



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Maestría en Ciencias (Estructuras)



**“METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DINÁMICOS DE UNA ESTRUCTURA DE ACERO ESCALADA DE 4 NIVELES EMPLEANDO LA TRANSFORMADA MUSIC-EWT”**

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de Maestro en Ciencias (Estructuras)

**Presenta:**

Ing. Sergio Martínez de Jesús

**Dirigido por:**

Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez

Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez  
Presidente

  
Firma

Dr. Miguel A. Pérez Lara y Hernández  
Secretario

  
Firma

Dr. Guadalupe Moisés Arroyo Contreras  
Vocal

  
Firma

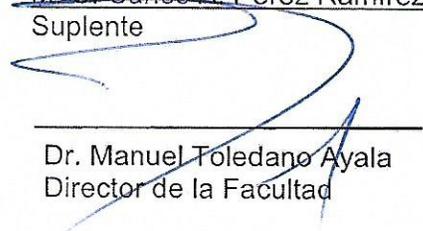
Dr. Jaime Moisés Horta Rángel  
Suplente

  
Firma

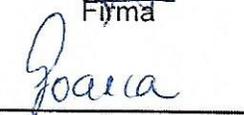
M. C. Carlos A. Pérez Ramírez  
Suplente

  
Firma

Dr. Manuel Toledano Ayala  
Director de la Facultad



Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña  
Secretaria de Posgrado, Investigación e Innovación.

  
Firma



## RESUMEN

Actualmente, el monitoreo estructural es un área de investigación de mucho interés por los investigadores e ingenieros, esto se debe principalmente a la necesidad de ahorrar costos en daños a estructuras y por otra parte para evitar la pérdida de vidas humanas. Un aspecto de gran importancia utilizado en el monitoreo estructural es el cálculo de los parámetros dinámicos o parámetros modales, debido a que si se genera un cambio en éstos se puede detectar algún daño. Para calcular estos parámetros, se debe excitar la estructura haciendo uso de fuentes naturales o artificiales. En este trabajo se presenta una metodología utilizando la técnica MUSIC-EWT para la obtención de parámetros modales tales como frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de una estructura escalada de acero de 4 niveles a partir de vibraciones forzadas provocadas por una fuente artificial. Para validar la metodología propuesta se presenta una tabla comparativa de tres distintos métodos para la obtención de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento en la que los resultados obtenidos muestran que la metodología planteada en esta investigación es capaz de calcular los parámetros dinámicos con una gran exactitud a diferencia de los métodos tradicionales tales como logaritmo decremental y ancho de banda de media potencia. Los resultados obtenidos muestran que la metodología propuesta es eficiente para la estimación de los parámetros modales en estructuras metálicas sometidas a excitaciones forzadas.

**Palabras clave:** Parámetros dinámicos, MUSIC-EWT, vibraciones forzadas, SAP2000.

## SUMMARY

Currently, structural monitoring is an area of research of great interest to researchers and engineers. This is mainly due to the need to save costs on structural damage and on the other hand to avoid loss of human life. One aspect of significant importance used in the structural monitoring is the calculation of the dynamic parameters or modal parameters, because if a change is generated in these can detect some damage. To calculate these parameters, the structure must be excited by using natural or artificial sources. In this work a methodology is presented using the MUSIC-EWT technique to obtain modal parameters such as natural frequencies and damping ratios of a 4-level steel scale structure from forced vibrations caused by an artificial source. To validate the proposed methodology is presented a comparative table of three different methods for obtaining natural frequencies and damping factors in which the results obtained show that the methodology proposed in this research is able to calculate the dynamic parameters with a high accuracy a differs from traditional methods such as decreasing logarithm and half-power bandwidth. The results show that the proposed methodology is efficient for the estimation of the modal parameters in metallic structures subjected to forced excitations.

**Key words:** Dynamic parameters, MUSIC-EWT, forced vibrations, SAP2000.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios y mi familia por su apoyo incondicional, por brindarme la fuerza necesaria en momentos difíciles. Y por estar conmigo a lo largo de mi formación personal y profesional.

A mi asesor Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez y a un gran colaborador M.C. Carlos Pérez Ramírez, por el tiempo y los conocimientos brindados, sin su ayuda este trabajo no hubiera sido concluido.

A los profesores de la DIPFI-UAQ, cuyas enseñanzas han fortalecido mi formación académica.

A mis compañeros de generación, por los momentos compartidos, Paco, Miguel e Iván, gracias chavos, por motivarme a concluir este proyecto.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada con el número 595885, así mismo a la Universidad Autónoma de Querétaro por la oportunidad brindada.

# ÍNDICE GENERAL

RESUMEN.....	II
SUMMARY .....	III
AGRADECIMIENTOS .....	IV
ÍNDICE GENERAL .....	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABLAS .....	X
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 ANTECEDENTES .....	1
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	3
1.3 HIPÓTESIS Y OBJETIVOS .....	4
1.3.1 <i>Hipótesis</i> .....	4
1.3.2 <i>Objetivos</i> .....	5
1.4 JUSTIFICACIÓN .....	6
1.5 PLANTEAMIENTO GENERAL DEL PROBLEMA .....	6
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>8</b>
2.1 ESTRUCTURAS CIVILES .....	8
2.1.1 <i>Modelo matemático de una estructura civil.</i> .....	9
2.2 FRECUENCIA NATURAL .....	10
2.3 FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO.....	10
2.4 SOFTWARE: SAP2000 .....	12
2.5 ALGORITMOS PARA CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS MODALES .....	13
2.5.1 <i>Clasificación Múltiple de Señales-Transformada Empírica Wavelet (MUSIC-EWT).</i> .....	13
2.5.2 <i>Transformada Hilbert</i> .....	14
2.5.3 <i>Curva de ajuste</i> .....	14
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>16</b>
3.1 EQUIPOS Y MATERIALES. ....	17
3.2 CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURA DE ACERO. ....	20
3.3 LOCALIZACIÓN DE SENSORES Y EXCITACIÓN .....	21

3.4	ANÁLISIS TIEMPO-FRECUENCIA.....	23
3.4.1	<i>Calculo de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento.</i> .....	23
3.5	MODELADO DE LA ESTRUCTURA EMPLEANDO SAP2000 .....	26
3.5.1	<i>Particularidades del modelo</i> .....	26
3.5.2	<i>Pasos para generar el modelo</i> .....	26
<b>4.</b>	<b>PRUEBAS Y RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
4.1	VALIDACIÓN CON UNA SEÑAL SINTÉTICA .....	38
4.2	MODELO ANALÍTICO .....	40
4.3	MODELO EXPERIMENTAL .....	41
4.4	DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	45
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS .....</b>	<b>47</b>
5.1	CONCLUSIONES .....	47
5.2	PROSPECTIVAS .....	48
<b>6.</b>	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>49</b>
<b>7.</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>52</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Estructura elegida para análisis. (Johnson et al., 2004).....	3
Figura 1.2. Planteamiento general del problema.....	7
Figura 2.1. Modelo equivalente de un sistema mecánico.....	9
<b>Figura 2.2.</b> Disipación de la vibración ante diferentes factores de amortiguamiento. .....	11
<b>Figura 2.3.</b> Software de análisis SAP2000. ....	12
Figura 3.1 Metodología propuesta.....	16
Figura 3.2 Martillo Kistler para excitación.....	17
Figura 3.3. Sensor 8395A.....	18
Figura 3.4. Tarjeta de Adquisición de Datos .....	19
Figura 3.5. Geometría acotada de estructura.....	20
Figura 3.6. Localización de sensores e impactos en la estructura. ....	22
Figura 3.7. Análisis Tiempo-frecuencia. ....	23
Figura 3.8. Bancos de filtros para separar frecuencias. ....	24
Figura 3.9. Aplicación de la Transformada de Hilbert.....	25
Figura 3.10. Ajuste de curva.....	25
Figura 3.11. Ventana para seleccionar tipo de modelo. ....	27
Figura 3.12. Dimensionamiento del prototipo .....	27
Figura 3.13. Vista 3D de geometría del modelo. ....	28
Figura 3.14. Opciones del Menú Define. ....	28

Figura 3.15. Pasos para definir a) nuevo material y b) tipo de material. ....	29
Figura 3.16. Propiedades del material (Acero A36).....	30
Figura 3.17. Indicaciones para definir secciones.....	30
Figura 3.18. Agregar nueva propiedad.....	31
Figura 3.19. Tipos de sección de acero. ....	31
Figura 3.20. Secciones a) S3x7.5, b) TP 100x100 y c) TS 2x2x1/4. ....	32
Figura 3.21. Asignación de secciones a los elementos Frame.....	33
Figura 3.22. Selección de sección a asignar.....	33
Figura 3.23. Definición de área .....	34
Figura 3.24. Propiedades de sección Área.....	34
Figura 3.25. Proceso de asignación de carga a las áreas.....	35
Figura 3.26. Asignación de carga uniforme a las áreas .....	35
Figura 3.27. Definición de masas para el sistema.....	36
Figura 4.1. Señal de estudio.....	39
Figura 4.2. Formas modales obtenidas del MEF.....	41
Figura 4.3. Espectros de Frecuencias dirección x, y, z. ....	42
Figura 4.4. Espectros de frecuencias con bancos de filtros. ....	43
Figura 4.5. Envolvente de la transformada de Hilbert para la primera frecuencia .	44
Figura 4.6. Curva de ajuste de la primera frecuencia.....	44
Figura 7.1. Dibujos estructurales, plantas y elevaciones de estructura.....	52
Figura 7.2. Detalles de vigas con sus placas de conexión. ....	53

Figura 7.3. Detalles de columnas con sus placas de conexión. ....	54
Figura 7.4. Detalles de placas de conexión.....	55
Figura 7.5. Fabricación de piezas en taller.....	56
Figura 7.6. Montaje de la estructura.....	57
Figura 7.7. Instrumentación de estructura con acelerómetros.....	58
Figura 7.8. (a) Excitación, (b) Tarjeta de Adquisición y (c) Visualización de señal. .....	59

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Propiedades del martillo de excitación. ....	17
Tabla 3.2. Propiedades del sensor de medición.....	18
Tabla 3.3. Perfiles de acero empleados en la construcción de la estructura.....	21
Tabla 4.1 Parámetros para modo.....	38
Tabla 4.2. Parámetros dinámicos calculados para la señal sintética. ....	40
Tabla 4.3. Frecuencias obtenidas del MEF.....	40
Tabla 4.4. Parámetros dinámicos obtenidos con la metodología propuesta. ....	45
Tabla 7.1. Frecuencias obtenidas en dirección "x".....	66
Tabla 7.2. Frecuencias obtenidas en dirección "y".....	67
Tabla 7.3. Factores de amortiguamiento obtenidos en direcciones "x" y "y". ....	68

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

Las estructuras civiles juegan un papel fundamental en una nuestra vida diaria, ya que en estas vivimos, trabajamos y nos permiten trasladar de un lado a otro. Sin embargo, a lo largo de su vida útil éstas sufren constantes daños debidos a diferentes causas tales como corrosión, fatiga, ataques producidos por cargas accidentales, así como por desastres naturales tales como terremotos, huracanes, viento, entre otras (Pérez Ramirez, 2014).

Un tópico muy importante en el monitoreo de la integridad estructural es la estimación de los parámetros modales tales como frecuencias naturales y factores de amortiguamiento a partir de las vibraciones adquiridas de la estructura, ya que estos parámetros nos permiten observar las características dinámicas de la misma (Pérez Ramirez, 2014). La estimación exacta de estos parámetros juega un papel muy importante, ya que estos permiten actualizar un modelo analítico, evaluar la condición de la estructura, control de vibraciones, entre otras. Por lo tanto, un sistema capaz de estimarlos con exactitud es indispensable.

### 1.1 Antecedentes

En los últimos años, las técnicas avanzadas de procesamiento de señal de tiempo-frecuencia tales como la transformada wavelet (WT)(Yan y Miyamoto, 2006; Adeli y Jiang, 2009; Qiao et al., 2012; Dai et al., 2015; Hsu, 2015; Amezquita-Sanchez et al., 2017) diseñada para analizar señales no lineales y no estacionarias ha sido empleada para identificar parámetros modales de estructuras civiles. A nivel

internacional diferentes trabajos han sido publicados referentes a la estimación de los parámetros modales de estructuras civiles. Sin embargo, Perez-Ramirez et al. (2016) realizaron una revisión exhaustiva de las principales técnicas de procesamiento empleadas para la estimación de estos parámetros (Transformada Wavelet, Transformada Hilbert-Huang, Transformada MUSIC, entre otras). A pesar de que es un tema de gran relevancia, los autores concluyeron que actualmente no existe una técnica capaz de estimar los parámetros modales con gran exactitud.

A nivel local, en la facultad de ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro se han desarrollado varios proyectos de investigación respecto al tema de vibraciones en estructuras civiles. Por ejemplo, Paz (2009) diseñó y elaboró una armadura tridimensional de aluminio de 3 cubos para estimar sus frecuencias naturales de forma analítica y experimental empleando un modelo de elemento finito y la transformada de Fourier, respectivamente. Chávez (2010) amplió la estructura hecha por Paz en 2009 a una estructura de 5 cubos con el objetivo de someterla a daños estructurales. Empleando la transformada de Fourier observó que las frecuencias naturales tienden a cambiar debido al daño en la estructura. Empleando la misma estructura de 5 cubos, Amezquita-Sanchez (2012) propuso una metodología basada en procesamiento de señales tiempo-frecuencia para la detección y localización de diversas fallas en la estructura. Gallardo (2012) realizó la identificación y localización de corrosión en la armadura de 5 cubos combinando las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de la estructura. Pérez Ramirez (2014) empleó un análisis tiempo-frecuencia para estimar los parámetros modales de la cafetería de la facultad de ingeniería campus San Juan del Río de la UAQ. Como se observa el monitoreo de estructuras es una línea de investigación en crecimiento; sin embargo, hace falta analizar estructuras que se aproximen a la realidad, además de técnicas de procesamiento de señales avanzadas que sean capaces de trabajar señales no lineales y con alto nivel de ruido como las presentes en las estructuras civiles de mayor escala con el fin de estimar los parámetros modales de estas con gran exactitud.

Recientemente, Amezquita-Sanchez y Adeli, (2015) propusieron una técnica de procesamiento de señales llamada MUSIC-EWT, la cual es capaz de analizar señales embebidas en alto nivel de ruido y aislar las frecuencias de ruido con alta precisión, especialmente las frecuencias estrechamente espaciadas. Por estas razones, la presente Tesis se enfocará en generar un método basado en el uso de esta técnica de procesamiento para determinar las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de una estructura de acero de 4 pisos, el cual permite el intercambio de elementos de una manera fácil, ya que todo está atornillado, como se observa en el modelo de referencia en la Figura 1.1.



**Figura 1.1.** Estructura elegida para análisis. (Johnson et al., 2004).

## **1.2 Descripción del problema**

El determinar las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de una estructura civil son de gran importancia a la hora de hacer el diseño estructural, ya que el uso adecuado de estos parámetros dinámicos permite al ingeniero estructural

brindar una estructura segura y confortable al usuario, disminuyendo los efectos vibratorios de la estructura al ser sometida a excitaciones debidas a las cargas vivas o accidentales.

El análisis de vibraciones para la obtención de los parámetros modales de una estructura es una de las áreas de mayor crecimiento en los últimos años, ya que su obtención requiere del uso de una técnica capaz de procesar señales embebidas en un alto nivel de ruido. En particular, existen dos formas de obtener los parámetros modales: Una es a partir de los modos individuales de la señal, mientras que la otra es a partir de la gráfica del espectro de potencia. El trabajo de Amézquita-Sánchez y Adeli, (2015) menciona que la forma más eficiente para obtener los parámetros modales (frecuencias naturales y factores de amortiguamiento) de una estructura civil es a partir de sus modos individuales; sin embargo, la estimación del factor de amortiguamiento representa un reto debido a su valor tan bajo, generalmente 2-3%, y a la cantidad de ruido contenida en la señal, la cual afecta drásticamente su estimación. Adicionado a lo antes mencionado, la estimación del factor de amortiguamiento se realiza de forma experimental, ya que este valor no puede ser calculado de forma analítica, lo que constituye un reto extra, pues este valor depende mucho de la señal procesada. Por otro lado, las frecuencias naturales representan el valor al que vibrara una estructura infinitamente produciéndole algún daño; por lo tanto, estas deben ser estimadas con la mayor exactitud posible. Por estas razones, se requiere de un método capaz de obtener las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento ante las condiciones antes mencionadas.

## **1.3 Hipótesis y Objetivos**

### **1.3.1 Hipótesis**

Mediante el uso de la técnica MUSIC-EWT se puede generar una metodología que permita realizar la estimación correcta de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento en una estructura de acero.

## 1.3.2 Objetivos

### 1.3.2.1 Objetivo General

Desarrollar una metodología que permita estimar las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de una estructura a partir de las vibraciones causadas por excitaciones forzadas.

### 1.3.2.2 Objetivos Particulares

- a) Construir una estructura escalada de acero de 4 pisos basada en la Figura 1.1, e instrumentarla en puntos estratégicos con acelerómetros para obtener mediciones de vibración.
- b) Desarrollar un modelo de elemento finito de la estructura propuesta empleando el software de análisis estructural SAP2000 para obtener las frecuencias naturales de la estructura analíticamente para comparar los resultados experimentales con los resultados simulados en dicho modelo.
- c) Realizar la programación de la MUSIC-EWT y la transformada Hilbert, empleando un software de simulación numérico tal como MATLAB, para verificar su correcto funcionamiento.
- d) Estimar las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de forma experimental empleando la metodología propuesta y la base de datos capturadas en el objetivo (a) con el fin de cotejarlas con el modelo analítico generado en el objetivo (b).

## **1.4 Justificación**

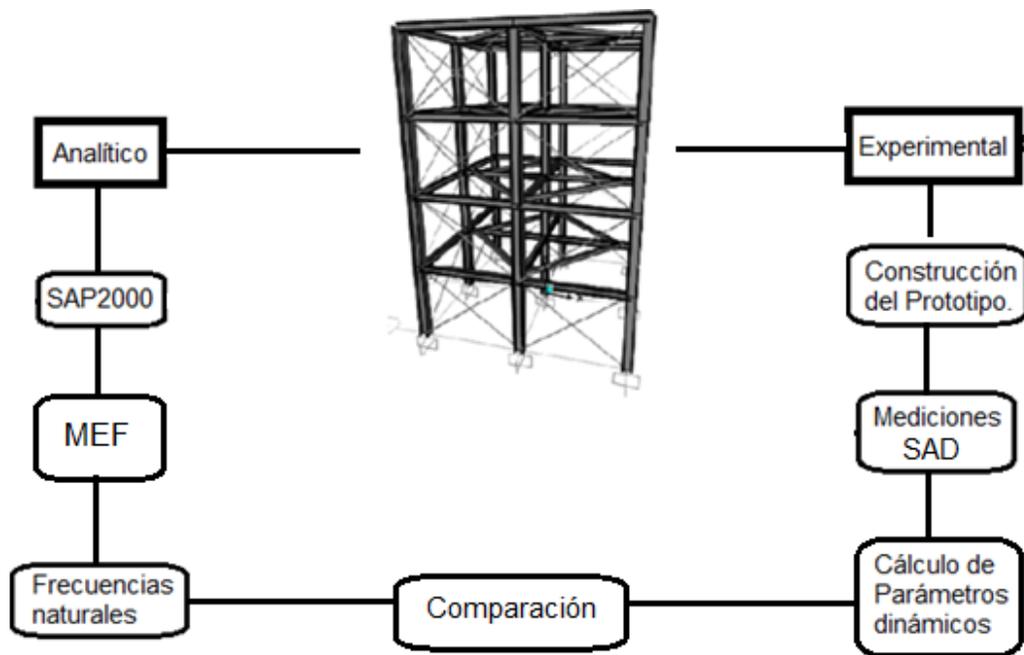
En los últimos años, el área del monitoreo estructural para edificios y construcciones ha cobrado un notable auge debido, en parte, al desarrollo de nuevas tecnologías de sensores (Pérez-Ramírez, 2014). Este desarrollo ha permitido que los sensores tengan una mayor capacidad de detección de movimientos sutiles, tales como las vibraciones. Además, esto ha ocasionado que diversos investigadores puedan proponer nuevas metodologías capaces de detectar características que permitan conocer el comportamiento dinámico de las estructuras bajo diversas condiciones.

En este sentido, el cálculo de los parámetros modales, en particular las frecuencias naturales y los factores de amortiguamiento, permite conocer el comportamiento dinámico de las estructuras, ya que son usados para el diseño sísmico de éstas (Young y Adeli, 2014). Dado que las señales adquiridas tienen como principal característica el tener una relación señal a ruido muy baja, es decir, el nivel de ruido en la señal es muy elevado, resulta de vital importancia el desarrollar nuevas metodologías capaces de procesar las señales para obtener los parámetros modales de manera confiable y precisa.

## **1.5 Planteamiento general del problema**

La Figura 1.2 muestra un diagrama esquemático de los pasos en general para el desarrollo de esta investigación, el cual están basados en dos etapas: por un lado, se analizará la estructura de forma analítica utilizando el método de elemento finito con apoyo del programa SAP2000 para obtener las frecuencias naturales, y por el otro, la parte experimental, donde se construirá en acero, instrumentará con sensores (acelerómetros) y excitará la estructura para obtener mediciones de vibraciones forzadas. La señal medida será transferida a la PC a través del sistema de adquisición de datos para su posterior procesamiento empleando el software MATLAB. Finalmente, los parámetros modales obtenidos tanto experimental como

analítico son comparados con el fin de validar la metodología propuesta en esta investigación.



**Figura 1.2.** Planteamiento general del problema.

# Capítulo 2

## MARCO TEÓRICO

Como se mostró en el capítulo anterior, este trabajo se basa en la construcción, instrumentación, excitación y monitoreo de una estructura escalada de 4 pisos para la identificación de sus parámetros dinámicos (frecuencias naturales y factores de amortiguamiento). En este capítulo se presenta una breve revisión del estado del arte, así como las herramientas matemáticas necesarias para el desarrollo de la investigación.

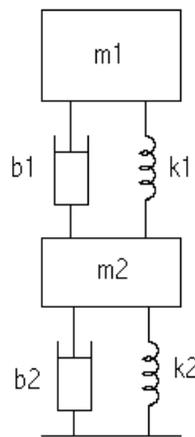
### 2.1 Estructuras Civiles

Una estructura civil es un conjunto que sirve a una función de ingeniería. Las estructuras civiles se refieren a estructuras en ingeniería civil. Ejemplos típicos de estructuras civiles son edificios, puentes, torres, estadios, túneles, presas, carreteras, ferrocarriles y tuberías (Xu y He, 2017). Las estructuras civiles son omnipresentes en toda sociedad, independientemente de su cultura, religión, ubicación geográfica o desarrollo económico (Glisíe e Inaudi 2007; Xu y He, 2017). Es difícil imaginar una sociedad sin edificios, carreteras, ferrocarriles, puentes, túneles, represas y centrales eléctricas.

Los sistemas estructurales de los edificios también se han desarrollado dramáticamente y han evolucionado. Los componentes básicos de un edificio incluyen un sistema resistente a la carga vertical, un sistema de resistencia a la carga horizontal, un sistema de suelo, juntas estructurales y sistemas de disipación de energía (Khan et al., 1980; Xu y He, 2017).

### 2.1.1 Modelo matemático de una estructura civil.

Cualquier sistema mecánico o estructura civil es modelado por medio de resortes, masas y amortiguadores como se muestra en la Figura 2.1, donde los amortiguadores absorben la energía o son capaces de disipar la vibración de un sistema, los resortes simulan la rigidez y las masas el peso propio o cargas externas al sistema (Chopra, 2014).



**Figura 2.1.** Modelo equivalente de un sistema mecánico.

Una estructura está representada por la ecuación general de movimiento, que regula el equilibrio dinámico entre las fuerzas externas, elástica, la inercia y el amortiguamiento que actúan sobre la estructura descrita por la Ecuación (2.1).

$$M \ddot{x}(t) + C \dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (2.1)$$

donde **M**, **C** y **K** son las matrices de masa, amortiguamiento y de rigidez, respectivamente.  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ ,  $x$  y  $F$  representan los vectores de aceleración, velocidad, posición y fuerzas aplicadas al sistema, respectivamente. Es importante mencionar

que, si la estructura sufre un cambio en su masa o rigidez, los parámetros de la estructura pueden cambiar simultáneamente.

## 2.2 Frecuencia Natural

La frecuencia natural es conocida por ser la frecuencia a la que un sistema mecánico seguirá vibrando, después que se quita la señal de excitación. Al aplicar una energía a un sistema masa-resorte el sistema vibrará a su frecuencia natural y el nivel de vibración dependerá de la fuente de energía y de la absorción inherente al sistema (Chopra, 2014).

Basándose en la ecuación (2.1), la frecuencia natural ( $\omega_n$ ) de un sistema es la raíz cuadrada de la rigidez (K) entre la masa (M), como se muestra en la Ecuación (2.2):

$$\omega_n = \sqrt{KM^{-1}} \quad (2.2)$$

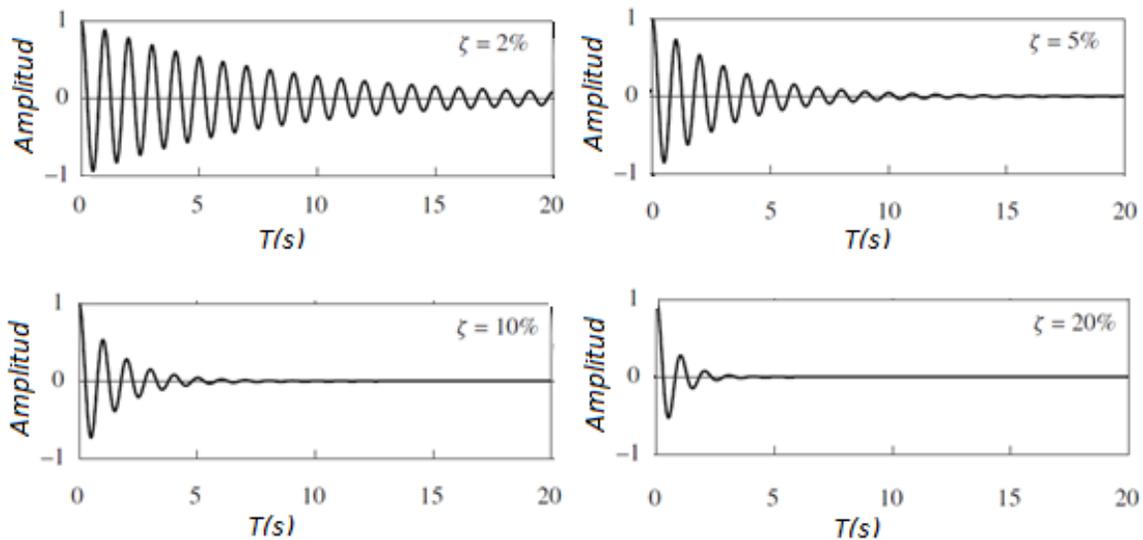
Observando la Ecuación (2), es evidente que, si la rigidez o la masa del sistema sufren un cambio, la frecuencia natural también cambiará. Para el presente trabajo, se emplea un modelado de elemento finito y la transformada MUSIC-EWT para la estimación de las frecuencias naturales de forma analítica y experimental, respectivamente.

## 2.3 Factor de Amortiguamiento

El factor de amortiguamiento es un parámetro fundamental en el campo de las vibraciones, ya que este indica que tan capaz es un sistema estructural de mitigar o disipar las vibraciones (Irwin y Graf, 1979).

El valor típico de factor de amortiguamiento de las estructuras civiles se encuentra entre 0 y 0.2 ó 0-20% (Chopra, 2014). La Figura 2.2 muestra un ejemplo de la disipación de la vibración ante diferentes factores de amortiguamiento, en la cual se

observa que entre mayor sea el factor de amortiguamiento, la vibración se disipa más rápido.



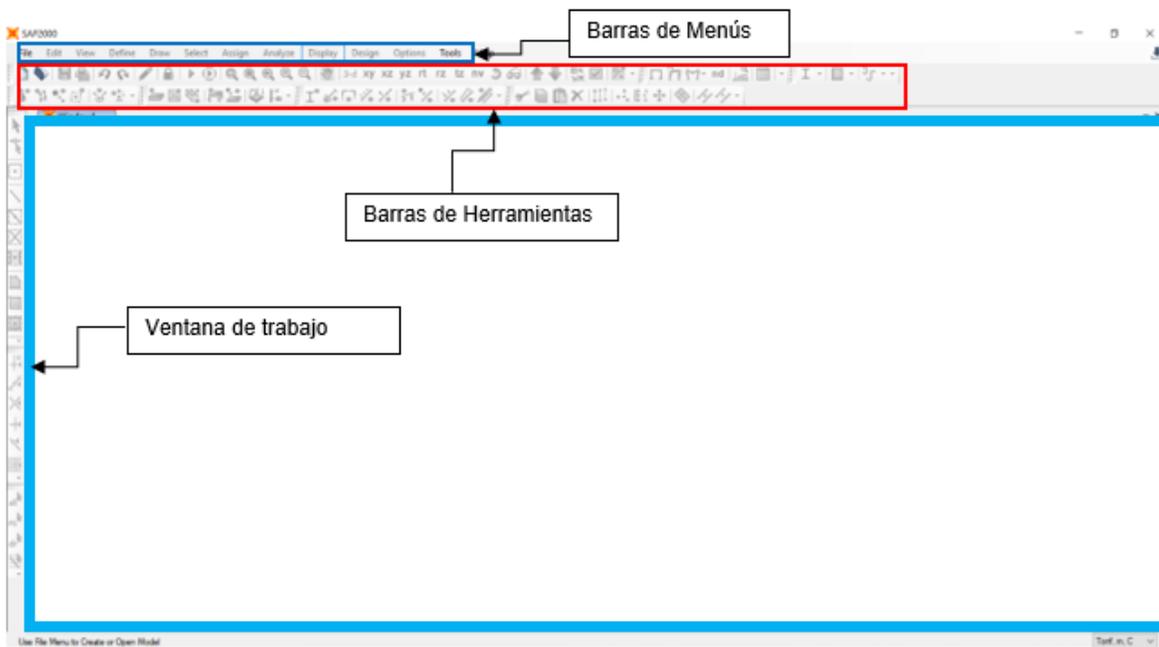
**Figura 2.2.** Disipación de la vibración ante diferentes factores de amortiguamiento.

Las estructuras civiles son incapaces de poder disipar la vibración eficientemente ya que estas en su realidad presenta un valor no mayor al 3% de factor de amortiguamiento. Este valor al ser tan pequeño representa un reto su estimación con exactitud, ya que la señal que se mide experimentalmente contiene características no estacionarias y ruido, lo que dificulta su correcta estimación. Es muy importante mencionar que este valor solamente puede ser calculado de forma experimental, ya que de forma analítica no es posible debido a que en los software de elemento finito este valor es asignado por el usuario, siendo un 5% el valor típico (Chopra, 2014). Por lo tanto, es de mucha importancia calcular este valor de forma experimental con el objeto de tener un valor real de este parámetro. Para el presente trabajo se emplea la transformada MUSIC-EWT y la Transformada Hilbert para la estimación de los factores de amortiguamiento.

## 2.4 Software: SAP2000

SAP2000 es un software empleado para el cálculo estructural basado en el método de elementos finitos. El software cuenta con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, la modelación, análisis y diseño del más amplio conjunto de problemas de ingeniería de estructuras.

Para la realización de esta investigación se apoya en este software para la modelación de la estructura con la finalidad de obtener sus parámetros modales (frecuencias naturales). En la Figura 2.3 se puede observar el área de trabajo del programa, la cual consta de una barra de Menús para manipular todo lo que se hace dentro del mismo, se encuentran las barras de herramientas en la parte superior e izquierda de la pantalla, y por último el cuadro azul es la ventana de trabajo donde se visualiza el modelo.



**Figura 2.3.** Software de análisis SAP2000.

## 2.5 Algoritmos para cálculo de los parámetros modales

### 2.5.1 Clasificación Múltiple de Señales-Transformada Empírica Wavelet (MUSIC-EWT).

Propuesto por Amézquita-Sánchez y Adeli, (2015), MUSIC-EWT es un nuevo algoritmo adaptativo capaz de analizar las señales no estacionarias y no lineales embebidas en ruido de manera eficiente. El algoritmo MUSIC-EWT descompone la respuesta monitoreada en componentes individuales, cada una corresponde con una sola frecuencia, el cual es considerado como un modo de vibración individual de la estructura analizada. El algoritmo MUSIC-EWT está basado en dos pasos: primeramente, el algoritmo MUSIC es empleado para estimar las frecuencias contenidas, las cuales corresponden con las frecuencias naturales de la estructura, y construir los límites apropiados para crear el banco de filtros para ser descompuesto por el algoritmo EWT.

Una vez estimadas las frecuencias contenidas en la señal, así como los límites de los filtros, la señal en tiempo  $x(t)$  es descompuesta en diferentes bandas de frecuencia, cada una con una sola componente frecuencial, a través del algoritmo EWT y definidas por:

$$W_f^{\mathcal{E}}(n,t) = F^{-1}(x(\omega)\psi_n(\omega)) \quad (2.3)$$

$$W_f^{\mathcal{E}}(0,t) = F^{-1}(x(\omega)\phi_n(\omega)) \quad (2.4)$$

donde  $W_f^{\mathcal{E}}(n,t)$  y  $W_f^{\mathcal{E}}(0,t)$  representa los coeficientes de los detalles y aproximaciones, respectivamente. Estos coeficientes son obtenidos multiplicando la señal analizada en el dominio de la frecuencia  $x(\omega)$  con los filtros empíricos wavelet pasa-banda  $\psi_n(\omega)$  y pasa-bajas  $\phi_n(\omega)$ , respectivamente.  $F^{-1}$  denota la transformada inversa de Fourier.

## 2.5.2 Transformada Hilbert

La transformada Hilbert (HT) de una señal en tiempo  $x(t)$  es definida como la evolución de la señal  $x(t)$  con la función  $1/t$  como sigue (Hilbert, 1912):

$$HT[x(t)] = y(t) = \frac{1}{\pi} * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2.5)$$

Por lo tanto, una señal analítica  $z(t)$  compuesta por la señal en tiempo  $x(t)$  y su HT,  $y(t)$ , es definida como sigue:

$$z(t) = x(t) + jy(t) = A(t)e^{j\theta(t)} \quad (2.6)$$

donde  $j$  denota la parte imaginaria de  $z(t)$ ,  $A(t)$  y  $\theta(t)$  son la señal envolvente de la señal  $x(t)$  y la fase instantánea de la señal  $x(t)$ , respectivamente. Tal que, la señal analítica  $z(t)$  proporciona un método para la determinación de la amplitud instantánea o envolvente  $A(t)$  esta puede ser empleada para relacionarla con la determinación del factor de amortiguamiento de cada mono-componente estimado por las Ecuaciones (2.3) y (2.4). En términos de  $x(t)$  y su HT, la envolvente es definida como:

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (2.7)$$

## 2.5.3 Curva de ajuste

La curva de ajuste o regresión lineal es empleada para asemejar la amplitud instantánea de cada mono-componente obtenida por la Ecuación (2.7), en una ecuación que permita estimar información de esta amplitud. Para este trabajo de tesis se elige una curva de ajuste de decremento exponencial debido al tipo de

excitación impuesta sobre la estructura (excitación forzada) y amplitudes instantáneas estimadas y se define matemáticamente como:

$$f(t) = Ae^{bt} \quad (2.8)$$

donde A es la amplitud de la envolvente ajustada y b es el valor de potencia de la función de la decadencia exponencial obtenida a partir de la regresión lineal. Este valor, b, es empleado para el cálculo del factor de amortiguamiento como:

$$\zeta = \frac{-b}{2\pi\omega} \quad (2.9)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia natural de cada componente estimada por el algoritmo MUSIC.

# Capítulo 3

## METODOLOGIA

En este capítulo se presenta la metodología propuesta para la obtención de los parámetros dinámicos a partir de (1) modelo experimental, mediante mediciones de vibraciones forzadas y (2) modelo analítico utilizando el software de análisis y diseño SAP2000, resumida en la Figura 3.1. Como se puede observar, la parte experimental se divide en cuatro etapas, (A) Construcción del prototipo, (B) Sistema de Adquisición de Datos, (C) Análisis Tiempo-Frecuencia y (D) Cálculo de parámetros Dinámicos. Mientras que la parte analítica solo se conforma de la realización del modelo y la obtención de las frecuencias naturales, finalmente se hace una comparación de los resultados obtenidos en cada caso.

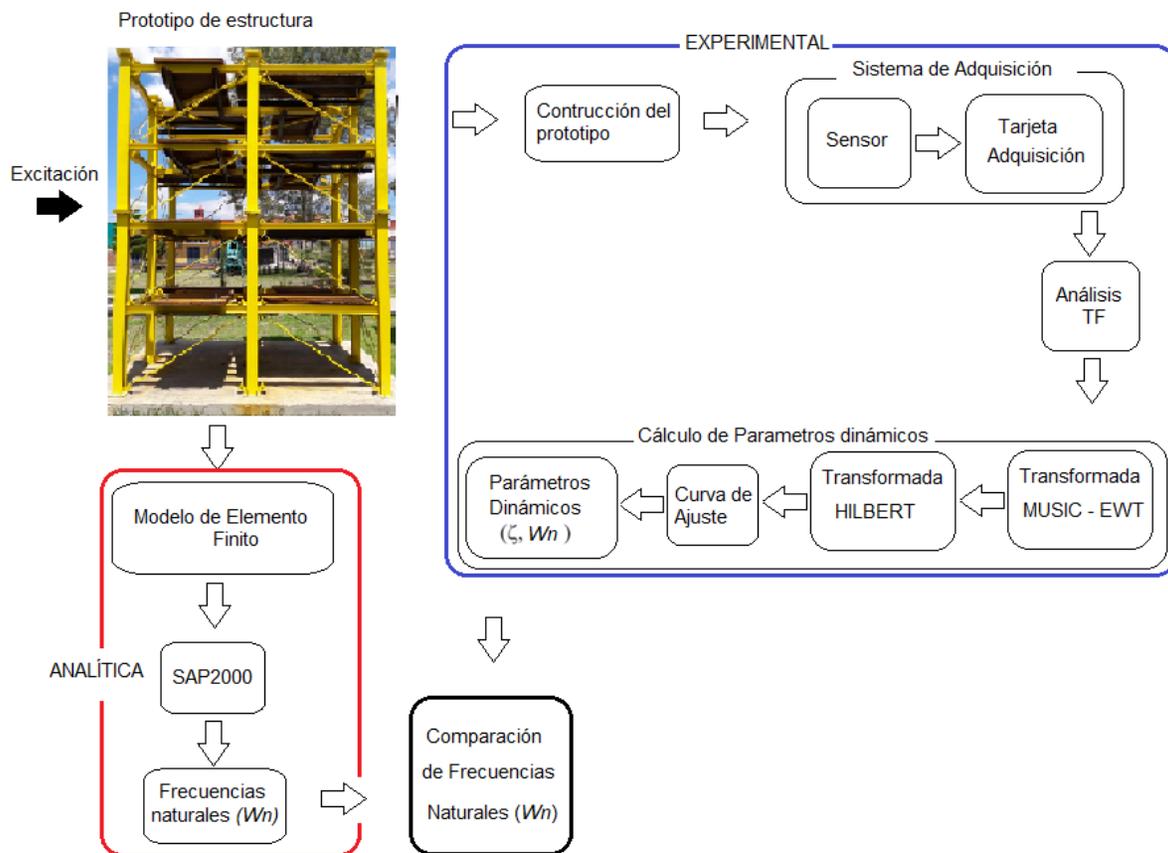


Figura 3.1 Metodología propuesta.

En las siguientes secciones se describen detalladamente cada caso con sus respectivas etapas.

### 3.1 Equipos y materiales.

Los equipos que se utilizan en la parte experimental son un martillo para la excitación de la estructura, sensores para detectar las vibraciones, una tarjeta de adquisición de señal y un equipo de cómputo para el procesamiento de datos. A continuación, se describen estos equipos.

#### a) Martillo

El martillo mostrado en la Figura 3.2 se utiliza para excitar la estructura. Este es de la marca Kistler, modelo 9728A20000. En la Tabla 3.1 se mencionan algunas de sus características.



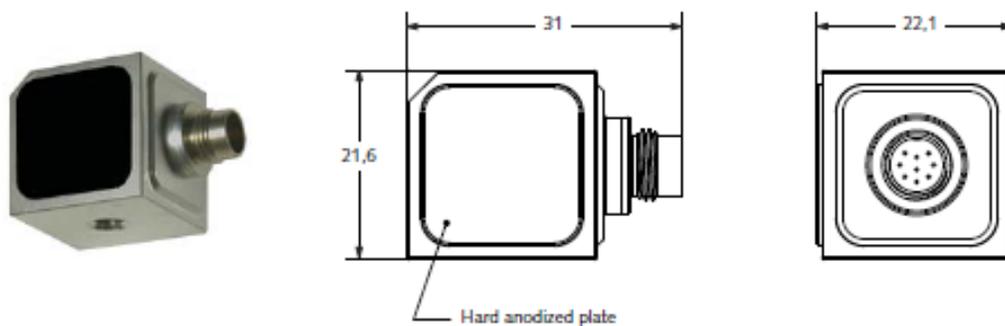
**Figura 3.2** Martillo Kistler para excitación.

**Tabla 3.1.** Propiedades del martillo de excitación.

Propiedad	Valor
Rango de Frecuencia	0-1 kHz
Longitud del mango	34.3 cm.
Masa	750 gr.

## b) Sensor

El sensor empleado para realizar la medición de la vibración de la estructura es el modelo 010ATTA00 de la familia 8395A, marca KISTLER mostrado en la Figura 3.3, este es un acelerómetro triaxial de alta sensibilidad y bajo ruido que mide simultáneamente la aceleración y/o la vibración de baja frecuencia (desde 0 hasta 1 KHz) en tres ejes mutuamente perpendiculares (x, y, z). Utiliza un elemento de detección de capacitancia variable del Sistema Micro-Electro-Mecánico (MEMS) de silicio. Las características del acelerómetro se muestran en la Tabla 3.2.



**Figura 3.3.** Sensor 8395A.

**Tabla 3.2.** Propiedades del sensor de medición.

Propiedad	Valor
Rango de medición en 0-1 kHz (máx.)	
Rango de medición	$\pm 10g$
Salida	Analógica $\pm 4$ Volts

### c) Tarjeta de adquisición de Datos

La tarjeta mostrada en la Figura 3.4 es empleada para adquirir y transmitir la información medida por los sensores por medio del protocolo USB a la computadora. Esta tarjeta tiene un tope máximo de 250 kHz con 16 canales analógicos y 8 digitales, una capacidad de recibir  $\pm 10$  Volts. La información es convertida en una señal digital a través de un convertidor analógico-digital de 16 bits.



**Figura 3.4.** Tarjeta de Adquisición de Datos

### d) Equipo de cómputo.

Para realizar el procesamiento de la información adquirida se utiliza una Laptop marca Dell, modelo Inspiron 15 7000 Series. Con un procesador Intel Core i7, una RAM de 8 GB y un sistema operativo de 64 bits.

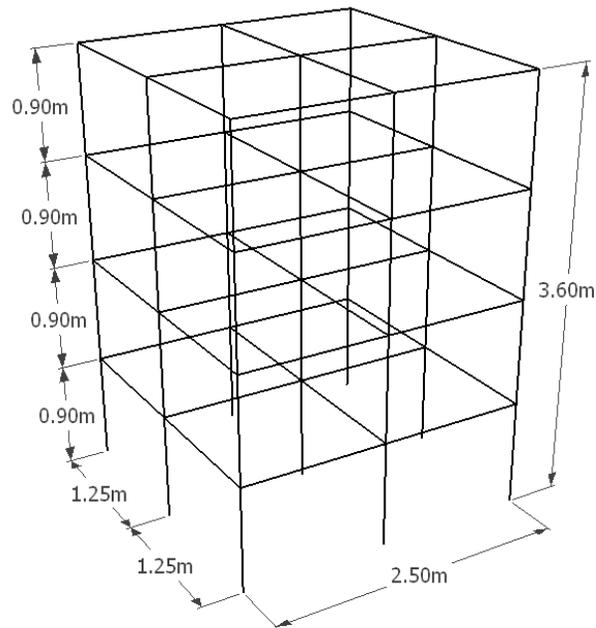
### 3.2 Construcción de estructura de acero.

Para construir el prototipo utilizado en la experimentación se llevan a cabo las siguientes actividades:

- i. Elección de estructura
- ii. Elaboración de planos estructurales y de taller.
- iii. Fabricación de piezas en taller
- iv. Construcción de cimentación
- v. Montaje de estructura.

La estructura se elige debido a que presenta muchas posibilidades de conexión, lo cual es favorable para propósitos de experimentación. El diseño elegido es ilustrado en la Figura 1.1.

La estructura se fabrica con acero A36, teniendo 4 niveles con las siguientes dimensiones: 2.5m de largo por 2.5m de ancho y una altura de entrepiso de 0.9 m para obtener una altura total de 3.6m como se muestra en la Figura 3.5. En la Tabla 3.3 se muestran las propiedades de los perfiles requeridos para fabricarla.



**Figura 3.5.** Geometría acotada de estructura.

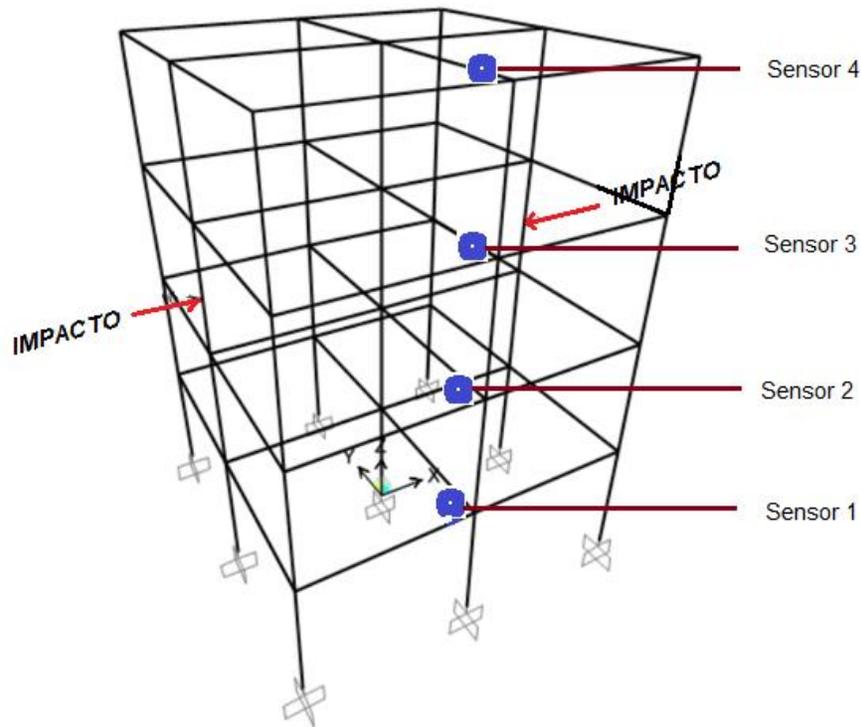
Una vez elegida la estructura, se realizaron los planos en AutoCAD donde se indicaban las medidas exactas de los perfiles y los detalles de conexión para después enviarlos al taller de herrería donde fueron fabricados. Al mismo tiempo se construye la cimentación para fijar la estructura y finalmente se hace el montaje de la misma. Todo este proceso se muestra en el apartado ANEXOS al final del documento.

**Tabla 3.3.** Perfiles de acero empleados en la construcción de la estructura.

<b>Propiedad</b>	<b>Columna</b>	<b>Vigas</b>	<b>Diagonales</b>
Sección	TP 100x100x5	S 3X5.7	TS 2x2x1/4
Área(m <sup>2</sup> )	1.394x10 <sup>-3</sup>	1.077x10 <sup>-3</sup>	1.026x10 <sup>-3</sup>
I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )	2.476x10 <sup>-6</sup>	1.049x10 <sup>-6</sup>	3.188x10 <sup>-7</sup>
I <sub>z</sub> (m <sup>4</sup> )	1.008x10 <sup>-7</sup>	1.894x10 <sup>-7</sup>	3.188x10 <sup>-7</sup>
J (m <sup>4</sup> )	1.037x10 <sup>-8</sup>	1.665x10 <sup>-8</sup>	5.661x10 <sup>-7</sup>
E (Pa)	2x10 <sup>11</sup>	2x10 <sup>11</sup>	2x10 <sup>11</sup>
G (Pa)	E/2.6	E/2.6	E/2.6
ρ (kg/cm <sup>3</sup> )	7800	7800	7800
Piezas	18	48	16

### 3.3 Localización de sensores y excitación

Una vez construida la estructura, se procede a instrumentarla con los acelerómetros para después excitarla con el martillo, en la Figura 3.6 se observan los puntos donde se colocan los sensores y lugares específicos de impacto.



**Figura 3.6.** Localización de sensores e impactos en la estructura.

Es importante mencionar que para la excitación solo se impacta el martillo manualmente sobre la estructura sin tomar en cuenta la fuerza de impacto ya que la finalidad es solo hacerla vibrar y medir la señal obtenida con el sistema de adquisición, el cual consta de los sensores, tarjeta de adquisición y la interfaz de comunicación descritos en la sección 3.1. Adicionalmente la ubicación de los sensores es aleatoria, ya que los parámetros a medir son globales y se puede medir en cualquier parte de la estructura con excepción de los apoyos.

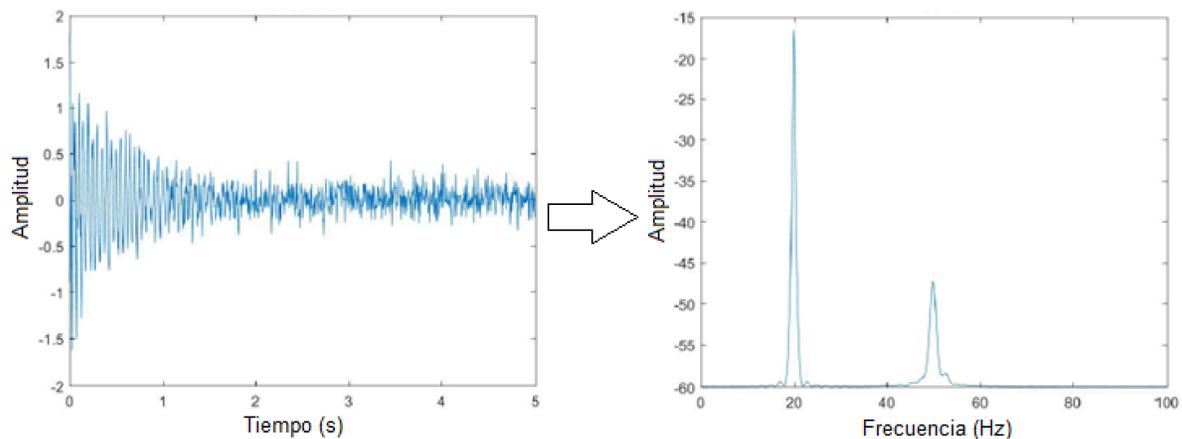
Cabe mencionar que para obtener un resultado fiable se hacen 10 pruebas de impacto, 5 excitando a la estructura en una columna central-lateral y 5 más en la columna opuesta al primer caso (ver Figura 3.6). Para cada prueba se hace el tratamiento de señales y se obtienen los parámetros dinámicos, al final se promedian para obtener un resultado más certero.

### 3.4 Análisis Tiempo-Frecuencia

El siguiente paso de la metodología propuesta en la Figura 3.1 es la aplicación de la transformada tiempo-frecuencia con la finalidad de revisar el espectro tiempo-frecuencia (TF) de la respuesta de la señal obtenida con el sistema de adquisición y así poder obtener los parámetros modales de la estructura.

#### 3.4.1 Cálculo de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento.

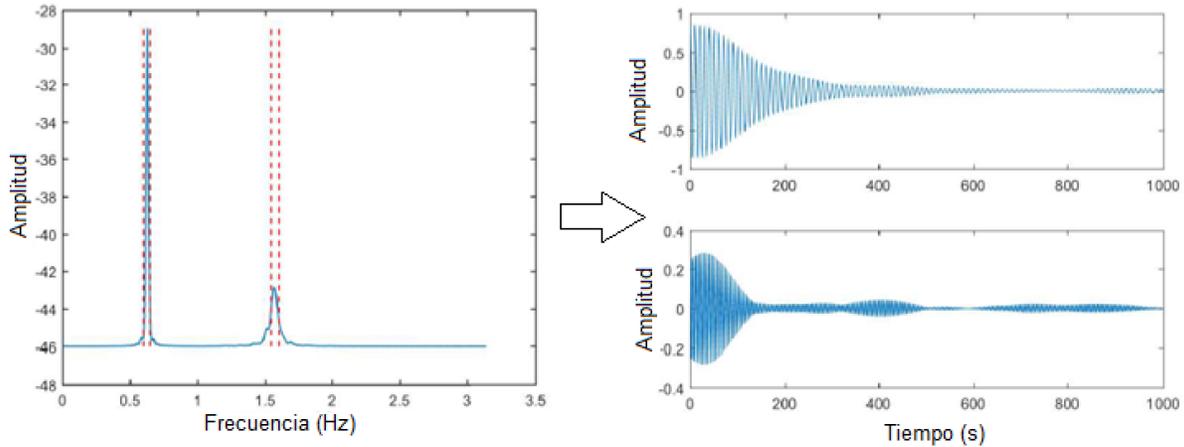
Para llevar a cabo la obtención de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento. Primeramente, se emplea el algoritmo de la técnica MUSIC. La Figura 3.7 ejemplifica que al aplicar la transformada MUSIC a la señal de entrada se obtiene el pseudo-espectro de frecuencias, las cuales corresponden con las frecuencias de la señal, además estas son relacionadas con las frecuencias naturales de la estructura.



**Figura 3.7.** Análisis Tiempo-frecuencia.

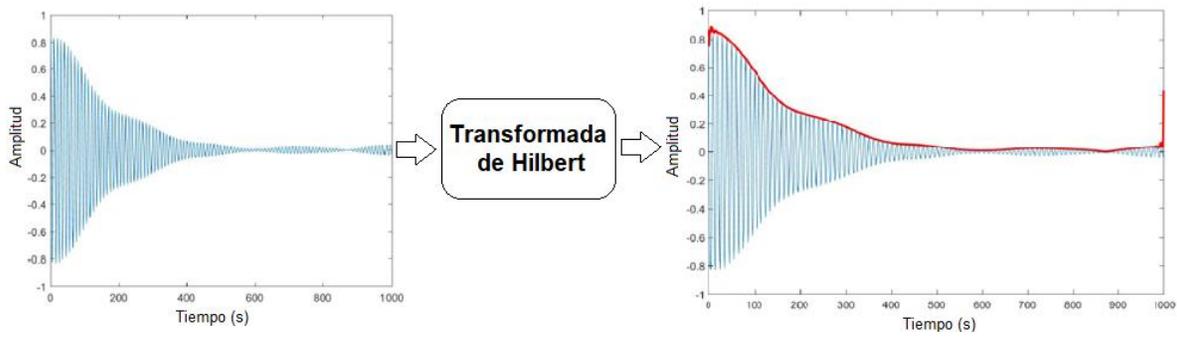
Una vez obtenidas las frecuencias de la señal analiza, lo que sigue es crear los bancos de filtros a partir de la EWT, Ecuaciones 2.3. y 2.4., basados en los límites establecido a partir de la respuesta obtenida por la transformada MUSIC. En la Figura 3.8 se muestra cómo se aplican los límites (líneas rojas punteadas), del

lado izquierdo se muestran las bandas de frecuencia obtenidas de acuerdo con los límites fijados. Con estos filtros se separa la señal en monocomponentes para analizarlas de forma individual.

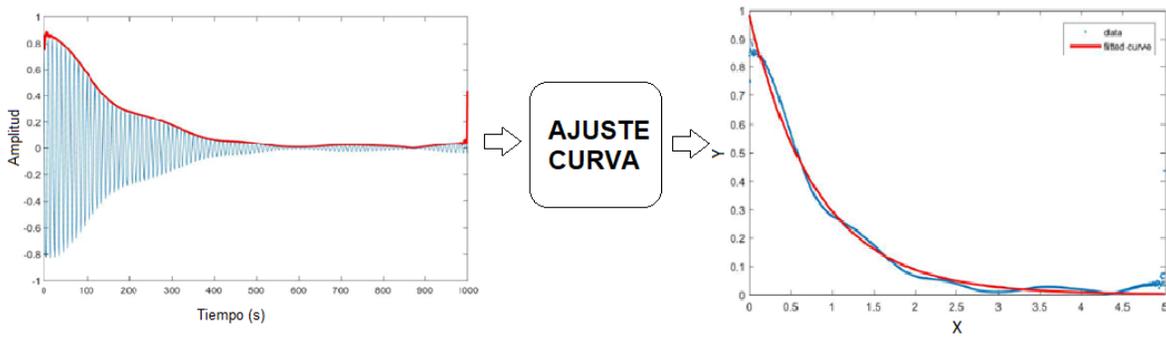


**Figura 3.8.** Bancos de filtros para separar frecuencias.

Ya que se tiene la señal dividida en sus mono componentes (una sola frecuencia) esta es analizada por la transformada de Hilbert con el fin de obtener su envolvente, la cual está relacionada con el factor de amortiguamiento. En la Figura 3.9 se muestra que a una señal individual se aplica la Transformada de Hilbert utilizando las ecuaciones 3.6 y 3.7 para obtener la envolvente de la señal (línea roja). Finalmente, se aplica el ajuste de curva a la envolvente estimada por la transformada Hilbert con el fin de estimar el factor de amortiguamiento. La Figura 3.10 muestra el ajuste de curva a la envolvente estimada por la transformada Hilbert, esto es tratar de asemejar la envolvente a una ecuación exponencial mediante la Ecuación 2.8 y finalmente se utiliza el coeficiente “b” arrojado de la regresión lineal para obtener el factor de amortiguamiento al sustituirlo en la Ecuación 2.9.



**Figura 3.9.** Aplicación de la Transformada de Hilbert.



**Figura 3.10.** Ajuste de curva.

### **3.5 Modelado de la estructura empleando SAP2000**

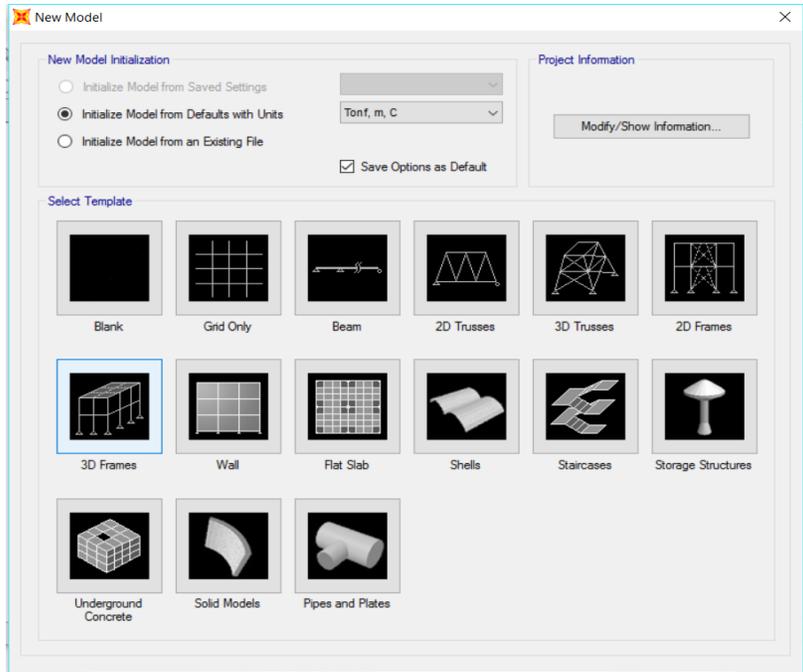
Una parte importante para el desarrollo de esta investigación fue la modelación del prototipo con apoyo del software SAP2000 para obtener las frecuencias naturales, a continuación, se describen las particularidades del modelo y los pasos a seguir para su elaboración.

#### **3.5.1 Particularidades del modelo**

- Toda la geometría (columnas, trabes y diagonales) está hecha a base de elementos tipo Frame, las áreas son elementos Shell sin espesor ya que solo se usan para distribuir la carga hacia las trabes.
- Todas las uniones son continuas, es decir, no hay articulaciones en las uniones.
- Los apoyos están empotrados, lo que significa que las columnas están restringidas al movimiento en la base.
- La carga asignada a cada área es de  $0.21 \text{ T/m}^2$ , qué es el peso equivalente a las placas de acero del prototipo experimental.
- El material de todas las secciones es acero A36, más adelante se muestran sus propiedades mecánicas.
- Solo se maneja un estado de carga en el modelo, que es el de carga muerta (Dead), el cual incluye el peso propio de los elementos.
- Para el sistema de masas se toma en cuenta el estado de carga Dead.
- Se hace un análisis en el espacio, es decir en las 3 dimensiones (x, y, z).

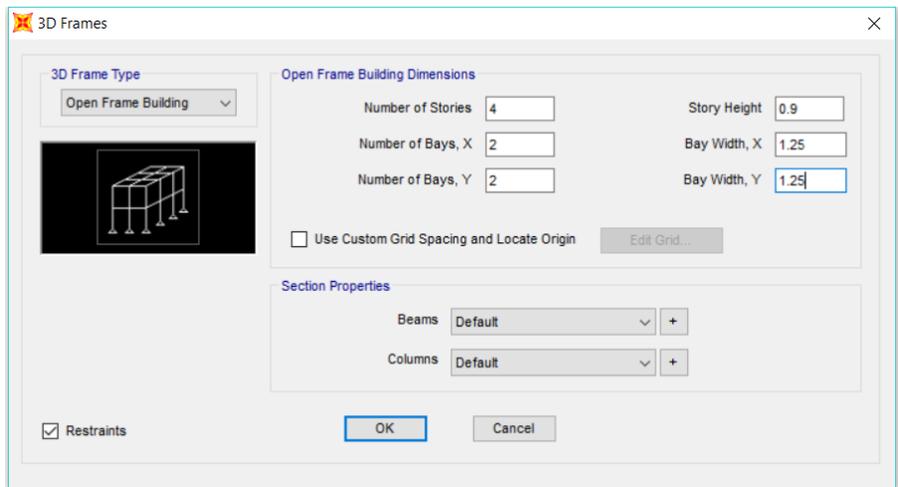
#### **3.5.2 Pasos para generar el modelo**

Como primer paso y basados en la Figura 2.3, de la barra de Menús seleccionamos File/New Model, desplegándose la ventana de la Figura 3.11, donde se puede elegir desde el sistema de unidades en el que se trabajará, así mismo el tipo de modelo que se elaborará, en este caso se elige “3D Frames”.



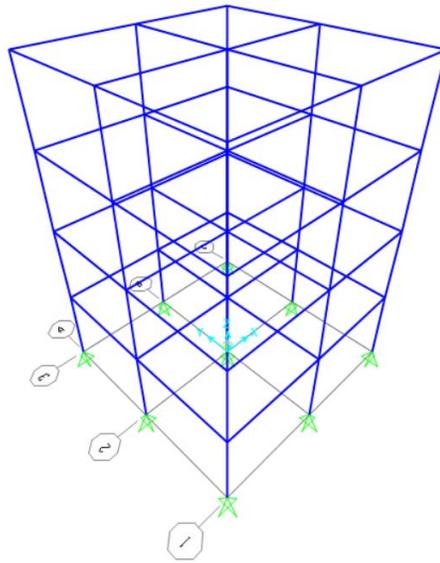
**Figura 3.11.** Ventana para seleccionar tipo de modelo.

Al dar clic en 3D Frames se despliega la ventana de la Figura 3.12, donde se selecciona la opción "Open Frame Building" y se llenan las casillas de acuerdo con la geometría del prototipo, en este caso de 4 pisos, 2 huecos en sentido X y Y, una altura de entrepiso de 0.9 m y una separación entre columnas de 1.25 m en ambos sentidos. En esta misma ventana se activa la casilla de restricciones, las vigas y columnas se dejan las que marca por default ya que más adelante se cambiarán.



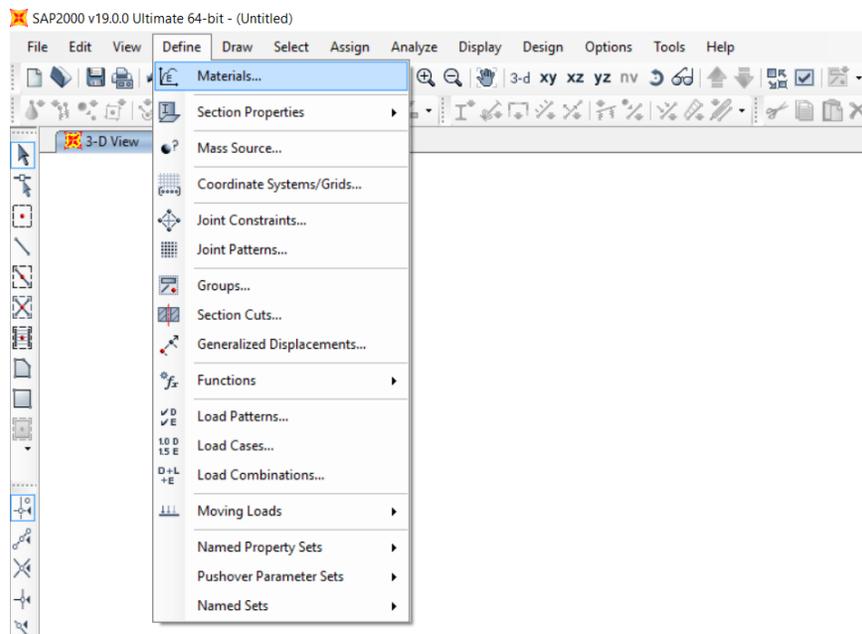
**Figura 3.12.** Dimensionamiento del prototipo

Una vez dando clic en “OK”, se genera la geometría del modelo, como se muestra en la siguiente figura:



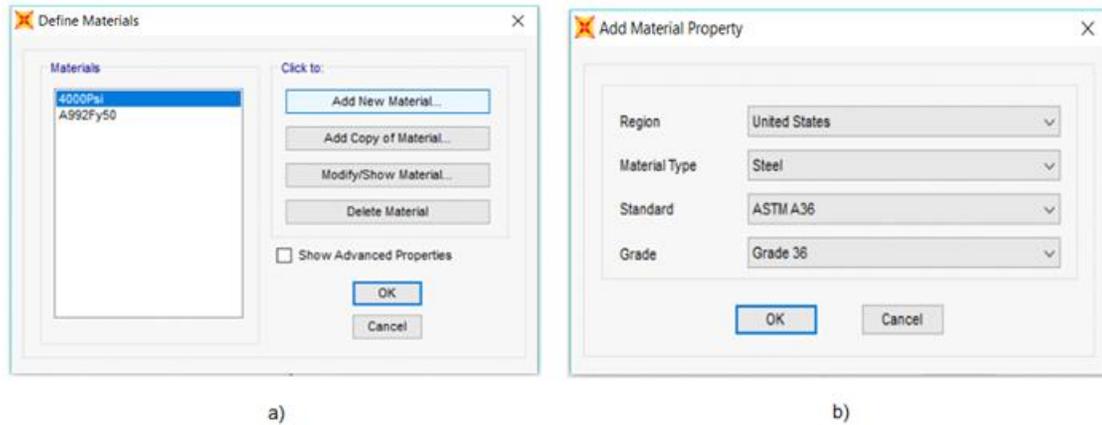
**Figura 3.13.** Vista 3D de geometría del modelo.

Lo que sigue es definir el material. Del menú “Define” seleccionamos la sección de Materiales como se muestra en la siguiente figura:



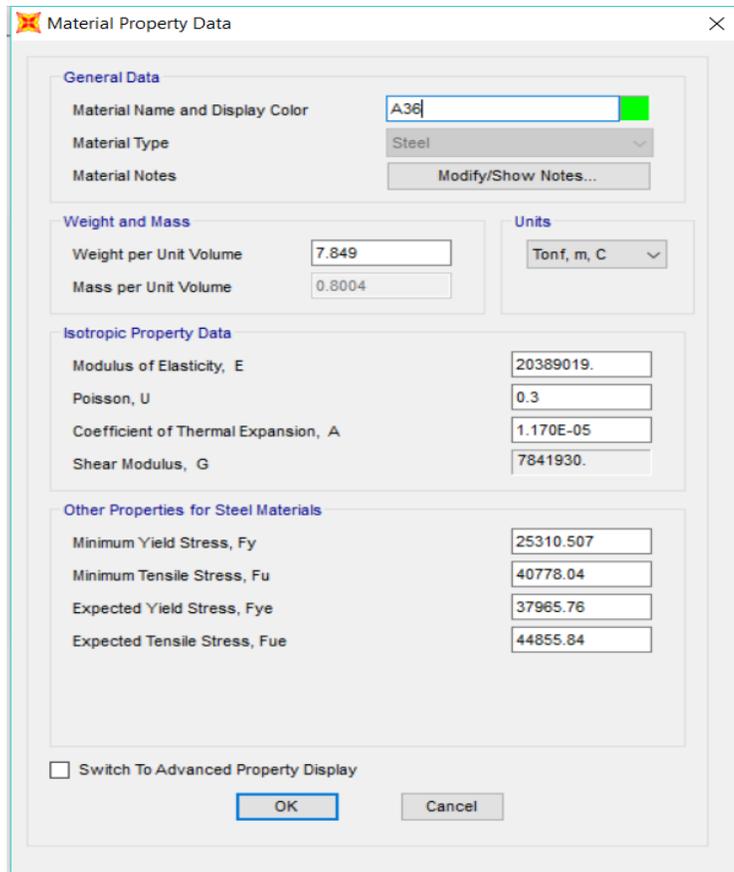
**Figura 3.14.** Opciones del Menú Define.

Una vez seleccionada la opción “Materials” se despliega la ventana de la Figura 3.15, del a) se elige la opción “Add New Material” y se abre la del b) donde se selecciona la región, el tipo, la norma y el grado del material. Como se mencionó anteriormente se usa acero A36.



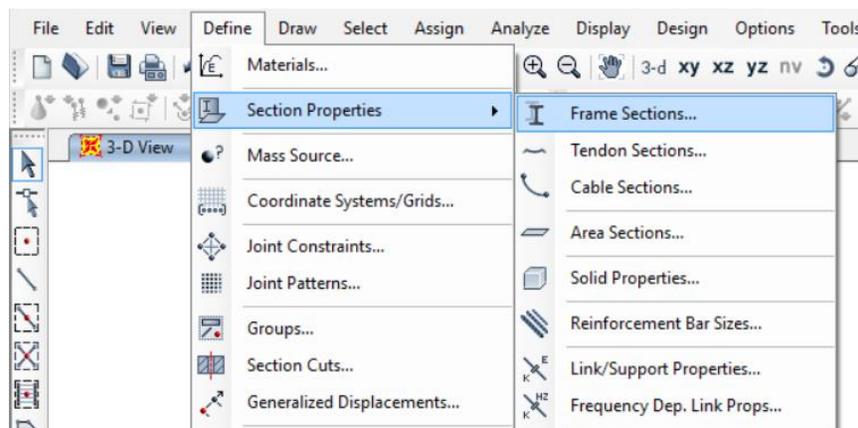
**Figura 3.15.** Pasos para definir a) nuevo material y b) tipo de material.

Al dar clic en “OK” de la Figura 3.15 (b) se genera automáticamente el nuevo material, para verificar las propiedades de éste, se selecciona el material y al dar clic en la opción “Modify Show Material” de la Figura 3.15(a), se abre la venta mostrada en la Figura 3.16 donde aparecen las propiedades del material, el cual ya viene definido por la base de datos del programa.



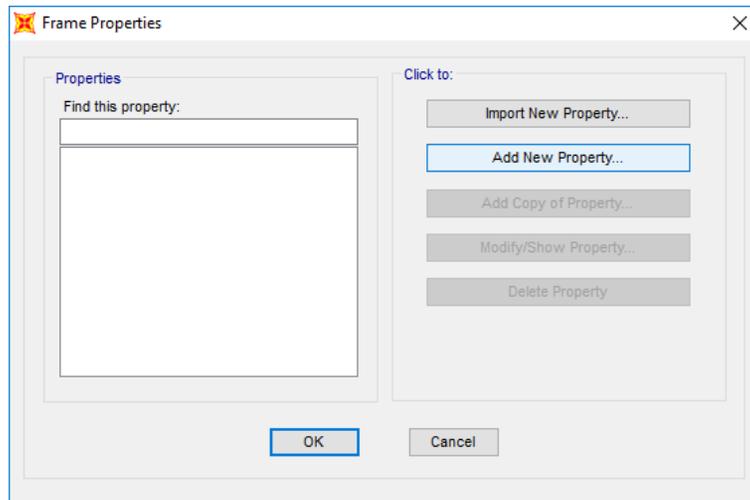
**Figura 3.16.** Propiedades del material (Acero A36).

Una vez definido el material, se crean las secciones de los perfiles de acero mencionados en la Tabla 3.3, para esto dar clic en Menú Define/Section properties/Frame sections, como se muestra en la Figura 3.17:

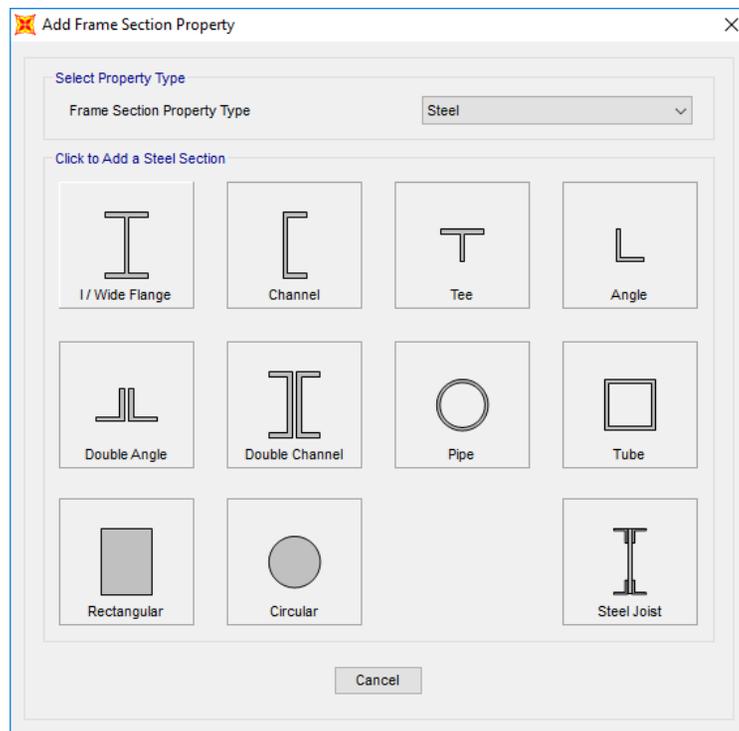


**Figura 3.17.** Indicaciones para definir secciones.

Después se selecciona “Add New Property” de la Figura 3.18, se abre la ventana de la Figura 3.19, donde se selecciona el tipo de sección, para este caso se crean secciones tipo “I” y “Tube” de acero con base en la Tabla 3.3.



**Figura 3.18.** Agregar nueva propiedad.



**Figura 3.19.** Tipos de sección de acero.

En la Figura 3.20 se muestran las secciones de la Tabla 3.3 creadas en el programa.

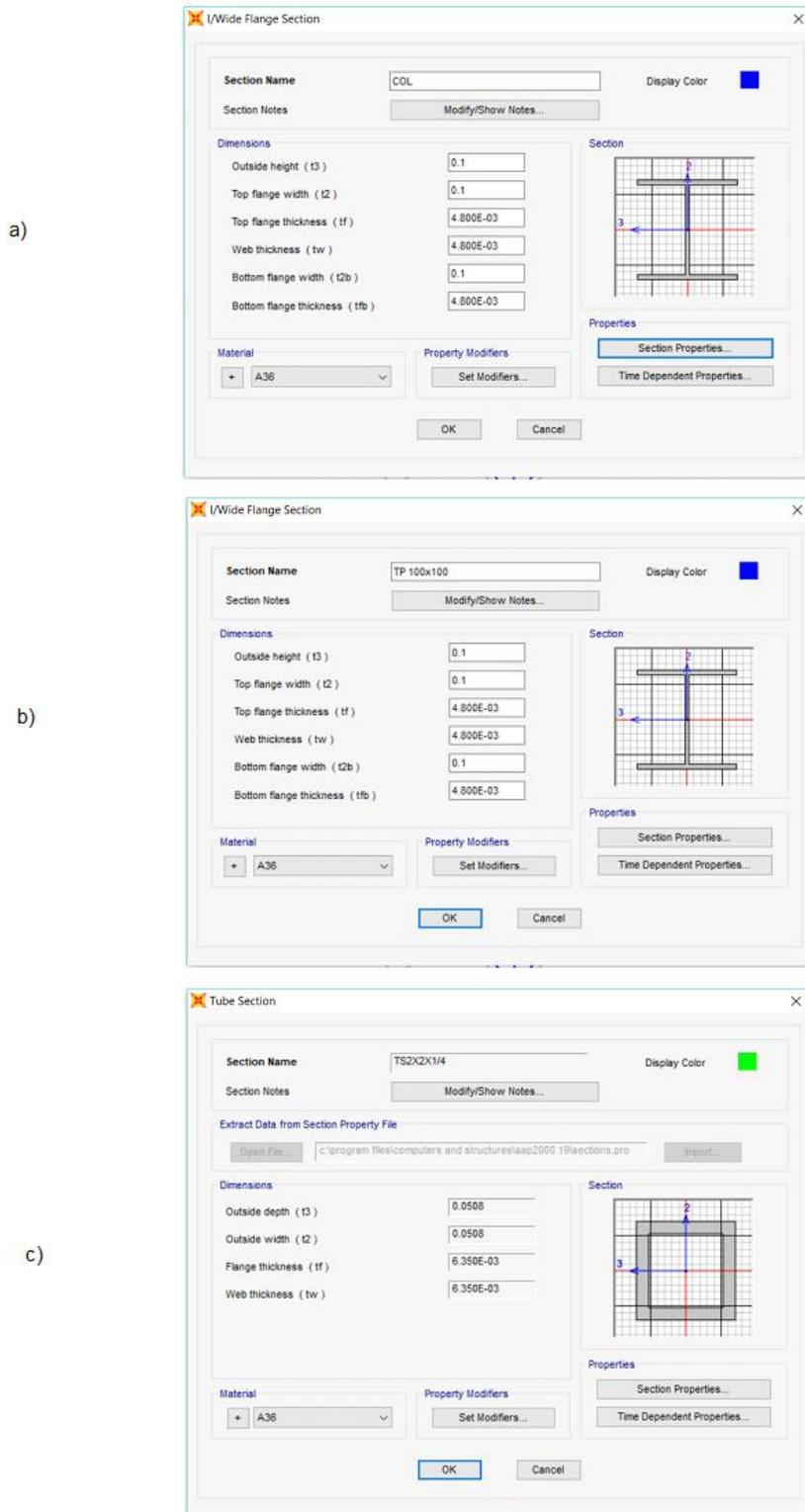
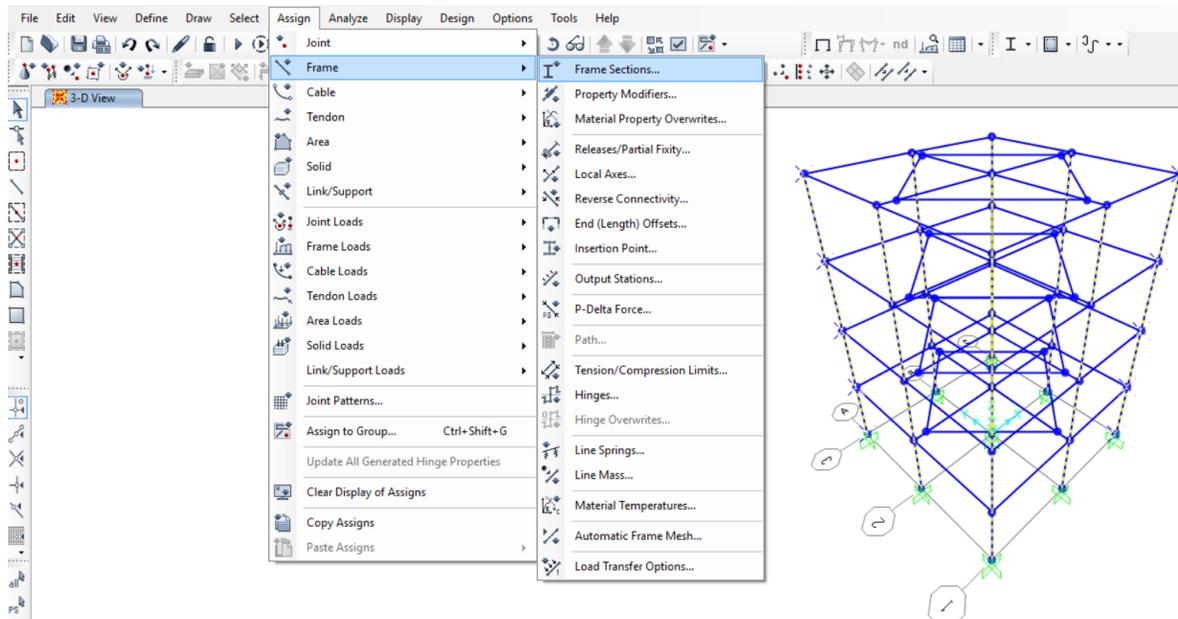
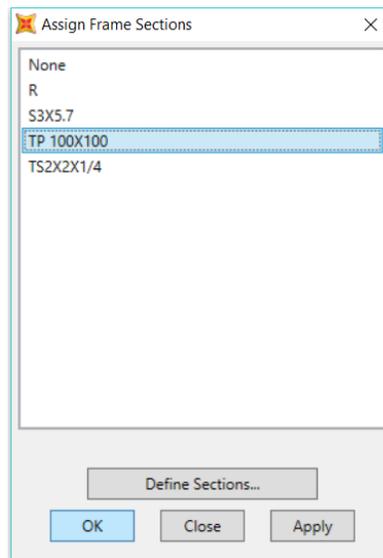


Figura 3.20. Secciones a) S3x7.5, b) TP 100x100 y c) TS 2x2x1/4.

Lo que sigue es asignar a los elementos Frame de la Figura 3.13 las secciones creadas en la Figura 3.20. Para esto seleccionamos el tipo de elemento, ya sea columna, viga o diagonal; dar clic en Menú Assign/Frame/Frame Sections como se observa en la Figura 3.21, seleccionamos la sección que le corresponde en la Figura 3.22 y clic en aceptar. Esto se hace para cada sección diferente.

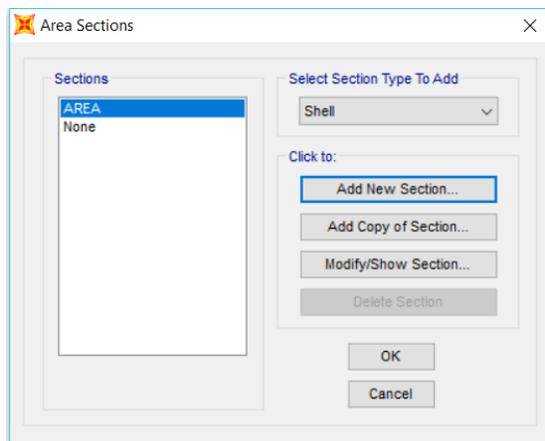


**Figura 3.21.** Asignación de secciones a los elementos Frame.

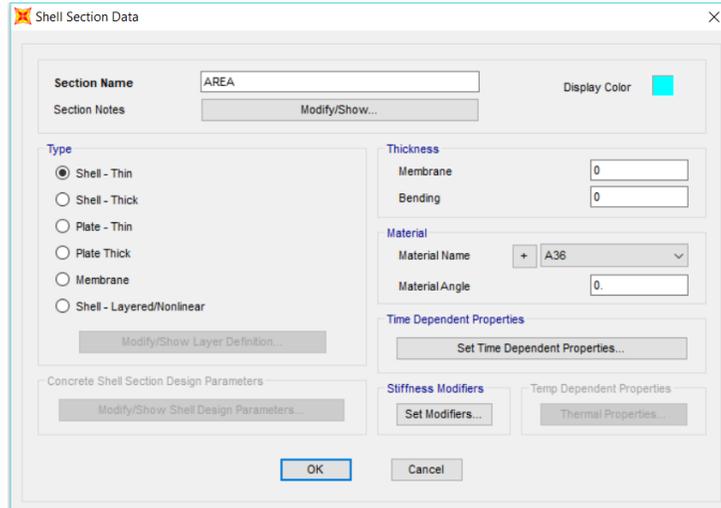


**Figura 3.22.** Selección de sección a asignar

Una vez asignadas las secciones, se continúa con la asignación de cargas, las cuales simularán la masa del sistema, para esto se crea una sección tipo Shell. De la Figura 3.17 seleccionar, Area section, se desplegará la pantalla de la Figura 3.23, dar clic en Add New Section y en la ventana de la Figura 3.24 seleccionar el tipo Shell thin con un espesor de 0.

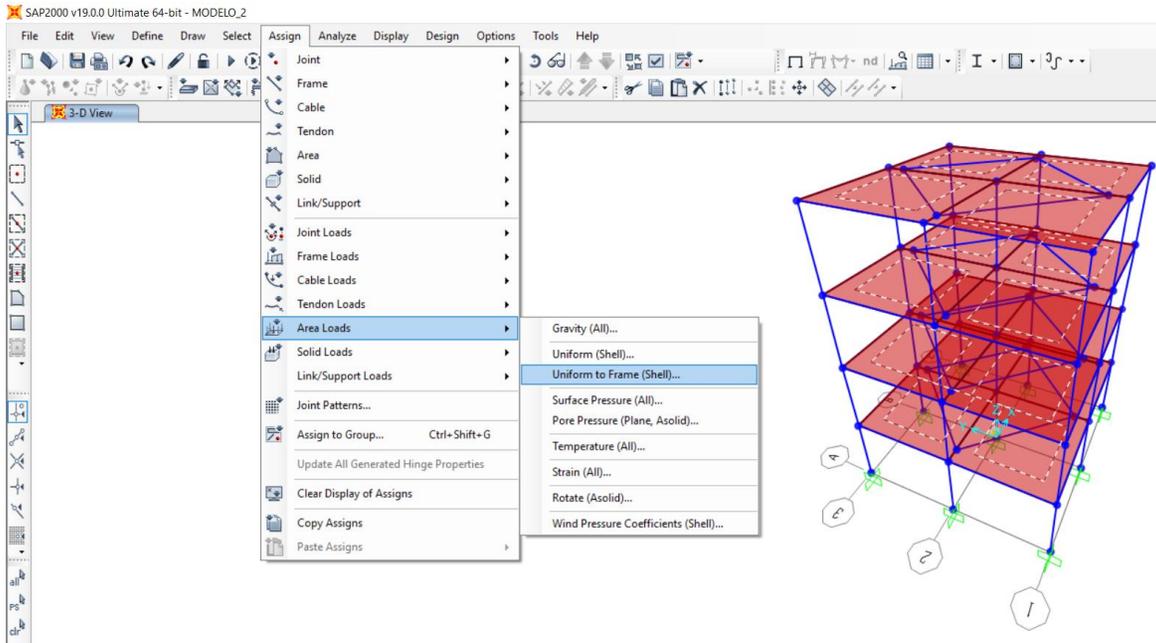


**Figura 3.23.** Definición de área



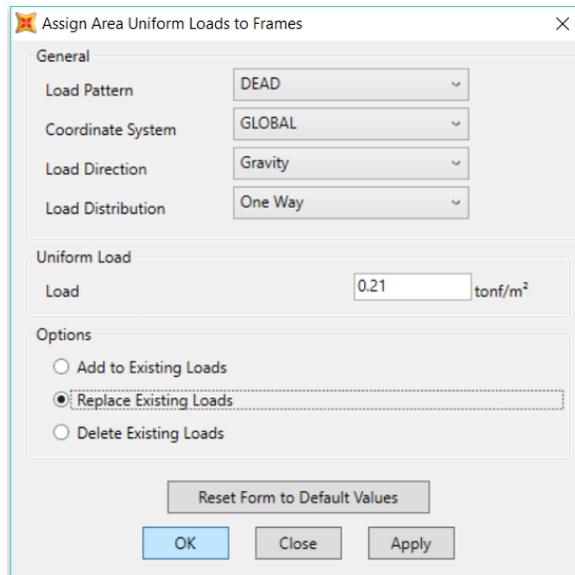
**Figura 3.24.** Propiedades de sección Área.

Después se dibujan las áreas, y se agregan las cargas correspondientes al peso equivalente de las placas de acero, como se muestra en la Figura 3.25 Clic en Assign/Area loadas/Uniform to Frame (Shell).



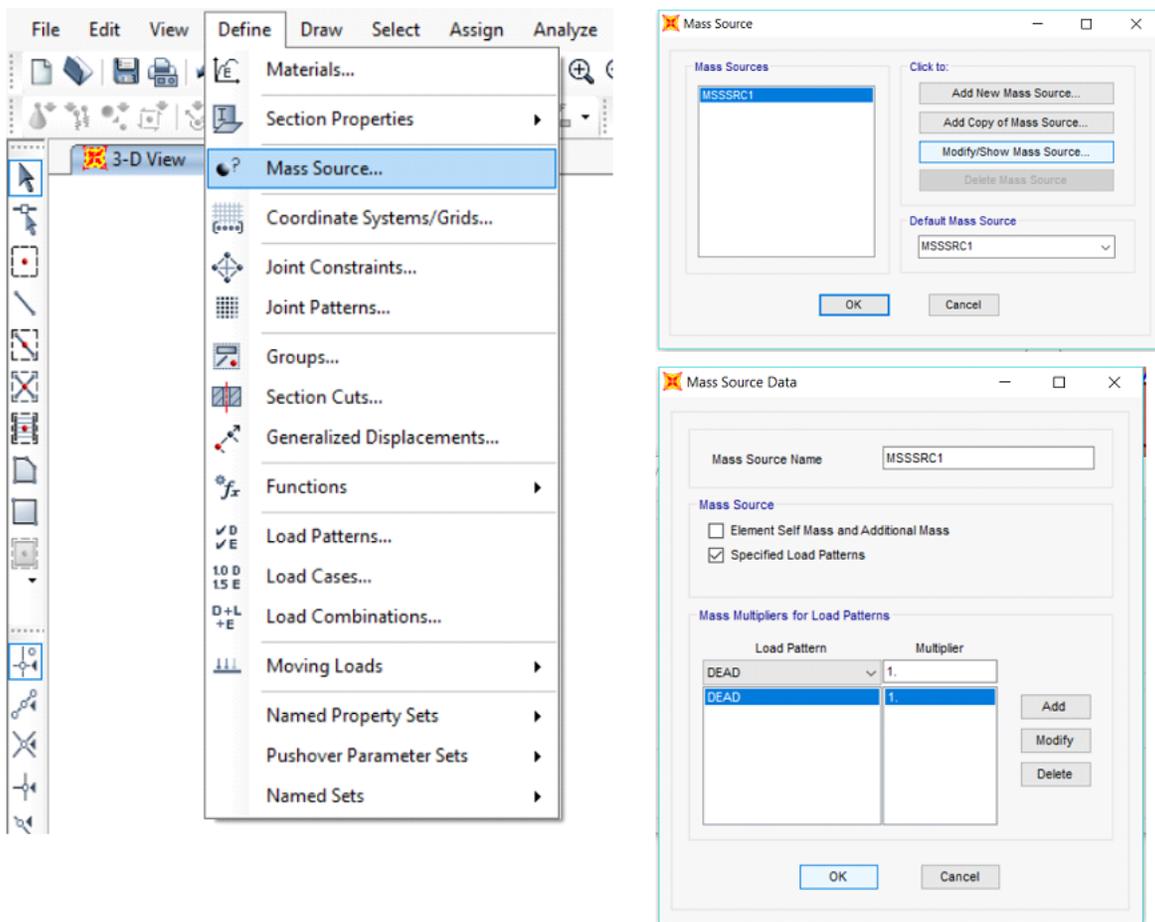
**Figura 3.25.** Proceso de asignación de carga a las áreas

La dirección de la carga es gravitacional, y distribuida en una sola dirección, que es la forma correcta para simular cómo se apoyan las placas sobre las vigas de la estructura. La carga equivalente es de 0.21 Ton/m<sup>2</sup>.



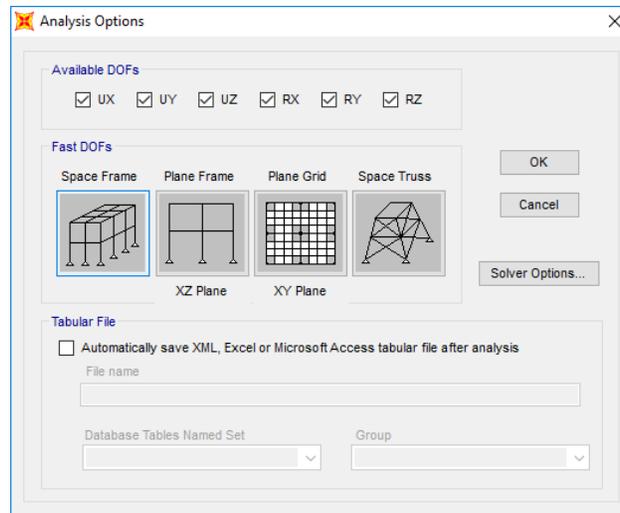
**Figura 3.26.** Asignación de carga uniforme a las áreas

Una vez terminado el modelo, lo único que falta es definir dentro del programa, la fuente de las masas para que, a la hora de hacer el análisis, el software pueda obtener las formas modales del modelo. Para esto dar clic en el Menú Define/Mass Source. Tomamos el que está por default y solo damos clic en modify/show Mass source, dentro de la ventana que se abre seleccionar Specified Load Patterns y elegir DEAD que fue donde se agregó el peso de las placas, asignar un factor de multiplicación de 1 y clic en OK. Todo esto está resumido en la Figura 3.27:



**Figura 3.27.** Definición de masas para el sistema.

Lo único que hace falta es hacer una corrida del modelo. Para esto dar clic en Menú Analyze y clic en Set Analysis option, se despliega la ventana de la figura en la cual se elige Space Frame para hacer un análisis en las tres dimensiones.



Una vez elegido el tipo de análisis, se vuelve a dar clic en el Menú Analyze y clic en la opción de Run Analysis para después pedir al programa que muestre la información modal.

# Capítulo 4

## PRUEBAS Y RESULTADOS

### 4.1 Validación con una señal sintética

Para demostrar las características que brinda la MUSIC-EWT, se utiliza una señal sintética que proviene de la respuesta libre amortiguada de un sistema de 3 modos, el cual se representa con la siguiente expresión:

$$s = \sum_{i=1}^3 A_i e^{2\pi\zeta w_n} \cos(2\pi w_d t) + n(t) \quad (4.1)$$

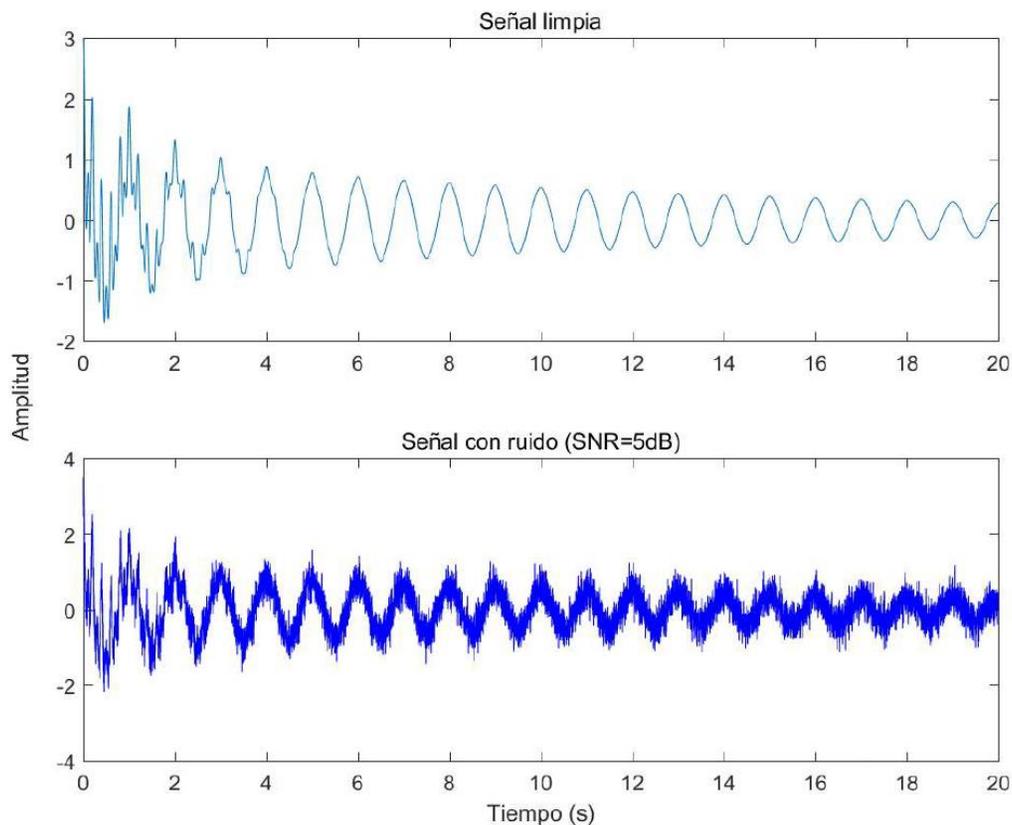
La Tabla 4.1 resume los parámetros que definen a cada modo.

**Tabla 4.1** Parámetros para modo.

Propiedad	Modo 1	Modo 2	Modo 3
Amplitud (A)		1	
Frecuencia ( $w_n$ )	1 Hz	5 Hz	10 Hz
Factor de amortiguamiento ( $\zeta$ )	0.01	0.02	0.015
Frecuencia de muestreo ( $f_s$ )		500 Hz	
Duración ( $t$ )		20 s	

Para comprobar la inmunidad al ruido de la metodología propuesta, se añade una relación nivel a ruido (SNR) igual a 5 dB. En la Figura 4.1 se muestra la señal sin ruido y la generada con el nivel de ruido planteado. Una vez definida la señal se obtienen las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de tres formas

distintas, una es con la metodología propuesta. Otra es con la FFT para frecuencias naturales y el método de “ancho de banda de media potencia” para los factores de amortiguamiento y un tercer caso que es haciendo un filtrado digital de la señal original, separando cada modo y aplicando el método “decremento logarítmico” con el cual solo se obtienen los factores de amortiguamiento. La Tabla 4.2 muestra claramente que, de acuerdo con los porcentajes de error relativo, con la metodología propuesta se obtienen mejores resultados, esto es gracias a que la MUSIC es prácticamente inmune al ruido en comparación con la FFT y, que la EWT permite la correcta separación de las frecuencias. Por su parte del método decremento logarítmico se obtienen porcentajes de error muy grandes ya que es un método que depende del filtrado digital por lo tanto el error se va arrastrando desde el tipo de filtro que se elige. Con todo lo mencionado anteriormente se puede decir que se cumple la hipótesis planteada.



**Figura 4.1.** Señal de estudio

**Tabla 4.2.** Parámetros dinámicos calculados para la señal sintética.

Modo	Valor Teórico		Metodología propuesta				FFT				Filtrado digital	
	$W_n(\text{Hz})$	$\zeta(\%)$	$W_n(\text{Hz})$	(%ER)	$\zeta(\%)$	(%ER)	$W_n(\text{Hz})$	(%ER)	$\zeta(\%)$	(%ER)	$\zeta(\%)$	(%ER)
1	1	1	1.0002	0.02%	0.9821	1.79%	1.007	0.70%	2.2642	126.42%	1.0258	2.57%
2	5	2	5.0006	0.01%	1.9012	4.94%	5.035	0.70%	2.145	7.2493%	0.043	102.17%
3	10	1.5	10.003	0.03%	1.4011	6.59%	10.01	0.10%	0.7942	47.053%	0.247	116.45%

ER: Error Relativo

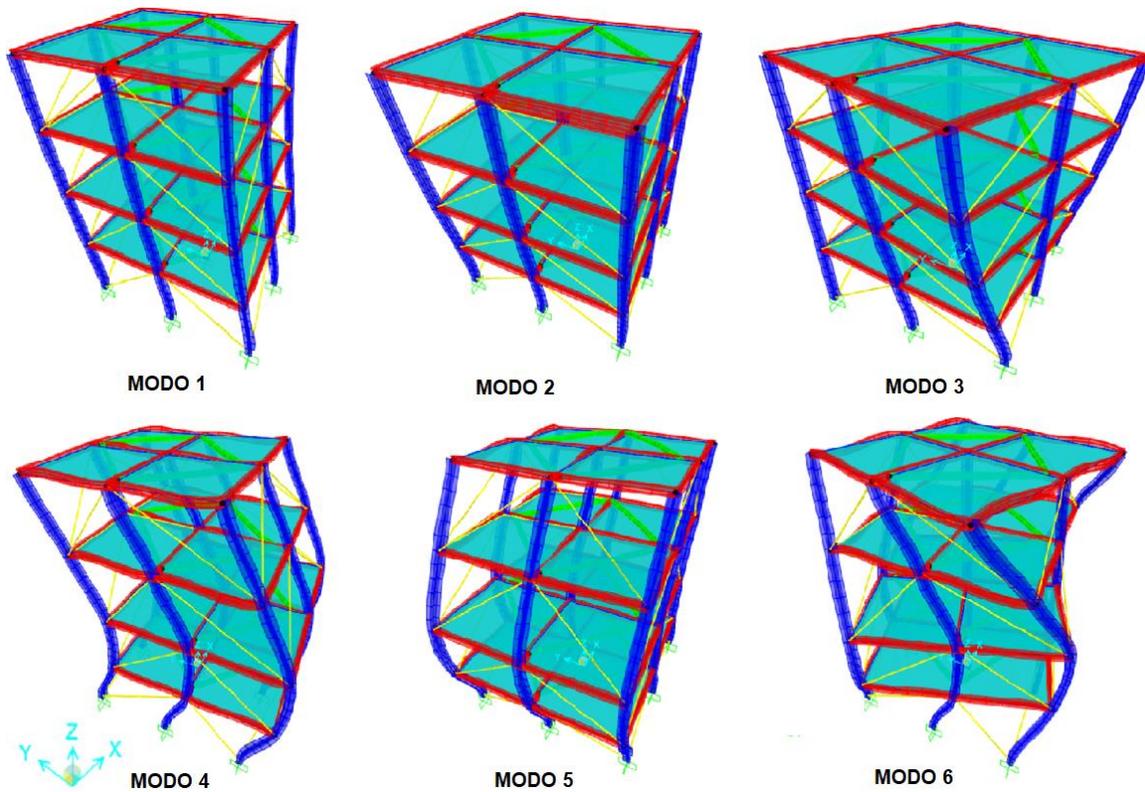
## 4.2 Modelo Analítico

Del modelo analítico creado en la sección 3.5 se obtienen las frecuencias naturales mostradas en la Tabla 4.3. De acuerdo con esta tabla se observa que las dos primeras frecuencias son muy cercanas entre sí, esto debido a la geometría del prototipo ya que al ser simétrica se esperaba que las frecuencias traslacionales fueran iguales, sin embargo, lo que las hace diferentes es la orientación de las columnas, puesto que de acuerdo a esto la rigidez de la estructura cambia en cada dirección y esto afecta directamente en el valor de las frecuencias naturales.

En la Figura 4.2 se muestran las deformadas de cada modo, en la cual se observa que el modo 1, 2, 4 y 5 son traslacionales, mientras que el 3 y el 6 son torsionales.

**Tabla 4.3.** Frecuencias obtenidas del MEF.

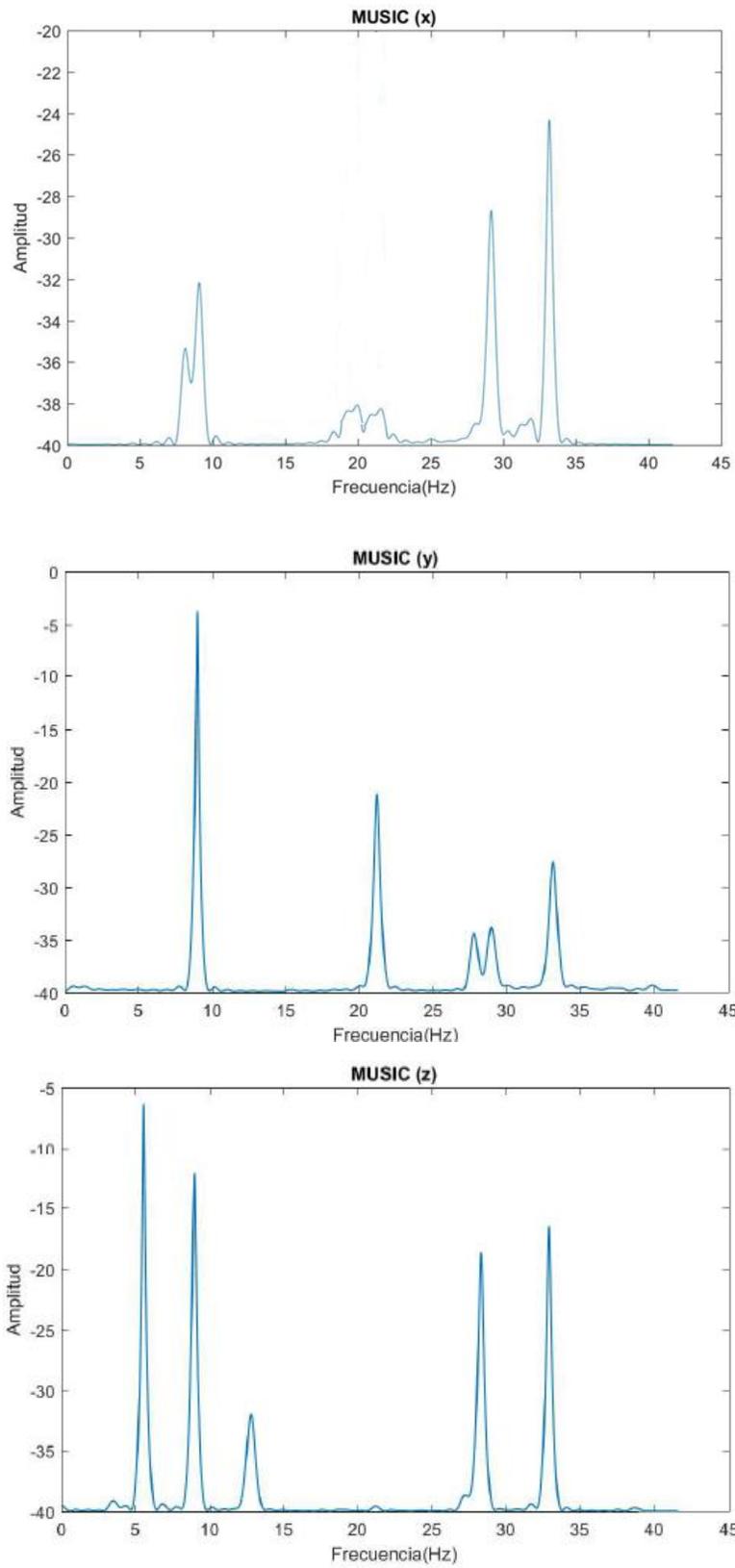
<i>Modo</i>	$W_n(\text{Hz})$
1	8.321
2	9.023
3	11.656
4	24.427
5	27.501
6	34.575



**Figura 4.2.** Formas modales obtenidas del MEF

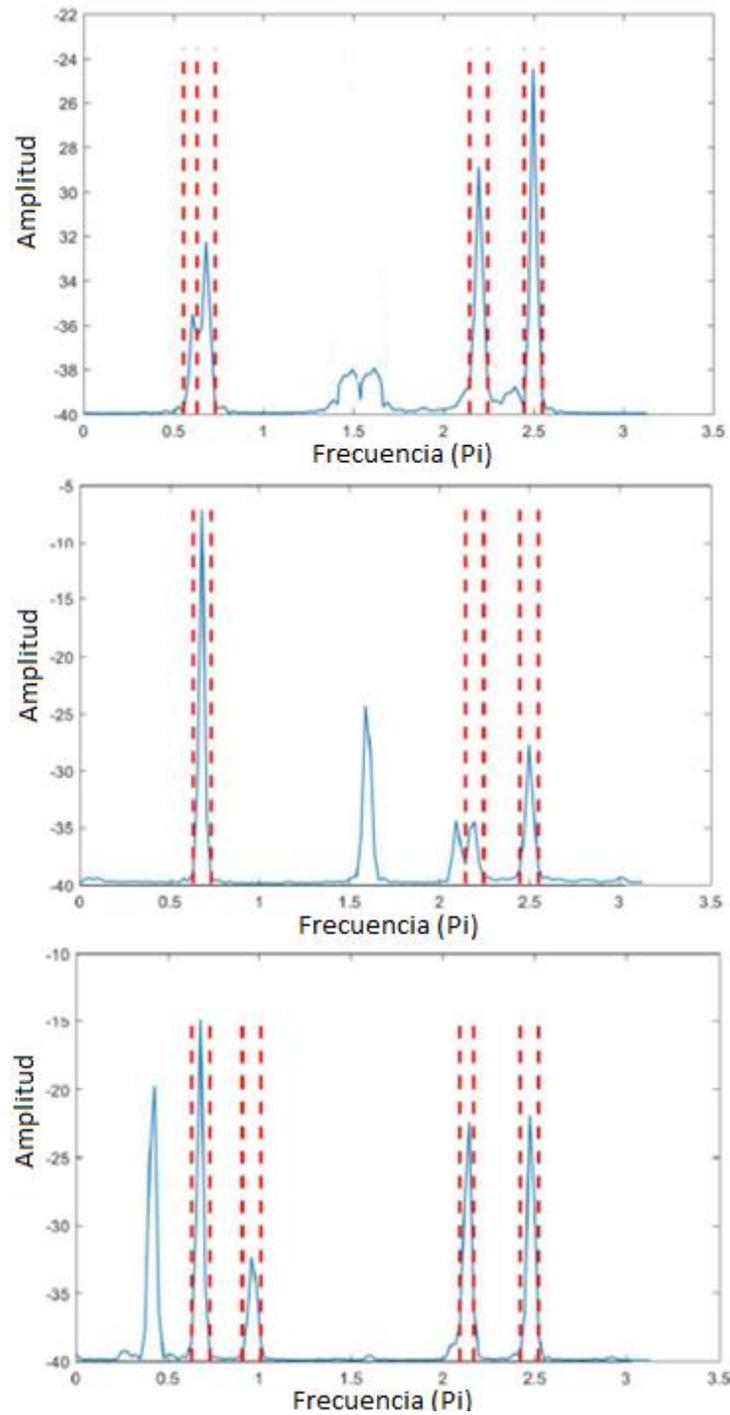
### 4.3 Modelo experimental

Como se menciona en la metodología, una vez terminado el montaje del prototipo de la estructura escalada, instrumentarlo, excitarlo y obtener las mediciones se procedió a hacer el tratamiento de datos utilizando el software MATLAB. Es importante mencionar que se toman como referencia las frecuencias obtenidas del MEF mostradas en la Tabla 4.3, en base a éstas se crea una idea de las frecuencias que se desean obtener en el tratamiento de señales. En la Figura 4.3 se muestran los pseudo-espectros de frecuencias en cada una de las direcciones (x, y, z) de análisis para una señal en particular obtenido con el algoritmo de la MUSIC. Es evidente que en cada dirección no se obtienen todas las frecuencias, esto es debido a que cada frecuencia va de acuerdo con una dirección, por lo cual se analizan todas las señales en sus tres componentes (x, y, z) para obtener todas las frecuencias de interés.



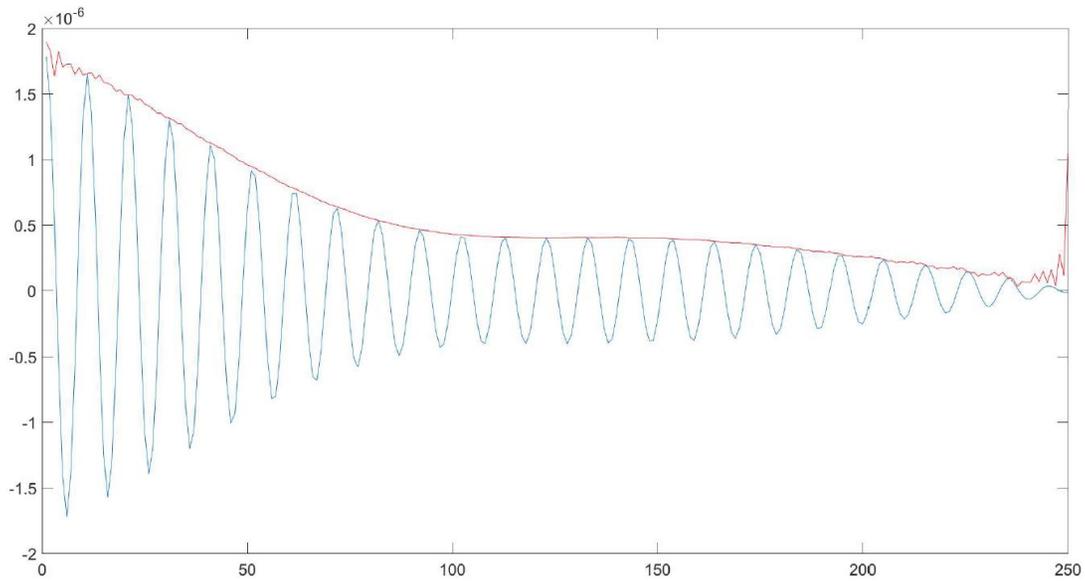
**Figura 4.3.** Espectros de Frecuencias dirección x, y, z.  
42

Una vez obtenidos los espectros de frecuencias se crean los filtros para cada una de éstas, la Figura 4.4 muestra un ejemplo de cómo se visualizan los filtros.



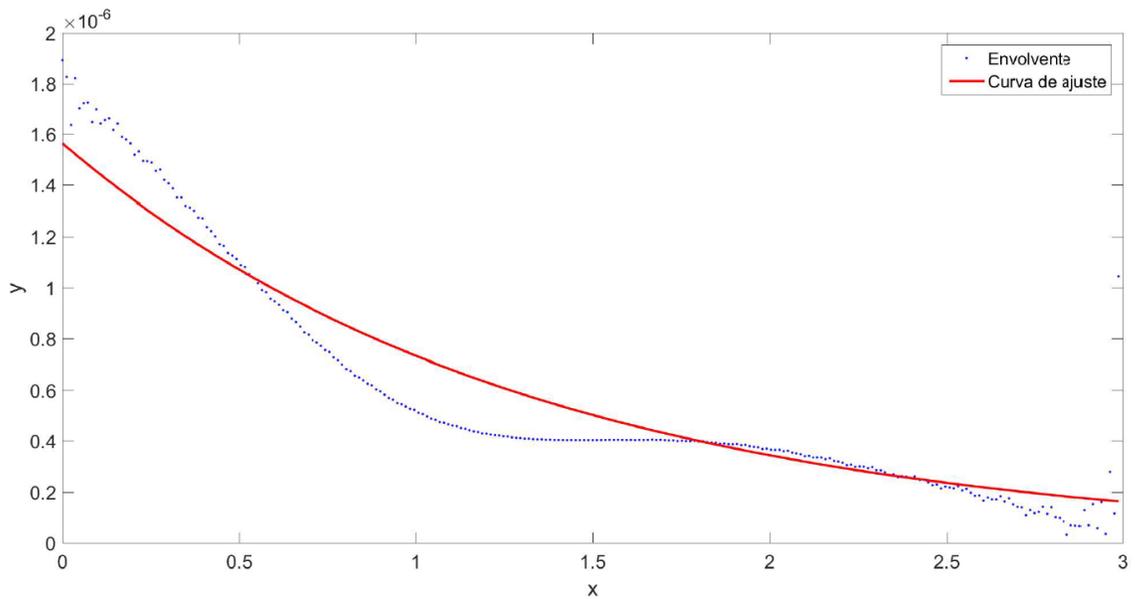
**Figura 4.4.** Espectros de frecuencias con bancos de filtros.

Para cada frecuencia filtrada se aplica la transformada de Hilbert. En la Figura 4.5 se muestra la envolvente en color rojo correspondiente a la primera frecuencia.



**Figura 4.5.** Envolvente de la transformada de Hilbert para la primera frecuencia

Finalmente, se crea la curva de ajuste para que así con el valor obtenido de la regresión lineal se calcule el factor de amortiguamiento. La Figura 4.6 muestra esta curva.



**Figura 4.6.** Curva de ajuste de la primera frecuencia.

Al realizar el proceso anterior para cada frecuencia obtenida de las 10 diferentes pruebas hechas, se obtienen los resultados mostrados en Tabla 4.4, en la cual se agregan los resultados del MEF de la Tabla 4.3 para compararlos y así observar la variación entre los valores obtenidos de las frecuencias naturales con cada caso.

**Tabla 4.4.** Parámetros dinámicos obtenidos con la metodología propuesta.

Modo	SAP2000	MUSIC-EWT		
	$W_n(\text{Hz})$	$W_n(\text{Hz})$	%ER	$\zeta$ (%)
1	8.321	8.151	2.03	1.57
2	9.023	9.018	0.05	1.59
3	11.656	11.888	3.13	1.09
4	24.427	24.852	1.77	0.62
5	27.501	29.029	5.56	0.63
6	34.575	33.130	4.17	0.39

ER: Error Relativo

#### 4.4 Discusión de Resultados

Con respecto a los resultados obtenidos con la señal sintética y resumidos en la Tabla 4.2, se observa que los resultados obtenidos con la metodología propuesta son mucho más cercanos a los datos ideales en comparación con los otros dos métodos (FFT y Filtrado digital), teniendo un error máximo de 0.03% y 6.59% para la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento, respectivamente. De acuerdo con Su *et al.* (2014), se sabe que los errores máximos permitidos para la frecuencia y el factor de amortiguamiento son del 2% y 20%, respectivamente. Por tal motivo se puede concluir que los resultados mostrados validan la metodología propuesta y se puede utilizar para el caso planteado en este proyecto.

Por otra parte, los resultados obtenidos del modelo analítico y el experimental del edificio y resumidos en la Tabla 4.4, demuestran que la metodología propuesta es altamente efectiva para la detección de parámetros dinámicos en señales bajo

condiciones de alto ruido, ya que el máximo error obtenido es de 5.56 % para  $w_n$ . Además, permite obtener experimentalmente los factores de amortiguamiento reales de la estructura, los cuales no se pueden comparar ya que con el MEF no podemos obtenerlos, pero de acuerdo con los resultados obtenidos de la señal sintética se puede afirmar que estos valores son correctos. De acuerdo con la Tabla 4.4 se observa que los factores de amortiguamiento son muy bajos, esto quiere decir que la estructura disipa las vibraciones de forma lenta.

# Capítulo 5

## CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS

### 5.1 Conclusiones

Las técnicas de procesamiento de señales diseñadas para el tratamiento de señales no lineales y no estacionarias se han utilizado para la identificación de parámetros dinámicos de estructuras civiles en los últimos años. A pesar de que varios investigadores han desarrollado diferentes técnicas de procesamiento, a la fecha no existe una capaz de calcular los parámetros dinámicos con gran exactitud (Perez-Ramirez et al., 2016). Por tal motivo es necesario desarrollar nuevas metodologías para estimar estos parámetros de forma más aproximada a la realidad.

En este trabajo se presentó una metodología basada en la técnica MUSIC-EWT para el cálculo de los parámetros dinámicos. La metodología se probó en señales sintéticas para ser validada, una vez comprobado que con ésta se obtuvieron mejores resultados que con otras técnicas se probó con señales reales emitidas por las vibraciones forzadas de una estructura escalada de acero de 4 niveles. Las frecuencias naturales de cada modo se obtienen empleando la MUSIC, mientras que para el factor de amortiguamiento se utiliza la HT y la curva de ajuste.

Al observar los resultados obtenidos en este trabajo, se puede corroborar que la hipótesis planteada se cumple, ya que se demuestra que la metodología propuesta tiene una mayor inmunidad al ruido lo que permite calcular los parámetros dinámicos de forma exacta.

## **5.2 Prospectivas**

Al ver la eficiencia y ventajas de esta metodología propuesta, está en un futuro puede ser empelada para el monitoreo de la integridad estructural, así como para control de vibraciones debido a las ventajas presentadas tales como inmunidad al ruido, y eficiencia ante señales no estacionarias y no lineales, las cuales son medidas en estructuras civiles

## REFERENCIAS

Adeli, H., y X. Jiang. 2009. Intelligent infrastructure: neural networks, wavelets, and chaos theory for intelligent transportation systems and smart structures. Crc Press.

Amezquita-Sanchez, J. P. 2012. Monitoreo de vibraciones en tiempo real para la detección de daños en estructuras. Universidad Autónoma de Querétaro.

Amezquita-Sanchez, J. P., y H. Adeli. 2015. A new music-empirical wavelet transform methodology for time-frequency analysis of noisy nonlinear and non-stationary signals. Digit. Signal Process. A Rev. J. 45:55–68. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2015.06.013>

Amezquita-Sanchez, J. P., H. S. Park, y H. Adeli. 2017. A novel methodology for modal parameters identification of large smart structures using MUSIC, empirical wavelet transform, and Hilbert transform. Eng. Struct. 147:148–159. Available from: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0141029617300445>

Chávez Romero, R. 2010. Estudio de daños en estructuras usando análisis modal en un modelo instrumentado. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Querétaro

Chopra, A. K. 2014. Dinámica de estructuras. 4ta ed. (J. Murrieta, editor.). California.

Dai, H., H. Zhang, y W. Wang. 2015. A multiwavelet neural network-based response surface method for structural reliability analysis. Comput. Civ. Infrastruct. Eng. 30:151–162.

Gallardo Amaya, A. A. 2012. Estudio experimental para detectar fallas en estructuras del tipo Truss por medio del análisis vibracional. Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma de Querétaro.

Glisic, B. y D. Inaudi. 2007. Fiber Optical methods for structural Health Monitoring. Chichester, UK:John Wiley and Sons, Ltd.

- Hilbert, D., 1912. Begründung der kinematischen Gastheorie. *Math. Ann.* 72, 562–577.
- Hsu, W.-Y. 2015. Assembling A Multi-Feature EEG Classifier for Left-Right Motor Imagery Data Using Wavelet-Based Fuzzy Approximate Entropy for Improved Accuracy. *Int. J. Neural Syst.* 25:1550037.
- Irwin, J. D., Graf, E. R. 1979. *Industrial noise and vibration control*. Prentice Hall, New Jersey.
- Johnson, E. a., H. F. Lam, L. S. Katafygiotis, y J. L. Beck. 2004. Phase I IASC-ASCE Structural Health Monitoring Benchmark Problem Using Simulated Data. *J. Eng. Mech.* 130:3–15.
- Khan, F. R, J. Rankine, W. P. Moore, H. D. Eberhart y H. J. Cowan. 1980. *Tall Building Systems and concepts*. New York: American Society of Civil Engineers (ASCE), Council on Tall Buildings and Urban Habitat, volume SC.
- Paz Anaya, M. 2009. *Diseño, fabricación y análisis de vibraciones por elemento finito de una estructura tridimensional reconfigurable*. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Perez-Ramirez, C. A., J. P. Amezcua-Sanchez, H. Adeli, M. Valtierra-Rodriguez, D. Camarena-Martinez, y R. J. Romero-Troncoso. 2016. New methodology for modal parameters identification of smart civil structures using ambient vibrations and synchrosqueezed wavelet transform. *Eng. Appl. Artif. Intell.* 48:1–12. Available from: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2015.10.005>
- Pérez Ramirez, C. A. 2014. *Instrumentación y monitoreo de estructuras civiles para la obtención de parámetros modales basado en excitaciones ambientales*. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Qiao, L., A. Esmaily, y H. G. Melhem. 2012. Signal Pattern Recognition for Damage Diagnosis in Structures. *Comput. Civ. Infrastruct. Eng.* 27:699–710.
- Su, W. C., C. S. Huang, C. H. Chen, C. Y. Liu, H. C. Huang y Q. T. Le. 2014. Identifying the Modal Parameters of a Structure from Ambient Vibration Data via the

Stationary Wavelet Packet. *Comput. Civ. Infrastruct. Eng.*, 29(10), 738-757.  
Available from: <http://doi.wiley.com/10.1111/mice.12115>

Xu, Y. L., y J. He. 2017. *Smart Civil Structures*. CRC Press LLC. Available from:  
<https://books.google.com.mx/books?id=djc-vgAACAAJ>

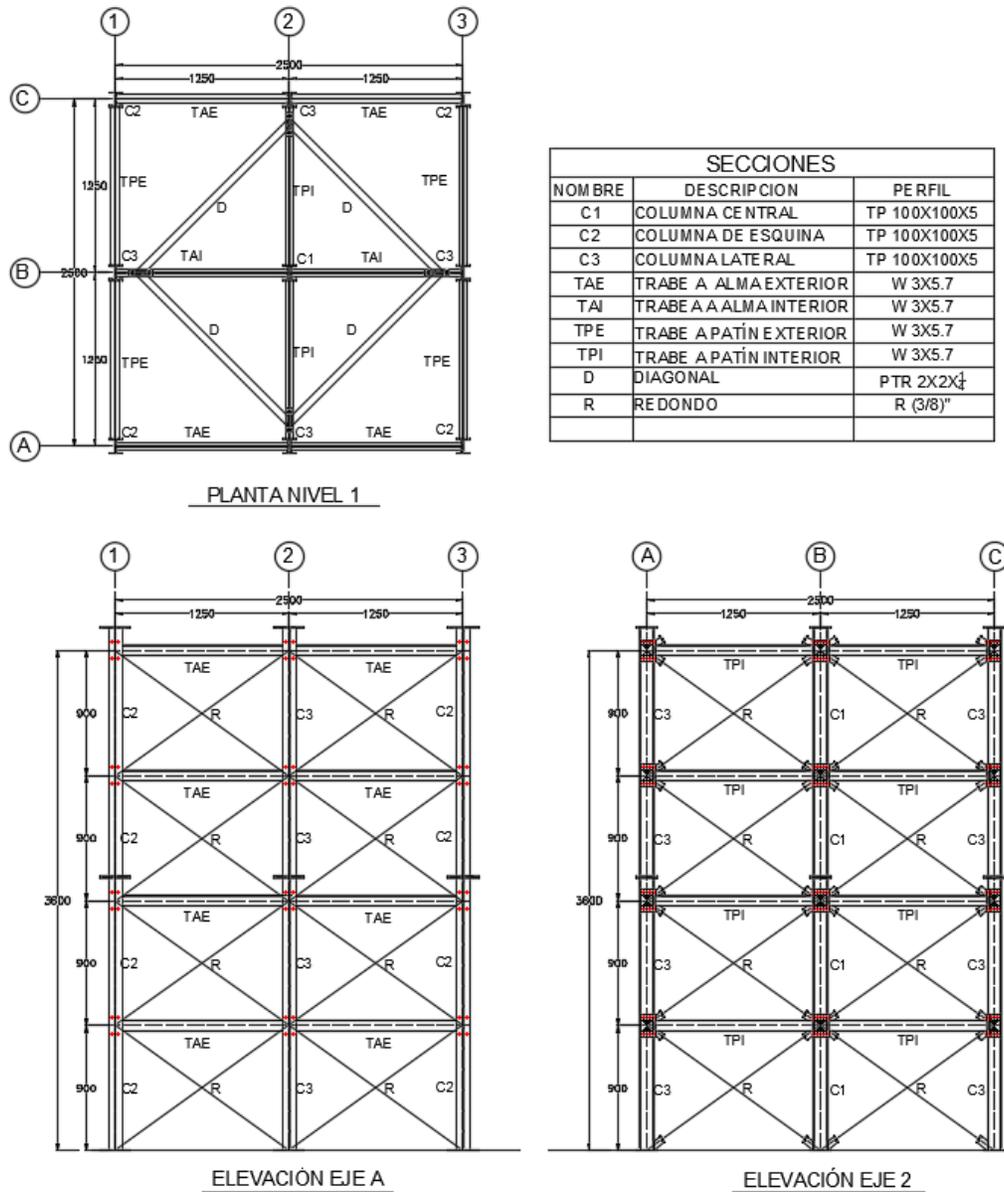
Yan, B., y A. Miyamoto. 2006. A comparative study of modal parameter identification based on wavelet and Hilbert-Huang transforms. *Comput. Civ. Infrastruct. Eng.* 21:9–23.

Young, K., y H. Adeli. 2014. Fundamental period of irregular moment-resisting steel frame structures. *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 23:1141–1157. Available from:  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jcsr.2016.01.001>

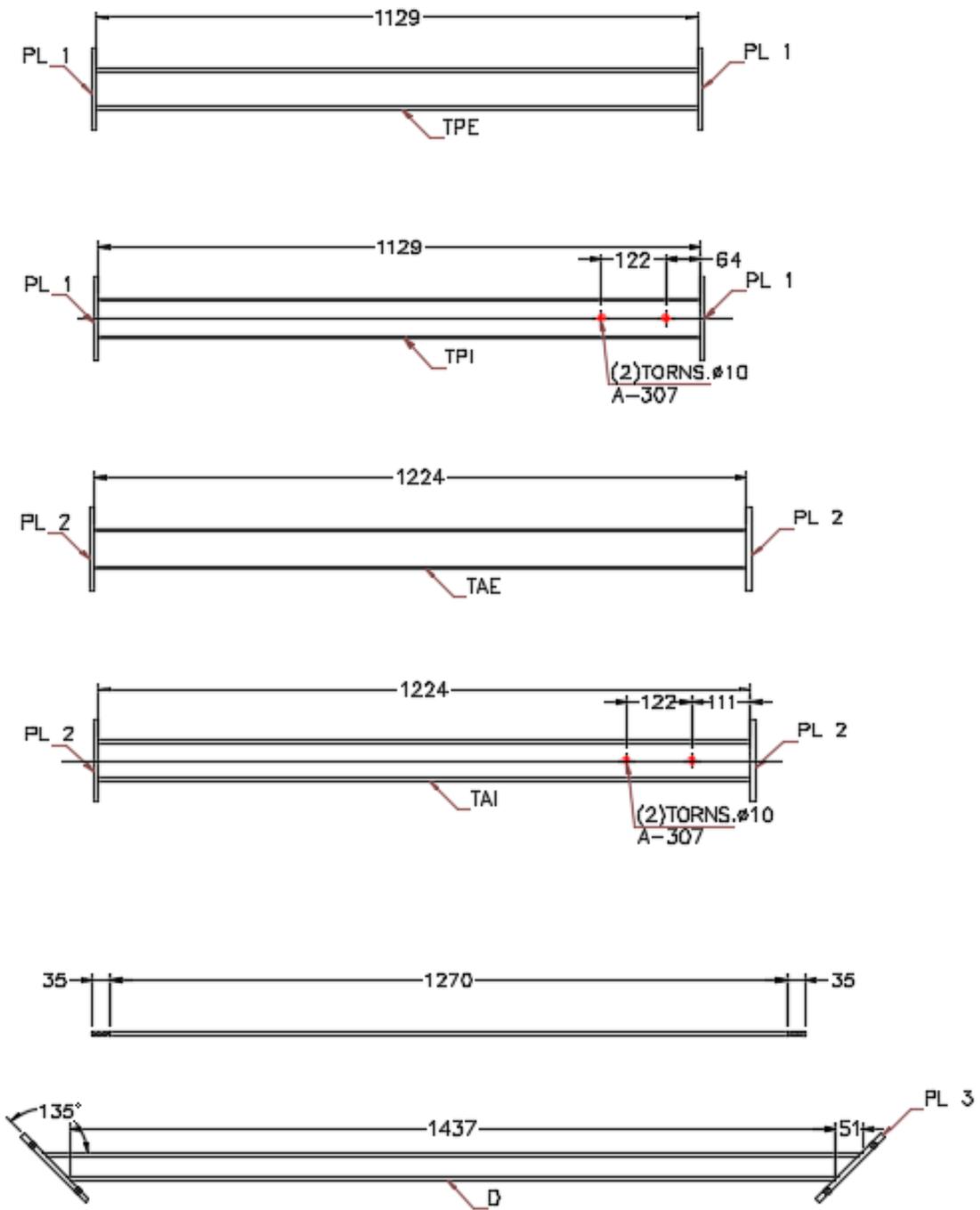
# ANEXOS

## Anexo A. Construcción de prototipo

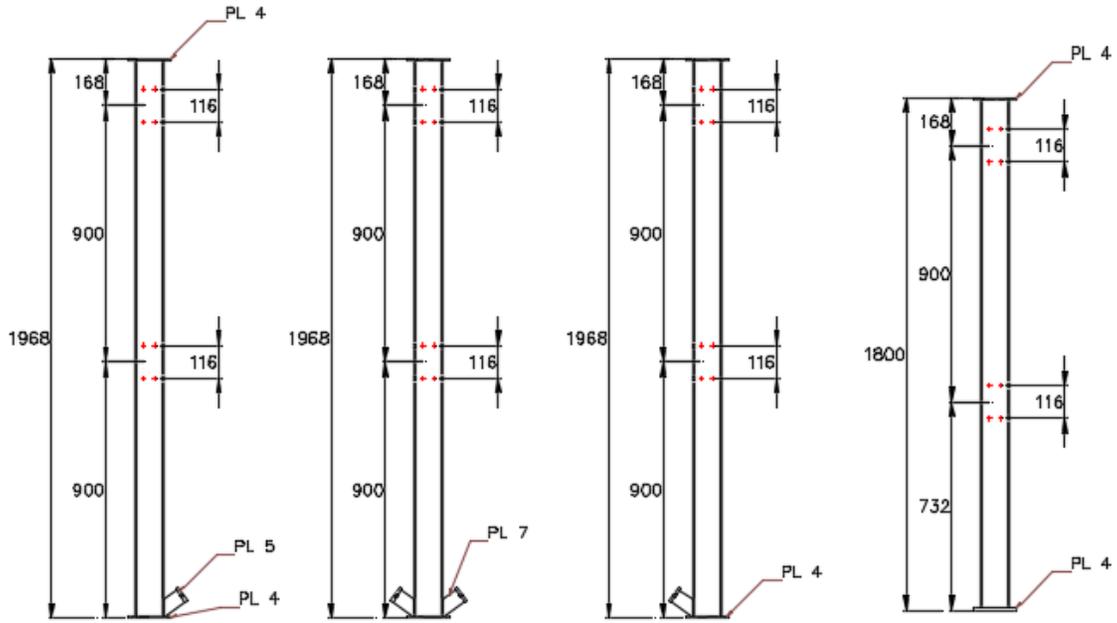
A continuación, se muestran información del proceso que se llevó a cabo para la construcción del prototipo para la parte experimental de la investigación mencionado en la sección 3.2. En las figuras (7.1-7.4) se muestran dibujos de planos de estructuración y detalles.



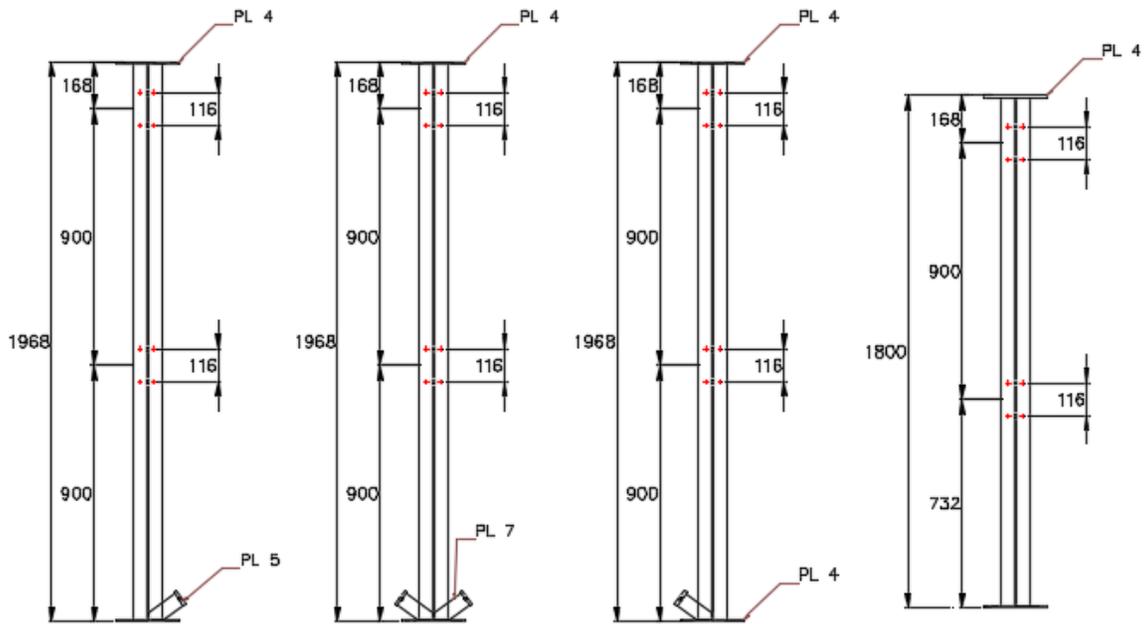
**Figura 7.1.** Dibujos estructurales, plantas y elevaciones de estructura.



**Figura 7.2.** Detalles de vigas con sus placas de conexión.

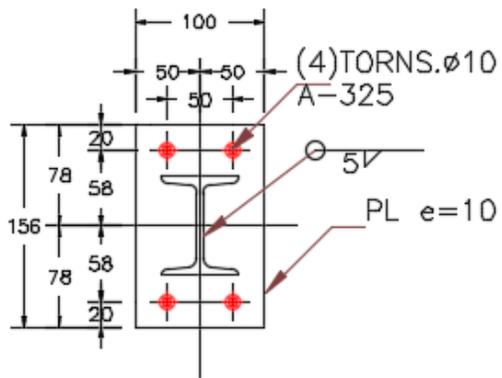


### VISTA LATERAL

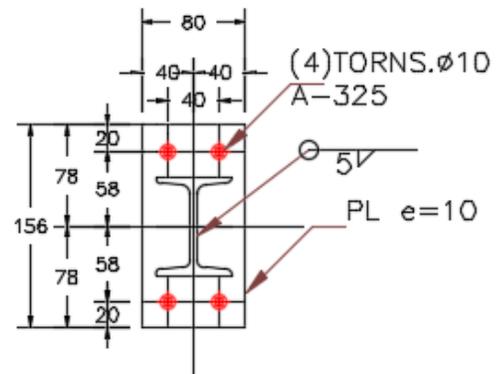


### VISTA FRONTAL

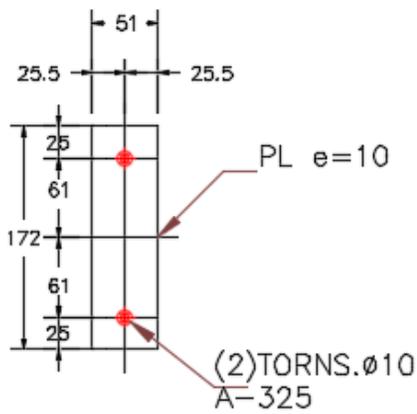
**Figura 7.3.** Detalles de columnas con sus placas de conexión.



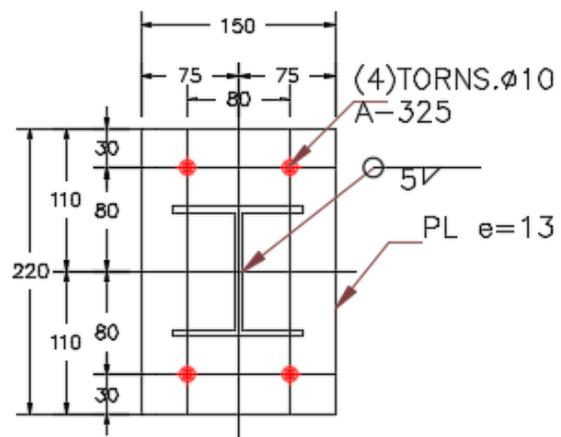
PLACA 1



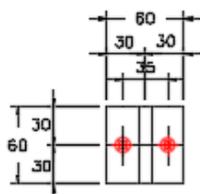
PLACA 2



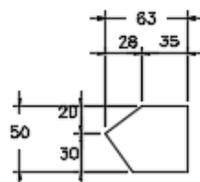
PLACA 3



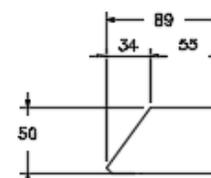
PLACA 4



PLACA 5



PLACA 6



PLACA 7

Figura 7.4. Detalles de placas de conexión.

Los planos se enviaron a taller donde fueron fabricadas las secciones para construir el prototipo.



(a)



(b)

**Figura 7.5.** Fabricación de piezas en taller.

Después de fabricar todas las piezas, se trasladaron a la facultad de ingeniería de la UAQ, Campus San Juan del Río, donde se llevó a cabo el montaje.



**Figura 7.6.** Montaje de la estructura.

Una vez teniendo lista la estructura, se procede a instrumentarla y hacer las pruebas, las cuales consisten en excitarla y medir sus vibraciones.



**Figura 7.7.** Instrumentación de estructura con acelerómetros.



(a)



(b)



(c)

**Figura 7.8.** (a) Excitación, (b) Tarjeta de Adquisición y (c) Visualización de señal.

## Anexo B. Códigos de MATLAB

### A) Señal sintética para la validación.

```
clear all; close all;clc;
A=1;
f=[1 5 10];
fa=[0.01 0.02 0.015];
T=20;
Fs=500;
ND=Fs*T;
t=0:1/Fs:(ND-1)/Fs;

%%Se aplican factores de amortiguamiento (1, 2 y 1.5%)
fd=[f(1,1)*sqrt(1-fa(1,1)^2) f(1,2)*sqrt(1-fa(1,2)^2)
f(1,3)*sqrt(1-fa(1,3)^2)];
r1=A*(exp(-2*pi*fa(1,1)*f(1,1).*t).*cos(2*pi*fd(1,1).*t));
r2=A*(exp(-2*pi*fa(1,2)*f(1,2).*t).*cos(2*pi*fd(1,2).*t));
r3=A*(exp(-2*pi*fa(1,3)*f(1,3).*t).*cos(2*pi*fd(1,3).*t));

%%Se grafican las señales amortiguadas
figure,subplot(3,1,1),plot(t,r1);title('Señal
1'),xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Amplitud');
subplot(3,1,2),plot(t,r2);title('Señal 2'),xlabel('Tiempo
(s)'),ylabel('Amplitud');
subplot(3,1,3),plot(t,r3);title('Señal 3'),xlabel('Tiempo
(s)'),ylabel('Amplitud');

%%Se suman y grafican las señales amortiguadas
x=r1+r2+r3;

%%Se aplica ruido de 5dB a la señal sumada
y=awgn(x,5,'measured');
figure,subplot(2,1,1),plot(t,x),title('Señal
limpia'),xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Amplitud');
subplot(2,1,2),plot(t,y),title('Señal con
ruido'),xlabel('Tiempo (s)'),ylabel('Amplitud');

%aplicar filtro butter a la señal con ruido para obtener
factor de
%amortiguamiento por decremento logaritmico
N=[3 4 3];
Fc=[0.8 1.2];
Fc1=[4.8 5.2];
Fc2=[9.8 10.2];
Wn=(2.*Fc)/Fs;
```

```

Wn1=(2.*Fc1)/Fs;
Wn2=(2.*Fc2)/Fs;
[b a]=butter(N(1,1), Wn, 'bandpass');
[d c]=butter(N(1,2), Wn1, 'bandpass');
[f e]=butter(N(1,3), Wn2, 'bandpass');
g=filtfilt(b, a, y);
g1=filtfilt(d, c, y);
g2=filtfilt(f, e, y);
figure,subplot(3,1,1),plot(t,g);title('BUTTER 1');
subplot(3,1,2),plot(t,g1); title('BUTTER 5');
subplot(3,1,3),plot(t,g2); title('BUTTER 10');

%%Se aplica la transformada MUSIC a la señal sumada con ruido
incluido
[S,F1]=pmusic(y,6,4096,Fs,300,299);
figure,plot(F1,20*log10(S)),title('MUSIC'),xlabel('Frecuencia
(Hz) ');

%%FFT
L = length(y);
NFFT = 2^nextpow2(L);
Y = fft(y,NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
YY = 2*abs(Y(1:NFFT/2+1));
figure,plot(f,YY);title('FFT'),xlabel('Frecuencia
(Hz) '),ylabel('Amplitud')

%%EWT
params.preproc = 'none';
params.degree=10;
params.method = 'locmaxmin';
params.N = 6;
params.completion = 0;
params.log=0;
params.N=9;
Bound=1;

[ewt,mfb,boundaries]=EWT1D(y',params,Fs);

if Bound==1 %Show the boundaries on the spectrum
    xx = pmusic(y,6,(length(y)-1),Fs,300,299); %MIO
    xx = [xx; xx(end:-1:2)]; %MIO
    xx = 20*log10(xx); %MIO

    [pks locss locs] = Show_EWT_Boundaries(xx,boundaries,1);
    [pkssd locssd locsd] =
    Show_EWT_Boundaries(abs(fft(y)),boundaries,1);

```

```
end
```

```
%%DIFERENTES DESCOMPOSICION CALCULADAS
```

```
figure,subplot(3,1,1),plot(ewt{1});  
subplot(3,1,2),plot(ewt{2});  
subplot(3,1,3),plot(ewt{3});
```

```
figure,subplot(3,1,1),plot(ewt{4});  
subplot(3,1,2),plot(ewt{5});  
subplot(3,1,3),plot(ewt{6});
```

```
%%HILBERT
```

```
z = hilbert(ewt{5});  
ENV = abs(z);  
figure,plot(ENV, 'r'),hold on,plot(ewt{5});
```

```
%%AJUSTE DE CURVA
```

```
f1 = fit(t',ENV, 'exp1');  
fe1 = coeffvalues(f1);  
figure,plot(f1,t,ENV);  
fa1 = (-1.*fe1(1,2)./(2*pi*10.0028)).*100    %%1.0002  5.0006  
10.0028
```

## B) Límites de la EWT

```
function [ewt,mfb,boundaries]=EWT1D(f,params,Fs)
```

```
%
```

```
=====
```

```
function ewt=EWT1D(f,params)
```

```
%
```

```
% Perform the Empirical Wavelet Transform of f over Nscale  
scales
```

```
%
```

```
% Inputs:
```

```
% -f: the input signal
```

```
% -params: structure containing the following parameters  
(see the
```

```
% documentation of EWT_Boundaries_Detect for more  
details):
```

```
% -params.log: 0 or 1 to indicate if we want to work  
with
```

```
% the log spectrum
```

```

%     -params.preproc:
'none','plaw','poly','morpho','tophat'
%     -params.method: 'locmax','locmaxmin','ftc'
%     -params.N: maximum number of supports (needed for the
%                 locmax and locmaxmin methods)
%     -params.degree: degree of the polynomial (needed for
the
%                 polynomial approximation
preprocessing)
%     -params.completion: 0 or 1 to indicate if we try to
complete
%                 or not the number of modes if the
detection
%                 find a lower number of mode than
params.N
%
% Outputs:
% -ewt: cell containing first the low frequency component
and
%     then the successive frequency subbands
% -mfb: cell containing the filter bank (in the Fourier
domain)
% -boundaries: vector containing the set of boundaries
corresponding
%     to the Fourier line segmentation (normalized
between
%     0 and Pi)
%
% Author: Jerome Gilles
% Institution: UCLA - Department of Mathematics
% Year: 2012
% Version: 1.0
%
=====
=====

% We extend the signal by mirroring to deal with the
boundaries
l=round(length(f)/2);
x = f;           %%mio
f=[f(l-1:-1:1);f;f(end:-1:end-l+1)];

% We compute the Fourier transform of f
ff=fft(f);

% tic
[ffm fs]=pmusic(x,10,(length(x)-1)*2,Fs,100,99);  %MIO

```

```

ffm = 20*log10(ffm);

boundaries = [0.5804 0.6561 0.7065 0.9084 1.009 1.842 1.918
2.145 2.262 2.438 2.538];

mfb=EWT_Meyer_FilterBank(boundaries,length(ff));

% We filter the signal to extract each subband
ewt=cell(length(mfb),1);
for k=1:length(mfb)
    ewt{k}=real(iffc(conj(mfb{k})).*ff));
    ewt{k}=ewt{k}(1:end-1);
end

```

## B) Tratamiento de las señales adquiridas de la estructura

```

clear all; close all;clc;
load('Prueba1.mat');
Fss=250;
V=3;
fx = decimate(fxd1, V, 64, 'FIR');
L=length(fx);
Fs = Fss/V;
[S,F1]=pmusic(fx,26,4098,Fs,100,99);
NFFT=2^nextpow2(L);
y1=fft(fx, NFFT)/L;
f=Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2);
yy=2*abs(y1(1:NFFT/2));
figure,subplot(2,1,1),plot(f,yy);title('FFT'),xlabel('Frecuen
cia(Hz)'),ylabel('Amplitud');
subplot(2,1,2),plot(F1,20*log10(S));title('MUSIC'),xlabel('Fr
euencia(Hz)'),ylabel('Amplitud');
figure,
plot(F1,20*log10(S));title('MUSIC'),xlabel('Frecuencia(Hz)'),
ylabel('Amplitud');

%%EWT
params.preproc = 'none';
params.degree=10;
params.method = 'locmaxmin';
params.N = 6;
params.completion = 0;
params.log=0;
params.N=9;
Bound=1;

```

```

[ewt,mfb,boundaries]=EWT1D(fx',params,Fs);

if Bound==1 %Show the boundaries on the spectrum
    xx = pmusic(fx,26,(length(fx)-1),Fs,100,99); %MIO
    xx = [xx; xx(end:-1:2)]; %MIO
    xx = 20*log10(xx); %MIO

    [pks locss locs] = Show_EWT_Boundaries(xx,boundaries,1);
    [pkd locssd locsd] =
Show_EWT_Boundaries(abs(fft(fx)),boundaries,1);
end

%%DIFERENTES DESCOMPOSICION CALCULADAS
figure,subplot(3,1,1),plot(ewt{2});
    subplot(3,1,2),plot(ewt{3});
    subplot(3,1,3),plot(ewt{5});

figure,subplot(3,1,1),plot(ewt{7});
    subplot(3,1,2),plot(ewt{9});
    subplot(3,1,3),plot(ewt{11});

figure,subplot(3,1,1),plot(ewt{7});
    subplot(3,1,2),plot(ewt{8});
    subplot(3,1,3),plot(ewt{9});
figure,subplot(1,1,1),plot(ewt{10});
    subplot(3,1,2),plot(ewt{11});

xx = xcorr(ewt{2},ewt{2});
xf = xx(length(xx)/2:end);
figure,plot(xf)

%%HILBERT
z = hilbert(xf);
ENV = abs(z);
figure,plot(ENV,'r'),hold on,plot(xf);

LL = length(xf);
%%AJUSTE DE CURVA
t = 0:1/Fs:(LL-1)/Fs;
f1 = fit(t',ENV,'exp1');
fel = coeffvalues(f1);
figure,plot(f1,t,ENV);
fal = (-1.*fel(1,2)./(2*pi*8.134)).*100

```

**Anexo C. Frecuencias y Factores de amortiguamiento obtenidas de cada prueba**

**Tabla 7.1. Frecuencias obtenidas en dirección "x"**

FXD4									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
8.154	8.236	8.154	8.175	8.154	8.154	8.175	8.134	8.134	8.154
9.049	8.947	9.09	9.029	9.008	9.008	9.069	9.008	9.049	9.008
12.08	0	12.99	11.27	11.92	0	11.67	0	0	0
24.93	24.26	24.85	24.91	25.01	25.01	24.97	25.09	24.69	24.22
29.1	29.18	29.24	29.28	29.22	29.18	29.12	29	29.04	29.06
32.9	33.55	33.29	33.33	32.78	33.29	33.11	33.29	33.15	33.23
FXD3									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
8.154	0	8.195	8.154	8.134	8.134	8.073	8.154	8.073	8.215
8.988	9.029	9.09	9.069	9.049	9.029	8.947	9.049	8.998	9.029
11.63	12.33	0	11.92	0	10.39	0	10.33	0	0
0	24.79	23.69	24.08	0	0	0	0	0	23.93
29.16	29.14	29.12	29.18	29.16	29.08	29.1	29.14	29.06	29
33.11	33.17	33.09	33.11	33.13	33.15	33.09	33.11	33.11	33.88
FXD2									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
8.175	0	8.175	8.154	8.175	8.154	8.114	8.154	8.114	8.134
9.069	9.008	9.049	9.049	9.049	9.069	9.008	9.008	8.998	9.008
12.57	11.45	0	11.73	11.2	11.27	0	0	0	11.22
24.97	24.79	23.41	24.67	25.01	24.99	24.87	24.99	24.89	24.81
29.12	29.16	29.06	29.06	29.22	29.12	29.08	29.1	29.06	29.08
32.74	33.23	32.84	34.08	33.33	32.58	32.54	33.06	32.98	32.62
FXD1									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
8.134	0	8.276	8.093	8.134	8.114	8.157	8.154	8.154	8.114
9.029	9.008	9.029	9.029	9.029	9.008	9.008	9.049	8.998	9.049
13.58	11.73	10.84	0	12.75	0	0	0	0	0
24.87	24.91	24.93	24.85	24.99	24.99	24.91	24.52	25.05	24.73
29.16	29.12	29.12	28.67	28.41	29.08	29.1	29.14	29.1	29.08

33.09	33.06	33.06	32.86	34.12	33.09	33.11	33.11	33.09	33.09
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

**Tabla 7.2.** Frecuencias obtenidas en dirección "y"

FYD4									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008
11.31	10.8	0	11.06	0	0	0	0	0	0
0	0	23.81	25.58	0	0	0	0	0	0
28.92	29.22	29.22	28.61	0	0	28.79	28.59	28.96	29.16
33.29	33	33.23	32.84	34.2	33.15	33.33	32.9	32.92	33.29
FYD3									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008	9.008
12.45	11.55	11.47	0	0	0	0	10.61	0	0
0	24.61	25.62	24.87	0	29.16	0	0	0	0
29.12	29.32	29.22	28.1	0	0	28.88	29.04	28.61	0
33.17	33.13	33.09	33.17	33.04	33.02	33.06	33.04	33.33	33.47
FYD2									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9.008	9.008	9.008	9.029	9.008	9.008	9.008	9.008	8.988	9.008
0	12.55	0	0	0	0	0	11.71	0	0
25.11	25.07	0	24.89	25.05	0	0	0	0	0
29.79	28.98	29.28	28.08	28.9	0	29.16	28.79	28.86	29.51
32.45	33.86	32.39	33.11	34.59	32.33	32.25	32.33	32.25	32.33
FYD1									
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Wn									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9.029	9.029	9.029	9.008	9.008	9.008	8.998	9.008	8.988	9.008
19.66	11.55	11.55	0	11.71	0	0	11.77	0	0
0	24.95	0	22.31	0	0	0	0	0	25.26
29.02	29.24	0	28.06	29.22	0	28.98	28.92	29.02	0

33.47	33.27	33.41	33.43	33.39	33.35	33.29	33.25	33.21	33.21
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

**Tabla 7.3.** Factores de amortiguamiento obtenidos en direcciones "x" y "y".

FXD4					FYD4				
P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5
1.9301	1.7138	1.9219	1.9231	2.2632	0	0	0	0	0
2.1462	2.0149	1.9473	1.7942	2.2703	1.3441	1.4234	1.3859	1.6022	1.5762
1.0271	0	1.73	0.9319	1.4063	1.1248	1.3911	0	1.6569	0
0.5502	0.4469	0.375	0.5945	0.4171	0	0	0.7495	0.6248	0
0.4921	0.7148	0.5913	0.5367	0.5888	0.5899	0.5312	0.6916	0.6659	0
0.6313	0.6096	0.3435	0.2907	0.5427	0.7757	0.432	0.6537	0.6053	0.7472
FXD3					FYD3				
P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5
1.5199	0	1.4085	1.5742	1.3616	0	0	0	0	0
2.1752	1.5392	2.005	1.4144	1.7949	1.3994	2.0378	1.9383	1.9199	2.0813
1.1552	0.9983	0	0.5109	0	1.7419	1.2158	1.3365	0	0
0	0.3238	0.4888	0.511	0	0	0.6866	0.8174	0.6766	0
0.7117	0.8131	0.8298	0.6251	0.5032	0.7203	0.7908	0.8878	0.791	0
0.3647	0.3732	0.2591	0.2684	0.3843	0.7476	0.6553	0.698	0.6543	0.5685
FXD2					FYD2				
P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5
2.3989	1.5073	2.067	1.4889	2.1762	1.4237	1.3219	1.3426	1.3654	1.4157
0.749	1.0071	0	1.394	0.5794	0	1.1869	0	0	0
0.8035	0.5268	0.9375	0.8571	0.4623	0.6997	0.8365	0	0.8674	0.6783
0.6822	0.5376	0.6984	0.6322	0.3992	0.6673	0.773	0.7103	0.8043	0.786
0.5101	0.5649	0.5156	0.4772	0.4295	0.6445	0.4861	0.4324	0.4465	0.593
FXD1					FYD1				
P1	P2	P3	P4	P5	P1	P2	P3	P4	P5
1.4331	0	0.4033	1.5138	1.4452	0	0	0	0	0
2.1319	1.7481	0.9528	1.4556	2.0576	1.5298	1.9215	1.7611	2.122	2.1336
1.1858	0.8395	1.288	0	0.9887	0.9483	1.1673	1.5579	0	0.9558
0.4544	0.3492	0.8629	0.8327	0.5573	0	0.845	0	0.9014	0
0.882	0.7195	0.7637	0.6454	0.3853	0.6189	0.7415	0	0.5924	0.511
0.4411	0.3259	0.455	0.7684	0.4482	0.514	0.7057	0.6325	0.4743	0.3996