogares pertenecientes a 331 Áreas Geoestadísticas Básicas (AGEB), que es la unidad estadística territorial básica del Instituto Nacional de Geografía e Informática de México INEGI (2010).

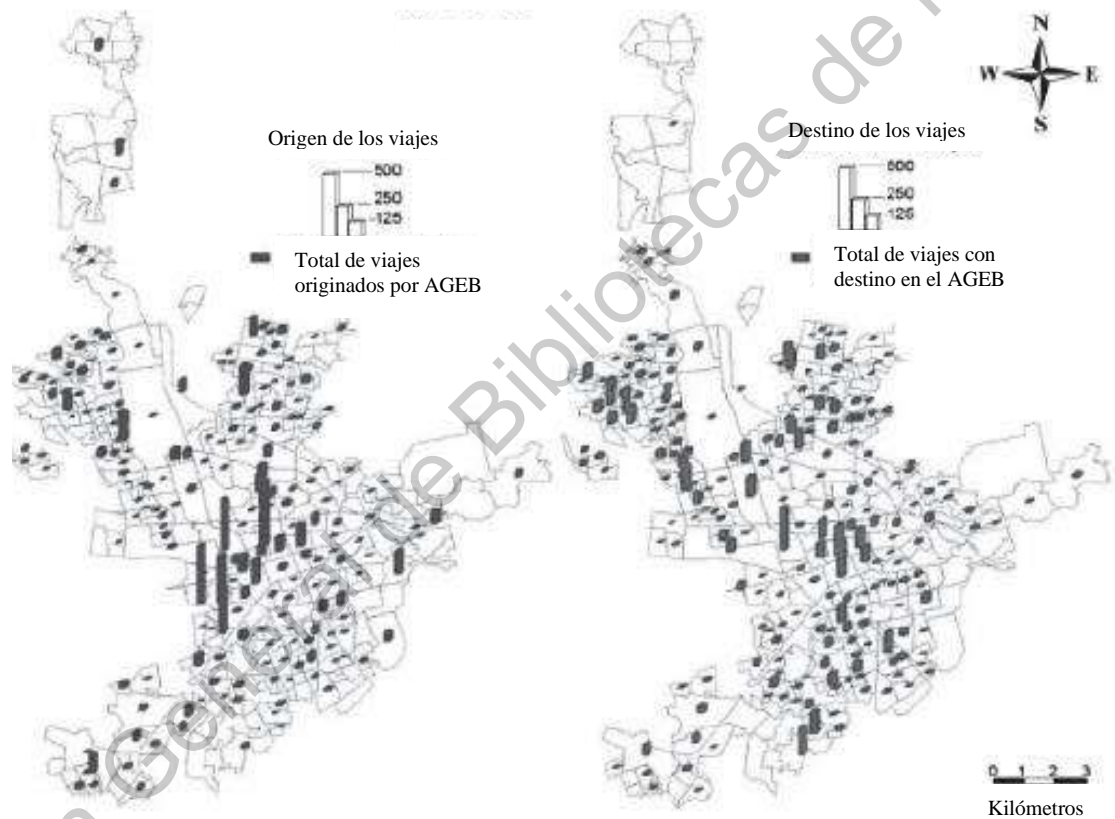
Un dato de interés muy importante para proponer modificaciones al servicio de transporte público, son las líneas de deseo de desplazamiento, que describen el deseo de un posible usuario de transporte público de desplazarse a otra zona de la ciudad de manera libre, sin que dependa su decisión de si existe o no una ruta o combinación de rutas que lo lleven a su destino. (Figura 13).



Fuente: Obregón (2015)

Figura 13. Líneas de deseo de desplazamiento

Las líneas de deseo de desplazamiento confirman la interacción de traslado que se espera de una ciudad con una estructura compuesta, donde existen traslados más cortos en la zona central de la ZMQ, y traslados largos para ir desde un extremo de la ciudad a otro. En este mismo estudio de movilidad se ha producido un mapa compilatorio de frecuencia de origen-destino, ubicados dentro del mapa de la ZMQ (Figura 14), donde se observa la influencia del centro de la ciudad al contar con una elevada frecuencia de origen de viajes.



Fuente: Obregón (2015)

Figura 14. Origen y Destino de viajes en autobús.

1.3.2 Squaresville

El concepto de *Squaresville*, o “Ciudad Cuadrícula”, es una ilustración hipotética introducida por Mess en el 2000, y popularizada por Nielsen en el 2005, que se usa para ejemplificar el desempeño de diferentes configuraciones de redes de transporte público.

Aunque puede decirse que Thompson generalizó la idea en 1997, al criticar al servicio de transporte público en Estados Unidos, el cual operaba en redes radiales aun en ciudades de estructura compuesta, lo que ocasionaba deficiencias en el servicio.

Ambos Mess y Nielsen, usan una ciudad hipotética en forma de malla, es decir, manzanas cuadradas y sobre esta instancia, se propone que existan diez líneas de autobús paralelas que recorren las avenidas norte-sur de *Squaresville*, pero no tienen conexión entre ellas por lo que solo existen 9 destinos por ruta. Si los recursos para *Squaresville* se duplicaran y se añadieran diez nuevos autobuses, ¿Cuál sería la mejor forma de utilizar estos recursos? Una opción sería duplicar la frecuencia de las 10 rutas norte-sur, haciendo el sistema más atractivo. Sin embargo, si los diez autobuses nuevos se utilizaran en 10 rutas este-oeste, la frecuencia del servicio permanecería igual, pero las opciones de destino se incrementarían de 9 a 99 posibilidades.

La comparación de un modelo bidireccional (norte-sur) y uno multidireccional (norte-sur, este-oeste) puede ser una representación evidentemente irreal de la configuración de un sistema de transporte. Sin embargo, el argumento de Thompson sobre la superioridad de una red en forma de cuadrícula multidireccional sobre una red radial es un argumento que vale la pena pensar más detenidamente.

Posteriormente Scheurer (2016) propoe tres configuraciones distintas para el concepto *Squaresville* y las evaluó con un Análisis de Red Espacial para Sistemas de Transporte Urbano Multimodal (SNAMUTS, por sus siglas en inglés *Spatial Network Analysis for Multimodal Urban Transport Systems*). Las tres configuraciones propuestas son las siguientes:

- Una red no jerárquica de siete líneas norte-sur y siete líneas este-oeste que se conectan entre sí.
- Una red radial de múltiples conexiones cuyas líneas conducen todas a través del centro y también se conectan entre sí.
- Una red radial de conexión singular, es decir, el equivalente a una única ruta que describe un trayecto irregular.

Las tres configuraciones tienen una malla de 49 nodos y se asume que hay una densidad de población de 10,000 habitantes en cada uno, a excepción del nodo central con una densidad de 20,000 habitantes. (Figura 15).

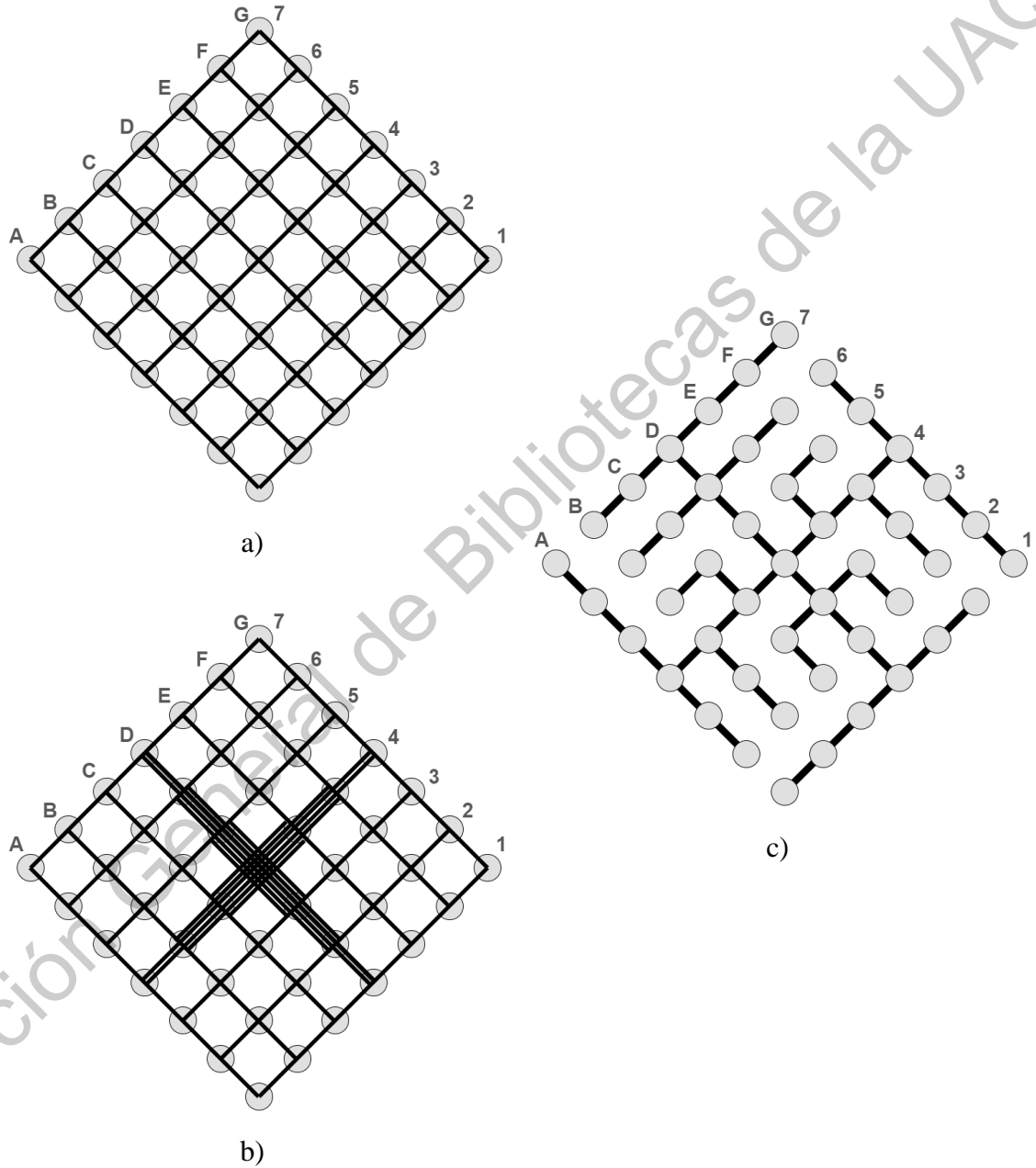


Figura 15. Tres configuraciones de Squaresville, a) Red, b) Radial y c) Radial de conexión singular

El índice de accesibilidad representa la facilidad de movimiento promedio entre cualquier par de nodos en la red, midiendo los tiempos de viaje y frecuencia de servicio. Este índice trata a cada relación nodo-a-nodo en la ciudad por igual, Las cifras más bajas indican mejor accesibilidad del nodo dentro de la red, (Figura 16).

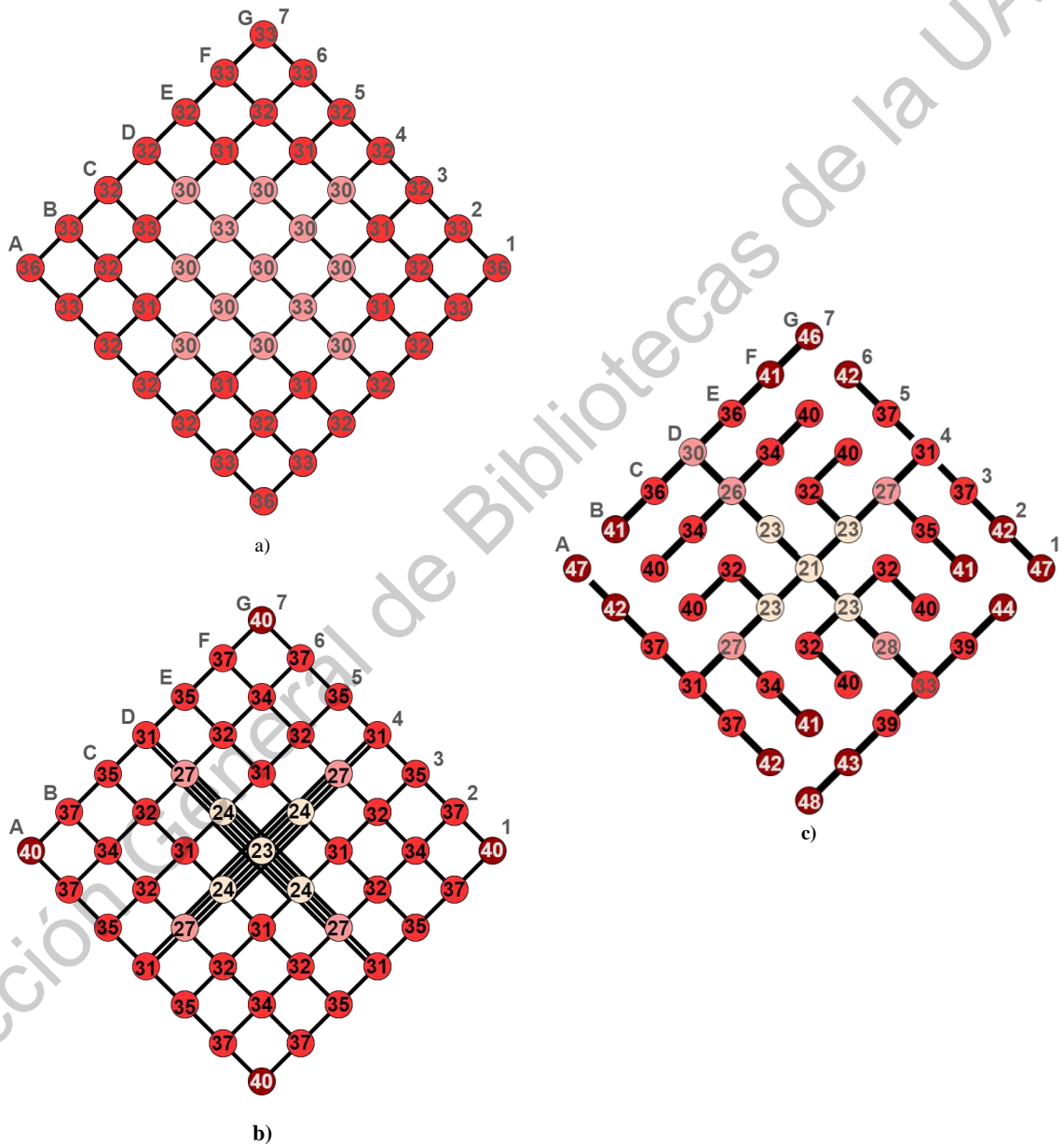


Figura 16. Índice de accesibilidad para las configuraciones a) Red, b) Radial y c) Radial de conexión singular.

Al evaluar la accesibilidad de los nodos, que representa la facilidad de movimiento entre cualquier par de nodos en la red, midiendo la distancia, frecuencia de servicio y tiempo de viaje, se demuestra que la red radial de conexión singular requiere de menos recursos para operar al utilizar una menor cantidad de avenidas, además de que la accesibilidad en el centro de la red es mejor en comparación a las demás configuraciones. El aspecto negativo de esta configuración es que se observa una disminución de accesibilidad en la periferia de la red, al hacer imposible conectar extremos de la red de forma directa.

1.3.3 Heurísticas

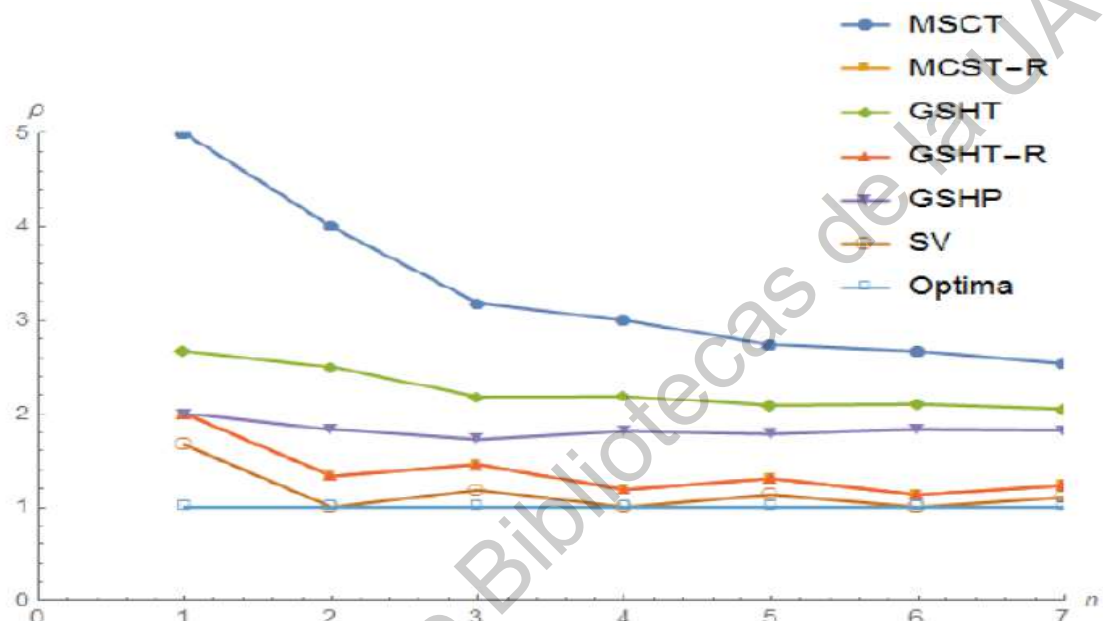
Un algoritmo es una secuencia finita de operaciones utilizadas para realizar una tarea, cuya implementación ofrece una solución a un problema. Decimos que un algoritmo tiene una complejidad en tiempo $O(f(n))$ si el tiempo empleado por el algoritmo para resolver cualquier problema de tamaño n , es a lo más el tiempo $f(n)$. Al resolver problemas de optimización, existe la siguiente clasificación de algoritmos:

Algoritmos de Aproximación: Un algoritmo de aproximación no necesariamente produce soluciones óptimas, lo que garantiza es un rango de precisión y son eficientes, esto es, demanda tiempo polinomial.

Algoritmos Heurísticos: Son algoritmos que producen buenas soluciones sin ninguna garantía de ser óptimas. A su vez, por lo general toman un tiempo de ejecución mucho menor comparado a un algoritmo de aproximación.

La investigación que antecede a esta tesis es un proyecto titulado Redes de Transporte en Ciudades Virtuales (Madera, 2016) en la cual se implementan algoritmos heurísticos para aproximar resultados al problema del Corredor de Longitud Mínima, aplicada a un modelo aproximado de la infraestructura vial de la ciudad de Querétaro. El resultado de esa investigación produjo heurísticas con un factor de aproximación óptimo en tiempo cuadrático y polinomial en mallas cuadradas similares a las instancias de *squaresville*, con el objetivo de encontrar una configuración más eficiente de red radial de conexión singular.

A continuación, se muestran la comparación de la razón de aproximación de seis heurísticas: MCST (*Minimum Cost Spanning Tree*), MCST-R (*Minimum Cost Spanning Tree Reduced*), GSHT-R (*Greedy Search Heuristic Tree - Reduced*), GSHP (*Greedy Search Heuristic - Path*) y SV (*Shared Vertices*) (Figura 17).



Madera, Miguel. (2016). Red de transporte en Ciudades Virtuales [Figura].

Figura 17. Comparativa de heurísticas implementadas.

Los resultados obtenidos muestran que la mejor heurística es la estrategia de vértices compartidos. Cuando se aplica a las mallas, esta heurística llega a la solución óptima en los casos donde el número de aristas y vértices n es impar.

1.4 Hipótesis y Objetivos

Hipótesis

Se puede diseñar una red de transporte público, que garantice la cobertura del servicio al total de la superficie, mientras se utiliza una cantidad mínima de recursos, al recorrer una distancia menor a la actual y disminuir el índice de superposición.

Objetivo General

El objetivo general es proponer un diseño de rutas de transporte público colectivo, a partir de soluciones producidas por un algoritmo para el problema del Corredor de Longitud Mínima, en el contexto del tránsito vehicular de la ciudad de Querétaro, que asegure una cobertura de servicio al total de la superficie.

Objetivos específicos

1. Definir un conjunto de parámetros que permitan describir cuantitativamente el servicio de transporte público.
2. Identificar los subproblemas del Problema del Corredor de Longitud Mínima y distintos mecanismos de enrutamiento en instancias construidas con datos sintéticos.
3. Simplificar el planteamiento del problema del Corredor de longitud Mínima a través de preprocesamiento de datos en instancias construidas con datos sintéticos.
4. Definir un área específica para modelar una estructura de datos sobre la cual efectuar simulaciones y análisis en instancias construidas con datos geográficos de la ZMQ.
5. Modelar un grafo planar consistente con la infraestructura vial de la ciudad de Querétaro.
6. Proponer subgrafos para cada ruta de transporte público.
7. Evaluar las propuestas generadas a partir del algoritmo heurístico desarrollado en este trabajo de investigación, con el objetivo de verificar que las soluciones propuestas impliquen una mejora en el servicio.

2 METODOLOGÍA

Habiendo establecido que el problema MLC es un problema de optimización NP-Duro, es posible afirmar que puede ser tratable para ciertas instancias. De la misma forma en que un problema grande puede dividirse en problemas más pequeños, un algoritmo para un problema complejo puede construirse combinando algoritmos para problemas simples, lo que implica que la complejidad del algoritmo puede ser acotada por la composición de complejidades de otras funciones o algoritmos, luego, cualquier algoritmo construido a partir de algoritmos polinomiales será un algoritmo de orden polinomial de igual forma. Los algoritmos heurísticos son también llamados algoritmos basados en el conocimiento o simplemente heurísticas, se pueden agrupar en dos categorías, Métodos constructivos y Métodos de búsqueda. Los primeros son capaces de construir una solución a un problema dado, y la forma de construir la solución depende fuertemente de la estrategia seguida. Los segundos parten de una solución factible dada por el diseñador y a partir de ella intentan mejorarla.

El método empleado en el diseño de los algoritmos heurísticos descritos en este proyecto de investigación es el método constructivo, y se siguen dos estrategias clave: la descomposición y la reducción. Primero se divide sistemáticamente el problema en subproblemas más pequeños. Este proceso se repite generalmente de forma recursiva, hasta que se tenga un tamaño de problema en el que la solución a dicho subproblema es trivial. Después el algoritmo combina las soluciones obtenidas hasta que se tenga la solución al problema original. Finalmente se identifican características que contienen las soluciones buenas conocidas y se asume que la solución óptima también las tendrá. De esta forma se puede reducir drásticamente la complejidad de las etapas necesarias para resolver cualquier instancia.

Consideraremos un límite superficial de ancho n y una altura n , dividida en n^2 polígonos de longitud l y altura l , como la primera categoría de instancias del problema MLC. Al buscar una solución que describa un conjunto de líneas C que toque al menos un punto de cada polígono, debemos definir siempre un punto de inicio, el cual se encontrará en el

perímetro del área sobre la cual se trabaja, generalmente en una esquina. Sin pérdida de generalidad, se considera como punto de acceso la esquina superior izquierda, (González, 2016). Esta es una característica relevante que se debe incluir en el nombre de la instancia, por este motivo, una nueva categoría de instancias p-MLC consiste en un límite superficial de $n \times n$ dividido en n^2 polígonos con un punto de inicio en la esquina superior izquierda del límite superficial. (Figura 18).

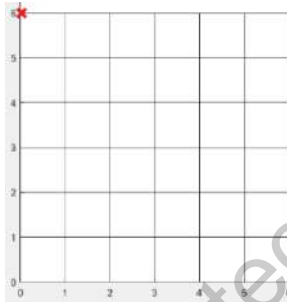


Figura 18. Instancia p-MLC, se indica el punto de inicio con una X roja.

Para el grupo de instancias p-MLC existe una ecuación que describe la longitud mínima con la cual se garantiza que el corredor construido toque al menos un punto de cada polígono (González, 2006). Se define de la siguiente manera (Ecuación, 1).

$$f^* = \left\lceil \frac{n^2}{2} \right\rceil$$

Ecuación 1. Donde f^* es la solución óptima y n el tamaño de la instancia.

2.1 Heurística p-MLC

Antes de construir un algoritmo heurístico que dibuje la solución óptima a cualquier instancia p-MLC, se debe describir cada paso necesario para poder obtener soluciones que satisfagan las condiciones del problema MLC. El primer paso es definir una lista de puntos dentro de nuestro límite superficial que deben ser incluidos dentro del corredor de manera

indispensable. Se comienza por trazar una red que toque todos los polígonos, excluyendo el perímetro del límite superficial, se colorea de azul los polígonos para indicar que se ha tocado al menos uno de sus vértices. Posteriormente se eliminan los segmentos de línea que brindan una cobertura duplicada a cualquier polígono, quedando únicamente los segmentos de línea necesarios para cubrir toda la superficie, sin importar que no estén conectados, finalmente añadiremos a nuestra lista de puntos indispensables los cruces de estos segmentos de líneas. (Figura 19).

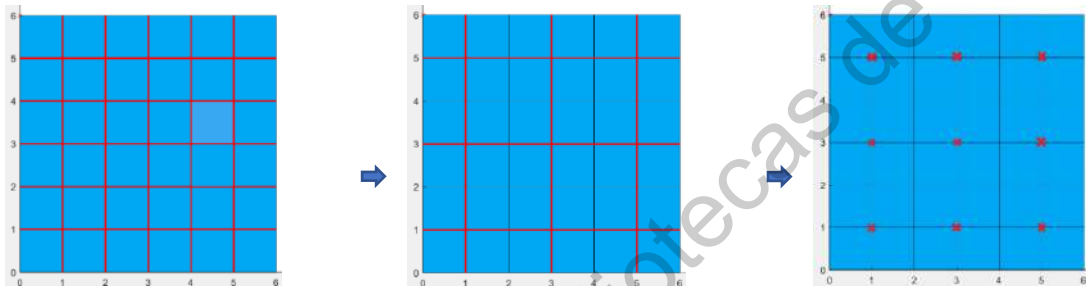


Figura 19. Definición de puntos indispensables en una instancia p-MLC.

La lista de puntos indispensables garantiza que al integrarlos al corredor se logrará la cobertura a toda la superficie. El siguiente paso para la construcción del algoritmo heurístico es comenzar a planear la unión de esos puntos de tal forma que la longitud total sea mínima. Al observar la distribución de los puntos indispensables para cualquier tamaño n de instancias pertenecientes al grupo p-MLC, se identifica la existencia de 3 sub-corredores principales; el límite superior (LS), que es una línea recta que une el punto indispensable superior izquierdo con el punto indispensable superior derecho, el límite inferior (LI), que es una línea recta que une al punto indispensable inferior izquierdo y el punto indispensable inferior derecho, y por último el límite izquierdo (LIZ) que por conveniencia y cercanía al punto de acceso es una línea recta que une al punto indispensable superior izquierdo y al punto indispensable inferior izquierdo. El paso número tres implica la unión de estos sub-corredores con una línea recta. El siguiente paso consiste en unir los puntos indispensables que se encuentran entre LS y LI. Esto se logra trazando una línea recta desde cada punto indispensable que se encuentre en el extremo derecho hasta unirlo con el LIZ, comenzando de abajo hacia arriba. Para instancias de p-MCL donde n sea un número impar, la unión de

puntos indispensables entre LS y LI deberá detenerse cuando se llegue al penúltimo punto indispensable ubicado en el extremo derecho. (Figura 20).

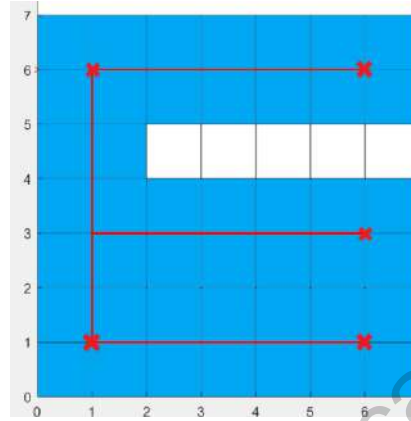


Figura 20. Resultado parcial para una instancia de p-MLC con n igual a 7.

Para las instancias de p-MLC donde n es un número impar mayor a tres, no basta con los pasos anteriores, es necesario definir un proceso que brinde cobertura a la región que no ha sido cubierta al distribuir las líneas de cobertura de manera horizontal, esto se logra al distribuir sub-corredores verticales de longitud uno a lo largo de LS, comenzando en LIZ, con un espaciamiento de dos polígonos, añadiendo uno más al final de LS. (Figura 21).

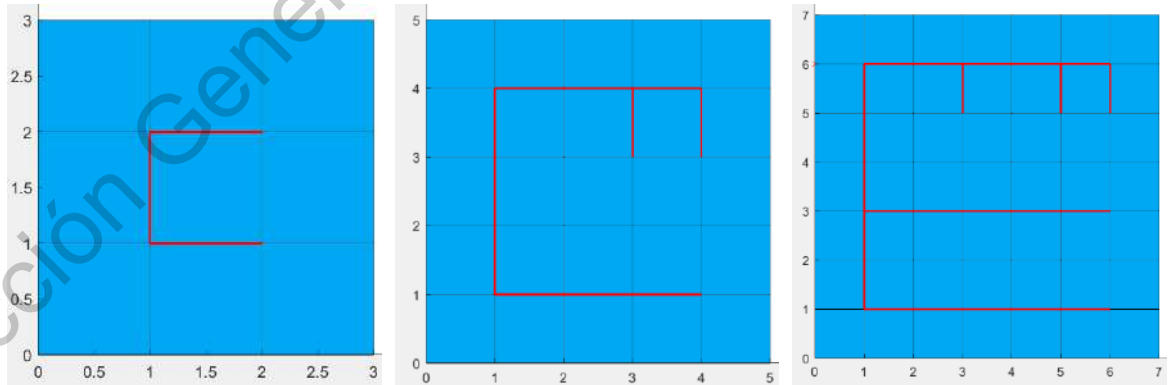


Figura 21. Resultado para las instancias de p-MLC con n igual a 3, 5 y 7 respectivamente.

Por último, debemos unir el corredor resultante al punto de acceso, sin pérdida de generalidad se traza un sub-corredor en forma de L desde el punto de acceso hasta la intersección de LIZ y LS. (Figura 22).

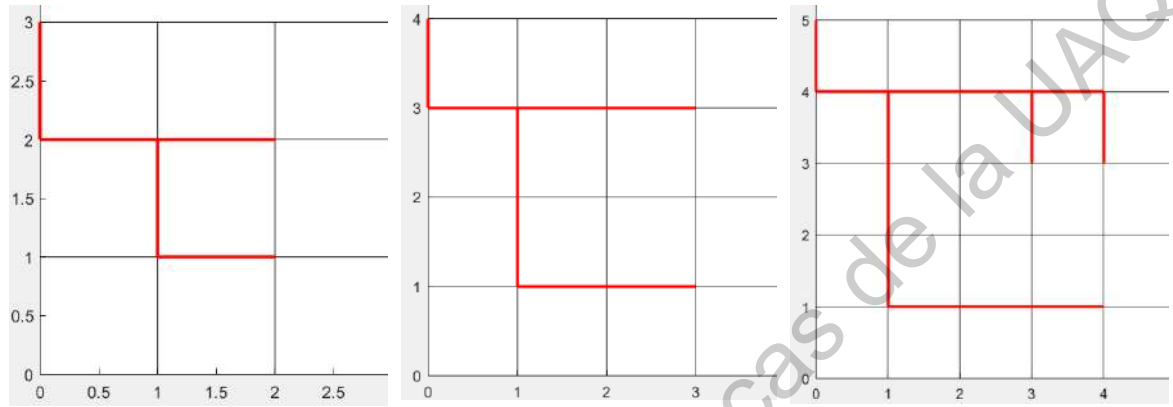


Figura 22. Soluciones óptimas para instancias de p-MLC con n igual a 3, 4 y 5.

Finalmente, la Heurística para el grupo p-MLC está completa y los resultados completos se encuentran en el Anexo A. A continuación, se presenta su pseudo código. (Algoritmo 1).

Heurística p-MLC	
ENTRADA: n , el tamaño de la instancia	
SALIDA: Corredor de longitud mínima	
3:	$lx \leftarrow 1$ $ly \leftarrow 1$ $p \leftarrow (0, (n * ly))$
	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Longitud del polígono en el eje x ▶ Longitud del polígono en el eje y ▶ Punto de acceso al corredor
6:	$\text{línea } [(0,0), ((n * ly), ((n - 1) * ly))]$
	▶ Punto de acceso a corredor
	$\text{línea } [(0, lx), (((n - 1) * ly), ((n - 1) * ly))]$
9:	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx), ((n - 1) * ly), ((n - 1) * ly))]$
	▶ Límite Superior
	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx), (ly, ly)]$
	▶ Límite Inferior
	$\text{línea } [(lx, lx), (((n - 1) * ly), ly)]$
	▶ Límite Izquierdo
12:	for $i = 3 : 2 : n - 1$ do
	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx), ((i * ly), (i * ly))]$
	▶ Sub-corredores horizontales
15:	$\text{línea } [(i * lx, (i * lx), (((n - 1) * ly), ((n - 2) * ly))]$
	▶ Sub-corredores verticales
	if $i = 3 : 2 : n - 1$ do
	$\text{línea } [(((n - 1) * lx), ((n - 1) * lx), (((n - 1) * ly), ((n - 2) * ly))]$
	▶ Último sub-corredor vertical
18:	end
	end

Algoritmo 1. Heurística p-MLC.

2.2 Heurística p-MLC-R

Otro grupo de instancias consiste en dividir la superficie en rectángulos que miden dos unidades de largo y una unidad de alto. Esto es posible únicamente para los valores de n que son números pares. Para este nuevo grupo se considerará nuevamente el punto de partida en la esquina superior izquierda, y se denomina p-MLC-R. El algoritmo heurístico desarrollado para este grupo de instancias es similar al desarrollado para las instancias p-MLC, únicamente se modifica la longitud de los polígonos en el eje x y se elimina la etapa donde se consideran instancias con un valor de n impar. (Figura 23).

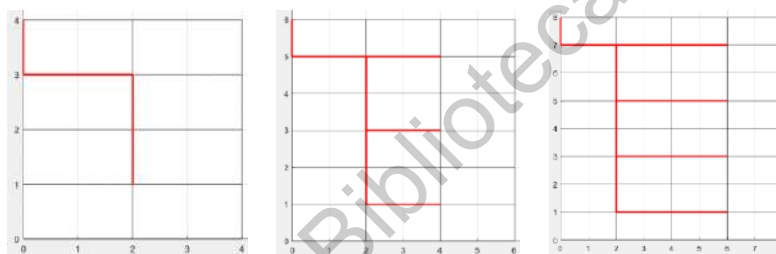


Figura 23. Resultados para instancias p-MLC-R con n igual a 4, 6 y 8 respectivamente.

El pseudo código de la heurística para p-MLC-R se presenta a continuación. (Algoritmo 2).

Heurística p-MLC-R	
ENTRADA: n , el tamaño de la instancia	
SALIDA: Corredor de longitud mínima	
3:	$lx \leftarrow 1$ $ly \leftarrow 2$ $p \leftarrow (0, (n * ly))$
	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Longitud del polígono en el eje x ▶ Longitud del polígono en el eje y ▶ Punto de acceso al corredor
6:	$\text{línea } [(0,0), ((n * ly), ((n - 1) * ly))]$
	▶ Punto de acceso a corredor
	$\text{línea } [(0, lx), (((n - 1) * ly), ((n - 1) * ly))]$
9:	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx)), (((n - 1) * ly), ((n - 1) * ly))]$
	▶ Límite Superior
	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx)), (ly, ly)]$
	▶ Límite Inferior
	$\text{línea } [(lx, lx), (((n - 1) * ly), ly)]$
	▶ Límite Izquierdo
12:	for $i = 3 : 2 : n - 1$ do
	$\text{línea } [(lx, ((n - 1) * lx)), ((i * ly), (i * ly))]$
	▶ Sub-corredores horizontales
15:	$\text{línea } [(i * lx, (i * lx)), (((n - 1) * ly), ((n - 2) * ly))]$
	▶ Sub-corredores verticales
	end

Algoritmo 2. Heurística p-MLC-R.

Con este algoritmo se obtiene siempre la longitud mínima requerida para lograr una cobertura total de la superficie en las instancias de p-MLC-R. De estos resultados se deduce la Ecuación 2.

$$f^* = \left\lceil \frac{n^2}{2} + (1 - n) \right\rceil$$

Ecuación 2. Donde f^* es la solución óptima y n el tamaño de la instancia.

2.3 Grafo de la ZMQ

La Teoría de Grafos es una estructura de las ciencias de la computación que describe gráficamente distintas instancias para una variedad de problemas. En este proyecto de investigación se usará para describir mapas, pues permite construir modelos matemáticos partiendo de datos geográficos. A continuación, se presentan definiciones a varios conceptos de la Teoría de Grafos. (Cardozo, 2009).

Vértice: El vértice es la unidad base de un grafo y está compuesto por un par de coordenadas $v = \{x, y\}$. Un vértice v pertenece al grafo G y se denota como $v \in G$. Un conjunto de vértices en un grafo se denomina familia de vértices. El grado de un vértice hace referencia a la cantidad de aristas que inciden en él.

Arista: Una arista es la conexión entre dos vértices. Si v y w son vértices diferentes, entonces vw representa la arista que los conecta. Un conjunto de aristas en un grafo se denomina familia de aristas.

Incidencia: Una arista es incidente a un vértice si ésta comienza o termina en el vértice. La arista vw incide en los vértices v y w .

Adyacencia: Dos vértices son adyacentes si existe una arista que los una. Los vértices v y w son adyacentes si existe una arista vw . De la misma forma dos aristas son adyacentes si comparten un vértice. Al caracterizar un grafo se suele incluir una lista o matriz de adyacencias.

Peso de Arista: El peso es una cantidad asignada a una arista en un grafo ponderado. El peso puede hacer referencia a costo, distancia, capacidad o cualquier otra característica medible para comparar aristas.

Polígono: Un polígono es un área planar definida por vértices y aristas pertenecientes a un grafo ponderado y no puede ser dividido en subáreas.

Ruta: Una ruta es una secuencia de vértices unidos por aristas de tal forma que satisfacen criterios específicos en el diseño de dichas rutas.

El árbol extendido (*spanning tree*) de un grafo conexo es un subgrafo acíclico conexo que contiene todos los vértices del grafo. Es un equivalente a una red radial de conexión singular. Si las aristas del grafo tienen asignado un costo, un árbol extendido de costo mínimo, (MCST por sus siglas en inglés *Minimum Cost Spanning Tree*) es un árbol donde el costo está definido como la suma de los pesos de todas sus aristas (Levitin, 2012). Existen algoritmos que resuelven el problema MCST a partir de un grafo conexo no dirigido, siendo el más popular el Algoritmo de Prim.

Haciendo uso de la Teoría de Grafos, se procede a seleccionar coordenadas geográficas que representarán vértices, los cuales serán incididos por aristas, que en este caso de estudio representan a las calles de la ZMQ. Se utiliza el siguiente criterio para seleccionar las avenidas que se modelarán en un grafo equivalente:

- 1) Las coordenadas geográficas que se seleccionen deberán corresponder a vértices sobre los cuales inciden tres o más aristas.
- 2) Siempre que sea posible, la longitud de las aristas no deberá ser mayor a 450 metros, con la intención de que las paradas oficiales en el sistema MLC estén separadas en promedio 450 metros entre ellas, como en el sistema QroBus, y no deberá ser menor a 100 metros pues favorecería la aparición de polígonos muy irregulares.
- 3) Se seleccionarán vialidades acatando la jerarquía oficial de la estructura de la red nacional de carreteras publicada por el INEGI (2012):
 - a. Vías Primarias (Vías de circulación continua).

Anular o Periférica, Radial, Viaducto, Libramiento.

- b. Arterias Principales (Vías importantes por su longitud, cuyas intersecciones son controladas por semáforo).

Eje vial, Avenida Primaria, Paseo, Boulevard, Calzada.

- c. Colectoras (Vías secundarias o colectoras).

Calle local, Avenida.

- 4) Se buscará que el resultado sea lo más parecido posible a una malla cuadrada.

Tomando como referencia la ubicación de la Universidad Autónoma de Querétaro campus Cerro de las Campanas, se muestra la selección de vértices, nótese que la distancia desde la Av. 5 de Febrero hacia la entrada principal de la UAQ en la av. Hidalgo es de 447 metros aproximadamente. (Figura 24).

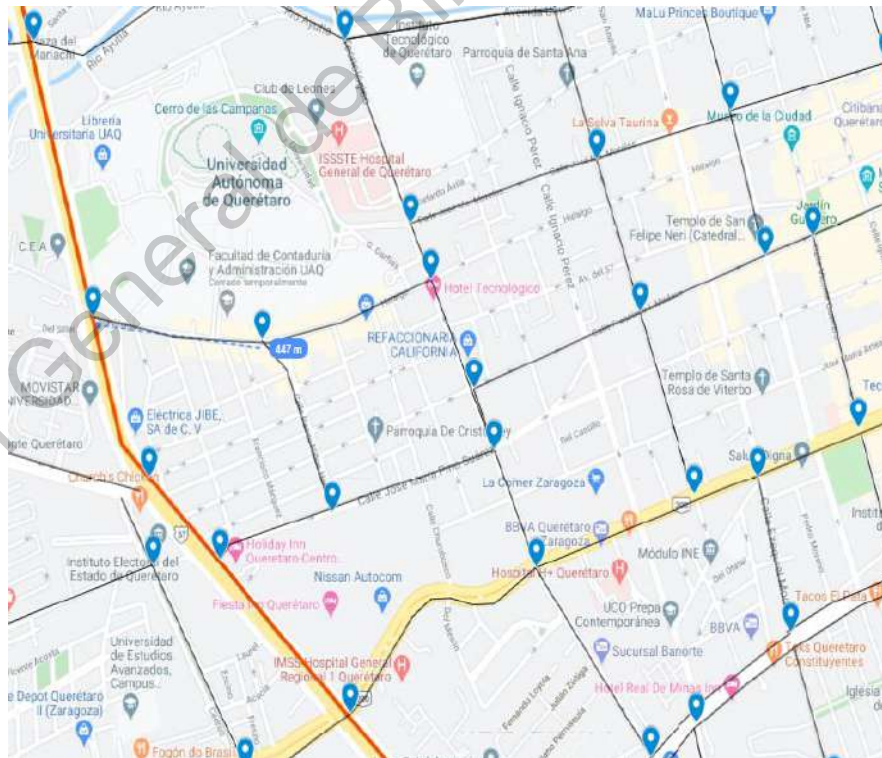


Figura 24. Ejemplo de selección de vértices de acuerdo con el criterio descrito.

Al diseñar la red de transporte, los vértices se convertirán en paradas oficiales del servicio de transporte público, por lo cual se busca que la distancia entre cada parada de autobús no sea mayor a 450 metros. A continuación, se muestra la selección completa de vértices y aristas para la ZMQ (Figura 25).

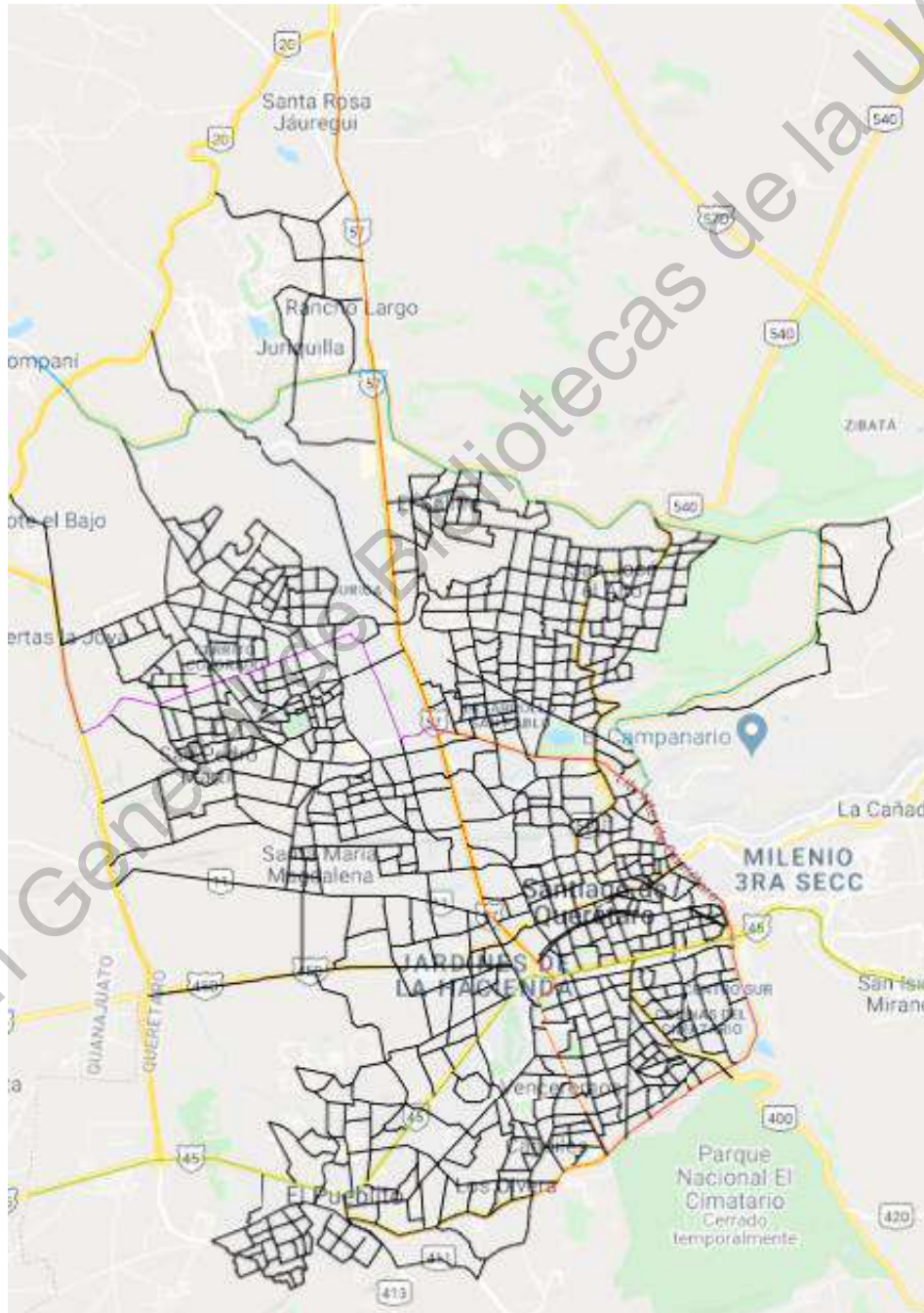


Figura 25. Vértices y aristas seleccionadas de la ZMQ.

En total existen 1002 vértices y 1679 aristas. Con los marcadores azules de la figura 24 se construye un archivo que contenga las etiquetas de cada vértice (números del 1 al 1002), la Latitud y Longitud de su ubicación geográfica. Además, se construye una tabla de adyacencias para caracterizar completamente el grafo. La tabla de adyacencias está disponible a petición de la persona interesada en formato .xlsx

Con esta información se reconstruye un grafo conexo no dirigido equivalente a la ZMQ (Figura 26). Este grafo constituye una instancia sobre la cual es posible probar algoritmos que produzcan soluciones que satisfagan los criterios del problema MLC y sirvan como guía en el diseño de las rutas de transporte público en la ZMQ.

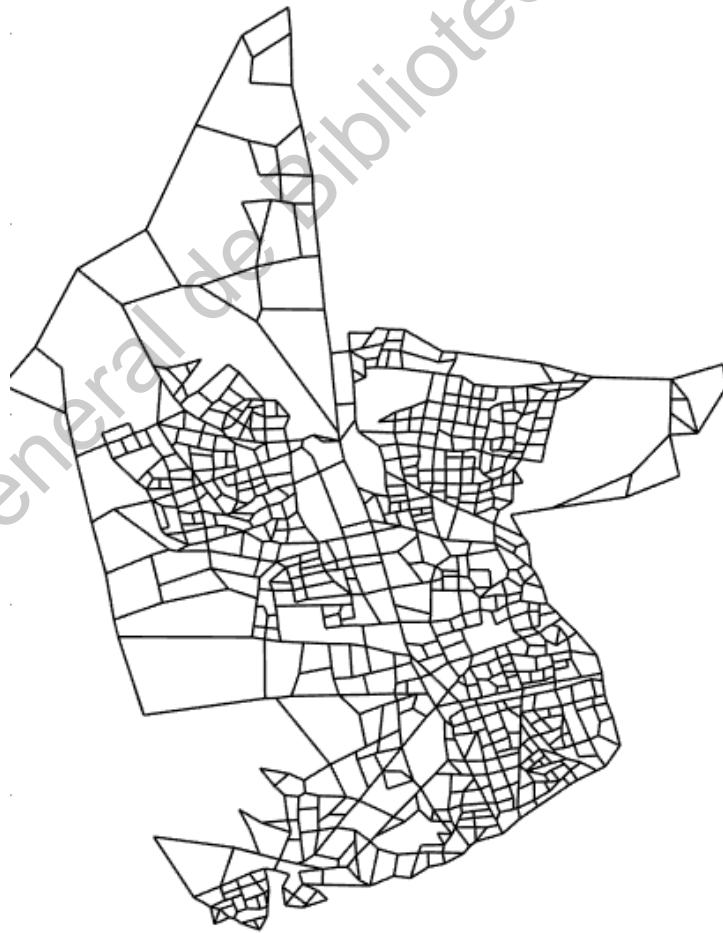


Figura 26. Grafo equivalente de ZMQ.

El primer paso es implementar el algoritmo de Prim para conocer el MCST de este grafo, y posteriormente usar ese valor de costo como la función objetivo que buscamos minimizar.

El algoritmo de Prim (Algoritmo 3) construye un árbol extendido, uniendo arista por arista, haciendo uso de una lista de vértices que ya han sido conectados entre sí. En cada ciclo selecciona la arista con el costo menor entre un vértice nuevo y uno perteneciente a la lista de vértices ya conectados. Luego de $n - 1$ ciclos donde n es el número de vértices en el grafo, se habrán conectado todos los vértices del grafo, con el costo mínimo asignado a las aristas que los unen, lo que constituye un MCST.

```

Algoritmo de Prim
n ← |V|                                     ▶ Cantidad de vértices en el grafo
T ← Vacío                                   ▶ Conjunto de aristas seleccionadas
3: TV ← {a}                                 ▶ Conjunto de vértices en el árbol
E ← Conjunto de aristas del grafo

6: while (E ≠ 0) && (|T| ≠ n - 1) do
    Sea (u,v) la arista seleccionada de costo mínimo tal que u ∈ TV y v ∉ TV
    E = E - {(u,v)}
9:   Agregar (u,v) a T
    Agregar v a TV
    if (|T| == n - 1) then
        T es el árbol de costo mínimo
    else
        El grafo no es conexo y no contiene un árbol extendido

end

```

Algoritmo 3. Algoritmo de Prim.

Al implementar el algoritmo de Prim en el grafo equivalente de la ZMQ se obtiene el árbol MCST, mostrado en la Figura 27. Sin embargo, el MCST no es una solución válida para el problema MLC, pues en un MCST se conectan todos los vértices del grafo mientras que en el problema MLC el objetivo es conectar al menos un vértice de cada polígono contenido en el grafo planar, lo que implica que debemos seleccionar cuidadosamente los vértices que deberán ser incluidos en la solución. El costo de las aristas se traduce a la longitud en kilómetros que recorrería la ruta de transporte público colectivo para brindar servicio a la totalidad de la ZMQ.

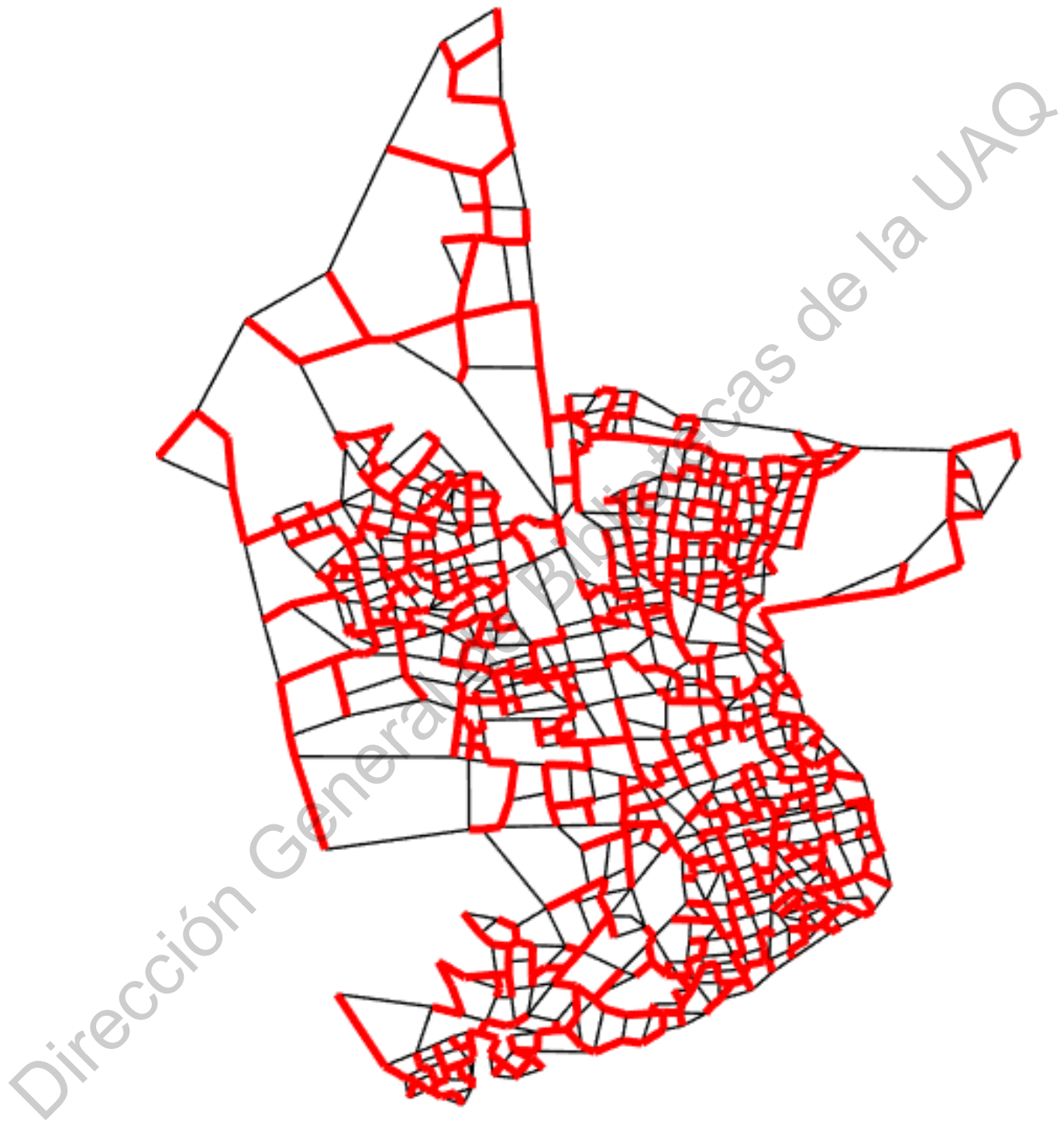


Figura 27. MCST de ZMQ, por Prim.

2.4 Heurística p-MLC-M

El algoritmo p-MLC-M selecciona los vértices que cumplen con los requerimientos de diseño del problema MLC. El algoritmo p-MLC-M obtiene el centroide de la familia de vértices y asigna un peso a las aristas en función del vértice incidente más lejano al centroide. El radio discriminatorio será el mínimo posible, siempre y cuando permita que el subgrafo incluya todos los polígonos. Este criterio permite al algoritmo discriminar vértices que resultan innecesarios de acuerdo con la lógica de diseño del problema MLC. Luego de este proceso se implementa el algoritmo de Prim, obteniendo un subgrafo que contiene un MCST, el paso final es eliminar sin recursividad todos los vértices hoja (aquellos vértices que inciden únicamente en una arista del MCST), siempre y cuando exista al menos un vértice de cada polígono, obteniendo así una solución al problema MLC. (Algoritmo 4).

Heurística p-MLC-M	
$n \leftarrow V $	► Cantidad de vértices en el grafo
$T \leftarrow \text{Vacío}$	► Conjunto de aristas seleccionadas
3: $R \leftarrow x$	► Radio discriminatorio
$TV \leftarrow \{a\}$	► Conjunto de vértices en el árbol
$E \leftarrow \text{Conjunto de aristas del grafo}$	
6: for $i = 1:n$ do	
$r = \text{Distancia desde } v_i \text{ hacia el centroide de vértices}$	
9: if $r < R$ then	
Agregar v a TV	
end	
12: end	
while $(E \neq 0) \ \&\& \ (T \neq n - 1)$ do	
Sea (u, v) la arista seleccionada de costo mínimo tal que $u \in TV$ y $v \notin TV$	
15: $E = E - \{(u, v)\}$	
Agregar (u, v) a T	
Agregar v a TV	
18: if $(T == n - 1)$ then	
T es el árbol de costo mínimo	
else	
21: El grafo no es conexo y no contiene un árbol extendido	
end	
for $i = 1: TV $ do	
24: $g = \text{Grado de } v$	
if $(g < 2) \ \&\& \ (v \neq \text{único vértice de un polígono})$ then	
Eliminar v de TV	
27: end	
end	

Algoritmo 4. Heurística p-MLC-M.

Luego de implementar el algoritmo p-MLC-M obtenemos una solución al problema MLC en el grafo equivalente de la ZMQ (Figura 28). Si bien no es la solución óptima, si es una buena solución y nos permite construir una red de transporte público colectivo a partir de ella. Es importante aclarar que se considera al grafo como no dirigido, pues las rutas de transporte recorrerán un circuito, es decir comenzarán y terminarán en el mismo punto, lo que implica que en el trayecto se recorrerán las calles en ambos sentidos.

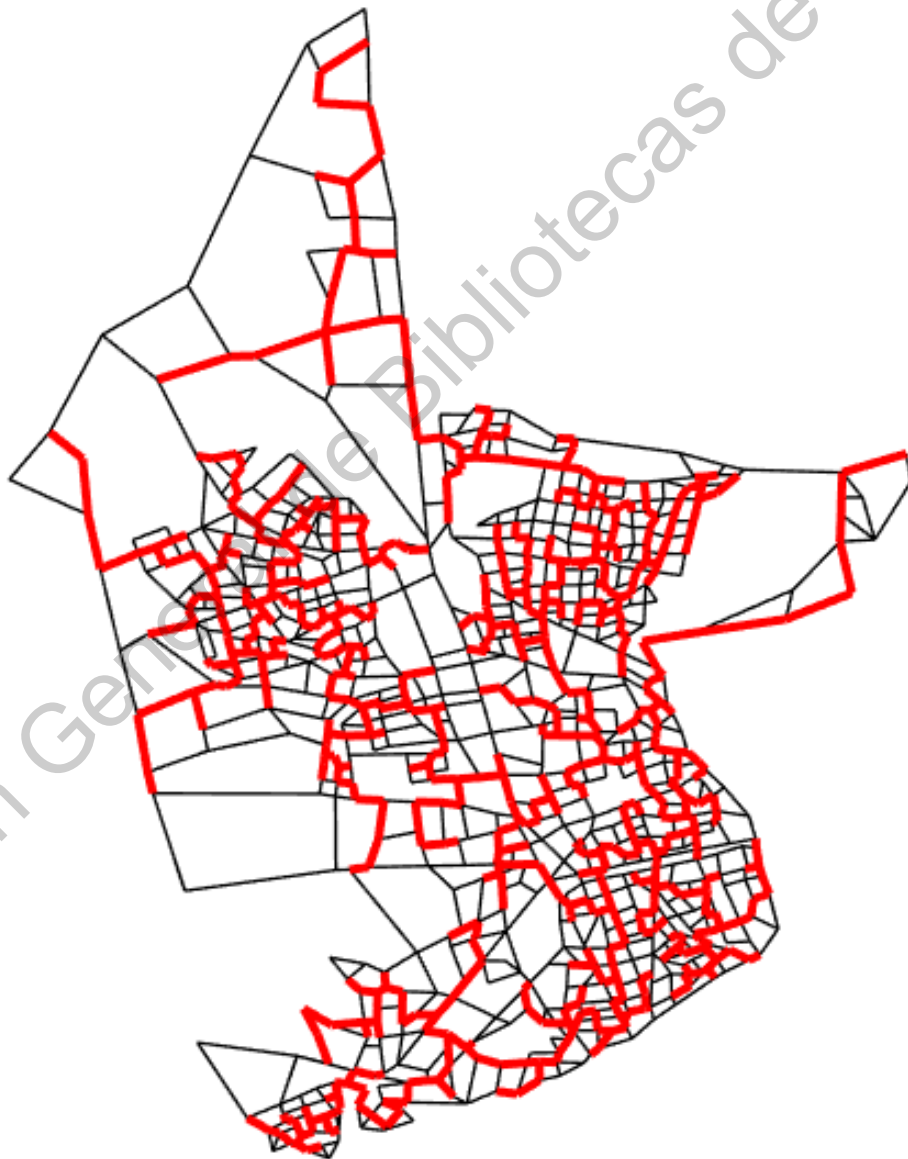


Figura 28. Solución al problema MLC de la ZMQ.

En el MCST producido por el algoritmo p-MLC-M se conecta el 71.65% del total de nodos, es decir, 718 de los 1002 vértices del grafo equivalente de la ZMQ.

2.5 Comparativa de redes de transporte

Con el MCST producido por el algoritmo p-MLC-M, se procede a trazar las aristas seleccionadas sobre el mapa de la ciudad. (Figura 29). El resultado es una red radial de conexión singular.

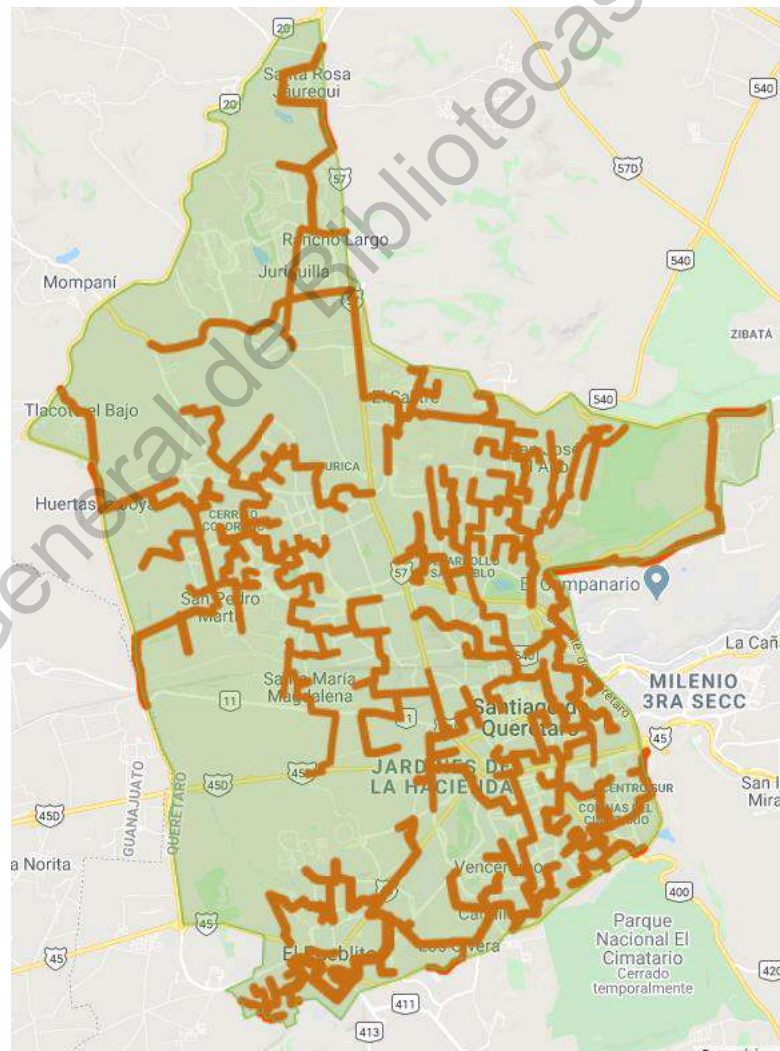


Figura 29. Red de Transporte de sistema MLC.

Si consideramos únicamente las vialidades utilizadas por el sistema QroBus que se encuentra dentro del área de estudio, la extensión es de 664.47 km. Si superponemos las dos redes de transporte público, encontramos que hay vialidades que ambos diseños de red comparten. (Figura 31).

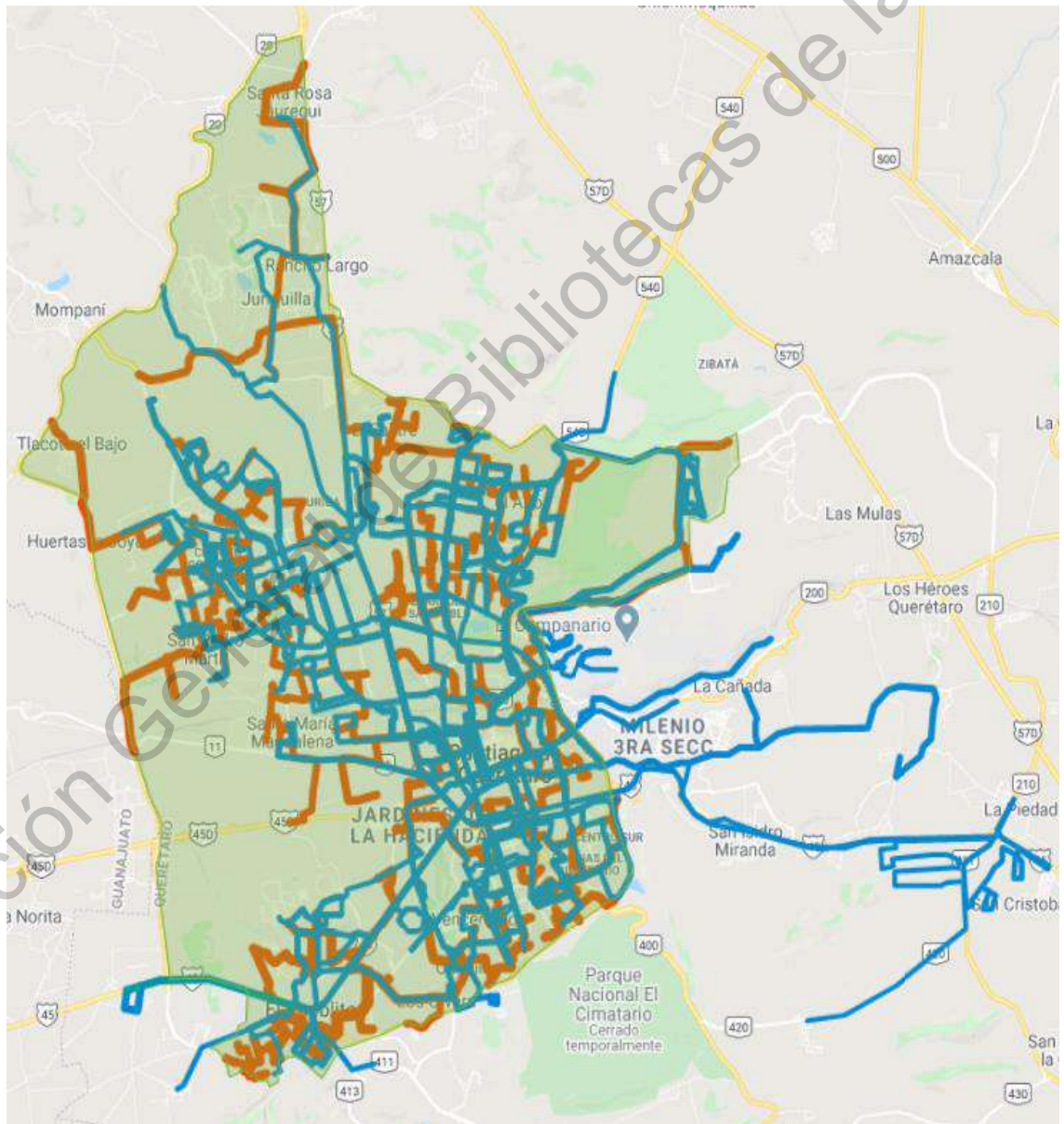


Figura 31. Superposición de las Redes de Transporte de los sistemas MLC y QroBus.

De los 254.38 km de vialidades utilizadas por el sistema MLC, 76.053 km son también utilizados por el sistema QroBus. Lo que significa que el equivalente al 29.89% del sistema MLC ya es transitado actualmente. (Figura 32).

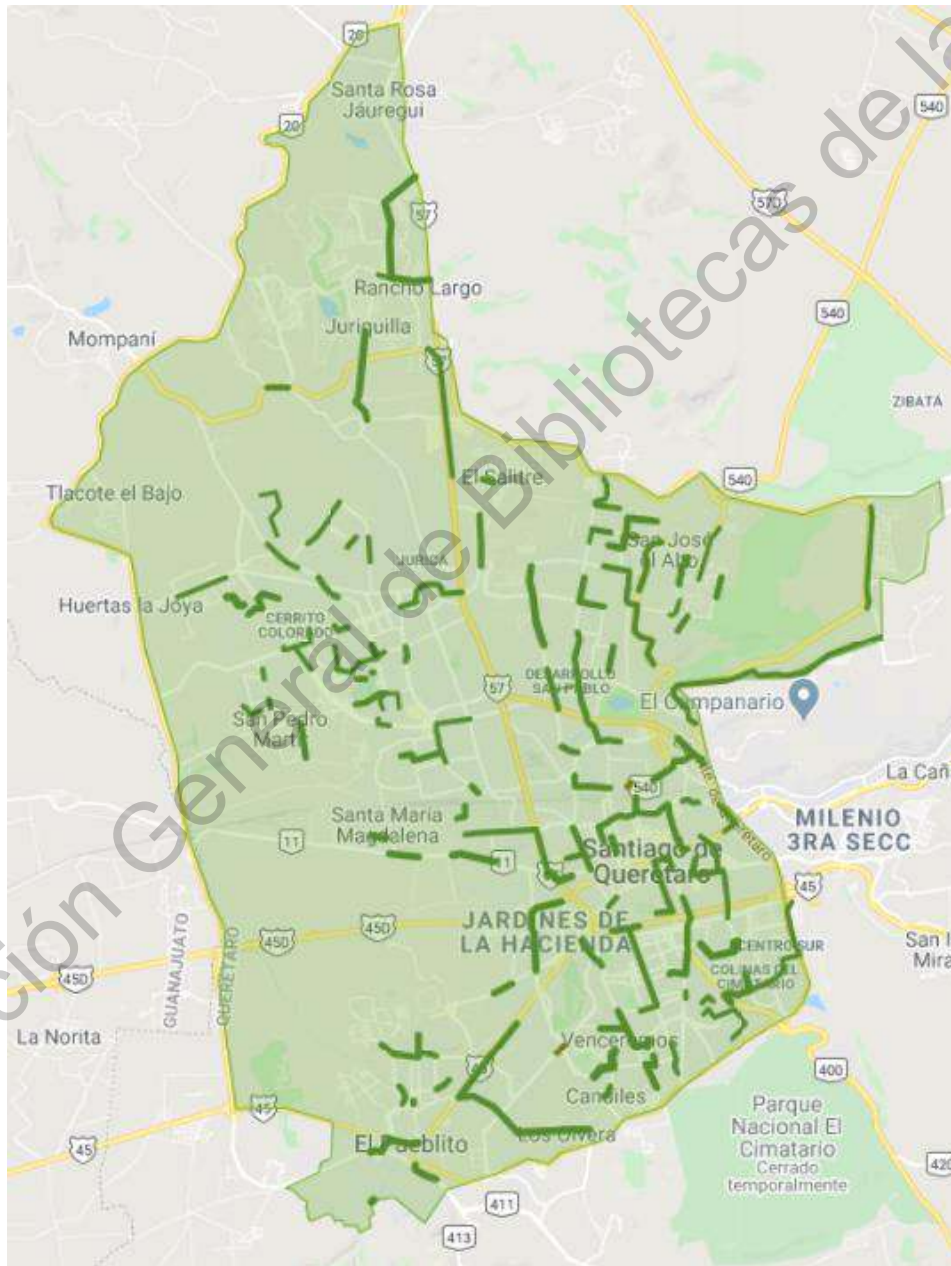


Figura 32. Segmentos compartidos en ambos sistemas.

3 RESULTADOS

De acuerdo con el MCST producido para el problema MLC en la ZMQ, la red conecta a 718 nodos, de los cuales 99 son nodos hoja, es decir, son el último nodo conectado en una rama. Los 718 nodos se convertirán en paradas oficiales, con una distancia promedio de 450 metros entre ellas. Los nodos hoja, se convierten en puntos de Origen y Destino dentro de la red, para conocer la cantidad de posibles puntos de Origen y Destino es necesario seguir la fórmula de la permutación (Ecuación 3), lo que significa que existe un universo de 9,702 combinaciones origen-destino. (Figura 33).

$$nPr = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Ecuación 3. Donde nPr es el número de permutaciones posibles, n el número de nodos hoja (99) y r número de posiciones en la permutación (2, origen-destino)



Figura 33. Tres posibles combinaciones Origen-Destino.

En la imagen anterior se pueden observar tres posibles rutas, con Origen en la esquina de Av. Tecnológico y Av. Universidad y tres Destinos.

Ruta1: Av. Tecnológico desde Av. Universidad hasta la calle José María Pino Suarez.

Ruta 2: Av. Tecnológico – Av. Hidalgo - Av. 5 de Febrero.

Ruta 3: Av. Tecnológico – Colonia Ejido Modelo.

Estas rutas, aunque son válidas dentro del sistema MLC, no son eficientes en cuanto al uso de recursos, ni practicidad para los usuarios. En lugar de crear una ruta para cada una de las posibles combinaciones origen-destino, se deben seleccionar adecuadamente las combinaciones origen-destino que las personas puedan aprovechar para satisfacer sus dinámicas de traslado.

Como guía, se usará la lista de origen-destino de las Rutas que actualmente existen en el sistema QroBus y se buscará replicarlas usando las vialidades seleccionadas por el algoritmo p-MLC-M para poder compararlas. La tabla 1 compara la longitud que necesitan las rutas en cada sistema para cada combinación de origen-destino en la ZMQ.

Tabla 1. Comparativa de rutas de sistemas QroBus y MLC

Ruta	Origen	Destino	Longitud en km. de ruta QroBus	Longitud en km. de ruta MLC	Diferencia en km.
7	Bulevares del Cimatario	Fracc. Vistana	35.96	43.8	+7.84
9	Chedraui	Fracc. Vistana	37.75	40.6	+2.85
10	Bulevares del Cimatario	Fracc. Los Juncos	55.98	58.4	+2.42
12	Chedraui	Azucenas	46.26	54.8	+8.54
13	Menchaca II	I.M.S.S.	21.3	44.4	+23.1
14	San Pablo	El Portico	32.47	38.6	+6.13
19	Terminal de Autobuses	Col. Fray Junípero Serra	39.81	44	+4.19
*20	Los Olvera	P.G.J.	40.14	35	-5.14
21	Bosques del Cimatario	La Loma	46.63	61.4	+14.77
24	La Pradera	Bulevares del Cimatario	44.46	44.4	-0.06

27	Paseos de San Miguel	Fracc. Vistana	52.09	86.2	+34.11
28	Bulevares del Cimatario	Jardines de San José	45.87	46.2	+0.33
29	Col. Tenochtitlán	Mercado la Cruz	32.53	61.6	+29.07
31	Paseos de San Miguel	Plaza de las Américas	42.91	63.8	+20.89
33	Bolaños II	Alameda	17.63	20	+2.37
36	Desarrollo Familiar	Terminal de Autobuses	38.88	62.8	+23.92
40	Col. Che Guevara	Centro Cívico	46.47	59.2	+12.73
41	Vista Azul	Paseos del Pedregal	38.16	44.2	+6.04
*43	Col. Sergio Villaseñor	Col. Candiles	45.47	43	-2.47
44	Terminal de Autobuses	Paseos del Pedregal	34.77	45.6	+10.83
45	La Loma	Terminal de Autobuses	40.97	72	+31.03
50	Col. 10 de Abril	Mercado la Cruz	49.94	64.2	+14.26
*51	Bulevares del Cimatario	Rancho San Pedro	54.57	51.6	-2.97
53	La Pradera	San José de los Olvera	51.84	60.2	+8.36
54	Bulevares del Cimatario	El Tintero	32.2	42	+9.8
56	Col. Praderas del Sol	Santa María Magdalena	30.64	40	+9.36
*58	Bulevares del Cimatario	Las Teresas	28.74	22.8	-5.94
59	Col. Praderas del Sol	Fracc. Vistana	46.26	46.4	+0.14
62	Los Olvera	U.T.E.Q.	35.44	51	+15.56
65	Lomas de la Cruz	Terminal de Autobuses	40.85	53.8	+12.95
66	Juriquilla (Km. 15)	Alameda	47.17	48	+0.83
67	El Nabo	Alameda	39.01	47	+7.99
72	Col. 10 de Abril	Terminal de Autobuses	43.6	68.4	+24.8
76	Las Flores	San José el Alto	53.082	67.4	+14.318
77	Col. 20 de Enero	Plaza de las Américas	41.62	49	+7.38
78	El Pozo	Mercado Escobedo	30.54	32	+1.46
80	Las Américas	Lázaro Cárdenas	31.8	33.8	+2
81	Ciudad del Sol	Lázaro Cárdenas	57.65	71	+13.35
83	Col. Sergio Villaseñor	Rancho Bellavista	34.55	55	+20.45

84	Paseos de San Miguel	San Pedrito Peñuelas	39.59	79.2	+39.61
85	Terminal de Autobuses	El Pueblito	38.36	46.4	+8.04
87	Los Olvera	Terminal de Autobuses	31.98	33.3	+1.42
88	Terminal de Autobuses	San Pedrito Peñuelas	29.59	38.6	+9.01
92	Bulevares del Cimatario	Fracc. Vistana	40.82	43.2	+2.38
96	Col. Che Guevara	Paseos del Pedregal	42.04	86.2	+44.16
98	Bulevares del Cimatario	Cerrito Colorado	44.76	47.6	+2.84
*105	El Salitre	Alameda	36.8	31	-5.8
110	Ciudad del Sol	Mercado de la Cruz	43.17	67.2	+24.03
121	Terminal de Autobuses	Parque Bicentenario	55.91	73.6	+17.69
125	Terminal de Autobuses	Santa Bárbara	38.62	47.2	+8.58
130	Cir. Escolar Av. de la Luz	Vistana	35.85	77.4	+41.55
131	Cir. Escolar Av. de la Luz	Vistana	33.84	77.4	+43.56
132	Av. De la Luz	Alameda	40.05	50.8	+10.75
133	La Pradera	U.A.Q.	44.92	50	+5.08
134	Loma Bonita	Plaza de las Américas	34.51	59.4	+24.89
136	Puertas de San Miguel	Terminal de Autobuses	41.97	68.2	+26.23
E02	Prados del Rincón	Puente Jurica	23	26.2	+3.2
L-4	Fracc. Santuarios	Penal	55.3	67.4	+12.1
L-7	Terminal de Autobuses	Eduardo Loarca Castillo	45.9	67.2	+21.3
L-8	Terminal de Autobuses	Cerrito Colorado	42.67	55.4	+12.73

Al comparar directamente la diferencia de distancias de cada ruta en ambos sistemas, únicamente 5 de las 60 rutas del sistema MLC muestran una mejoría en relación con sus equivalentes del sistema QroBus. Aunque el sistema MLC incrementa la cantidad de km. recorridos por las rutas, existe una importante sección de la red que no es aprovechada por las combinaciones origen-destino (Figura 34). Un total de 81.34 km de vialidades no están incluidos en los recorridos de las rutas en el sistema MLC, únicamente se aprovechan 172.66 km.

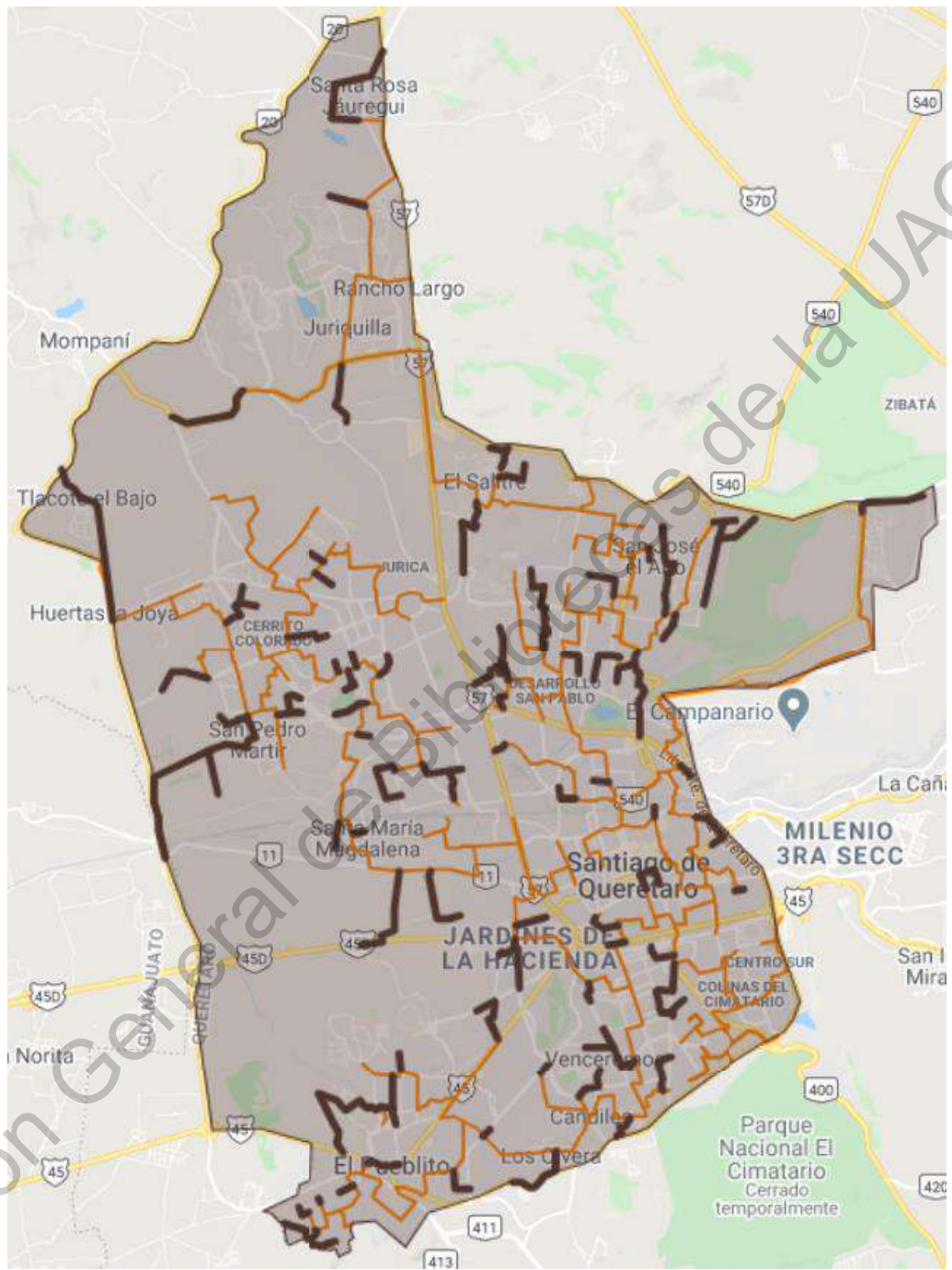


Figura 34. Vialidades no usadas en la red MLC.

Las 5 rutas del sistema MLC que presentan una disminución de longitud respecto a sus equivalentes en el sistema QroBus son las siguientes:

Ruta 20. Los Olvera – P.G.J., reduciendo 5.14 km.

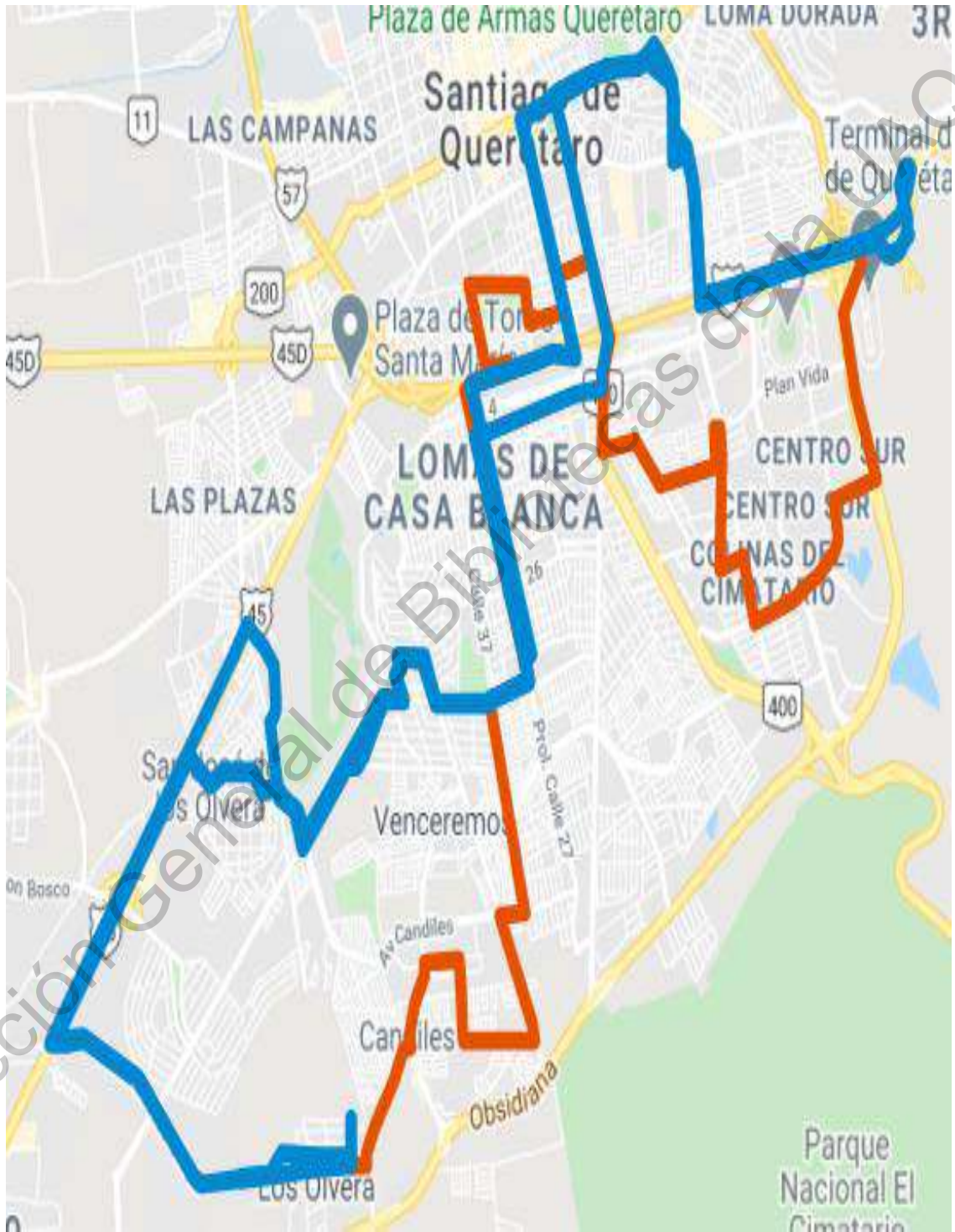


Figura 35. Ruta 20, MLC en rojo y QroBus en azul.

Ruta 43. Col. Sergio Villaseñor – Col. Candiles, reduciendo 2.47 km.



Figura 36. Ruta 43, MLC en rojo y QroBus en azul.

Ruta 51. Bulevares del Cimatario – Rancho San Pedro, reduciendo 2.97 km.



Figura 37. Ruta 51, MLC en rojo y QroBus en azul.

Ruta 58. Bulevares del Cimatario – Las Teresas, reduciendo 5.94 km.

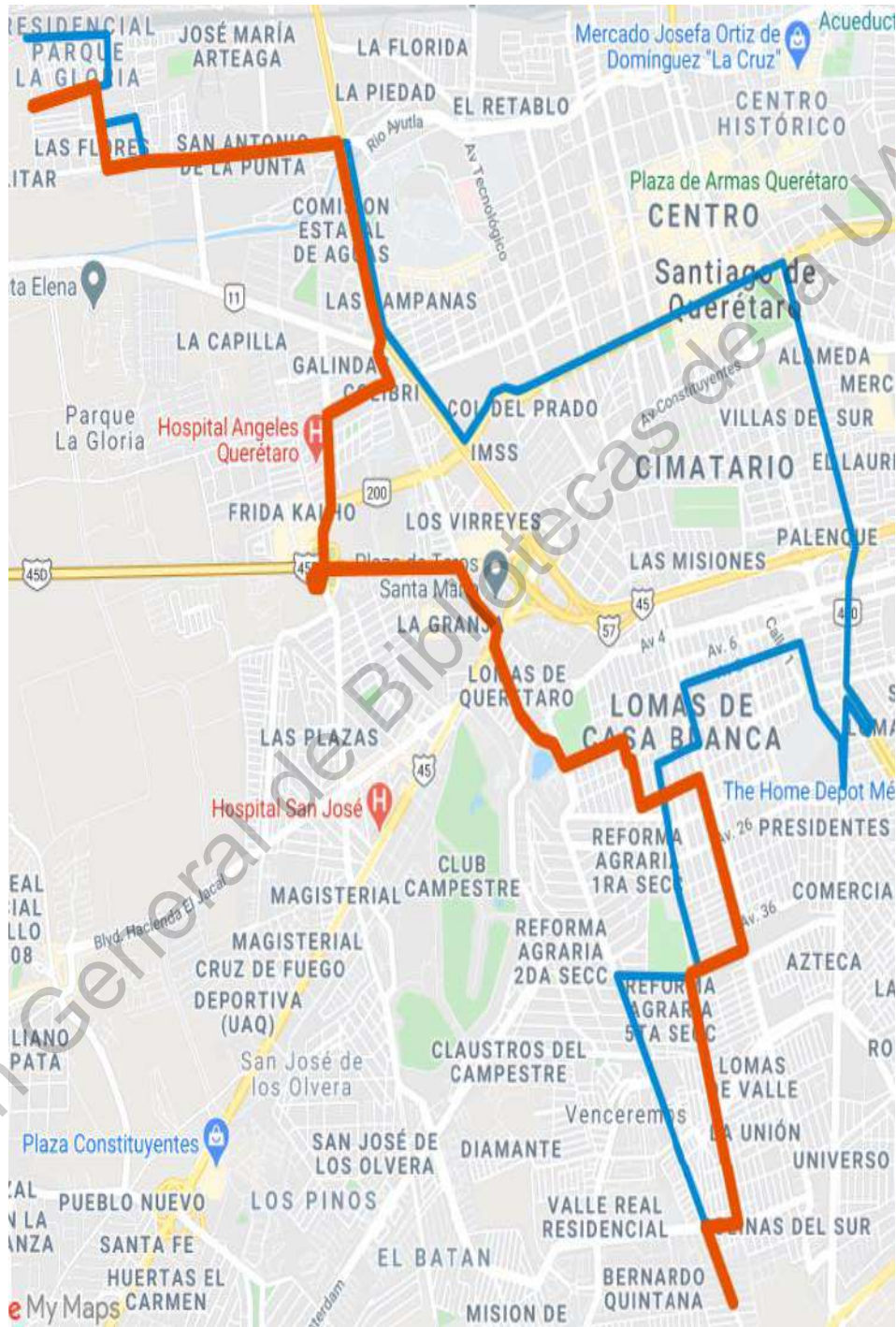


Figura 38. Ruta 58, MLC en rojo y QroBus en azul.

Ruta 105. El salitre – Alameda, reduciendo 5.8 km.



Figura 39. Ruta 105, MLC en rojo y QroBus en azul.

4 CONCLUSIONES

Haciendo un análisis comparativo entre las 60 rutas del sistema QroBus, con su respectivo equivalente en el sistema MLC, en el sistema QroBus se recorren menos km por rutas, en una red más extensa que la red MLC. Mientras que el sistema MLC destina una menor cantidad de vialidades, pero las rutas recorren longitudes más largas. La tabla 2 contiene más detalle.

Tabla 2. Comparación de Índice de superposición en sistemas QroBus y MLC.

Sistema	Extensión carretera en km usada por las 60 rutas	Número total de km recorridos por las 60 rutas	Índice de superposición
QroBus	664.47	2425.66	3.65
MLC	172.66	31666.5	18.33

El MCST producido con la heurística p-MLC-M del grafo equivalente de la ZMQ es una red radial de conexión singular, que es solución al problema MLC, clasificado como NP-Duro. El diseño de las redes de transporte público colectivo haciendo uso de técnicas de inteligencia artificial como lo son las heurísticas de optimización de enrutamiento geométrico, permiten una traza eficiente de las mismas.

En un análisis comparativo entre una red radial (QroBus) y una red radial de conexión singular (MLC), se observa que la red de transporte del sistema MLC, equivalente al MCST producido por el algoritmo p-MLC-M garantiza servicio de transporte público a la misma superficie que el sistema QroBus, reduciendo la extensión carretera que usa el sistema QroBus en un 74.01 %. Sin embargo, se demuestra que al reducir la extensión carretera se incrementa el índice de superposición en un 402 % y la longitud de los recorridos en un 30.54 %.

El fenómeno del incremento del índice de superposición se explica gracias a la característica de arborescencia de un MCST, es decir, todos los nodos hoja están conectados a un nodo central (red radial de conexión singular), lo que obliga a nodos en distintas ramas

del árbol a cruzar por él. Este fenómeno favorece la accesibilidad en la zona cercana al centro de la red y disminuye la accesibilidad en la periferia, característico de ciudades con estructuras compuestas.

Se puede concluir que es posible modelar una red de transporte público que cumpla con los requerimientos del problema MLC, al construir un corredor que toca al menos un vértice de cada uno de los polígonos representados en el grafo equivalente de la ZMQ con una longitud total mínima, lo que garantiza cobertura de servicio a la totalidad de la superficie. El aspecto negativo del diseño de redes de transporte haciendo uso de esta estrategia, es que se genera una mayor congestión vial y se incrementan las distancias recorridas por cada ruta de transporte dentro de la red.

Recomendaciones a futuro.

El MCST producido por la heurística p-MLC-M, no debe comprenderse como la configuración final de una red de transporte. Es una guía que garantiza el recorrido más corto entre zonas de la ciudad de particular interés. En este caso de estudio, el diseño hace referencia a la separación de paradas oficiales para las rutas, sin embargo, en otra configuración podría hacer referencia a la distribución en el espacio de universidades hospitales o centros comerciales o de trabajo, donde es posible crear rutas con propósitos específicos como el traslado de personal de trabajo, o como ejemplo: el traslado de estudiantes universitarios, con este motivo, se seleccionan los vértices (Figura 40) más cercanos a 13 universidades en la ZMQ:

Universidad Tecnológica del Estado de Querétaro.

Universidad. Pedagógica Nacional 22-A.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Querétaro.

Universidad Tecnológica de México Campus Querétaro.

Instituto Tecnológico de Querétaro.

Universidad Autónoma de Querétaro Campus Cerro de las Campanas.

Universidad Autónoma de Querétaro Campus Aeropuerto.

Universidad Marista de Querétaro.

Universidad del Desarrollo Profesional.

Universidad Cuauhtémoc.

Universidad de Durango.

Universidad del Valle Atemajac.

Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro.

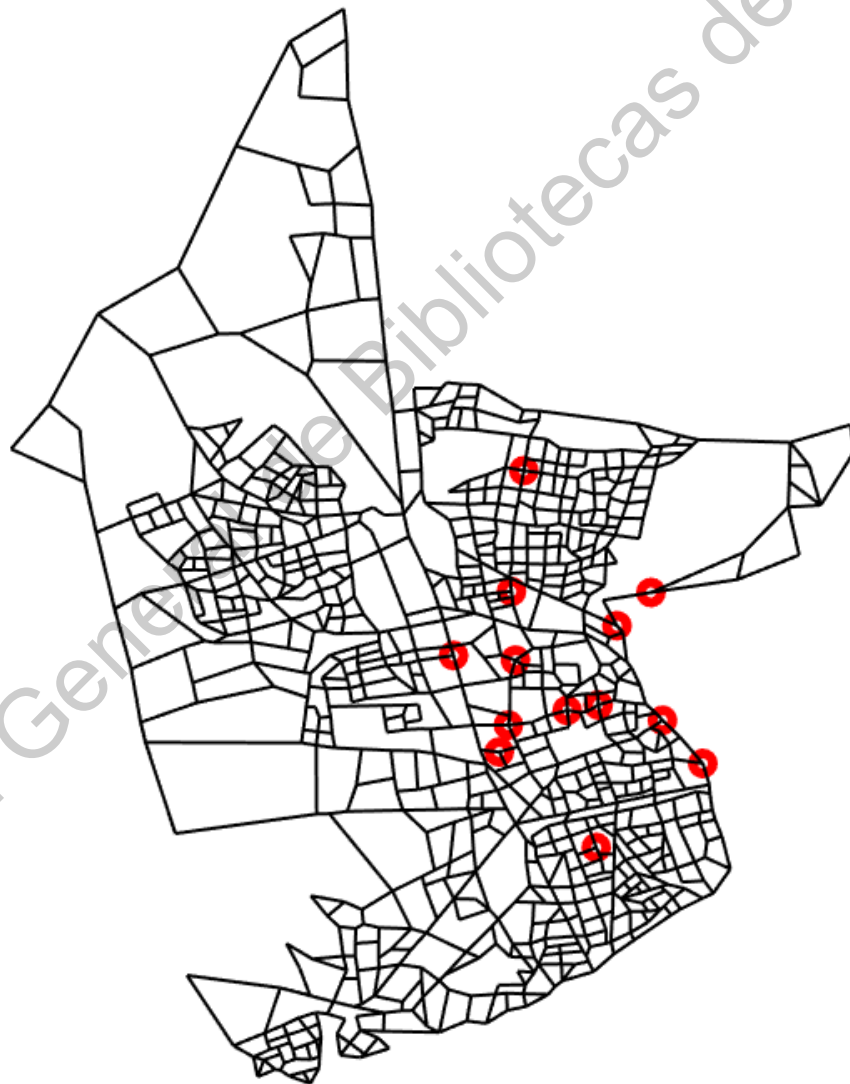


Figura 40. Vértices más cercanos a 13 universidades de la ZMQ

Si consideramos a estos 13 vértices como nodos hoja, teniendo la función de paradas dentro de un circuito, es posible modelar una ruta (Figura 41) que conecte a esos vértices, brindando el servicio de transporte escolar a las universidades seleccionadas.

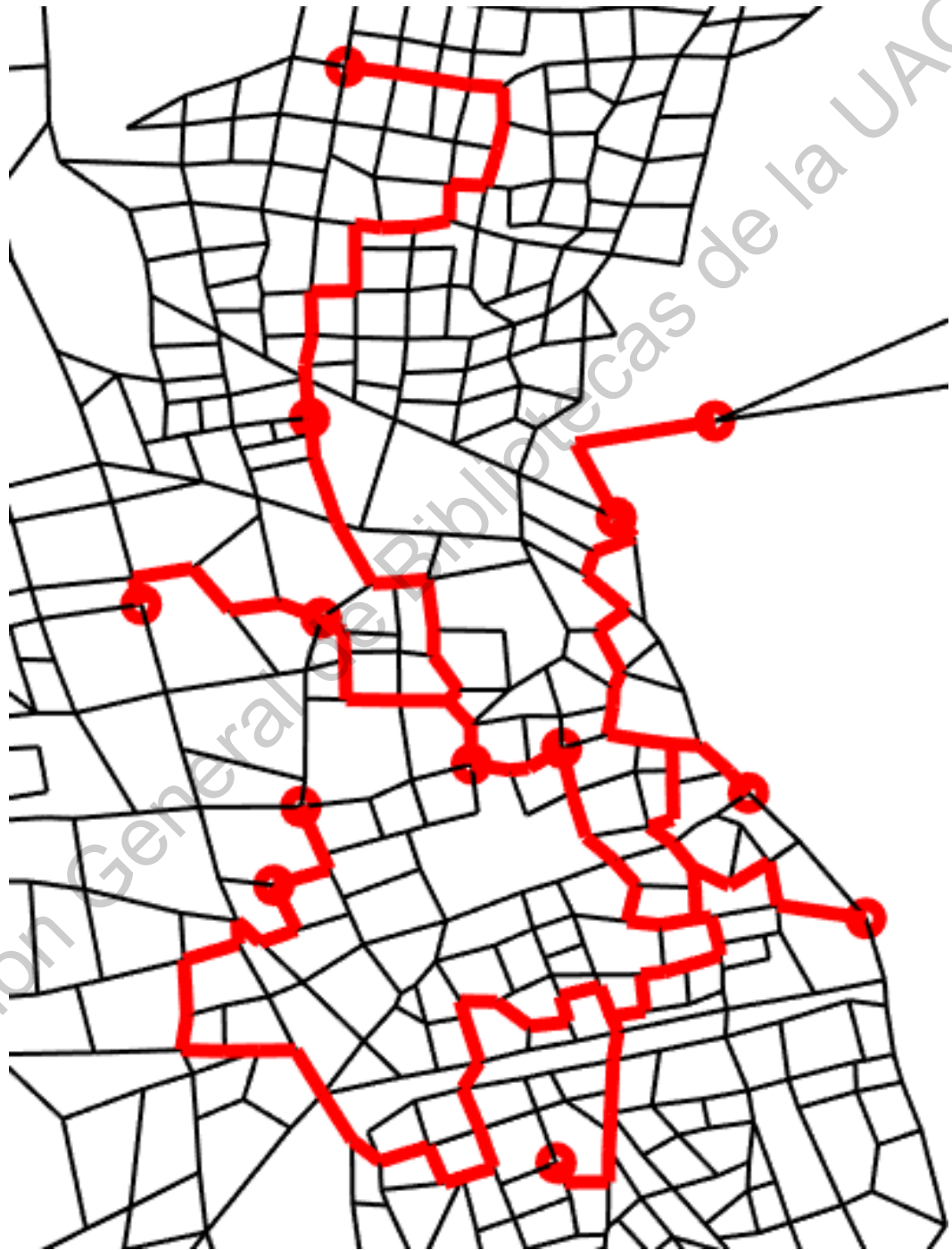


Figura 41. Corredor que une los 13 vértices más cercanos a universidades de la ZMQ.

El corredor presentado arriba es obtenido con el mismo algoritmo utilizado para toda la red MLC, únicamente se muestran las aristas que conectan los vértices de relevancia. Es posible obtener mejores resultados al construir un algoritmo específico con la función de construir circuitos con propósitos dedicados como el transporte de estudiantes, o materiales, además de poder pensar en otros servicios que potencialmente se podrían beneficiar de un diseño similar como la entrega y recolección de paquetes, o el servicio de recolección de basura.

También es posible repetir el experimento ampliando el área de cobertura hasta los parques industriales B. Quintana y el Marqués, y desarrollos habitacionales como el Campanario y Real Solare. Además de repetir el proceso de selección de nodos, con un criterio de separación distinto a 450 metros.

5 REFERENCIAS

- Bertaud, A. (2004). The spatial organization of cities: deliberate outcome or unforeseen consequence? working paper, Institute of Urban and Regional Development, University of California at Berkeley
- Bibliothèque Nationale de France (2018). [Online]. Available: https://data.bnf.fr/12889967/compagnie_generale_des_omnibus_paris/#other-pages-databnf.
- Bodlaender H. L., Feremans C., Grigoriev A., Pennink E., Sitters R., and Wolle T. On the minimum corridor connection and other generalized geometric problems. In Proc. 4th. WAOA, vol. 4368 of LNCS.
- Bruton, Michael (1985), *Introduction to transportation planning*, Hutchinson, Londres.
- Cardozo O., Gómez E., Porras M., “Teoría de grafos y sistemas de información geográfica”, Revista Transporte y territorio, No. 1, 2009.
- Clay Institute of Mathematics, (2020, Agosto 1). Millenium Price Problems. Recuperado de <https://www.claymath.org/millennium-problems>
- D’Arcier Bruno F. (2007), From “distance-based” Price discrimination to “use-based” price discrimination: Tracks to improve fare box revenue in urban public transport, Université Lumiere Lyon 2
- Garey M. R. y Johnson D. S, *Computers and Intractability, A Guide to the Tehory of NP-Completeness*, New York, U.S.A., W.H. Freeman and Company, 1979.
- González-Gutiérrez, A. González, T. F., “Complexity of the Minimum Length Corridor Problem”, *Computational Geometry: Theory and Applications*, (2006), 72-103.
- Jago Dodson, J. S., Paul Mees Matthew, B., *The principles of public transport network planning: a review of the emerging literature with select examples*, Grith University: Urban Resarch Program, 2011, vol. 15.

- Ibeas, Ángel, Felipe González, Luigi Dell Olio y José Moura (2007), Manual de encuestas de movilidad (preferencias reveladas), Editorial Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander, Santander.
- Instituto Queretano de Transporte, Programa Estatal de Transporte, Querétaro QRO., 2016
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática) (2010), “Censo de Población y Vivienda 2010”, www.inegi.org.mx, marzo de 2012.
- INEGI, Estructuración de la red nacional de carreteras, Documento metodológico, 2012
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática) (2015), “Panorama sociodemográfico de Querétaro 2015”, ISBN 978-607-739-865-3.
- Lemoine C., Predali F. (2007). Système tarifaire des transports collectifs: Éléments de réflexion, vol. 2. Relations entre tarification spatiale et morphologie urbaine, IAU, Paris, p 2-12
- Levitin Anany, The Design & Analysis of Algorithms, 3rd Edition, New Jersey, Pearson, 2012
- Madera Madera Miguel (2016). Redes de Transporte en ciudades Virtuales. Universidad Autónoma de Querétaro, Querétaro, QRO.
- Mees, P., A Very Public Solution: Transport in the Dispersed City, Melbourne University Press, Melbourne, 2000
- Molinero, Ángel e Ignacio Sánchez (2003), Transporte público: planeación, diseño, operación y administración, Quinta del agua, México.
- Naoki Katoh, (2000) Open problems from the 13th. Canadian Conference on Computational Geometry, [Online] Available: <http://theory.csail.mit.edu/~edemaine/papers/CCCG2000Open/>
- Nielsen, G., Nelson, J., Mulley, C., Tegner, G., Lind, G. and Lange, T., Public Transport Planning the Networks - HiTrans Best Practice Guide 2., 2005.

Obregón-Biosca Saúl, Análisis de la movilidad urbana de una ciudad mexicana, caso de estudio: Santiago de Querétaro, Economía, sociedad y Territorio, vol. XV, núm. 47, 2015, 61-98, Santiago de Querétaro.

Ortúzar, Juan de Dios y Luis Willumsen (2008), Modelos de transporte, Universidad de Cantabria, Santander.

Picco, Alicia María, Clyde Elisa Charre y Nicolás Álvarez (2010), “Aportes de la metodología estadística a los modelos de demanda de transporte”, ponencia presentada en el XVI Congreso Latinoamericano de Transporte Público y Urbano, 6-8 de octubre, México.

Scheurer Jan, McLeod Sam, Making Melbourne’s public transport network multi-directional: Can the associated accessibility boost mobilise latent potential for ridership and city building, 38th Australian Transport Research, Melbourne, 15-17 November 2016

Thompson, G., Kooner, J. and Massman, R., Fundamentals of Successful Transit, County of San Diego, San Diego, 1976.

Thompson, G.L. (1977). Planning Considerations for alternative transit route structures. Journal of the American Institute of planners 43 (2) pp158-168

Resultados para instancias p-MLC

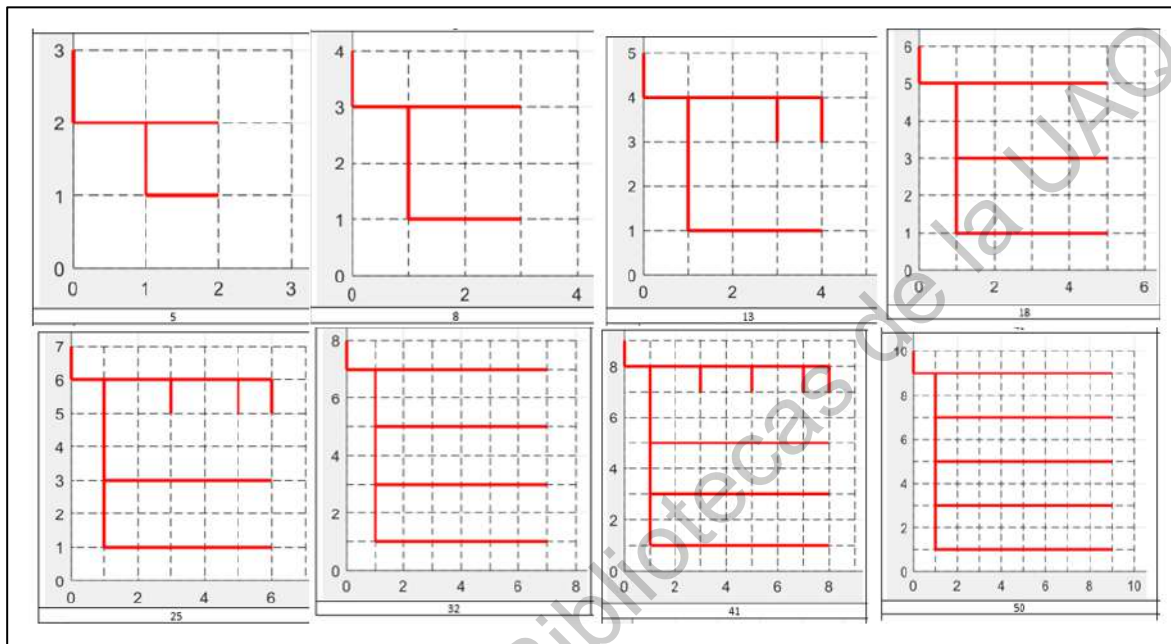


Figura A1. Algunos Resultados para instancia p-MLC

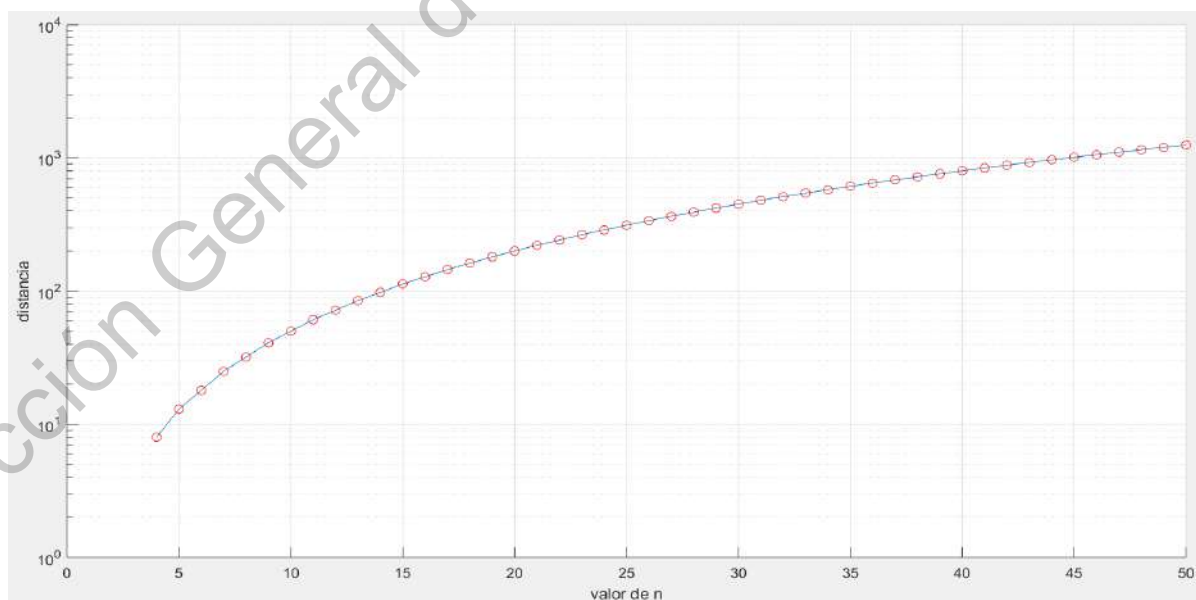


Figura A2. Resultados para instancia p-MLC en n desde 4 hasta 50

Resultados para instancias p-MLC-R

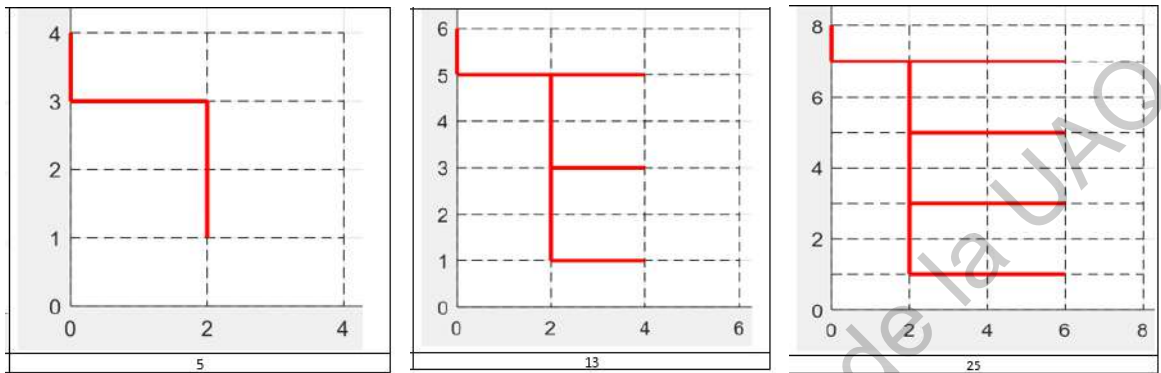


Figura A3. Algunos Resultados para instancia p-MLC-R

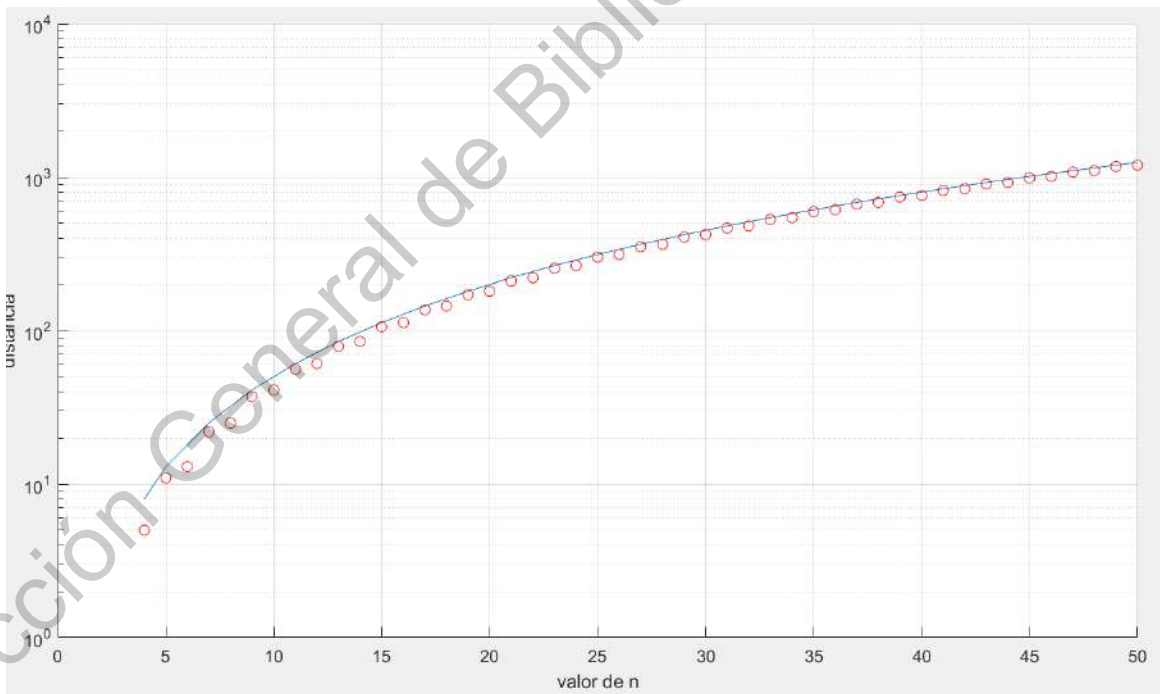


Figura A4. Resultados para instancia p-MLC'R en n desde 4 hasta



Santiago de Querétaro, Querétaro, 5 de agosto de 2020

C. Salvador Malagón.

PRESENTE

Como resultado de los comentarios y revisiones del comité evaluador, nos permitimos informarle que su artículo, detallado a continuación, ha sido **aceptado** para **publicarse** en el número especial de la revista **Perspectivas de la Ciencia y la Ingeniería**. Su trabajo será turnado al departamento de corrección y estilo, y posteriormente, se publicará en el sitio web <http://perspectivasciencia.uaq.mx/index.php/ojs>. Le informaremos en cuanto la publicación se encuentre disponible en dicho sitio.

Título

Heurísticas para Rutas del Transporte Público Colectivo en la Ciudad de Querétaro

Código de registro:

EE9

Autores:

Jesús Salvador Malagón García, Arturo González Gutiérrez

Asimismo, le reiteramos nuestro agradecimiento por su participación, y esperamos tener la oportunidad de recibir más colaboraciones suyas.

Atentamente

Oficina editorial de la revista Perspectivas de la Ciencia y la Ingeniería



“Heurísticas para Rutas del Transporte Público Colectivo en la Ciudad de Querétaro”

“Heuristics for the Collective Public Transportation Routes in the City of Querétaro”

Resumen

Las redes de transporte han existido desde que el ser humano era nómada, migrando en busca de mejores condiciones para que después apareciesen los primeros asentamientos, incluso entonces las redes de transporte pasaron de ser únicamente rutas de migración a vías de comunicación para transportar e intercambiar bienes. En la actualidad los humanos vivimos en megaciudades con dinámicas particulares de traslado de personas, dando lugar, entre otros a sistemas de transporte público colectivo. Es común que se persigan tres objetivos; maximizar la capacidad de ciudadanos que se pueden trasladar, maximizar la conectividad en la ciudad y minimizar el costo de la movilidad. Maximizar el beneficio mientras se minimiza el costo es complicado, pero se puede alcanzar un equilibrio mediante la implementación de estrategias modernas de diseño y el aprovechamiento de nuevas tecnologías. Dentro de las ciencias de la computación y en específico en el área de inteligencia artificial, existen mecanismos de optimización a problemas de enrutamiento geométrico, como es el caso del diseño de las rutas que recorren los autobuses en el sistema *QroBus*. El presente artículo plantea la analogía entre el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC por sus siglas en inglés), clasificado como NP-Duro y considerado computacionalmente intratable, y el proceso de diseño de las rutas de transporte. Las instancias sobre las cuales se ejecutan los algoritmos Metaheurísticos se construyen a partir de información geográfica y demográfica, con la intención de diseñar rutas en función del diseño de la ciudad de Querétaro y la distribución poblacional. Los resultados obtenidos se contrastan con el diseño de las rutas de transporte del sistema *Qrobus*.

Palabras Clave: Inteligencia Artificial, Algoritmos, MLC, Heurísticas, Optimización, Movilidad, Transporte

Abstract

Transport networks have existed since the human being was nomadic, migrating in search of better conditions until the first settlements later appeared, even then the transport networks went from being only migration routes to communication routes used to transport and exchange goods. Nowadays, humans live in megacities with particular dynamics of transportation, giving rise, among others to collective public transportation systems. It is common to pursue three objectives; maximize the capacity of citizens who can move, maximize the connectivity in the city and minimize the cost of mobility. Maximizing the benefit while minimizing the cost it is complicated, but a balance can be achieved through the implementation of modern design strategies and the use of new technologies. Within the computer sciences and specifically in the area of artificial intelligence, there are mechanisms for optimizing geometric routing problems, such as the design of the routes that buses follow in the *QroBus* system. This article proposes an analogy between the Minimum Length Corridor problem (MLC), classified as NP-Hard considered computationally intractable and the process of designing the routes that buses follow. The instances on which the Metaheuristic algorithms are executed are built from geographic and demographic information, with the intention of designing routes based on the design of the city of Querétaro and its population distribution. The results obtained are compared with the design of the transport routes of the Qrobus system.

Keywords: Artificial Intelligence, Algorithms, MLC, Heuristics, Optimization, Mobility, Transportation

1. Introducción

La primera compañía de transporte público colectivo se creó en Nantes Francia en el año 1826 por Stanislav Braudy bajo el nombre *Entreprise Generale des Omnibus* [1]. Es posible argumentar que los sistemas de transporte público diseñados en redes distribuidas y con múltiples transbordos en lugar de rutas individuales, satisfacen de mejor manera la dinámica de transporte de las ciudades. (Jago Dodson, et. al, 2011) [2].

El problema de planificación de la red de transporte público ha sido identificado y explicado en detalle por Thompson (1977), Nielsen (2005) y Mees (2000; 2010) [3, 4, 5]. El trabajo de Mees muestra que los servicios de transporte público pueden ofrecer un mayor nivel de servicio, si proporcionan una red interconectada de transferencias para que el pasajero seleccione de la red completa la combinación de segmentos de ruta necesarios para emprender su viaje. Este enfoque de planificación de red significa no proporcionar rutas dedicadas para satisfacer las demandas específicas individuales de los pasajeros, en su lugar se debe proporcionar una red de servicios de transporte que permita una amplia gama de viajes potenciales. En general se puede argumentar que una red bien diseñada consta de cinco principios.

1. Estructuras de redes simples y directas: El principio fundamental es proporcionar rutas directas y simples cuyo recorrido puede recordarse fácilmente, ya sea individualmente o dentro de la red.

2. Existe una jerarquía de líneas en una red: Las redes de transporte público requieren una jerarquía de líneas interconectadas que difieren en capacidad y velocidad con escala de operación.

3. Existe un plan de velocidad, consistencia y confiabilidad: Esto involucra vehículos que pueden viajar rápido a lo largo de rutas con una dependencia mínima de otro tráfico o intersecciones para garantizar la fiabilidad. Esto requiere intervenciones para apoyar la prioridad de Vehículos de transporte público, a través del derecho de paso, carriles dedicados y prioridad en las intersecciones. Las líneas deben operar en horarios consistentes y patrones de detención que se apliquen en períodos más amplios. Las líneas que operan horarios

consistentes permiten que los tiempos de servicio se memoricen más fácilmente que patrones inconsistentes y, por lo tanto, pueden evitar la necesidad de consultar horarios.

4. Coordina transferencias convenientes: Proporcionar una estructura básica de líneas que funcionen a alta frecuencia para que los tiempos de espera en las paradas en estas líneas sean mínimos y no se requieran horarios.

5. Proporciona información clara y concisa: La información clara y accesible para los pasajeros es un elemento clave de las redes de transporte público. Las paradas deben proporcionar información suficiente para que los pasajeros puedan ubicar la parada dentro de la red de transporte público y navegar entre rutas.

Esta estrategia de sistema de red para la planificación del sistema de transporte público apunta a crear una red ubicua que sea capaz de ofrecer una multiplicidad de combinaciones de origen-ruta-destino. Es conveniente hacer un análisis de la red de transporte público en nuestro caso de estudio; la ciudad de Querétaro, y tratar de identificar en su diseño la presencia de los cinco principios mencionados anteriormente.

1.1 Diagnóstico de servicio de transporte público colectivo

De acuerdo con los datos del Instituto Queretano del Transporte (IQT) [6] la demanda total promedio de viajes en un día hábil en la Zona Metropolitana de Querétaro (ZMQ) es de 593.7 mil usuarios, mientras que para el sábado resultó de 440 mil y el domingo con 270 mil usuarios. En un día hábil un autobús da un promedio de 6.13 vueltas, es decir, inicia la ruta desde un punto determinado y regresa a ese mismo punto para comenzar nuevamente. Durante el sábado se tiene un promedio de 6.04 vueltas al día por autobús; y en domingo un promedio de 5.71 vueltas al día por autobús. Para atender a los usuarios en estos recorridos existen 1,050 paradas, con una distancia promedio entre ellas de 450 metros, así como otros lugares de ascenso y descenso que funcionan por costumbre o comodidad de los usuarios (IQT, 2016). Una estadística que es especialmente relevante para este caso de estudio es el Índice de sobreposición, el cual se entiende como el grado en que algunas rutas del transporte público están sobrepuestas entre sí, generando congestión vial y saturación del servicio. El

índice se obtiene al dividir el número total de kilómetros recorridos por las rutas (2,968.37), entre el número de kilómetros utilizados por la red vial (747.94). Para la ZMQ en el año 2015 resultó ser de 3.96 rutas/km.

Después de analizar estos datos, es claro que hay rubros en los que no tenemos injerencia, como incrementar el número de vueltas promedio diarias, también hay otros rubros en los que, si podemos proponer una solución, concretamente disminuir el índice de sobreposición de rutas, a través de distribuir de mejor manera el número de kilómetros utilizados por la red vial, o incluso incrementar la cobertura de la red con un diseño eficiente. Por tanto, es posible afirmar que se trata de un problema de optimización de enrutamiento geométrico.

1.2 Problema del Corredor de Longitud Mínima

Para el problema del Corredor de Longitud Mínima (MLC, por sus siglas en inglés *Minimum Length Corridor Problem*) se establece un límite rectangular R dividido en un conjunto P de polígonos que corresponden a la periferia de R . El propósito del problema MLC es definir una solución C consistente en un conjunto de segmentos de línea (aristas) denominado corredor, que incluya al menos un punto del límite rectangular R y al menos un punto (vértice) de cada polígono P , con una longitud total mínima. Fig. (1)

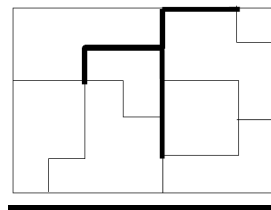


Figura 1. Descripción gráfica del problema MLC.

El problema MLC es un problema de optimización de enrutamiento geométrico, N. Katoh planteó por primera vez el problema MLC en la 12ª Conferencia Canadiense sobre Geometría Computacional [8]. La solución al problema MLC guarda similitud con un árbol extendido de costo mínimo pues se busca minimizar el costo del corredor.

1.3 Problema NP-Duro

Hasta hace poco no se sabía nada sobre la complejidad y la posible aproximación de soluciones óptimas del problema, entonces, Bodlaender et al. [9] y González-Gutiérrez y González [10] simultanea e independientemente informaron que el problema es NP-Duro. El caso de los problemas P vs NP hace referencia a una clase computacional de problemas en la que cualquier solución dada a un problema NP puede ser verificada en tiempo polinómico, pero no hay manera eficaz de encontrar una solución a partir de una fórmula general, es decir; el tiempo requerido para resolver cualquier problema NP-Duro se incrementa muy rápidamente conforme el tamaño del problema crece.

El término P refiere al conjunto de problemas de optimización que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing Determinística, mientras que el término NP refiere al conjunto de problemas de optimización que se pueden resolver en tiempo polinomial en una Máquina de Turing No-Determinística. De ello, resulta claro que $P \neq NP$, Garey [11]. Esto implica que existe un conjunto de problemas de optimización, los cuales están en NP, pero no en P. A esta categoría se le ha llamado NP-Duros. (Fig. 2)

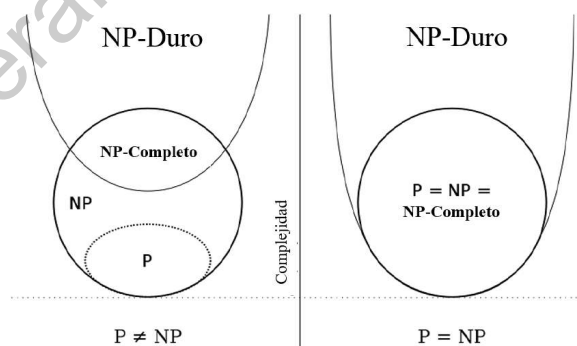


Figura 2. Problemas P y NP

El problema con el que se está tratando es una generalización el problema MLC, que se clasifica como un problema NP-Completo y las implicaciones de abordar un problema de tal complejidad, son motivos académicos importantes, además se ha establecido que los

problemas de optimización que pertenecen a la categoría NP-Duro se consideran intratables computacionalmente hablando, ya que no existe un algoritmo eficiente que produzca una solución óptima para cualquier instancia. La naturaleza de los problemas NP-Duro y su dificultad hace evidente suponer que debe ser tratado con técnicas de Inteligencia Artificial.

Por tanto, se define a la red de transporte Público de la ciudad de Querétaro como el caso de estudio específico sobre el cual se desarrollarán los algoritmos heurísticos presentados en este artículo. Concretamente, el problema del MLC consiste en usar las calles de la Ciudad de Querétaro como el conjunto de líneas L que dividen a la ciudad en polígonos P (manzanas) de tal manera que las rutas de transporte público den cobertura a la totalidad de la población mientras se recorre una distancia mínima. La tesis abordará al servicio de transporte desde la perspectiva del manejo de la información disponible para proponer modificaciones, a partir de la implementación de algoritmos que aproximen un aprovechamiento óptimo de los recursos existentes, beneficiando directamente a los usuarios del transporte público y a los concesionarios del servicio, además de una larga lista de beneficios indirectos derivados de un incremento en la eficiencia de la red de transporte público.

Habiendo establecido que el problema MLC es un problema de optimización NP-Duro, no es posible afirmar que es ineficiente o intratable, pues puede ser “tratable” para ciertas instancias. De la misma forma en que un problema grande puede dividirse en problemas más pequeños, un algoritmo para un problema complejo puede construirse combinando algoritmos para problemas simples, por tanto; la complejidad del algoritmo puede ser acotada por la composición de complejidades de otras funciones o algoritmos. Luego, cualquier algoritmo construido a partir de algoritmos polinomiales será un algoritmo de orden polinomial.

1.4 Algoritmos Heurísticos

Un algoritmo es una secuencia finita de operaciones utilizados para realizar una tarea, cuya implementación ofrece una solución a un problema. Decimos que un algoritmo tiene velocidad $O(f(n))$ tal que el tiempo empleado por el algoritmo para resolver cualquier

problema de tamaño n_0 . Podemos diferenciar entre algoritmos deterministas y algoritmos no deterministas. Un algoritmo es determinista si en un conjunto de problemas, todas las ejecuciones del algoritmo producen el mismo resultado final (además, todos los resultados intermedios también son iguales). Un algoritmo es no determinista si se introduce aleatoriedad en el proceso de encontrar la solución y por lo tanto los resultados finales e intermedios no tienen por qué coincidir. Al resolver problemas de optimización en respuesta a la precisión, existe la siguiente clasificación:

Algoritmos de Aproximación: Un algoritmo de aproximación no necesariamente produce soluciones óptimas. Lo que garantiza es un rango de precisión.

Algoritmos Heurísticos: Son algoritmos que producen soluciones sin ninguna garantía de ser óptimos, a su vez, por lo general tienen un tiempo de ejecución mucho menor, pues generalmente están acotados por la suma de funciones y algoritmos polinómicos.

2. Metodología

Los algoritmos heurísticos son también llamados algoritmos aproximados, algoritmos basados en el conocimiento o simplemente heurísticas, por lo que su clasificación es bastante complicada, aunque se puede agrupar partiendo de dos conceptos simples; Métodos constructivos y Métodos de búsqueda. Los primeros son capaces de construir una solución a un problema dado, y la forma de construir la solución depende fuertemente de la estrategia seguida. Los segundos parten de una solución factible dada por el diseñador y a partir de ella intentan mejorarla.

El método empleado en la construcción de los algoritmos heurísticos descritos en este artículo es el método constructivo, y se siguen dos estrategias clave; la descomposición y la reducción. Primero se divide sistemáticamente el problema en subproblemas más pequeños. Este proceso se repite (generalmente de forma recursiva) hasta que se tenga un tamaño de problema en el que la solución a dicho subproblema es trivial. Después el algoritmo combina las soluciones obtenidas hasta que se tenga la solución al problema original. Finalmente se identifican características que contienen las soluciones buenas conocidas y se asume que la solución óptima también las tendrá. De esta forma se puede reducir drásticamente las etapas necesarias para resolver cualquier instancia.

En el capítulo de metodología se describen las etapas de diseño, usando como instancia únicamente el primer distrito de la ZMQ, pues es necesario incluir una tabla donde se muestre como se construyen los polígonos de la instancia además de una tabla de adyacencias para los vértices del grafo equivalente de la instancia. En el capítulo de resultados se hace referencia a los resultados obtenidos para la totalidad de la ZMQ al seguir la metodología descrita.

2.1 Instancias

En el contexto de problemas computacionales y matemáticos, una instancia hace referencia a un problema que, aunque pertenezca a una clasificación general, cuenta con características específicas. Hablando del ámbito de la programación orientada a objetos, es posible diseñar un tipo de entidad, asignándole distintas propiedades y funciones, tal y como si se estuviese diseñando un escritorio de oficina, se debe decidir si tendrá cajones o no, cuál será la longitud y altura, el material con el que se construirá y el color. Aunque existe una clase de muebles bien definida llamada *Escritorios de oficina*, una instancia de esa clase es un escritorio de madera con 2 cajones. Concretamente las instancias para este caso de estudios son grafos conexos no dirigidos, divididos en polígonos a partir de características poblacionales y geográficas de la ZMQ, haciendo uso de una base de datos del Instituto Nacional Electoral.

2.1.1 Cartografía de la Zona Metropolitana de Querétaro

La base de datos recopilada por el Instituto Nacional Electoral (INE) y administrada por el Instituto Electoral del Estado de Querétaro (IEEQ) será empleada para la construcción del repositorio cartográfico donde se incluye información relativa a la distribución del espacio dentro de la ciudad de Querétaro y a la distribución poblacional, para poder realizar un cálculo adecuado de densidad poblacional y la posterior subdivisión, en polígonos con

densidad poblacional equivalente con los cuales se realizará el diseño de las rutas de transporte.

La base de datos está diseñada con la siguiente jerarquía territorial.

MRM - Mapa Electoral de la República Mexicana con División de Circunscripciones Plurinominales: Este producto cartográfico representa la división electoral federal de la República Mexicana, mostrando las 32 entidades federativas agrupadas en cada una de las cinco Circunscripciones Plurinominales.

CES - Condensado Estatal Distrital: En este producto se representa la conformación distrital de cada una de las 32 entidades federativas.

PDS - Plano Distrital Seccional: Se trata de un plano que representa cada uno de los 300 distritos electorales federales.

CEM - Carta Electoral Municipal: Es la representación del área rural de un municipio.

PUS - Plano Urbano Seccional: Este producto cartográfico representa el espacio urbano de una localidad tipificada como urbana.

PSI - Plano por Sección Individual: Este producto cartográfico representa las manzanas y rasgos físicos correspondientes a sólo una sección electoral federal de localidad urbana.

En la base de datos del INE, se encuentran los planos por sección individual de todo el territorio del estado de Querétaro, un ejemplo de estos mapas seccionales es el de la sección 417, en donde se encuentra el Centro universitario de la Universidad Autónoma de Querétaro. (Fig. 3)

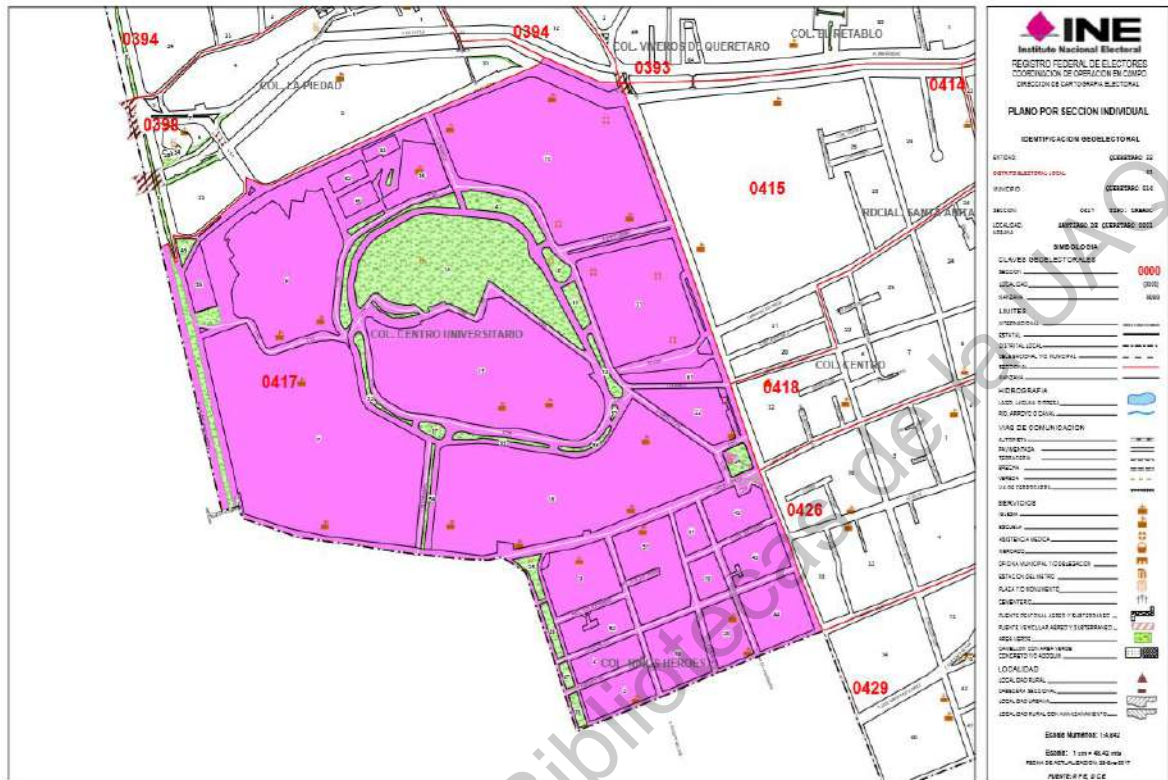


Figura 3. Plano de sección individual (Sección 417).

2.2 Densidad Poblacional

El estado de Querétaro se compone por 15 distritos y a su vez la ZMQ está integrada por 7 de esos distritos estatales (I, II, III, IV, V, VI y VII). Estos 7 distritos están divididos en 417 secciones con una población total (en padrón electoral) de 562,882 personas. Con los mapas de las secciones individuales, es posible construir un mapa general como el que se muestra a continuación. (Fig. 4)

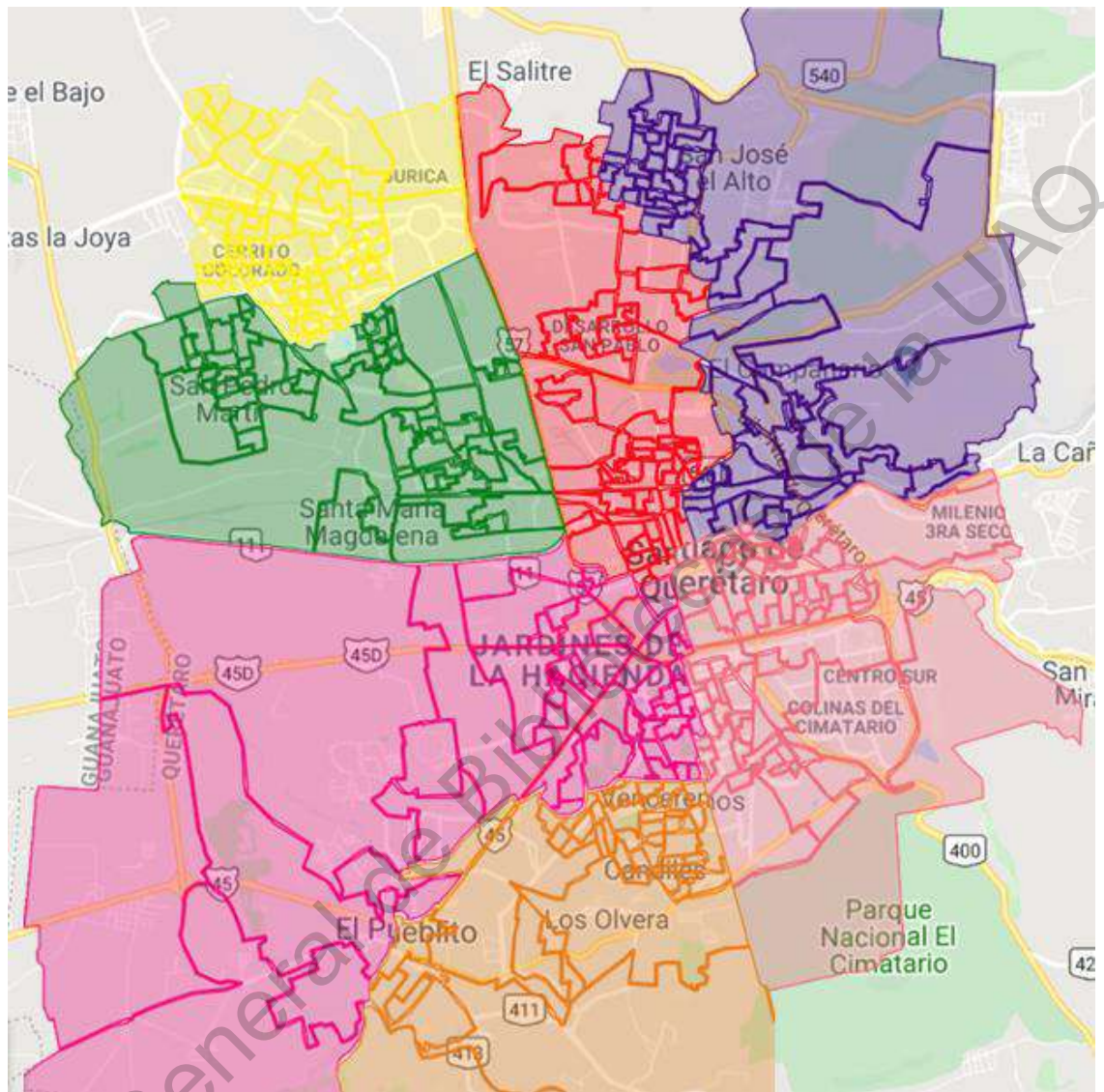


Figura 4. Plano de la Zona Metropolitana de Querétaro

Cada una de las 417 secciones que componen a la ZMQ, tiene una densidad poblacional distinta, por lo que es necesario redistribuir los límites de las secciones para balancear la densidad poblacional dentro de cada nuevo polígono, con la intención de posteriormente obtener un grafo equivalente que represente adecuadamente la distribución de la población, para poder brindar un servicio de transporte entre zonas más eficiente. A continuación, se muestra el mapa del distrito I, compuesto por 62 secciones. (Fig. 5)

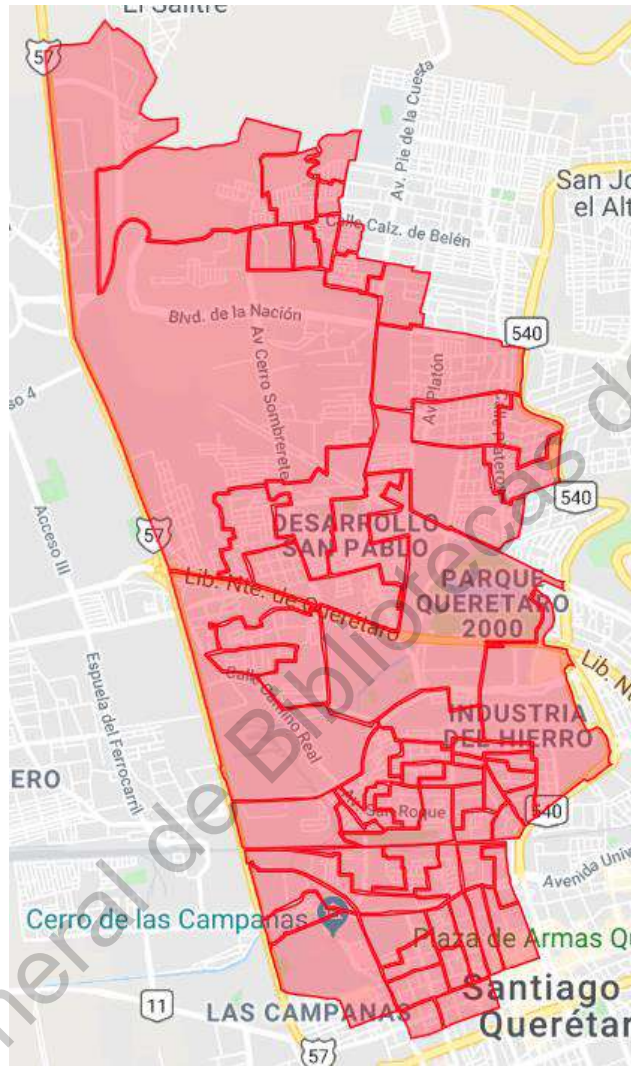


Figura 5. Distrito I de ZMQ

Para el Distrito I, se procedió a medir la superficie de cada sección para poder obtener la densidad poblacional al dividir la cantidad de personas entre la superficie en km^2 . Posteriormente se dividieron algunas secciones en dos (327, 338, 380) y se unieron otras, pasando de un total de 62 polígonos a 11 polígonos, con una densidad poblacional balanceada. La tabla 1 muestra la forma en que se organizaron las secciones:

Tabla 1. Composición de polígonos con densidad poblacional balanceada

Polígono	Sección	Población	Superficie (km ²)	Densidad poblacional	
				Por sección	Por Polígono
1	278	14003	6.098	2296.33	
	700	1122	0.081	13851.85	
	701	1182	0.059	20033.90	
	702	1031	0.128	8054.69	
	703	1155	0.081	14259.26	9122.34
	730	439	0.13	3376.92	
	731	868	0.064	13562.50	
	732	1317	0.234	5628.21	
	733	1384	1.334	1037.48	
2	305	4327	0.306	14140.52	
	318	4809	0.54	8905.56	9308.55
	320	2391	0.49	4879.59	
3	698	1175	0.212	5542.45	
	699	1288	0.118	10915.25	
	277	6019	0.757	7951.12	
	287	1516	0.198	7656.57	
	288	2872	0.329	8729.48	8053.53
	296	1427	0.247	5777.33	
	303	5090	0.763	6671.04	
	319	4474	0.4	11185.00	
4	327	3203	2.082	1538.42	
	328	2987	0.507	5891.52	7849.98
	332	1612	0.1	16120.00	
5	326	2129	1.549	1374.44	
	347	1339	0.249	5377.51	8897.55

	348	1202	0.095	12652.63	
	349	1787	0.251	7119.52	
	361	988	0.055	17963.64	
	327	3203	2.082	1538.42	
	338	2867	1.037	2764.71	
6	350	1127	0.076	14828.95	10218.66
	354	1046	0.074	14135.14	
	363	1230	0.069	17826.09	
	362	958	0.079	12126.58	
	368	1145	0.11	10409.09	
7	369	944	0.384	2458.33	8824.92
	370	793	0.071	11169.01	
	371	887	0.085	10435.29	
	380	1302	0.205	6351.22	
	338	2867	1.037	2764.71	
	365	886	0.065	13630.77	
	366	601	0.045	13355.56	
8	367	657	0.069	9521.74	9588.52
	378	643	0.059	10898.31	
	379	816	0.077	10597.40	
	380	1302	0.205	6351.22	
	382	1318	0.209	6306.22	
	383	857	0.141	6078.01	
	384	727	0.103	7058.25	
9	391	557	0.084	6630.95	7167.79
	392	991	0.115	8617.39	
	393	1550	0.278	5575.54	
	394	1279	0.201	6363.18	

	398	617	0.139	4438.85	
	411	497	0.163	3049.08	
	412	578	0.12	4816.67	
	413	778	0.127	6125.98	
	414	746	0.075	9946.67	
	415	844	0.184	4586.96	
	417	789	0.61	1293.44	
10	418	925	0.095	9736.84	5914.56
	419	627	0.073	8589.04	
	426	1151	0.13	8853.85	
	429	842	0.087	9678.16	
11	430	1143	0.143	7993.01	8835.584

2.3 Teoría de Grafos

La teoría de Grafos es una herramienta de las ciencias de la computación que permite construir modelos matemáticos partiendo de problemas aplicados, el primer y más notorio ejemplo del uso de esta herramienta de abstracción es el caso del problema de los puentes de *Königsberg*, abordado por *Leonhard Euler* en 1736 en la publicación “*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*” (La solución de un problema relativo a la geometría de la posición) en el cual se demuestra la posibilidad o no de encontrar una solución a dicho problema haciendo uso de grafos. Este trabajo sentaría las bases para definir posteriormente la teoría de grafos. Para poder dar solución a un problema de enrutamiento geométrico como es el caso del diseño de rutas de transporte, resulta conveniente hacer uso de esta misma herramienta, a continuación, se presentan definiciones a varios conceptos de la teoría de grafos. O. D. Cardozo [11].

Vértice: El vértice es la unidad base de un Grafo y está compuesto por un par de coordenadas $v = \{x, y\}$. Un vértice v pertenece al grafo G y se denota como $v \in G$. Un

conjunto de vértices en un grafo se denomina familia de vértices. El grado de un vértice hace referencia a la cantidad de aristas a las cuales incide.

Arista: Una arista es la conexión entre dos vértices. Si v y w son vértices diferentes, entonces vw representa la arista que los conecta. Un conjunto de aristas en un grafo se denomina familia de aristas.

Incidencia: Una arista es incidente a un vértice si esta comienza o termina en el vértice. La arista vw incide en los vértices v y w .

Adyacencia: Dos vértices son adyacentes si existe una arista que los una. Los vértices v y w son adyacentes si existe una arista vw . De la misma forma dos aristas son adyacentes si comparten un vértice. Al caracterizar un grafo se suele incluir una lista o matriz de adyacencias.

Peso de Arista: El peso es una cantidad asignada a una arista en un grafo ponderado. El peso puede hacer referencia a costo, distancia, capacidad o cualquier otra característica medible para comparar aristas.

Polígono: Un polígono es un área planar definida por vértices y aristas pertenecientes a un grafo ponderado y no puede ser dividido en subáreas.

Ruta: Una ruta es una secuencia de vértices unidos por aristas de tal forma que satisfacen criterios específicos en el diseño de dichas rutas.

El árbol extendido (*spanning tree*) de un grafo conexo es un subgrafo acíclico conexo que contiene todos los vértices del grafo. Si las aristas del grafo tienen asignado un costo, un árbol extendido de costo mínimo, (MCST por sus siglas en inglés *minimum cost spanning tree*) es un árbol donde el costo está definido como la suma de los pesos de todas sus aristas. (Levitin, 2012) [12]. Existen algoritmos que resuelven el problema MCST a partir de un grafo conexo no dirigido, siendo el más popular el Algoritmo de Prim.

Haciendo uso de la teoría de grafos, se procede a seleccionar coordenadas geográficas que representarán vértices, los cuales serán incididos por aristas, que en este caso de estudio representan a las calles de la ZMQ. El peso de las aristas hará referencia a la distancia

euclidiana de los dos vértices a los cuales incide. Las coordenadas geométricas que se seleccionen deberán corresponder a puntos compartidos por dos o más polígonos, además de algunas otras coordenadas geográficas que ayuden a reconstruir con fidelidad la forma en que están dispuestas las calles y avenidas de la ZMQ.

A continuación, se muestra el mapa del Distrito I con la redistribución de polígonos y con la selección de vértices necesarios para su representación en forma de grafo. (Fig. 6)

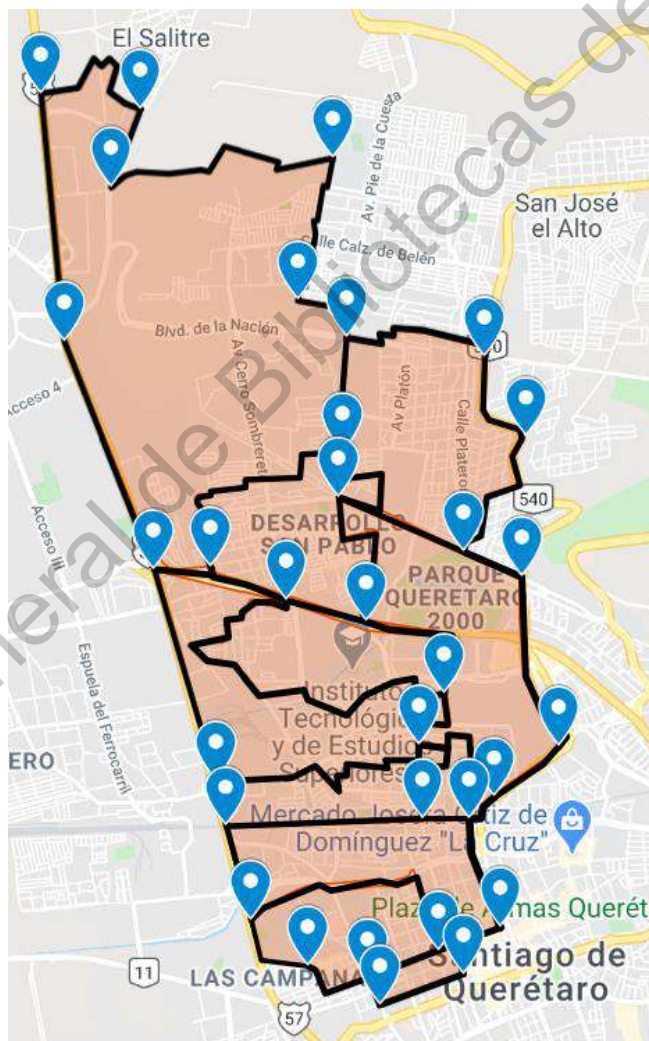


Figura 6. Distrito I con polígonos balanceados

2.4 Construcción de grafo

Con los marcadores azules se construye un archivo que contenga las etiquetas de cada vértice (números del 1 al 32), la Latitud y Longitud de su ubicación geográfica, además, se construye una lista de adyacencias para caracterizar completamente el grafo equivalente del Primer Distrito de la ZMQ (Tabla 2).

Tabla 2. Coordenadas geográficas y lista de adyacencias de vértices

Vértice	Latitud	Longitud	Vértices Adyacentes			
1	-100.43269	20.66123	2	6	-	-
2	-100.42397	20.65995	1	3	-	-
3	-100.42646	20.65345	2	4	-	-
4	-100.40689	20.65587	3	5	-	-
5	-100.41012	20.64416	4	7	-	-
6	-100.43065	20.64074	1	13	-	-
7	-100.40568	20.64116	5	8	9	-
8	-100.39351	20.63957	7	32	-	-
9	-100.40619	20.63167	7	10	12	-
10	-100.40652	20.62792	9	11	14	-
11	-100.39554	20.62342	32	10	17	-
12	-100.41785	20.62212	9	13	15	-
13	-100.42283	20.62196	6	12	19	-
14	-100.40410	20.61772	10	15	16	-
15	-100.41108	20.61937	12	14	16	-
16	-100.39719	20.61173	14	15	20	-
17	-100.39032	20.62134	11	18	-	-
18	-100.38698	20.60734	17	22	-	-
19	-100.41734	20.60452	13	20	23	-
20	-100.39937	20.60748	16	19	21	22

21	-100.39914	20.60139	20	23	24	-
22	-100.39269	20.60316	18	20	24	-
23	-100.41634	20.60082	19	21	25	-
24	-100.39496	20.60151	21	22	26	-
25	-100.41421	20.59302	23	27	28	-
26	-100.39221	20.59240	24	27	-	-
27	-100.39773	20.59050	25	26	29	31
28	-100.40913	20.58926	25	29	-	-
29	-100.40384	20.58831	27	28	30	-
30	-100.40283	20.58604	29	31	-	-
31	-100.39552	20.58852	27	30	-	-
32	-100.39006	20.63297	8	11	-	-

Con esta información se reconstruye un grafo conexo no dirigido equivalente al Distrito I de la ZMQ (Fig.7). Este grafo equivalente al primer distrito de la ZMQ constituye una instancia sobre la cual es posible probar algoritmos que produzcan soluciones útiles para el diseño de las rutas de transporte público en la ZMQ. El primer paso es entonces implementar el algoritmo de Prim para conocer el MCST de este grafo, y posteriormente usar ese valor de costo como la función objetivo que buscamos minimizar.

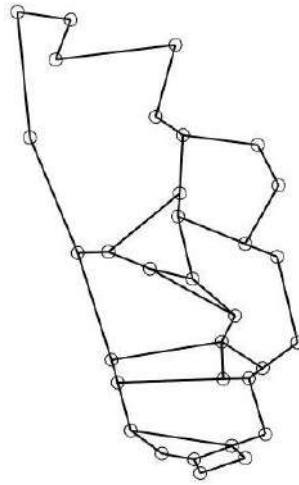


Figura 7. Grafo equivalente de Distrito I

El algoritmo de Prim (Fig. 8) construye un MCST arista por arista, haciendo uso de una lista de vértices que ya han sido conectados entre sí, en cada ciclo selecciona la arista con el costo menor entre un vértice nuevo y uno perteneciente a la lista de vértices ya conectados, luego de $n - 1$ ciclos donde n es el número de vértices en el grafo, se habrán conectado todos los vértices del grafo, con el costo mínimo asignado a las aristas que los unen, lo que constituye un MCST. El costo de las aristas se traduce a la longitud en kilómetros que recorrería la ruta de transporte público colectivo para brindar servicio a la totalidad del primer distrito.

Algoritmo de PRIM

$n \leftarrow V $	▷ Cantidad de Vértices del grafo
$T \leftarrow NULL$	▷ Conjunto de Aristas seleccionadas
3: $TV \leftarrow \{a\}$	▷ Conjunto de vértices en el árbol
$E \leftarrow$	▷ Conjunto de Aristas de G

```

6: while ( $E \neq \emptyset$ ) && ( $|T| \neq n - 1$ ) do
    Sea (u,v) la arista de costo mínimo tal que  $u \in TV$  y
9:    $v \notin TV$ 
     $E = E - \{(u,v)\}$ 
12:   Agregar (u,v) a T
    Agregar v a TV
    if  $|T| == n - 1$  then
15:     T es el árbol de costo mínimo
    end
end
end

```

18:

Figura 8. Algoritmo de Prim.

Al implementar el algoritmo de Prim en el grafo equivalente del primer distrito de la ZMQ se obtiene el siguiente MCST (Fig. 9). Sin embargo, el MCST no es una solución válida para el problema MLC, pues el algoritmo de Prim conecta el 100% de los vértices en el grafo, mientras que el objetivo del problema MLC es conectar al menos un vértice de cada polígono contenido en el grafo, por lo tanto, se busca reducir el porcentaje de vértices conectados en el MCST resultante sin dejar sin cobertura ningún polígono del grafo. González [13]

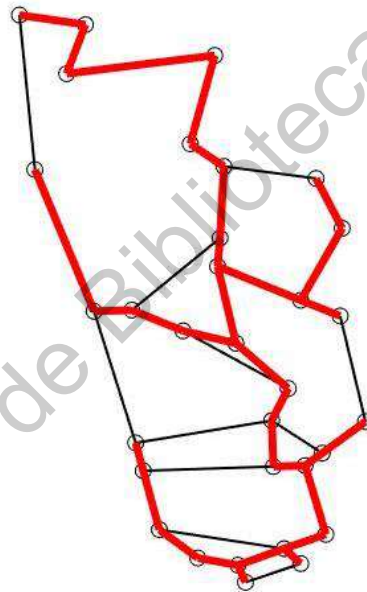


Figura 9. MCST de Distrito I de ZMQ por Prim.

2.5 Algoritmo Heurístico p-MLC-m

El algoritmo p-MLC-m tiene la intención de seleccionar únicamente los vértices necesarios para cumplir con los requerimientos de diseño del problema MLC. El algoritmo p-MLC-m en una primera etapa discrimina vértices con grado menor a 3, es decir; vértices que inciden en menos de tres aristas del grafo, posteriormente obtiene el centroide de los vértices restantes y asigna un peso a las aristas en función del vértice incidente más lejano al

centroide, el radio discriminatorio será el mínimo posible, siempre y cuando permita que el subgrafo incluya todos los polígonos, este criterio permite al algoritmo discriminar nuevamente vértices que resultan innecesarios de acuerdo con la lógica de diseño del problema MLC, luego de este proceso se implementa el algoritmo de Prim, obteniendo un subgrafo que contiene un MCST, el paso final es eliminar sin recursividad todos vértices hoja (aquellos vértices que inciden únicamente en una arista del MCST), siempre y cuando exista al menos un vértice de cada polígono, obteniendo así una solución al problema MLC. (Fig. 10)

Algoritmo p-MLC-M	
$n \leftarrow V $	▷ Cantidad de Vértices del grafo
$T \leftarrow NULL$	▷ Conjunto de Aristas seleccionadas
3: $G \leftarrow 3$	▷ Grado mínimo de vértices
$R \leftarrow x$	▷ Radio Discriminatorio
$TV \leftarrow \{a\}$	▷ Conjunto de vértices en el árbol
6: $E \leftarrow$	▷ Conjunto de Aristas de G
for $i = 1 : n$ do	
9: $g =$ Grado de v	
$r =$ Distancia de v hacia el centroide	
if $g < G \ \&\& \ r < R$ then	
12: Agregar v a TV	
end	
end	
15: while $(E \neq \emptyset) \ \&\& \ (T \neq n - 1)$ do	
Sea (u, v) la arista de costo mínimo tal que $u \in TV$ y	
18: $v \notin TV$	
21: $E = E - \{(u, v)\}$	
Agregar (u, v) a T	
Agregar v a TV	
24: if $ T == n - 1$ then	
T es el árbol de costo mínimo	
end	
27: end	
for $i = 1 : TV $ do	
30: $g =$ Grado de v	
if $g < 2 \ \&\& \ v \neq$ único vértice de un polígono then	
Eliminar v de TV	
33: end	
end	

Figura 10. Algoritmo p-MLC-m.

Luego de implementar el algoritmo p-MLC-m obtenemos una solución al problema MLC en el grafo equivalente al primer Distrito de la ZMQ (Fig. 11 a, b), que, si bien no es la solución óptima, si es una buena solución y nos permite construir una ruta de transporte público colectivo a partir de ella. También se considera al grafo como no dirigido pues las rutas de transporte recorrerán un circuito, es decir comenzaran y terminaran en el mismo punto lo que implica que en el trayecto se recorrerán las calles en ambos sentidos.

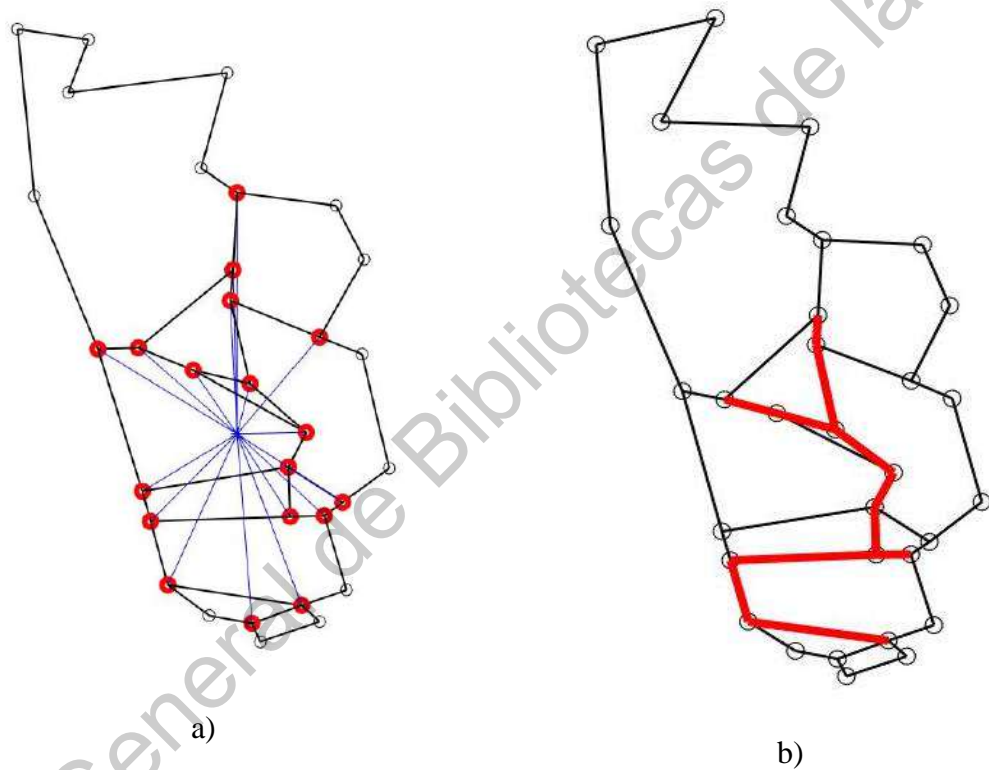


Figura 11. a) Vértices de subgrafo y su distancia al centroide, b) Solución al problema MLC en el Primer Distrito de la ZMQ

3. Resultados y discusión

La metodología descrita en el capítulo anterior fue replicada en la ZMQ en conjunto, es decir; las 417 secciones se reconfiguraron en polígonos con una densidad poblacional balanceada, dando como resultado un total de 129 polígonos. (Fig. 12).

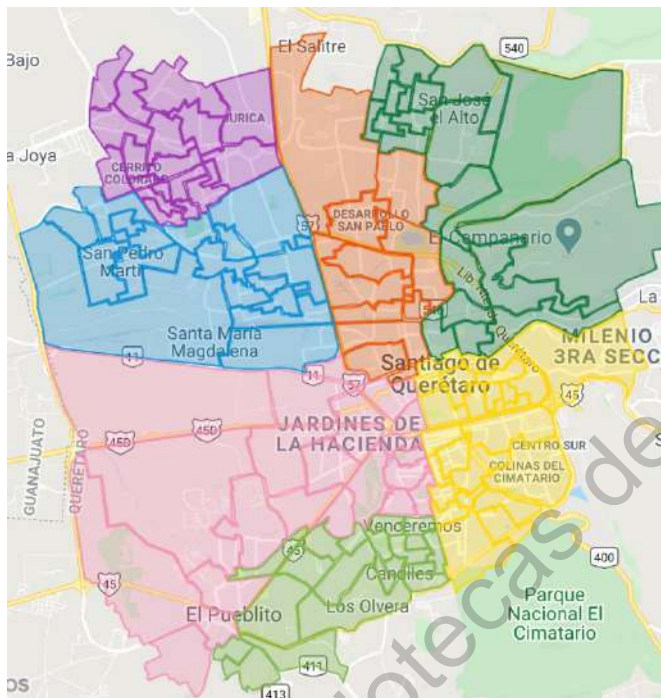


Figura 12. ZMQ dividida en 129 polígonos con densidad poblacional balanceada.

La desviación estándar de la densidad poblacional en las 417 secciones es de 5316.1 personas/ km^2 , mientras que la desviación estándar en los 129 polígonos es de 3280.9 personas/ km^2 . (Fig. 13)

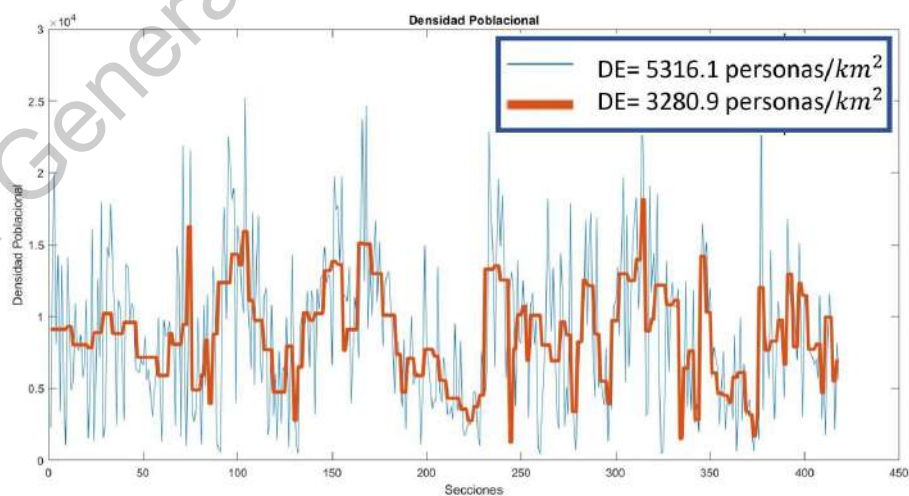


Figura 13. Desviación estándar de densidad poblacional por secciones y polígonos

El grafo equivalente consta de 286 vértices y 572 aristas (Fig. 14)

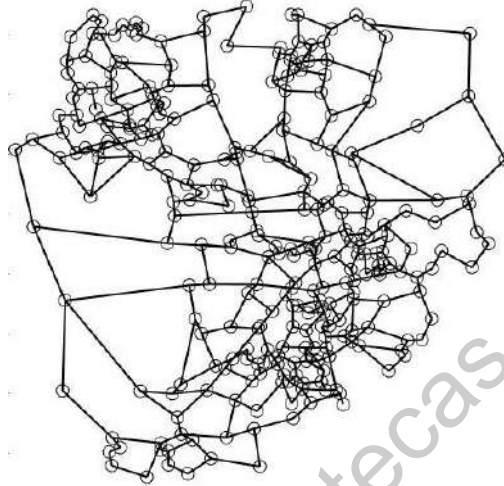


Figura 14. Grafo equivalente de la ZMQ.

Con la implementación del algoritmo p-MLC-m en el grafo equivalente de la ZMQ, se obtiene un MCST que es solución factible al problema MLC, que brinda cobertura a los 129 polígonos del grafo, haciendo uso únicamente del 55.59% de los vértices, es decir; 159 de 286. (Fig.15).

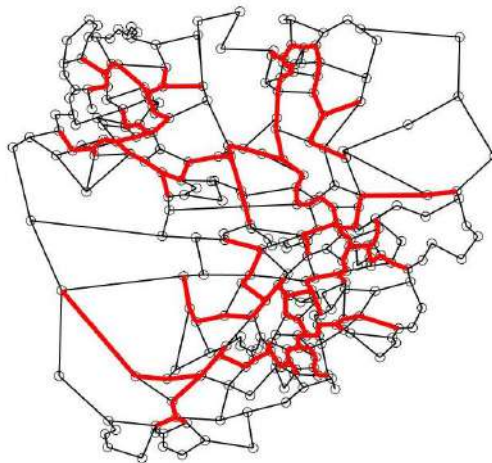


Figura 15. Solución al problema MLC en la ZMQ.

Con esta solución es posible entonces dividir el MCST en rutas de transporte público colectivo, al destinar una ruta a conjuntos de ramas (Aristas) del MCST, resultando en 7 rutas (Fig. 16)

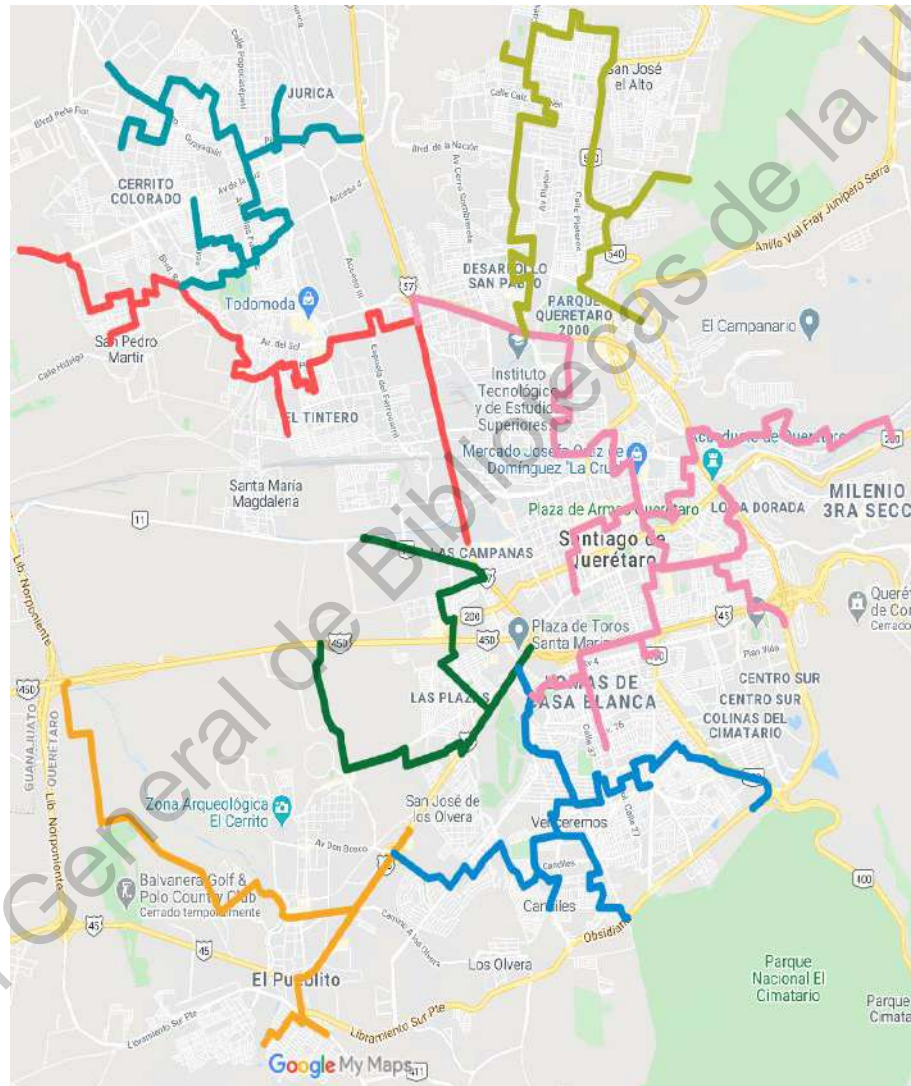


Figura 16. Rutas de Transporte público colectivo.

El diseño de las Rutas obtenidas a través de técnicas de inteligencia artificial nos permite hacer la siguiente comparativa con el sistema QroBus. (Tabla 3), (Figura 17 a, b)

Tabla 3. Comparativa entre Rutas QroBus y MLC.

Característica	QroBus	MLC
Número de Rutas Distintas	76	7
Número total de kilómetros recorridos por las rutas	2968.37	243.38
Extensión Carretera usada por la red de rutas	747.94 km	121.69 km
Distancia Promedio de Ruta	39.05 km	34.76 km
Índice de Sobre posicionamiento	3.96 rutas/km	2 rutas/km

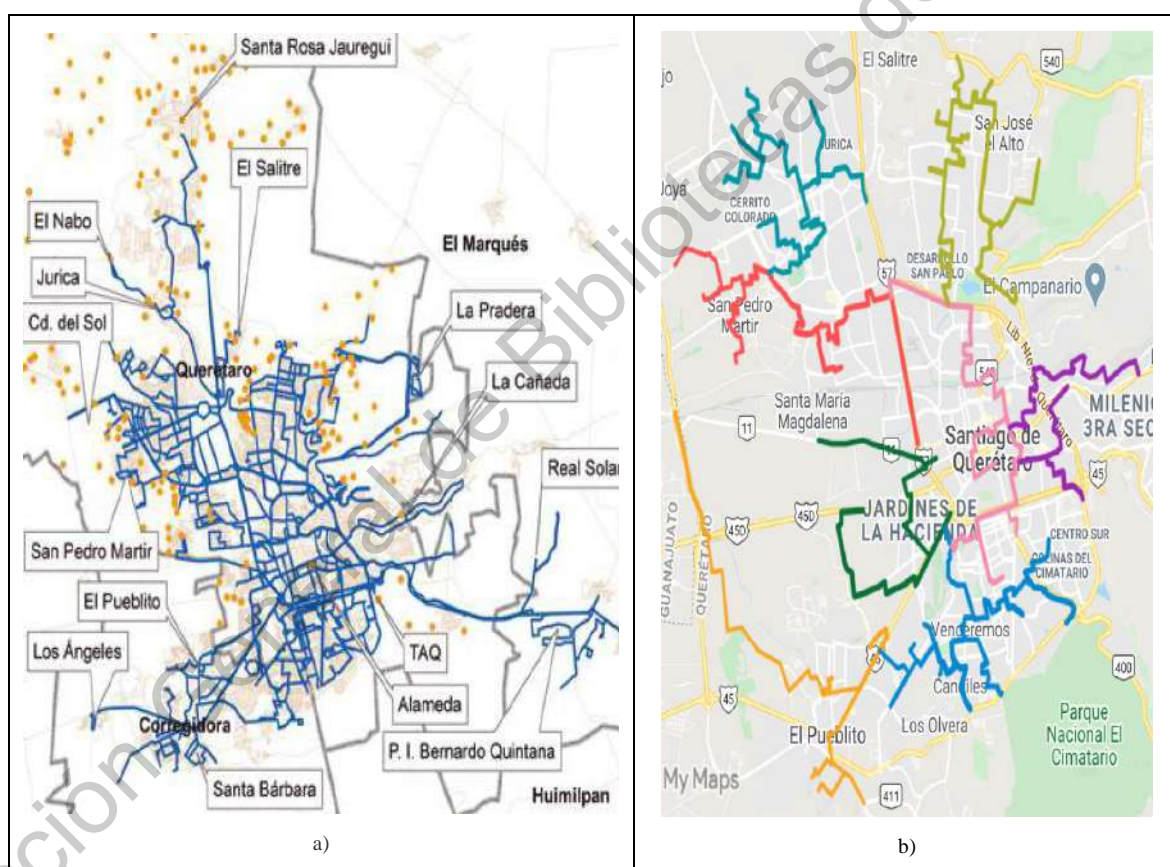


Figura 17. a) Sistema QroBus b) Sistema MLC

4. Conclusiones

El MCST producido con la heurística p-MLC-M del grafo equivalente de la ZMQ es una solución al problema MLC, clasificado como NP-Duro. El diseño de las rutas de transporte público colectivo haciendo uso de técnicas de inteligencia artificial como lo son las heurísticas de optimización de enrutamiento geométrico, permiten una traza eficiente de las mismas. Si bien no son rutas óptimas, debido a la naturaleza del problema, si se obtienen mejoras substanciales al diseño del periodo 2016-2021 de las rutas del transporte público colectivo de la ZMQ.

El MCST producido por la heurística p-MLC-M, no debe comprenderse como la configuración final de una red de transporte, es una guía que garantiza el recorrido mas corto entre zonas de la ciudad de particular interés, en este caso de estudio hacen referencia a la manera en que está distribuida la población, sin embargo, en otra configuración podría hacer referencia a la distribución en el espacio de universidades hospitales o centros comerciales.

El MCST producido por la heurística p-MLC-M, hace referencia a la totalidad de la ZMQ, puede ser subdividido en una cantidad distinta de rutas, en este caso se dividió en una ruta por distrito. Es posible en un trabajo futuro proponer una ruta con jerarquía mayor que conecte los distritos y después implementar el algoritmo p-MLC-M no a la totalidad de la ZMQ, si no de manera individual a cada distrito, produciendo en ese caso 7 distintos MCST y por lo tanto otras configuraciones de rutas.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo durante toda esta investigación.

Fuentes de financiamiento

Este proyecto fue solventado mediante la beca otorgada a los estudiantes pertenecientes a los posgrados de calidad del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Acrónimos

IEEQ	Instituto Electoral del Estado de Querétaro
INE	Instituto Nacional Electoral
IQT	Instituto Queretano del Transporte
MCST	Minimum Cost Spanning Tree
MLC	Minimum Length Corridor
p-MLC-M	Point - Minimum Length Corridor - Map
ZMQ	Zona Metropolitana de Querétaro

Referencias

[1] Bibliothèque nationale de France (2018). [Online]. Available: https://data.bnf.fr/12889967/compagnie_generale_des_omnibus_paris/#other-pages-databnf.

[2] Jago Dodson, J. S., Paul Mees Matthew, B., The principles of public transport network planning: a review of the emerging literature with select examples, Grith University: Urban Resarch Program, 2011, vol. 15.

[3] Thompson, G., Kooner, J. and Massman, R., Fundamentals of Successful Transit, County of San Diego, San Diego, 1976.

[4] Nielsen, G., Nelson, J., Mulley, C., Tegner, G., Lind, G. and Lange, T., Public Transport Planning the Networks - HiTrans Best Practice Guide 2., 2005.

[5] Mees, P., A Very Public Solution: Transport in the Dispersed City, Melbourne University Press, Melbourne, 2000

[6] Instituto Queretano de Transporte, Programa Estatal de Transporte, Querétaro QRO., 2016

[7] Naoki Katoh, (2000) Open problems from the 13th. Canadian Conference on Computational Geometry, [Online] Available: <http://theory.csail.mit.edu/~edemaine/papers/CCCG2000Open/>

[8] H. L. Bodlaender, C. Feremans, A. Grigoriev, E. Penninx, R. Sitters, and T. Wolle. On the minimum corridor connection and other generalized geometric problems. In Proc. 4th. WAOA, vol. 4368 of LNCS.

[9] González-Gutiérrez, A. González, T. F., “Complexity of the minimum length corridor problem”, Computational Geometry: Theory and Applications, (2006), 72-103.

[10] M. R. Garey and D. S. Johnson, Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness, New York, U.S.A., W.H. Freeman and Company, 1979.

[11] O. Cardozo, E. Gómez, M. Porrás, “Teoría de grafos y sistemas de información geográfica”, Revista Transporte y territorio, No. 1, 2009.

[12] Anany Levitin, The Design & Analysis of Algorithms, 3rd Edition, New Jersey, Pearson, 2012

[13] A. González, “Meta-Heuristic Algorithms, Lecture #6: Minimum Cost Spanning tree”, School of Engineering, Autonomous University of Querétaro, 2020