



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Filosofía  
Maestría en Filosofía Contemporánea Aplicada

PLURALISMO, HETEROGENEIDAD Y  
LA COMUNICACIÓN PÚBLICA DE LA LÓGICA Y  
LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

**PROPUESTA**

que como parte de los requisitos para obtener el grado de  
Maestro en Filosofía Contemporánea Aplicada

**Presenta:**

Carlos César Jiménez

**Dirigido por:**

Dr. José Luis González Carbajal

**SINODALES**

Dr. José Luis González Carbajal

*Presidente*

Dr. Eduardo Manuel González de Luna

*Secretario*

Dr. Mauricio Ávila Barba

*Vocal*

Dr. José Miguel Esteban Cloquell

*Suplente*

Dr. Gabriel Alfonso Corral Velázquez

*Suplente*

---

Dra. Ma. Margarita Espinosa Blas  
*Directora de la Facultad*

---

Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña  
*Directora de Investigación y Posgrado*

Centro Universitario, Querétaro, Querétaro, México.  
Mayo 2016.

**La presente obra está bajo la licencia:**  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



**CC BY-NC-ND 4.0 DEED**

**Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional**

**Usted es libre de:**

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciatario no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

**Bajo los siguientes términos:**

 **Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciatario.

 **NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).

 **SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

**Avisos:**

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.



---

# Resumen

---

Este trabajo es tanto una propuesta de comunicación pública de la ciencia (CPC) y la filosofía como una propuesta educativa no escolarizada. Se articula en torno a un conjunto de indagaciones contemporáneas en el campo de la lógica y la filosofía de las matemáticas; a saber, algunas indagaciones sobre *pluralismo* y *heterogeneidad*. Su expresión concreta es un proyecto editorial. No obstante, dicho “producto” no ha sido nuestro objetivo último sino, por una parte, las experiencias que éste puede propiciar, y por otra, los esclarecimientos, condiciones e interacciones que se han tenido en cuenta al elaborarlo. En ese sentido, crucial para su desarrollo ha sido el diálogo con investigadores mexicanos y de otras latitudes, principalmente filósofos y matemáticos. Las elucidaciones requeridas no se han restringido a un análisis del *conocimiento científico* en abstracto, suponen también una atención explícita y de trasfondo a la ciencia y la filosofía en tanto *prácticas* condicionadas históricamente. Nos ha interesado, en particular, la dimensión discursiva y los procesos comunicativos a partir de los cuáles ciencia y filosofía se constituyen y “difunden” cómo saberes mutables y no dogmáticos. Para ello nos hemos auxiliado de la consideración de los modelos paradigmáticos de CPC esbozados por [Bucci \(2008\)](#), los análisis de géneros discursivos hechos por [Bhatia \(2010\)](#), [Hengst y Miller \(1999\)](#), y algunas pautas educativas propuestas por [Illich \(1971\)](#). Presentamos los esclarecimientos filosóficos más relevantes en la primera parte; en la segunda, hacemos una descripción del proyecto editorial. Y en la tercera, concluimos indicando tentativas plausibles para indagaciones y desarrollos futuros.

**Palabras clave:** Comunicación pública, educación no escolarizada, pluralismo lógico, heterogeneidad, filosofía de las matemáticas



---

# Summary

---

This work is both a public communication of science (PCS) and philosophy proposal, and a non-schooled education proposal. It is built around a set of contemporary inquiries in the fields of logic and philosophy of mathematics; namely, some inquiries about *pluralism* and *heterogeneity*. Its concrete expression is an editorial project. However, this “product” has not been our ultimate goal but, on the one hand, the experiences it can promote, and secondly, the clarifications, conditions and interactions that have been taken into account in order to develop the proposal. In that sense, the dialogue with researchers from México and abroad, mainly philosophers and mathematicians, has been crucial. The required elucidations have not been restricted to an analysis of abstract *scientific knowledge*, they have also involved explicit and background attention to science and philosophy as historically-conditioned *practices*. We have been particularly interested in the discursive dimension and the communication processes from which science and philosophy are cast into non dogmatic mutable forms of knowledge and are “spread”. To do this we have considered the PCS paradigms outlined by [Bucci \(2008\)](#), the discourse genres analysis made by [Bhatia \(2010\)](#), [Hengst y Miller \(1999\)](#), and some educational guidelines by [Illich \(1971\)](#). We present the most relevant philosophical explanations in the first part; in the second, we make a description of the editorial project. And in the third, we conclude indicating plausible future inquiries and developments.

**Keywords:** Public communication, non-schooled education, logical pluralism, heterogeneity, philosophy of mathematics



---

# Agradecimientos

---

Agradezco el auspicio para llevar a cabo este trabajo brindado por el Congreso Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) de México a través del Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC), del cual forma parte la Maestría en Filosofía Contemporánea Aplicada (MFCA) de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ); así como también la beca de movilidad que este mismo organismo me otorgó para hacer una estancia de investigación de febrero a julio de 2015 en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen (RUG) como parte integral de mi proyecto de maestría. De igual manera, como miembro del personal académico de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (FESC) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), agradezco la licencia que me fue concedida de enero de 2014 a diciembre de 2015, para cursar estudios de posgrado en la UAQ.

Agradezco también la formación y el apoyo que me ha brindado durante varios años ya la comunidad del Instituto de Investigaciones Filosóficas (IIF) de la UNAM. Particularmente invaluable ha sido el apoyo de Luis Estrada-González y Cristián Alejandro Gutiérrez Ramírez. Su impronta en este trabajo es notoria y me habría encantado haber desplegado tanta hondura, erudición y pericia como la que ellos muestran día con día. Por encima de eso, valoro y agradezco su incondicional amistad.

No menos importante para mí ha sido la formación e influencia de Axel Arturo Barceló Aspeitia y Atocha Aliseda Llera. A ellos debo mis primeros acercamientos rigurosos a la interdisciplina, la lógica y la filosofía de las matemáticas contemporáneas. Gracias al entusiasmo y actividades académicas promovidas por Atocha Aliseda en la UNAM surgió y se consolidó mi interés en los trabajos que durante las últimas décadas se han realizado en los Países Bajos.

Quiero extender también un hondo agradecimiento a la hospitalaria comunidad de la bella ciudad de Groningen, el paraíso bicicletero de nuestro planeta. En particular a la comunidad de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen (RUG). Barteld Kooi, vicedecano de la facultad, además de ser extremadamente cordial e iniciarme en los rudimentos fonéticos del neerlandés, promovió todas las gestiones administrativas necesarias para que mi estancia fuera posible y cómoda. Fue

atento hasta en detalles aparentemente anodinos como la apertura del candado de mi maleta cuya llave había extraviado en la aduana y seleccionar un escritorio cercano a un ventanal amplio para recibir la mayor cantidad de luz del día —considerando el peculiar clima que prevalece en el norte de Europa. De manera entusiasta, Catarina Dutilh Novaes no dudó en incorporarme a las actividades de su grupo de investigación desde el primer día que entramos en contacto. Así mismo, Fré Moorres, *webmaster* y responsable del área de comunicación de la facultad, amable y cordial, estuvo siempre atenta a que pudiese incorporarme a la cultura neerlandesa y a las importantes charlas informales a la hora del almuerzo.

Franziska Köder, Pepa Mellena y Esther Helene Jonker, con acciones y palabras, más allá de los entornos académicos, compartieron conmigo muchísimos de los encantos y peculiaridades no sólo de la cultura neerlandesa, sino en particular, de la cultura groningense; por ejemplo, la apropiación emotiva de espacios como el Noorderplantsoen —incluso a lluvia y lodo.

Debo un agradecimiento especial a Erik Jensen y Helena Valdivia, que me ofrecieron su amistad y apoyo moral y práctico desde mi primer hasta mi último día en Groningen. A Helena agradezco también su lectura cuidadosa, crítica y propositiva del primer e incipiente borrador de este trabajo; así como también las bellas experiencias compartidas durante tantos años y las oportunidades únicas e invaluables de crecimiento conjunto y aprendizaje profundo más allá de la academia.

A mis entrañables amigos Fernando Ortiz Vargas y Regina Alicia Chorné Uruchua agradezco no sólo su amistad y complicidad durante varias décadas ya, sino su solidaridad y apoyo práctico para poder solventar la gran cantidad de minucias que conllevó hacer mi estancia en Groningen. En ese mismo sentido, el apoyo práctico de Jesús Cruz, José Luis Sánchez y Carmen Arroyo con faenas burocráticas no fue menor, ni su amistad o complicidad en múltiples sentidos, menos entrañable.

A Lourdes Sánchez y Lucía Jiménez Aguilar agradezco su tenacidad y valentía inspiradora como inmigrantes. La hospitalidad en Dinamarca, consejo, apoyo moral y amistad de Lourdes, durante años, ha sido sumamente significativa para mí. A Lucía Jiménez Aguilar y Guadalupe Jiménez Aguilar les debo también el haber descubierto de manera gozosa los desafíos matemáticos, la tecnología, las lenguas extranjeras, la literatura y el arte. Se que la peculiar integración que he procurado hacer, recurriendo a la filosofía, les ha resultado desde hace tiempo algo desconcertante, pero confío en que, eventualmente, podrán notar el encanto y la relevancia que tienen empresas de este tipo.

Agradezco también a quienes, cerca o lejos, seguro han estado más desconcertados conmigo por muchos años pero nunca han dejado de buscar maneras de apoyarme; Rosa Estela Jiménez Aguilar y Amado Vargas Manuel,

Agradezco, sin duda, como un gran motivo para continuar renovando mis concepciones educativas, al espíritu festivo, perplejo, inquieto y lleno de curiosidad de Laura Sánchez, Aaron Becerril Sánchez y Ana Lucía López Jiménez. Además de ser un contacto refrescante con el espíritu de

la generación nacida en la última década del siglo XX, me han ayudado a reconocer el momento privilegiado de la vida en el que ahora me encuentro. Agradezco también a otro espíritu igualmente joven y alocado, pero con mucha más experiencia y casaca *Vintage*, al Dr. Fernando Manuel González Vega; confío en que su acicate —en ocasiones frustrante y desesperante— para incitar a quienes cursabamos la MFCA a recuperar nuestras experiencias de vida más allá de la academia en propuestas concretas y eficaces rinda frutos.

Por su cercanía, a pesar de las distancias, agradezco a Diana Pilar Vargas Graciano, Nora Elvia Martínez Salas, Carolina Estrada García y Martha María Mioni Gómez.

Para Itzel Portillo McNally e Iñigo Casimiro Rodríguez, no tengo palabras de agradecimiento suficientes por su incondicional apoyo, complicidad y amistad estos dos intensos y ajetreados años.



---

# Índice general

---

<b>Resumen</b>	III
<b>Summary</b>	V
<b>Agradecimientos</b>	IX
<b>Índice general</b>	XI
<b>Índice de figuras</b>	XIV
<b>Índice de cuadros</b>	XVI
<b>Introducción</b>	11
<b>I Esclarecimientos filosóficos</b>	13
<b>1 Pluralismos y heterogeneidades</b>	15
1.1. Pluralismos filosóficos, matemáticos y lógicos . . . . .	15
1.1.1. Descripción genérica . . . . .	15
1.1.2. Paradojas del pluralismo . . . . .	15
1.1.3. Tipos y niveles de pluralismo . . . . .	17
1.1.4. Un primer acercamiento a la diversidad lógica . . . . .	19
1.1.5. Lo lógico no es la Lógica ni una lógica . . . . .	21
1.1.6. La lógica de la matemática vs. la matematización de la lógica . . . . .	27
1.2. Ejemplos de lógicas . . . . .	29
1.2.1. Descripción genérica . . . . .	29
1.2.2. Lógica proposicional intuicionista . . . . .	31

1.2.3. Lógica clásica, lógica mínima y retículos . . . . .	33
1.2.4. Lógicas modales proposicionales . . . . .	34
1.2.5. Lógicas de predicados . . . . .	37
1.2.6. Representación asertórica, algebraica y categorista . . . . .	39
1.3. Heterogeneidades lógicas y matemáticas . . . . .	42
1.3.1. El dogma logocéntrico . . . . .	42
1.3.2. Sudoku y tripas de gato . . . . .	42
1.3.3. Puentes, trenzas y nudos . . . . .	45
1.3.4. Niveles de heterogeneidad . . . . .	49
1.3.5. Heterogeneidad discursiva . . . . .	54
<b>2 La comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico (CPQTF)</b>	<b>59</b>
2.1. Tres sentidos de lo público . . . . .	59
2.2. Modelos de comunicación pública de la ciencia . . . . .	61
2.2.1. Los modelos tradicional y continuo . . . . .	61
2.2.2. Desviaciones, diálogo y participación comprometida . . . . .	65
2.3. Un modelo crítico y complejo de la CPQTF . . . . .	66
<b>3 Educación no escolarizada y CPQTF</b>	<b>71</b>
3.1. Recuperación de planteamientos de Ivan Illich . . . . .	71
3.2. La recuperación del libro como arte y objeto educativo . . . . .	78
3.3. El caso de la lógica y la filosofía de las matemáticas . . . . .	82
3.3.1. Panorámica . . . . .	82
3.3.2. <i>Logical Labyrinths</i> de Raymond Smullyan . . . . .	83
3.3.3. <i>Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid</i> de Douglas Hofstadter . . . . .	84
<b>II Aplicación</b>	<b>89</b>
<b>4 Propuesta editorial</b>	<b>91</b>
4.1. Descripción global del proyecto . . . . .	91
4.2. Pautas observadas en su elaboración . . . . .	92
4.3. Descripción estructural . . . . .	93
4.4. <i>Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas</i> . . . . .	95
<b>5 Vínculo con estancias profesionales</b>	<b>97</b>

5.1. Panorámica . . . . .	97
5.2. Universidad Nacional Autónoma de México . . . . .	98
5.2.1. Encuentro de estudiantes de posgrado en matemáticas . . . . .	98
5.2.2. Coloquios sobre lógicidad y pluralismo . . . . .	99
5.2.3. Seminarios de filosofía de la lógica y las matemáticas . . . . .	102
5.2.4. Curso-Taller de L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X . . . . .	103
5.3. Universidad de Groningen . . . . .	105
5.3.1. Coloquio “Axioma 2015” . . . . .	105
5.3.2. Seminarios “The roots of deduction” y “Grolog” . . . . .	106
5.3.3. Taller “Redrawing pragmasemantic borders” . . . . .	107
5.3.4. Coloquio “The facts matter” . . . . .	108
5.3.5. Studium Generale Groningen (SGG) . . . . .	109
5.3.6. Noches de arte, ciencia y filosofía . . . . .	110
5.3.7. Arte y producción editorial en Groningen . . . . .	113
5.4. Participación en otros congresos internacionales . . . . .	114
5.4.1. UNILOG2015 . . . . .	114
5.4.2. ESSLLI2015 . . . . .	115
<b>III Evaluación y prospectiva</b>	<b>117</b>
<b>6 Repercusiones, indicadores y posibilidades</b>	<b>119</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>123</b>
<b>A Documentación complementaria</b>	<b>131</b>

---

# Índice de figuras

---

0.1. De la <i>Dissertatio de arte combinatoria</i> (1666) de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) . . . . .	3
0.2. Diagrama de la metodología usada . . . . .	9
1.1. Teorización lógica sobre la matemática y teorización matemática sobre la lógica . . . . .	28
1.2. $\Gamma \vdash_L \Delta$ y una interpretación de $L$ en $D$ como morfismos. . . . .	30
1.3. Lógica proposicional clásica, lógica intuicionista (de Heyting) y lógica mínima de Johansson ordenadas parcialmente. . . . .	33
1.4. Lógicas cuántica, intuicionista, paraconsistente y clásica ordenadas parcialmente respec- to a sus semánticas algebraicas. . . . .	34
1.5. Un marco de Kripke. . . . .	36
1.6. Mapa de relaciones entre lógicas modales . . . . .	37
1.7. <i>Sudoku</i> . . . . .	43
1.8. Variante del juego “Tripas de gato” . . . . .	44
1.9. Conceptualización gráfica del problema de los 7 puentes de Königsberg . . . . .	46
1.10. Ejemplo de composición de trenzas de 4 hilos . . . . .	47
1.11. Tabla de los primeros 15 nudos primos . . . . .	48
1.12. Jugadas de Reidemeister . . . . .	48
1.13. Dos representaciones del nudo trivial . . . . .	49
1.14. Diagrama de la resolución del problema de los “niños enlodados” . . . . .	52
1.15. Contracción de un lazo a un punto en una 2-esfera . . . . .	53
1.17. Portada del 22 de diciembre de 2006 de la revista <i>Science</i> . . . . .	54
1.18. Registros, géneros y disciplinas en el discurso académico . . . . .	57
2.1. Portada de <i>Philosophical Transactions of the Royal Society</i> , vol.1 . . . . .	62
2.2. La comunicación científica como un <i>continuo</i> . . . . .	64

2.3. Ejercicio de CPC mediante un género discursivo híbrido . . . . .	68
3.1. Portada del libro <i>Ser y parecer</i> de Jorge Luján . . . . .	81
3.2. Portadas de dos ediciones de <i>Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid</i> . . . . .	85
3.3. <i>Día y noche</i> (1938) de Maurits Cornelis Escher . . . . .	86
3.4. Representación pictórica de teoremas y sus negaciones en <i>Gödel, Escher, Bach</i> . . . . .	87
5.1. Póster del coloquio “Logicidad” (IIF–UNAM, 2015) . . . . .	100
5.2. Póster del coloquio “Pluralismo Matemático” (IIF–UNAM, 2015) . . . . .	101
5.3. Axioma 2 de la <i>Conceptografía</i> . . . . .	104
5.4. Departamento de “Theoretical Philosophy” de la Facultad de Filosofía de la RUG (Groningen, 2015) . . . . .	106
5.5. <i>De nacht van kunst &amp; wetenschap</i> 2015. Póster promocional . . . . .	111
5.6. <i>De nacht van de filosofie</i> 2015. Póster promocional . . . . .	112
5.7. Última sesión de UNILOG-2015 (Estambul, Turquía) . . . . .	114

---

## Índice de cuadros

---

1.1. Niveles de pluralismo matemático, según Friend (2014, p. 110). . . . .	18
2.1. Marco multi-modelos de comunicación de la ciencia. . . . .	67

[...]

*Uno dice que de risa  
sólo es digno el mundo vario;  
y otro, que sus infortunios  
son sólo para llorados.*

*Para todo se halla prueba  
y razón en qué fundarlo;  
y no hay razón para nada,  
de haber razón para tanto.*

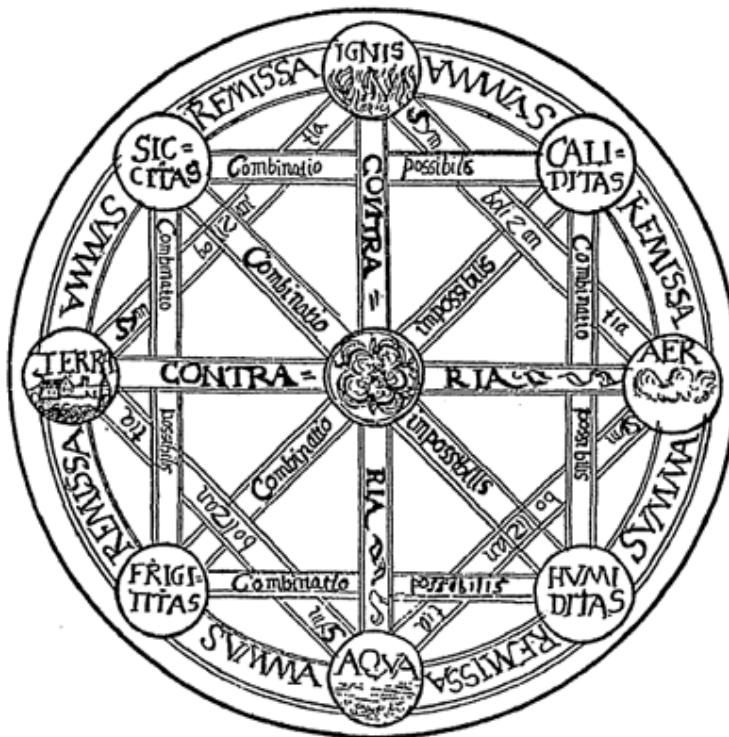
*Todos son iguales jueces;  
y siendo iguales y varios,  
no hay quien pueda decidir  
cuál es lo más acertado.*

*Pues, si no hay quien lo sentencie,  
¿por qué pensáis, vos, errado,  
que os cometió Dios a vos  
la decisión de los casos?*

[...]

Sor Juana Inés de la Cruz (1651–1695)





**Figura 0.1:** De la *Dissertatio de arte combinatoria* (1666) de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716).



---

# Introducción

---

El quehacer tecnocientífico ocupa un lugar crucial en el horizonte contemporáneo. No obstante, la mayoría de quienes vivimos en México nos encontramos poco familiarizados con su dinámica o con los saberes que emergen a partir de este quehacer. Esta ignorancia ha contribuido a que muchos de estos saberes, en especial los que se encuentran ligados a complejas formas de expresión simbólica, sean investidos ideológicamente de un carácter esotérico, acumulativo e incuestionable y apelando a ellos —o, mejor dicho, a sus pobres remedos— se justifique el ejercicio leonino del poder y se entorpezcan los proyectos para promover una sociedad más justa.

Demagógicamente se predica que la educación —y la filosofía, según algunos entendidos— es la cura, pero ello resulta ser parte de la misma enfermedad. Los estereotipos sobre los saberes y su relación con el ejercicio del poder se perpetúan. Las instituciones educativas tradicionales mediante burocracias kafkianas y anquilosadas pedagogías asfixiantes obstaculizan el aprendizaje significativo y el acceso a la información, descalifican los saberes no académicos y procuran extender y mantener a toda costa sus privilegios como instituciones certificadoras.

Paradójicamente, sin embargo, proliferan hoy en día —tanto dentro como fuera de los espacios académicos— propuestas innovadoras en incontables áreas; idiomas, matemáticas, física, química, biología, agricultura, medicina, literatura, estética, lógica, ingeniería, computación, danza, etc. Las redes de cómputo y telecomunicaciones, en principio, permiten acceder con suma facilidad a una gran cantidad de información que otrora sólo podían conseguirse tras complicados periplos. Considerando esto muchos agentes insisten en seguir restringiendo a toda costa el acceso a fuentes documentales de interés público convirtiéndose en sus gestores —y explotadores— privilegiados apelando, entre otras cosas, a prácticas y legislaciones cuestionables sobre “propiedad intelectual”<sup>1</sup>.

Mediante la infraestructura mencionada, resulta posible también establecer contacto y diálogos con mentores o personas que tienen intereses de aprendizaje comunes o afines a los nuestros; lo

---

<sup>1</sup>El famoso y polémico caso de la condena al activista informático Aaron Swartz tras descargar millones de artículos académicos de bibliotecas digitales y su trágico deceso posterior américa una consideración cuidadosa. Brian Knappenberger produjo y dirigió un documental al respecto, *The internet's own boy: The story of Aaron Swartz* (2014).

cual favorece el aprendizaje cooperativo. Encontramos además una amplia gama de propuestas de enseñanza y aprendizaje elaboradas tanto por expertos como por aficionados; algunas no sólo aprovechan hábilmente las peculiaridades que los nuevos medios brindan, sino que refieren a conocimientos de vanguardia y se articulan a partir de sólidos paradigmas educativos. Sin embargo, esta oferta no basta para valorar la relevancia o repercusión de una investigación o práctica tecnocientífica, o para adquirir pericia suficiente —ya no digamos competencia plena— en determinados campos de especialización.

Teniendo conocimientos básicos de álgebra lineal es posible aprender computación cuántica en un par de meses, pero no tendremos experiencia directa de las problemáticas mediciones que se llevan a cabo en los laboratorios de un Instituto de Física. De hecho, es poco probable que, sin algún tipo de acuerdo, acreditación o certificación institucional, se nos confíe ocasionalmente la operación de los costosos y sofisticados equipos que ahí se emplean; por lo cual encontraremos limitadas nuestras oportunidades para desarrollar las habilidades no verbales ligadas al uso de ciertas herramientas. Por otra parte, el establecimiento de vínculos significativos entre un aprendizaje técnico-científico —como el cómputo cuántico— y debates éticos, económicos, políticos, estéticos, epistemológicos o metafísicos tampoco ocurre automáticamente. Se puede argumentar que no “forzar” estas correlaciones respeta la autonomía de quien aprende y encontrarlas depende de cada estudiante.

Sin duda, el respeto y la promoción de la autonomía de los estudiantes es importante. Pero ello, no debe confundirse con eludir ofrecer orientación para definir y alcanzar metas de aprendizaje que contribuyan a la realización plena de proyectos personales de vida o con eludir brindar sugerencias para la exploración de temáticas y la participación en espacios democráticos que contribuyan a la formación de una ciudadanía comprometida con determinados valores. Ante oportunidades educativas (no formales e informales)<sup>2</sup> de esta naturaleza, ligadas a saberes específicos, ¿qué opciones le convendría elegir a quién desea aprender algo en concreto? ¿qué saberes podrían tener para dicho sujeto un mayor carácter *emancipador* —si sentimos afinidad por esa terminología— o *empoderador* —si preferimos el neologismo de raigambre anglosajona que tiene otro tipo de carga ideológica? ¿A qué recursos —objetos, instalaciones y personas— necesita o le conviene tener acceso para propiciar su aprendizaje?

Dado este panorama, son tres las convicciones que dan sentido al presente trabajo:

1. Sin necesidad de la onerosa —y en ocasiones tergiversadora— mediación de las instituciones escolares, **los ciudadanos mexicanos requieren saber mejor, y sin mistificaciones, en qué**

---

<sup>2</sup> Recurrimos provisionalmente a esta terminología estándar en los ámbitos pedagógicos desde los años setenta del siglo XX para referirnos tanto a las propuestas sistemáticas de aprendizaje guiado no ligadas a instituciones escolares como a los procesos y oportunidades de aprendizaje que no están ligados a estas instituciones o se ciñen a un plan pedagógico sistemático. La distinción es problemática y valdría la pena sugerir una terminología no negativa más apropiada.

**consiste el quehacer tecnocientífico contemporáneo y cómo se encuentra vinculado con su cotidianidad.** Lo anterior no sólo para poder tener una participación más informada al deliberar y decidir sobre cuestiones que involucran a este quehacer y repercuten en nuestra vida pública y privada —cuando otros lo llevan a cabo—, sino también para lograr una apropiación personal de los saberes tecnocientíficos, e involucrarse directamente en su desarrollo si se desea, adquiriendo o mejorando las competencias relevantes para ello.

2. **Pocos mexicanos se encuentran familiarizados con la lógica matemática contemporánea,** en tanto quehacer tecnocientífico con una marcada impronta filosófica, **a pesar de la gran riqueza que se cierne en torno a ella;** por ejemplo, su eficacia como herramienta crítico-epistemológica en casi cualquier ámbito (científico, jurídico, ético, religioso, político, etc.), su utilidad en el campo de las tecnologías de la información, su utilidad para modelar situaciones y problemas, su potencial para las articulaciones interdisciplinarias, su dimensión estética, su potencial generador de ficciones literarias y debates filosóficos, etc.
3. **Consideramos plausible promover acciones específicas que contribuyan a que sean más personas las que, entren en contacto significativo y crítico con el quehacer lógico matemático contemporáneo,** de manera no escolarizada, para beneficio propio y de los demás. Al respecto, nos parece que se podrían implementar mecanismos poco onerosos para solventar el costo del acceso a los recursos mínimos necesarios para ello.

Cabe recordar que en 2009, ante la propuesta de Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) que pretendía eliminar asignaturas obligatorias como ética, estética, introducción a la filosofía y lógica de los planes de estudio, la mayoría de los integrantes de la comunidad mexicana de profesionales de la filosofía expresó su profundo desacuerdo e instó a revocar la propuesta federal. El reclamo fue exitoso y se plantearon además contrapropuestas para dicha reforma<sup>3</sup>. ¿Qué ha sucedido desde entonces? ¿Cuál ha sido el impacto de estas acciones? ¿Es posible apreciar su relevancia en el caso específico de la lógica? No pretendemos evaluar las acciones emprendidas por los profesionales de la filosofía y la educación vía el Observatorio Filosófico de México, ni minimizamos el efecto que las instituciones escolares tienen en la conformación de la vida ciudadana y la subjetividad de los estudiantes. Dudamos que los efectos de la implementación de las propuestas educativas escolarizadas sean los declarados o pretendidos.

En México, la enseñanza escolarizada de la lógica además de estar restringida a unos cuántos meses en el nivel medio superior y a otros tantos en licenciaturas como filosofía, matemáticas, o ingenierías relacionadas con las tecnologías de la información, en ocasiones corre a cargo de profesores que no son expertos en los temas. Incluso, cuando buenos profesores están a cargo, cabe

---

<sup>3</sup>La documentación del caso se puede consultar en el acervo histórico en línea del Observatorio Filosófico de México, <http://www.ofmx.com.mx/>.

preguntarse si los programas observados son los más apropiados y si no valdría la pena estrechar los lazos con la investigación contemporánea; por ejemplo, con trabajos sobre lógicas no clásicas o notaciones simbólicas alternativas que tengan más sentido para los estudiantes. ¿Y por qué no hacer además accesible este saber a otros sectores de la población? ¿Por qué restringirlo a los estudiantes de nivel medio superior y a un grupo extremadamente reducido de estudiantes de filosofía, matemáticas, leyes e ingeniería? ¿Por qué mostrarlo sólo como una abstracción tortuosa que debe dominarse para cumplir con un requisito institucional y no como una herramienta útil para nuestra vida —en un sentido amplio— o una abstracción lúdica capaz de proporcionar gozo o incluso revelaciones metafísicas? ¿Por qué mostrar todo esto de manera dogmática e incuestionable y no promoviendo la tolerancia y quizás un poco de escepticismo? Más aún, si consideramos que este saber resulta tan crucial para la formación de los ciudadanos mexicanos, ¿no sería mejor incluirlo en los “paquetes de formación básica”?

Seamos francos. A pocas personas les interesan la lógica y las matemáticas. A muchos menos, les interesan las combinaciones o enredos de una con otra; ya no digamos los esotéricos caminos de ciertas investigaciones contemporáneas. ¿A qué se debe la falta de interés? No ofreceremos respuestas precipitadas aquí. Pero ¿por qué “obligar” a una persona a que aprenda algo a lo que “no encuentra sentido”? ¿Por qué no brindar esa oportunidad a quienes sí pueden dársele, a pesar de que no satisfacen determinados pre-requisitos escolares de orden administrativo? Por otra parte, ¿no habría más personas interesadas en aprender lógica y matemáticas si descubriesen que estos quehaceres, además de relevantes para su vida cotidiana, no se identifican con las torturas pedagógicas a las que tal vez han sido sometidos? ¿No resultaría también atractivo para otros saber que no hay una sola manera válida de hacer lógica y matemáticas? Explorar la diversidad y el pluralismo en disciplinas como estas, que se suponen extremadamente rígidas y monolíticas, ¿no sensibilizaría a quienes se familiaricen con ellas ante expresiones similares en otros aspectos de nuestra vida comunitaria?

Teniendo en cuenta las inquietudes anteriores, nuestro trabajo es tanto una *propuesta de comunicación pública del quehacer científico y filosófico*, como una *propuesta educativa no escolarizada*. Ambas dimensiones del proyecto se articulan con una sucinta elucidación filosófica y empírica de algunos aspectos de las prácticas y discursos de un sector significativo de la comunidad académica internacional que hace investigación de vanguardia en lógica matemática. La expresión concreta de dicha “propuesta doble” es un proyecto editorial. No obstante, este “producto” —objeto para un *red de recursos de aprendizaje*— no ha sido nuestro objetivo último, sino las experiencias —especialmente de reflexión, indagación y goce estético— que puede propiciar y los esclarecimientos, condiciones, e interacciones necesarias para que proyectos afines sean llevados a cabo.

Los destinatarios son en primera instancia —pero no exclusivamente— jóvenes mexicanos de zonas urbanas y conurbadas del centro del país con una formación equivalente al menos al primer año de bachillerato. Consideramos que los beneficiarios potenciales son muchos más; pues,

entre otras cosas, hemos procurado investir explícitamente a nuestro proyecto con varios tipos y niveles de lectura. Sin embargo, es difícil predecirlo con certeza. Creemos, incluso, que puede haber una incidencia positiva en la comunidad de especialistas en lógica, en quienes han decidido profesionalizarse en la comunicación pública de la ciencia y la filosofía y, por último, en los sectores de la comunidad filosófica que en ocasiones ven con purismo exacerbado, recelo o desdén, a las investigaciones contemporáneas en lógica o a los esfuerzos por acortar las brechas entre legos y especialistas.

La metodología observada al desarrollar este trabajo; a saber, la *dialéctica entre esclarecimientos filosóficos, observación participante en diversas comunidades y elaboración de pautas para actuar en contextos particulares* —lo que incide en la producción editorial— se sintetiza en el siguiente diagrama.



**Figura 0.2:** Diagrama de la metodología usada

No hemos estado sujetos al paradigma secuencial idealizado de enfrentarse a una perplejidad, hacer una “elucidación teórica” y posteriormente hacer una “aplicación filosófica” para “resolver”<sup>4</sup>

<sup>4</sup>Más que “resolver” directamente, el quehacer filosófico suele contribuir a revelar que los problemas son más complejos de lo que pensábamos inicialmente, que hay maneras discrepantes igualmente razonables de enfrentar una situación, o que probablemente la estrategia a la que hemos recurrido tiene consecuencias indeseables en ámbitos

lo que nos ha inquietado. Nos parece poco fructífero pretender apegarse rígidamente a ese tipo de secuencias estereotipadas o trazar distinciones tajantes en el uso de adjetivos como *teórico*, *aplicado* o *filosófico*.

Sintéticamente, nuestra metodología ha consistido en *observar*, *esclarecer* e *inter-actuar*<sup>5</sup>, sin que ello haya ocurrido una sola vez, en un orden específico, o haya involucrado exclusivamente a una “disciplina” o “saber académico” en cada etapa del proceso. Es tan sólo por motivos de retórica expositiva que este reporte se ha dividido en una **primera parte** de esclarecimientos, una **segunda parte** de aplicación y una **tercera parte** de evaluación y prospectiva.

Para *esclarecer* nos hemos apoyado en una amplia gama de referentes teóricos que agrupamos en tres ejes: El **primero** concierne al carácter plural y heterogéneo de las matemáticas y la lógica contemporánea; el **segundo**, a modelos de comunicación pública de la ciencia; y el **tercero**, a un paradigma de educación no escolarizada.

Con respecto al primero de estos ejes, en el capítulo 1 ofrecemos una caracterización genérica del pluralismo; destacamos la naturaleza ambigua de la frase *lógica matemática* y esbozamos gráficamente la manera en que se vinculan los quehaceres lógico y matemático; hacemos una presentación panorámica de varias lógicas y explicamos los sentidos en los cuáles se habla de heterogeneidad tanto en Lógica como en Matemáticas. Dedicamos un apartado especial a la noción de *heterogeneidad discursiva*, crucial para analizar y desarrollar propuestas concretas de comunicación pública de la ciencia y la filosofía.

Para perfilar nuestro acercamiento al pluralismo recurrimos principalmente a los trabajos de Michèle Friend, Johan van Benthem y Jean-Yves Béziau. Nuestro acercamiento a la heterogeneidad parte principalmente de los trabajos de J. Barwise y J. Etchemendy, Johan van Benthem y Vijay Bhatia. Hemos considerado también los trabajos de otros autores contemporáneos tales como Stewart Shapiro, Catarina Dutilh Novaes, Graham Priest, Axel Barceló Aspeitia y Luis Estrada-González, pero su impronta es un poco más difusa o se ha dado a través de charlas ocasionales a las que no siempre es fácil referir conforme a los estándares académicos tradicionales.

En el capítulo 2 desplegamos el segundo eje de nuestra propuesta integrando lo que nos parece un modelo robusto de comunicación pública de la ciencia, desarrollado por M. Bucci, con las elucidaciones sobre los distintos sentidos de *lo público* hechas por N. Rabotnikof. Y justo teniendo esto en cuenta, apelamos a la noción de heterogeneidad discursiva perfilada en el capítulo precedente.

Nuestro último eje, detallado en el capítulo 3, consiste en una recuperación contemporánea de los planteamientos educativos de Iván Illich, pero apunta también a modelos para la elaboración de libros

---

insospechados. Hablar de “aplicaciones filosóficas” nos parece una necesidad tecnocrática. Lo cuál no quiere decir que nos parezcan irrelevantes las contribuciones de orden filosófico para problematizar situaciones, disolver pseudo-problemas y contribuir a una articulación razonable de estrategias de acción.

<sup>5</sup>Dos acotaciones: (1) Como bien lo saben los budistas —en especial de la tradición Zen— y algunos lúcidos “activistas” políticos, el actuar (o inter-actuar) más razonable en ocasiones es *no actuar*. (2) En este trabajo el “escribir” se concibe no como un solitario actuar, sino como un sutil y complejo inter-actuar.

como *objetos educativos*. Examinamos de manera sucinta la noción de libro-arte y exploramos, en el terreno de la lógica matemática, el trabajo de comunicación pública y cariz educativo no escolarizado, hecho por Raymond Smullyan y Douglas Hofstadter mediante la escritura de libros.

Hemos traducido al español todos los fragmentos citados de las fuentes bibliográficas consultadas e incluido los originales en notas al pie, para facilitar al lector su consulta; especialmente en lo que atañe a terminología técnica o figuras retóricas usadas de manera crítica por los autores.

En el capítulo 4, perteneciente a la segunda parte, se incluye la descripción estructural del proyecto editorial que nosotros hemos desarrollado y las pautas a la cuales se sujetó —elaboradas a partir de las elucidaciones discutidas previamente y las *observaciones* llevadas a cabo durante las estancias profesionales realizadas en México y en Groningen. Detalles sobre dichas estancias, incluyendo su influencia retroactiva en los esclarecimientos, se mencionan en el capítulo 5.

En la tercera parte hacemos un sucinta valoración de la experiencia y el proyecto desarrollado, señalando sus fortalezas, debilidades y apuntamos hacia lo que nos parecen son oportunidades plausibles para desarrollos futuros. Por último, atendiendo a fines burocráticos, hemos incluido un apéndice con documentación complementaria que avala el trabajo realizado en colaboración con otras instituciones fuera del estado de Querétaro.



# **Parte I**

## **Esclarecimientos filosóficos**



## *Capítulo 1*

---

# **Pluralismos y heterogeneidades**

---

## **1.1. Pluralismos filosóficos, matemáticos y lógicos**

### **1.1.1. Descripción genérica**

En una publicación reciente, Stewart [Shapiro \(2014\)](#) describe al *pluralismo* acerca de un tema dado —e.g. la verdad, la lógica, la ética, la etiqueta, etc.— cómo una perspectiva que considera igualmente correctas, igualmente buenas, igualmente legítimas o incluso igualmente verdaderas a las distintas maneras de dar cuenta de dicho tema<sup>1</sup>. A la postura opuesta —considerar que sólo hay una concepción correcta, buena, legítima o verdadera sobre determinada cuestión— se le denomina *monismo*.

Intrínsecamente el *monismo* no conlleva adoptar una actitud *dogmática e intolerante*; no obstante, en no pocos casos, monismo y dogmatismo son concomitantes. El pluralismo parecería ser el justo dual; es decir, quienes lo sostienen, suelen adoptar una actitud *tolerante y agnóstica* ante los que mantienen posturas antagónicas.

### **1.1.2. Paradojas del pluralismo**

Esta caracterización general parecería conducir a paradojas “autodestructivas”. Sin embargo, no resulta tan difícil confrontarlas exitosamente. Michèle [Friend \(2014, pp.175–187\)](#) las cataloga en tres tipos y las describe del siguiente modo:

**La paradoja externa.-** ¿Si somos tolerantes a diferentes posturas, qué pasa si una de ellas es intolerante hacia la nuestra? Por mor de la tolerancia, si aceptamos que esa postura es correcta en algún sentido, entonces la intolerancia hacia nuestra postura es correcta y deberíamos

---

<sup>1</sup>“Pluralism about a given subject, such as truth, logic, ethics, or etiquette, is the view that different accounts of the subject are equally correct, or equally good, or equally legitimate, or perhaps even true” ([Shapiro, 2014](#), p. 13).

renunciar a la tolerancia. Si decidimos que esa postura es incorrecta, entonces hemos fallado en mostrar tolerancia.

**La paradoja interna.-** El pluralista desea mostrar tolerancia e interés en otras posturas, con el fin de aprender de ellas y considerarlas seriamente. Al hacerlo insiste en la observación de ciertos protocolos y actitudes. ¿No resulta esto dogmático y por lo tanto, intolerante?

**La paradoja trascendental.-** Emerge de una generalización de la famosa paradoja de Russell<sup>2</sup>. En cualquier intento por teorizar sobre una totalidad (en este caso todas las posturas sobre un tema) se acerca uno a un umbral que simultáneamente se respeta y se trasciende.

En las primeras dos “paradojas” hay una confusión entre la expresión de *tesis sustanciales* sobre un tema en particular y *aspectos procedimentales* para abordarlos. Por supuesto, que se pueden poner en cuestión los procedimientos mismos, pero no en tanto se están observando. En particular, la “adopción (*a priori*) de una actitud dogmática” para respaldar una postura no tendría que confundirse con el “ofrecimiento de buenas razones” para considerarla correcta, legítima, buena o verdadera. Dos niveles de discusión se encuentran involucrados. La postura que nos parece razonable adoptar al respecto, siguiendo a Friend (2014), se denomina *pluralismo maximal*. Una postura, respecto a un tema en particular, que admite considerar seriamente a la mayor cantidad de posturas rivales posibles en tanto que éstas (al igual que lo hace el pluralismo maximal respecto a sí mismo) observen criterios para el análisis y la discusión que no anulen *a priori* la consideración de propuestas alternativas. Esto deja fuera del debate a determinadas posturas; entre otras, aquellas cuya aportación sustancial consiste en solicitar que nos conduzcamos acríticamente y con intolerancia (Aunque quienes asumen estas posturas, ¿no se habían colocado ya a sí mismos fuera del debate?)

El dogmatismo aunado a un conjunto de tesis sustanciales arbitrarias, no debe equipararse con las argumentaciones claras, en incluso sofisticadas, a favor de algún monismo —sean estas buenas o no. Encontramos varios casos de este tipo en el campo de las matemáticas y la lógica. Por ejemplo, afirmar que sólo una noción de consecuencia lógica es admisible, o que apelar a los axiomas conjuntistas de Zermelo-Fraenkel (ZF ó ZFC)<sup>3</sup> no resulta ser la mejor, sino la única manera de fundamentar el conocimiento matemático. Los argumentos trascendentales kantianos son otro ejemplo paradigmático.

---

<sup>2</sup>Esta paradoja ataña al conjunto de todos los conjuntos que no se pertenecen a sí mismos,  $R = \{x : x \notin x\}$ . ¿Se pertenece este conjunto a sí mismo o no? Si consideramos que  $R \in R$ , entonces  $R \notin R$ . Si consideramos que  $R \notin R$ , entonces  $R \in R$ . Es decir  $(R \in R) \Leftrightarrow (R \notin R)$ . Una pintoresca formulación que permite comprender esta paradoja en términos cotidianos se conoce como la *paradoja del barbero*: En un pueblo donde sólo hay un barbero los hombres que se afeitan se pueden clasificar en dos, los que se afeitan a sí mismos y los que son afeitados por el barbero. ¿A qué conjunto pertenece el barbero?

<sup>3</sup>La lista de estos axiomas, expresados en lógica cuantificacional de primer orden e interpretados en lenguaje natural, se pueden consultar fácilmente en cualquier enciclopedia en línea, e.g. la Stanford Encyclopedia of Philosophy, Wolfram MathWorld o Wikipedia.

Hay buenas razones para considerar fallidos a todos estos argumentos, o al menos, para considerar que sus conclusiones tienen un alcance mucho menor al pretendido por sus autores (véase, e.g. Cabrera Villoro, 1999, pp.7–29). Las paradojas trascendentales caracterizadas por Friend, teniendo en cuenta los planteamientos hechos por Graham Priest (1995), se encuentran emparentadas con ellos. No obstante, proscribir o descartar por completo a cualquier propuesta de pretensión trascendental por incurrir en alguna contradicción o porque sus conclusiones no resultan universalmente válidas —o para recurrir a cierta terminología técnica, verdaderas en todo mundo posible— resulta excesivo. Movimientos “técnico-filosóficos” más sagaces son recurrir, por ejemplo, a sistemas formales no clásicos, como las *lógicas paraconsistentes*, o apelar a una clasificación cuidadosa de distintos sistemas de *lógica modal* (véase sección 1.2) para hacer un tratamiento más sistemático y esclarecedor de las peculiaridades de estas propuestas filosóficas.

### 1.1.3. Tipos y niveles de pluralismo

Las observaciones previas nos conducen a uno de los aspectos medulares de nuestro trabajo; el abordaje no de cualquier tipo de pluralismo o del pluralismo filosófico en general, sino del pluralismo matemático y el pluralismo lógico; o mejor dicho de los pluralismos lógicos y los pluralismos matemáticos (pues, al adoptar una postura filosófica pluralista, nos abrimos a la consideración de distintas posturas pluralistas).

El pluralismo matemático es una postura filosófica sobre las matemáticas que no considera a estas como un cuerpo unificado de conocimientos, ni tampoco supone que haya tan sólo un tipo de metodología aceptable para desarrollarlas. Con burdos matices ideológicos, lo contrario suele publicitarse, especialmente en los colegios, o suele ser sostenido *a priori* por filósofos que desconocen la historia de las prácticas matemáticas y que tampoco se encuentran familiarizados con el quehacer matemático contemporáneo. A muchos matemáticos no les interesan estos posicionamientos filosóficos y algunos de ellos pueden ser dogmáticos respecto a ciertos temas en particular, pero una gran cantidad de ellos, suelen conducirse con apertura ante concepciones alternativas a las propias. Con lo cual, en los hechos, *adoptan* una postura pluralista, aunque no lo expresen mediante un discurso filosófico estructurado.

El caso del pluralismo lógico es ligeramente distinto, pues la comunidad de profesionales dedicados a la lógica es quizá menor a la de los profesionales de las matemáticas; y lo que una gran mayoría de personas identifica como “lógica” suele estar imbricado con prácticas en distintos ámbitos; no sólo con las matemáticas. Se ha conjecturado que hay algo en común a la manera de razonar, debatir o justificar nuestras aseveraciones en todos y cada uno de estos campos y que, además, esta manera en común de conducirse para alcanzar conclusiones legítimas podría estar fundada en algún aspecto universal de “nuestra naturaleza” como seres humanos o seres racionales.

Nivel	Matemáticas	Filosofía (de las matemáticas)
1	Resultados particulares: pruebas, teoremas, definiciones, etc.	Aseveraciones desde una posición filosófica particular
2	Teorías matemáticas completas: Geometría euclídea, teorías de conjuntos, teoría de <i>topos</i> , etc.	Posturas filosóficas tradicionales completas: naturalismo, logicismo, constructivismo, etc.
3	Metadiscusiones sobre matemáticas	Pluralismo maximal, estructuralismo (entendido como una forma de pluralismo óptimo), etc.

**Cuadro 1.1:** Niveles de pluralismo matemático, según Friend (2014, p. 110).

Este tipo de aseveraciones necesitan sustentarse críticamente con evidencia suficiente y no pueden considerarse válidas a la ligera.

Para acotar la discusión sobre enfoques pluralistas, además de localizar nuestras discusiones en temáticas o ámbitos específicos, conviene distinguir los alcances de las aseveraciones que estamos considerando. Para ello, en el caso de las matemáticas y la filosofía de las matemáticas, Michèle Friend sugiere tener en cuenta por lo menos tres niveles (véase figura 1.1).

Lo que está en juego son distintas maneras —no necesariamente equivalentes— de enfrentar una cuestión. Esto no debe confundirse con un *relativismo* o un *psicologismo-individualista*. No es que cada sujeto, por el simple hecho de ser distinto, mantenga una postura diferente; o que haya alguna variable contextual que ocasione divergencia en los planteamientos. Podríamos decir que hay un reconocimiento común de los aspectos medulares de las cuestiones abordadas, pero se discrepa intencionalmente en otros. No resulta descabellado encontrar resonancias kuhnianas en este enfoque; aunque sería conveniente precisar las diferencias con lo que sucede en las ciencias naturales. No emprenderemos aquí dicha tarea.

En lo subsecuente ahondaremos en el caso de la Lógica, pero cabe una observación importante. La mera existencia de una gran cantidad de sistemas lógicos o campos de estudio matemático *per se* no suponen al pluralismo. Uno puede no pronunciarse al respecto, pero también suponer que toda esa diversidad podría sintetizarse en algún tipo de esquema unitario. Ser pluralista conlleva partir de una actitud agnóstica<sup>4</sup> y un tanto escéptica ante dicha pretensión.

<sup>4</sup>Señala Friend (2014, p.178): “Basta permanecer agnósticos e insistir en la honestidad científica de mantenerse pluralistas, a menos que tengamos evidencia subsecuente a favor de la verdad de la postura dogmática. Si dicha evidencia se presenta es correcto entonces, por supuesto, renunciar al pluralismo. Recordemos que el pluralismo supone un agnosticismo de principio, no un agnosticismo fanático” [It is enough to remain agnostic, and insist on scientific honesty: that unless we have further evidence for the truth of the dogmatic position, we remain pluralist. Remember that pluralism includes a principled agnosticism, not fanatical agnosticism]”.

#### 1.1.4. Un primer acercamiento a la diversidad lógica

Una gama bastante amplia de sistemas lógico-matemáticos se usan y estudian hoy en día. Existen a su vez una gran diversidad de concepciones filosóficas en torno a ellos. El anquilosado prejuicio, de raigambre kantiana, de considerar a los esquematismos silogísticos aristotélicos como el incuestionable e insuperable pináculo del saber lógico es actualmente sólo eso, un prejuicio —o llana ignorancia<sup>5</sup>.

Académicos no especializados en lógica contemporánea pero suficientemente versados en lógica “tradicional” y filosofía de lenguaje reconocen las sutiles aportaciones de los estoicos, los medievales y, por supuesto, las de Gottlob Frege. De hecho, en México la práctica pedagógica tradicional en lo que concierne a la lógica en escuelas de nivel medio superior —e incluso en facultades de filosofía—, además de juguetear con la propuesta del estagirita no suele ir más allá de lo que, dogmáticamente y diluidamente, se considera la gran aportación fregeana: la lógica cuantificacional de primer orden. Sin menoscabar la relevancia de la silogística aristotélica, o la propuesta técnica y filosófica fregeana, el panorama de la lógica contemporánea, alejado de los estereotipos perpetuados por una cuestionable pedagogía, es mucho más rico e interesante.

En un primer acercamiento, ya sea que entendamos a la lógica con laxitud como el estudio de los patrones (o cánones) de argumentación y razonamiento válidos en diversos ámbitos de la experiencia o como el estudio de los patrones subyacentes al entramado que contribuye a la solidez epistemológica de distintos saberes, es legítimo preguntarse por la posible “igualdad de fondo” o equivalencias que dichos patrones guardan entre sí. Nos parece que buscar respuestas *a priori* a esta inquietud no es la única, ni la mejor manera de proceder. ¿No resultaría preferible examinar la dimensión lógica de las prácticas inherentes a cada orden de la experiencia?

Distintas *teorías lógicas* resultan más apropiadas en diferentes campos y para distintos fines: las argumentaciones éticas o jurídicas no pueden equipararse a las inferencias sobre los estados de sistemas físicos cuánticos, ni tampoco a las demostraciones de la matemática clásica del siglo XIX, o las que se hacen hoy en día en campos como el *Análisis Infinitesimal Suave* (Hellman, 2006); otro ámbito de características peculiares son nuestros razonamientos sobre los estados epistémicos de varios agentes interactuando entre sí (van Ditmarsch et al., 2007), como sucede

---

<sup>5</sup>Observa el filósofo francés Jean-Yves Béziau (2015): “La lógica contemporánea con su caótica multiplicidad de sistemas lógicos parece promover un relativismo extremo, pero en medio de ese caos, hay aún algunos individuos que proclaman que una determinada lógica es la verdadera, en el sentido de que un sistema lógico particular es una descripción verdadera de la verdadera manera de razonar; algo similar a la proclama hecha por Kant sobre la lógica aristotélica hace más de dos siglos en el prefacio de la segunda edición de la Crítica de la Razón Pura (1787). Podemos perdonar a Kant, pero es más difícil ser tan indulgente con esa postura actualmente [Contemporary logic with its chaotic multiplicity of systems of logic seems to promote extreme relativism, but in the middle of this chaos there are still some individuals claiming that a given logic is the true one, in the sense that a particular system of logic is a true description of the true way of reasoning similarly to what Kant was claiming about Aristotle’s logic more than two centuries ago in the preface of the second edition of the Critique of Pure Reason (1787). We can forgive Kant but it is more difficult to be so indulgent with such position nowadays].”

en los juegos de cartas, el dominó, el *go*, o incluso en procesos tales como el conducir un auto en una ciudad, participar en una confrontación de artes marciales o en interacciones cooperativas continuas como la danza de improvisación de contacto contemporánea; tampoco es despreciable la dialéctica inherente al desarrollo de sistemas informáticos y nuevos sistemas lógicos. Podríamos enlistar muchos ejemplos más y especificar por qué no son equiparables a los anteriores. No obstante, más allá de las diferencias, existen parecidos de familia entre todas estas *teorías lógicas* que nos permiten justo seguir hablando de la *lógica* como un quehacer teórico que intenta capturar o dar cuenta de la *dimensión lógica* (objetiva) de ciertas prácticas.

Múltiples intentos han surgido para organizar y dar cuenta de esta diversidad de teorías o sistemas. La estrategia de algunos ha sido partir de un “núcleo clásico” y considerar después *extensiones y desviaciones* (Haack, 1978). Hay quienes consideran que la fuente de la diversidad teórica proviene de distintas nociones de *consecuencia lógica* —una peculiar relación entre oraciones o proposiciones— y tanto los sistemas que recurren a la caracterización “clásica” de dicha noción como los que recurren a otras ameritan igual consideración (cf., e.g., Beall y Restall, (2006) con Estrada-González, 2015). Otros han pensado que es preferible apelar a un programa análogo al *Erlangen Programme* propuesto por Felix Klein a fines del siglo XIX para manejar la proliferación de diferentes geometrías, estableciendo una jerarquía de “cálculos lógicos” y defendiendo la unicidad de la noción de consecuencia esclarecida en términos de *preservación de verdad* (Agazzi, 2004). El *álgebra universal* —una manera de estudiar sistemáticamente las relaciones entre múltiples álgebras abstractas— ha sido también fuente de inspiración para autores como el matemático y filósofo Jean-Yves Beziau, quien ha considerado fructífero acuñar la noción de *Lógica Universal* (Béziau, 2015) y ha promovido en años recientes la realización de varios congresos interdisciplinarios internacionales<sup>6</sup> sujetos a dicho enfoque. Por otro lado, la tradición holandesa, cercana a los enfoques constructivos, las ciencias de la computación y la lingüística, se ha opuesto francamente a los puritanismos de corte fregeano<sup>7</sup> y ha estrechado los lazos con varias disciplinas empíricas. Dicha oposición no es meramente parroquial; conlleva una revaloración flexible y fructífera del desarrollo histórico de la disciplina. Al respecto señala Johan van Benthem, apelando metafóricamente a la historia de la música:

No aspiramos a versiones *pop* alternativas de las grandes cuestiones con las que comenzó la lógica del siglo XX, cuyas loas se cantaban al compás clásico de Bach y

---

<sup>6</sup>Véase <http://www.unilog.org/>

<sup>7</sup>“Para los que tienen ojos para ver, la lógica ya las ciencias cognitivas empíricas interactúan actualmente de muchas maneras interesantes y para beneficio mutuo. En otras palabras, una ‘Tesis de Barrera’ como el anti-psicologismo fregeano quizás funcionó por algún tiempo manteniendo a los fieles juntos y a salvaguarda de otras comunidades —pero la realidad siempre se filtra a través de las grietas [For those who have eyes to see, logic and the empirical cognitive sciences interface today in many interesting ways, and that to mutual benefit. In other words, a ‘Barrier Thesis’ like Frege’s Anti-Psychologism may have worked for a while in keeping the faithful together and at a safe distance from other communities —but reality always seeps through the cracks].” (van Benthem, 2008).

Beethoven —o tal vez con fatalismo Wagneriano en las épocas de crisis de los fundamentos. No hay necesidad de hacer reemplazos con versiones en lógica moderna que suenen a jazz, rock, (o como quisieran algunos críticos) punk, disco o rap. Para nosotros, más bien, la diversidad contemporánea de los sistemas lógicos señala una proceso natural y respetable de crecimiento de la disciplina, no de reemplazo o competencia. En los términos de nuestra metáfora musical, este desarrollo transforma a los rígidos estancos clásicos en un campo de juego más abierto a la improvisación.<sup>8</sup> (van Benthem, 2006a).

Estos enfoques para abordar el hecho histórico de la *diversidad lógica* son algunos de los más destacados, pero no son los únicos. Claramente, es otro hecho histórico que dar cuenta de la diversidad entraña también diversidad. Conviene, no obstante, examinar con más cautela algunas nociones y asumir sólo algunos compromisos para nuestros fines.

### 1.1.5. Lo lógico no es la Lógica ni una lógica

La perspectiva que pretendemos esbozar y asumir en este proyecto abrevia principal —pero no exclusivamente— de algunas caracterizaciones hechas por Jean-Yves Béziau, Catarina Dutilh Novaes, Jon Barwise, John Etchemendy y Johan van Benthem.

Retomamos del primero el espíritu que asume frontalmente la diversidad, pero no en términos de rivalidad filosófica dogmática o de un relativismo ingenuo auto-refutable, sino buscando relaciones sistemáticas y pautas para organizar y aprovechar creativamente dicha multiplicidad para distintos fines. Este espíritu se ha concretado en un paradigma conocido como *Lógica Universal*. Al respecto, señala el autor al principio del *Handbook of the 5th World Congress and School on Universal Logic* celebrado este año (2015) en Estambul, Turquía:

De la misma manera en que el álgebra universal es una teoría general de estructuras algebraicas, la lógica universal es una teoría general de estructuras lógicas. Durante el siglo XX se crearon una gran cantidad de lógicas: lógica intuicionista, lógica deontica, lógica multivaluada, lógica relevante, lógica lineal, lógica no-monotónica, etc. La lógica universal no es una lógica nueva; es una manera de unificar esta multiplicidad de lógicas

---

<sup>8</sup>“we do not aim for ‘alternative’ pop-art versions of the grand issues that initiated 20th century logic, whose praises used to be sung in the measured classical strains of Bach and Beethoven —or perhaps Wagnerian doom in times of foundational crisis. There is no need to replace these by versions in modern logics that sound of jazz, rock, or (as some critics would probably have it) punk, disco, or rap. To us, the diversity of logical systems today rather signals a natural and respectable process of growth of the discipline, not of replacement or competition. In terms of our musical metaphor, this development transforms rigid classical partitions into a more open playground for improvisation.”

mediante el desarrollo de herramientas y conceptos generales que se puedan aplicar a todas las lógicas.<sup>9</sup> (Béziau y Buchsbaum, 2015).

No estamos seguros de que la “unificación” sugerida sea, de hecho, alcanzable. Sin embargo nos parece un fructífero ideal regulativo que ha incluso encontrado un práctico y poderoso instrumental técnico en la *Teoría de Categorías* formulada inicialmente por Samuel Eilenberg y Saunders MacLane alrededor de los años 40 del siglo XX<sup>10</sup>.

Consideramos muy importante también la distinción que enfatiza Jean-Yves Beziau entre aquello sobre lo cuál se teoriza —lo que nosotros hemos decidido llamar *ló lógico*, o la *dimensión lógica* de algo (por lo regular, una práctica)— y el teorizar mismo, o las teorías que pretenden dar cuenta de dicha realidad<sup>11</sup>. Para nosotros el teorizar es un quehacer, una actividad disciplinaria con fronteras difusas y cambiantes a la cual resulta conveniente seguir llamando *la Lógica* —de manera análoga a cómo hablamos de la Química, la Física, etcétera. En ese sentido, compartimos la apreciación de Johan van Benthem, citada con antelación, sobre el devenir histórico que ha tenido la disciplina. Por otra parte, *una lógica* es para nosotros un sistema teórico particular; no nos referimos con ello tan sólo a lo que se conoce como un *sistema formal*. Nuestra concepción de una *teoría lógica*, o *lógica* a secas, abarca no sólo a las estructuras matemáticas o a los principios constitutivos que pueden explicitarse en un lenguaje simbólico preciso, sino incluso los principios de trasfondo cuya formalización o expresión en términos del lenguaje de la teoría puede resultar extremadamente problemática (o quizá “imposible”)<sup>12</sup>.

Por otra parte, coincidimos con Barwise y Etchemendy (1996) en destacar el carácter heterogéneo —no exclusivamente verbal— de *lo lógico* y *las lógicas*. Con fines epistemológicos podría aducirse que, en principio, sería posible recurrir a modos de representación homogéneos; sin embargo, esto, de hecho, podría resultar poco eficiente o incluso tergiversar los procesamientos de información involucrados. En general, nos parece razonable modelar al inferir como la extracción de información

---

<sup>9</sup>“In the same way that universal algebra is a general theory of algebraic structures, universal logic is a general theory of logical structures. During the 20th century, numerous logics have been created: intuitionistic logic, deontic logic, many-valued logic, relevant logic, linear logic, non monotonic logic, etc. Universal logic is not a new logic, it is a way of unifying this multiplicity of logics by developing general tools and concepts that can be applied to all logics.”

<sup>10</sup>Originalmente la *Teoría de Categorías* había sido diseñada para resolver problemas específicos en el campo de la topología algebraica (A grandes rasgos, como hacer mapeos entre algunos espacios). Para finales de la década del 50, en especial con el trabajo de autores como Alexander Grothendieck y Daniel Kan, la teoría había trascendido este ámbito y se había revelado extremadamente fructífera para descubrir similitudes y trazar nexos significativos entre diversos ámbitos de la matemática. Para saber más sobre la historia de la *Teoría de Categorías* y comprender en qué sentido resulta útil para un proyecto de “unificación” como el de Jean-Yves Beziau sugerimos revisar el estudio monográfico de Marquis (2009).

<sup>11</sup>No compartimos, sin embargo, su conceptualización enfocada primordialmente en el *razonamiento*.

<sup>12</sup>Sugerente en este contexto puede resultar considerar las elucubraciones sobre los límites del pensar y sus expresiones hechas por Priest (1995).

“implícita” de representaciones explícitas<sup>13</sup>. Y, a partir del análisis de estos procesos, caracterizar eventualmente distintas nociones de consecuencia lógica con un sesgo normativo.

Catarina Dutilh Novaes ha hecho una recuperación genealógico-reconstructiva de las antiguas prácticas deliberativas para elucidar el carácter normativo de nuestros sistemas deductivos contemporáneos que nos parece importante y fructífera (Dutilh Novaes, 2016). En general, compartimos su convicción metodológica de prestar atención más cuidadosa y detallada a las *prácticas* históricas del demostrar ejecutada por matemáticos y lógicos en distintos contextos (Dutilh Novaes, 2012): una convicción compartida por muchos otros filósofos, especialmente en el campo de las matemáticas (véase, e.g., Mancosu, 2008), pero que, en opinión de algunos autores (véase Maddirala, 2016) —probablemente equivocada (véase van Benthem, 2008)— tiene una pobre expresión en la literatura especializada contemporánea en lo que respecta al campo de la lógica. Ciertamente, no resulta novedoso destacar que las *teorías lógicas* “clásicas” no capturan cómo es que, de hecho, los sujetos razonan —individual o colectivamente—; ni tampoco que las pautas observadas por un agente racional para modificar su sistema de creencias no son las reglas típicas que permiten transitar con *validez lógica* de ciertas *proposiciones*<sup>14</sup> a otras (véase Johnson-Laird, 2006; Gärdenfors, 1988). No obstante, tender puentes entre una concepción normativa de racionalidad y las definiciones abstractas de validez argumental o su genealogía —tal como lo ha intentado esta autora de origen brasileño, sin ser la única— requiere ingenio.

Análogamente y con anterioridad van Benthem (2008) ha destacado la emergencia de la lógica (y su posterior abstracción y profunda matematización) a partir de dos fuentes: (1) del estudio de la argumentación real en la tradición dialéctica y (2) de la tradición que organiza las indagaciones científicas recurriendo a patrones de prueba axiomáticos. Teniendo en cuenta tal genealogía, el investigador holandés enfatiza la conveniencia de reconsiderar y estrechar los lazos entre las desencarnadas y puras abstracciones de la lógica “tradicional” y el razonar empírico de los seres humanos. Se pregunta:

¿Importan a la lógica los hechos empíricos sobre el razonamiento humano, o tan sólo debemos estudiar las relaciones entre patrones de prueba y sus ejércitos —a los

<sup>13</sup>“Enfocamos la inferencia desde una perspectiva informacional. Dondequiera que hay estructura, hay información. Pero para que los agentes (animales, seres humanos, o computadoras) intercambien información, la información debe en algún modo u otro ser presentada o representada por el agente. Típicamente, una representación dada o una familia de representaciones, representará cierta información explícitamente mientras que otra permanecerá implícita en la información representada explícitamente. La inferencia, tal como nosotros la entendemos, es la tarea de extraer la información implícita en la información presentada explícitamente [We approach inference from an informational perspective. Wherever there is structure, there is information. But in order for agents (animals, people, or computers) to traffic in information, the information must in some way or other be presented or represented by the agent. Typically, a given representation or family of representations will represent certain information explicitly, while other information will be implicit in the information explicitly represented. Inference, as we understand the term, is the task of extracting information implicit in some explicitly presented information].” (Barwise y Etchemendy, 1996, p.180).

<sup>14</sup>Problemáticas entidades abstractas que suelen ser identificadas con el significado de una oración declarativa y se asume capturan objetivamente un pensamiento.

que denominamos sistemas formales— en un eterno reino donde nunca se pone el sol de la Razón Pura?<sup>15</sup>

Su respuesta es favorable al primer disyunto y simpatizamos con su actitud. Van Benthem no pretende hacer una “reducción” de la lógica a la psicología cognitiva, sino una ampliación de los alcances tradicionales de lo que es *una lógica*: ¿Cómo? Prestando, entre otras cosas, mayor atención a la relación propiamente dialéctica entre *la lógica* y la *psicología cognitiva*. Uno de sus ejemplos favoritos y que ha tenido un amplio alcance en las investigaciones que actualmente se llevan a cabo en los Países Bajos —en gran medida por el gran impulso dado por él mismo en décadas previas— es el estudio de la interacción inteligente.

Van Benthem considera que es necesario trascender la tradicional dicotomía descriptivo/prescriptivo y no apelar a cánones estáticos de corrección, sino tener en cuenta los procesos dinámicos que conducen, en un momento dado, a una situación razonable deseada —no desencarnada, sino inmersa en el complejo de la vida humana.

La característica más admirable y crucial de la inteligencia humana que veo a mi alrededor no es ninguna habilidad para tener siempre la razón, sino una increíble pericia para corregir el rumbo después de que nuestras creencias, planes y acciones se han descarrulado<sup>16</sup> (van Benthem, 2008).

Teniendo en cuenta ese espíritu abierto y dinámico, hagamos ahora una recapitulación parcial de las observaciones que hemos hecho, a pesar de su carácter extremadamente general, y agreguemos algunas muy puntuales para articular con mayor claridad nuestra propia postura. Los diversos aspectos que describiremos se encuentran fuertemente entrelazados y sólo los hemos separado por fines expositivos; por lo que no será extraño encontrar un poco de redundancia entre ellos. Haremos señalamientos afirmativos y, en algunos casos, acotaciones negativas.

**Teorizar y razonar.** Distinguimos *la Lógica* como quehacer teórico —llevado a cabo por una comunidad plural con distintos intereses de investigación— de *lo lógico* que se busca comprender y de *las lógicas* como las diversas teorías que se elaboran con distintos grados de matematización. A diferencia de las conceptualizaciones tradicionales, no hacemos de entrada una identificación de *lo lógico* con el razonar correcto de un idealizado sujeto universal en cualquier circunstancia, ni del razonamiento con secuencias de proposiciones.

<sup>15</sup>“do the empirical facts about human reasoning matter to logic, or should we just study relationships between proof patterns, and the armies of them that we call formal systems, in some eternal realm where the sun of Pure Reason never sets?”

<sup>16</sup>“The most admirable and crucial feature of human intelligence that I see around me is not any ability to be right all the time, but an amazing competence in getting things on the right track once our beliefs, plans, or actions, have gone astray.”

**Prácticas situadas y relatividad.** El procesamiento lógico de información ocurre en situaciones concretas (e.g. prácticas científicas diversas, debates legales, etc.). Tales situaciones involucran objetos, eventos y agentes específicos e imponen restricciones en concordancia con ello<sup>17</sup>.

Hay quienes han considerado deseable contar con un modelo universal —de corte casi kantiano— aplicable a todos los sujetos y situaciones. Sin embargo, además de que los mejores argumentos que se han esgrimido para defender la *unicidad* de nuestros esquemas no son contundentes (véase Cabrera Villoro, 1999), es un hecho histórico que algunas de las propuestas más audaces de fundamentación monista presentan serias limitaciones o se ha considerado que fracasaron “estrepitosamente”<sup>18</sup>.

Consideramos, pues, que las nociones de corrección y razonamiento tienen un carácter relativo, tanto a distintos sujetos (no solamente humanos) con recursos de procesamiento de información limitados<sup>19</sup>, así como a diferentes fines y contextos<sup>20</sup>.

**Consecuencia lógica plural.** Aunque creemos que el *razonar correcto* podría esclarecerse recurriendo a algún tipo de noción de consecuencia lógica, no privilegiamos la elucidación de dicha noción en términos de *preservación de verdad*. Consideramos plausible descartar tal criterio para ciertas lógicas y nos parece relevante tanto tener en cuenta otro tipo de criterios (deónticos, epistémicos, etc.) para definirla, como evitar imponerle excesivos requisitos axiomáticos (véase Estrada-González, 2015).

**Normatividad y dialogicidad** No confundimos la dimensión descriptiva y normativa del quehacer lógico, ni otorgamos preminencia a la segunda sobre la primera. Nos parece importante tender puentes entre estas dos dimensiones e identificar las “fuentes” de la normatividad. A diferencia de lo que precipitadamente se piensa, nos parece que no hay una sola fuente —típicamente la conjeturada constitución de algún sujeto trascendental o su solipsista versión naturalizada en términos psicológico-cognitivos o neurocientíficos. Sugerentes estudios genealógicos nos muestran que la lógica no emerge de la consideración del pensar individual o del establecimiento solipsista de criterios para dirigir al espíritu de manera cartesiana, sino —como lo

---

<sup>17</sup>Observa Beziau que no es lo mismo razonar sobre el chocolate que sobre el transfinito  $\aleph_1$  (Béziau, 2015).

<sup>18</sup>Téngase en cuenta, por ejemplo, la reacción de Frege a la paradoja de Russell y en general lo sucedido con los distintos proyectos de fundamentación de la matemática a principios del siglo XX.

<sup>19</sup>En nuestra opinión la ausencia de restricciones en los recursos (e.g. tiempo y memoria) para el procesamiento de información constituye un caso límite, que vale la pena tener en cuenta, pero no es razonable ceñirse exclusivamente a dicho caso para elaborar nuestras teorías. La famosa noción de *omnisciencia lógica* resulta problemática, entre otras cosas, porque se encuentra ligada a esta ausencia de restricciones.

<sup>20</sup>Entre los casos más conocidos y ampliamente estudiados de críticas a la validez universal de principios que hace siglos eran considerados incontrovertibles tenemos al intuicionismo —que criticó el uso irrestricto del tercio excluso ( $A \vee \neg A$ ) e inspiró el desarrollo de lógicas intuicionistas o constructivas. Famosas son también las críticas a la validez universal de las diversas formulaciones del principio de no contradicción, e.g.,  $\neg(A \wedge \neg A)$ ; ello ha conducido al desarrollo de una amplia gama de sistemas lógicos paraconsistentes.

hemos reiterado— de interacciones entre varios agentes en contextos específicos<sup>21</sup>. Como lo indicamos en párrafos anteriores también contribuyen a la normatividad las peculiaridades de los objetos y los eventos constitutivos (ontología) de las situaciones en las cuales y sobre las cuales se razona.

**Investigación empírica.** Consideramos que existe una fructífera relación dialéctica —y no meramente reducción o aplicación— entre el quehacer lógico y otros quehaceres tales como la psicología cognitiva, la inteligencia artificial, la sociología, la informática, el derecho, etc. Estas prácticas pueden marcar pautas para el desarrollo de nuevas teorías lógicas y las teorías lógicas desarrolladas se pueden usar para incidir en la manera en que se llevan a cabo dichas prácticas.

**Matematización.** De manera análoga a lo que sucede con la lógica y otras disciplinas hay una relación dialéctica entre matemáticas y lógica. Distinguimos además entre los estudios lógicos del quehacer matemático y los aspectos matemáticos de las indagaciones lógicas (Véase la sección 1.1.6).

**Dinámica informacional.** Siguiendo a van Benthem (2008), Barwise y Etchemendy (1996), creemos que resulta conveniente hacer una conceptualización dinámica de los procesos de razonamiento —y, en general, agencia racional— partiendo de un modelado informático; esto es, extraer las características informacionalmente relevantes de situaciones concretas y considerar la ejecución de *transformaciones* sobre dichas *representaciones* conforme a cánones complejos emanados de las *mejores prácticas relativas* al contexto. Sabemos que, en un momento dado, esto nos obligará a esclarecer el concepto de *información*, pero creemos que es un compromiso que valdría la pena asumir.

**Heterogeneidad.** Consideramos que a la lógica concierne no sólo el razonar expresado lingüísticamente, sino también el que involucra a otros *modos* de procesamiento, representación y expresión cognitiva (visual, corporal, musical, etc.). Se puede argumentar que, en principio, dichos modos son traducibles a una representación verbal y si no lo son, no conciernen a la lógica; dicha perspectiva metodológica nos parece cuestionable; pues creemos que, en algunos casos, tales traducciones —si no son cuidadosas— pueden conllevar tergiversaciones de los razonamientos que se quieren modelar y el descartar tajantemente como no lógicos a ciertos procesamientos *multimodales* de información, que tienen repercusiones epistémicas, resulta poco fructífero (véase sección 1.3).

---

<sup>21</sup>La genealogía multi-agente de la normatividad lógica no tendría porque extrañarnos tras la argumentación ofrecida por Ludwig Wittgenstein en las *Investigaciones Filosóficas* 2003 —o más bien la popular interpretación de ella hecha por Kripke (1982)— sobre la imposibilidad de los lenguajes privados

**Lógica universal.** Nos parece fructífero emprender estudios no reduccionistas de varias familias de sistemas lógicos sin otorgar acríticamente “privilegios” a uno en particular (e.g. la lógica cuantificacional de primer orden). Considerando algunas observaciones hechas por Jean-Yves Beziau, nos parece que además de ofrecer buenas razones para declararse pluralista lógico (y no hacerlo tan sólo por “moda” o porque actualmente es lo “políticamente correcto”) resulta conveniente sugerir estrategias para relacionar conceptualmente diversos *sistemas lógicos*, *teorías lógicas* o llanamente *lógicas*<sup>22</sup>.

**Pluralismo de pluralismos** Estamos convencidos de que hay diversas maneras de conceptualizar y abordar la diversidad —el paradigma de la *Lógica universal* es sólo una de ellas—. Consideramos también que se puede ser pluralista respecto a ciertos aspectos del quehacer lógico (e.g. los tipos de reglas aceptables para llevar a cabo una demostración) y monista respecto a otros (e.g., la noción de consecuencia lógica). Cabe reiterar, por último, como lo señalamos en secciones precedentes, que asumir una “postura pluralista” no conduce a la auto-refutabilidad ni es equiparable al relativismo.

### 1.1.6. La lógica de la matemática vs. la matematización de la lógica

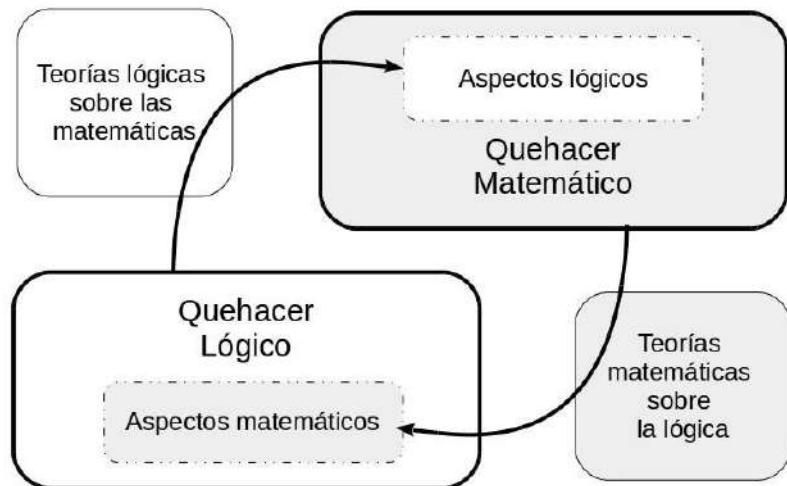
Distintos autores han observado que el término “lógica matemática” es ambiguo (véase, e.g., Barceló Aspeitia, 2003; Agazzi, 2004). Puede usarse tanto para referirse a los estudios de la lógica inherente al quehacer matemático, como para referirse a los estudios lógicos hechos recurriendo a nociones, caracterizaciones y métodos matemáticos.

Teniendo en cuenta las consideraciones hechas en la sección precedente, podemos distinguir, en el primer caso, los aspectos lógicos o la dimensión lógica del quehacer matemático y el teorizar sobre ello. Asimismo, en el segundo caso, resulta posible encontrar en el quehacer lógico aspectos susceptibles de matematización (o tratamiento matemático)<sup>23</sup> que no habría que confundir con el teorizar matemático mismo. La figura 1.1 representa, a grandes rasgos, dicha situación.

Es interesante notar que las teorías lógicas que emergen cuando se elucida el quehacer matemático son parcialmente matematizables. Análogamente las teorías matemáticas sobre cuestiones lógicas tienen una dimensión lógica. Esta contextualización ayuda también a precisar, sin confundirlos,

<sup>22</sup>Originalmente Beziau había recurrido al término *lógica abstracta* para referirse a cada sistema lógico; decidió no mantener dicha terminología para evitar el uso que otro autor, Roman Suszko, había hecho del término y que subsumía los estudios lógicos a los estudios algebraicos (véase Béziau, 2015). Otro uso atinadamente evitado por el autor francés es *lógica formal*; se evita con ello entrar en la discusión del sentido en el cuál la lógica es formal (véase Dutilh Novaes, 2011).

<sup>23</sup>Resulta pertinente aquí distinguir entre la constitución de nuevos objetos matemáticos y la apelación innovadora en un campo no-matemático a técnicas y objetos matemáticos previamente caracterizados. Este tipo de cuestiones se abordaron recientemente en el *Coloquio de Historia y Filosofía de las Matemáticas 2013 “¿Qué es la matematización?”*, celebrado en la Facultad de Ciencias de la UNAM, en la ciudad de México del 9 al 11 de octubre de 2013.



**Figura 1.1:** Teorización lógica sobre la matemática y teorización matemática sobre la lógica. Las flechas indican la dirección del teorizar y los recuadros pequeños mostrarían los productos de dicho proceder. El teorizar de ambas disciplinas puede dirigirse a otros ámbitos; llevando consigo tanto aspectos lógicos como matemáticos [Diagrama de autoría propia].

terminos como “metamatemática” y “metalógica” —con independencia del uso que históricamente se ha hecho de ellos.

Ahora bien, no sólo en lógica sino también en matemáticas existen diversas maneras de plantear y abordar problemas que podrían incluso considerarse incommensurables —en un laxo sentido kuhniano. Esto es un hecho histórico que conduce, al hacer una caracterización filosófica, al *pluralismo matemático* e impacta en la dialéctica representada en la figura 1.1, conllevando, por ende, ciertas formas de *pluralismo lógico*. Cabe hacer notar, sin embargo, que el *pluralismo lógico*, en sentido amplio, no es tan sólo una consecuencia del *pluralismo matemático* y que este último conlleva otro tipo de cosas además del primero (véase Friend, 2014). De igual manera es importante recordar que “pluralismo” denota no exclusivamente a una, sino a toda una familia de posturas filosóficas.

Las posturas pluralistas más sólidas no son decretos *a priori*; se articulan a partir de la evidencia histórica y la observación atenta de las prácticas contemporáneas. Para articular una propuesta pluralista, como en la filosofía de la ciencia tradicional, puede seguir siendo relevante hacer una reconstrucción abstracta de teorías —en este caso tanto lógicas como matemáticas— pero se prefiere y resulta especialmente pertinente hacer su *genealogía* (véase, e.g., Dutilh Novaes, 2015; van Benthem, 2008) a partir de prácticas concretas. Recordemos, asimismo, que ni las matemáticas ni la lógica se encuentran aisladas de otros quehaceres científicos, e incluso otras prácticas no “científicas”.

## 1.2. Ejemplos de lógicas

### 1.2.1. Descripción genérica

A grandes rasgos, una lógica  $\mathbb{L}$  se concibe como una estructura  $\langle L, \vdash_{\mathbb{L}} \rangle$  usada para expresar rasgos específicos de un dominio de objetos  $D$ , usualmente estructurado. Cuando se trabaja con sólo un sistema lógico, el subíndice en el relator  $\vdash_{\mathbb{L}}$  suele omitirse; esto es,  $\mathbb{L} = \langle L, \vdash \rangle$ .

$L$  es un *lenguaje*, entendido como un conjunto de *oraciones* —secuencias de símbolos— que se constituyen conforme a reglas precisas (habitualmente una *gramática recursiva*). Mientras que  $\Gamma \vdash \Delta$  es una relación de *consecuencia lógica*<sup>24</sup> definida entre los conjuntos de oraciones  $\Gamma \subseteq L$  (*premisas*) y  $\Delta \subseteq L$  (*conclusiones*), que pueden ser vacíos<sup>25</sup>. Esta relación pretende consignar lo que es *válido* aseverar,  $\Delta$ , cuando suponemos  $\Gamma$ .

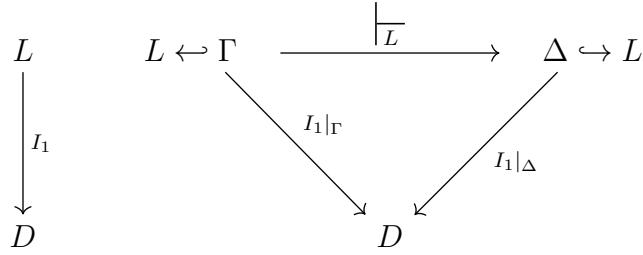
En algún momento llegó a pensarse que el meollo de la relación de consecuencia, para una lógica  $\mathbb{L}$ , podría capturarse apelando simplemente una lista de reglas válidas,  $R_{\mathbb{L}}$ , para transformar o producir nuevas oraciones conforme al tipo y disposición de los constituyentes de las oraciones iniciales sin importar su significación o referencia, en otras palabras, sin consideraciones semánticas. Sin embargo, la situación resultó ser más compleja (Véase [Tarski, 1956](#)).

Desde una perspectiva semántica, se dice que una oración  $\varphi$  es *verdadera* en  $D$  o que  $D$  es un *modelo* de  $\varphi$  si  $D$  *satisface* a  $\varphi$ . Se utiliza la notación  $D \models \varphi$  para indicar esto. La *satisfacción* se determina en función de las distintas maneras  $I_i$  (*interpretaciones*) en que se puede hacer corresponder a los elementos constitutivos de las oraciones de  $L$  con las partes de la estructura  $D$ . Ahora bien, sobrecargando la lectura del símbolo  $\models$ , se usan expresiones del tipo  $\Gamma \models \Delta$  para indicar que todos los modelos de las oraciones que conforman a  $\Gamma \subseteq L$  son también modelos de las oraciones que constituyen a  $\Delta \subseteq L$ <sup>26</sup>. En la figura 1.2 se ilustran algunos de los mapeos mencionados.

<sup>24</sup> Actualmente se suele distinguir entre las caracterizaciones sintácticas y semánticas de la noción de consecuencia. Para distintos sistemas, se ha mostrado que no son equivalentes. El símbolo  $\vdash$  suele usarse para el primer tipo de caracterización, mientras que el símbolo  $\models$  se usa para el segundo. No resulta complicado demostrar que  $\Gamma \vdash \Delta \rightarrow \Gamma \models \Delta$  (*Teorema de corrección*), pero no es trivial demostrar que  $\Gamma \models \Delta \rightarrow \Gamma \vdash \Delta$  (*Teorema de completud*).

<sup>25</sup> Siguiendo a Jean-Yves Béziau, [Estrada-González \(2015\)](#) señala que una relación de consecuencia lógica para una estructura  $L$  se podría expresar de manera más puntual como un automorfismo del conjunto potencia  $\mathcal{P}(L)$  o un subconjunto de  $\mathcal{P}(L) \times L$ . Simpatizamos con dicha idea, aunque no consideramos equivalentes a las dos formulaciones; pues, la primera,  $\vdash_{\mathbb{L}} : \mathcal{P}(L) \longrightarrow \mathcal{P}(L)$ , permitiría modelar de manera directa múltiples conclusiones y la segunda no. Así mismo, el planteamiento tendría que apelar a multiconjuntos o algún formalismo similar si estamos interesados en capturar también lógicas en las que la cantidad de instancias de una “misma” oración sea relevante para la validez de nuestras deducciones.

<sup>26</sup> El especialista notará que estamos esbozando aquí la noción clásica tarskiana. Aunque cabe destacar que [Tarski \(1956\)](#) no utilizaba la notación que ahora se ha vuelto estándar; pues, en su formulación original la relación de consecuencia lógica no estaba definida entre pares de conjuntos de oraciones  $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$  y  $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}$  sino entre pares de un conjunto  $K$  y una oración  $X$ . Si quisieramos precisar un poco más las relaciones internas que guardan entre sí las oraciones de los conjuntos  $\Gamma$  y  $\Delta$ , en el primer caso tendríamos una conjunción y en el segundo una disyunción; esto es:  $(\gamma_1 \wedge \gamma_2 \wedge \dots \wedge \gamma_n) \models (\delta_1 \vee \delta_2 \vee \dots \vee \delta_m)$ .



**Figura 1.2:**  $\Gamma \vdash_L \Delta$  y una interpretación de  $L$  en  $D$  como morfismos. A la izquierda, se representa una posible interpretación,  $I_1$ , del lenguaje  $L$  en  $D$ . A la derecha, se representa el vínculo de consecuencia lógica entre el conjunto de oraciones  $\Gamma$  y  $\Delta$ , ambos pertenecientes a  $L$ . Representamos también el mapeo interpretante  $I_1$  restringido a esos conjuntos.

Para lenguajes con diversos grados de expresividad y dominios estructurados de distintas maneras se han explorado múltiples modos de establecer interpretaciones (perspectiva *semántica*) y otros tantos para definir *reglas deductivas* que permitan transitar de *premisas* a *conclusiones* (perspectiva de *teoría de pruebas* [*proof-theoretic*]<sup>27</sup>).

A grandes rasgos, en lo que concierne a la primera de estas perspectivas, la interpretación de oraciones compuestas se determina a partir de la interpretación que se fija para las oraciones base (*constantes proposicionales*) y la gramática recursiva usada para construir las oraciones compuestas. Respecto a la segunda perspectiva, en algunos casos se recurre a una gran cantidad de reglas, en otros a muy pocas o sólo a una<sup>28</sup>. Esto suele incidir en la cantidad de tipos de oración que inicialmente se consideran válidas (*esquemas axiomáticos*): a mayor cantidad de reglas, menos esquemas axiomáticos; más esquemas axiomáticos, menos reglas.

Lo anterior contribuye a la proliferación de lógicas; algunas equivalentes, otras similares o francamente divergentes. En ocasiones es posible establecer con facilidad relaciones entre ellas. En otras ocasiones resulta más complicado; pues, los criterios para incluir o no ciertos axiomas, determinadas reglas deductivas, o favorecer algunas interpretaciones en lugar de otras, no es un asunto arbitrario de combinatoria, sino que obedece a complejas razones filosóficas y metodológicas. En los apartados subsecuentes intentaremos ilustrar esto explorando de manera sencilla algunos sistemas.

<sup>27</sup>En mi opinión de manera algo equívoca se le llama también a esta perspectiva, “sintáctica”. Considero equívoca esta denominación porque las reglas de construcción “gramatical” de oraciones a partir de elementos base son también “sintácticas”.

<sup>28</sup>Un claro contraste en este sentido lo encontramos entre los sistemas de *deducción natural* que suelen incorporar una regla de introducción y una de eliminación por conectivo y algunos sistemas hilbertianos en los que se cuenta con una base axiomática “amplia”, pero sólo una regla deductiva, típicamente *modus ponens*:  $A \rightarrow B, A \vdash B$ .

## 1.2.2. Lógica proposicional intuicionista

Definiremos a la lógica  $\mathbb{L}_I = \langle L_I, \vdash \rangle$ . Para ello, hagamos algunas consideraciones preliminares en relación con los lenguajes lógico-proposicionales.

**Constantes.-** Entre los constituyentes básicos de un lenguaje proposicional como  $L_I$  se incluye un conjunto numerable de *constantes proposicionales*

$$P = \{p_0, p_1, p_2, \dots\}.$$

Se asume, habitualmente, que cada una de estas constantes denota un particular *estado de cosas* o *mundo posible* en un dominio  $D$ .

**Conectivos.-** En un lenguaje proposicional encontramos también *conectivos proposicionales*, que permiten generar expresiones compuestas vinculando un número específico de constantes. La cantidad de constantes que un conectivo vincula se conoce como su *aridad*. Así, pues, un conjunto numerable de conectivos de aridades finitas distintas (0, 1, 2, ..., n) sería algo como esto, donde el superíndice denota la aridad del conectivo y el subíndice simplemente nos ayuda a distinguir entre conectivos diferentes de la misma aridad:

$$C = \{c_0^0, c_1^0, c_2^0, \dots, c_0^1, c_1^1, c_2^1, \dots, c_0^2, c_1^2, c_2^2, \dots, c_0^n, c_1^n, c_2^n, \dots\}.$$

Un conectivo de aridad cero es, de hecho, una constante proposicional por lo que bien podríamos considerar a las constantes con superíndice cero del conjunto  $C$  como equivalentes a los elementos de  $P$  enumerados previamente.

Para el lenguaje  $L_I$ , la familia de conectivos a la que recurriremos será el conjunto

$$C_I = \{\neg^1, \wedge^2, \vee^2, \rightarrow^2\}.$$

Quitando los superíndices que especifican la aridad de cada conectivo para simplificar la notación, tenemos

$$C_I = \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}.$$

Además de esta familia de conectivos, recurriremos al conjunto  $P$  dándole el nombre  $P_I$  y usaremos a la letra  $p$  para denotar una constante proposicional arbitraria de  $P_I$ . Con estos ingredientes generaremos el lenguaje  $L_I$  de oraciones —secuencias o fórmulas— de tipo  $\varphi$  conforme al siguiente tipo de

**Descripción gramatical**, conocida como la Forma Backus–Naur (BNF):

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi)$$

Esta descripción nos dice que

1. cualquier letra proposicional  $p \in P$  es una expresión que pertenece al lenguaje,
2. cualquier expresión del lenguaje precedida por el conectivo  $\neg$  pertenece al lenguaje,
3. cualesquiera dos expresiones del lenguaje vinculadas mediante los conectivos  $\wedge, \vee, \rightarrow$  y encerradas entre paréntesis pertenecen al lenguaje,
4. nada más pertenece al lenguaje.

Establecido lo anterior, podemos definir una relación de consecuencia  $\vdash$  en  $\mathbb{L}_I$  acorde a la dinámica informacional, procesos inferenciales o arquitectónica epistemológico-metafísica que deseamos modelar. Hay distintas maneras de hacer y representar esto en función de los principios —teóricos y prácticos— que uno sostiene.

El caso que ahora nos ocupa pretende modelar la manera ideal de hacer pruebas matemáticas conforme a la filosofía intuicionista del holandés L.E.J. Brouwer, codificada formalmente por su discípulo Arend Heyting<sup>29</sup>. Las matemáticas intuicionistas discrepan de la “clásica”; especialmente en lo que concierne al ámbito de lo *transfinito*, las pruebas *no constructivas* y las demostraciones por *reducción al absurdo*. No ahondaremos en ello aquí, simplemente mostraremos una lista de esquemas axiomáticos<sup>30</sup> que suelen usarse como punto de partida, en conjunción con la regla *modus ponens*, para construir demostraciones *à la Hilbert* observando los principios intuicionistas. Para facilitar la lectura se han eliminado los paréntesis externos de todos los esquemas;  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  son metavariables proposicionales (Véase Goldblatt, 2006, pp.131, 177):

1.  $\alpha \rightarrow (\alpha \wedge \alpha)$
2.  $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\beta \wedge \alpha)$
3.  $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \wedge \gamma) \rightarrow (\beta \wedge \gamma))$
4.  $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$
5.  $\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$
6.  $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$
7.  $\alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
8.  $(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\beta \vee \alpha)$

---

<sup>29</sup>Hay formalizaciones alternativas; por ejemplo, la de Kolmogorov y la de Johansson.

<sup>30</sup>Esta no es la única axiomatización posible. Se puede también eliminar a la negación como primitivo del conjunto de conectivos  $C$  e incluir al conectivo de aridad cero  $\perp$  (que denota contradicción) tal que  $\neg\varphi = \varphi \rightarrow \perp$ . Por otra parte, cabe destacar que para  $\mathbb{L}_I$ , hay otras maneras “estándar” de construir demostraciones usando *deducción natural* o un *cálculo de secuentes* tipo Gentzen.

$$9. ((\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow ((\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma)$$

$$10. \neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

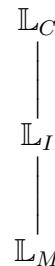
$$11. ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\alpha \rightarrow \neg\beta)) \rightarrow \neg\alpha$$

### 1.2.3. Lógica clásica, lógica mínima y retículos

Si a la lista de esquemas axiomáticos precedentes agregamos uno más, a saber, el *principio del tercio excluso* ( $\alpha \vee \neg\alpha$ ), obtenemos  $\mathbb{L}_C$ , la *lógica proposicional clásica*. En cambio si eliminamos el penúltimo axioma, el *principio de explosión* (conocido también por su denominación latina *ex falso quodlibet*)<sup>31</sup> obtenemos  $\mathbb{L}_M$ , la *lógica mínima* de Johansson.

Como lo hemos señalado previamente, esta incremento o decrecimiento de esquemas axiomáticos no es caprichoso. Las distintas propuestas corresponden a distintas maneras de comprender cómo se razona en contextos y dominios específicos.

Cabe destacar, por otra parte, que las tres lógicas con las que nos hemos topado en esta exploración ( $\mathbb{L}_I$ ,  $\mathbb{L}_C$  y  $\mathbb{L}_M$ ) pueden *ordenarse* con respecto a los axiomas que consideran válidos y, por tanto, respecto a los *teoremas* que a partir de ellos se pueden derivar (o en otras palabras, de las *conclusiones* que, partiendo de ellos, podemos inferir). Las inferencias en  $\mathbb{L}_I$  son más cautias que las hechas en  $\mathbb{L}_C$ . A su vez las inferencias en  $\mathbb{L}_M$  son todavía más conservadoras que las que se pueden hacer en  $\mathbb{L}_I$ . Podemos mostrar este orden en un diagrama de Hasse<sup>32</sup> (Véase figura 1.3).



**Figura 1.3:** Lógica proposicional clásica, lógica intuicionista (de Heyting) y lógica mínima de Johansson ordenadas parcialmente.

Desde un punto de vista semántico, es posible interpretar cada uno de estas lógicas en dominios con estructuras específicas que, a su vez, pueden ser ordenadas entre sí. La lógica proposicional se puede interpretar mediante estructuras conocidas como *álgebras de Boole* y la lógica intuicionista

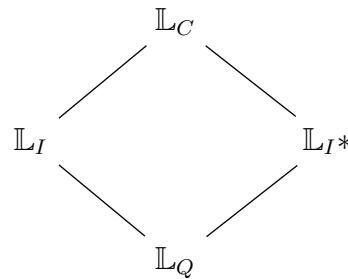
<sup>31</sup>Otra manera de formular este principio es  $\perp \rightarrow \varphi$  (*ex contradictione quodlibet*).

<sup>32</sup>Estos diagramas son representaciones gráficas surgidas, al parecer en el siglo XIX, para visualizar la estructura interna de conjuntos parcialmente ordenados (Véase Birkhoff, 1940).

con *álgebras de Heyting*<sup>33</sup>. El primer tipo de estructura es un caso particular del segundo tipo. A su vez, las álgebras de Heyting y sus *duales* (estructuras “invertidas” de una manera especial)<sup>34</sup>, las álgebras de Brouwer, son un tipo especial de *retículo* (Véase Birkhoff, 1940).

Sin entrar en mayores detalles, distintos tipos de retículos constituyen *modelos* para diferentes lógicas. Por ejemplo, *lógicas paraconsistentes* que nos permiten lidiar con las contradicciones sin trivializarlas o *lógicas cuánticas* que nos permiten llevar a cabo inferencias que tienen en cuenta las peculiaridades de los sucesos y estados cuánticos. El orden entre estos modelos reticulares nos permite indirectamente ordenar a las lógicas y nos sugiere pautas para comprender mejor la diversidad de procesos inferenciales y criterios epistemológicos a los que apelamos en distintos contextos.

Un sugerente orden parcial entre lógicas, basado en sus semánticas algebraicas y diagramado en la figura 1.4, es el retículo de la lógica cuántica de Birkhoff-von Neumann,  $\mathbb{L}_Q$ ; la lógica intuicionista de Heyting,  $\mathbb{L}_I$ ; su dual (una lógica paraconsistente que modela la falsación popperiana),  $\mathbb{L}_I^*$ ; y la lógica clásica,  $\mathbb{L}_C$ . Para comprender mejor la dualidad entre  $\mathbb{L}_I$  y  $\mathbb{L}_I^*$  considere que la primera no acepta irrestrictamente el tercio excluso y la segunda no rechaza todas las formulaciones del principio de no contradicción.



**Figura 1.4:** Lógicas cuántica, intuicionista, paraconsistente y clásica ordenadas parcialmente respecto a sus semánticas algebraicas.

## 1.2.4. Lógicas modales proposicionales

Desde un punto de vista morfosintáctico o gramatical, en las lógicas mencionadas en el apartado precedente se usa el mismo lenguaje. Es posible, hacer ajustes mínimos a estos lenguajes según

<sup>33</sup>Una *estructura algebraica* o simplemente *álgebra* es un conjunto y determinadas *operaciones* definidas sobre el mismo; éstas son funciones que partiendo de un número específico de elementos del conjunto nos conducen a otro elemento.

<sup>34</sup>Las álgebras de Boole, modelos de la lógica proposicional clásica, son *autoduales*; es decir, al dualizarlas obtenemos otra vez el mismo tipo de álgebras.

convenga. Estos atanen típicamente a los conectivos que se consideran básicos<sup>35</sup>. Existen, sin embargo, otro tipo de posibilidades expresivas que van más allá del nivel proposicional y requieren una descripción gramatical más rica.

En esta sección y la subsecuente describiremos dos extensiones lingüísticas para los lenguajes proposicionales que amplian de manera notable la gama de lógicas que podemos explorar. La primera de ellas concierne a la inclusión de operadores modales y la segunda a la inclusión de predicados y cuantificadores. No son las únicas posibles, pero sí son dos de las más importantes que constituyen parte de la tradición académica contemporánea.

La justificación filosófica para usar operadores modales podemos encontrarla en diversos libros de texto, monografías y artículos de enciclopedias de lógica y filosofía (Véase, e.g. [Garson, 2016](#); [Gamut, 1991](#); [van Benthem, 2010](#)) por lo que no nos detendremos en ello. Baste mencionar que los distintos tipos de *lógicas modales* nos permiten formalizar razonamientos en los que se encuentran involucradas nociones metafísicas como la necesidad y la posibilidad, nociones epistémicas y doxásticas, nociones deónticas, nociones temporales, etc.

El lenguaje de una lógica modal proposicional puede ser descrito mediante la siguiente forma BNF:

$$\text{AT} ::= p_1, p_2, p_3, \dots, \perp, \top$$

$$\varphi ::= \text{AT} \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi) \mid \Box\varphi \mid \Diamond\varphi$$

Esta descripción es análoga a la de  $L_I$ , salvo que ahora hemos introducido a los operadores modales caja y diamante ( $\Box$ ,  $\Diamond$ ) y hemos incluido en la lista de constantes proposicionales al *falsum*,  $\perp$  (una proposición contradictoria arbitraria) y el *verum*,  $\top$  (una proposición siempre verdadera); estas dos constantes proposicionales suelen interpretarse algebraicamente como el elemento mínimo y el máximo de un retículo.

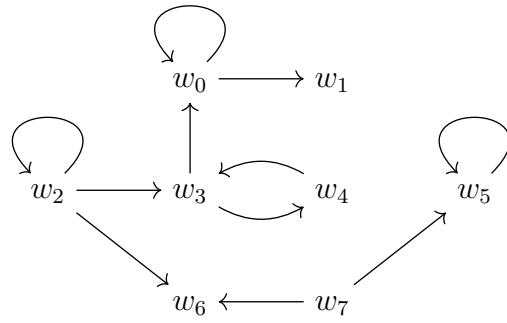
Entre las características destacadas de estas lógicas encontramos que el valor semántico de una oración con un operador modal dependerá no sólo de la contribución semántica de sus constituyentes, sino también del “contexto”  $w_i$  (o si recurrimos a un terminología metafísica, *mundo posible*) en el cual la oración se interpreta y la relación que este contexto guarda con los contextos análogos ligados a él.

De alguna manera esto conlleva cierto tipo de “cuantificación” sobre contextos. Precisando un poco más: Para determinar en el contexto  $w_i$  el valor de una oración de tipo  $\Box\varphi$  se considera el valor asignado a  $\varphi$  en todos los contextos  $w_j$  accesibles desde  $w_i$ . Similarmente, para determinar en  $w_i$

<sup>35</sup>Para la lógica proposicional clásica se puede, por ejemplo, definir el condicional material, en términos de la disyunción y la negación como conectivos básicos, o de ésta y la conjunción. En esta lógica también es posible definir a todos los conectivos en términos de un sólo conectivo binario básico como la barra de Sheffer, simbolizada  $\mid$  ó también  $\uparrow$ .

el valor de  $\Diamond\varphi$  se verifica que exista por lo menos un contexto  $w_k$  ligado a  $w_i$  en el que  $\varphi$  tenga un valor específico (por lo regular, *verdadero*).

De manera análoga a los conectivos proposicionales, los operadores modales pueden ser interdefinibles o independientes. Esta elección, así como el número de operadores a usar, dependerá de lo que pretendamos formalizar. Se pueden definir también diversas axiomatizaciones obedeciendo a criterios varios; lo cual incide en las estructuras semánticas que constituyen los modelos de una lógica modal particular. Una amplia gama de ellas suele representarse con grafos dirigidos, denominados marcos de Kripke; en los que los vértices  $W = \{w_0, w_1, \dots, w_n\}$  representan los contextos (o mundos posibles) y las aristas la relación de accesibilidad,  $R \subseteq W \times W$ , entre ellos (Véase la figura 1.5).



**Figura 1.5:** Un marco de Kripke.

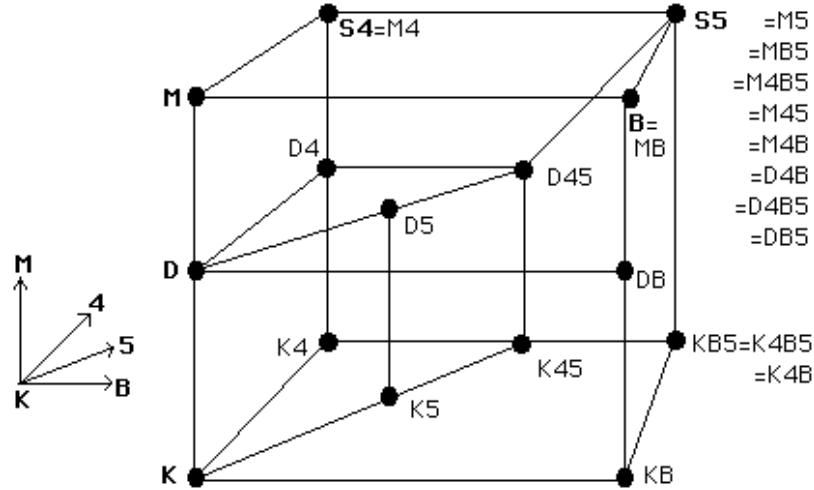
Estos marcos pueden interpretarse como estados de cosas vinculados causalmente, estados epistémicos de uno a varios agentes racionales (Véase la figura 1.14), situaciones jurídicas, etc. A cada tipo de marco corresponde un tipo de axiomatización. De manera análoga a lo que sucede con las lógicas revisadas en el apartado precedente, las axiomatizaciones y estructuras semánticas abstractas correspondientes a ellas se pueden ordenar. La figura 1.6 ejemplifica esto para algunos de los sistemas modales más ampliamente conocidos, entre ellos los sistemas **K**, **M**, **S4** y **S5**. En este diagrama cada nodo representa una lógica. El nodo que se encuentra en el extremo inferior izquierdo, representa un sistema con tan sólo dos axiomas, **K** (En honor a Saul Kripke); estos axiomas son:

$$(\text{Nec}) \quad \alpha \rightarrow \Box\alpha$$

$$(\text{Dist}) \quad \Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$$

En tanto que no se pueden derivar demasiados teoremas útiles con **K**, se han generado sistemas con más axiomas, representados en el diagrama por nodos ligados hacia arriba y a la derecha. Cada vínculo representa la incorporación al sistema **K** de uno de los siguientes axiomas.

$$(\text{D}) \quad \Box\varphi \rightarrow \Diamond\varphi$$



**Figura 1.6:** Mapa de relaciones entre lógicas modales (Garson, 2016)

- (M)  $\Box\varphi \rightarrow \varphi$
- (4)  $\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$
- (B)  $\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$
- (5)  $\Diamond\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$

Cabe señalar que estos axiomas rigen tan sólo a las expresiones en las cuáles encontramos operadores modales. Aquellas en las cuales tienen precedencia o sólo figuran los conectivos proposicionales están regidas por los axiomas descritos en el apartado previo. Ello quiere decir que, en principio, podemos tener cada uno de estos sistemas modales en versión clásica, intuicionista, paraconsistente, etc.

### 1.2.5. Lógicas de predicados

Ahora bien, en lugar de agregar operadores “externos” a nuestras expresiones proposicionales —o además de hacer esto— podemos precisar formalmente la estructura interna de las proposiciones para denotar ya no *estados de cosas*, sino los *objetos* que los conforman, sus *propiedades*<sup>36</sup> y las *relaciones* que guardan con otros objetos. Esto se puede hacer con distintos niveles de “granularidad”. Podemos introducir en nuestro lenguaje una cantidad infinito numerable de constantes no lógicas ( $a_0, a_1, a_2, \dots$ ) para referirnos a objetos particulares de manera análoga a cómo se hace con los

<sup>36</sup>En este trabajo nos mantendremos agnósticos respecto a la naturaleza metafísica de las propiedades de los objetos referidos con lenguajes lógicos

nombres propios de lenguajes como el castellano<sup>37</sup>. En general, a las expresiones de un lenguaje lógico usadas para denotar objetos las llamaremos simplemente *términos* y utilizaremos la letra griega  $\tau$  para denotar a un término arbitrario.

Podemos agregar también predicados  $n$ -arios para denotar las relaciones entre  $n$  objetos, esto es,

$$\text{Pr} = \{P_0^0, P_1^0, P_2^0, \dots, P_0^1, P_1^1, P_2^1, \dots, P_0^2, P_1^2, P_2^2, \dots, P_0^n, P_1^n, P_2^n, \dots\}.$$

Si para un predicado  $i$  tenemos  $n = 1$ , esto es  $P_i^1$ , se puede considerar que el predicado en cuestión denota una propiedad de algún objeto. Por otro lado, si para un predicado  $k$  tenemos  $n = 0$ , éste se convierte en una constante ( $P_k^0 = a_k$ ), algo similar a lo que sucedía con los conectivos proposicionales 0-arios. Recurriremos a la letra  $R$  para referirnos a un predicado arbitrario.

A los predicados aplicables a objetos se les conoce como *predicados de primer orden*. Es posible definir nuevos predicados para referirse a lo que denotan los predicados de primer orden y obtener predicados de segundo orden. Este proceso se puede seguir iterando tanto como se quiera. No lo haremos aquí; nos restringiremos a describir un lenguaje para lógicas de predicados de primer orden.

Las oraciones atómicas **AT** de un lenguaje de predicados de primer orden  $L_1$  se conforman concatenando predicados  $n$ -arios con  $n$  términos; esquemáticamente,

$$\psi = R^n \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n$$

$$\text{AT} = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots\}$$

Estas oraciones atómicas se pueden vincular con otros conectivos proposicionales tal y como lo hicimos con las lógicas que hemos descrito previamente para formular oraciones moleculares. Si usamos el formalismo BNF, tenemos:

$$\varphi ::= \text{AT} \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi)$$

Resulta evidente que es muy simple agregar a este nuevo lenguaje operadores modales si se desea. Sin embargo, al hacerlo su interpretación se vuelve mucho más compleja; por ejemplo, apelando a modelos de Kripke, además de especificar mundos y relaciones de accesibilidad se requiere precisar qué objetos se encuentran, en cada mundo y cómo se relacionan con objetos de otros mundos. Ello ha generado álgidos debates en el campo de la metafísica, la epistemología y la filosofía del lenguaje.

Cuando se recurre a un lenguaje de predicados de primer orden en las prácticas matemáticas es más común que éste tenga expresiones para referirse a la cantidad de objetos que tienen determinada

<sup>37</sup>Sabemos que hay una amplia gama de discusiones en torno a la significación de los nombres propios en los “lenguajes naturales”, sobre todo desde la tradición filosófica anglosajona; pero para nuestros fines, mantendremos una postura ingenua al respecto.

propiedad y no operadores modales. Los dos cuantificadores más comunes en un lenguaje estándar de predicados de primer orden son el cuantificador existencial ( $\exists$ ) y el universal ( $\forall$ ). Para emplearlos se requiere incorporar *variables* al lenguaje. Al igual que las constantes, son términos y se usa un conjunto infinito numerable de ellas ( $x_0, x_1, x_2, \dots$ ), pero los criterios usados para que denoten objetos no son los mismos. Por ejemplo, las expresiones  $Ra_0a_1a_2$  y  $Rx_0x_1x_2$  serían instancias del mismo esquema sintáctico  $R\tau_0\tau_1\tau_2$  pero su semántica es distinta. Los cuantificadores se escriben seguidos de una variable y una expresión de tipo  $\varphi$ . Así pues, considerando que tanto variables como constantes son términos y agregando cuantificadores a la última descripción BNF que habíamos hecho, tenemos para las *fórmulas bien formadas* de  $L_1$ :

$$\varphi ::= \text{AT} \mid \forall x\varphi \mid \exists x\varphi \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid (\varphi \vee \varphi) \mid (\varphi \rightarrow \varphi).$$

Destacando predicados como la identidad<sup>38</sup> ( $=$ ) y especificando los dominios relevantes para interpretar las expresiones, se suele considerar que la expresividad de esta clase de lenguajes es suficiente para formular la gran mayoría de los problemas de las principales ramas de las matemáticas y construir pruebas apropiadas. En ocasiones, incluso, resultan útiles para esclarecer razonamientos en otros ámbitos discursivos y de acción. Sin que resulte sorprendente, no hay consenso, sin embargo, sobre cuáles son los esquemas axiomáticos a los que conviene recurrir para llevar a cabo algunas tareas específicas. También hay quienes consideran que es necesario o más eficiente disponer de mayores recursos expresivos u otros sistemas de representación. A pesar de ello, algunas propiedades de los sistemas lógicos cuantificacionales de primer orden como su corrección y completud los vuelven especialmente atractivos.

Por lo regular, la mayoría de los planteamientos y pruebas matemáticas no se expresan exclusivamente mediante expresiones de un “lenguaje formal”. Se recurre a híbridos del “lenguaje natural” y otras formas expresivas, conforme a diversos cánones que cambian de un contexto histórico a otro. Sobre ello, abundaremos en apartados subsecuentes.

### 1.2.6. Representación asertórica, algebraica y categorista

Una lógica puede presentarse de diversos modos. Llamaremos a la presentación usada por la mayoría de los lógicos contemporáneos formados en la tradición filosófica académica, presentación *asertórica*. Otras dos presentaciones menos extendidas y preferidas por algunos matemáticos son la *relacional* o *algebraica* y la *categorista*. No es trivial mostrar la equivalencia de las presentaciones *asertórica* y *relacional* (véase Dunn y Hardegree, 2001). La representación que emerge de la *teoría de categorías* (véase Lawvere y Schanuel, 2009) es aún mucho más idiosincrática. Sin embargo, es

---

<sup>38</sup>Hay también una compleja discusión en torno a este predicado, los conceptos matemáticos de equivalencia y el concepto filosófico de identidad. No podemos abundar en ello en este trabajo, pero nos parece importante no pasarlo por alto.

poderosa y atractiva, en tanto que permite establecer vínculos más estrechos con la prácticas propias de otros ámbitos de las matemáticas. De hecho, autores como Jean-Pierre Marquis y Gonzalo E. Reyes (2012) señalan —acertadamente en nuestra opinión— que la *lógica categorista* es pura y simplemente *lógica algebraica*.

Justo como la lógica algebraica codifica a la lógica proposicional en sus diferentes presentaciones (clásica, intuicionista, etc.) mediante sus álgebras de Lindenbaum-Tarski (álgebras booleanas, álgebras de Heyting, etc.), la lógica categorista codifica a las lógicas de primer orden y las lógicas de orden superior (clásica, intuicionista, etc.) mediante categorías con propiedades y estructura adicionales (categorías booleanas, categorías de Heyting, etc.). Así, pues, desde un punto de vista meramente técnico, la lógica categorista constituye una generalización de la codificación algebraica de la lógica proposicional a la lógica de primer orden, la lógica de orden superior y otras lógicas.<sup>39</sup>

Sería fructífero que quienes se forman actualmente en el campo de la filosofía académica contemporánea —en especial si sus intereses se encuentran ligados a la lógica, la filosofía del lenguaje y la filosofía de la ciencia, se familiaricen con los rudimentos de estas propuestas. Pues, además de constituir una buena generalización, permiten tender con mayor facilidad puentes con las actuales prácticas matemáticas.

Otra razón de peso filosófico concierne al espíritu renovado que el paradigma teórico-categorista ha infundido a los viejos proyectos de “fundamentación” de la matemática. Se ha considerado que la Teoría de Categorías podría jugar un rol análogo al que, en su momento, jugó la Teoría de Conjuntos —sobretodo, a partir del trabajo del grupo Bourbaki. Esto se ha planteado con diversos matices<sup>40</sup> y ahondar en ello requiere un trabajo de investigación autónomo y detallado.

Podríamos preguntarnos, sin embargo, si este paradigma, sus pretendidas bases psicológico-genéticas (Piaget et al., 1992) y sus preferencias semióticas por objetos tales como los diagramas conmutativos en lugar de las ecuaciones tradicionales nos acerca un poco más a esa utopía leibniziana de contar con una *characteristica universalis*, un lenguaje universal para expresar conceptos matemáticos, científicos (véase, e.g. Spivak, 2013) y metafísicos: un lenguaje que nos permitiese además, mediante ese otro ideal leibniziano, el *calculus raciocinator*, encontrar algorítmicamente soluciones para muchos de los problemas que nos inquietan. Hay buenas razones para pensar que

<sup>39</sup>“Just as algebraic logic encodes propositional logic in its different guises (classical, intuitionistic, etc.) by their Lindenbaum-Tarski algebras (Boolean algebras, Heyting algebras and so on), categorical logic encodes first-order and higher-order logics (classical, intuitionistic, etc.) by categories with additional properties and structure (Boolean categories, Heyting categories and so on). Thus, from the purely technical point of view, categorical logic constitutes a generalization of the algebraic encoding of propositional logic to first-order, higher-order and other logics.”

<sup>40</sup>(Véase e.g., Rodin, 2011; Marquis, 2009; Krömer, 2007; McLarty, 2004, 1994)

ambos ideales son quimeras. No obstante, ¿qué tal si no renunciamos del todo a las aspiraciones sapienciales leibnizianas —un tanto faústicas— pero en lugar de apelar a la *unicidad* y *homogeneidad* apelamos a la *pluralidad* y la *heterogeneidad*?

## 1.3. Heterogeneidades lógicas y matemáticas

### 1.3.1. El dogma logocéntrico

Al parecer cuando razonamos “lógicamente” en situaciones cotidianas —y, en particular, en contextos científicos— extraemos e integramos información de diferentes tipos de fuentes. Al intentar dar cuenta teórica de estos procesos, se suele asumir que toda la información relevante puede expresarse en algún formato de corte lingüístico; denominaremos a tal supuesto, *dogma logocéntrico*.

Dicho dogma ha sido cuestionado en las últimas décadas desde diversos flancos<sup>41</sup>. En el campo específico de la filosofía de las matemáticas tal logocentrismo ha sido criticado por autores, como [Mancosu \(2008\)](#), que nos recuerdan la importancia de prestar mayor atención a las prácticas efectivas de la comunidad matemática, en lugar de continuar con la cuestionable tradición filosófica de hacer “racionales” reconstrucciones librescas o, peor aún, reconstrucciones solipsistas de sillón.

Sin perder de vista la distinción que sobre *lo lógico* y el teorizar sobre él, queremos apuntar a su carácter heterogéneo. ¿A qué nos referimos? A ciertos *modos* de representación y expresión —diferentes y no reductibles entre sí— propios de las *situaciones* que deseamos esclarecer y del *cómo* lo hacemos; lo anterior, tanto en el campo de las investigaciones lógicas y matemáticas académicas, como en otros ámbitos —de los cuáles no se puede “extirpar”, sin artificio, lo que es *matemático*, ni lo que es *lógico*. Para mayor concisión, consideremos heurísticamente dos ejemplos domingueros.

### 1.3.2. Sudoku y tripas de gato

Es probable que algún fin de semana, en un momento de ocio, al estar en la peluquería, en la sala de su casa, en el autobús, o en alguna situación “aburrida”, haya usted encontrado en algún periódico, revista, o en algún tipo de computadora (e.g., un teléfono celular), un *sudoku* (Véase figura 1.7); un tipo de *acertijo lógico* [logical puzzle] o *juego matemático*. Este tipo de acertijos se hicieron populares en Japón en los años 80 e internacionalmente un década después, pero puede rastrearse su origen hasta los siglos XIX y XVIII<sup>42</sup>.

Como quizá usted sabe, el objetivo de este juego —de lógica y combinatoria— consiste en colocar en los recuadros pequeños de una retícula de 9x9 dígitos del 1 al 9 de manera tal que ninguno

<sup>41</sup> Como precedente importante considérense los trabajos compilados por Gerard Allwein y Jon Barwise en los años 90 ([1996](#)). Otro significativo referente coetáneo es el trabajo de [Mitchell \(1994\)](#); hay posteriormente una gran proliferación de estudios críticos en direcciones afines. Desde la tradición francesa un precedente, que a fines de los 60 acuñó el término *logofonocentrismo* y tuvo una polémica recepción dado su peculiar estilo de expresión, fue el norafricano Jacques Derrida.

<sup>42</sup> En Junio de 2006, Christian Boyer en “Les ancêtres français du sudoku” publicado en *Pour la Science* rastrea varios predecesores en revistas francesas del siglo XIX. Florian Stark en el artículo “Wahrer Erfinder des Sudoku war ein Schweizer” publicado en el periódico *Die Welt* el 15 de abril de 2013 considera al famoso matemático Leonhard Euler del siglo XVIII el primero en explorar un juego como este.

de ellos se repita en el mismo renglón, columna, o en alguno de los 9 recuadros resaltados de  $3 \times 3$  que conforman a la retícula mayor. Para los fines del juego, no resulta esencial que se usen números, se podrían utilizar letras, colores, o cualquier otro conjunto de 9 “identificadores”, “etiquetas”, o “símbolos” distintos. El uso de números obedece, primordialmente, a conveniencias tipográficas.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8				6		
8			6					3
4		8		3				1
7			2					6
	6				2	8		
		4	1	9				5
			8			7	9	

**Figura 1.7: Sudoku**

Completar el retículo con los identificadores adecuados requiere hacer *explícita* información que de algún modo se encuentra *implícita* en la que se nos proporciona “a primera vista”. Decidir llenar un recuadro con un dígito, teniendo en cuenta las restricciones constitutivas del juego, requiere el descarte de otros teniendo *razones* para ello. No escribo un 8 en el primer recuadro del tercer renglón porque en ese mismo renglón y esa misma columna hay un 8. Análogamente no escribo un 6. Pero podría escribir un 1 ó un 2.

Para saber cuál de esos dos números es el correcto, requiero evaluar otras regiones del retículo. En principio —si el acertijo está bien diseñado— toda la información necesaria para la resolución unívoca está ahí, pero ¿cuál es la manera más conveniente para acceder a ella? La distribución en el espacio de los dígitos puede facilitar o dificultar el cálculo. En principio, tales cuestiones “cognitivas” y “algorítmicas” (o estratégicas) no suelen considerarse como “propiamente” lógicas. ¿Dónde trazar en un sudoku la línea de lo qué es lógico de lo que no lo es? ¿Cómo hacer un teoría de sus aspectos lógicos a diferencia de los matemáticos? ¿Cómo distinguir a estos de lo que concierne al procesamiento cognitivo? Para abordar lógicamente la cuestión, ¿tendríamos que expresar la información “perceptible” relevante mediante un conjunto de oraciones  $\Gamma$  en un lenguaje regimentado  $L$  y operando sobre estas oraciones conforme a un conjunto de reglas  $R_L$  obtener un conjunto de oraciones  $\Delta$  que nos dirá qué dígitos se deben escribir en cada recuadro? Se podría argumentar que los sujetos, de hecho, no razonan así, pero deberían razonar así, si desean obtener la respuesta correcta con una certeza deductiva absoluta. Si consideramos incluso que lo que buscamos es tan sólo una “reconstrucción racional” del proceso para resolver un sudoku, ¿sería esa una buena reconstrucción? ¿Qué sistemas lógicos nos convendría ocupar de la gran variedad que hay en el mercado? ¿Logica cuantificacional de primer orden? ¿Lógica epistémica dinámica<sup>43</sup>?

Consideremos otro caso más “gráfico”. Su sobrino de 7 años lo acompaña a la peluquería y le pide que le compre una leche malteada de chocolate que viene en un colorido envase en forma de tabique pequeño. En éste hay un variante del juego conocido como “Tripas de gato”, que

<sup>43</sup>Un tipo de lógica modal con operadores epistémicos, véase las secciones 1.2.4 y 1.3.4.

consiste fundamentalmente en unir varios pares de puntos trazando líneas sin que se crucen entre sí. Las parejas de puntos son identificadas con el mismo color, aunque podrían ser identificadas con letras, números, o cualquier otro símbolo. El juego en el envase incluye un reto más, los puntos se encuentran localizados sobre una cuadrícula y las líneas a trazar deben pasar por todos y cada uno de los recuadros vacíos. Sin duda, son diversas las habilidades que se requieren para llevar a cabo esta tarea. El procesamiento visual, sin duda, es muy relevante. ¿Involucra esta tarea algún tipo de competencia a la que pudiesemos llamar lógica o matemática? En mi opinión ambas competencias están involucradas e imbricadas.

Hay personas que pueden encontrar la “solución” a este reto tras “mirar” durante unos segundos el recuadro con los puntos. Es plausible “ver” las trayectorias solicitadas, ¿o no? (La diferencia entre la información explícita y la implícita es nimia). Quizá podríamos decir que se puede apreciar en el espacio de todas las trayectorias posibles, el conjunto de las que resuelven el problema. Aunque si hablamos de ese modo, estaríamos haciendo una caracterización teórica que excede por mucho lo que, efectivamente, hacen quienes afrontan estos retos.

Hay quienes necesitan ejecutar otras acciones además de “ver”. Quizá requerirán hacer varios trazos, borrar algunos e intentar con nuevos. Su sobrino probablemente sea uno de ellos.

De manera análoga, ¿hay quienes son capaces de resolver en segundos un sudoku con tan sólo mirar el retículo con información parcial? Se podría aducir que un sudoku es más difícil, pero podríamos disminuir esa dificultad aumentando la información explícita disponible, estrechando el espacio de posibilidades para que pueda abarcarse de un “vistazo”. Un sujeto omnisciente y sin restricciones de procesamiento cognitivo, podría hacerlo sin duda, con poca o mucha información explícita. De hecho, él requeriría un mínimo. Pero los seres humanos no somos omniscientes y tampoco es del todo claro que un sujeto omnisciente necesite procesar la información para resolver un problema usando un sólo tipo de representación. Es probable que hacerlo así (o dar cuenta de ello así) —y en particular conforme a los paradigmas lingüísticos tradicionales— no siempre sea tan eficiente. Comenta Jon Barwise:

Creemos que muchos de los problemas que la gente tiene al poner sus conocimiento de lógica, a trabajar, ya sea en máquinas o en su propia vida, surgen del logocentrismo



**Figura 1.8:** Variante del juego “Tripas de gato” en el envase de una leche malteada de chocolate de 235 ml de la marca Hershey’s® comercializada en México.

que ha prevalecido en su estudio durante los últimos siglos.<sup>44</sup> (Barwise y Etchemendy, 1996, p. 179)

Aunque, claro, un sujeto omnisciente ni siquiera necesitaría resolver este tipo de problemas o retos, pues, para él no son tales: La información implícita le resultaría evidente, sin importar su modo de presentación. Ahora bien, en casos complejos para agentes racionales no omniscientes, ¿habría un *modo* en el que sería preferible *razonar* o *dar cuenta del razonar*? Continúa Jon Barwise (p.180) a propósito de la heterogeneidad inherente al razonamiento humano:

Queremos sugerir que la búsqueda de un esquema o representación universal —lingüística, gráfica, o diagramática— es una equivocación. El razonamiento eficaz es, creemos, de naturaleza inexorablemente heterogénea (o “híbrida”).<sup>45</sup>

Cabe insistir aquí en la diferencia entre el procesamiento lógico de la información y el dar cuenta mediante una teoría lógica de ese procesamiento. Por supuesto, no se puede hacer un deslinde tajante. Lo que reconocemos como un razonar correcto —heterogéneo o no— está condicionado por nuestro teorizar y viceversa. Además de la heterogeneidad en cuánto a los modos, hemos también hecho en un apartado previo, acotaciones sobre los vínculos entre lógica y matemática. En nuestra opinión, la heterogeneidad es ubicua en todos estos ámbitos. Por otro lado, esta aseveración no debe confundirse con los pluralismos que ya hemos mencionado. En principio, se puede ser pluralista sin comprometerse con la heterogeneidad y lo recíproco también es posible. Nosotros asumimos ambos compromisos.

Ahora bien, el tipo y los niveles de heterogeneidad de los razonamientos y el de las teorías que dan cuenta de ellos suele ser distinto. Si recurrimos laxamente a terminología de inspiración algebraica más que hablar de isomorfismos entre uno y otro ámbito (en los que hay una preservación total de estructuras) nos topamos con homomorfismos (mapeos parciales)<sup>46</sup>.

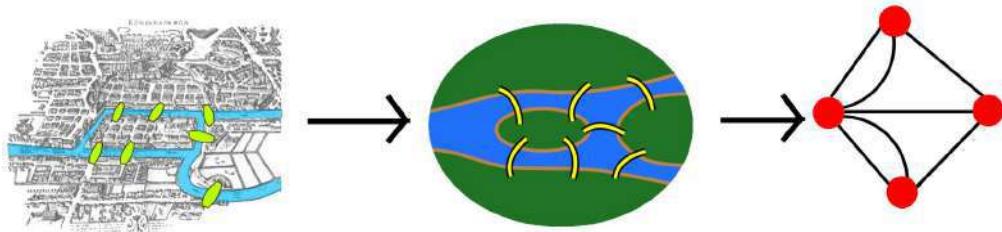
### 1.3.3. Puentes, trenzas y nudos

El ejemplo discutido de las “Tripas de gato” que no deben cruzarse parecería tener tan sólo una débil impronta matemática. Se piensa en México popularmente —en gran medida por las prácticas pedagógicas prevalecientes— que el ámbito de las matemáticas son el conteo, los cálculos numéricos

<sup>44</sup>“We believe that many of the problems people have putting their knowledge of logic to work, whether in machines or in their own lives, stems from the logocentrism that has pervaded its study for the past hundred years.”

<sup>45</sup>“We want to suggest that the search for *any* universal scheme or representation—linguistic, graphical, or diagrammatic—is a mistake. Efficient reasoning is, we believe, inescapably heterogeneous (or “hybrid”) in nature.”

<sup>46</sup>Hemos usado, por el momento, terminología algebraica, pero los *mapeos* que preservan o no estructura son aplicables a otro tipo de estructuras (o *categorías* matemáticas), además de álgebras. Véase sección 1.2.6.



**Figura 1.9:** Conceptualización gráfica del problema de los 7 puentes de Königsberg

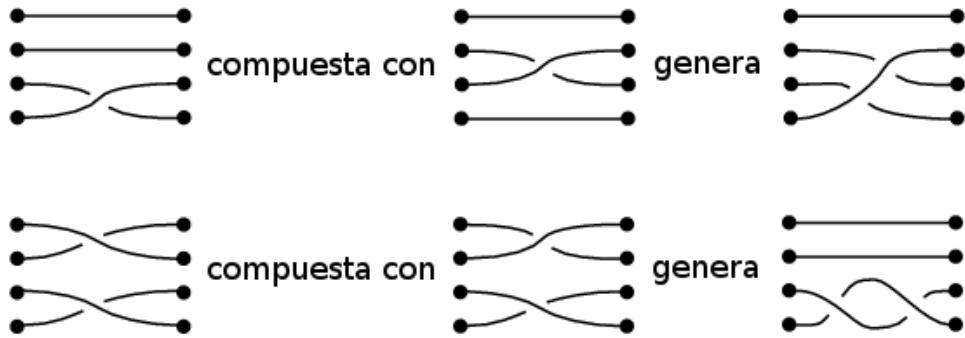
y si acaso ciertas formas de geometría. Pero el análisis de trayectorias que se cruzan o no es uno de los tópicos que ha tenido algunas de las repercusiones más fructíferas en la tradición matemática.

Se considera que la génesis de este tipo de planteamientos matemáticos se encuentra en un célebre problema del siglo XVIII resuelto por Euler, el problema de los 7 puentes de Königsberg, antigua ciudad de Prusia Oriental. Esta ciudad es atravesada por el río Pregel, que se bifurca y rodea a una isla. El terreno en esta zona se encuentra dividido en cuatro regiones distintas y hay 7 puentes que las interconectan. El problema consistía en determinar si se podía encontrar una ruta para cruzar a pie toda la ciudad, pasando sólo una vez por cada puente y regresando al punto de partida. La ciudad y los puentes se encuentran representados en el lado izquierdo de la figura 1.9. Retamos al lector a intentar su resolución.

La estrategia usada por Euler fue hacer una abstracción del mapa tal como se ilustra en la figura, de izquierda a derecha, y generar lo que hoy en día conocemos como un grafo. Las aristas de dicho grafo representaban a los puentes y los puntos a las regiones. El razonamiento que conduce a la resolución dada por Euler a este problema, y que es bastante sencillo, parte de esa representación. ¿Comienzan ahí las inferencias lógicas? ¿Qué tanto condiciona esta representación a las inferencias usadas?

Si queremos ponernos sofisticados y usar álgebra lineal y computadoras para resolver la cuestión, este grafo no dirigido también podría representarse usando matrices. Hay dos alternativas ampliamente conocidas; la *matriz de adyacencia* —en la cual los renglones y columnas representan los nodos del grafo y por cada arista que une dos nodos se suma 1 en la casilla respectiva— y la *matriz de incidencia* —en la cual las columnas representan las aristas del grafo y los renglones, nodos, si hay conexión se suma 1 en la casilla correspondiente.

Si enumeramos los nodos en el grafo de la figura 1.9 en el sentido de las manecillas del reloj y las aristas de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo, tendríamos estas dos matrices (de adyacencia a



**Figura 1.10:** Ejemplo de composición de trenzas de 4 hilos

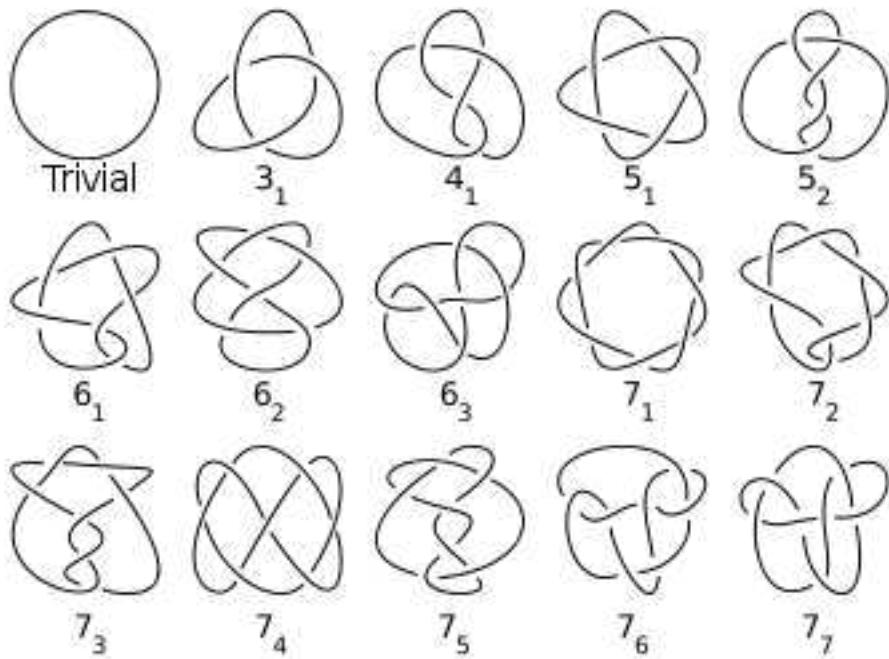
la izquierda, de incidencia a la derecha):

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

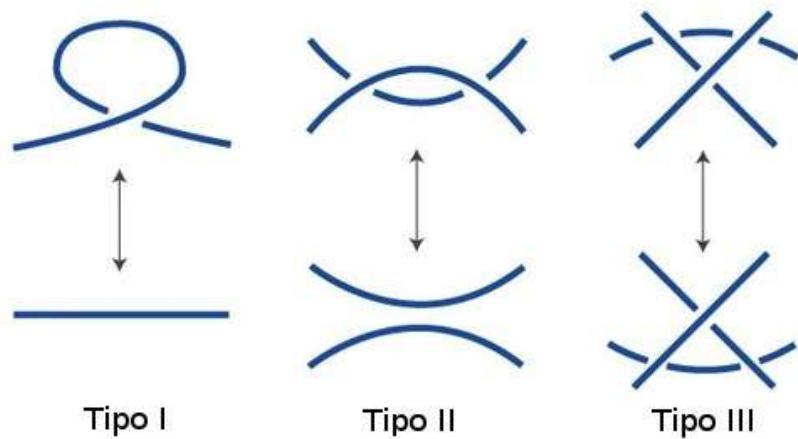
¿Son equivalentes todas estas representaciones? ¿En qué sentido? ¿Se pueden llegar a las mismas soluciones en uno u otro caso? ¿Con cuál es más conveniente operar? ¿Existe una representación “neutra” subyacente? ¿Qué nivel de granularidad se requiere para hacer una buena reconstrucción lógica del razonamiento euleriano?

Otro ámbito matemático destacado en el que las representaciones gráficas son cruciales para el razonamiento y que guarda similitudes con el procesamiento morfosintáctico lógico tradicional es el de la teoría de trenzas (véase figura 1.10) y la teoría de nudos. Tanto la noción matemática de nudo como la de trenza son abstracciones de las nociones cotidianas. Ahora bien, es importante no confundir tales abstracciones con sus representaciones; aunque hay un estrecho vínculo entre ambas. Los constituyentes básicos de trenzas y nudos son objetos unidimensionales incrustados en un espacio tridimensional y son representados en un espacio bidimensional. Estas representaciones pueden ser homomórficas o simbólicas —es decir, puede haber un etiquetado convencional para referirse a tal o cual objeto abstracto (véase figura 1.11). ¿A qué nivel opera el razonamiento susceptible de ser juzgado como correcto o incorrecto? Ya sea que opere a nivel del espacio de representación (“sintaxis”) o a nivel de conceptos abstractos (“semántica”), ¿qué nos garantiza su corrección o validez en cada caso?

En el caso particular de la teoría de nudos existen criterios precisos para hacer los diagramas y operar sobre estos con el fin de saber si dos representaciones de un nudo son equivalentes. Los cruces en un diagrama de nudos pueden volver a dibujarse conforme a tres reglas conocidas como *jugadas de Reidemeister* (véase figura 1.12) para obtener un diagrama distinto. En la figura 1.13 podemos ver dos representaciones de un mismo nudo, el nudo trivial. “Intuitivamente” podemos



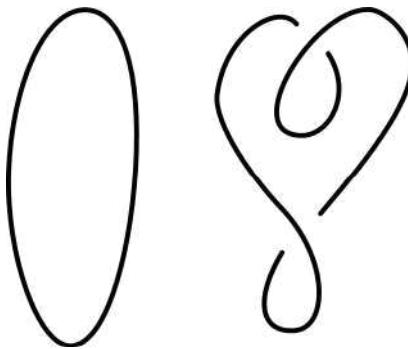
**Figura 1.11:** Tabla de los primeros 15 nudos primos. El número mayor indica la cantidad de cruces, el subíndice los tipos de nudos distintos con esa cantidad de cruces. El nudo trivial es aquel que no tiene cruces.



**Figura 1.12:** Jugadas de Reidemeister

percatarnos de esa equivalencia; aunque si somos estrictos dicha equivalencia sólo esta justificada por los criterios que se tienen en cuenta para hacer las representaciones. Si aplicamos dos veces la jugada de Reidemeister tipo I, en el nudo de la derecha podemos obtener el nudo de la izquierda.

Algo similar ocurre con algunas “reglas lógicas”. ¿Pero tenemos claro qué “representan” dichas



**Figura 1.13:** Dos representaciones del nudo trivial

reglas<sup>47</sup>? Así como son claros los criterios para representar un nudo, ¿son suficientemente claros los que usamos para hacer “representaciones lógicas”?

Independientemente de las respuestas que podamos ofrecer a estas cuestiones, lo que hemos intentado ilustrar con los casos referidos es que al abordar un problema matemático hacemos razonamientos heterogéneos y los modos de representación a los que recurrimos para teorizar sobre ello también son heterogéneos. Eso no significa que la articulación de dicha heterogeneidad es caótica, aunque quizá en algunos casos podría ser acendradamente compleja. Siguiendo a Barwise y Etchemendy (1996), nos parece también que es posible distinguir “gradaciones de homomorfía” entre el espacio de objetividad sobre el que se razona y las distintas representaciones con las cuales se opera. Más aún, al considerar que lo anterior se plantea propiamente en un espacio discursivo dialógico, la heterogeneidad trasciende tanto el ámbito del razonamiento individual, como el de la representación.

#### 1.3.4. Niveles de heterogeneidad

Reconocemos, pues, una *heterogeneidad pre-teórica* inherente a la mayoría de nuestras prácticas inferenciales y comunicativas, pero también una *heterogeneidad inherente a las teorías* usadas para dar cuenta de estas prácticas; lo cual, no es extraño, pues el teorizar es una práctica que integra aspectos inferenciales y comunicativos.

Distinguimos también el aspecto *semiótico* y el *discursivo* de la heterogeneidad en ambos casos. Lo primero atañe a la naturaleza de los recursos utilizados para *significar* y *representar* aquello que consideramos relevante para nuestro quehacer. Podemos identificar aquí *modos de representación* que se encontrarán constreñidos por nuestros fines y constitución como agentes, y por las peculiaridades de los objetos con los que interactuamos o sobre los cuales razonamos<sup>48</sup>. Lo segundo refiere a la conformación de patrones de interacción comunicativa para alcanzar determinados fines en

<sup>47</sup>Encontramos reglas lógicas a distintos niveles y jugando distintos roles. Ciertamente es discutible que todas tengan un carácter representacional.

<sup>48</sup>Para una discusión detallada al respecto véase (Barceló Aspeitia, 2015).

circunstancias específicas y a su eventual trastocamiento e hibridación para conseguir nuevos fines o para alcanzar los mismos, pero sujetos a otro tipo de restricciones. Para más detalles sobre este último aspecto referimos a la sección 1.3.5.

Como ya lo hemos señalado en apartados previos, las representaciones usadas pueden tender más hacia lo *analógico icónico* (mayor similitud con el ámbito representado) o hacia lo *simbólico* (arbitrariedad sintáctica). Por otra parte cuando se modela una práctica, o se hace un “mapeo” de un ámbito pre-teórico a uno teórico<sup>49</sup> las heterogeneidades cambian o simplemente pueden disolverse; lo cual, en varios casos, permite simplificar o mecanizar el procesamiento de información. Ilustraremos esto brevemente con dos ejemplos. El problema de “los niños enlodados”, desde la perspectiva de la *Lógica Epistémica Dinámica* y la diferencia entre la explicación informal y la demostración de la conjetura de Poincaré.

## El problema de los niños enlodados

En este ejemplo un grupo de niños son llamados a casa por su padre, tras haber estado jugando fuera de ella. Algunos de ellos están sucios tras jugar y en particular tienen lodo en la frente. Cada niño puede ver si los otros tienen la frente sucia, pero no puede verse a sí mismo<sup>50</sup>. Su padre les dice: “Por lo menos uno de ustedes tiene lodo en la frente.” Posteriormente les dice: “Quienes sepan que tienen la frente sucia den un paso adelante”. Si nadie lo hace, el padre repite la solicitud. Se puede probar que si  $m$  niños de un grupo de  $n$  tienen la frente enlodada, ellos adelantarán un paso después de que el padre haya hecho la petición justamente  $m$  veces. Si no conocía usted este problema, le sugerimos intentar resolverlo antes de continuar con la lectura<sup>51</sup>.

Si ha intentado resolver el problema o, de hecho, lo logró ¿cómo lo hizo? ¿Qué información tomó en cuenta? ¿A qué tipo de representaciones recurrió? Antes de usar un *sistema lógico* para resolverlo, podemos percatarnos que cualquiera de los niños del problema al razonar necesita considerar lo que *ve* y lo que se le ha *dicho*. Requiere además representarse de algún modo lo que considera que cada uno de los otros niños saben sobre la situación en la que todos se encuentran. Por otra parte, cuando el padre reiteradamente hace la solicitud, la nueva información disponible cambia; lo relevante no es el *contenido proposicional* de su petición en cada ronda, sino lo que revela sobre el saber de los otros *el hecho* de que la siga haciendo. No parece plausible suponer que subyace a todo este proceso

<sup>49</sup>Esto aplica también para mapeos entre distintos ámbitos teóricos y no es trivial. Un caso muy interesante directamente vinculado con los temas abordados en este trabajo, lo constituye la búsqueda de equivalencias entre las conceptualizaciones lógicas tradicionales y sus versiones algebraicas (véase la sección 1.2.6).

<sup>50</sup>Salvo viéndose, consideraremos que los niños no tienen otros modos de verificar si tienen la frente sucia y asumiremos también que son “razonadores lógicamente impecables”. Ciertamente, las situaciones cotidianas son más complejas, pero por ahora nos basta esta idealización para ilustrar nuestro punto.

<sup>51</sup>Se han formulado otros problemas de interacción “lógica” entre niños u otros agentes que incluso se han puesto a prueba experimentalmente (véase, e.g., van Benthem, 2008). Hemos elegido éste por que ha sido ampliamente discutido en la literatura contemporánea (véase, e.g. van Benthem, 2006b; van Ditmarsch et al., 2007).

un mismo modo de representación de la información. Ahora bien, desde la perspectiva de quienes teorizamos, ¿podemos operar con una representación homogénea?

Al recurrir a la *lógica epistémica dinámica* esto habitualmente se modela recurriendo a marcos de Kripke y a un lenguaje proposicional clásico enriquecido con operadores epistémicos ( $K_i p$ : El agente  $i$  sabe que  $p$ ). En este contexto, los marcos kripkeanos pueden concebirse como grafos no dirigidos en los que cada vértice representa una situación epistémica (multiagente) posible y las aristas  $i$ -etiquetadas que los unen *relaciones de indistinguibilidad* de las situaciones para el agente  $i$ . Los eventos que generan cambios en la situación epistémica general se representan con una doble flecha sobre la cual se escribe la nueva información proporcionada por el evento. Para nuestro ejemplo, en cada vértice una secuencia de  $n$  bits nos indica quién sabe (1) o no sabe (0) si tiene la frente enlodada.

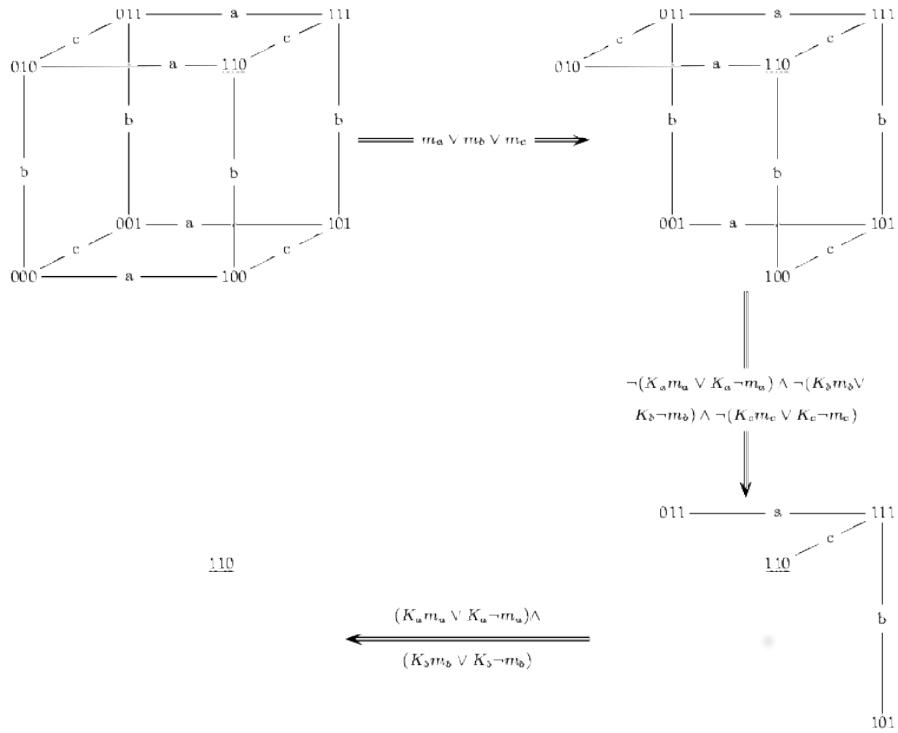
Estamos aquí ante otro tipo de heterogeneidad (grafos y fórmulas en un mismo espacio). Se puede aducir que este modelado podría “traducirse” estrictamente a una sola clase de enunciados teórico-conjuntistas; o a lo mucho a dos, las correspondientes a los niveles sintáctico y semántico. Grafos y flechas dobles serían meras “herramientas heurísticas”. La pregunta clave sería ¿para qué y por qué hacerlo? ¿sería conveniente hacerlo siempre? Se ha argumentado reiteradamente que el uso de diagramas al hacer argumentaciones induce a errores. Lo mismo puede argumentarse respecto a otro tipo de representaciones, si no se tiene cautela cuando se usan. ¿O acaso nos exime el uso de un lenguaje simbólico de cometer errores?

## La conjetura de Poincaré

Popularmente, se suele pensar que los problemas matemáticos conciernen tan sólo al cálculo de aburridas operaciones aritméticas expresadas en esotéricas formulas. Sin embargo, esto no es así. Algunos de los problemas más complejos de la matemática contemporánea no son aritméticos y su planteamiento pueden comprenderse recurriendo a descripciones y representaciones accesibles para los no especialistas.

Por otra parte, incluso los especialistas recurren a múltiples representaciones y descripciones para comprender (y resolver) los problemas que desean abordar. Un significativo problema —incluido en la lista de los siete problemas matemáticos del milenio— resuelto recientemente es la demostración de la conjetura de Poincaré. Intentaremos una brevísimas explicación de ella con el fin de mostrar la relevancia de la *heterogeneidad semiótica*, pero también apuntaremos hacia lo que hemos denominado *heterogeneidad discursiva*.

Dicha situación ya la vislumbramos de algún modo en el caso de los niños enlodados y en el de los puentes de Königsberg. En ambos, hay una formulación “cotidiana” del problema y formulaciones un poco más técnicas. Cada una de ellas —heterogéneas de por sí— obedece a ciertas



**Figura 1.14:** Diagrama de la resolución del problema de los “niños enlodados” (para  $m = 2$  y  $n = 3$ ) modelada mediante *Lógica Epistémica Dinámica*. Estos diagramas de transición entre modelos kripkeanos representan los cambios epistémicos en un entorno multiagente cuando se hacen “anuncios públicos” (Gráfico tomado de van Ditmarsch et al., 2007, p. 94).

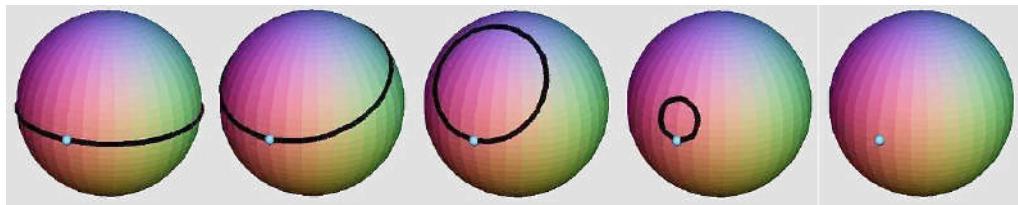
reglas de formación discursiva. Al vincular ambas formulaciones en un *tercer discurso* emerge una nueva forma de heterogeneidad sobre la que hablaremos en la próxima sección.

Así pues, ¿en qué consiste el problema —cuya resolución ameritó un premio de un millón de dólares a Grigory Perelman y que éste rechazó? La pregunta que expresa la conjetura formulada en el documento publicado por el Instituto Clay de Matemáticas (Carlson et al., 2006, p. 72) dice lo siguiente:

PREGUNTA<sup>52</sup>. ¿Si una variedad tridimensional compacta  $M^3$  tiene la propiedad de que cada curva cerrada simple en la variedad puede deformarse continuamente hasta un punto, se sigue de ello que  $M^3$  es homeomorfa a la esfera  $S^3$ ?

El documento del Instituto Clay a pesar de ser técnico es claro, sencillo, e incluye bocetos y fórmulas. Comienza, por ejemplo, describiendo el caso análogo para variedades bidimensionales, e incluye bocetos de las primeras tres variedades en  $\mathbb{R}^2$ . ¿Podríamos intentar explicar de la misma

<sup>52</sup>“QUESTION. If a compact three-dimensional manifold  $M^3$  has the property that every simple closed curve within the manifold can be deformed continuously to a point, does it follow that  $M^3$  is homeomorphic to the sphere  $S^3$ ?”



**Figura 1.15:** Contracción de un lazo a un punto en una 2-esfera (Imagen diseñada por Richard Morris, disponible bajo la licencia Creative Commons CC BY 2.5).

manera el problema a los no especialistas? Yo creo que sí. Además de los bocetos incluidos, se podría mostrar una representación de la contracción de una curva cerrada simple (un lazo) en la superficie de una esfera bidimensional (véase figura 1.15). Conveniente sería también ilustrar la noción de homomorfismo entre variedades (un mapeo que preserva “continuidad”). Un ejemplo trillado de esto, pero que no deja de ser bastante claro es la transformación de una taza en un dona (véase figura 1.16).

Por supuesto, para que la explicación tuviese sentido se requeriría señalar motivos. ¿Por qué interesa la contracción de esos lazos? ¿Por qué nos interesan las variedades tridimensionales? Para el lector puede ayudar saber que todo esto tiene que ver con los intentos de encontrar maneras de clasificar exhaustivamente todos los espacios y, por tanto, incluso el espacio o el universo donde vivimos. Esta es, de hecho, en parte, la estrategia seguida por el divulgador D. O’Shea (2008).

Comprendido el planteamiento y la relevancia del problema se puede explicar la estrategia de resolución, que llevó a los matemáticos al campo de la termodinámica; en particular a la descripción de *flujos de calor*. Con la guía adecuada, es probable que no sea difícil para el lector vincular esta noción, con la de homomorfismo. Desde una perspectiva general, la complejidad “lógica” de los principales planteamientos involucrados no es excesiva<sup>53</sup>. Las principales dificultades residen en la falta de familiaridad con las nociones involucradas y con la dinámica del discurso matemático, o más bien, con los distintos *géneros discursivos* usados por los matemáticos.

---

<sup>53</sup>Esto no quiere decir que sean matemáticamente triviales o que no sea un desafío comprender los detalles técnicos relevantes.



**Figura 1.16:** Homeomorfismo entre una taza y una dona.



**Figura 1.17:** Portada del 22 de diciembre de 2006 de la revista de novedades científicas *Science*, publicada por la American Association for the Advancement of Science (AAAS). Los editores estiman tener aproximadamente un millón de lectores. El artículo de dos páginas sobre la demostración de la Conjetura de Poincaré fue escrito por Dana Mackenzie. La imagen fue elaborada por Cameron Slayden de [cosmocyte.com](http://cosmocyte.com) con datos proporcionados por Robert Sinclair

### 1.3.5. Heterogeneidad discursiva

El término “discurso” apunta vagamente a los sedimentos significativos de múltiples interacciones e incluso a las interacciones mismas en un complejo espacio sociocultural. Recurrir a la noción de “lenguaje” para precisar el término como “el *uso de lenguaje* en diversos contextos” (Cf. Bhatia, 2004) no resulta menos problemático. Así que sin comprometerse, ni siquiera heurísticamente, con esa abstracción teórica —el *lenguaje*— podemos hablar, de manera algo foucaultiana (Foucault, 1971), de un *decir situado*, sujeto a distintas restricciones. Este *decir* no se restringe al *hablar*, o a sus “transcripciones” —en absoluto isomórficas (Cf. Ong, 1982; Gelb, 1952)—, sino que se

abre a una amplia gama de procedimientos para *significar*<sup>54</sup> y *repercibir*<sup>55</sup> en los espacios donde se interactúa. La escritura, por ejemplo, con todas las peculiaridades de su materialidad se encuentra condicionada tanto por las herramientas tecnológicas, como por los arreglos institucionales que la hacen posible; todo ello contribuye a la constitución de un *orden del discurso*.

Es posible reconocer estabilidades, patrones textuales y de interacción recurrentes que ocurren en marcos contextuales semejantes, a los que siguiendo a Hengst y Miller (1999) denominaremos *géneros discursivos*:

los géneros no son plantillas lingüísticas que la gente adquiere, sino prácticas sociales complejas en las que la gente se involucra y transforma [...] denotamos esta perspectiva de prácticas con el término *géneros discursivos*.<sup>56</sup> (Hengst y Miller, 1999, p. 325) [italicas nuestras]

Estas “totalidades” —o “escansiones” del discurso diría Foucault— son no sólo sensibles, sino permeables al contexto, e incluso lo incorporan, transformándose sincrónicamente y diacrónicamente.

Aunque se conceptualicen como totalidades genéricas, los géneros discursivos al usarse no aparecen como paquetes nítidamente cerrados, emergen más bien de las complejidades de las interacciones situadas históricamente. Las trazas de los géneros discursivos se decantan en los varios elementos que conforman las interacciones comunicativas —incluyendo a los participantes particulares y sus posturas, palabras y frases, los marcos de participación, el entorno físico, herramientas materiales, metas, etc.<sup>57</sup> (Hengst y Miller, 1999, p. 326)

Los géneros parecen mucho más estables y se enfatiza su dimensión normativa cuando uno se aproxima a ellos desde tradiciones como la retórica, la enseñanza contemporánea de idiomas con propósitos específicos<sup>58</sup>, algunas vertientes de la lingüística aplicada y ciertas estrategias de análisis del discurso. No adjetivaremos al término “género” como “discursivo” cuando nos interese referirnos a esta noción tradicional o queramos subrayar su “integridad” y “tenacidad”. Señala V. Bhatia:

---

<sup>54</sup>Consideré la *heterogeneidad semiótica* a la que aludimos en la sección precedente.

<sup>55</sup>Por lo menos, en el sentido de una teoría compleja de *actos de habla*, pero podrían conceptualizarse las repercusiones alternativamente.

<sup>56</sup>“genres are not linguistic templates people acquire, but complex social practices people engage in and transform [...] we signal this practice perspective with the term discourse genres.”

<sup>57</sup>“Although conceptualized as generic wholes, discourse genres do not appear in use as neatly bounded packages, but rather emerge out of the complexities of socially and historically situated interactions. Traces of discourse genres are sedimented in the varied elements that comprise communicative interactions —including particular participants and their stances, words and phrases, participation frameworks, physical surroundings, material tools, goals, etc.”

<sup>58</sup>En particular la tradición ESP (*English for Specific Purposes*).

El aspecto más importante del género es que es reconocible y suficientemente estandarizado; se basa en un conjunto de convenciones mutuamente accesibles que comparten la mayoría de los miembros de una organización profesional, académica o institucional.<sup>59</sup> (Bhatia, 2004, p. 53)

No obstante, se reconoce la tensión que existe entre la sujeción a las “convenciones” y las tendencias innovadoras que, en especial promueven los agentes que han adquirido una mayor pericia conforme al canon y juegan un rol destacado en determinada comunidad. Con fines analíticos, el trastocamiento<sup>60</sup> de las *integridades genéricas* puede a su vez clasificarse (véase Bhatia, 2010, 2004). Los géneros pueden incrustarse, mezclarse, flexionarse, ser colonizados, etc.; es a dicho trastocamiento, que se encuentra siempre en cierres, al que hemos decidido llamar *heterogeneidad discursiva*. Nos preceden con un uso similar Hengst y Miller (1999), siguiendo al filósofo ruso Mikhail Bakhtin (1986):

La complejidad de las interacciones situadas, en tanto que las trazas constituyen puentes entre múltiples trayectorias históricas y sociales, significa que cualquier momento de una interacción puede conformarse en múltiples formas genéricas. Bakhtin se refirió a esta complejidad como *la ubicua heterogeneidad de las interacciones comunicativas*.<sup>61</sup> (Hengst y Miller, 1999, p. 327)

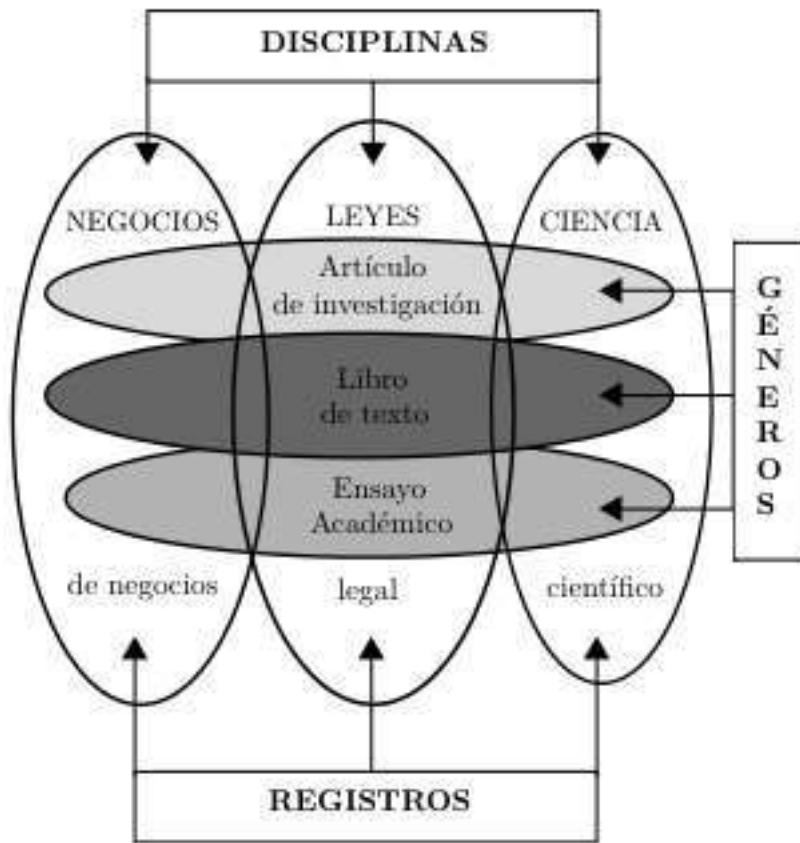
Incluso si nos mantenemos al margen de cualquier tipo de hibridación, Bakhtin (1986) enfatizó que la cantidad y diversidad de géneros no se encuentra limitada, en tanto que no se pueden especificar exhaustivamente las posibilidades del quehacer humano. Se puede, sin embargo, organizar esta diversidad o dar cuenta *a posteriori* de los patrones de proliferación genérica recurriendo, por ejemplo, a las peculiaridades de prácticas disciplinarias, intencionalidades (individuales y colectivas), características textuales y factores contextuales.

Observando la producción escrita de textos, en distintos contextos, autores como Bhatia (2004) han mostrado que resulta conveniente identificar algunos géneros transdisciplinarios; es decir, aunque cada comunidad disciplinar suele producir instancias genéricas únicas, muchas de ellas son análogas, o adaptadas de las producidas por otras comunidades. Ejemplos de esto son la producción de *libros de texto*, los *artículos de investigación* (publicados en revistas especializadas) o los *ensayos*

<sup>59</sup>“The most important aspect of genre is that it is recognizable and is sufficiently standardized; it is based on a set of mutually accessible conventions which most members of a professional, academic or institutional organization share.”

<sup>60</sup>En términos cercanos al tipo de competencia requerida por los agentes que llevan a cabo estos procedimientos, Bhatia (2010) habla de “apropiación de recursos genéricos”.

<sup>61</sup>“The complexity of situated interactions, as traces bridge multiple historical and social trajectories, means that any moment of interaction can potentially be cast in multiple generic forms. Bakhtin referred to this complexity as the pervasive heterogeneity of communicative interactions.”



**Figura 1.18:** Ejemplo de *registros*, *géneros* y *disciplinas* en el discurso académico. [Traducido y adaptado de (Bhatia, 2004, p. 36)]

académicos<sup>62</sup> (Véase figura 1.18). Según este especialista en ESP, en cada disciplina se puede observar también cierto tipo de *registro* que prevalece en los géneros usados por los miembros de dicha comunidad disciplinar; esto es, una preferencia por determinado léxico, formas gramaticales y estrategias retóricas.

Todo esto resulta especialmente relevante para nuestro trabajo; pues la dimensión comunicativa del quehacer tecnocientífico y su comunicación pública se expresan genéricamente. Hay ciertos géneros (escritos y orales) pre-establecidos pero hay interesantes posibilidades de articular nuevas formas genéricas de acuerdo a diversos fines. Para mejorar las estrategias de comunicación pública, entre otras cosas, conviene hacer hibridaciones de los géneros científicos y aquellos con los que la comunidad no especializada se encuentra familiarizada (Por ejemplo las formas teatrales, la novela, el *comic*, los chistes, la poesía, etc.). Cada uno de estos géneros, a su vez, puede exhibir

<sup>62</sup>Este tipo de “ensayos” obedecen a un rígido canon que raramente conserva la flexibilidad y el espíritu abierto de quien se ha considerado el inventor del género “Ensayo”, Michel de Montaigne. A pesar de ello, encontramos ensayos académicos en los que los autores despliegan gran creatividad e ingenio y también es claro que la apertura y flexibilidad no bastan para escribir un buen ensayo en el sentido de Montaigne. Para una discusión más amplia y puntual sobre las peculiaridades del género “Ensayo” véase Gómez-Martínez (1992).

distintos grados de *heterogeneidad semiótica*. Considere, por ejemplo, un *comic* o “*novela gráfica*” de ciencia ficción en el que se aborde seria y usando una retórica retrospectiva algún desarrollo científico —digamos un entorno futurista donde se usen computadoras cuánticas y en el que se hable sobre su concepción acaecida a fines del siglo XX. En lógica matemática encontramos en el sector editorial casos destacados de *géneros discursivos híbridos* como los libros de Raymond Smullyan y el libro ganador del premio Pulitzer en (1979), *Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid* de Douglas Hofstadter; sobre ellos hablaremos en la sección 3.3. En un caso reciente (Junio 2015) de corte más efímero que pudimos apreciar directamente en un evento llevado a cabo en la ciudad de Groningen (Véase figura 2.3) se recurrió a la danza, la música y las artes visuales, articuladas con una “descripción didáctica” esclarecedora del concepto de *materia oscura*.

Ahora bien, estos ejemplos de *géneros discursivos* son sin duda dignos de análisis, pero la comunicación pública tanto del quehacer científico como el filosófico va más allá de la producción de hibridaciones genéricas. Ahondaremos al respecto en el siguiente apartado.

## Capítulo 2

---

# La comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico (CPQTF)

---

## 2.1. Tres sentidos de lo público

Antes de revisar propiamente algunos de los trabajos que han buscado esclarecer en qué consiste la *comunicación pública de la ciencia*, o el *quehacer tecnocientífico*<sup>1</sup>, nos parece pertinente considerar suintamente cómo se ha comprendido *lo público* desde una tradición democrática liberal e ilustrada.

En diversos trabajos, [Rabotnikof \(2005, 2008\)](#) elucida cuidadosamente y hace una genealogía de dicha noción<sup>2</sup>. Busca en particular trazar el desplazamiento de lo *publico-estatal* a lo *público-social*. Al hacerlo, distingue tres sentidos relevantes para nuestros propósitos [itálicas nuestras]:

1. Lo público como lo que es *de interés o de utilidad común* a todos.
2. Lo público como lo que es y se desarrolla a la luz del día, *lo manifiesto y ostensible*.
3. Lo público como lo que es *de uso o accesible para todos*, abierto.

Cada uno de ellos se perfila en contraposición a otras nociones; a saber, el primero, respecto al *interés privado*, individual; el segundo respecto a lo secreto, *lo reservado*, lo que se oculta, aquello de lo que no se puede hablar; en tanto que el último sentido se contrapone a lo que es *de uso, o incluso susceptible de apropiación, particular* (y exclusiva), lo “cerrado”.

---

<sup>1</sup>Si es que asumimos un enfoque centrado no en saberes codificados proposicionalmente sino en prácticas (véase, e.g. [Echeverría, 1995](#)).

<sup>2</sup>Expresiones directamente relacionadas con esta indagación pero con diversos matices son: el *espacio público*, o la *esfera pública*. No es relevante para los objetivos medulares de este proyecto distinguir este tipo de connotaciones.

Estos sentidos pueden entrelazarse de diversos modos; de tal manera que lo público en un sentido no lo es necesariamente en otro. Sin embargo, en un momento dado, Rabotnikof se pregunta por las peculiaridades y viabilidad de esa coordenada conceptual donde confluyen *lo común, lo visible, y lo accesible*.

Dados nuestros fines, nuestras elucidaciones previas sobre prácticas comunicativas y los planteamientos de Rabotnikof ¿cómo tratar a los quehaceres tecnocientíficos y filosóficos? ¿Qué sentido no trivial otorgar, o cómo ubicar en este espacio tridimensional, a la frase “comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico” (CPQTF)? Consideremos inicialmente al quehacer tecnocientífico.

Con respecto al primer vector perfilado, es indudable que éste ha transformado e incide en nuestra cotidianeidad. De distintas maneras, tanto el bienestar común como el privado están en juego y diversos autores (véase, e.g., Arellano et al., 2015; Echeverría, 1995; Cereijido, 1994; Bucci, 2008) han señalado lo relevante que resulta tener esto en cuenta para, a su vez, incidir favorablemente en el devenir de este quehacer; regulándolo incluso de algún modo —no de manera caprichosa o autoritaria, sino tras llevar a cabo los esclarecimientos y discusiones pertinentes conforme a los criterios aceptados por una determinada comunidad.

En relación directa con el segundo sentido, desde un punto de vista normativo, ¿conllevaría lo anterior “transparentar” al máximo la logística de estos quehaceres y los “conocimientos” o “información” que producen? Se podrían esgrimir argumentos en sentido contrario. Se puede aducir que el bien común (o la utilidad privada) puede requerir, o ha requerido, en algunos casos, restringir la difusión de información de carácter tecnocientífico<sup>3</sup>. ¿Cómo saber entonces qué información tendría que considerarse reservada y cuál no? ¿Quién determina o quién *debería* determinar esto? ¿Cómo? No hay una respuesta simple a estas cuestiones y no pretendemos aquí ofrecer alguna.

Considerando el último sentido, más allá de la pertinencia de hacer *visible* o “mostrar” con granularidad variable lo que se hace o produce en términos tecnocientíficos, cabe preguntarse sobre los criterios para garantizar (1) tanto la *accesibilidad plena*<sup>4</sup> a la información tecno-científica, como (2) las oportunidades de participar en la dinámica de estos quehaceres, sin que esto implique convertirse en un miembro más de una determinada comunidad tecno-científica. En general, podemos hablar aquí del fomento de condiciones que posibiliten, a los no especialistas, una *apropiación* de los saberes inherentes a ciertas prácticas tecno-científicas y de condiciones que aumenten la permeabilidad del quehacer tecnocientífico a los saberes de los no especialistas<sup>5</sup>.

---

<sup>3</sup>Las investigaciones realizadas con motivos bélicos son un ejemplo típico y controversial.

<sup>4</sup>Con este término pretendo apuntar no sólo a la disponibilidad de la información, sino también a posibles mecanismos y estrategias de “apertura” o rutas de elucidación para las expresiones esotéricas presentes en los géneros discursivos inherentes a las diversas prácticas tecnocientíficas.

<sup>5</sup>Las nociones de *especialista* o *no especialista* son, por supuesto, relativas. Un individuo suele ser especialista respecto a una cuestión y no serlo respecto a otra. Por ende, los roles que dicho individuo juega en distintos debates y proyectos es diverso. Lamentable resulta asumir, usualmente sin percatarse de ello, dos posturas extremas: pretender que

Así pues, si esbozamos una concepción de la *comunicación pública de los quehaceres tecnocientíficos* teniendo en cuenta los sentidos elucidados de *lo público*, ésta no puede consistir meramente en recurrir al lenguaje vernáculo para “difundir”, “popularizar”, o “divulgar” de manera condescendiente al “público no especialista” un conjunto acotado de contenidos proposicionales identificados, de manera simplista, con un determinado “saber” o “conocimiento” científico.

Con un sesgo normativo, el tipo de comunicación que buscamos caracterizar consiste, entre otras cosas, en (1) promover y contribuir en el *espacio público* a la discusión sobre la relación que existe entre los quehaceres tecnocientíficos y el bienestar común y privado; (2) procurar mostrar, a las comunidades para las que pudiesen ser relevantes, el decurso de las investigaciones y trabajos tecnocientíficos que actualmente se llevan a cabo, señalando no sólo supuestos logros, sino motivos, problemas abiertos, desafíos, perplejidades, enfoques contrapuestos e incluso impresiones estéticas y emotivas; (3) ampliar y mejorar las oportunidades que los no especialistas pueden tener para participar en la dinámica regular del quehacer tecnocientífico y, en un momento dado, lograr una apropiación de los saberes inherentes a estos quehaceres que les permita transformar, con autonomía, sus prácticas en otros ámbitos.

Algo análogo podría señalarse respecto al quehacer filosófico en tanto práctica institucional especializada. No entraremos en ese álgido debate, ni tampoco nos detendremos a explorar las múltiples y diversas indagaciones que con lucidez localizan la presencia o la necesidad de dicho quehacer fuera de las lindes académicas. No obstante, consideramos pertinente destacar que el tipo de comunicación pública que estamos esbozando requiere apelar, innegablemente, a esclarecimientos filosóficos. Y no sólo eso, requiere también, propiciar el quehacer filosófico dentro y fuera de los entornos académicos. Por ello es que hemos decidido agregar el conyunto “y filosófico” a la frase “comunicación pública del quehacer tecnocientífico”.

## 2.2. Modelos de comunicación pública de la ciencia

### 2.2.1. Los modelos tradicional y continuo

Los estudios formales sobre la comunicación pública de la ciencia (CPC) no tienen una larga historia. Bucci (2008) reporta, por ejemplo, que la revista académica especializada *Public Understanding of Science* comenzó a publicarse en 1992, mientras que la tradición de CPC se puede rastrear hasta el siglo XVIII y los rudimentos de la comunicación entre pares que derivó en el actual sistema de publicaciones científicas arbitradas los encontramos en el siglo XVII (Cope y Philips, 2009).

Ahora bien, a pesar de su relevancia y de lo crucial que puede resultar para quienes buscan consolidar una “carrera” en el ámbito científico (o académico), es importante no identificar apresuradamente que un individuo puede sólo tener una participación relevante en su campo de especialidad, o pretender que su “pericia” o “autoridad” le permiten jugar exactamente el mismo rol en todos los contextos.

13

PHILOSOPHICAL  
TRANSACTIONS:  
GIVING SOME  
ACCOMP'T  
OF THE PRESENT  
Undertakings, Studies, and Labours  
OF THE  
INGENIOUS  
IN MANY  
CONSIDERABLE PARTS  
OF THE  
WORLD.

---

Vol I.  
For Anno 1665, and 1666.

---

In the SAVOY,  
Printed by T. N. for John Martyn at the Bell, a little with-  
out Temple-Bar, and James Allestry in Duck-Lane,  
Printers to the Royal Society.

Presented by the Author May 30<sup>th</sup> 1667.

**Figura 2.1:** Portada del volumen 1 de la revista *Philosophical Transactions of the Royal Society*, establecida en 1665. Fue la primera revista a nivel mundial dedicada exclusivamente a la ciencia. La portada fue elaborada por Henry Oldenburg y la imagen fotográfica liberada al dominio público el 30 de octubre de 2014 por la Royal Society, vía Wikimedia Foundation, Inc., sujeta a la licencia *Creative Commons Attribution 4.0 International*.

damente el meollo del quehacer científico con la publicación en revistas especializadas, ni la CPC con la proliferación de productos editoriales de “divulgación científica” o con las intervenciones de científicos y menciones a la ciencia en los medios masivos de la comunicación. Como indican los estudios de las últimas décadas sobre estas cuestiones (Bucci, 2008), caracterizaciones de esta naturaleza suelen encontrarse asociados a modelos comunicativos burdos y a concepciones ideológicas de la ciencia. Prevalece, en particular, una *concepción difusiónista, deficitaria y paternalista* de la CPC.

Dicha concepción, sobre la cual hablaremos un poco más y que, siguiendo a Bucci (2008), denominaremos la *concepción tradicional o deficitaria* de la CPC se reforzó, a partir de los complejos desarrollos de la física a principios del siglo XX y de la difusión en medios masivos de algunas declaraciones de científicos que exageraban las dificultades para comprender las teorías científicas<sup>6</sup>.

El *modelo tradicional* de la CPC supone que los científicos tienen un saber que requiere simplificarse y “transportarse”, mediante los canales apropiados, a un público ignorante. Dicha tarea de simplificación y transporte unilateral puede ser llevada a cabo por los mismos científicos o por mediadores (personas o instituciones), los *divulgadores*; estos podrían no ser científicos sino periodistas o algún otro tipo de “profesionales de la comunicación” que, a pesar de no ser expertos en ciencia, cuentan, en principio, con una “educación” un poco más sofisticada que aquellos a quienes se dirigen.

Este modelo —que ha pretendido usarse descriptiva y prescriptivamente— no resiste ni la más superficial de las críticas. Pues, para empezar, quienes constituyen el público no especialista se encuentran lejos de ser entes pasivos e ignorantes y tampoco resulta en absoluto claro qué significa que el conocimiento sea transportable o en qué consistiría su simplificación sin tergiversación. De hecho, una amplia gama de elucidaciones empíricas y filosóficas sobre la diversidad y la naturaleza del conocimiento nos muestran como la sofisticación de los saberes no científicos se encuentra lejos de ser menor (véase, e.g., Davidson, 2001; Villoro, 1994).

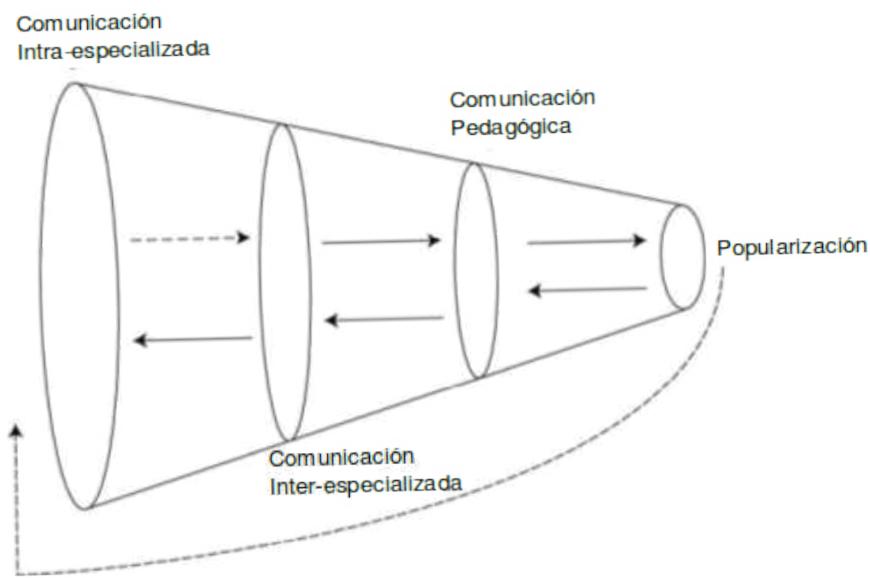
Un *modelo continuo*, análogo a primera vista, pero que cuenta con una mayor adecuación descriptiva se ha formulado a partir de las críticas al *modelo tradicional* (Bucci, 2008). El *modelo continuo* apela a una “secuencia regular” de contextos comunicativos en los que los expertos interactúan con distintos agentes epistémicos y pretende mostrar, tanto la ruta de constitución de los “hechos”<sup>7</sup> y “teorías” científicos, como la de su popularización.

La comunicación entre expertos que trabajan en un mismo campo de especialización se encuentra sujeta a determinados cánones (*comunicación intra-especializada*), mientras que la que tiene lugar

---

<sup>6</sup>Un caso destacado es el enfásis dado por el *New York Times* a una declaración atribuida al físico Albert Einstein en la que éste señalaba que sus teorías sólo *podían* ser comprendidas, cuando mucho, por una docena de personas en el mundo —caso referido en (Bucci, 2008).

<sup>7</sup>Al respecto, obras pertinentes para precisar el tipo de evidencia empírica que podría respaldar estas aseveraciones son las de autores como L. Fleck, B. Latour, o G. Bachelard.



**Figura 2.2:** La comunicación científica como un *continuo* (Bucci, 2008)[Traducción propia].

entre profesionales de especialidades aledañas (*comunicación inter-especializada*) conlleva procedimientos análogos que, sin embargo, requieren ajustes de diversos órdenes (semánticos, pragmáticos, etc.)<sup>8</sup>.

Se hace también un ajuste cuando la comunicación tiene lugar en un contexto educativo institucional típico (*comunicación pedagógica*). Y salvo que se trabaje con una concepción de los procesos enseñanza-aprendizaje radicalmente crítica, ésta suele adquirir, en tales situaciones, un talante fuertemente dogmático. La presencia de tal dogmatismo, con el que nosotros no simpatizamos, no solamente es señalado, sino también defendido por diversos científicos y filósofos (véase e.g., Echeverría, 1995).

Por último, los cánones de comunicación con el público (*popularización*), sin exigir de éste un aprendizaje rígido e incorporando o favoreciendo quizás aspectos estéticos y lúdicos, mantendrían algunas similitudes con los cánones de la *comunicación pedagógica*.

La conjeturada *simplificación* —o incluso tergiversación— *epistemológica* inherente al *modelo tradicional* parecería aquí más bien una especie de secuencia de transformaciones de orden hermenéutico que tendría en cuenta parcialmente los intereses y perspectivas de los distintos agentes involucrados en cada contexto. A cada contexto parecería corresponder también a un conjunto de *géneros discursivos* (véase sección 1.3.5) determinados y *canales institucionales de comunicación* preferentes (por ejemplo, revistas arbitradas y congresos para los especialistas; libros de texto y

<sup>8</sup>Más detalles en lo que respecta a diferencias discursivas pueden consultarse en la sección 1.3.5.

clases para los estudiantes; libros de divulgación, revistas populares, programas audiovisuales y museos para el público en general).

## 2.2.2. Desviaciones, diálogo y participación comprometida

Los modelos mencionados en la sección precedente no permiten dar cuenta de otro tipo de interacciones comunicativas relacionadas con el quehacer científico que también tienen lugar en el *espacio público*. No es extraño, por ejemplo, que los expertos hagan declaraciones en algún medio masivo de comunicación con un fin allende a la “divulgación” desinteresada o “pedagógica”.

Ciertas declaraciones mediáticas buscan alcanzar simultáneamente a diversas audiencias para incidir ya sea, en la reformulación de las agendas de investigación, o en las condiciones que permiten desarrollar una investigación particular —buscando, por ejemplo, respaldo para conseguir financiamiento adicional, para disponer de recursos públicos o para ejecutar determinados procedimientos. También se suelen usar canales y géneros discursivos diferentes a los tradicionales para comunicarse más eficazmente con audiencias específicas —e.g., con una gran cantidad de expertos de varias especialidades relevantes para alguna investigación— o buscando ciertos efectos perlocutivos<sup>9</sup> sin tener que sujetarse a determinados protocolos.

M. Bucci denomina a este tipo de estrategias o procedimientos comunicativos, *desviaciones*, en tanto que se alejan de la ruta estándar de popularización perfilada por el *modelo continuo*.

Sin duda, la atención pública que despiertan algunas investigaciones dadas sus posibles consecuencias prácticas es mayor a la que despiertan otras. Ello propicia una mayor cantidad de *desviaciones*. Ejemplos de casos contemporáneos prominentes son las investigaciones en los campos de la biotecnología, los estudios sobre el clima, la inteligencia artificial, o las tecnologías de la información<sup>10</sup>.

Ahora bien, el grado en que agentes no expertos llegan a estar involucrados en algunas indagaciones conlleva no sólo desviaciones excepcionales sino una dinámica dialógica que va más allá del tratar a estos agentes como proveedores pasivos de datos o evidencia empírica ocasional detrás de indicadores estadísticos. Algunos especialistas en CPC hablan de *co-producción* del conocimiento. En dichos casos se tienen en cuenta los valores, conocimientos y competencias del lego, aunque suele prevalecer una jerarquía que continúa otorgando al saber científico mayor valía respecto a diversos indicadores axiológicos, tales como la solidez epistemológica.

---

<sup>9</sup>Usamos este término en el sentido clásico acuñado por filósofos del lenguaje como J.L. Austin y J. Searle.

<sup>10</sup>En este último campo resulta digno de consideración el proyecto de comunicación pública que representa el *blog* “Freedom to tinker: research and expert commentary on digital technologies in public life”, apoyado por el *Center for Information Technology Policy* de la Universidad de Princeton. A manera de ejemplo, entre los múltiples artículos significativos que se han publicado en este sitio podemos mencionar “How is NSA breaking so much crypto?” publicado el 14 de octubre de 2015 y que aborda el álgido problema de las vulnerabilidades en las implementaciones que protegen la privacidad de la transmisión privada de información vía electrónica ante las intervenciones gubernamentales.

Esta dinámica de comunicación es radicalmente distinta a la de las estrategias y procesos que, de arriba-abajo [*top-down*], buscan educar a un público ignorante. Sus características se han consignado en otro modelo de CPC, el *modelo de diálogo*, obteniendo mayor adecuación descriptiva y fomentando una cultura científica de responsabilidad social. Se puede incluso hablar de un *modelo de participación comprometida* cuando no se recurre a la dicotomía ciudadano/experto para conformar clases excluyentes o para otorgar, *a priori*, en lo que concierne a decisiones de ámbito público un mayor peso a la opinión de los segundos.

Cada uno de estos modelos puede ser interpretado tanto descriptiva como normativamente y no es difícil percibirse que el esclarecimiento de distintas situaciones o la necesidad de propiciar interacciones más razonables en determinadas circunstancias puede requerir apelar, de manera concomitante, a más de uno de ellos; aunque uno sea el modelo “dominante”. Consideremos, por ejemplo, cuán distintas son las dinámicas de comunicación pública que conllevan las investigaciones sobre precariedad laboral, los alimentos transgénicos, el VIH (Virus de la Inmunodeficiencia Humana) o el VPH (Virus del Papiloma Humano), la criptografía, la astrofísica, o problemas en “matemáticas puras” como la demostración del último teorema de Fermat (véase [Singh, 2003](#)) o la conjetura de Poincaré.

## 2.3. Un modelo crítico y complejo de la CPQTF

Considerando la discusión de los apartados previos, M. Bucci sugiere comprender la dinámica de la comunicación pública de la ciencia usando un marco multi-modelos. En este marco, cada modelo se encuentra asociado a procesos y contextos paradigmáticos que, no obstante, pueden ser variables.

En un marco de esta naturaleza, la ciencia no se concibe como un conjunto abstracto de conocimientos, sino como un quehacer colectivo sujeto a plurales tensiones axiológicas. Valga aquí justo entonces la substitución crítica del término *ciencia* por *quehacer científico*; y, siguiendo a ciertos autores que enfatizan su vínculo con el quehacer tecnológico (e.g. [Echeverría, 1995](#)), podríamos incluso referirnos al *quehacer tecnocientífico*.

Queda claro, pues, que la *comunicación pública del quehacer tecnocientífico* (CPQT) entraña una complejidad que trasciende por mucho los tradicionales modelos de divulgación de cariz tecnocrático.

Más aún, cabe incluir aquí al quehacer filosófico, por lo menos en tres sentidos. En primera instancia, en tanto que un considerable número de investigaciones filosóficas académicas comparten rasgos estructurales con muchas investigaciones científicas tradicionales (son auspiciadas por universidades o institutos de investigación, recurren a publicaciones arbitradas para comunicar sus “resultados”, involucran en ocasiones a otros agentes no expertos, etc.). En segunda, no pocas

Modelo comunicativo	Énfasis	Modelo dominante de CPC	Objetivo	Contextos ideológicos
de transferencia, popularización, unidireccional, uniocasional	Contenido	Déficit	Transferencia de conocimiento	Cientificismo, tecnocracia, retórica de la “Economía del conocimiento”
de consulta, negociación, bilateral, iterativo	Contexto	Diálogo	Discusión de las implicaciones de la investigación	Cultura de la responsabilidad social
de co-producción del conocimiento, desviación, multi-direccional, abierto	Contexto y contenido	Participación	Fijar los objetivos, formular la agenda de investigación	Democracia, Ciencia cívica

**Cuadro 2.1:** Marco multi-modelos de comunicación de la ciencia-  
(Adaptado de Bucci, 2008).

investigaciones científicas —en especial, las denominadas interdisciplinarias, multidisciplinarias o de frontera— generan debates filosóficos; por lo regular, pero no exclusivamente, de carácter epistemológico. Por último, en tanto que los diversos modelos de CPC presentados —en particular los últimos— conllevan procedimientos críticos y estrategias comunicativas transdisciplinarias que se han considerado típicamente “filosóficos” —la etiqueta precisa quizá no importa tanto, como el reconocimiento de la especificidad de procesos dialógicos no restringibles a una comunidad de expertos.

Reconsiderando ahora la discusión sobre *lo público* de la sección 2.1, podemos perfilar una noción bastante amplia y robusta de la *comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico* (CPQTF)<sup>11</sup>. Concretamente, en cada modelo paradigmático del marco de M. Bucci encontramos, en distinta medida, una impronta clara de los tres sentidos de *lo público* elucidados por Rabotnikof (2008, 2005). A su vez, de manera análoga, a lo que sucede con el carácter dominante de uno u otro modelo en distintos contextos, en ellos prevalece también un sentido de *lo público* u otro. Ahora bien, aunque nos parece obvio, consideramos importante aclarar que dicha analogía no supone una correspondencia uno-a-uno.

No menos obvio, e igualmente importante, resulta observar el uso de distintos *géneros discursivos* (véase sección 1.3.5) en cada uno de estos contextos; algunos canónicos, otros híbridos y emergentes.

<sup>11</sup>De manera precipitada, se podría aducir que dicha caracterización es tan genérica que resulta menos “útil” que una concepción tradicional ingenua de la CPC. Hay algo de razón en ello; la propuesta que deseamos esquematizar pretende trascender el criterio de utilidad tecnocrático.



**Figura 2.3:** Ejercicio de CPC mediante un género discursivo híbrido. Esta ejecución pretendía contribuir a la comprensión por parte del público del concepto físico de “materia oscura”. Se llevó a cabo el 6 de junio de 2015 en *De nacht van kunst & wetenschap 2015 [La noche del arte y la ciencia 2015]*, organizada por la Universidad de Groningen (RUG) en los Países Bajos. Descripción verbal elaborada por el Prof. dr. S. Hoekstra, profesor asociado de física atómica y molecular de la RUG; coreografía, compañía de danza Club Guy & Roni; música, Jan Klug; iluminación, Collectief WERC; fotografía, Knelis.

No es raro, de hecho, que se recurra a estos últimos en casos tradicionales de popularización (véase, e.g., Figura 2.3); no obstante, a pesar de su eficacia, sofisticación y carácter interactivo es importante no perder de vista que tales propuestas comunicativas suelen encontrarse acotadas por un modelo tradicional de CPC y no necesariamente inciden de manera significativa en las investigaciones en curso.

Una última observación sobre la caracterización de la CPQTF que estamos haciendo concierne a su dimensión educativa. Ésta no es equivalente a la comunicación pedagógica, ni tampoco se puede extender llanamente a procesos de popularización. Familiarizar a miembros de una comunidad con las minucias (o generalidades) de un determinado saber tecnocientífico o filosófico relevante para sus proyectos de vida es una tarea educativa importante, pero también lo es familiarizarse con los diversos mecanismos de participación ciudadana que, teniendo en cuenta sus valores e intereses, les permiten incidir significativamente tanto en los quehaceres científicos como filosóficos. Por ello, resulta deseable articular a la CPQTF con paradigmas educativos —como el que exploraremos de manera sucinta en el siguiente capítulo— que fomenten la autonomía, la cooperación y las actitudes críticas.

Atinadamente señala Bucci (2008):

La comunicación no es sólo una herramienta técnica que funciona al interior de una determinada ideología de la ciencia y su rol en el desarrollo económico y el progreso social. En lugar de ello tiene que ser reconocida como una de las dinámicas cruciales en el núcleo de esos procesos co-evolutivos [...], redefiniendo con ello los sentidos de la ciencia y lo público, el conocimiento y la ciudadanía, el saber experto y la democracia.<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup>“communication is not simply a technical tool functioning within a certain ideology of science and its role in economic development and social progress, but has to be recognised as one of the key dynamics at the core of those co-evolutionary processes (Nowotny et al. 2001; Jasanoff 2004, 2005), redefining the meanings of science and the public, knowledge and citizenship, expertise and democracy.”



## *Capítulo 3*

---

# **Educación no escolarizada y CPQTF**

---

### **3.1. Recuperación de planteamientos de Iván Illich**

En ocasiones se pasa por alto que gran parte del aprendizaje humano tiene lugar de manera casual y que todo proyecto educativo planificado tiene una naturaleza ético-política. Las instituciones educativas modernas y la educación básica obligatoria en las democracias liberales occidentales son un contingencia histórica. Las críticas a dichas instituciones, así como el reconocimiento de las repercusiones que ha tenido su operación para la conformación de nuestro entorno social e incluso nuestra subjetividad<sup>1</sup> contemporáneos, no son algo novedoso. Tampoco lo son los intentos por salvar el espíritu del proyecto educativo ilustrado de los efectos perniciosos de implementaciones torpes. ¿Pero reside el meollo de la cuestión en las implementaciones o en el proyecto ilustrado mismo?

Evitaremos involucrarnos y perdernos aquí en esa amplia y abigarrada familia de discusiones entrelazadas que han sido colocadas bajo un mismo estanco con la etiqueta (de corte académico) “debate modernidad-posmodernidad”. No obstante recuperaremos las observaciones de un pensador austríaco —crítico de la institucionalización absurda del progreso y el progreso mismo— que se mantuvo en los márgenes de la academia y residió de manera regular en México desde principios de la década del 60 del siglo XX hasta principios de la década del 80: Iván Illich<sup>2</sup>.

Este pensador no fue sólo un denunciante más del “curriculum oculto”, prevaleciente en las escuelas, que traiciona a los “ideales ilustrados”:

Incuestionablemente, el proceso educativo se beneficiará de la desescolarización de

---

<sup>1</sup>Véase, e.g., la reciente recuperación del trabajo de filósofos como Adorno y Horkheimer, Foucault, Sloterdijk y Heidegger hecha por Portillo-McNally (2016) para cuestionar la actual formación artística gestionada por la Facultad de Bellas Artes de la UAQ —una crítica que bien se puede extender a la formación de otros “universitarios”.

<sup>2</sup>Dos reconocidos epígonos mexicanos de Iván Illich, y que sin embargo guardan diferencias idiosincráticas entre sí, son los escritores Gabriel Zaid (véase, e.g. Zaid, 2009) y Javier Sicilia; otro más es el activista Gustavo Esteva, quien ha contribuido de manera notable a la fundación de la Universidad de la Tierra en Oaxaca (véase Igelmo Zaldivar, 2009).

la sociedad, aún si esta exigencia les suena a muchos académicos como traición a la ilustración. Sin embargo es la ilustración misma la que está siendo apagada en las escuelas<sup>3</sup> (Illich, 1970).

Illich apuntó también a otros ámbitos en los que nuestra cotidianidad se ve profundamente afectada por las instituciones y tecnologías modernas; tales como la salud o el transporte. A diferencia de críticos más reservados, Illich se atrevió a sugerir alternativas y propuestas positivas para afrontar los malestares producidos por nuestras instituciones (Illich, 1971, 1973). No aspiraba a un ingenuo retorno del ser humano a un estado idílico pre-tecnológico, desorganizado y de absoluta inocencia; sino a una elaboración razonable de “herramientas” y adopción de tecnologías y formas de organización que permitiesen un desarrollo y convivencia armónicos ecológica y socialmente.

Sin tener necesariamente este panorama más amplio en cuenta o el devenir ulterior de su pensamiento, la tradición pedagógica académica iberoamericana contemporánea ha clasificado a Illich, junto con autores como Paul Goodman, John Holt y Everett Reimer en el campo de las “corrientes teóricas de la desescolarización” (Véase Igelmo Zaldivar, 2012), retomando el término ‘desescolarización’ que aparece por primera vez en (Illich, 1970). Claro, todos estos autores coincidieron en destacar que la escuela lejos de constituir un herramienta clave para propiciar aprendizajes significativos y mejorar la vida de los individuos contribuyendo a la construcción de una sociedad más libre, opera perniciosamente y es un obstáculo que frena todo cambio social y cultural significativo<sup>4</sup> —tratando, por ejemplo, a los saberes y la enseñanza como mercancías; pero cabe señalar que, en un segundo momento, Illich alertó que “desescolarizar” la sociedad no bastaba. Pues, sin otros cambios de fondo en nuestros modos de vida (y, por tanto, de consumo y producción), nuevos agentes institucionales tomarían pronto el relevo de las escuelas con efectos quizás más adversos (Illich, 1976). Juzgue el lector por sí mismo si esto ya es el caso. Más aún, en una tercera etapa, antes de que instituciones internacionales como la UNESCO, la OCDE, el FMI, o el Banco Mundial asumieran abiertamente el discurso sobre la *educación para todos y para toda la vida* —ligadas a un ubicuo esquema de *competencias*— Illich cuestionó la no tan sutil imposición de “necesidades educativas” y las condiciones mismas de emergencia de dicha “necesidad” y su conceptualización<sup>5</sup>.

<sup>3</sup>“Unquestionably, the educational process will gain from the deschooling of society even though this demand sounds to many schoolmen like treason to the enlightenment. But it is enlightenment itself that is now being snuffed out in the school.”

<sup>4</sup>Con diferentes matices y una sofisticada metodología académica, pero un espíritu análogo, destacan los análisis foucaultianos (Véase Portillo-McNally, 2016).

<sup>5</sup>Una de las revisiones contemporáneas más cuidadosas y completas de la obra de Iván Illich ha sido realizada por Jon Igelmo Zaldívar. El lector puede comenzar revisando los artículos de este investigador listados en la bibliografía al final de este trabajo y por su tesis doctoral, suscrita en 2011 en la Universidad Complutense de Madrid, *Iván Illich en el CIDOC de Cuernavaca (1963-1976). Un acontecimiento para la teoría y la historia de la educación*.

Pero recuperemos foco en relación con el objetivo modular de nuestro trabajo: contribuir a que un sector más amplio de nuestra comunidad se familiarice, de manera autónoma, para beneficio propio y colectivo, con algunos quehaceres y saberes tecnocientíficos y filosóficos. ¿Cómo nos ayudan los planteamientos de Illich? Las tres etapas identificadas en su concepciones críticas adquieren su mayor carga de sentido asumiendo un espíritu ilustrado que presta atención cuidadosa a la repercusión de nuestras acciones individuales y colectivas sobre nuestro entorno y sobre nosotros mismos, sin buscar a toda costa la realización de un ideal modernizador que paradójicamente ha expandido la pobreza y la ignorancia. Hay además —al menos en las primeras dos etapas— un compromiso con la rectificación de nuestra manera de conducirnos, colectiva e individualmente, una vez que nos hemos percatado que nuestro curso de acción no es razonable. Esto se expresa de manera concreta en un diagnóstico esquemático y soluciones tentativas.

En sus primeros textos, Illich argumentó que la *educación universal* mediante escuelas no es viable, que éstas no promueven el aprendizaje ni la justicia, que el aprendizaje no suele ser resultado de la enseñanza y que el conocimiento suele concebirse y manejarse como mercancía (Illich, 1970). Resaltó, por otra parte que la igualdad de oportunidades educativas es deseable y en su opinión viable, pero no tiene que equipararse con la escolarización obligatoria.

No considera que haya que prescindir de un sistema educativo o algún tipo de planificación; lo que piensa es que un buen sistema debe proporcionar a quien desea aprender acceso a los recursos disponibles para que lo haga, facilitar los encuentros entre quienes —sin ser “educadores profesionales”— están dispuestos a compartir su saber y quienes desean aprender, así como posibilitar el cuestionamiento público sobre lo que se aprende y sobre todo aquello que sea de interés para la comunidad (Illich, 1971).

En su concepción, la autonomía de quien aprende es ubicada en un primer plano. No es difícil percatarse que esto requiere una profunda transformación de las instituciones. ¿Implicaría su desaparición? Álgido asunto. Sin duda, Illich condena su osificación y burocratización alienante e intenta promover formas de convivencia que favorezcan la equidad, el aprendizaje e instituciones de apoyo alternativas atentas a esto, que además sean administrativamente frugales.

Las escuelas están diseñadas bajo el supuesto de que hay un secreto para todo en la vida; que la calidad de la vida depende de conocerlos; que se pueden conocer en sucesiones ordenadas y sólo los profesores pueden revelarlos. Un individuo con una mentalidad escolarizada concibe al mundo como una pirámide de paquetes accesibles sólo a quienes llevan consigo las etiquetas apropiadas. Las nuevas instituciones educativas derrumbarían dicha pirámide. Su propósito debe ser facilitar el acceso a quien aprende: permitirle mirar por la ventana del cuarto de control o el parlamento, si es que no se le permite entrar. Tales instituciones nuevas deberían ser *canales para que quien aprende —sin necesidad de tener credenciales o linaje— tenga acceso a espacios públicos en los*

cuales ahora se encuentren disponibles compañeros y personas con más experiencia ajenos a su horizonte inmediato<sup>6</sup> (Illich, 1971). [italicas nuestras]

Aunque todo esto parecería bastante utópico, sin duda, encontramos aquí resonancias con los planteamientos que hemos revisado en el capítulo precedente en torno a la comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico. Por otra parte, una de las peculiaridades de las propuestas de Illich es su veta pragmática y expresión concisa de cómo afrontar situaciones específicas<sup>7</sup>. En lo que al aprendizaje concierne, Illich enfatiza que lo crucial no es *qué enseñar* sino *con qué cosas y personas* desearía estar en contacto quien busca aprender. Él considera que, de hecho, bastaría con establecer cuatro o por lo menos tres canales de acceso a los recursos (cosas y personas) para propiciar el aprendizaje. Los canales básicos de esta *red de recursos* serían:

- 1) Servicios de referencia a objetos educativos.-** Su objetivo sería facilitar el acceso a las cosas y procesos para el aprendizaje formal. Algunas de estas cosas podrían reservarse con este fin y se encontrarían disponibles en bibliotecas, laboratorios, instalaciones como teatros y museos, agencias de renta, etc. Otro tipo de cosas serían objetos de uso cotidiano en lugares como fábricas, aeropuertos, granjas, etc., que se pondrían a disponibilidad de los estudiantes en calidad de aprendices mientras están siendo usadas o, si el caso lo requiere, fuera de su horario regular de servicio.
- 2) Red de intercambio de habilidades.-** Este servicio o canal permitiría a las personas enlistar sus habilidades, las condiciones bajo las cuales estarían dispuestos a servir como modelos para otros que quieran desarrollar dichas habilidades y dónde podrían ser localizados.
- 3) Red de compañeros de aprendizaje e indagación.-** Esta sería una red de comunicación que permitiría a las personas describir la actividad de aprendizaje en la que desean involucrarse con el fin de encontrar compañeros para este quehacer.

El cuarto canal, **4) Servicios de referencia a educadores**, al que ya no consideramos “básico”, pero si conveniente, brindaría acceso a un nuevo tipo de “educadores”. Su función no sería la

<sup>6</sup>“Schools are designed on the assumption that there is a secret to everything in life; that the quality of life depends on knowing that secret; that secrets can be known only in orderly successions; and that only teachers can properly reveal these secrets. An individual with a schooled mind conceives of the world as a pyramid of classified packages accessible only to those who carry the proper tags. New educational institutions would break apart this pyramid. Their purpose must be to facilitate access for the learner: to allow him to look into the windows of the control room or the parliament, if he cannot get in the door. Moreover, such new institutions should be channels to which the learner would have access without credentials or pedigree—public spaces in which peers and elders outside his immediate horizon now become available.”

<sup>7</sup>Las propuestas de Illich han encontrado implementación en nuestro país en proyectos tales como la Universidad de la Tierra en Oaxaca y Chiapas (véase Igelmo Zaldivar, 2009) y parcialmente décadas atrás vía el Centro Intercultural de Documentación (CIDOC) en Cuernavaca, lugar donde surgió esta discursividad crítica y que fue dirigido por el mismo Illich en las décadas los sesenta y setenta.

impartición de algún tipo de clases conforme a un programa institucional fijado de antemano o la transmisión “bancaria” de un saber —si recurrimos a la famosa noción acuñada por Paulo Freire. La función de estos educadores sería orientar a los estudiantes en su elección y búsqueda de recursos; con su experiencia y perspectiva panorámica sobre los recursos disponibles ayudarían a los estudiantes a diseñar sus rutas y procesos de aprendizaje teniendo en cuenta sus deseos y características individuales. En este canal habría una lista de las direcciones y descripciones de las personas comprometidas con esta labor, junto con las condiciones para acceder a sus servicios. Illich sugiere que para hacer una elección más apropiada de estas personas, los estudiantes podrían hacer encuestas o preguntar respecto al servicio ofrecido por un educador a sus clientes previos.

El lector podrá notar que hoy este tipo de redes de recursos se pueden poner fácilmente en operación dada la infraestructura de telecomunicaciones e informática con la que se cuenta en muchas zonas de nuestro país y en otras partes del mundo: Internet, la *World Wide Web (WWW)*<sup>8</sup>, la *Web 2.0*<sup>9</sup> resultan especialmente convenientes para concretar un proyecto como el de Illich. De hecho, con una aguda visión prospectiva, el educador austriaco había sugerido recurrir a los servicios tecnológicos afines disponibles en la década del setenta.

Una interpretación superficial de estos planteamientos pretendería encontrar aquí una justificación directa de la contemporánea *educación en línea*, incluso de las pésimas adaptaciones de cursos ortodoxos que de por sí son ya suficientemente malos, réplicas de los más onerosos sistemas de certificación, o paquetes pedagógicos triviales que culminan en la emisión de certificados no demasiado útiles. Evidentemente, este tipo de prácticas no contribuyen a “desescolarizar” la sociedad, como buscaba Illich; por el contrario, constituyen gestos de “escolarización del *ciberespacio*”. A primera vista parecería que la educación en línea o el *b-learning*<sup>10</sup> son la nueva panacea (¡o sería más adecuado decir el nuevo sometimiento a ciertos proveedores de servicios educativos?); ideología renovada —vía internet se alcanzará por fin la ansiada meta ilustrada de la *educación universal*. Esta no es la lectura ni el compromiso que nosotros defendemos. Hay muchos cursos en línea muy bien logrados y no negamos las oportunidades que las actuales tecnologías informáticas y de comunicación nos brindan, pero evitamos sacralizarlas o vincularlas de manera subrepticia a concepciones educativas que consideramos cuestionables.

Una consideración más justa de la propuesta de Iván Illich en lo que concierne a la comunicación pública de los quehaceres tecnocientíficos y filosóficos “profesionales”, incide en la manera en que

---

<sup>8</sup>No debemos confundir a la WWW con la infraestructura de la red de redes que ahora conocemos como internet. La emergencia de la WWW fue posible gracias a la visión y trabajo de Tim Berners-Lee y a las conceptualizaciones precedentes sobre hipertextualidad hechas por Vannevar Bush (1890–1974).

<sup>9</sup>Este término fue acuñado por la consultora Darcy DiNucci (1999) y popularizado por Tim O'Reilly y Dale Dougherty a partir de un congreso que se llevó a cabo por primera vez con ese nombre en San Francisco, California del 5 al 7 de octubre 2004. Véase [https://en.wikipedia.org/wiki/Web\\_2.0\\_Summit](https://en.wikipedia.org/wiki/Web_2.0_Summit).

<sup>10</sup>Abreviatura de *blended learning*, una propuesta que pretende “complementar” la “educación escolarizada tradicional” con educación vía internet.

se llevan a cabo tales quehaceres y nos incita a reflexionar críticamente sobre sus vínculos con nuestros quehaceres cotidianos. El montaje de redes recursos para propiciar el aprendizaje como las que Illich sugiere requiere un esfuerzo serio. Estas implementaciones implicarían “abrir” los quehaceres científico y filosófico desde varios flancos (como facilitar los accesos a la literatura especializada) e incluso romper con esa especie de monopolio que constituye la “investigación académica” tradicional y las propuestas educativas ortodoxas que se encuentran ligadas a ella. Una consecuencia de estrechar así los lazos entre quienes investigan profesionalmente y quienes desean aprender o participar en las investigaciones (sin necesidad de contar con una interminable lista de credenciales) es que los cuestionamientos e ideas de los últimos podrían enriquecer y contribuir a redefinir el curso de ciertos proyectos dirigidos por los primeros<sup>11</sup>. Teniendo en cuenta algunas de las últimas reflexiones hechas por Illich, cabe destacar también que no todo lo investigado o aprendido tendría que estar motivado por “necesidades educativas” fijadas por agentes externos (e.g. la OCDE, la UNESCO, el mercado laboral, etc.), o por un sentido de “carencia” un tanto neurótico; bien puede ser el resultado de una búsqueda gozosa, libre e incluso ociosa. No todo lo que se aprende o investiga “tiene que servir” para alcanzar otros fines; o al menos, no necesariamente los fines establecidos por la moderna sociedad de consumo.

Tras la asimilación de trabajos clásicos de autores como T.S. Kuhn, B. Latour, o P. Feyerabend, diversos filósofos contemporáneos de la ciencia han señalado que la comprensión del quehacer científico requiere ir más allá de la tradicional dicotomía contexto de *justificación* y contexto de *descubrimiento*. Se reconoce la importancia de la innovación, la comunicación, la educación, las “aplicaciones” y la evaluación de todo este entramado de actividades (véase [Echeverría, 1995](#)). Nos parecen observaciones relevantes, pero consideramos inapropiado el colapso que autores como Javier Echeverría hacen entre educación y comunicación en un mismo contexto. Si se asume una perspectiva como la de Illich, se incrementan y estrechan de manera notable los vínculos entre los contextos “funcionales” ([Echeverría, 1995](#), p. 64–65) mencionados pero no se confunden. Los procesos comunicativos en ciencia y filosofía no son una instancia de procesos educativos, ni siquiera cuando estos se restringen a la comunicación pública (véase capítulo 2). Más aún la concepción educativa de talante conservador que este autor español esboza restringida a las instituciones escolares y sus métodos pedagógicos tradicionales dejan mucho que desear. El tipo de ejercicio de comunicación pública al que se encuentran comprometidos moral y políticamente quienes hacen ciencia o filosofía, especialmente si son financiados mediante recursos públicos o las repercusiones de su trabajo afectan a otros miembros de la comunidad, no sólo es de carácter “educativo” ni puede limitarse a incidir en los indicadores de “productividad” usados por los organismos burocráticos de evaluación (e.g. CONACyT) para seguir obteniendo financiamiento. Lamentablemente no bastan aquí las buenas intenciones; las restricciones a las que están sometidos los “investigadores profesionales” vía la

---

<sup>11</sup>En algunos espacios tradicionales en universidades mexicanas esto sucede, vía seminarios abiertos a todo público.

maquinaria institucional prevaleciente complican bastante el panorama. Pero no ahondaremos aquí en estas álgidas cuestiones.

Análogamente, ampliar y mejorar la educación tecnocientífica y filosófica, como nosotros la entendemos, no consiste simplemente en elaborar propuestas “pedagógicas” que repercutan en indicadores burocráticos de “eficiencia terminal” o en la obtención, a cualquier costo, de mejores puntajes en pruebas estandarizadas internacionales.

Elaborar propuestas que impacten de manera concomitante tanto en el primer como el segundo rubros parecería en suma pretencioso. No obstante, nos parece posible. ¿No es justo lo que pretenden los *libros o revistas de divulgación*? El problema de estas publicaciones es que en ocasiones se elaboran bajo marcos ideológicos ingenuamente dogmáticos, no se inscriben en un contexto crítico más amplio y su distribución o elaboración no suele conjuntarse con otro tipo de tareas educativas y comunicativas.

Si se tiene más cuidado al elaborar este tipo de publicaciones, se vinculan a redes de recursos como las sugeridas por Illich, se reconoce que no son ni deberían ser instancias usadas para respaldar que exista tan sólo una forma de comunicación pública de la ciencia y la filosofía (a saber la que se encuentra sujeta al modelo deficitario) o para privilegiar tan sólo un tipo de aprendizaje (el establecido por las escuelas o los programas educativos rígidos que no tienen en cuenta las peculiaridades de quienes buscan aprender), estos objetos pueden constituir un valioso recurso para todo aquel interesado en la ciencia y la filosofía.

## 3.2. La recuperación del libro como arte y objeto educativo

Desde hace siglos, popularmente los libros se han considerado vehículos privilegiados del saber<sup>12</sup>. Subyace a dicho estereotipo, casi sacro, problemáticas concepciones sobre el conocimiento, la escritura<sup>13</sup>, el aprendizaje y las relaciones entre autores, lectores y mundo<sup>14</sup>. Esclarecer cabalmente todas estas cuestiones excede por ahora nuestra intención y competencia. No obstante, para los fines de este proyecto, queremos traer a colación el *estatuto del libro* —o de cierto tipo libros— en el espacio teórico abierto por la propuesta educativa de Iván Illich y la caracterización de las prácticas comunicativas y géneros discursivos que hemos hecho en secciones precedentes.

Como lo señalamos en la sección 3.1, tras sustituir la pregunta “¿qué es lo que alguien debe aprender?” por la pregunta “¿con qué tipo de cosas y personas desearía alguien estar en contacto con el fin de aprender?”, Illich apunta, en un artículo publicado el 7 de enero de 1971 en el *New York Review of Books*, a un conjunto específico de condiciones (formales y materiales) a desarrollar; concretamente a cuatro *redes de recursos*:

1. Servicios de referencia a objetos educativos
2. Red de intercambio de habilidades
3. Red de compañeros de aprendizaje e indagación
4. Servicios de referencia a educadores

Los libros tienen cabida en la primera de estas redes como *objetos educativos*. Ahora bien, estos *objetos educativos* no son necesariamente *objetos pedagógicos* o *didácticos*, pueden ser *objetos ordinarios* a los cuales se garantice un acceso especial. Otros podrían efectivamente estar elaborados (o modificados) ex-profeso para propiciar ciertos aprendizajes; lo cual no significa que al usarlos se deba cubrir con un objetivo de aprendizaje establecido de antemano por el objeto mismo. Señala el autor austríaco:

<sup>12</sup>Hay una amplia gama de referencias sobre la historiografía de los libros. El lector podría, por ejemplo, comenzar a explorar el tema revisando textos como *Historia del libro* de Albert Labarre, publicado originalmente en francés en 1970. La primera edición en español de esta obra fue publicada por Siglo XXI en 2002.

<sup>13</sup>Considérense, por ejemplo, las observaciones y cuestionamientos hechos en obras como *Oralidad y Escritura* (1982) de Walter Ong, o en textos sumamente controversiales como la *Gramatología* (1967) de Jacques Derrida. Un precedente a estos dos textos y, donde de hecho, de acuerdo a Mitchell (1994), se usa por primera vez sistemáticamente el término *gramatología* es *A Study of Writing* de I.J. Gelb (1952).

<sup>14</sup>Para quienes encuentran atractivos los planteamientos provenientes de la tradición filosófica francesa, la obra temprana de Michel Foucault ofrece también una interesante aproximación a estas cuestiones; en particular *El orden del discurso*, *La arqueología del saber* y *Las palabras y las cosas*.

Las cosas son recursos básicos para el aprendizaje. La calidad del entorno y la relación que la persona guarda con él determinará cuánto se aprende casualmente. El aprendizaje formal requiere de un *acceso especial a cosas ordinarias*, por un lado, o por otro, *acceso confiable y sencillo a cosas especiales elaboradas con propósitos educativos*. Un ejemplo de lo primero es el derecho especial para operar o desmantelar una máquina en un taller. Un ejemplo de lo segundo es el derecho en general de usar un abaco, una computadora, un libro, un jardín botánico, o una máquina retirada de la producción y puesta a plena disposición de los estudiantes [Itálicas nuestras].<sup>15</sup> Illich (1971)

Desde este enfoque, los libros son mencionados como uno de los ejemplos paradigmáticos de objetos elaborados ex-profeso con fines educativos, aunque a ciertos libros cabe concebirlos como objetos ordinarios capaces de propiciar aprendizajes casuales. Una acotación relevante aquí es que los libros elaborados con fines educativos no tendrían que identificarse con los *libros de texto* usados tradicionalmente en contextos escolarizados.<sup>16</sup>

Entre los *libros ordinarios*, pero no muy comunes, nos topamos con los *libros-arte*. Este concepto contemporáneo engloba distintos tipos de libro (Crespo Martín, 2010) y nos invita a considerar a los objetos que denominamos libros (usualmente unos paralelepípedos de papel) como algo más que artefactos pedagógicos o literarios, ligados a un sector industrial. Para quienes elaboran un *libro-arte*, además de las características tipográficas, las imágenes y la formación editorial, las propiedades del sustrato material del libro ocupan un lugar primordial. En ocasiones, en estos objetos la “palabra impresa” juega un rol secundario; así como también lo que podríamos denominar, recurriendo a una caracterización de raigambre russelliana, los *contenidos proposicionales* asociados a ella.

Aunque no sea un *libro-arte*, es claro que cualquier libro conlleva, aunque sea descuidado, un diseño editorial. Así mismo, una gran cantidad de libros exhiben una textualidad híbrida; esto es,

---

<sup>15</sup>“Things are basic resources for learning. The quality of the environment and the relationship of a person to it will determine how much he learns incidentally. Formal learning requires special access to ordinary things, on the one hand, or, on the other, easy and dependable access to special things made for educational purposes. An example of the former is the special right to operate or dismantle a machine in a garage. An example of the latter is the general right to use an abacus, a computer, a book, a botanical garden, or a machine withdrawn from production and placed at the full disposal of students.”

<sup>16</sup>“[...] los materiales educativos han sido monopolizados por la escuela. Objetos educativos simples han sido costosamente empaquetados por la industria del conocimiento. Se han convertido en herramientas especializadas para los educadores profesionales, y su costo se ha inflado al forzarlos a estimular ya sea a los entornos o a los maestros [educational materials have been monopolized by school. Simple educational objects have been expensively packaged by the knowledge industry. They have become specialized tools for professional educators, and their cost has been inflated by forcing them to stimulate either environments or teachers].” Illich (1971). No es de extrañarse, de hecho, que en nuestro país, de acuerdo a los indicadores publicados por la Cámara Nacional de la Industrial Editorial Mexicana, habitualmente los niveles de facturación de los libros destinados a la educación escolarizada sean los más elevados del sector. En 2013, por ejemplo, la facturación del sector privado en libros destinados a la educación básica fue de 4,996 millones de pesos; la de libros para la enseñanza de lengua inglesa 1,392 millones de pesos; mientras que los libros de corte literario y afines alcanzaron tan sólo los 1,092 millones de pesos (Véase Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2010), Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2012), Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2014)).

son instancias de géneros discursivos que manifiestan diversos tipos y grados de heterogeneidad: Recetarios, libros de física, química o matemáticas, manuales administrativos, cuentos o novelas ilustradas, libros con partituras musicales, etcétera. Algunos de estos libros han sido elaborados con fines educativos, el propósito de otros puede ser simplemente propiciar el goce estético. ¿Es posible encontrar libros en los que confluyan armónicamente, sin artificios, tanto fines estéticos como educativos? ¿Un libro así es un *objeto educativo*, un *objeto estético* o ambos? ¿Qué fin se subordina a cuál? ¿Hay una especie de “traición” al fin subordinado?

Algunos libros ilustrados para niños son un caso paradigmático de una confluencia armoniosa entre la posibilidad del aprendizaje casual y el goce estético<sup>17</sup>. Descarto, por el momento, aquellos casos en los cuáles hay un fin “pedagógico” explícito o incluso un franco “adoctrinamiento”. Otros casos significativos de armonía son aquellos en los que hay un fin educativo declarado, pero la dimensión estética ha jugado un rol articulador esencial; es decir, lo principios a los cuáles se ha sujetado la elaboración y organización de la obra no son meramente epistemológicos o psicológico-cognitivos, sino explícitamente estéticos.

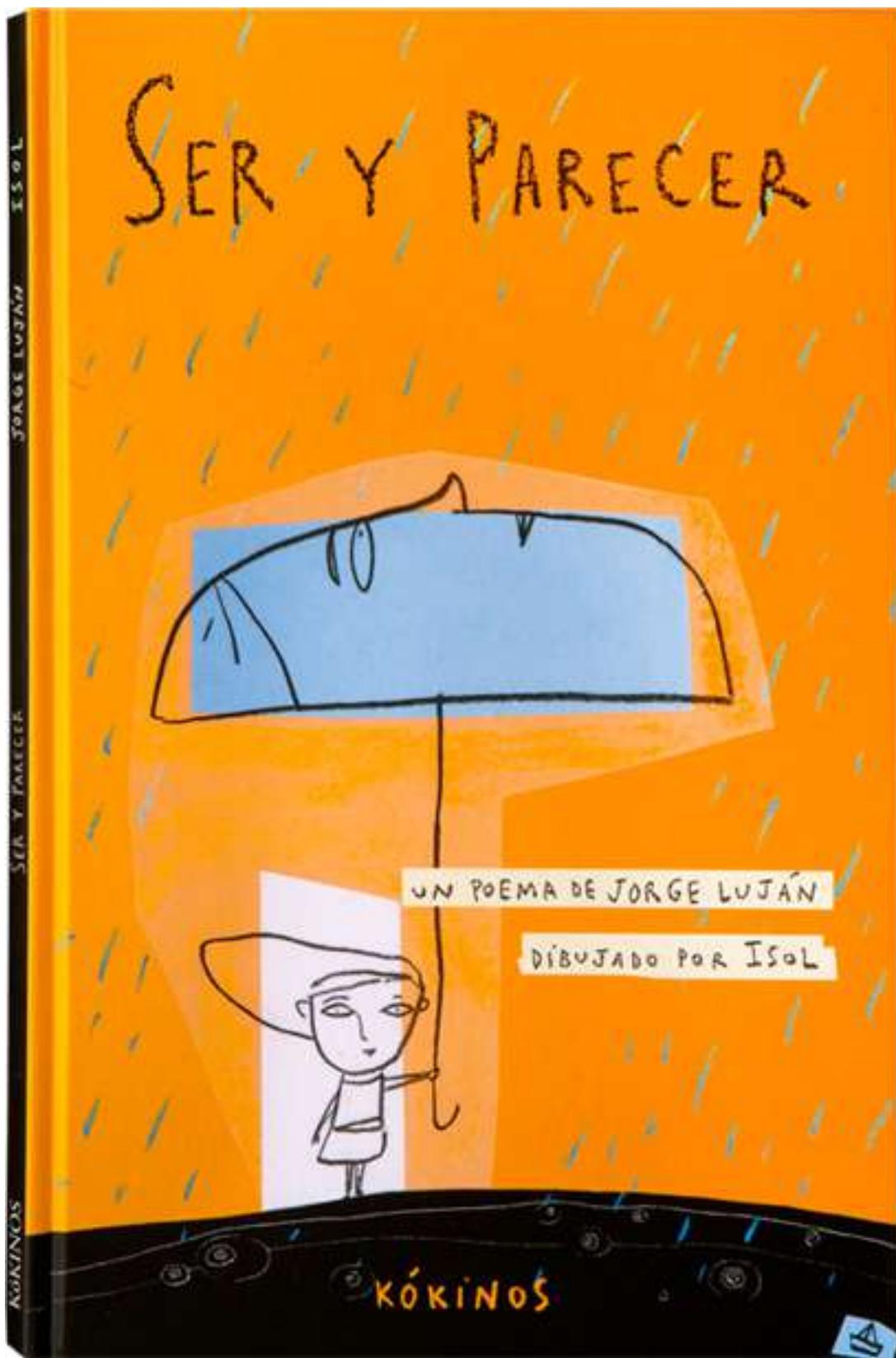
¿Pueden ser no sólo los libros ordinarios comunes, sino también los *libros-arte*, *objetos educativos*, en el sentido de Illich? ¿Se pueden producir *libros-arte* capaces de propiciar aprendizajes lógicos, matemáticos y reflexiones filosóficas? Creemos que la respuesta es afirmativa e incluso hay algunos precedentes sobre los que hablaremos en la sección subsecuente. Aunque, sin duda, se podría poner en cuestión si dichos precedentes efectivamente podrían ser catalogados como *libros-arte* en alguno de los sentidos descritos por Crespo Martín (2010).

¿Cambian radical o significativamente este panorama el advenimiento de los libros electrónicos —*e-books* o *ebooks*— así como las transformaciones cualitativas y la cobertura cada vez más amplia de internet? El impacto negativo en la facturación de libros publicados en soportes tradicionales reportado por los editores mexicanos no es en absoluto drámatico; así como tampoco lo es el aumento en la facturación de *ebooks*.<sup>18</sup> Por otro lado, como reporta Crespo Martín, los medios digitales también han sido considerados en las caracterizaciones contemporáneas de *libro-arte*.

Pero no sólo los libros electrónicos ameritan nuestra atención, sino también otro tipo de publicaciones en internet. Estas requieren otro tipo de acercamiento metodológico: La producción y distribución de artículos en revistas especializadas revisadas por pares, sobre las cuáles hablamos en el capítulo precedente, se ha transformado de manera radical en la última década (Cope y Philips, 2009). Así mismo, el rol que las enciclopedias en línea juegan en los procesos de enseñanza-aprendizaje no es menor (Sonnad, 2015). Esto, constituye un gran reto para los paradigmas educativos tradicionales. Sin embargo, esto no resulta ser el caso para los planteamientos de Ivan Illich. Por el

<sup>17</sup>Véanse, por ejemplo, algunos de los que integran la colección *A la Orilla del Viento*, publicada por el Fondo de Cultura Económica

<sup>18</sup>De hecho, incluso en mercados más “maduros” para este tipo de productos como el ibérico, la facturación de libros electrónicos no ha alcanzado ni siquiera el 4 % de la industria editorial (véase *Observatorio de la lectura y el libro*, 2015).



**Figura 3.1:** Portada del libro *Ser y Parecer* de Jorge Luján. Ejemplo de un libro ilustrado para niños que aborda poética y hábilmente una compleja temática filosófica.

contrario, la noción de *redes de recursos* elaboradas por este pensador, así como todo los principios medulares de su enfoque educativo encuentran una integración obvia y casi directa a nuestro contexto contemporáneo.

Las publicaciones digitales en línea, de manera evidente, pueden constituir *objetos educativos* dentro del paradigma esbozado por Illich (Lo que se requiere en varios casos es garantizar su accesibilidad). Como lo mencionamos en el apartado precedente, aunque no se reconozca su legado, diversas nociones y principios elaborados por Illich permean algunos de los enfoques educativos contemporáneos más innovadores (véase [Igelmo Zaldivar, 2012, 2015](#)). Encontramos su impronta incluso en algunas políticas educativas globales de instituciones tales como la UNESCO, la OCDE y el Banco Mundial<sup>19</sup>

Así pues, desde la perspectiva que hemos esbozado tiene pleno sentido recuperar la noción de *libro-arte* como *objeto educativo*, ya sea que éste tenga un soporte material “tradicional” o un soporte digital. Un objeto de esta naturaleza, puede así mismo, dado nuestro enfoque, integrarse fácilmente con otros *objetos educativos* en *redes de recursos* para propiciar el aprendizaje autónomo.

### 3.3. El caso de la lógica y la filosofía de las matemáticas

#### 3.3.1. Panorámica

Al considerar a los libros como objetos educativos se suele pensar inmediatamente en dos tipos de libro, los libros de texto y los de divulgación. Hay una amplia gama de estos y, en particular, un lucrativo negocio<sup>20</sup> con los primeros. Considerando esta tipología, son muchos los libros de matemáticas, pero los de lógica son menos. En este ámbito el nivel cuantitativo de la producción para hispanohablantes está lejos de la destinada al mercado anglosajón. Ahora bien, si nos desviamos de los formatos tradicionales de estos tipos de libro, la oferta disminuye y si además nos acercamos al tipo de descripciones correspondientes a la noción de *libro-arte* que hemos esbozado anteriormente la reducción es drástica.

Hay sin embargo, precedentes interesantes. Nos gustaría mencionar dos casos, uno que sigue el formato de libro tradicional y se podría catalogar como un texto de divulgación científica; parece un compendio de acertijos y no se encuentra muy alejado de los libros de texto: *Logical Labyrinths* de Raymond Smullyan (2009). Se considera un libro de *matemáticas recreativas* y no está traducido al español. El segundo es un libro de corte principalmente ensayístico que exhibe una notoria heterogeneidad semiótica, cuenta con imágenes y diálogos incrustados; por lo cual constituye un género discursivo híbrido poco común y se encuentra mucho más cercano al libro-arte, aunque sigue

<sup>19</sup>Esta apropiación “institucional” se contrapone al espíritu que animaba a Ivan Illich. De hecho, críticas en ese sentido, en la segunda y tercera etapa de su pensamiento (Véase el primer apartado de este capítulo).

<sup>20</sup>Véanse tan sólo los indicadores de la [Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana \(2010, 2012, 2014\)](#).

siendo catalogado como un libro ordinario de *no-ficción* (ganó, de hecho, el premio Pulitzer en dicha categoría): *Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid* de Douglas Hofstadter (1979), del cual hay varias traducciones al español<sup>21</sup>.

Ambos textos incluyen también consideraciones filosóficas, sobre la lógica y las matemáticas, a pesar de no ser la matemática misma su tema principal.

### 3.3.2. *Logical Labyrinths* de Raymond Smullyan

Raymond Smullyan fue un hombre talentoso, polifacético y prolífico: Músico, matemático, mago y escritor (Rosenhouse, 2013). Escribió diversos artículos especializados sobre lógica, pero se hizo especialmente famoso en el mundo anglosajón por sus múltiples libros de acertijos lógicos y matemáticos. Podría bien decirse que inventó un particular género de libro recreativo-educativo, en donde los Caballeros —que siempre dicen la verdad— y los Bribones —que siempre mienten— ocupan un lugar destacado. Para el lector no será difícil encontrar textos digitalizados de Smullyan en internet, aunque tendrá un poco más de problemas si desea conseguirlos en español; pues no todos están traducidos y las versiones digitales de estas ediciones no circulan extensamente.

*Logical Labyrinths* constituye un especie de epílogo breve de la obra de Smullyan. Pretende ser un gozne entre los libros meramente recreativos y su investigación formal, o las investigaciones de otros autores. Quien ha leído sus libros previos podrá reconocer varios tipos de acertijos que son presentados en esta edición. La diferencia significativa son las explicaciones teóricas explícitas. Encontramos también una mayor presencia del simbolismo lógico matemático estándar para la lógica proposicional clásica y la lógica cuantificacional de primer orden.

Es, sin duda, un precedente que vale la pena considerar si se desea desarrollar un proyecto editorial análogo. De hecho, la traducción al español y difusión misma de la obra de Smullyan es un área de oportunidad que valdría la pena explorarse. Ciertamente, sería necesario tener en cuenta el contexto mexicano. Aunque los temas, personajes y mundos ficticios elaborados por Smullyan logran trascender ámbitos locales, pequeños detalles como la variante dialectal de la traducción y un diseño editorial accesible podrían generar una mejor apropiación de la obra por parte de los lectores mexicanos.

Al estar en contacto directo con diversos integrantes de la Academia Mexicana de Lógica y haber participado en eventos promovidos por esta organización, tales como las “Olimpiadas de Lógica”<sup>22</sup> o los “Encuentros de Didáctica de la Lógica”, sabemos que en contextos escolarizados algunos profesores utilizan la obra de Smullyan. Así mismo, en las Olimpiadas se han incluido problemas inspirados en sus acertijos. Esto ha tenido distintos grados de éxito. En nuestra opinión, a pesar de resultar entretenidos, encontramos un grado de artificio que no resulta tan atractivo para

<sup>21</sup>La historia de las traducciones de este texto resulta muy interesante. Instamos al lector a indagar al respecto.

<sup>22</sup>La documentación probatoria de mi última participación en este evento se ha anexado en el apéndice A.

alguno<sup>23</sup>. Por otra parte, los contextos de uso mencionados no dejan de ser problemáticos y todavía excesivamente restringidos y ligados a las prácticas académicas tradicionales (con las ventajas y desventajas que esto conlleva). Manteniéndola ahí, es probable que para muchos mexicanos, la obra de Smullyan no logre ser sino una niñería más o una sofisticada evasión intelectual.

### **3.3.3. *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid* de Douglas Hofstadter**

Este libro explora temas comunes en la obra del lógico Kurt Gödel, el artista Maurits Cornelis Escher y el músico Johann Sebastian Bach, prestando especial atención al tema de la autorreferencia. Se incluyen fragmentos de partituras, múltiples grabados del artista holandés y se exploran brevemente distintos sistemas lógicos. Destacan también en el libro entretenidos diálogos ficticios entre Aquiles y la Tortuga sobre temas lógicos. El libro tiene 20 capítulos, una extensa bibliografía comentada e índice analítico y 152 ilustraciones. Esto último hace que el discurso visual ocupe un lugar bastante relevante en la obra.

A manera de ejemplo, podemos apreciar uno de los grabados incluidos (figura 3.3) y una representación pictórica de nociones lógicas (figura 3.4), inspiradas por dicho grabado. Esta última imagen lejos de apegarse a un riguroso canon de representación científica busca propiciar en el lector una comprensión de otro orden, holística, metafórica, heurística.

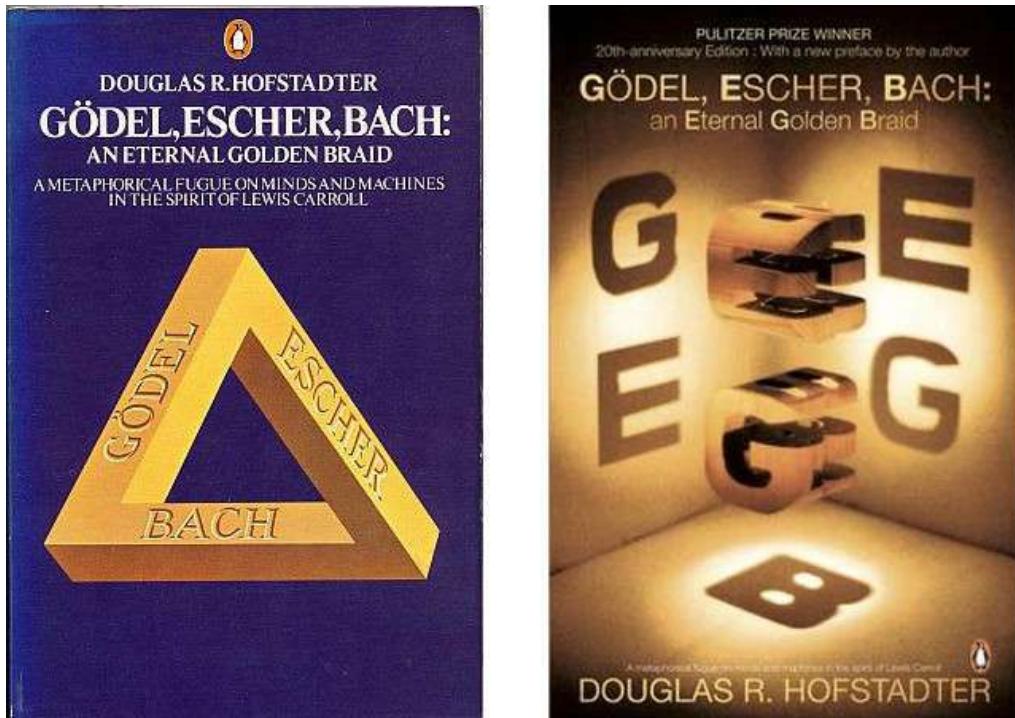
En el libro hay extensos fragmentos ensayísticos que abordan directamente cuestiones lógicas, históricas y filosóficas. No son de difícil lectura pero, sin duda, conllevan un reto intelectual para el lector que nunca había reflexionado al respecto. Los temas no corresponden al tipo de temas que llegan a estudiarse en los programas escolares tradicionales de nivel básico, medio básico o medio superior. Para estudiantes de una licenciatura en filosofía o matemáticas en México, la lectura no tendría que suponer un gran desafío. Aunque es probable que, dada la rigidez de algunos de los programas de estudios vigentes y de las prácticas pedagógicas (o dogmatismos ideológicos) prevalecientes, todo lo planteado resulte sumamente novedoso para la mayoría de los estudiantes de los primeros años.

Esta obra de Hofstadter exhibe claramente los diversos tipos de heterogeneidad que mencionamos en las primeras secciones de este trabajo. Resulta también un peculiar caso de comunicación pública del quehacer científico y filosófico; pues aunque no nos entera directamente del tipo de investigaciones que actualmente están llevándose a cabo, contribuye a presentar algunos desarrollos clásicos en un contexto amplio que propicia su apropiación por parte del lector. Otro rasgo interesante de esta obra, en contraste con la de Smullyan, es su vínculo directo con la música y las artes plásticas

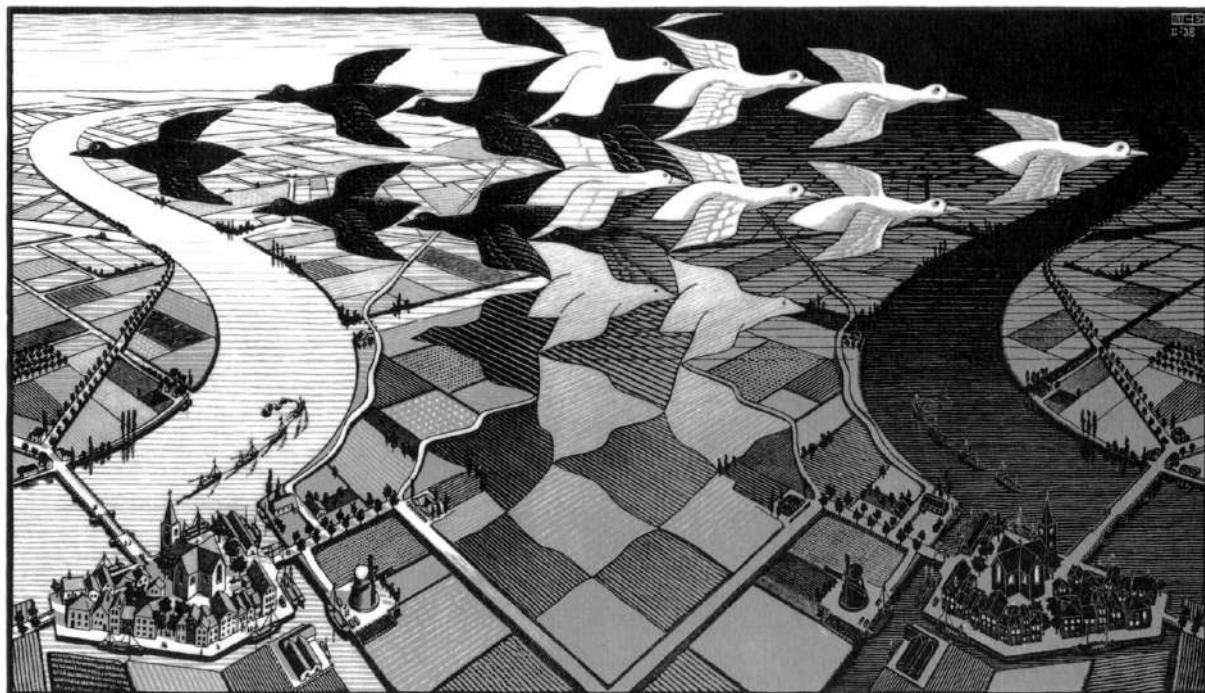
<sup>23</sup>Antes de mi ingreso a la MFCA tuve oportunidad de probar la obra de Smullyan en un contexto educativo no tradicional, a saber un entorno Montessori de nivel medio superior. El resultado no fue tan bueno; las razones, sin duda, fueron múltiples y no podría ahondar aquí en ellas, pero noté una clara partición en el grupo de estudiantes a mi cargo: los que se sintieron cautivados por el aspecto lúdico de los acertijos y los que lo consideraban completamente desconectado de su contexto sociocultural e irrelevante para sus intereses.

de manera no meramente ilustrativa o subordinada —aunque claro existe una particular interpretación y rasgos que el autor quiere destacar.

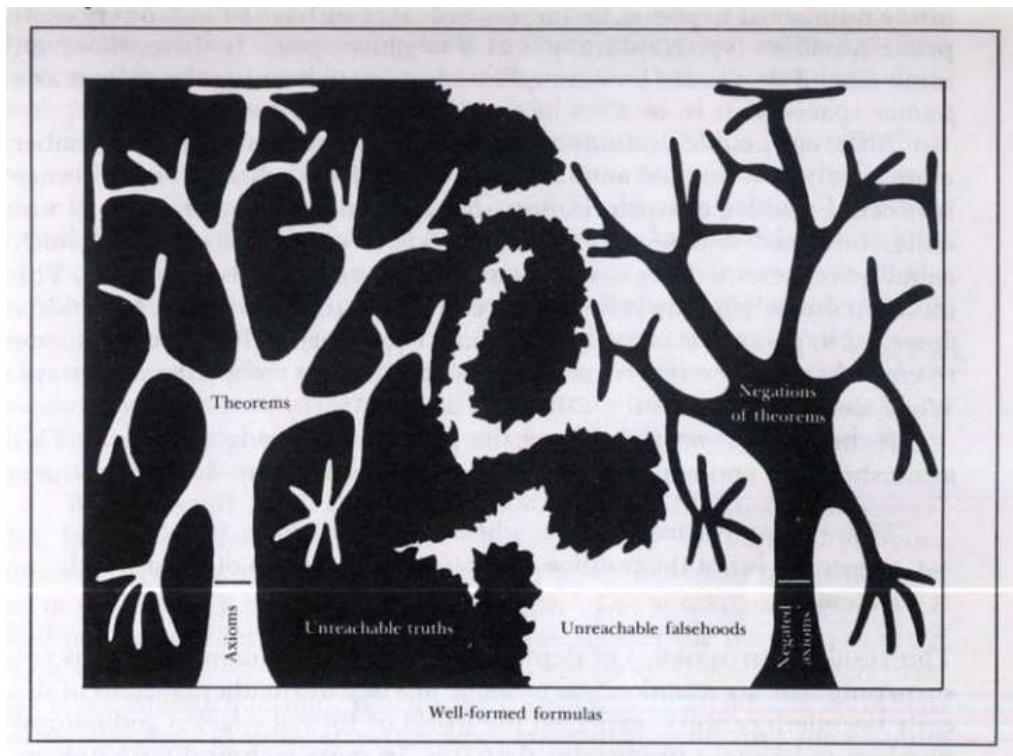
Este libro puede constituir un *objeto educativo*, en el sentido apuntado por Illich, para entornos no escolarizados o escolares no tradicionales (e.g. Montessori). De hecho, es un “libro ordinario” que incluso, sin “pretensiones educadoras”, puede ser atractivo para los momentos de ocio de muchas otras personas. Por supuesto, para esas personas que aún gustan de leer libros (incluso en versión digital).



**Figura 3.2:** Portadas de las ediciones primera y del vigésimo aniversario de *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*. Hay en la primera un *triángulo de Penrose*, un “objeto imposible” creado en 1934 por el artista sueco Oscar Reutersvärd, usado recurrentemente por Escher.



**Figura 3.3:** El grabado xilográfico *Día y noche* (1938) de Maurits Cornelis Escher, que representa a dos parvadas de pájaros volando sobre un paisaje holandés, fue utilizado por [Hofstadter \(1979\)](#) para hacer una analogía de algunas complejas relaciones duales en el ámbito de la lógica clásica. De acuerdo al crítico de arte Alastair [Sooke \(2015\)](#) este grabado fue el más popular en vida del autor, quien hizo más de 650 impresiones del mismo.



**Figura 3.4:** Teoremas y sus negaciones (Hofstadter, 1979). Alusión pictórica al grabado *Día y noche* del artista M.C. Escher (véase figura 3.3).



# **Parte II**

# **Aplicación**



## *Capítulo 4*

---

# **Propuesta editorial**

---

## **4.1. Descripción global del proyecto**

Tal como se discutió en el capítulo 2 y en la sección 1.3.5, la constitución y comunicación pública del *saber lógico* se encuentra asociada a una gama específica de géneros discursivos en evolución constante. Nuevas discursividades emergen a partir de la hibridación de géneros próximos o distantes y son a dichos procedimientos a los que nosotros hemos decidido recurrir de manera explícita para elaborar un libro atractivo de lógica contemporánea para no especialistas; en particular, para jóvenes mexicanos.

Nos parece que la recopilación y elaboración sistemática de textos híbridos de lógica contemporánea puede contribuir tanto a enriquecer las concepciones y valoraciones de quienes no son especialistas en estos temas como a fomentar el desarrollo autónomo de sus competencias lógica, matemática y filosófica.

Sabemos, no obstante, que un sólo título no es suficiente y conviene que su elaboración y publicación se encuentren articuladas con propuestas comunicativas y educativas robustas —no necesariamente escolarizadas. Como lo mencionamos en la parte III de este trabajo, la preparación de otros títulos y la configuración sistemática de oportunidades educativas y procesos comunicativos más sofisticados será motivo de futuros desarrollos.

Específicamente, nos parece que la experiencia puede ser más fructífera si llegan a establecerse canales y procedimientos para que quienes acceden a este tipo de textos dialoguen no sólo entre sí, sino también con los autores de los textos y la comunidad de investigadores. Una retroalimentación de tal naturaleza, además de fortalecer —de diversas maneras— el aprendizaje de todos los involucrados, puede incidir significativamente en el desarrollo de investigaciones futuras.

El libro ha sido editado en dos tipos de soportes materiales: digital (PDF) y en papel. La primera de estas ediciones ofrece funcionalidades básicas de búsqueda, además de índices alfabéticos y

referencias cruzadas mediante hipervínculos. No se ha pretendido que tenga la flexibilidad gráfica, el dinamismo o las “características interactivas” de otro tipo de objetos digitales; aunque es plausible integrarlo provechosamente a entornos digitales que los ofrezcan. Se ha buscado, en concordancia con las consideraciones hechas por Iván Illich, comenzar a difundir esta edición a través de diversas redes y almacenes públicos de documentos digitales, sujeto a un marco legal que garantice su libre acceso, reproducción y difusión.

La edición en papel se ha sujetado al ideal de *libro-arte*. Los mecanismos últimos de producción y mercadeo, al momento de la impresión de este trabajo, se encontraban aún bajo deliberación; pero lo más probable es que, de hecho, se recurra a una estrategia de micro-financiamiento colectivo [*crowdfunding*] e impresión por demanda [*Print On Demand*].

Por último, pero no menos importante, cabe destacar que aspectos medulares de los planteamientos lógicos, filosóficos, estéticos y de diseño editorial presentes en *Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas* deben mucho a las interacciones que tuvieron lugar con editores, artistas, investigadores y estudiantes durante las estancias profesionales que, con apoyo del CONACyT y la UAQ, pude llevar a cabo en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen y en el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM durante 2015. En el capítulo 5 se ofrecen más detalles al respecto.

## 4.2. Pautas observadas en su elaboración

Para elaborar el libro *Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas*, tras la consideración de lo discutido en la parte I y nuestra propia experiencia se establecieron las siguientes pautas:

1. Aunque el modelo comunicativo al que nuestra propuesta parecería apegarse es de tipo *deficitario-paternalista*, se buscará acercarse a los modelos de *diálogo y participación comprometida* (Bucci, 2008) mediante el esbozo narrativo de contextos socioculturales (no siempre ficticios) y la incorporación de señalamientos axiológicos allendes a los temas estrictamente lógicos y matemáticos que serán explorados.
2. Se brindará un enfoque científico y filosófico contemporáneo a las nociones discutidas haciendo las contextualizaciones históricas que sean pertinentes.
3. Se motivará la introducción de los temas y las nociones examinadas recurriendo a procedimientos discursivos no académicos, sino a procedimientos inherentes a otras prácticas comunicativas con las cuales los lectores potenciales tengan una mayor familiaridad (e.g. la ficción y la narrativa).

4. Se evitará el promover actitudes dogmáticas. Para ello se expondrán, siempre que sea posible, las debilidades de las posturas filosóficas presentadas y se mencionarán las alternativas destacadas. En nuestra opinión, los diálogos (enmarcados en un contexto narrativo) resultan quizá el género discursivo más apropiado con el que se encuentran familiarizados los no expertos que permite llevar a cabo esta función.
5. A pesar de que se sostendrá una actitud pluralista en los términos planteados en la sección 1.1, cuando la arquitectónica de la obra lo requiera se sostendrán abiertamente compromisos y preferencias por posturas o tecnicismos particulares (e.g. Apelación a la *Teoría de Categorías*).
6. Al examinar nociones controversiales se procurará brindar al lector pistas para establecer vínculos explícitos a la literatura especializada contemporánea.
7. Se procurará distinguir explícitamente entre la *matematización de la lógica* y la *lógica de las matemáticas*, pero se enfatizará también la dialéctica indisoluble de lógica y matemáticas destacada en la primera parte de este trabajo.
8. Se buscará intencionadamente propiciar el interés y la perplejidad de los lectores, no sólo argumentalmente, sino apelando a procedimientos estéticos, literarios y visuales.
9. Como lo hemos enfatizado en las secciones 1.3 y 3.3, la dimensión visual y el diseño editorial se consideran parte medular de la propuesta y no tienen un carácter meramente ilustrativo.

### 4.3. Descripción estructural

*Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas* es un entramado de distintos *tipos de texto* (en ese sentido es una instancia de un género discursivo híbrido) que esperamos propicie distintos *tipos de lectura*, sobre todo *apropiadoras* (Pereda, 1990). A grandes rasgos, se encuentra articulado en tres capas, o tres líneas de coherencia discursiva no ajenas entre sí. Es decir, a pesar de que cada capa puede leerse de manera independiente, existen correlaciones transversales entre ellas.

**Capa narrativa** Consiste en una relato corto en el que dos adolescentes (hombre y mujer), dialogan cotidianamente sobre sus inquietudes personales, matemáticas, lógicas y filosóficas. Estos diálogos transcurren en su camino al colegio. En sus interacciones estos personajes hacen alusión a un carpeta de notas abandonada por un tercer personaje, un ficticio matemático guatemalteco. Las notas de esta carpeta son justamente las que integran el resto de las capas del libro y se presentan intercaladas con el relato.

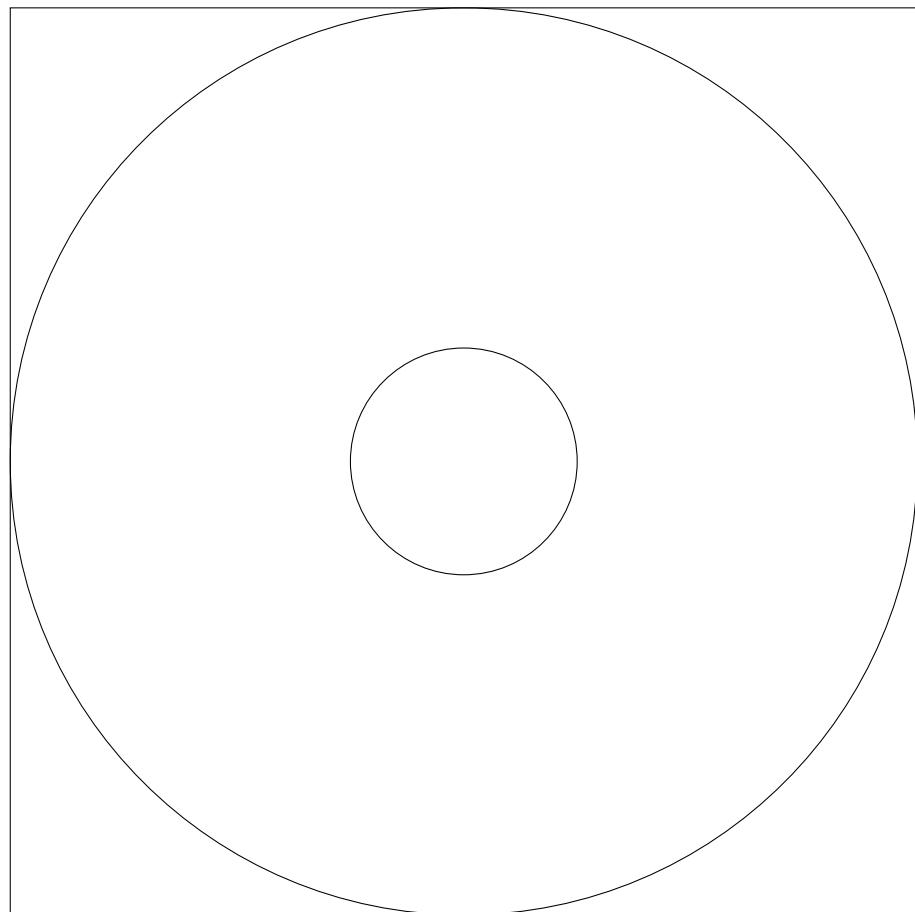
**Capa teórica** En esta capa, de naturaleza heterogénea en los sentidos esbozados en las secciones 1.3 y 1.3.5, se presentan de manera suscinta diversas nociones y sistemas lógicos, con ocasionales

problematizaciones filosóficas. No se hace esto a la manera de un libro de texto, sino a manera de resumenes elaborados por un estudiante. Por separado, a manera de una subcapa, se incluyen también dibujos, esquemas y diagramas. El último constituyente de esta capa son breves listados de referencias a obras clásicas y contemporáneas sobre las cuestiones exploradas, así como también a sitios web relevantes.

**Capa poético-visual** Se incluye aquí obra poética y gráfica en torno a las cuestiones filosóficas abordadas en las otras capas.

#### **4.4. *Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas***

Para facilitar su consulta con fines burocráticos, se ha incluido en este reporte una copia de la versión digital del libro en el disco compacto que se encuentra en esta página.





## *Capítulo 5*

---

# **Vínculo con estancias profesionales**

---

## **5.1. Panorámica**

Desde que comencé mis estudios de posgrado en la UAQ consideré crucial mantener contacto con grupos de académicos que, en nuestro país y fuera de él, llevan a cabo investigaciones en los campos de la lógica, las matemáticas, la filosofía de la lógica y la filosofía de las matemáticas. Particularmente, en el último año esto se volvió prioritario para el desarrollo del proyecto esbozado en este documento.

Las dos comunidades con las que trabajé de manera más estrecha fueron estudiantes, profesores e investigadores del Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM y estudiantes, profesores e investigadores de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen.

No obstante, por la naturaleza del proyecto desarrollado, establecí contacto también con investigadores y estudiantes del posgrado en Matemáticas de la UNAM, con estudiantes e investigadores de la Facultad de Matemáticas y el Instituto de Inteligencia Artificial e Ingeniería Cognitiva de la Universidad de Groningen y con miembros de la Academia de Arte Minerva de la Universidad Hanze de Ciencias Aplicadas.

Tres fueron las principales pautas a las que estuvieron sujetas mis observaciones e interacciones con los miembros de estas comunidades.

1. Prestar atención cuidadosa a las diversas dinámicas comunicativas que tenían lugar durante el desarrollo, análisis y valoración de propuestas innovadoras (en el campo de la lógica y las matemáticas); en particular, prestar atención a su articulación mediante géneros discursivos híbridos.
2. Participar en las distintas discusiones filosóficas contemporáneas sobre la lógica y las matemáticas en tanto quehaceres históricamente situados; especialmente, en aquellas donde se destacaba su carácter plural y heterogéneo.
3. Observar y analizar las propuestas elaboradas para comunicarse con miembros de otras comunidades epistémicas.

Tanto los capítulos de esclarecimiento que constituyen la parte I, así como el desarrollo presentado en la parte II sección 4.4 abrevan de dichas experiencias. Los aspectos más relevantes de las estancias respectivas se mencionan en los apartados subsecuentes.

## 5.2. Universidad Nacional Autónoma de México

### 5.2.1. Encuentro de estudiantes de posgrado en matemáticas

Este evento se llevó a cabo en el Instituto de Matemáticas de la UNAM localizado en la ciudad de Cuernavaca, México del 20 al 23 de agosto de 2014. Su principal objetivo fue propiciar tanto la *comunicación inter-especializada* (véase capítulo 2) como la *pedagógica* —en menor medida y fuera del entorno aúlico tradicional. Consistió, en primera instancia, en la presentación de los avances de (18) proyectos de investigación hecha por algunos estudiantes de posgrado dirigida a estudiantes de otras especialidades matemáticas. Se impartieron también 2 conferencias y 1 curso avanzado sobre temas que, se consideraba, podrían ser de interés para matemáticos de diversas especialidades. Se asignaron además tiempos para la discusión libre entre colegas.

Un rasgo destacado del discurso matemático en este contexto es el predominio de la oralidad y el uso del “lenguaje natural” con la apelación constante a la escritura simbólica y ocasionalmente a gráficos y diagramas —siendo relevante incluso el proceso dinámico de su elaboración *in situ*. Como era previsible, el grado de dialogicidad de los distintos tipos de interacciones comunicativas fue variable. Resulta difícil detectar puntualmente su rastro en los textos impresos que se elaboran posteriormente para ser publicados en revistas especializadas. Sin embargo, como sugiere Dutilh Novaes (2016),

hay una especie de incorporación de un “oponente” idealizado en las argumentaciones monológicas resultantes.

La complejidad lógica de las argumentaciones ofrecidas fue mínima. No obstante, el reto para la comprensión cabal del discurso para el no especialista es grande por la falta de familiaridad con los referentes teóricos aludidos y la dificultad para determinar y valorar la repercusión de las propuestas presentadas en sus respectivos campos o más allá de ellos. Nos percatamos que lo último resulta crucial no sólo en el contexto inter-especializado, sino cuando nos trasladamos al ámbito de la comunicación pública.

Conscientes de la importancia heurística que tiene el comprender los “motivos” de una investigación al comunicarse con un matemático de una especialidad distinta a la propia, los organizadores del evento, solicitaron a los ponentes comenzar sus presentaciones explicitando los de las suyas. Podría parecer una perogrullada señalarlo, pero dichos motivos no se identifican con los “motivos personales” del investigador; aunque, en un momento dado, sea posible vincularlos.

Charlamos también, en los tiempos de discusión libre, con los diversos participantes; ello enriqueció nuestra comprensión de los temas abordados y nuestra perspectiva de las dinámicas comunicativas que favorecen la comprensión de la investigación científica por parte del lego. Consideramos todo esto al desarrollar nuestra aplicación y procuramos incorporar representaciones dialógicas y algunos gráficos análogos a los que observamos.

### 5.2.2. Coloquios sobre logicidad y pluralismo

En septiembre de 2015, en el marco del proyecto PAPIIT IA401015, por iniciativa del Dr. Luis Estrada González, con quien he estado colaborando directamente, se organizaron en el Instituto de Investigaciones Filosóficas dos coloquios en los cuáles se abordaron algunas de las cuestiones discutidas en la parte I de este trabajo; a saber, el **Pluralismo matemático** (véase figura 5.2) y el poder precisar qué es *lo lógico* y qué es *una lógica*, esto es, el problema de la **Logicidad** (véase figura 5.1). Como ponentes e invitados especiales estuvieron Jean-Yves Beziau, Graham Priest, Gillian Russell, Mario Gómez Torrente, Axel Arturo Barceló Aspeitia, Michèle Friend y Mark Balaguer.

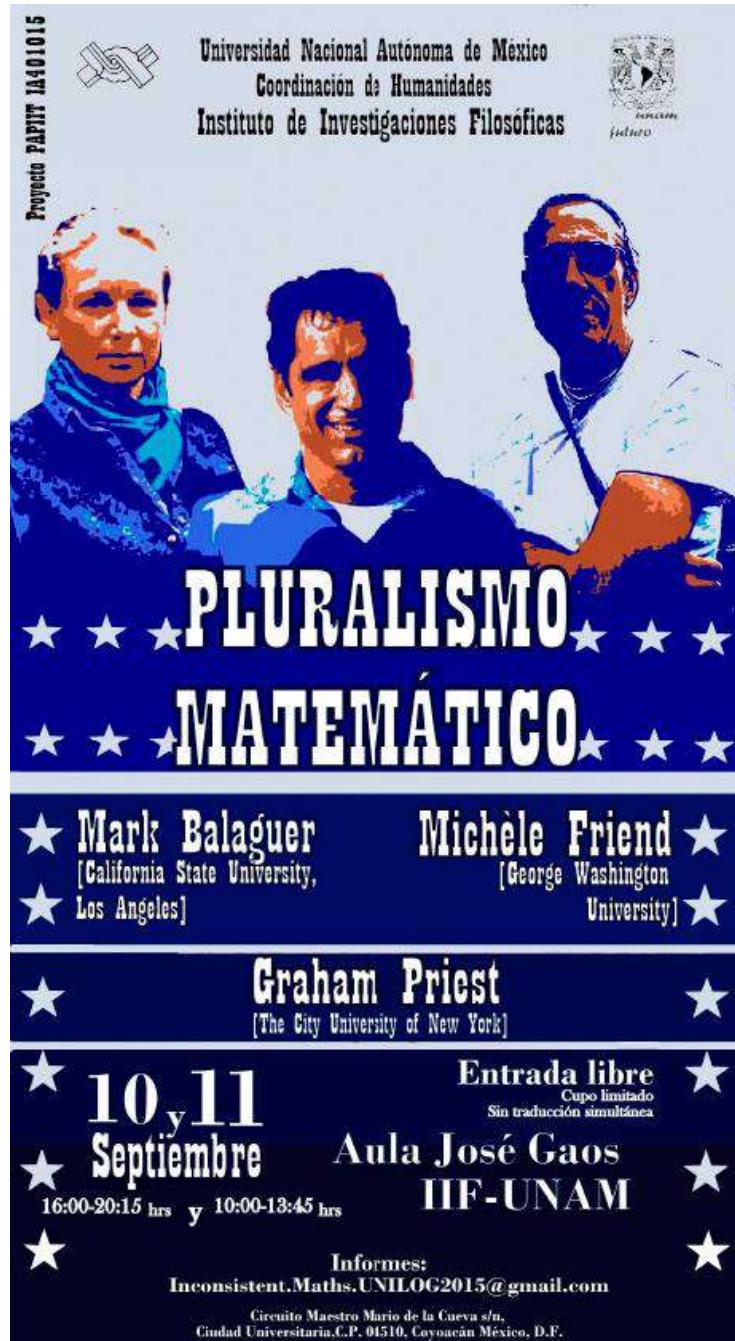
Estos eventos, abiertos a todo público, fueron pensados para la comunidad filosófica en general, pero especialmente para los estudiantes de licenciatura y posgrado de la UNAM. Se solicitó a los ponentes considerar que la mayoría de los miembros de la audiencia, a pesar de contar con una formación filosófica de base, no serían especialistas en lógica o filosofía de las matemáticas. Teniendo esto en cuenta, ellos hicieron las selecciones discursivas que consideraron relevantes. El coloquio tuvo lugar en el Aula Gaos del IIF-UNAM. Se videografiaron las intervenciones y fueron transmitidas también en tiempo real a través de internet. Actualmente, se puede acceder a tales grabaciones a través del [sitio web del IIF-UNAM](#).

Universidad Nacional Autónoma de México  
Instituto de Investigaciones Filosóficas  
[Proyecto PAPIIT IA401015]

# LOGICIDAD



**Figura 5.1:** Póster del coloquio sobre “Logicidad” que se llevó a cabo en la ciudad de México, en el IIF-UNAM, en septiembre de 2015.



**Figura 5.2:** Póster del coloquio sobre “Pluralismo matemático” que se llevó a cabo en la ciudad de México, en el IIF-UNAM, en septiembre de 2015.

Para nuestros fines, destacan dos características de estas interacciones comunicativas: (1) Nos encontramos ante un caso más cercano a la popularización que a la comunicación interespecializada, (2) los temas abordados en estos coloquios pertenecen al espectro de temas que a nosotros nos ha interesado comunicar fuera de los contextos académicos tradicionales.

Prevalecieron en el evento procesos de comunicación inter-especializada y debates intra-especializados tradicionales; la mayoría de los ponentes no apeló a recursos gráficos de manera crucial; aunque en varios casos, fue necesario referir puntualmente a la escritura de expresiones lógico matemáticas. Una de las estrategias usada extensivamente por dos de los ponentes (Axel Barceló y Graham Priest) que me gustaría destacar fue el aumento en la frecuencia de las oportunidades de retroalimentación con la audiencia y el ajuste de sus intervenciones en función de ellas. Por otro lado, anclar la discusión lógica y filosófica en casos históricos concretos resultó no sólo conveniente sino incluso necesario en ciertos momentos.

Para nuestra aplicación decidimos tener en cuenta las nociones abordadas como trasfondo articulador y confirmamos la importancia de apelar a referentes culturales concretos conocidos a partir de los cuales elaborar una discusión filosófica en torno a las matemáticas o a la lógica.

### **5.2.3. Seminarios de filosofía de la lógica y las matemáticas**

Coordinados por el Dr. Cristián Alejandro Gutiérrez Ramírez y el Dr. Luis Estrada González se llevan a cabo en la Facultad de Filosofía y el IIF-UNAM, con periodicidad quincenal, dos seminarios de discusión sobre temas de filosofía de la lógica y filosofía de las matemáticas. Durante el 2015 los temas que han sido el eje de las discusiones han sido, la noción de validez, el pluralismo lógico y el pluralismo matemático.

La dinámica habitual consiste en la lectura individual de artículos de revistas especializadas o capítulos de algunos libros antes de la sesión y su discusión crítica conjunta durante las sesiones. Así mismo, se procura, eventualmente, invitar a los autores de los artículos o libros para discutir directamente con ellos sus propuestas.

Los seminarios son abiertos a todo el público, pero los asistentes regulares son estudiantes de los posgrados en filosofía o filosofía de la ciencia, estudiantes de los últimos semestres de la licenciatura en filosofía y profesores e investigadores de otras universidades.

Durante la sesión, alguno de los participantes —uno distinto en cada ocasión— presenta los puntos medulares expuestos por el autor del artículo o libro y posteriormente se debate libremente procurando ceñirse a las cuestiones planteadas. Normalmente el objetivo de las interacciones es hacer una buena exégesis y encontrar la fortaleza y debilidades de las posturas expuestas.

La mayoría de los asistentes se encuentran familiarizados con los principios básicos de sistemas tales como la lógica cuantificacional de primer orden, la lógica intuicionista, los modelos kripkeanos para la lógica modal y los teoremas meta-lógicos de completud y corrección. La mayoría tiene

también conocimientos básicos de aritmética estándar, cálculo (análisis) y álgebra superior. Sin embargo, a pesar de que algunos de los presentes tenemos formación previa en los campos de la ingeniería, las matemáticas aplicadas o hemos participado ocasionalmente en algunos cursos de matemáticas “puras”, resulta un tanto problemático no contar con la presencia regular de estudiantes de la licenciatura o posgrado en matemáticas o con profesores e investigadores de dicha área.

Nuestra reconstrucción colectiva de las discusiones matemáticas (o incluso lógicas en algunos casos) no es, pues, de primera mano; aunque procura ser suficientemente informada. Ello nos obliga a preguntarnos: ¿Es posible llevar a cabo una razonable discusión filosófica sobre la lógica y las matemáticas desconociendo los pormenores de las prácticas de quienes hacen lógica y matemáticas? Consideramos que sí —aunque con limitantes. Pues, a pesar de que no sea posible comprender los detalles de una demostración lógica o matemática, en muchos casos sí es posible esclarecer y comprender la enunciación del problema del que parte, las motivaciones para plantearlo, las repercusiones de su abordaje o resolución, e incluso las intuiciones y estrategias usadas para ello. Muchos esfuerzos tradicionales de comunicación pública de las matemáticas tienen sentido sólo bajo este supuesto (véase, e.g. [Singh, 2003](#); [O’Shea, 2008](#)). No resultaría descabellado, entonces, emprender un esfuerzo de comunicación pública de la filosofía de la lógica o las matemáticas bajo ese mismo supuesto. No obstante, nos parece que sería mucho más apropiado y enriquecedor hacerlo teniendo en cuenta los rasgos peculiares de estas prácticas. En particular, si estas se encuentran articuladas con otras de corte no académico que coadyuven a tender puentes hacia inquietudes y referentes conocidos por quienes no son especialistas.

#### 5.2.4. Curso-Taller de $\text{\LaTeX}$

Una de las tareas que me fueron encomendadas por el Dr. Luis Estrada González durante mi estancia en el IIF–UNAM este año fue ofrecer a los estudiantes que elaboran tesis bajo su tutoría un curso de edición digital de textos especializados usando  $\text{\LaTeX}$  ([Lamport, 1994](#)). Esta herramienta, disponible desde 1985, fue elaborada por Leslie Lamport sobre la base del software  $\text{\TeX}$  —desarrollado por el matemático Donald [Knuth \(1986\)](#) a finales de los años 70. Permite editar fácilmente y con alta calidad tipográfica textos donde se hace un uso extensivo de fórmulas y diagramas.  $\text{\TeX}$  y  $\text{\LaTeX}$  podrían catalogarse como *software libre* y se han vuelto el estándar *de facto* para la edición y publicación en revistas arbitradas de artículos matemáticos y lógicos. Este software, de hecho, no sólo transformó completamente la dinámica de un sector de la industria editorial científica en las últimas décadas del siglo XX, sino que incidió en las prácticas de la comunidad matemática internacional y otras comunidades académicas<sup>1</sup>.

Sin duda resultará útil para los estudiantes supervisados por el Dr. Estrada familiarizarse con las

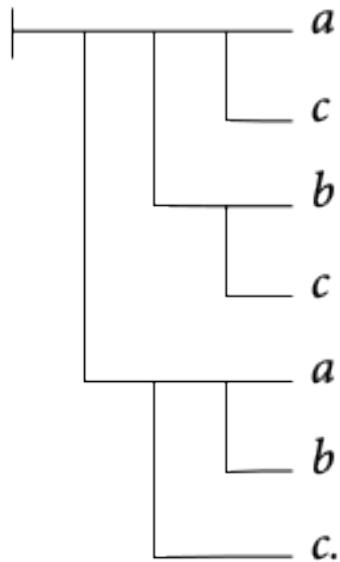
---

<sup>1</sup>De hecho, el departamento de publicaciones del IIF–UNAM usa  $\text{\LaTeX}$  para editar los textos que publica

herramientas que utilizan los investigadores en el área de lógica y matemáticas para preparar los artículos y libros que son publicados por editoriales científicas internacionalmente reconocidas como Springer-Verlag, Kluwer u Oxford, pero ¿por qué resulta esto relevante para nuestro proyecto? La cuestión que nos interesa destacar atañe por una parte a la noción de heterogeneidad que elucidamos en la sección 1.3 y por otra a la posible incidencia retroactiva de las herramientas (en este caso de edición) sobre la formulación original de una propuesta científica. Se sabe, por ejemplo, que la dificultad para componer tipográficamente los diagramas requeridos por la *conceptografía fregeana*, publicada originalmente en 1879 (véase Frege, 1972), evitaron su popularización (Véase figura 5.3). En lugar de ello, se desarrollaron las secuencias sintácticas de la lógica cuantificacional de primer orden que ahora se manejan de manera estándar y resulta más fácil componer tipográficamente. ¿Son equivalentes ambas formulaciones? La cuestión aún se debate (véase Macbeth, 2014).

Como parte de mis observaciones de procesos comunicativos durante mis estancias presté atención a la manera en que, quienes apenas comenzaban a usar esta herramienta, resolvían algunos problemas de edición tipográfica que, eventualmente, podrían conducir a formulaciones no equivalentes desde un punto de vista conceptual. Así mismo, el contribuir a la resolución de problemas de edición que no concernían directamente con mis intereses teóricos, me permitió prestar mayor atención a la materialidad gráfica de los discursos lógico y matemático. La relevancia que esto tiene, en general, para la comunicación pública de la lógica y las matemáticas y, en particular, para nuestra aplicación no es poca. Si deseamos acercar, o pretendemos que los especialistas se comuniquen por escrito con un público lego, ¿es preferible recurrir a las convenciones tipográficas usadas por los especialistas? ¿o quizás tendría que apelarse a otro tipo de convenciones tipográficas creadas ex-profeso para este tipo comunicación?

Las infografías y la visualización de datos, mencionadas en la sección 1.3, tienen una gran relevancia en los procesos de comunicación pública. Si las herramientas usadas por la comunidad de investigadores son suficientemente flexibles para dar cabida a formas no tradicionales de representar



**Figura 5.3:** Axioma 2 de la *Conceptografía*. Su “equivalente” en una versión estándar contemporánea de la lógica cuantificacional de primer orden es:

$$\vdash (c \supset (b \supset a)) \supset ((c \supset b) \supset (c \supset a))$$

la información, no sólo es posible que se puedan tender más fácilmente puentes entre los géneros discursivos típicos de la comunicación intra-especializada, inter-especializada, pedagógica y la popularización, sino que podría haber también una repercusión heurística (o incluso epistemológica) en las investigaciones.

Decidimos explorar un poco estas cuestiones al llevar a cabo nuestra aplicación. Para editar *Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas* intentamos usar L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X de manera tan extensiva como fuese posible para contar con un precedente concreto que pudiese ser considerado por otros investigadores interesados en hacer comunicación pública de manera análoga. Los resultados no han sido tan alentadores como hubiésemos querido y ameritan otro tipo de experimentación que, por el momento, excede nuestros recursos y competencia. Nuestra esperanza inicial había sido poder articular un mecanismo y estrategias de producción editorial concomitante de textos académicos tradicionales y textos de divulgación. La esperanza continúa, pues aunque hemos editado el libro en cuestión, el mecanismo y las estrategias de producción editorial no han podido concretarse con la solidez deseada.

## 5.3. Universidad de Groningen

Mi estancia del 23 febrero al 23 julio de 2015 en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen (RUG) fue posible gracias a la invitación del Prof. Dr. Barteld Kooi —vicedecano de dicha facultad— y a una beca de CONACyT a la que fui postulado por parte de la coordinación de la MFCA–UAQ (véase [ápendice A](#)). Durante mi estancia en Europa, además de participar en eventos académicos y discusiones sobre los temas de mi interés, pude observar cuidadosamente y participar en distintos tipos de procesos locales e internacionales de comunicación de la ciencia y la filosofía; esto me permitió revalorar los trabajos desarrollados durante los dos años del posgrado y hacer una reformulación de mi propuesta de aplicación. En los apartados subsecuentes describo de manera sucinta los vectores de incidencia en mi aplicación de las diversas actividades y eventos llevados a cabo en Gronigen.

### 5.3.1. Coloquio “Axioma 2015”

El primer evento de comunicación pública de la ciencia en el cuál participé fue un coloquio organizado por la facultad de matemáticas. Este evento fue abierto a todo público, pero se diseñó considerando en primera instancia a los estudiantes de matemáticas y disciplinas afines de la RUG. Las intervenciones buscaban dar a conocer a los estudiantes el estado actual de la cuestión en algunas investigaciones recientes en los campos de las “matemáticas puras” (v.g., teoría de números), “matemáticas aplicadas” (v.g., teoría del control) y filosofía de las matemáticas (v.g., análisis de



**Figura 5.4:** Departamento de “Theoretical Philosophy” de la Facultad de Filosofía de la RUG, del cual formé parte de febrero a julio de 2015

pruebas). Como parte integral del evento se invitó a los asistentes con varios días de anticipación a resolver algunos acertijos matemáticos y se ofrecieron premios el día del coloquio a las respuesta más elegantes.

Predominó el uso de un discurso híbrido propio de las estrategias tradicionales de popularización, la comunicación pedagógica y, en menor medida, de la comunicación interespecializada y transdisciplinaria.

A pesar de que los acertijos propuestos por el comité organizador no tenían una relación tan estrecha con las presentaciones hechas por los ponentes, fue una buena estrategia para promover una participación más comprometida —aunque muy acotada— por parte de la audiencia. Este tipo de interacción no suele propiciarse en coloquios de otros campos disciplinarios. Tomamos nota de ello y buscamos la manera de incorporar, de algún modo, *desafíos lúdicos* en nuestra propia propuesta de comunicación pública de la ciencia y la filosofía.

### 5.3.2. Seminarios “The roots of deduction” y “Grolog”

En la facultad de filosofía me integré al seminario del proyecto de investigación “The roots of deduction” dirigido por Catalina Dutilh Novaes. La dinámica consistía primordialmente en revisar colectivamente tanto textos matemáticos (e.g., Euclides) como textos de lógica antiguos (e.g., Aristóteles) con fines no meramente exegéticos, sino buscando hacer una genealogía de

la noción de prueba matemática. La hipótesis guía era que toda prueba matemática tiene una dimensión dialógica —en la que se integran armoniosamente la cooperación y el antagonismo—, apreciable con mayor claridad en dichos textos. Considerando este contexto, en otras sesiones se valoraban las reconstrucciones de fragmentos de pruebas matemáticas hechas con sistemas lógicos contemporáneos capaces de modelar interacciones estratégicas.

Además de aprovechar tales discusiones para enriquecer el marco teórico de mi propuesta y ajustar las características estructurales de mi aplicación, presté atención al tipo de comunicación que prevalecía en estos seminarios; sin duda, una instancia de comunicación intra-especializada.

Con menor frecuencia se realizaba un seminario al cual se invitaba a investigadores de otras universidades a presentar los avances de sus trabajos lógicos y filosóficos. Dicho seminario, Grolog (Acrónimo de Groningen Logic), era organizado por Barteld Kooi. A pesar de que la gama de temas abordados aquí era mayor, el nivel de especialización seguía siendo elevado.

La participación en estos seminarios presuponía por parte de los asistentes familiaridad con discusiones filosóficas y desarrollos lógicos recientes. La dinámica de ambos seminarios era similar, salvo que en el segundo, los asistentes no hacíamos algún tipo de lectura previa relacionada con las presentaciones.

Aunque evidente, resulta notorio que, mientras mayor es el grado de especialización de un seminario, suele ser menor la necesidad de explicitar los motivos y relevancia de las discusiones e investigaciones a los participantes. Análogamente, tampoco suele ser necesario detenerse demasiado a puntualizar la logística de los procesos comunicativos inherentes a dicho seminario. Tales consideraciones son también relevantes al hacer comunicación pública de la ciencia y la filosofía: cuenta no sólo *lo que* se comunica y *por qué* se hace sino también *cómo* se comunica.

### **5.3.3. Taller “Redrawing pragmasemantic borders”**

El foco temático de este evento de comunicación intra e interespecializada, organizado por Emar Maier, Jennifer Spenader y Franziska Köder durante el mes de marzo, se ubicó en un campo interdisciplinario; los estudios sobre la significación. Para este tipo de estudios es relevante la integración armónica de las contribuciones de disciplinas como la lógica, la lingüística, la filosofía del lenguaje y las ciencias de la computación.

Nuevamente, al igual que con otros eventos en los que tuve oportunidad de participar, este taller resultó interesante por dos razones: (1) Por los temas abordados y (2) Por su dinámica comunicativa. En contraste con otros eventos, hubo una mayor apelación a evidencia empírica. Los conocimientos y actitudes de los participantes, así como el formato del evento —no lejano de los cánones tradicionales (Ponencias breves, plenarias, posters, recesos para tomar café o un almuerzo ligero)— propiciaron una participación entusiasta.

La incidencia que tuvo este taller para la reformulación del marco teórico y el desarrollo de nuestra aplicación es notoria. A pesar de que, desde un principio, habíamos considerado hacer análisis semánticos y pragmáticos de los discursos lógico y matemático, tras nuestra participación en el taller y, en particular, tras dialogar con Franziska Köder, evaluamos y decidimos apoyarnos en la propuesta de V. Bhatia (Véase 1.3.5): fijamos con ello uno de los principales ejes articuladores de nuestro proyecto.

### 5.3.4. Coloquio “The facts matter”

Este coloquio tuvo lugar en el instituto ALICE (Artificial Intelligence and Cognitive Engineering) de la RUG. Se llevó a cabo para celebrar el cumpleaños 50 de la investigadora Rineke Verbrugge, actual responsable del área de Lógica y Cognición del instituto. En el evento prevaleció un ambiente relajado, amigable y cordial; pues, los principales participantes fueron los mentores, colaboradores y estudiantes de Rineke. Sin embargo, las intervenciones no adolecieron de rigor.

Destacó el carácter interdisciplinario de las participaciones, afín al espíritu cooperativo entre lógica y ciencias empíricas promovido por Johan van Benthem (2008) que ha inspirado la carrera académica de Verbrugge. Otra importante nota definitoria del evento fue la publicación de un libro de ensayos. La mayoría de ellos se encontraban directamente correlacionados con las propuestas presentadas. Superficialmente podría pensarse que tal producto editorial correspondería simplemente a las *Memorias [Proceedings]* que, por lo regular, se editan tras celebrarse algunos encuentros académicos —en ocasiones con el simple objetivo de satisfacer protocolos burocráticos y obtener méritos curriculares. No obstante, esto no fue el caso. El texto publicado, además de incorporar artículos tradicionales, incorporó notas de carácter biográfico y algunas anécdotas gráficas. Esto además de ser un significativo homenaje otorgó a la publicación una amenidad poco común —hecho del cuál tomamos nota, teniendo en cuenta su contexto de emergencia, para llevar a cabo nuestra aplicación.

Sabemos que no es fácil lograr la conjunción de condiciones que hacen posible este tipo de actos y productos —pues, en gran medida, dependen del liderazgo, inteligencia y personalidad afable libre de arrogancia de gente como Rineke Verbrugge, Johan van Benthem y muchos otros colegas que estuvieron presentes. Creemos, sin embargo, que vale la pena propiciarlas. Esta es la sinopsis del título publicado:

Este libro ha sido hecho para celebrar el cumpleaños 50 de Rineke Verbrugge. Es producto de un increíble esfuerzo de parte de los profesores, colegas, estudiante y amigos de Rineke, que han sido conquistados por su presencia siempre alentadora y positiva, tanto en la academia como en la vida cotidiana. En relación con los intereses de investigación de Rineke, el libro presenta ocho artículos sobre una amplia gama de

temas —desde teorías de la aritmética hasta un estudio sobre autismo. Los artículos sobre lógica híbrida, teorías formales de la creencia, probabilidad, metas, redes sociales y bisimulaciones enriquecen la sección lógica del libro; mientras que los artículos sobre estrategias cognitivas y cognición social contribuyen con la perspectiva cognitiva. Los temas mismos ofrecen una cautivadora percepción de la vasta amplitud de intereses y proyectos académicos de Rineke. Una serie de comentarios personales, historias, anécdotas e imágenes constituyen la última parte del libro, agregando a este título un distintivo toque personal<sup>2</sup>. (Ghosh y Szymanik, 2015)

### 5.3.5. **Studium Generale Groningen (SGG)**

Vía este programa, la RUG y la Universidad Hanze de Ciencias Aplicadas de Groningen organizan actividades de comunicación pública de la ciencia y la filosofía; pues, se ha considerado esto importante para la vida ciudadana y el fortalecimiento de las instituciones universitarias. El formato suele ser de popularización (o “divulgación”) tradicional; por lo regular, se llevan a cabo en auditorios de la RUG ubicados en el centro de la ciudad y la entrada es libre. Los conferencistas invitados son propuestos por estudiantes y académicos de ambas instituciones y no son necesariamente miembros de éstas. SGG brinda a la comunidad universitaria el apoyo logístico para publicitar y realizar los eventos. La descripción en [su sitio web](#) es la siguiente,

*Studium Generale Groningen (SGG)* es una colaboración entre la Universidad de Groningen y la Universidad Hanze de Ciencias Aplicadas de Groningen. SGG organiza actividades innovadoras y multidisciplinarias en los ámbitos de la ciencia, la cultura y la sociedad. El programa, que incluye conferencias, películas, debates y más, se dirige a un público amplio de estudiantes, académicos y otras personas de la ciudad y la provincia de Groningen<sup>3</sup> [Traducción propia].

---

<sup>2</sup>“This book is in celebration of Rineke Verbrugge’s 50th birthday. It is a product of an incredible effort on the part of Rineke’s teachers, colleagues, students and friends who have all been won over by her ever-encouraging and positive presence in academia and also in daily life. Pertaining to Rineke’s research interests, the book features eight articles on a wide range of topics - from theories of arithmetic to a study on autism. The papers on hybrid logic, formal theories of belief, probability, goals, social networks, and bisimulations enrich the logic section of the book while papers on cognitive strategizing and social cognition bring up the cognitive perspective. The themes themselves provide a compelling perception of the vast expanse of Rineke’s academic interests and endeavours. A series of personal comments, stories, anecdotes, and pictures constitute the latter part of the book, adding a distinct personal touch to this volume.”

<sup>3</sup>*Studium Generale Groningen* is a collaboration between the University of Groningen and the Hanze University of Applied Sciences Groningen. SGG organizes innovative and multidisciplinary activities in the domains of science, culture and society. The varied programme, including lectures, films, debates and more, is intended for a wide audience of students, lecturers and other interested parties from within the city and province of Groningen.

Creemos que correlacionar la organización de eventos de este tipo<sup>4</sup> con las redes de recursos mencionadas en la sección 3.1 y un encuadre en un marco por lo menos tan robusto como el descrito en el capítulo 2, puede potencializar sus efectos en gran medida. Nuestra aplicación en particular, no depende de este tipo de esfuerzos institucionales, pero no es incompatible con ellos.

### 5.3.6. Noches de arte, ciencia y filosofía

La Universidad de Groningen y la ciudad misma de Groningen se caracteriza por promocionar distintos tipos de eventos culturales que involucran no sólo a la comunidad universitaria. Exposiciones, conciertos, ciclos de cine-debate, conferencias, son habituales. Como lo señalamos en el apartado anterior, la comunicación pública de la ciencia y la filosofía es una tarea que se considera importante y para la cual se asignan recursos —aunque ésta se lleva a cabo mayoritariamente dentro del paradigma tradicional de popularización discutido en el capítulo 2. Incluso las propuestas de corte interactivo de la Universidad Hanze de Ciencias Aplicadas —con la que la RUG tiene acuerdos de colaboración y sobre la que hablaremos brevemente en el siguiente apartado— parecerían estar sujetas a dicho paradigma<sup>5</sup>.

Entre los eventos de comunicación pública de la ciencia y la filosofía realizados en Groningen queremos destacar *De nacht van kunst & wetenschap* [La noche del arte y la ciencia] (véase figura 5.5) y *De nacht van de filosofie* [La noche de la filosofía] (véase figura 5.6).

Las actividades que conforman a la primera de estas “noches” son bastante interactivas y se llevan a cabo en distintas locaciones, tanto en instalaciones universitarias como sitios públicos. Para tener acceso a todos los eventos de la noche se hace un pago módico (aproximadamente 15 euros). Los lenguajes naturales usados en las actividades son tanto el neerlandés como el inglés. La segunda “noche” (con un costo aproximado de 10 euros para los asistentes) suele llevarse a cabo en algún auditorio de la misma universidad y, aunque no está sujeta a los solemnes, y a veces pretenciosos, cánones académicos tradicionales, su formato no es particularmente innovador; pues, consiste en una serie de conferencias o charlas “entretenidas” (mayoritariamente en neerlandés) dadas por filósofos sobre temas atractivos de interés público. No obstante, en ambos casos prevalece la presencia de

<sup>4</sup>Cabe señalar que, desde 2014 los estudiantes de la MFCA de la UAQ han estado realizando eventos análogos de comunicación pública de la ciencia y la filosofía, que han buscado trascender los paradigmas de “popularización” tradicional (e.g., *Arte para pensar el tiempo* (2014), *Comunidades en diálogo* (2015). El primero de estos eventos fue precedido un mes antes por la presentación que un servidor hizo en la mesa de Divulgación de la Filosofía del XVII Congreso Internacional de Filosofía de la AFM, donde acuñé la noción de *intervención constelada* para denotar este tipo de correlaciones. Véase la Documentación complementaria A). La discusión sobre los aciertos y limitantes de estos esfuerzos se encuentra abierta y no es un tema que será abordado en este trabajo.

<sup>5</sup>Un caso de relación entre investigación y público en Groningen que amerita una consideración aparte y que excede por mucho los límites del presente trabajo es el de Centro Medico Universitario de Groningen (UMCG) [Universal Medical Center Groningen]. Es uno de los hospitales más grandes de los Países Bajos. En el UMCG se lleva a cabo investigación y se proporciona atención y formación médica. La política actual de investigación del UMCG prioriza los trabajos relacionados con “el envejecimiento activo y saludable”. (Véase su sitio web <http://www.umcg.nl/>)



**Figura 5.5:** Póster promocional de *La noche del arte y la ciencia 2015*, organizada por la Universidad de Groningen (RUG) en los Países Bajos.



**Figura 5.6:** Póster promocional de *La noche de la filosofía de Groningen 2015*, organizada por la Universidad de Groningen (RUG) en los Países Bajos.

géneros discursivos híbridos (véase la sección 1.3.5 y, a manera de ejemplo, la figura 2.3 en el capítulo 2).

Evaluar la eficacia de este tipo de procesos comunicativos requeriría formular un protocolo especial y consideramos que sería fructífero que otros investigadores la llevasen a cabo. Independientemente de ello, estos eventos fortalecieron nuestra convicción de recurrir a géneros híbridos al hacer nuestra aplicación.

### 5.3.7. Arte y producción editorial en Groningen

En la ciudad se localiza también la *Universidad Hanze de Ciencias Aplicadas* [Hanze University of Applied Sciences], con la cual la RUG ha establecido vínculos cooperativos. Entre las escuelas que la constituyen se encuentra la *Academia de Arte Minerva* [Minerva Art Academy]. Varios de los eventos que conformaron *De nacht van kunst & wetenschap 2015*, se llevaron a cabo en sus instalaciones.

Entre las actividades conducentes a las presentaciones de este evento llamó nuestra atención el trabajo de Raúl Saldarriaga Rodríguez con base en la noción de “ecologías participativas”. Las diversas propuesta de Saldarriaga buscan involucrar al público como co-autor en las ejecuciones artísticas. ¿Sería plausible establecer mecanismos análogos tanto en el caso de la comunicación pública de la ciencia y la filosofía como en el quehacer científico y filosófico mismos? No solamente creemos que es posible, sino deseable. Dados los modelos que discutimos en el capítulo 2 de este trabajo, nos parece que la facilidad para hacerlo corre en sentido inverso a la ruta tradicional de popularización. No obstante, eso es una hipótesis que valdría la pena someter a prueba en un futuro.

Una última aportación crucial para nuestra aplicación proveniente de la Academia Minerva fue la presentación final del taller de *libros-arte* sobre los cuáles hablamos en la sección 3.2. Revisar las diversas obras y platicar con sus autores enriqueció la perspectiva que teníamos de tales objetos y los procedimientos para su manufactura. Al respecto platicamos también con el editor comercial *Philip Elchers*. Tales consideraciones y los trabajos precedentes de Raymond Smullyan y Douglas Hofstadter referidos en la sección 3.3 nos permitieron, simultáneamente, precisar más las pautas para desarrollar nuestro proyecto y ampliar nuestra gama de recursos creativos.

## 5.4. Participación en otros congresos internacionales

### 5.4.1. UNILOG2015

Como lo indicamos en la sección 1.1, el congreso de lógica universal organizado por Jean-Yves Béziau busca la exploración de conceptos y herramientas generales aplicables a todas las lógicas, dada su proliferación en las últimas décadas. Este evento suele dividirse en dos grandes bloques: El primero es una “Escuela” en donde, mediante cursos intensivos de pocos días, los investigadores enseñan a otros, regularmente a estudiantes de posgrado, propuestas innovadoras en el campo de la lógica. El segundo bloque es un “Congreso de investigación” tradicional en el cual participantes de todo el mundo presentan a otros sus trabajos en curso para ser discutidos. Como en distintos eventos de esta índole, las ponencias se agrupan en mesas con temáticas similares. Tuve oportunidad de participar en ambos bloques. En el segundo de ellos apoyando directamente al Dr. Luis Estrada González en un taller de matemáticas inconsistentes.

En ambos bloques se presentan a su vez conferencias magistrales de manera regular y hay tiempo ex-profeso para dialogar libremente con otros asistentes en cada uno de los días del evento. La relevancia de mi asistencia para la propuesta que aquí presentamos ha sido a nivel conceptual. Familiarizarme con los principales enfoques matemáticos y filosóficos prevalecientes en el ámbito de la lógica universal, ha resultado de utilidad para su incorporación en el proyecto editorial desarrollado.

A grandes rasgos, podemos destacar la recuperación matemática renovada de clásicos como Hegel, Goethe, autores medievales y algunas propuestas filosóficas orientales. Son también significa-



**Figura 5.7:** Foto grupal en la última sesión de UNILOG-2015 (Estambul, Turquía)

tivos los trabajos ligados a los desarrollos teórico-categoristas, informáticos y a las investigaciones lingüísticas empíricas.

### **5.4.2. ESSLLI2015**

Este evento, la 27a. Escuela Europea de Verano en Lógica, Lenguaje e Información [European Summer School in Logic, Language and Information] se llevó a cabo en Barcelona, España. Al igual que UNILOG-2015 se encuentra organizada en dos bloques; una escuela propiamente y un congreso. A diferencia del primero de estos eventos se da prioridad a la participación de estudiantes de posgrado. Se promueve decididamente el trabajo interdisciplinario y empírico; especialmente en el campo de la lingüística y la informática.

Además de tomar nota regular del tipo de dinámica comunicativa prevaleciente, metodológica y conceptualmente resultaron significativos para mi propuesta tres desarrollos: 1) las indagaciones sobre la semántica de los lenguajes de algunas comunidades sordomudas, 2) las estrategias de modelado de estados epistémicos para agentes racionales no-ideales y 3) las relaciones de equivalencia entre los enfoques lógicos tradicionales para sistemas modales y los enfoques algebraicos. Hemos procurado incorporar en distintos grados —y de manera no técnica— dichas temáticas, o más bien, las inquietudes filosóficas subyacentes a su formulación técnica.

Confiamos en que su impronta será notoria en el proyecto editorial y consideramos que su incorporación podría facilitar la asimilación de ciertos planteamientos técnicos a quienes en el futuro decidan acercarse a la investigación contemporánea después de haber conocido nuestra propuesta.



## **Parte III**

### **Evaluación y prospectiva**



## *Capítulo 6*

---

# **Repercusiones, indicadores y posibilidades**

---

Establecer indicadores y evaluar, conforme a ellos las repercusiones de la propuesta que hemos elaborado no es algo sencillo y en varios sentidos excede el tiempo y recursos de los cuales se dispone. No obstante, ¿qué entendemos por repercusiones, dado nuestro contexto? ¿Son tan sólo éstas lo que conviene evaluar? Por otra parte, dada dicha evaluación, ¿qué posibilidades se vislumbran para nuevos desarrollos e indagaciones?

Como lo hemos señalado desde un principio nuestra propuesta tiene una doble dimensión; (1) la comunicación pública del quehacer tecnocientífico y filosófico y (2) la educación no escolarizada. En lo que respecta al primer punto, nuestra elucidación filosófica nos mostró que dicha tarea es más compleja de lo que se ha considerado al querer reducirla tan sólo a la “divulgación” de la ciencia. Por tanto, cualquier indicador que se establezca necesitaría tener en cuenta tal complejidad. No se trata tan sólo de ejecutar actos comunicativos públicos y medir sus efectos perlocutivos o su realización feliz o infeliz —en sentido austiniano—, sino también de establecer las condiciones apropiadas para llevarlos a cabo y que haya sensibilidad a sus efectos, perdurabilidad incluso. En lo que respecta a lo segundo, al hacer una valoración podríamos intentar precisar indicadores para “medir” la repercusión del trabajo realizado en contraste con el no haberlo ejecutado o haber actuado exclusivamente conforme a un paradigma educativo tradicional. No es algo sencillo pues, en tanto que se busca promover el aprendizaje autónomo de los individuos, son ellos mismos quienes determinan fines y medios —aunque ciertamente, esta determinación no es absoluta; se encuentra condicionada por el espectro de posibilidades que los sujetos vislumbran, la naturaleza de aquello que desean aprender y los recursos que tienen a su disposición.

Además de la complejidad para establecer indicadores en nuestro caso, hacer una valoración a partir de mediciones en un plazo tan corto puede ser engañoso, o francamente poco razonable.

Ante actos de comunicación pública como los descritos en el capítulo 5 de este trabajo ejecutados en Groningen y México es posible levantar encuestas de opinión (y, de hecho, en Groningen se hizo en *De nacht van kunst en wetenschap*), pero ¿cómo interpretar dichos resultados? Dadas las elucidaciones que hemos hecho en este mismo trabajo, en especial en el capítulo 3, resulta sumamente cuestionable qué las opiniones recabadas en un sólo evento —aunque útiles para otros fines— arrojen luz sobre lo que a nosotros concierne:

lograr que los ciudadanos al saber mejor, y sin mistificaciones, en qué consiste el quehacer tecnocientífico contemporáneo y cómo se encuentra vinculado con su cotidianidad puedan tener una *participación más informada* al deliberar y decidir sobre cuestiones que involucran a este quehacer y repercuten en nuestra vida pública y privada; así como también facilitar el que tengan una *apropiación personal de los saberes tecno-científicos* y, si así lo desean, contribuyan a su desarrollo involucrándose de manera mucho más directa en este quehacer.

En México, se han hecho mediciones cuantitativas y cualitativas a plazos mucho más largos de proyectos de CPC de mayor envergadura, como la publicación de los títulos de la colección “La Ciencia para Todos” y el concurso “Leamos la Ciencia para Todos”, cuya primera emisión, bajo otro título, tuvo lugar en 1989 ([Fondo de Cultura Económica, 2011](#)). A quienes en alguna ocasión participamos en tales concursos y obtuvimos algún premio o reconocimiento, se nos preguntó años después sobre el impacto que tal hecho había tenido en nuestro desarrollo profesional y vida personal. Los datos parecen alentadores, pero es innegable que producirlos, procesarlos e interpretarlos no fue cuestión de unos cuántos meses, ni una tarea ejecutada por una sola persona. Precedentes de este tipo nos sugieren poner las cosas en su justa perspectiva y evitar caer en la manía de querer cuantificar precipitadamente “efectos” de una *micro*-propuesta obedeciendo a ciegas consignas tecnocráticas emanadas de las concepciones pobres y estereotipadas del quehacer tecnocientífico y filosófico que hemos cuestionado en este mismo trabajo.

Así pues, no despreciando el establecimiento de indicadores cuantitativos como los aludidos, pero siendo críticos respecto al uso indiscriminado de ellos, los criterios que hemos decidido observar para valorar la propuesta desarrollada y hacer consideraciones prospectivas son de otro orden. Para nuestra evaluación hemos prestado atención a cuatro aspectos estrechamente interrelacionados: 1) La eficacia de la *metodología* dialéctica elaborada y empleada; 2) la relevancia y fecundidad de los *ejes de esclarecimiento* montados; 3) la utilidad de las *pautas de acción* derivadas de la dialéctica de esclarecimiento y observación participante que tuvo lugar; 4) el potencial interpretativo y propiciador de aprendizajes autónomos del *proyecto editorial* realizado.

Con respecto a la primera cuestión, para abordar las prácticas tecnocientíficas encontramos que resulta conveniente esclarecer aún más la manera en que se articulan los procedimientos de análisis,

elucidación y problematización filosófica tradicionales con los métodos etnográficos —como la *observación participante*— y la investigación empírica en campos como las ciencias sociales, el análisis del discurso y la lingüística. En cada ámbito tecnocientífico se requiere una implementación particular y es conveniente, para quien lleve a cabo proyectos análogos al que hemos desarrollado, tener cierta familiaridad con las diversas disciplinas y entornos culturales involucradas. Es probable que paradigmas tales como la llamada *filosofía experimental*, o adaptaciones de protocolos usados en indagaciones lingüísticas puedan ser de utilidad. Todo esto, puede ser objeto de futuras indagaciones; no sólo meta-filosóficas sino radicalmente interdisciplinarias.

En lo concerniente a la segunda cuestión, nuestros tres ejes de esclarecimiento, descubrimos con respecto al primero de ellos —el pluralismo y la heterogeneidad— que hay un amplio panorama formal y empírico que amerita un tratamiento más cuidadoso. La apelación a casos, históricos o contemporáneos, es indispensable. Una de las consideraciones más importantes ataña a la articulación (o deslinde restringido) del quehacer lógico y el matemático. Pudimos constatar que las discusiones sobre pluralismo se encuentran lejos de estar zanjadas, pero hay una conciencia plena de parte de la comunidad de investigadores en estos ámbitos de que la diversidad es un hecho y algunos enfoques pluralistas han resultado especialmente fructíferos (véase [Friend, 2014](#)). Menor acuerdo hay en lo que concierne a la heterogeneidad lógica y semiótica, a pesar de que también hay una discusión que tiene ya larga data. En nuestro trabajo, rozamos apenas el asunto y surgió, sin duda, la inquietud de precisar como incide dicho rasgo en los enfoques plurales. No nos hemos pronunciado al respecto y el espacio de indagación está abierto. Nos percatamos que la noción de *heterogeneidad discursiva* y la constelación conceptual a la que dicha noción —o análogas— pertenece se encuentra mucho más consolidada y resulta especialmente útil para distintos tipos de proyectos. Convendría en futuros desarrollos ahondar más al respecto. En resumen, este eje, resultó ser muchísimo más robusto y complejo de lo esperado.

El segundo y tercer eje fueron mucho menos problemáticos. En ambos casos hay aún trabajo teórico y práctico pendientes —que otros podrían acometer— y las líneas de investigación/acción se encuentran más definidas que para el primer eje. No obstante, de manera análoga a lo que sucede con el par pluralismo/heterogeneidad se requiere hacer un trabajo más puntual respecto la articulación entre comunicación pública y educación no escolarizada. Nos parece que eso, en cualquier país —pero particularmente en México— conlleva un fuerte y decidido trabajo no sólo a nivel conceptual sino sobre condiciones políticas, legales y de infraestructura.

Así pues, el montaje de los tres ejes ha sido en extremo relevante y fecundo. El desafío ahora es definir líneas más específicas y proyectos colectivos de trabajo mucho más concisos a los que se destine además recursos suficientes para obtener resultados que sean también mucho más significativos.

En relación con el tercer aspecto a evaluar, la utilidad de las pautas, cabría señalar un hecho

importante; su constante modificación conforme se llevó a cabo este trabajo. Como lo apuntamos a principio de este informe, no hubo tal cosa como el apego a una secuencia nítida y lineal de desarrollo. Si tuviésemos que aludir metafóricamente a una figura geométrica para explicar y evaluar lo ocurrido, ésta sería —en el caso más simple— un espiral. Esta figura, de hecho, ha sido usada y a veces “abusada” por expertos en didáctica, pedagogía, autores y editores de libros de texto. Tenemos pues dos dictámenes sobre las pautas: inútiles si sólo consideramos su primera y última formulación estáticas; desde una perspectiva dinámica convenientes, efímeras y reemplazables. Las pautas son puestas a prueba cuando uno se sujeta a ellas, pero el obtener resultados poco favorables al observarlas no es razón suficiente para descartarlas inmediatamente. ¿En qué momento convienen modificarlas, reemplazarlas o eliminarlas? No hay mecanismos algorítmicos para decidirlo. En nuestro caso, algunas pudieron consignarse y otras no. De manera quizá inconsciente, registramos mayoritariamente las que fueron exitosas. Por otro lado, en algunos ámbitos bastante acotados, como los criterios para la escritura y la edición del libro *Algunos dibujos, pocos símbolos, muchas lógicas* resultaron ser más nítidas, en otros más difusas. La cuestión de fondo, atañe a la *emergencia* y la *relevancia* de la normatividad. En este trabajo no hemos ahondado al respecto; pero, sin duda, puede ser muy conveniente hacerlo en trabajos futuros. Con todo, creemos que la creatividad y estupidez humana suelen siempre trascender todo intento de consignación reglamentaria.

La última cuestión a evaluar requiere brindar a miembros de la comunidad meta libre acceso a la obra realizada y la implementación posterior de un instrumento —lo menos intrusivo posible— que nos permitiese apreciar algunas de sus repercusiones. Por otra parte, el tipo de lectura que buscamos propiciar con nuestro proyecto son *lecturas apropiadoras* (véase Pereda, 1990); lo cual conlleva brindar a los lectores un tiempo razonable, que nosotros —por ahora— no disponemos. Dejamos pues, dicha tarea para el momento adecuado y —probablemente— a manos de alguien más.

---

## Bibliografía

---

- Agazzi, E. (2004). *Alternative Logics. Do Sciences Need Them?*, Chapter Why is it logical to admit several logics?, pp. 3–27. Berlin Heidelberg GmbH: Springer-Verlag.
- Allwein, G. y J. Barwise (Eds.) (1996). *Logic reasoning with diagrams*. New York: Oxford University Press.
- Arellano, J. S., J. H. Arriaga, y R. T. Hall (Eds.) (2015). *Ética de la investigación Científica*. México: Universidad Autónoma de Querétaro.
- Bakhtin, M. (1986). *Speech genres and other late essays. M.M.Bakhtin*, Chapter The problem of speech genres. Austin, Texas: The University of Texas Press.
- Barceló Aspeitia, A. A. (2003, noviembre). ¿Qué tan matemática es la lógica matemática? *Diánoia* 51, 3–28.
- Barceló Aspeitia, A. A. (2012, August). Words and images in argumentation. *Argumentation* 26(3), 355–368.
- Barceló Aspeitia, A. A. (2013–2015). Mathematical pictures. Borrador no publicado, disponible en <http://artemasciencia.com/textos/Matematical.pdf>.
- Barwise, J. y J. Etchemendy (1996). Heterogeneous Logic. En *Logic reasoning with diagrams*, pp. 179–200. New York: Oxford University Press.
- Beall, J. and G. Restall (2006). *Logical Pluralism*. New York: Oxford University Press.
- Bhatia, V. K. (2004). *Worlds of Written Discourse: A Genre-Based View*. London: Continuum International.
- Bhatia, V. K. (2010). Interdiscursivity in professional communication. *Discourse & Communication* 1(21), 32–50.

- Birkhoff, G. (1940). *Lattice Theory*. New York: American Mathematical Society.
- Bucci, M. (2008). *Handbook of public communication of science and technology*, Chapter Of deficits, deviations and dialogues: theories of public communication of science, pp. 57–76. New York: Routledge.
- Béziau, J.-Y. (2015). The relativity and universality of logic. *Synthese* 192(7), 1939–1954.
- Béziau, J.-Y. y A. Buchsbaum (Eds.) (2015). *Handbook of the 5th World Congress and School on Universal Logic*. Istanbul, Turkey.
- Cabrera Villoro, I. (Ed.) (1999). *Argumentos trascendentales*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas–Universidad Nacional Autónoma de México.
- Carlson, J., A. Jaffe, y A. Wiles (Eds.) (2006). *The Millennium Prize Problems*. Cambridge, MA / Providence, RI: American Mathematical Society / Clay Mathematics Institute.
- Cereijido, M. (1994). *Ciencia sin seso. Locura doble*. México: Siglo XXI.
- Cope, B. y A. Philips (Eds.) (2009). *The Future of the academic journal*. Oxford: Chandos.
- Crespo Martín, B. (2010). El libro-arte. Clasificación y análisis de la terminología desarrollada alrededor del libro-arte. *Arte, individuo y sociedad* 22(1), 9–26.
- Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2010). *Principales indicadores del sector editorial mexicano 2009*. México: Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
- Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2012). *Principales indicadores del sector editorial privado en México 2011*. México: Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
- Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana (2014). *Principales indicadores del sector editorial privado en México 2013*. México: Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.
- Davidson, D. (2001). *Subjective, Intersubjective, Objective*. New York: Oxford University Press.
- DiNucci, D. (1999, 4). Fragmented Future. *Print Magazine* (32), 220–222.
- Dunn, J. M. y G. M. Hardegree (2001). *Algebraic Methods in Philosophical Logic*. New York: Oxford University Press.
- Dutilh Novaes, C. (2011). The Different Ways in which Logic is (said to be) Formal. *History and Philosophy of Logic* 32(4), 303–332.

- Dutilh Novaes, C. (2012). Towards a practice-based philosophy of logic : formal languages as a case study. *Philosophia Scientiae* 16(June 2010), 1–32.
- Dutilh Novaes, C. (2015). Conceptual genealogy for analytic philosophy. En *Beyond the Analytic-Continental Divide: Pluralist Philosophy in the Twenty-First Century*. New York: Routledge.
- Dutilh Novaes, C. (2016). A multi-agent account of the normativity of logic. *En prensa*.
- Echeverría, J. (1995). *Filosofía de la Ciencia*. Madrid: Akal.
- Engelhardt, Y. (2002). *The language of graphics: A framework for the analysis of syntax and meaning in maps, charts and diagrams*. Ph. D. thesis, Institute for Logic, Language, and Computation–Universiteit van Amsterdam.
- Estrada-González, L. (2015). *The LOGICA Yearbook 2014*, Chapter Fifty (more or less) shades of logical consequence, pp. 127–148. Londres.
- Fondo de Cultura Económica (Ed.) (2011). *Cátdalo de obras 2011. 25 Aniversario. La Ciencia para Todos*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Foucault, M. (1971). *L'ordre du discours*. Paris: Gallimard.
- Frege, G. (1972). *Conceptografía, los fundamentos de la aritmética, otros estudios filosóficos*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas–UNAM.
- Friend, M. (2014). *Pluralism in Mathematics: A New Position in Philosophy of Mathematics*. Dordrecht: Springer.
- Gamut, L. (1991). *Logic, language and meaning. Volume II: Intensional Logic and Logical Grammar*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Garson, J. (2016). Modal logic. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2016 ed.).
- Gelb, I. (1952). *A study of writing*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Ghosh, S. y J. Szymanik (Eds.) (2015). *The Facts Matter. Essays on Logic and Cognition in Honour of Rineke Verbrugge*. London: College Publications.
- Goldblatt, R. (2006). *Topoi: the categorial analysis of logic*. Mineola, New York: Dover Publications, Inc.
- Gärdenfors, P. (1988). *Knowledge in flux: Modeling the dynamics of epistemic states*. Massachusetts: MIT Press.

Gómez-Martínez, J. L. (1992). *Teoría del ensayo*. México, D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México.

Haack, S. (1978). *Philosophy of Logics*. London: Cambridge University Press.

Hellman, G. (2006). Mathematical pluralism: The case of smooth infinitesimal analysis. *Journal of Philosophical Logic* 35(6), 621–651.

Hengst, J. A. y P. J. Miller (1999). World englishes. *The heterogeneity of discourse genres: Implications for development* 3(18), 325–341.

Hofstadter, D. (1979). *Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid*. New York: Basic books, Inc.

Igelmo Zaldivar, J. (2009). La Universidad de la Tierra en México. una propuesta de aprendizaje convivencial. En J. L. Hernández Huerta, L. Sánchez Blanco, e I. Pérez Miranda (Eds.), *Temas y perspectivas sobre educación. La infancia ayer y hoy*, Volume 1, pp. 285–298. Salamanca, España: Globalia.

Igelmo Zaldivar, J. (2012). Las teorías de la desescolarización; cuarenta años de perspectiva histórica. *Social and Education History* 1(1), 28–57.

Igelmo Zaldivar, J. (2015, enero–junio). Deschooling for all? The thought of Ivan Illich in the era of education (and learning) for all. *Foro de Educación* 13(18), 93–109.

Illich, I. (1970). *Deschooling society*. New York: Harper and Row.

Illich, I. (1971). Education without school: How it can be done. *The New York Review of Books* 15(12).

Illich, I. (1973). *Tools for conviviality*. New York: Harper and Row.

Illich, I. (1976). *After Deschooling, What?* London: Writers and Readers Publishing Co-operative.

Johnson-Laird, P. N. (2006). *How we reason*. New York: Oxford University Press.

Knuth, D. (1986). *Computers & Typesetting, Volume A: The TeX book*. California: Addison-Wesley Professional.

Kripke, S. (1982). *Wittgenstein on Rules and Private Language*. Oxford: Blackwell.

Krömer, R. (2007). *Tool and Object: A History and Philosophy of Category Theory*. Basel: Birkhäuser.

- Lamport, L. (1994). *TEX: A document preparation system. User's guide*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.
- Lawvere, W. y S. H. Schanuel (2009). *Conceptual Mathematics, 2nd Edition: A first introduction to categories*. Cambrdige: Cambridge University Press.
- Macbeth, D. (2014). *Realizing Reason: A Narrative of Truth and Knowing*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Mackenzie, D. (2006). The Poincaré conjecture—proved. *Science* 314(1587), 1848–1849.
- Maddirala, N. (2016). Philosophy of logical practice: a case study in formal semantics. Master's thesis, Institute for Logic, Language, and Computation—Universiteit van Amsterdam.
- Mancosu, P. (2008). *The Philosophy of Mathematical Practice*. New York: Oxford University Press.
- Marquis, J.-P. (2009). *From a Geometrical Point of View: A Study of the History and Philosophy of Category Theory*. Dordrecht: Springer.
- Marquis, J.-P. y G. E. Reyes (2012). The history of categorical logic: 1963–1977. En D. M. Gabbay, A. Kanamori, y J. Woods (Eds.), *Handbook of the History of Logic: Sets and Extensions in the Twentieth Century, Volume 6*, pp. 689–800. North Holland.
- McLarty, C. (1994). Category theory in real time. *Philosophia Mathematica* 2, 36–44.
- McLarty, C. (2004). Exploring categorical structuralism. *Philosophia Mathematica* 12, 37–53.
- Mitchell, W. (1994). *Picture Theory*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Observatorio de la lectura y el libro (2015, 4). *El sector del libro en España 2013–2015*. España: Gobierno de España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Ong, W. (1982). *Orality and literacy: The Technologizing of the Word*. London: Routledge.
- O’Shea, D. (2008). *La conjetura de Poincaré: En busca de la forma del universo*. Barcelona: Tusquets editores.
- Pereda, C. (1990). Tipos de lectura, tipos de texto. *Diánoia* 36, 189–200.
- Piaget, J. et al. (1992). *Morphisms and Categories: Comparing and Transforming*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Portillo-McNally, I. (2016). Formación artística: de una práctica disciplinaria a una práctica del cuidado de sí. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Querétaro.

- Priest, G. (1995). *Beyond the limits of thought*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Rabotnikof, N. (2005). *En busca de un lugar común: el espacio público en la teoría política contemporánea*. México: Universidad Nacional Autónoma de México–Instituto de Investigaciones Filosóficas.
- Rabotnikof, N. (2008, Septiembre). Lo público hoy: lugares, lógicas y expectativas. *Iconos. Revista de Ciencias Sociales* 36(32), 37–48.
- Rodin, A. (2011). Categories without structures. *Philosophia Mathematica (III)* 19, 20–46.
- Rosenhouse, J. (Ed.) (2013). *Four lives: A Celebration of Raymond M. Smullyan*. Mineola, New York: Dover Publications, Inc.
- Shapiro, S. (2005). Categories, structures, and the frege-hilbert controversy: The status of meta-mathematics. *Philosophia Mathematica (III)* 13, 61–77.
- Shapiro, S. (2014). *Varieties of Logic*. New York: Oxford University Press.
- Singh, S. (2003). *El enigma de Fermat*. Barcelona: Planeta.
- Smullyan, R. M. (2009). *Logical Labyrinths*. Wellesley, Massachusetts: A K Peters, Ltd.
- Sonnad, N. (21 de septiembre de 2015). This free online encyclopedia has achieved what wikipedia can only dream of. *Quartz*.
- Sooke, A. (24 de junio de 2015). MC Escher: An enigma behind and illusion. Disponible en: <http://www.bbc.com/culture/story/20150624-arts-most-famous-illusion/> Consultado el 20 de noviembre de 2015.
- Spivak, D. (2013). *Category Theory for the Sciences*. Massachusetts: The MIT Press.
- Tarski, A. (1956). *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*, Chapter On the Concept of Logical Consequence. Oxford: Clarendon Press.
- van Benthem, J. (2006a). *The Age of Alternative Logics: Assessing Philosophy of Logic and Mathematics Today*. Dordrecht: Springer.
- van Benthem, J. (2006b). *Logic Colloquium '02*, Volume Lecture notes in logic, 27, Chapter “One is a lonely number”: On the Logic and communication, pp. 95–128. ASL & A.K. Peters.
- van Benthem, J. (2008). Logic and reasoning: Do the facts matter? *Studia Logica* 88, 67–84.

- van Benthem, J. (2010). *Modal Logic for Open Minds*. Stanford, California: Center for the Study of Language and Information Publications.
- van Ditmarsch, H., W. van der Hoek, y B. Kooi (2007). *Dynamic Epistemic Logic*. Berlin: Springer.
- Villoro, L. (1994). *Creer, saber, conocer*. México: Siglo XXI.
- Wittgenstein, L. (2003). *Investigaciones Filosóficas*. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas–UNAM.
- Zaid, G. (2009). *El progreso improductivo*. México, D.F.: Random House Mondadori.
- Zaid, G. (2010). *Los demasiados libros*. México, D.F.: Random House Mondadori.

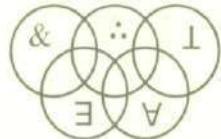


*Apéndice A*

---

## **Documentación complementaria**

---



UNIVERSIDAD POPULAR AUTÓNOMA DEL ESTADO DE PUEBLA, AC.,  
FILOSOFÍA Y HUMANIDADES Y LA ACADEMIA MEXICANA DE LÓGICA, AC

Otorga la presente  
**CONSTANCIA**

a **Carlos Cesar Jiménez**

por su participación como asesor en la:

**XI Olimpiada Internacional de Lógica 2014**

“LA CULTURA AL SERVICIO DEL PUEBLO”



Puebla, Pue. A 31 de mayo de 2014

ACADEMIA MEXICANA  
DE LÓGICA

Academia Mexicana de Lógica, A.C.  
RFC: AML 0303186D1

  
**Dr. Jorge Medina Delgadillo**  
Coordinador de Filosofía y Humanidades UPAEP

  
**Mtra. Karen González Fernández**  
Coordinadora del Comité Académico Academia Mexicana de Lógica

  
**Mtra. Gabriela Guevara Reyes**  
Presidente  
Academia Mexicana de Lógica



México, D.F. a 31 de mayo de 2014

A quien corresponda:

Por medio de la presente hacemos constar que **Carlos César Jiménez** ha participado y actualmente forma parte del *Comité Académico de la XI Olimpiada Internacional de Lógica 2014*, por invitación de la Academia Mexicana de Lógica, A.C. (AML).

Los miembros del comité académico colaboran con el diseño y elaboración de los reactivos que conforman los exámenes eliminatorios y finales del concurso; también participan en sesiones de trabajo para la validación anónima de reactivos elaborados por otros miembros del comité académico y colaboran con tareas relacionadas al buen desempeño del jurado del concurso.

La Olimpiada Internacional de Lógica es un evento académico que se realiza anualmente en universidades del país en coordinación de la AML con la universidad anfitriona de la etapa final.

El objetivo del evento es fomentar el estudio de la Lógica en el nivel educativo medio superior, superior y posgrado.

Se extiende la presente para los fines que al interesado convengan.

Atentamente:

**Karen González Fernández**  
Coordinadora del Comité Académico  
XI Olimpiada Internacional de Lógica, 2014



ACADEMIA MEXICANA  
DE LÓGICA

Academia Mexicana de Lógica, A.C.  
RFC: AML 0303186D1

**Gabriel Guevara Reyes**  
Presidente  
Academia Mexicana de Lógica, A.C.

[olimpiada.logica.academico@gmail.com](mailto:olimpiada.logica.academico@gmail.com)  
[www.olimpiada.academiamexicanadelogica.org](http://www.olimpiada.academiamexicanadelogica.org)

Academia Mexicana de Lógica, A.C.

Correspondencia: Doctor Garciadiego 78 B-304, Col. Doctores. Col. Cuauhtémoc, México, Distrito Federal C.P. 06720  
[www.olimpiada.academiamexicanadelogica.org](http://www.olimpiada.academiamexicanadelogica.org)



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

México, D.F. a 17 de noviembre de 2014.

ASUNTO: Carta de intención de colaboración institucional

Dra. Blanca Estela Gutiérrez Grageda  
Directora de la Facultad de Filosofía de  
la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ)  
PRESENTE

Por este medio confirmo el interés de que el estudiante **Carlos César Jiménez**, inscrito en el programa de Maestría en Filosofía Contemporánea Aplicada (MFCA) de la Facultad de Filosofía que Usted dirige, pueda realizar **del 5 enero al 5 de diciembre de 2015** las estancias profesionales contempladas en dicho programa en el **Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM** reiterando que los términos acordados son los siguientes:

(1) Contribuirá a la optimización de algunos protocolos de investigación sobre pluralismo lógico y matemático en proyectos que yo coordino; (2) brindará apoyo logístico para la organización de eventos internacionales sobre filosofía de la lógica, filosofía de las matemáticas y aplicaciones de las matemáticas no clásicas; y (3) sugerirá métodos para optimizar la producción editorial en torno a estas cuestiones.

Así mismo, le informo que estoy enterado y considero relevante en este contexto el trabajo que Carlos César Jiménez, con base en la invitación del Prof. Dr. B.P. (Barteld) Kooi de Universidad de Groningen, llevará a cabo en dicha institución de febrero a julio de 2015.

Sin más por el momento, le envío un cordial saludo

Atentamente,

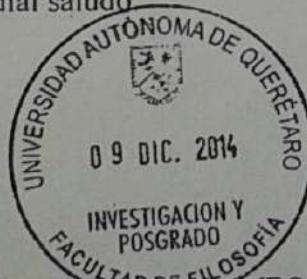
Dr. Luis Estrada González

c.c.p. Dr. Salvador Arellano Rodríguez, Coordinador de la MFCA - UAQ  
Carlos César Jiménez.



SECRETARÍA  
ACADEMICA

FACULTAD DE FILOSOFIA



Centro  
Prof. César  
09 dic 2014



Prof.dr. B.P. Kooi  
T +31 (0)50 363 69 24  
F +31 (0)50 363 61 60  
b.p.kooi@rug.nl

Oude Boteringestraat 52  
9712 GL Groningen  
The Netherlands

[www.rug.nl/filosofie](http://www.rug.nl/filosofie)

KvK 01179037

Groningen, 2 de septiembre de 2014.

Carlos César Jiménez

Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ)

P R E S E N T E

Estimado Carlos César:

Suscribo la presente como vicedecano y responsable del proyecto *Logics for intelligent interaction: expressivity and succinctness* [Lógicas para la interacción inteligente: expresividad y concisión] (VIDI 2009-2015) para invitarlo a hacer una estancia de investigación en la Universidad de Groningen (RUG) del **23 de febrero de 2015 al 23 de julio de 2015**.

Nuestro proyecto buscar precisar qué tan profundas o superficiales son las diferencias entre las diversas teorías lógicas usadas para comprender la interacción inteligente —que ocurre en cualquier situación social— y resulta, por tanto, análogo en varios sentidos al proyecto que usted desarrolla en México en la UAQ, *Heterogeneidad discursiva, lógica universal y filosofía de las matemáticas*, que busca divulgar mejor y alcanzar un esclarecimiento más profundo de las relaciones entre diversos sistemas lógicos y sus aplicaciones. Así pues, su estancia en la RUG podría contribuir tanto al enriquecimiento de su trabajo, como al nuestro.

Hay precedentes positivos de la colaboración en el campo de la filosofía y la lógica entre académicos, profesores y estudiantes, de universidades mexicanas y holandesas; un ejemplo de ello es la invitación que se nos hizo a los autores del libro *Dynamic Epistemic Logic*, publicado en 2007 por Springer-Verlag, para probarlo en el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM en un curso intensivo al cuál usted tuvo oportunidad de asistir. Teniendo en cuenta este tipo de precedentes, esperamos que su estancia en Holanda sea sumamente productiva.

Esperamos su llegada en **febrero de 2015** en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Groningen y no dude en ponerse en contacto con un servidor en caso de requerir información adicional sobre los trámites necesarios para formalizar su estancia en Holanda.

Cordialmente,

Prof. Dr. B.P. (Barteld) Kooi

[b.p.kooi@rug.nl](mailto:b.p.kooi@rug.nl)



**DIRECCIÓN ADJUNTA DE POSGRADO Y BECAS**

**DIRECCIÓN DE BECAS**

**MÉXICO D. F. A 29 de septiembre de 2014**

**JIMÉNEZ CARLOS CÉSAR**  
**CVU: 500527**  
**P r e s e n t e**

Con base en la Convocatoria **BECAS MIXTAS 2014 - MZO2015 MOVILIDAD EN EL EXTRANJERO (290842)**, ha sido elegido para participar en una estancia de investigación en **UNIVERSIDAD DE GRONINGEN, HOLANDA, Holanda**, por el periodo del **01 de febrero 2015 al 31 de julio 2015**.

En este sentido, el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología le apoyará con una beca de manutención mensual por la cantidad de \$15,000.00 M.N., \$670.00 M.N. mensuales por concepto de seguro médico y \$6,000.00 M.N. por transportación por única vez.

Sin más por el momento reciba un cordial saludo.

Atentamente,

**Mtro. Pablo Rojo**



**Guest Agreement between the University of Groningen and a researcher**

This Guest Agreement between the University of Groningen and the scientific researcher is the basis for the (if apl. MVV visa and) period of validity of the residence permit.

The University of Groningen declares to act as a guarantor, inviting party and host institute for the legal stay of the following scientific researcher:

*Surname:* Jimenez  
*First name(s):* Carlos Cesar  
*Date of birth:* 6-6-1975  
*Nationality:* Mexican

**(Future) Address in the Netherlands (if known)**

*Street and house number:*  
*Postal code and city:*

**Holder of a:** Bachelor diploma

**Supervisor at the University of Groningen:** prof. dr. B.P. Kooi, referring to his invitation, dated on 02-09-2014

**Faculty:** of Philosophy

**Coordinator/contact person:** M.Hids@rug.nl

**Duration of the Guest Agreement**

*From (dd-mm-yyyy):* 23-02-2015 *To (dd-mm-yyyy):* 23-07-2015

*Monthly income:* € 875 Conacyt scholarship + additional financial resources (referring to personal bank statements), up to minimum monthly required income of € 1131 per month

**I, the researcher, declare the following:**

- I am aware that my legal stay in the Netherlands is based on this Guest Agreement between the University of Groningen and myself.
- I will have a sufficient healthcare insurance during the abovementioned period.
- I am aware that I am only allowed to work as a scientific researcher at the University of Groningen.
- As a (future) holder of a residence permit, I will live in the Netherlands, and not be out of the Netherlands for more than 6 months per year.
- I will report any changes in my situation to [isd@rug.nl](mailto:isd@rug.nl) .

**Signing**

**Date:** 23-12-2014

**Place:** Groningen

**On behalf of the University of Groningen:** S.T. de Vries, International Service Desk

*Signature:*



university of  
groningen

Mr. C.C. Jimenez

*Signature researcher:*



university of  
groningen

faculty of philosophy

Groningen, November 5th 2015

To whom it may concern,

This is to attest that Carlos César Jiménez participated in the weekly reading group sessions and other activities pertaining to my research project 'The Roots of Deduction' in the period from February to July 2015. He was a valuable member of the group for this period, making excellent contributions to the discussions.

Please feel free to get in touch with me ([c.dutilh.novaes@rug.nl](mailto:c.dutilh.novaes@rug.nl)) for further information if needed.

Regards,

A handwritten signature in black ink that reads 'Catarina Dutilh Novaes'.

Catarina Dutilh Novaes  
Professor of Theoretical Philosophy  
Faculty of Philosophy  
University of Groningen



# 5<sup>th</sup> Universal Logic School

## Istanbul, June 20-24, 2015



This is to certify that

## Carlos Cesar Jimenez

has participated in the 5<sup>th</sup> Universal Logic School at  
UNILOG 2015: 5<sup>th</sup> World Congress and School on Universal Logic

JEAN-YVES BEZIAU

Co-Chair of UNILOG 2015 Organizing Committee

ŞAFAK URAL

Co-Chair of UNILOG 2015 Organizing Committee

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
EL INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS

otorga la presente

## CONSTANCIA

a CARLOS CÉSAR JIMÉNEZ

por su participación como

### MODERADOR

de la ponencia de Jean-Yves Béziau  
*Logic is not logic*

presentada en el Taller

## LOGICIDAD



“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU”  
Ciudad Universitaria, México DF  
8 de septiembre de 2015

A handwritten signature in black ink, appearing to read "J. Edgar Varela".

Dr. Edgar González Varela  
SECRETARIO ACADÉMICO





SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES



**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F.  
**Teléfonos:** 01(55)5622-7209

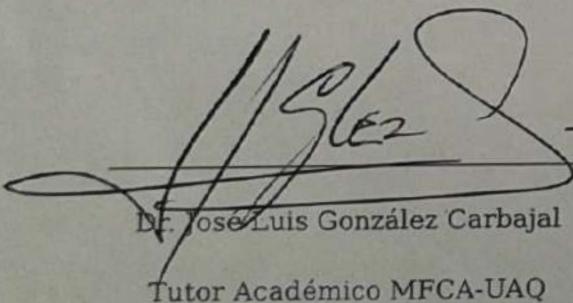
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (II)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de ene. - 11 de feb. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

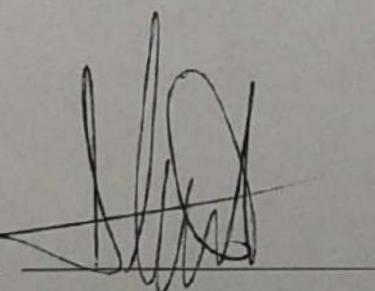
- Observación participante en los seminarios del proyecto PAPIIT IA401015
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 10%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)



Dr. José Luis González Carbajal  
Tutor Académico MFCA-UAQ



Lic. Carlos César Jiménez  
Estudiante en estancia



Dr. Luis Estrada González  
Responsable en el IIF-UNAM



SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES



**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F. **Teléfonos:** 01(55)5622-7209

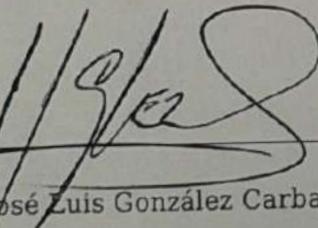
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de feb - 11 de mar 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

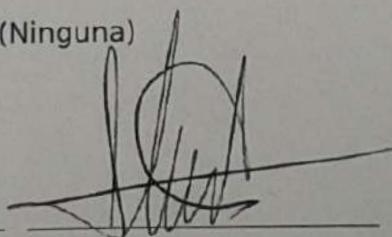
- Observación participante en el seminario del proyecto "The roots of deduction" en la Universidad de Gronigen (RUG)
- Observación participante en el seminario "Grolog" en la RUG
- Observación participante en el coloquio "Axioma 2015"
- Observación participante en el taller "Redrawing pragmasemantic borders"
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 20%

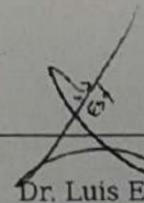
**Observaciones Generales:** (Ninguna)

  
Dr. José Luis González Carbajal

Tutor Académico MFCA-UAQ

  
Lic. Carlos César Jiménez

Estudiante en estancia

  
Dr. Luis Estrada González

Responsable en el IIF-UNAM



**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Circuito Maestro Mario de la Cueva, s/n, C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F. **Teléfonos:** 01(55)5622-7209

**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de mar. - 10 de abr. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

- Observación participante en el seminario del proyecto "The roots of deduction" en la Universidad de Groningen (RUG)
- Observación participante en el seminario "Grolog" en la RUG
- Observación participante en "De nacht van filosofie" (Groningen, Países Bajos)
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 30%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)

Dr. José Luis González Carbajal

Tutor Académico MFCA-UAQ

Lic. Carlos César Jiménez

Estudiante en estancia

Dr. Luis Estrada González

Responsable en el IIF-UNAM





FACULTAD DE  
FILOSOFÍA

SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES



MAESTRÍA  
EN FILOSOFÍA  
CONTEMPORÁNEA  
APLICADA

**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F.  
**Teléfonos:** 01(55)5622-7209

**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de may. - 10 de jun. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

- Observación participante en el seminario del proyecto "The roots of deduction" en la Universidad de Groningen (RUG)
- Observación participante en el seminario "Grolog" en la RUG
- Observación participante en "De nacht van kunst en wetenschap" (Groningen, Países Bajos)
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 50%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)



Dr. José Luis González Carbajal

Lic. Carlos César Jiménez

Dr. Luis Estrada González

Tutor Académico MFCA-UAQ

Estudiante en estancia

Responsable en el IIF-UNAM



SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES



**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n, C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F.  
**Teléfonos:** 01(55)5622-7209

**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica, (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de jun. - 10 de jul. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

- Observación participante en el seminario del proyecto "The roots of deduction" en la Universidad de Gronigen (RUG)
- Observación participante en el seminario "Grolog" en la RUG
- Participación en UNILOG 2015 (Estambul, Turquía)
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 55%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)



Dr. José Luis González Carbajal

Tutor Académico MFCA-UAQ

Lic. Carlos César Jiménez

Estudiante en estancia

Dr. Luis Estrada González

Responsable en el IIF-UNAM

SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES

**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F. **Teléfonos:** 01(55)5622-7209

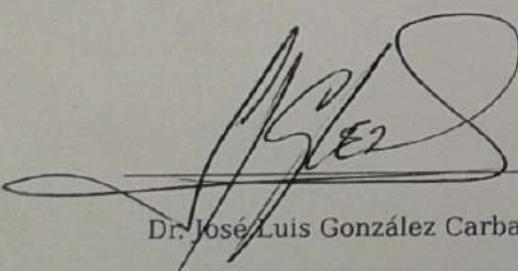
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 13 de jul. - 08 de ago. 2015

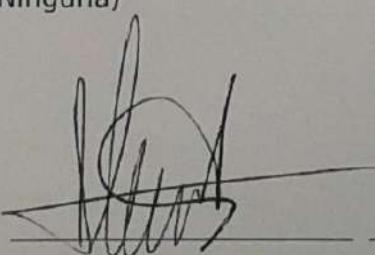
**Actividades Realizadas durante el período**

- Observación participante en el seminario del proyecto "The roots of deduction" en la Universidad de Groningen (RUG)
- Observación participante en el seminario "Grolog" en la RUG
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo
- (Período vacacional 23 de julio de 2015 – 8 de agosto de 2015)

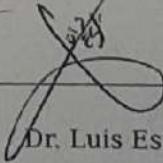
**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 60%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)

  
Dr. José Luis González Carbajal  
Tutor Académico MFCA-UAQ

  
Lic. Carlos César Jiménez  
Estudiante en estancia



  
Dr. Luis Estrada González  
Responsable en el IIF-UNAM

**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F.  
**Teléfonos:** 01(55)5622-7209

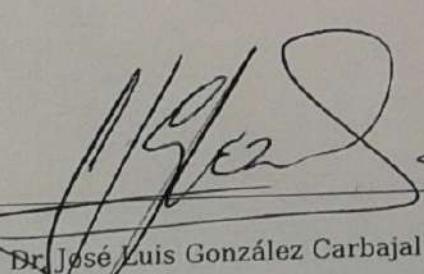
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 10 de ago. - 11 de sep. 2015

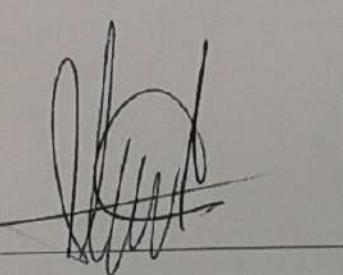
**Actividades Realizadas durante el período**

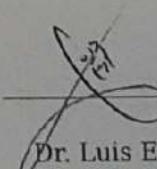
- Observación participante en los seminarios del proyecto PAPIIT IA401015
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo
- Observación participante en ESSLLI-2015 (Barcelona, España)

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 70%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)

  
Dr. José Luis González Carbajal  
Tutor Académico MFCA-UAQ

  
Lic. Carlos César Jiménez  
Estudiante en estancia

  
Dr. Luis Estrada González  
Responsable en el IIF-UNAM

Tel. 192 1200 ext. 5862

coord.posgrado.filosofia@gmail.com

SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES

**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Círculo Maestro Mario de la Cueva, s/n, C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F.  
**Teléfonos:** 01(55)5622-7209

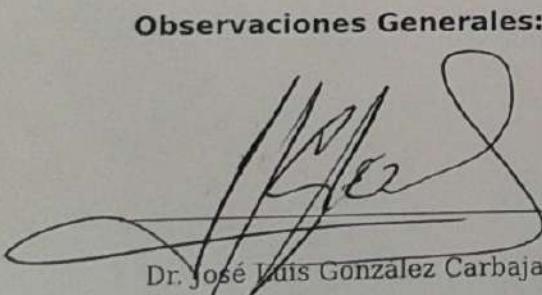
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 14 de sep. - 11 de oct. 2015

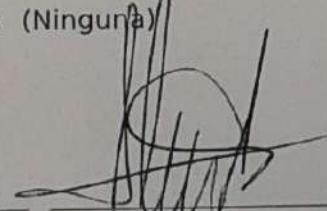
**Actividades Realizadas durante el período**

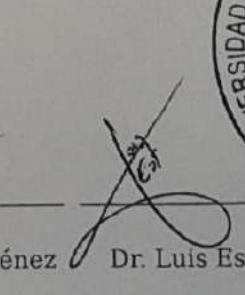
- Observación participante en los seminarios del proyecto PAPIIT IA401015
- Desarrollo e impartición de Curso-taller de edición de textos con LaTeX
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo
- Apoyo logístico y observación participante en el coloquio sobre "Logicidad"
- Apoyo logístico y observación participante en el coloquio sobre "Pluralismo matemático"

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 80%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)

  
Dr. José Luis González Carbajal  
Tutor Académico MFCA-UAQ

  
Lic. Carlos César Jiménez  
Estudiante en estancia

  
Dr. Luis Estrada González  
Responsable en el IIF-UNAM





SEGUIMIENTO MENSUAL  
ESTANCIAS PROFESIONALES

**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Circuito Maestro Mario de la Cueva, s/n. C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F. **Teléfonos:** 01(55)5622-7209

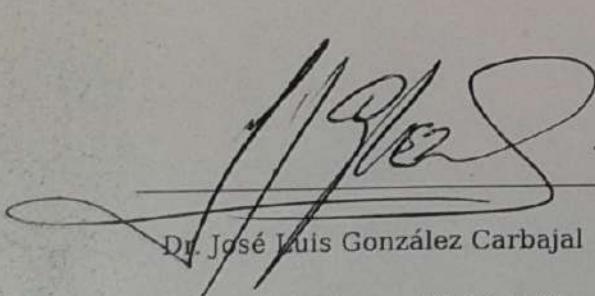
**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de oct. - 11 de nov. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

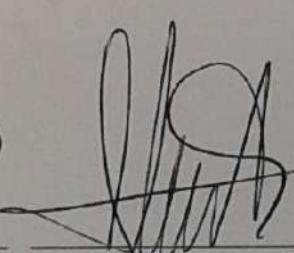
- Observación participante en los seminarios del proyecto PAPIIT IA401015
- Impartición de Curso-taller de edición de textos con LaTex
- Desarrollo de la propuesta de comunicación pública conforme a protocolo

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 90%

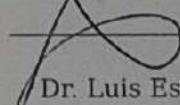
**Observaciones Generales:** (Ninguna)

  
Dr. José Luis González Carbajal

Tutor Académico MFCA-UAQ

  
Lic. Carlos César Jiménez

Estudiante en estancia

  
Dr. Luis Estrada González

Responsable en el IIF-UNAM



**Nombre de la Organización:** Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM  
**Dirección:** Circuito Maestro Mario de la Cueva, s/n, C.P. 04510 Coyoacán, México, D.F. **Teléfonos:** 01(55)5622-7209

**Nombre del Estudiante en Estancia:** Carlos César Jiménez  
**Proyecto a realizar** Apoyo logístico para la investigación, comunicación y divulgación de la filosofía y paradigmas no clásicos de la ciencia, en concordancia con el proyecto PAPIIT IA401015 "Tras las consecuencias. Una visión universalista de la lógica. (I)" y la propuesta "Pluralismo, heterogeneidad y la comunicación pública de la lógica y la filosofía de las matemáticas" **Período** 12 de nov. - 11 de dic. 2015

**Actividades Realizadas durante el período**

- Observación participante en los seminarios del proyecto PAPIIT IA401015
- Impartición de Curso-taller de edición de textos con LaTeX
- Realización de entrevistas formales con investigadores
- Evaluación del proyecto desarrollado
- Presentación pública del proyecto en coloquio de la MFCA-UAQ

**Porcentaje estimado del avance de proyecto:** 100%

**Observaciones Generales:** (Ninguna)

Dr. José Luis González Carbajal

Tutor Académico MFCA-UAQ

Lic. Carlos César Jiménez

Estudiante en estancia

Dr. Luis Estrada González

Responsable en el IIF-UNAM

