



**Universidad Autónoma de Querétaro**

**Facultad de Informática**

Tecnologías de información para el aprendizaje  
de la Modelación Matemática en  
ingeniería industrial

**Tesis**

Que como parte de los requisitos  
para obtener el Grado de

**Doctora en Innovación en Tecnología Educativa**

Presenta

**Silvia Melbi Gaona Jiménez**

Dirigido por:

Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez

Co-Directora:

Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua

Querétaro, Qro. a 30 de noviembre de 2022



Dirección General de Bibliotecas y Servicios Digitales de  
Información



TECNOLOGIAS DE INFORMACION PARA EL APRENDIZAJE  
DE LA MODELACION MATEMATICA EN INGENIERIA  
INDUSTRIAL

**por**

SILVIA MELBI GAONA JIMENEZ

se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional](#).

**Clave RI:** IFDCC-290787-0223-223



**Universidad Autónoma de Querétaro**  
**Facultad de Informática**  
**Doctorado en Innovación en Tecnología Educativa**

Tecnologías de Información para  
el aprendizaje de la Modelación Matemática  
en ingeniería industrial

**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado  
Doctora en Innovación en Tecnología Educativa

Presenta

Silvia Melbi Gaona Jiménez

Dirigido por:

Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez

Co-dirigido por:

Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua

Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez  
Presidente

Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua  
Secretario

Dra. Ma. Teresa García Ramírez  
Vocal

Dra. Martha Beatriz Moreno García  
Suplente

Dr. Carlos Alberto Rode Villa  
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.  
Noviembre, 2022  
México

## **Dedicatorias**

Primeramente a un poder superior en quien siempre he puesto mis esperanza. Es cierto que diario desfallezco en mi fe, pero bueno, aquí estoy.

A mis padres, María de Jesús Jiménez Maya y Gerónimo Gaona Pliego, los seres que más amo. Perdóñenme del tiempo que les he robado para trabajar y realizar este tipo de proyectos, día a día tengo crisis existencial al respecto.

A mi hermana Isabel, quien lamentable y con profundo dolor, ya no está en este plano.

A mi sobrinas tuteladas, Natalia y Mara, a quien deseo que sean conscientes de sus actos en todo momento.

A la Dra. Carmen Heneff García Escobar de la Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM) por su apoyo en la implementación de este proyecto. Literalmente fue un báculo que marcó la diferencia entre lo posible y lo imposible.

A la Dra. Sandra Luz Guerrero Ramírez, de quien aquilato su acompañamiento, paciencia, tolerancia y comprensión a mi persona en este ciclo académico. Su respaldo y empatía en todo momento evitó mi claudicación una y otra vez. Mi profunda gratitud por su ayuda para cerrar este ciclo personal.

## **Agradecimientos**

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) la beca otorgada para el pago de la colegiatura, que fue fundamental para la realización de este proyecto doctoral. Mi gratitud a estas instituciones por el apoyo recibido.

Mi gratitud a la Dra. Vanesa del Carmen Muriel Amezcua, Dra. Ma. Teresa García Ramírez, Dra. Martha Beatriz Moreno García y Dr. Carlos Alberto Rode Villa, por su tiempo, dedicación y aportaciones para la mejora de este trabajo. Muchas gracias por su tiempo en las evaluaciones tutorales, en el examen predoctoral y en el examen de grado.

Doy las gracias a la Dra. Ma. Teresa García Ramírez su apoyo en todo lo concerniente a la coordinación administrativa-académica de este programa doctoral. Su apoyo en cuanto a los resultados a lograr ha sido invaluable.

Mi gratitud a mi compañero del aula DITE, el Mtro. Luis Gabriel Rodríguez Cortés, por su apoyo con la información logística de la agenda de entregables.

Agradezco a la Dra. Rocío Edith López Martínez su cuidadoso y atento seguimiento como tutora. A la Dra. Rocío Adela Andrade Cázares, al Dr. Hugo Moreno Reyes, a la Dra. Adelina Morita Alexander y al Dr. Luis Alan Acuña Gamboa, por sus enseñanzas tecnológicas.

Gracias a la Mtra. Sofía Rivera, al M.S.I. Eduardo Aguirre Caracheo y al M.S.I. Martín Muñoz Mandujano, su siempre apoyo administrativo y tecnológico.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN.....   | 12 |
| CAPÍTULO I. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....   | 14 |
| 1.1 Antecedentes.....   | 14 |
| 1.2 Planteamiento del problema.....   | 15 |
| 1.3 Pregunta de investigación.....  | 15 |
| 1.4 Objetivos.....  | 16 |
| 1.5 Hipótesis.....  | 17 |
| CAPÍTULO II. ESTADO DEL ARTE.....   | 20 |
| 2.1 Método del estado del arte.....   | 20 |
| 2.2 Estado del arte.....  | 22 |
| CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO.....  | 31 |
| 3.1 Impacto del software Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.....          | 31 |
| 3.2 Metodología para el diseño e implementación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).....          | 33 |
| 3.3 Consideraciones de las ciencias de la educación.....  | 37 |
| 3.3.1 Teorías del aprendizaje.....  | 37 |
| 3.3.2 Teorías del desarrollo.....   | 40 |
| 3.3.3 Teorías didácticas.....   | 44 |
| 3.3.4 Elementos de las ciencias de la educación considerados.....   | 47 |
| 3.4 Concepto de rendimiento académico.....  | 52 |
| CAPÍTULO IV. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE LA INVESTIGACION.....  | 54 |
| 4.1 Revisión de la literatura.....  | 56 |
| 4.2 Muestra de estudio.....   | 56 |
| 4.3 Contexto.....   | 57 |
| 4.4 Instrumentos.....   | 58 |
| 4.4.1 Ejercicios de evaluación de rendimiento académico de modelación matemática.....                     | 58 |
| 4.4.2 Diseño de la intervención.....  | 60 |
| 4.4.3 Matriz de codificación de resultados cuantitativos.....   | 71 |
| 4.4.4 Mapas conceptuales como instrumento cualitativo de aprendizaje.....                                 | 72 |
| 4.5 Marco conceptual metodológico.....  | 75 |
| CAPÍTULO V. RESULTADOS DE LAS TRES FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....   | 79 |
| 5.1 Descripción general de los resultados cuantitativos de las tres fases de la investigación.....        | 79 |
| 5.2 Resultados cuantitativos de la fase de investigación diagnóstica.....                                 | 79 |
| 5.3 Resultados cuantitativos de la fase de investigación de intervención.....                             | 86 |
| 5.4 Resultados cuantitativos de la fase de investigación posterior a cuatro meses de la intervención..... | 91 |
| 5.5 Resultados cualitativos de las tres fases de investigación.....                                       | 96 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.6 Resultados comparativos de las tres fases de investigación: enfoques<br>cuantitativo y cualitativo..... | 104 |
| CAPÍTULO VI. DISCUSIÓN.....   | 112 |
| CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES.....   | 118 |
| REFERENCIAS.....  | 125 |
| ANEXOS.....   | 133 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 2.1 Palabras clave utilizadas en la búsqueda de información del estado del arte.....  | 21 |
| Tabla 2.2 Ejemplo de búsquedas de información del estado del arte realizadas en las bases de datos.....                               | 21 |
| Tabla 2.3 Actividades de modelación matemática en comparación con actividades de resolución tradicional de problemas matemáticos..... | 24 |
| Tabla 2.4 Competencias necesarias en la enseñanza de modelación matemática.....   | 27 |
| Tabla 3.1 Guía para el diseño de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) Versión 1.0.....  | 34 |
| Tabla 3.2 Comparación de algunas de las principales teorías del aprendizaje.....  | 38 |
| Tabla 3.3 Modelos teóricos para explicar el desarrollo del individuo.....   | 40 |
| Tabla 3.4 Lugar de la Didáctica en la clasificación de las ciencias de la educación.....  | 45 |
| Tabla 3.5 Teorías de la enseñanza.....  | 46 |
| Tabla 4.1 Conceptos para definir la metodología IBD.....  | 55 |
| Tabla 4.2 Fases de la metodología IBD.....  | 55 |
| Tabla 4.3 Caracterización de la muestra con base en los tratamientos aplicados.....   | 57 |
| Tabla 4.4 Ejercicio prototipo de evaluación de rendimiento académico en modelación matemática.....                                    | 58 |
| Tabla 4.5 Clasificación de reactivos del instrumento de evaluación cuantitativo.....  | 59 |
| Tabla 4.6 Diseño de la intervención.....  | 60 |
| Tabla 4.7 Sección de la matriz de codificación de resultados cuantitativos.....   | 71 |
| Tabla 4.8 Rúbrica para evaluar mapas conceptuales.....  | 73 |
| Tabla 5.1 Número de respuestas evaluadas por etapa del proyecto y por grupo de investigación.....                                     | 79 |
| Tabla 5.2 Estadística descriptiva: etapa diagnóstica.....   | 82 |
| Tabla 5.3 Rendimiento académico cuantitativo del grupo control en la evaluación diagnóstica.....                                      | 84 |
| Tabla 5.4 Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental en la evaluación diagnóstica.....                                 | 85 |
| Tabla 5.5 Métricas de estadística descriptiva: etapa de intervención.....   | 88 |
| Tabla 5.6 Rendimiento académico cuantitativo del grupo control en la evaluación de intervención.....                                  | 89 |
| Tabla 5.7 Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental en la evaluación de intervención.....                             | 90 |
| Tabla 5.8 Estadística descriptiva: etapa cuatro meses posteriores a la evaluación de la intervención.....                             | 93 |
| Tabla 5.9 Rendimiento académico cuantitativo del grupo control cuatro meses posteriores a la intervención.....                        | 94 |
| Tabla 5.10 Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental a cuatro meses posteriores a la intervención.....                | 95 |



|   |     |
|---|-----|
| Tabla 5.11 Avance comparativo del rendimiento académico cuantitativo del grupo control y experimental en las tres fases.....                                      | 107 |
| Tabla 5.12 Medidas de tendencia central y de dispersión de la variable rendimiento académico en modelación matemática en las tres etapas de la investigación..... | 108 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|  |     |
|--|-----|
| Figura 2.1 Proceso de aprendizaje de modelación matemática.....  | 26  |
| Figura 3.1 Modelo instruccional propuesto por Gagné y Briggs.....  | 36  |
| Figura 3.2 Enfoques, teorías, modelos y elementos de la didáctica.....   | 45  |
| Figura 4.1 Ejemplo de problema prototipo de modelación matemática.....   | 67  |
| Figura 4.2 Conceptos matemáticos de región factible, politopo y puntos de intersección trabajados por los educandos con asistencia de Geogebra.....  | 68  |
| Figura 4.3 Conceptos matemáticos de análisis de sensibilidad (cambios en coeficientes de función objetivo y lado derecho de restricciones, precios sombra y dualidad) trabajados por los educandos con asistencia de Geogebra..... | 70  |
| Figura 4.4 Mapa conceptual elaborado por un educando .....   | 72  |
| Figura 5.1 Rendimiento académico cuantitativo: diagnóstico del grupo control.....  | 80  |
| Figura 5.2 Rendimiento académico cuantitativo: diagnóstico del grupo experimental.....   | 81  |
| Figura 5.3 Rendimiento académico cuantitativo de la intervención del grupo control..   | 86  |
| Figura 5.4 Rendimiento académico cuantitativo de la intervención del grupo experimental.....   | 87  |
| Figura 5.5 Rendimiento académico cuantitativo del grupo control después de cuatro meses de la intervención.....  | 91  |
| Figura 5.6 Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental después de cuatro meses de la intervención.....   | 92  |
| Figura 5.7 Mapa conceptual 1 .....   | 96  |
| Figura 5.8 Mapa conceptual 1 .....   | 97  |
| Figura 5.9 Mapa conceptual 3 .....   | 98  |
| Figura 5.10 Mapa conceptual 4 .....  | 99  |
| Figura 5.11 Diagnóstico del rendimiento académico cualitativo del grupo control: mapas conceptuales.....   | 100 |
| Figura 5.12 Diagnóstico del rendimiento académico cualitativo del grupo experimental: mapas conceptuales.....  | 101 |
| Figura 5.13 Rendimiento académico cualitativo de la intervención en el grupo control: mapas conceptuales.....  | 102 |
| Figura 5.14 Rendimiento académico cualitativo de la intervención en el grupo experimental: mapas conceptuales.....   | 102 |
| Figura 5.15 Rendimiento académico cualitativo a cuatro meses de la intervención en el grupo control: mapas conceptuales.....   | 103 |
| Figura 5.16 Rendimiento académico cualitativo a cuatro meses de la intervención en el grupo experimental: mapas conceptuales.....  | 104 |
| Figura 5.17 Comparativo de evaluación del rendimiento académico cuantitativo de las tres fases de evaluación: grupo control .....  | 105 |
| Figura 5.18 Comparativo de evaluación del rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática de las tres fases de evaluación: grupo experimental .....  | 106 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 5.19 Rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática por etapa.....                                 | 109 |
| Figura 5.20 Rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática, comparativo por grupo en las tres fases. .... | 110 |

## Resumen

El aprendizaje de la modelación matemática es necesario en la formación académica de ingeniería pues ésta demanda resolver problemas reales a través de la ciencia o tecnología aplicadas. El objetivo de esta investigación fue contrastar cuantitativamente y cualitativamente el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación con una secuencia de cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), en contraste de un enfoque convencional. En términos didácticos, se consideró el manejo de los registros semióticos con base en los postulados de Vigotsky sobre la materialización del pensamiento a través de los símbolos del lenguaje para lograr la apropiación conceptual. Se eligió Geogebra como tecnología que integra dos registros semióticos, uno analítico/algebraico y otro gráfico. Esto pudiera contribuir en el desarrollo de la habilidad de visualización matemática. Esta investigación tuvo un alcance mixto, descriptivo y explicativo. Se trabajó con una muestra no probabilística de 130 educandos de ingeniería industrial, segmentados en un grupo control y otro experimental. La modalidad fue en línea.

Los resultados indicaron que al final de las tres etapas del estudio, en una escala de 0 a 10, el grupo control logró un incremento en rendimiento académico de 3.01 y que habiendo transcurrido cuatro meses, se perdieron 1.95 puntos. Por su parte, el grupo experimental obtuvo un incremento de 4.66 y después de cuatro meses tuvo una reducción de 0.94 puntos. El incremento real en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática de la etapa de diagnóstico al punto final fue de 1.06 para el grupo control y de 3.72 para el grupo experimental. En términos cuantitativos, esto representa una diferencia absoluta estadísticamente significativa entre el grupo control y el experimental de 26 puntos porcentuales, lo que equivale a una diferencia relativa de 250.94% entre el diagnóstico y la etapa realizada a cuatro meses de la intervención.

Palabras clave: Constructivismo, Geogebra, modalidad en línea, rendimiento académico, transferencia de registros semióticos.

## Summary

The learning of mathematical modeling is necessary in engineering education because it demands solving real problems through applied science or technology. The objective of this research was to contrast, quantitatively and qualitatively, the academic performance of mathematical modeling students with a sequence of four steps ( a) appropriation of resources for the transfer of semiotic registers assisted by Geogebra, b) acquisition of formal language assisted by Geogebra, c) transition from conversational language to formal mathematical language and d) interpretation and manipulation of formal mathematical language assisted by Geogebra), in contrast to a conventional approach. In didactic terms, the handling of semiotic registers was considered based on Vigotsky's postulates on the materialization of thought through the symbols of language to achieve conceptual appropriation. Geogebra was chosen as a technology that integrates two semiotic registers, one analytical/algebraic and another graphic. This could contribute to the development of mathematical visualization skills. The scope of this research was mixed, descriptive and explanatory. In this research, a non-probabilistic sample of 130 engineering students was considered. It was segmented into a control group and an experimental group. It was conducted online.

Results indicated that at the end of the three stages of the study, on a scale of 0 to 10, the control group achieved an increase in academic performance of 3.01 and after four months, 1.95 points were lost. On the other hand, the experimental group obtained an increase of 4.66 and after four months had a reduction of 0.94 points. The actual increase in the academic performance of mathematical modeling students from the diagnostic stage to the endpoint was 1.06 for the control group and 3.72 for the experimental group. In quantitative terms, this represents a statistically significant absolute difference between the control and experimental groups of 26 percentage points, which is equivalent to a relative difference of 250.94% between the diagnostic and the stage evaluated four months after the intervention.

Key words: Constructivism, Geogebra, online modality, academic performance, semiotic register transfer.

## INTRODUCCIÓN

Esta investigación se enfocó en el uso de las tecnologías de información para el aprendizaje de la modelación matemática en el nivel superior, en el área de ingeniería. El trabajo se enfocó en contrastar cuantitativamente y cualitativamente el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática en un contexto en línea. Se utilizaron dos tratamientos, uno consistió en cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), con trabajo colaborativo, con elementos de didáctica de Comenio y con referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo. El otro tratamiento consistió en utilizar videoconferencias tradicionales, trabajo individual, empleó como referente la teoría del aprendizaje del cognitivismo y los educandos no utilizaron Geogebra.

Se trabajó con una muestra no probabilística de 130 educandos de ingeniería industrial de nivel inicial, segmentado en partes iguales en un grupo control y otro experimental. Geogebra fue seleccionado por su diseño didáctico, caracterizado por integrar dos registros semióticos, uno analítico/algebraico y otro gráfico. Esta propiedad pudiera contribuir en el desarrollo de la habilidad de visualización, crítica en la comprensión de conceptos matemáticos.

En el capítulo uno se presenta la definición del problema de investigación, incluyendo los antecedentes, las preguntas de investigación, el objetivo general y los específicos, así como el planteamiento de la hipótesis.

En el capítulo dos se muestra el estado del arte en el cual se hizo una revisión de textos científicos de 2013 a la fecha, sobre el aprendizaje de modelación matemática preferentemente vinculado a las tecnologías de información. Se construyó con base en 4 ejes de abordaje: qué, cómo, porqué, para qué y dónde.

En el capítulo tres se aborda el marco teórico que incluye el impacto de la incorporación de las tecnologías de información en el proceso de aprendizaje de las

matemáticas, la metodología para el diseño e implementación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) y consideraciones pedagógicas para el diseño de un AVA.

En el capítulo cuatro se desarrolla la estrategia metodológica. Se incluye el alcance de la investigación, delimitación de población y muestra, instrumentos y marco conceptual metodológico.

En el capítulo cinco se exponen los resultados contrastando el grupo control y el experimental. Se consideraron los resultados obtenidos en tres etapas, evaluación diagnóstica, posterior a la intervención y a cuatro meses de la conclusión de ésta.

En el capítulo seis se analizan los resultados de la investigación en términos del nivel de rendimiento académico logrado en el grupo control y el experimental. Se comparan los resultados con los reportados por otros autores.

En el capítulo siete, se contrastaron los resultados con los objetivos y preguntas de investigación, se presentaron las aportaciones de la investigación y líneas de trabajo futuro.

## CAPÍTULO I. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1 Antecedentes

La prueba PISA es un instrumento estandarizado que mide el nivel de rendimiento académico de los sistemas educativos de los países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), entre los que se ubica México. El sistema educativo mexicano se ha desempeñado en las tres áreas evaluadas y, en específico, en matemáticas, por debajo de la media OCDE. Este hecho refleja directamente el nivel de rendimiento de los educandos que transitan de nivel medio superior a superior, que es en el cual se ubicó este estudio. Los instrumentos de evaluación de la prueba PISA incluyen la capacidad de modelación matemática en la resolución de problemas, requiriendo habilidades cognitivas de evaluación a través de la discriminación que debe realizar en el educando para distinguir respuestas correctas de las que no lo son; deducción para partir de principios generales hacia uno particular; inducción para utilizar principios particulares y generalizar; abstracción con lo cual delimitan conceptualmente una propiedad, característica o función de un objeto, símbolo o signo; interpretación requerida con el propósito de explicar el sentido de un objeto o representarlo a través de símbolos o signos y la habilidad de aplicación para implementar la solución propuesta a través de prototipos que conecten dicha solución con el problema inicialmente planteado. Adicionalmente y forma especial, autonomía para tomar decisiones sobre la mejor forma de resolver problemas específicos. Estas habilidades deben ser demostradas con cierto nivel de destreza delimitado por un tiempo estandarizado, pues es una prueba cronometrada. Esta investigación se enfoca específicamente en el aprendizaje de la modelación matemática en el nivel superior. Estos hechos están documentados en la bibliografía, por ejemplo:

Desde hace 15 años, México tiene uno de los peores niveles educativos de las naciones integrantes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), según los resultados del Informe PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Educandos), la prueba internacional sobre



educación. En los resultados de ese instrumento aplicado en 2015, en una escala donde la media es 500, los educandos mexicanos no aprobaron en ninguna de las áreas de ciencias, lectura o matemáticas. En los rendimientos en esta última, los educandos mexicanos obtuvieron en promedio 408 puntos, por debajo del promedio OCDE, de 490 puntos (Román, 2018, p. 41).

Las evidencias indican que resulta pertinente desarrollar la capacidad de la modelación matemática en los educandos desde los niveles elementales y, predominante, en los superiores y de posgrado. La enseñanza de la aplicación de las matemáticas a problemas del mundo real ha ganado la inclusión de la modelación matemática en los estándares de la prueba internacional PISA. Asimismo, es una capacidad que se exige en el perfil de egreso de los ingenieros por parte de los empleadores.

## **1.2 Planteamiento del problema**

Se presenta un rendimiento académico reprobatorio de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

## **1.3 Pregunta de investigación**

La pregunta de investigación de este estudio fue:

En un contexto en línea, ¿de qué manera cualitativa y cuantitativamente el trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs y los cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), puede mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería

industrial en el área de modelación matemática, en contraste con trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de los cuatro pasos y sin asistencia de Geogebra?

## 1.4 Objetivos

El objetivo general fue:

Diseñar un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) de modelación matemática en una plataforma tecnológica, vinculando las teorías del aprendizaje y la didáctica, para mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

En lo sucesivo se utilizará el término de “secuencia de los cuatro pasos” para definir el siguiente conjunto de actividades: a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por el software Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por el software Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático.

Los objetivos específicos fueron:

- Elaborar un diseño instruccional de modelación matemática con base en el modelo de Gagné y Briggs
- Contrastar cuantitativamente y cualitativamente el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo matemático, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo) con un tratamiento de trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs y la “secuencia de

los cuatro pasos”, contra un tratamiento de videoconferencias tradicionales, trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y sin asistencia de Geogebra.

## **1.5 Hipótesis**

La variable independiente se refiere a los dos tratamientos aplicados:

### **Tratamiento 1**

- a) Videoconferencias sincrónicas, trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y asistencia de Geogebra.

### **Tratamiento 2**

- b) Videoconferencias sincrónicas, trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y sin asistencia de Geogebra.

Por su parte, la variable dependiente fue el nivel de rendimiento académico cuantitativo y cualitativo de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), así como aspectos conceptuales, respectivamente.

En este estudio se plantearon dos hipótesis, una orientada al rendimiento académico cuantitativo y otra al rendimiento académico cualitativo.

### **Hipótesis cuantitativa nula (H1<sub>0</sub>)**

**H1<sub>0</sub>**: En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

### **Hipótesis cuantitativa alterna (H1<sub>A</sub>)**

**H1<sub>A</sub>**: En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces **no** se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

### **Hipótesis cualitativa nula (H2<sub>0</sub>)**

**H2<sub>0</sub>**: En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en los aspectos conceptuales**, en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

### **Hipótesis cualitativa alterna (H2<sub>A</sub>)**

**H2<sub>A</sub>**: En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces **no** se generará

un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en los aspectos conceptuales**, en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

## CAPÍTULO II. ESTADO DEL ARTE

### 2.1 Método del estado del arte

Esta investigación se enfocó en el uso de las tecnologías de información para el aprendizaje de la modelación matemática en el nivel superior, en el área de ingeniería. La elaboración del estado del arte se construyó con base en 4 ejes de abordaje: qué, cómo, porqué, para qué y dónde. No se sigue una línea secuencial en la redacción del documento, por el contrario, los ejes se relacionan entre sí y se sustentan con las citas seleccionadas con base en criterios de pertinencia y relevancia principalmente, así como en el procesamiento de la bibliografía elegida que abarca de 2013 a la fecha. Si bien no se puede afirmar que la búsqueda bibliográfica es exhaustiva, sí cumple con un grado básico de representatividad estadística. Con el fin de delimitar un alcance de búsqueda, se partió preliminarmente de los siguientes cuestionamientos: 1) ¿cómo se define el concepto de modelación matemática y aprendizaje de modelación matemática?, 2) ¿qué estrategias usan los educandos al resolver problemas de modelación matemática?, 3) ¿cómo se pueden realizar las actividades de modelación matemática para promover el aprendizaje en ingeniería en general y en específico, en ingeniería industrial y que tecnologías de información se han utilizado? y 4) ¿qué técnicas utilizan los instructores para evaluar el trabajo de estos problemas abiertos de modelación matemática?.

En el caso de los motores de búsqueda Google y Google académico, se utilizaron las palabras clave sin el uso de campos de precisión y se acotó la búsqueda por fecha, que es el tipo de búsqueda avanzada disponible en internet. Por el contrario, en las bases de datos Proquest ABI/INFORM y ProQuest Dissertations and Theses del ITESM en donde se abordaron de forma específica los repositorios ERIC y EBSCO por su especialización y orientación, se utilizaron campos de precisión de búsqueda con palabras clave como se ejemplifica en las siguientes dos tablas:

Tabla 2.1

*Palabras clave utilizadas en la búsqueda de información del estado del arte*

| Palabra clave                          | Relación con las preguntas de investigación   | Sinónimos o términos alternos o relacionados  |
|--|---|---|
| Mathematical modeling                  | Relacionado con las tres preguntas de investigación como tema central. Efectos de la Modelación Matemática (MM) en la educación en ingeniería en general y en ingeniería industrial en específico | Modeling, MEA, MEAs, model-liciting activities, model-eliciting activity, model-development |
| Undergraduate                          | La población relacionada con las preguntas de investigación se limita a educandos de nivel profesional en ingeniería y en específico en ingeniería industrial                                     | College, higher education   |
| Education                              | El alcance de las preguntas de investigación se limita a los usos de MM en espacios educativos de nivel profesional   | Teaching, learning  |
| Industrial engineering and engineering | El alcance de las preguntas de investigación se limita a los usos de MM por educandos de ingeniería industrial y en específico de ingeniería industrial   | Manufacturing Engineering   |

Fuente: Elaboración propia.

A continuación se muestra un ejemplo del tipo de búsquedas realizadas en las bases de datos:

Tabla 2.2

*Ejemplo de búsquedas de información del estado del arte realizadas en las bases de datos*

| Base de datos | Sintaxis de búsqueda  |
|---------------|---|
| ERIC          | date (2013 or 2014 or 2015 or 2016 or 2017 or 2018 or 2019 or 2020 or 2021) and title:(“Mathematical Modeling” or “Modeling” or “mea” or “Model-eliciting activities” OR “meas” OR “Model-eliciting activity” or “Model-development”) and (title:(“Education”) or abstract:(“Education”) or descriptor:(“Education”)) and (descriptor:(“Engineering” or “Industrial Engineering”) or abstract:(“Engineering” or “Industrial Engineering”) or title:(“Engineering” or “Industrial Engineering”)) and (title:(“Undergraduate” or “College”) or abstract:(“Undergraduate” or “College”) or descriptor:(“Undergraduate” or “College” or)) |
| EBSCO         | DA (2013 or 2014 or 2015 or 2016 or 2017 or 2018 or 2019 or 2020 or 2021) and TI(“Mathematical Modeling” or “Modeling” or “MEA” or “MEAs” or “Model-eliciting activities” or “Model-eliciting activity” or “Model-development”) and (TI(“Education”) or AB(“Education”) or SU(“Education”)) and (AB(“Engineering” or “Industrial Engineering”) or TI(“Engineering” or “Industrial Engineering”) or SU(“Engineering” or “Industrial Engineering”)) and (TI(“Undergraduate” or “College”) or AB(“Undergraduate” or “College”) or SU(“Undergraduate” or “College”))  |

Fuente: Elaboración propia.

El estado del arte se utilizó para la definición del planteamiento del problema, construcción de la hipótesis, elaboración de preguntas de investigación y formulación de objetivos.

## 2.2 Estado del arte

En este apartado se implementa la metodología de construcción del estado del arte realizando una compilación bibliográfica sobre el problema de estudio. El aprendizaje de la modelación matemática ha tomado relevancia a nivel internacional como lo señalan los siguientes autores:

El concepto de modelación matemática es especialmente considerado en el Programa Internacional para la Evaluación de Educandos (Programme for International Student Assessment (PISA), por sus siglas en inglés). Es la piedra angular de las investigaciones internacionales que constituyen la estructura de las matemáticas (Coşkun, 2017, p. 20).<sup>1</sup>

La modelación matemática es ampliamente estudiada en muchos países como Alemania, Turkía y Australia, y está convirtiéndose gradualmente en la investigación de primer plano en educación de las matemáticas en los Estados Unidos. Debido a la naturaleza nada familiar de la modelación, eventualmente es un reto para los profesores determinar exactamente cómo enseñar matemáticas a través de la modelación (Been, 2016, p. 7).<sup>2</sup>

El aprendizaje de la modelación matemática exige que los educandos resuelvan problemas complejos del mundo real de forma autónoma y el docente intervenga como

---

<sup>1</sup> Mathematical modelling concept is especially about International Student Consideration Program (PISA); it is the keystone of international researches that constitute the structure of mathematics.

<sup>2</sup> Mathematical modeling is well-researched in many countries such as Germany, Turkey, and Australia, and is gradually making its way to the foreground of mathematics education research in the United States. Due to the unfamiliar nature of modeling, it is sometimes challenging for teachers to determine exactly how to teach mathematics via modeling



facilitador, a partir de las propuestas de éstos, como lo sugieren los autores que se presentan a continuación:

La noción de la modelación como dar a los educandos la autonomía de resolver problemas, que le den sentido a las matemáticas de forma propia y las tareas sean vistas como “actividades independientes en las cuales los educandos resuelven un problema por ellos mismos”. El elemento a ser enfatizado es la independencia, la cual es importante de forma tal que las tareas hacen alusión a situaciones del mundo real donde se espera que los educandos tomen decisiones acerca de la forma más apropiada de resolver un problema (Stender y Kaiser, 2015, p. 1255).<sup>3</sup>

La definición de la modelación matemática tiene como primera característica que se aborda una situación de la vida real. Se trata de problemas abiertos, lo que significa que las actividades de modelación se basan en suposiciones y estimaciones, y por lo tanto, pueden surgir soluciones diferentes y no únicas. La característica de ser complejo o de ser provocativo intelectualmente es que crea una sensación de impotencia cuando se enfrenta al problema al principio. En otras palabras, las matemáticas están implícitas en las actividades de modelación matemática. Una vez que se determina la situación del problema, no debe evocar la idea de lograr la solución mediante el uso de operaciones matemáticas y fórmulas de acuerdo con el procedimiento (Sahin, Dogan, Cavus, Gurbuz y Temurtas, 2019, p.731).<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> The notion of modeling as giving students the autonomy to solve problems and make sense of the mathematics in their own way and tasks should be seen as “independent activities in which students solve a problem on their own”. The element to be emphasized is independence that is important so that the tasks resemble real-world situations, where students are expected to make choices about the most appropriate way to approach a problem.

<sup>4</sup> The definition of mathematical modeling has as first feature that it includes a real life situation. Being open-ended means that modeling activities are based on assumptions and estimates, and therefore different and unique solutions may emerge. The characteristic of being complex or thought provoking is that it creates a feeling of helplessness when faced with the problem at the beginning. In other words, mathematics is implicit in mathematical modeling activities. Once the problem situation is determined, it should not evoke the idea of achieving the solution by using mathematical operations and formulas according to the procedure.

Existen dificultades en la resolución de problemas de modelación matemática por parte de licenciados en matemáticas en formación, pues la noción de modelación matemática que tienen consiste en una aplicación o problema matemático y esto se debe a que frecuentemente, los docentes presentan las situaciones problemas a manera de formulación, limitando así la complejidad del mismo, además de restarle importancia al proceso de validación lo que conlleva que en la escuela estas prácticas y razonamientos no se presenten adecuadamente (Cuenca, Palauro, Astiz y Vivera, 2019).

A continuación se expone una tabla comparativa de las características del enfoque de la modelación matemática respecto a la resolución tradicional de problemas matemáticos.

Tabla 2.3

*Actividades de modelación matemática en comparación con actividades de resolución tradicional de problemas matemáticos*

| <b>Actividades de modelación matemática</b>  | <b>Actividades de resolución tradicional de problemas matemáticos</b>  |
|--|--|
| Contiene componentes genuinos y los utiliza de forma organizada  | Pudiera tener ajustes que son irreales en la vida real   |
| La configuración del problema es consistente con la vida real  | No son vistos como problemas en realidad   |
| El escenario de la acción ayuda a hacer referencia a los hallazgos en la vida real   | Los problemas son hechos por la situación de una estructura matemática   |
| Se abordan situaciones que pudieran enfrentarse en la vida real con alguna frecuencia  | Se abordan problemas que generalmente no se hacen frente en la vida real   |
| Docentes y educandos organizan la información de forma autónoma  | Los problemas se construyen con el objetivo de conducir a una investigación                                      |
| Docentes y educandos usan sus hallazgos de la vida real para crear un problema   | Los educandos resuelven los problemas sólo por la motivación de resolverlos                                      |
| Las soluciones encontradas pueden ser utilizadas en la realidad  | Los educandos resuelven los problemas para estar listos para los exámenes, ignorando referencias de la vida real |
| Las respuestas a los problemas de modelación son realmente importantes, es fácil establecer conexiones con otras situaciones y problemas | Las soluciones pudieran no ser útiles en situaciones de la vida real   |
| Los problemas pueden ser reutilizables y generalizables  | Los problemas y sus respuestas son adecuados para circunstancias especiales exclusivamente                       |

Fuente: Traducción propia. Ashim y Sahin, 2019, p. 254.

En el caso de la modelación matemática, los problemas son de aplicación y preferentemente reales, dentro de un contexto profesional. No son problemas terminados, sino reutilizables y generalizables, además que no hay una única solución ni está predefinida. La modelación matemática implica realizar suposiciones, evaluaciones y estimaciones para acercarse a la solución, lo cual exige de las habilidades cognitivas de evaluación, deducción, inducción, abstracción, interpretación y aplicación.

Respecto a las características de modelación matemática, se afirma que:

No hay certidumbre en la modelación matemática. La modelación matemática requiere que la persona que resuelve el problema, construya suposiciones y elija aquellas que considera importantes entre las variables necesarias para la solución. Por lo tanto, raramente, modelos idénticos emergen y, por la misma razón, los modelos no pueden representar el mundo real perfectamente, sin embargo, no importa cuando diferentes sean éstos, todos los modelos son aceptables mientras las suposiciones y estimaciones sean razonables y el proceso de solución sea lógico (Sahin et al., 2019, p. 730).<sup>5</sup>

La figura 2.1 es una propuesta de los elementos, proceso y habilidades cognitivas requeridas en el proceso de modelación matemática. En la resolución de problemas matemáticos con un enfoque tradicional, generalmente se abordan problemas ficticios o descontextualizados y para su solución se aplican procedimientos y técnicas predefinidos y probados, para obtener una solución única. En contraste, la modelación matemática se enfoca en problemas reales y no hay procedimientos predefinidos para su solución, ni para la implementación de ésta. Generalmente puede haber más de una solución.

---

<sup>5</sup> There is no certainty in mathematical modeling. Mathematical modeling requires that the person who solves the problem to make assumptions and choose the ones that he/she thinks are important among the necessary variables for the solution. Therefore, rarely identical models emerge and for the same reason models cannot represent the real world perfectly (Gould, 2016). However, no matter how different, all models are acceptable as long as the assumptions and estimates are reasonable and the solution process is logical.

Figura 2.1

*Proceso de aprendizaje de modelación matemática*



Fuente: Traducción propia. Ashim y Sahin, 2019, p. 253.

En ambos casos, debe haber un proceso lógico coherente que respete teoremas, axiomas y postulados. Un requerimiento de la modelación matemática, adicional al enfoque tradicional es el trabajo con ciclos de la modelación matemática pues el objetivo final no es resolver el problema, sino el desarrollo de habilidades cognitivas a través del proceso de modelación matemática, que el educando genere propuestas de soluciones múltiples y que el docente realice intervenciones y retroalimente.

Las interacciones de los docentes con sus educandos son importantes porque los educandos son los modeladores de las lecciones, por lo tanto, las contribuciones de los educandos son indispensables en modelación matemática. La participación de los educandos en las tareas genera muchas ideas matemáticas; esto requiere que los docentes tomen decisiones sobre cómo abordar las ideas matemáticas de los educandos (White, 2017, p. 190).<sup>6</sup>

<sup>6</sup> The teachers' interactions with their students is important because students are the modelers in a modeling lesson, thus student contributions are necessary in mathematical modeling. Students' participation in tasks generated many mathematical ideas; this required teachers to make decisions on how to address students' mathematical ideas.

Tabla 2.4

*Competencias necesarias en la enseñanza de modelación matemática*

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| <b>Dimensión Teórica</b>        | Ciclos de la modelación<br>Objetivos y perspectivas de la modelación<br>Tipos de tareas de modelación  |
| <b>Dimensión de tareas</b>      | Soluciones múltiples de tareas de modelación<br>Análisis cognitivo de tareas de modelación<br>Desarrollo de tareas de modelación                 |
| <b>Dimensión de instrucción</b> | Planeación de lecciones con tareas de modelación<br>Ejecución de lecciones con tareas de modelación<br>Intervenciones, apoyo y retroalimentación |
| <b>Dimensión de diagnóstico</b> | Reconocimiento de fases en el proceso de modelación<br>Reconocimiento de dificultades y errores<br>Marcación de tareas de modelación             |

Fuente: Traducción propia. Borromeo, 2014, p. 29<sup>7</sup>.

La teoría de Brousseau es un marco educativo amplio, mientras que el ciclo de la modelación matemática se refiere a un conjunto específico de prácticas y contenidos matemáticos. Inicialmente, se aborda cómo la modelación matemática promueve la participación de los educandos y los factores sociales relacionados que Brousseau denominó el contexto. Un segundo aspecto es la importancia de comprender las matemáticas conceptualmente, una visión coherente con el constructivismo general de Brousseau y, específicamente, su distinción de problemas didácticos en contraste con problemas adidácticos. Otro tercer aspecto son los obstáculos y dificultades que los maestros dicen que los educandos encuentran al modelar debido a su expectativas y preparación previa, lo que Brousseau llama el contrato didáctico (Huson, 2016, p. 74).<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup> Brousseau's theory of didactical situations align with our current understanding of the modeling cycle? Brousseau's theory is a broad educational framework, whereas the modeling cycle refers to a specific set of mathematical practices and content. The first is how modeling promotes student engagement and related social factors that Brousseau termed the milieu. The second theme is that applying mathematics to real world problems helps students understand mathematics conceptually, a view consistent with Brousseau's general constructivism and specifically with his distinction of didactical versus adidactical problems. Third are the obstacles and difficulties teachers say students encounter when modeling because of their expectations and prior preparation, what Brousseau calls the didactic contract.

Brousseau (2013) fundamentó el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática en el constructivismo. También aportó el concepto de contrato didáctico con un rol participativo y responsable del educando y del docente para enfrentar los obstáculos que implica el aprendizaje de modelación matemática, pues significa considerable esfuerzo adicional en comparación con la resolución tradicional de problemas. Un elemento de suma relevancia es la institucionalización, de forma que los avances científicos en la enseñanza de la modelación matemática se permeen en la práctica sistematizadamente y de manera oficial.

Competencias, secuenciación curricular e institucionalización. Brousseau impugnó la afirmación constructivista radical de que la educación no requiere nada más que los educandos lidien con situaciones ricas en un contexto productivo. Sí, así es como se originan las nociones matemáticas y tienen sentido, pero luego deben practicarse y conformarse a convenciones, un proceso que él llamó institucionalización (Huson, 2016, p. 54).<sup>9</sup>

Por su parte, Márquez, Gaviria y López (2019) señalaron que es necesario aprender modelación matemática en un escenario de prueba y experimentación para que los educandos desarrollen los distintos procesos que intervienen, articulando las matemáticas con otras áreas del conocimiento y contextos, que es una de las características del aprendizaje significativo.

Bukhardt (2014) es otro autor que ha realizado investigaciones sobre el aprendizaje de la modelación matemática basando sus propuestas en el constructivismo, cuyos principales representantes son Piaget, Vigotsky, Ausubel y Bruner. El constructivismo se caracteriza principalmente por asociar el aprendizaje con la realidad generando aprendizaje significativo dentro de un contexto, proporciona entornos de aprendizaje en sustitución de instrucciones para tareas, exige pensamiento crítico y reflexivo sobre las experiencias de aprendizaje, lo cual implica metacognición. También considera la construcción del

---

<sup>9</sup> Competencies, curricula sequencing, and institutionalization. Brousseau contested the radical constructivist claim that education requires nothing more than that students grapple with rich situations in a productive milieu. Yes, that is the way mathematical notions originate and take meaning, but they must then be practiced and shaped to conventions, a process he called institutionalization.

aprendizaje de forma colaborativa a través de la socialización. El constructivismo plantea que el educando debe ser responsable de su aprendizaje y tomar un rol activo, de forma que aprende, incorpora ese aprendizaje a sus experiencias y conocimiento previo modificando sus estructuras mentales. Estas características son congruentes con el aprendizaje de modelación matemática, sin embargo, ésta es aún más exigente. “Manejar problemas no rutinarios en el aula basados en el constructivismo presenta a los maestros desafíos sustanciales, tanto matemáticos como pedagógicos, que no se cumplen en un aula tradicional” (Burkhardt, 2014, p. 9).<sup>10</sup>

A continuación se expone un caso de aplicación del aprendizaje de la modelación matemática basado en el constructivismo como teoría pedagógica fundamental.

Creación de significado en contexto: modelación como vehículo. Los profesores valoran aplicaciones del mundo real de las matemáticas porque involucran y motivan a los educandos, porque la experiencia de los educandos con el contexto del problema les ayuda a comprender los conceptos matemáticos. Los investigadores de modelos llaman a este punto de vista "modelar como vehículo". Brousseau puso el contexto del problema en el centro de aprendizaje, y se esforzó por configurar creativamente situaciones como estimulación (Huson, 2016, p. 120).<sup>11</sup>

Autores como Ortega, Zamora, Ulloa y González (2018) señalaron que la modelación matemática, al relacionar el saber matemático con la vida cotidiana, favorece la generación de competencias para el trabajo colaborativo, elaboración de reportes, discusión de los resultados ante el grupo e interpretación de las diferentes representaciones semióticas en función de la situación problema.

---

<sup>10</sup> Managing non-routine problems in the classroom based on constructivism presents teachers with substantial challenges, both mathematical and pedagogical, that are not met in a traditional classroom.

<sup>11</sup> Meaning making in context: modeling as vehicle. Teachers value real world applications of mathematics because they engage and motivate students, and because the students' experience with the problem context helps them make sense of mathematical concepts. Modeling researchers call this viewpoint "modeling as vehicle." Brousseau put problem context at the center of learning, and he took pains to creatively configure situations to stimulate.

Siguiendo en la misma línea, en la literatura ha sido señalado el inconveniente de la desvinculación del aprendizaje de las matemáticas de problemas reales o de aplicación y por tanto su inadecuación para la solución de problemas en contextos cotidianos, laborales o profesionales, por autores como Rodríguez y Quiroz (2016), Pertamawati y Retnowati (2019); Huincahue, Borromeo-Ferri y Mena-Lorca (2018); Jung, Stehr y He (2019) y Daher y Shahbari (2015).

Shahbari y Peled (2017); Schukajlow, Kolter y Blum (2015); Doerr, Arleback y Castello (2014) y Plaza (2016) realizaron estudios en los cuales se comparó el rendimiento académico de los educandos de contenidos y objetos matemáticos, así como habilidades de autonomía, toma de decisiones, planificación y estructuración, entre otras, desde el abordaje de las matemáticas a través de la modelación en contraste con los métodos convencionales, concluyendo que hay un beneficio en los educandos del hecho de partir de problemas contextuales y transitar hacia conceptos matemáticos formales.

Otros autores como Kurniadi, Darmawijoyo y Pratiwi (2020); Jacobs y Durandt (2017); Yenmez, Erbas, Cakiroglu, Cetinkaya y Alacaci (2018); Zeytun, Cetinkaya y Erbas (2017), entre otros, plantearon la existencia de una discrepancia entre la práctica educativa real en comparación con la teoría educativa y los programas educativos oficiales que incorporan la modelación matemática. Señalaron la pertinencia de fortalecer las competencias docentes pedagógicas y de contenido respecto a la modelación matemática con el propósito de que esta habilitación se implemente en la práctica educativa.

Con base en la construcción del estado del arte y con la muestra actual de referencias bibliográficas, es posible afirmar que el objeto de estudio existe, no solamente de manera empírica sino también teórica. El objeto de estudio también es pertinente y de interés para la comunidad científica internacional y, en particular, para investigadores de países como Estados Unidos, Alemania, Turquía y Australia, por citar algunos.



## CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO

Los referentes teóricos se integraron por el impacto de la incorporación de las tecnologías de información en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la metodología para el diseño e implementación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), consideraciones de las ciencias de la educación y el concepto de rendimiento académico.

### **3.1 Impacto del software Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas**

En referencia al impacto de la tecnología sobre la instrucción de las matemáticas, Young (2017) realizó un meta-análisis de estudios cuyo propósito fue determinar los efectos acumulativos de la tecnología sobre el rendimiento académico de los educandos de matemáticas. Una de las conclusiones sugirió que la instrucción de matemáticas asistida por la tecnología tiene un efecto positivo acumulativo moderado pero estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico de los educandos en esta disciplina.

Chan (2014) realizó un meta-análisis de estudios de 2001 a 2013 utilizando las bases de datos de ProQuest, JSTOR, ERIC, PsycINFO y SwetsWise para determinar los efectos de la instrucción asistida por software de geometría dinámica sobre el rendimiento académico de los educandos de matemática, en grado K-12, en comparación con la instrucción convencional. Los resultados indicaron que la instrucción apoyada por el software de geometría dinámica tiene un impacto positivo y estadísticamente significativo sobre el rendimiento académico de los educandos de matemáticas.

De acuerdo con Chan (2014) y Samur (2015), los programas de geometría dinámica permiten a los educandos visualizar conceptos, construir relaciones, descubrir patrones y su generalización, realizar pruebas geométricas y desarrollar sus habilidades como solución de problemas y pensamiento creativo. Dentro de este tipo de software de geometría dinámica se ubica Geogebra.

Gutiérrez, Prieto y Buitrago (2017), señalaron que “esta tendencia a utilizar las herramientas tecnológicas disponibles al momento de trabajar matemáticamente es una

evidencia de la capacidad de los educandos para adaptar las herramientas del GeoGebra a la situación de simulación en la escena” (p. 62).

Respecto a algunas de las propiedades y potencialidades de Geogebra para la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos, consideraron que:

La manipulación realizada en una de estas ventanas se actualiza inmediatamente en la otra. Esta característica de GeoGebra permite a los educandos comprender los vínculos conceptuales entre las representaciones de un concepto matemático y eventualmente promueve su crecimiento vertical (profundidad de comprensión) y crecimiento horizontal (desarrollo de conocimiento a través de representaciones) de este concepto (Bayazit y Aksoy, 2011, p. 95).

Jiménez y Jiménez (2017) afirmaron que:

La incorporación de ambientes dinámicos, en particular GeoGebra, en la formación de los profesores de matemáticas favorece la construcción de conocimientos matemáticos significativos, operativos y estructurados, lo que les permite movilizarse fácilmente entre los sistemas de representación simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos (p. 12).

Sobre Geogebra en particular, se han desarrollado algunas investigaciones con diferentes objetivos. Arbain y Schukor (2015) se enfocaron en los efectos de utilizar Geogebra sobre el éxito académico de los educandos y sus actitudes hacia las matemáticas. Por su parte, Murni, Sariyasa y Ardana (2017), en concordancia con Jacinto y Carreira (2017), analizaron la influencia de Geogebra sobre habilidades matemáticas específicas como solución de problemas reales. Nobre et. al (2016) y Poon (2018) realizaron aportaciones sobre cómo utilizar Geogebra en la enseñanza de asignaturas específicas dentro del amplio campo de las matemáticas. Zetriuslita, Nofriyandi y Istikomah (2021), llevaron a cabo un trabajo con alcance mixto que se enfocó en identificar mejoras en la autoeficacia y

autorregulación a través de la enseñanza basada en GeoGebra en educandos universitarios de matemáticas. Concluyeron que la enseñanza basada en GeoGebra fue efectiva para incrementar la autoeficacia y autorregulación de los educandos. Báez, Pérez y Blanco (2018) realizaron un estudio sobre el uso de asistentes matemáticos como Geogebra y SkechPath en el aprendizaje de cálculo diferencial y concluyeron lo siguiente:

La validación experimental permitió demostrar que la propuesta conduce a una mejora significativa de los educandos, en relación al lenguaje matemático y a las aplicaciones conceptuales en el cálculo diferencial, identificando y manipulando el movimiento de las variables, los cuales adquirieron recursos propios para realizar transferencias de registros semióticos e independizaron el concepto de sus representaciones, todo lo cual contribuyó notablemente a su formación conceptual, donde los asistentes matemáticos constituyeron un adecuado escenario didáctico, no sólo como herramienta de la actividad matemática sino también como elemento de motivación de los educandos (p. 24).

Respecto al alcance de áreas de conocimiento en las que se puede utilizar Geogebra para la construcción de simulaciones y representación de fenómenos reales, Villamizar (2020), sugirió que Geogebra puede ayudar en la experimentación, obtención de datos de patrones de comportamiento, visualización y manipulación de fenómenos reales a través de la simulación.

### **3.2 Metodología para el diseño e implementación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA)**

En este apartado se aborda el concepto de Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), mismo que fue utilizado en esta investigación. A continuación se presenta una propuesta de elaboración propia de una tabla guía para diseñar e implementar un AVA. Ésta tiene sus fundamentos teóricos y metodológicos en las aportaciones de autores como Duarte (2003), Herrera (2006), Miranda (2004), Bravo et al. (2018) y Flórez et al. (2017). Su propósito es

facilitar la operacionalización del proceso de creación de un AVA. Incluye elementos como entorno físico, entorno psicológico, perfilario de actores, fundamentos didácticos, enfoques pedagógicos, estilos de aprendizaje, estrategias centradas en el aprendizaje, aspectos normativos e institucionales de administración académica, elementos constitutivos y conceptuales.

Tabla 3.1

*Guía para el diseño de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA). Versión 1.0.*

| <b>AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE</b>   |  |
|--|--|
| <b>AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE (AVA)</b>   |  |
| Entorno físico, arquitectura, acceso, estructura, licencia, idioma, interfaz gráfica, roles, interacción, compatibilidad, usabilidad, adaptabilidad y estandarización. |  |
| <b>ENTORNO PSICOLÓGICO:</b>  |  |
| Objetivo, perfil del docente/tutor requerido y dinámica del ambiente.  |  |
| <b>ACTORES (PERFILARIO)</b>  |  |
| <b>ROLES</b>   |  |
| Educativo, docente/tutor y administrador de plataforma   |  |
| <b>FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS</b>  |  |
| <b>ENFOQUES PEDAGÓGICOS</b>  |  |
| Conductismo, cognitivismo, constructivismo y conectivismo  |  |
| <b>ESTILOS DE APRENDIZAJE</b>  |  |
| Rutas de aprendizaje alternativas para los estilos:  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Activo</li> <li>• Teórico</li> <li>• Reflexivo</li> <li>• Pragmático</li> </ul> |
| <b>ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE (Estrategia y justificación)</b>  |  |
| <b>Estrategia/centrada en:</b>   |  |
| Método de problemas/educando   |  |
| Método de situaciones o de casos/educando  |  |
| Método de proyectos/educando   |  |
| Simulación/proceso o mediación didáctica   |  |
| Conflicto cognitivo/proceso o mediación didáctica  |  |
| Investigación dirigida/proceso o mediación didáctica   |  |
| Prácticas empresariales/objeto de conocimiento   |  |
| <b>ASPECTOS INSTITUCIONALES</b>  |  |
| Institucionales, académicos, normativos  |  |
| <b>ELEMENTOS DEL AVA</b>   |  |
| <b>ELEMENTOS CONSTITUTIVOS</b>   |  |
| Hardware, software, recursos, contenidos.  |  |
| <b>ELEMENTOS CONCEPTUALES</b>  |  |
| <b>Diseño instruccional</b>  | Objetivos, actividades, planeación, estrategias didácticas, técnicas didácticas, evaluación, retroalimentación.          |
| <b>Diseño de interfaz</b>  | Imagen visual y menú de navegación   |
| <b>MEDIACIÓN / INTERVENCIÓN DOCENTE</b>  |  |
| Intervención pedagógica, intervención tecnológica e intervención semiótica.  |  |
| <b>DISEÑO INSTRUCCIONAL (Modelo seleccionado de diseño instruccional)</b>  |  |

Fuente: Elaboración propia con base en aportaciones de Duarte (2003), Herrera (2006), Miranda (2004), Bravo et al. (2018) y Flórez et al. (2017).

En el diseño de un AVA se requiere definir claramente sus objetivos para seleccionar el enfoque psicológico, enfoque pedagógico, estrategias de aprendizaje, diseño instruccional y herramientas pertinentes de tecnologías de información que permitan conseguirlos. “Las herramientas informáticas cumplen ciertas funciones en los procesos de aprendizaje; entonces, antes de pensar en cuál es la herramienta más apropiada, se debe analizar cuál es la función esencial para el aprendizaje que desea alcanzarse con ella (aprender a profundidad, investigar, colaborar, etc.)” (López, 2019, p. 3).

Cabe señalar que respecto a los enfoques pedagógicos utilizados en ambientes virtuales, los autores señalan al conductismo, cognitivismo, constructivismo y conectivismo. Es decir, coinciden con los utilizados en entornos escolarizados y tradicionales.

En el diseño de un AVA se debe elegir un modelo de diseño instruccional, entre los que se encuentran las aportaciones de Diamond quien hizo una propuesta en 1989, Bergman y Moore en 1990, Davis en 1992, De Hoog, De jong y De Vries en 1994, Bates en 1995, Nieveen en 1997, Dick, Carey y Carey en 2001, entre otros. No es propósito de este apartado profundizar en cada uno de los modelos. Por ser utilizado en esta investigación se detallará exclusivamente el modelo de Gagné y Briggs.

Los pasos propuestos por Gagné y Briggs son catorce: 1) análisis de necesidades, objetivos y prioridades; 2) análisis de recursos, restricciones y sistemas de distribución alternativos; 3) determinación del alcance y secuencia del currículum y cursos; dueño del sistema de distribución; 4) determinación de la estructura y secuencia del curso; 5) análisis de los objetivos del curso; 6) definición de los objetivos de rendimiento académico; 7) preparación de planes de la lección; 8) desarrollo o selección de materiales y medios; 9) evaluación del rendimiento académico del educando; 10) preparación del docente; 11) evaluación formativa; 12) prueba de campo y revisión; 13) evaluación sumatoria y 14) instalación y difusión (referenciado por Good y Brop, 1995, citado por Esteller y Medina, 2007, p. 60).

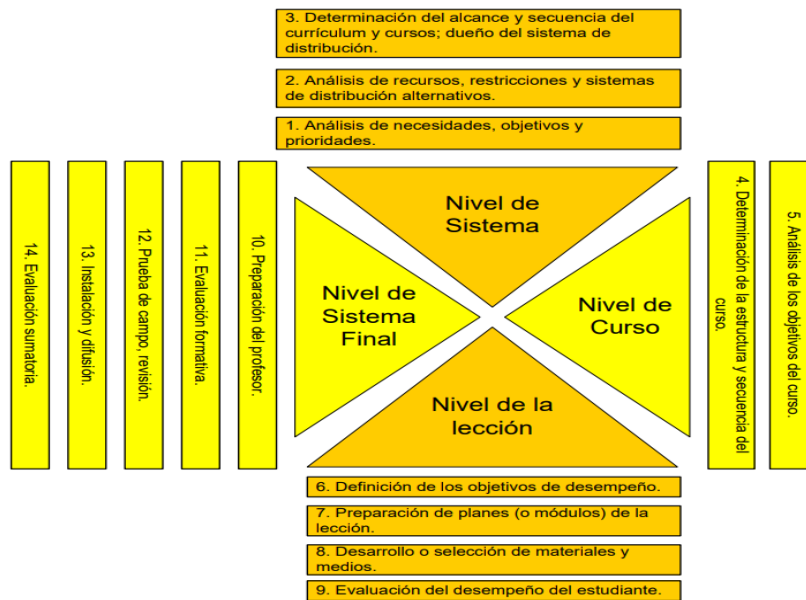
Gagné y Briggs. Del conductismo, en especial de Skinner, mantiene a lo largo de los años su creencia en la importancia que da a los refuerzos y el análisis de tareas. De

Ausubel toma también diversos elementos: la importancia del aprendizaje significativo y la creencia en una motivación intrínseca (Esteller y Medina, 2007, p. 59).

Algunas de las ventajas identificadas del modelo de Gagné y Briggs son que incorpora una estructura integral fundamento metodológico (teoría de sistemas), elementos cognitivos, elementos conductuales, refuerzos e incentivos, motivación intrínseca, aprendizaje social, evaluación (diagnóstica, formativa y sumativa), preparación docente, taxonomías de niveles cognitivos, tecnologías/recursos digitales con base en la función para el aprendizaje que se requiere alcanzar, pruebas de campo, estilos de aprendizaje y transferencia de aprendizajes, entre otros elementos.

Figura 3.1

*Modelo instruccional propuesto por Gagné y Briggs*



Fuente: Referenciado por Good y Brop, 1995, citado por Esteller y Medina, 2007, p. 60.

Respecto a la propuesta de Gagné y Briggs, se afirma que:

Está clasificada como eclética, porque dentro de ella se encuentran unidos elementos cognitivos y conductuales, integrados con la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget y el aprendizaje social de Bandura, todos explicados en forma sistemática y organizada bajo el modelo de procesamiento de información (Esteller y Medina, 2007, p. 59).

### **3.3 Consideraciones de las ciencias de la educación**

#### **3.3.1 Teorías del aprendizaje**

Dos definiciones acerca del aprendizaje pueden ser en los siguientes términos en donde se resaltan elementos como proceso cognoscitivo, estructuras cerebrales internas, proceso de apropiación cultural, pensamiento y afectividad, entre otros:

El proceso de adquisición cognoscitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad (González, 2001, p. 2).

Bajo la perspectiva de la cognición situada, una propuesta es la siguiente:

El aprendizaje se entiende como los cambios en las formas de comprensión y participación de los sujetos en una actividad conjunta. Debe comprenderse como un proceso multidimensional de apropiación cultural, ya que se trata de una experiencia que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción (Baquero, 2002, citado por Díaz Barriga, 2003, p. 4).

Los enfoques filosóficos que constituyeron los fundamentos de las teorías del aprendizaje fueron el racionalismo, el empirismo y el constructivismo. El racionalismo cuyos

antecedentes se remontan hasta Platón (siglo V a. C.) propuso reflexionar sobre ideas innatas puras y no experiencias, señalando que concebir al aprendizaje como un proceso psicológico es irrelevante. Entre otros representantes de esta corriente se ubicaron Chomsky (1980) y Fodor (1983). El empirismo tuvo sus orígenes con Aristóteles (384 - 322 a.C.) y su postulado fue que todo se aprende por medio de interacciones y asociaciones con el ambiente a través de las impresiones sensoriales asociadas que forman ideas complejas, es decir, la experiencia es la fuente primaria del conocimiento. Algunos de sus representantes fueron Schunk (1991), Hulse, Egeth y Deese (1980). El enfoque constructivista es que el mundo es objetivo y externo al aprendiz, el propósito de la instrucción es modelar la realidad, algunos de sus representantes fueron Piaget (1979), Bruner, Goodman, Jonassen (1991), entre otros.

A continuación se presenta una tabla comparativa de elaboración propia sobre las principales teorías del aprendizaje:

Tabla 3.2

*Comparación de algunas de las principales teorías del aprendizaje*

| Teoría                        | Conductismo   | Cognitivismo  | Constructivismo  |   |
|-------------------------------|---|---|--|---|
|                               |   |   | Genético   | Sociocultural   |
| Criterio                      |   |   |  |   |
| <b>Definición</b>             | Toda conducta es aprendida a través de estímulos externos y su meta teórica es la predicción y control de la conducta, generando hábitos. | Los procesos mentales son fenómenos objetivos y repetibles. A partir de una conducta se pueden inferir los procesos mentales que la motivaron   | El aprendizaje se genera por medio de las construcciones del educando, lo cual modifica sus conocimientos previos. |   |
| <b>Fundamento</b>             | Mecanicismo.  | Funcionalismo y estructuralismo.<br>Aprendizaje significativo de Ausubel.<br>Se enfoca en dimensiones de lo cognitivo (lenguaje, pensamiento, atención, percepción, memoria, inteligencia). | Enfoque psicogénico.   | Teoría sociocultural.                                     |
| <b>Propósito</b>              | Predecir y controlar la conducta, generando hábitos.  | Vincular conocimientos nuevos con conocimientos previos. Promover desarrollo y autonomía en el educando.  | El educando es constructor de su conocimiento  |   |
| <b>Esquema de aprendizaje</b> | Dirigido. Estímulo-respuesta.   | Entrada-procesos mentales-salida.<br>Razonamiento.<br>Experiencia.  | Asimilación, acomodación y adaptación.   | Construcciones de estructuras de conocimiento propias del |



|  |   |  |   |  |
|--|---|--|---|--|
|  |   |  |   | educando para resolver problemas. Aprendizaje cooperativo.   |
| <b>Duración del aprendizaje</b>                | Corto plazo   | Mediano plazo  | Largo plazo   |  |
| <b>Contenidos</b>                              | Constituyen elementos para ser memorizados. Se diseñan como instructivos para dirigir las acciones. | Constituyen elementos organizados jerárquicamente  | Producen desequilibrio cognitivo  | Constituyen elementos de socialización (ej. lenguaje)  |
| <b>Rol del educando</b>                        | Reactivo.<br>Ejecutor de instrucciones.   | Activo.<br>Participativo.<br>Realiza procesos de planificación mental y crea estrategias.<br>Se autorregula.<br>Es autoeficaz. | Adapta y reestructura su conocimiento. Trasciende de lo teórico a lo práctico en ambientes reales.  | Participativo y cooperativo. Reconstruye su conocimiento a través de la interacción social.  |
| <b>Rol del docente</b>                         | Estructura contenidos, aplica refuerzos. Tiene el control del conocimiento y estímulos.             | Facilita el aprendizaje y descubrimiento, estructura contenidos. Promueve reflexión y desarrollo de aptitudes.                 | Facilita el aprendizaje, diseña actividades para que el educando construya su conocimiento. Promueve desarrollo y autonomía de educandos. | Facilita el aprendizaje, diseña estrategias para crear zonas de desarrollo próximo, mediatiza saber sociocultural y trabajo cooperativo. |
| <b>Relación docente-educando</b>               | Poco interactiva.   | Poco interactiva,  | Interactiva.  | Interactiva.   |
| <b>Evaluación</b>                              | Logro de objetivos y retroalimentación como refuerzo. Es cuantitativa.                              | Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje, considera conocimientos y rasgos de personalidad.                                | Prioriza procesos sobre resultados.   | Valora el potencial del aprendizaje del educando.  |
| <b>Relación con Tecnologías de Información</b> | Aprendizaje a través de enseñanza programada.   | Aprendizaje a través de almacenamiento y representación de información.  | Aprendizaje a través del descubrimiento.  |  |
| <b>Representantes</b>                          | Clásico: Watson, Pavlov<br>Moderno: Skinner, Thorndike  | Bruner, Ausubel  | Piaget  | Vigotsky   |

Fuente: Elaboración propia con base en aportaciones de Ausubel (2000), Vigotsky (1930) y Faas (2018).

### 3.3.2 Teorías del desarrollo

La psicología evolutiva o del desarrollo humano tiene como objeto de estudio los cambios durante la vida y su impacto en la conducta y habilidades. Se presentaron dos tendencias, una empírica y una teórica. Un representante del enfoque empírico fue Gesell quien propuso un instrumento con una escala para valorar el desarrollo infantil, considerando áreas del desarrollo al lenguaje, conducta adaptativa, conducta motora y conducta personal-social. En lo referente a la tendencia teórica surgieron modelos teóricos para explicar el desarrollo infantil, entre ellos, el modelo mecanicista de Locke, el modelo organicista de Rousseau y el modelo contextual-dialéctico bajo la influencia de Marx. El modelo mecanicista asume que el desarrollo es adquirido, premisa de las teorías conductistas del aprendizaje. El modelo organicista parte del supuesto de que el desarrollo es innato, en congruencia con las teorías del desarrollo psicoanalítica, psicogenética y gestáltica. El modelo contextual-dialéctico posiciona al desarrollo como un proceso multidireccional, que tiene lugar a lo largo de toda la vida y que es influido por el contexto socio-histórico del individuo. Éste último enfoque es consistente con las teorías del desarrollo socio-histórica de Vigotsky, bio-socio-afectiva de Wallon, bio-ecológica de Bronfenrenner y psicosocial de Erikson.

Tabla 3.3

#### *Modelos teóricos para explicar el desarrollo del individuo*

|                             | <b>Modelo mecanicista</b>   | <b>Modelo organicista</b>  | <b>Modelo contextual-dialéctico</b>   |
|-----------------------------|---|--|---|
| <b>Concepción de hombre</b> | <p><b>Reduccionista:</b></p> <p>El hombre es un ser pasivo o reactivo reducible a una serie de componentes (procesos, estados) más simples que actúan de forma sucesiva para dar como resultado el comportamiento</p> | <p><b>Holística o sistémica:</b></p> <p>El hombre es un ser activo, un sistema organizado formado por partes que interactúan y tienen sentido únicamente en función de las relaciones que mantiene con el resto de los elementos. Hace hincapié en las estructuras internas y las relaciones que se establecen entre ellas</p> | <p><b>Contextual dialéctica:</b></p> <p>El hombre es un ser complejo cuyas acciones, comportamientos y desarrollo están influidos por el contexto socio-histórico en el que se encuentra inmerso, con el cual establece una interacción dinámica y dialéctica</p> |

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| <b>Predicción del cambio</b>                         | Es posible  | La predicción exacta del cambio es imposible  | La predicción exacta del cambio es imposible teniendo en cuenta la influencia del contexto socio-histórico  |
| <b>Teorías con las que se identifica cada modelo</b> | <p><b>Teorías Conductistas:</b></p> <p>-Teoría del aprendizaje por condicionamiento clásico de Watson</p> <p>-Teoría del aprendizaje por condicionamiento operante de Skinner</p> <p><b>Teoría Cognitiva:</b></p> <p>Teoría del aprendizaje observacional de Albert Bandura</p> | <p><b>Teorías Psicoanalítica:</b></p> <p>-Teoría psicosexual de Sigmund Freud (Etapas del desarrollo: 1) oral, 2) anal, 3) fálica, 4) latencia y 5) genital)</p> <p><b>Teoría Psicogenética:</b></p> <p>-Teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget (Etapas del desarrollo: 1) sensoriomotora, 2) preoperacional, 3) operacional concreto, 4) operacional formal)</p> | <p><b>Teoría psicosocial</b> de Eric Erikson (Etapas del desarrollo: 1) oral, 2) muscular anal, 3) preescolar, 4) escolar, 5) identidad-confusión, 6) intimidad-aislamiento, 7) generatividad-estancamiento, 8) integridad-desesperanza (adulto mayor)</p> <p><b>Teoría socio-histórica</b> de Lev Vigotsky (El desarrollo humano sólo se explica en términos de interacción social (línea natural de desarrollo y línea cultura del desarrollo))</p> |

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
| <b>Noción de Desarrollo</b>                               | -De carácter descriptivo: el desarrollo es producto del aprendizaje, ya que se manifiesta en función del aumento de la experiencia o de lo que el individuo aprende  | -De carácter explicativo: cada etapa evolutiva se explica a partir de los logros alcanzados en la etapa anterior.<br><br>-El desarrollo se produce cuando desde una estructura se consigue otra jerárquicamente superior que integra a la anterior manteniéndola y que es más compleja y cualitativamente distinta. Busca comprender los principios que regulan la organización entre las partes y el todo (estructura y función) | -De carácter multicausal y multidimensional: es un proceso que tiene lugar a lo largo de todo el ciclo vital (desde el nacimiento hasta la muerte) en el que influyen múltiples factores: biológicos, psicológicos y contextuales o sociohistóricos |
| <b>Explicación del cambio en el proceso de desarrollo</b> | -Es independiente del individuo<br><br>-Es fundamentalmente cuantitativo<br><br>-Se explica en base a hechos causales anteriores, buscando las causas y efectos de los cambios producidos en el desarrollo, reduciendo fenómenos complejos a fenómenos simples a partir de su cuantificación | -Es parte del individuo<br><br>-Es fundamentalmente cualitativo<br><br>-Está en proceso de evolución permanente   | -Influido por el contexto social e histórico<br><br>-Es cuantitativo y cualitativo<br><br>-Es permanente e inherente a todos los aspectos del desarrollo  |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  |  | <p><b>Teoría Gestáltica</b> (el desarrollo se basa en estructuras de origen biológico del cerebro)</p> | <p>(zona de desarrollo próximo: desarrollo real y desarrollo potencial)</p> <p><b>Teoría bio-ecológica</b> de Urie Bronfenbrenner (Interacciones que afectan el desarrollo del individuo: a) <u>ontosistema</u>, b) <u>microsistema</u>, c) <u>mesosistema</u>, d) <u>exosistema</u>, e) <u>macrosistema</u>, f) <u>cronosistema</u> y g) <u>globosistema</u>)</p> <p><b>Teoría bio-socio-afectiva</b> de Henry Wallon (<u>Estadios del desarrollo</u>: 1) <u>impulsividad motriz</u>, 2) <u>emocional</u>, 3) <u>sensoriomotor</u>, 4) <u>del personalismo</u>, 5) <u>del pensamiento categorial</u>, 6) <u>de la pubertad y adolescencia</u>)</p> |
|--|--|--|---|

Fuente: Elaboración propia con base en (Faas, 2018, pp. 22-24).

A criterio de especialistas en el campo de la psicología, existe una multiplicidad de teorías del desarrollo del niño. Algunas de las teorías del desarrollo contemporáneas son la psicoanalítica, la conductista, la cognitiva y la perspectiva contextual.

#### Teoría del desarrollo psicoanalítica

La teoría psicoanalítica de Freud plantea una secuencia de etapas del desarrollo afectivo y emocional con base en la maduración del individuo en función del tránsito de la satisfacción de una zona corporal a otra. Estas etapas del desarrollo psicosexual abarcan desde la infancia a la adolescencia. Freud atribuyó importancia fundamental y decisiva a las tres etapas iniciales que se presentan en la niñez. La primera etapa es la oral que corresponde al primer año de vida del individuo y la zona erógena es la boca. La segunda etapa es la anal que abarca hasta el tercer año de vida, la zona erógena es el ano y la fuente de placer es el control de esfínteres. La tercera etapa es la fálica que comprende de los tres a los seis años, la zona erógena son los genitales. La cuarta etapa es la de latencia que cubre de los seis a los

doce años y se caracteriza por el desarrollo de la psique que inhibe el impulso sexual a través de la sublimación que puede traducirse en aprendizaje y conocimiento. La quinta etapa es la genital que abarca desde la adolescencia hasta la edad adulta, se caracteriza por la maduración de órganos genitales e intensificación de impulsos sexuales (Faas, 2018).

#### Teoría conductista del desarrollo

El conductismo estudia los cambios observables en la conducta del individuo a través de la psicología como ciencia experimental y científica, dentro del positivismo. Parte del supuesto de que toda conducta es aprendida a través de estímulos externos y su meta teórica es la predicción y control de la conducta. Se enfoca en la repetición de patrones de conducta para generar hábitos, por medio de estímulos y respuestas. Supone una visión mecanicista y fisiológica de la conducta que puede ser observada, medida y cuantificada.

#### Teoría cognitiva del desarrollo

Esta teoría se fundamentó en el funcionalismo y estructuralismo, el esquema de “estímulo-respuesta” fue reemplazado por el de “entrada-procesos mentales-salida”. En esta teoría los procesos mentales son concebidos como fenómenos objetivos y repetibles, de forma que hay una relación biunívoca entre la conducta y éstos. Esto significa, por ejemplo, que a partir de una conducta se puede hacer inferencia de los procesos mentales que la motivaron. Dentro de estos procesos mentales se ubican la codificación de información y toma de decisiones que se concretan en conductas. Con base en lo anterior, se asume que el desarrollo se fundamenta en estructuras biológicas del cerebro.

#### Teoría de la perspectiva contextual del desarrollo

La teoría de la perspectiva contextual postula que el desarrollo cognitivo del niño está influido por el contexto social, físico y cultural. En el fondo se refiere a un desarrollo cognitivo que se conceptualiza como el proceso de interiorización de instrumentos culturales

como el lenguaje, el cual es transmitido a través de la interacción social. Hubo al menos dos planteamientos, uno fue propuesto por Piaget sobre cómo los individuos adquieren e interpretan la información del entorno. El otro fue planteado por Vigotsky sugiriendo dos tipos de interacciones: individuo-contexto e individuo-individuos en las cuales los actores cooperan y pueden influirse y modificarse mutuamente. Vigotsky también sugirió funciones mentales inferiores o innatas y superiores, que se adquieren y desarrollan a través de la interacción social por lo que requieren de mediación cultural. Vigotsky señaló que evolutivamente hay una línea natural del desarrollo de procesos elementales (crecimiento, atención, percepción o motivación, entre otras) y una línea cultural del desarrollo asociada a conductas de vida social. Este autor también introdujo el concepto de “zona de desarrollo próximo”, en la cual incluye al desarrollo real que se refiere a lo que el individuo puede hacer con autonomía y el desarrollo potencial que es lo que puede hacer con asistencia o ayuda de otros, con el propósito de lograr autonomía. Vigotsky ligó el aprendizaje con el desarrollo, afirmando que el buen aprendizaje es sólo aquel que precede al desarrollo, es decir que el aprendizaje genera desarrollo y debe situarse en el nivel de desarrollo potencial.

### **3.3.3 Teorías didácticas**

El término didáctica procede del vocablo griego *didaktikos* que significa enseñar, o instruir. Este vocablo fue utilizado por primera vez con esta acepción por el alemán Wolfgang Ratke (1571-1636) en su libro *Aphorisma Didactici Precipui* (Principales Aforismos Didácticos), sin embargo, Juan Amós Comenio (1592-1670) realizó un análisis profundo sobre el significado de la didáctica, definiéndola como “el artificio fundamental para enseñar todo a todos” (Comenio, 1986). Este autor es un referente por abordar la didáctica desde su organización y ordenamiento o secuenciación. El problema de la secuenciación marcó dos vertientes sobre la enseñanza: como didáctica y como currículo. El primero determina cómo organizar el acto de enseñar y el segundo versa sobre cómo organizar los contenidos. Gracias a las aportaciones de Comenio, la didáctica se consideró como una ciencia que es una subdisciplina de la pedagogía, ubicándose dentro de la categoría de pedagogía aplicada, como se muestra en la tabla 3.4.

Tabla 3.4

*Lugar de la Didáctica en la clasificación de las ciencias de la educación*

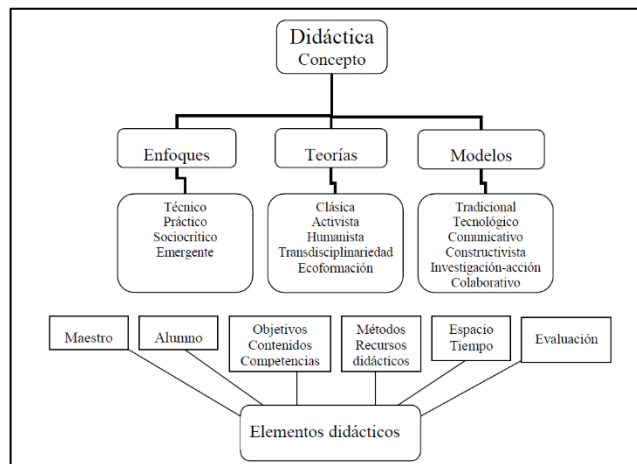
| Ciencias de la educación  |   |   |   |
|---|---|---|---|
| Fundamentadoras y condicionantes  | Según tiempo y espacio  | Pedagogía General   | Pedagogía Aplicada  |
| Filosofía de la Educación<br>Antropología de la Educación<br>Sociología de la Educación<br>Psicología de la Educación<br>Fundamentos Biológicos<br>Economía de la Educación | Diacronía:<br>Historia de la Educación<br>Historia de la Pedagogía<br>Sincronía:<br>Pedagogía Comparada | Teoría de la Educación<br>Pedagogía Diferencial<br>Pedagogía Social<br>Pedagogía Experimental | Educación Especial<br>Orientación Educativa<br>Organización Educativa<br>Tecnología de la Educación<br><b>Didáctica</b> |

Fuente: (Mallart Navarra, 2009, p. 32).

Su objeto de estudio son los procesos de enseñanza-aprendizaje en la formación intelectual del educando, con propósitos de intervención. La didáctica cuenta con técnicas para el logro de sus propósitos e incluye la justificación de cada acción a ejecutar.

Figura 3.2

*Enfoques, teorías, modelos y elementos de la didáctica*



Fuente: (Mallart Navarra, 2009, p. 30).

La didáctica aplica el método científico puesto que se fundamenta en teorías, leyes y principios. Es congruente con la Teoría de Sistemas combinando teoría y práctica holísticamente. En la figura 3.2 se muestran los enfoques, teorías y modelos de la didáctica.

El concepto de teoría exige planteamientos racionales fundamentados en una hipótesis explicativa que integra conceptos, causas y efectos a través de una relación lógica entre variables de un objeto de estudio. Una teoría exige rigor científico, coherencia, generalización, aplicación, repetibilidad y reproducibilidad. Así mismo, una teoría puede aportar predicciones, descripciones y explicaciones. La didáctica es una ciencia teórica, práctica y normativa. Su objeto de estudio es el proceso de enseñanza-aprendizaje. En la didáctica convergen teorías del aprendizaje y teorías de la enseñanza, dado el objeto de estudio. Las teorías del aprendizaje fueron abordadas previamente en este trabajo. Respecto a las teorías de la enseñanza se enfocan en cómo influir en el aprendizaje a través de la mediación e intervención. Este trabajo se acotará a describir brevemente cinco teorías exclusivamente con el propósito de ofrecer un marco referente. Las teorías a abordar son la clásica, activista, humanista, transdisciplinaria y de ecoformación, que se muestran en la tabla 3.5.

Tabla 3.5

*Teorías de la enseñanza*

| <b>Teoría</b>   | <b>Elementos descriptivos</b>   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clásica</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Auge entre los siglos XVII al XIX</li> <li>• Algunos de sus representantes fueron Comenio, Pestalozzi, Froebel y Herbart</li> <li>• Vincula la enseñanza a la experiencia a través de los sentidos</li> <li>• El docente es la base de la enseñanza, organiza y prepara el conocimiento</li> <li>• La conferencia magistral es el esquema de transmisión de conocimiento</li> <li>• Se fundamenta en el intelectualismo enciclopedista y el desarrollo de la memoria, inteligencia, capacidad de resolución de problemas y atención</li> <li>• La vida escolar es absolutamente planeada, organizada y dirigida hacia objetivos determinados</li> <li>• Buscar desarrollar conocimientos y valores en los educandos</li> <li>• Es formalista y desarrolla disciplina en el educando</li> <li>• El libro es un instrumento de planeación y acotamiento</li> <li>• El educando es imitador de modelos</li> <li>• Sistema poco abierto a la innovación</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Activista</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Auge entre los siglos XIX y XX</li> <li>• Algunos de sus representantes teóricos fueron Kerschensteiner, Dewey, Claparède, Ferrière</li> <li>• Algunos de sus representantes prácticos fueron Décroly, Montessori, Freinet, el Plan Dalton o el sistema Winnetka</li> <li>• Toma como punto de partida las necesidades e intereses de los educandos</li> <li>• Utiliza las actividades de los educandos como método didáctico</li> <li>• Concibe la escuela como una preparación para la vida y fomenta el desarrollo de la autonomía</li> <li>• El aprendizaje es por experiencia a través de los sentidos</li> <li>• Se enfoca en el desarrollo de destrezas, capacidades y satisfacción por el trabajo</li> <li>• El contexto rural es un requisito didáctico</li> </ul>  |



|  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Humanista</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Asume que cada ser humano tiene un valor y es único</li> <li>• Algunos de sus representantes fueron Rogers y Maslow</li> <li>• Se enfoca en el desarrollo de la personalidad social, moral, emocional, física y estética</li> <li>• Busca que el educando se desarrolle como persona, tenga una conducta asertiva, espíritu crítico constructivo, creatividad, compromiso personal y sea cooperativo</li> <li>• Reconoce la libertad vinculada a la responsabilidad y la dignidad propia y de los demás</li> <li>• El docente es un agente humanizador y transmisor de valores</li> <li>• Fomenta el aprecio y respeto por la naturaleza, respeto por los derechos humanos y la tolerancia</li> <li>• Asume que el ser humano puede autodirigirse hacia su autorrealización</li> <li>• Asume que el ser humano tiene curiosidad innata y potencial para el aprendizaje</li> <li>• Enseñar supone aceptar y respetar al educando como persona completa</li> <li>• La afectividad, las relaciones humanas y el sentido de la vida tienen un lugar primordial</li> <li>• El aprendizaje significativo tiene lugar cuando el estudiante percibe que el tema de estudio es importante para sus objetivos.</li> <li>• Asume que el aprendizaje se facilita cuando el alumno participa de manera responsable en el proceso</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transdisciplinaria</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se fundamenta en el principio de la unidad del conocimiento, trascendiendo los límites marcados por cada disciplina o ciencia</li> <li>• El concepto de interdisciplinaria surgió en 1970 en el Seminario de Pluridisciplinaria</li> <li>• Algunos de sus representantes fueron Piaget, Nicolescu, Morin, Scurati, Damiano, Saturnino de la Torre, Décroly, Dewey y Kilpatrick</li> <li>• Integra el conocimiento científico</li> <li>• Se enfoca en la resolución de problemas globales reales</li> <li>• Supone mezclar conocimientos de diferentes disciplinas y procedencia para llegar a un nivel superior de aprendizaje</li> <li>• La disciplinaria, pluridisciplinaria, interdisciplinaria y transdisciplinaria son cuatro vértices del conocimiento</li> <li>• Se caracteriza por el rigor científico, apertura a la novedad y tolerancia a ideas diferentes</li> <li>• La integración transdisciplinaria tiene niveles: 1) multidisciplinaria, 2) pluridisciplinaria, 3) interdisciplinaria y 4) transdisciplinaria</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecoformación</li> </ul>       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promueve la formación para una actuación responsable hacia el ambiente</li> <li>• Propone una formación naturalista que respeta la naturaleza</li> <li>• Incluye la autoformación, heteroformación y ecoformación</li> </ul>   |

Fuente: Elaboración propia con base en (Mallart Navarra, 2009, pp. 40-47).

### 3.3.4 Elementos de las ciencias de la educación considerados

Los elementos de las ciencias de la educación considerados en este estudio provinieron de aportaciones previamente abordadas en este capítulo del modelo de Gagné y Briggs para el diseño e implementación de un diseño instruccional, que fue la estructura tecnológica utilizada en el AVA de este trabajo. Las teorías del aprendizaje que sirvieron de

marco de referencia fueron primordialmente el cognitivismo para el grupo control y el constructivismo para el grupo experimental, con fundamento en autores como Ausubel, así como Vigotsky, respectivamente. Los elementos didácticos tuvieron su sustento en algunas de las aportaciones de Comenio. Un concepto importante fue la mediación a través del lenguaje y representaciones semióticas, cuyos referentes seleccionados fueron Vigostky y Duval.

Entre algunas de las múltiples aportaciones de Comenio en su libro *Didáctica Magna*, se ubican la importancia del aprendizaje sobre objetos concretos o en su defecto imágenes, a partir de los sentidos, hace referencia a la relevancia de los registros gráficos para facilitar la comprensión y apropiación intelectual y emocional. Así mismo, hace alusión al desarrollo de la intuición, gradualidad en el aprendizaje, capacidad de racionalidad y desarrollo de procesos intelectuales cognitivos. Estos elementos de la didáctica de Comenio se utilizaron en el diseño de las actividades a realizar por los educandos.

Todo se presenta a cuantos sentidos sea posible. Es necesario que el conocimiento empiece siempre por los sentidos (...) ¿Por qué, pues, ha de darse comienzo a la enseñanza con la narración verbal y no mediante la inspección de la cosa? (...) Si se quiere engendrar en los educandos verdadero y exacto conocimiento de las cosas hay que procurar que la enseñanza sea toda por medio de la propia intuición y de la demostración sensual (...) Todo debe deducirse de los principios inmutables de las cosas (...) No se debe enseñar nada por mera autoridad, sino que todo debe exponerse mediante la demostración sensual y racional (...) A falta de cosas, cuando éstas no sean accesibles se recurrirá a las imágenes – he aquí el porqué del *Orbis Pictus* (Comenio, 1986, p. 16).

Nada habrá referente a las criaturas que se escape a su conocimiento, puesto que en el mundo visible nada existe que no se pueda ver u oír, oler, gustar o tocar, y, por, tanto, conocer qué y cómo sea; y de esto se sigue que todo cuanto el mundo encierra puede ser conocido por el hombre dotado de entendimiento y de sentido (Comenio, 1986, p. 44).

Comenio hace referencia a la capacidad de autoaprendizaje, la utilidad de la especialización en el conocimiento y la relación entre el aprendizaje y las emociones, en particular, el amor a aprender como un potenciador por antonomasia.

“Los ejemplos de quienes se instruyen por sí mismos demuestran con toda evidencia que el hombre puede llegar a investigar todo con el solo auxilio de la naturaleza” (Comenio, 1986, p. 45). “Esto es, que es muy útil la reducción del trabajo cuando cada uno hace una sola cosa sin distraerse en otras; y de este modo cada cual puede servir a muchos y muchos a cada uno” (Comenio, 1986, p. 68). “Porque, ciertamente, con tanto mayor fervor se hará cuanto más viva estuviere la luz del conocimiento. Es decir, tanto amamos cuando conocemos” (Comenio, 1986, p. 71).

Por su parte, Vigotsky señala la importancia de la socialización en el proceso de aprendizaje, vinculándola con las emociones.

Suponer que la psique del individuo (el objeto de la psicología experimental y empírica) es tan extrasocial (Vigotsky, 2009). “El arte sistematiza una esfera muy especial de la psique del hombre social: sus emociones” (Vigotsky, 2009).

En el caso de los ambientes virtuales, a partir de la interacción entre el docente y los educandos, así como los educandos entre sí, se presentan elementos socioculturales que inciden en el aprendizaje. En un AVA se pueden incorporar herramientas síncronas y asíncronas de comunicación e interacción, trascendiendo barreras geográficas. En un AVA, la comunicación también está presente en el diseño instruccional que proporciona una directriz estructural para el aprendizaje, en la cual se pueden establecer refuerzos positivos o negativos que se concretan en resultados de evaluación de rendimiento académico, con la posibilidad de cambiar de condiciones negativas a positivas a través de reintentos de entrenamiento y simulaciones.

En la Rusia soviética se difundió, con la Revolución, una concepción “creativa” y no “pasiva” de la mente, los conceptos no se asimilan pasivamente, sino que han de ser “construidos”. La tarea del enseñante no es presentar conceptos nuevos ya contruidos; tarea y deber del enseñante es, en primer lugar, demostrar cómo el uso de un concepto viejo – o el no uso de un concepto nuevo – crea contradicciones e incertidumbres, para facilitar después del proceso de “construcción”, permitiendo así superar las contradicciones y reducir la incertidumbre (Vigotsky, Luria y Leontiev, 1986, p. 12).

La modelación matemática requiere de la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos, el manejo de un lenguaje de signos y de la aplicación de conceptos para la solución de problemas reales, generalmente complejos. Exige una construcción activa y autónoma de conceptos y procedimientos. Vigotsky señala que el aprendizaje requiere toma de conciencia, identificación de contradicciones y superación de éstas a través de la construcción de nuevos conceptos y soluciones. Vigotsky propuso la teoría del área potencial de desarrollo estableciendo que el buen aprendizaje debe ser sucedido por el desarrollo y éste debe ser seguido por nuevo aprendizaje, bajo una estructura de desarrollo-aprendizaje-desarrollo en una línea interminable

La teoría del área potencial de desarrollo ha tenido consecuencias muy importantes, tanto en el plano pedagógico como en el de la investigación psicológica. En el plano pedagógico, constituye la base teórica de un principio pedagógico general. La única buena enseñanza es la que precede al desarrollo (Vigotsky, Luria y Leontiev, 1986, p. 15).

La teoría del área de desarrollo potencial origina una fórmula que contradice exactamente la orientación tradicional: la única buena enseñanza es la que se adelanta al desarrollo.....En otro lugar hemos formulado la ley fundamental de este desarrollo del modo siguiente: Todas las funciones psicointelectivas superiores aparecen dos veces en el curso del desarrollo del niño: la primera vez en las actividades colectivas,

en las actividades sociales, o sea, como funciones intersíquicas; la segunda, en las actividades individuales, como propiedades internas del pensamiento del niño, o sea, como funciones intrapsíquicas (Vigotsky, Luria y Leontiev, 1986, p. 36).

No tiene sentido hablar de aprendizaje independientemente de una particular etapa de desarrollo ontogenético alcanzada, y que, por otra parte, el aprendizaje ha de considerarse como un factor de desarrollo. Esta relación desarrollo-aprendizaje-desarrollo ha originado la teoría del “área potencial de desarrollo”; según esta teoría, el desarrollo sigue al proceso de aprendizaje que crea el área de desarrollo potencial (Vigotsky, Luria y Leontiev, 1986, p. 15).

La instrucción programada mencionada por Vigotsky es un elemento de la teoría conductista del aprendizaje, sin embargo, es un elemento importante en el diseño de entornos digitales o virtuales y, en particular, de los diseños instruccionales. Si bien el enfoque primordial de este trabajo no fue conductista, en su diseño existen algunos elementos que corresponderían a la instrucción programada y por lo tanto, serían de tipo conductista.

En la instrucción programada existen los conceptos y existe el educando, tarea del enseñante es, dentro de ciertos límites de la máquina, exponer los conceptos del modo más claro y coordinado posible (elaboración de los programas); tarea del educando es asimilarlos (Vigotsky, Luria y Leontiev, 1986, p. 13).

Uno de los aportes principales de Ausubel al cognitivismo fue el concepto de aprendizaje significativo, cuyo fundamento es el aprendizaje a través de la asociación de nuevos conocimientos con conocimientos previos.

La memoria semántica es el resultado ideacional de un proceso de aprendizaje significativo (no memorista) como resultado del cual surgen nuevos significados. Estos nuevos significados son los productos sustanciales de la interacción entre los significados potenciales del material de instrucción y las ideas “de anclaje” pertinentes en la estructura cognitiva del educando; finalmente se convierten, secuencial y jerárquicamente, en parte de

un sistema organizado relacionado con otras organizaciones temáticas similares de ideas (conocimientos) de la estructura cognitiva. La unión de muchos de estos subsistemas es lo que constituye o da lugar a una disciplina o un campo de conocimiento (Ausubel, 2000, p. 14).

Como planteó Duval (1998, 2006, 2017), para aprender y comprender un objeto matemático, es necesario conocer al menos dos formas distintas que permitan representarlo y que posibiliten establecer relaciones y generar razonamientos. “Si no se conocen al menos dos formas distintas de expresar o representar un objeto matemático, no parece posible aprender y comprender dicho objeto” (Duval, 2017, p. 33).

### **3.4 Concepto de rendimiento académico**

En el contexto de las ciencias de la educación, el concepto de rendimiento académico es objeto de estudio e inclusive, ha llegado a ser considerado por algunos autores como el objetivo central de la educación. Es una variable cuantitativa y cualitativa que se utiliza para determinar si los objetivos de aprendizaje del educando se cumplen.

El concepto de rendimiento académico incorpora procesos cognitivos, metacognitivos, autoestima, autoconcepto, autodeterminación y motivación del educando (Vélez y Roa, 2005, citado por Mora, Mahecha y Carrasco, 2020, p. 196).

El rendimiento académico es el resultado del aprendizaje, producto de la interacción didáctica y pedagógica entre el docente y educando. Estos resultados se logran durante un periodo académico determinado, en el cual se evalúa-de manera cualitativa y cuantitativa- si se lograron los objetivos propuestos (Estrada, 2018, citado por Tacilla et al., 2020, p. 56).

Este concepto incluye factores cognitivos, emocionales, sociales y contextuales que interactúan e inciden en el nivel de rendimiento académico obtenido. Con base en lo anterior se puede afirmar que es una variable multifactorial. En el caso de que la variable sea cuantitativa, se utilizan instrumentos de evaluación que contienen escalas numéricas. Cuando la variable es cualitativa, se emplean instrumentos de evaluación con categorías.

Otra acepción hace referencia al conocimiento, capacidades y habilidades del educando, representadas mediante sus actividades en las áreas académicas (Jiménez, 2000, citado por Mora, Mahecha y Carrasco, 2020, p. 196).

Asimismo se considera que el rendimiento académico es resultado de la interacción de factores cognitivos, sociales y contextuales (Mora, 2015, citado por Mora, Mahecha y Carrasco, 2020, p. 196).

Por su parte, Salinas, Bodensiek, Lucio y Molina (2010) señalaron que el factor emocional influye de manera directa en el rendimiento académico.

El concepto de rendimiento académico también ha sido entendido como el desarrollo del aprendizaje de las competencias en determinadas situaciones, frente a diversos estímulos educativos (Manchego, 2017, citado por Tacilla et al., 2020, p. 55).

Otra definición lo refiere como el promedio de las notas finales y el porcentaje de aprobación en un curso (Bolaños, 2018, citado por Tacilla et al., 2020, p. 55).

Este término es concebido, de igual forma, como un indicador y medida del nivel de aprendizaje alcanzado en el aula por el educando y como el objetivo central de la educación (Cruz Núñez y Quiñones Urquijo, 2012, citado por Tacilla et al., 2020, p. 55).

Por su parte, Vergel-Ortega, Martínez-Lozano y Zafra-Tristancho (2016) concluyeron que el tipo de inteligencia, la motivación del educando y la motivación de la familia son factores determinantes y favorecen niveles más altos de rendimiento académico (p. 209).

Las competencias, capacidades, destrezas, habilidades y motivación académica por parte del educando son factores determinantes en el rendimiento académico (Manchego, 2017, citado por Tacilla et al., 2020, p. 57).

Esta variable puede ser analizada con estadística descriptiva (medidas de tendencia central y de dispersión) e inferencial (pruebas de hipótesis). Es posible conocer si el proceso de enseñanza-aprendizaje está dentro de control y es estable, con base en el rendimiento académico de los educandos.

## CAPÍTULO IV. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación se consideró la utilización de un ciclo o iteración de la metodología de la Investigación Basada en el Diseño (IBD), conocida también como Design Based Research (DBR) (Romero-Ariza, 2014) con base en los siguientes argumentos:

- Se aborda un problema real en un contexto particular y puede contribuir a incrementar la solidez del diseño pedagógico porque se basa en experiencias reales en contextos auténticos
- Puede contribuir a incrementar la relevancia de la investigación para la práctica
- Se estudian procesos que pueden ser intervenidos para ser mejorados
- Se orienta a la teoría en el sentido de que utiliza la revisión de la literatura, junto con el estudio de campo y la evaluación de los prototipos para contribuir a la construcción de teorías
- Permite estudios de campo y evaluación de prototipos para contribuir con aportaciones a la teoría
- Permite desarrollar teorías tanto del proceso y aprendizaje como de los medios (tecnologías) que apoyan ese proceso
- Esta investigación no busca el estudio de variables aisladas ni pretende hacer generalizaciones independientes del contexto
- Se propone una solución al problema que se da en la práctica y, por otro lado, se hace una aportación al conocimiento internacional en el área de la innovación educativa utilizando métodos de investigación rigurosos de las ciencias sociales



En la tabla 4.1 se exponen 5 conceptos para definir la metodología IBD:

Tabla 4.1

*Conceptos para definir la metodología IBD*

| Concepto                  | Definición   |
|---------------------------|--|
| <b>Exploración</b>        | Investigación exploratoria que destaca el valor de la transformación educativa. Se formulan preguntas, evitando supuestos preconcebidos  |
| <b>Creatividad</b>        | Apuesta por enfoques no convencionales. Se busca la divergencia  |
| <b>Práctica auténtica</b> | Intenta aportar soluciones para los problemas educativos tal y como emergen. Se compromete con un cambio real  |
| <b>Contexto</b>           | Estudia fenómenos educativos para aportar innovaciones que contribuyan a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en contextos específicos. Se estudian problemas significativos |
| <b>Teoría en acción</b>   | Genera teorías útiles para los profesionales de la educación. Se aporta comprensión desde la complejidad   |

Fuente: Valverde-Berrocso, J. (2016).

En la tabla 4.2 se muestran las fases de esta metodología:

Tabla 4.2

*Fases de la metodología IBD*

| Fases de la intervención           | Descripción   |
|------------------------------------|---|
| <b>1.-Investigación preliminar</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagnóstico de necesidades</li> <li>• Análisis del contexto</li> <li>• Definición y formalización del problema de estudio</li> <li>• Revisión de la literatura y desarrollo del marco conceptual y teórico que fundamente el estudio</li> </ul>  |
| <b>2.- Prototipo/Diseño</b>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño del proyecto prototipo de intervención educativa</li> <li>• Evaluación formativa para mejorar y redefinir la acción educativa a través de iteraciones</li> </ul>  |
| <b>3.- Evaluación</b>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño de la metodología e instrumentos de evaluación de la intervención</li> <li>• Implementación de la metodología e instrumentos de evaluación de la intervención</li> <li>• Comparación de resultados de la evaluación con las especificaciones predeterminadas</li> <li>• Elaboración de recomendaciones para la mejora de la acción educativa</li> </ul> |

Fuente: Valverde-Berrocso, J. (2016).

#### **4.1 Revisión de la literatura**

Dentro de las acciones de la revisión de la literatura se ubicaron las siguientes:

1. Construcción de un estado del arte sobre el uso de las tecnologías de información para el aprendizaje de la modelación matemática en el nivel superior, en el área de ingeniería. La elaboración del estado del arte se construyó con base en 5 ejes de abordaje: qué, cómo, porqué, para qué y dónde. La bibliografía elegida abarcó de 2013 a la fecha.
2. Construcción de un marco teórico que incluyó el impacto de la incorporación de las tecnologías de información en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, metodologías para el diseño e implementación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) y elementos de las ciencias de la educación.

#### **4.2 Muestra de estudio**

La investigación tuvo un alcance mixto (cuantitativo-cualitativo), descriptivo y parcialmente experimental. Se trabajó con una muestra no probabilística de educandos de ingeniería industrial de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM) en México (ver anexo 1), conformada por 130 elementos, segmentados en dos grupos (control y experimental) de 65 elementos cada uno. La muestra se tomó de un segmento homogéneo de una población de estudio de nivel inicial.

### 4.3 Contexto

Este estudio se realizó en modalidad en línea derivado de que fue en el periodo de pandemia. Se tuvo como repositorio de contenidos y evidencias de aprendizaje un diseño instruccional basado en el modelo de Gagné y Briggs, por su estructura integral de 14 pasos, fundamentada metodológicamente en la Teoría de Sistemas. Se utilizó videoconferencia sincrónica en varias sesiones sumando un total de 12 horas. Derivado de que una modalidad en línea se presta a perder control de factores que inciden directamente en los resultados de rendimiento académico, se instrumentaron algunos mecanismos rudimentarios como personalizar las evaluaciones con un factor multiplicador basado en la Clave Única de Registro de Población (CURP), acotar tiempos de inicio, finalización y entrega de manera estricta, permanecer con la cámara encendida en todo el proceso, resolver los instrumentos de evaluación de forma manuscrita, no utilizar calculadora y documentar detalladamente todas las operaciones realizadas. Se tuvo supervisión documentada, constante y aleatoria de la escritura de los educandos.

En el grupo experimental se aplicó el tratamiento 1 y en el grupo control el tratamiento 2, como se muestra en la tabla 4.3

Tabla 4.3

*Caracterización de la muestra con base en los tratamientos aplicados*

| <b>Grupo</b>                             | <b>Tratamiento</b>   |
|--|--|
| <b>Grupo experimental (65 elementos)</b> | <b>Tratamiento 1.</b> Videoconferencias sincrónicas, trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y asistencia de Geogebra. |
| <b>Grupo control (65 elementos)</b>      | <b>Tratamiento 2.</b> Videoconferencias sincrónicas, trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y sin asistencia de Geogebra.                                 |

Fuente: Elaboración propia.

## 4.4 Instrumentos

En esta sección se describen los instrumentos que se utilizaron en este estudio, entre los que se ubicaron ejercicios prototipo que tuvieron fines de intervención y de evaluación, una rúbrica de evaluación de tipo cualitativo para mapas conceptuales y una matriz de vaciado de niveles de rendimiento académico de procedimientos de modelación matemática organizada con base en categorías taxonómicas. Estos instrumentos fueron utilizados en las tres fases de la investigación: diagnóstica, intervención y a cuatro meses de la intervención.

### 4.4.1 Ejercicios de evaluación de rendimiento académico de modelación matemática

En la fase de diagnóstico se aplicó un instrumento para determinar el nivel inicial de rendimiento académico en modelación matemática de la muestra integrada por el grupo control y experimental. Estos ejercicios de diseño propio constituyen un prototipo de las variantes aplicadas en la fase de intervención y a cuatro meses de ésta. El instrumento completo se encuentra en el anexo 2. En la tabla 4.4 se muestra un ejercicio prototipo de evaluación de rendimiento académico en modelación matemática.

Tabla 4.4

#### *Ejercicio prototipo de evaluación de rendimiento académico en modelación matemática*

EJERCICIO 1. (35 min.) Una agencia automotriz vende automóviles y camionetas. La agencia distribuidora obtiene \$40 mil de utilidad sobre cada automóvil que vende y \$55 mil por cada camioneta. La planta de ensamblaje automotriz no puede proveer más de 500 automóviles, ni más de 150 camionetas mensualmente. El tiempo de preparación de últimos detalles realizada en la agencia distribuidora para cada automóvil es de 4 horas y 6 horas para cada camioneta. La agencia distribuidora cuenta con 5 técnicos de preparación, cada uno trabaja de lunes a sábado, un total de 8 horas de trabajo diario efectivas. Con el fin de estandarizar el factor de tiempo, se considera un mes de 4 semanas. Se le pide que determine:

P.1.1 ¿Cuántos automóviles y camionetas le recomienda a la agencia automotriz vender para maximizar sus utilidades y con base en qué le sugiere esa decisión?

P.1.2 ¿Existe un único conjunto de decisiones de venta a tomar o más de uno que reporte la misma utilidad sobre ventas para la agencia automotriz?

P.1.3 ¿Cuál es la utilidad máxima que puede esperar la agencia automotriz dadas las condiciones de recursos y de producción?

P.1.4 ¿En qué recurso se ubica “el cuello de botella” de la agencia automotriz y cómo afecta la utilidad máxima esperada?

P.1.5 Describa detalladamente cuál fue la metodología utilizada para resolver el problema. Justifique de forma concreta cómo sustenta la validez de los resultados obtenidos

Fuente: Elaboración propia.

Se diseñó un cuestionario con diferentes versiones de ejercicios. Cada cuestionario se compuso de 3 ejercicios con 51 reactivos de modelación matemática que pudieran solucionarse con procedimientos gráficos y/o analíticos. Éstos se clasificaron con base en los niveles taxonómicos de Bloom como se muestra en la tabla 4.5.

Tabla 4.5

*Clasificación de reactivos del instrumento de evaluación cuantitativo*

| <b>Niveles cognitivos</b> | <b>Reactivos</b> | <b>Porcentaje</b> |
|---------------------------|------------------|-------------------|
| Comprender                | 3                | 5.8%              |
| Aplicar                   | 9                | 17.6%             |
| Analizar                  | 9                | 17.6%             |
| Evaluar                   | 18               | 35.2%             |
| Crear                     | 12               | 23.5%             |
| Total                     | 51               | 100.0%            |

Fuente: Elaboración propia.

La batería de estos instrumentos de evaluación se aplicó en tres momentos: a) diagnóstico, b) intervención y c) a cuatro meses de la intervención. En la segunda aplicación se estimó el potencial de aprendizaje de la muestra considerando 12 horas de entrenamiento. La tercera aplicación tuvo el propósito de determinar un nivel de consolidación del aprendizaje a través del tiempo.

#### 4.4.2 Diseño de la intervención

Se elaboró un diseño detallado de la intervención que se muestra en la tabla 4.6.

Tabla 4.6

##### *Diseño de la intervención*

| DISEÑO DE LA INTERVENCIÓN   |  |
|---|--|
| Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM)  |  |
| Facilitador/ investigador: Silvia Melbi Gaona Jiménez   |  |
| Apoyo: Dra. Carmen Heneff García Escobar  |  |
| Conocimientos y habilidades previas requeridas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Métodos de solución de sistemas de ecuaciones por Gauss-Jordan</li> <li>• Álgebra matricial (inversión y multiplicación de matrices)</li> <li>• Método gráfico para solución de sistemas de dos variables</li> </ul> |  |

Resultados de aprendizaje del perfil de egreso a los que contribuye la asignatura:

|  |
|--|
| <p>R1. Modelar problemas reales de ingeniería a través de herramientas matemáticas</p> <p>R2. Utilizar las tecnologías de la información para resolver problemas de modelación matemática.</p> |
|--|

|   |   |                                 |                            |
|---|---|---------------------------------|----------------------------|
| Formulación de problemas de programación lineal |   |                                 |                            |
| Duración de la unidad : 12h                     |   |                                 |                            |
| PLANEACIÓN DE SESIONES DE LA UNIDAD             |   |                                 |                            |
| Unidad/Sesiones                                 | U3 S5   | Sesión:                         | 1 y 2/5 Duración: 6h       |
| Instalaciones:                                  | Entorno en línea  |                                 |                            |
| Objetivo  | Resolver sistemas de ecuaciones de modelos matemáticos en ingeniería, aplicando las Tecnologías de la Información   |                                 |                            |
| Contenidos:                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelación matemática de contextos de manufactura</li> <li>• Construcción de sistemas de inecuaciones y su normalización</li> <li>• Solución de sistemas de ecuaciones de primer orden por método de Gauss-Jordan</li> <li>• Interpretación de soluciones</li> </ul> |                                 |                            |
| Conocimientos previos                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Álgebra matricial (inversión de matrices)</li> </ul>   |                                 |                            |
| Enfoque pedagógico:                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica de Comenio</li> <li>• Cognitivismo</li> <li>• Constructivismo</li> <li>• Diseño Instruccional de Gagné y Briggs</li> </ul>   |                                 |                            |
| Actividades a realizar                          | Evidencia<br>Productos<br>esperados   | Resultados<br>de<br>aprendizaje | Tiempo<br>requerido<br>(h) |

|  |   |               |           |
|--|---|---------------|-----------|
| <p>1) Conflicto cognitivo: El docente inicia una discusión sobre la visita a planta realizada en la sesión de clases previa, enfocándola a un problema de producción que incorpora materia prima disponible en almacén, mano de obra cuantificada en horas, recursos financieros para mercadotecnia, costos de producción y precio de venta de cuatro productos de la empresa visitada por los educandos bajo la dirección del docente (versión 1 del problema). (Es ideal si el problema es aún no resuelto por la planta y es de su interés resolverlo, con el fin de que se pudiera implementar su solución real en la práctica). Para auxiliarse, el docente utiliza un video del proceso productivo a analizar o en su defecto una simulación de la misma, derivado de las restricciones de repetir la realidad observada.</p>  | <p>Información en pizarra electrónica</p> | <p>R1, R2</p> | <p>1h</p> |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b><br/>Video o simulación desarrollada en software: Facilita representar procesos, permite pausar, ayuda a captar la atención, facilita visualizar “cuellos de botella” de los procesos, facilita identificar la materia prima entrante y los productos terminados salientes. Facilita la capacidad de análisis en términos taxonómicos.</p>   |   |               |           |
| <p><b>Evaluación:</b> La evaluación de esta actividad puede realizarse con base en la discusión generada en el grupo en la cual los educandos aportan aspectos de análisis de la situación problemática y se puede utilizar un instrumento de rúbrica aplicado a los educandos seleccionados para participar en el análisis, permitiendo que los educandos tomen un rol protagónico y se evalúen sus procesos de aprendizaje dentro de un marco cognitivista.</p> <p><b>Cognitivism.</b> Entre las características de este enfoque de evaluación se encuentran: la subordinación de la enseñanza al aprendizaje, el protagonismo fluctuante del maestro y los educandos, la diversificación de los roles del maestro en la intervención, medición, coordinación y facilitación del aprendizaje de los educandos, la evaluación basada en este paradigma debe estar orientada a la valoración, al análisis cualitativo de los procesos, sus estadios intermedios y los productos, con una inspiración crítica y una finalidad formativa, educativa.</p> |   |               |           |
| <p>Materiales requeridos: Entorno de internet</p>  |   |               |           |
| <p>2) En triadas, los educandos construyen el modelo matemático de 3 variables para resolver el problema con base en la estructura de 1) definición de variables, 2) una función objetivo que maximice utilidades, 3) definición de restricciones de recursos y 4) definición de restricciones de no negatividad.</p>  | <p>Reporte con ecuaciones</p>             | <p>R1, R2</p> | <p>2h</p> |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Pizarra electrónica. Dado que se trata un proceso abstracto se sugiere se trabaje en hojas de papel y lápiz que permita borrar porque se realizan pruebas de si la definición de variables funciona para la construcción de las ecuaciones de restricción, si las unidades de medición son consistentes, etc. es decir, es un proceso iterativo.</p>  |   |               |           |
| <p><b>Evaluación:</b> En este caso se genera un producto final a través de trabajo colaborativo. Pudiera utilizarse como instrumento una rúbrica en la cual se incluyan aspectos de tipo conductual para evaluar factores actitudinales, incluir la autoevaluación, la coevaluación y heteroevaluación con ponderaciones y por otro lado, aspectos técnicos del producto final a presentar, dentro de un marco cognitivista y constructivista.</p> <p><b>Cognitivism y constructivismo.</b> La evaluación debe contribuir a que el educando aprenda a aprender; ello implica que la retroalimentación recibida de la evaluación formativa le sirva de base para corregir conceptos, posturas erradas y le permita adquirir nuevos conocimientos. La responsabilidad del aprendizaje ha de centrarse en el educando, de manera que, se sienta feliz y disfrute de la actividad que realiza.</p>   |   |               |           |

|  |   |                                     |          |
|--|---|-------------------------------------|----------|
| Materiales requeridos: Entorno de internet   |   |                                     |          |
| 3) El docente supervisa la construcción del modelo matemático y retroalimenta a los educandos.   | Retroalimentación   |                                     | Continuo |
| 4) Los educandos resuelven el modelo matemático construyendo su solución con Geogebra, algoritmo Simplex en una hoja de cálculo de software licenciado o libre según disponga y ejecuta las iteraciones del algoritmo paso a paso. Los educandos contrastan su solución de hoja de cálculo con algún “solver” de Simplex en internet y envía su archivo solución incluyendo su hoja de cálculo con las fórmulas construidas y las pantallas del “solver” como comprobación.  | Producto de Geogebra<br>Archivo con hoja de cálculo solución y solución en “solver”<br>PHPSimplex | R1, R2                              | 1h       |
| <b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Hojas de cálculo, software “solver PHPSimplex”, Geogebra. En términos taxonómicos, permiten desarrollar la capacidad de diseño, desarrollo y evaluación. Permiten construir fórmulas y probarlas, facilitan los cálculos repetitivos para enfocarse al análisis, evaluación e interpretación.  |   |                                     |          |
| <b>Evaluación:</b> Esta actividad está considerada ser desarrollada de forma individual, se genera un producto que es un producto de Geogebra, una hoja de cálculo, un algoritmo o una serie de resultados proporcionados por un “solver”, organizados, estructurados e interpretados por el educando. El instrumento de evaluación puede ser una lista de cotejo de si el educando cumple con una serie de requisitos. Si el educando utilizar “solvers” para resolver el modelo propuesto, se queda en un nivel cognitivo básico correspondiente al conductismo. Si por otro lado, construye una hoja de cálculo con sus fórmulas o más aún, diseña un algoritmo de uso específico o más difícil, de uso general, se evaluarán niveles cognitivos de mayor nivel como diseño y desarrollo, propios del cognitivismo y constructivismo. |   |                                     |          |
| <b>Conductismo.</b> El sentido de la evaluación se centra en el producto, es decir, en las ejecuciones mecánicas de las acciones repetitivas sin dar cabida a la reflexión sobre la conducta ejecutada, las cuales deben ser medibles y cuantificables y el criterio de comparación a utilizar para su valoración son los objetivos establecidos.  |   |                                     |          |
| <b>Cognitivismo y constructivismo.</b> La evaluación de procesos parte del supuesto de que el aprendizaje responde al flujo y reflujo de información que se construye y reconstruye al tener que enfrentarse a una nueva situación o buscar la manera de solucionar un problema; es decir, la evaluación de los aprendizajes consiste en el proceso de recoger información, realizar los juicios de valor pertinentes de manera que permitan la orientación y la toma de decisiones con relación al proceso de enseñanza-aprendizaje.  |   |                                     |          |
| Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet  |   |                                     |          |
| 5) El docente supervisa la construcción del modelo matemático y retroalimenta a los educandos.   | Retroalimentación   | Resultados de aprendizaje esperados | Continuo |
| 6) Los educandos interpretan las soluciones obtenidas del modelo matemático en términos de valor de función objetivo Z, variables de decisión Xi, variables de holgura H's y variables artificiales A's. Redactan su análisis e interpretación en integrando los cálculos y resultados de la hoja de cálculo al editor de textos.  | Reporte con solución óptima e interpretación redactada en lenguaje técnico y argumentado          | R1, R2                              | 1h       |
| <b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Geogebra, hoja de cálculo, editor de textos. En términos taxonómicos ayudan en el desarrollo de la capacidad de análisis, síntesis, evaluación, justificación, explicación, demostración, comparación, deducción, estimación, formulación, maximización y modelación, entre otros. La tecnología por si misma facilita la integración de reportes técnicos profesionales, integrando elementos cuantitativos a la argumentación textual.   |   |                                     |          |
| <b>Evaluación:</b> En este caso el producto final es un reporte que requiere niveles cognitivos de alto nivel que involucra síntesis, evaluación, justificación, explicación, demostración, comparación, deducción, estimación, formulación, maximización y modelación, entre otros. Se puede utilizar un instrumento de   |   |                                     |          |



|  |                   |              |           |
|--|-------------------|--------------|-----------|
| rúbrica para evaluar detalladamente el producto resultante del aprendizaje. Generalmente son productos que, por su complejidad, requerirán de más de una revisión y corrección hasta lograr un perfeccionamiento del mismo por parte del educando, dentro de un marco constructivista.   |                   |              |           |
| <b>Cognitivism y constructivismo.</b> El propósito más importante de la evaluación no es demostrar, sino perfeccionar  |                   |              |           |
| Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet  |                   |              |           |
| 7) El docente retroalimenta respecto a la interpretación y pide la identificación del recurso o recursos que son cuello de botella apoyándose en un simulador.   | Retroalimentación | R1, R2       | 1h        |
| <b>Tecnología seleccionada y justificación:</b><br>Video o simulación desarrollada en software académico: Facilita representar procesos, permite pausar, ayuda a captar la atención, facilita visualizar “cuellos de botella” de los procesos, facilita identificar la materia prima entrante y los productos terminados salientes. Facilita la capacidad de análisis en términos taxonómicos. |                   |              |           |
| <b>Evaluación:</b> En este caso se descarta la evaluación, dado que el docente tiene el rol protagónico la mayor parte de la actividad, salvo algunas reflexiones en las que invita a los educandos, sin embargo, la evaluación no es imperativa, dada la naturaleza de la actividad.  |                   |              |           |
| Materiales requeridos: Entorno de internet   |                   |              |           |
|  |                   | <b>TOTAL</b> | <b>6h</b> |

|   |   |                                     |                      |              |
|---|---|-------------------------------------|----------------------|--------------|
| Unidad/Sesiones   | U3 S6   | Sesión:                             | 3,4,5/5              | Duración: 6h |
| Instalaciones:  | Entorno de internet   |                                     |                      |              |
| Objetivo:   | Resolver sistemas de ecuaciones de modelos matemáticos en ingeniería, aplicando las Tecnologías de la Información   |                                     |                      |              |
| Contenidos:   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelación matemática de contextos de manufactura</li> <li>• Construcción de sistemas de inecuaciones y su normalización</li> <li>• Solución de sistemas de ecuaciones de primer orden por método de Gauss-Jordan</li> <li>• Interpretación de soluciones</li> </ul> |                                     |                      |              |
| Conocimientos previos   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Álgebra matricial (inversión de matrices)</li> </ul>   |                                     |                      |              |
| Enfoque pedagógico:   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica de Comenio</li> <li>• Cognitivismo</li> <li>• Constructivismo</li> <li>• Diseño Instruccional de Gagné y Briggs</li> </ul>   |                                     |                      |              |
| Actividades a realizar  | Evidencia Productos esperados   | Resultados de aprendizaje esperados | Tiempo requerido (h) |              |
| 8) Conflicto cognitivo: El docente devuelve las propuestas de las dos sesiones anteriores a los educandos con observaciones específicas y calificación. El docente inicia una discusión a partir de las soluciones propuestas por los educandos al problema de la visita a planta abordado en las dos sesiones previas, enfatizando las áreas de oportunidad resultantes de la evaluación. La estructuración de la información de la presentación contiene: 1) definición de variables, 2) definición de función objetivo, 3) definición de restricciones de recursos y 4) definición de restricciones de | Discusión sobre la información organizada en presentación de computadora  | R1, R2                              | 1h                   |              |

|   |                               |  |                 |
|---|-------------------------------|--|-----------------|
| <p>no negatividad, incluyendo en cada fase las áreas de oportunidad. El docente plantea una extensión al problema original incorporando 2 nuevas restricciones y 2 nuevas variables (versión 2), de forma que se analiza con el grupo detalladamente el modelo matemático original, su solución y se establecen las bases para un modelo matemático modificado que requerirá ser resuelto. Se sugiere resolver en equipos de trabajo.</p>   |                               |  |                 |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Presentación de computadora. En términos taxonómicos facilita la estructuración de información, comparación, evaluación, síntesis y valoración.</p>  |                               |  |                 |
| <p><b>Evaluación:</b> Ésta es una actividad integradora de complejidad significativa que exige alto nivel cognitivo para ser resuelta. En este caso se genera un producto final a través de trabajo colaborativo. Es conveniente considerar su evaluación como sumativa porque implica recuperar una diversidad de conocimientos previos. Pudiera utilizarse como instrumento una rúbrica en la cual se incluyan aspectos de tipo conductual para evaluar factores actitudinales, incluir la autoevaluación, la coevaluación y heteroevaluación con ponderaciones y por otro lado, aspectos técnicos del producto final a presentar, dentro de un marco cognitivista y constructivista.</p>   |                               |  |                 |
| <p><b>Cognitivismo y constructivismo. Función sumativa de la evaluación.</b> La funcionalidad sumativa de la evaluación resulta apropiada para la valoración de productos o procesos que se consideran terminados, con realizaciones o consecuciones concretas y valorables. Su finalidad es determinar el valor de ese producto final (sea un objeto o un grado de aprendizaje), decidir si el resultado es positivo o negativo, si es válido para lo que se ha hecho o resulta inútil y hay que desecharlo. No se pretende mejorar nada con esta evaluación de forma inmediata en sentido estricto, ya no es posible, sino valorar definitivamente. Se aplica en un momento concreto, final, cuando es preciso tomar una decisión en algún sentido.</p> |                               |  |                 |
| <p>Materiales requeridos: Propuestas de educandos con observaciones y calificación. Pizarrón, plumones, borrador, presentación en diapositivas de computadora, computadora, videoprojector.</p>   |                               |  |                 |
| <p>9) Los educandos construyen el modelo matemático para resolver el problema modificado con base en la estructura de 1) definición de variables, 2) una función objetivo que maximice utilidades, 3) definición de restricciones de recursos y 4) definición de restricciones de no negatividad.</p>   | <p>Reporte con ecuaciones</p> | <p>R1, R2</p>                              | <p>1h</p>       |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Pizarra electrónica. Dado que se trata un proceso abstracto se sugiere se trabaje en pizarra electrónica que permita borrar porque se realizan pruebas de si la definición de variables funciona para la construcción de las ecuaciones de restricción, si las unidades de medición son consistentes, etc. es decir, es un proceso iterativo.</p>  |                               |  |                 |
| <p><b>Evaluación:</b> El producto final de esta actividad es un modelo matemático que debe corresponder al problema real planteado de manera que la solución que proporcione pueda aplicarse a esa realidad y la resuelva. Se sugiere una rúbrica de evaluación con ponderaciones para evaluar la precisión del modelo y la medida en la cual éste representa y puede resolver la realidad, respetando las restricciones reales que el contexto plantea. Esta actividad es de cierre, pues previamente se plantearon actividades con propósito formativo en este sentido. Se sugiere la rúbrica dentro de un contexto cognitivista y constructivista.</p>   |                               |  |                 |
| <p><b>Cognitivismo y constructivismo.</b> Dicho de otro modo: mientras que la evaluación sumativa debe asegurar que el producto evaluado responde a las características del sistema, la evaluación formativa debe garantizar que los medios de ese sistema son adecuados a las características de los implicados en el proceso evaluado.</p>  |                               |  |                 |
| <p>Materiales requeridos: Entorno de internet</p>   |                               |  |                 |
| <p>10) El docente supervisa la construcción del modelo matemático y retroalimenta a los educandos.</p>  | <p>Retroalimentación</p>      | <p>Resultados de aprendizaje esperados</p> | <p>Continuo</p> |

|   |   |               |              |
|---|---|---------------|--------------|
| <p><b>11)</b> El docente explica detalladamente cómo resolver el modelo matemático utilizando Geogebra y dirige la práctica para tal objetivo, con el propósito de utilizar una herramienta para modelos de dimensiones mayores o de programación no lineal.</p>  | <p>Producto en Geogebra</p>   | <p>R1, R2</p> | <p>2h</p>    |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Producto en Geogebra. En términos taxonómicos facilita el desarrollo de procesos cognitivos de construir, combinar, crear, diseñar, estimar, experimentar, modelar, modificar, testar, simplificar, proponer, visualizar, desarrollar, transformar, entre otras.</p>   |   |               |              |
| <p><b>Evaluación:</b> En esta actividad, el papel protagónico es del docente, pues va a iniciar la explicación de la aplicación de Geogebra para resolver modelos matemáticos.</p>  |   |               |              |
| <p>Materiales requeridos: Computadora.</p>  |   |               |              |
| <p><b>12)</b> Los educandos interpretan las soluciones obtenidas del modelo matemático en términos de valor de función objetivo Z, variables de decisión Xi, variables de holgura H's y variables artificiales A's. y envía su archivo interpretación. Redactan su análisis e interpretación en integrando los cálculos y resultados de la aplicación en Geogebra.</p>  | <p>Reporte con solución óptima e interpretación redactada en lenguaje técnico y argumentado</p>         | <p>R1, R2</p> | <p>0.25h</p> |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Geogebra, editor de textos. En términos taxonómicos ayudan en el desarrollo de la capacidad de análisis, síntesis, evaluación, justificación, explicación, demostración, comparación, deducción, estimación, formulación, maximización y modelación, entre otros. La tecnología por si misma facilita la integración de reportes técnicos profesionales, integrando elementos cuantitativos a la argumentación textual.</p>  |   |               |              |
| <p><b>Evaluación:</b> El producto final de esta actividad es un reporte técnico de alta exigencia y nivel cognitivo que puede evaluarse con un instrumento tipo cuestionario, por el detalle, precisión de los resultados solicitados y principalmente la interpretación que realizan los educandos, misma que permite la vinculación de los resultados del modelo matemático con la problemática real. La lista de cotejo incluye aspectos de cumplimiento o no cumplimiento y la rúbrica, categorías ponderadas del cumplimiento. Para este caso específico son resultados cuantitativos e interpretaciones muy específicas que validan o invalidan el producto final y puede ser evaluado con un cuestionario riguroso de alta exigencia en un marco cognitivista y constructivista.</p> |   |               |              |
| <p><b>Cognitivism y constructivismo.</b> La evaluación, además de los resultados, debe centrarse, sobre todo, en los procesos desarrollados durante la intervención didáctica. La finalidad de ésta son los procesos cognitivos, es decir, valorar los procesos mentales que desarrollan los educandos durante el proceso de aprendizaje y los resultados de los mismos que son la toma de decisiones. La evaluación forma parte indisoluble de la enseñanza y actúa como un instrumento de autorregulación y perfeccionamiento dentro del proceso instructivo.</p>   |   |               |              |
| <p>Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet</p>  |   |               |              |
| <p><b>13)</b> El docente retroalimenta respecto a la interpretación y pide la identificación del recurso o recursos que son cuello de botella.</p>  | <p>Retroalimentación</p>  | <p>R1, R2</p> | <p>0.25h</p> |
| <p>Materiales requeridos: Entorno de internet</p>   |   |               |              |
| <p><b>14)</b> El docente plantea 2 modificaciones más al problema que consisten en 2 nuevas variables y 1 restricción adicional (versión 3).</p>  | <p>Respuestas a preguntas dirigidas por el docente para determinar la comprensión de la información</p> | <p>R1, R2</p> | <p>0.5h</p>  |
| <p><b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Geogebra, hojas de cálculo, "solvers". En términos taxonómicos facilita el desarrollo de procesos cognitivos de construir, combinar, crear, diseñar, estimar, experimentar, modelar, modificar, testar, simplificar, proponer, visualizar, desarrollar, transformar, entre otras.</p>  |   |               |              |

|   |  |        |            |
|---|--|--------|------------|
| <b>Evaluación:</b> En esta actividad, el papel protagónico es del docente, pues modifica el problema anterior adicionando restricciones y explica los aspectos técnicos a considerar en la solución apoyada por Geogebra. En este caso aplica la retroalimentación para evaluar si la explicación del docente es comprendida a cabalidad por los educandos. Se descarta evaluación para los educandos.  |  |        |            |
| Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet   |  |        |            |
| 15) Los educandos modifican su propuesta en Geogebra para que resuelva el problema versión 3. Los educandos interpretan las soluciones obtenidas del modelo matemático en términos de valor de función objetivo Z, variables de decisión Xi, variables de holgura H's y variables artificiales A's. Redactan su análisis e interpretación integrando los cálculos.  | Reporte con solución óptima e interpretación redactada.<br>Aplicación Geogebra para versión 3 del problema | R1, R2 | 0.5h       |
| <b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Geogebra, editor de textos. En términos taxonómicos ayudan en el desarrollo de la capacidad de análisis, síntesis, evaluación, justificación, explicación, demostración, comparación, deducción, estimación, formulación, maximización y modelación, entre otros. La tecnología por si misma facilita la integración de reportes técnicos profesionales, integrando elementos cuantitativos a la argumentación textual.   |  |        |            |
| <b>Evaluación:</b> El producto final de esta actividad es un trabajo en Geogebra y un reporte técnico de interpretación de los resultados obtenidos con el mismo, utilizando herramientas ofimáticas de Tecnologías de Información, que de hecho, así se aplican en todos los reportes de las actividades previas para facilitar su corrección y edición. Es un producto de alta exigencia y nivel cognitivo que puede evaluarse con un instrumento de rúbrica detallada en la que se incluyan factores como adecuación del modelo a la realidad por resolver. Derivado de que se trata de un producto final que incluye varios elementos se pudiera solicitar como un portafolios de evidencia que incluya el producto de Geogebra, los datos de entrada del código, los datos de salida, la interpretación y los resultados de aplicación a la realidad a ser resuelta que en primera instancia pudieran ser probados a nivel de simulación para posterior extrapolación a la realidad. El instrumento de rúbrica se consideraría en un marco pedagógico cognitivista y constructivista.<br><b>Cognitivism y constructivismo.</b> El portafolio como un instrumento que tiene como objetivo común la selección de muestras de trabajo o evidencias de consecución de objetivos personales o profesionales que ordenados y presentados de un determinado modo cumplen la función de potenciar la reflexión sobre cada una de las prácticas (educativas, profesionales, civiles). |  |        |            |
| Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet   |  |        |            |
| 16) El docente retroalimenta sobre una propuesta personal de modificación al producto de Geogebra para la versión 3 del problema, así como la solución correcta y su interpretación, planteando que la siguiente hará un análisis de las propuestas de modificación del producto de Geogebra de los educandos y las soluciones obtenidas.   | Respuestas a preguntas dirigidas por el docente para determinar la comprensión de la información           | R1, R2 | 0.5 h      |
| <b>Tecnología seleccionada y justificación:</b> Geogebra. En términos taxonómicos facilita el desarrollo de procesos cognitivos de construir, combinar, crear, diseñar, estimar, experimentar, modelar, modificar, evaluar, simplificar, proponer, visualizar, desarrollar, transformar, entre otras.   |  |        |            |
| <b>Evaluación:</b> En esta actividad, el papel protagónico es del docente, pues retroalimenta sobre las propuestas de los educandos. Es una actividad de cierre. Se descarta evaluación para los educandos.   |  |        |            |
| Materiales/recursos requeridos: Entorno de internet   |  |        |            |
| <b>TOTAL</b>  |  |        | <b>6h</b>  |
| -----   |  |        |            |
| <b>TOTAL INTEGRADO</b>  |  |        | <b>12h</b> |

Fuente: Elaboración propia.

El rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática se definió por la adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución, interpretación del modelo y aplicación del modelo, que fueron considerados en el diseño de la batería de instrumentos de evaluación.

La intervención convencional consistió en dictar videoconferencias sincrónicas sobre solución de problemas prototipo de modelación matemática, utilizando un editor como pizarrón electrónico para plantear la solución consistente en el sistema de ecuaciones que constituyen el modelo matemático, compuesto por una función objetivo, un conjunto de restricciones que pueden ser igualdades o desigualdades y las restricciones de no negatividad. Se mostró también en exposición cómo resolver los modelos por métodos gráficos y analíticos. Los educandos solucionaron algunos problemas proponiendo el modelo matemático, los valores de las variables y de la función objetivo. Así mismo se incluyeron problemas de análisis de sensibilidad en los cuales se determinó cómo se modificó un elemento del modelo cuando se alteró otro, por ejemplo cómo cambió la función objetivo al alterar un coeficiente asociado a una variable.

Figura 4.1

*Ejemplo de problema prototipo de modelación matemática*

|   |   |  |                       |  |
|---|---|--|-----------------------|--|
| <p>La empresa "Maquiladora, S.A. de C.V" requiere producir dos tipos de cable: normal y premium. En el almacén dispone de 500 kg de alambre A, 300 kg de alambre B y 108 kg de alambre C. Se está considerando la producción diaria, para obtener un metro de cable normal se necesitan 125 gr de A, 150 gr de B y 72 gr de C; para producir un metro de premium por día se necesitan 200 gr de A, 100 gr de B y 27 gr de C. El normal aporta una utilidad de \$ 4000 y el premium de \$ 5000 el metro. Si se debe obtener la máxima utilidad, ¿cuántos metros de normal y premium se deben manufacturar?</p>   |   |  |                       | <p>Modelo matemático<br/> <math>x_1</math> = cantidad de metros de cable normal a producir<br/> <math>x_2</math> = cantidad de metros de cable premium a producir</p>  |
| Insumos   | Producto final (1 metro de normal) gramos | Producto final (1 metro de premium) Gramos | Disponibilidad gramos | <p>Max <math>Z = 4000x_1 + 5000x_2</math><br/> <math>125x_1 + 200x_2 \leq 500,000</math><br/> <math>150x_1 + 100x_2 \leq 300,000</math><br/> <math>72x_1 + 27x_2 \leq 108,000</math><br/>                 Para toda <math>x_i \geq 0, i \in \{1,2\}</math></p> |
| Alambre A   | 125                                       | 200  | 500,000               |  |
| Alambre B   | 150                                       | 100  | 300,000               |  |
| Alambre C   | 72  | 27   | 108,000               |  |
| Utilidad unitaria   | 4000                                      | 5000                                       |                       |  |
| <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.-¿Cuántos metros de cable normal y premium le recomienda a la empresa producir y vender para maximizar sus utilidades ?¿con base en qué le sugiere esa decisión?</li> <li>2.-¿Existe un único conjunto de decisiones de producción a tomar o más de uno que reporte la misma utilidad?</li> <li>3.-¿Cuál es la utilidad máxima que puede esperar la empresa dadas las disponibilidades de recursos en los almacenes?</li> <li>4.-¿En qué recurso se ubica "el cuello de botella" de la empresa y cómo afecta la utilidad máxima esperada?</li> </ol> |   |  |                       |  |

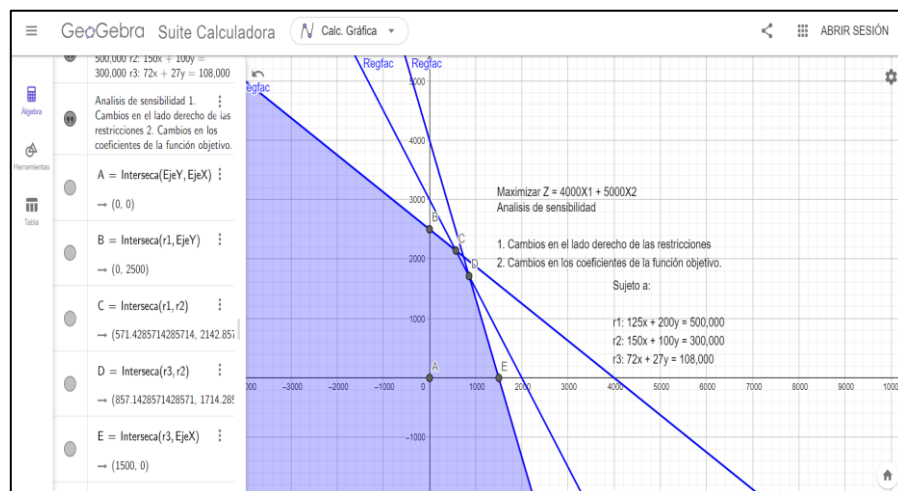
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4.1 se muestra un problema prototipo de modelación matemática que sirvió para generar las variantes necesarias. Cabe señalar que la modelación matemática es extensa y diversa.

En la intervención del grupo experimental también se utilizó la videoconferencia sincrónica como medio de comunicación más que de exposición. La metodología implementada se compuso de la “secuencia de los cuatro pasos” consistente en: a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra. Respecto a la apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra consistió en dictar una videoconferencia de 30 minutos para mostrar a los educandos cómo introducir datos en el software, ejemplificando todos los elementos del modelo y su análisis de sensibilidad. Posteriormente los educandos tuvieron tres ejercicios personalizados en los cuales requirieron introducir datos de entrada de un problema y su modelo. También se les pidió realizar análisis de sensibilidad de forma gráfica.

Figura 4.2

*Conceptos matemáticos de región factible, politopo y puntos de intersección trabajados por los educandos con asistencia de Geogebra*



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4.2 se muestra uno de los trabajos de los educandos considerando registros gráficos y analíticos de conceptos matemáticos como región factible, politopo y vértices del politopo o puntos de intersección de las restricciones.

Respecto a la adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, se cuidó utilizar lenguaje matemático en la videoconferencia inicial, asociando cada término con su respectivo registro gráfico o analítico de Geogebra para facilitar su comprensión y adquisición. A través de Geogebra, se asoció la función objetivo con los vértices del politopo que representan las combinaciones de decisión que deben ser evaluadas para encontrar la solución óptima.

Se mostró gráfica y analíticamente que cualquier combinación de variables al interior de la zona factible es subóptima, lo cual es propiamente un teorema matemático basado en la teoría del cálculo diferencial. Les fue solicitado a los educandos, de forma rigurosa, entregar sus trabajos evitando utilizar lenguaje conversacional. Cabe resaltar que la sintaxis de introducción de datos de Geogebra constituye un lenguaje estrictamente técnico.

En general, en todas las áreas de las matemáticas, el tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático se caracteriza por requerir la capacidad de abstracción desarrollada. Esta capacidad implica un nivel de dificultad del nivel cognitivo más alto con base en Bloom. Por su naturaleza, es difícil asistir el desarrollo de esta capacidad con tecnología. En el caso de este contenido específico de modelación matemática, la transición de lenguajes se acotó en realizar lectura analítica del texto del problema para identificar los elementos del modelo como fueron variables de decisión, coeficientes de la función objetivo, tasas de utilización de recursos de las variables de decisión, niveles de disponibilidad de recursos y congruencia en las unidades de medición. Esto permitió concretar la construcción de ecuaciones de la función objetivo y las restricciones que constituyen el lenguaje formal para el caso de la modelación matemática de este tipo. Finalmente se hizo énfasis en determinar el tipo de programación, entera o lineal, lo cual define las restricciones de no negatividad. Cabe señalar que esta estrategia no funcionaría para transitar hacia un lenguaje formal exigido por demostraciones de matemática pura.

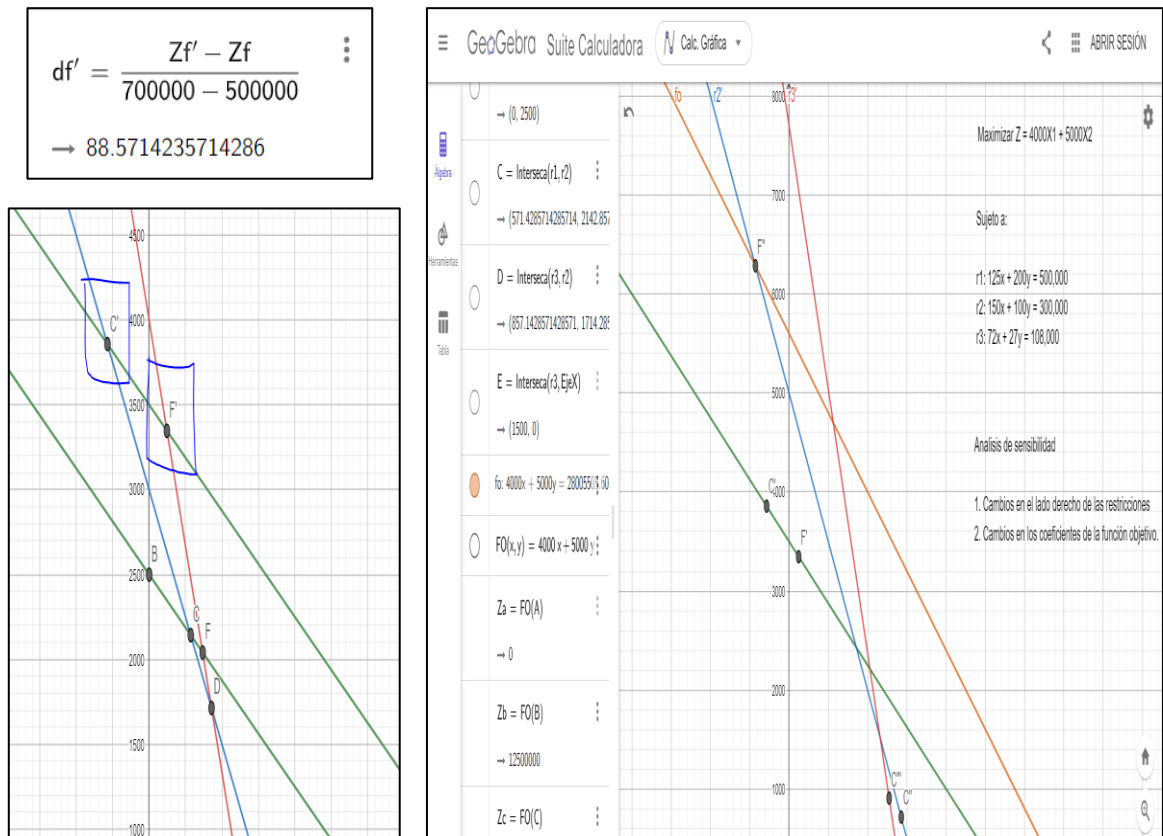
Respecto a la interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra, una vez resuelto el modelo original se realizaron modificaciones en los coeficientes de la función objetivo y de las disponibilidades para aplicar análisis de

sensibilidad. Geogebra permitió visualizar de inmediato de forma gráfica el impacto de las alteraciones propuestas al modelo como se muestra a continuación, en la figura 4.3.

En este caso se realizaron cambios en el lado derecho de las ecuaciones de las restricciones y cambios en los coeficientes de la función objetivo, lo cual generó que las rectas de desplazaran a la derecha y hacia arriba, hecho que significa que la capacidad de producción y las utilidades se incrementaron con dichos cambios. La expresión  $df'$  es una derivada o razón de cambio que tiene en el numerador el incremento en las utilidades y en el denominador, el incremento en la disponibilidad de recursos para producir.

Figura 4.3

*Conceptos matemáticos de análisis de sensibilidad (cambios en coeficientes de función objetivo y lado derecho de restricciones, precios sombra y dualidad) trabajados por los educandos con asistencia de Geogebra*



Fuente: Elaboración propia.



#### 4.4.3 Matriz de codificación de resultados cuantitativos

El cuestionario prototipo diseñado para recabar datos cuantitativos que se presenta en el anexo 2 se codificó con base en la taxonomía de Bloom como se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 4.7

*Sección de la matriz de codificación de resultados cuantitativos*

| Escala 0..10 Número de cuestionario |   |    |    |
|-------------------------------------|---|----|----|
| <b>II COMPRENDER</b>                |   |    |    |
| 1                                   |   | P1 | 10 |
| 2                                   | <b>Interpreta los elementos</b>             | P2 | 10 |
| 3                                   | <b>del contexto del problema</b>            | P3 | 10 |
| <b>III APLICAR</b>                  |   |    |    |
| 4                                   | Calcula los coeficientes                    | P1 | 10 |
| 5                                   | de las variables de                         | P2 | 10 |
| 6                                   | decisión                                    | P3 | 10 |
| 7                                   | <b>Identifica los recursos</b>              | P1 | 10 |
| 8                                   | <b>disponibles y sus cotas</b>              | P2 | 10 |
| 9                                   | <b>inferiores y superiores</b>              | P3 | 10 |
| 10                                  | Calcula los valores de las                  | P1 | 10 |
| 11                                  | variables de decisión,                      | P2 | 10 |
| 12                                  | holgura, artificiales y<br>función objetivo | P3 | 10 |
| <b>IV ANALIZAR</b>                  |   |    |    |
| 13                                  |   | P1 | 10 |
| 14                                  | Infiere las variables de decisión           | P2 | 10 |
| 15                                  |   | P3 | 10 |
| 16                                  | Distingue el tipo de igualdad o             | P1 | 10 |
| 17                                  | desigualdad de                              | P2 | 10 |
| 18                                  | las restricciones                           | P3 | 10 |
| 19                                  | Infiere las restricciones de                | P1 | 10 |
| 20                                  | no negatividad                              | P2 | 10 |
| 21                                  |   | P3 | 10 |

Fuente: Elaboración propia.

Por ejemplo, en la tabla 4.7 se observa que en la categoría de comprender se ubicaron reactivos relacionados con la interpretación del contexto del problema, la identificación de variables de decisión, holgura y artificiales, el cálculo de los coeficientes de las variables de decisión y la identificación de los niveles de recursos disponibles que corresponden a los coeficientes del lado derecho de las ecuaciones de restricción. La matriz completa a la que pertenece esta tabla fue utilizada para la medición del rendimiento académico cuantitativo de los estudiantes de ingeniería en el área de modelación matemática, en específico **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción

del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), planteados en la hipótesis cuantitativa nula  $H1_0$ .

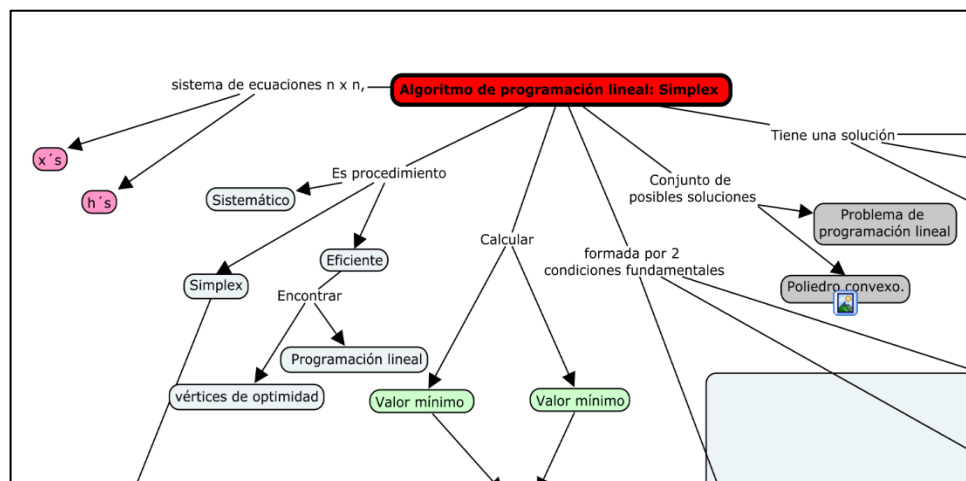
Esta matriz permitió agrupar en categorías taxonómicas los elementos propios de la modelación matemática del instrumento de evaluación que tuvo 51 reactivos. Esto ayudó en la organización de los datos masivos obtenidos, así como en su interpretación.

#### 4.4.4 Mapas conceptuales como instrumento cualitativo de aprendizaje

Dentro de la metodología implementada tanto en el grupo control como experimental se les pidió elaborar mapas conceptuales en la etapa diagnóstica, de intervención y a 4 meses de ésta, con el propósito de evaluar cualitativamente la capacidad de los elementos de la muestra para identificar conceptos y procedimientos clave, palabras de enlace, jerarquías, interrelaciones y complejidad. Los temas abordados en los mapas conceptuales fueron modelación matemática, método de Gauss para resolver sistemas de ecuaciones lineales y transformaciones lineales como se muestra en la figura 4. Así mismo se evaluó de manera cualitativa su creatividad en la elaboración de los mapas a través de la herramienta tecnológica *CMAP Tools*.

Figura 4.4

*Mapa conceptual elaborado por un educando*



Fuente: Elaboración propia.

A los educandos les fue explicada y proporcionada la rúbrica que se muestra en la tabla 4.8 para que conocieran los criterios a evaluar y niveles de calidad esperados.

Tabla 4.8

*Rúbrica para evaluar mapas conceptuales*

| DESCRPTORES                                | CATEGORÍAS  |   |  |
|--|---|---|--|
|  | NIVEL BAJO<br>(describe)  | NIVEL INTERMEDIO<br>(explica)   | NIVEL ALTO<br>(relaciona o interpreta)   |
| Conceptos clave y nexos/palabras de enlace | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Faltan conceptos clave básicos o no son precisos (no se ciñen a la temática o son repetitivos)</li> <li>- Información seleccionada no relevante</li> <li>- No hay anexos entre los conceptos clave o, si los hay, no siguen ningún criterio (aparecen de forma aleatoria) o son poco adecuados (uso de frases, conceptos clave como nexos, etc.)</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aparece la mayoría de los conceptos clave, aunque algunos se repiten innecesariamente</li> <li>- Información seleccionada precisa a la temática</li> <li>- Existen nexos entre la gran mayoría de conceptos clave, aunque algunos se siguen confundiendo</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aparecen recogidos en el mapa los conceptos claves más relevantes y otros propios del autor</li> <li>- Información seleccionada precisa a la temática a la vez que variada</li> <li>- Cada concepto clave lleva asociado su nexo; si no aparece éste está justificado, ya que si no, afecta a su interpretación</li> </ul>  |
| Jerarquía y organización                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estructura confusa: no se distingue, a simple vista, donde se inicia la interpretación del mapa</li> <li>- Sin jerarquía (no se observa un criterio claro de organización de las ideas), o de un solo nivel sin interpretación personal</li> <li>- Ideas principales (primarias) combinadas con otras de diferente jerarquía (secundarias)</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estructura medianamente clara: se intuye la organización de las ideas a través de una jerarquización de varios niveles</li> <li>- Se observan fácilmente los criterios seguidos para dicha jerarquización de los conceptos clave, aunque no son personales</li> <li>- Suele distinguir claramente entre las ideas principales y secundarias, aunque son muy básicas o poco variadas</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Buena estructuración: se observa una organización y jerarquización de las ideas, con distintos subniveles de mayor detalle</li> <li>- Los criterios de jerarquización se establecen en base a una interpretación personal de la información de partida</li> <li>- Distingue entre las ideas de distinto orden (primarias, secundarias, etc.), además de ser variadas</li> </ul> |
| Interrelación                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- No usa líneas de unión entre conceptos de forma adecuada: se desconoce, exactamente, de donde parten y hacia dónde van, o se usan de forma arbitraria</li> <li>- Muchos conceptos clave se encuentran sin interrelacionar entre sí, y si recogen ideas secundarias no muestran conexión aparente con las ideas principales o de otro nivel</li> <li>- No se identifica claramente el punto de enfoque o hilo argumental del mapa, o simplemente no existe</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Buen uso aparente de conectores, aunque éstos son poco variados o ricos</li> <li>- La gran mayoría de los conceptos clave están relacionados entre sí, puesto que pueden existir bloques de ideas relevantes desconectadas entre sí</li> <li>- Existe un punto de enfoque, el cual se corresponde con la información de partida</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adecuado y variado uso de conectores (líneas, flechas, etc.) en todos los niveles o jerarquías establecidas</li> <li>- Todos los conceptos con relaciones aparecen recogidos independientemente del nivel de jerarquización</li> <li>- El punto de enfoque es claro, y muestra una reflexión propia del autor o autora</li> </ul>   |

|                      |   |   |  |
|----------------------|---|---|--|
| Creatividad y estilo | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Escasa legibilidad, ya sea por el formato usado (tipografía y tamaño de letra, o mezcla arbitraria de colores o formas), o por la falta de elementos básicos en el mapa (nexos y conceptos clave)</li> <li>- Diseño no atractivo visualmente: es monótono (uso del mismo estilo, tipo de letra, color, etc., para presentar distintas ideas en diferentes niveles jerárquicos)</li> <li>- Texto escrito como única forma comunicativa</li> <li>- Uso inapropiado del espacio: no distribuye bien las ideas en el espacio usado</li> <li>- Uso de conceptos clave sencillos: son principalmente de un tipo, generalmente conceptual; además, la información recogida parece una enumeración de conceptos</li> <li>- Relaciones entre conceptos evidentes: sin establecer criterios de clarificación, e interpretación personal y relaciones lineales entre conceptos</li> <li>- No están unificados los criterios de estilo o aspectos formales (continente) con la idea (contenido)</li> <li>- Errores de carácter ortográfico, tipográfico y de estilo básico, o de inadecuada interpretación de la información</li> <li>- La información presentada es básicamente una reproducción de la original; es un esquema: describe</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Es legible en su gran mayoría, pudiendo haber zonas del mapa que se «leen» mejor que otras</li> <li>- Diseño y presentación de los conceptos sencillo y claro. Se observa coherencia y homogeneidad de criterios estilísticos</li> <li>- Además del texto escrito, puede aparecer otras formas de expresión comunicativa</li> <li>- Uso y distribución adecuada del espacio con el formato que presenta</li> <li>- Introducen otros conceptos clave menos intuitivos: conceptuales y actitudinales; o conceptuales y procedimentales.</li> <li>- Relación entre los principales conceptos clave a partir del establecimiento de distintos criterios de clasificación</li> <li>- Integración sencilla y clara de los aspectos de estilo (continente) e ideas (contenido).</li> <li>- Puede aparecer algún error ortográfico, tipográfico, o de estilo.</li> <li>- La información representada es distinta a la original: explica</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Legibilidad óptima en todo el mapa</li> <li>- Diseño original y creativo: dominio y variedad de recursos estilísticos (color, trama, figuras, etc.)</li> <li>- Información fluida, bien distribuida y organizada en el espacio</li> <li>- Riqueza y diversidad de formas de expresión: vocabulario rico, uso de imágenes, y otras formas de expresión</li> <li>- Introducen conceptos clave variados (conceptuales, actitudinales y procedimentales); además, aparecen otros nuevos, fruto de la síntesis interpretativa</li> <li>- Relaciones variadas y complejas, a partir del establecimiento de criterios personales de clasificación</li> <li>- Buena integración entre contenido y continente: clara y coherente</li> <li>- La información representa una clara reflexión por lo que aparecen nuevas ideas y conexiones: relaciona e interpreta</li> </ul> |
| Complejidad          |   |   |  |

Fuente: Morón Monge, Morón Monge y Abril López (2020).

Estos criterios fueron utilizados para la determinación del rendimiento académico cualitativo en los aspectos conceptuales de la modelación matemática, el cual es referido en la hipótesis cualitativa nula  $H_{20}$ .

#### **4.5 Marco conceptual metodológico**

El marco conceptual metodológico propuesto se compuso de los siguientes elementos:

**Título de la tesis:** Tecnologías de Información para el aprendizaje de la Modelación Matemática en ingeniería industrial.

**Planteamiento del problema:** Se presenta un rendimiento académico reprobatorio de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

**Objeto de estudio:** Reprobación en el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

**Definición de rendimiento académico cuantitativo:** Adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo.

**Definición de rendimiento académico cualitativo:** Aspectos conceptuales de la modelación matemática.

**Pregunta de investigación:** En un contexto en línea, ¿de qué manera cualitativa y cuantitativamente el trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs y los cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra,

c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), puede mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática, en contraste con trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de los cuatro pasos y sin asistencia de Geogebra?

**Objetivo general:** Diseñar un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) de modelación matemática en una plataforma tecnológica, vinculando las teorías del aprendizaje y la didáctica, para mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

**Hipótesis:** La variable independiente se refiere a los dos tratamientos aplicados:

### **Tratamiento 1**

- c) Videoconferencias sincrónicas, trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y asistencia de Geogebra.

### **Tratamiento 2**

- d) Videoconferencias sincrónicas, trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y sin asistencia de Geogebra.

Por su parte, la variable dependiente fue el nivel de rendimiento académico cuantitativo y cualitativo de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), así como aspectos conceptuales, respectivamente.

En este estudio se plantearon dos hipótesis, una orientada al rendimiento académico cuantitativo y otra al rendimiento académico cualitativo.

**Hipótesis:**

**Hipótesis cuantitativa nula (H1<sub>0</sub>):** En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

**Hipótesis cuantitativa alterna (H1<sub>A</sub>):** En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces **no** se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

**Hipótesis cualitativa nula (H2<sub>0</sub>):** En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en los aspectos conceptuales**, en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.

**Hipótesis cualitativa alterna (H2<sub>A</sub>):** En un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento**

**1**, entonces **no** se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en los aspectos conceptuales**, en contraste de utilizar el **tratamiento 2**.



## CAPÍTULO V. RESULTADOS DE LAS TRES FASES DE INVESTIGACIÓN

### 5.1 Descripción general de los resultados cuantitativos de las tres fases de investigación

En lo que referente a los resultados cuantitativos de las tres etapas de investigación, en la fase de diagnóstico se evaluaron 6630 respuestas de 130 sujetos de estudio divididos en un grupo control y otro experimental, de 65 elementos cada uno. Posterior a la intervención, también se evaluaron 6630 respuestas de ejercicios equivalentes, de los mismos 130 sujetos de estudio segmentados de la misma manera. En la evaluación cuatro meses posteriores a la intervención, se examinaron los elementos localizables, de forma que se tuvieron 62 integrantes del grupo control y 63 del grupo experimental de un total de 65 en cada uno de ellos, es decir, faltaron tres y dos de cada grupo respectivamente. En esta fase se evaluaron 3162 respuestas del grupo control y 3213 del experimental, dando un total de 6375 respuestas calificadas para esta tercera etapa. En la tabla 5.1 se resumió el número de respuestas evaluadas para los grupos control y experimental en las tres etapas del proyecto.

Tabla 5.1

*Número de respuestas evaluadas por etapa del proyecto y por grupo de investigación*

| Número de respuestas evaluadas por etapa del proyecto y por grupo de investigación |                |             |                 |              |                 |                              |                               |
|--|----------------|-------------|-----------------|--------------|-----------------|------------------------------|-------------------------------|
| Etapa  | 1) Diagnóstico |             | 2) Intervención |              | 3) Cuatro meses |                              | Total de respuestas evaluadas |
|  | Elementos      | Diagnóstica | Elementos       | Intervención | Elementos       | A 4 meses de la intervención |                               |
| <b>Grupo control</b>   | 65             | 3315        | 65              | 3315         | 62              | 3162                         | <b>9792</b>                   |
| <b>Grupo experimental</b>  | 65             | 3315        | 65              | 3315         | 63              | 3213                         | <b>9843</b>                   |
| <b>Total</b>   | <b>130</b>     | <b>6630</b> | <b>130</b>      | <b>6630</b>  | <b>125</b>      | <b>6375</b>                  | <b>19635</b>                  |

Fuente: Elaboración propia.

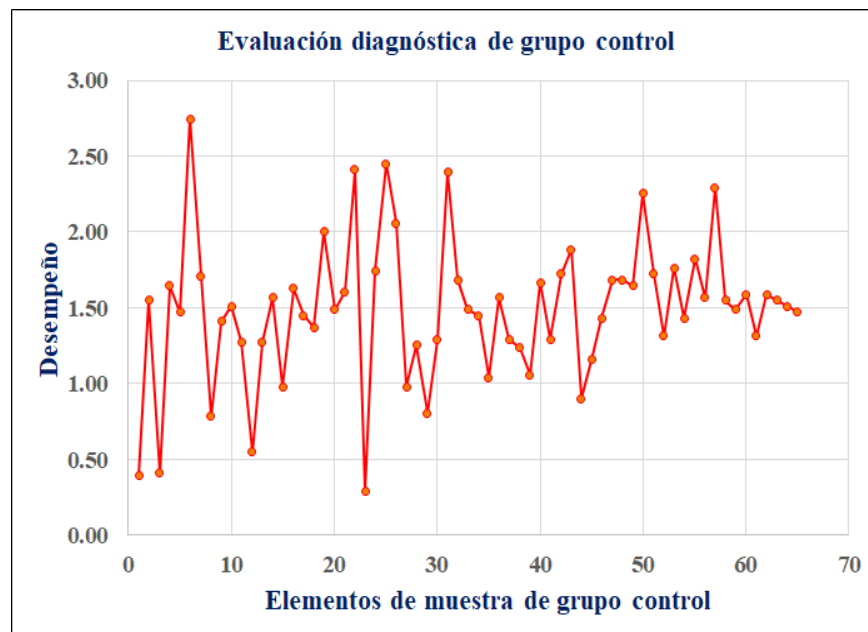
### 5.2 Resultados cuantitativos de la fase de investigación diagnóstica

El valor promedio o media aritmética es una métrica estadística que representa el comportamiento general de una muestra o población, pero debe leerse en complemento de la

desviación estándar que mide la variabilidad y de la mediana que es el valor de mayor ocurrencia. Éstas son tres mediciones básicas de la estadística descriptiva para caracterizar una muestra o una población de manera cuantitativa. En las tres etapas de este proyecto se llevaron a cabo estas tres mediciones descriptivas. En la figura 5.1 se muestra el rendimiento académico obtenido por el grupo control en la fase diagnóstica. En la tabla 5.2 se reporta que la media aritmética de rendimiento académico diagnóstico del grupo control fue 1.51 con desviación estándar de 1.31. La mediana, que es el valor que se presenta con mayor frecuencia fue de 1.

Figura 5.1

*Rendimiento académico cuantitativo diagnóstico del grupo control*



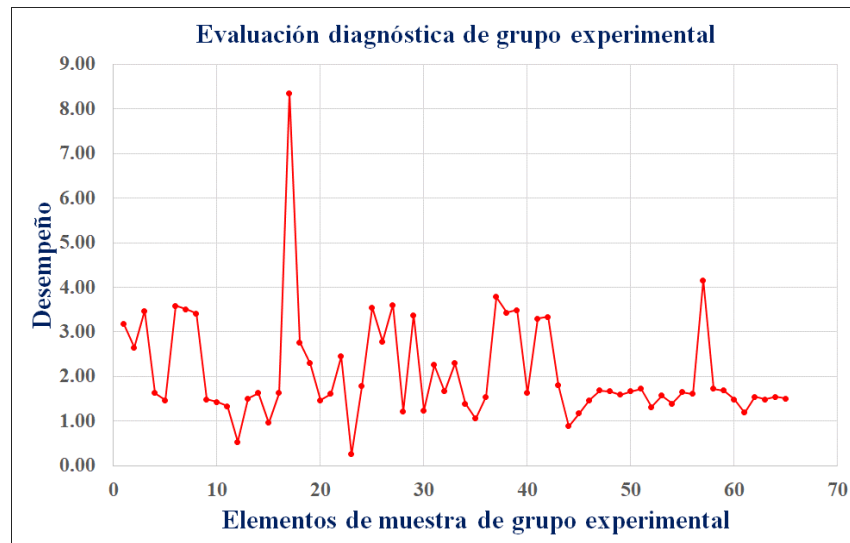
Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 5.2 se muestra que los valores obtenidos de la media aritmética y desviación estándar significan que 68.2% del grupo control tuvo un rendimiento académico dentro del intervalo cerrado  $[0.21, 2.82]$  considerando una desviación estándar con base en la distribución de probabilidad Normal. Por otro lado, 95.4% estuvo en el intervalo  $[0, 4.13]$ ,

tomando en cuenta dos desviaciones estándar y si se aplican tres desviaciones estándar, 99.6% se ubicó en el intervalo [0, 5.94].

Figura 5.2

*Rendimiento académico cuantitativo diagnóstico del grupo experimental*



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 5.2 se puede observar que la media aritmética de rendimiento académico cuantitativo diagnóstico del grupo experimental fue de 2.14 con desviación estándar de 1.77. La mediana fue de 2, que en términos relativos puede interpretarse como el doble de la mediana del grupo control, sin embargo, en términos prácticos, el rendimiento académico cuantitativo es semejantemente bajo en ambos casos por lo que esto no debería incidir o sesgar los resultados posteriores a la intervención.

En la figura 5.2 que representa al grupo experimental, se puede observar que dos elementos de la muestra sobresalieron respecto al resto, uno ligeramente con un rendimiento académico superior a 8 y otro sobre 4, el resto oscila entre 1 y 3. Este comportamiento es contrastable con el intervalo de 0.5 y 2.50 que se observa en la figura 5.1 que se refiere al grupo control, es decir, el margen es más cerrado en este caso. Si se compara la variabilidad entre el grupo control y experimental, de las figuras 5.1 y 5.2 se concluye que la variabilidad

es mayor en el grupo experimental, hecho que en términos estadísticos significa menor control del proceso. En este caso específico, este comportamiento puede asociarse a un contexto de aprendizaje con menos homogeneidad en el grupo experimental, potencial heterogeneidad en los resultados posteriores a la intervención e incremento de la dificultad para consolidar el aprendizaje en periodos de tiempo mayores como fue la tercera etapa de esta investigación.

Tabla 5.2

*Estadística descriptiva: etapa diagnóstica*

| <b>Estadística descriptiva: Etapa diagnóstica</b> |                 |                            |                  |
|---|-----------------|----------------------------|------------------|
| <b>Grupo</b>                                      | <b>Promedio</b> | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b>   |
| <b>Grupo control</b>                              | <b>1.51</b>     | <b>1.31</b>                | <b>1</b>         |
| <b>Grupo experimental</b>                         | <b>2.14</b>     | <b>1.77</b>                | <b>2</b>         |
| <b>Diferencias</b>                                | <b>0.63</b>     | <b>0.46</b>                | <b>1</b>         |
| <b>Promedio general</b>                           | <b>1.82</b>     | <b>1.54</b>                | <b>No aplica</b> |

Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, en la etapa diagnóstica, el grupo experimental cuyos resultados se muestran en la tabla 5.2 indican que 68.2% de la muestra tuvo un rendimiento académico cuantitativo dentro del intervalo cerrado [0.37, 3.91], considerando una desviación estándar. Se observó que 95.4% se ubicó en el intervalo [0, 5.68], considerando dos desviaciones estándar. Una proporción de 99.6% tuvo calificaciones en el intervalo [0, 7.45], aplicando tres desviaciones estándar. La diferencia entre las medias fue de 0.63 puntos, siendo mayor para el grupo experimental. No obstante, esta diferencia pudiera ser despreciable en la escala [0, 10]. Si bien la media aritmética del grupo experimental es mayor, su desviación estándar también es mayor, es decir, en términos comparativos el grupo experimental tendría un mayor rendimiento académico relativo, sin embargo, presenta más dispersión o variabilidad, lo cual no es deseable.

En la tabla 5.3 se muestra el vaciado de los resultados obtenidos en cada reactivo en el grupo control en la fase de diagnóstico. Se consideraron 51 reactivos que fueron

categorizados con base en los niveles cognitivos planteados por Bloom. Esto permitió asociar habilidades específicas de la modelación matemática con cada nivel taxonómico. En las últimas dos columnas se presenta el promedio y desviación estándar por cada reactivo. En la tabla 5.4 se presenta el mismo tipo de información para el caso del grupo experimental.



Tabla 5.4

Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental en la evaluación diagnóstica

|                                    |  | NÚMERO DE EVALUACIÓN: GRUPO EXPERIMENTAL |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
|------------------------------------|--|--|-----|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|-----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------------------------|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----------|------|------|
|                                    |  | PUNTAJE                                  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| Escala 0-10 Número de cuestionario |  | 1  | 2   | 3   | 4   | 5  | 6  | 7   | 8   | 9   | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18  | 19  | 20  | 21 | 22 | 23  | 24 | 25 | 26  | 27  | 28  | 29 | 30  | 31 | 32  | 33 | 34  | 35 | 36 | 37 | 38  | 39  | 40  | 41 | 42  | 43  | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56                     | 57 | 58  | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | PROMEDIO | VEST |      |
| II                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| COMPRENDER                         |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 1                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 2                                  | Interpreta los elementos del contexto del problema                                   |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 3                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| III                                |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| APLICAR                            |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 4                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 5                                  | Calcula los coeficientes de las variables de decisión                                |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 6                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 7                                  | Identifica los recursos disponibles y sus cotas inferiores y superiores              |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 8                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 9                                  | Calcula los valores de las variables de decisión                                     |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 10                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 11                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 12                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| IV                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| ANALIZAR                           |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 13                                 | Infiere las variables de decisión  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 14                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 15                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 16                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 17                                 | Distingue el tipo de igualdad o desigualdad de las restricciones                     |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 18                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 19                                 | Infiere las restricciones de no negatividad  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 20                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 21                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| V                                  |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| EVALUAR                            |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 22                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 23                                 | Valora la factibilidad de la solución del problema                                   |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 24                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 25                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 26                                 | Evalúa la consistencia de las unidades de medición                                   |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 27                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 28                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 29                                 | Deduce el recurso más restrictivo  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 30                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 31                                 | Propone estrategia de solución congruente con el planteamiento del problema          |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 32                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 33                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 34                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 35                                 | Argumenta estrategia de solución propuesta   |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 36                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 37                                 | Argumenta valores de variables de decisión, holgura, artificiales y función objetivo |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 38                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 39                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| VI                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| CREAR                              |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 40                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 41                                 | Construye la función objetivo  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 42                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 43                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 44                                 | Construye las restricciones de disponibilidad  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 45                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 46                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 47                                 | Adapta las variables de holgura y artificiales a las desigualdades e igualdades      |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 48                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 49                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 50                                 | Adapta la solución al problema planteado   |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| 51                                 |  |  |     |     |     |    |    |     |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |    |    |     |    |    |     |     |     |    |     |    |     |    |     |    |    |    |     |     |     |    |     |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |                        |    |     |    |    |    |    |    |    |    |          |      |      |
| PUNTAJE                            |  | 510                                      | 162 | 135 | 177 | 83 | 75 | 183 | 179 | 174 | 76 | 73 | 68 | 27 | 77 | 83 | 89 | 83 | 426 | 141 | 117 | 75 | 82 | 125 | 13 | 91 | 181 | 142 | 184 | 62 | 172 | 63 | 115 | 85 | 117 | 71 | 54 | 79 | 193 | 175 | 178 | 83 | 168 | 170 | 92 | 45 | 60 | 75 | 86 | 85 | 81 | 85 | 88 | 67 | 80 | 71 | 84                     | 82 | 212 | 88 | 86 | 76 | 61 | 79 | 76 | 77 | 77       | 214  | 1.77 |

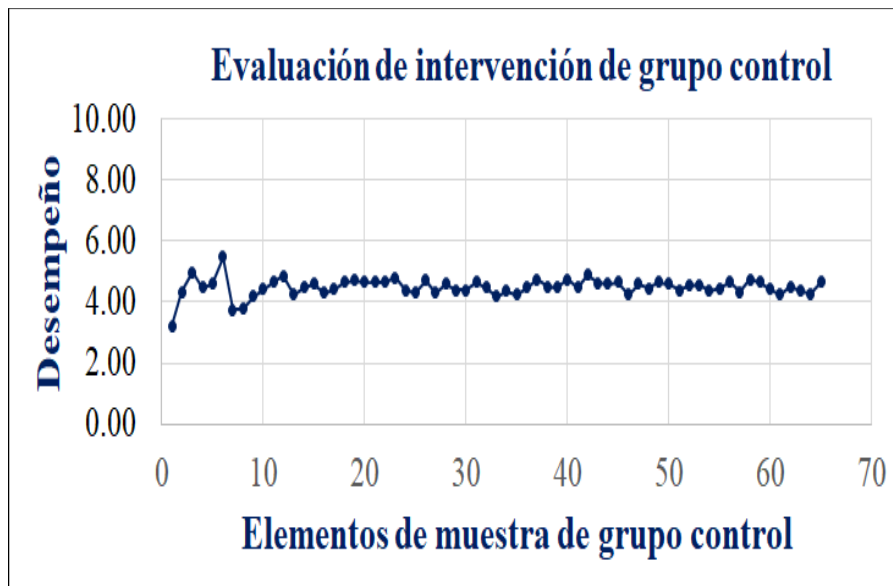
Fuente: Elaboración propia.

### 5.3 Resultados cuantitativos de la fase de investigación de intervención

Una vez terminada la intervención con duración de 12 horas, se aplicaron 130 evaluaciones con 51 reactivos cada una, 65 de éstas fueron para el grupo control y otras 65 para el experimental. En total se evaluaron 6630 respuestas de ambos grupos.

Figura 5.3

*Rendimiento académico cuantitativo de la intervención del grupo control*



Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5.3 se presentan los resultados del rendimiento académico cuantitativo logrado por el grupo control como resultado de la intervención. Se puede observar que en comparación con la etapa diagnóstica, la variabilidad se redujo y se incrementó el puntaje logrado, que en general está por encima de 4 y debajo de 6. En la tabla 5.5 se observa que la media aritmética de rendimiento académico cuantitativo del grupo control fue 4.52 con desviación estándar de 1.12 y la mediana paso de 2 a 4, es decir, se duplicó. Estas mejoras en rendimiento académico cuantitativo son considerables si se toma en cuenta la dificultad

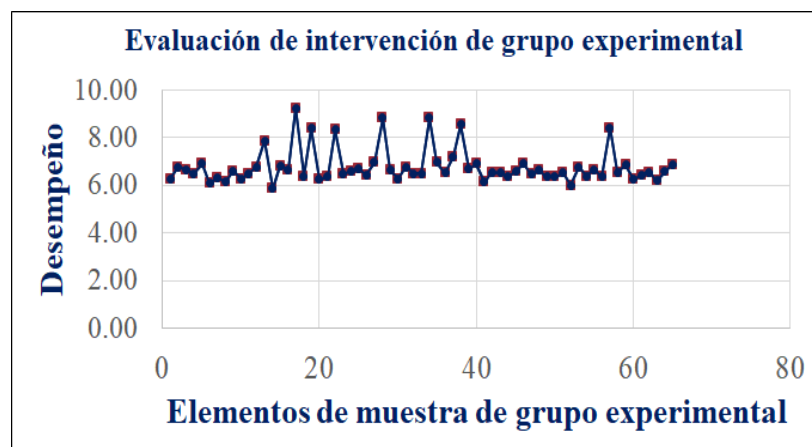


del área de conocimiento, los temas específicos abordados y el corto tiempo de intervención que fue de 12 horas. Las métricas de la media aritmética y desviación estándar significan que 68.2% del grupo control tuvo un rendimiento académico cuantitativo dentro del intervalo cerrado [3.4, 5.64] considerando una desviación estándar; que 95.4% que corresponde a dos desviaciones estándar tuvo un rendimiento académico en el intervalo [2.28, 6.76]. Si se toman en cuenta tres desviaciones estándar, una proporción de 99.6% tuvo un rendimiento académico en el intervalo [1.16, 7.88].

Los resultados de rendimiento académico cuantitativo logrados por la intervención en el grupo experimental se reportan en la figura 5.4. El gráfico muestra que la variabilidad se redujo de la etapa diagnóstica a la de intervención, sin embargo, presentó mayor variabilidad en comparación con la etapa de intervención del grupo control. Las métricas estadísticas del grupo experimental se muestran en la tabla 5.5 en la cual se reportó una media aritmética del grupo experimental de 6.80 con desviación estándar de 1.76 y una mediana de 7. La media y desviación estándar obtenidas indicaron que 68.2% (una desviación estándar) tuvo un rendimiento académico cuantitativo dentro del intervalo cerrado [5.04, 8.56]. Acotando a dos desviaciones estándar, 95.4% tuvo un rendimiento académico en el intervalo [3.28, 10]. Un total de 99.6% tuvo calificaciones en el intervalo [1.52, 10], si se consideran tres desviaciones estándar.

Figura 5.4

*Rendimiento académico cuantitativo de la intervención del grupo experimental*



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 5.5 también se incluyó el concepto de diferencias que se refiere al valor absoluto de la resta de las métricas de rendimiento académico del grupo experimental respecto al grupo control en la etapa de intervención en esta fase específica. Se observó que la diferencia entre las medias fue de 2.28 puntos, siendo mayor para el grupo experimental. La diferencia de la desviación estándar fue de 0.64, siendo menor en el grupo control, es decir, hay un rendimiento académico mayor a un valor 20 percentil o de 2 puntos en una escala de 0 a 10 en el grupo experimental, sin embargo, también se presentó mayor variabilidad o su equivalente, menor control del proceso.

Si se compara la tabla 5.5 respecto a la tabla 5.2, el grupo control pasó de un rendimiento académico promedio de 1.51 a 4.52, el grupo experimental partió de 2.14 y logró 6.80. En términos porcentuales, los números obtenidos representan 199.3% y 217.7% respectivamente. Una interpretación práctica de las cifras obtenidas es que hay un impacto positivo como resultado de la intervención en ambos grupos de estudio.

Otro dato importante de analizar es el promedio general que es una media aritmética conjunta del grupo control y experimental en esta etapa de intervención. El valor obtenido fue de 5.66 que fue contrastado con el promedio integrado de la etapa diagnóstica que se reportó en la tabla 4.2 y que fue de 1.82. Con base en esto se concluyó que en términos generales, de una etapa a otra, considerando el rendimiento académico los dos grupos de estudio, hubo un incremento de 1.82 a 5.66, lo cual representó una mejora de 210%. En la tabla 5.6 se integraron los resultados por reactivo de cada elemento de la muestra del grupo control y en la tabla 5.7 del grupo experimental.

Tabla 5.5

*Métricas de estadística descriptiva: etapa de intervención*

| <b>Estadística descriptiva: Etapa de intervención</b> |                 |                            |                  |
|---|-----------------|----------------------------|------------------|
| <b>Grupo</b>  | <b>Promedio</b> | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b>   |
| <b>Grupo control</b>                                  | <b>4.52</b>     | <b>1.12</b>                | <b>4</b>         |
| <b>Grupo experimental</b>                             | <b>6.80</b>     | <b>1.76</b>                | <b>7</b>         |
| <b>Diferencias</b>                                    | <b>2.28</b>     | <b>0.64</b>                | <b>3</b>         |
| <b>Promedio general</b>                               | <b>5.66</b>     | <b>1.44</b>                | <b>No aplica</b> |

Fuente: Elaboración propia.



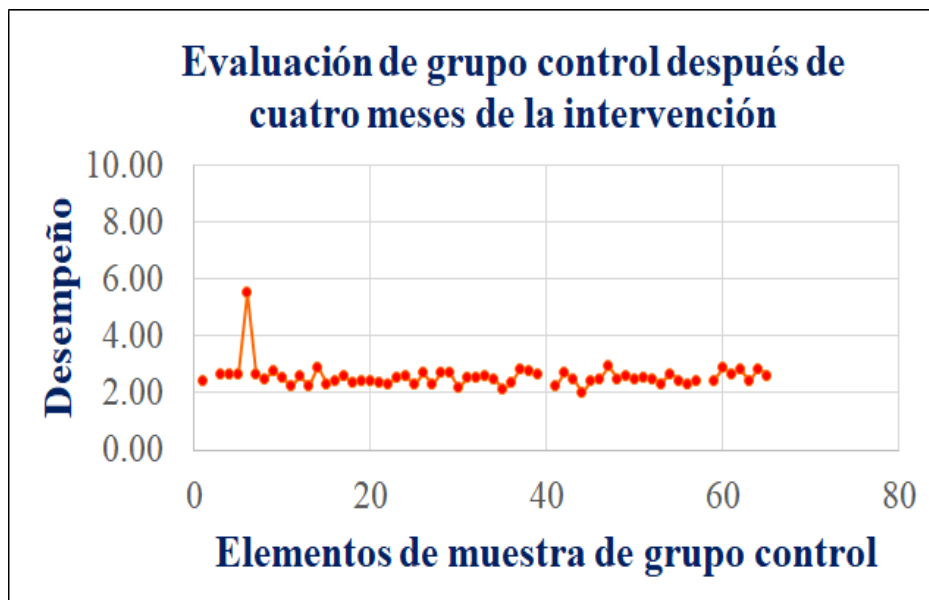


#### 5.4 Resultados cuantitativos de la fase de investigación posterior a cuatro meses de la intervención

La tercera fase se llevó a cabo cuatro meses posteriores a la intervención. La justificación de esta etapa respondió a indagar sobre el nivel de consolidación del aprendizaje a través del tiempo, es decir, se requirió medir el impacto de la intervención, pero también si este aprendizaje permaneció a través del tiempo. Se aplicaron 125 evaluaciones con 51 reactivos cada una, 62 de éstas fueron para el grupo control y otras 63 para el experimental. No fueron localizables tres elementos del grupo control y dos elementos del grupo experimental. En total se evaluaron 6375 respuestas de ambos grupos en esta etapa.

Figura 5.5

*Rendimiento académico cuantitativo del grupo control después de cuatro meses de la intervención*



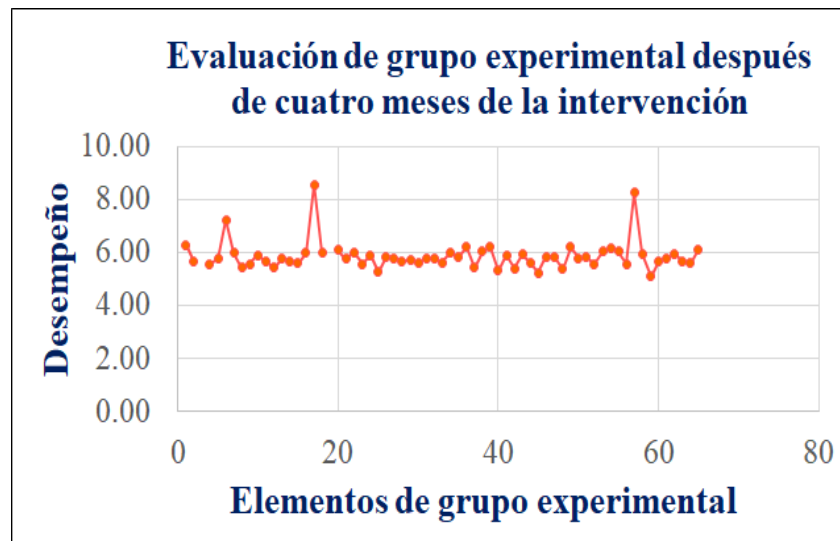
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5.5 se presentan los resultados de rendimiento académico cuantitativo del grupo control a cuatro meses de la intervención. Directamente se observó que, al menos, en

términos gráficos, la variabilidad o dispersión se redujo en esta última etapa. Ciertamente se presentó un valor atípico que se disparó, pero es único y no afecta la homogeneidad global. Los valores oscilaron sobre 2. En la tabla 5.8 se muestra que la media aritmética de rendimiento académico cuantitativo del grupo control fue 2.57 con desviación estándar de 1.73 y mediana de 3. La interpretación fue que 68.2% del grupo control tuvo un rendimiento académico cuantitativo dentro del intervalo cerrado [0.84, 4.3] considerando una desviación estándar; 95.4% estuvo en el intervalo [0, 6.03], considerando dos desviaciones estándar y 99.6% tuvo un rendimiento académico en el intervalo [0, 7.76], tomando en cuenta tres desviaciones estándar

Figura 5.6

*Rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental después de cuatro meses de la intervención*



Fuente: Elaboración propia.

El rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental en esta tercera etapa de consolidación se representa gráficamente en la figura 5.6. También, al menos, en términos gráficos la variabilidad se redujo respecto a las etapas de diagnóstico y de intervención, con excepción de 3 valores atípicos que se dispararon hacia arriba. En complemento, en la tabla

5.8 se presenta para el grupo experimental un rendimiento académico cuantitativo con media aritmética de 5.86, desviación estándar de 2.03 y valor de mayor frecuencia de ocurrencia o mediana de 6. Interpretando estos valores se puede afirmar que 68.2% de la muestra del grupo experimental tuvo un rendimiento académico dentro del intervalo cerrado [3.83, 7.89], tomando una desviación estándar; 95.4% que corresponde a dos desviaciones estándar, logró resultados en el intervalo [1.8,9.92]. Asimismo, 99.6% tuvo calificaciones en el intervalo [0, 10], tomando en consideración tres desviaciones estándar.

En la tabla 5.8 también se presenta el valor absoluto de la resta de las métricas de rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental respecto al grupo control en esta tercera etapa de consolidación. Se registra que la diferencia entre las medias fue de 3.29 puntos. Presentándose mayor rendimiento académico cuantitativo en el grupo experimental. La diferencia de la desviación estándar fue de 0.3, siendo ligeramente menor en el grupo control, es decir, hay un rendimiento académico cuantitativo mayor a un valor 32.9 percentil o de 3.29 puntos en una escala de 0 a 10 en el grupo experimental, sin embargo, también se presentó mayor variabilidad.

Si se compara la tabla 5.8 respecto a la tabla 5.5, el grupo control pasó de un rendimiento académico promedio de 4.52 a 2.57. Por su parte, el grupo experimental partió de 6.80 y bajó a 5.86. En la tabla 5.9 se integraron los resultados por reactivo de cada elemento de la muestra del grupo control y en la tabla 5.10 del grupo experimental para esta tercera etapa de consolidación.

Tabla 5.8

*Estadística descriptiva: etapa cuatro meses posteriores a la evaluación de la intervención*

| <b>Estadística descriptiva: Etapa a 4 meses de intervención</b> |                 |                            |                  |
|---|-----------------|----------------------------|------------------|
| <b>Grupo</b>  | <b>Promedio</b> | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b>   |
| <b>Grupo control</b>  | <b>2.57</b>     | <b>1.73</b>                | <b>3</b>         |
| <b>Grupo experimental</b>                                       | <b>5.86</b>     | <b>2.03</b>                | <b>6</b>         |
| <b>Diferencias</b>  | <b>3.29</b>     | <b>0.3</b>                 | <b>3</b>         |
| <b>Promedio general</b>   | <b>4.21</b>     | <b>1.88</b>                | <b>No aplica</b> |

Fuente: Elaboración propia.





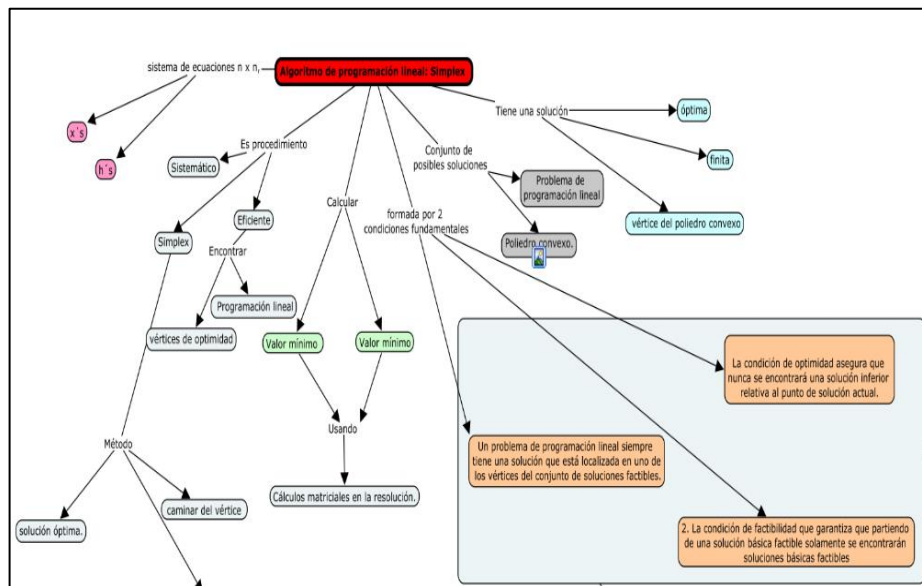


## 5.5 Resultados cualitativos de las tres fases de investigación

En lo que respecta a los resultados obtenidos de la actividad de construcción de mapas conceptuales con la herramienta CMAP-Tools y la aplicación del instrumento cualitativo contenido en la rúbrica de evaluación de mapas conceptuales en las tres etapas de investigación, en la fase de diagnóstico se evaluaron un total de 130 mapas conceptuales elaborados por 130 sujetos de estudio divididos en un grupo control y otro experimental, de 65 elementos cada uno. Posterior a la intervención, también se evaluaron 130 mapas conceptuales de los mismos sujetos. En la fase a cuatro meses posteriores a la intervención, se examinaron los elementos localizables, de forma que se tuvieron 62 integrantes del grupo control y 63 del grupo experimental de un total de 65 en cada uno de ellos, es decir, faltaron tres y dos de cada grupo respectivamente. En esta última etapa se evaluaron en total 125 mapas conceptuales. Integrando las tres etapas, se evaluaron 385 mapas conceptuales. Algunos resultados obtenidos de la aplicación de la rúbrica de evaluación sobre estos productos se presentan a continuación.

Figura 5.7

Mapa conceptual 1

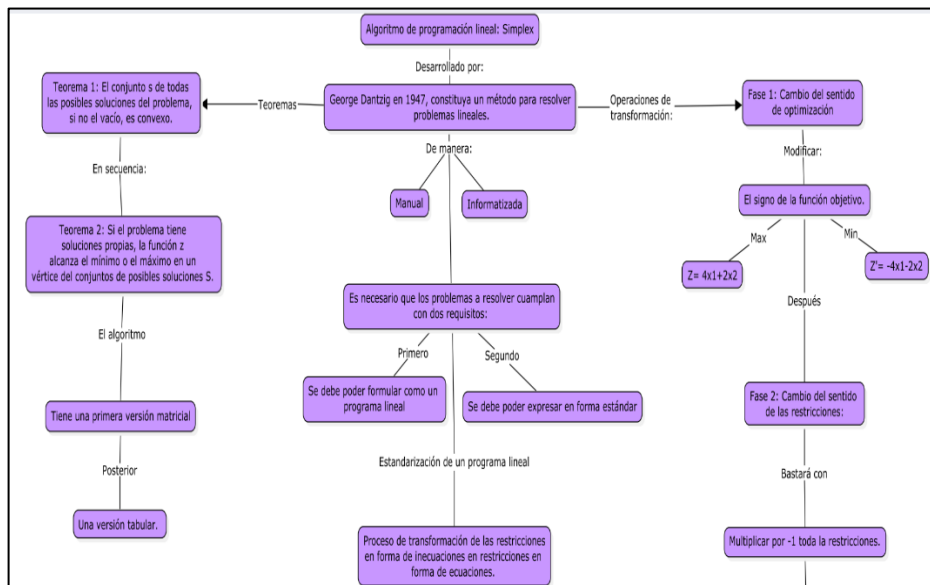


Fuente: Elemento de muestra de estudio.

En la figura 5.7 se presenta una sección de un mapa conceptual, que con base en la rúbrica de evaluación, se observó que no existe organización integral de los conceptos clave, que las palabras de enlace no necesariamente son verbos y que no se presentaron de forma estándar ni en conjugación ni en clasificación. También se presentó el concepto central abordado repetido en un nivel de menor jerarquía.

Figura 5.8

Mapa conceptual 2



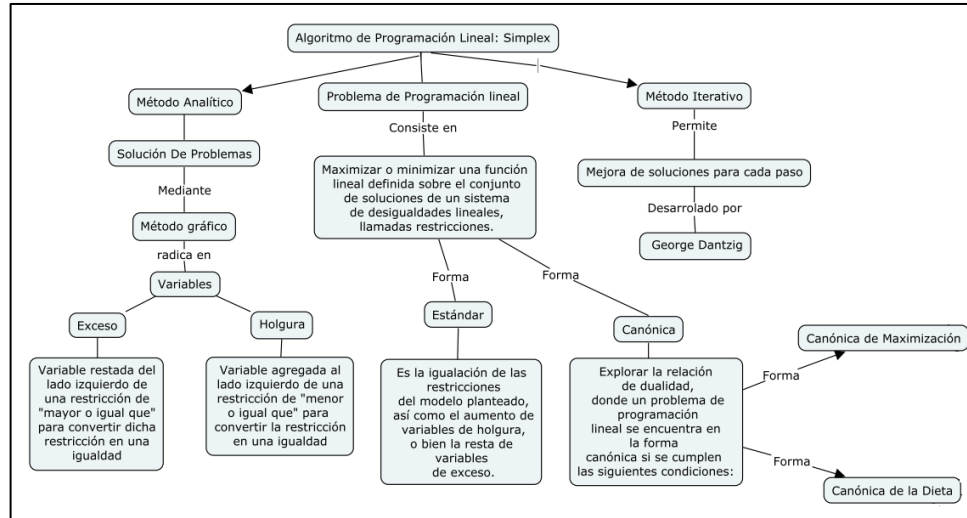
Fuente: Elemento de muestra de estudio.

En este fragmento de mapa reportado en la figura 5.8 se observó confusión de los conceptos clave mezclándolos con datos, definiciones, teoremas, fases de procedimientos de solución del algoritmo y ejemplos de fórmulas. En lo que respecta al criterio de evaluación de organización y jerarquización no se presentó una estructura de ideas primarias y secundarias. En lo que se refiere a la interrelación, los nexos que relacionan los aparentes conceptos no fueron verbos sino sustantivos o preposiciones. Estos hechos reflejaron dificultad para identificar conceptos medulares del tema central y establecer la relación

técnica entre ellos, así como para jerarquizarlos. En términos sistémicos no se observó un enfoque claro del mapa con la respectiva reflexión y aportación del autor deseable.

Figura 5.9

Mapa conceptual 3



Fuente: Elemento de muestra de estudio.

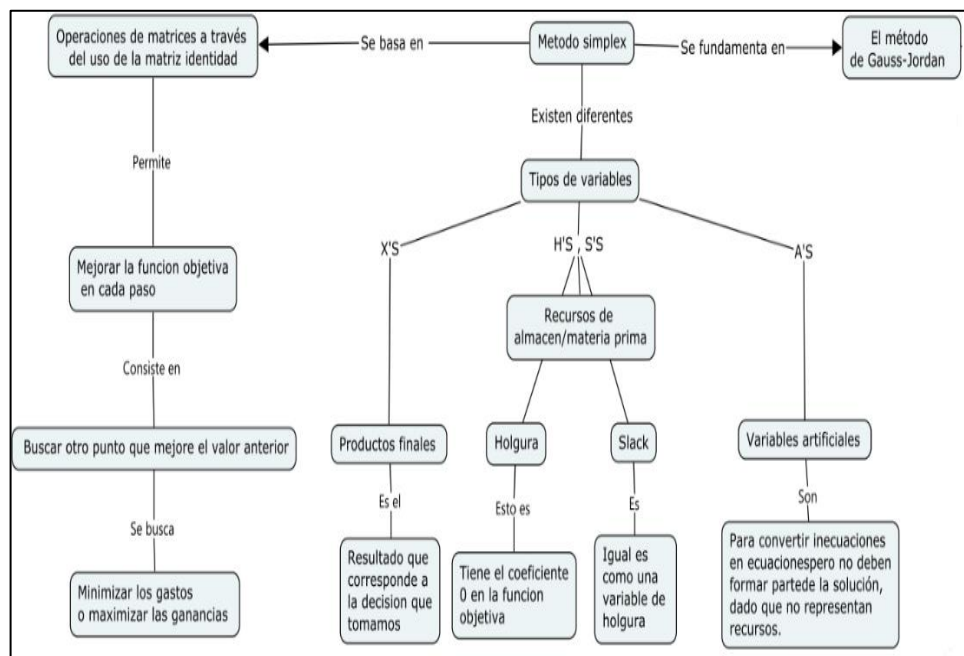
En la figura 5.9 se muestra una porción de mapa conceptual en la que se presentaron conceptos clave interrelacionados de manera contradictoria, por ejemplo la inclusión y cierto grado de equivalencia del método gráfico con el método analítico, cuando por definición son excluyentes. Este hecho reflejó confusión conceptual. La organización y jerarquización no obedecieron a criterios claros y no permitieron distinguir entre ideas primarias y secundarias. Técnicamente un intento de lectura e interpretación del mapa siguiendo la distribución gráfica propuesta, textos utilizados y sus interrelaciones, conduciría a aprendizaje conceptual erróneo.

En la figura 5.10 expone un segmento de mapa conceptual en el que se integraron con precisión los conceptos más importantes sobre los tres tipos de variables involucradas en esta modalidad de problemas matemáticos. Principalmente se utilizó el verbo “ser” como palabra de enlace, lo cual fue lingüísticamente escaso, pero adecuado en términos conceptuales. Se

presentó una distinción de orden primario y secundario mostrando los tipos de variables, sus nombres, su función y su significado práctico en el contexto de ingeniería industrial. Se incluyeron elementos conceptuales y procedimentales, sin embargo no se observaron conceptos de propuesta propia, producto de síntesis interpretativa.

Figura 5.10

*Mapa conceptual 4*



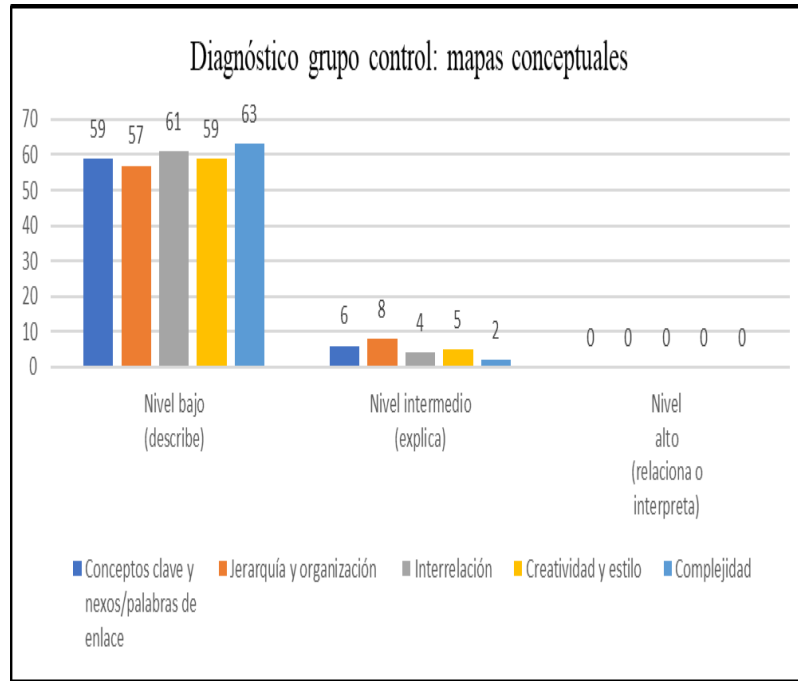
Fuente: Elemento de muestra de estudio.

Con base en la rúbrica aplicada, éstos fueron algunos de los resultados obtenidos en la evaluación de los mapas conceptuales elaborados por los grupos control y experimental en las etapas de diagnóstico, intervención y a cuatro meses de ésta.

En lo que se refiere a la evaluación de los mapas conceptuales construidos por los educandos en la etapa diagnóstica, en promedio, 92% del grupo control y 85% del experimental se ubicaron en un rendimiento académico cualitativo de nivel bajo, mostrando capacidad descriptiva primordialmente como se muestra en las figuras 5.11 y 5.12.

Figura 5.11

*Diagnóstico del rendimiento académico cualitativo del grupo control: mapas conceptuales*

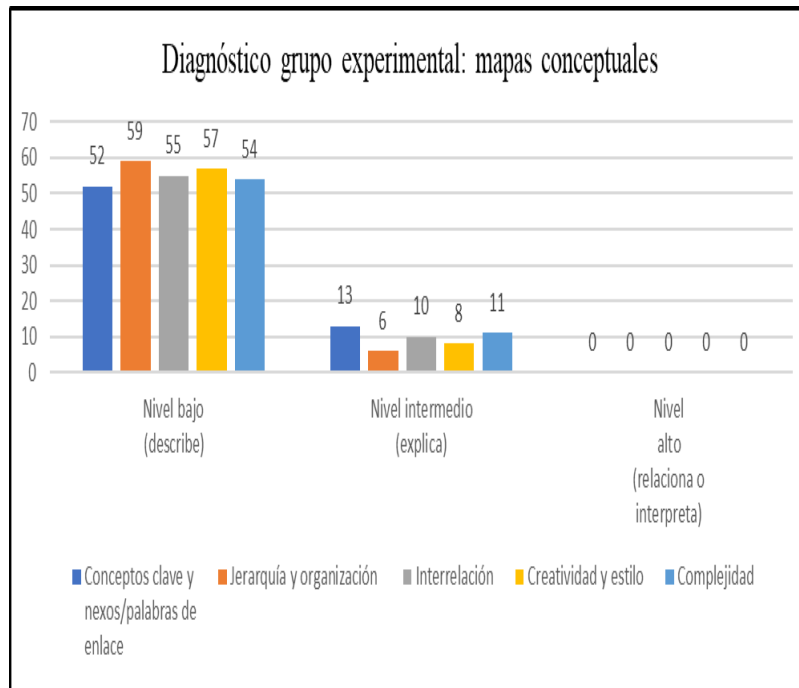


Fuente: Elaboración propia.

Cabe resaltar que 0% de ambos grupos tuvieron un rendimiento académico cualitativo en nivel alto en el cual se exigieron capacidades taxonómicas de relacionar e interpretar. En esta fase de diagnóstico se identificaron problemas importantes en ambos grupos para distinguir conceptos clave, incorporar conceptos y procedimientos, jerarquizar ideas primarias y secundarias, definir un enfoque holístico claro de un mapa conceptual, aportar reflexiones, establecer criterios de clasificación e interrelación, realizar síntesis interpretativa e integrar contenidos y continentes de forma clara y coherente.

Figura 5.12

*Diagnóstico del rendimiento académico cualitativo del grupo experimental: mapas conceptuales*

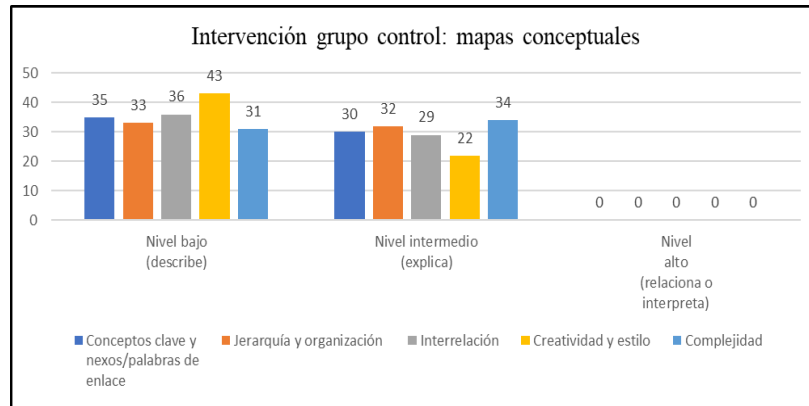


Fuente: Elaboración propia.

En la etapa de intervención se presentó un fenómeno de movilidad significativa en el rendimiento académico de ambos grupos, pasando de nivel bajo a intermedio y en términos taxonómicos de describir a explicar. De manera comparativa se observó que 45% del grupo control y 50% del experimental tuvieron un rendimiento académico en el nivel intermedio. No hubo diferencia estadística significativa entre ambos grupos, sin embargo, sí se presentó en términos de cambio de etapa de diagnóstico a experimental. En el caso del grupo control, en promedio 37% evolucionó de nivel bajo a intermedio y en el grupo experimental 35% mostraron esta mejora importante, como se exhibe en las figuras 5.13 y 5.14.

Figura 5.13

*Rendimiento académico cualitativo de la intervención en el grupo control (mapas conceptuales)*

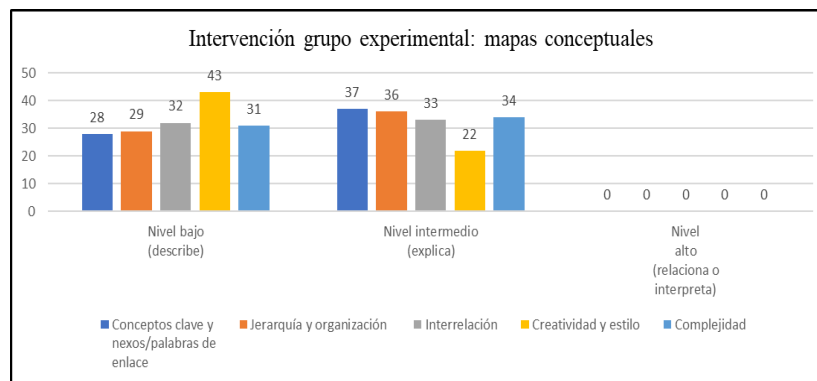


Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar que 0% de ambos grupos tuvieron un rendimiento académico cualitativo en nivel alto como resultado de la intervención. Persistieron los problemas de identificación de conceptos clave, jerarquización, reflexión, clasificación, interrelación, síntesis e interpretación planteados previamente en la etapa de diagnóstico.

Figura 5.14

*Rendimiento académico cualitativo de la intervención en el grupo experimental (mapas conceptuales)*



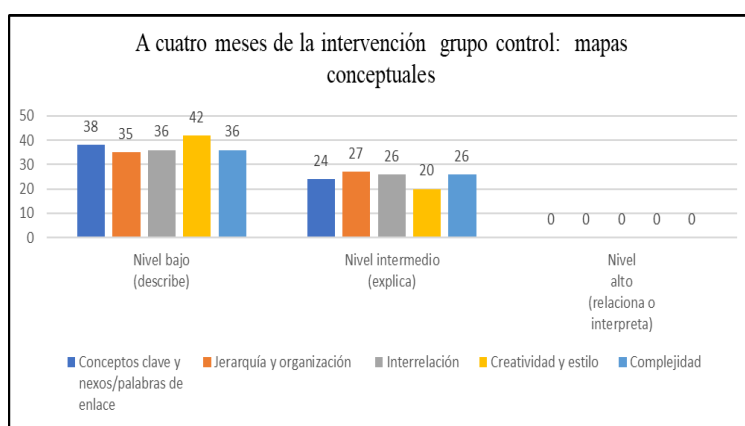
Fuente: Elaboración propia.



En la última etapa que se desarrolló a cuatro meses de la intervención, en lo que respecta a la construcción de mapas conceptuales, se pudo observar que, en promedio, 38% del grupo control mantuvo un rendimiento académico intermedio, subiendo 1% de la etapa de intervención a esta última fase.

Figura 5.15

*Rendimiento académico cualitativo a cuatro meses de la intervención en el grupo control (mapas conceptuales)*



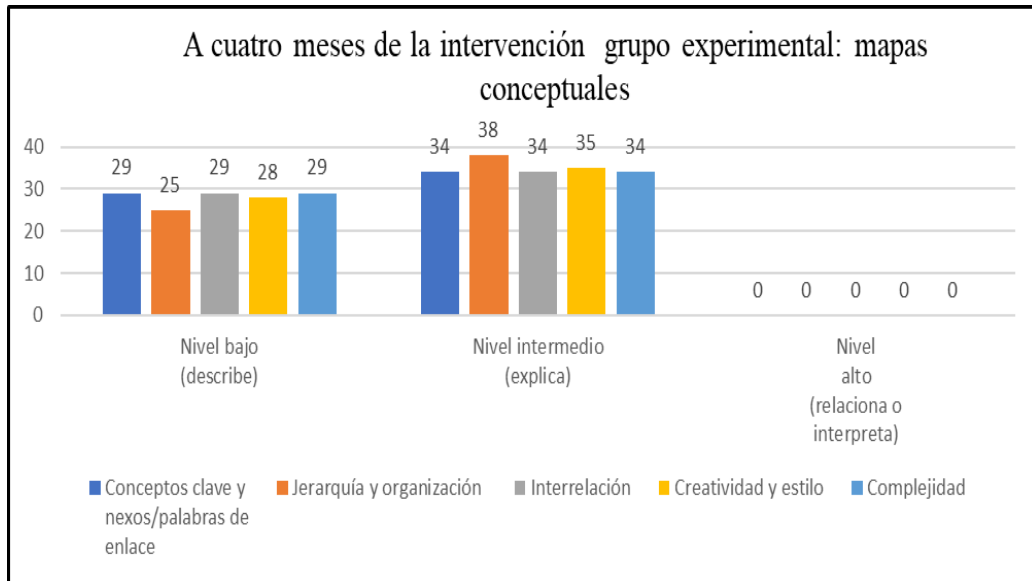
Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, en el grupo experimental, 54% tuvo un rendimiento académico cualitativo en nivel intermedio en la etapa de consolidación del aprendizaje. Subió de 15% en el diagnóstico a 50% en la intervención y finalmente quedó en 54%. Comparando las dos últimas etapas, el incremento es de 4% específicamente. El comportamiento descrito previamente se expone en las figuras 5.15 y 5.16.

Es relevante puntualizar que 0% de ambos grupos tuvieron un rendimiento académico cualitativo en nivel alto a 4 meses la intervención. En los dos grupos se mantuvieron los problemas de identificación de conceptos clave, jerarquización, reflexión, clasificación, interrelación, síntesis e interpretación.

Figura 5.16

*Rendimiento académico cualitativo a cuatro meses de la intervención en el grupo experimental (mapas conceptuales)*



Fuente: Elaboración propia

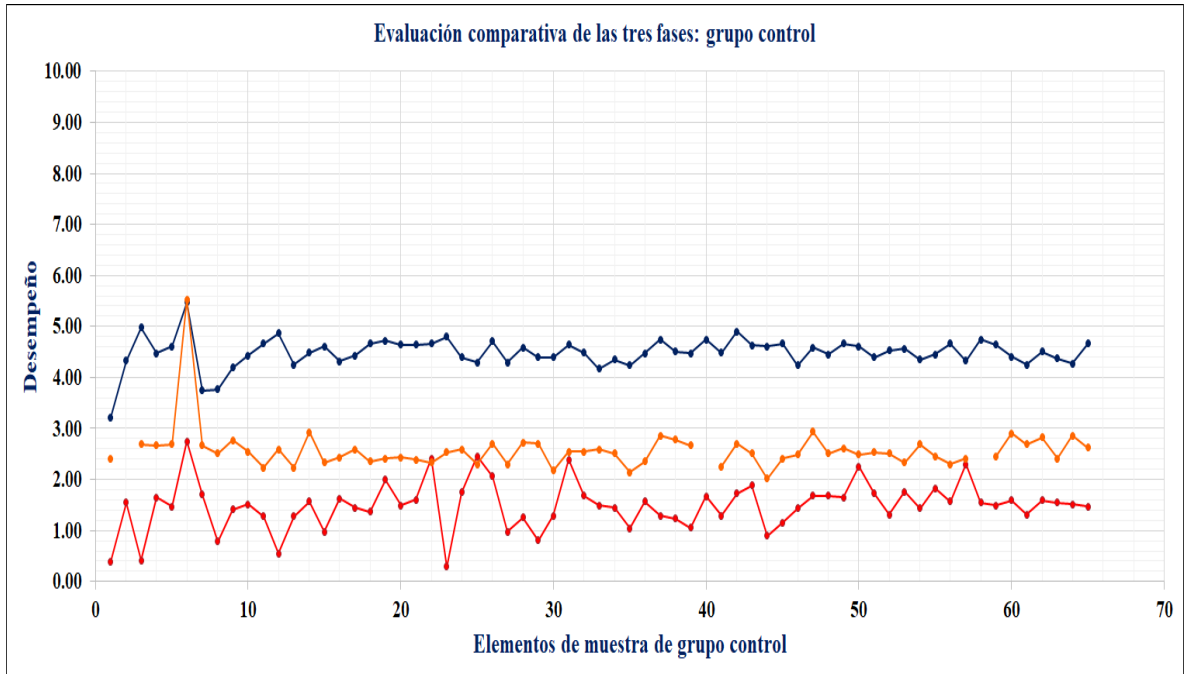
## 5.6 Resultados comparativos de las tres fases de investigación: enfoques cuantitativo y cualitativo

En la figura 5.17 se muestra el rendimiento académico del grupo control en las tres fases, en color rojo el diagnóstico, en color azul la intervención y en naranja, la fase a cuatro meses de la intervención. Sólo 62 de 65 elementos del grupo control pudieron ser localizables en esta fase. De forma directa se visualiza que el diagnóstico está en la parte baja de la gráfica, el rendimiento académico cuantitativo subió de manera importante en la fase de intervención, pero a cuatro meses de ésta, en la fase de consolidación, el rendimiento académico cuantitativo bajó, aunque ciertamente quedó por encima del obtenido en la fase de diagnóstico.

Figura 5.17

*Comparativo de evaluación del rendimiento académico cuantitativo de las tres fases de evaluación: grupo control*

**rojo: diagnóstico, azul: intervención, naranja: a cuatro meses de la intervención**

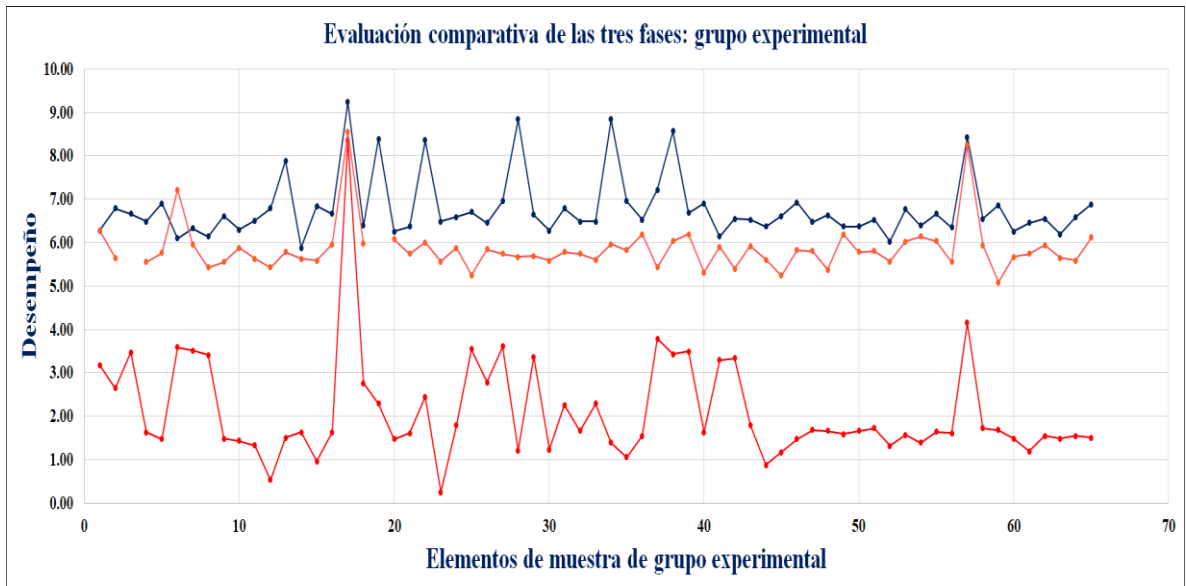


Fuente: Elaboración propia.

En otro orden, en la figura 5.18 se presenta el rendimiento académico cuantitativo del grupo experimental en las tres fases, en color rojo el diagnóstico, en color azul la intervención y en naranja, la fase a cuatro meses de la intervención. Sólo 63 de 65 elementos del grupo control pudieron ser localizables en esta fase. Se puede observar que en semejanza al comportamiento del grupo control, el diagnóstico está en la parte baja, el rendimiento académico cuantitativo subió de manera importante en la fase de intervención pero a cuatro meses de ésta, en la fase de consolidación, el rendimiento académico bajó. Sin embargo, si se compara la dimensión de la caída en rendimiento académico en la fase de consolidación del grupo control y el experimental, en este último caso, ésta es significativamente menor a la del grupo control. En ambos casos se ubica por encima del rendimiento académico cuantitativo obtenido en la fase de diagnóstico. En el grupo control oscila sobre 2 y en el experimental queda sobre 5.

Figura 5.18

*Comparativo de evaluación del rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática de las tres fases de evaluación: grupo experimental*  
**rojo: diagnóstico, azul: intervención, naranja: a cuatro meses de la intervención**



Fuente: Elaboración propia

Si la variabilidad del proceso se analiza de forma cualitativa, en ambos grupos en las tres etapas, se observó que fue menor en el grupo control en los tres casos. Considerando exclusivamente la fase de consolidación que representaría el resultado final, en el grupo control, el patrón del rendimiento académico fue más suavizado y en el experimental más accidentado.

En este trabajo se propuso una métrica que considera el cambio en el nivel de avance y el tiempo invertido. Una propuesta al respecto puede conceptualizarse como “cambio cuantitativo en el nivel de rendimiento académico/cantidad de tiempo invertido en horas”. En la tabla 5.11 se resumen estos cambios en los niveles de rendimiento académico cuantitativo a través de las tres etapas en que se realizó el estudio. El grupo control parte de un rendimiento académico cuantitativo promedio de 1.51 en el diagnóstico, sube a 4.52 en la intervención y baja a 2.57 en la fase de consolidación del aprendizaje. La dimensión de la reducción en el rendimiento académico cuantitativo fue de 1.95 y el nivel final de

rendimiento académico cuantitativo logrado fue de 2.57. Por su parte, el grupo experimental partió de un rendimiento académico cuantitativo de 2.14 en la fase diagnóstica, como resultado de la intervención subió a 6.80 y finalmente queda en un nivel de 5.86 en la fase de consolidación, el rendimiento académico cuantitativo bajó 0.94 puntos en la escala de 0 a 10.

Tabla 5.11

*Avance comparativo del rendimiento académico cuantitativo del grupo control y experimental en las tres fases*

| <b>Grupo</b>        | <b>Avance en rendimiento académico cuantitativo de la fase de diagnóstico a la de intervención</b> | <b>Avance en rendimiento académico cuantitativo de la fase de intervención a 4 meses de ésta</b> | <b>Nivel de rendimiento académico cuantitativo final</b> | <b>Avance en Rendimiento académico cuantitativo real final sobre tiempo total invertido de entrenamiento/intervención</b> |
|---------------------|--|--|--|---|
| <b>Control</b>      | (4.52-1.51)= 3.01  | (2.57-4.52)= -<br>1.95   | 2.57   | 1.06/12h  |
| <b>Experimental</b> | (6.80-2.14)= 4.66  | (5.86-6.80)= -<br>0.94   | 5.86   | 3.72/12h  |

Fuente: Elaboración propia.

Una interpretación de la tabla 5.11, tomando en consideración el tiempo invertido de 12 horas con ambos grupos es que el grupo control tratado con enfoque convencional, derivado de la intervención logró un incremento en rendimiento académico cuantitativo de 3.01 puntos/12 horas y que habiendo transcurrido 4 meses, se perdieron 1.95 puntos, finalizando con un rendimiento académico cuantitativo real de 2.57/12 horas en una escala de 0 a 10. Por su parte, el grupo experimental, atendido con el enfoque sistémico en la intervención logró un incremento en rendimiento académico cuantitativo de 4.66 puntos/12 horas y después de 4 meses tuvo una reducción de 0.94 puntos, quedando en una calificación final de 5.86/12 horas en la escala absoluta de 0 a 10. Si el tiempo de intervención se incrementara, se esperaría que la mejora en rendimiento académico cuantitativo tuviera un

incremento proporcional. Esto significa la posibilidad de lograr rendimiento académicos cuantitativos altos con un adecuado diseño pedagógico y tiempo suficiente.

En la tabla 5.12 se muestran los resultados cuantitativos asociados a las gráficas presentadas previamente. Se presenta un valor promedio del rendimiento académico de cada grupo en cada fase, una medida de la desviación estándar que representa la variabilidad del proceso y el valor de mayor frecuencia que es la mediana. Como se señaló en los gráficos previos, el grupo experimental mostró niveles de rendimiento académico significativamente mayores que en el grupo control, sin embargo, en las tres fases, también se tuvo mayor variabilidad. Es recomendable subir el nivel de rendimiento académico en el aprendizaje pero también reducir la variabilidad.

Tabla 5.12

*Medidas de tendencia central y de dispersión de la variable rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática en las tres etapas de la investigación*

| <b>Estadística descriptiva: medidas de tendencia central y de dispersión de la variable de rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática en las tres etapas</b> |                                |                            |                |                                 |                            |                |  |                            |                |
|---|--------------------------------|----------------------------|----------------|---------------------------------|----------------------------|----------------|--|----------------------------|----------------|
| <b>Etapas</b>   | <b>Etapas uno: Diagnóstico</b> |                            |                | <b>Etapas dos: Intervención</b> |                            |                | <b>Etapas tres: A cuatro meses de intervención</b> |                            |                |
|   | <b>Promedio</b>                | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b> | <b>Promedio</b>                 | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b> | <b>Promedio</b>                                    | <b>Desviación estándar</b> | <b>Mediana</b> |
| <b>Grupo control</b>  | 1.51                           | 1.31                       | 1              | 4.52                            | 1.12                       | 4              | 2.57   | 1.73                       | 3              |
| <b>Grupo experimental</b>   | 2.14                           | 1.77                       | 2              | 6.80                            | 1.76                       | 7              | 5.86   | 2.03                       | 6              |

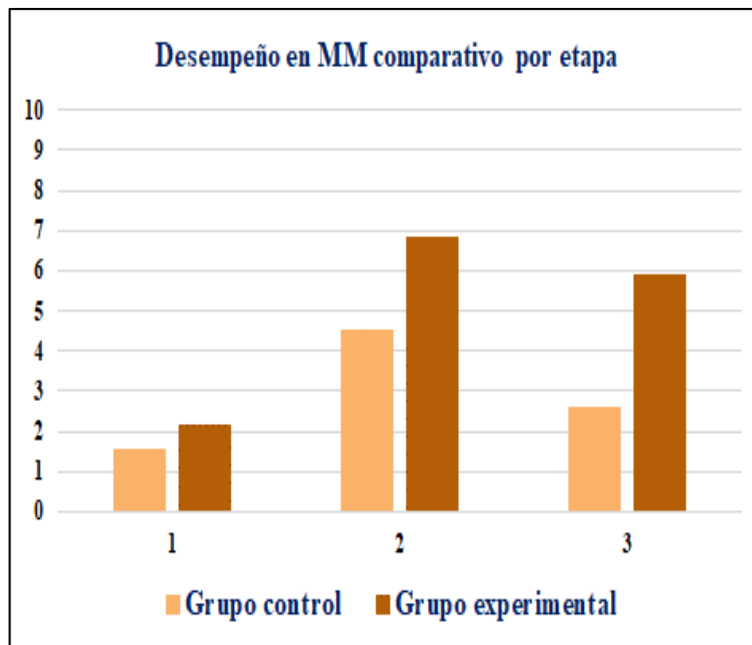
Fuente: Elaboración propia.

En referencia al rendimiento académico cuantitativo final, se observa una diferencia absoluta entre los dos grupos de 3.29 o relativa de 128.01%. Si se mide el cambio o avance logrado en relación a la etapa de diagnóstico, se reporte una diferencia absoluta entre los dos grupos de 2.66 equivalente a una relativa de 250.94%. A continuación se muestran algunos resultados con fines comparativos de las tres etapas. Si se analiza el valor de la mediana, en el diagnóstico el grupo experimental tiene un valor de 2 en comparación con 1 del grupo control, en la intervención esta relación es de 7 a 4 y en la consolidación de 6 a 3, el patrón

aproximado es que el rendimiento académico del grupo experimental duplica el rendimiento académico cuantitativo del grupo control en las tres etapas. Si se analizan valores absolutos, en el diagnóstico la diferencia entre las medianas es de 1 punto, en la intervención de 3 y en la consolidación de 3 puntos en la escala de 0 a 10, lo cual es consistente con las medias aritméticas de rendimiento académico que se representan gráficamente en la figura 5.19. En color crema se muestra el grupo control y en café el experimental. El grupo experimental presenta ventaja en el nivel de rendimiento académico cuantitativo respecto al grupo control que es pequeña en el diagnóstico, crece en la intervención y se duplica en la consolidación como se muestra en la gráfica de barras de la figura 5.19.

Figura 5.19

*Rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática por etapa*



Fuente: Elaboración propia.

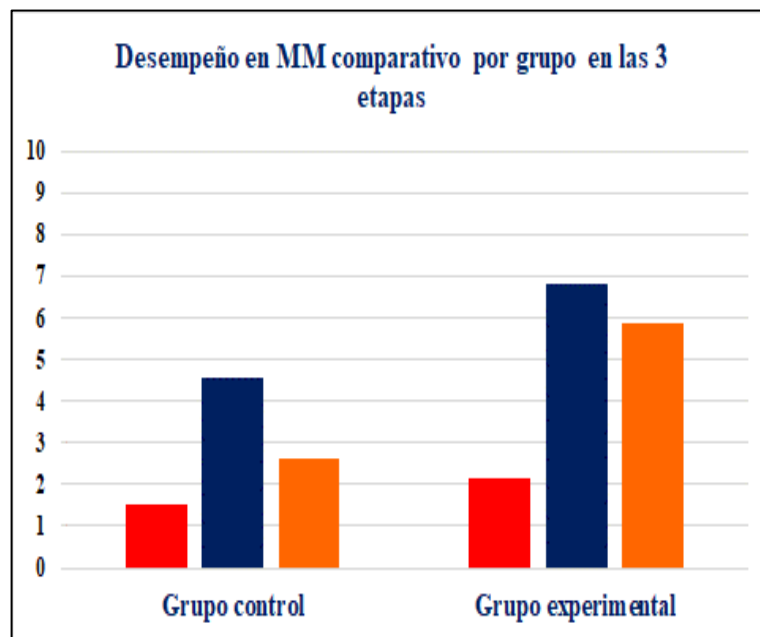
La figura 5.20 señala el cambio en el nivel de rendimiento académico cuantitativo promedio de cada grupo durante las tres fases o etapas. De manera gráfica se observa

claramente que la dimensión del avance es significativamente mayor en el grupo experimental en relación con lo obtenido en el grupo control.

Figura 5.20

*Rendimiento académico cuantitativo en modelación matemática, comparativo por grupo en las tres fases:*

*rojo: diagnóstico, azul: intervención, naranja: a cuatro meses de la intervención*



Fuente: Elaboración propia.

Para sistematizar los resultados obtenidos en las actividades de construcción de mapas conceptuales en los que se observaron capacidades conceptuales y procedimentales se utilizó una rúbrica, la cual es un instrumento cualitativo. En términos comparativos de las tres etapas se observó que en la fase diagnóstica, en promedio, 92% del grupo control y 85% del experimental se ubicaron con capacidad descriptiva exclusivamente. En la intervención hubo una evolución importante en ambos grupos, 45% del grupo control y 50% del experimental tuvo un rendimiento académico cualitativo en términos taxonómicos con la capacidad de explicar, lo cual implicó que en el grupo control, en promedio 37% migró de nivel bajo a intermedio y en el experimental 35% tuvieron este mismo comportamiento. En la última fase



que fue ejecutada a cuatro meses de la intervención, en promedio, 38% del grupo control mostró capacidades de explicación, subiendo 1% respecto a lo logrado en intervención. El grupo experimental, en promedio, 54% logró la capacidad de explicar, subiendo 4% respecto a la intervención. Como ha sido señalado, 0% de ambos grupos tuvieron un rendimiento académico cualitativo en nivel alto (relacionar e interpretar) en ninguna de las tres etapas.

## CAPÍTULO VI. DISCUSIÓN

En esta investigación se estudió el rendimiento académico como variable cuantitativa y cualitativa de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática. La pregunta de investigación fue: En un contexto en línea, ¿de qué manera cualitativa y cuantitativamente el trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs y los cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), puede mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática, en contraste con trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de los cuatro pasos y sin asistencia de Geogebra.

La investigación tuvo tres etapas: a) diagnóstica, b) intervención y c) a 4 meses de la intervención con el objetivo de tener una métrica de consolidación del aprendizaje a través del tiempo. De la fase diagnóstica a la de intervención, el grupo control incrementó su rendimiento académico cuantitativo en 3.01/10 (30.1 puntos porcentuales) y el experimental en 4.66/10 (46.6 puntos porcentuales). De la fase de intervención a 4 meses de ésta, se presentó una caída en el rendimiento académico cuantitativo de -1.95/10 (19.5 puntos porcentuales) en el grupo control y de -0.94/10 (9.4 puntos porcentuales) en el experimental. El rendimiento académico cuantitativo final del grupo control fue de 2.57/10 (25.7 puntos porcentuales) y el experimental de 5.86/10 (58.6 puntos porcentuales). El incremento real en rendimiento académico cuantitativo de la etapa de diagnóstico al punto final del estudio fue de 1.06/10 (10.6 puntos porcentuales) para el grupo control y de 3.72/10 (37.2 puntos porcentuales) para el grupo experimental. En términos cuantitativos, esto representa una diferencia absoluta estadísticamente significativa entre el grupo control y el experimental de 2.66/10, es decir 26 puntos porcentuales, lo que equivale a una diferencia relativa de 250.94% entre la etapa de diagnóstico y la realizada a cuatro meses de la intervención. Los incrementos

en rendimiento académico cuantitativo son mayores en el grupo experimental y la caída intermedia provocada por la falta de práctica en el uso del conocimiento es prácticamente la mitad en el grupo experimental en comparación con el grupo control, lo cual es estadísticamente significativo. Estas métricas deben asociarse a una inversión de tiempo con los educandos limitada a 12 horas.

En lo que respecta al rendimiento académico cualitativo, en general, en las tres etapas, en ambos grupos se observaron deficiencias importantes en lo que respecta a discernir sobre conceptos y procedimientos clave, priorizar ideas primarias sobre secundarias, interrelacionar, definir un enfoque directriz, construir reflexiones, analizar, sintetizar, interpretar e integrar contenidos y continentes con coherencia, entre otros. Sin embargo, cabe resaltar que en promedio, 36% de los miembros de ambos grupos tuvo un avance significativo de la etapa de diagnóstico a la de intervención, pasando de la capacidad de describir a explicar.

En lo referente a los dos tratamientos aplicados, no se identificaron en la bibliografía consultada estudios que integraran todos los elementos como tal, por lo que las comparaciones se hacen con investigaciones que incorporaron uno o más elementos coincidentes con este trabajo.

En lo referente al rendimiento académico cuantitativo, estos resultados estadísticos están en concordancia con los hallazgos de Kusuman, Tamur, Perbowo, Daut, Sulastri y Negara (2021) quienes realizaron un meta-análisis sobre la efectividad del software de aplicación de geometría dinámica en los procesos de aprendizaje matemático. Realizaron un estudio basado en un modelo de efectos aleatorios. Entre sus hallazgos consideraron que los resultados estadísticos obtenidos fueron suficientes para demostrar que el uso de sistemas de geometría dinámica en el aprendizaje matemático tuvieron un alto impacto positivo en comparación con los métodos convencionales. Sus resultados muestran que la media aritmética en rendimiento académico cuantitativo de los educandos que tuvieron un tratamiento con sistemas de geometría dinámica excedieron hasta 84% el rendimiento académico de los educandos de matemáticas sobre aquellos que tuvieron un tratamiento de clases convencionales, considerando que partieron de niveles de conocimiento matemático iniciales equiparables. El tamaño de efecto combinado que encontraron fue de 1.07,

estadísticamente alto. Compararon sus resultados con otro meta-análisis, señalando que si bien su análisis sólo consideró una décima parte de la cantidad de estudios que el otro meta-análisis, independientemente de la dimensión de la muestra de estudio, la tendencia se conserva, pues el tamaño de efecto combinado fue de 1.02. Concluyeron afirmando que su estudio y otros estudios relacionados muestran que el uso de los sistemas de geometría dinámica en el aprendizaje matemático pueden mejorar y tener un efecto muy alto sobre las habilidades matemáticas de los educandos. Entre sus hallazgos también encontraron que se presentó mayor efectividad en nivel medio superior y superior en comparación con nivel básico. La diferencia significativa estadística en cuanto a rendimiento académico cuantitativo entre el grupo control y experimental es coincidente.

Los resultados se alinean a lo planteado por Zetriuslita, Nofriyandi e Istikomah (2021), quienes sugirieron que la instrucción asistida por Geogebra puede contribuir a mejorar las habilidades en el manejo del lenguaje matemático, de pensamiento crítico, de conceptualización y de desarrollo procedimental gracias a las ventajas que le caracterizan respecto a la demostración y visualización de conceptos matemáticos. Entre sus hallazgos también señalaron que tener desarrollado el pensamiento crítico tiene una correlación directa y positiva con el rendimiento académico cuantitativo de los educandos de matemáticas. Afirmaron que como resultado de su estudio, los educandos establecieron que Geogebra los había motivado a resolver los problemas con autonomía (autoregulación y autoeficacia).

En términos del impacto en procesos cognitivos específicos y actitudes de los educandos ante los objetos de conocimiento observados en este estudio, los resultados coincidieron con lo reportado por Jacinto y Carreira (2016), quienes llevaron a cabo un estudio cualitativo con adolescentes de 13 años, enfocado en una de las habilidades matemáticas que es la solución de problemas. Afirmaron que pudieron observar que el uso de la tecnología digital Geogebra favoreció en el educando abordar enfoques experimentales y exploratorios, promovió habilidades de pensamiento crítico y cuestionamiento, permitió diversificar estrategias didácticas y promovió la generación de conjeturas. En este mismo orden, los resultados coincidieron con lo referido por Murni, Sariyasa y Ardana (2017), quienes ejecutaron un estudio implementando un modelo de aprendizaje por descubrimiento asistido por Geogebra para el desarrollo de la habilidad de solución de problemas y actitud

hacia las matemáticas. Trabajaron con una muestra de 120 educandos, dividido en dos grupos experimentales y dos grupos control. Concluyeron que los resultados obtenidos sugirieron que el uso de Geogebra en el aprendizaje por descubrimiento puede mejorar la actitud hacia las matemáticas y la habilidad de solución de problemas porque les ayuda a visualizar los problemas a través de su respuesta inmediata. En aspectos metodológicos, este estudio y lo propuesto por estos últimos autores coinciden en comparar un grupo control con un grupo experimental, con la diferencia de que estos investigadores propusieron un diseño con dos grupos de cada categoría para incorporar más elementos de contraste.

Mollakuqe, Rexhepi e Iseni (2021) realizaron un estudio comparativo en una práctica de enseñanza de las propiedades del círculo, con Geogebra y con estrategias didácticas convencionales. En este caso el contenido temático es de geometría euclideana específicamente. Los autores observaron que el uso de Geogebra en la enseñanza facilitó, aceleró, hizo la geometría más tangible y concreta, ayudó a que los educandos percibieran cada figura, incrementó el interés de los educandos y activó la participación a través de preguntas y discusión. En este mismo orden de ideas, en esta investigación, los educandos señalaron que Geogebra les permitía visualizar de forma más concreta los elementos del modelo matemático, como las restricciones, sus cruces y el sentido de las desigualdades. Asimismo, en el tema de análisis de sensibilidad del modelo matemático, pudieron observar de manera inmediata en las gráficas, los efectos de los cambios en los diferentes coeficientes.

Una de las características más importantes y útiles del diseño didáctico de Geogebra es que permite trabajar con dos representaciones semióticas, una analítica y otra gráfica, relacionándolas dinámicamente en tiempo real y de forma inmediata. Este estudio sugiere que esta posibilidad de relacionar ambos registros semióticos pudiera ser la causa que explica la diferencia en rendimiento académico entre el grupo experimental y el control, considerando que esto ayuda a mejorar la comprensión del concepto matemático y su aplicación. Esta hipótesis emergente del estudio coincidió con lo que plantearon Mosese y Ogbonnaya (2021) quienes utilizaron Geogebra para el aprendizaje de funciones trigonométricas con un enfoque en las conexiones entre sus representaciones y su interpretación. Reportaron que hubo diferencia estadística significativa en el rendimiento promedio de los educandos experimentales en un entorno rico en tecnología en comparación

con el grupo de control y adicionalmente observaron el incremento en la motivación, derivado de las actividades colaborativas. Atribuyeron la mejora en el grupo experimental, al entorno de aprendizaje constructivista social que fomentó la interacción, elaboración de conjeturas y construcción del conocimiento planteado por Vigotsky. Concluyeron que GeoGebra fue efectivo para mejorar la habilidad de los educandos para hacer conexiones entre diferentes representaciones y contextos, asimismo, en lo que se refiere a la interpretación y análisis de funciones trigonométricas. Reportaron que la mayoría de los educandos de este estudio lograron trazar las gráficas, lo que contradecía los resultados señalados por Demir en 2012. Indicaron que el grupo experimental tuvo tiempo para explorar, investigar y realizar conjeturas sobre las propiedades de las diferentes gráficas gracias a la retroalimentación instantánea de Geogebra. Señalaron que los hallazgos de su estudio sugirieron varias implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en general y de las funciones trigonométricas en particular.

Los resultados de este trabajo son coincidentes con lo planteado por Giler-Velásquez (2020) que afirmó que la enseñanza de las matemáticas debe fundamentarse en las aplicaciones y la modelación matemática, con ayuda de la computadora y software específico, puesto que esto contribuye a desarrollar habilidades y capacidades para resolver problemas matemáticos de la vida real. Esto fue particularmente útil para potenciar el rendimiento académico cuantitativo asociado con procedimientos para resolver problemas matemáticos reales.

Este trabajo está en sintonía con Henao et al. (2020), quienes consideraron que el modelo constructivista aplicado en entornos virtuales puede mejorar el rendimiento académico de ingenieros en el área de termodinámica a través de actividades individuales y grupales y el empleo de software especializado que permite realizar simulaciones con variables de operación de procesos de producción. El modelo constructivista fue utilizado en esta investigación con el grupo experimental.

Una de las fortalezas más importantes de este trabajo fue el enfoque mixto que permitió capitalizar las métricas y su análisis estadístico complementando con un enfoque cualitativo para indagar sobre el impacto en aspectos actitudinales, así como potenciales factores que explicaran el comportamiento observado.

Una de las limitaciones de esta investigación fue el tiempo. Los resultados logrados fueron en un intervalo reducido a 12 horas de intervención, sin embargo, si se considerarán más intervalos de trabajo con y de los educandos, es probable que el impacto en el rendimiento académico pudiera ser acumulativo y considerablemente mayor.

Una de las debilidades observadas con base en la búsqueda de información realizada para la construcción del marco teórico de este trabajo, es que no se ubicaron estudios específicos en los cuales se instrumentara Geogebra en relación con la modelación matemática y la muestra fuera de ingeniería. Tampoco se identificaron estudios que hayan utilizado el enfoque sistémico propuesto. Estos hechos permitirían realizar comparaciones con mayor objetividad.

Entre las áreas de oportunidad de este estudio se puede señalar que si bien la muestra de esta investigación fue significativamente mayor que en todos los casos de las investigaciones reportadas en la literatura revisada, es recomendable que en trabajos futuros se trabaje con un muestra de mayor tamaño y que cumpla rigurosamente con representatividad y aleatoriedad estadística. Otra oportunidad sería considerar un diseño con dos grupos control y dos experimentales como lo propusieron Sariyasa y Ardana (2017), lo cual contribuiría a la confiabilidad de los resultados y su interpretación.

## CAPÍTULO VII. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se propuso una pregunta de investigación que fue: “En un contexto en línea, ¿de qué manera cualitativa y cuantitativamente el trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs y los cuatro pasos ((a) apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos asistida por Geogebra, b) adquisición de lenguaje formal asistida por Geogebra, c) tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático y d) interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra), puede mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática, en contraste con trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de los cuatro pasos y sin asistencia de Geogebra?.”

Con el propósito de responder a esta interrogante, se puede afirmar que en la parte cuantitativa, orientada al aprendizaje procedimental para resolver problemas reales de modelación matemática, los resultados obtenidos a través del tratamiento 1 aplicado al grupo experimental mostraron una diferencia significativa estadísticamente sustentada de mayor rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática, respecto al rendimiento generado con la aplicación del tratamiento 2 aplicado en el grupo control. En términos proporcionales, el tratamiento 1 consistente en videoconferencias sincrónicas, trabajo colaborativo, elementos de didáctica de Comenio, referente de la teoría del aprendizaje del constructivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y asistencia de Geogebra generó un rendimiento académico al menos doble, en contraste con el tratamiento 2 consistente en videoconferencias sincrónicas, trabajo individual, referente de la teoría del aprendizaje del cognitivismo, diseño instruccional con base en Gagné y Briggs, sin apoyo de la “secuencia de los cuatro pasos” y sin asistencia de Geogebra. Este comportamiento se presentó en la segunda etapa que fue la de intervención y también en la tercera que correspondió a la consolidación del aprendizaje a través del tiempo.



En lo que respecta a la evaluación de factores cualitativos, la intervención tanto para el grupo control como experimental sirvió de manera similar para que aproximadamente la mitad de la muestra cambiara de un nivel bajo caracterizado por la capacidad de descripción de conceptos y procedimientos, a uno intermedio, en el que lograron demostrar la capacidad de explicación de éstos. También se observó que en la tercera etapa se mantuvo el rendimiento académico, pues los retrocesos fueron porcentajes técnica y prácticamente despreciables.

En el ámbito matemático, un supuesto factible y no infrecuente, es que resulta de menor complicación comprender conceptos matemáticos que ejecutar procedimientos matemáticos. En este proyecto, para aspectos conceptuales se utilizó como estrategia la construcción de mapas conceptuales. Los resultados obtenidos en este estudio mostraron que la parte conceptual fue más difícil de manejar por los educandos, que la transición de un nivel de capacidad bajo a uno intermedio sólo se dio en aproximadamente la mitad de la muestra y que no se presentó diferencia significativa entre el grupo control y el experimental. Cabe señalar que en ambos grupos se utilizó la misma estrategia de mapas conceptuales, aunque ligada a tratamientos diferentes en la parte procedimental. En este mismo orden de ideas, en ninguno de los grupos y en ninguna de las etapas se logró que al menos uno de los integrantes de la muestra de estudio lograra un nivel alto que correspondió a mostrar dominio en las capacidades de relacionar e interpretar. En lo que respecta a los aspectos cualitativos de la evaluación, se identificaron áreas de oportunidad importantes para relacionar conceptos clave o relevantes aprendidos y para proponer propios, seleccionar información de forma precisa, utilizar palabras de enlace pertinentes e interpretar adecuadamente los conceptos y sus relaciones. En lo referente al criterio de evaluación cualitativa “jerarquía y organización” no se logró llegar al nivel deseable de desarrollo en la capacidad para identificar ideas primarias y secundarias, estructurar y organizar el mapa de forma sistémica bajo una directriz clara y evitar incongruencias en los niveles de subordinación, dependencia o clase. En lo que concierne al criterio de evaluación de “interrelación”, las líneas de enlace tuvieron incongruencias derivadas de la deficiente comprensión de los conceptos abordados y verbos inadecuados en la conexión de éstos, lo cual reflejó debilidad en el razonamiento y escasez de reflexiones. En lo relativo al criterio de evaluación de “creatividad y estilo”, en las tres

etapas y en ambos grupos, persistieron áreas de oportunidad en la legibilidad y diseño del mapa, hubo pobreza en la distribución y organización de la información, el vocabulario fue poco variado y no se observó variedad en las formas de expresión. En cuanto al factor de evaluación de “complejidad”, se percibió limitación en el manejo de conceptos y procedimientos clave, deficiencias en la ejecución de procesos de clasificación, dominio reducido en las habilidades para relacionar e interpretar conceptos y procedimientos, así como debilidades en la integración sistémica y síntesis interpretativa que demanda la construcción de un mapa conceptual. En general, en lo que corresponde a la evaluación cualitativa, aproximadamente en la mitad de la muestra de ambos grupos se observó un avance de nivel bajo a intermedio. El avance logrado con la intervención, en la parte cualitativa, fue limitado, no hubo evidencia estadísticamente significativa que distinguiera el rendimiento académico del grupo control en comparación con el experimental y este comportamiento fue consistente en las tres fases.

La variante propuesta entre el grupo control y experimental, en el primer y segundo pasos contempló la apropiación de recursos para la transferencia de registros semióticos y la adquisición de lenguaje formal asistidos por Geogebra, focalizados en que el educando relacionara dos registros semióticos, uno gráfico y otro algebraico/analítico. Esto se consideró con base en la proposición de Vigotsky sobre la materialización del pensamiento a través de los símbolos del lenguaje para lograr la apropiación conceptual y de Duval sobre la premisa de que para aprender y comprender un objeto matemático se requieren al menos dos formas distintas de expresar o representar un objeto matemático. Al dirigir los ejercicios a resolver, de manera verbal, se utilizó lenguaje formal puntualizando conceptos clave de modelación matemática y éstos se relacionaron con los registros gráfico y algebraico/analítico en el caso del grupo experimental y exclusivamente con el registro algebraico/analítico en el grupo control. Los resultados son concluyentes en el sentido de que en ambos grupos fue insuficiente la intervención para lograr la apropiación conceptual, en calidad por la limitación del avance en la evaluación cualitativa y en cantidad, por la proporción de la muestra que cambió de nivel bajo a intermedio. Algunas explicaciones potenciales en torno a los resultados obtenidos en la parte cualitativa son que el lenguaje formal fue mencionado por la docente al guiar las prácticas, sin embargo, los elementos de

la muestra de ambos grupos solamente escucharon pasivamente los conceptos que se iban aplicando y pudo faltar participación activa por parte de los educandos. Es posible que se haya supuesto o asumido erróneamente que con el enfoque de solución de problemas trabajados con los registros semióticos gráfico y/o algebraico/analítico y su vinculación con el lenguaje formal de la disciplina de estudio, los miembros de la muestra de ambos grupos pudieran identificar los conceptos medulares e intuir sus relaciones, jerarquías y significados con autonomía. El tiempo reducido de la intervención pudo afectar el aprendizaje por la ausencia de reforzamientos. No se descarta el hecho de que el aprendizaje en lo que respecta a lo cualitativo pudo verse afectado porque se privilegió lo cuantitativo, abordando el aprendizaje de manera implícita e inclusive secundaria, concluyendo con la proposición de que la explicación verbal no mostró suficiencia en la adquisición conceptual, arrojando resultados limitados.

En los pasos tres y cuatro en los cuales se trabajó con el tránsito del lenguaje conversacional al lenguaje formal matemático, así como la interpretación y manipulación del lenguaje formal matemático asistidas por Geogebra, en lo referente a la parte cualitativa, hubo impacto limitado de nivel bajo a intermedio en la mitad de la muestra en el aprendizaje de conceptos y sus relaciones, que son una parte del lenguaje formal matemático. Sin embargo, otra parte del lenguaje formal de las matemáticas son propiamente los modelos matemáticos compuestos por funciones y ecuaciones. Tanto en el grupo control como en el experimental, aunque en dimensiones estadísticamente diferentes, hubo transición del lenguaje conversacional o cotidiano plasmado en el planteamiento de los problemas a resolver, al lenguaje formal que fue la construcción de modelos matemáticos que representaran y pudieran resolver dichos problemas. Lo anterior pudo significar que los educandos de la muestra de estudio no se vieron impedidos para resolver los problemas de modelación matemática aún cuando su dominio conceptual fue bajo o intermedio en el mejor de los casos, esto pudo deberse a que lo concreto del lenguaje conversacional facilitó su comprensión y que los miembros de la muestra pudieron establecer una relación directa entre los planteamientos de los problemas y las ecuaciones que lo representan, sin necesariamente tener que transitar de forma estricta por un dominio conceptual alto. Un siguiente paso de esta investigación sería indagar si se presenta una correlación positiva entre el fortalecimiento

hasta un nivel alto en el manejo conceptual en lo cualitativo sobre el nivel de rendimiento académico de lo procedimental en lo cuantitativo. El sentido inverso también pudiera analizarse, ¿el fortalecimiento del rendimiento académico procedimental (cuantitativo) incidirá en el dominio conceptual (cualitativo) de manera positiva en el aprendizaje de la modelación matemática hasta llegar a un nivel alto?. Otras preguntas que surgen de este estudio son sobre la conveniencia de trabajar de forma paralela y simultánea lo conceptual (cualitativo) y lo procedimental (cuantitativo), o bien, si aporta mejores resultados un abordaje secuencial y en qué orden.

El objetivo general de este estudio fue diseñar un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) de modelación matemática en una plataforma tecnológica, vinculando las teorías del aprendizaje y la didáctica, para mejorar el rendimiento académico de educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática. Con base en los resultados obtenidos, se concluyó que este objetivo fue cumplido con suficiencia estadística y claro contraste entre el grupo control y el experimental, en lo que respecta a lo cuantitativo. Por el lado cualitativo, el objetivo general fue cumplido parcialmente en calidad, con un rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática en los aspectos conceptuales que pasó de nivel bajo a intermedio. Esto se obtuvo solamente con la mitad de la muestra y no hubo diferencia estadísticamente significativa entre el grupo control y el experimental. Los objetivos específicos se cumplieron en este mismo sentido.

Con base en lo anteriormente mencionado, fue aceptada la hipótesis cuantitativa nula  $H_{10}$  que se planteó de la siguiente manera: “en un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en procedimientos de solución de problemas** (adquisición de lenguaje formal, construcción del modelo, solución e interpretación del modelo y aplicación del modelo), en contraste de utilizar el **tratamiento 2.**”

En contraposición, fue rechazada la hipótesis cualitativa nula ( $H_{20}$ ) que fue formulada de la siguiente forma: “en un contexto de modalidad en línea, si el proceso de enseñanza-aprendizaje de modelación matemática se implementa con base en el **tratamiento 1**, entonces

se generará un incremento mayor en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática **en los aspectos conceptuales**, en contraste de utilizar el **tratamiento 2.**”

Entre las contribuciones de este estudio se ubicó la inclusión de una etapa adicional de medición de resultados, la cual permitió medir el grado de consolidación del aprendizaje a través del tiempo. Todos los estudios de la literatura considerada tuvieron dos fases exclusivamente, una diagnóstica y otra de intervención. Una aportación diferencial fue el alcance mixto de esta investigación puesto que los estudios revisados en la literatura fueron en su mayoría de corte cualitativo, un número escaso cuantitativo y ninguno integró ambos enfoques.

En este estudio, Geogebra demostró eficacia y eficiencia para representar conceptos matemáticos difíciles de comprender como son los de modelación matemática, coadyuvando, en el grupo experimental, en la habilidad de visualización, la cual es crítica en el aprendizaje matemático en general, porque se enfoca en la creación de significados e interpretaciones contextuales. Las imágenes visuales o registros semióticos gráficos constituyeron un mecanismo eficaz para comunicar ideas relacionadas con conceptos matemáticos. Las representaciones dinámicas fueron útiles como apoyo a las actividades de análisis, formulación de modelos y cambios dinámicos de visualizaciones de variaciones en los coeficientes de la función objetivo o los términos independientes del sistema de ecuaciones lineales, en el caso específico del concepto matemático de análisis de sensibilidad del modelo matemático. Geogebra permitió a los educandos crear y explorar diferentes aspectos de las representaciones del modelo matemático. Geogebra facilitó la representación de conceptos matemáticos de manera formal, relacional e instrumental a través de sus herramientas de visualización y simulación.

En este estudio se observaron diferencias significativas entre un contexto de trabajo colaborativo con referente teórico del constructivismo, respecto a un contexto de trabajo individual con referente teórico del cognitivismo.

Entre las líneas de investigación se sugiere robustecer el estado del arte respecto a la utilización de Geogebra para el aprendizaje de conceptos matemáticos, en específico en ingeniería. Otra línea de investigación puede versar en el estudio de las diferencias del trabajo

individual del educando en un contexto de la teoría del cognitivismo y un trabajo colaborativo dentro del referente de la teoría del constructivismo, en entornos en línea y, en particular, en el aprendizaje de matemáticas. En otro orden, también resulta conveniente realizar una revisión de la literatura sobre las alternativas de Software de Geometría Dinámica (DGS) disponibles con propósitos comparativos en sus características, su tratamiento didáctico de representaciones y transferencias de registros semióticos y su eficacia en el aprendizaje de conceptos matemáticos en diferentes niveles académicos. En lo que respecta al aprendizaje de la modelación matemática, dada su relevancia en la resolución de problemas reales, es pertinente revisar las estrategias didácticas que han sido estudiadas y su eficacia en el rendimiento académico de los educandos de ingeniería industrial en el área de modelación matemática.

## REFERENCIAS

- Abero, L., Berardi, L., Capocasale, A. , García, S. y Rojas, R. (2015). Investigación educativa, abriendo las puertas al conocimiento. *Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales (CLACSO)*. Uruguay.
- Arbain, N. y Shukor, N. (2015). The effects of GeoGebra on students achievement. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 172, 208–214.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815003936>
- Ashim, B. y Sahin, A. (2019). Mathematical Modeling: An Important Tool for Mathematics Teaching. *International Journal of Research and Analytical (IJRA)*, 6(2), 252-256.  
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED594778.pdf>
- Ausubel, D. (2000). Adquisición y retención del conocimiento, una perspectiva cognitiva. España, Barcelona. Ed. Paidós.
- Báez, N., Pérez, O. y Blanco, R. (2018). Los registros de representación semiótica como vía de materialización de los postulados vigotskianos sobre pensamiento y lenguaje. *Academia y Virtualidad*, 11(1), 16-26. <https://doi.org/10.18359/ravi.2885>
- Bayazit, İ. y Aksoy, Y. (2011). Connecting Representations and Mathematical Ideas with Geogebra. Ecriyes University.  
<https://ggijro.files.wordpress.com/2011/07/article-8.pdf>
- Been, A. (2016). *Teacher views of mathematical modeling* [Doctoral thesis, The University of Arizona]. Base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10149417).
- Borromeo, R. (2014). Mathematical modeling – The teachers’ responsibility. *Proceedings of Conference on Mathematical Modeling at Teachers College of Columbia University*, 26–31.
- Bravo, F., León, L., Alfonso, G. y López, H. (2018). Ambientes de aprendizaje. Colombia
- Burkhardt, H. (2014). Curriculum design and systemic change. In Y. Li y G. Lappan (Eds.), *Mathematics curriculum in school education* (13-34). [doi:10.1007/978-94-007-75602](https://doi.org/10.1007/978-94-007-75602)

- Chan, K. K. y Leung, S. W. (2014). Dynamic geometry software improves mathematical achievement: systematic review and meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 51(3), 311–325. <https://doi.org/10.2190/EC.51.3.c>
- Comenius, J. (1986). *Didáctica Magna*. 1986. España: Ediciones Akal. Traducción: Saturnino López Peces.
- Coşkun, H. (2017). Mathematical modelling research in Turkey: A content analysis study. *Educational Research and Reviews*, 12(1), 19-27. [doi:10.5897/ERR2016.3077](https://doi.org/10.5897/ERR2016.3077)
- Cuenca, M., Palauro, L., Astiz, M. y Vivera, C. (2019). La modelización matemática: análisis de entrevistas a docentes y su material de clases. *Revista de Educación*, 16, 161-172.
- Daher, W. H. y Shahbari, J. A. (2015). Pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), s25-s46. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9464-2>
- Doerr, H., Arleback, J. y Castello, A. (2014). Design and effectiveness of modeling-based mathematics in a summer bridge program. *Journal of Engineering Education*, 103(1), 92-114. <https://doi.org/10.1002/jee.20037>
- Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5 (2). <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
- Duarte, J. (2003). *Ambientes de aprendizaje, una aproximación conceptual*. Colombia.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking- The Registers of Semiotic Representations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- Esteller, L. y Medina E. (2007). Evaluación de cuatro modelos instruccionales para la aplicación de una estrategia didáctica en el contexto de la tecnología. *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación*. Venezuela: Universidad de Carabobo.
- Faas, A. (2018). *Psicología del desarrollo del niño*. Brujas. <http://monitoreoddna.com/wp-content/uploads/2020/09/PSICOLOGIA-DEL-DESARROLLO-NINEZ-2EDICION-2018-COMPLETO.pdf>



- Flórez, R., Castro, J., Galvis, D. Acuña, L. y Zea, L. (2017). Ambiente de aprendizaje y sus mediaciones, en el contexto educativo de Bogotá. Colombia.
- Franco, J. (2019). Didáctica de la formación profesional: concepto, desarrollo y prácticas. *Rutas de formación*. México, 8-15.
- Giler-Velásquez, L. (2020). Estrategias de enseñanza de la matemática en la formación de profesionales de la ingeniería. *Dominio de las Ciencias*, 6(3), 273-285. [doi:http://dx.doi.org/10.23857/dc.v6i3.1397](http://dx.doi.org/10.23857/dc.v6i3.1397)
- González, V. (2001). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Pax. México.
- Gutiérrez, R., Prieto, J. y Buitrago, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. <https://doi.org/10.24844/EM2902.02>
- Henao, H., Chávez, A., Ruiz Mojica, A. M., y Jofre, D. (2022). Aprendizaje de la termodinámica a través de un cambio conceptual. (*RIDE*) *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(24). <https://doi.org/10.23913/ride.v12i24.1172>
- Herrera, M. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. México. <https://ggijro.files.wordpress.com/2011/07/article-8.pdf>
- Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(1), 99-115. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277>
- Huson, C. J. (2015). Employing real-world resources to teach mathematical modeling. *In Teachers College, Columbia University mathematical modeling handbook III: Lesson paradigms*. Bedford, MA: Consortium for Mathematics and its Applications.
- Huson, C.J. (2016). *Mathematical Modeling from the Teacher's Perspective* [Tesis de doctorado, Columbia University. De la base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10107561)
- Kurniadi, E., Darmawijoyo W. y Pratiwi, D. (2020). Developing a learning design of mathematical modelling courses on understanding basic concept of mathematical

- modelling. *Journal of Physics: Conf. Series* 1480, 1-8. [https:// doi:10.1088/1742-6596/1480/1/012033](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012033)
- Kusuman, Y., Tamur, M., Perbowo, K., Daut, M. S., Sulastri, R. y Negara, H., (2021). The Effectiveness of Dynamic Geometry Software Applications in Learning Mathematics: A Meta-Analysis Study. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM)*. 15(2), 18-37. <https://doi.org/10.3991/ijim.v15i02.18853>
- Jacinto, H. y Carreira, S. (2016). Mathematical Problem Solving with Technology: the TechnoMathematical Fluency of a Student-with-GeoGebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1115-1136. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9728-8>
- Jacobs, G. y Durandt, R. (2017). Attitudes of pre-service mathematics teachers towards modelling: a South African inquiry. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(1), 61-84. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00604a>
- Jiménez, J. y Jiménez, S. (2017). Geogebra, una propuesta para innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*. 4(7), 1-17. <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Jung, H., Stehr E. y He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics*, 119, 353-365. <https://doi.org/10.1111/ssm.12359>
- López, J. (2019). Cómo seleccionar recursos digitales con propósitos educativos. Eduteka.
- Márquez, C., Gaviria, C. y López, Y. (2019). Evaluación del desarrollo de competencias a partir de la modelación matemática. *Ingenierías. USBMed*, 10(2), 8-15.
- Miranda, G. (2004). De los ambientes virtuales de aprendizaje a las comunidades de aprendizaje en línea. *Revista digital universitaria*, 5 (10). México.
- Mallart Navarra, J. (2009). Didáctica: perspectivas, teorías y modelos. En Medina Rivilla, A. y Domínguez Garrido, M. (Eds.), *Didáctica: formación básica para profesionales de la educación* (pp. 29-74). Madrid: Universitas.
- Mollakuqe, V., Rexhepi, S., y Iseni, E. (2021). Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of

- Teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(1), em0616, 1-11. <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>
- Morón Monge, H., Morón Monge, M.C. y Abril López, D. (2020). La rúbrica como instrumento para evaluar mapas conceptuales desde la construcción creativa de los conocimientos: Una propuesta participativa. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 24(1), 246-264. doi: 10.30827/profesorado.v24i1.8514
- Mosese, N. y Ogbonnaya, U. I. (2021). GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations. *Cypriot Journal of Educational Science*. 16(2), 827-846. <https://doi.org/10.18844/cjes.v16i2.5685>
- Mora, C., Mahecha, J. y Carrasco, F. (2020). Procesos de autorregulación del aprendizaje y desempeño académico en educandos de pregrado bajo la modalidad virtual. *Cultura, Educación y Sociedad*, 11(2). 191-206.  
doi: <http://dx.doi.org/10.17981/cultedusoc.11.2.2020.12>
- Murni, V., Sariyasa, S. y Ardana, I. M. (2017). GeoGebra assist discovery learning model for problem solving ability and attitude toward mathematics. *Journal of Physics: Conference Series* 895, 1-6. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/895/1/012049/pdfhttps://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012049>
- Nobre, C. N., Meireles, R. G., Vieira-Junior, N., Resende, M. N., Costa, L. E. y Rocha, R. C. (2016). The use of GeoGebra software as a calculus teaching and learning tool. *Informatics in Education*, 15(2), 253-267. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/895/1/012049/pdfhttps://doi.org/10.15388/infedu.2016.13>
- Ortega, M., Zamora, D., Ulloa, J. y González, J. (2018). La modelación en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista EducateConCiencia*, 18(19), 65-78. <https://doi.org/10.15332/s1657-107X>
- Peggy A. Ertmer y Timothy J. Newby (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50-72.

<https://www.galileo.edu/faced/files/2011/05/1.-ConductismoCognositivismo-y-Constructivismo.pdf>

- Pertamawati, L. y Retnowati, E. (2019). Model-Eliciting Activities: Engaging students to make sense of the world. *Journal of Physics: Conf. Series* 1200, 2-9.  
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1200/1/012003>
- Plaza, L. (2016). Obstáculos presentes en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista Científica*, 25(2), 176-187.  
<https://doi.org/10.14483//udistrital.jour.RC.2016.25.a1>
- Poon, K. K. (2018). Learning fraction comparison by using a dynamic mathematics software-GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49 (3), 469–479. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1404649>
- Rivadeneira, E. (2017). Lineamientos teóricos y metodológicos de la investigación cuantitativa en ciencias sociales. In *Crescendo. Institucional: Universidad Nacional de Educación, Ecuador* 8(1), 115-121.
- Rodríguez, R. y Quiroz, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 99-124.  
<https://doi.org/10.12802/relime.13.1914>
- Román, J. (2018, octubre 1). El país, con los niveles educativos más bajos desde 2003. *La Jornada*, 41.
- Romero-Ariza, M. (2014). Uniendo investigación, política y prácticas educativas: DBR, desafíos y oportunidades. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 7(14), 159-176. <http://doi.org/10.11144/Javeriana.M7-14.UIPP>
- Sahin, S., Dogan, M.F., Cavus, Z., Gurbuz, R. y Temurtas, A. (2019). Prospective teachers' criteria for evaluating mathematical modeling problems. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 5(2), 730-743.  
<https://www.ijres.net/index.php/ijres/article/view/680>
- Salinas, F., Bodensiek, A., Lucio, R. y Molina, A (2010). Estudio sobre los Factores que influyen en el rendimiento escolar. Bogotá. *Secretaría de Educación Distrital*.  
<https://evaluacion.educacionbogota.edu.co/files/Factores%20que%20>

[influyen%20en%20el%20rendimiento%20escolar.pdf](#)

Samur, H. (2015). *The effects of dynamic geometry use on eighth grade students' achievement in geometry and attitude towards geometry on triangle topic* [Master's thesis, Middle East Technical University].

<https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12618835/index.pdf>

Schukajlow, S., Kolter, J. y Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education*, 47, 1241-1254.

<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2>

Shabhari, J. A. y Peled, I. (2017). Modelling in primary school: constructing conceptual models and making sense of fractions. *International Journal of Science and Math Education*, 15, 371-391. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9702-x>

Stender, P. y Kaiser, G. (2015). Scaffolding in complex modelling situations. *ZDM Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 47(7).

Tacilla, I., Vásquez, S., Verde, E. y Coloque, E. (2020). Rendimiento académico: universo muy complejo para el quehacer Pedagógico. *Muro de la investigación*.

<https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1325>

Valverde-Berrocso, J. (2016). La investigación en Tecnología Educativa y las nuevas ecologías del aprendizaje: Design-Based Research (DBR) como enfoque metodológico. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa (RIITE)*, 0, 60-73. <http://dx.doi.org/10.6018/riite/2016/257931>

Vergel-Ortega, M., Martínez-Lozano, J. y Zafra-Tristancho, S. L. (2016). Factores asociados al rendimiento académico en adultos. *Revista Científica CIDC*, 25(25), 206–215.

<https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a4>

Vygotsky, L. S. (1930). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

<http://ouleft.org/wp-content/uploads/Vygotsky-Mind-in-Society.pdf>

Villamizar, F. (2020). Geogebra como herramienta mediadora de un fenómeno físico. *Revista del Instituto Geogebra de Sao Paulo*, 9(1), 76-89.

<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p76-89>

- White, E.A. (2017). *The mathematics in mathematical modeling*. [Disertación doctoral, Montana State University]. De la base de datos de ProQuest Dissertations and Theses. (Proquest No. 10682119)
- Yenmez, A. A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Cetinkaya, B. y Alacaci, C. (2018). Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. *Teacher Development*, 22(4), 497-518. <https://doi:10.1080/13664530.2017.1338198>
- Young, J. (2017). Technology-enhanced mathematics instruction: a second-order meta-analysis of 30 years of research. *Educational Research Review*, 22, 19–33. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.07.001>
- Zetriuslita, Nofriyandi y Istikomah, E. (2021). The Increasing Self-Efficacy and Self-Regulated through Geogebra Based Teaching reviewed from Initial Mathematical Ability (IMA) Level. *International Journal of Instruction*, 14(1), 587-598. <https://doi.org/10.29333/iji.2021.14135a>
- Zeytun, A. S., Cetinkaya, B. y Erbas, A. K. (2017). Understanding Prospective Teachers' Mathematical Modeling Processes in the Context of a Mathematical Modeling Course. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(3), 691-722. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00639a>

## ANEXOS

### ANEXO 1



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Cuernavaca, Morelos a 2 de enero de 2021.

**A: Dra. Ma. Teresa García Ramírez**

Coordinadora del Doctorado en Innovación en Tecnología Educativa (DITE)

Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ)

Presente

Por este medio manifiesto que acepto la colaboración académica de la mtra. Silvia Melbi Gaona Jimenez, estudiante del Doctorado en Innovación en Tecnología Educativa (DITE) con número de expediente 290787, para realizar procesos de intervención educativa mediada por herramientas tecnológicas, inscritos en el marco del proyecto de tesis doctoral “Tecnologías de Información para el aprendizaje de la Modelación Matemática en ingeniería industrial” dentro del alcance en mi labor como docente de nivel superior de la Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM), en los esquemas que se requieran de acuerdo con la normativa institucional, ya sean presenciales, virtuales o mixtos.

Estoy convencida de que las Tecnologías de Información pueden coadyuvar al aprendizaje de la modelación matemática que implica partir de un problema o fenómeno de la realidad, representarlo de forma aproximada con un modelo matemático con la mayor precisión posible, resolver el modelo y aplicar la solución a la realidad. Estas situaciones son parte de las asignaturas que imparto en la Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería como son termodinámica, dinámica y cinemática u otras que varían con base en la planeación curricular cambiante semestre a semestre, pero que tienen a la modelación matemática como elemento común y esencial en la formación de los futuros ingenieros y profesionales.

Sin otro particular, agradezco la atención a la presente y quedo a su servicio.

Atentamente

Dra. Carmen Heneff García Escobar  
Doctora en Ingeniería y Ciencias Aplicadas  
Docente de Nivel Superior  
Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería  
Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM)  
Correo electrónico: [carmen.garcia@uaem.edu.mx](mailto:carmen.garcia@uaem.edu.mx)  
Teléfono celular: 7772247117



Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

#### Sello electrónico

CARMEN HENEFF GARCIA ESCOBAR | Fecha:2021-06-07 14:24:47 | Firmante  
SGMptvKEUbIA8G6Z7wWl0sLv9w/gRmPU37I5NOPWCmEIJslx/8tIGy5VFTuboA6PaHKAK6lfrjOAGDqL0Ts3+Y4OH9srqki8deyBNd/omUXpwiQReTb/DXsTxdt8E3Dxj5jhnPjst  
Ck4T+NUolH6pbrdfsGbr0m7mD0k7UWPjXrm02pRHQ6R4RzrlwhULdDIU47L1AGjVxriKa/wGpKEpyTH8Waa9DRAM7NkPjJHWPjM32Kv+FWHh/dF7S8YWQWpE+0M1ozPAI  
mApwq2iRAef5H6H4v5h5nR4c/PRI5lb815YW3e9G0IZQDjFNR3bMDcAFuRg2ZuzeRlsqsg==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o  
escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



0G3cJ9

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/HliinSOKMnyu1n0HIURYZybxQVSKMHmA>



## ANEXO 2

### Cuestionario

Hoja de instrucciones

Puntaje total: \_\_\_\_\_

1-Nombre (ApPaterno\_ApMaterno\_Nombre(s)):

\_\_\_\_\_

2- Matrícula \_\_\_\_\_ 3-Fecha: \_\_\_\_\_

4-Carrera (siglas): \_\_\_\_\_ 5-Semestre actual : \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:** Haciendo uso de sus conocimientos y habilidades hasta este momento de su formación profesional, con las herramientas que considere pertinentes resuelva los siguientes problemas industriales de empresa y justifique el uso de cada herramienta en cada caso.

**EJERCICIO.1.** (35 min.) Una agencia automotriz vende automóviles y camionetas. La agencia distribuidora obtiene \$40 mil de utilidad sobre cada automóvil que vende y \$55 mil por cada camioneta. La planta de ensamblaje automotriz no puede proveer más de 500 automóviles, ni más de 150 camionetas mensualmente. El tiempo de preparación de últimos detalles realizada en la agencia distribuidora para cada automóvil es de 4 horas y 6 horas para cada camioneta. La agencia distribuidora cuenta con 5 técnicos de preparación, cada uno trabaja de lunes a sábado, un total de 8 hrs. de trabajo diario efectivas. Con el fin de estandarizar el factor de tiempo, se considera un mes de 4 semanas. Se le pide que determine:

P.1.1 ¿Cuántos automóviles y camionetas le recomienda a la agencia automotriz vender para maximizar sus utilidades y con base en qué le sugiere esa decisión?

P.1.2 ¿Existe un único conjunto de decisiones de venta a tomar o más de uno que reporte la misma utilidad sobre ventas para la agencia automotriz?

P.1.3 ¿Cuál es la utilidad máxima que puede esperar la agencia automotriz dadas las condiciones de recursos y de producción?

P.1.4 ¿En qué recurso se ubica “el cuello de botella” de la agencia automotriz y cómo afecta la utilidad máxima esperada?

P.1.5 Describa detalladamente cuál fue la metodología utilizada para resolver el problema. Justifique de forma concreta cómo sustenta la validez de los resultados obtenidos

---

**EJERCICIO 2** (35 min.) Una empresa fabrica protectores de voltaje y distribuidores electrónicos, con precios de venta de \$500 y \$800 respectivamente. El costo de producción de un protector de voltaje es de \$350 y de un

distribuidor electrónico de \$600. La planta trabaja 7 días a la semana durante 2 turnos de 8h efectivas cada uno. Se cuenta con 15 operarios dedicados a la producción. La producción de un protector de voltaje consume 3h. de mano de obra y la de un distribuidor electrónico 4h. Mercadotecnia tiene como pronóstico de ventas máximas semanales, 400 protectores de voltaje y 300 distribuidores electrónicos. Se le pide que determine:

P.2.1 ¿Cuántos protectores de voltaje y cuántos distribuidores le recomienda a la fábrica producir y vender para maximizar sus utilidades y con base en qué le sugiere esa decisión?

P.2.2 ¿Existe un único conjunto de decisiones de venta a tomar o más de uno que reporte la misma utilidad sobre ventas para la agencia automotriz?

P.2.3 ¿Cuál es la utilidad máxima que puede esperar la fábrica dadas las condiciones de recursos y de producción?

P.2.4 ¿En qué recurso se ubica “el cuello de botella” de la fábrica y cómo afecta la utilidad máxima esperada?

P.2.5 Describa detalladamente cuál fue la metodología utilizada para resolver el problema. Justifique de forma concreta cómo sustenta la validez de los resultados obtenidos

EJERCICIO 3 (35 min.) Una empresa de dulces fabrica 2 tipos de dulces, A y B. Estos productos son fabricados con los siguientes ingredientes como se muestra en la tabla

| Dulce/Ingredientes | Azúcar | Colorante | Saborizante |
|--------------------|--------|-----------|-------------|
| A                  | 2 g    | 2 ml      | 1 g         |
| B                  | 1 g    | 4 ml      | 2 g         |

El costo de producción de los dulces respectivamente son para A de \$1 y B de \$2.

El precio de venta es de \$ 4 para A y \$ 6 para B. La empresa cuenta como 100 kg de azúcar, 300 litros de colorante y 400 kg de saborizante.

P.3.1 ¿Cuántos dulces de tipo A y B respectivamente le recomienda a la empresa de dulces vender para maximizar sus utilidades?

P.3.2 ¿Existe un único conjunto de decisiones de venta a tomar o más de uno que reporte la misma utilidad sobre ventas para la empresa de dulces?

P.3.3 ¿Cuál es la utilidad máxima que puede esperar la empresa de dulces, dadas las condiciones de recursos disponibles, los precios de venta y costos de producción?

P.3.4 ¿En qué recurso se ubica “el cuello de botella” de la empresa de dulces y cómo afecta la utilidad máxima esperada?

P.3.5 Describa detalladamente cuál fue la metodología utilizada para resolver el problema. Justifique de forma concreta cómo sustenta la validez de los resultados obtenidos