



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias con línea terminal en Estructuras

Interacción Fluido-Estructura en membranas de geometría compleja sometidas  
a cargas dinámicas por viento

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el título de  
Maestro en Ciencias Estructuras

**Presenta:**

Cristian Guadalupe García Torres

**Dirigido por:**

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel  
Presidente

Dr. Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández  
Secretario

Dr. Enrique Rico García  
Vocal

Dr. Luis Francisco Pérez Moreno  
Suplente

M. en C. Iván Fermín Arjona Catzim  
Suplente

Centro Universitario  
Querétaro, Qro.  
Agosto 2025

La presente obra está bajo la licencia:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



CC BY-NC-ND 4.0 DEED

Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

### Usted es libre de:

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciante no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

### Bajo los siguientes términos:



**Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.



**NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



**SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

### Avisos:

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.



## RESUMEN

Las estructuras de membrana se caracterizan por ser cubiertas ligeras con formas geométricas complejas como el paraboloide hiperbólico, que aportan belleza arquitectónica. No obstante, su bajo peso las hace vulnerables a los efectos del viento. En esta investigación se analizó el comportamiento de una membrana tipo paraboloide hiperbólico sometida a cargas de viento, utilizando simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD) en el entorno ANSYS Fluent. El objetivo principal fue obtener la distribución de presiones sobre la superficie de la membrana y evaluar su respuesta estructural. La metodología de interacción fluido-estructura llevo a cabo mediante transferencia de presiones, esto es del modelo fluido al modelo estructural, al tener las deformaciones debidas al viento se realizó nuevamente la simulación para que el flujo del viento fuera modificado, obteniendo así el comportamiento dinámico.

El modelo fue validado mediante comparación de una geometría similar con datos experimentales en túnel de viento, mostrando una correspondencia de 95% entre los resultados CFD y las pruebas físicas. Las deformaciones observadas alcanzaron valores confiables y mostraron simetría en condiciones de incidencia lateral. Se concluye que la metodología CFD es una alternativa válida al ensayo experimental en fases tempranas de diseño, y se recomienda su aplicación en futuras investigaciones con modelos transitorios, geometrías más complejas y diferentes condiciones ambientales.

**(Palabras clave:** Interacción fluido-estructura, Estructura de membrana, transferencia de presiones, CFD, paraboloide hiperbólico)

## ABSTRACT

Membrane structures are characterized by being lightweight roofs with complex geometric shapes, such as the hyperbolic paraboloid, which provide architectural beauty. However, their low weight makes them vulnerable to the effects of wind. In this research, the behavior of a hyperbolic paraboloid membrane subjected to wind loads was analyzed using computational fluid dynamics (CFD) simulations in the ANSYS Fluent environment. The primary objective was to obtain the pressure distribution over the membrane surface and evaluate its structural response. The fluid-structure interaction methodology is carried out by transferring pressures from the fluid model to the structural model. Given the deformations due to wind, the simulation was rerun to modify the wind flow, thus obtaining the dynamic behavior.

The model was validated by comparing a similar geometry with experimental data in a wind tunnel, showing a 95% correspondence between the CFD results and the physical tests. The deformations reached reliable values and showed symmetry under lateral incidence conditions. It is concluded that the CFD methodology is a valid alternative to experimental testing in early design phases, and its application is recommended in future research involving transient models, more complex geometries, and different environmental conditions.

**(Keywords:** Fluid-structure interaction, Membrane structure, pressure transfer, CFD, hyperbolic paraboloid)

A Dios que me permitió obtener un nuevo logro, pongo esta corona a sus pies.

A mis padres por su apoyo incondicional.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios por la vida y habilidades que me ha dado para lograr este objetivo.

A mis padres que me apoyaron en todo momento

A mi hermana por su compañía y consejo incondicional.

A mis compañeros de generación y del cubículo a lo largo de la maestría.

A la Secretaria de Ciencias, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) antes CONAHCYT por el apoyo económico para llevar a cabo esta investigación.

A la Universidad Autónoma de Querétaro y la Facultad de Ingeniería.

Al doctor Jaime Horta por su dirección, apoyo y animo a lo largo del desarrollo del tema y las materias que impartió.

Al doctor Francisco por esa dirección y consejos para la redacción de este documento.

A los doctores que compartieron su conocimiento y experiencia conmigo y mis compañeros.

## TABLA DE CONTENIDOS

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>14</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN .....	16
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	17
<b>2. ANTECEDENTES .....</b>	<b>19</b>
2.1 MEMBRANAS.....	19
2.1.1 <i>Paraboloide hiperbólico</i> .....	19
2.1.2 <i>Materiales</i> .....	21
2.1.3 <i>Tipos de falla</i> .....	23
2.2 VIENTO.....	26
2.2.1 <i>Método de coeficientes</i> .....	27
2.2.2 <i>Túnel de viento.</i> .....	28
2.2.3 <i>Dinámica de fluidos computacional (CFD)</i> .....	30
2.3 INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA.....	35
<b>3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS .....</b>	<b>39</b>
3.1 HIPÓTESIS .....	39
3.2 OBJETIVO GENERAL .....	39
3.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	39
<b>4. METODOLOGÍA.....</b>	<b>40</b>
4.1 SIMULACIÓN CFD.....	40
4.1.1 <i>Geometría</i> .....	41
4.1.2 <i>Mallado de la estructura</i> .....	43
4.1.3 <i>Perfil de velocidad</i> .....	44
4.1.4 <i>Obtención de las presiones</i> .....	45
4.2 TRABAJO CON EL MODELO FLEXIBLE.....	45
4.2.1 <i>Propiedades de los materiales</i> .....	46
4.2.2 <i>Conversión de presiones</i> .....	48
4.3 EVALUACIÓN DEL MODELO.....	49
<b>5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>50</b>
5.1 SIMULACIÓN CFD.....	50



5.1.1	<i>Geometría y datos de entrada</i> .....	50
5.1.2	<i>Comportamiento de velocidad</i> .....	51
5.1.3	<i>Distribución de presiones</i> .....	54
5.1.4	<i>Coeficientes de presión</i> .....	56
5.2	TRABAJO CON MODELO FLEXIBLE .....	57
5.3	VALIDACIÓN .....	62
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>65</b>
<b>7.</b>	<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>66</b>
<b>8.</b>	<b>APENDICES</b> .....	<b>70</b>
8.1	CÓDIGO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL .....	70
8.2	<i>CONSIDERACIONES PARA SIMULACIÓN CFD</i> .....	88
8.2.1	<i>Condiciones de frontera</i> .....	88
8.2.2	<i>Modelos</i> .....	88
8.2.3	<i>Mallado</i> .....	89

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Ejemplo de membrana, adaptado de Escrig & Sánchez-Sánchez (2015). .....	14
Figura 1.2. Paraboloide con proyección rectangular, adaptado de Houtman (2015). .....	14
Figura 1.3. Paraboloide hiperbólico con forma de elipse, adaptado Q. Wang et al. (2023).....	15
Figura 2.1. Proyección horizontal de paraboloide hiperbólico del primer tipo, extraído de Q. Wang et al. (2023). ....	20
Figura 2.2. Cubierta con forma de paraboloide hiperbólico del primer tipo, extraído de Q. Wang et al. (2023). ....	20
Figura 2.3. Paraboloide hiperbólico del tipo 2, extraído de Q. Wang et al. (2023). .....	20
Figura 2.4. Paraboloide hiperbólico del tipo 3, extraído de Q. Wang et al. (2023). .....	21
Figura 2.5. Forma de los tejidos, adaptado de Houtman (2015). ....	22
Figura 2.6. Falla en lonaria Santa Rosa Jauregui, extraído de El Universal Querétaro (2016).....	24
Figura 2.7. Falla en lonaria de parque lineal, extraído de Tvpacifico (2024). ....	24
Figura 2.8. Falla durante feria aeroespacial, extraído de El Financiero (2023). ...	25
Figura 2.9. Caída de lonaria durante muestra gastronómica, extraído de INFOBAE (2022).....	25
Figura 2.10. Falla estructural en plantel cedat, extraído de La jornada (2023). ...	26
Figura 2.11. Túnel de viento UNAM. ....	29

Figura 2.12. Flujo de fluido y distribución de presiones en un objeto en CFD.....	30
Figura 4.1. Metodología para el análisis de la interacción fluido-estructura. ....	40
Figura 4.2 Descripción de la simulación CFD.....	41
Figura 4.3. a) Parámetros de entrada, b) Trazo de paraboloide.....	42
Figura 4.4. Geometría de cubierta.....	42
Figura 4.5. Dimensiones del recinto de aire. ....	43
Figura 4.6. Paraboloide para validación. a) geometría, b) dimensiones de recinto virtual.....	43
Figura 4.7. Mallado del fluido y membrana.....	44
Figura 4.8 Datos de malla. ....	44
Figura 4.9. Velocidad de entrada. ....	45
Figura 4.10. Residuales de análisis CFD. ....	45
Figura 4.11. Pasos para realizar el análisis estructural. ....	46
Figura 4.12. Propiedades físicas de los materiales. ....	47
Figura 4.13. Mallado de membrana.....	47
Figura 4.14. Presiones sobre elementos tipo shell.....	48
Figura 4.15. Estructura reforzada con cables.....	48
Figura 4.16. Pasos para verificar los resultados.....	49
Figura 5.1. Distribución de presión. a) En línea al interior de la membrana, b) En borde.....	50
Figura 5.2. Velocidad de viento con incidencia en punto inferior. a) Primera simulación, b) segunda simulación.....	51

Figura 5.3. Velocidad de viento con incidencia esquina superior. a) Primera simulación, b) segunda simulación.....	52
Figura 5.4. vectores de velocidad en incidencia lateral. a) Primera simulación, b) segunda simulación.....	52
Figura 5.5. Flujo de viento incidente. a) Esquina inferior, b) lateral, c) esquina superior. ....	54
Figura 5.6. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia en esquina inferior. ....	55
Figura 5.7. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia lateral.....	55
Figura 5.8. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia en esquina superior. ....	56
Figura 5.9. Coeficientes de presión neta. a) Incidencia en esquina inferior, b) incidencia lateral, c) incidencia en esquina superior. ....	57
Figura 5.10. Distribución de momento flector sobre membrana (kg-m). a) incidencia en esquina superior, b) incidencia lateral, c) incidencia en esquina inferior. ....	58
Figura 5.11. Deformación de estructura en metros, incidencia en esquina inferior. a) primera simulación, b) segunda simulación. ....	59
Figura 5.12. Deformación de estructura en metros, incidencia lateral. a) primera simulación, b) segunda simulación.....	60
Figura 5.13. Deformación de estructura en metros, incidencia en esquina superior. a) primera simulación, b) segunda simulación. ....	61
Figura 5.14. Coeficientes de presión en incidencia inferior. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme.....	62
Figura 5.15. Coeficientes de presión en incidencia lateral. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme.....	63

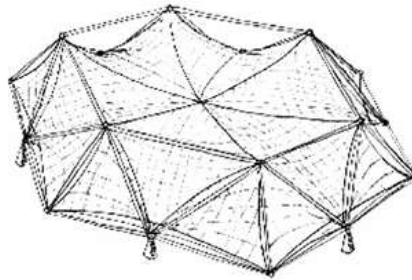
Figura 5.16. Coeficientes de presión en incidencia superior. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme. ....	64
Figura 8.1. Panel de navegación Mesh. ....	88
Figura 8.2 .....	90
Figura 8.2 .....	90
Figura 8.2 .....	90

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Métodos de simulación numérica en CFD.....	35
Tabla 4.1 Resistencia de la membrana. ....	46

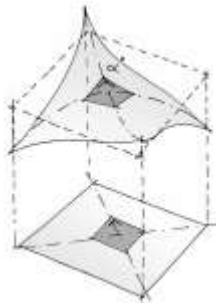
## 1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras son un elemento o conjunto de elementos que resisten cargas y las transmiten a sus apoyos. En particular, las estructuras tipo membrana, también conocidas como lonarias o velarias, son elementos de tres dimensiones en donde dos de ellas superan a la tercera en cuanto a su longitud, su principal característica es que trabajan solo con esfuerzos de tensión. En la Figura 1.1 se observa una membrana trabajando en conjunto con postes y cables.



**Figura 1.1. Ejemplo de membrana, adaptado de** Escrig & Sánchez-Sánchez (2015).

Pueden tomar diversas formas las cuales, entre más complejas sean, suelen aportar belleza arquitectónica al entorno urbano donde son utilizadas. Una de las geometrías más comunes es el paraboloide hiperbólico, una superficie reglada (una curva que puede ser trazada a través de una generatriz de línea recta) semejante a una silla de montar en su forma más general. De esta se pueden extraer variantes al recortar sus bordes o esquinas y se pueden obtener curvas cuya proyección vista en planta es rectangular como las vistas en las cubiertas de estacionamientos (Figura 1.2), o formas elípticas usadas en estadios (Figura 1.3).



**Figura 1.2. Paraboloide con proyección rectangular, adaptado de** Houtman (2015).



**Figura 1.3. Paraboloide hiperbólico con forma de elipse, adaptado Q. Wang et al. (2023).**

Las membranas se componen principalmente de material textil o PVC, tipo lona que es utilizado como cubierta soportada por postes y cables de acero. Entre sus ventajas está el paso de luz, además de impedir el paso de radiación solar y lluvia. Además, debido a su bajo peso, es posible utilizarlas para cubrir grandes claros sin la necesidad de una estructura robusta y costosa que las soporte, sin embargo, son susceptibles a los efectos del viento, esto es mostrado en el capítulo 2.

El viento está formado por corrientes de aire, las cuales son producto de diferencias de temperatura y presión en la atmosfera, teniendo un comportamiento aleatorio debido a los vórtices o remolinos que lo componen, además, su flujo es complejo y varia en el tiempo y el espacio. Al igual que otros tipos de fluidos, las componentes del viento tienen una fuerza de atracción pequeña entre sí, debido a esto, al experimentar acciones externas puede ser deformado y presentar cambios en su dirección y velocidad.

Las fuerzas que deforman un fluido, pueden tener diferentes causas, como la gravedad, variaciones en tuberías que los contiene y obstáculos que se interpongan. En el caso del viento, las construcciones que oponen resistencia a su movimiento son responsables del cambio en su velocidad y presión. Mientras su movimiento es alterado, se están ejerciendo presiones que se traducen en acciones sobre la estructura, estas fuerzas ocasionaran deformaciones elásticas en el cuerpo que impacta el viento. La deformación en el flujo del viento mientras deforma la estructura se conoce como interacción fluido-estructura.

De acuerdo a normativa vigente (NTC Viento, 2023), si no se cuenta con información suficiente para conocer el efecto del viento sobre la estructura, se recurrirá a modelos físicos que se analizarán en túnel de viento.



Una alternativa consiste en llevar a cabo un análisis del flujo del viento mediante dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés), en la cual se obtienen mediante aproximaciones numéricas la velocidad y presión entre otras características.

Una vez conocidos los efectos del viento sobre la estructura se puede llevar a cabo su diseño estructural, que de acuerdo con la NTC viento (2023), deben ser seguras y cómodas para los usuarios.

En el presente estudio, se lleva a cabo el análisis estructural de una membrana con forma de paraboloides hiperbólicos, la cual tiene un peso ligero y es afectada por el flujo del viento, las acciones del viento son obtenidas a través de CFD y guardan una similitud del 95% con las obtenidas en túnel de viento.

A continuación, se presentan la descripción del problema y la justificación del tema de estudio. En el capítulo 2 se describen algunos antecedentes sobre membranas, fenómenos del viento y algunos métodos de solución usados para la interacción fluido-estructura. Con esto, en el capítulo 3 se describen los objetivos e hipótesis del trabajo.

Posteriormente en el capítulo 4 esta descrita la metodología de transferencia de presiones la cual está basada en CFD y análisis estructural. Por último, en los capítulos 5 y 6 se describen los resultados obtenidos de la simulación y las conclusiones del estudio respectivamente.

## 1.1 Justificación

Las cubiertas tipo paraboloides hiperbólicos aportan belleza arquitectónica a diversas construcciones como lo son restaurantes, capillas, museos, y estadios. También son usadas en espacios al aire libre como teatros, centros de deporte, albercas y parques.

Otras cubiertas hechas de concreto y acero, son pesadas y debido a esto, no se ven afectadas por el viento; solo en el caso de tener una altura importante pueden presentar deformaciones y vibraciones que generan incomodidad y sensación de inseguridad en los usuarios (Lara López, 2016). Además, al tratarse de grandes claros a cubrir se vuelve extremadamente costosa la construcción de la cubierta y la estructura de soporte.

Por otra parte, las lonarias son ligeras, lo que permite reducir el costo de la estructura que las soporta, además tienen un tiempo de construcción reducido en comparación con los sistemas tradicionales. Sin embargo, presentan problemas debido al viento a causa de su bajo peso y, en caso de fuertes ráfagas, estas construcciones presentan fallas estructurales de dos tipos, la primera se observa como rupturas en la membrana y la segunda como falla frágil de los tubos que la soportan.

Según las NTC Viento (2023), una estructura diseñada para soportar los efectos del viento y resistir los estados límite de falla y de servicio, previene que se presenten pérdidas económicas. En el caso de las estructuras tipo membrana las pérdidas van desde el 43 hasta el 64% del valor inicial de la obra (El Universal Querétaro, 2016; INFOBAE, 2022). Debido a esto, en esta tesis se han calculado coeficientes de presión de viento sobre una membrana tipo paraboloide hiperbólico que podrán ser usados para el diseño estructural de las lonarias con el objetivo de reducir los colapsos o fallas estructurales de las mismas.

## 1.2 Descripción del problema

Las estructuras de membrana son sensibles a los efectos dinámicos del viento (NTC Viento, 2023), por lo que el análisis para conocer su comportamiento es realizado principalmente mediante estudios en túneles de viento (Liu et al., 2016). Sin embargo, un túnel de viento no describe totalmente la turbulencia del flujo aerodinámico, además de limitar la magnitud de la velocidad que se puede aplicar (Liu et al., 2016), además de que no siempre es a todo investigador o constructor.

Otro método consiste en aplicar soluciones de tipo numérico de las ecuaciones que describen el comportamiento del fluido (Yang et al., 2021), sin embargo, estas implican el uso de largos tiempos de simulaciones las cuales pueden durar desde horas hasta días.

Por otra parte, el manual de diseño de obras civiles (CFE) presenta el cálculo de presiones a través de coeficientes para estimar del efecto dinámico sobre membranas rectangulares (Comisión Federal de Electricidad, 2020), aun así, no se cuenta con los coeficientes de presión para diseñar algunas geometrías de las membranas.

Los métodos que se usan para analizar los efectos del viento sobre las estructuras tienen una precisión de hasta el 98% sin embargo, cada uno tiene sus limitaciones, por ello, es necesario contar con nuevas herramientas y tecnologías que hagan posible conocer el comportamiento de las estructuras sometidas a cargas dinámicas por viento, que permitan estimar las condiciones más parecidas a la realidad posible, sin limitaciones en cuanto a velocidad o tamaño y que sean accesibles a todo investigador o constructor.

Debido a lo mencionado anteriormente, se plantea el uso de CFD en Ansys Fluent, el cual tiene como principales ventajas (NTC Viento, 2023) que se puede reproducir totalmente su geometría y propiedades cinemáticas, el ambiente de la simulación es totalmente controlado y con solo una simulación se puede obtener información de las diversas variables en cualquier punto del dominio.

## **2. ANTECEDENTES**

El presente capítulo describe algunos conceptos acerca de la geometría de las membranas y algunas de sus principales características, además de estudiar el riesgo que representa el viento para las estructuras de membrana. Posteriormente se discute acerca del viento y los métodos propuestos por la normativa, entre ellos el CFD. Por último, se menciona la interacción fluido-estructura y las consideraciones de trabajarla a través de modelos acoplados.

### **2.1 Membranas.**

Una membrana es considerada un elemento estructural que, dependiendo el material del que este compuesta, resistirá principalmente con esfuerzos de tensión y compresión. En el caso de membranas arquitectónicas construidas a base de tejidos revestidos, solo resistirán esfuerzos de tensión y es necesario que el sistema estructural se complemente con postes o barras que soporten los esfuerzos de compresión.

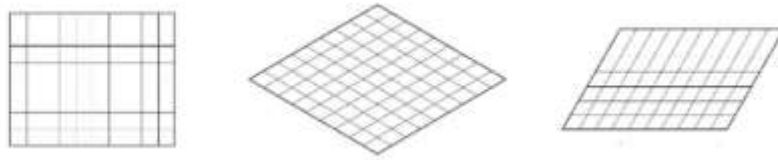
Una de sus principales características es un espesor muy pequeño, y, en el caso de las lonarias que se mencionan en este documento, los espesores son menores a 5 mm. A lo largo de la historia, el ser humano las utilizó como refugios apoyados en palos para protegerse de las inclemencias del tiempo.

Algunos usos dependiendo del material que las compone, son velas de barcos, antibalísticos, tiendas de campaña, y cubiertas arquitectónicas con formas complejas como paraboloides hiperbólicos salvando grandes claros.

#### **2.1.1 Paraboloide hiperbólico.**

Los paraboloides hiperbólicos son un tipo de superficie reglada, es decir, se pueden describir a través de líneas rectas que da forma a vistas bellas y agradables, son observados ampliamente en cubiertas, especialmente en aquellas con grandes claros. Gimnasios, centros de convenciones, teatros, estaciones de ferrocarril son algunas de las construcciones en las que puede ser usados este tipo cubiertas (Q. Wang et al., 2023). Algunas de las formas más comunes de los paraboloides hiperbólicos son las descritas en los siguientes párrafos.

El primer tipo se observa en la Figura 2.1 y la Figura 2.2 , son aquellos cuya proyección horizontal describe un paralelogramo. Este tipo de paraboloides es el menos complicado de elaborar en cuanto al proceso constructivo se refiere.

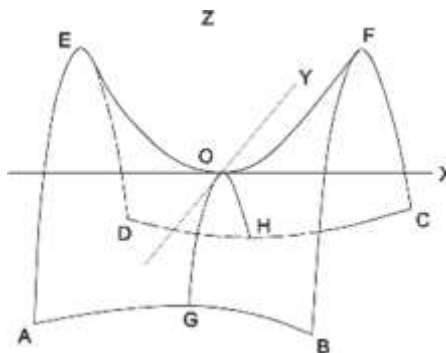


**Figura 2.1. Proyección horizontal de paraboloides hiperbólicos del primer tipo, extraído de Q. Wang et al. (2023).**



**Figura 2.2. Cubierta con forma de paraboloides hiperbólicos del primer tipo, extraído de Q. Wang et al. (2023).**

El segundo tipo observado en la Figura 2.3, se refiere aquellos cuya proyección horizontal es semejante a un reloj de arena en su proyección horizontal



**Figura 2.3. Paraboloides hiperbólicos del tipo 2, extraído de Q. Wang et al. (2023).**

El ultimo tipo de paraboloides considerado es aquel cuya proyección horizontal es una elipse como se observa en la Figura 2.4.



**Figura 2.4. Paraboloide hiperbólico del tipo 3, extraído de Q. Wang et al. (2023).**

La ecuación del lugar geométrico es:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad (1)$$

Donde x, y & z son los puntos que describen la superficie, a y b son constantes con valor superior a cero.

El paraboloide hiperbólico es comúnmente elegido para dar forma a estructuras de membrana, sin embargo, también se ha estudiado el formar estructuras de esta geometría tan peculiar con el uso de lámina acanalada (Abramczyk, 2016). Por otra parte, se explora el uso de estas formas como superficies que solucionan otro tipo de problemas, tal es el caso de la energía solar la cual es obtenida a través de paneles solares (Basem et al., 2022; Wu et al., 2022).

Los paraboloides hiperbólicos se han usado en diversas construcciones inclusive antes de existir información acerca de su comportamiento estructural, debido a esto se han realizado investigaciones de tipo numérico sobre estructuras existentes para conocer su comportamiento (S. Wang et al., 2020).

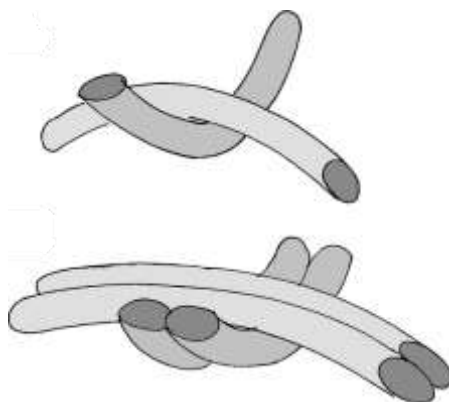
### 2.1.2 Materiales

Al elegir concreto o acero para la construcción de una estructura, se determina también el proceso constructivo y el tiempo que tardara la ejecución de la obra. Cuando se trata de membranas, hay una variedad de materiales que se usan para su construcción y el proceso constructivo será similar para todos.

Al construir una membrana, se busca que sea estable ante las cargas externas, las cuales dependiendo su magnitud y características determinan como se deformará la membrana (Escrig & Sánchez-Sánchez, 2015b). Si la geometría de la membrana consiste en una superficie de curvatura simple, esta tendrá grandes deformaciones al ser sometida a acciones, debido a esto, es común que este tipo de estructuras sean de doble curvatura.

La membrana solo resistirá fuerzas de tensión, las fuerzas externas serán transformadas en equivalentes tensiones a través de la deflexión de la membrana. Los materiales que se utilicen para la construcción requieren dos características principales: transmitir solo fuerzas de tensión y permitir deformaciones por esfuerzo cortante, (Houtman, 2015b).

Las membranas estructurales son elaboradas a menudo de tejidos de hilos de diversos materiales textiles orgánicos o artificiales, de una o varias capas en ambos sentidos véase Figura 2.5. En el caso de hilos artificiales su sección varía entre 100 y 500 micrómetros su sección puede ser de cualquier tipo, mientras que, en hilos de tipo orgánicos, la sección es circular y varía de 5 a 24 mm.



**Figura 2.5. Forma de los tejidos, adaptado de Houtman (2015).**

Algunos de los materiales utilizados son:

- Algodón orgánico.
- Poliamida.
- Polietileno.
- Poliéster.
- Fibra de vidrio.
- Polímero de flúor.
- Aramida polimérica.
- Fibra polimérica Vectran.

El material de las membranas se construye con material textil entretejido al que se aplica un revestimiento para protegerlo del agua y contaminantes. El tipo de tejido puede variar en ambos sentidos, aunque lo común es que se utilice la misma cantidad de hilos abajo y arriba del tejido lo que le proporciona flexibilidad, y elasticidad para que con una sola pieza de tela sin cortes se puedan generar las dobles curvaturas. Algunos de los materiales de recubrimiento son PVC y polímeros de flúor.

Las membranas permiten dar solución a cubiertas de gran claro debido a su bajo peso, sin embargo, esto también genera su principal desventaja. Debido a su baja densidad, las cubiertas de membrana son sensibles a los efectos que genera el viento sobre ellas.

### 2.1.3 Tipos de falla

Las fallas que se presentan en este tipo de estructura son de dos tipos, la primera es debido a daños estructurales o de servicio en la estructura de soporte principal, la segunda se presenta en la cubierta o lonaria, es decir, una falla de servicio total. A continuación, se listan algunos casos en los que diversas estructuras presentaron alguno de estos tipos de falla.

En el año 2016, se detectaron fallas en la estructura y la lonaria de un lienzo charro en Santa Rosa Jauregui, el mismo presentó riesgos de colapso ante los efectos del viento con velocidades de 72 kilómetros por hora, el costo de la reparación fue de 45 mdp (El Universal Querétaro, 2016), en la Figura 2.6 se puede ver la condición previa de la estructura.





**Figura 2.6. Falla en lonaria Santa Rosa Jauregui, extraído de El Universal Querétaro (2016).**

La Figura 2.7 muestra una de las velarias colocadas en un parque lineal de Mazatlán la cual colapso debido a ráfagas de viento de 70 km por hora (Tvpacifico, 2024).



**Figura 2.7. Falla en lonaria de parque lineal, extraído de Tvpacifico (2024).**

Durante la feria aeroespacial celebrada en Monterrey en el año de 2020 colapso una estructura lonaria debido a efectos generados por el viento de una tormenta, este efecto fue transmitido a uno de los soportes el cual fallo estructuralmente (N+, 2023), en la Figura 2.8 se puede observar el efecto del viento sobre la estructura.



**Figura 2.8. Falla durante feria aeroespacial, extraído de El Financiero (2023).**

La Figura 2.9 muestra el colapso de una lonaria en la ciudad de Pachuca hidalgo la cual provoco lesiones a personas que se encontraban reunidas en una muestra gastronómica (Montoya, 2022).



**Figura 2.9. Caída de lonaria durante muestra gastronómica, extraído de INFOBAE (2022).**

El colapso de una lonaria en una escuela del municipio de Cuautlancingo debido a una ráfaga de viento generó lesiones en algunos de los estudiantes del plantel (Reto Diario, 2023), en la Figura 2.10 se observa el incidente.



**Figura 2.10. Falla estructural en plantel cedat, extraído de La jornada (2023).**

El viento afecta principalmente a la lonaria la cual transmite los efectos a la estructura principal y produce el colapso del sistema.

## 2.2 Viento

El viento es un flujo de aire compuesto de remolinos o vórtices de diversos tamaños e intensidades (Díaz Briceño, 2019; Lara López, 2016). El flujo se forma por diferencias de temperatura y presiones que dan origen a corrientes en los primeros kilómetros sobre la superficie terrestre, estas corrientes se mueven buscando un equilibrio en dichas diferencias.

Las turbulencias son generadas por la fricción del aire con el suelo y las diferencias de dirección en el mismo flujo del viento. La fricción con el terreno provoca una disminución en la velocidad del viento, esto se conoce como viento de cortante. El viento produce presiones normales sobre la cara de barlovento y succiones sobre la de sotavento. La geometría de la superficie sobre la que está actuando influye en la distribución de presiones que actúan (Díaz Briceño, 2019).

La velocidad del viento y su trayectoria tendrán un impacto directo en los efectos que generara el viento sobre la estructura. También es necesario conocer la estructura que se analiza, ya que según el tipo de estructura se llevara a cabo el análisis. Las estructuras se

pueden clasificar por el tipo de efecto que el viento ejerce sobre ellas en cuatro tipos NTC Viento (2023):

- Tipo 1: Son aquellas estructuras afectadas por la acción estática del viento, son poco afectadas por la acción dinámica del viento. Al recibir la carga del viento no varía en gran manera su geometría. No están incluidas las cubiertas flexibles a menos que se limite en estas la respuesta dinámica de las mismas.
- Tipo 2: Son aquellas estructuras que debido a su esbeltez o sección transversal reducida son sensibles a ráfagas de viento de corta duración. Debido a sus largos periodos naturales tienden a presentar oscilaciones de importancia.
- Tipo 3: Son aquellas estructuras que propician la generación periódica de remolinos que generan vibraciones y fuerzas transversales a la dirección del viento, además, presentan las características del grupo 2.
- Tipo 4: Presentan problemas aerodinámicos especiales y complejos. Estas deben analizarse de manera que se tomen en cuenta las características de turbulencia y sus efectos dinámicos.

Para tener una aproximación de las cargas aerodinámicas, el manual de diseño de obras civiles en el capítulo de diseño por viento plantea el uso de coeficientes de presión. Por otra parte, la NTC Viento (2023), plantea además el uso de túnel de viento y CFD.

### 2.2.1 Método de coeficientes

El procedimiento general consiste en calcular la velocidad de diseño a partir de la formula:

$$V_D = F_T F_{rz} V_R \quad (2)$$

Donde:

$V_D$ : velocidad de diseño (m/s)

$F_T$ : Factor de corrección por topografía

$F_{rz}$ : Factor de exposición

La velocidad regional es la velocidad de ráfaga que tiene un intervalo de medición de 3 segundos a una altura de 10 metros sobre el terreno natural.

A partir de aquí se procede a calcular la presión dinámica de base  $q_z$ , con

$$q_z = 0.0048GV_D^2 \quad (3)$$

Donde  $G$  es un factor de corrección por temperatura y altura sobre el nivel del mar. Posteriormente, para el cálculo de la presión estática equivalente,  $p_{eq}$ , sobre una cubierta tipo paraboloide hiperbólico se utiliza:

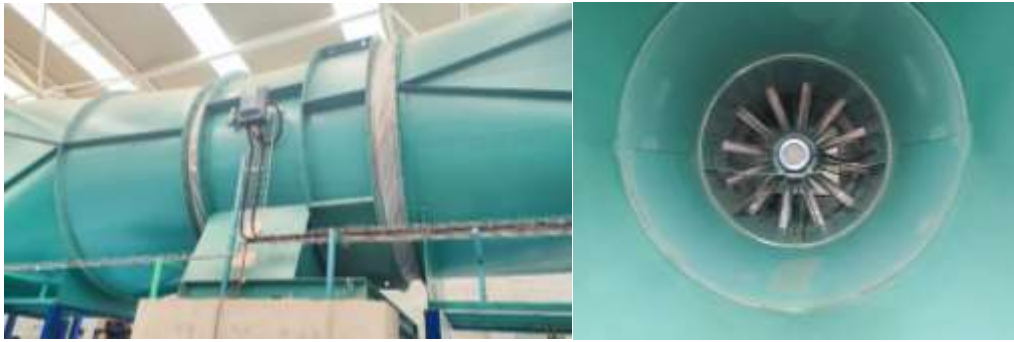
$$p_{eq} = C_{pe}F_{sd}q_z \quad (4)$$

Donde  $C_{pe}$  es el coeficiente de presión neta dado por la normativa y  $F_{sd}$  es un factor que considera el efecto dinámico con un valor de 1.3.

En este procedimiento se considera que la respuesta de la estructura consecuencia de la acción del viento es lineal, los casos que no están tipificados se deben estudiar mediante modelos experimentales en túnel de viento. Cuando las estructuras sean sensibles a efectos dinámicos y estáticos del viento se deben tomar en cuenta dichos efectos.

### 2.2.2 Túnel de viento.

El análisis en túnel de viento es una de las metodologías utilizadas para estudiar el comportamiento aerodinámico de objetos que en la realidad pueden ser estáticos como el caso de edificios o móviles como lo son coches y aviones. Consiste en una infraestructura de dimensiones variables a través del cual se hace pasar una corriente de aire generada a partir de turbinas eólicas (Figura 2.11).



**Figura 2.11. Túnel de viento UNAM.**

Si las estructuras no están tipificadas en la normativa, así como las del tipo 4 se recomiendan realizar con este procedimiento, además, si deben ser analizadas mediante estudios experimentales en túnel de viento.

A continuación, se exponen algunas consideraciones que se deben tomar en cuenta para llevar a cabo este procedimiento.

En el perfil de velocidad que se obtendrá debe tenerse en cuenta el efecto que tienen la rugosidad y topografía del terreno cercano a la construcción, así como los efectos que generan las construcciones y obstáculos existentes.

Las pruebas experimentales en túnel de viento deben cumplir con características de similitud geométrica, cinemática y dinámica, así como un correcto escalamiento. Se debe considerar en el modelo la intensidad, longitud y la densidad espectral de la turbulencia que se presentara. El tipo de pruebas y modelo que se realizarán y elaborará respectivamente dependerá del tipo de estructura que se va a analizar. Existen dos tipos de modelos, rígidos y flexibles.

Los modelos rígidos son usados en estructuras tipo 1, son hechos a escala con geometría similares a la estructura. Para los tipos dos y tres se usan modelos parecidos a los anteriores, pero además se deben satisfacer las características de similitud fluido-dinámicas.

Para las estructuras 3 y 4 se usará un modelo aeroelástico. Las pruebas realizadas en modelos aeroelásticos permiten predecir los procesos que se producirán a causa de la

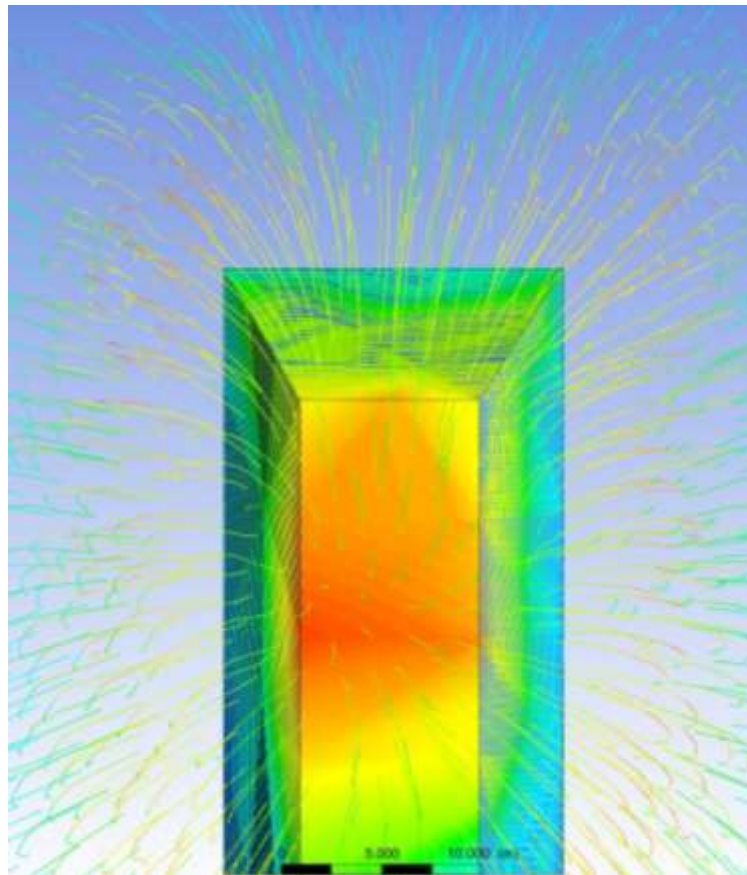


interacción fluido-estructura y conocer las velocidades críticas del viento, así como los posibles patrones de inestabilidad y vórtices.

### 2.2.3 Dinámica de fluidos computacional (CFD)

El CFD es una rama de la mecánica de fluidos que consiste en un análisis asistido por computadora, a través del cual se modelan sistemas físicos (Figura 2.12).

Consiste en una metodología en la que, mediante métodos numéricos se lleva a cabo la solución de modelos de problemas reales, nos ayuda a conocer en una forma aproximada el comportamiento del fluido en base a sus propiedades físicas.



**Figura 2.12. Flujo de fluido y distribución de presiones en un objeto en CFD.**

La simulación es llevada a cabo en softwares que, usualmente trabajan con modelos de volúmenes finitos y asignan a cada parte del modelo discretizado las propiedades generales del fluido (Espinoza Valdez, 2023).

Utilizar estas herramientas, nos permite conocer que ocurre en de difícil acceso en un proceso y realizar los ajustes necesarios. Puede ser usado para estudiar problemas que involucren fenómenos de fluidos como transferencia de masas o calor. El CFD es útil en la industria para predecir diferentes escenarios sin la necesidad de elaborar modelos físicos más costosos, ayuda a evaluar diversas condiciones de operación.

Otra área de aplicación tiene que ver con la resolución de sistemas sometidos fenómenos ambientales complejos en los que no es fácil en muchas ocasiones identificar la fuente de las problemáticas.

Algunos de los aspectos a seguir en el estudio de CFD (NTC Viento, 2023):

- La relación de bloqueo efectiva del modelo en el dominio computacional
- La altura de la primera celda asociada a un valor de  $z_0$ , así como el valor de  $y^+$
- Los perfiles de entrada para capa límite atmosférica
- Modelo de turbulencia.
- El criterio de convergencia y monitoreo de residuales
- La prueba de homogeneidad en un dominio vacío
- La prueba de independencia de malla
- La validación de los resultados numéricos con resultados experimentales si estos están disponibles en la literatura.

#### *2.2.3.1 Mecánica de fluidos*

El viento es fluido de tipo gaseoso. Al someter un fluido a esfuerzos cortantes este sufrirá deformaciones, el esfuerzo y la deformación serán proporcionales, cerca de las paredes, los efectos viscosos son más significativos.

A pesar de estar formado por partículas, los fluidos pueden considerarse como un medio continuo cuyas propiedades varían sin discontinuidades en el espacio (Espinoza Valdez, 2023).



En mecánica de fluidos se utiliza un volumen de control que interactúa con la masa del fluido a través de los principios de conservación de masa, energía y la segunda ley de Newton, estas son expresadas mediante ecuaciones diferenciales. La cinemática es el estudio del movimiento y deformación de los cuerpos sin tomar en cuenta las causas. La masa y momento de un cuerpo permanecerá constante independiente de las deformaciones que este pueda sufrir. El momento lineal del cuerpo es el mismo que sucede en cada una de sus partes (Díaz Briceño, 2019).

Los principios mencionados a continuación describen el flujo de propiedades a través de las paredes de un volumen de control y su equilibrio entre la condición interior del mismo y el exterior del mismo.

Conservación de masa en su descripción euleriana:

$$\nabla \cdot (p\mathbf{v}) + \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

Donde:

$p$ : densidad del flujo

$\mathbf{v}$ : vector de velocidad

Conservación de la masa en su descripción lagrangiana:

$$\frac{Dp}{Dt} + p(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (6)$$

Conservación de momentum en su descripción lagrangiana

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{ij} + pS_M = p \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (7)$$

Donde:

$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ : Tensor de esfuerzos de deformación

$S_M$ : Contribución debida a las fuerzas de cuerpo

En su descripción euleriana:

$$\frac{\partial(p\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (p\mathbf{v}\mathbf{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{ij} + pS_M \quad (8)$$

Ecuación de conservación de energía

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot (E_t \mathbf{v}) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{q} + \rho(\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}_{ij} \cdot \mathbf{v}) \quad (9)$$

Donde:

$E_t$ : Trabajo realizado debido a las fuerzas de superficie

$Q$ : Cantidad de calor del volumen de control.

$q$ : Contribución debido a la ley de Fourier

$f$ : Contribución debido al movimiento de masa

Las ecuaciones de Navier Stokes son deducidas de los principios antes mencionados y al ser resueltas son obtenidos los campos de velocidad y presión, sin embargo, no existen soluciones analíticas para el caso tridimensional, por lo cual deben ser resueltas mediante el uso de métodos numéricos.

Ecuaciones de Navier Stokes:

$$p \frac{Du}{Dt} = pS_{Mx} - \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) + \nabla \cdot \left( \mu \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} \right) + \nabla \cdot (\mu \nabla u) \quad (10)$$

$$p \frac{Dv}{Dt} = pS_{My} - \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) + \nabla \cdot \left( \mu \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} \right) + \nabla \cdot (\mu \nabla v) \quad (11)$$

$$p \frac{Dw}{Dt} = pS_{Mz} - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) + \nabla \cdot \left( \mu \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right) + \nabla \cdot (\mu \nabla w) \quad (12)$$

Donde:

$\mu$ : Viscosidad dinámica del fluido

$P$ : Presión en el volumen de control

Debido a que los fluidos Newtonianos son incompresibles, la traza del gradiente de su velocidad es cero, su movimiento no depende de la presión (Díaz Briceño, 2019).

Debido al desarrollo del área computacional ha sido posible llevar a cabo la solución numérica de complejas ecuaciones diferenciales que aún no poseen solución analítica las cuales son de importancia ya que gobiernan distintos fenómenos de la mecánica de fluidos (Lara López, 2016).

### 2.2.3.2 Soluciones

Los modelos tienen la función de apoyar al investigador en el estudio del problema y en estos se suele hacer simplificaciones que permitan hacer más fácil el proceso de análisis, estas simplificaciones no deben comprometer la confiabilidad de los resultados en un alto porcentaje (Lara López, 2016).

A continuación, se describen el modelo lagrangiano, el modelo euleriano y el algoritmo lagrangiano-euleriano (ALE), tres metodologías para llevar a cabo el mallado del dominio del fluido

El modelo lagrangiano de partículas propone el seguir el movimiento de las partículas, es decir, la malla se deforma junto al cuerpo en conjunto debido a que los nodos están conectados a los puntos del cuerpo. Dicho de otra forma, los puntos materiales tienen la misma localización que los nodos de la malla; tiene ventajas de tipo computacional, pero si se presentan grandes deformaciones en el material, la malla sufre distorsiones (Díaz Briceño, 2019).

Por otra parte, la descripción euleriana supone la malla fija, y analiza como las cantidades pasan a través de un punto en el espacio, es decir, el continuo fluye a través de la malla, esta descripción es ideal para analizar modelos complejos que involucran movimiento y deformaciones grandes.

La descripción Lagrangiana-Euleriana (ALE) propone un tercer dominio como referencia para referenciar los puntos de la malla, de manera que estos pueden variar respecto

al nuevo dominio en el tiempo y la partícula material de la misma manera (Díaz Briceño, 2019).

Debido a la gran cantidad de elementos que pueden llegar a generarse, es común optar por solucionar las mallas de forma numérica para lo cual es necesario del apoyo de un equipo de cómputo.

El comportamiento de los fluidos es complejo y para conocer su comportamiento lo más cercano a la realidad se busca predecir la turbulencia en los flujos. En la Tabla 2.1 tabla 2.1 se describen los modelos de turbulencia utilizados en CFD (Zhiyin, 2015).

**Tabla 2.1. Métodos de simulación numérica en CFD.**

<b>Simulación numérica directa (DNS, por sus siglas en inglés)</b>	<b>Simulación de grandes remolinos (LES, por sus siglas en inglés)</b>	<b>Promedio Reynolds-Navier Stokes (RANS, por sus siglas en inglés)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve numéricamente las ecuaciones completas de Navier Stokes</li> <li>• Todos los tamaños de remolinos son resueltos</li> <li>• No requiere modelado de ningún tamaño de remolino debido a que analiza la totalidad del flujo</li> <li>• El costo de la simulación es excesivamente alto</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se resuelven las ecuaciones de Navier Stokes promediadas en el espacio</li> <li>• Los remolinos grandes son resueltos pero los de menor tamaño que la malla de referencia son modelados</li> <li>• Tiene un menor costo que el método DNS, pero aun así requiere una gran demanda computacional</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se resuelven las ecuaciones de Navier Stokes promediadas en un intervalo de tiempo</li> <li>• Todos los tamaños de remolinos en el flujo son analizados</li> <li>• Hay varios modelos compatibles a partir de este</li> <li>• Es recomendado para procesos industriales</li> </ul>

### 2.3 Interacción Fluido-Estructura

Los problemas de interacción fluido estructura se pueden considerar como modelos de interacción acoplada entre un sólido y un fluido y la frontera en la que interactúan (Valdés-Vázquez, 2007).

Según Zienkiewicz y Taylor (2000), los modelos acoplados se ven clasificados en clase I y II, los primeros describen situaciones físicas diferentes con fronteras impuestas, en los segundos se llevan a cabo mediante superposición de dominios a través de las ecuaciones que gobiernan ambos fenómenos.

El método para solucionar modelos acoplados debe ser compatible para ambos modelos a resolver al menos en el mallado, evolución en el tiempo y el intercambio de información. Además, se debe considerar el movimiento de la malla, la solución numérica y definir la estrategia que se usara para acoplar los dominios.

Los modelos acoplados permitirán analizar el cambio del fenómeno a través del tiempo, es decir, al comenzar la aplicación del viento sobre la estructura esta se deforma afectando a la vez la forma en que el viento está actuando sobre ella por lo cual, la nueva forma de interacción vuelve a repetir el proceso (Lara López, 2016).

La presión y viscosidad del viento generan cargas sobre la estructura y se considera en contacto continuo la estructura con el fluido. Para llevar a cabo una simulación exitosa es tener un buen método de acoplamiento de la dinámica estructural y la mecánica de fluidos que analice la interacción del fluido y la estructura (Lara López, 2016).

Al llevar a cabo el estudio se deben definir las características de los materiales y efectos que se involucraran en el fenómeno, algunas de estas pueden ser suponerse constantes como los efectos de temperatura, viscosidad y densidad del viento actuante (Lara López, 2016). Díaz Briceño (2019) recomienda el uso de ecuaciones logarítmicas para describir las variaciones del fujo del viento

Al momento de proponer la malla se debe considerar: el recuento de celdas de superficie para refinar la distribución de presión, capas de inflación, su tasa de crecimiento y altura de la primera celda para resolver los flujos limitados por las paredes. Además del refinamiento de la malla cerca del cuerpo a estudiar para capturar la formación de vórtices y demás propiedades del flujo.

Una vez conocidas las propiedades del fluido alrededor del cuerpo se puede llevar a cabo el análisis estructural aplicando dichos efectos a la estructura. Según la normativa

vigente, se debe realizar un análisis global de la estructura, así como de cada uno de los elementos en forma local, tanto aquellos que forman parte de la estructura principal como aquellos que cumplen función de recubrimiento. Se deben revisar estados límite de falla y de servicio, considerados por separado (NTC Viento, 2023).

Los métodos estáticos convencionales se manejan mediante coeficientes, un análisis dinámico provee de resultados más cercanos al fenómeno real estudiado. Por otra parte, mediante mecánica de fluidos computacional se analiza a la estructura como un obstáculo que afecta y condiciona el flujo del viento (Lara López, 2016).

Las soluciones obtenidas en simulaciones de túnel de viento tienen una aproximación cercana al 97% en comparación con los resultados reales, mientras que los resultados obtenidos por medio de discretización de elementos finitos puede ser de hasta el 95% dependiendo de la calidad de la malla que se utilice (Espinoza Valdez, 2023).

Según las NTC (2023), se debe realizar un análisis global de la estructura, así como de cada uno de los elementos en forma local, tanto aquellos que forman parte de la estructura principal como aquellos que cumplen función de recubrimiento. Se deben revisar estados límite de falla y de servicio, considerados por separado (NTC Viento, 2023).

Los efectos del viento sobre las estructuras en las que actúa están directamente relacionados con la velocidad de las corrientes y el tamaño de los vórtices, a continuación, se describen algunos de los fenómenos que se pueden presentar en la interacción viento-estructura.

1. Galope: Se presenta en estructuras cuyas secciones transversales no son curvas y cuya longitud o altura es considerable respecto a sección transversal. Es originado cuando la estructura oscila lateralmente con gran amplitud en la dirección transversal a la corriente que incide, el galope se genera debido al cambio de ángulo en que incide la corriente debido a la oscilación de la estructura (Alonso Rodrigo, 2005). En otras palabras, el viento incidente modifica la oscilación propia de una estructura.

2. Desprendimiento de vórtices: Se presenta en las esquinas de la estructura en sotavento. Es un tipo de inestabilidad caracterizado por un movimiento contrario en los vórtices del flujo los cuales empiezan a generar un patrón periódico de separación conocido como la calle de torbellinos de Karman. Este fenómeno modifica la distribución de presiones sobre la estructura (Alonso Rodrigo, 2005).
3. Flameo: En este fenómeno están incluidos dos grados de libertad, se presenta como vibraciones laterales y en torsión. Es un fenómeno de tipo aeroelástico y se puede presentar en estructuras cuyas maneras de oscilar son semejantes para ambos tipos de vibración (Alonso Rodrigo, 2005). Este comúnmente se presenta en flujos supersónicos, aunque también se da cuando hay velocidades menores a los 20 m/s en paneles extremadamente flexibles, como es el caso de las membranas arquitectónicas.
4. Bataneo: Es generado a causa de las turbulencias o alteraciones que son ajenas a la estructura con la que impacta el viento, las turbulencias pueden ser generadas por cuerpos cercanos a la estructura o ser las naturales del viento, produce efectos en uno o varios grados de libertad (Alonso Rodrigo, 2005).

### **3. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS**

#### **3.1 Hipótesis**

A partir del método de transferencia de presiones en conjunto con dinámica de fluidos computacional (CFD) se evaluará el comportamiento aerodinámico de una membrana tipo paraboloides hiperbólico ante vientos extremos con un 95% de confiabilidad respecto a trabajos anteriores.

#### **3.2 Objetivo general**

Demostrar que el método de transferencia de presiones acoplado con CFD aporta una solución análoga y en algunos casos mejorada con respecto a soluciones alternas, particularmente con las obtenidas en estudios experimentales desarrolladas en túnel de viento.

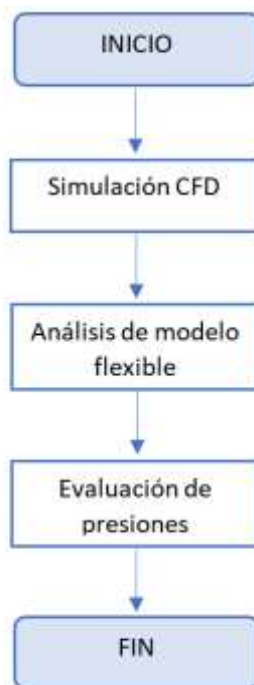
#### **3.3 Objetivos específicos**

- Simular el flujo de viento aplicado a una membrana tipo paraboloides hiperbólico.
- Realizar el análisis estructural de la membrana sometido a cargas de viento.
- Evaluar la precisión del modelo.



## 4. METODOLOGÍA

La Figura 4.1 resume el proceso que se utilizó para llevar a cabo la interacción fluido-estructura mediante el método de transferencia de presiones en conjunto con un análisis CFD.



**Figura 4.1. Metodología para el análisis de la interacción fluido-estructura.**

Para el desarrollo de este trabajo se estudiaron los efectos del viento sobre una estructura de membrana tipo paraboloide hiperbólico que está soportada en sus extremos por perfiles tubulares. A continuación, se describe detalladamente el proceso que se llevó a cabo.

### 4.1 Simulación CFD

Para la simulación CFD se siguió una serie de pasos que consistieron en definir la geometría del modelo, sus propiedades físicas y las condiciones de frontera. La Figura 4.2 resume los pasos.



**Figura 4.2 Descripción de la simulación CFD.**

#### 4.1.1 Geometría

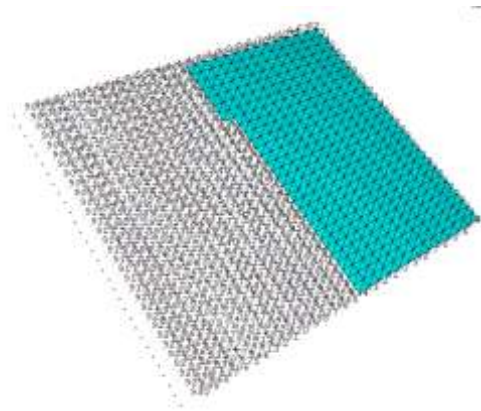
Según Lara López (2016) se debe comenzar definiendo la geometría y las condiciones del edificio en que se llevara a cabo la simulación, algunas generalidades del sistema estructural principal.

La estructura analizada consiste en una membrana cuyo peralte y claro son similares a la estructura analizada por Liu et al (2016), con la diferencia de que no cuenta con paredes y su altura es mayor. Para la validación de los resultados se realizó un modelo de la cubierta tipo paraboloide hiperbólico con paredes cerradas.

Se genero un código en Ansys APDL el cual genera el trazo de la geometría a partir de los parámetros observados en la Figura 4.3.

DIMENSIONES DE ESTRUCTURA	
CLARO DE PARABOLOIDE (m)	
CPAR	10
ALTURA INTERIOR PARABOLOIDE (m)	
HPAR	4
PERALTE DE PARABOLOIDE (m)	
PPAR	2.4
DIVISIONES POR CLARO	
DNPAR	30
DIAMETRO DE TUBO EXT (m)	
DTUB	0.2101
ESPESOR DE PARED TUBO (m)	
ETUB	0.0003
DIAMETRO DE CABLE (m)	
DCAB	0.0005

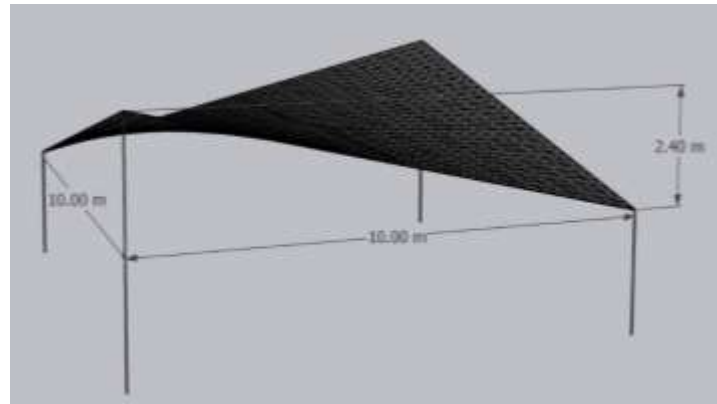
a)



b)

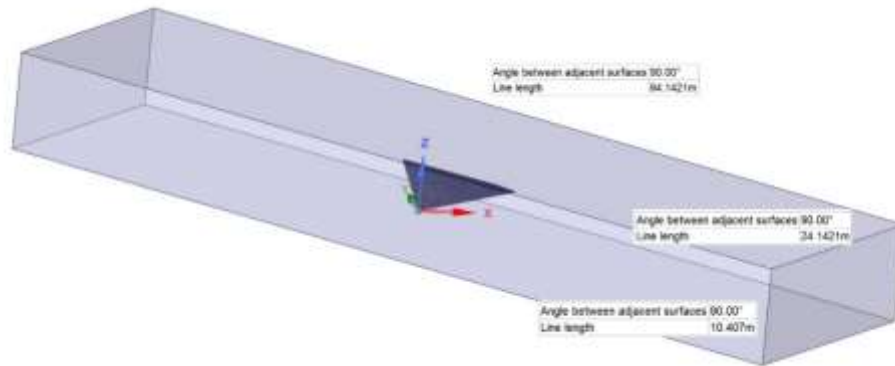
**Figura 4.3. a) Parámetros de entrada, b) Trazo de paraboloides.**

A partir de la información generada por el código se extrajeron las coordenadas de los nodos de la membrana para posteriormente ser triangulados en CivilCAD, finalmente se le dio un espesor mínimo en Sketchup (Figura 4.4).



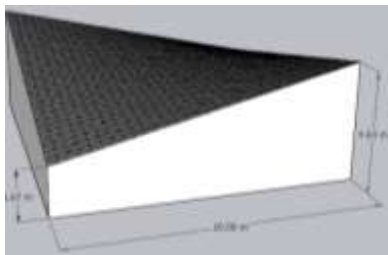
**Figura 4.4. Geometría de cubierta.**

Para llevar a cabo la extracción del volumen alrededor de la estructura es necesario que esta sea un cuerpo sólido, el espesor para llevar a cabo la simulación fue de 7mm, el modelo se exporto a Space Claim para generar el recinto del fluido que circulara alrededor de la estructura (Figura 4.5).

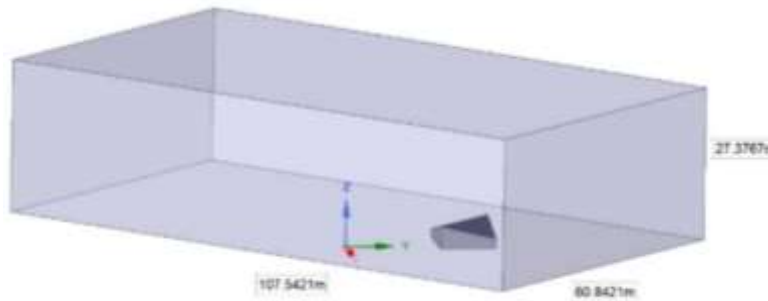


**Figura 4.5. Dimensiones del recinto de aire.**

De igual forma, para la validación de los resultados se construyó una geometría con las propiedades de la que fue analizada en túnel de viento (Figura 4.6). Debido a que esta cuenta con paredes que obstruirán el flujo del viento bajo la cubierta se ampliaron las dimensiones del túnel de viento virtual (Tominaga et al., 2008)



**a)**

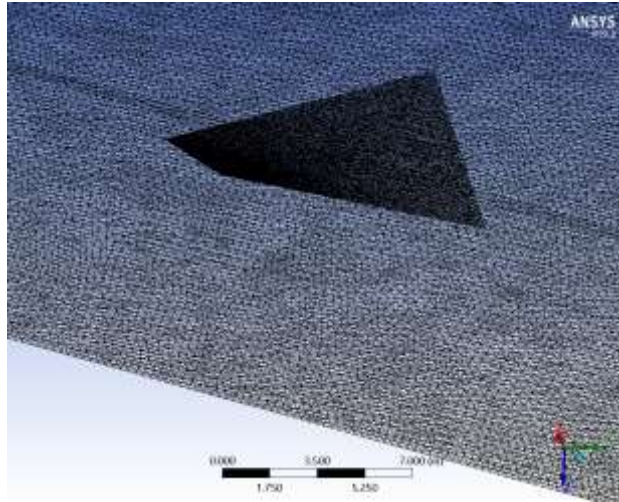


**b)**

**Figura 4.6. Paraboloide para validación. a) geometría, b) dimensiones de recinto virtual.**

#### 4.1.2 Mallado de la estructura

La malla del fluido y estructura se generó a partir de Ansys mesh (Figura 4.7), además, se nombraron las fronteras y las paredes del modelo, en la Figura 4.8 se describen algunos datos de la malla. Los elementos tenían un tamaño máximo de 0.33 metros, la malla consistió en una malla tetraédrica no estructurada.



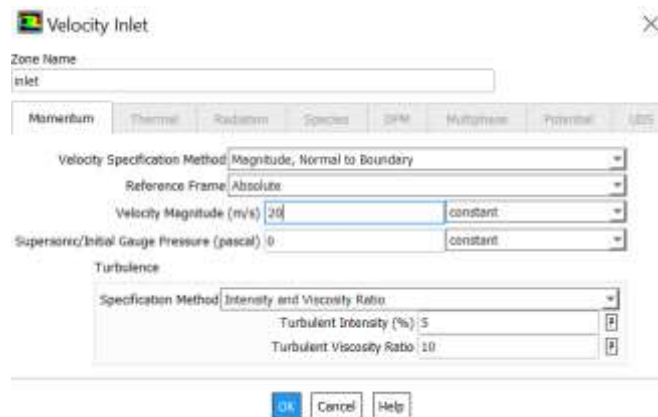
**Figura 4.7. Mallado del fluido y membrana.**

Definition		
Supressed		No
Type		Element Size
Element Size		0.33333 m
Statistics		
High corner	Nodes	761759
	Elements	446469
Lateral	Nodes	658473
	Elements	385378
Low corner	Nodes	758555
	Elements	444823

**Figura 4.8 Datos de malla.**

#### 4.1.3 Perfil de velocidad

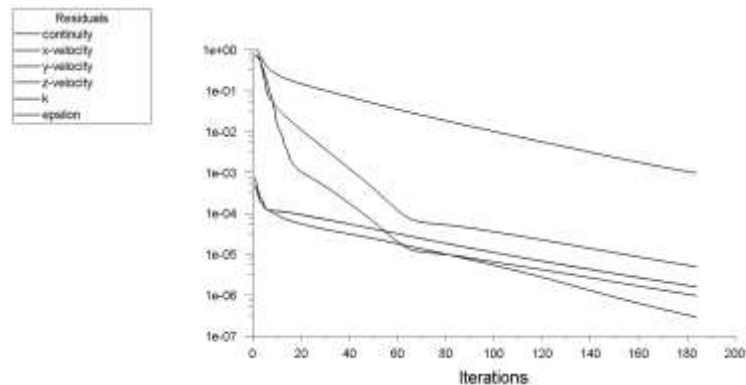
Los casos de colapsos mencionados en el apartado 2.1.3 coinciden con velocidades de ráfaga cercanas a los 70 km por hora, para el primer análisis se utilizó una velocidad de 72 km por hora. En la normativa vigente se solicita generar un perfil de velocidad del viento el cual depende de la rugosidad del terreno, topografía y exposición. También es una variable de interés la altura a la cual está actuando el viento, sin embargo, se usó una velocidad constante debido a que la altura del paraboloide es menor a 10 metros (Figura 4.9).



**Figura 4.9. Velocidad de entrada.**

#### 4.1.4 Obtención de las presiones

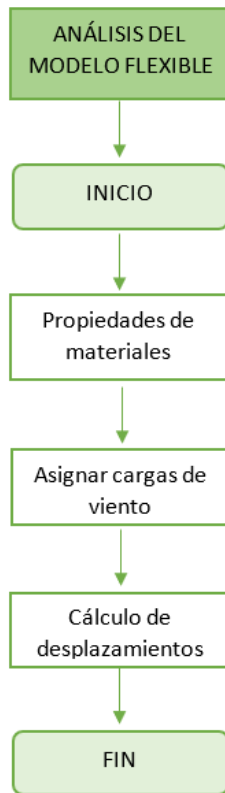
En este paso se utilizó el módulo Fluent de ANSYS para estudiar la interacción de la estructura como un cuerpo rígido con el flujo del viento, esto haciendo que la membrana sea un hueco en el medio del fluido, se tomaron las presiones una vez que estas se volvieron estables. Se utilizó un modelo  $k-\varepsilon$  realizable de carácter estacionario con las variables en primer orden, esto debido para reducir el costo computacional. Los criterios de convergencia son de  $1 \times 10^{-3}$  para cada variable (FernándezM, 2012).



**Figura 4.10. Residuales de análisis CFD.**

#### 4.2 Trabajo con el modelo flexible

Una vez obtenidas las acciones a través de CFD se procede a realizar el análisis estructural de la membrana.



**Figura 4.11. Pasos para realizar el análisis estructural.**

#### 4.2.1 Propiedades de los materiales

El perfil a utilizar en la estructura principal será OC 219X4.8 (A1085), con las siguientes características:

- Módulo de elasticidad,  $E: 2039000 \text{ kg/cm}^2$
- Resistencia a la fluencia,  $F_y: 3515 \text{ kg/cm}^2$
- Resistencia a la ruptura,  $F_u: 4570 \text{ kg/cm}^2$

**Tabla 4.1 Resistencia de la membrana.**

Sentido	Resistencia a la ruptura	Resistencia al rasgado
Warp (kg/cm)	31	28
Weft (kg/cm)	30	29

En la Tabla 4.1 se describen las resistencias de la multilona 600

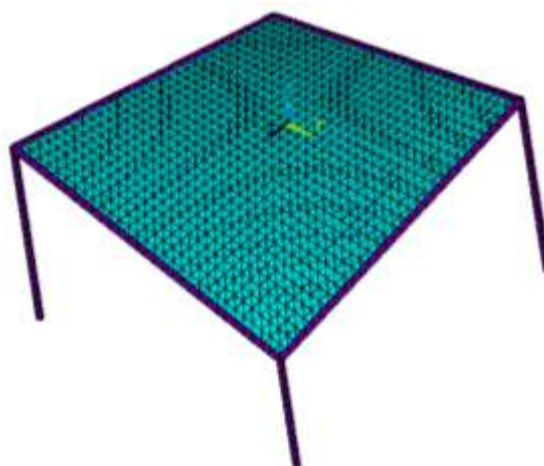
- Módulo de elasticidad:  $7650 \text{ kg/cm}^2$
- Peso volumétrico:  $0.60 \text{ kg/m}^2$

Warp y Weft son los sentidos en los cuales esta tejida la membrana, también son conocidos como urdimbre y trama. Las características anteriores se usaron para alimentar el código con el que se llevó a cabo el análisis estructural de la membrana (Figura 4.12).

PROPIEDADES FÍSICAS	
MOD. ELASTICO MEMBRANA (kgf/m <sup>2</sup> )	
MODEL	75600000
PESO ESP. MEMBRANA (kg/m <sup>2</sup> )	
PME	300
MOD. ELASTICO TUBO (kgf/m <sup>2</sup> )	
MODEL	20390000000
PESO ESP. TUBO (kg/m)	
PTUB	25.24
MOD. ELASTICO CABLE (kgf/m <sup>2</sup> )	
MODEL	20390000000
PESO ESP. LINEAL CABLE (kg/m)	
PCAB	0.53
ACELERACION GRAVITACIONAL (m/s <sup>2</sup> )	
GRAV	0
ESFUERZO DE PRETENSADO (KG/M)	
PRET	1000

**Figura 4.12. Propiedades físicas de los materiales.**

A partir del código se llevó a cabo el mallado de membrana y estructura portante sobre la cual impacta el viento Figura 4.13.

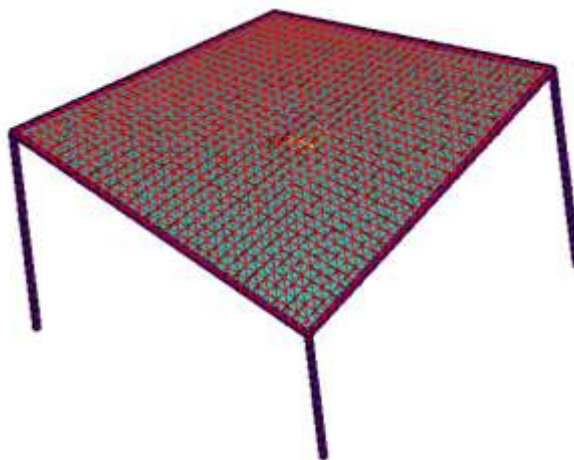


**Figura 4.13. Mallado de membrana.**



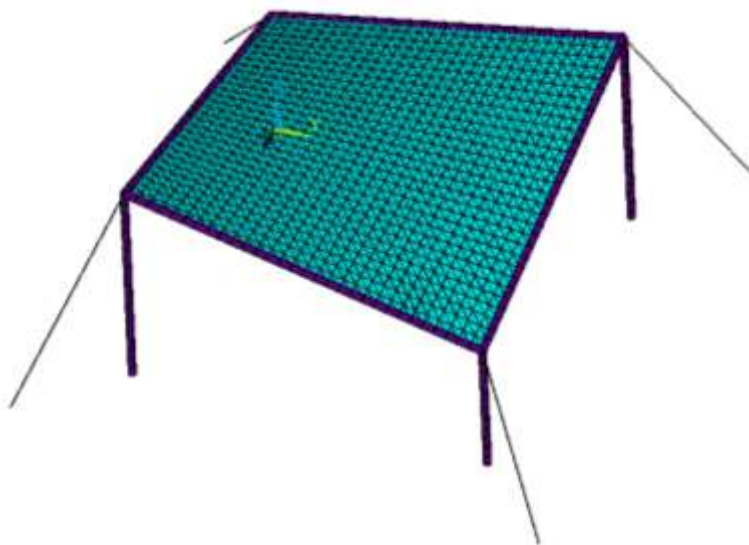
#### 4.2.2 Conversión de presiones

Una vez que se obtuvieron las presiones sobre la superficie de la membrana, se agruparon sobre los nodos y se realizó una conversión de unidades debido a que los resultados obtenidos en CFD son pascales, posteriormente, se aplicaron a los elementos correspondientes Figura 4.14.



**Figura 4.14. Presiones sobre elementos tipo shell.**

Con el propósito de reducir las deformaciones en la membrana se agregaron cables de acero en las esquinas de la estructura (Figura 4.15).



**Figura 4.15. Estructura reforzada con cables.**

### 4.3 Evaluación del modelo.

Las presiones que se obtienen de la simulación son comparadas con los resultados obtenidos previamente por otros autores, además, se presentan graficas de deformaciones en diferentes ángulos de ataque del viento.

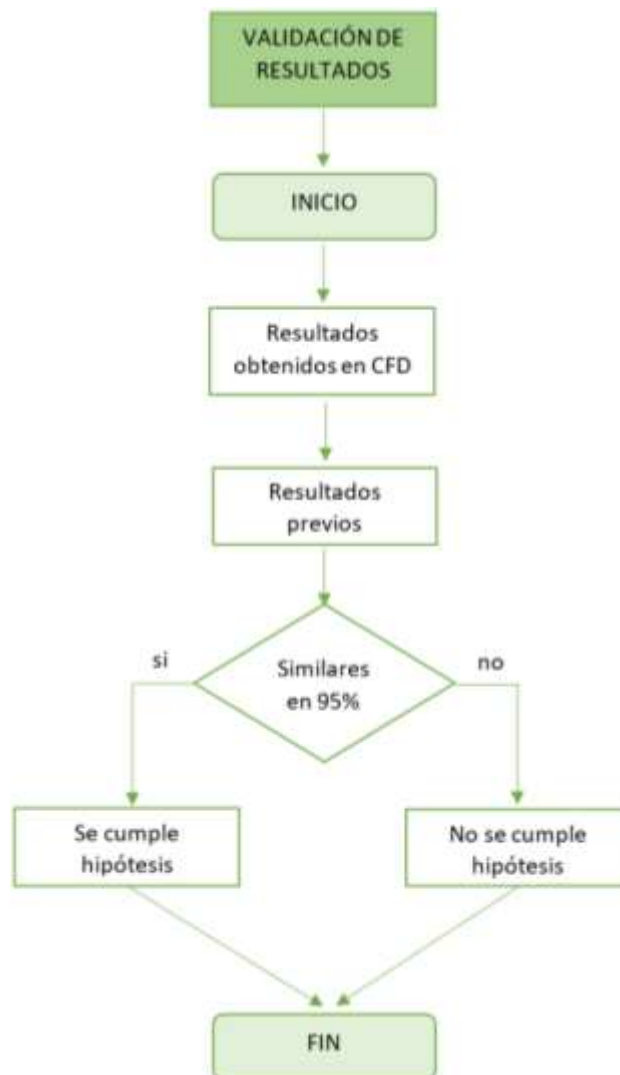


Figura 4.16. Pasos para verificar los resultados.

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1 Simulación CFD.

#### 5.1.1 Geometría y datos de entrada

Contar con un código en APDL permitió generar diferentes variantes de la geometría y poder obtener información de puntos específicos. Además de ser posible extraer los puntos deformados para ser usados en una simulación posterior. La condición ideal es que el espesor de la membrana fuese menor a 2mm, sin embargo, al usar espesores menores a 7 mm ocurrieron errores en el proceso de mallado que impedían continuar con el procedimiento de análisis.

Las presiones se comportan de forma simétrica a lo largo del claro de la membrana, mientras en una cara superior se ejerce una succión, la cara inferior se ve sometida a succión (Figura 5.1), sin embargo, en el perímetro de la membrana la presión es nula debido a que el valor en la cara superior es muy similar al de la cara inferior.

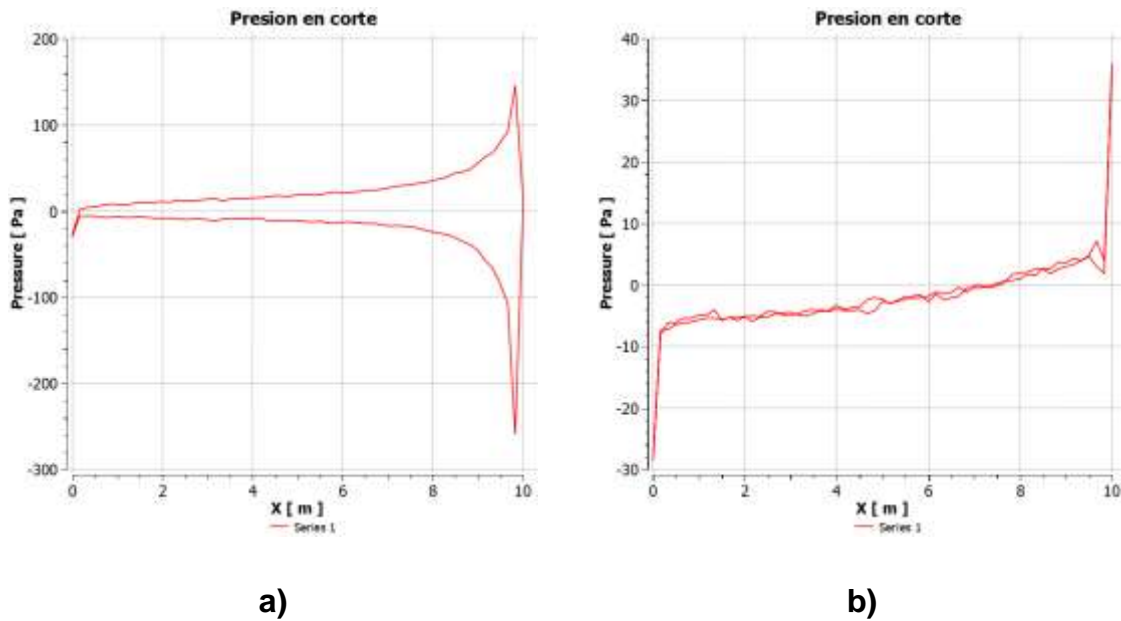
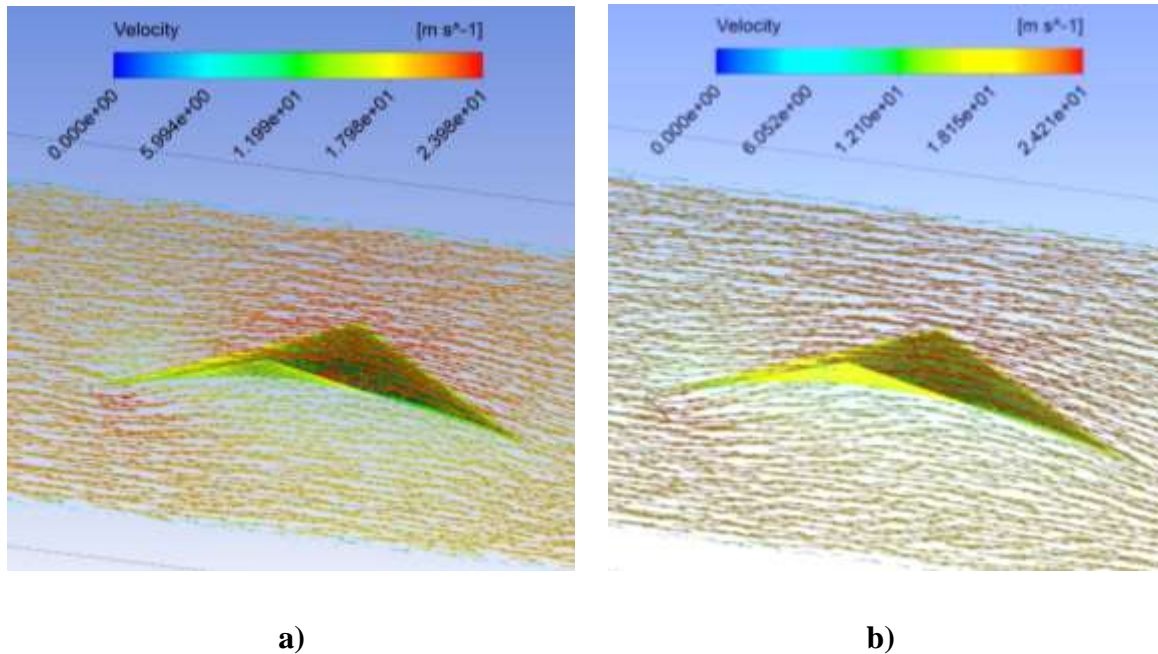


Figura 5.1. Distribución de presión. a) En línea al interior de la membrana, b) En borde.

### 5.1.2 Comportamiento de velocidad

Cerca de las paredes, las velocidades del viento son cercanas a cero mientras que en el centro del dominio tienen mayor magnitud, por otra parte, se puede observar la variación en la dirección del viento debido al paraboloide además de un pequeño incremento en la velocidad debido a la reducción de la sección a través de la cual circula el viento cerca del paraboloide.



**Figura 5.2. Velocidad de viento con incidencia en punto inferior. a) Primera simulación, b) segunda simulación.**

En los ángulos de ataque sobre los puntos inferior (Figura 5.2) y superior (Figura 5.3) del paraboloide, el viento circula suavemente alrededor de la membrana. En la zona de la línea convexa paralela al flujo principal y en las esquinas de incidencia, la velocidad es mayor al resto del dominio del fluido.

Por otra parte, cuando el viento incide en el lateral (Figura 5.4) de la membrana se acelera solo al momento de incidir y se distribuye uniformemente alrededor de la superficie de contacto, en este caso, no se presenta gran variación en la magnitud de la velocidad. En la incidencia lateral y superior la magnitud máxima de la velocidad aumento al cambiar la

geometría debido a la deformación mientras que, cuando el viento incide sobre la esquina inferior, la velocidad máxima disminuye.

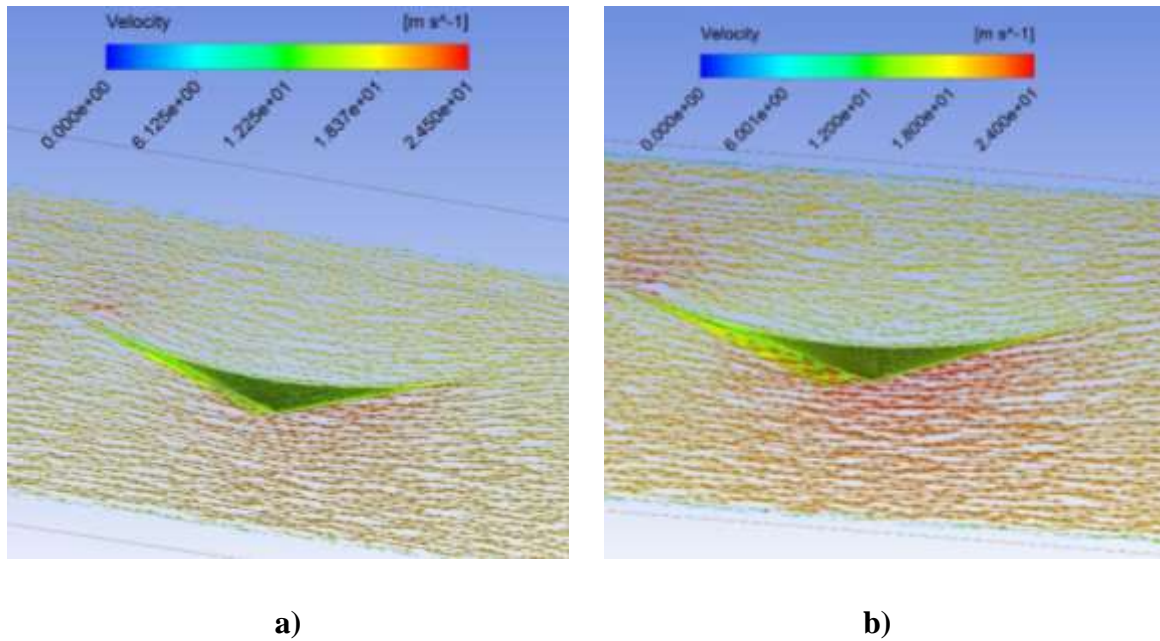


Figura 5.3. Velocidad de viento con incidencia esquina superior. a) Primera simulación, b) segunda simulación.

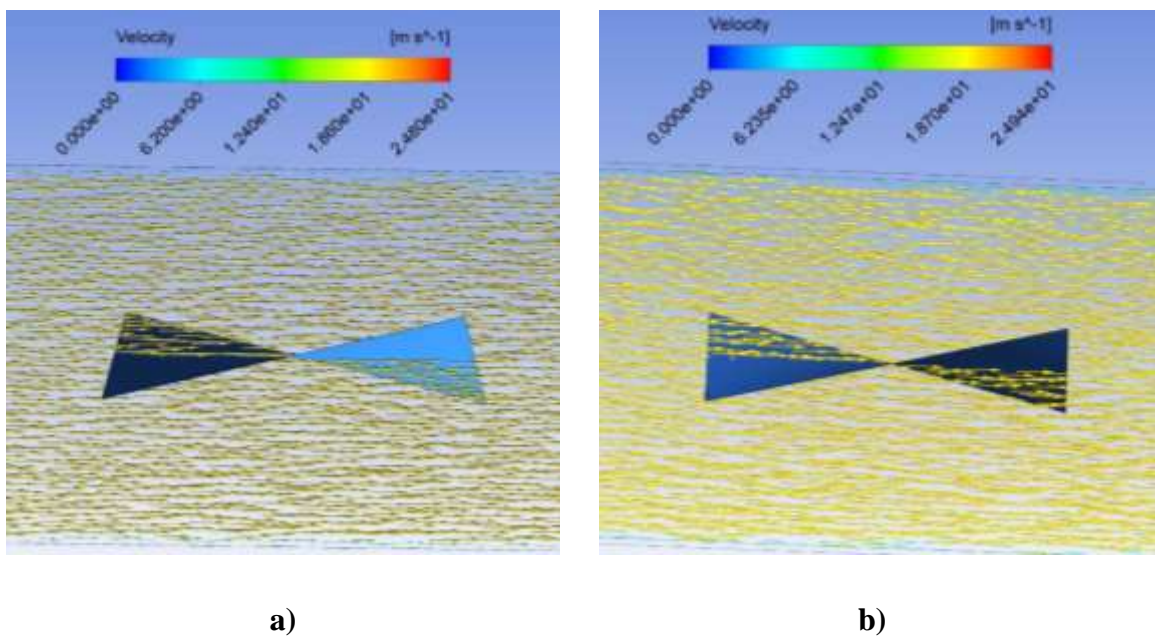
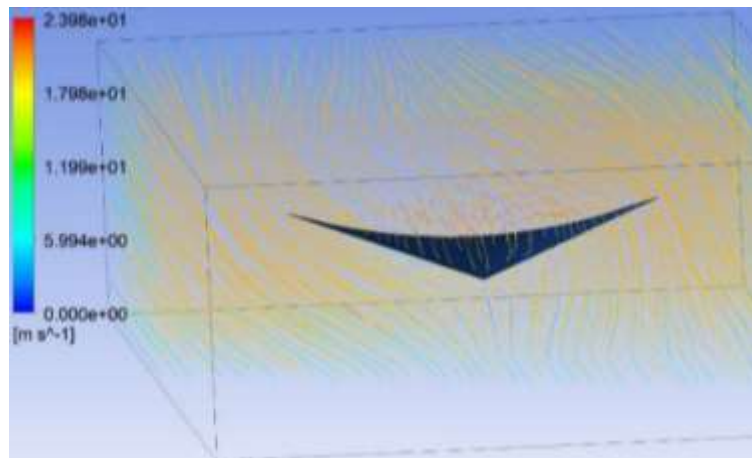


Figura 5.4. vectores de velocidad en incidencia lateral. a) Primera simulación, b) segunda simulación.

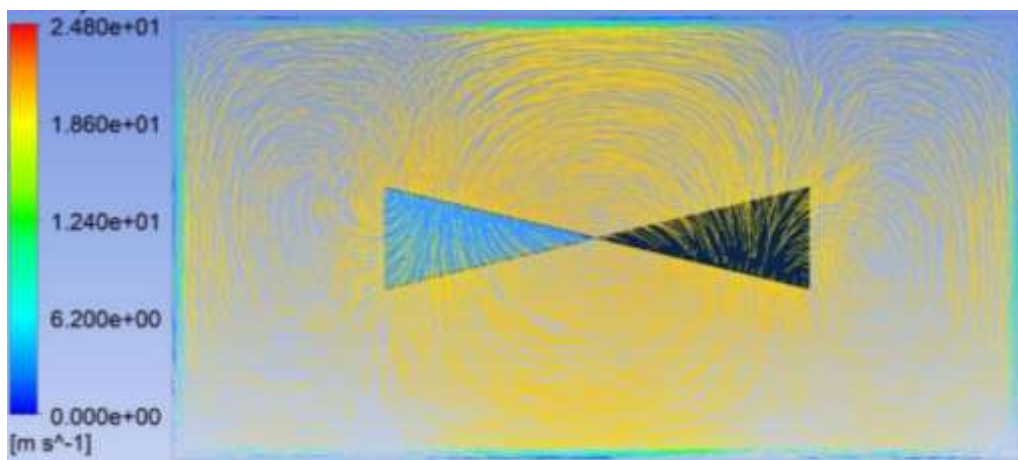


En cada uno de los ángulos de ataque se puede observar que, al aproximarse el flujo del viento a la estructura, se forman cambios en las líneas de corriente del viento (Figura 5.5) las cuales son diferentes en cada caso.

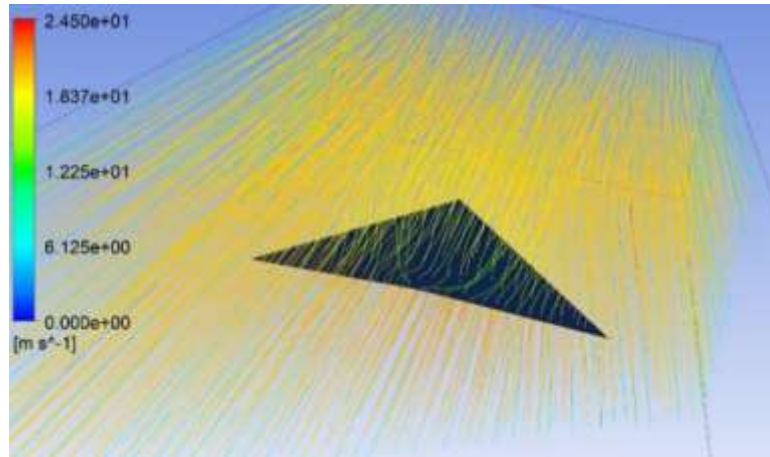
En las zonas cercanas a las esquinas se forman pequeñas variaciones, mientras en los puntos cercanos a la pared exterior se puede observar un comportamiento casi rectilíneo de las líneas de corriente. En el caso de la incidencia lateral se puede observar con más claridad las líneas alrededor de las cuales se giran los vórtices.



a)



b)



c)

**Figura 5.5. Flujo de viento incidente. a) Esquina inferior, b) lateral, c) esquina superior.**

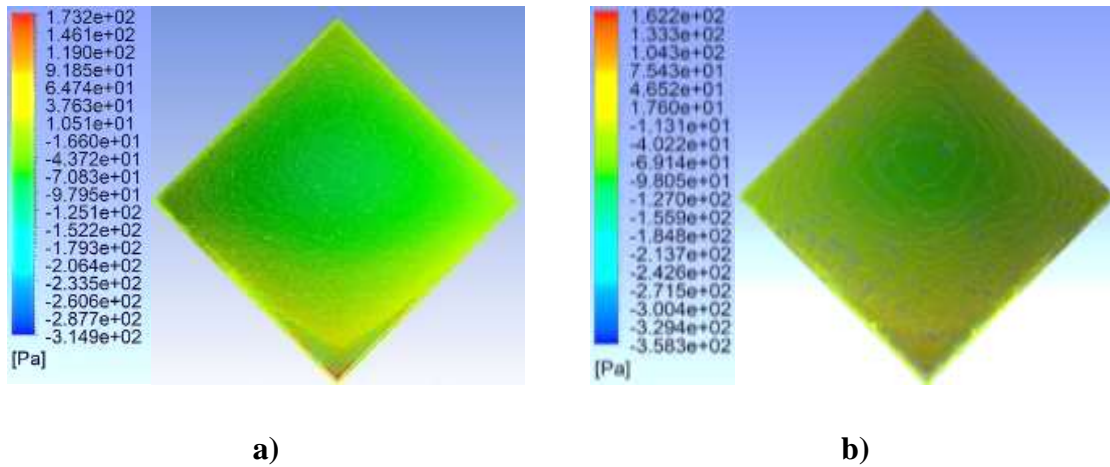
### 5.1.3 Distribución de presiones.

El viento induce presiones en las caras de barlovento con mientras que en las caras sotavento produce succiones en su mayoría. Debido a la doble curvatura de la membrana, al cambiar la dirección de los elementos también cambia el efecto de presión a succión y viceversa.

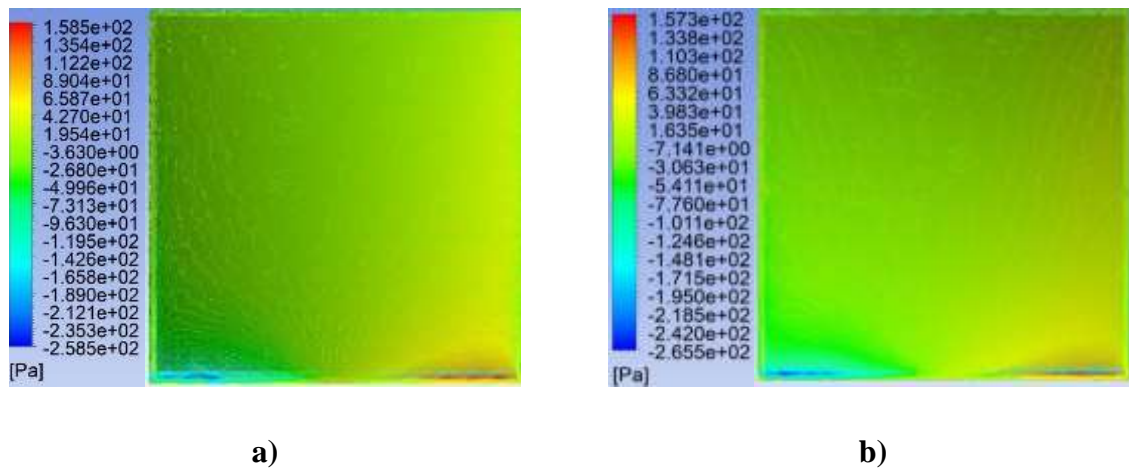
El túnel de viento virtual tiene una sección simétrica respecto a los ejes centrales, debido a esto, las presiones y succiones ocasionadas por la incidencia del desde las esquinas superior e inferior ( Figura 5.6 y Figura 5.8) se comportan de manera simétrica con valores cercanos a 43 pascales de succión y presión en las zonas centrales de la incidencia superior e inferior respectivamente.

Por otra parte, los valores de presión en los puntos de incidencia son cercanos a los 200 pascales, los efectos se distribuyen en líneas de  $45^\circ$  respecto a la línea de entrada sobre los bordes de la membrana.

La ausencia de paredes permite que el viento interactúe directamente sobre la cara superior e inferior. Además, debido a la redistribución del aire por encima y por debajo de la membrana ligeramente curvada, se observan distribuciones medias de  $C_p$  bastante similares en la cara superior e inferior del dosel.



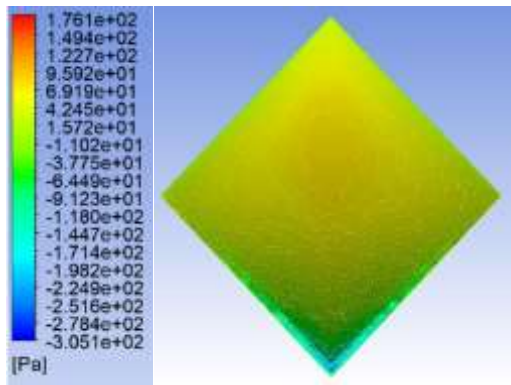
**Figura 5.6. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia en esquina inferior.**



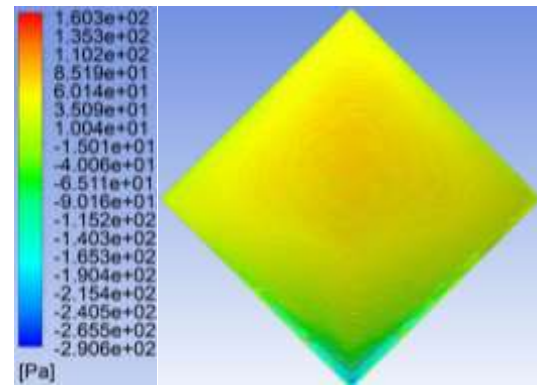
**Figura 5.7. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia lateral.**

En el caso del viento con incidencia lateral (Figura 5.7Figura 5.6), la membrana se comporta de forma simétrica con respecto a la línea de incidencia del viento, con valores de 160 pascales en el lado de la incidencia. Las presiones son mayores en el centro de la membrana cuando el viento incide en las esquinas. Para la incidencia sobre un lateral, la presión y succión tienen un valor pequeño en el centro del lado y de mayor magnitud en los cuartos del mismo lado.





a)

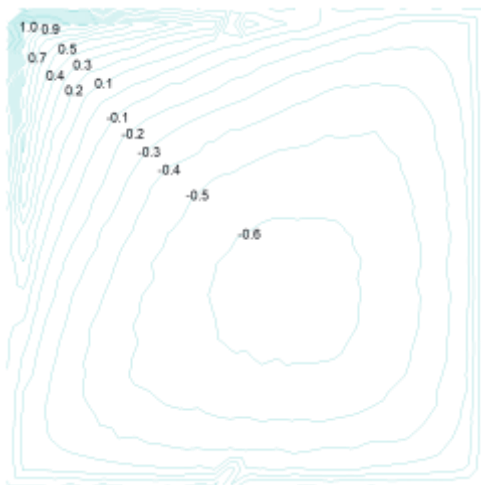


b)

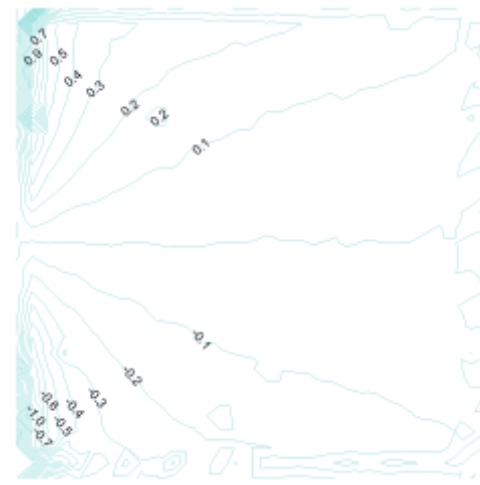
**Figura 5.8. Distribución de presiones sobre membrana con incidencia en esquina superior.**

#### 5.1.4 Coeficientes de presión.

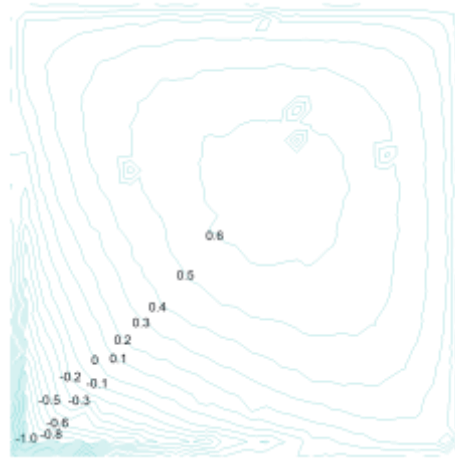
Una vez realizadas las simulaciones CFD, se procesaron los resultados en Excel y posteriormente se realizaron los contornos de presión (Figura 5.9), que, al igual que la distribución de presiones se comportan de forma similar en los ángulos de ataque sobre las esquinas superior e inferior, mientras que, en la incidencia lateral, la distribución es simétrica.



a)



b)



c)

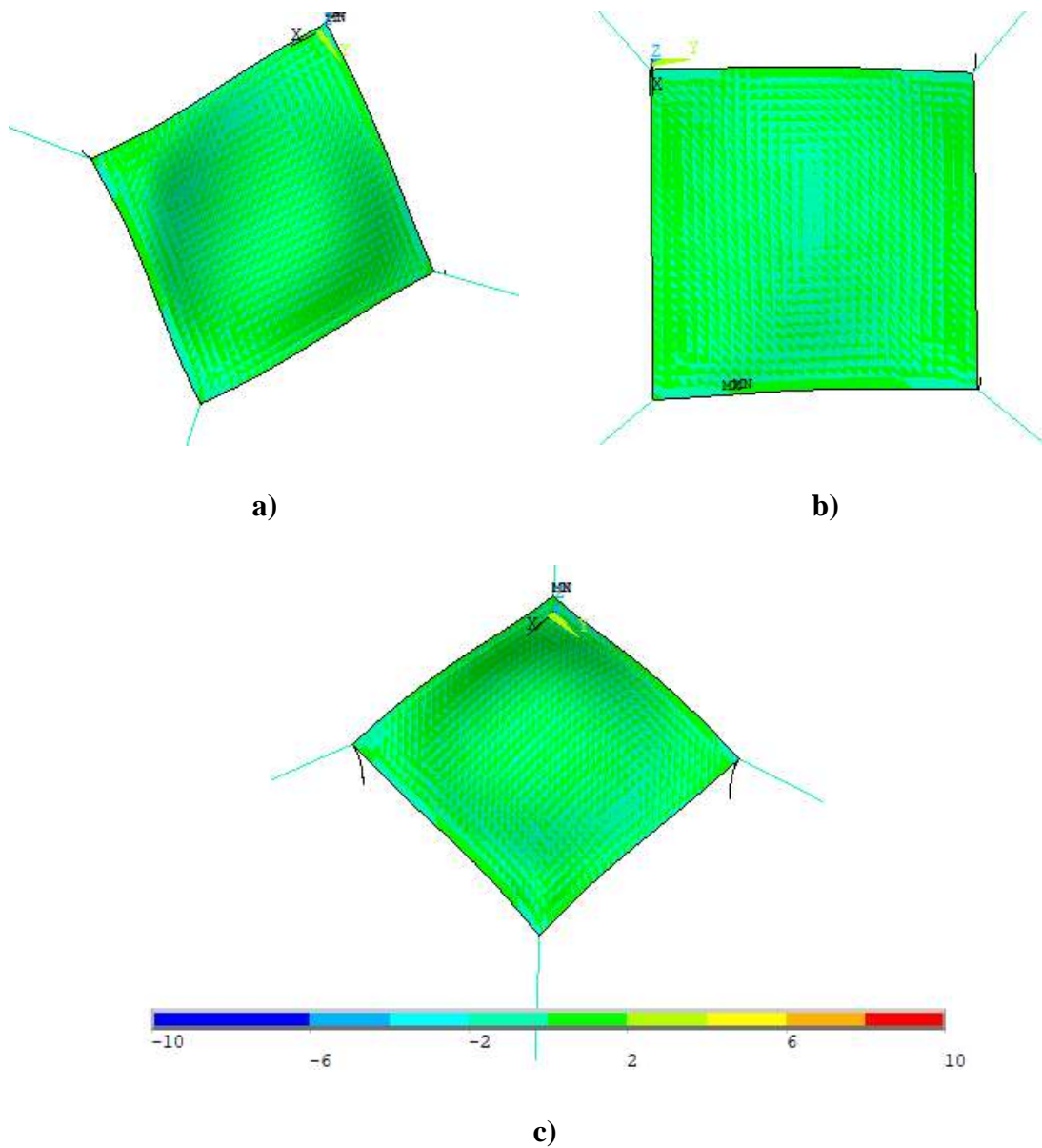
**Figura 5.9. Coeficientes de presión neta. a) Incidencia en esquina inferior, b) incidencia lateral, c) incidencia en esquina superior.**

## 5.2 Trabajo con modelo flexible

Debido a la vulnerabilidad de la estructura ante cargas de viento, la normativa específica que no se tome en cuenta el peso propio de la misma al llevar a cabo el análisis estructural por viento.

En los siguientes apartados se resumen los primeros resultados de la acción del viento sobre la membrana. A partir de dichas deformaciones se analizó nuevamente la estructura con CFD.

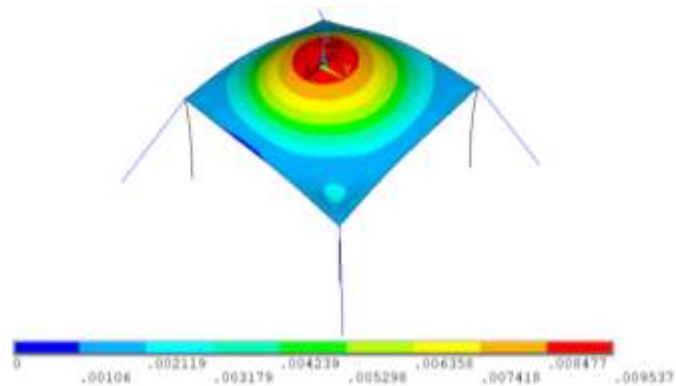
No se aplicó un pretensado inicial , para lograr este efecto se asignó a la estructura una condición de rigidez comparable con el pretensado, debido a esto, se verifico que la lonaria no se ve sometida a efectos de flexión importantes (Figura 5.10) con lo cual, se cumple el comportamiento de membrana.



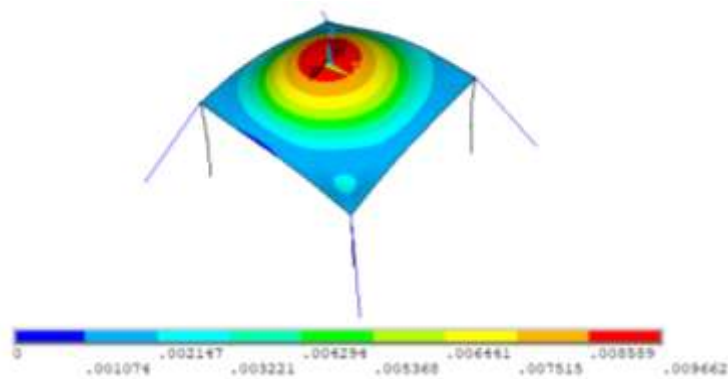
**Figura 5.10. Distribución de momento flector sobre membrana (kg-m). a) incidencia en esquina superior, b) incidencia lateral, c) incidencia en esquina inferior.**

La Figura 5.11 muestra la deformación de la membrana cuando el viento incide en la esquina inferior. La deformación máxima caso se presenta cerca del centro de la membrana con un valor de 9.54 mm donde predomina la succión, para la segunda simulación, se obtuvo

una deformación de 9.66 mm lo cual resulta en una deformación total de 19.2 mm después de dos simulaciones.



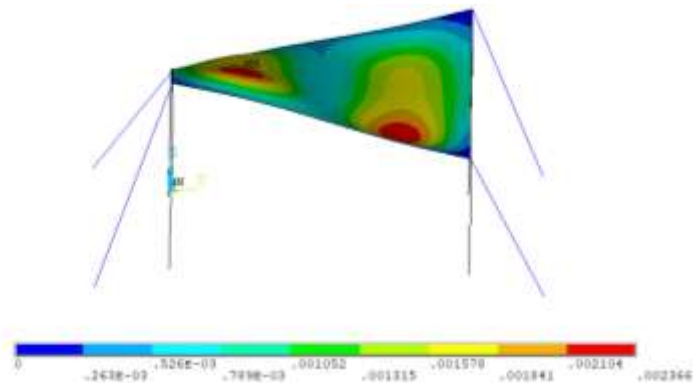
a)



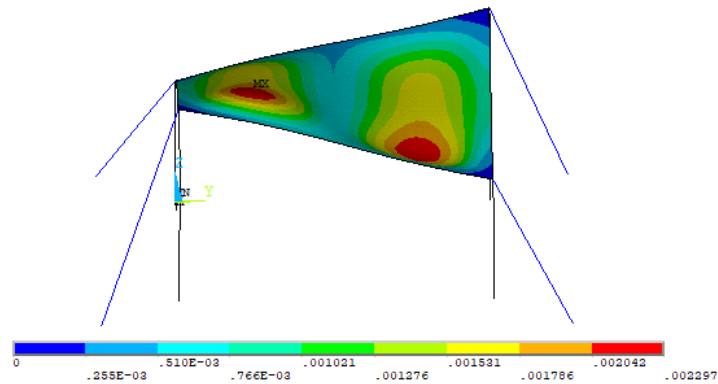
b)

**Figura 5.11. Deformación de estructura en metros, incidencia en esquina inferior. a) primera simulación, b) segunda simulación.**

La Figura 5.12 muestra la deformación de la estructura cuando el viento incide en un lateral. La deformación máxima ocurre en la zona cercana a la incidencia del viento, se comporta de forma simétrica conforme al valor de presión y succión que ocurre en cada lado de la membrana, en la primera simulación la deformación es 2.37 mm, para la segunda simulación, se obtuvo una deformación de 2.30 mm respecto a la anterior, en total se tiene una deformación de 4.66 mm después de ambas simulaciones.



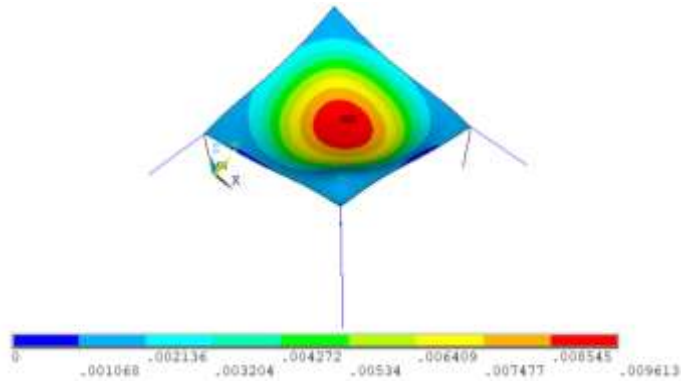
a)



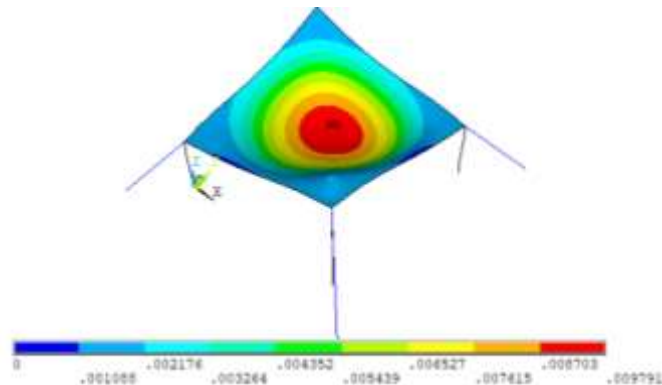
b)

**Figura 5.12. Deformación de estructura en metros, incidencia lateral. a) primera simulación, b) segunda simulación.**

En la Figura 5.13 se muestra la deformación de la membrana cuando el viento incide desde la esquina superior. La deformación máxima en el primer caso se presenta, al igual que en la incidencia inferior, cerca del centro de la membrana con un valor de 9.61 mm, para la segunda simulación, se obtuvo una deformación de 9.79 mm lo cual resulta en una deformación total de 19.40 mm después de dos simulaciones.



a)



b)

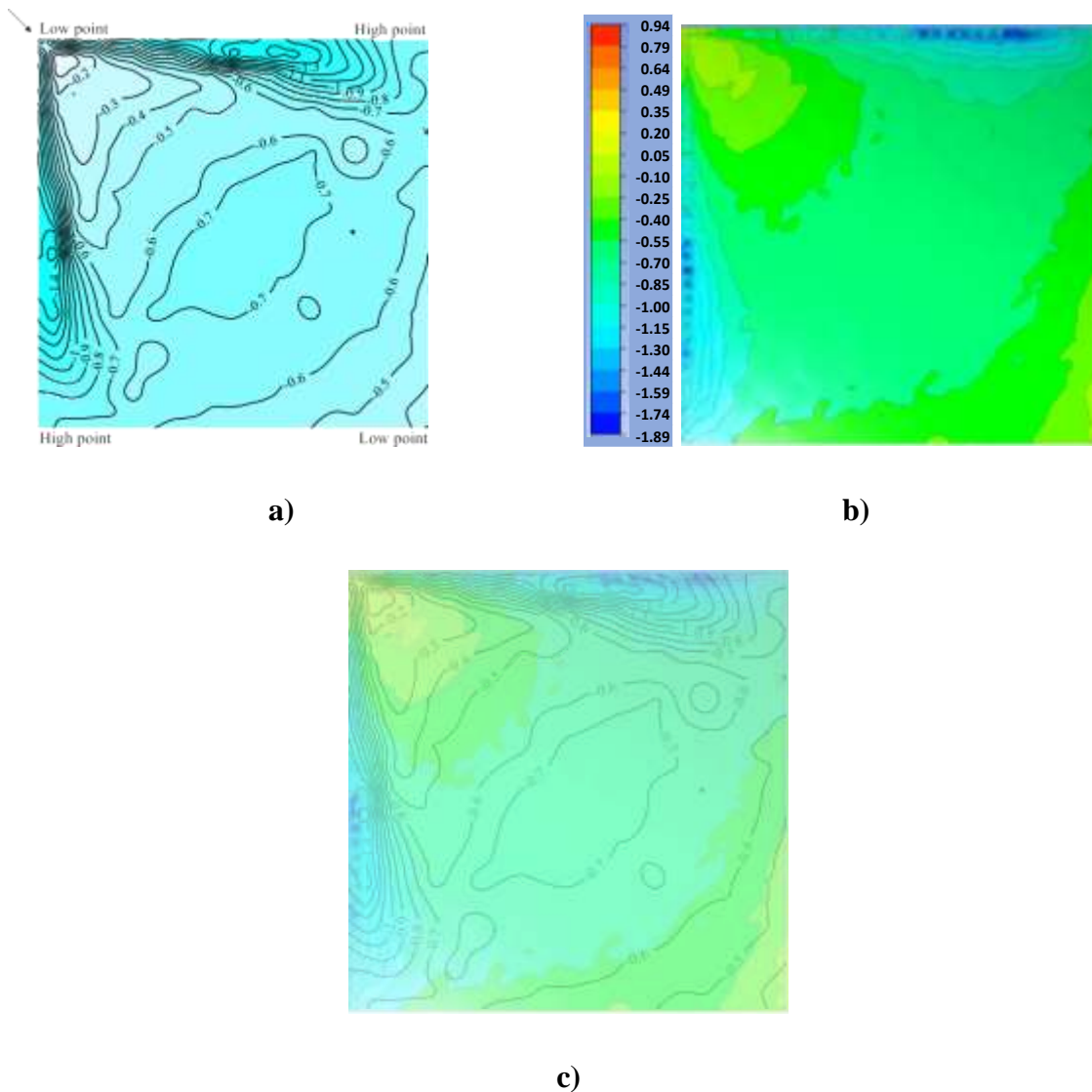
**Figura 5.13. Deformación de estructura en metros, incidencia en esquina superior. a) primera simulación, b) segunda simulación.**

Las deformaciones se presentan en metros y los valores de mayor magnitud se presentaron cuando el viento incide en la esquina inferior, aunque no muy lejos de los obtenidos en la esquina superior. Los valores de la deformada más pequeños ocurren cuando el viento incide en un lateral y son casi del 25% respecto a la incidencia en las esquinas.

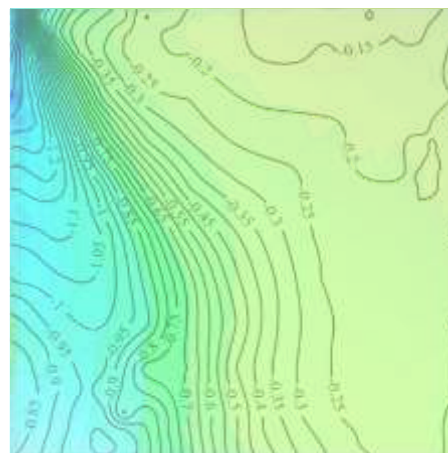
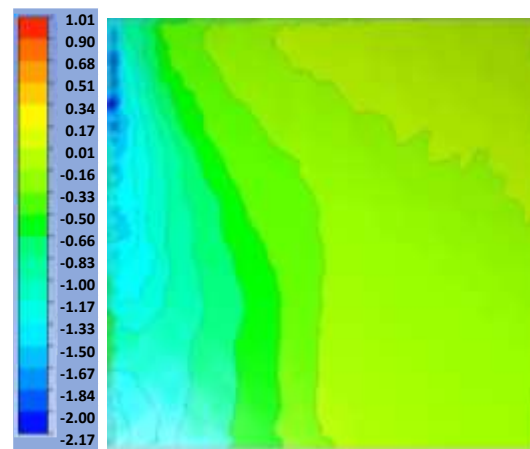
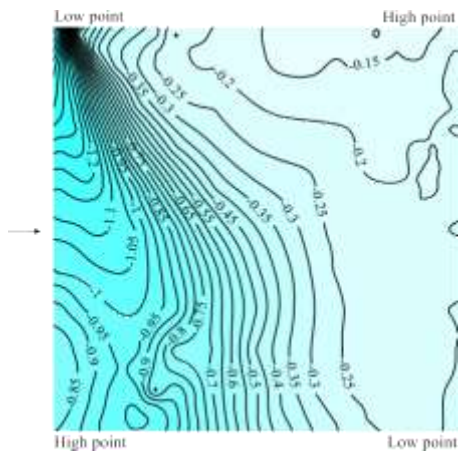
Se aclara que los valores de la deformada en el inciso de *b* de las figuras anteriores son respecto a la primera deformación, por lo cual, si se quiere conocer el valor total para el desplazamiento de un punto se deben sumar ambos diagramas.

### 5.3 Validación

Los resultados presentados por Liu. et al. (2016) fueron obtenidos de una cubierta tipo paraboloide hiperbólico con paredes cerradas, debido a esto se realizó una simulación adicional con estas condiciones. Los datos son presentados por medio de imágenes, esto impidió que se realice una comparación dato por dato en cada nodo de la estructura. En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos en túnel de viento, los resultados de la simulación CFD y un empalme de ambos resultados para comparar su similitud.

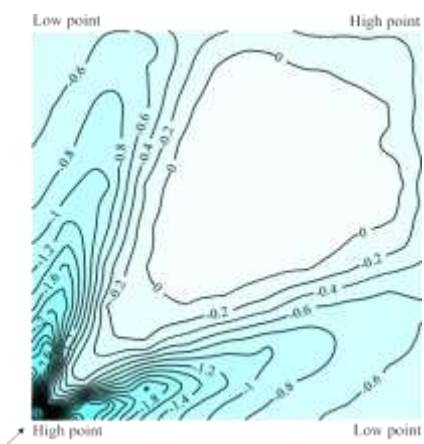


**Figura 5.14. Coeficientes de presión en incidencia inferior. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme.**

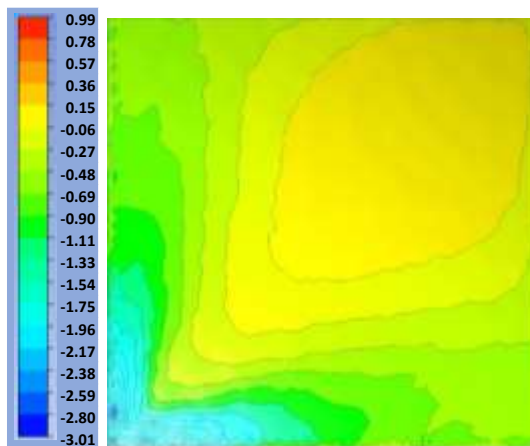


**Figura 5.15. Coeficientes de presión en incidencia lateral. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme.**

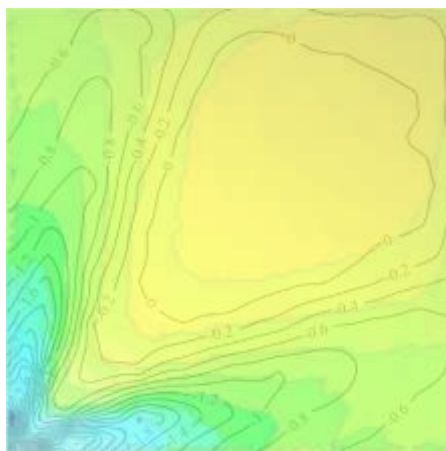




a)



b)



c)

**Figura 5.16. Coeficientes de presión en incidencia superior. a) túnel de viento, b) Resultados de simulación, c) empalme.**

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El presente trabajo de investigación tuvo como finalidad evaluar el comportamiento aerodinámico de una membrana con geometría tipo paraboloides hiperbólicos sometida a vientos extremos, empleando el método de transferencia de presiones mediante CFD, en conjunto con un análisis estructural.

La hipótesis establecida en el apartado 3 este trabajo fue verificada de forma cualitativa, esto debido a la incertidumbre en los datos. Los resultados obtenidos muestran una alta concordancia como se observó en el apartado 5.3, debido a esto, se acepta la veracidad del método a pesar de no tener un porcentaje de similitud nodo a nodo.

En próximas investigaciones, para tener datos de comparación precisos, utilizar un modelo en túnel de viento es un camino viable, aunque se recomienda que la instrumentación del mismo sea lo menos invasiva para que los resultados no sean alterados. Además, para mejorar la resolución del análisis, se sugiere trabajar con mallas estructuradas con un mayor refinamiento, con esto se obtendrán resultados más cercanos a los experimentales.

En la etapa del análisis estructural se usó una rigidez equivalente para compensar la condición de pretensado, se recomienda en futuras simulaciones, modelar un pretensado inicial de la membrana.

Para la simulación se consideraron los efectos del viento debido a los cuales se han presentado fallas en membranas anteriormente, esto es, una velocidad de viento constante, sin tomar en cuenta los efectos de humedad y temperatura del ambiente.

Debido a la variabilidad de la temperatura del medio exterior, se pueden considerar los efectos del flujo de viento a diferente temperatura sobre las estructuras de membrana, además se recomienda tomar en cuenta la respuesta de las lonas debido al paso del tiempo.

Finalmente, se recomienda realizar más interacciones para conocer de manera detallada el comportamiento de la membrana y del viento, además de emplear un modelo de interacción en régimen transitorio. También es posible combinar diversos ángulos de incidencia del viento.

## 7. REFERENCIAS

- Abramczyk, J. (2016). Shaping Innovative Forms of Buildings Roofed with Corrugated Hyperbolic Paraboloid Sheeting. *Procedia Engineering*, 161, 60–66. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.498>
- Alonso Rodrigo, G. (2005). *Fenómenos de galope en obstáculos de sección no rectangular* [Universidad Politécnica de Madrid]. <https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.43>
- Basem, A., Moawed, M., Abbood, M. H., & El-Maghlany, W. M. (2022). The design of a hybrid parabolic solar dish–steam power plant: An experimental study. *Energy Reports*, 8, 1949–1965. <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2021.11.236>
- Comisión Federal de Electricidad. (2020). *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por viento, capítulo C.1.4*. Comisión Federal de Electricidad.
- Díaz Briceño, N. (2019). *Estudio aeroelástico de un edificio de geometría atípica mediante el método de interacción fluido-estructura usando transferencia de presiones*. [Investigación científica ]. Universidad Autónoma de Querétaro.
- El Financiero. (2023). Colapsa carpa en Feria Aeroespacial en el AIFA: Reportan 13 personas lesionadas. In *El Financiero*.
- El Universal Querétaro. (2016). Cae techo del Lienzo Charro por viento. In *El Universal Querétaro*.
- Escrig, F., & Sánchez-Sánchez, J. (2015a). Fundamentals of tensile architectural fabric structures. In *Fabric Structures in Architecture* (pp. 25–99). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00002-4>
- Escrig, F., & Sánchez-Sánchez, J. (2015b). Fundamentals of tensile architectural fabric structures. In *Fabric Structures in Architecture* (pp. 25–99). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00002-4>

- Espinoza Valdez, J. A. (2023). *Efectos Dinámicos de viento en una torre de líneas de transmisión eléctrica mediante dinámica de fluidos computacional. Revisión normatividad CFE* [Investigación científica]. Universidad Autónoma de Querétaro.
- FernándezM. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos: introducción a la dinámica de fluidos computacional (CFD) por el método de volúmenes finitos.* .
- Houtman, R. (2015a). Materials used for architectural fabric structures. In *Fabric Structures in Architecture* (pp. 101–121). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00003-6>
- Houtman, R. (2015b). Materials used for architectural fabric structures. In *Fabric Structures in Architecture* (pp. 101–121). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-1-78242-233-4.00003-6>
- INFOBAE. (2022). Hidalgo: caída de estructura en muestra gastronómica dejó un saldo de 11 heridos. In *infobae*.
- La jornada. (2023). Reportan 6 alumnos lesionados del Bachillerato del CEDAT tras caer una lona por una ráfaga de viento. In *La Jornada de Oriente*.
- Lara López, J. P. (2016). *Análisis dinámico por viento de un edificio de geometría irregular bajo un modelo acoplado fluido-estructura* [Investigación científica]. Universidad Autónoma de Querétaro.
- Liu, M., Chen, X., & Yang, Q. (2016). Characteristics of dynamic pressures on a saddle type roof in various boundary layer flows. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 150, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2015.11.012>
- Montoya, J. R. (2022). Cae estructura en muestra gastronómica de Hidalgo; hay 11 heridos. In *La Jornada*.

- N+. (2023). Colapsa Lona en Feria Aeroespacial en Santa Lucia; Hay Lesionados. In N+.
- NTC Viento. (2023). *Norma técnica Complementaria para Diseño por Viento*.
- Reto Diario. (2023). Una lona de escuela colapsa debido a una ráfaga de viento y provoca lesiones a seis estudiantes. In *Reto Diario*.
- Tominaga, Y., Mochida, A., Yoshie, R., Kataoka, H., Nozu, T., Yoshikawa, M., & Shirasawa, T. (2008). AIJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10–11), 1749–1761. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2008.02.058>
- Tvpacifico. (2024). Continua velaria afectada tras paso de narda. In *Tvpacifico.mx*.
- Valdés-Vázquez, J. G. (2007). *Nonlinear analysis of orthotropic membrane and shell structures including fluid-structure interaction*. Universita Politecnica de Catalunya.
- Wang, Q., Li, Y., & Wang, Z. (2023). Application of Hyperbolic Paraboloid in Architectural Design. In *Tehnicki Vjesnik* (Vol. 30, Issue 5, pp. 1674–1681). Strojski Fakultet. <https://doi.org/10.17559/TV-20230306000407>
- Wang, S., Levine, A., Garlock, M., Contreras-Jiménez, J. A., & Jorquera-Lucerga, J. J. (2020). Structural evaluation of Félix Candela's 8-sided hyperbolic paraboloidal umbrellas. *Engineering Structures*, 222, 111156. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111156>
- Wu, S., Wang, C., & Tang, R. (2022). Optical efficiency and performance optimization of a two-stage secondary reflection hyperbolic solar concentrator using machine learning. *Renewable Energy*, 188, 437–449. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.01.117>

- Yang, Q., Wang, T., Yan, B., Li, T., & Liu, M. (2021). Nonlinear motion-induced aerodynamic forces on large hyperbolic paraboloid roofs using LES. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 216, 104703. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2021.104703>
- Zhiyin, Y. (2015). Large-eddy simulation: Past, present and the future. *Chinese Journal of Aeronautics*, 28(1), 11–24. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2014.12.007>
- Zienkiewicz and Taylor. (2000). *The Finite Element Method* (Fifth edition, Vol. 1). Butterworth Heinemann.

## 8. APENDICES

### 8.1 Código de análisis estructural

*\*CREATE,GEOMETRIA*

*/COM,PREFERENCIAS PARA LA ESTRUCTURA\*\*\*\*\**

*/NOPR*

*KEYW,PR\_SET,1*

*KEYW,PR\_STRUC,1*

*/GO*

*FINISH*

*/PREP7*

*!COLORES BLANCOS PARA ANALISIS*

*/RGB,INDEX,100,100,100, 0*

*/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13*

*/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14*

*/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15*

*/REPLOT*

*!\*MSG,UI*

*! PARABOLOIDE HIPERBOLICO DE PROYECCION RECTANGULAR*

*/COM, VENTANA PARA LAS DIMENSIONES Y PROPIEDADES DE LA  
ESTRUCTURA\*\*\*\*\**

*MULTIPRO,'START',7*

*\*CSET,1,3,CPAR,'CLARO DE PARABOLOIDE (m)',10*

*\*CSET,4,6,HPAR,'ALTURA INFERIOR PARABOLOIDE (m)',4*

*\*CSET,7,9,PPAR,'PERALTE DE PARABOLOIDE (m)',2.4*

*\*CSET,10,12,DIVPAR,'DIVISIONES POR CLARO',30*

*\*CSET,13,15,DTUB,'DIAMETRO DE TUBO EXT (m)',219.1E-3*

*\*CSET,16,18,ETUB,'ESPESOR DE PARED TUBO (m)',4.8E-3*

*\*CSET,19,21,DCAB,'DIAMETRO DE CABLE (m)',20.5E-3*

*\*CSET,61,62,'DIMENSIONES DE ESTRUCTURA'*

*MULTIPRO,'END'*

*MULTIPRO,'START',8*

*\*CSET,1,3,MODEL M,'MOD. ELASTICO MEMBRANA (kgf/m2)',75.6 E6*

*\*CSET,4,6,PMEM,'PESO ESP. MEMBRANA (kg/m3)',300*

*\*CSET,7,9,MODEL T,'MOD. ELASTICO TUBO (kgf/m2)',20.39 E9*

*\*CSET,10,12,PTUB,'PESO ESP. TUBO (kg/m)',25.24*

*\*CSET,13,15,MODEL C,'MOD. ELASTICO CABLE (kgf/m2)',20.39 E9*

*\*CSET,16,18,PCAB,'PESO ESP. LINEAL CABLE (kg/m)',0.53*

*\*CSET,19,21,GRAVI,'ACELERACION GRAVITACIONAL (m/s2)',0*

*\*CSET,22,24,PRET,'ESFUERZO DE PRETENSADO (KG/M)',1000*

*\*CSET,61,62,'PROPIEDADES FISICAS'*

*MULTIPRO,'END'*

*/COM, GENERAR EL PARABOLOIDE*

*/COM, VISTA ISOMETRICA\*\*\*\*\**

*/VIEW,1,1,2,3*



/ANG, 1, -145.538887742

/COM, GENERAR PUNTOS PRINCIPALES DE PARABOLOIDE\*\*\*\*\*

K,1,,,HPAR

K,DIVPAR+1,,CPAR,HPAR+PPAR

KFILL

K,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1)-DIVPAR,CPAR,,HPAR+PPAR

K,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1),CPAR,CPAR,HPAR

KFILL,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1)-DIVPAR,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1)

KPLOT

\*DO,I,1,DIVPAR+1,I

KFILL,I,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1)-DIVPAR+I-1,DIVPAR-1,DIVPAR+1+I,DIVPAR+1

\*ENDDO

!/WAIT,0.05

\*DO,I,1,(DIVPAR+1)\*(DIVPAR+1)-2\*(DIVPAR+1)+1,DIVPAR+1

\*DO,J,I,I+DIVPAR-1,1

A,J,J+DIVPAR+2,J+DIVPAR+1

A,J,J+1,J+DIVPAR+2

\*ENDDO

!/WAIT,0.00005

\*ENDDO

!OBTENER ULTIMA ANTES DE POSTES\*\*\*\*\*

\*GET,KP3,KP,0,COUNT

*\*GET,LINE1,LINE,0,COUNT*

*/PNUM,KP,0*

*/PNUM,LINE,0*

*/REPLOT*

*APLOT*

*/WAIT,1*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\*CREATE, MALLAMEM !Mallado de membrana*

*/PREP7*

*CSYS,0*

*R,1,0.002*

*ET,1,SHELL181*

*!KEYOPT,1,1,1*

*KEYOPT,1,3,2*

*!KEYOPT,1,5,0*

*!KEYOPT,1,8,1*

*KEYOPT,1,9,1*

*KEYOPT,1,10,1*

*!KEYOPT,1,11,0*

*MP,EX,1,MODEL*

```

MP,PRXY,1,,0.0

MP,DENS,1,,PMEM/9.81

AATT,1,1,1

/COM, MALLAR MEMBRANA

AESIZE,ALL,1

AMESH,ALL

FINISH

*END

!*****
*

*CREATE, MALLAPER  !Tubo perimetral que soporta la membrana

/PREP7

ET,2,BEAM188

MP,EX,2,MODEL T

MP,PRXY,2,0.3

MP,DENS,2,PTUB/9.81

SECTYPE, 1, BEAM, CTUBE  ! Sección de tubo hueco

SECOFFSET, CENT      ! Offset en el centro de la sección0

SECDATA, DTUB/2-ETUB, DTUB/2,10 ! Rint=0.05, Rext=0.06

lsel,s,loc,x,cpar

lsel,a,loc,x,0

lsel,a,loc,y,cpar

```

```

lsel,a,loc,y,0

lplot

LATT,2,1,2      ! Asignar la sección 2 a estas líneas

LESIZE, ALL, 1

LMESH,ALL      ! Generar malla

/SHRINK,0.5E-01

/ESHAPE,1.0

EPLLOT

/WAIT,1

FINISH

*END

*CREATE, MALLAPOST  !Postes de acero principales

/PREP7

K,KP3+1,0,0,0

K,KP3+2,0,CPAR,0

K,KP3+3,CPAR,0,0

K,KP3+4,CPAR,CPAR,0

L,KP3+1,1

L,KP3+2,DIVPAR+1

L,KP3+3,KP3-DIVPAR

L,KP3+4,KP3

LSEL,ALL

```

*LPLOT*

*LSEL,S,LOC,Z,HPAR/2*

*LSEL,A,LOC,Z,(HPAR+PPAR)/2*

*lplot*

*LATT,2,1,2*

*LESIZE, ALL,1/3*

*LMESH,ALL*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE, CABLES !Cables de presfuerzo*

*/PREP7*

*\*GET,KP4,KP,0,COUNT*

*K,KP4+1,-2.5,-2.5,0*

*K,KP4+2,-2.5,CPAR+2.5,0*

*K,KP4+3,CPAR+2.5,CPAR+2.5,0*

*K,KP4+4,CPAR+2.5,-2.5,0*

*L,KP4+1,1*

*L,KP4+2,DIVPAR+1*

*L,KP4+3,KP3*

*L,KP4+4,KP3-DIVPAR*

*ET,3,LINK180*

*MP,EX,3,MODEL*

*MP,PRXY,3,0.3*

*MP,DENS,3,(PCAB/(DCAB\*DCAB\*3.1416/4))/9.81*

*LSEL,ALL*

*\*GET,LINE2,LINE,0,COUNT*

*LSEL,S,LINE,,LINE2-3,LINE2,1*

*LPLOT*

*R,2,DCAB\*DCAB\*3.1416/4*

*LATT,3,2,3*

*LESIZE, ALL,8*

*LMESH,ALL*

*EPLLOT*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE,COMPO !Componentes de elementos*

*/PREP7*

*ESEL,S,MAT,,1*

*EPLLOT*

*CM,MEMBRANE,ELEM*

*ESEL,ALL*

*EPlot*

*ESEL,S,MAT,,2*

*EPlot*

*CM,TUBOS,ELEM*

*ESEL,ALL*

*EPlot*

*ESEL,S,MAT,,3*

*EPlot*

*CM,CABLES,ELEM*

*EPlot*

*ESEL,ALL*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*!Las presiones con que se alimentan las tablas estan en Pascales, deben ser divididas por la gravedad  
para ser congruentes*

*\*CREATE,CARGASLAT0*

*/PREP7*

*\*DIM,PLAT0,TABLE,1800,2*

*\*TREAD,PLAT0,'EVLAT0','txt',,0,*

*!\*TREAD,PLAT0,'ESUP0','txt','.\Desktop\Cristian\cristian\Universidad\Materias\Semestre  
4\Seminario de tesis 2\Metodologia y resultados\Tunel de viento\Resultados\Viento sup\SIM 0\', ,*

*\*DO,I,1,1800,1*

*SFE,I,,PRES, ,PLAT0(I,2)/9.81*

*\*ENDDO*

*/WAIT,1*

*!PARA ESTE CASO DE CARGA LA SIGUIENTE VISTA ES ADECUADA*

*/VIEW, 1, 0.946748751464 , 0.517213517537E-02, 0.321931748387*

*/ANG, 1, -88.7721409059*

*/REPLO*

*/POST1*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE,CARGASLATI*

*/PREP7*

*\*DIM,PLAT0,TABLE,1800,2*

*\*TREAD,PLAT0,'EVLAT1','txt',,0,*

*!\*TREAD,PLAT0,'ESUP0','txt','.\Desktop\Cristian\cristian\Universidad\Materias\Semestre  
4\Seminario de tesis 2\Metodologia y resultados\Tunel de viento\Resultados\Viento sup\SIM 0\', ,*

*\*DO,I,1,1800,1*

*SFE,I,,PRES, ,PLAT0(I,2)/9.81*



```

*ENDDO

/WAIT,1

!PARA ESTE CASO DE CARGA LA SIGUIENTE VISTA VISTA ES ADECUADA

/VIEW, 1, 0.946748751464 , 0.517213517537E-02, 0.321931748387

/ANG, 1, -88.7721409059

/REPLO

/POST1

FINISH

*END

!*****
*

*CREATE,CARGASINFO

/PREP7

*DIM,PINFO,TABLE,1800,2

*TREAD,PINFO,'EVINFO','txt',,0,

*DO,I,1,1800,1

SFE,I,,PRES, ,PINFO(1,2)/9.81

*ENDDO

/WAIT,1

FINISH

*END

!*****
*
```

*\*CREATE,CARGASINF1*

*/PREP7*

*\*DIM,PINF0,TABLE,1800,2*

*\*TREAD,PINF0,'EVINF1','txt',,0,*

*\*DO,I,1,1800,1*

*SFE,I,,PRES, ,PINF0(I,2)/9.81*

*\*ENDDO*

*/WAIT,1*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE,CARGASSUP0*

*/PREP7*

*\*DIM,PSUP0,TABLE,1800,2*

*\*TREAD,PSUP0,'ESUP0','txt',,0,*

*\*DO,I,1,1800,1*

*SFE,I,,PRES, ,PSUP0(I,2)/9.81*

*\*ENDDO*

*/WAIT,1*

*FINISH*

*\*END*

!\*\*\*\*\*

\*

*\*CREATE,CARGASSUP1*

*/PREP7*

*\*DIM,PSUP0,TABLE,1800,2*

*\*TREAD,PSUP0,'ESUP1','txt',,0,*

*\*DO,I,1,1800,1*

*SFE,I,,PRES, ,PSUP0(I,2)/9.81*

*\*ENDDO*

*/WAIT,1*

*FINISH*

*\*END*

!\*\*\*\*\*

\*

*\*CREATE,ANALISIS*

*/SOLU*

*NSEL,S,LOC,Z,0*

*D,ALL,ALL, , , , , , , ,*

*ALLSEL,ALL*

*ANTYPE,0*

*ACEL,,GRAVI !Definir aceleración gravitacional, se recomienda que no se tome en cuenta el peso propio para estructuras sensibles al viento*

*SOLVE*

*FINISH*

*\*END*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE,RESULTADOS*

*/POST1*

*/TITLE,CONFIGURACION DEFORMADA*

*SET, LAST*

*PLDISP,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFUERZOS EN X*

*PLNSOL,S,X,0,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFUERZOS EN Y*

*PLNSOL,S,Y,0,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFEURZOS PRINCIPALES 1*

*PLNSOL,S,1,0,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFEURZOS PRINCIPALES 2*

*PLNSOL,S,2,0,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFEURZOS PRINCIPALES 3*

*PLNSOL,S,3,0,1*

*/WAIT,1*

*/TITLE,ESFEURZOS DE VON MISES*

*PLNSOL,S,EQV,0,1*

*/WAIT,1*

*PLESOL, M,X, 0,1.0*

*PLESOL, M,Y, 0,1.0*

*PLESOL, M,Z, 0,1.0*

*!RESULTADOS PARA EL BEAM 188*

*ETABLE,NORMI,SMISC, 1*

*ETABLE,NORMJ,SMISC, 14*

*ETABLE,CORTYI,SMISC, 6*

*ETABLE,CORTYJ,SMISC,19*

*ETABLE,CORTZI,SMISC, 5*

*ETABLE,CORTZJ,SMISC, 18*

*ETABLE,MOMTI,SMISC, 3*

*ETABLE,MOMTJ,SMISC, 16*

*ETABLE,MOMYI,SMISC, 2*

*ETABLE,MOMYJ,SMISC, 15*

*ETABLE,MOMZI,SMISC, 3*

*ETABLE,MOMZJ,SMISC, 16*

*ETABLE, ,U,X*

*!PLOTAR LOS ELEMENTOS MECANICOS DE LA ESTRUCTURA*

*/TITLE, FUERZAS NORMALES MARCO (TON)*

*PLLS,NORMI,NORMJ,-1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*/TITLE,FUERZAS CORTANTES EN Y (TON)*

*PLLS,CORTYI,CORTYJ,1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*/TITLE,FUERZAS CORTANTES EN Z (TON)*

*PLLS,CORTZI,CORTZJ,1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*/TITLE, MOMENTO TORSIONANTE MARCO (TON-M)*

*PLLS,MOMTI,MOMTJ,-1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*/TITLE, MOMENTO FLECTOR Y (TON-M)*

*PLLS,MOMYI,MOMYJ,-1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*/TITLE, MOMENTO FLECTOR Z (TON-M)*

*PLLS,MOMZI,MOMZJ,-1,0,0*

*/WAIT,1.5*

*!!PLOTAR DEFORMADA*

*/TITLE,CONFIGURACION DEFORMADA*

*SET, LAST*

*PLDISP, 1*

*!Contorno de deformación*

*/DSCALE, ALL, 300*

*/EFACET, 1*

*PLNSOL, U, SUM, 0, 1.0*

*FINISH*

*\*END*

*!/CONTOUR, 1, 10, -1, 0.2*

*!PLESOL, M, X, 0, 1.0*

*!Para verificar el comportamiento de membrana de la cubierta*

*!\*\*\*\*\**

*\**

*\*CREATE, GEODEF*

*/PREP7*

*UPGEOM, 1, LAST, LAST, 'file', 'rst', ' '*

*FINISH*

*\*END*

*\*USE, GEOMETRIA*

*\*USE, MALLAMEM*

*\*USE, MALLAPER*

*!\*USE, CARGASPRE*

*\*USE,MALLAPOST*

*\*USE,CABLES*

*!\*USE,CARGASINF0*

*!\*USE,CARGASLAT0*

*\*USE,CARGASSUP0*

*\*USE,ANALISIS*

*!\*USE,RESULTADOS*

*!\*\*\*\*\**

*\*USE,GEODEF*

*!\*USE,CARGASINF1*

*!\*USE,CARGASLAT1*

*\*USE,CARGASSUP1*

*\*USE,ANALISIS*

*\*USE,RESULTADOS*

*!\*\*\*\*\**

*!\*USE,GEODEF*

*!\*USE,CARGASINF2*

*!\*USE,CARGASLAT2*

*!\*USE,CARGASSUP2*

*!\*USE,ANALISIS*

*!\*USE,RESULTADOS*

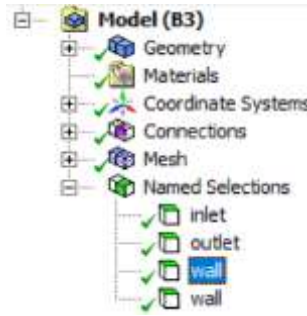
*!\*\*\*\*\**



## 8.2 Consideraciones para simulación CFD

### 8.2.1 Condiciones de frontera

Las zonas de frontera se asignan desde la interfaz de mesh workbench (Figura 8.1), asignando name selections, nombrándose inlet a la pared o frontera desde la cual incide el viento, outlet la zona hacia donde sale el flujo, y wall a las paredes restantes del túnel de viento virtual, así como la membrana en cuestión que fue analizada:



**Figura 8.1. Panel de navegación Mesh.**

Los valores asignados a estas fronteras se mostraron en el apartado de metodología.

### 8.2.2 Modelos

Uno de los modelos CFD usados en simulaciones de tipo aerodinámico es el k-ε, tiene tres variaciones standard, RNG (Renormalization group) y Realizable.

Es un modelo de viscosidad robusto, computacionalmente eficiente, usado ampliamente para flujos turbulentos. Las ecuaciones derivadas del grupo de los modelos RANS se muestran a continuación:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$\rho$ : densidad del fluido ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ )

$k$ : energía cinética turbulenta ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

$t$ : tiempo (s)

$u_i$ : componente de la velocidad en i (m/s)

$x_i$ : coordenada en i (m)

$\mu$ : Viscosidad dinámica ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ )

$\mu_t$ : Viscosidad turbulenta ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ )

$\sigma_k$ : Coeficiente de difusión turbulenta para k

$P_k$ : Tasa de producción de k ( $\text{Kg}/\text{m} \cdot \text{s}^3$ )

$\varepsilon$ : Tasa de disipación de la energía turbulenta ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

$\sigma_\varepsilon$ : Coeficiente de difusión turbulenta para  $\varepsilon$

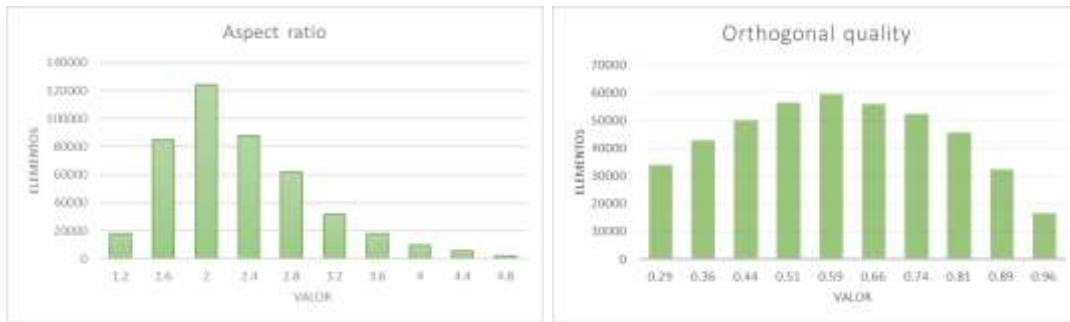
$C_{1\varepsilon}$ : Constante de producción de  $\varepsilon$

$C_{2\varepsilon}$ : Constante de disipación de  $\varepsilon$

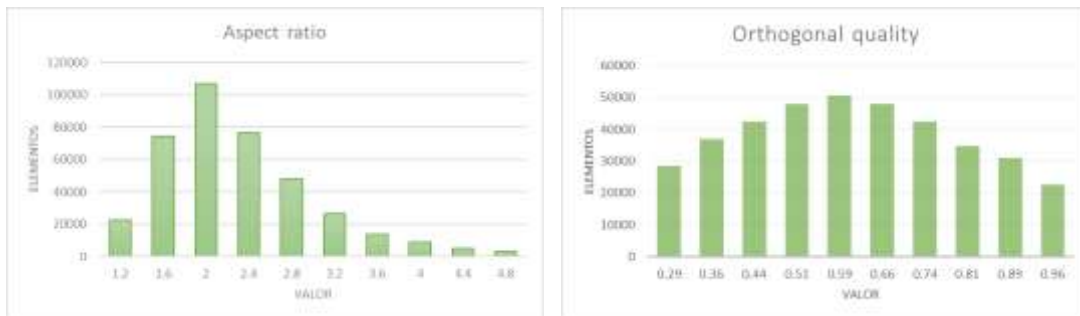
El fluido usado en la simulación CFD es aire con una densidad de  $1.225 \text{ Kg}/\text{m}^3$ . Los criterios de convergencia, así como el método de solución empleado se describe en el apartado 4.1.4.

### 8.2.3 Mallado

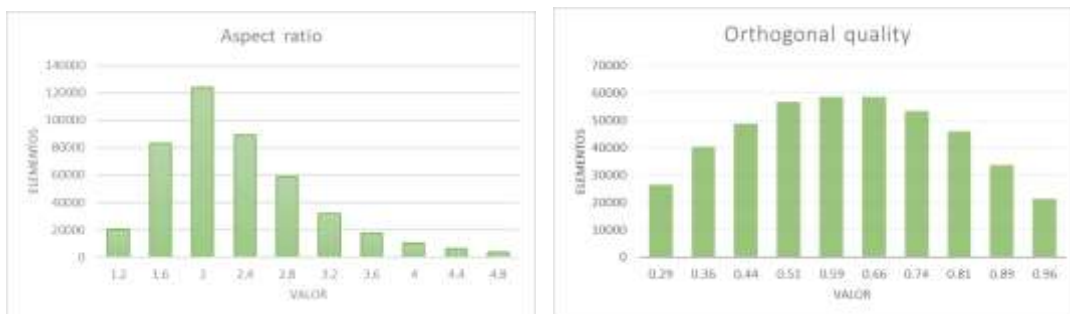
Los parámetros para la calidad de la malla cumplen con los estándares para llevar a cabo las simulaciones, a continuación, se muestran algunas de las métricas de las mallas en los diferentes casos (Figura 8.2, Figura 8.3, Figura 8.4).



**Figura 8.2. Métricas de malla con incidencia en esquina superior**



**Figura 8.3. Métricas de malla con incidencia en esquina superior.**



**Figura 8.4. Métricas de malla con incidencia en esquina inferior.**