



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Licenciatura en Ingeniería Física

Formulación de un Modelo Cosmológico para la Extracción de Propiedades Termodinámicas desde la Física Estadística

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Ingeniero Físico

Presenta:

Naela Berenice Razo López

Dirigido por:

Dr. Aldrin Meliton Cervantes Contreras

SINODALES

Dr. Aldrin Meliton Cervantes Contreras
Presidente

Dr. Alberto Hernández Almada
Secretario

Dr. Octavio Cornejo Pérez
Vocal

Dr. Josué de Jesús Trejo Alonso
Suplente

Dr. Manuel Toledano Ayala
Dirección de la Facultad de Ingeniería

Firma

Firma

Octavio Cornejo Pérez

Firma

Firma

Dra. María Lucero Gómez Herrera
Coordinación de Ingeniería Física

Campus Aeropuerto
Querétaro, QRO
México.
Marzo 2020

Dirección General de Bibliotecas UAQ

© 2020 - Naela Berenice Razo López

Todos los derechos reservados

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Para mi mamá...

Agradezco a mi madre y hermana por ser siempre mi motor y haber siempre estado para mí, apoyándome incondicionalmente y creyendo en mí. A mis abuelos David y Amada por su apoyo y cariño. A mi padre por su papel en el sustento de mi carrera. Agradezco a todos los que tengo el placer de llamar amigos, por brindarme su apoyo y motivación. Agradezco, por último, a mis compañeros y otros estudiantes que he tenido el placer de conocer y que me han inspirado a continuar, superarme y esforzarme.

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Aldrin M. Cervantes Contreras por haberme permitido trabajar a su lado durante toda mi formación académica universitaria, por guiarme y apoyarme siempre tanto en la búsqueda y persecución de mis objetivos académicos, como en la elaboración de este trabajo y de todos los proyectos que desarrollamos juntos durante mi estancia en este programa de licenciatura. Además de haberme siempre brindado un gran ejemplo a seguir como futura investigadora, docente, asesora y, aún más importante, persona.

Agradezco al Dr. Alberto Hernández Almada y al Dr. Octavio Cornejo Pérez por haber estado siempre dispuestos a ayudar con las dudas y problemas que se presentaron a lo largo de la elaboración de este proyecto. Agradezco a la Universidad Autónoma de Querétaro por el apoyo que tuve siempre para ser formada dentro del programa de Ingeniería Física, sobre todo al Dr. Gilberto Herrera Ruíz por el apoyo que me fue otorgado para mi ingreso a la licenciatura y al Dr. Manuel Toledano Ayala por el apoyo que brindó para la presentación de este trabajo en el XVI LARIM.

Agradezco al programa PRODEP, por brindar oportunidades de becas a estudiantes interesados en formar parte de proyectos de investigación para la realización de sus tesis, el cual fue mi caso.

Agradezco a todas las instituciones y programas que me otorgaron apoyos para contribuir en mi formación dentro del área de astrofísica, así como a cada uno de mis asesores en dichas etapas. Así como a todos los profesores que jugaron un papel importante en mi decisión por elegir esta área de estudio y me apoyaron, específicamente a la M. en C. Andrea Rojas.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Resumen

Utilizando datos observacionales de Supernovas tipo Ia, se obtuvo una relación que describe la evolución del Universo en función de su tamaño y el tiempo. Se ajustó una ecuación capaz de describir dicha evolución para, a través del formalismo de Lagrange, derivar un potencial que generara tal comportamiento. Con el potencial obtenido se escribió un hamiltoniano que se encuentra únicamente en términos de la energía, en contraste con Relatividad General, la cual se sabe que es una teoría basada en la geometría del espacio tiempo (métrica) [1] y que, hasta ahora, no se ha podido unificar con la mecánica cuántica. Finalmente, utilizando el enfoque de la Mecánica Estadística, se analizó el Hamiltoniano del sistema para así poder calcular la temperatura del Universo utilizando el formalismo del Ensamble Canónico. Obteniendo un valor calculado para la temperatura actual del Universo de 2.713 K.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Índice General	V
Índice de Figuras	VII
1. Introducción	1
2. Antecedentes	5
Modelos Cosmológicos	5
Supernovas como Pruebas de la Historia del Universo	7
Magnitudes Astronómicas	13
La Temperatura del Universo	16
El Universo Observable	22
Mecánica Clásica	23
Física Estadística	26
3. Resultados y Discusión	31
Procedimiento	31
Supernovas Tipo Ia	32
Consideraciones Adicionales	39
4. Conclusiones y Perspectivas	41
References	45

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Índice de figuras

2.1. La imagen detallada de todo el cielo, el universo joven, creada a partir de nueve años de datos de WMAP [2].	17
2.2. La medición del espectro de fondo de microondas cósmico por el instrumento FIRAS de COBE muestra que la radiación coincide con las predicciones de la teoría del Big Bang en un grado extraordinario [3].	17
2.3. Estimaciones de potencia de banda de los experimentos WMAP, BOOMERANG, QUAD, CBI y ACBAR. La curva trazada es un modelo de mejor ajuste de 5 años de WMAP más otros datos de CMB [4].	21
3.1. Datos observacionales de supernovas de la base de datos Union 2.1 [5].	31
3.2. Datos a partir de observaciones de supernovas tipo Ia.	33
3.3. Se ajustaron los parámetros para coincidir con la información extraída de los datos observacionales de supernovas tipo Ia.	34
3.4. Potencial obtenido para la era actual y reparametrización.	35
3.5. Relación calculada entre los momentos angulares.	40
4.1. Diferentes ajustes pueden ser hechos para los datos observacionales.	42

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Introducción

En los inicios de la humanidad, al ver el cielo estrellado, las primeras preguntas que surgieron fueron seguramente respecto al tamaño y longevidad del mundo y Universo en el que existimos. A lo largo de la historia, esta pregunta ha sido, en su mayoría, considerada una pregunta de índole filosófico e, incluso, religioso.

La curiosidad por conocer y darle sentido a la existencia misma del Universo y entender los fenómenos que ocurren en él, es intrínseco al ser humano. Esta curiosidad ha sido el motor para la formulación de teorías, el estudio, la observación y la inspiración para numerosos mitos, obras de arte, arquitectura y demás desde tiempos ancestrales [6].

Sin embargo, no fue hasta inicios del siglo XX que se empezó a tener una versión científica de la respuesta a esta pregunta. Esto es, en parte, porque la teoría de la Relatividad General de Einstein proporcionó herramientas conceptuales que hicieron posible abordar este tema de forma más rigurosa, pero también se debió a la medición de la expansión del Universo hecha por Edwin Hubble y la Radiación del Fondo Cósmico de Microondas por Penzias y Wilson.

A pesar de esto, de que se ha descubierto una poderosa y elegante manera de entender el universo a través de la ciencia, de alguna manera se ve al cosmos como distanciado de los asuntos humanos en la vida diaria, haciéndolo parecer remoto e irrelevante para las preocupaciones cotidianas. Pero, aún así, los más grandes misterios, las preguntas científicas más profundas sobre la naturaleza y origen del Universo despierta los intereses y pasiones de un gran número de personas.

Motivación

Los modelos matemáticos del Universo se han y son construídos a través de Relatividad General, expresándolos en términos de la geometría, por lo tanto, ésto implica que el lagrangiano y el hamiltoniano sean geométricos. Hacer un análisis clásico, con el cuál se pueda obtener un lagrangiano y hamiltoniano en términos de la energía es necesario para llevar a cabo el análisis desde el punto de vista de la Física Estadística.

Formular un modelo que describa el comportamiento termodinámico del Universo podría cambiar la forma de verlo y estudiarlo, así como expandir nuestro conocimiento respecto a ciertos fenómenos

físicos. Los resultados obtenidos podrían, también, ayudar a darle otro tipo de interpretación al reciente descubrimiento de la expansión acelerada del Universo, la cual aún no ha sido comprendida en su totalidad.

En México existen diversos centros de investigación en astrofísica tales como el GTM, los diversos Observatorios Astronómicos Nacionales y el HAWC; los cuales son centros de investigación de nivel internacional. Estos se caracterizan por ser lugares de carácter multidisciplinario, donde el conocimiento de los procesos físicos detrás de los fenómenos estudiados, así como el conocimiento en ciencias computacionales, modelado e instrumentación son siempre necesarios. Todo lo anterior, hace de estos centros lugares ideales para el trabajo y desempeño tanto académico como práctico de un Ingeniero Físico. Por lo que proyectos como el presente, donde se puedan aplicar las habilidades computacionales y los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera en Ingeniería Física de la Universidad Autónoma de Querétaro, resultan importantes no únicamente para brindar herramientas al alumno interesado en desempeñarse en alguna de las áreas relacionadas, sino también para aprovechar los recursos e inversión con los que se cuentan en nuestro país.

Planteamiento del Problema

Desde tiempos inmemoriales el hombre a tratado de describir el universo y, matemáticamente, se han propuesto diferentes modelos en el contexto de relatividad general y física newtoniana. El Universo, visto como un sistema desde el punto de vista de la termodinámica, tiene muchas propiedades tales como energía, temperatura, entropía, transiciones de fase, por mencionar algunas. Relatividad General es la teoría más aceptada para describir el Universo, sin embargo, esta teoría está basada en la geometría del espacio-tiempo, por lo cual, es muy complicado poder extraer propiedades termodinámicas (como las mencionadas anteriormente) debido a que no existe una teoría absoluta que relacione termodinámica con geometría, sólo han existido varios intentos [7], pero no han sido exitosos.

Por otro lado, hay teorías donde se considera que el Universo es un fluido viscoso, concibiendo las ecuaciones de Friedmann como una ecuación de estado, donde el puente que enlaza estas interpretaciones es la densidad. Sin embargo, esta no es geométrica [8] y se utiliza para explicar la expansión acelerado, más no para calcular propiedades termodinámicas del Universo.

Por esto, hasta ahora, sólo ha sido posible calcular propiedades termodinámicas de objetos locales y compactos como, por ejemplo, estrellas y agujeros negros. Sin embargo, para acercarnos a tener un mayor entendimiento del Universo y su evolución, es necesario conocer el comportamiento de estas propiedades.

Objetivos

Generar un modelo cosmológico que pueda ser analizado desde el punto de vista de la Física Estadística utilizando, como fundamento, datos observacionales de supernovas tipo Ia para calcular la temperatura del Universo.

Objetivos Específicos

- Llevar a cabo el análisis de datos observacionales de Supernovas Tipo Ia y ajustar a estos una función que describa la expansión del Universo a través de un código escrito en Python para derivar el potencial que genera dicha expansión.
- Escribir un lagrangiano u hamiltoniano desde el punto de vista de la Mecánica Clásica a partir del potencial generado.
- Analizar el hamiltoniano desde el punto de vista de la Física Estadística, utilizando la aproximación del formalismo del ensamble canónico para calcular la temperatura.
- Obtener la temperatura del Universo, utilizando los valores actuales, para, finalmente, comparar el resultado teórico con datos observacionales del CMB.

Dirección General de Bibliotecas UNQ

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Antecedentes

Modelos Cosmológicos

Las observaciones de Hubble indican que no vivimos en un Universo estático, sino en uno en expansión. La incógnita quizá más apremiante es si el Universo permanecerá en expansión o se frenará. Ésta es una pregunta acerca del futuro del Universo, pero, para intentar responderla, es necesario estudiar el pasado.

En los primeros instantes después del Big Bang (3 minutos aproximadamente), la mayor parte de la energía estaba en forma de radiación, y esa radiación era la influencia dominante en la expansión del Universo [9]. Más tarde, con el enfriamiento provocado por la expansión, los roles de la materia y la radiación cambiaron y el Universo entró en una era dominada por la materia. Los resultados recientes sugieren que ya hemos entrado en una era dominada por la energía oscura [10].

Sin embargo las densidades de energía producida por radiación y de materia no son proporcionales entre sí. Esto nos lleva a deducir la existencia de diferentes eras a lo largo de la historia de nuestro Universo: una era dominada por radiación en el Universo muy temprano, una era dominada por materia en un momento posterior y, desde hace unos 4 mil millones de años, una era dominada por lo que hemos nombrado energía oscura [11].

Después de la inflación, y hasta aproximadamente 47,000 años después del Big Bang, las dinámicas del Universo primitivo se establecieron por radiación (constituyentes del Universo que se movían de forma relativista, principalmente fotones y neutrinos). En la era de la inflación cósmica, también se piensa que el parámetro de Hubble es constante, por lo que la ley de expansión de la era dominada por la energía oscura también es válida para la precuela inflacionaria del Big Bang.

Entre aproximadamente 47,000 años y 9.8 mil millones de años después del Big Bang, la densidad de energía de la materia excedió tanto la densidad de energía de la radiación como la del vacío. Cuando el Universo tenía aproximadamente 47,000 años, la densidad masa-energía superó la energía de radiación, aunque el Universo permaneció cegado a la radiación hasta que tenía aproximadamente 378,000 años. Este segundo momento en el tiempo (cerca del momento de la recombinación) en el que los fotones que componen la radiación cósmica de fondo de microondas se dispersaron por última vez, a menudo se confunde con el final de la era de la radiación [11].

La era dominada por la energía oscura se propone como la última de las tres fases del Universo conocido. Ésta era comenzó después de la era dominada por la materia, es decir, cuando el Universo tenía aproximadamente 9.8 mil millones de años. La constante cosmológica recibe el símbolo Λ y, considerada como un término fuente en la ecuación de campo de Einstein, puede verse como equivalente a una masa de espacio vacío, o energía oscura. Dado que esto aumenta con el volumen del Universo, la presión de expansión es efectivamente constante, independiente de la escala del Universo, mientras que los otros términos disminuyen con el tiempo. Por lo tanto, a medida que la densidad de otras formas de materia desciende a concentraciones muy bajas, el término de la constante cosmológica (o *energía oscura*) eventualmente dominará la densidad de energía del Universo. Las mediciones recientes del cambio en la constante de Hubble con el tiempo, basadas en observaciones de supernovas distantes, muestran esta aceleración en la tasa de expansión, esto es un claro indicador de la presencia de dicha energía oscura.

La expansión relativa del Universo está parametrizada por un factor de escala adimensional a , también conocido como el factor de escala cósmica o, a veces, el factor de escala de Robertson-Walker [12]. Para cada una de las eras anteriormente mencionadas, la evolución del factor de escala está dada por:

$$a(t)_{radiacion} \propto t^{1/2}, \quad a(t)_{materia} \propto t^{2/3}, \quad a(t)_{\Lambda} \propto e^{Ht} \quad (2.1)$$

Por lo que, en resumen, se puede decir que durante la época inflacionaria, aproximadamente 10^{-32} segundos después del Big Bang, el Universo se expandió repentinamente y su volumen aumentó en un factor de al menos 10^{78} , equivalente a expandir un objeto de 1 nanómetro (10^{-9} m, aproximadamente la mitad del ancho de una molécula de ADN) de longitud a aproximadamente 10.6 años luz de longitud. Después de esto, continuó una expansión del espacio mucho más lenta y gradual, hasta que alrededor de 9,800 millones de años después del Big Bang comenzó a expandirse gradualmente aceleradamente, y continúa haciéndolo [11].

Perlmutter demostró en 2011 la existencia de energía oscura, a través del análisis de datos de supernovas Tipo Ia, que aparece como una constante cosmológica en los modelos gravitacionales más simples como una forma de explicar la aceleración [13]. En junio de 2016, los científicos de la NASA y la ESA confirmaron esto al informar que se descubrió que el Universo se estaba expandiendo entre un 5% y un 9% más rápido de lo que se pensaba anteriormente, según estudios realizados con el Telescopio Espacial Hubble [10].

Actualmente, se intenta describir la expansión del espacio a través de una fuerza que actúa separando los objetos astronómicos. Aunque esta podría ser considerada, de hecho, como una descripción bastante precisa del efecto de la constante cosmológica en las ecuaciones de Relatividad General, no es una imagen precisa del fenómeno de la expansión en general. Durante gran parte de la historia del Universo, la expansión se debió principalmente a la inercia. La materia en el Universo muy temprano se estaba separando por razones desconocidas (muy probablemente como resultado de la inflación cósmica) y simplemente continuó haciéndolo, aunque a una tasa cada vez menor debido al efecto atrayente de la gravedad [14].

Evolución Futura

Se ha intentado modelar la evolución futura del Universo en este escenario, a través de diversos modelos y teorías. Sin embargo, descubrimientos o teorías futuras podrían cambiar algunos de los sucesos predichos. Las observaciones sugieren que la expansión del Universo continuará para siempre. Si es así, entonces una teoría popular es que el Universo se enfriará a medida que se expande, llegando a ser demasiado frío para mantener la vida. Por esta razón, este escenario futuro, una vez conocido popularmente como Big Chill o Big Freeze [15].

Sin embargo, la expansión infinita no determina la curvatura espacial general del Universo. Podría tratarse de un Universo abierto (con curvatura espacial negativa), plano o cerrado (curvatura espacial positiva), aunque si está cerrado, debe haber suficiente energía oscura para contrarrestar las fuerzas gravitacionales o, de lo contrario, el Universo terminará en un Big Crunch [16].

Supernovas como Pruebas de la Historia del Universo

Una supernova es un evento que ocurre cuando mueren ciertos tipos de estrellas. En latín, *nova* significa *nuevo*, refiriéndose astronómicamente a lo que temporalmente parece ser una nueva estrella brillante. La palabra supernova fue acuñada por Walter Baade y Fritz Zwicky, para distinguirlos entre eventos astronómicos mucho menos luminosos, en 1931 [17].

Las supernovas pueden expulsar mucho, o casi todo, el material lejos de una estrella. Esto impulsa una onda de choque en expansión y rápida al medio interestelar circundante y, a su vez, arrastra una capa de gas y polvo en expansión, que se observa como un remanente de supernova [18]. Las supernovas crean, fusionan y expulsan la mayor parte de los elementos químicos producidos por la nucleosíntesis, desempeñando un papel importante en el enriquecimiento del medio interestelar con los elementos químicos de masa atómica más pesados. Además, la expansión de las ondas de choque de las supernovas puede desencadenar la formación de nuevas estrellas.

La mayoría de las supernovas se desencadenan por uno de dos mecanismos básicos: la repentina re-ignición de la fusión nuclear en una estrella degenerada o el repentino colapso gravitacional del núcleo de una estrella masiva. En primer lugar, una enana blanca degenerada puede acumular suficiente material de un compañero binario, ya sea a través de la acumulación o mediante una fusión, para elevar su temperatura central lo suficiente como para desencadenar una fusión nuclear descontrolada, interrumpiendo completamente el proceso de evolución de la estrella [19]. En el segundo caso, el núcleo de una estrella masiva puede sufrir un colapso gravitacional repentino, liberando energía potencial gravitatoria como una supernova. Si bien algunas supernovas observadas son más complejas que estas dos teorías simplificadas, la mayoría de los astrónomos han establecido y aceptado la mecánica de colapso astrofísico durante algún tiempo.

Supernovas Tipo Ia

Una supernova tipo Ia ocurre en sistemas binarios (dos estrellas que se orbitan entre sí) en los cuales una de las estrellas es una enana blanca y la otra estrella que conforma el sistema puede ser de cualquier tipo. Físicamente, las enanas blancas de carbono y oxígeno con rotación baja están limitadas a menos 1.38 masas solares [20].

A pesar de esto, las enanas blancas pueden volver a tener combustión y en algunos casos generan una explosión de supernova. El límite para que este fenómeno ocurra es conocido como el límite de Chandrasekhar, a pesar de que es bastante diferente del límite absoluto de Chandrasekhar donde la presión degenerativa electrónica no previene los colapsos catastróficos [18]. Si una enana blanca une gradualmente su masa con su compañero binario, la hipótesis general es que el núcleo alcanzara la temperatura necesaria para provocar la fusión del carbono. En el raro caso de que dos enanas blancas se mezclas, esto excederá el límite de Chandrasekhar y empezaran a colapsar, aumentando la temperatura más allá del punto de fusión. En cuestión de segundos después del comienzo de la fusión nuclear, una fracción significativa de la materia que compone la enana blanca pasa por una reacción descontrolada, la cual liberará suficiente energía para provocar el colapso de la estrella en una supernova [20].

Esta categoría de supernova produce luminosidad consistente por la uniformidad de la masa de las enanas blancas que explotan a causa de el mecanismo de aceleración. La estabilidad de los valores de luminosidad permite que estas explosiones sean usadas como estándares para medir la distancia de sus galaxias pertenecientes, ya que la magnitud visual de una explosión de supernova depende en gran medida de la distancia [21].

La supernova de tipo Ia es una subcategoría en la clasificación Minkowski-Zwicky, que fue desarrollada por el astrónomo estadounidense Rudolph Minkowski y el astrónomo suizo Fritz Zwicky. Existen diversas formas por las cuales una supernova de este tipo puede formarse, sin embargo, todas ellas tienen un mecanismo en común. Los astrónomos teóricos tenían la creencia desde hace tiempo de que el tipo de estrella que daba origen a este fenómeno era una enana blanca, teoría que se confirmó con evidencia empírica después de que se pudo observar una supernova de este estilo, observada en la galaxia Messier82 [22]. Cuando una enana blanca que rota lentamente hace decrecer la materia de otra estrella de las mismas características, puede exceder el límite de Chandrasekhar en $1.44 M_{\odot}$ (unidades de masa solar), límite en el cual ya no es posible sostener su propio peso con presión degenerativa electrónica. En la ausencia de un efecto de compensación, la enana blanca colapsara para formar una estrella de neutrones, cosa que ocurre con frecuencia con las enanas blancas conformadas principalmente por magnesio, neon y oxígeno.

Actualmente, se cree que en las explosiones de supernovas tipo Ia el límite nunca es alcanzado. En su lugar, el aumento en la presión y densidad ocasionado por el súbito incremento de peso hace que se eleve la temperatura del núcleo, y conforme la enana blanca se aproxima al límite en un 99%, una etapa de convección ocurre y tiene lugar durante aproximadamente 1000 años [23]. En algún punto de el proceso de ebullición, una llamarada súbita frontal es creada por la fusión del carbono. Los detalles de la combustión aun son desconocidos, incluida la localización y cantidad de eventos donde esta llamarada comienza. La fusión del oxígeno comienza poco después, pero este combustible no se agota en su totalidad como el carbono.

Una vez iniciada la fusión, la temperatura de la enana blanca comienza a incrementar. La secuencia principal estelar originada por la presión térmica se expandiría y enfriaría y esto contrarrestaría de manera automática el alza en la energía térmica. Sin embargo, La presión degenerativa es independiente de la temperatura; la enana blanca es incapaz de regular el proceso de fusión de la manera de una estrella convencional, así que es vulnerable a una reacción de fusión de escape térmico [20].

Las llamaradas generadas se aceleran de manera dramática, en parte por la inestabilidad Eayleigh-Taylor e interacciones con la turbulencia. Hoy en día aun es un tema de debate si las se transforman en una detonación supersónica de una deflagración subsónica.

Una fracción sustancial del carbon y del oxígeno en la enana blanca son convertidos en elementos más pesados en cuestión de segundo, aumentando la temperatura interna a miles de millones de grados. Esta liberación de energía por la fusión térmica es más que suficiente para disociar la estrella; es decir, las partículas que conforman la enana blanca ganan suficiente energía cinética para separarse de las otras [20]. La estrella explota de manera violenta y crea una onda expansiva que acelera la materia y es expulsada a una velocidad que varia entre 5,000 a 20,000 km/s, prácticamente 6 % la velocidad de la luz. La energía liberada en la explosión también genera un aumento extremo en la luminosidad del fenómeno. La magnitud absoluta visual promedio de las supernovas tipo Ia es de $M_v = -19.3$ (5 billones de veces más brillante que el sol).

Un modelo de formación de este tipo de supernova es un sistema cerrado de estrella binaria. El sistema binario progenitor consiste en dos estrellas consecutivas, con la principal teniendo una masa mayor que la secundaria. Teniendo una masa mayor, la primaria es la primera del par para evolucionar en una rama asintótica gigante, en la cual el exterior de la estrella se expande significativamente. Si las dos estrellas comparten la envoltura común entonces el sistema perderá una cantidad significativa de masa, reduciendo el momento angular, radio orbital y periodo. Después de que la estrella principal se degenere en una enana blanca, la estrella secundaria evolucionara en un gigante rojo y se preparan las condiciones para la aceleración de masa de la estrella primaria. Durante la última fase de la envoltura compartida, las dos estrellas circulan cada vez más cerca a medida que el momento angular se pierde. La órbita resultante puede tener un periodo tan corto que sea de unas cuantas horas. Si la aceleración continua durante el tiempo suficiente, la enana blanca puede eventualmente acercarse al límite de Chandrasekhar [20].

La compañera de la enana blanca podría también decrecer materia de otro tipo de cuerpos celestes secundarios, como pueden ser subgigantes. El proceso creciente durante este decaimiento sigue sin ser completamente descrito, ya que puede depender del la tasa de decaimiento y la transferencia de momento angular al compañero de la enana blanca. Se ha estimado que el 20 % de las supernovas de tipo Ia son originados por progenitores degenerados simples [22].

Otro posible mecanismo que da origen a las supernovas de tipo Ia es el de la fusión de dos enanas blancas de las cuales sus masas combinadas exceden el límite de Chandrasekhar. El resultado de esta unión es llamada una enana blanca de masa super-Chandrasekhar. Dado este caso, la masa total no sería restringido por el límite de Chandrasekhar [22].

Observaciones hechas con el telescopio de la NASA, Swift, descartaron la posibilidad de que hubieran supergigantes u otras estrellas compañeras de todas las supernovas tipo Ia estudiadas. La compañera de la supergigante al explotar debería emitir rayos X, pero estos no han sido detectados por el telescopio XRT en los 53 fenómenos de supernova más cercanos. Para 12 supernovas de tipo Ia observadas durante 10 días de la explosión, el satélite UVOT mostró que no había radiación ultravioleta originada por el calentamiento de la superficie de la estrella que fue golpeada por la onda expansiva de la supernova, demostrando que no se encontraban gigantes rojas o supergigan-

tes orbitando a los progenitores [24]. El observatorio Chandra de rayos X reveló que la radiación emitida en rayos X de 5 galaxias elípticas y la deformación de la galaxia Andrómeda es de 30 a 50 veces más débil de lo esperado. La radiación provocada por rayos X debería ser emitida por los discos de acreción de los progenitores de las supernovas tipo Ia. La radiación faltante indica que algunas enanas blancas poseen discos de acreción, mientras que los pares de enanas blancas con espirales interiores deben ser los responsables de las ondas gravitacionales.

Las condiciones de los degenerados dobles plantean la pregunta acerca de qué tan aplicables podrían ser los estándares de luminosidad de las supernovas de tipo Ia, ya que la masa total de dos enanas blancas es variable, así como su luminosidad [24].

Las supernovas tipo Ia generalmente ocurren en todo tipo de galaxias, exceptuando las elípticas. Este tipo de fenómeno no muestra una preferencia especial por regiones específicas en las regiones estelares. Como las enanas blancas se forman al final del periodo de evolución principal de las estrellas, es difícil saber si al convertirse en enanas blancas siguen estando en la misma región en donde se formaron originalmente. Gracias a esto, un sistema binario puede tardar alrededor de un millón de años en la etapa de transferencia de masa (generando novas constantes) antes de que alcance las condiciones para que una supernova de tipo Ia pueda ocurrir [22].

Las observaciones directas de los progenitores representan información valiosa para el estudio de los modelos de supernovas. Observaciones previas al Telescopio Hubble no mostraron la posición de una estrella en dicho evento, excluyendo la posibilidad de que un gigante rojo fuera el causante de dicha ocurrencia. El plasma que se esparció debido a la explosión presentó evidencia de contener carbono y oxígeno, haciendo muy probable que la enana blanca causante de dicho fenómeno estuviera compuesta principalmente de dichos elementos [24].

Las supernovas tipo Ia tienen una curva de luz característica, la intensidad de su luz como función del tiempo después de la explosión. Cercano al punto de máxima luminosidad, el espectro contiene líneas de elementos de masa intermedia, desde oxígeno hasta calcio. Estos son los principales componentes de las capas exteriores de la estrella. Meses después de la explosión, cuando las capas exteriores se han expandido al punto de ser transparentes, el espectro está dominado por la luz emitida por el material cercano al núcleo de la estrella, elementos pesados sintetizados durante la explosión; isótopos con masa cercana a la del Hierro. El decaimiento de nickel-56 a hierro-56 produce fotones de alta energía que dominan la expulsión de energía [25].

Gracias a la colaboración de astrónomos estadounidenses y chilenos, con el censo de supernovas de Calán/Tololo, en una serie de artículos en los 90s, mostró que las supernovas tipo Ia comparten los mismos picos de luminosidad, un parámetro de la curva de luz que puede ser usado para corregir la luminosidad a un estándar común. Las correcciones originales, conocidas como la relación de Phillips fueron usadas para determinar distancias relativas con una precisión del 7%. La causa de la estabilidad en el pico de luminosidad se debe a la cantidad de nickel-56 producido en las enanas blancas que explotan tentativamente cerca del límite de Chandrasekhar [21].

La similitud en la luminosidad absoluta en los perfiles conocidos de todas las supernovas de tipo Ia ha llevado a ser usado como un estándar secundario en la astronomía extragaláctica. Las últimas

calibraciones de la escala variable de Cepheid en distancia y mediciones geométricas directas en la medición de NGC 4258 de la dinámica del medidor de masa, combinado con el diagrama de Hubble de las supernovas de tipo Ia han llevado a una mejor interpretación de la constante de Hubble [13].

En 1998, las observaciones de supernovas de tipo Ia distantes indican el resultado inesperado de que el Universo parece estar en una aceleración expansiva. Tres miembros de dos equipos fueron galardonados con premios Nobel por estos descubrimientos [13].

Recientemente se ha descubierto que las supernovas de tipo Ia fueron consideradas iguales son realmente, diferentes. Al comienzo de la historia del Universo eran mucho más frecuentes que en la actualidad, y esta clase de datos podría tener un significado cosmológico que después podría llevar a la estimación de la tasa de expansión del Universo y la prevalencia de la energía oscura. Para demostrar estos datos, se necesitara mas investigación [18].

Supernovas Tipo Ia como Candelas Estándar

Como parte del intento de entender las supernovas, los astrónomos las han clasificado de acuerdo con sus curvas de luz y las líneas de absorción de diferentes elementos químicos que aparecen en sus espectros. El primer elemento para la división es la presencia o ausencia de una línea causada por el hidrógeno. Si el espectro de una supernova contiene líneas de hidrógeno (conocidas como las series de Balmer en la parte visual del espectro), se clasifica como Tipo II; de lo contrario, es el Tipo I [18]. En cada uno de estos dos tipos hay subdivisiones según la presencia de líneas de otros elementos o la forma de la curva de luz (una gráfica de la magnitud aparente de la supernova en función del tiempo).

Las supernovas de Tipo I se subdividen en función de sus espectros, y el Tipo Ia muestra una línea de absorción de silicio ionizado fuerte [20]. Las supernovas de Tipo I sin esta línea fuerte se clasifican como Tipo Ib e Ic, con el Tipo Ib mostrando fuertes líneas de helio neutro y el Tipo Ic que carece de ellas. Las curvas de luz son todas similares, aunque el Tipo Ia generalmente es más brillante en la luminosidad máxima, pero la curva de luz no lo es todo para la clasificación de las supernovas de Tipo I.

Un pequeño número de supernovas de Tipo Ia exhiben características inusuales como la luminosidad no estándar o curvas de luz ampliadas, y estas se clasifican típicamente al referirse al ejemplo más antiguo que muestra características similares [22]. Una pequeña proporción de supernovas tipo Ic muestra líneas de emisión muy ampliadas y combinadas que se toman para indicar velocidades de expansión muy altas para la eyección. Estos han sido clasificados como tipo Ic-BL o Ic-bl.

Hay varios medios por los cuales se puede formar una supernova de tipo Ia, pero comparten un mecanismo subyacente común. Si una enana blanca de carbono-oxígeno acumulara suficiente materia para alcanzar el límite de Chandrasekhar de aproximadamente 1.44 masas solares (M_{\odot}), ya no podría soportar la mayor parte de su masa, a través de la presión de la degeneración electrónica comenzaría a colapsar [19]. Actualmente se cree que este límite no se alcanza completamente: el aumento de la temperatura y la densidad dentro del núcleo encienden la fusión de carbono a medida que la estrella se aproxima al límite (dentro de aproximadamente el 1%), antes de que se inicie el colapso.

En unos pocos segundos, una fracción sustancial de la materia en la enana blanca sufre una fusión nuclear, liberando suficiente energía para desatar la estrella en una supernova. El modelo para la formación de esta categoría de supernova es un sistema estelar binario cerrado. La mayor de las dos estrellas es la primera en evolucionar fuera de la secuencia principal, y se expande para formar un gigante rojo. Las dos estrellas ahora comparten un sobre común, haciendo que su órbita mutua se reduzca. La estrella gigante luego arroja la mayor parte de su envoltura, perdiendo masa hasta que ya no puede continuar la fusión nuclear. En este punto, se convierte en una estrella enana blanca, compuesta principalmente de carbono y oxígeno. Finalmente, la estrella secundaria también evoluciona de la secuencia principal para formar un gigante rojo [19]. La materia del gigante es acrecentada por la enana blanca, lo que hace que esta última aumente de masa. A pesar de la aceptación generalizada del modelo básico, los detalles exactos de la iniciación y de los elementos pesados producidos en el evento catastrófico aún no están claros.

Otro modelo para la formación de supernovas de Tipo Ia consiste en la fusión de dos estrellas enanas blancas, con la masa combinada que excede momentáneamente el límite de Chandrasekhar [23]. Existe una gran variación en este tipo de evento, y en muchos casos puede que no haya ninguna supernova, pero se espera que tengan una curva de luz más amplia y menos luminosa que las supernovas Tipo Ia más anormalmente brillantes. se esperan cuando la enana blanca ya tiene una masa más alta que el límite de Chandrasekhar, posiblemente aumentada por asimetría, pero el material expulsado tendrá una energía cinética inferior a la normal. No existe una subclasificación formal para las supernovas de Tipo Ia no estándar. Se ha propuesto que un grupo de supernovas luminiscentes que ocurren cuando el helio se acumula en una enana blanca se debe clasificar como Tipo Iax. Este tipo de supernova no siempre destruye por completo al progenitor enano blanco y puede dejar atrás una estrella casi muerta.

Las supernovas de tipo Ia siguen una curva de luz característica, la gráfica de la luminosidad en función del tiempo, después del evento. Esta luminosidad es generada por la descomposición radioactiva del níquel-56 a través de cobalto-56 a hierro-56. La luminosidad máxima de la curva de luz es extremadamente constante en las supernovas de Tipo Ia normales, con una magnitud absoluta máxima de aproximadamente -19.3 [25]. Esto les permite ser utilizados como una candela estándar secundaria para medir la distancia a sus galaxias anfitrionas.

Se suele usar a las supernovas tipo Ia, el tipo de supernova más brillante, como candela estándar [21]. Éstas se avivan sólo unas pocas semanas y se desvanecen en unos pocos meses. Generalmente, se usa la magnitud en el pico, que resulta ser un brillo muy consistente (después de calibración). Estos son los eventos explosivos de supernova son los más brillantes por aproximadamente un factor de 6, así que a un gran corrimiento al rojo, la mayoría de las supernovas que encontramos son tipo Ia.

Aunque una candela tan brillante y estándar debería ser un excelente instrumento de medición cosmológico, el problema al usar supernovas es que resultan ser una herramienta verdaderamente complicada de utilizar, ya que no se pueden predecir las explosiones de supernova y las supernovas sólo explotan un par de veces por milenio en cualquier galaxia. Los telescopios más grandes del mundo, los cuales son necesarios para observar las supernovas más lejanas que explotaron muy atrás en el tiempo, otorgan permisos para su tiempo de uso. Las peticiones deben ser escritas seis

meses antes, y es, por supuesto, necesario garantizar que habrá algo que observar [21].

Sin embargo, es posible garantizar la observación de supernovas, si se deja el obturador abierto por el suficiente tiempo, en pedazos de cielo aparentemente vacíos, fuera del plano donde se encuentra nuestra galaxia, podremos ver cientos de galaxias distantes [17]. Con varios pedazos de cielo se pueden observar algunos millares de galaxias y, si se regresa en tres semanas para observar las mismas nuevamente, habrá entre una y dos docenas de explosiones de supernova que no estaban ahí anteriormente. Localizando, por lo tanto, un puñado de supernovas para darles seguimiento y las observaciones con fotometría y espectrometría pueden ser planeadas para seguir la supernova mientras se aviva hasta llegar a su pico y se desvanece. Generalmente, en estas tres semanas, las supernovas no alcanzan su brillo más alto, por lo que la mayoría de estos descubrimientos son previos al pico. Esta estrategia, entonces, convierte un suceso extraño y raro en algo que puede ser estudiado de una manera sistemática.

Magnitudes Astronómicas

La magnitud absoluta (M) es una medida de la luminosidad de un objeto celeste, en una escala de magnitud astronómica logarítmica inversa. La magnitud absoluta de un objeto se define como igual a la magnitud aparente que tendría el objeto si fuera visto desde una distancia de exactamente 10 parsecs (32,6 años luz), sin extinción (o atenuación) de su luz debido a la absorción por el medio interestelar (materia y polvo). Al colocar hipotéticamente todos los objetos a una distancia de referencia estándar del observador, sus luminosidades se pueden comparar directamente en una escala de magnitud [26].

Como con todas las magnitudes astronómicas, la magnitud absoluta se puede especificar para diferentes rangos de longitud de onda correspondientes a bandas de filtro o bandas de paso especificadas; para las estrellas, una magnitud absoluta comúnmente citada es la magnitud visual absoluta, que utiliza la banda visual (V) del espectro (en el sistema fotométrico UBV). Las magnitudes absolutas se denotan con una M mayúscula, con un subíndice que representa la banda de filtro utilizada para la medición, como M_V para magnitud absoluta en la banda V [26].

El astrónomo griego Hiparco estableció una escala numérica para describir el brillo de cada estrella que aparece en el cielo. A las estrellas más brillantes del cielo se les asignó una magnitud aparente $m = 1$, y a las estrellas más tenues visibles a simple vista $m = 6$. La diferencia entre ellas corresponde a un factor de brillo de 100. Para objetos dentro de la vecindad inmediata del Sol, la magnitud absoluta M y la magnitud aparente m desde cualquier distancia d (en parsecs) está relacionada por:

$$100^{\frac{m-M}{5}} = \frac{F_{10}}{F} = \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right)^2$$

donde F es el flujo radiante medido a la distancia d (en parsecs), F_{10} el flujo radiante medido a la distancia 10 pc. La relación se puede escribir en términos de logaritmo:

$$M = m - 5 \log_{10}(d_{\text{pc}}) + 5 \tag{2.2}$$

Donde se asume la insignificancia de la extinción por gas y polvo. Las tasas de extinción típicas dentro de la galaxia son de 1 a 2 magnitudes por kiloparsec, cuando se tienen en cuenta las nubes de gas y polvo que oscurecen la radiación.

La magnitud aparente (m) es una medida del brillo de una estrella u otro objeto astronómico visto desde la ubicación de la Tierra. La magnitud aparente de un objeto depende de su luminosidad intrínseca, su distancia de la Tierra y cualquier extinción de la luz del objeto por el polvo interestelar a lo largo de la línea de visión del observador [26].

Se denomina fotometría a la medición de la magnitud aparente de los objetos celestes. Las mediciones fotométricas se realizan en varias bandas de longitud de onda ultravioleta, visible o infrarroja, según lo definido por los filtros de banda de paso estándar que pertenecen a sistemas fotométricos como el sistema UBV.

La magnitud absoluta difiere de la magnitud aparente en que es una medida de la luminosidad intrínseca en lugar del brillo aparente de un objeto celeste, expresado en la misma escala logarítmica inversa. La magnitud absoluta se define como la magnitud aparente que tendría una estrella u objeto si se observara desde una distancia de 10 parsecs. Cuando simplemente se refiere a magnitud (en el contexto de la astronomía), normalmente se entiende la magnitud aparente en lugar de la magnitud absoluta.

Distancias a Objetos Celestes

El módulo de distancia $\mu = m - M$ es la diferencia entre la magnitud aparente m y la magnitud absoluta M de un objeto astronómico. Está relacionado con la distancia d en parsecs por:

$$\begin{aligned} \log_{10}(d) = 1 + \frac{\mu}{5} &\quad \rightarrow \quad \mu = 5 \log_{10}(d) - 5 \\ d = 10^{\frac{\mu}{5} + 1} &\quad (2.3) \end{aligned}$$

Esta definición es conveniente porque el brillo observado de una fuente de luz está relacionado con su distancia por la ley del cuadrado inverso y porque los brillos generalmente se expresan no directamente, sino en magnitudes [26].

La ley del cuadrado inverso establece que una cantidad o intensidad física especificada es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde la fuente de esa cantidad física. La causa fundamental de esto puede entenderse como la dilución geométrica correspondiente a la radiación de fuente puntual en el espacio tridimensional.

La ley del cuadrado inverso generalmente se aplica cuando alguna fuerza, energía u otra cantidad conservada se irradia uniformemente hacia afuera desde una fuente puntual en el espacio tridimensional. Dado que el área de superficie de una esfera (que es $4\pi r^2$) es proporcional al cuadrado del radio, a medida que la radiación emitida se aleja de la fuente, se extiende sobre un área que aumenta en proporción al cuadrado de la distancia desde la fuente. Por lo tanto, la intensidad de

la radiación que pasa a través de cualquier área unitaria (directamente frente a la fuente puntual) es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde la fuente puntual.

Corrimiento al Rojo

El corrimiento al rojo es un fenómeno en el que la radiación electromagnética de un objeto experimenta un aumento en la longitud de onda. Independientemente de si la radiación es visible o no, el corrimiento al rojo significa un aumento en la longitud de onda, equivalente a una disminución en la frecuencia de onda y la energía de los fotones.

Hay tres causas principales de los desplazamientos al rojo en astronomía y cosmología: los objetos se separan, el espacio mismo se expande, lo que hace que los objetos se separen sin cambiar sus posiciones en el espacio (todas las fuentes de luz suficientemente distantes muestran el corrimiento al rojo correspondiente a la tasa de aumento en su distancia de la Tierra, conocida como la ley de Hubble) y el corrimiento al rojo gravitacional es un efecto relativista observado debido a los fuertes campos gravitacionales que distorsionan el espacio-tiempo y ejercen una fuerza sobre la luz y otras partículas [11].

Se puede medir a través del espectro de luz que proviene de una sola fuente. Para determinar el corrimiento al rojo, se buscan características en el espectro, como líneas de absorción, líneas de emisión u otras variaciones en la intensidad de la luz. Si se encuentran, estas características se pueden comparar con las características conocidas en el espectro de varios compuestos químicos encontrados en experimentos donde ese compuesto se encuentra en la Tierra [26]. Los cambios en rojo no se pueden calcular observando características no identificadas cuya frecuencia de trama de reposo es desconocida, o con un espectro sin características o ruido blanco (fluctuaciones aleatorias en un espectro).

De acuerdo con la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker que se usa para modelar el Universo en expansión, si se recibe luz de un objeto distante con un corrimiento al rojo de z , entonces el factor de escala en el momento en que el objeto emitió originalmente la luz es:

$$a(t) = \frac{1}{1+z} \quad (2.4)$$

Donde $a(t)$ es un factor de escala adimensional y z el redshift [27].

Expansión métrica del espacio

En cosmología, la distancia comóvil y la distancia propia son dos medidas de distancia estrechamente relacionadas utilizadas para definir distancias entre objetos. La distancia propia se refiere a la posición que ocuparía un objeto distante en un momento específico del tiempo, que puede cambiar debido a la expansión del Universo. La distancia comóvil elimina la expansión del Universo, dando una distancia que no cambia en el tiempo debido a la expansión del espacio (aunque esto puede cambiar debido a otros factores locales, como el movimiento de una galaxia dentro de un cúmulo). La distancia comóvil y la distancia propia se definen como iguales en la actualidad; por lo tanto, la relación entre la distancia propia y la distancia de desplazamiento ahora es 1. Para otras épocas, el factor de escala difiere de 1. La expansión del Universo da como resultado el cambio de

distancia adecuado, mientras que la distancia comóvil no cambia por esta expansión debido a que es la distancia propia dividida entre el factor de escala de la época [12].

La distancia comóvil es la distancia entre dos puntos medidos a lo largo de un camino definido en el tiempo cosmológico actual. Para los objetos que se mueven con el flujo del Hubble, se considera que permanece constante en el tiempo. La distancia comoving de un observador a un objeto distante (por ejemplo, galaxia) se puede calcular mediante la siguiente fórmula (derivada usando la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker):

$$\chi = \int_{t_e}^t c \frac{dt'}{a(t')}$$

donde $a(t')$ es el factor de escala, t' es el tiempo de emisión de los fotones detectados por el observador, t es el tiempo presente, y c es la velocidad de la luz en el vacío.

La Temperatura del Universo

A medida que el Universo se expandió, el enfriamiento adiabático (responsable del actual fenómeno de corrimiento al rojo) causó que el plasma se enfriara hasta que la formación de átomos de hidrógeno fue posible. Este enfriamiento se dio aproximadamente unos 380 000 años después del Big Bang, cuando el Universo alcanzó una temperatura de alrededor de 3 000 K [28].

A esto le prosigió la era conocida como recombinación, la radiación cósmica de fondo es el resultado de ese periodo. Al expandirse el Universo, esta radiación también disminuyó su temperatura, por lo que hoy en día es solo de unos 2.72 K [2]. Los fotones han continuado enfriándose desde entonces y su temperatura continuará cayendo según se expanda el Universo. La radiación que se mide viene de una superficie esférica, llamada superficie de la última dispersión, en la que los fotones que se descompusieron en la interacción con materia en el Universo primigenio, hace 13 700 millones de años aproximadamente [29]. La radiación cósmica de fondo permea toda la bóveda celeste y gran parte de la radiación en el Universo está en ella.

Fondo Cósmico de Microondas

La radiación de fondo de microondas (en inglés, cosmic microwave background o CMB) es una forma de radiación electromagnética descubierta en 1965 que llena el Universo por completo [30]. También se denomina radiación cósmica de microondas, radiación cósmica de fondo o radiación del fondo cósmico.

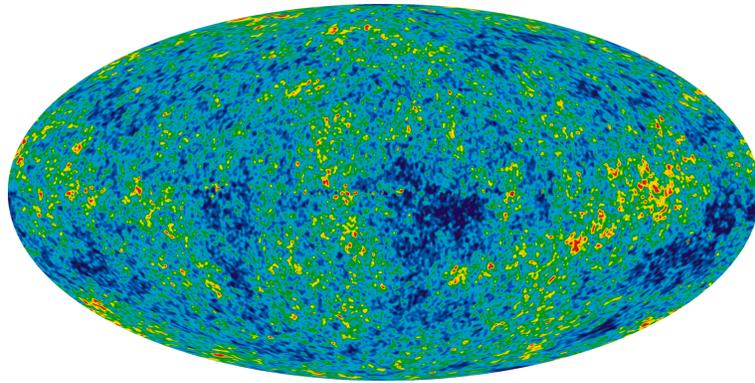


Figura 2.1: La imagen detallada de todo el cielo, el universo joven, creada a partir de nueve años de datos de WMAP [2].

Esta radiación es una predicción del modelo del Big Bang: el Universo primigenio era un plasma compuesto principalmente por electrones. La energía media de dicho plasma era muy alta, tal que la formación atómica resultaba imposible.

Tiene características de radiación de cuerpo negro a una temperatura de 2.725 K y su frecuencia pertenece al rango de las microondas con una frecuencia de 160.2 GHz, correspondiéndose con una longitud de onda de 1.9 mm. Esta radiación es una de las pruebas principales del modelo cosmológico del Big Bang [3].

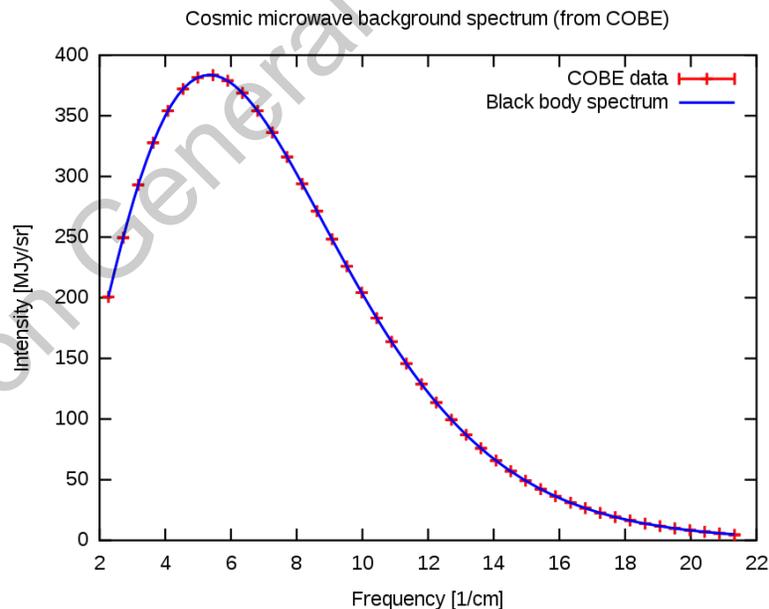


Figura 2.2: La medición del espectro de fondo de microondas cósmico por el instrumento FIRAS de COBE muestra que la radiación coincide con las predicciones de la teoría del Big Bang en un grado extraordinario [3].

Pese a que comúnmente se afirma que es el eco del Big Bang esto no es cierto, puesto que el Big Bang ocurrió 379,000 años antes que los eventos registrados [32].

La radiación del fondo cósmico de microondas es isotrópica en su mayoría. El espectrofotómetro FIRAS (en inglés The Far-Infrared Absolute Spectrophotometer) en el satélite COBE de la NASA ha medido cuidadosamente el espectro de la radiación de fondo del microondas. El FIRAS comparó el CMB con un cuerpo negro de referencia y no se pudo ver ninguna diferencia en sus espectros [3]. Cualquier desviación podría seguir estando sin detectar en el espectro del CMB sobre el rango de longitudes de onda desde 0.5 a 5 mm, pero tendría que tener un valor de unas 50 partes por millón del pico de brillo del CMB. Esto hace del espectro del CMB el cuerpo negro medido de manera más precisa existente en la naturaleza.

Esta radiación es una predicción del modelo del Big Bang, ya que según este modelo, el Universo primigenio era un plasma compuesto principalmente por electrones, fotones y bariones (protones y neutrones) [32]. Los fotones estaban constantemente interactuando con el plasma mediante la dispersión de Thomson. Los electrones no se podían unir a los protones y otros núcleos atómicos para formar átomos porque la energía media de dicho plasma era muy alta, por lo que los electrones interactuaban constantemente con los fotones mediante el proceso conocido como dispersión Compton.

A medida que el Universo se fue expandiendo, el enfriamiento adiabático (del que el corrimiento al rojo cosmológico es un síntoma actual) causó que el plasma se enfriara hasta que fue posible que los electrones se combinaran con los protones y formaran átomos de hidrógeno. Esto ocurrió cuando este alcanzó los 3000 K, unos 380,000 años después del Big Bang. A partir de ese momento, los fotones pudieron viajar libremente a través del espacio sin rozar (sin llegar a unirse) con los electrones dispersos. Este fenómeno es conocido como era de la recombinación; la radiación de fondo de microondas es precisamente el resultado de ese periodo. Al irse expandiendo el Universo, esta radiación también fue disminuyendo su temperatura, lo cual explica por qué hoy en día es solo de unos 2.7 K. La radiación de fondo es el ruido que hace el Universo. Los fotones han continuado enfriándose desde entonces y su temperatura continuará cayendo según se expanda el Universo [29].

La radiación que medimos viene de una superficie esférica, llamada superficie de la última dispersión, en la que los fotones que se descompusieron en la interacción con materia en el Universo primigenio, hace 13,700 millones de años, están observándose actualmente en la Tierra. El Big Bang sugiere que la radiación cósmica de fondo llena todo el espacio observable y que gran parte de la radiación en el Universo está en el CMB [31].

Dos de los grandes éxitos de la teoría del Big Bang son sus predicciones de este espectro de cuerpo negro casi perfecto y su predicción detallada de las anisotropías en el fondo cósmico de microondas. WMAP recientemente ha medido precisamente estas anisotropías sobre el cielo por completo. Estas se pueden utilizar para estimar los parámetros del modelo Lambda-CDM estándar del Big Bang [33]. Alguna información, como la forma del Universo, se puede obtener directamente del CMB, mientras otros, como la constante de Hubble, no están restringidos y tienen que ser inferidos de otras medidas.

Esta radiación fue predicha por George Gamow, Ralph Alpher y Robert Hermann en 1948 [34]. Alpher y Herman pudieron estimar que la temperatura del fondo de radiación de microondas era 5 K, aunque dos años después, la reestimaron en 2.8 K. Aunque había varias estimaciones previas de la temperatura del espacio, éstas sufrieron dos defectos. En primer lugar, fueron medidas de la temperatura efectiva del espacio y no sugieren que el espacio fue rellenado con un espectro de Planck térmico. Y en segundo lugar, son dependientes del lugar que ocupa la Tierra en el extremo de la Vía Láctea y no sugieren que la radiación sea isotrópica.

Los resultados de 1948 de Gamow y Alpher no fueron ampliamente discutidos. Sin embargo, fueron redescubiertos por Robert Dicke y Yakov Zel'dovich a principios de los años 1960 [28]. La primera apreciación de la radiación del CMB como un fenómeno detectable apareció en un breve artículo de los astrofísicos soviéticos A. G. Doroshkevich e Igor Dmitriyevich Novikov, en la primavera de 1964. En 1964, David Todd Wilkinson y Peter Roll, y los colegas de Dicke en la Universidad de Princeton, empezaron a construir un radiómetro de Dicke para medir el fondo de radiación de microondas. En 1965, Arno Penzias y Robert Woodrow Wilson en los Laboratorios Bell de Crawford Hill cerca de Holmdel Township (Nueva Jersey) habían construido un radiómetro Dicke que intentaron utilizar para radioastronomía y experimentos de comunicaciones por satélite. Su instrumental tenía un exceso de temperatura de ruido de 3.5 K con el que ellos no contaban. Un encuentro entre los grupos de Princeton y Crawford Hill determinó que la temperatura de la antena fue inducida debido al fondo de radiación de microondas. Penzias y Wilson recibieron el Premio Nobel de Física de 1978 por su descubrimiento [30].

La interpretación de la radiación cósmica de fondo fue un tema controvertido en los años 1960 entre los defensores de la teoría del estado estacionario argumentando que el fondo de microondas era el resultado de la luz dispersada de las estrellas procedente de las galaxias distantes. Sin embargo, durante los años 1970 el consenso fue que la radiación de fondo de microondas es un remanente del Big Bang. Esto fue en gran parte porque las nuevas medidas en un rango de frecuencias demostraron que el espectro era un térmico, cuerpo negro, un resultado que el modelo del estado estacionario no podía reproducir [12].

El Universo primigenio tendría que tener inhomogeneidades en un nivel de 10^{-4} o 10^{-5} . Rashid Sunyaev después calculó la huella observable que estas inhomogeneidades tendrían en el fondo de radiación de microondas. Los límites estrictos de la anisotropía del fondo de radiación de microondas fueron establecidos por experimentos basados en la tierra, pero la anisotropía se detectó por primera vez por el Radiómetro de Microondas Diferencial en el satélite COBE [3].

Inspirado por los resultados del COBE, una serie de experimentos en tierra o basados en globos midieron las anisotropías del fondo de radiación de microondas en pequeñas escalas angulares durante la década siguiente [35]. El objetivo primario de estos experimentos fue medir la escala del primer pico acústico, para el que el COBE no tenía suficiente resolución para resolverlo. El primer pico en la anisotropía fue detectado tentativamente por el experimento Toco y el resultado fue confirmado por los experimentos BOOMERanG y MAXIMA [36]. Estas medidas demostraron que el Universo era aproximadamente plano y podía descartar las cuerdas cósmicas como un gran componente en la formación de estructuras cósmicas y sugiere que la inflación cósmica era la teoría correcta para la formación de estructuras.

El segundo pico fue detectado con indecisión por varios expertos antes de ser detectado definitivamente por el WMAP, que también ha detectado vacilantemente el tercer pico. Varios experimentos para mejorar las medidas de la polarización y el fondo de microondas en pequeñas escalas angulares están en curso. Estas son el DASI, WMAP, BOOMERanG y el Cosmic Background Imager. Los experimentos venideros en este campo son el satélite Planck, el Telescopio Cosmológico de Atacama y el Telescopio del Polo Sur [37].

El modelo estándar del Big Bang requiere que las condiciones iniciales para el Universo sean un campo gaussiano casi invariante o espectro de Harrison-Zel'dovich. Esto es una predicción del modelo de inflación cósmica y significa que el estado inicial del Universo es aleatorio, pero de una forma claramente específica en que la amplitud de las inhomogeneidades vírgenes fue de 10^{-5} . Por tanto, los postulados sobre las inhomogeneidades en el Universo necesitan ser estadísticas por naturaleza. Esto lleva a que las incertidumbres en la varianza de las fluctuaciones de las escalas mayores observadas en el Fondo Cósmico de Microondas tienen dificultades para compararse de manera precisa a la teoría [33].

La radiación cósmica de fondo y el corrimiento al rojo cosmológico se consideran conjuntamente como la mejor prueba disponible para la teoría del Big Bang. El descubrimiento del CMB a mediados de los años 1960 redujo el interés en alternativas como la Teoría del Estado Estacionario. El CMB proporciona una imagen del Universo cuando, de acuerdo con la cosmología convencional, la temperatura descendió lo suficiente como para permitir que los electrones y protones formen átomos de hidrógeno, haciendo así el Universo transparente a la radiación [34].

Cuando se originó unos 379,000 años después del Big Bang, este período es conocido generalmente como el periodo de la recombinación, la temperatura del Universo era de unos 3000 K. Esto se corresponde con una energía de unos 0.25 eV, que es mucho menor que los 13.6 eV de la energía de ionización del hidrógeno [31]. Desde entonces, la temperatura de la radiación ha caído en un factor de aproximadamente 1100 debido a la expansión del Universo. Según se expande el Universo, los fotones del fondo cósmico de microondas se desplazan hacia el rojo, haciendo que la temperatura de radiación sea inversamente proporcional al factor de escala del Universo [29].

La radiación de fondo aparece a primera vista isotrópica, es decir, independiente de la dirección el que se mida. Este hecho era de difícil explicación según el modelo original del Big Bang y fue una de las causas que llevó a la formulación del modelo inflacionario del Big Bang. Una de las predicciones de este modelo es la existencia de pequeñas variaciones en la temperatura del fondo cósmico de microondas [33].

Estas anisotropías o inhomogeneidades fueron detectadas finalmente en los años 90 por varios experimentos, especialmente, por el satélite de la NASA COBE (Cosmic Background Explorer) entre 1989 y 1996 que fue la primera experiencia capaz de detectar irregularidades y anisotropías en esta radiación. Las irregularidades se consideran variaciones de densidad del Universo primitivo y su descubrimiento arroja indicios, de la formación de las primeras estructuras de gran escala y la distribución de galaxias del Universo actual [3]. En el 2001 la agencia espacial americana NASA lanzó el WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), un nuevo satélite capaz de estudiar con

gran detalle la radiación cósmica de fondo, que consiguió el mapa más completo de las anisotropías en la radiación de fondo de microondas. Otros instrumentos han detectado aún con más detalle y a mayor resolución angular las anisotropías del CMB, como el Cosmic Background Imager pero en sólo unas zonas del cielo. Los datos aportados por el WMAP en 2003 y 2006 revelan un Universo en expansión formado por un 4% de materia bariónica, un 22% de materia oscura y un 74% de energía oscura [37]. El 2009 la ESA lanzó el Planck, un satélite de capacidades mucho mayores todavía que el WMAP.

Los picos de las anisotropías contienen interesantes firmas físicas. La escala angular del primer pico determina la curvatura del Universo (pero no la topología del Universo) [33]. La proporción de los picos impares con los picos pares determina la densidad bariónica. El tercer pico se puede utilizar para extraer información sobre la densidad de materia oscura.

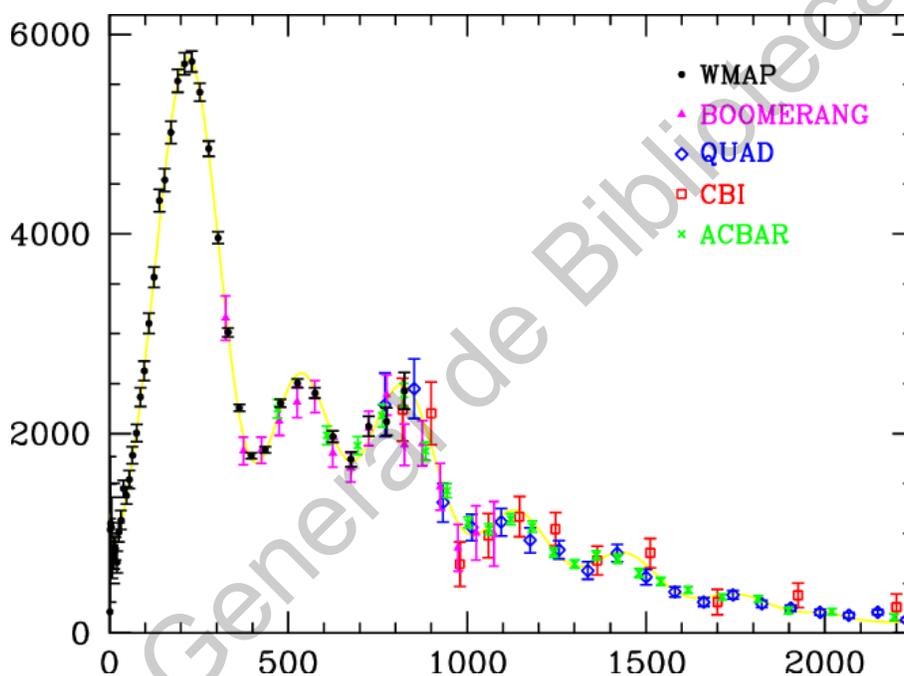


Figura 2.3: Estimaciones de potencia de banda de los experimentos WMAP, BOOMERANG, QUAD, CBI y ACBAR. La curva trazada es un modelo de mejor ajuste de 5 años de WMAP más otros datos de CMB [4].

El periodo después de la emisión del fondo de radiación de microondas y antes de la observación de las primeras estrellas es conocido de forma casi cómica por los cosmólogos como las edades oscuras, y es un periodo que está bajo un intenso estudio por los astrónomos (con la radiación de 21 centímetros) [14].

En la actualidad la radiación cósmica de fondo, producto del Big Bang, constituye la principal fuente de radiación electromagnética en el Universo, sobre todo en el espectro de radio. La expansión de éste provocará un corrimiento al rojo tan elevado que el fondo cósmico acabará por ser indetectable, siendo reemplazado poco a poco por el producido por el brillo de las estrellas. Este también acabará

por ser indetectable debido a un corrimiento al rojo creciente [15].

El Universo Observable

El Universo observable es una región esférica del Universo que comprende toda la materia que se puede observar desde la Tierra o sus telescopios espaciales y sondas exploratorias en la actualidad, porque la radiación electromagnética de estos objetos ha tenido tiempo de alcanzar el Sistema Solar y la Tierra desde el comienzo de la expansión cosmológica. Hay al menos 2 billones de galaxias en el Universo observable.

Suponiendo que el Universo es isotrópico, la distancia hasta el borde del Universo observable es aproximadamente la misma en todas las direcciones. Es decir, el Universo observable tiene un volumen esférico (una bola) centrado en el observador. Cada ubicación en el Universo tiene su propio Universo observable, que puede superponerse o no con el centrado en la Tierra.

La palabra observable no se refiere a la capacidad de la tecnología moderna para detectar luz u otra información de un objeto, se refiere al límite físico creado por la velocidad de la luz misma. Ya que ninguna señal puede viajar más rápido que la luz, cualquier objeto más alejado de nosotros que la luz podría viajar en la edad del Universo simplemente no se puede detectar, ya que las señales no podrían haber alcanzado nosotros todavía. A veces, los astrofísicos distinguen entre el Universo visible, que incluye solo señales emitidas desde la recombinación (cuando se formaron átomos de hidrógeno a partir de protones y electrones y se emitieron fotones), y el Universo observable, que incluye señales desde el comienzo de la expansión cosmológica (el Big Bang en la cosmología física tradicional, el final de la época inflacionaria en la cosmología moderna).

Algunas regiones del Universo están demasiado lejos para que la luz emitida desde el Big Bang haya tenido tiempo suficiente para llegar a la Tierra o sus instrumentos científicos basados en el espacio, y así estar fuera del Universo observable. En el futuro, la luz de galaxias distantes habrá tenido más tiempo para viajar, por lo que regiones adicionales serán observables. Sin embargo, debido a la ley de Hubble, las regiones suficientemente distantes de la Tierra se están expandiendo más rápido que la velocidad de la luz (la relatividad especial evita que los objetos cercanos en la misma región local se muevan más rápido que la velocidad de la luz entre sí, pero no existe tal restricción para los objetos distantes cuando el espacio entre ellos se está expandiendo (ver usos de la distancia adecuada para una discusión) y, además, la tasa de expansión parece estar acelerándose debido a la energía oscura.

Suponiendo que la energía oscura permanezca constante, existe un límite de visibilidad futura más allá del cual los objetos nunca entrarán en nuestro Universo observable en ningún momento en el futuro, porque la luz emitida por objetos fuera de ese límite nunca alcanzaría la Tierra.

Este límite de visibilidad futura se calcula a una distancia comóvil de 19 mil millones de parsecs (62 mil millones de años luz), suponiendo que el Universo se siga expandiendo para siempre, lo que implica el número de galaxias que podemos observar teóricamente en el futuro, dejando de lado el problema que algunos pueden ser imposibles de observar en la práctica debido al corrimiento al rojo, es solo mayor que el número actualmente observable por un factor de 2.36.

Aunque en principio más galaxias serán observables en el futuro, en la práctica un número creciente de galaxias se desplazará extremadamente hacia el rojo debido a la expansión en curso, tanto que parecerán desaparecer de la vista y volverse invisibles.

No existe evidencia que sugiera que el límite del Universo observable constituye un límite en el Universo como un todo, ni ninguno de los modelos cosmológicos convencionales propone que el Universo tenga ningún límite físico en primer lugar, aunque algunos modelos proponen que podría ser finito pero sin límites, como un análogo de dimensiones superiores de la superficie 2D de una esfera que es de área finita pero no tiene borde.

Si el Universo es finito pero ilimitado, también es posible que el Universo sea más pequeño que el Universo observable. En este caso, lo que consideramos galaxias muy distantes en realidad pueden ser imágenes duplicadas de galaxias cercanas, formadas por la luz que ha circunnavegado el Universo.

La distancia comóvil desde la Tierra hasta el borde del Universo observable es de aproximadamente 14.26 gigaparsecs (46.5 mil millones de años luz o 4.40×10^{26} metros) en cualquier dirección. El Universo observable es, por lo tanto, una esfera con un diámetro de aproximadamente 28.5 gigaparsecs, 93 mil millones de años luz o 8.8×10^{26} metros [38].

Las cifras citadas anteriormente son distancias actuales, no las distancias en el momento en que se emitió la luz. La radiación de fondo cósmico de microondas que vemos en este momento se emitió en el momento del desacoplamiento de fotones, que se estima que ocurrió unos 380,000 años después del Big Bang, que ocurrió hace unos 13.8 mil millones de años. Esta radiación fue emitida por materia que, en el tiempo intermedio, se condensó principalmente en galaxias, y ahora se calcula que esas galaxias están a unos 46 mil millones de años luz de nosotros.

Los resultados WMAP de nueve años combinados con otras mediciones nos dicen que, si la materia que emitió originalmente los fotones del fondo cósmico de microondas (CMB) más antiguos se encuentran a una distancia actual de 46 mil millones de años luz, entonces, en el momento del desacoplamiento cuando los fotones se emitieron originalmente, la distancia habría sido solo de unos 42 millones de años luz.

Mecánica Clásica

La mecánica clásica describe el movimiento de los objetos macroscópicos: si se conoce el estado actual de un objeto, las leyes de la mecánica clásica pueden predecir cómo se moverá en el futuro (determinismo) y cómo se ha movido en el pasado (reversibilidad).

El primer desarrollo de la mecánica clásica a menudo se conoce como mecánica newtoniana. Consiste en los conceptos físicos empleados y los métodos matemáticos desarrollados por Isaac Newton, Gottfried Wilhelm Leibniz y otros en el siglo XVII para describir el movimiento de los cuerpos bajo la influencia de un sistema de fuerzas.

Más tarde, se desarrollaron métodos más abstractos, que condujeron a la reformulación de la mecáni-

ca clásica conocida como mecánica lagrangiana y mecánica hamiltoniana. Estos avances, realizados predominantemente en los siglos XVIII y XIX, se extienden sustancialmente más allá del trabajo de Newton, particularmente a través del uso de la mecánica analítica. Con algunas modificaciones, también se usan en todas las áreas de la física moderna.

Hay dos formulaciones alternativas a la Mecánica Newtoniana: la mecánica lagrangiana y la mecánica hamiltoniana. Estas, y otras formulaciones modernas, generalmente omiten el concepto de fuerza, en lugar de referirse a otras cantidades físicas, como la energía, la velocidad y el momento, para describir sistemas mecánicos en coordenadas generalizadas.

Mecánica Lagrangiana

La mecánica lagrangiana es una reformulación de la mecánica clásica, introducida por el matemático y astrónomo italiano-francés Joseph-Louis Lagrange en 1788. La Mecánica lagrangiana es más sofisticada matemáticamente y sistemática. Las leyes de Newton pueden incluir fuerzas no conservativas como la fricción, pero deben incluir fuerzas de restricción explícitamente y son más adecuadas para las coordenadas cartesianas. Las coordenadas generalizadas se pueden elegir por conveniencia, para explotar las simetrías en el sistema o la geometría de las restricciones, lo que puede simplificar la resolución del movimiento del sistema [39].

En lugar de fuerzas, la mecánica lagrangiana usa las energías en el sistema. La cantidad central de la mecánica lagrangiana es la lagrangiana, una función que resume la dinámica de todo el sistema. El lagrangiano no relativista para un sistema de partículas puede definirse por:

$$L = T - V$$

donde T es la energía cinética total del sistema y V la energía Potencial total. En general, el lagrangiano tiene unidades de energía, pero no tiene una única expresión para todos los sistemas físicos. Cualquier función que genere las ecuaciones de movimiento correctas, de acuerdo con las leyes físicas, puede ser considerado como un lagrangiano [39].

Para una fuerza no conservativa que depende de la velocidad, puede ser posible encontrar una función de energía potencial V que dependa de las posiciones y las velocidades. Si las fuerzas generalizadas Q_j puede derivarse de un potencial V tal que

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j}$$

ya que el lagrangiano se definió como $L = T - V$ y debido a que el potencial depende exclusivamente de las coordenadas generalizadas, no de las velocidades, se obtienen las ecuaciones de Lagrange del segundo tipo o las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange, que se definen como:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \quad (2.5)$$

y son resultados matemáticos del cálculo variacional, que también se puede usar en mecánica [40].

Si se toma la derivada total del lagrangiano, se tiene el siguiente resultado general:

$$-\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{d}{dt} \left(\dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L \right)$$

Si todo el lagrangiano es explícitamente independiente del tiempo, se deduce que la derivada temporal del lagrangiano será cero. Y, por lo tanto, será una cantidad conservada, en este caso se trata de la energía. De esta manera, se define

$$E = \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L \quad (2.6)$$

Es la energía total conservada del sistema. Las energías cinética y potencial aún cambian a medida que el sistema evoluciona, pero el movimiento del sistema será tal que su suma, la energía total, sea constante. Esta es una simplificación valiosa, ya que la energía E es una constante de integración que cuenta como una constante arbitraria para el problema, y puede ser posible integrar las velocidades de esta relación de energía para resolver las coordenadas. En el caso de que la velocidad o la energía cinética (o ambas) dependan explícitamente del tiempo, entonces la energía no se conserva.

Una propiedad importante del lagrangiano es que las cantidades conservadas se pueden leer fácilmente. El momento generalizado con la coordenada q_i se define por

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \quad (2.7)$$

Si el lagrangiano no depende de alguna coordenada q_i , se deduce inmediatamente de las ecuaciones de Euler-Lagrange que

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{p}_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0$$

Integrando se muestra que el momento generalizado correspondiente es igual a una cantidad constante, una cantidad conservada. Este es un caso especial del teorema de Noether. Tales coordenadas se llaman cíclicas.

Mecánica Hamiltoniana

La mecánica hamiltoniana es una teoría desarrollada como una reformulación de la mecánica clásica y predice los mismos resultados que la mecánica clásica no hamiltoniana. Utiliza un formalismo matemático diferente, proporcionando una comprensión más abstracta de la teoría. Históricamente, fue una reformulación importante de la mecánica clásica, que más tarde contribuyó a la formulación de la mecánica estadística y la mecánica cuántica.

La mecánica hamiltoniana fue formulada por primera vez por William Rowan Hamilton en 1833, a partir de la mecánica lagrangiana, una reformulación previa de la mecánica clásica introducida por Joseph Louis Lagrange en 1788.

En Mecánica hamiltoniana, un sistema físico clásico se describe mediante un conjunto de coordenadas canónicas $r = (q, p)$, donde cada componente de la coordenada q_i, p_i se indexa al marco de referencia del sistema. La evolución temporal del sistema se define de la siguiente manera por las ecuaciones de Hamilton:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q} \quad , \quad \frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (2.8)$$

donde $H = H(q, p, t)$ es el hamiltoniano, a menudo corresponde a la energía total del sistema [41].

Las ecuaciones de Hamilton consisten en $2n$ ecuaciones diferenciales de primer orden, mientras que las ecuaciones de Lagrange consisten en n ecuaciones de segundo orden (n siendo los grados de libertad del sistema). Sin embargo, las ecuaciones de Hamilton generalmente no reducen la dificultad de encontrar soluciones explícitas. Aunque ofrecen algunas ventajas, ya que se pueden derivar resultados teóricos importantes porque las coordenadas y los momentos trabajan como sus variables.

En mecánica clásica se puede usar una transformada de Legendre para derivar la formulación del hamiltoniano, partiendo del lagrangiano, y viceversa.

Eso es posible, puesto que el lagrangiano es una función explícita de las coordenadas de posición q_i y las velocidades generalizadas dq_i/dt (y el tiempo). Mientras que el hamiltoniano es función explícita de las coordenadas de posición y los momentos. Los momentos pueden ser obtenidos como derivadas del lagrangiano como se vió en la ecuación [2.7].

$$H = \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L = \dot{q}_i p_i - L \quad (2.9)$$

Se puede entonces construir el hamiltoniano a partir del lagrangiano. En esas condiciones el hamiltoniano viene dado como transformación de Legendre del lagrangiano:

Física Estadística

La física estadística o mecánica estadística es una rama de la física que mediante la teoría de la probabilidad es capaz de deducir el comportamiento de los sistemas físicos macroscópicos constituidos por una cantidad estadísticamente significativa de componentes equivalentes a partir de ciertas hipótesis sobre los elementos o partículas que los conforman y sus interacciones mutuas [42].

Los sistemas macroscópicos son aquellos que tienen un número de partículas cercano a la constante de Avogadro, cuyo valor, de aproximadamente 10^{23} , es increíblemente grande, por lo que el tamaño de dichos sistemas suele ser de escalas cotidianas para el ser humano, aunque el tamaño de cada partícula constituyente sea de escala atómica.

La importancia del uso de las técnicas estadísticas para estudiar estos sistemas radica en que, incluso para las más avanzadas computadoras, llevar un registro del estado físico de cada partícula y predecir el comportamiento del sistema mediante las leyes de la mecánica, además del hecho de

que resulta impracticable el conocer tanta información de un sistema real.

La física estadística nos permite ligar el comportamiento microscópico de los sistemas con su comportamiento macroscópico o ensamble, de modo que, conociendo el comportamiento de uno, pueden averiguarse detalles del comportamiento del otro [43]. Permitiendo así describir numerosos campos de naturaleza estocástica.

La termodinámica creció mediante el estudio experimental del comportamiento macroscópico de los sistemas físicos a partir de los trabajos de grandes figuras como Carnot, Joule, Clausius y Kelvin. Las conclusiones teóricas deducidas a partir de las primeras dos leyes de la termodinámica coincidían con los resultados experimentales. A la par, la teoría cinética de los gases, basada más en la especulación que en los cálculos, comenzó a emerger como una teoría matemática real. Ludwig Boltzmann en 1872 desarrolló un teorema estableciendo el enlace directo entre la entropía y la dinámica molecular [44]. A su vez, la teoría cinética dió paso a la teoría del ensamble.

La mecánica estadística puede construirse sobre las leyes de la mecánica clásica o la mecánica cuántica, según sea la naturaleza del problema a estudiar. Aunque, a decir verdad, las técnicas de la mecánica estadística pueden aplicarse a campos ajenos a la propia física [43].

El postulado fundamental de la mecánica estadística, conocido también como postulado de equiprobabilidad a priori dice que: *dado un sistema aislado en equilibrio, el sistema tiene la misma probabilidad de estar en cualquiera de los microestados accesibles* [42].

Mientras que la mecánica estadística propiamente dicha implica dinámica, la atención se centra en el equilibrio estadístico (estado estacionario). El equilibrio estadístico no significa que las partículas hayan dejado de moverse (equilibrio mecánico), sino que el conjunto no está evolucionando [42].

La relación entre estados microscópicos y macroscópicos (es decir, la termodinámica) viene dada por la famosa fórmula de Ludwig Boltzmann de la entropía:

$$S(E, N, V) = k_B \log(\Omega)$$

Esta ecuación da una información termodinámica completa del sistema. Estas configuraciones se obtienen teniendo en cuenta el modelo que se haga del sistema real a través de su hamiltoniano mecánico. Donde Ω es el número de estados microscópicos (microestados) compatibles con una energía, volumen y número de partículas dado y k_B es la constante de Boltzmann [42].

Se suele interpretar la entropía como una medida del desorden del sistema. De hecho, a veces se enuncia el segundo principio de la termodinámica: *el desorden de un sistema aislado sólo aumenta*.

La termodinámica no es capaz de establecer esta relación por sí misma, pues no trabaja con los estados microscópicos. La mecánica estadística es capaz de demostrar la termodinámica, ya que, partiendo de unos principios más elementales, obtiene por deducción estadística el segundo principio. Fue esa la gran contribución matemática de Ludwig Boltzmann a la termodinámica.

La formulación moderna de esta teoría se basa en la descripción del sistema físico por conjuntos o

una ensamble que representa la totalidad de configuraciones posibles y las probabilidades de realización de cada una de las configuraciones.

A cada ensamble se le asocia una función de partición que, por manipulaciones matemáticas, permite extraer los valores termodinámicos del sistema. Según la relación del sistema con el resto del Universo, se distinguen generalmente tres tipos de ensambles, en orden creciente de complejidad:

- El ensamble microcanónico describe un sistema completamente aislado, por tanto con energía constante, que no intercambia energía, ni partículas con el resto del Universo.
- El ensamble canónico describe un sistema en equilibrio térmico con un foco térmico exterior; sólo puede intercambiar energía en forma de transferencia de calor con el exterior.
- El ensamble gran canónico reemplaza a la ensamble canónica para sistemas abiertos que permiten el intercambio de partículas con el exterior.

Para los sistemas que contienen muchas partículas, los tres conjuntos enumerados anteriormente tienden a dar un comportamiento idéntico. Entonces es simplemente una cuestión de conveniencia matemática el conjunto que se decida utilizar. El teorema de Gibbs sobre la equivalencia de conjuntos se desarrolló en la teoría del fenómeno de la concentración de la medida, que tiene aplicaciones en muchas áreas de la ciencia, desde el análisis funcional hasta los métodos de inteligencia artificial y la tecnología de big data.

Una vez que la función de estado para un conjunto se ha calculado para un sistema dado, ese sistema se resuelve (los observables macroscópicos o propiedades termodinámicas se pueden extraer de la función de estado característico). Sin embargo, calcular la función de estado de un conjunto termodinámico no es necesariamente una tarea simple, ya que implica considerar todos los estados posibles del sistema. Si bien algunos sistemas hipotéticos se han resuelto exactamente, el caso más general (y realista) es demasiado complejo para una solución exacta. Existen varios enfoques para aproximar el conjunto verdadero y permitir el cálculo de cantidades promedio.

En principio, la mecánica estadística fuera del equilibrio puede ser matemáticamente exacta: los conjuntos para un sistema aislado evolucionan con el tiempo de acuerdo con ecuaciones deterministas como la ecuación de Liouville o su equivalente cuántico, la ecuación de von Neumann. Estas ecuaciones son el resultado de aplicar las ecuaciones mecánicas de movimiento independientemente a cada estado del conjunto. Desafortunadamente, estas ecuaciones de evolución de conjunto heredan gran parte de la complejidad del movimiento mecánico subyacente, por lo que las soluciones exactas son muy difíciles de obtener. Además, las ecuaciones de evolución del conjunto son completamente reversibles y no destruyen la información (se preserva la entropía de Gibbs del conjunto). Para avanzar en el modelado de procesos irreversibles, es necesario considerar factores adicionales además de la probabilidad y la mecánica reversible [45].

Ensamble Canónico

El ensamble canónico asigna esta probabilidad a cada microestado distinto dado por la siguiente ecuación:

$$P_i = \frac{1}{Z} e^{-\beta \epsilon_i}$$

donde la suma se ha realizado sobre todos los microestados s , ϵ_i representa la energía del microestado s y β se define como el inverso del producto de la temperatura por la constante de Boltzmann:

$$\beta \equiv \frac{1}{k_B T}$$

El término $\exp(-\beta \epsilon_i)$ se conoce como el factor de Boltzmann.

La normalización de esta expresión, asegurando que la suma de las probabilidades de todos los microestados sea igual a uno, proporciona la función de partición Z :

$$\sum_i P_i = \frac{1}{Z} \sum_i e^{-\beta \epsilon_i} = \frac{1}{Z} Z = 1 .$$

Utilizando la función de partición canónica

$$Z = \sum_i e^{-E_i/(kT)}$$

En mecánica clásica, las variables son continuas, por lo que la suma debe ser sustituida por una integral:

$$Z = \frac{1}{N! h^{3N}} \int \exp[-\beta H(p_i, x_i)] d^3 p_i d^3 x_i$$

donde N es el número de partículas del sistema, p_i representa el momento de la partícula i , x_i su posición; d^3 es una notación abreviada aludiendo a que x_i y p_i son vectores de un espacio tridimensional, h es una cantidad infinitesimal con dimensiones de acción (se suele tomar el valor de la constante de Planck con el fin de que los resultados sean consistentes con la mecánica cuántica) y H es el hamiltoniano clásico.

En termodinámica, una función de estado es una magnitud física macroscópica que caracteriza el estado de un sistema en equilibrio, y que no depende de la forma en que el sistema llegó a dicho estado.

A partir de la función de partición es posible obtener una expresión para ciertas funciones de estado. Por ejemplo, el valor esperado de la energía interna U del sistema es la suma de la energía de los microestados multiplicada por su probabilidad.

$$\langle U \rangle = \sum_i \epsilon_i P_i = \frac{1}{Z} \sum_i \epsilon_i e^{-\beta \epsilon_i} = -\frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial \beta} Z(\beta, \epsilon_i) = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \quad (2.10)$$

o bien:

$$\langle U \rangle = k_B T^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \quad (2.11)$$

Donde se considera que la energía interna de un sistema es un reflejo de la energía a escala macroscópica. Concretamente, es la suma de: la energía cinética interna y la energía potencial interna.

Dirección General de Bibliotecas UAQ

Resultados y Discusión

Procedimiento

1. Se utilizó la base de datos observacionales de supernovas de UNION 2.1 [5], la compilación de datos de supernovas tipo Ia del Supernova Cosmology Project.

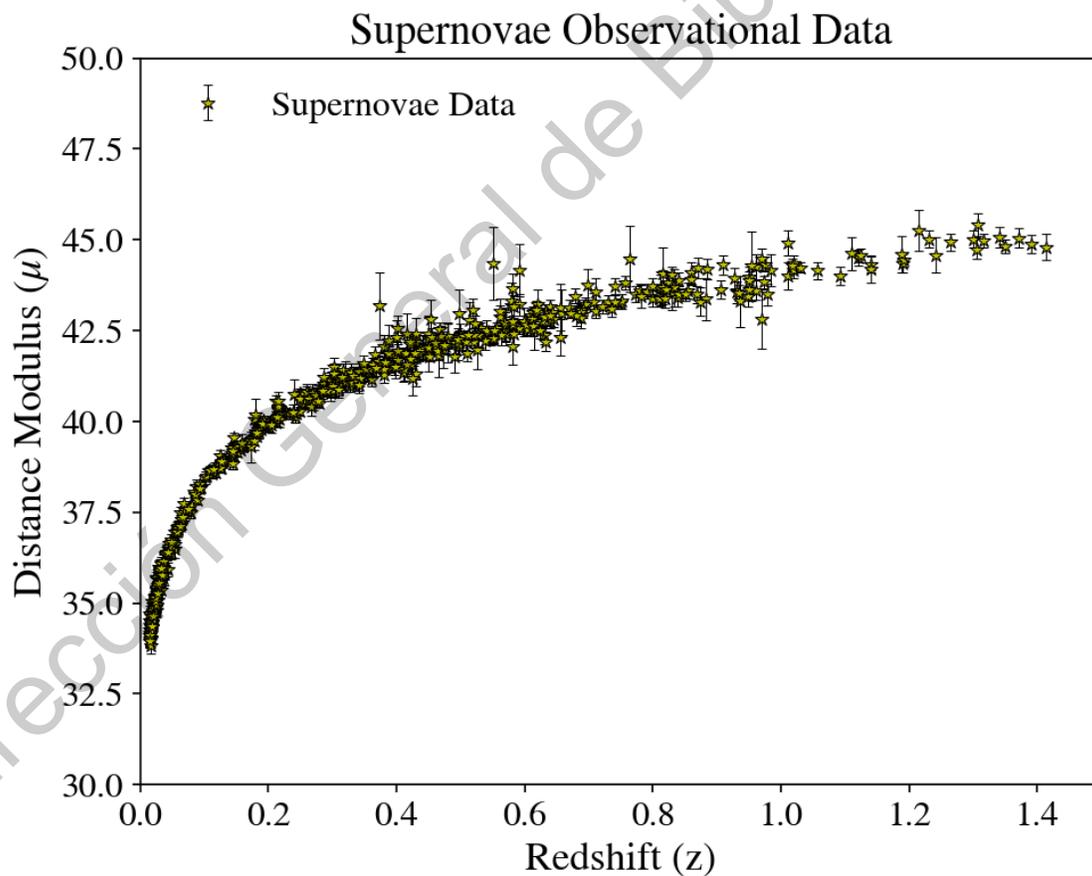


Figura 3.1: Datos observacionales de supernovas de la base de datos Union 2.1 [5]

Esta base de datos es una actualización de la compilación Union2, que ahora reúne datos de 580 supernovas, extraídos de 19 conjuntos de datos y presenta datos del senso de Clúster del Hubble Space Telescope. Todos estos datos se ajustaron usando un único adaptador de curva de luz (SALT2-1) y se analizaron uniformemente. Todos los análisis y cortes se desarrollaron si tomar en cuenta la cosmología.

En el sitio web de Union 2.1^[1] proporciona tablas con la información que incluye el nombre de la supernova, el módulo de distancia (μ), el corrimiento al rojo (z) y el error en el módulo de distancia.

2. Utilizando las ecuaciones 2.3 y 2.4 se pueden convertir los datos de tal manera que expresen la distancia y el factor de escala. Ya que el factor de escala es adimensional, se multiplica por el radio del Universo observable [46]. Y con la distancia a la supernova es posible conocer hacer cuánto explotó, pues se conoce la velocidad de la luz. De esta manera tendremos en los ejes tamaño vs tiempo.
3. Teniendo en cuenta la relación entre el factor de escala y el tiempo (ecuación 2.1), se ajustó una ecuación a los datos obtenidos, de tal manera que describieran la evolución del Universo en sus diferentes épocas.
4. Se derivó un potencial efectivo que genere dicha expansión a través del formalismo de Euler-Lagrange.
5. Se construyó el lagrangiano del sistema y su correspondiente hamiltoniano.
6. Se llevó a cabo el análisis de dicho hamiltoniano desde el punto de vista de la Física Estadística, viendo al Universo como un ensamblaje canónico.
7. Se calculó la temperatura actual del Universo utilizando la relación con la energía interna del sistema.

Supernovas Tipo Ia

Es posible hacer esto, dada la relación de la ecuación 2.3 utilizando el brillo máximo medido (en los datos) y el conocido por la teoría. Se puede entonces calcular la distancia a la cuál fue emitida la radiación captada y, por lo tanto, hace cuánto tiempo fue emitido.

Ya que se conoce el corrimiento al rojo y nuestro modelo debe ser consistente con las ecuaciones de Friedman, se puede conocer la escala del Universo respecto a su tamaño actual utilizando la ecuación 2.4. El factor de escala se multiplica por el radio del Universo observable [46], para tener así una relación con dimensiones coherentes.

¹<http://supernova.lbl.gov/Union/>

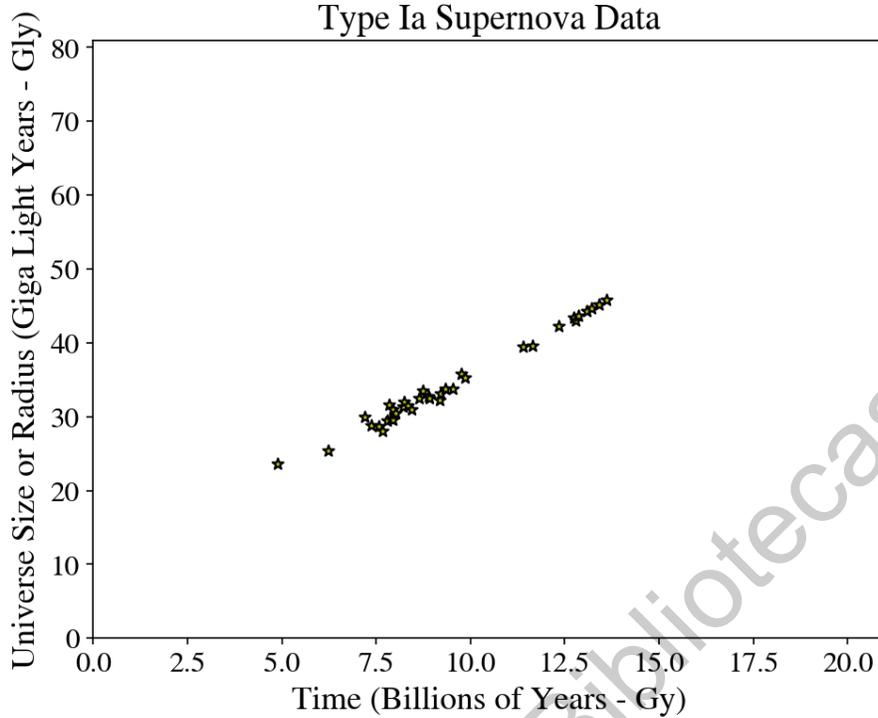


Figura 3.2: Datos a partir de observaciones de supernovas tipo Ia.

Tras haber llevado a cabo el análisis de los datos de supernovas tipo Ia utilizando el método descrito en el procedimiento, se tienen ahora datos que describen la evolución del Universo en función de su tamaño y el tiempo transcurrido.

Con los resultados anteriores, se hizo un ajuste para obtener una ecuación que modele la evolución del Universo. Para esto se consideró como base la ecuación existente que describe la expansión del Universo (el factor de escala Robertson Walker).

Es decir, se busca una función descrita por dicho factor de escala, la cual se multiplica por el tamaño actual del radio del Universo observable (el diámetro estimado del Universo observable, actualmente es de 93 Gly [46]), que describen la expansión durante las diferentes épocas del Universo (ecuación 2.1):

$$r(t) = \begin{cases} r_0, & t = 0 \text{ y} \\ c_1 t^{1/2}, & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ c_2 t^{2/3}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ c_3 e^{c_4 t}, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases} \quad (3.1)$$

De tal forma que se obtuvieron valores para las constantes c_i generando lo siguiente:

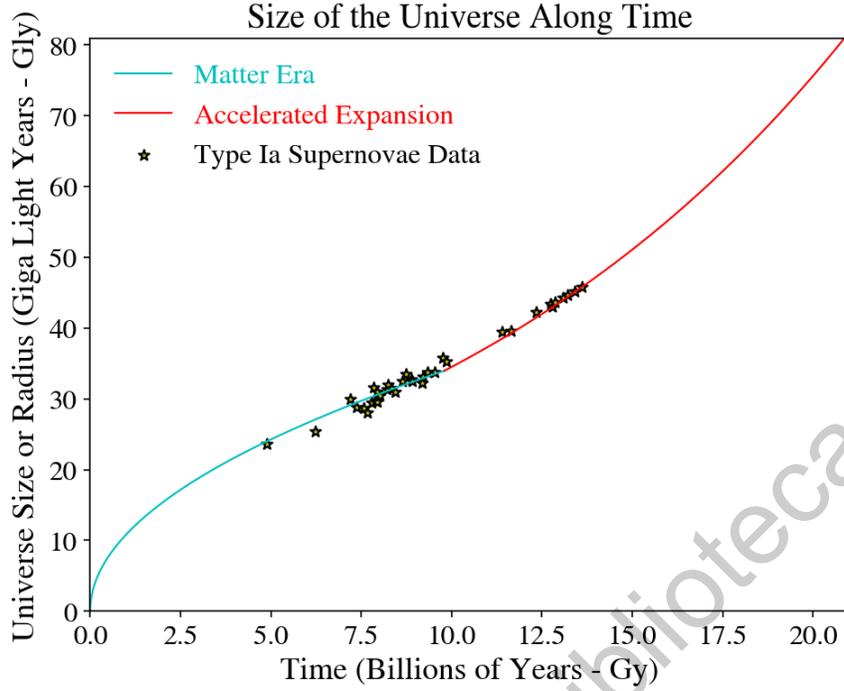


Figura 3.3: Se ajustaron los parámetros para coincidir con la información extraída de los datos observacionales de supernovas tipo Ia.

Expansión Acelerada

Los parámetros ajustados para un Universo que se expande aceleradamente, la cual pareciera ser la predicción más adecuada, se obtiene lo siguiente y llevando a cabo el análisis de unidades se tiene:

$$c_3 = 17.64390591[Gly] = 166.9242476 \times 10^{24}[m]$$

$$c_4 = 0.07027504[1/Gy] = 0.02228124 \times 10^{-16}[1/s]$$

Podemos comprobar que nuestros ajustes son correctos y describen correctamente al Universo, pues el parámetro c_4 tiene un valor convertido de $68.75348518[(km/s)/Mpc]$, dentro de los actuales valores medidos para la constante de Hubble [2].

Con la forma general expuesta anteriormente para un Universo en expansión acelerada se puede derivar la fuerza de acuerdo a la época, pues se tiene una relación de tamaño contra tiempo. Y se sabe que al derivar la ecuación que describe esta clase de evolución (3.1), se tendrán los valores de la velocidad y la aceleración.

$$F = M\ddot{r} = \begin{cases} -\frac{1}{4}Mc_1t^{-3/2} & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ -\frac{2}{9}Mc_2t^{-4/3}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ Mc_3c_4^2e^{c_4t}, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases}$$

O bien, sustituyendo r_{rad} , r_{mat} y r_{Λ} , se tiene:

$$F = \begin{cases} -\frac{1}{4}M\frac{c_1^4}{r_{rad}^3} & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ -\frac{2}{9}M\frac{c_2^2}{r_{mat}^2}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ Mc_4^2 r_{\Lambda}, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases}$$

Ya que la fuerza también está definida a través del potencial como:

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr}$$

Integrando se pueden obtener los potenciales:

$$V = \begin{cases} \frac{1}{8}M\frac{c_1^4}{r_{rad}^2} & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ \frac{2}{9}M\frac{c_2^2}{r_{mat}}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ -\frac{1}{2}Mc_4^2 r_{\Lambda}^2, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases} \quad (3.2)$$

De los potenciales obtenidos, el que es de mayor interés es el que describe la época actual, la dominada por energía oscura (V_{Λ}), ya que podemos contrastar directamente los resultados de la temperatura con las mediciones actuales de la Radiación Cósmica de Fondo (CMB). Sin embargo, se decidió reparametrizar este potencial, manteniéndolo positivo pues esto asegura mantener la continuidad con el potencial de la época anterior, ver figura [3.4](#).

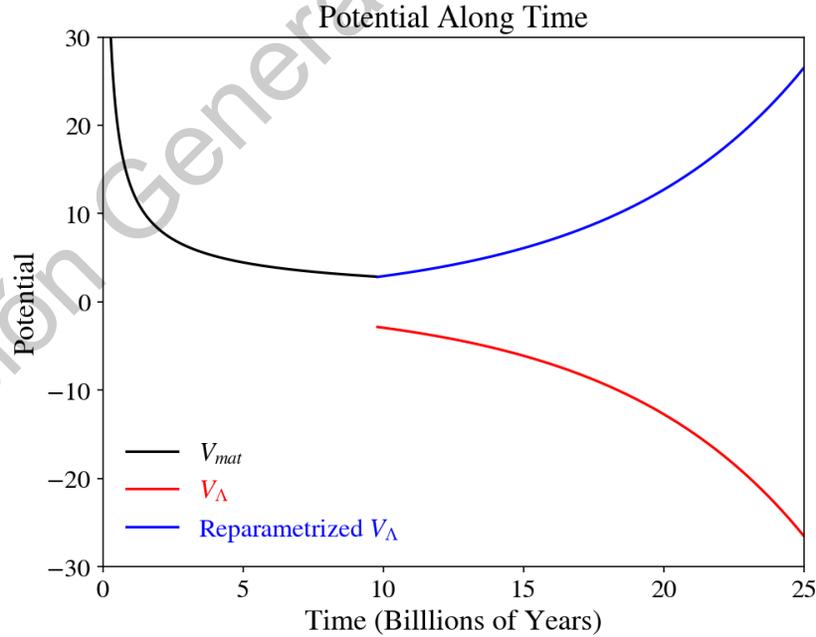


Figura 3.4: Potencial obtenido para la era actual y reparametrización.

Con esta reparametrización, además, el potencial queda como el de un oscilador armónico, lo que hará al problema mucho más fácil de analizar desde el punto de vista de la Física Estadística. Ya que el potencial reparametrizado resulta ser el de un oscilador armónico, se pueden recurrir a los cálculos ya realizados en Mecánica Estadística para resolver este problema.

Considerando un sistema esférico, se agregan las coordenadas esféricas a los términos de la energía cinética, pues el caso más sencillo es considerar que el potencial depende únicamente de una coordenada (el radio).

$$L = \begin{cases} \frac{1}{2}M \left(\dot{r}_{rad}^2 + r_{rad}^2 \dot{\theta}^2 + r_{rad}^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \right) - V_{rad} & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ \frac{1}{2}M \left(\dot{r}_{mat}^2 + r_{mat}^2 \dot{\theta}^2 + r_{mat}^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \right) - V_{mat}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ \frac{1}{2}M \left(\dot{r}_{\Lambda}^2 + r_{\Lambda}^2 \dot{\theta}^2 + r_{\Lambda}^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \right) - V_{\Lambda}, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases}$$

De esta forma, ahora se puede construir un hamiltoniano que represente la energía del sistema. Utilizando la definición [2.9](#):

$$H = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{P_{r_{rad}}^2}{M} + \frac{P_{\theta}^2}{Mr_{rad}^2} + \frac{P_{\phi}^2}{Mr_{rad}^2 \sin^2 \theta} \right) + M \frac{r_{rad}^2}{8t^2} & 0 \text{ y} < t < 47000 \text{ y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{P_{r_{mat}}^2}{M} + \frac{P_{\theta}^2}{Mr_{mat}^2} + \frac{P_{\phi}^2}{Mr_{mat}^2 \sin^2 \theta} \right) + M \frac{r_{mat}^2}{9t^2}, & 47000 \text{ y} < t < 9.8 \times 10^9 \text{ y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{P_{r_{\Lambda}}^2}{M} + \frac{P_{\theta}^2}{Mr_{\Lambda}^2} + \frac{P_{\phi}^2}{Mr_{\Lambda}^2 \sin^2 \theta} \right) + M \frac{c_{\Lambda}^2 r_{\Lambda}^2}{2}, & 9.8 \times 10^9 \text{ y} < t \end{cases}$$

Añadiendo los términos correspondientes a coordenadas esféricas, ya que se está considerando un universo esférico en tres dimensiones, siendo este el caso más sencillo y obvio donde el principio cosmológico (de isotropismo y homogeneidad) se mantiene. Se puede reescribir el hamiltoniano, agregando estos términos después de haber derivado el potencial, pues, la aproximación más sencilla es que el potencial dependa únicamente del radio. De añadirse los términos previamente, el potencial dependería también de θ y ϕ .

Para la era dominada por energía oscura, haciendo una transformación de Legendre, el hamiltoniano queda escrito utilizando los momentos:

$$H_{\Lambda} = \frac{1}{2} \left(\frac{P_{r_{\Lambda}}^2}{M} + \frac{P_{\theta}^2}{Mr_{\Lambda}^2} + \frac{P_{\phi}^2}{Mr_{\Lambda}^2 \sin^2 \theta} \right) + M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2 \quad (3.3)$$

Tenemos así, un hamiltoniano puramente energético que puede ser analizado desde la formulación clásica de la Mecánica Estadística.

Ensamble Canónico

En mecánica estadística, un conjunto canónico es el conjunto estadístico que representa los posibles estados de un sistema mecánico en contacto con un baño de calor (reservorio). El sistema puede intercambiar energía con el reservorio, de modo que los estados del sistema diferirán en la energía total. Resulta ser una buena aproximación para estudiar el Universo pues no se ve un intercambio de partículas entre él y sus posibles alrededores, sin embargo, sí podría estar intercambiando energía (siendo la energía oscura un resultado de este intercambio).

Con el hamiltoniano anterior, la función de partición canónica estará dada por:

$$Z = \int \frac{d^3q d^3p}{h^3} e^{-\beta H(q,p)}$$

Siendo H el hamiltoniano [3.3](#), se puede reescribir la función de partición como:

$$Z = \frac{1}{h^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2} \left(\frac{P_{r_{\Lambda}}^2}{M} \right)} dP_{r_{\Lambda}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2} \left(\frac{P_{\theta}^2}{Mr_{\Lambda}^2} \right)} e^{-\frac{\beta}{2} \left(\frac{P_{\phi}^2}{Mr_{\Lambda}^2 \sin^2 \theta} \right)} e^{\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} dP_{\theta} dP_{\phi} d\theta dr_{\Lambda}$$

De la integral gaussiana se sabe que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

Por lo cual:

$$Z = \frac{1}{h^3} 2\pi \sqrt{\frac{\pi}{\frac{\beta}{2M}}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\pi}{-\frac{\beta}{2Mr_{\Lambda}^2}}} \sqrt{\frac{\pi}{\frac{\beta}{2Mr_{\Lambda}^2 \sin^2 \theta}}} e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} d\theta dr_{\Lambda}$$

Desarrollando se obtiene:

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{1}{h^3} 2\pi \sqrt{\frac{2M\pi}{\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{2Mr_{\Lambda}^2\pi}{\beta}} \sqrt{\frac{2Mr_{\Lambda}^2 \sin^2 \theta \pi}{\beta}} e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} d\theta dr_{\Lambda} \\
 &= \frac{2\pi}{h^3} \sqrt{\frac{2M\pi}{\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\pi} \frac{2M\pi}{\beta} r_{\Lambda}^2 \sin \theta e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} d\theta dr_{\Lambda} \\
 &= \frac{2\pi}{h^3} \sqrt{\frac{2M\pi}{\beta}} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{2M\pi}{\beta} r_{\Lambda}^2 e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} dr_{\Lambda} \\
 &= \frac{2\pi}{h^3} \sqrt{\frac{2M\pi}{\beta}} (-\cos \theta |_0^{\pi}) \int_0^{\infty} \frac{2M\pi}{\beta} r_{\Lambda}^2 e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} d\theta dr_{\Lambda} \\
 &= \frac{4\pi}{h^3} \left(\frac{2M\pi}{\beta} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} r_{\Lambda}^2 e^{-\beta(M \cdot 0.00246929 r_{\Lambda}^2)} dr_{\Lambda}
 \end{aligned}$$

Por definición se tienen que:

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax^b} dx = \frac{1}{b} a^{-\frac{n+1}{b}} \Gamma\left(\frac{n+1}{b}\right) \quad \rightarrow \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-\beta x^2} dx = \frac{1}{b} (-\beta)^{-\frac{2+1}{2}} \Gamma\left(\frac{2+1}{2}\right)$$

Utilizando esto, observamos que:

$$Z = \frac{1}{h^3} \left(\frac{2M\pi}{\beta} \right)^{3/2} \left(\frac{\pi}{M\beta(0.00246929)} \right)^{3/2}$$

Utilizando la relación para la energía libre:

$$F = -kT \ln Z$$

Al relacionar lo anterior con el hamiltoniano:

$$\begin{aligned}
 \langle H \rangle &= F - T \frac{\partial F}{\partial T} = -kT \ln Z - T \frac{\partial (-kT \ln Z)}{\partial T} = -kT \ln Z - T \left(-k \ln Z - kT \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right) \\
 &= -kT \ln Z + kT \left(\ln Z + \frac{T}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = kT \left(\frac{T}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T} \right) \\
 &= \frac{kT^2}{(26066.22668012 \times 10^{30}) T^3} \frac{\partial ((26066.22668012 \times 10^{30}) T^3)}{\partial T} \\
 &= \frac{k}{(26066.22668012 \times 10^{30}) T} 3 (26066.22668012 \times 10^{30}) T^2 = 3kT
 \end{aligned}$$

Despejando para obtener una expresión para la temperatura:

$$T = \frac{\langle H \rangle}{3k} \quad \rightarrow \quad \langle H \rangle = 3kT \quad (3.4)$$

Donde $\langle H \rangle$ es la energía esperada y N el número de partículas. El 3 se debe el número de grados de libertad del sistema, ya que se considera un universo esférico. Notemos que esto es consistente con los resultados obtenidos para un oscilador armónico.

Consideraciones Adicionales

Se puede notar que el momento angular se conserva en ϕ y, para los fines de este análisis, se supondrá que lo mismo sucede para θ , ya que se busca un modelo que sea lo más homogéneo y sencillo posible. El caso donde ambos momentos angulares se conservan es el más simple. Por lo que, al utilizar estas consideraciones para los momentos angulares y reparametrizar se tiene que:

$$l_\theta = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = Mr^2 \dot{\theta} \quad \rightarrow \quad \dot{\theta} = \frac{l_\theta}{Mr^2} = \frac{l_\theta}{Mc_3 e^{2c_4 t}} \quad \rightarrow \quad \theta = -\frac{l_\theta e^{-2c_4 t}}{2Mc_4 c_3} \quad (3.5)$$

$$l_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = Mr^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta \quad \rightarrow \quad \dot{\phi} = \frac{l_\phi}{Mr^2 \sin^2 \theta} = \frac{l_\phi}{Me^{2c_4 t} \sin^2 \theta} \quad (3.6)$$

Por lo que sólo hace falta sustituir y evaluar las expresiones anteriores para $\theta, \dot{\theta}$ y $\dot{\phi}$ en el tiempo actual. El lagrangiano puede ser reescrito como:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} M \dot{r}_\Lambda^2 + \frac{l_\theta^2}{2Mr_\Lambda^2} + \frac{l_\phi^2}{2Mr_\Lambda^2 \sin^2 \theta} - M \frac{c_4^2 r_\Lambda^2}{2} \\ &= \frac{1}{2} M \dot{r}_\Lambda^2 - \left(M \frac{c_4^2 r_\Lambda^2}{2} - \frac{l_\theta^2}{2Mr_\Lambda^2} - \frac{l_\phi^2}{2Mr_\Lambda^2 \sin^2 \theta} \right) \end{aligned}$$

Donde es importante recordar que l_θ y l_ϕ son constantes. Y se puede apreciar que los términos entre paréntesis pueden ser vistos ahora como un potencial efectivo.

Comparación con Valores Reales

Se busca calcular $\langle H \rangle$ para $t = 13.799 \text{ Gy}$, es decir, el valor de la energía para el tiempo actual. Sin embargo, es imposible llevar a cabo este cálculo por sí sólo, ya que tenemos dos incógnitas: los momentos angulares.

La energía puede ser derivada a partir de las nuevas consideraciones hechas al lagrangiano gracias a la relación [2.6](#). Se tiene entonces que la energía será

$$\langle H \rangle = E = 3kT = \frac{1}{2} M \dot{r}_\Lambda^2 - \frac{l_\theta^2}{2Mr^2} - \frac{l_\phi^2}{2Mr^2 \sin^2 \theta} + M \frac{c_4^2 r_\Lambda^2}{2}$$

Por último, despejando la ecuación anterior y sustituyendo con la ecuación 3.4, se puede calcular la temperatura en función de $r(t)$, la ecuación que describe la evolución (tamaño-tiempo) del Universo. La masa del Universo puede ser calculada al multiplicar el porcentaje de materia ordinaria dado por Planck [37] con la densidad de energía total dada por WMAP [2], siendo la masa del Universo observable 1.5×10^{53} kg. Con estos datos, las únicas incógnitas son los momentos angulares l_θ y l_ϕ .

A través de métodos computacionales se encontró que si la relación entre los momentos angulares es como se muestra a continuación, la temperatura calculada para la actualidad es de **2.713 K**.

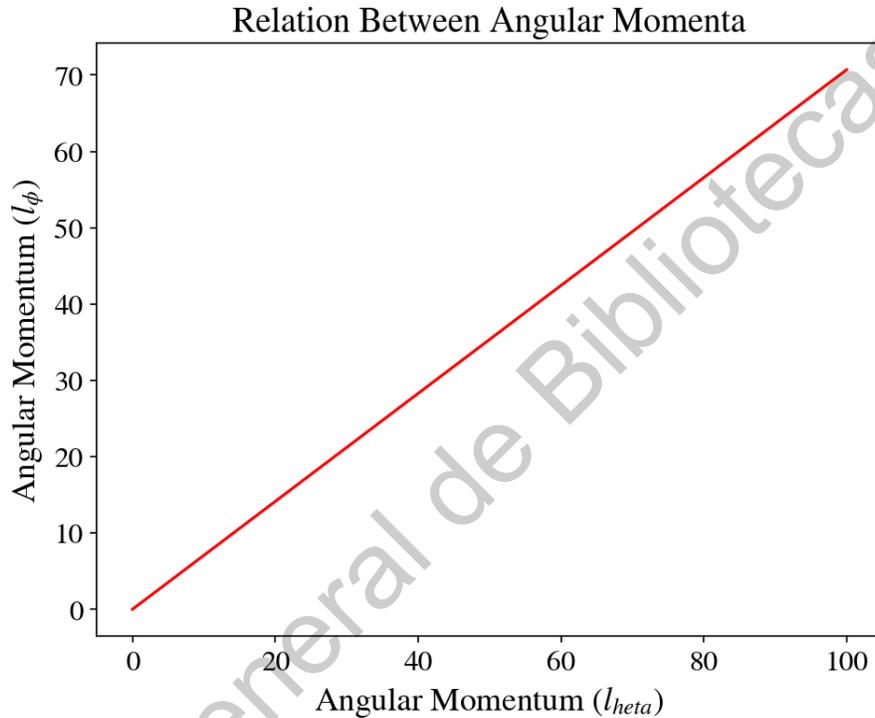


Figura 3.5: Relación calculada entre los momentos angulares.

Es decir, se encontró una relación sea tal que:

$$T = \frac{1}{3k} \left(\frac{1}{2} M \dot{r}_\Lambda^2 - \frac{l_\theta^2}{2Mr^2} - \frac{l_\phi^2}{2Mr^2 \sin^2 \theta} + M \frac{c^2 r_\Lambda^2}{2} \right) = 2.713$$

A manera de recuento, se encontró que de un modelo que considere un Universo esférico, bajo un potencial tipo oscilador armónico, rotando en ambos ejes, con ambos momentos angulares conservándose y respondiendo a la relación anterior, se obtiene un valor de **2.713 K** para el cálculo de la temperatura actual.

Conclusiones y Perspectivas

Se logró obtener, a través de datos observacionales de supernovas tipo Ia, una gráfica que expresara la evolución del Universo en términos su tamaño y el tiempo transcurrido (figura 3.2). Esto permitió extraer una ecuación que describiera la evolución del Universo y derivar un potencial que lo generara. Por lo que se concluye que la expansión del Universo puede ser estudiada a partir de información obtenida de datos observacionales de Supernovas Tipo Ia.

Con el potencial derivado, fue posible construir un lagrangiano y hamiltoniano clásico, puramente energético. A través de la formulación clásica de la Mecánica Estadística, fue posible analizar el hamiltoniano construido. Se eligió el formalismo del ensamble canónico, pues permite estudiar al Universo como un sistema abierto, capaz de intercambiar energía con sus alrededores, pero no materia, dando así una posible interpretación a la existencia de la Energía Oscura.

Considerando un universo esférico y con sus momentos angulares se conservan, se pudo desarrollar el cálculo. Finalmente, se obtuvo una relación de los momentos angulares pudiéndose observar su comportamiento y finalmente se calculó la temperatura actual del Universo, obteniendo un resultado de **2.713 K**, lo cual es consistente con las mediciones de la Radiación Cósmica de Fondo por WMAP [2]. Es posible llevar a cabo todas estas consideraciones si se toma en cuenta el principio cosmológico, que dice que el Universo es homogéneo e isotrópico a gran escala.

A través de este proyecto, se propuso una nueva forma de estudiar al Universo, ya que hasta ahora los análisis y modelos que se proponen son geométricos, mientras que el presente modelo no. Este modelo es independiente de la métrica, lo que permite llevar a cabo análisis más extensos. Con este análisis, se tiene una nueva forma de estudiar las propiedades termodinámicas del Universo.

El objetivo principal de esta tesis era encontrar la temperatura del universo, lo cual fue posible utilizando un método teórico, así como haciendo uso de las herramientas computacionales adquiridas a lo largo de la formación dentro de la licenciatura en Ingeniería Física de la Universidad Autónoma de Querétaro.

Trabajo a Futuro

El estudio de nuestro Universo es una ciencia viva, en constante cambio y poco predecible únicamente con los conocimientos y datos actuales. Es decir, no se puede saber con certeza absoluta que le depara en un futuro al Universo.

Como trabajo posterior, diversas ecuaciones podrían ser ajustadas a la información extraída de los datos observacionales de Supernovas tipo Ia de tal forma que se pueda estudiar el comportamiento de los diferentes modelos a través de la Mecánica Estadística para realizar distintas predicciones.

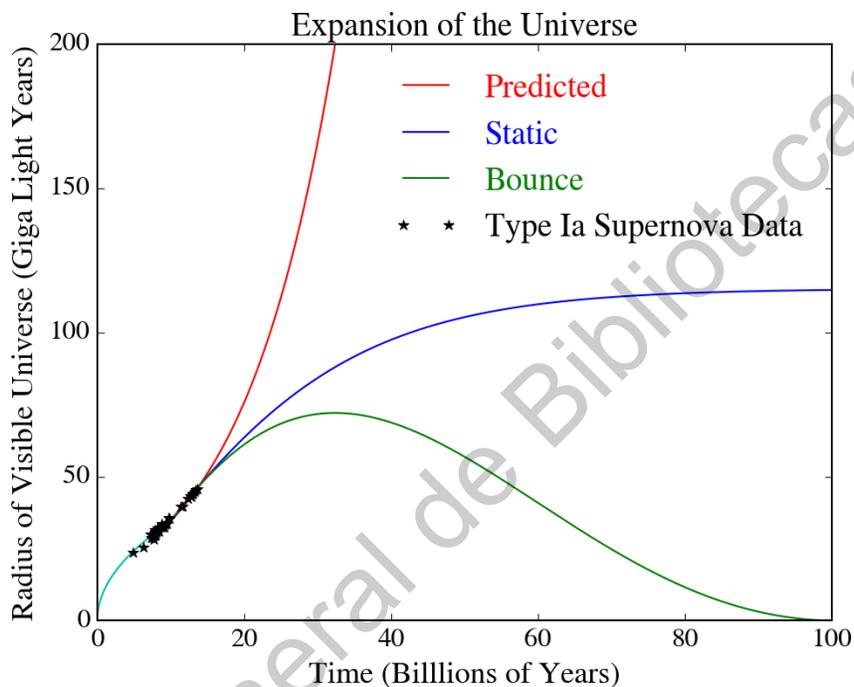


Figura 4.1: Diferentes ajustes pueden ser hechos para los datos observacionales.

Ya que se hizo la aproximación de que ambos momentos angulares se conservan, también se podría estudiar otro acercamiento, donde se considere un potencial que varíe respecto al ángulo. De tal forma que se pudiera recrear la distribución de energía medida por Planck, buscando recrear y estudiar las anisotropías y entender así, desde otra perspectiva, las oscilaciones bariónicas, de tal manera que el modelo fuera también consistente con estos estudios. O, bien, estudiar otras épocas del Universo y sus respectivos comportamientos. Otras propiedades termodinámicas podrían también ser estudiadas e, incluso, comparadas con otros modelos o predicciones.

Publicaciones y Presentaciones

Este trabajo fue presentado en el XVI LARIM, en la modalidad de poster. Además, ha sido usado para hacer trabajo de divulgación dentro de las Escuelas de Bachilleres de la UAQ y el Club de Astronomía de FEUQ.

Bibliografía

- [1] R. M. Wald, *General Relativity*. University of Chicago Pres, 1984.
- [2] WMAP-Collaboration, “Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: temperature analysis,” *Astrophysical Journal Supplement Series*, 2007.
- [3] e. a. C. L. Bennett, “Four-year cobe dmr cosmic microwave background observations: Maps and basic results,” *Astrophysical Journal Letters*, 1996.
- [4] D. Scott and G. Smoot, “Cosmic microwave background mini-review.,” 05 2010.
- [5] S. C. P. et al., “The hubble space telescope cluster supernova survey: V. improving the dark energy constraints above $z \approx 1$ and building an early-type-hosted supernova sample,” *The Astrophysical Journal*, 2011.
- [6] . M. S. Dowd, A. S., *Cosmology, calendars, and horizon-based astronomy in ancient Mesoamerica*. University Press of Colorado, 2015.
- [7] F. Weinhold, “Thermodynamics and geometry,” *Physics Today*, 1976.
- [8] J. W. Israel, “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory,” *Annals of Physics*, 1979.
- [9] S. Weinberg, *The First Three Minutes: A Modern View of the Origin of the Universe*. Basic Books, 2015.
- [10] NASA and ESA, “Nasa’s hubble finds universe is expanding faster than expected,” *Hubble Space Telescope*, 2016.
- [11] B. Ryden, *Introduction to Cosmology*. Oxford University Press, 2016.
- [12] A. Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, 2015.
- [13] S. Perlmutter, *Measuring the Acceleration of the Cosmic Expansion Using Supernovae*. Nobel Lecture, 2011.
- [14] V. F. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*. Oxford University Press, 2005.
- [15] G. D. S. Lawrence M. Krauss, “Life, the universe, and nothing: Life and death in an ever-expanding universe,” *Astrophysical Journal*, 2000.

- [16] F. Levin, *Calibrating the Cosmos*. Springer, 2006.
- [17] S. Perlmutter, "Supernovae, dark energy, and the accelerating universe," *Physics Today*, 2003.
- [18] D. Branch and J. C. Wheeler, *Supernova Explosions*. Springer, 2017.
- [19] S. B. W. H. P. A. Mazzali, F. K. Röpke, "A common explosion mechanism for type ia supernovae," *Science*, 2007.
- [20] J. C. N. W. Hillebrandt, "Type ia supernova explosion models," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2000.
- [21] S. P. et al, "Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe," *Letters to Nature*, 1998.
- [22] S. Yoon and L. Langer, "Presupernova evolution of accreting white dwarfs with rotation," *Astronomy and Astrophysics Journal*, 2004.
- [23] E. S. O. A. Y. C. R. O. R. V. N. Gamezo, A. M. Khokhlov, "Thermonuclear supernovae: Simulations of the deflagration stage and their implications," *Science*, 2003.
- [24] R. Kotak, "Progenitors of type ia supernovae," *ASP Conference Series*, 2008.
- [25] T. M. et al, "Optical spectroscopy of type ia supernovae," *Astronomical Journal*, 2008.
- [26] D. A. O. B. W. Carroll, *An Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson, 2007.
- [27] S. Webb, *Measuring the Universe: The Cosmological Distance Ladder*. Springer, 1999.
- [28] A. Balbi, *The music of the big bang : the cosmic microwave background and the new cosmology*. Springer, 2008.
- [29] P. N. et al, "The evolution of the cosmic microwave background temperature. measurements of t_{cmb} at high redshift from carbon monoxide excitation," *Astronomy and Astrophysics Journal*, 2011.
- [30] A. A. Penzias and R. W. Wilson, "A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s," *Astrophysical Journal*, 1965.
- [31] D. J. Fixsen, "The temperature of the cosmic microwave background," *Astrophysical Journal*, 2009.
- [32] M. Kaku, *First Second of the Big Bang*. Discovery Science, 2014.
- [33] G. F. Smoot, "Cosmic microwave background radiation anisotropies: Their discovery and utilization," *Nobel Lecture*, 2006.
- [34] H. Kragh, *Cosmology and Controversy: The Historical Development of Two Theories of the Universe*. Princeton University Press, 1999.
- [35] e. a. C. Grupen, *Astroparticle Physics*. Springer, 2005.

- [36] e. a. S. Hanany, "Maxima-1: A measurement of the cosmic microwave background anisotropy on angular scales of 10° - 5° ," *Astrophysical Journal*, 2000.
- [37] P. Collaboration, "Planck 2015 results. xiii. cosmological parameters," *Astronomy Astrophysics*, 2016.
- [38] J. R. e. a. Gott III, "A map of the universe," *The Astrophysics Journal*, 2005.
- [39] C. P. J. S. J. L. Goldstein, Herbert; Poole, *Classical Mechanics*. Addison Wesley, 2002.
- [40] S. T. T. Jerry B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems*. Cengage Learning, 2003.
- [41] E. M. L. L. D. Landau, *Mechanics*. Butterworth-Heinemann, 1982.
- [42] H. S. Walter Greiner, Ludwig Neise, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. Springer, 2001.
- [43] P. B. R. K. Pathria, *Statistical Mechanics*. Academic Press, 2011.
- [44] Y. A. C. M. A. Boles, *Thermodynamics - an Engineering Approach*. McGraw-Hill, 2005.
- [45] R. Balescu, *Balescu and Non-Equilibrium Statistical Mechanics*. John Wiley Sons, 1975.
- [46] J. T. Itzhak Bars, *Extra Dimensions in Space and Time*. Springer, 2009.

Dirección General de Bibliotecas UAQ