



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Contaduría y Administración
Licenciatura en Actuaría

Algoritmos Genéticos: Aplicación a la cotización accionaria de Grupo BIMBO

Opción de titulación
Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de
Licenciatura en Actuaría

Presenta:

Edgar Adrián Quiroz Calvillo
María Andrea Zamorano Orozco

Dirigido por:

Denise Gómez Hernández

Denise Gómez Hernández
Presidente

Firma

Juan Antonio Villeda Reséndiz
Secretario

Firma

Felipe Abelardo Pérez Sosa
Vocal

Firma

Michael Demmler
Suplente

Firma

Humberto Banda Ortiz
Suplente

Firma

Nombre y Firma
Director de la Facultad

Dr. Irineo Torres Pacheco
Director de Investigación y Posgrado

Centro Universitario
Querétaro, Qro.

Fecha (será el mes y año de aprobación del Consejo Universitario)

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	7
1.1 Antecedentes	7
1.2 Planteamiento del problema	8
1.3 OBJETIVOS	9
Objetivo General:.....	9
Objetivos particulares:	9
1.4 Hipótesis	10
2. MARCO TEÓRICO	11
2.1 Mercados financieros	11
2.2 Mercados eficientes	12
2.3 Modelos ARIMA	13
2.4 Algoritmos genéticos	18
2.5 Grupo BIMBO	25
3. METODOLOGÍA	27
3.1 Individualización	28
3.2 Evaluación de los individuos	29
3.3 Selección	30
3.4 Recombinación	30
3.5 Generaciones	31
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	32
REFERENCIA	44
APÉNDICE	47

RESUMEN

En la actualidad un tema en auge es el análisis y uso de bases de datos para la toma de decisiones. El objetivo de este trabajo es analizar mediante los modelos multivariado ARIMA estándar y el resultante del método de algoritmos genéticos, la capacidad predictiva en el índice bursátil de grupo Bimbo para determinar qué modelo obtiene el mejor desempeño en términos predictivos del signo de cambio en dicho índice.

Para lograr dicho objetivo, se tomaron los valores de cierre semanal de sus cotizaciones que son mostradas en Yahoo! Finance desde el 3 de enero del año 2000 al 1 de diciembre del 2017, lo cual equivale a 936 valores, se hizo una transformación en la base de datos para lograr obtener una serie estacionaria y ajustar la serie a un modelo ARIMA, la cual sirvió como comparación con la capacidad predictiva del algoritmo genético que se generó.

El modelo de algoritmos genéticos nos arrojó un resultado donde se ajustan los modelos AR (1), MA (1) y ARIMA (1, 1, 1), que mediante la prueba de estrés nos arrojan un porcentaje de predicción de signo en un año de 55.7%, 59.6% y 57.6% respectivamente.

En contraparte el modelo de Algoritmos genéticos presenta un porcentaje de predicción anual de signo del 67.3%, con esto concluimos que aun usando el modelo ARIMA de mejor resultado, en la comparación de capacidad de predicción los algoritmos genéticos superan el rendimiento en más de 8 puntos porcentuales.

Palabras clave: Algoritmos genéticos, ARIMA, BIMBO, predicción financiera.

SUMMARY

Nowadays a growing focus is the analysis of databases, the objective of this work is to analyze, using ARIMA standard multivariate model and the result of a genetic algorithms method, the predictive capacity in the Bimbo group's stock index to determine what model obtains the best performance in predictive terms of the sign of change in that index.

Using the weekly stock index prices that are shown on Yahoo! Finance, from January 3 of 2000 to December 1 of 2017, which have 936 values, a transformation was found in the data to obtain a stationary serie and to be able to adjust the already stationary series to an ARIMA model, which served as a comparison with the predictive capacity of the genetic algorithm that was generated.

The model of genetic algorithms gave us a result where the models AR (1), MA (1) and ARIMA (1, 1, 1) are adjusted, which through the stress test give us a percentage of prediction of sign in a year of 55.7%, 59.6% and 57.6% respectively.

On the other hand, the genetic algorithms model presents a percentage of annual prediction of sign of 67.3%, with this we conclude that even using the best ARIMA model in the prediction capacity comparison, the genetic algorithms surpass the performance in more than 8%.

AGRADECIMIENTOS

Edgar Adrian Quiroz Calvillo:

Agradezco a la Universidad Autónoma de Querétaro por brindarme la oportunidad de estudiar en dicha institución, así como al profesorado que con su dedicación me permitió cumplir con este objetivo.

A mis sinodales que aparte de todos los conocimientos que me enseñaron ofrecieron su apoyo y su guía para el desarrollo de esta investigación, especialmente a la doctora Denise Gómez Hernández por todo su tiempo y paciencia, y al maestro Juan Antonio Villeda Reséndiz por su esfuerzo y dedicación ofrecidos durante todos los cursos que nos dio como profesor.

A mis compañeros y amigos de la generación, particularmente a Athena, Enrique, Andrea que además ha sido mi colega y apoyo para esta investigación, y a Ruth que su apoyo y cariño durante estos 4 años me han ayudado a volverme mejor persona.

A mi familia, mis padres Abraham y Rocío les agradezco infinitamente su apoyo y todos los sacrificios que han hecho durante toda mi vida para sacarnos adelante, a mi hermana Karla, muchas gracias por tu apoyo en los buenos y malos momentos.

María Andrea Zamorano Orozco:

Agradezco a mi familia; mis padres Antonio y Concepción por todo su inmenso apoyo, amor y comprensión durante toda mi vida, es un orgullo ser su hija; mis hermanos Daniela y Antonio por brindarme cariño y acompañarme en momentos buenos y malos durante esta etapa.

A mis compañeros y amigos por darle alegría a mi estancia universitaria Ruth, Athena, Diana, Enrique, Daniela y Edgar gracias por aceptar el reto de tesis colega y a Luis por su aprecio e incondicional apoyo.

A mis profesores durante mi estancia universitaria, principalmente a mi directora y sinodales que gracias a su apoyo y conocimientos otorgados a sido posible concluir esta etapa con éxito.

Y a la universidad por la oportunidad de obtener las bases y conocimientos para mi vida profesional.

Dirección General de Bibliotecas de la UAQ

ÍNDICE DE TABLAS

Ilustración 1 Serie de tiempo, grupo Bimbo periodo: Marzo del 2000 a Diciembre 2017. Fuente: Elaboración propia.....	32
Ilustración 2. Gráfica $\text{diff}(\text{bs})$. Muestra los resultados, ya aplicada la primera diferencia a la serie de tiempo del precio de acción. Fuente: Elaboración propia.....	34
Ilustración 3. Periodo a estudiar para este trabajo de investigación (Diciembre 2008 – Diciembre 2017). Fuente: Elaboración propia.	36
Ilustración 4. Gráfica de autocorrelación y gráfica de autocorrelación parcial. Fuente: Elaboración propia.	37
Ilustración 5. Código y primeras 4 generaciones. Fuente: Elaboración propia.	39
Ilustración 6. Generaciones de la 5 -15, donde ya se observa mismo resultado de modelo. Fuente: Elaboración propia.....	40
Ilustración 7: Resultados de la comparación. Fuente Elaboración Propia.....	41

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

En las inversiones; la incertidumbre, previsión y prevención son factores que influyen para conocer el panorama de las mismas y de controlar las acciones futuras. Markowitz (1959) desarrolló parte de la teoría neoclásica escribiendo particularmente sobre la relación entre riesgo y rendimiento.

Por su parte, Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) desarrollaron el modelo de valoración de activos CAPM por sus siglas en inglés, donde se toma en cuenta el riesgo sistémico, la sensibilidad del activo con respecto al mercado y una tasa libre de riesgo. El resultado representa el rendimiento esperado que debería presentar el activo en compensación al riesgo que tiene.

Black, Scholes y Merton (1973) desarrollaron una ecuación para valorar derivados financieros, esta es conocida como el modelo de Black-Scholes-Merton. Se toman suposiciones como que el precio del activo sigue una distribución log-normal, que tiene una volatilidad y rendimiento que no dependen del tiempo. Con estos supuestos se resuelve la ecuación diferencial pertinente y se calcula la esperanza del proceso.

Por otro lado, Holland (1975) establece los principios básicos de algoritmos genéticos como un método adaptativo utilizable en resolución de problemas de búsqueda. Su imitación del modelo natural ofrece gran versatilidad para aplicarse a distintos problemas como de inteligencia artificial, complejidad computacional, control, etc. Goldberg (1989) por ejemplo, utilizó algoritmos genéticos para solución de problemas matemáticos, de búsqueda. Reeves (1993) enfocó su libro a las aplicaciones en procesos de markov, sistemas dinámicos, aproximaciones estadísticas, entre otros temas.

Box y Jenkins (1970) trabajaron en una metodología para identificar y estimar modelos dinámicos de series de tiempo en la que los valores observados toman una posición fundamental. El resultado de dicha investigación resultó en el modelo autorregresivo integrado de media móvil, mejor conocido como modelo ARIMA.

1.2 Planteamiento del problema

En este trabajo se presentará una aplicación de los algoritmos genéticos, la manera en que estos se conforman, su relación con la minería de datos y con los mercados financieros. Esto debido a que en la actualidad la aplicación de ciertas técnicas de predicción del cambio de los retornos de mercado es un tema en pleno apogeo en el ámbito de la comunidad financiera como consecuencia del apogeo del análisis de datos masivos también llamado “big data” y el desarrollo “Fintech”, dentro de la cual existen numerosas evidencias de lo conveniente que resulta utilizar modelos de aprendizaje automático, clúster e inteligencia artificial para desarrollar modelos que se alejan de un enfoque tradicional de predicción y modelación.

Komo, Chang y Ko (1994) trabajaron por su parte desarrollando dos modelos de redes neuronales para predecir los movimientos en los índices bursátiles del Dow Jones con resultados importantes de predicción. Por su parte Zemke (2000) propuso diferentes modelos de clustering K vecinos más cercanos enfocados a la predicción de series financieras concluyendo que estos obtienen resultados mejores debido a que la bolsa de valores no sigue comportamientos lineales. Beltrán, Muñoz y Muñoz (2013) desarrollaron un modelo de redes bayesianas para obtener una clasificación de “credit scoring” más aproximada a la real.

Villamil (2006) comparó el modelo clásico de Black, Scholes y Merton(1973) con tres modelos distintos donde no se supone una distribución log-normal ya que encontró pruebas de colas pesadas. Lozano (1993) por su parte habla de incongruencias entre la apreciación teórica del modelo de Black y Scholes y la práctica que, aunque su uso es bastante común, se señala que los resultados se encuentran alejados de la realidad.

Los estudios anteriores se han llevado a cabo sobre datos financieros de acciones de bolsa, por lo que se decidió que esta investigación se llevará a cabo con Grupo Bimbo, la cual es una empresa mexicana multinacional que hoy en día es la más grande panificadora del mundo. Además, sigue teniendo un enfoque económico neoclásico y por el tiempo que tiene cotizando en la bolsa mexicana de valores nos permite tener un mejor panorama y a la vez hacer mejor un análisis accionario.

Los resultados de la aplicación del modelo de algoritmos genéticos para la toma de decisión de orden en la serie de tiempo de grupo Bimbo, se decidió compararlos con los de modelos ARIMA estándar para determinar cuál de ellos se desempeña mejor. El modelo ARIMA se tomó debido a que se pueden calcular únicamente con los valores históricos de la serie de tiempo.

1.3 OBJETIVOS

Objetivo General:

Analizar la capacidad predictiva en el índice bursátil de grupo Bimbo de los modelos multivariado ARIMA estándar y el resultante del método de algoritmos genéticos para determinar qué modelo obtiene el mejor desempeño en términos predictivos del signo de cambio en dicho índice, tomando los valores de cierre semanales del periodo Diciembre 2008 - Diciembre 2017.

Objetivos particulares:

- Realizar una descripción de los modelos multivariado ARIMA estándar y el resultante de algoritmos genéticos, con base a la teoría actual.
- Realizar una descripción estadística histórica del índice bursátil de grupo BIMBO.

-Desarrollar un modelo multivariado ARIMA que se ajuste a los datos del índice bursátil BIMBO.

-Desarrollar un modelo de Algoritmos Genéticos que optimice la elección del orden de un ARIMA se ajuste a los datos del índice bursátil BIMBO.

-Determinar qué modelo obtiene el mejor desempeño en términos predictivos del signo de cambio del índice bursátil BIMBO.

1.4 Hipótesis

El modelo resultante de la optimización de algoritmos genéticos obtiene un mejor desempeño en términos predictivos del signo de cambio en el índice bursátil de grupo Bimbo, comparado con los modelos multivariados ARIMA estándar.

Esta comparación se efectuará mediante el porcentaje de aciertos en la predicción del signo.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Mercados financieros

Los mercados financieros procesan ideas e información. Cuando llega nueva información, los comerciantes reaccionan y los precios cambian en consecuencia. Los avances de la tecnología hacen posible que los mercados procesen información y noticias de forma más rápida y precisa afirma Bauer (1994)

Según Morales A. y Morales J. (2002) principalmente para el análisis del mercado accionario se debe basar para una buena elección de inversión, en dos premisas: análisis fundamental y análisis técnico.

El análisis fundamental: se centra en el entorno económico y financiero particular de cada empresa y diversos sectores en la economía, en consecuencia, su actividad se desarrolla en el análisis del presente, pasado y la estimación a futuro de la rentabilidad y crecimiento de una determinada empresa.

El análisis técnico: se basa exclusivamente en el análisis del precio de la acción, su oferta y demanda de estos títulos representativos.

Las principales premisas del análisis técnico son:

1.- Los precios y el mercado se mueven en ciclos. Por periodos muy cortos el mercado puede tener una tendencia, pero dentro de esa particular tendencia también se encontrarán movimientos de corrección que se denominan como tendencias secundarias, por último, hay movimientos con una duración de horas o días las cuales son tendencias terciarias.

2.-La tendencia se considera vigente hasta que no se prueba lo contrario. Para esto existen varios indicadores y técnicas para detectar los cambios.

3.-La intensidad de un movimiento y su duración influyen en el movimiento contrario subsecuente.

4.-El mercado tiene en cuenta todos los factores externos, esto se basa en las actitudes de la gran diversidad de los participantes en el mercado que se refleja en el precio (mercados eficientes).

2.2 Mercados eficientes

Myers (2010) afirma que “se necesita entender la hipótesis del mercado eficiente no porque sea universalmente cierta, sino porque lo lleva a uno a hacer las preguntas correctas” (p. 353). Fama (1997) afirma que “un mercado en el que los precios siempre reflejan plenamente la información disponible, se llama ‘eficiente’” (p. 383).

Malkiel (2003) nos dice en su artículo que la hipótesis del mercado eficiente se asocia con la idea de una "caminata aleatoria", la cual se caracteriza como una serie de precios en la que todos los cambios de precios posteriores representan salidas aleatorias de precios anteriores. Explicando un poco la lógica de la idea de caminar aleatoriamente se refiere a que si el flujo de información no se ve obstaculizado y la información se refleja inmediatamente en los precios de las acciones, el cambio de precio del mañana reflejará solo las noticias del mañana y será independiente de los cambios actuales en los precios. En este caso debemos tomar en cuenta que las noticias son un factor externo que afectan de forma directa a los precios y se presentan de forma impredecible.

Por otra parte, Fama (1997) nos hace una división dentro de los mercados eficientes, débil, semi-fuerte y fuerte:

- Las pruebas para la forma débil están basadas solo en información de precios históricos
- Las pruebas de forma semi-fuerte aparte de considerar la información de precios históricos también debe tener en cuenta otra información que obviamente está disponible al público (por ejemplo, anuncios de ganancias anuales, división de acciones, etc.)

- Las pruebas de forma fuerte deben incluir aparte de lo dicho anteriormente, información privada, no disponible para todo el público.

Bauer (1994) explica que la teoría de la eficiencia del mercado no sostiene que las acciones no sean inversiones lucrativas; simplemente dice que invertir en acciones es una apuesta justa. Se puede esperar más rendimiento solo si tiene más riesgo.

Jensen (1978) nos comenta que a medida que aumentan los datos disponibles (por ejemplo, los precios diarios de las acciones) y nuestra sofisticación econométrica aumenta, comenzamos a encontrar inconsistencias que nuestros datos y técnicas más crudos no detectaron en el pasado. Es una evidencia que no podremos ignorar.

2.3 Modelos ARIMA

Una serie de tiempo estrictamente estacionaria es aquella para la cual el comportamiento probabilístico de la colección de valores como en la ecuación (1):

$$\{ x_{t_1}, x_{t_2}, x_{t_3}, \dots, x_{t_k} \} \quad (1)$$

Es idéntico al del conjunto desplazado que se muestra en la ecuación (2):

$$\{ x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, x_{t_3+h}, \dots, x_{t_k+h} \}, \quad (2)$$

para todo $k= 1, 2, \dots$,

Una serie temporal débilmente estacionaria es un proceso de varianza finita tal que:

- (i) La función de valor medio, μ_t , definida como

$$\mu_{Xt} = E(X_t) = \mu \quad (3)$$

es constante y no depende del tiempo.

(ii) La función de autocovarianza , $\gamma(s, t)$, definida como:

$$\gamma_x(s, t) = cov(x_s, x_t) = E[(x_s - \mu_s)(x_t - \mu_t)] \quad (4)$$

para todo s y t , depende de s y t solo a través de su diferencia $|s - t|$.

Para poder definir un modelo ARIMA, se deben de entender dos antecedentes de este; el modelo AR (Autoregresivo) y el de MA (Moving Average).

Shumway y Stoffer (2015) definen a los modelos autorregresivos como series de tiempo donde cada valor puede escribirse como una función que depende de los resultados observados anteriores de la serie más una variable aleatoria con $\mu = 0$ y $s^2 = \sigma^2$ también llamada ruido blanco (White noise). Un modelo autorregresivo de orden p que se abrevia AR (p) se muestra en la ecuación (5)

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t \quad (5)$$

Donde la serie de tiempo es estacionaria y con:

$$\mu = 0,$$

x_i = valor de la serie en el momento i ,

w_t = es una variable aleatoria de $\mu = 0$ y $s^2 = \sigma^2$,

ϕ_i = coeficientes constantes y

$$\phi_p \neq 0.$$

Si $\mu \neq 0$ el modelo entonces se ve como la ecuación (6)

$$x_t - \mu = \phi_1(x_{t-1} - \mu) + \phi_2(x_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p(x_{t-p} - \mu) + w_t \quad (6)$$

con:

μ = Media de la serie de tiempo estacionaria.

Un modelo AR se considera un proceso lineal causal, esto quiere decir que el modelo solo depende de lo que ya aconteció. Esta propiedad es de interés ya que permite generar pronósticos con los datos observados.

Otro modelo importante usado en la teoría de series de tiempo es el modelo de media móvil o "MA" (por sus siglas en inglés).

El modelo de media móvil es definido por Shumway y Stoffer (2015) como una alternativa para el modelo AR donde cada valor de la serie se representa como una combinación lineal de los valores observados anteriores. El modelo de media móvil de orden q se abrevia como MA (q) y se representa en la ecuación (7):

$$x_t = w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (7)$$

siendo la serie de tiempo estacionaria con:

μ y s^2 son constantes en el tiempo,

w_t = ruido blanco con varianza $s^2 = \sigma_w^2$,

θ_i = es constante y

$\phi_q \neq 0$.

El modelo ARMA no es más que una ecuación donde se conjuntan los modelos autorregresivos y de media móvil. El modelo autorregresivo de media móvil lo define Shumway y Stoffer (2015) como en la ecuación (8):

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (8)$$

Y si la serie de tiempo es estacionaria con " ϕ_p " y " θ_q " diferentes de 0, " p " el orden autorregresivo, " q " el orden de media móvil y " w_t " ruido blanco con varianza " σ_w^2 ".

De la misma forma que en el modelo autorregresivo, si la media de la serie de tiempo $\mu \neq 0$ entonces el modelo se reescribe como la ecuación (9):

$$x_t = \alpha + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \dots + \theta_q w_{t-q} \quad (9)$$

con:
$$\alpha = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$$

Es importante notar que, si en la ecuación (8) el parámetro $p = 0$ se obtiene la ecuación (7) correspondiente al modelo de media móvil de orden q , por otro lado, si en la ecuación (8) $q = 0$ entonces se obtiene la ecuación (5) un modelo de autorregresivo de orden p .

De acuerdo a Shumway y Stoffer (2015) es común encontrar series de tiempo que no sean naturalmente estacionarias, lo cual puede ser consecuencia de que la serie de tiempo cuente con un componente que sigue una tendencia y otro que sea estacional. Esto afecta directamente la capacidad de predicción del modelo. Como respuesta a dicha problemática existen diferentes metodologías para modificar las propiedades que se requieren y obtener, por ejemplo, una media y varianza estacionarias.

Uno de los métodos más utilizados para conseguir estas propiedades son las ecuaciones en diferencias. Este tipo de ecuaciones ofrecen en muchos casos la eliminación de un factor de tendencia y reduce la variabilidad de la serie de tiempo, por la naturaleza de diferentes series de tiempo también es utilizado al momento de eliminar factores temporales. Además, este método ofrece una interpretación sencilla de la serie de tiempo ajustada, también se debe de tomar en cuenta su sencillez de aplicar según González (2009).

Navarrete (2003) define la forma general de las ecuaciones en diferencias como:

Dada una función U y una constante h tal que $n + h$ pertenezca al dominio de dicha función, denominaremos la h -ésima diferencia de U a la función que viene dada por la ecuación (10)

$$\Delta U(n) = U(n + h) - U(h) \quad (10)$$

Grisales (1999) menciona:

“Un modelo ARIMA (*Autoregressive integrated Moving Average, por su denominación en inglés*) es aquel que reúne en una sola expresión los componentes autorregresivos y de media móvil de la serie de tiempo. El componente autorregresivo se encarga de determinar cada observación como una combinación lineal de las observaciones anteriores; la componente de media móvil incluye una parte aleatoria. Según este método de modelación matemática, las influencias sobre el valor tomado por una variable en cada momento del tiempo se derivan de cuatro situaciones: valores recientes o remotos de la variable expresados como autorregresiones no estacionales o estacionales en el modelo; errores aleatorios en valores recientes de la variable, expresados en el modelo con media móvil estacional o no estacional.” (p. 31).

Un proceso Y_t , es integrado de orden d , $Y_t \sim I(d)$, si Y_t no es estacionario, pero su diferencia de orden d , $\Delta^d Y_t$, sigue un proceso $ARMA(p - d, q)$ estacionario e invertible.

El orden de integración del proceso es el número de diferencias que hay que tomar al proceso para conseguir la estacionariedad en media, o lo que es lo mismo, el número de raíces unitarias del proceso. Box, G. and Jenkins, G. (1970), señalan que en la práctica, los procesos que surgen más habitualmente en el análisis de las series temporales económicas son los $I(0)$ e $I(1)$, encontrándose los $I(2)$ con mucha menos frecuencia.

En general, si una serie Y_t es integrada de orden d , se puede representar por la siguiente ecuación (11):

$$\Phi p(L)\Delta^d Y_t = \delta + \theta_q(L)a_t \quad (11)$$

Donde el polinomio autorregresivo estacionario $\Phi_p(L)$ y el invertible de medias móviles $\theta_q(L)$ no tienen raíces comunes.

El modelo descrito anteriormente se denomina modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles de orden (p, d, q) o *ARIMA* (p, d, q) , donde p es el orden del polinomio autorregresivo estacionario, d es el orden de integración de la serie, es decir, el número de diferencias que hay que tomar a la serie para que sea estacionaria, y q es el orden del polinomio de medias móviles invertible.

Para la identificación del modelo se utilizan las gráficas de la función de autocorrelación y de la función de correlación parcial. Se emplean como principales herramientas de diagnóstico para identificar un conjunto de modelos y con cada uno de ellos evaluar su poder predictivo. Estos se estiman usando el método de máxima verosimilitud; cuando los parámetros son estadísticamente significativos, se especifican los residuales del modelo. Si no hay tendencia en la función de autocorrelación de los residuales y las estadísticas de Ljung-Box en cualquier rezago son no significativas, el modelo se cataloga como adecuado según Grisales (1999).

2.4 Algoritmos genéticos

Como se sabe, los individuos de una población están en constante competencia por la búsqueda de recursos para subsistir como agua, comida o vivienda y esto no ocurre únicamente en una población, es un hecho que podemos encontrar entre individuos de la misma especie. Los individuos que tienen mayor éxito de sobrevivencia y de reproducción claramente muestran mayores posibilidades de generar descendientes lo que significa que los genes de los individuos mejor adaptados se extenderán en sucesivas generaciones y la combinación de estas buenas características puede producir individuos con una adaptación mucho mejor que la de sus ancestros; así es como las especies evolucionan logrando características cada vez mejor adaptadas al entorno en el que viven.

Parisi y Díaz (2006) nos dicen que los algoritmos genéticos consisten en una función matemática o una rutina que simula el proceso evolutivo de las especies, teniendo como objetivo encontrar soluciones a problemas específicos de maximización o minimización. Por otro lado, Goldberg (1989) nos dice que son un "algoritmo de búsqueda basado en la mecánica de la selección natural y de la genética natural. Combina la supervivencia del más apto entre estructuras de secuencia con un intercambio de información estructurado, aunque aleatorizado, para construir así un algoritmo de búsqueda que tenga algo de las genialidades de las búsquedas humanas".

Los algoritmos genéticos (AGs) son capaces de idear soluciones a problemas del mundo real, la evolución de estas soluciones hacia ciertos valores del problema va a depender de cada una de las codificaciones y atributos adecuados de ellas. Sus principios básicos fueron establecidos por Holland (1975) y están descritos en diversos textos de Goldberg (1989).

De acuerdo con Sastry K., Goldberg D., Kendall G. (2005):

“Los AGs codifican las variables de decisión de un problema de búsqueda en series de longitud finita de alfabetos de cierta cardinalidad. Las cadenas que son soluciones candidatas al problema de búsqueda se conocen como cromosomas, los alfabetos se conocen como genes y los valores de los genes se llaman alelos. Por ejemplo, en un problema como el del vendedor, un cromosoma representa una ruta y un gen puede representar una ciudad. A diferencia de las técnicas de optimización tradicionales, los AGs funcionan con la codificación de parámetros, en lugar de los parámetros mismos.” (p. 97)

Como un ejemplo podemos observar en el trabajo de Kim y Han (2000) mostrando en su artículo, que los algoritmos genéticos pueden ser usados para reducir la complejidad y eliminar factores irrelevantes, lo que resultó mejor que los métodos tradicionales para predecir un índice de precios accionarios.

Para desarrollar buenas soluciones y aplicar la selección natural según Goldberg, Sastry y Kendall (2005), necesitaremos una medida para distinguir buenas soluciones de malas soluciones. La medida podría ser una función objetiva que es un modelo matemático o una simulación por computadora, o puede ser una función subjetiva en la que los humanos eligen mejores soluciones que las peores. En esencia, la medida de aptitud física debe determinar la aptitud relativa de una solución candidata, que posteriormente utilizará la AGs para guiar la evolución de las buenas soluciones.

Otro concepto importante de AGs es la noción de población. A diferencia de los métodos de búsqueda tradicionales, los algoritmos genéticos dependen de una población de soluciones candidatas. El tamaño de la población, que generalmente es un parámetro especificado por el usuario, es uno de los factores importantes que afectan la escalabilidad y el rendimiento de los algoritmos genéticos. Por ejemplo, una población de tamaño pequeño puede conducir a resultados no confiables. Por otro lado, los grandes tamaños de población conducen a un gasto innecesario de tiempo de cálculo valioso.

Para que un algoritmo genético se ponga a trabajar y adaptarse a un problema en específico, es necesario un método para poder codificar las posibles soluciones del problema de forma que una computadora pueda procesarlas de mejor manera.

Gestal, M. y otros (2010) nos explican en su libro que:

“Desde los primeros trabajos de John Holland la codificación suele hacerse mediante valores binarios. Se asigna un determinado número de bits a cada parámetro y se realiza una discretización de la variable representada por cada gen. El número de bits asignados dependerá del grado de ajuste que se desee alcanzar. Evidentemente no todos los parámetros tienen por qué estar codificados con el mismo número de bits. Cada uno de los bits pertenecientes a un gen suele recibir el nombre de alelo.”(p.15)

Para poder realizar el proceso de un Algoritmo Genético una vez que el problema se codifica y se ha elegido una medida para discriminar buenas soluciones de las malas, podemos comenzar a desarrollar soluciones al problema de búsqueda mediante los siguientes pasos:

1 Inicialización.

Goldberg, Sastry y Kendall (2005) señalan que la población inicial es aquella que se toma como base para iniciar el proceso evolutivo. En el caso de los AG, existe una serie de poblaciones que se van generando conforme el algoritmo se ejecuta. La población inicial de soluciones candidatas generalmente se genera al azar en el espacio de búsqueda.

2 Evaluación.

Una vez que se inicializa la población o se crea una población de descendientes, se evalúan los valores de las posibles soluciones candidatas. Goldberg, Sastry y Kendall (2005).

Lo ideal es construir funciones objetivo con “ciertas regularidades” en cuanto a su comportamiento, es decir, funciones objetivo que verifiquen que para dos individuos que se encuentren cercanos en el espacio de búsqueda, sus respectivos valores en las funciones objetivo sean similares. En algunos casos la convergencia es muy rápida, lo que suele denominarse convergencia prematura, en la cual el algoritmo converge hacia óptimos locales, mientras que en otros casos, el problema es justo lo contrario, es decir, se produce una convergencia lenta del algoritmo. Una posible solución a estos problemas, pasa por efectuar transformaciones en la función-objetivo. (Vergara, 2005)

3 Selección.

La selección es la encargada de transmitir y conservar aquellas características de las soluciones que se consideran valiosas a lo largo de las generaciones. Asigna más copias de esas soluciones con valores que parezcan mejores al original, por lo tanto, impone el mecanismo de supervivencia del más

adecuado en las soluciones candidatas. La idea principal de la selección es preferir mejores soluciones a las peores.

Según Goldberg D., Sastry K. y Kendall G. (2005) se pueden clasificar en general en dos clases de la siguiente manera:

Selección Proporcional de Aptitud: Incluye métodos de elección de selección de rueda de engranaje (Holland, 1975; Goldberg, 1989b) y selección estocástica universal (Baker, 1985; Grefenstette y Baker, 1989). En la selección de ruedas de ruleta, a cada individuo en la población se le asigna una rueda de ruleta ranurada en proporción a su ajuste. Es decir, en la rueda de la ruleta, las buenas soluciones tienen un tamaño de ranura mayor que las soluciones menos ajustables. La rueda de la ruleta se gira para obtener un candidato de reproducción.

Selección Ordinal: Esto incluye métodos como la selección de torneos (Goldberg, 1989b) y la selección de truncamiento (Mühlenbein y Schlierkamp-Voosen, 1993). En la selección de torneos, los cromosomas s se eligen al azar (con o sin reemplazo) e ingresan en un torneo uno contra el otro. El mejor individuo en el grupo de cromosomas k que obtenga el mejor desempeño, se seleccionará como el padre. El valor más utilizado de s es 2. Utilizando este esquema de selección, se requieren n torneos para elegir n individuos. En la selección de truncamiento, la parte superior ($1 / s$) de los individuos obtiene copias s cada una en el grupo de apareamiento.

4 Recombinación.

En este paso se combinan partes de dos o más soluciones parentales para crear soluciones nuevas, posiblemente mejores (descendencia). Hay muchas maneras de lograr esto y el desempeño competente depende de un mecanismo de recombinación diseñado adecuadamente.

El operador de cruce permite realizar una exploración de toda la información almacenada hasta el momento en la población y combinarla para crear mejores individuos. Para lo anterior no se tiene un modo formal para seleccionar la técnica

de mejor adaptación a un problema específico, sin embargo, es recomendable analizar la naturaleza de la cadena y los genes del individuo, con el fin de conocer que elementos se pueden cruzar para lograr la creación de un individuo que combine las mejores características de los padres.

En la mayoría de los operadores de recombinación, dos individuos se seleccionan al azar y se recombinan con una probabilidad p_c , llamada probabilidad de cruce. Es decir, se genera un número aleatorio uniforme continuo entre cero y uno, r , y si $r \leq p_c$, los dos individuos seleccionados aleatoriamente se recombinan. De lo contrario, es decir, si $r > p_c$, los dos descendientes son simplemente copias de sus padres. El valor de p_c puede establecerse experimentalmente o con base a los principios del esquema-teorema (Goldberg y Sastry, 2001).

Cruce de k-puntos: los cruces de un punto y de dos puntos son los métodos de cruce más simples y más ampliamente aplicados. En el cruce de un punto, un sitio de cruce se selecciona al azar sobre la longitud de la cuerda (segmento de alelos), y los alelos en un lado del sitio se intercambian entre los individuos. En el cruce de dos puntos, dos sitios de cruce se seleccionan al azar. Los alelos entre los dos sitios se intercambian entre los dos individuos aleatoriamente emparejados.

Cruce uniforme: En el cruce uniforme, cada alelo se intercambia entre un par de cromosomas seleccionados al azar con una cierta probabilidad p_e , conocida como la probabilidad de intercambio. Por lo general, el valor de probabilidad de intercambio se toma como 0.5.

Cruce uniforme basado en el orden: Dos padres (por ejemplo, P_1 y P_2) se seleccionan al azar y se genera una plantilla binaria aleatoria. Algunos de los genes para la descendencia C_1 se llenan tomando los genes del padre P_1 donde hay uno en la plantilla. En este punto tenemos C_1 parcialmente lleno, pero tiene algunas "brechas". Los genes del padre P_1 en las posiciones correspondientes a ceros en la plantilla se toman y ordenan en el mismo orden en que aparecen en el padre P_2 . La lista ordenada se usa para llenar los espacios en C_1 . C_2 se crea mediante el uso de un proceso similar.

5 Mutación.

Contrario al paso anterior, la mutación localmente modifica una solución al azar. De nuevo, hay muchas variaciones de la mutación, pero por lo general involucra uno o más cambios que se realizan en el rasgo o rasgos de un individuo. Podemos decir que la mutación realiza una caminata aleatoria cerca de una solución candidata.

La mutación se considera un operador básico, que proporciona un pequeño elemento de aleatoriedad en el entorno de los individuos de la población mediante la alteración de uno o más genes con una probabilidad igual a la tasa de mutación.

El objetivo del operador de mutación es producir nuevas soluciones a partir de la modificación de un cierto número de genes de una solución existente, con la intención de fomentar la variabilidad dentro de la población. Existen diversas formas de realizar la mutación, desde la más sencilla, donde cada gen muta aleatoriamente con independencia del resto de genes, hasta configuraciones más complejas donde se tienen en cuenta la estructura del problema y la relación entre los distintos genes. Cabe anotar que la forma en la que se altera un gen depende de la forma en que se realizó la representación del mismo.

6 Reemplazo.

La población descendiente creada por selección, recombinación y mutación reemplaza a la población original de los padres. En AGs se utilizan muchas técnicas de reemplazo, como el reemplazo elitista, el reemplazo de generación en generación y los métodos de reemplazo en estado estable.

Eliminar todo: esta técnica probablemente es la más común, elimina todos los miembros de la población actual y los reemplaza con la misma cantidad de cromosomas que se acaba de crear. También está libre de parámetros, que no es el caso para algunos otros métodos.

Estado estable: esta técnica elimina n miembros antiguos y los reemplaza por n miembros nuevos. El número para eliminar y reemplazar, n , en cualquier momento es un parámetro de esta técnica de eliminación. Otra consideración para esta técnica es decidir qué miembros eliminar de la población actual.

Estado estable sin duplicados: es lo mismo que la técnica de estado estable, pero el algoritmo verifica que no se agreguen cromosomas duplicados a la población.

2.5 Grupo BIMBO

Milenio3Genera (2017) señala que grupo BIMBO es la empresa de panificación más grande del mundo. Creada el 2 de diciembre de 1945 y que, de 1952 a 1978, se abrieron 12 plantas más, lo que le permitió extender la distribución de sus productos a todo México. Durante este mismo periodo, se constituyó la empresa "pasteles y bizcochos", que posteriormente se convertiría en "Productos Marinela" y se establecieron las primeras plantas de dulces y chocolates de "Ricolino" y de botanas saladas "Barcel".

Grupo Bimbo inicio su expansión internacional en 1990 y cuenta hoy en día con un portafolio conformado por más de 10,000 productos bajo más de 100 marcas. Las más relevantes en términos de ventas son: Bimbo, Arnold, Brownberry Oroweat y marcas altamente reconocidas como Thomas, Sara Lee, Entenmann's, Tía Rosa, Plus Vita, Dempster's y Hostess.

Las acciones de Grupo Bimbo cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores desde 1980. Cuenta con 162 plantas y aproximadamente 1,700 centros de venta estratégicamente localizados en 22 países de América, Europa y Asia.

Milenio3genra (2017) señala que, para lograr ser una de las más grandes panificadoras, desde sus inicios la empresa ha crecido de forma importante, no solo en la expansión de su marca o productos originales, sino también en la compra de

otras empresas de panificación importantes de otros países, lo cual hace que el precio de sus acciones se vea impactadas de forma positiva.

Las instituciones financieras intermediarias en sus operaciones son BBVA Bancomer, Bank of America Merrill Lynch, Citi Banamex y Scotiabank

Sus acciones representativas del capital social de la Compañía son acciones de la Serie "A", comunes, ordinarias, nominativas, sin expresión de valor nominal, las cuales se encuentran inscritas en el RNV (Registro Nacional de Valores). Dichas acciones cotizan en México y están listadas en la BMV bajo la clave de cotización "BIMBO". Al 31 de diciembre de 2017, su capitalización de mercado era de aproximadamente \$204 mil millones.

Las acciones comenzaron a cotizar en la BMV en febrero de 1980, cuando la Compañía llevó a cabo su oferta pública inicial. Desde el 1 de febrero de 1999, Bimbo forma parte del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la BMV. En los últimos tres años, la cotización en la bolsa mexicana de valores abreviada como BMV de las acciones de Bimbo nunca ha sido suspendida. La acción de Bimbo está clasificada como de alta bursatilidad, conforme al Índice de Bursatilidad publicado en la BMV.

3. METODOLOGÍA

A través del sistema de programación R, se analizan los datos de las cotizaciones de Grupo Bimbo S.A.B. de C.V. que más adelante se le menciona como *BIMBOA.MX* en la bolsa mexicana de valores. Aunque *BIMBOA.MX* se unió al listado de la BMV en el 19 de febrero de 1980, para fines de esta investigación se utilizn en un primer análisis los valores al cierre por semana de sus cotizaciones que son mostradas en Yahoo! Finance desde el 3 de enero del año 2000 al 1 de diciembre del 2017, lo cual equivale a 936 valores. Estos valores pueden ser encontrados en el apartado de apéndice de este mismo trabajo.

Para llevar a cabo el objetivo de este trabajo, se procede primero a analizar la capacidad predictiva en el índice bursátil de Grupo BIMBO del modelo multivariado ARIMA estándar, ver la sección 2.3. Por lo que se determina en primera instancia si la serie de tiempo es estacionaria basándonos en los parámetros de la definición de estacionariedad débil, si cumple con las proposiciones (i) y (ii) incluyendo a las ecuaciones (3) y (4) mostrada en la sección de modelos ARIMA en el marco teórico.

Después de realizar la prueba anterior, el primer objetivo es centrar la media del proceso, por lo que se le aplicará la transformación de ecuaciones en diferencia explicadas en el apartado 2.3 de esta misma investigación, siguiendo la ecuación (10), la primera diferencia es decir cuando $h = 1$, arroja una nueva serie de tiempo resultante de esta transformación, se muestra en la ecuación (12).

$$Y_i = X_i - X_{i-1} \quad (12)$$

Donde:

Y_i = La nueva serie en el tiempo i

X_i := El valor del índice bursátil de Bimbo en el tiempo i

El próximo paso es obtener una varianza homocedástica siguiendo la definición de la ecuación (4) en la sección 2.3. Se hace un corte en la serie de tiempo en la que se utilizan los registros respectivos de diciembre del 2008 a diciembre del 2017. Después de ubicar los datos se les aplica la función “*diff*” que nos ayuda a obtener la diferencia entre los datos como se muestra en la ecuación (12).

Una vez hecho esto, se analiza la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial, ambas funciones se obtendrán del paquete *astsa* en R.

El resultado es una gráfica donde se muestra la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial.

Se utilizan dos variables de ajuste a los coeficientes de las variables de orden 1 tanto del autorregresivo como de media móvil. Se hace este ajuste porque no se pueden calcular todas las matrices de coeficientes para cada modelo debido a que no se cuenta con el poder computacional suficiente. Estos ajustes se detallan más adelante en la ecuación (13) en la sección 3.2.

3.1 Individualización

En congruencia a Goldberg, Sastry y Kendall (2005), ver la sección 2.4, se considera un individuo a un vector de dimensión 1×12 donde cada entrada es un valor "0" o "1". Estos valores funcionan como variables indicadoras para señalar el orden y la dependencia de cada valor tanto autorregresivo como de media móvil, además de los ajustes a los coeficientes. Esto nos deja con 5 entradas para definir el orden autorregresivo más una que sirve para el ajuste en los coeficientes, y 5 entradas para el orden de media móvil y el de ajuste. Como cada valor no está condicionado a ninguno más, y siguiendo la teoría de combinatoria se tienen 4096 posibles individuos ya que cada entrada puede tener dos valores distintos.

Una vez definido el individuo se conforma la primera población. Esta se representa como una matriz de 100×12 donde cada fila representa a un individuo y en las columnas se encuentran las entradas del vector. Cada uno de los 100

individuos de la primera generación son creados con entradas aleatorias siendo todos diferentes entre sí.

3.2 Evaluación de los individuos

Como se mencionó en el marco teórico en la sección de algoritmos genéticos con respecto a la publicación de Goldberg, Sastry y Kendall (2005).

La prueba de estrés para esta investigación es llamada como “PPS” que son las siglas de Porcentaje de Predicción del Signo. Esta genera las predicciones de un año por cada individuo y las compara con los valores reales observados en la serie de tiempo. El resultado se escribe como el porcentaje de veces que acertó la predicción durante el año.

Se utiliza un caso particular de la ecuación (6), por lo que en esta investigación se usa la adaptación mostrada en la fórmula (13) para generar las predicciones.

$$y_t = \xi_1((\phi_1 - \xi_{11}(\phi_1 - \phi'_1))x_{t-1} - u) + \xi_2\phi_2(x_{t-2} - u) + \dots + \xi_5\phi_5(x_{t-5} - u) + \xi_6(\theta_1 - \xi_{12}(\theta_1 - \theta'_1))w_{t-1} + \xi_7\theta_2w_{t-2} + \dots + \xi_{10}\theta_5w_{t-5} \quad (13)$$

Donde:

y_t = Representa el pronóstico de la serie de tiempo en el momento t .

ξ_i = El i -ésimo valor del vector de cada individuo.

ϕ_i = El coeficiente autorregresivo correspondiente al orden i .

ϕ'_1 = El valor de ajuste que será el coeficiente de un modelo autorregresivo de orden 1 AR (1).

θ_i = El coeficiente de media móvil correspondiente al orden i .

θ'_i = El valor de ajuste que corresponde al coeficiente de un modelo de media móvil de orden 1 MA (1).

x_{t-i} = Es el valor $t - i$ de la serie de tiempo.

u = Es la media de la serie de tiempo.

w_{t-1} = Es el ruido blanco $t - i$ de la serie de tiempo.

3.3 Selección

Siguiendo el apartado de algoritmos genéticos, conforme se explica en el marco teórico. Los individuos con los mejores resultados en la evaluación son los que hereden su combinación binaria.

Se eligen a los 30 individuos con el porcentaje de predicción de signo más alto de cada población. Estos son considerados los padres de la siguiente población ya que se utiliza su combinación para crear nuevos individuos.

La selección de los individuos dependerá exclusivamente de la prueba *PPS* y no importa que existan individuos repetidos en la población.

3.4 Recombinación

Una vez que se han elegido a los mejores individuos de la generación se debe crear una nueva población tomando como base a los que destacaron por su porcentaje de predicción.

De los 30 individuos seleccionados de la población anterior, los 10 mejores se reescribirán sin cambios en la nueva generación para guardar las mejores combinaciones y en el momento que se encuentre el mejor individuo no perderlo, 60 individuos cuentan con un ADN combinado equitativamente del que presentan

los 30 designados padres, los 30 faltantes se crean mediante una combinación de los 15 padres con mejores resultados en la prueba *PPS*

Se define una probabilidad de mutación del 0.08 en los individuos. Estas mutaciones pueden aparecer en cualquiera de los individuos exceptuando en los 10 primeros. La mutación invierte una entrada aleatoriamente del ADN.

Cabe mencionar que no se limita la duplicidad de los individuos durante la recombinación. Además, se visualizará el vector del mejor individuo por población para así tener un control e historial del comportamiento de las poblaciones.

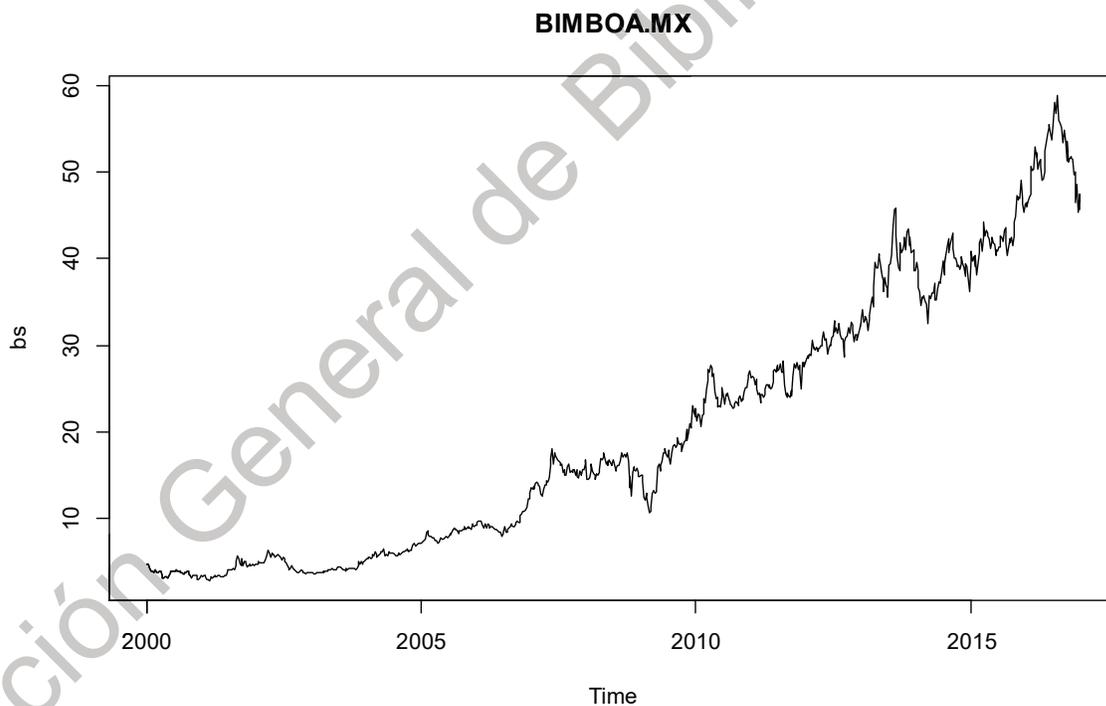
3.5 Generaciones

Como último paso en el algoritmo genético quedan las generaciones, (ver sección 2.4). Estas son conformadas por un proceso de evaluación de los individuos mediante la prueba de estrés *PPS*, la selección de los mejores individuos que son considerados padres, recombinación y creación de los nuevos 100 individuos, mutación y se reinicia el ciclo.

Este proceso se repite hasta que el individuo con mejor desempeño se mantenga constante en la primera posición. Una señal que también es determinante para finalizar la búsqueda es la duplicación del mejor modelo, por lo que esta situación se considera como señal de paro para el proceso. Lo cual en este caso se cumple con 15 generaciones.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se mencionó en el capítulo 3 de metodología, un primer análisis se realizó de manera gráfica sobre la serie de tiempo correspondiente al valor del índice bursátil de grupo Bimbo para el periodo de marzo del 2000 a diciembre 2017, y que se muestra en la figura 1. Se puede observar que el índice bursátil ha presentado un comportamiento ascendente a lo largo de los últimos 18 años cotizando en la bolsa de valores. Los grandes incrementos han generado que la serie tenga valores muy separados tales como el mínimo y el máximo que son 2.8 y 58.8 respectivamente. La serie tiene una media de 20 y una desviación estándar de 15.1874, es claro que la serie cuenta con un factor de tendencia ya que, la media de esta depende del momento en que se observe, ver figura 1.



*Ilustración 1 Serie de tiempo, grupo Bimbo periodo: Marzo del 2000 a Diciembre 2017.
Fuente: Elaboración propia.*

De acuerdo a las ecuaciones (3) y (4) en la sección de modelos ARIMA, se puede concluir que, la serie de tiempo del valor del índice bursátil de grupo BIMBO

no es estacionaria, ya que la media del proceso no es constante a lo largo del tiempo (3) y la autocovarianza si depende del tiempo y no de las diferencias (4). Esto se comprueba al calcular la media con la ecuación (3) en dos periodos diferentes, obteniendo una media de 6.6 en los primeros 400 registros mientras que en los últimos 417 se presenta una media de 33.7. La autocovarianza con la ecuación (4) iniciando en el primer registro y con diferencia de 1, se obtiene 11.8, mientras que iniciando en el registro 468 con también una de 1, se obtiene una autocovarianza de 111.4.

Dado el resultado anterior, el siguiente paso será el de centrar la media del proceso. Con este objetivo se utiliza la ecuación (12) presentada en el apartado de metodología, referente a la transformación de ecuaciones en diferencia. Los resultados de la primera diferencia en la serie de los precios semanales del índice bursátil se muestran en la figura 2.

En la figura 2 se puede observar que los valores fluctúan en una banda menor, teniendo un máximo de 3.6 y un mínimo de -3.3. Este comportamiento presentado por los incrementos y decrementos de la acción ofrece una mejor relación de la media con la serie de tiempo, ya que parece mantenerse constante durante todo el proceso. La media de esta nueva serie de tiempo es entonces 0.04, un valor muy cercano a 0 y el proceso efectivamente parece centrado en esta, mientras que la desviación estándar es de 0.8292.

1era Diferencia

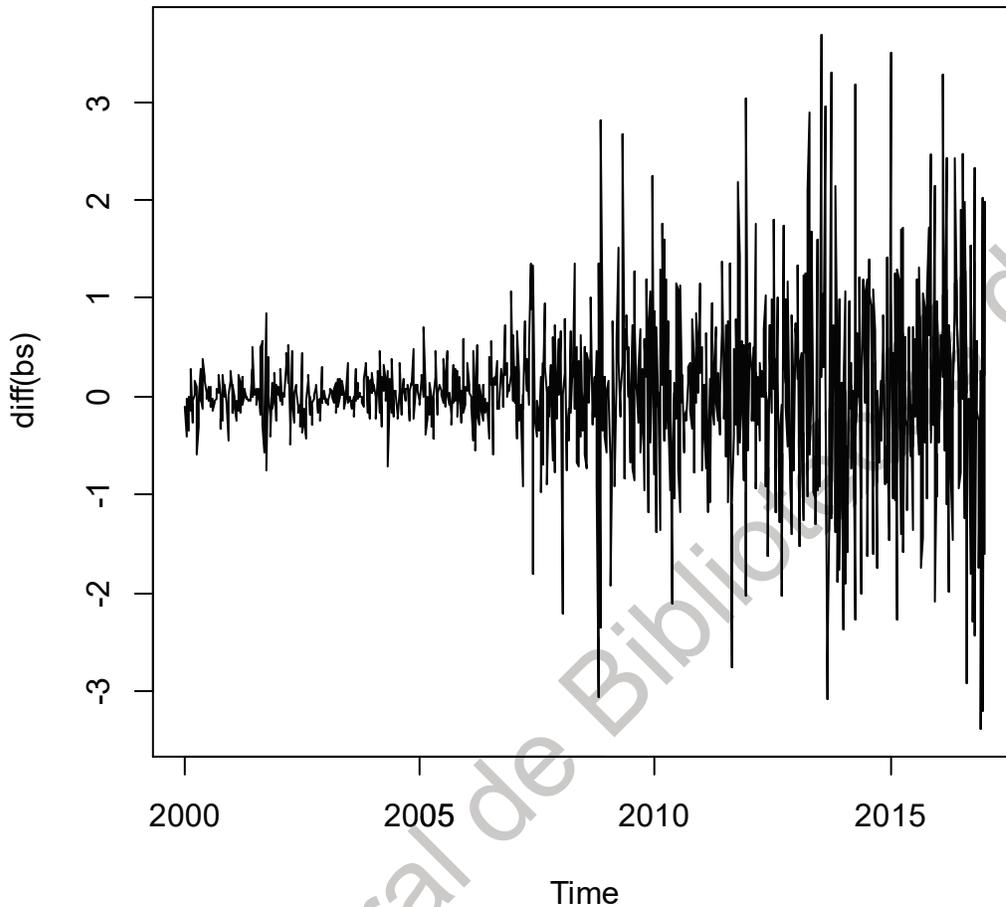


Ilustración 2. Gráfica diff(bs). Muestra los resultados, ya aplicada la primera diferencia a la serie de tiempo del precio de acción. Fuente: Elaboración propia.

Se tiene ahora un proceso centrado en una media cercana a 0, pero la desviación estándar no parece ser la misma a lo largo del tiempo. Particularmente se nota un cambio importante a partir del año 2008. Este cambio pudo haber sido consecuencia de la crisis financiera “Subprime”, donde el mercado de valores mundial se vio afectado por malas prácticas y deficientes valoraciones de riesgo en los productos financieros y paquetes de inversión promovidos por empresas de Wall Street. Este suceso provocó pérdidas millonarias en mercados tanto dentro como fuera de Estados Unidos afectando no solamente a empresas directamente relacionadas a este sector, sino también a diferentes sectores como el automotriz y

el de construcción, (Demmler, 2017). Dicha crisis modificó el comportamiento de la serie de tiempo por lo que se utilizaron los datos a partir de diciembre del 2008. El cambio también se puede asociar al concepto de “Investor Sentiment” profundizado por Demmler (2017), esta anomalía presente en el procesamiento de la información por los inversionistas, particularmente señala que en mercados decrecientes existe un sentimiento pesimista en las inversiones lo cual genera una desestimación en el rendimiento y, que en contraparte, una sobre estimación del riesgo, por lo que al tener una expectativa de riesgo mayor se prefiere optar por activos con menor volatilidad. Paradójicamente al haber más demanda del activo, el valor aumenta por lo que los rendimientos mejoran, posiblemente como una “profecía auto cumplida”, aunque como consecuencia la desviación estándar crece.

Como se señala en la sección de metodología, el próximo paso es obtener una serie de tiempo con varianza homocedástica, ya definida en la sección 2.3, particularmente en la ecuación (4). Del 2000 al 2008 la volatilidad es menor que la presentada a partir del 2009 en adelante. Al entender este punto se decide que la serie de tiempo se cortará a diciembre del 2008, por lo que no se tomarán en cuenta los datos antes de la crisis “Subprime” ya que pueden generar problemas en el modelo. Siguiendo una congruencia con respecto al análisis de la serie, no necesariamente sigue el mismo proceso que hace más de 10 años, esta medida será tomada para poder hacer mejores estimaciones ya que es conveniente establecer una relación entre nuestro horizonte de predicción y el tiempo en el que ésta se estudiará.

Los datos que se utilizan entonces son los 417 últimos registros de la base inicial, es decir, los datos que representan los registros semanales de diciembre del 2008 a diciembre del 2017.

Después de la transformación de primera diferencia y el recorte de la serie de tiempo, cuenta con los mismos máximos y mínimos de la transformación anterior, una media de 0.07 y desviación estándar de 1.13. La nueva serie transformada, presenta una propiedad parecida a la homocedástica ya que la varianza parece ser constante en el intervalo señalado, como se puede observar en la figura 3.

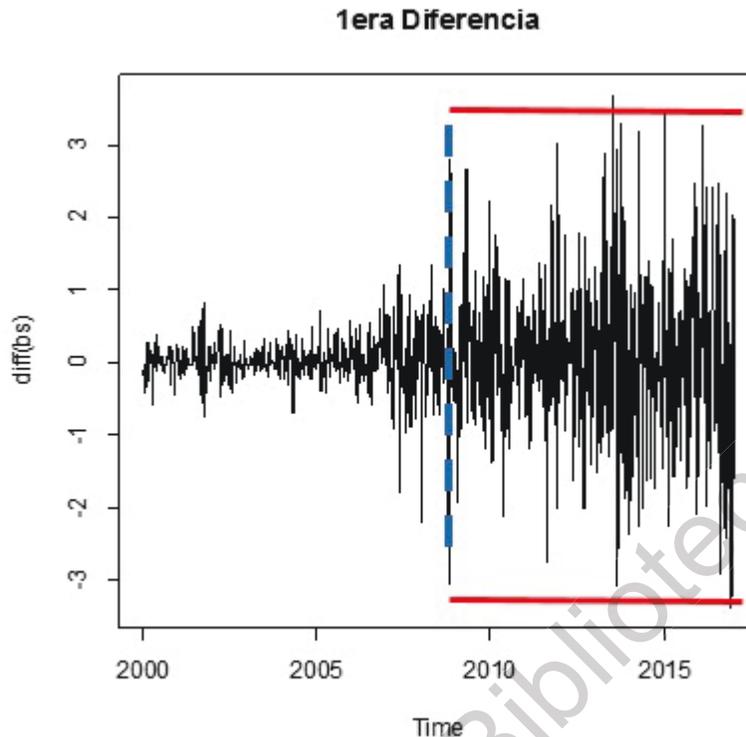
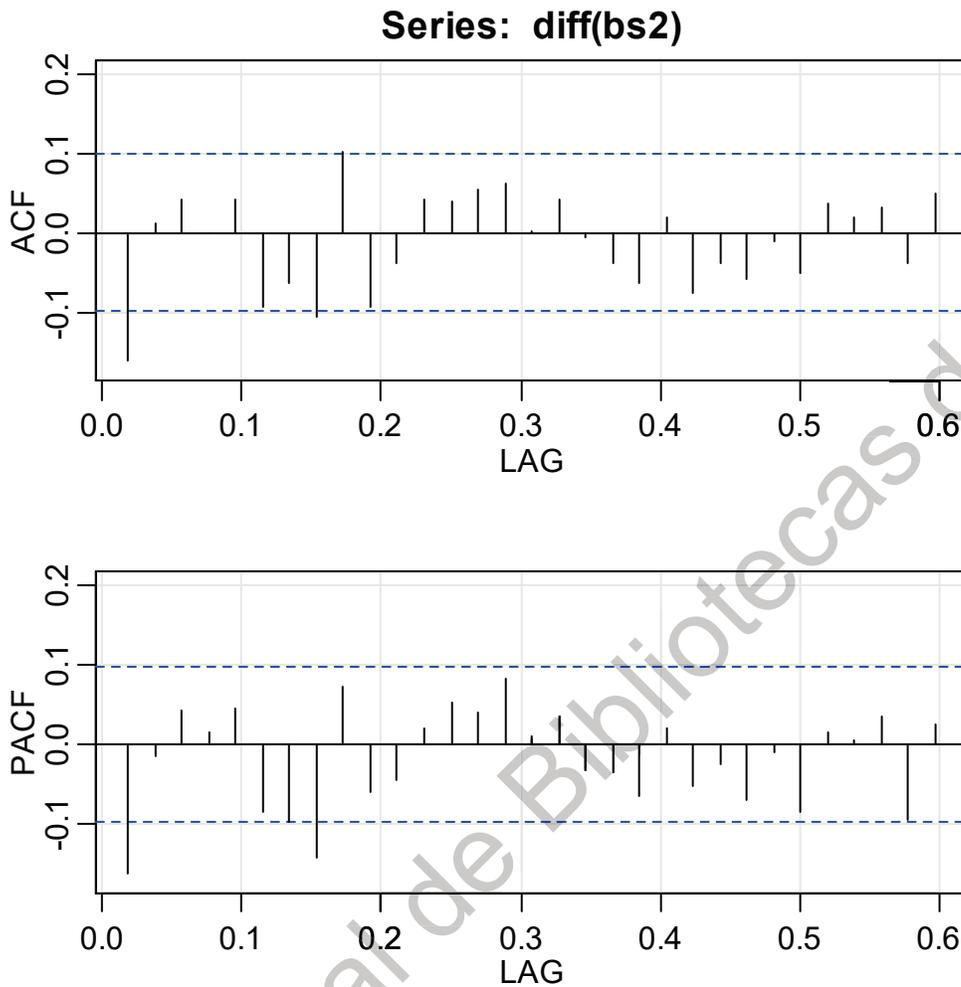


Ilustración 3. Periodo a estudiar para este trabajo de investigación (Diciembre 2008 – Diciembre 2017). Fuente: Elaboración propia.

Esta propiedad fue decisiva al momento de elegir el tipo de modelo que se utilizaría, ya que sin esta y sin una media constante no se hubiera podido utilizar un modelo ARIMA, como se mencionó en la sección 2.3 en el marco teórico.

Otra gráfica importante para poder elegir el modelo ARIMA es la función de autocorrelación y de autocorrelación parcial. La figura 4 presenta la gráfica de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial, donde el eje horizontal representa el “lag” o retraso de la serie de tiempo mientras que el eje vertical representa el resultado de la función correspondiente. Los resultados muestran un desvanecimiento en ambas funciones, es decir que el valor arrojado en cada lag se reduce de forma suave hacia 0 y no en valor específico, lo que señala un comportamiento equiparable al modelo ARIMA, ver la sección 2.3 en el marco teórico.



*Ilustración 4. Gráfica de autocorrelación (ACF) y de autocorrelación parcial (PACF).
Fuente: Elaboración propia.*

La siguiente etapa consiste en la individualización mencionada en la sección 3.1. En primer lugar, se debe decidir cuál será el máximo orden tanto regresivo como de media móvil permitido para todos los modelos a evaluar. Se elige que el máximo orden será de 5 tanto el orden autorregresivo como el de media móvil. Se decidió este límite en el orden, ya que como se ha supuesto que la transformación de la serie de tiempo es estacionaria, se espera que el cambio en el valor de la acción dependerá solo directamente de los observados en el último mes de cotizaciones.

Se eligió que la prueba de estrés para este modelo de algoritmos genéticos sería el porcentaje de predicción de signo, el cual señala, si la predicción generada por el modelo se mueve en el mismo sentido, es decir, se aprecia o se devalúa el activo de la misma forma en la que lo hace registro real correspondiente. La sección 3.2 muestra la ecuación (13), esta se utilizó en la prueba de estrés para calcular las predicciones de diciembre del 2016 a diciembre del 2017 y obtener el índice de predicciones acertadas, esta prueba de estrés utiliza todas las entradas que caracterizan al individuo, además de que brinda una herramienta para cuantificar la capacidad de supervivencia de los individuos y así poder clasificarlos con base en una regla general y aplicable para todos en iguales condiciones.

Después de esto, se ajustan los modelos AR (1), MA (1) y ARIMA (1, 1, 1), los cuales mediante la prueba de estrés arrojan un porcentaje de predicción de signo en un año de 55.7%, 59.6% y 57.6% respectivamente.

En la sección 3.3 se eligió que el 30% de los individuos con mejores capacidades predictivas se tomaran como padres de la siguiente generación debido a que permite que se tengan 70% de oportunidades para obtener un mejor individuo del que se tiene ya.

Con respecto a la recombinación, por la sección 3.4 se decide que los 10 mejores individuos no serán modificados para poder guardar al mejor individuo y en su caso, a los individuos con mejores resultados ya que su orden autorregresivo como de media móvil son factores determinantes en su capacidad predictiva. Además, se eligió una tasa de mutación del 8% ya que esta permite explorar de manera más rápida diferentes conjuntos de soluciones alejadas del proceso que se ha llevado a cabo, sin embargo, si dicha tasa fuese muy alta, el proceso distaría de capacidad de encontrar mejores soluciones en conjuntos locales.

De acuerdo con la sección 3.5 el proceso de creación de generaciones se finaliza cuando el individuo con el mejor rendimiento se establece durante varias generaciones sin cambios y es capaz de duplicarse. Los resultados de este proceso se muestran en la figura 5 y 6, se encuentra que esta condición de paro sucede

después de 15 generaciones, en el modelo de algoritmos genéticos el individuo resultante fue el del vector (0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1) este representa una serie de tiempo que depende del valor autorregresivo observado un mes antes y de lo acontecido dos semanas antes en media móvil.

```

> fp1 <- matrix(1:1200, nrow = 100, ncol = 12, byrow = TRUE)
>
> for(z in 1:100){
+ a <- sample(c(0,1),1)
+ b <- sample(c(0,1),1)
+ c <- sample(c(0,1),1)
+ d <- sample(c(0,1),1)
+ e <- sample(c(0,1),1)
+ f <- sample(c(0,1),1)
+ g <- sample(c(0,1),1)
+ h <- sample(c(0,1),1)
+ i <- sample(c(0,1),1)
+ j <- sample(c(0,1),1)
+ k <- sample(c(0,1),1)
+ l <- sample(c(0,1),1)
+ fp1[z, ] <- c(a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l)
+
+ }
>
> supgen1 <- padres(fp1, bs3)
[1] 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0
> gen2 <- siggen(supgen1)
> supgen2 <- padres(gen2, bs3)
[1] 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0
> gen3 <- siggen(supgen2)
> supgen3 <- padres(gen3, bs3)
[1] 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0
> gen4 <- siggen(supgen3)
> supgen4 <- padres(gen4, bs3)
[1] 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0

```

Ilustración 5. Código y primeras 4 generaciones. Fuente: Elaboración propia.

```

> gen5 <- siggen(supgen4)
> supgen5 <- padres(gen5, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen6 <- siggen(supgen5)
> supgen6 <- padres(gen6, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen7 <- siggen(supgen6)
>
> supgen7 <- padres(gen7, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen8 <- siggen(supgen7)
> supgen8 <- padres(gen8, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen9 <- siggen(supgen8)
> supgen9 <- padres(gen9, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen10 <- siggen(supgen9)
> supgen10 <- padres(gen10, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen11 <- siggen(supgen10)
> supgen11 <- padres(gen11, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen12 <- siggen(supgen11)
> supgen12 <- padres(gen12, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen13 <- siggen(supgen12)
> supgen13 <- padres(gen13, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen14 <- siggen(supgen13)
> supgen14 <- padres(gen14, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1
> gen15 <- siggen(supgen14)
> supgen15 <- padres(gen15, bs3)
[1] 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1

```

*Ilustración 6. Generaciones de la 5 -15. Ya se observa el mismo resultado en el modelo.
Fuente: Elaboración propia.*

El vector del individuo representa un caso particular de la ecuación (13), el cual se especifica en la ecuación (14).

$$y_t = \phi_1(x_{t-1} - u) + \phi_2(x_{t-2} - u) + \phi_3(x_{t-3} - u) + \phi_4(x_{t-4} - u) + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} \quad (14)$$

Donde:

y_i = Representa el pronóstico de la serie de tiempo en el momento t .

ϕ_i = El coeficiente autorregresivo correspondiente al orden i .

θ_i = El coeficiente de media móvil correspondiente al orden i .

x_{t-i} = Es el valor $t - i$ de la serie de tiempo.

u = Es la media de la serie de tiempo.

w_{t-1} = Es el ruido blanco $t - i$ de la serie de tiempo.

El individuo presenta un porcentaje de predicción anual de signo del 67.3%, más del 8% de capacidad de predicción que el modelo de mejor resultado en la comparación, ver figura 7. Apareció por primera vez en la quinta generación y se mantuvo como el mejor modelo durante las siguientes generaciones consiguiendo incluso duplicarse en la última generación. Lo cual es una señal clara de que la población inicial “evolucionó” de acuerdo al concepto de algoritmos genéticos.

```
> comparación <- matrix( 1:48, nrow=4, ncol=12, byrow= TRUE)
> comparación[1,] <- c(0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)
> comparación[2,] <- c(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)
> comparación[3,] <- c(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)
> comparación[4,] <- c(1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
> comparación
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10] [,11] [,12]
[1,]    0    0    0    1    0    0    1    0    0    0    1    1
[2,]    1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    1    0
[3,]    0    0    0    0    0    1    0    0    0    0    0    1
[4,]    1    0    0    0    0    1    0    0    0    0    1    1
> pps <- predsig(comparación, bs3)
> pps
      [1] 0.6730769 0.5576923 0.5961538 0.5769231 0.0000000 0.0000000 0.0000000
      [8] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [15] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [22] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [29] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [36] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [43] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [50] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [57] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [64] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [71] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [78] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [85] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [92] 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000
     [99] 0.0000000 0.0000000
```

Ilustración 7: Resultados de la comparación. Fuente Elaboración Propia.

5. CONCLUSIONES

Es importante recalcar que los modelos ARIMA suelen ser utilizados para pronosticar la forma de la serie de tiempo y su dirección, ya que pueden presentar errores si se les quiere tomar como un pronóstico exacto. Dicho problema es un tema de debate ya que, si se deseara, se podría crear un modelo perfecto que pase por cada uno de los puntos pero que no refleje en realidad un acercamiento natural al proceso de la serie de tiempo, generando un modelo sobre-parametrizado. Para poder evitar estos conflictos existen diferentes medidas que reflejan un uso excesivo de variables, sin embargo, una de las observaciones más importantes es que el modelo cuente con cierta lógica cualitativamente hablando. Además, se debe de tomar en cuenta el principio de parsimonia, el cual señala que si se tienen dos posibles soluciones se debe elegir la de mayor sencillez.

En este caso el modelo responde a la lógica ya que tiene sentido que el valor dependa de un componente estacional, es específicamente de lo observado en una quincena anterior y un mes antes.

Se puede entender entonces que este modelo no predecirá la magnitud de las variaciones que presente el índice bursátil de grupo Bimbo, en cambio, sirve de manera cualitativa para formar una idea y un panorama general del comportamiento de este.

Un punto interesante que se presenta como tema de discusión es que el comportamiento del valor presenta una periodicidad, lo cual puede ser consecuencia de cierta ineficacia en el mercado, ya que factores temporales y cíclicos pueden afectar el valor de mercado de la acción sin ser parte de los fundamentales de la empresa.

Con respecto a la metodología de algoritmos genéticos es importante resaltar su eficacia para encontrar una solución dentro de conjuntos muy grandes de posibles resultados. El resultado puede no ser el óptimo sin embargo presenta

ciertas cualidades y maximiza la posibilidad de obtenerlo si se tienen ciertas limitantes como el tiempo. También es interesante la importancia de la distinción e individualización de las posibles soluciones, ya que mientras mejor se elijan estas, el algoritmo presentará mejores resultados. Por último, los algoritmos genéticos suelen relacionarse con aquellos problemas en los que no se tiene clara una técnica de solución concreta, por lo que al efectuarlo en técnicas ya establecidas se les proporcionaría alguna mejora en sus resultados entonces es claro señalar que esta imitación de un modelo natural se podría coronar como uno de los mejores y más constantes procesos de optimización presentado de una forma orgánica.

De acuerdo al objetivo general de esta investigación, se concluye que el modelo resultante del método de algoritmos genéticos obtuvo un mejor rendimiento que los modelos ARIMA estándar, con lo cual se confirma la hipótesis planteada.

6. REFERENCIA

- Allen, F. & Karjalainen, R. (1999). Using genetic algorithms to find technical trading rules. *Journal of Financial Economics*, pp. 245-271.
- Baker, M. (1985). *The mirror principle and morphosyntactic explanation*. Cambridge Massachusetts: MIT.
- Baker, J., Grefenstette, J. (1985). How genetic algorithms work: A critical at implicit parallelism. Morgan-Kaufman, 3rd International Conf on Genetic Algorithms.
- Bauer, R. (1994). *Genetic Algorithms and Investment Strategies*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Beltrán, M., Muñoz, A., & Muñoz, Á. (2014). Redes bayesianas aplicadas a problemas de credit scoring. Una aplicación práctica. *Cuadernos de Economía*, 37(104), 73-86.
- Black, F., Scholes, M & Merton, R. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1
- Box, G. and Jenkins, G. (1970) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco.
- Cortés, J. & Corzo, T. (2009, Junio 16). La eficiencia en los mercados financieros: una introducción a la cuestión. *Revista Empresa y Humanismo*, XII, pp. 81-106
- Demmler, M. (2017). Rationality, Efficient Market Hypothesis and limits of Arbitrage. En *Irrationality of asset price bubbles* (pp 5-28). México: Pearson.
- Dimson, E. & Mussavian, M. (1998, Marzo). A brief history of market efficiency. *European Financial Management*, v. 4, Number 1, pp 91-193.
- Fama, E. (1970, Mayo). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25, pp. 383-417.
- Gamboa, J.& Gómez, J. Formulación de un algoritmo genético para el problema de programación de órdenes de trabajo de una empresa de artes gráficas. Recuperado de:
http://www.konradlorenz.edu.co/images/investigaciones/matematicas/proyecto_de_grado_ag1.pdf
- Gestal, M. & otros (2010). *Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética*. A Coruña. Galego
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms*. USA: Adison-Wesley Publishing Company.
- González, P. (2009). *Análisis de series temporales: Modelos ARIMA*. País Vasco, España: Sarriko-on. Recuperado de
<https://addi.ehu.es/bitstream/handle/10810/12492/04-09gon.pdf;jsessionid=1CE4121E60B3E5B56793B3A1EBB7836D?sequence=1>

- Grisales, H.. (Enero- Junio 1999). Una aplicación a los modelos ARIMA en la predicción de la mortalidad por ataque por arma de fuego y explosivos para la ciudad de Medellín de 1997 al año 2000. Revista Facultad Nacional de Salud de Pública, 16, n°2, 30-49.
- Han, I. & Kim, K. (2000). Genetic algorithms approach to feature discretization in artificial neural networks for the prediction of stock price index. Expert Systems with Applications, pp. 125-132.
- Holland, J.H. (1975) Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press, Ann Arbor. (2nd Edition, MIT Press, 1992.)
- Hyme, P. (2003). "La teoría de los mercados de capitales eficientes. Un examen crítico", Cuadernos de Economía, v. XXII, n. 39, Bogotá, pp. 57-83
- Jensen, M. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. Journal of Financial Economics, Vol. 6, pp. 95-101.
- Komo, D., Chang, C. & Ko, H.. (1994). Neural Network Technology For Stock Market Index Prediction. En International Symposium on Speech, Image Processing and Neural Networks(pp. 543-546). Hong Kong: IEEE.
- Lintner, J. (1965), The valuation of risk assets on the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, Review of Economics and Statistics 47: 13-37. Recuperado de :
<http://fdjpkc.fudan.edu.cn/upload/article/files/4f/2a/802786034881887e425ffb4d258a/9b1f9d38-cb13-4248-88f5-49dc3c1f545a.pdf>
- Lozano, G. (1993). Reflexiones Sobre La Validez Del Modelo De Black Scholes. Revista Española de Financiación y Contabilidad, Vol. 22, 919-936.
- Malkiel, B. (2003). The Efficient Market Hypothesis and Its Critics. Journal of Economic Perspectives, V.17, pp 59-82.
- Markowitz, H.. (1952, Marzo). Portfolio Selection. The Journal of Finance, 7, pp. 77-91. Recuperado de:
https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf
- Merton, R.. (1973). Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, 4, pp. 141-183. Recuperado de :
<http://www.people.hbs.edu/rmerton/theory%20of%20rational%20option%20pricing.pdf>
- Morales, A. & Morales, J.A. (2002). Fundamentos de las Finanzas. En Respuestas rápidas para los financieros (pp. 4-15). México: Pearson Educación.
- Mossin, J. (1966) Equilibrium in a Capital Asset Market. Econometrica, 34, 768-783.
- Myers, S., Brealey, R. & Allen F. (2010). Principios de Finanzas Corporativas. (9ª edición), México: The McGraw-Hill.

- Mühlenbein, H., Schlierkamp-Voosen, D. (1993). Predictive models for breeder genetic algorithm I. continuous parameter optimization. Massachusetts Institute of Technology.
- Navarrete, A.. (2003). Métodos de solución por diferencias y sumas. En Introducción a las ecuaciones en diferencias(p.15). Bogotá: Fundación Universitaria Konrad Lorenz.
- Parisi, A., Parisi, F. & Cornejo E. (2004, octubre-diciembre). Algoritmos genéticos y modelos multivariados recursivos en la predicción de índices bursátiles de América del Norte: IPC, TSE, NASDAQ Y DJI. El Trimestre Económico, LXXI, pp. 789-809. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/313/31328402.pdf>
- Parisi, A., Parisi, F., & Díaz, D. (2006). Modelos de Algoritmos Genéticos y Redes Neuronales en la Predicción de Índices Bursátiles Asiáticos. Cuadernos de economía, 43(128), 251-284. Recuperado de: http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-68212006000200002
- Milnio3genera (2017) .Reporte anual de Grupo Bimbo S.A.B de C.V. Recuperado de : https://www.grupobimbo.com/sites/default/files/infoanua_vf.pdf
- Reeves, C.(1993). Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, Blackwell Scientific Publications.
- Sastry, K., Goldberg D., Kendall G. (2005) Genetic Algorithms. In: Burke E.K., Kendall G. (eds) Search Methodologies. Springer, Boston, MA
- Sastry, K., Goldberg D., Kendall G. (2005). Genetic algorithms. En Sastry, Goldberg and Kendall (97-115). USA
- Sharpe, W.. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. En The Journal of Finance(pp. 425-442). E.U.A: Blackwell Publishing for the American Finance Association.
- Shumway, R., Stoffer, D. (2015) Time series analysis and its applications. Third edition. Springer New York Dordrecht Heidelberg London.
- Vergara, V.. (2005). Aplicación de algoritmos genéticos en el balanceo de líneas de producción. México: Universidad Autónoma de Nuevo León. Recuperado de: <http://eprints.uanl.mx/5560/1/1020150665.PDF>
- Villamil, J.. (Bogotá 2006). Modelos de valoración de opciones europeas en tiempo continuo. Cuadernos de Economía, v. XXV, 177-196. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2481517.pdf>
- Zemke, R. & Zemke, S. (2000). Putting Competencies to Work. In Training and Development Yearbook. Paramus, NJ: Prentice-Hall.

Zemke R, Raines C, Filipczak B (2000). Generations at work: Managing the clash of Veterans, Boomers, Xers and Nexters in your workplace (2nd Ed). American Management Association, New York, NY.

7. APÉNDICE

BIMBOA.MX

Date	Close	Date	Close	Date	Close
03/01/2000	4.75	26/12/2005	9.26	19/12/2011	27.99
10/01/2000	4.65	02/01/2006	9.6025	26/12/2011	28.5
17/01/2000	4.25	09/01/2006	9.7125	02/01/2012	28.75
24/01/2000	4.225	16/01/2006	9.75	09/01/2012	28.5
31/01/2000	3.875	23/01/2006	9.7475	16/01/2012	29
07/02/2000	3.87	30/01/2006	9.65	23/01/2012	28.76
14/02/2000	3.715	06/02/2006	9.2	30/01/2012	30.51
21/02/2000	3.75	13/02/2006	8.9475	06/02/2012	29.57
28/02/2000	4.02	20/02/2006	9.4075	13/02/2012	29.799999
06/03/2000	3.75	27/02/2006	9.425	20/02/2012	29.51
13/03/2000	3.7	06/03/2006	8.8675	27/02/2012	29.700001
20/03/2000	3.725	13/03/2006	9.4	05/03/2012	29.26
27/03/2000	3.875	20/03/2006	9.2225	12/03/2012	29.6
03/04/2000	3.975	27/03/2006	8.9325	19/03/2012	29.6
10/04/2000	3.375	03/04/2006	9.05	26/03/2012	29.860001
17/04/2000	3.075	10/04/2006	9.04	02/04/2012	29.85
24/04/2000	3.045	17/04/2006	8.9025	09/04/2012	30.540001
01/05/2000	3.325	24/04/2006	8.655	16/04/2012	31.57
08/05/2000	3.275	01/05/2006	8.78	23/04/2012	30.65
15/05/2000	3.25	08/05/2006	8.6575	30/04/2012	30.690001
22/05/2000	3.125	15/05/2006	8.6375	07/05/2012	30.6
29/05/2000	3.5	22/05/2006	8.475	14/05/2012	28.969999
05/06/2000	3.69	29/05/2006	8.42	21/05/2012	29.700001
12/06/2000	3.85	05/06/2006	8.3375	28/05/2012	30.110001
19/06/2000	3.895	12/06/2006	7.915	04/06/2012	29.950001
26/06/2000	3.875	19/06/2006	8.31	11/06/2012	30.93
03/07/2000	3.97	26/06/2006	8.43	18/06/2012	31
10/07/2000	3.92	03/07/2006	8.9875	25/06/2012	32.790001
17/07/2000	4.025	10/07/2006	8.39	02/07/2012	31.610001

24/07/2000	3.925	17/07/2006	8.4825	09/07/2012	32
31/07/2000	3.9	24/07/2006	8.67	16/07/2012	31.33
07/08/2000	3.875	31/07/2006	8.8625	23/07/2012	32.330002
14/08/2000	3.725	07/08/2006	8.97	30/07/2012	32.509998
21/08/2000	3.665	14/08/2006	9.3275	06/08/2012	31.219999
28/08/2000	3.625	21/08/2006	9.2075	13/08/2012	30.809999
04/09/2000	3.61	28/08/2006	9.08	20/08/2012	30.719999
11/09/2000	3.68	04/09/2006	9.02	27/08/2012	28.700001
18/09/2000	3.715	11/09/2006	9.3	03/09/2012	30.43
25/09/2000	3.925	18/09/2006	9.58	10/09/2012	30.92
02/10/2000	3.945	25/09/2006	9.6275	17/09/2012	31.059999
09/10/2000	3.625	02/10/2006	9.53	24/09/2012	32.040001
16/10/2000	3.395	09/10/2006	9.57	01/10/2012	31.940001
23/10/2000	3.155	16/10/2006	10.305	08/10/2012	31.43
30/10/2000	3.375	23/10/2006	10.5275	15/10/2012	32.599998
06/11/2000	3.375	30/10/2006	10.8775	22/10/2012	32.279999
13/11/2000	3.5	06/11/2006	10.875	29/10/2012	31.77
20/11/2000	3.435	13/11/2006	11	05/11/2012	30.370001
27/11/2000	3.375	20/11/2006	11.05	12/11/2012	31.200001
04/12/2000	2.925	27/11/2006	11.26	19/11/2012	31.25
11/12/2000	2.95	04/12/2006	12.3375	26/11/2012	30.5
18/12/2000	3.115	11/12/2006	12.3	03/12/2012	31.24
25/12/2000	3.375	18/12/2006	12.8725	10/12/2012	31.9
01/01/2001	3.425	25/12/2006	13.5	17/12/2012	32.59
08/01/2001	3.25	01/01/2007	13.445	24/12/2012	32.77
15/01/2001	3.375	08/01/2007	13.75	31/12/2012	34.110001
22/01/2001	3.38	15/01/2007	13.315	07/01/2013	32.580002
29/01/2001	3.265	22/01/2007	13.97	14/01/2013	32.91
05/02/2001	3.0125	29/01/2007	14.21	21/01/2013	33.360001
12/02/2001	2.975	05/02/2007	13.9575	28/01/2013	32.98
19/02/2001	2.8375	12/02/2007	13.8725	04/02/2013	31.719999
26/02/2001	3.055	19/02/2007	13.685	11/02/2013	32.959999
05/03/2001	3.2	26/02/2007	12.77	18/02/2013	33.400002
12/03/2001	3.025	05/03/2007	12.78	25/02/2013	34.650002
19/03/2001	3.2025	12/03/2007	12.6475	04/03/2013	35.5
26/03/2001	3.4025	19/03/2007	13.42	11/03/2013	34.490002
02/04/2001	3.3125	26/03/2007	13.885	18/03/2013	36.599998
09/04/2001	3.3275	02/04/2007	13.9375	25/03/2013	39.490002
16/04/2001	3.4	09/04/2007	14.325	01/04/2013	38.889999
23/04/2001	3.375	16/04/2007	14.245	08/04/2013	38.919998
30/04/2001	3.37	23/04/2007	14.745	15/04/2013	40.59

07/05/2001	3.325	30/04/2007	16.1075	22/04/2013	40.16
14/05/2001	3.285	07/05/2007	16.99	29/04/2013	39.189999
21/05/2001	3.255	14/05/2007	18.1075	06/05/2013	38.16
28/05/2001	3.2025	21/05/2007	16.307501	13/05/2013	37.549999
04/06/2001	3.49	28/05/2007	17.6325	20/05/2013	36.240002
11/06/2001	3.485	04/06/2007	17.3675	27/05/2013	37.830002
18/06/2001	3.98	11/06/2007	17.125	03/06/2013	36.880001
25/06/2001	4.0025	18/06/2007	16.719999	10/06/2013	36.48
02/07/2001	4.015	25/06/2007	16.6675	17/06/2013	35.57
09/07/2001	4.1	02/07/2007	16.434999	24/06/2013	39.25
16/07/2001	4.025	09/07/2007	16.08	01/07/2013	39.439999
23/07/2001	4.1	16/07/2007	16.280001	08/07/2013	40.490002
30/07/2001	4.1825	23/07/2007	15.31	15/07/2013	40.779999
06/08/2001	4.0025	30/07/2007	15.65	22/07/2013	43.740002
13/08/2001	4.5075	06/08/2007	14.95	29/07/2013	45.619999
20/08/2001	5.05	13/08/2007	15	05/08/2013	45.799999
27/08/2001	5.6225	20/08/2007	15.9475	12/08/2013	42.709999
03/09/2001	5.325	27/08/2007	16.24	19/08/2013	40.009998
10/09/2001	4.75	03/09/2007	16.285	26/08/2013	38.849998
17/09/2001	4.5	10/09/2007	15.38	02/09/2013	38.59
24/09/2001	5.3475	17/09/2007	15.47	09/09/2013	41.889999
01/10/2001	4.595	24/09/2007	15.2675	16/09/2013	40.650002
08/10/2001	4.9975	01/10/2007	15.5975	23/09/2013	41.060001
15/10/2001	5.0375	08/10/2007	15.67	30/09/2013	41.790001
22/10/2001	4.825	15/10/2007	15.025	07/10/2013	42.380001
29/10/2001	4.4075	22/10/2007	15.625	14/10/2013	41
05/11/2001	4.545	29/10/2007	14.845	21/10/2013	43.139999
12/11/2001	4.6475	05/11/2007	14.6725	28/10/2013	43.419998
19/11/2001	4.525	12/11/2007	15.4	04/11/2013	41.529999
26/11/2001	4.5	19/11/2007	15.175	11/11/2013	42.509998
03/12/2001	4.74	26/11/2007	15.0625	18/11/2013	40.75
10/12/2001	4.5025	03/12/2007	15.6375	25/11/2013	40.799999
17/12/2001	4.6225	10/12/2007	15.6625	02/12/2013	40.939999
24/12/2001	4.6425	17/12/2007	16.3325	09/12/2013	38.560001
31/12/2001	4.745	24/12/2007	16.692499	16/12/2013	38.549999
07/01/2002	4.705	31/12/2007	14.49	23/12/2013	39.610001
14/01/2002	4.975	07/01/2008	14.5025	30/12/2013	38.59
21/01/2002	4.895	14/01/2008	14.7425	06/01/2014	36.68
28/01/2002	4.8	21/01/2008	15.53	13/01/2014	36.16
04/02/2002	4.8375	28/01/2008	16.247499	20/01/2014	34.57
11/02/2002	4.8375	04/02/2008	15.5	27/01/2014	35.529999

18/02/2002	4.8625	11/02/2008	15.115	03/02/2014	35.400002
25/02/2002	5.1775	18/02/2008	14.985	10/02/2014	35.75
04/03/2002	5.6125	25/02/2008	14.545	17/02/2014	35.009998
11/03/2002	5.75	03/03/2008	15.21	24/02/2014	34.75
18/03/2002	6.28	10/03/2008	15.0475	03/03/2014	34.799999
25/03/2002	5.9975	17/03/2008	15.38	10/03/2014	32.529999
01/04/2002	5.51	24/03/2008	15.575	17/03/2014	35.709999
08/04/2002	5.97	31/03/2008	16.932501	24/03/2014	35.330002
15/04/2002	5.895	07/04/2008	16.799999	31/03/2014	35.34
22/04/2002	5.85	14/04/2008	17.094999	07/04/2014	35.98
29/04/2002	5.575	21/04/2008	17.6	14/04/2014	35.970001
06/05/2002	5.6175	28/04/2008	16.932501	21/04/2014	37.189999
13/05/2002	5.745	05/05/2008	16.209999	28/04/2014	35.18
20/05/2002	5.8	12/05/2008	16.5625	05/05/2014	35.25
27/05/2002	5.7	19/05/2008	16.147499	12/05/2014	36.439999
03/06/2002	5.535	26/05/2008	16.772499	19/05/2014	37.27
10/06/2002	5.445	02/06/2008	16.43	26/05/2014	37.200001
17/06/2002	5.13	09/06/2008	16.182501	02/06/2014	37.470001
24/06/2002	5.5725	16/06/2008	16.23	09/06/2014	38.509998
01/07/2002	5.35	23/06/2008	16.73	16/06/2014	39.700001
08/07/2002	4.975	30/06/2008	16.137501	23/06/2014	38.080002
15/07/2002	4.845	07/07/2008	15.3975	30/06/2014	39.48
22/07/2002	4.575	14/07/2008	15.84	07/07/2014	40.52
29/07/2002	4.1475	21/07/2008	16.184999	14/07/2014	41.450001
05/08/2002	4.095	28/07/2008	16.122499	21/07/2014	42.23
12/08/2002	4.25	04/08/2008	16.594999	28/07/2014	40.619999
19/08/2002	4.475	11/08/2008	17.612499	04/08/2014	41.700001
26/08/2002	4.2975	18/08/2008	17.325001	11/08/2014	42.360001
02/09/2002	4.2875	25/08/2008	17.137501	18/08/2014	42.91
09/09/2002	4.1225	01/09/2008	17.33	25/08/2014	41.16
16/09/2002	3.845	08/09/2008	17.24	01/09/2014	40.060001
23/09/2002	3.785	15/09/2008	17.025	08/09/2014	40.119999
30/09/2002	3.7575	22/09/2008	17.4925	15/09/2014	39.450001
07/10/2002	3.775	29/09/2008	16.567499	22/09/2014	39.080002
14/10/2002	3.8725	06/10/2008	13.5125	29/09/2014	39.240002
21/10/2002	4	13/10/2008	14.875	06/10/2014	38.790001
28/10/2002	3.825	20/10/2008	12.5125	13/10/2014	39.450001
04/11/2002	3.7825	27/10/2008	15.325	20/10/2014	40.279999
11/11/2002	3.75	03/11/2008	16.030001	27/10/2014	39.389999
18/11/2002	3.505	10/11/2008	15.675	03/11/2014	38.880001
25/11/2002	3.81	17/11/2008	15.525	10/11/2014	38.009998

02/12/2002	3.75	24/11/2008	15.73	17/11/2014	39.419998
09/12/2002	3.7675	01/12/2008	15.33	24/11/2014	39.110001
16/12/2002	3.75	08/12/2008	14.7675	01/12/2014	37.720001
23/12/2002	3.8125	15/12/2008	14.825	08/12/2014	36.259998
30/12/2002	3.7425	22/12/2008	14.98	15/12/2014	39.759998
06/01/2003	3.7125	29/12/2008	14.9875	22/12/2014	40.799999
13/01/2003	3.6275	05/01/2009	14.3025	29/12/2014	39.77
20/01/2003	3.585	12/01/2009	12.3675	05/01/2015	40.220001
27/01/2003	3.625	19/01/2009	12.0875	12/01/2015	39.16
03/02/2003	3.7	26/01/2009	12.8525	19/01/2015	40.41
10/02/2003	3.7625	02/02/2009	12.4325	26/01/2015	38.139999
17/02/2003	3.775	09/02/2009	11.53	02/02/2015	39.330002
24/02/2003	3.77	16/02/2009	10.6075	09/02/2015	40.619999
03/03/2003	3.7025	23/02/2009	10.7575	16/02/2015	41.810001
10/03/2003	3.775	02/03/2009	11.3125	23/02/2015	42.220001
17/03/2003	3.9175	09/03/2009	12.8325	02/03/2015	40.810001
24/03/2003	3.75	16/03/2009	13.185	09/03/2015	42.5
31/03/2003	3.925	23/03/2009	12.98	16/03/2015	44.209999
07/04/2003	3.825	30/03/2009	13.0125	23/03/2015	42.619999
14/04/2003	3.825	06/04/2009	13.3375	30/03/2015	43.220001
21/04/2003	4.005	13/04/2009	16	06/04/2015	43
28/04/2003	4.04	20/04/2009	16.3375	13/04/2015	42.689999
05/05/2003	4.05	27/04/2009	15.5	20/04/2015	42.360001
12/05/2003	4.21	04/05/2009	16.1875	27/04/2015	41.200001
19/05/2003	4.25	11/05/2009	16.6625	04/05/2015	41.900002
26/05/2003	4.1225	18/05/2009	17.497499	11/05/2015	42.380001
02/06/2003	4.095	25/05/2009	17.5	18/05/2015	41.759998
09/06/2003	4.125	01/06/2009	17.9925	25/05/2015	41.68
16/06/2003	4.4625	08/06/2009	17.33	01/06/2015	40.310001
23/06/2003	4.3975	15/06/2009	17.125	08/06/2015	41.02
30/06/2003	4.3725	22/06/2009	17.85	15/06/2015	40.810001
07/07/2003	4.375	29/06/2009	17.122499	22/06/2015	41.389999
14/07/2003	4.25	06/07/2009	16.275	29/06/2015	41.389999
21/07/2003	4.2125	13/07/2009	17.540001	06/07/2015	42.580002
28/07/2003	4.135	20/07/2009	18.355	13/07/2015	42.5
04/08/2003	4.125	27/07/2009	18.424999	20/07/2015	41.91
11/08/2003	3.9125	03/08/2009	18.549999	27/07/2015	43.23
18/08/2003	4.1825	10/08/2009	18.275	03/08/2015	43.540001
25/08/2003	4.14	17/08/2009	18.5625	10/08/2015	41.799999
01/09/2003	4.275	24/08/2009	19.25	17/08/2015	40.360001
08/09/2003	4.2525	31/08/2009	18.674999	24/08/2015	41.400002

15/09/2003	4.295	07/09/2009	18.48	31/08/2015	42.299999
22/09/2003	4.295	14/09/2009	18.762501	07/09/2015	41.830002
29/09/2003	4.3	21/09/2009	17.799999	14/09/2015	42.529999
06/10/2003	4.2625	28/09/2009	18.375	21/09/2015	41.5
13/10/2003	4.2025	05/10/2009	18.875	28/09/2015	42.540001
20/10/2003	4.1	12/10/2009	19.0725	05/10/2015	44.25
27/10/2003	4.2875	19/10/2009	20.262501	12/10/2015	44.880001
03/11/2003	4.6025	26/10/2009	19.077499	19/10/2015	47.34
10/11/2003	4.95	02/11/2009	19.807501	26/10/2015	46.869999
17/11/2003	4.775	09/11/2009	20.8825	02/11/2015	47.189999
24/11/2003	4.975	16/11/2009	20.4025	09/11/2015	46.900002
01/12/2003	4.7525	23/11/2009	20.700001	16/11/2015	49.040001
08/12/2003	4.91	30/11/2009	22.950001	23/11/2015	46.950001
15/12/2003	5.0825	07/12/2009	22.147499	30/11/2015	46.360001
22/12/2003	5.125	14/12/2009	21.8125	07/12/2015	45.34
29/12/2003	5.3625	21/12/2009	22.684999	14/12/2015	46.310001
05/01/2004	5.425	28/12/2009	21.299999	21/12/2015	46.41
12/01/2004	5.5475	04/01/2010	22	28/12/2015	45.950001
19/01/2004	5.55	11/01/2010	21.897499	04/01/2016	46.560001
26/01/2004	5.3325	18/01/2010	21.9375	11/01/2016	47.18
02/02/2004	5.55	25/01/2010	20.575001	18/01/2016	47.380001
09/02/2004	5.8075	01/02/2010	21.875	25/01/2016	50.66
16/02/2004	5.64	08/02/2010	22	01/02/2016	50.099998
23/02/2004	6.0975	15/02/2010	23.75	08/02/2016	50.41
01/03/2004	5.795	22/02/2010	23.309999	15/02/2016	52.830002
08/03/2004	5.5	01/03/2010	24.9125	22/02/2016	51.73
15/03/2004	5.7025	08/03/2010	25.977501	29/02/2016	52.330002
22/03/2004	5.755	15/03/2010	27.16	07/03/2016	50.34
29/03/2004	6.0725	22/03/2010	26.834999	14/03/2016	51.07
05/04/2004	6.225	29/03/2010	27.6	21/03/2016	51.400002
12/04/2004	6.19	05/04/2010	27.4125	28/03/2016	50.580002
19/04/2004	6.4575	12/04/2010	26.4625	04/04/2016	49.110001
26/04/2004	5.75	19/04/2010	26.7125	11/04/2016	49.150002
03/05/2004	5.7275	26/04/2010	24.6	18/04/2016	50.02
10/05/2004	5.9	03/05/2010	23.8825	25/04/2016	52.450001
17/05/2004	5.7375	10/05/2010	23.924999	02/05/2016	53.450001
24/05/2004	6.115	17/05/2010	22.879999	09/05/2016	54.349998
31/05/2004	5.9125	24/05/2010	23.0275	16/05/2016	55.18
07/06/2004	5.95	31/05/2010	22.805	23/05/2016	55.400002
14/06/2004	6.0075	07/06/2010	23.9575	30/05/2016	54.459999
21/06/2004	6.0625	14/06/2010	25.0375	06/06/2016	53.68

28/06/2004	6.07	21/06/2010	24.305	13/06/2016	55.580002
05/07/2004	5.8875	28/06/2010	23.1325	20/06/2016	55.560001
12/07/2004	5.6675	05/07/2010	24.2575	27/06/2016	58.02
19/07/2004	5.72	12/07/2010	24.192499	04/07/2016	56.790001
26/07/2004	6.0675	19/07/2010	24.415001	11/07/2016	58.77
02/08/2004	5.8825	26/07/2010	23.84	18/07/2016	58.82
09/08/2004	5.8375	02/08/2010	23.325001	25/07/2016	55.889999
16/08/2004	6.0225	09/08/2010	23.127501	01/08/2016	55.560001
23/08/2004	6.11	16/08/2010	22.985001	08/08/2016	55.18
30/08/2004	6.21	23/08/2010	22.745001	15/08/2016	55.16
06/09/2004	6.175	30/08/2010	22.8825	22/08/2016	53.349998
13/09/2004	6.25	06/09/2010	23.182501	29/08/2016	54.880001
20/09/2004	6.3275	13/09/2010	23.5175	05/09/2016	53.52
27/09/2004	6.4375	20/09/2010	23.3675	12/09/2016	51.220001
04/10/2004	6.185	27/09/2010	23.040001	19/09/2016	53.549999
11/10/2004	6.2375	04/10/2010	23.827499	26/09/2016	51.110001
18/10/2004	6.375	11/10/2010	24.215	03/10/2016	51.669998
25/10/2004	6.4975	18/10/2010	23.450001	10/10/2016	51.799999
01/11/2004	6.9825	25/10/2010	23.799999	17/10/2016	51.66
08/11/2004	7.0575	01/11/2010	23.737499	24/10/2016	51.419998
15/11/2004	6.835	08/11/2010	24.5825	31/10/2016	49.669998
22/11/2004	6.87	15/11/2010	25.065001	07/11/2016	49.93
29/11/2004	6.98	22/11/2010	25.102501	14/11/2016	46.549999
06/12/2004	7.0975	29/11/2010	26.2575	21/11/2016	48.57
13/12/2004	7.15	06/12/2010	26.497499	28/11/2016	45.369999
20/12/2004	7.115	13/12/2010	27.004999	05/12/2016	47.360001
27/12/2004	7.04	20/12/2010	26.252501	12/12/2016	45.75
03/01/2005	7.215	27/12/2010	26.3575	19/12/2016	44.540001
10/01/2005	7.4375	03/01/2011	26.467501	26/12/2016	47.009998
17/01/2005	7.43	10/01/2011	26.215	02/01/2017	47.619999
24/01/2005	7.675	17/01/2011	25.48	09/01/2017	46.509998
31/01/2005	8.3875	24/01/2011	26.122499	16/01/2017	45.310001
07/02/2005	8.4875	31/01/2011	24.952499	23/01/2017	47.459999
14/02/2005	8.1025	07/02/2011	24.285	30/01/2017	47.5
21/02/2005	7.8725	14/02/2011	24.459999	06/02/2017	48.439999
28/02/2005	7.875	21/02/2011	23.385	13/02/2017	47.560001
07/03/2005	7.69	28/02/2011	24.33	20/02/2017	46.950001
14/03/2005	7.82	07/03/2011	24.247499	27/02/2017	46.939999
21/03/2005	7.81	14/03/2011	23.9575	06/03/2017	46.52
28/03/2005	7.5	21/03/2011	24.285	13/03/2017	47.32
04/04/2005	7.475	28/03/2011	24.98	20/03/2017	47.57

11/04/2005	7.0475	04/04/2011	25.4825	27/03/2017	46.59
18/04/2005	7.05	11/04/2011	25.4125	03/04/2017	47.02
25/04/2005	7.25	18/04/2011	25.16	10/04/2017	45.279999
02/05/2005	7.7175	25/04/2011	25.4	17/04/2017	46.950001
09/05/2005	7.5275	02/05/2011	25.02	24/04/2017	46.080002
16/05/2005	7.55	09/05/2011	25.040001	01/05/2017	45.139999
23/05/2005	7.6675	16/05/2011	25.709999	08/05/2017	45.84
30/05/2005	7.7875	23/05/2011	27.09	15/05/2017	45.59
06/06/2005	7.85	30/05/2011	27.120001	22/05/2017	44.82
13/06/2005	7.865	06/06/2011	26.889999	29/05/2017	46.380001
20/06/2005	7.8	13/06/2011	27.610001	05/06/2017	45.82
27/06/2005	7.8725	20/06/2011	27	12/06/2017	47.119999
04/07/2005	8.2625	27/06/2011	27.129999	19/06/2017	46.169998
11/07/2005	8.15	04/07/2011	27.9	26/06/2017	45.599998
18/07/2005	8.325	11/07/2011	26.82	03/07/2017	45
25/07/2005	8.7925	18/07/2011	26.85	10/07/2017	46.27
01/08/2005	8.81	25/07/2011	28.209999	17/07/2017	46.619999
08/08/2005	8.7325	01/08/2011	25.450001	24/07/2017	45.119999
15/08/2005	8.765	08/08/2011	24.370001	31/07/2017	43.959999
22/08/2005	8.575	15/08/2011	23.99	07/08/2017	43.540001
29/08/2005	8.28	22/08/2011	24.469999	14/08/2017	43.029999
05/09/2005	8.5975	29/08/2011	24.18	21/08/2017	44.419998
12/09/2005	8.5675	05/09/2011	24.02	28/08/2017	43.369999
19/09/2005	8.4975	12/09/2011	24.799999	04/09/2017	43.32
26/09/2005	8.7825	19/09/2011	24.200001	11/09/2017	44.349998
03/10/2005	8.7475	26/09/2011	26.389999	18/09/2017	42.810001
10/10/2005	8.9975	03/10/2011	27.799999	25/09/2017	43.970001
17/10/2005	8.79	10/10/2011	27.33	02/10/2017	45.830002
24/10/2005	8.8775	17/10/2011	27.43	09/10/2017	45.52
31/10/2005	9.0825	24/10/2011	28	16/10/2017	44.02
07/11/2005	8.82	31/10/2011	27.15	23/10/2017	45.009998
14/11/2005	8.875	07/11/2011	27.68	30/10/2017	45.110001
21/11/2005	8.8	14/11/2011	26.950001	06/11/2017	43.709999
28/11/2005	9.375	21/11/2011	24.92	13/11/2017	43.669998
05/12/2005	9.205	28/11/2011	27.950001	20/11/2017	44.27
12/12/2005	9.11	05/12/2011	28	27/11/2017	43.450001
19/12/2005	9.1975	12/12/2011	27.440001	01/12/2017	43.200001