



# Universidad Autónoma de Querétaro

## Facultad de Ingeniería

### **OBTENCIÓN DE FUNCIONES DE CONFIABILIDAD SÍSMICA DE EDIFICIOS DE CONCRETO REFORZADO DE 5, 10 Y 15 NIVELES MEDIANTE EL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD BETA DE CORNELL Y UN MARGEN DE SEGURIDAD Z.**

#### **TESIS**

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias (Estructuras)

#### **Presenta:**

Ing. Roberto Cíntora García

#### **Dirigido por:**

Dr. Marco Antonio Montiel Ortega



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias

OBTENCIÓN DE FUNCIONES DE CONFIABILIDAD SÍSMICA DE EDIFICIOS DE CONCRETO  
REFORZADO DE 5, 10 Y 15 NIVELES MEDIANTE EL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD BETA DE  
CORNELL Y UN MARGEN DE SEGURIDAD Z.

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

Presenta:

Ing .Roberto Cíntora García

Dirigido por:

Dr. Marco Antonio Montiel Ortega

SINODALES

Dr. Marco Antonio Montiel Ortega  
Presidente

Firma

Dr. Francisco Silva González  
Secretario

Firma

Dr. José Guadalupe Rangel Ramirez  
Vocal

Firma

Dr. Omar Chávez Alegría  
Suplente

Firma

M.C. Alejandro Clemente Chávez  
Suplente

Firma

Dr. Aurelio Domínguez González  
Director de la Facultad

Dr. Irineo Torres Pacheco  
Director de Investigación y  
Posgrado

## RESUMEN

Se evalúa la confiabilidad sísmica de tres edificios 5, 10 y 15 niveles para diferentes niveles de la intensidad sísmica, diseñado de acuerdo con el Reglamento de Construcción del D.F. (RCDF-2004), tomando en cuenta las incertidumbres asociadas con las propiedades del sistema estructural considerado y con las características detalladas de los registros sísmicos. Se hace un programa en FORTRAN para realizar Análisis Dinámicos Incrementales del Índice de la Degradación de la Rigidez Secante (*ADI-IDRS*), cuyos resultados permiten evaluar de manera eficiente la intensidad de colapso del sistema. La confiabilidad se evalúa por medio del índice de Cornell y el margen de seguridad  $Z$ . La metodología se aplica a *ocho* modelos de cada uno de los tres edificios los cuales son resultantes de una simulación de Monte Carlo y *40* acelerogramas registrados en el Valle de la Cd. de México. Los edificios simulados son modelados en el *DRAIN 2D* modificado por Campos y Esteva (1997), para su análisis no lineal. Se obtienen funciones de confiabilidad en términos de  $\mu$  y de  $Z$ , se proponen estados límite de diseño a partir del Índice de Degradación de la Rigidez mediante un gráfico que relaciona el coeficiente sísmico con este índice.

**(Palabras clave:** Confiabilidad, Rigidez, Concreto)

## SUMMARY

The seismic reliability of three buildings with 5, 10 and 15-stories, which were designed in accordance with the D.F. Construction Code (RCDF-2004), is evaluated for different levels of seismic intensity. The evaluation was made taking into consideration the uncertainties related to the properties of the structural system under review and with the seismic records' details. A software program is developed in FORTRAN to perform the Incremental Dynamic Analysis of the Secant Stiffness Degradation Index (IDA-SSDI). The analyses' results enable evaluation of the intensity of system collapse in an efficient manner. The reliability is evaluated by computing Cornell's B index and a Z safety margin. This methodology is applied to a sample of eight of each of the 5, 10 and 15-story building models which are the result of a Monte Carlo simulation and 40 accelerograms registered in the Mexico City Valley. The simulated buildings are modeled in the DRAIN 2D software program modified by Campos and Esteva (1997) for non-linear analysis. The reliability functions are calculated in terms of B and Z. Design limits states are proposed from the Dynamic Analysis of the Secant Stiffness Degradation Index through graphics that relate it to the seismic coefficient.

**(Key words:** Reliability, Stiffness, Concrete)

A mis padres.

## **AGRADECIMIENTOS**

A toda mi familia, por su apoyo incondicional durante todo este proceso.

Así mismo, a todos mis profesores, sinodales, compañeros de trabajo y estudios, ya que de alguna manera todos contribuyeron en la elaboración de esta Tesis.

Al Ing. Mauricio Osorio, por su apoyo, paciencia, tiempo y comprensión.

A Oksana, por hacerme sonreír cuando la Maestría me agobiaba.

# ÍNDICE

RESUMEN .....	i
SUMMARY .....	ii.
AGRADECIMIENTOS .....	iv.
ÍNDICE .....	v.
INDICE DE TABLAS .....	viii
INDICE DE FIGURAS.....	x
I. INTRODUCCIÓN.....	1.
1.1. ANTECEDENTES .....	1
1.3. JUSTIFICACIÓN .....	5.
1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	6.
1.4. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS .....	10.
II. MARCO TEÓRICO .....	13.
2.1. PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES.....	13
2.1.1. Concreto.....	13
2.1.2. Acero de refuerzo.....	15
2.2. INCERTIDUMBRES. ....	17
2.2.1 Cargas. ....	17
2.2.1.1 Carga viva máxima instantánea. ....	17
2.2.1.1 Carga viva máxima muerta. ....	18
2.2.2 Propiedades mecánicas de los materiales.....	18
2.2.2.1 Concreto Reforzado .....	18
2.2.2.2 Acero estructural .....	19
2.2.3 Modelo de comportamiento histerético y daño.....	19
2.3. MÉTODO DE ANÁLISIS.....	21
2.3.1 Análisis dinámico de la estructura Cargas. ....	21
2.3.2 Método del ANÁLISIS DINÁMICO POR INCREMENTOS.....	27
2.4. Índice de degradación de la rigidez secante (ADI-IDRS).....	32
III. ESTRUCTURAS ANALIZADAS .....	34.
3.1. CARACTERÍSTICAS GENERALES.....	34

3.2. MODELOS ESTRUCTURALES.....	47
3.3. CASOS DE ANÁLISIS.....	48
3.4. PERIODOS DE VIBRAR Y COEFICIENTES SÍSMICOS.....	49
3.5. VALORES NOMINALES, MEDIOS E INCIERTOS DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES Y DE LAS CARGAS VIVAS MÁXIMAS ACTUANTES.....	50
3.5.1. Resistencia a compresión del concreto $f'_c$ .....	50
3.5.2. Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo $f_y$ .....	51
3.5.3. Cargas vivas máximas instantáneas actuantes.....	53
IV. MOVIMIENTOS SÍSMICOS SELECCIONADOS.....	55.
4.1. SELECCIÓN DE LOS MOVIMIENTOS SÍSMICOS UTILIZADOS.....	55
4.2. EXCITACIÓN SÍSMICA.....	59
4.2.1 Conceptos básicos.....	59
4.2.2 Espectros de respuesta lineal.....	70
4.2.3 Historia de respuesta y concepto de pseudo-aceleración.....	71
4.2.4 Historia sobre los espectros de respuesta.....	73
4.2.4 Construcción de espectros de respuesta.....	78
4.3. RESULTADOS SOBRE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA.....	79
V. CONFIABILIDAD.....	87.
5.1. INTRODUCCIÓN.....	87
5.2. CUATIFICACIÓN DE LA CONFIABILIDAD.....	88
5.3. ESTADOS LÍMITE FALLA.....	89
5.4. FUNCIONES DE ESTADOS LÍMITE (FUNCIONES DE DESEMPEÑO).....	90
5.5. CASO FUNDAMENTAL.....	89
5.6. CONCEPTO DE ÍNDICE DE CONFIABILIDAD.....	93
5.6.1. Caso fundamental R – S.....	94
5.6.2. Índice de Rjanitzyne-Cornell.....	94
VI. METODOLOGÍA.....	97.
6.1. MODELACIÓN.....	97
6.1.1 Modelación en el programa DRIAN-2D Modificado.....	97
6.1.1.1 Modelación en el programa DRIAN-2D Modificado.....	97
6.1.1.2 Modelación en el programa DRIAN-2D Modificado.....	98
6.2. ANÁLISIS.....	99
6.2.1 Análisis en el programa DRAIN-2D Modificado.....	99

6.2.2 Determinación del Índice de Degradación de la Rigidez Secante (IDRS), $D(y)$ .	100
6.3. DETERMINACIÓN DEL MARGEN DE SEGURIDAD $Z$ .	104
6.4. DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD $\beta$ DE CORNELL.	105
VII. RESULTADOS Y DISCUSIONES	107.
7.1 DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ ELÁSTICA ( $K_0$ ) Y LA RIGIDEZ SECANTE ( $K_S$ )	107
7.2 ANÁLISIS DINÁMICOS POR INCREMENTOS (ADI)	111
7.3 ANÁLISIS DINÁMICOS POR INCREMENTOS (ADI)	116
7.4 OBTENCIÓN DE LA RELACIÓN DEL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD Y DEL MARGEN DE SEGURIDAD DE LOS EDIFICIOS: $(y)$ vs $Z(y)$	119
7.5 ÍNDICE DE CONFIABILIDAD $(y)$ DE CORNELL EN FUNCIÓN DEL ÍNDICE DE DEGRADACIÓN DE LA RIGIDEZ SECANTE $D(y)$	124
7.6 DETERMINACIÓN DE ESTADOS LÍMITE A PARTIR DEL ÍNDICE DE DEGRADACIÓN DE LA RIGIDEZ SECANTE	127
VIII. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES	138.
IX. REFERENCIAS.	142

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>		<b>Página</b>
3.1	Secciones nominales del edificio de 5 niveles	47
3.2	Secciones nominales del edificio de 10 niveles	47
3.3	Secciones nominales del edificio de 15 niveles	49
3.4	Periodos fundamentales $T_0$ nominales y medios de vibración y coeficientes sísmicos resistentes $C_r$ de los modelos considerados.	93
3.5	Parámetros estadísticos correspondientes a $f'c$	50
3.6	Valores de $f'c$ utilizados en el análisis de los marcos.	51
3.7	Valores medios de $f_y$	52
3.8	. Valores de $f_y$ utilizados en el análisis de los marcos	52
3.9	Parámetros estadísticos correspondientes a $W_{vmáxinst}$	54
3.10	Valores de $W_{vmáxinst}$ utilizados en el análisis de los marcos	54
4.1	Características de los registros sísmicos seleccionados, Muestra 1.	57
4.2	Características de los registros sísmicos utilizados, complemento Muestra 2.	58
7.1	Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 5 Niveles.	118
7.2	Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 10 Niveles.	118
7.3	Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 15 Niveles.	118
7.4	Valores promedio de $(y)$ y $Z(y)$ asociados al estado límite en función de $D(y)$ , Edificio de 5 Niveles.	131

7.5	Valores promedio de $(y)$ y $Z(y)$ asociados al estado límite en función de $D(y)$ , Edificio de 10 Niveles.	131
7.6	Valores promedio de $(y)$ y $Z(y)$ asociados al estado límite en función de $D(y)$ , Edificio de 15 Niveles.	131
7.7	Tasa media anual de excedencia $\epsilon(y_i)$ asociado a cada edo. límite a partir de $D(y_i)$ . Edificio de 5 niveles	132
7.8	Tasa media anual de excedencia $\epsilon(y_i)$ asociado a cada edo. límite a partir de $D(y_i)$ . Edificio de 10 niveles	132
7.9	Tasa media anual de excedencia $\epsilon(y_i)$ asociado a cada edo. límite a partir de $D(y_i)$ . Edificio de 15 niveles	133
7.10	Valores de confiabilidad propuestos para diferentes estados límites, como criterio de diseño.	135

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
2.1	Modelo de Kent y Park para concreto confinado	14
2.2	Curva esfuerzo-deformación para el acero según el modelo de Mander (1984)	16
2.3	Modelo de comportamiento histerético para vigas de concreto reforzado adaptada de Campos y Esteva	20
2.4	Diagrama del cuerpo libre de un edificio de dos niveles sometido a fuerzas concentradas en los entrepisos.	22
2.5	Ilustración de un análisis dinámico incremental (ADI).	28
2.6	Curvas típicas de análisis dinámico incremental.	31
2.7	Análisis dinámico incremental de varios acelerogramas	31
2.8	Índice de Reducción de Rigidez Secante <i>Díaz López &amp; Esteva</i>	32
3.1	Mapa de zonificación del D.F. para fines de diseño sísmico.	35
3.2	Elevación y planta de los edificios analizados	35
3.3	Secciones estructurales del edificio de 5 niveles.	36
3.4	Secciones estructurales del edificio de 10 niveles.	39
3.5	Secciones estructurales del edificio de 15 niveles.	44
3.6	Modelo estructural empleado en los análisis.	48
3.7	Histograma y distribución de probabilidad Gaussiana correspondiente al esfuerzo de compresión del concreto.	51
3.8	Histograma y distribución de probabilidad Gaussiana correspondiente al esfuerzo de fluencia, $f_y$ .	53
3.9	Histograma y distribución de probabilidad tipo Gamma correspondientes a $W_{vmáx}$ .	54
4.1	Localización de los epicentros de los sismos considerados en este estudio.	56

4.2	Acelerógrafo Kinemetriks K-2.	61
4.3	Acelerógrafo FBA-23.	61
4.4	Acelerógrafos para movimientos de terreno de gran intensidad.	61
4.5	Movimientos de la tierra registrados durante diversos terremotos.	63
4.6	Componente Norte-Sur de los movimientos horizontales de la tierra registrados en la subestación Imperial Valley Irrigation District, El Centro, California	64
4.7	Registros sísmicos utilizados en este estudio.	70
4.8	Sistema de un grado de libertad.	71
4.9	Respuesta de desplazamiento de tres sistemas diferentes debidos a un movimiento sísmico.	72
4.10	Respuesta Pseudo-aceleración.	73
4.11	Gráfico indicativo del método de determinación del espectro de respuesta.	75
4.12	Procedimiento para determinar el espectro de respuesta $D$ .	76
4.13	Procedimiento para determinar el espectro de respuesta $D$ .	77
4.14	Espectros de respuesta individuales, asociados a cada uno de los sismos utilizados en este estudio.	85
4.15	Conjunto de espectros de respuesta lineales, para 5% de amortiguamiento.	85
5.1	FDPs para carga (Q), resistencia (R) y margen de seguridad (R-Q).	91
5.2	FDPs para carga (Q), resistencia (R).	92
5.3	Representación del Índice de Rjanitzyne-Cornell.	95
6.1	Representación esquemática de un Análisis Dinámico por Incrementos.	100
6.2	Punto de referencia $D$ de los desplazamientos y cortante $V$ asociado en la base	101
6.3	Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica $F_e$ .	102

6.4	Diagrama CoBA-DMA b) obtención de la rigidez elástica ( $K_0$ ).	103
6.5	<i>Obtención de la rigidez secante (<math>K_s</math>) a partir de un diagrama CoBA-DMA.</i>	103
6.6	Localización de los estados límite dentro de un gráfico <i>CoS-IDRS</i> , en el edificio de 10 niveles para los 8 marcos (M1-M8) y sus 40 sismos.	106
7.1	Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe. Edificio de 5 niveles.	107
7.2	a) Configuración deformada del edificio de 5 niveles para diferentes niveles de daño. b) Distorsión máxima de entrepiso.	108
7.3	Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe. Edificio de 10 niveles.	109
7.4	Configuración deformada del edificio de 10 niveles para diferentes niveles de daño. b) Distorsión máx. de entrepiso.	110
7.5	Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe. Edificio de 15 niveles.	110
7.6	Configuración deformada del edificio de 15 niveles para diferentes niveles de daño. b) Distorsión máx. de entrepiso.	111
7.7	Gráfico CoBA-DMA (ADI).	112
7.8	<i>ADI's</i> : Cortante en la Base Asociado vs Desplazamiento Máximo de Azotea (CoBA-DMA) para diferentes niveles de la intensidad sísmica.	114
7.9	<i>ADI's</i> : Coeficiente sísmico asociado a la distorsión máxima de azotea para los 8 marcos (M1-M8) y 40 sismos (S1-S40) utilizados.	115
7.10	Análisis Dinámicos Incrementales del Índice de Degradación de la Rigidez Secante ( <i>ADI-IDRS</i> ) para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos.	117
7.11	Índice de Confiabilidad ( $\gamma$ ) de Cornell para diferentes valores del Margen de Seguridad $Z(\gamma)$ para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos (S1-S40) utilizados.	122
7.12	Índice de Degradación de la rigidez secante $D(\gamma)$ para diferentes valores del Margen de Seguridad $Z(\gamma)$	123

	correspondientes a los tres edificios simulados y los 40 sismos usados en los análisis.	
7.13	Índice de Confiabilidad $\beta(y)$ de Cornell en función del índice de daño $D(y)$ para los ocho marcos (M1-M8) y 40 sismos (S1-S40) utilizados.	125
7.14	ADI: Coeficiente Sísmico vs Índice de Degradación de la Rigidez Secante, $CoS-IDRS$ .	127
7.15	ADI: Zona elástica e inelástica en la curva: $CoS-IDRS$ .	128
7.16	ADI: Zona de inestabilidad.	128
7.17	ADI's: Coeficiente Sísmico vs Índice de Degradación de la Rigidez Secante, $CoS-IDRS$ , para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos (S1-S40) utilizados.	129
7.18	Localización de los estados límite dentro de un gráfico $CoS-IDRS$ , en el edificio de 10 niveles para los 8 marcos (M1-M8) y sus 40 sismos.	130
7.19	Curvas de peligro sísmico asociadas a los periodos de vibrar de los edificios en estudio.	134
7.20	Representación gráfica entre la intensidad promedio de colapso $E(Y_c)$ y la intensidad asociada a cada estado límite $(y_i)$ . Distancia de Beta, $S(y_i)$ para un estado límite.	135

# I. INTRODUCCIÓN

## 1.1. ANTECEDENTES

Los diferentes fenómenos naturales siempre han sido un reto para el desarrollo de la humanidad. Dependiendo de la localización geográfica del lugar en donde se encuentren los asentamientos humanos, el riesgo de sufrir pérdidas materiales o vidas varía de acuerdo a los fenómenos naturales que se pueden presentar en el lugar así como su recurrencia. Los sismos son uno de los fenómenos naturales que más daños ocasionan en la infraestructura y en la vida cotidiana del ser humano. Su origen siempre ha sido motivo de investigación, pero solo en los últimos años ha sido posible dar una respuesta que satisfaga el rigor científico.

Debido al hecho de que muchas ciudades, pueblos y aldeas en el mundo se encuentran ubicadas en sitios donde el riesgo de sufrir daños por un sismo varía de moderado a alto, el ser humano siempre ha buscado la forma de mitigar los efectos ocasionados por este fenómeno natural. Una forma de aminorar los daños ha sido mediante el desarrollo de una infraestructura que sea capaz de resistir un evento sísmico sin colapsarse.

La filosofía de diseño de una estructura sismoresistente es evitar la pérdida de vidas humanas y disminuir los daños (estructurales y no estructurales) que puedan sufrir las edificaciones ante sismos de intensidad moderada. En sismos de gran magnitud, el objetivo primordial es permitir la evacuación de los ocupantes y que la edificación no colapse aun cuando esta sufra grandes daños.

En el diseño sísmico de edificaciones se encuentran involucradas un gran número de variables cuyo valor no puede predecirse con absoluta precisión, los reglamentos presentan lineamientos a seguir para determinar los valores a usar de las variables más importantes que están involucradas en el diseño de una estructura (cargas muertas, cargas vivas, resistencia de materiales, espectro de diseño sísmico, etc.), para la determinación de estas variables los reglamentos hacen uso de métodos probabilísticos para la estimación de los valores a ser utilizados. De acuerdo a estos lineamientos se diseñan estructuras que presentan una confiabilidad la cual no es uniforme para todas las estructuras, ni para los

estados límite a los que se refiere el reglamento (éstos son los estados límites de servicio y de colapso). Dicha confiabilidad no es uniforme porque durante el proceso de diseño no se establece la condición de que cierto tipo y/o grupo de estructuras tengan la misma probabilidad de fallar; aun cuando se someten a sismos de una misma intensidad.

Actualmente el diseño sísmico de edificaciones a nivel mundial se ha realizado mediante el uso de reglamentos y especificaciones de construcción, estos reglamentos están en base a los métodos conocidos como “esfuerzos permisibles” y “factores de carga y resistencia” (UBC, IBC, EC, RCDF, etc.), estos reglamentos son el resultado de las investigaciones realizadas y reflejan los últimos avances en estos campos; sin embargo el sismo de Northridge en 1994, y otros más recientes tales como el de Chile 2012, muestran que es necesario hacer un cambio en las metodologías de diseño ante eventos sísmicos. Como era de esperarse muchos edificios antiguos sufrieron daños, sin embargo también una gran cantidad de edificios nuevos colapsaron aun cuando cumplían con las especificaciones más recientes. Así también las pérdidas debido a daños no estructurales y a la interrupción de servicios fueron mucho mayores que las pérdidas estructurales.

Los actuales códigos de diseño han demostrado que ser capaces de alcanzar el objetivo de la filosofía de diseño sísmico, protección de la vida de los ocupantes, sin embargo esto no ha sido suficiente ya que los daños socioeconómicos han sido de gran impacto como lo han demostrado los últimos sismos de gran magnitud en el mundo. De aquí que la necesidad de un nuevo enfoque de diseño es necesario, este nuevo enfoque ha sido denominado como Ingeniería Sísmica por Desempeño (“Performance Based Seismic Engineering”, P-BSE) y de acuerdo a la iniciativa Vision 2000 (1995) consiste en: la selección de un criterio de diseño, una apropiada disposición, dimensionamiento y detallamiento de los elementos estructurales así como de sus elementos no estructurales, componentes y contenidos, así como la garantía y el control de calidad de la construcción y el mantenimiento a largo plazo, de tal manera que para determinado nivel de movimiento sísmico y confiabilidad la estructura no sufra daños más allá de ciertos estados límite.

Conforme al enfoque anteriormente mencionado se están desarrollando códigos basados en el desempeño de una estructura tales como: ATC-40 (ATC, 1996), FEMA-273 (FEMA, 1997), SAC/FEMA-350 (FEMA, 2000a), NHRP/FEMA-450 (FEMA, 2003) y

NHRP/FEMA-750 (FEMA, 2009). En el caso particular de México, el diseño de las edificaciones se hace de acuerdo al Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF) y sus Normas Técnicas Complementarias (NTC); las cuales en su última revisión en 2004, se basan en el método de resistencias al igual que sus versiones anteriores.

El análisis de la probabilidad del peligro sísmico correspondiente a la evaluación de la frecuencia media anual de exceder un nivel de intensidad de un movimiento del terreno en un sitio. Tiene sus inicios en los años 1960's y ha servido como base para los métodos de diseño en ingeniería estructural y para la elaboración de códigos y manuales para el diseño y construcción de estructuras. Estos esfuerzos iniciales fueron protagonizados por el entonces estudiante de doctorado Luis Esteva Maraboto y por el Profesor Emilio Rosembueth junto con su equipo de colaboradores en la Universidad Nacional Autónoma de México. Por su parte, son iniciadas las contribuciones en este tema por parte de Allin Cornell desde la presentación de su tesis doctoral en la Universidad de Stanford (Robin K. McGuire, 2007).

En el diseño sísmico por desempeño de una estructura, es necesario tener un método para predecir la frecuencia media anual de exceder un estado límite específico de la estructura (en este caso el colapso) en un lugar en específico. Diferentes metodologías han sido propuestas para cumplir este objetivo Esteva & Ismael (2003), Honggun & Taesung (2005), Díaz-López & Esteva (2006), Esteva & Díaz-López (2006), Díaz-López et al (2008) y Díaz López & Esteva (2009); sin embargo, la más usada hasta ahora es la propuesta por Vamvatsikos y Cornell (2002), la cual se conoce como Análisis Dinámico por Incrementos (IDA por sus siglas en inglés) y ha sido adoptada por la U.S. Federal Emergency Management Agency (FEMA) como herramienta de uso para determinar la capacidad de colapso de una estructura.

El presente trabajo de tesis encuentra sus bases en los resultados de las investigaciones más recientes de ambos equipos de trabajo y continúa con los esfuerzos de búsqueda de alternativas en el desarrollo de conocimiento que permita mitigar los daños producidos por un sismo.

Una forma de cuantificar la confiabilidad de estructuras de cierto tipo y para los estados límite a los que se refiere el reglamento es resolviendo la expresión planteada por Cornell (2002) para evaluar la confiabilidad estructural. El planteamiento de una metodología que sistematice el proceso de solución de tal expresión será de gran ayuda para encontrar la confiabilidad estructural para estructuras de distintos tipos y para distintos estados límite.

Jalayer y Cornell (2003) desarrollaron un reporte técnico que proporciona una forma aproximada de análisis de la frecuencia media anual de exceder o no exceder un nivel de desempeño en una estructura, que es definido comúnmente mediante un parámetro estructural (ductilidad, resistencia, desplazamiento relativo máximo de entrepiso) cuando alcanza un estado límite de servicio (fluencia o colapso). Haciendo uso de esto se desarrollaron los reglamentos FEMA 350-352(FEMA, 2000a), NHRP/FEMA-450(FEMA, 2003) y NHRP/FEMA-750 (FEMA, 2009) para el diseño de estructuras por desempeño.

El desarrollo e implementación de códigos de diseño de edificaciones por desempeño sólo ha sido posible gracias al avance tecnológico en el campo de la computación. El análisis de estructuras, más allá de su rango elástico, sólo ha sido posible gracias al desarrollo de programas de cómputo especializados, estos programas son capaces de simular el comportamiento de los materiales cuando sus características de rigidez y resistencia se encuentran degradadas debido a las acciones que les impone un evento sísmico. Programas de cómputo como DRAIN-2D, DRAIN-2DX, DRAIN-3D, OPENSEES, SAP2000, ETABS, RUAUMOKO, PERFORM3D, MIDAS GEN, ETC. integran en sus subrutinas de análisis diferentes modelos de degradación que permiten evaluar las estructuras a cada segundo durante un evento sísmico. Esto implica una cantidad de cálculos por segundo tan grande que, dependiendo del tamaño del modelo, su análisis puede tardar desde un segundo hasta meses. Debido al incremento exponencial en la velocidad de las computadoras para llevar a cabo operaciones, hoy en día es posible llevar a cabo análisis no lineales para el diseño de estructuras convencionales y de uso comercial; ya que anteriormente debido al costo en tiempo y financiero que implicaba utilizar estos métodos sólo se usaban para el análisis y diseño de estructuras de gran importancia como centrales nucleares, y sólo era posible haciendo uso de

supercomputadoras que por lo general solamente las universidades y entidades de gobierno poseían. Hoy en día las computadoras de escritorio comerciales nos permiten desarrollar cientos de análisis en cuestión de horas y evaluar el comportamiento de la estructura en cuestión; por lo que las limitantes en estos momentos se reducen a las capacidades de cada software para implementar diferentes modelos de degradación de rigidez y resistencia. Los programas comerciales como SAP2000, ETABS, MIDAS GEN, ETC. tienen interfaces muy amigables; sin embargo, debido a que su código fuente es propiedad privada, no es posible obtenerlo para modificarlo de acuerdo a las necesidades del usuario; por lo que para la implementación de nuevos modelos de degradación o metodologías para la evaluación de estructuras sólo es posible usar programas de código fuente abierta como lo son los programas de la familia DRAIN. Estos programas aunque fueron desarrollados en los años ochenta y sus interfaces son poco o nada amigables con el usuario siguen siendo útiles debido a su capacidad de llevar a cabo análisis de segundo orden con características muy superiores a los programas comerciales, por lo que siguen siendo muy usados en la investigación. Campos y Esteva (1997) modificaron una versión del programa DRAIN-2D para integrarle un modelo de degradación específico desarrollado en la UNAM.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN**

En el diseño estructural, los ingenieros siempre se han enfrentado y seguirán enfrentándose al reto de combinar las necesidades de seguridad y economía, creatividad y practicidad, funcionalidad y elegancia, simplicidad y exhaustividad de un diseño. El desarrollo de la filosofía de diseño denominada Diseño por Factores de Carga y Resistencia (Load and Resistance Factor Design, LRFD) en la cual, para un estado límite específico de "cargas" factorizadas o demandas, no deberán exceder las "resistencias" factorizadas o capacidades con una probabilidad aceptable. El desarrollo de esta filosofía de diseño ha supuesto un gran adelanto en comparación a su predecesora; basada en esfuerzos permisibles. Los factores aplicados a las demandas y capacidades deben de estar en función, pero no limitados, de la variabilidad y la importancia de los parámetros considerados, las consecuencias en caso de falla de la importancia de la estructura, etc. Los estados límite pueden referirse al estado de servicio de la estructura o al estado último antes del colapso. El satisfacer estos conceptos es un gran reto para los ingenieros estructuralistas

cuando se habla de diseño sismo-resistente. Preguntas que aún quedan pendientes son: ¿Qué queremos decir cuando hablamos de demandas y capacidades sísmicas? ¿Qué parámetros de demanda y capacidad son más importantes para ser considerados en el diseño y que sean lo suficientemente simples para ser introducidos en los códigos de diseño?. Estas preguntas son muy difíciles de responder, especialmente cuando se hace frente a parámetros inherentemente inciertos e interdependientes; tales como aquellos que gobiernan el comportamiento de una estructura ante un evento sísmico.

Los actuales códigos de diseño están basados en el uso de coeficientes empíricos que obscurecen el proceso de diseño y dan como resultado diseños con un grado de seguridad desconocido. Aun así los códigos de diseño actuales han sido de mucha ayuda; sin embargo, la necesidad de mejorarlos está presente. Estas mejoras deben de estar encaminadas a incorporar conceptos de demandas y capacidades que sean lo suficientemente transparentes durante el proceso de diseño y que provean niveles de seguridad consistentes para un estado límite de diseño dado.

En base a lo anteriormente mencionado, este trabajo de investigación parte de la necesidad de elaborar metodologías más claras, concisas y eficientes para ser implementadas en la práctica profesional; con la finalidad de obtener un método para la evaluación de la variable que determina la condición de colapso de una estructura ante un evento sísmico y, de esta manera, poder cuantificar la confiabilidad de en función del índice de confiabilidad  $\beta$  de Cornell.

### **1.3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA**

En la práctica del diseño estructural, desde el punto de vista de la Ingeniería Sísmica, es necesario definir los niveles de desempeño en términos cuantitativos, de tal manera que permitan al ingeniero diseñador de estructuras tener un control más adecuado sobre la relación que existe entre la amplitud más probable de la respuesta estructural (demanda) con la capacidad correspondiente de la estructura y evitar alcanzar un estado límite de colapso, el cual es indeseable.

En el caso particular de México, el diseño de las edificaciones se hace en base al Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF) y sus Normas Técnicas

Complementarias (NTC) las cuales, en su última revisión en 2004, están basadas en el método de resistencias; En la práctica profesional el ingeniero diseñador no está obligado a evaluar cuantitativamente la confiabilidad estructural. En general, el diseñador cumple con las recomendaciones del reglamento y con eso garantiza que su diseño cuenta con cierta confiabilidad. Es decir, que tiene cierta seguridad contra el colapso ante sismos fuertes, contra daños intensos ante sismos moderados, y contra daños menores ante sismos de pequeña intensidad.

Es importante resaltar que como resultado de lo anteriormente mencionado se desconozca al término del diseño de una edificación, en base al RCDF, la confiabilidad y su margen de seguridad global del sistema estructural ante un evento sísmico.

De lo anterior se desprende que es necesario conocer la confiabilidad estructural implícita en construcciones diseñadas de acuerdo al reglamento, contar con metodologías que permitan su evaluación de forma práctica, y que además aseguren una mayor uniformidad en la confiabilidad para estructuras de un mismo tipo o grupo y para los estados límite a que se hace referencia en el reglamento.

Las carencias anteriormente mencionadas no sólo se presentan en los reglamentos de construcción de México, sino que son un problema a nivel mundial; ya que la filosofía de diseño es la misma. Es por esto que en las últimas dos décadas a nivel mundial, se ha impulsado el desarrollo de reglamentos que establezcan y definan los lineamientos y metodologías a seguir para poder evaluar el desempeño de las estructuras ante eventos sísmicos.

Debido a que el estudio del desempeño de las estructuras ante eventos sísmicos implica el desarrollo de modelos que permitan predecir el comportamiento de cada uno de los elementos de la estructura más allá del rango elástico. Es muy importante desarrollar metodologías a seguir claras y lo más simple posibles; ya que tan sólo el proceso de elaboración de los modelos implica un gran número de horas hombre y de tiempo de cómputo para su resolución; tiempo que en la práctica profesional por lo general es muy limitado.

En las aplicaciones prácticas de la Ingeniería Estructural que están orientadas hacia el diseño sismo-resistente basado en el desempeño, las medidas de confiabilidad sísmica de los sistemas estructurales se apoyan en estados límite. En este caso el estado límite de colapso debido a la acción de un movimiento de terreno proveniente de un sismo. Estas aplicaciones se basan en la capacidad de deformación lateral que presenta el sistema estructural durante el evento sísmico; de tal manera que el estado de colapso sucede cuando la amplitud máxima de la respuesta sísmica (demanda) rebasa la capacidad de este sistema estructural.

Este concepto de capacidad de deformación cuenta con severas limitaciones en su uso práctico, cuando es utilizado en términos cuantitativos como un indicador de la variable que determina la condición de colapso; ya que no es posible considerar la influencia de la degradación acumulada, desplazamientos residuales, en la estructura como consecuencia de los ciclos de respuesta ante eventos sísmicos anteriores.

Son varios los enfoques alternativos que han sido propuestos para obtener un indicador de la variable que determina la condición de colapso Bertero (1977), Luco y Cornell (1998,2000), Bazzurro y Cornell (1994a,b), Yun et al. (2002), Mehanny y Deierlein (2000), Dubina et al. (2000), De Matteis et al. (2000), entre ellos destaca el de Vanvatsikos y Cornell (2002) que proponen el método denominado Análisis Dinámico por Incrementos (IDA por sus siglas en inglés); el cual está basado en la obtención de la intensidad de colapso (YC) haciendo uso de los factores de escala adecuados, los cuales serán aplicados a los acelerogramas registrados de los movimientos de terreno hasta obtener el valor del desplazamiento lateral máximo en la azotea, cuando la pendiente de la función de la respuesta dinámica incremental es más baja que un valor previamente especificado. Con esta información es posible definir la condición de falla por dos vías: una en términos de la capacidad de colapso y la otra en términos de la capacidad de deformación. Las bondades de éste método se ven disminuidas por la demanda excesiva de tiempo de computo Dolsek & Fajfar (2004). Previamente Esteva (1992) propuso un enfoque para estimar la intensidad de colapso (YC) de un sistema estructural estipulado cuando se cumple con la condición de que la inversa de la respuesta de la demanda del desplazamiento lateral máximo del sistema de interés es igual a cero. Alamilla (2001) y Alamilla & Esteva (2006) proponen un criterio

iterativo para la obtención del factor de escala que debiera de ser aplicado al acelerograma para obtener el valor de la intensidad de colapso (YC).

Esteva & Ismael (2003), Díaz-López & Esteva (2006), Esteva & Díaz-López (2006), Díaz-López et al (2008) y Díaz López & Esteva (2009) presentan un enfoque alternativo con el que se pretende evitar la necesidad de definir una capacidad de deformación para evaluar la función de confiabilidad sísmica de una estructura. Para ello definen la condición de colapso en términos de un índice de reducción de la rigidez-secante  $D(y)$ . En este sentido, la condición de falla queda establecida en términos del índice de reducción de la rigidez-secante  $D(y)$ , el cual es un índice que permite saber el daño que ha sufrido la estructura.

Con referencia en los estudios mencionados arriba, aquí el nivel de confiabilidad sísmica para una determinada estructura, cuando está sujeta a un movimiento sísmico para una intensidad dada y está expresado en términos del índice de confiabilidad  $\beta$  de Cornell [1969] como sigue:  
 $\beta(y) = m_Z(y)/\sigma_Z(y)$ , donde  $m_Z(y)$  es el valor medio del margen de seguridad  $Z$  del sistema de interés ante un temblor de intensidad igual a  $y$ , y  $\sigma_Z(y)$  es la desviación estándar de dicho margen de seguridad  $Z$ ; el cual está definido generalmente como la diferencia entre la capacidad y la demanda (Cornell, 1969).

Un enfoque alternativo para la estimación de  $\beta(y)$  fue propuesto por Esteva & Díaz-López (2006), siguiendo con la idea presentada por Alamilla (2001) y Alamilla & Esteva (2006) para expresar a la capacidad sísmica de un sistema estructural por medio del valor mínimo de la intensidad requerida para provocar el colapso.

El presente trabajo de investigación pretende mejorar una metodología que aproveche lo último de los diferentes enfoques presentados por Cornell y Esteva, de tal manera que la metodología que nos permita evaluar la confiabilidad de una estructura ante un evento sísmico de tal forma que esta sea lo más sencilla, clara y rápida de llevar a cabo para su implementación en los reglamentos nacionales, y en consecuencia, en la práctica profesional del diseño estructural.

## 1.4. HIPOTESIS Y OBJETIVOS

### 1.4.1 HIPOTESIS

Es posible evaluar la confiabilidad de un edificio y la obtención de funciones de confiabilidad para diferentes niveles de la intensidad sísmica a partir de Análisis Dinámicos por Incrementos del Índice de la Degradación de la Rigidez Secante (ADI-IDRS).

### 1.4.2 OBJETIVOS

Estimar y comparar la confiabilidad sísmica de varios edificios, mediante funciones que relacionen el índice  $\beta$  de Cornell y un margen de seguridad  $Z$ , a partir de los cuales se pretende establecer estados límite de servicio y colapso en función de la confiabilidad para su uso futuro en criterios de diseño y evaluación de edificios.

#### METAS

1. Se mejorará una metodología en función de los Análisis Dinámicos por Incrementos del Índice de la Degradación de la Rigidez Secante (*ADI-IDRS*), para evaluar la confiabilidad de edificios por medio del índice  $\beta(y)$  de Cornell y el margen de seguridad  $Z(y)$ .
2. Se obtendrán expresiones que nos permite evaluar directamente y de forma simplificada la confiabilidad de edificios de 5, 10 y 15 niveles a partir de un determinado margen de seguridad.
3. Se desarrollará un programa que permitirá reducir el tiempo de análisis y procesamiento de datos.
4. Se propondrán valores del índice de confiabilidad  $\beta(y)$  de Cornell para diferentes estados límite para su uso posible en futuros criterios de diseño de edificios.
5. Se buscará publicar los resultados en congresos nacionales y/o internacionales, con el propósito final de publicarlos en una revista indizada.



## II. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta una síntesis del marco teórico relacionado con los materiales, incertidumbres y métodos de análisis relacionados con las variables de estudio.

### 2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES

A continuación se mencionan las propiedades mecánicas de los materiales (el concreto y el acero de refuerzo), así como los modelos de comportamiento mecánico que se usarán para definir las relaciones carga-deformación de los mismos y que servirán para su modelado en el programa Drain-2D modificado.

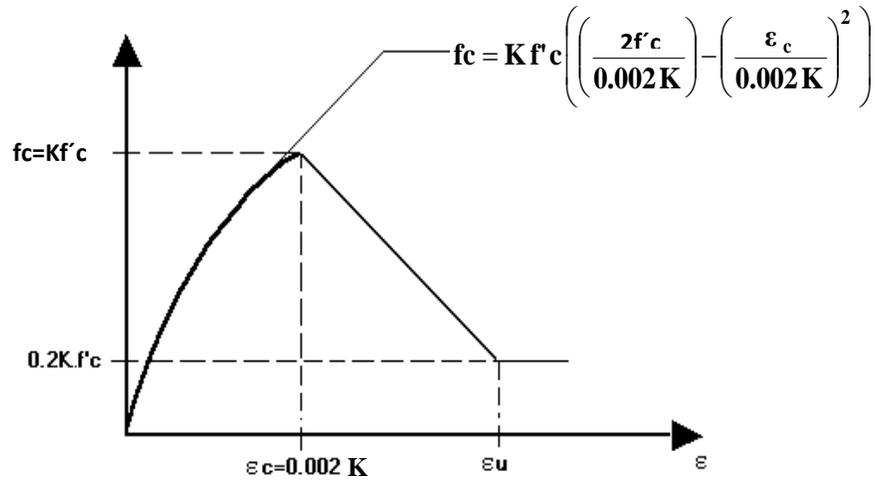
#### 2.1.1.- Concreto

El concreto es el material que proporciona la forma y resistencia necesarias en conjunto con el acero de refuerzo para idealizar un edificio. El diagrama esfuerzo-deformación del concreto indica que su comportamiento es frágil en tensión. Se sabe que su resistencia a la tensión es muy limitada ya que solo admite un 10% de su resistencia a la compresión (Nilson, 2008).

Su módulo de elasticidad depende del tipo de agregados, de peso volumétrico del concreto, y de la velocidad de aplicación de la carga. Para evitar el comportamiento frágil del concreto en las estructuras cuando está sujeto a esfuerzos de tensión se utiliza el acero de refuerzo para que este tome los esfuerzos de tensión que el concreto no puede.

Llevar a cabo un análisis no lineal de una estructura de concreto es necesario determinar las relaciones momento-rotación de los elementos de concreto reforzado, es por ello que se establecen diagramas de comportamiento esfuerzo-deformación para los materiales. Algunos estudios han mostrado que el confinamiento provisto por el acero lateral aumenta la resistencia y ductilidad de la zona de concreto confinada. Para tener en cuenta ese hecho, se empleó el modelo para concreto confinado de Kent y Park (1982), el cual supone que el corazón de concreto confinado está cubierto por estribos transversales.

La gráfica esfuerzo deformación correspondiente a este modelo se muestra en la *Figura 2.1*.



*Figura 2.1* Modelo de Kent y Park para concreto confinado

El modelo de Kent y Park consiste en un segmento parabólico ascendente y un segmento lineal descendente. El esfuerzo del concreto  $Kf'c$ , se obtiene en la deformación  $0.002K$ .

$K$  se obtiene de:

$$K = 1 + \rho_s f_{yh} / f'c \quad (2.1)$$

La relación esfuerzo deformación es:

Para  $\epsilon_c \leq 0.002K$

$$f_c = Kf'c \left( \left( \frac{2f'c}{0.002K} \right) - \left( \frac{\epsilon_c}{0.002K} \right)^2 \right) \quad (2.1a)$$

Para  $\epsilon_c \geq 0.002K$

$$f_c = Kf'c (1 - Z_m (\epsilon_c - 0.002K)) \geq 0.2Kf'c \quad (2.1b)$$

En la que

$$Z_m = \left( \frac{0.5}{\left( \frac{3 + 0.0284 f'_c}{14.211 f'_c - 1000} \right) + \left( \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{h'}{sh}} \right) - 0.002.K} \right) \quad (2.2)$$

Donde:

$f_c$  = esfuerzo de compresión en el concreto

$\epsilon_c$  = deformación en el concreto en compresión

$f'_c$  = resistencia a compresión del concreto no confinado

$f_{yh}$  = esfuerzo de fluencia del acero confinante

$\rho_s$  = relación volumétrica del acero lateral al volumen de concreto confinado

$sh$  = separación de centro a centro de los estribos

$h'$  = peralte efectivo confinado

### 2.1.2 Acero de refuerzo

La resistencia de este material depende totalmente de la manera en que fue elaborado en las industrias siderúrgicas que se dedican a su manufactura, en cuanto a componentes químicos aplicados y el tratamiento al que fue sometido (Meli, 1999)

Este material tiene una curva de esfuerzo-deformación la cual indica que su comportamiento es lineal prolongado hasta alcanzar su esfuerzo de fluencia, y su módulo de elasticidad es de 2, 040, 000 kg/cm<sup>2</sup>. Para el diseño de estructuras de concreto reforzado se utiliza un acero de refuerzo con un límite de fluencia nominal de 4,200 kg/cm<sup>2</sup>.

El modelo usado para representar el comportamiento esfuerzo-deformación del acero es el de Mander (1984), modificado para concreto confinado. El modelo se presenta en la *Figura 2.2*

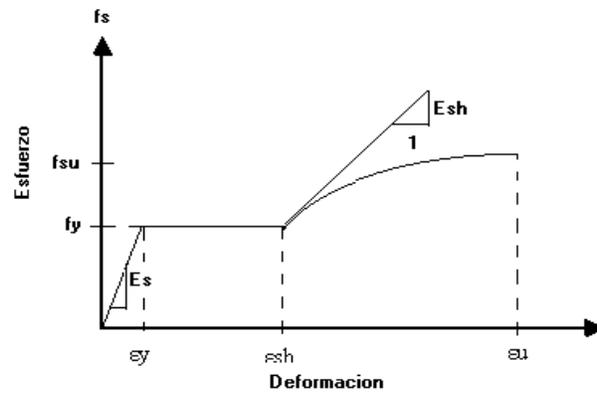


Figura 2.2 Curva esfuerzo-deformación para el acero según el modelo de Mander (1984)

Las funciones que definen las ramas son:

### Zona elástica

Esta ocurre en el intervalo  $0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y$  donde  $\epsilon_s$  es la deformación de la barra de refuerzo. Si el módulo de elasticidad del acero es  $E_s$ , el esfuerzo en este intervalo de deformaciones se puede evaluar como:

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad (2.3)$$

### Zona de fluencia

Ocurre en el intervalo  $\epsilon_y < \epsilon_s < \epsilon_{sh}$  en el que  $\epsilon_{sh}$  es la deformación del acero correspondiente al inicio de la zona de endurecimiento por deformación. El esfuerzo en esta zona se calcula como:

$$f_s = f_y$$

### Zona de endurecimiento por deformación

Ocurre en el intervalo  $\epsilon_{sh} < \epsilon_s < \epsilon_{su}$  donde  $\epsilon_{su}$  es la deformación asociada a la resistencia máxima del acero.

La zona de endurecimiento por deformación se define como

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left( \frac{\epsilon_{su} - \epsilon_s}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \right)^p \quad (2.4)$$

Donde  $p$  se calcula a partir de:

$$P = \frac{\left( \log \left( \frac{(f_{su} - f_{sh1})}{(f_{su} - f_y)} \right) \right)}{\left( \log \left( \frac{(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh1})}{(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh})} \right) \right)} \quad (2.5)$$

donde  $\varepsilon_{sh1}$  y  $f_{sh1}$  son las coordenadas de un punto experimental de la zona de endurecimiento por deformación por ejemplo se pueden emplear los valores de  $\varepsilon_{sh}$  y  $f_{sh}$ .

Donde:

$f_{su}$ , esfuerzo último = 7200 kg/cm<sup>2</sup>

$f_y$ , esfuerzo de fluencia = 4200 kg / cm<sup>2</sup>

$\varepsilon_y$ , deformación unitaria de fluencia = 0.002

$\varepsilon_{sh}$ , deformación unitaria donde se inicia la zona de endurecimiento = 0.010

$\varepsilon_{su}$ , deformación unitaria última = 0.13

## 2.2 INCERTIDUMBRES

A continuación se presenta una síntesis de las incertidumbres en los materiales, y cargas vivas máximas que se consideran en el estudio.

### 2.2.1 Cargas en edificios

#### 2.2.1.1 Carga viva máxima instantánea

La incertidumbre en la intensidad de la carga viva máxima instantánea se basa en el modelo probabilista de carga viva propuesto por Pier y Cornell (1973) para obtener la variabilidad espacial de la intensidad instantánea de la carga gravitacional que actúa sobre los diferentes niveles de un edificio mediante simulación de Monte Carlo, Fisman S G., (1996), y quienes establecen que la intensidad de la carga viva instantánea puede ser modelada por una función de distribución de probabilidad Gamma. Los parámetros estadísticos de las cargas vivas representativas de edificios de oficinas construidos en la ciudad de México son tomados del estudio de Ruiz y Soriano (1997) quienes verifican que la función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta en la estimación de la carga

viva instantánea es la distribución Gamma, además obtienen un valor medio de la carga viva instantánea igual a  $75.1 \text{ kg/m}^2$ , y un coeficiente de variación de 0.3 (obtenido al considerar un valor de área de  $37.16 \text{ m}^2$ ).

### **2.2.1.2 Carga muerta**

La carga muerta se calcula teniendo en cuenta el peso de la losa y todos los elementos que gravitan sobre ella e incluye el peso propio de columnas, trabes principales y trabes secundarias. Dado que no se cuenta con información disponible referente a la variabilidad de los pesos específicos de los materiales y las dimensiones de los elementos estructurales, es posible estimar en forma aproximada las cargas muertas actuantes sobre las estructuras. Meli (1976) propone una expresión, que relaciona el valor nominal y medio de la carga muerta mediante un coeficiente de variación, al cual le ha asignado un valor típico.

## **2.2.2 Propiedades mecánicas de los materiales**

### **2.2.2.1 Concreto Reforzado**

La resistencia a compresión del concreto, está sujeta a fluctuaciones debidas a factores diversos implícitos en el proceso de fabricación del mismo, lo que introduce variabilidad en la resistencia final que presentan los elementos estructurales fabricados con este material.

Meli y Mendoza (1991) representan mediante una función de distribución normal el comportamiento de la resistencia nominal del concreto, denotado comúnmente como  $f^c$ , y la asocian con el valor medio obtenido de ensayos de cilindro en el laboratorio.

Algunos estudios han mostrado que el confinamiento provisto por el acero lateral aumenta la resistencia y ductilidad de la zona de concreto confinada. Para tener en cuenta ese hecho, se empleó el modelo para concreto confinado de Kent y Park modificado (1982), el cual supone que el corazón de concreto confinado está cubierto por estribos transversales.

### **2.2.2.2 Acero estructural**

Para el caso de elementos de concreto sub-reforzados (la condición de fluencia del acero se alcanza antes que la condición de falla por compresión del concreto), su comportamiento, y por ende el de la estructura en su conjunto, estará definido por la resistencia y la capacidad de disipar energía de deformación del acero estructural en dichos elementos. De aquí su importancia en caracterizar su comportamiento.

Rodríguez y Botero (1994) a partir de ensayos de probetas de aceros en laboratorio estudian el comportamiento esfuerzo-deformación de varillas producidas en el país y caracterizan su comportamiento mediante tres zonas: a) elástica, b) plástica y c) de endurecimiento por deformación, la cual se representa mediante la expresión dada por Mander et al. (1984).

Rodríguez y Botero (1994) en su investigación sobre las propiedades estadísticas de aceros producidos en México recomiendan usar una función de distribución tipo normal para modelar el comportamiento incierto de  $f_y$ .

### **2.2.3 Modelo de comportamiento histerético y daño**

Ante la necesidad de estimar la respuesta no-lineal de elementos estructurales que considere degradación de rigidez y resistencia ante ciclos de carga alternados, como pueden ser las respuestas ante excitaciones sísmicas, se han desarrollado modelos analíticos de histéresis.

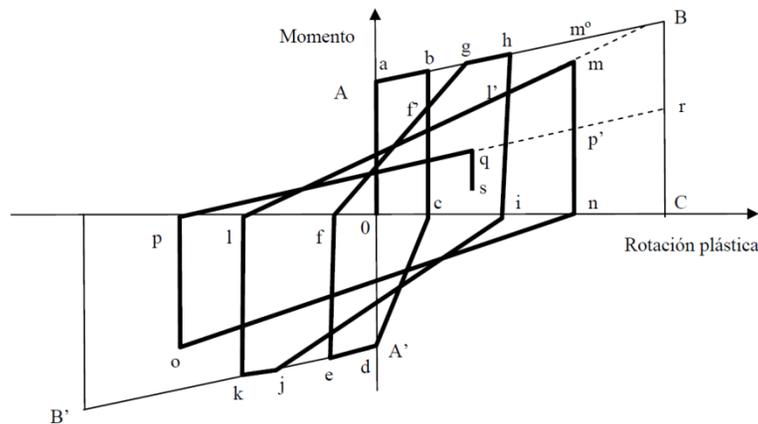
Los modelos aquí descritos se basan en el concepto de daño acumulado, que es función de la suma de las amplitudes máximas alcanzadas en cada ciclo de carga por el elemento de estudio propuesto por Wang y Shah (1987).

Campos y Esteva (1997) desarrollan un modelo para vigas de concreto reforzado, considerando que el deterioro se concentra en secciones extremas del elemento y que el máximo daño corresponde a la pérdida total de rigidez y resistencia de dicha sección, dando

lugar a la formación de la articulación completa. Los autores proponen una curva envolvente bi-lineal y reglas de comportamiento histerético para los ciclos de carga y descarga.

Dicho modelo ha sido incluido en el programa de computo DRAIN-2D (Powell 1973) como un nuevo elemento.

En la *Figura 2.3* se presenta de manera esquemática el modelo para las secciones en los extremos de las vigas; se observa la degradación de rigidez y la forma en que el momento puede alcanzar a la curva bi-lineal (sí fuese el caso) para cada ciclo de carga-descarga.



**Figura 2.3** Modelo de comportamiento histerético para vigas de concreto reforzado adaptada de Campos y Esteva (1997)

Tanto las cargas como las resistencias de materiales y elementos estructurales pueden considerarse como variables aleatorias y caracterizarse por función de densidad de probabilidades por medio de sus dos primeros momentos estadísticos (media y desviación estándar). Dichas propiedades medias podrán ser obtenidas de muestras de laboratorio de uno o varios lotes y/o por mediciones físicas.

Por cuestiones de seguridad, para el diseño se emplean propiedades nominales, los cuales son valores conservadores, mayores para el caso de las cargas y menores en el de las resistencias.

En este estudio cuando se tratan de propiedades nominales se supondrá que se trabaja con los valores de referencia de algún código o reglamento, cuando se mencionen propiedades medias se referirá a aquellas que han sido caracterizadas por su valor medio y su desviación estándar, y finalmente cuando se hable de propiedades inciertas se referirá a aquellas simuladas mediante sus funciones de distribución de probabilidad asociadas, utilizando el método de Monte Carlo.

## **2.3 MÉTODOS DE ANÁLISIS**

En esta sección se describe brevemente la teoría de los análisis estructurales utilizados en este trabajo.

### **2.3.1 Análisis dinámico de la estructura**

#### I. Ecuación del movimiento

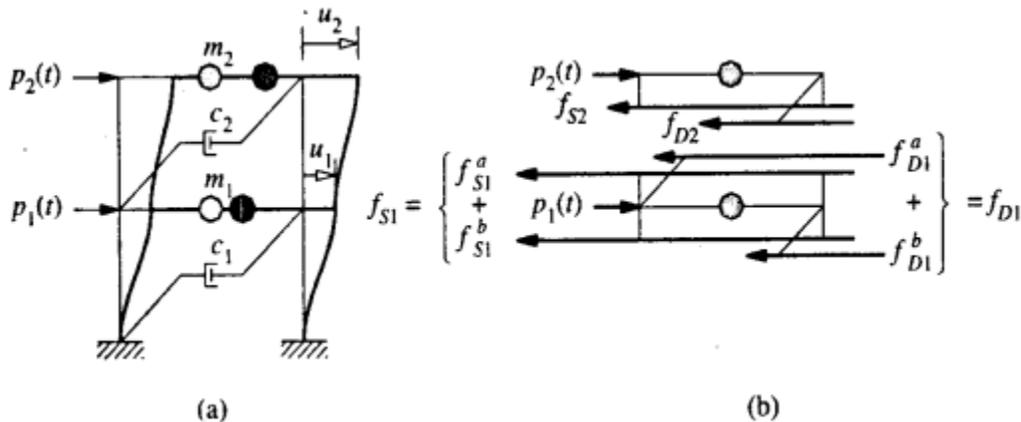
Un edificio simple puede definirse como un edificio en el cual no se producen rotaciones en los miembros horizontales a la altura de los pisos. A este respecto, un edificio simple, sometido a excitaciones que producen desplazamientos horizontales, tiene muchas de las características de una viga en voladizo deformada solamente por el esfuerzo de corte. Para conseguir esa deformación en un edificio debemos de considerar las siguientes condiciones:

1. Que toda la masa del edificio está concentrada al nivel de los pisos.
2. Que la rigidez de las vigas es mucho mayor que la de las columnas por lo cual no se permite una rotación de las últimas con relación al entrepiso.
3. Que la deformación de la estructura es independiente de las fuerzas axiales en las columnas.

La primera condición transforma el problema de un sistema con un número infinito de grados de libertad, en uno con tantos grados de libertad como masas concentradas en los pisos se consideren. La segunda establece la condición de que las

uniones entre las vigas permanezcan fijas sin rotación. La tercera que las vigas rígidas en los entrepisos permanezcan horizontales durante el movimiento de la estructura.

Consideremos como ejemplo en la *Figura 2.4* el modelo para un sistema con dos grados de libertad. Obviamente se puede considerar un modelo con un número mucho más grande de grados de libertad, sin que las ecuaciones presentadas pierdan validez. En la *Figura 2.4* se muestra también el correspondiente diagrama del cuerpo libre.



**Figura 2.4** Diagrama del cuerpo libre de un edificio de dos niveles sometido a fuerzas concentradas en los entrepisos.

Las fuerzas de inercia  $f_i(t)$  las fuerzas de rigidez  $f_s(t)$ , las fuerzas de amortiguamiento  $f_D(t)$  y las fuerzas externas  $f(t)$ , son las fuerzas actuando en cada piso  $j$ , donde se supone concentrada la masa  $m_j$  para un instante de tiempo  $t = i$ .

El equilibrio dinámico del sistema para un instante  $i$ , se obtiene igualando la suma de las fuerzas actuantes en el sistema, las cuales son las fuerzas de inercia  $F_{Ij}(t_i)$ , las fuerzas de amortiguamiento  $F_{Dj}(t_i)$ , las fuerzas elásticas o inelásticas en el resorte  $F_{kj}(t_i)$  y las fuerzas exteriores  $F_j(t)$ . Por lo tanto, en el instante  $t_i$  el equilibrio de estas fuerzas se expresa como:

$$F_{Ij}(t_i) + F_{kj}(t_i) + F_{Dj}(t_i) = F_j(t) \quad (2.6)$$

La ecuación anterior contiene dos ecuaciones para  $j=1$  y  $j=2$ , y estas pueden ser escritas en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(t_i) \\ y_2(t_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{D1}(t_i) \\ f_{D2}(t_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{S1}(t_i) \\ f_{S2}(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t_i) \\ f_2(t_i) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Considerando la masa como constante (invariante en el tiempo), la ecuación anterior puede ser escrita en forma simplificada para un instante  $t_i$  como:

$$[F_I(t_i)] + [F_D(t_i)] + [F_S(t_i)] = [F(t_i)] \quad (2.8)$$

y después de un pequeño incremento en el tiempo, digamos  $\Delta t$ , tenemos:

$$[F_I(t_1 + \Delta t)] + [F_D(t_1 + \Delta t)] + [F_S(t_1 + \Delta t)] = [F(t_1 + \Delta t)] \quad (2.9)$$

restando el sistema de ecuaciones 2.9 anterior del sistema de ecuaciones 2.8, resulta el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales en función de los incrementos:

$$[\Delta F_I] + [\Delta F_D] + [\Delta F_S] = [\Delta F_I] \quad (2.10)$$

donde las matrices de fuerzas incrementales de este sistemas de ecuaciones se define como sigue:

$$[\Delta F_I] = [F_I(t_i - \Delta T)] - [F_I(t_i)] \quad (2.11)$$

$$[\Delta F_D] = [F_D(t_i + \Delta T)] - [F_D(t_i)] \quad (2.12)$$

$$[\Delta F_S] = [F_S(t_i + \Delta T)] - [F_S(t_i)] \quad (2.13)$$

$$[\Delta F_i] = [F_i(t_i + \Delta T)] - [F_i(t_i)] \quad (2.14)$$

Si suponemos que la fuerza de amortiguamiento es función de la velocidad y que la fuerza en el resorte es función del desplazamiento, mientras que la fuerza de inercia permanece proporcional a la aceleración, podemos entonces expresar las fuerzas incrementales del sistema por las *Ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14* como:

$$[\Delta F_I] = [M] \cdot [\Delta \ddot{y}_i] \quad (2.15)$$

$$[\Delta F_D] = [C] \cdot [\Delta \dot{y}_i] \quad (2.16)$$

$$[\Delta F_S] = [K] \cdot [\Delta y_i] \quad (2.17)$$

donde el desplazamiento incremental  $\Delta y$ , el vector velocidad incremental  $\Delta \dot{y}$  y el vector aceleración incremental  $\Delta \ddot{y}$ , están dados por:

$$[\Delta y_i] = [y(t_i + \Delta t)] - [y(t_i)] \quad (2.18)$$

$$[\Delta \dot{y}_i] = [\dot{y}(t_i + \Delta t)] - [\dot{y}(t_i)] \quad (2.19)$$

$$[\Delta\ddot{y}_i] = [\dot{y}(t_i + \Delta t)] - [\dot{y}(t_i)] \quad (2.20)$$

Finalmente, la ecuación incremental de equilibrio dinámico queda como:

$$[M] \cdot [\Delta\ddot{y}_i] + [C] \cdot [\Delta\dot{y}_i] + [K] \cdot [\Delta y_i] = [\Delta F_i] \quad (2.21)$$

Donde la matriz de rigidez  $[K]$  es la matriz de rigidez lateral del edificio. Cada uno de los coeficientes que forman esta matriz definidos como  $K_{IJ}$  se define como la fuerza en la coordenada  $i$  cuando la coordenada  $j$  se desplaza una unidad, mientras que todas las otras coordenadas permanecen fijas.

## II. Excitación Sísmica

Para movimientos sísmicos la ecuación de equilibrio dinámico incremental cambia a:

$$[M]\{\Delta\ddot{y}_a\} + [C_T]\{\Delta\dot{y}_r\} + [k_T]\{\Delta y_r\} = -[M]\{\Delta\ddot{y}_g\} \quad (2.22)$$

en donde  $\{\Delta\ddot{y}_a\}$  es el incremento de aceleración absoluta;  $\{\Delta\dot{y}_r\}$  y  $\{\Delta y_r\}$  son los incrementos de velocidad y desplazamiento relativos al terreno, respectivamente.

## III. Integración de la ecuación de movimiento no lineal

Para llevar a cabo un análisis no lineal dinámico de una estructura es necesario hacer la Integración de la ecuación de movimiento no lineal. Para esto se cuenta con la posibilidad de seleccionar alguno de entre muchos métodos para llevar a cabo la integración paso a paso de la ecuación de movimiento; por ejemplo, los métodos basados en interpolación de la excitación; los métodos de diferencias centrales y los métodos de la  $\beta$  de Newmark. De entre los métodos de la  $\beta$  de Newmark, los dos casos especiales más

utilizados son el método de la aceleración constante y el método de la aceleración lineal. Como sus nombres lo indican, en el primero de estos métodos se supone que la variación de la velocidad durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es constante, mientras que en el segundo se supone que la variación de la aceleración es lineal. Uno de los métodos más efectivos para resolver la ecuación no lineal de equilibrio dinámico es el método de integración paso a paso, al cual lo podemos seleccionar de entre los varios métodos de solución existentes.

En este método, la respuesta se calcula para distintos incrementos de tiempo  $\Delta t$ , con la misma duración, por conveniencia de cálculo. Al comienzo de cada intervalo se establecen las condiciones de equilibrio dinámico y enseguida se calcula la respuesta para un incremento de tiempo  $\Delta t$  suponiendo que las matrices de coeficientes de rigideces y de amortiguamiento,  $K(y)$  y  $C(\dot{y})$  respectivamente, permanecen constantes durante  $\Delta t$ . La no-linealidad de estas matrices se considera en el análisis mediante su recálculo al comienzo de cada incremento de tiempo.

Evidentemente la respuesta se obtiene utilizando tanto el vector desplazamiento como el vector velocidad calculados al final del intervalo de tiempo anterior, como condiciones iniciales del intervalo de tiempo siguiente.

Como anteriormente se ha mencionado, en cada intervalo de tiempo la matriz de rigidez  $K(y)$  y la matriz de amortiguamiento  $C(\dot{y})$  se calculan ambos al inicio de cada paso y se suponen constantes hasta el paso siguiente. De esta manera el comportamiento no lineal del sistema es dado por una secuencia en los sistemas lineales.

#### IV. Consideraciones e hipótesis utilizadas para el análisis dinámico paso a paso de la estructura

1. Se considera la degradación de la resistencia y de la rigidez de los elementos estructurales.

2. Para la obtención de la capacidad de deformación y de la resistencia de las trabes se considera la contribución de la losa.
3. Se toma en cuenta la capacidad última de rotación de los elementos.
4. No se consideran los efectos  $P - \Delta$ .
5. No se consideran los efectos bidireccionales de las fuerzas sísmicas, ni sus efectos de torsión.
6. No se considera el efecto de la interacción suelo-estructura.

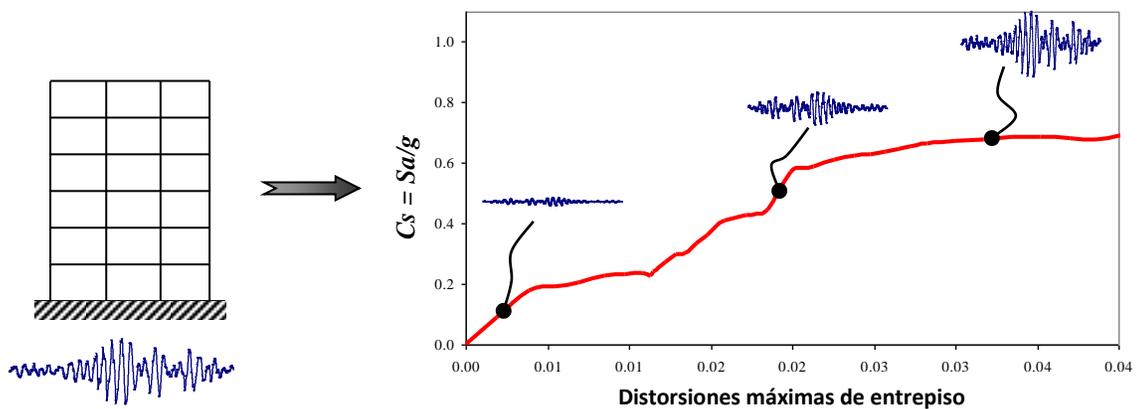
Considerando como parámetro a la rigidez lateral, el cual es un factor que afecta en alguna medida la respuesta sísmica que alcanza la estructura cuando está sometida a un sismo, y por consiguiente debe ser utilizado un modelo que tome en consideración las diferencias de las rigideces entre los marcos exteriores y los marcos interiores para así obtener un buen acercamiento a la respuesta dinámica del edificio.

Una forma de representar el edificio es por medio de un modelo tridimensional integrado por elementos esqueleto que tengan las propiedades mecánicas de los elementos que representan. Un modelo más simple del edificio es aquel que representa el edificio por medio de marcos planos, es decir, un modelo bidimensional. Cada marco se supone sujeto a las cargas que le corresponden según su área tributaria y su rigidez lateral; en esta idealización se ignora la interacción entre marcos constitutivos de la estructura real, debida por ejemplo a la rigidez torsional de los elementos que la conectan.

### **2.3.2 Método del ANÁLISIS DINÁMICO POR INCREMENTOS**

El Método del Análisis Dinámico por Incrementos (*MADI*), el cual fue mencionado primeramente en la década de los 70's y ha sido utilizado en diferentes formas por varios investigadores (p.e. Vamvatsikos y Cornell, 2002a, b; Nassar y Krawinkler, 1991). Recientemente este método resurgió de diferentes formas para evaluar más a fondo el funcionamiento estructural bajo cargas sísmicas. Esto involucra someter un modelo estructural a uno o más registros de sismos ocurridos, cada uno escalado a una cantidad considerable de niveles de intensidad, para así generar una o más parámetros de respuesta

contra el nivel de intensidad (Vamvatsikos y Cornell, 2002). De esta manera, si se toma un sismo y se va escalando hasta que la estructura llegue a un cierto comportamiento asociado con algún nivel de desempeño se obtiene la curva de la *Figura 2.5*. Este método considera también el concepto de la estimación de la intensidad de colapso ( $Y_c$ ) que con la ayuda de factores de escala adecuados aplicados a un acelerograma se puede alcanzar el colapso del sistema. Las posibilidades de visualizar la evolución de las amplitudes de la respuesta sísmica en la medida en que la intensidad crece y de observar los valores alcanzados por aquella intensidad antes de que la respuesta sísmica esté fuera de los límites, constituye una ventaja importante de estos análisis.



a) Aceleración en la base escalada

b) Curva obtenida a partir de ADI's

**Figura 2.5** Ilustración de un análisis dinámico incremental (ADI).

El análisis dinámico incremental permite tomar en cuenta las características de la estructura y de la incertidumbre inherente a la sollicitación sísmica que se espera en el sitio para edificios en donde los efectos dinámicos son importantes.

Este método se ha adoptado en las recomendaciones de la Agencia Federal para el Manejo de Emergencias de E.U.A. (FEMA, 2000). Entre sus principales propósitos se encuentran:

1. Obtener un intervalo de respuesta o “demandas” estructurales contra un intervalo de niveles potenciales de movimiento del terreno.

2. Mejorar el entendimiento de las implicaciones estructurales que se tendrían con movimientos del terreno de diferentes intensidades.
3. Mejorar el entendimiento de los cambios en la naturaleza de la respuesta estructural al aumentar la intensidad del movimiento (p.e. cambios en la forma de la deformación máxima de los entrepisos con respecto a la altura de la estructura, degradaciones de rigidez y resistencia, etc.).
4. Obtener la capacidad dinámica global y de entrepiso de la estructura.

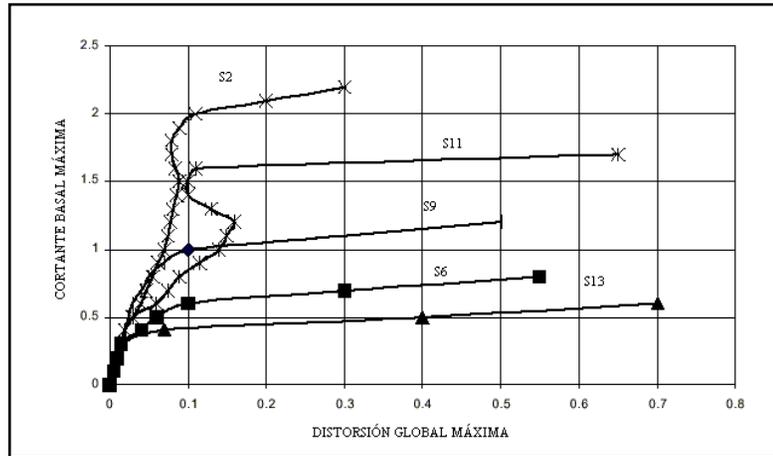
Los factores que pueden afectar las curvas obtenidas mediante ADI's son los siguientes:

1. Efectos P- $\Delta$ .
2. Incremento de tiempo ( $\Delta t$ ) utilizado en el análisis.
3. Incremento en el factor de escala ( $\Delta FE$ ) del sismo.
4. Movimientos sísmicos utilizados.
5. Endurecimiento por deformación del material.
6. Cambio en el periodo fundamental debido a la no linealidad.
7. Efecto de modos superiores.
8. Cambio en la localización de la máxima distorsión de entrepiso.

A pesar de la simplicidad teórica del *ADI*, el desarrollo de este tipo de estudio puede llegar a requerir de grandes tiempos de cómputo al inicio. En este tipo de análisis lo ideal sería obtener representaciones casi continuas de las curvas de *ADI*; sin embargo, el costo de cada análisis dinámico no lineal hace necesario pensar en algoritmos para seleccionar el espaciamiento óptimo entre los puntos para cumplir con los objetivos deseados (*Vamvatsikos y Cornell, 2002*).

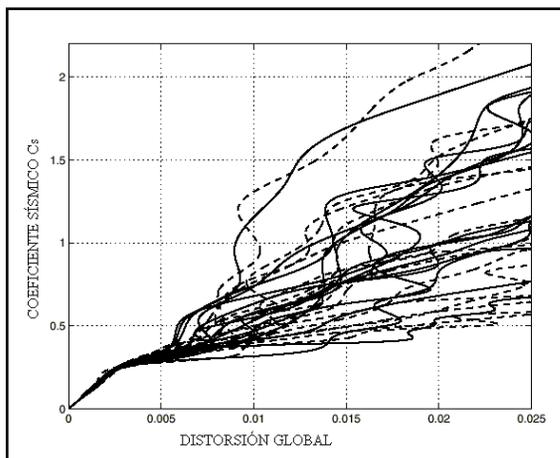
El Análisis Dinámico por Incrementos (*ADI*) requiere más específicamente los siguientes pasos:

1. Escoger un grupo de 10 a 40 acelerogramas representativos del lugar y nivel de peligro para los cuales se desea obtener las intensidades sísmicas que producen el colapso del sistema ( $Y_C$ ).
2. Seleccionar uno de los acelerogramas, realizar un análisis dinámico no lineal del edificio. Determinar un factor de escala para el acelerograma. Obtener la respuesta correspondiente a la aceleración espectral  $S_a T_I$  para este factor de escala (asociada al periodo fundamental de la estructura  $T_I$ ).
3. Realizar una gráfica cuyo eje de las abscisas presenten el índice de daño  $D(y)$  y en el eje de las ordenadas la medida de intensidad ( $y$ ). Primeramente se dibuja el punto correspondiente resultante del índice de daño  $D(y)$  y de la medida de intensidad ( $y$ ), asociada al análisis con este factor de escala.
4. Incrementar el factor de escala del acelerograma, tal que produzca un suave comportamiento no lineal de la estructura. Realizar un análisis no lineal del edificio para este factor de escala del acelerograma. Determinar el siguiente punto de la curva asociado a este nuevo factor de escala. Este se llamará *punto 1*.
5. Incrementar ligeramente el factor de escala del acelerograma y repetir el paso anterior. Dibujar este punto, el cual se llamará punto 2. Dibujar una línea recta entre los *puntos 1 y 2*.
6. Repetir el paso anterior hasta que se dispare el desplazamiento máximo de azotea después de un pequeño incremento en el factor de escala. El desplazamiento máximo antes de que se dispare será el desplazamiento de colapso de la estructura, para el cual se determinará el índice de daño  $D(y)$  asociada a la intensidad de colapso del sistema ( $Y_C$ ). La *Figura 2.6* presenta una serie típica de curvas obtenidas de un análisis semejante.



**Figura 2.6** Curvas típicas de análisis dinámico incremental.

7. Se repite todo este proceso para todos los acelerogramas seleccionados como representativos del sitio de interés y se determina la capacidad de desplazamiento lateral de la estructura para cada acelerograma y la intensidad asociada. Lo cual conformaría un análisis dinámico incremental de varios registros, como por ejemplo los mostrados en la *Figura 2.7*.



**Figura 2.7** Análisis dinámico incremental de varios acelerogramas.

## 2.4 Índice de degradación de la rigidez secante (ADI-IDRS)

Esteva & Ismael (2003), Díaz-López & Esteva (2006), Esteva & Díaz-López (2006), Díaz-López et al (2008) y Díaz López & Esteva (2009) definen la condición de colapso para un sistema estructural en términos de un Índice de Reducción de la Rigidez-Secante  $I_{RRS}$  Figura 2.8.

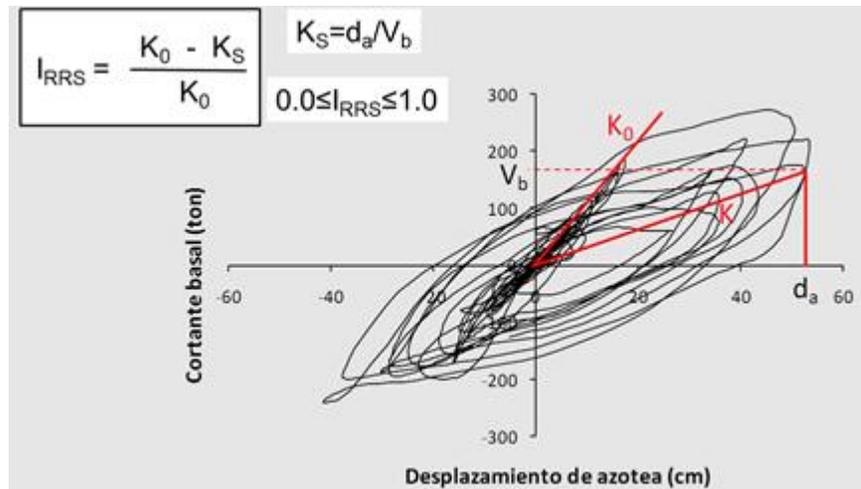


Figura 2.8 Índice de Reducción de Rigidez Secante Díaz López & Esteva (2009)

En este sentido, la condición de falla queda establecida en términos del índice  $I_{RRS}(y)$  el cual es un índice que nos permite saber del daño que ha sufrido la estructura, como sigue:

$$I_{RRS}(y) = \frac{K_0 - K_S}{K_0}, \quad (2.23)$$

Donde  $y$  es la intensidad del movimiento sísmico,  $K_0$  es el valor que adquiere  $K$  cuando es lineal, y  $K_S$  es el valor de la rigidez secante adoptado por el sistema en el instante cuando el desplazamiento lateral en la azotea alcanza su valor máximo. El colapso tiene lugar cuando este índice es igual a la unidad ( $I_{RRS}(y) = 1$ ).

Díaz de León (2012) retoma este índice y lo llama El Índice de Reducción de la Rigidez Secante (*IRRS*) Ecuación 2.23, de aquí en adelante será denominado como el Índice de Degradación de la Rigidez Secante (*IDRS*),  $D(y)$  Ecuación 2.24, debido a que se considera que si bien hay una reducción de la rigidez de un sistema estructural ante la presencia de un sismo, el termino degradación define con mayor precisión el fenómeno que ocurre debido a los efectos una acción ambiental como lo es un sismo. Por esta razón, en esta tesis, la intensidad de colapso ( $Y_c$ ) es obtenida mediante Análisis Dinámicos Incrementales, pero aplicados al Índice de Degradación de la Rigidez Secante (*ADI-IDRS*).

Este índice está dado por la siguiente ecuación:

$$D(y) = 1 - \frac{K}{K_0} \quad (2.24)$$

Donde las variables fueron ya descritas desde la Ecuación 2.23, remarcando que  $K_0$  se obtiene de los mismos Análisis Dinámicos Incrementales durante se fase elástica de la estructura a diferencia de Díaz de León (2012) que la obtiene a través de un Pushover.

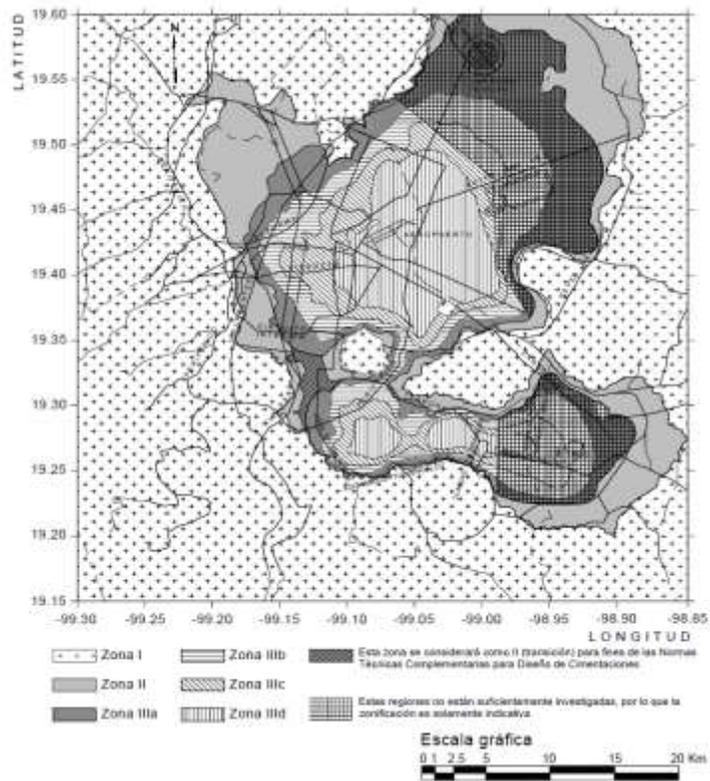
### III. ESTRUCTURAS ANALIZADAS

#### 3.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES

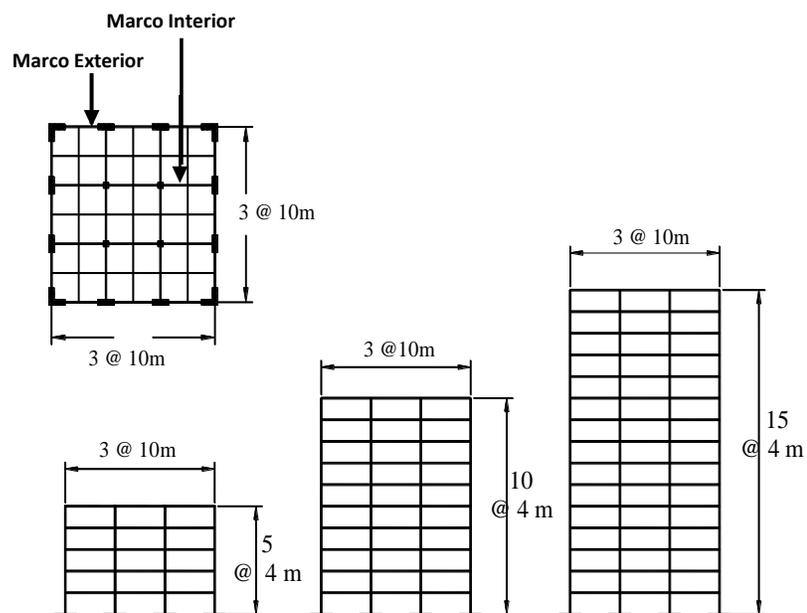
En este trabajo se utilizaron tres edificios de concreto reforzado (de 5, 10 y 15 niveles y tres crujías) diseñados de acuerdo con la práctica profesional en México con el RCDF (2004).

Los tres edificios de 5, 10 y 15 fueron diseñados altruistamente por reconocidas firmas de ingeniería estructural: PROYECT, cuyo Gerente General es el Ing. Raúl Granados Granados, GARCÍA JARQUE INGENIEROS, S.C., representado por el Ing. Francisco García Jarque, y ALONSO Y ASOCIADOS, cuyo Gerente es el M.I. Javier Alonso García.

Los edificios se diseñaron de acuerdo con el texto principal del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF, 2004) así como sus Normas Técnicas Complementarias (2004), para uso de oficinas (Grupo B). Se suponen ubicados cerca de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT, zona IIIb) (ver *Figura 3.1*). Se usó un factor de comportamiento sísmico  $Q=3$  y un coeficiente sísmico de diseño elástico  $C_s = 0.45$ . Se utilizó concreto clase I. Las distorsiones de entrepiso se limitaron a  $\delta/h = 0.012$ . Los edificios se estructuran a base de marcos de concreto reforzado, y presentan una planta cuadrada de 30 x 30 m, formada por tres crujías separadas por una distancia de 10 m, con alturas de entrepiso de 4m, además se diseñaron para cumplir con los requisitos de regularidad marcados en las (NTCS, 2004) por lo que se consideran estructuras regulares. Las características geométricas nominales en planta y elevación de los edificios se muestran en la *Figura 3.2*. Las secciones de diseño para marcos exteriores e interiores se muestran en las *Figura 3.3*, *3.4*, y *3.5*. En las *Tablas 3.1*, *3.2* y *3.3* se presentan los valores nominales de las secciones de las trabes y de las columnas de los tres edificios. En estas tablas también se señalan los esfuerzos nominales resistentes del concreto y el acero de refuerzo.



**Figura 3.1** Mapa de zonificación del D.F. para fines de diseño sísmico



**Figura 3.2.** Elevación y planta de los edificios analizados

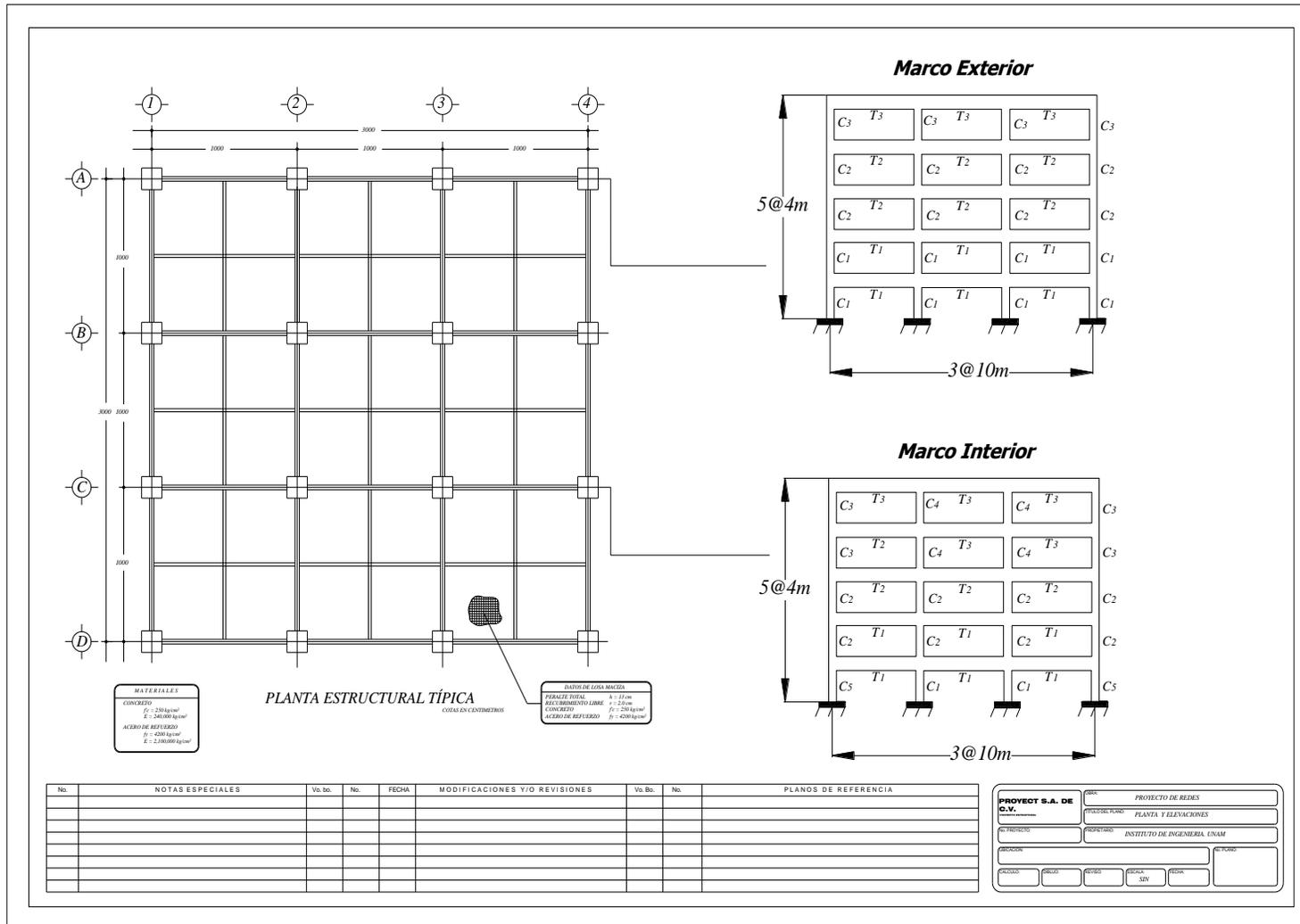
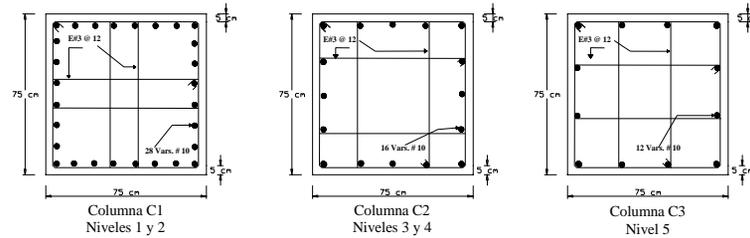
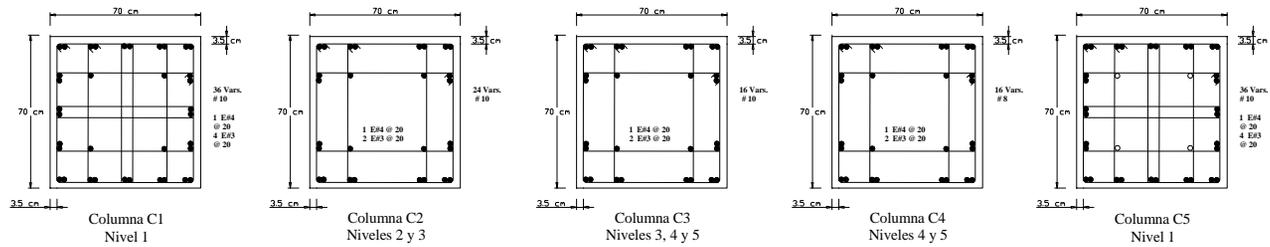


Figura 3.3. Secciones estructurales del edificio de 5 niveles



**ARMADO DE COLUMNAS DE LOS MARCOS EXTERIORES**



**ARMADO DE COLUMNAS DE LOS MARCOS INTERIORES**

No.	NOTAS ESPECIALES	Vo. bo.	No.	FECHA	MODIFICACIONES Y/O REVISIONES	Vo. bo.	No.	PLANOS DE REFERENCIA

<b>PROYECT S.A. DE C.V.</b>		PROYECTO DE REDES	
DISEÑO PARA		ARMADOS DE COLUMNAS	
EN PROYECTO		PROYECTADO	
INSTITUTO DE INGENIERIA UNAM			
DISEÑO		REVISADO	

**Figura 3.3.** Secciones estructurales del edificio de 5 niveles



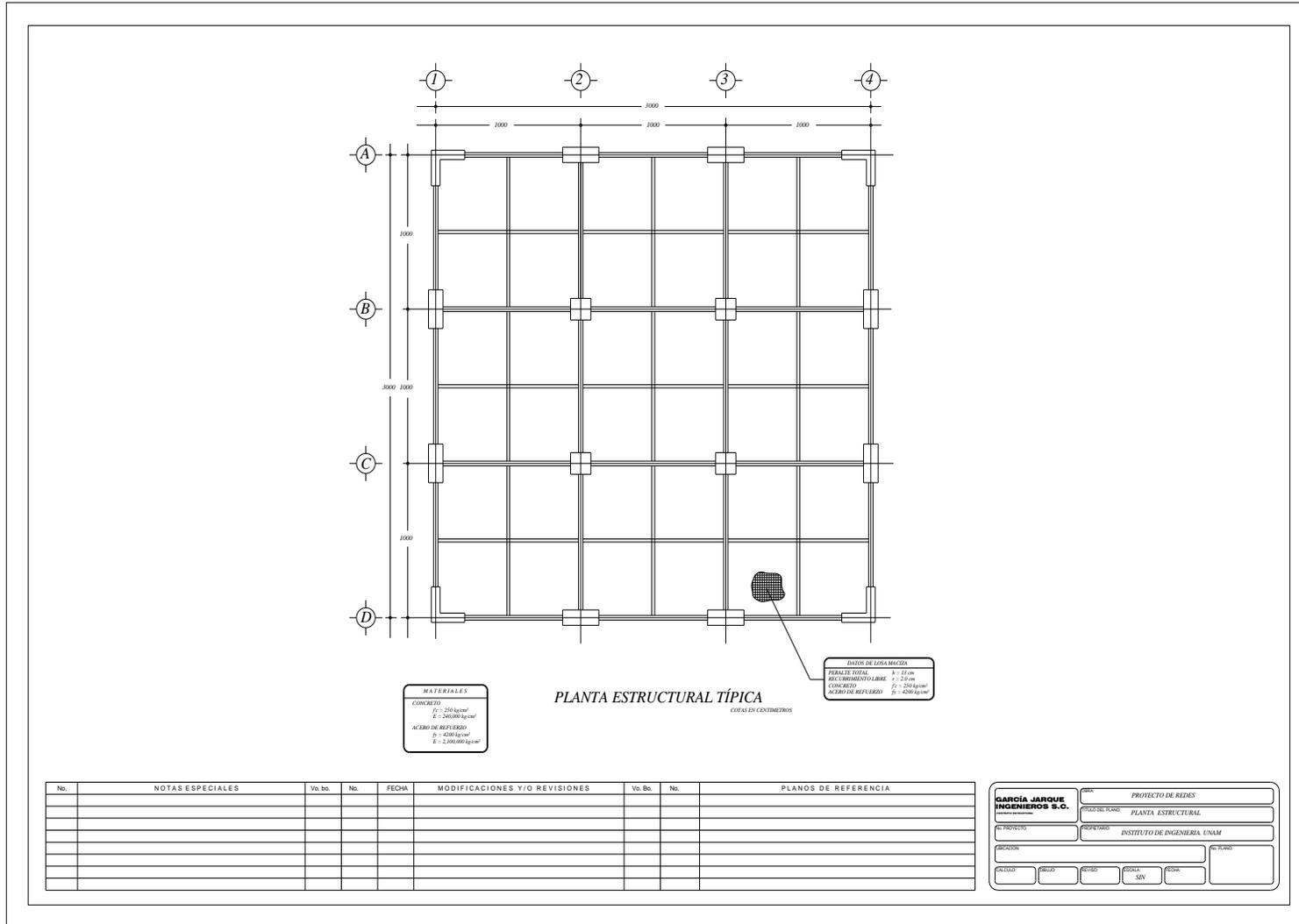
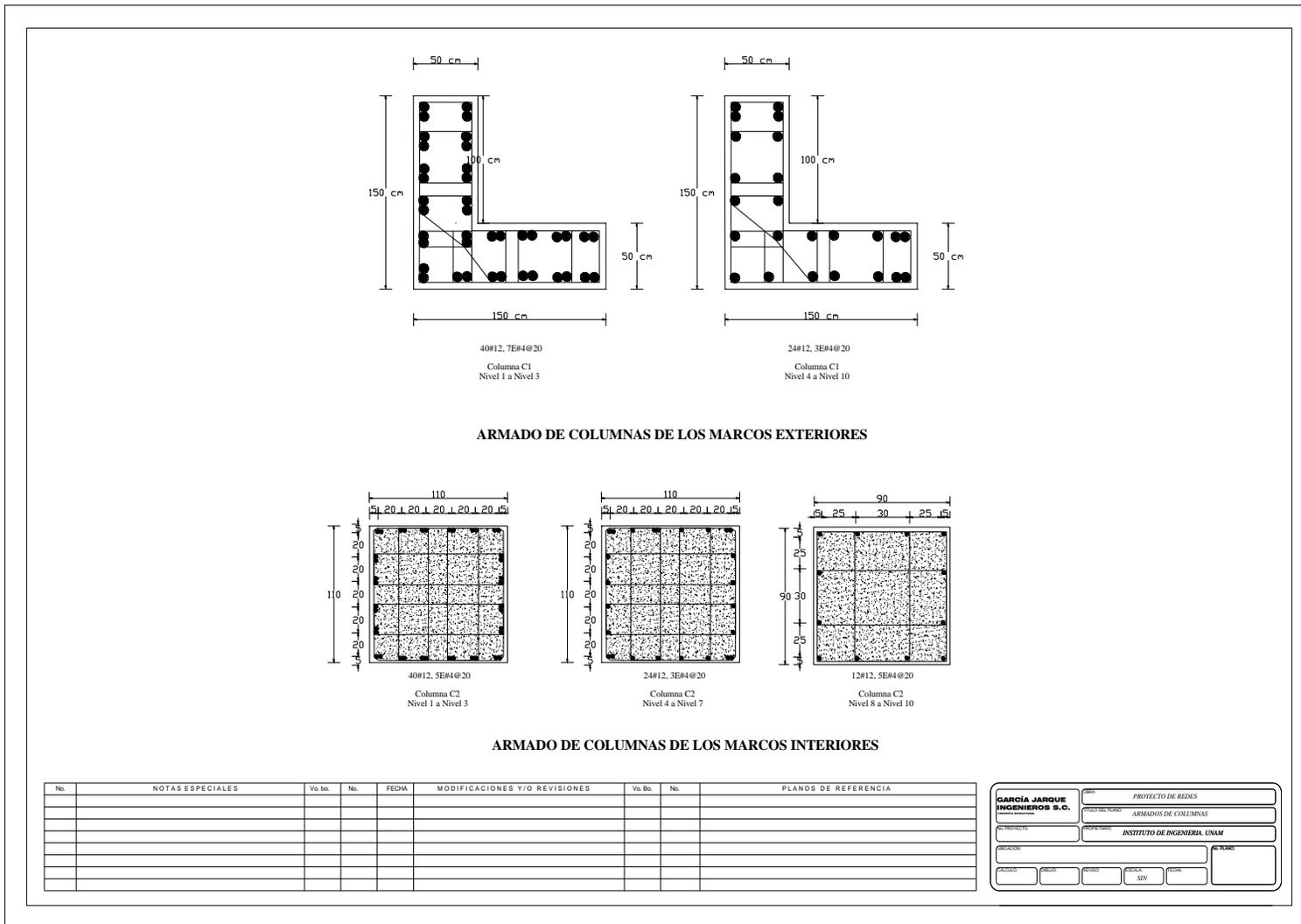
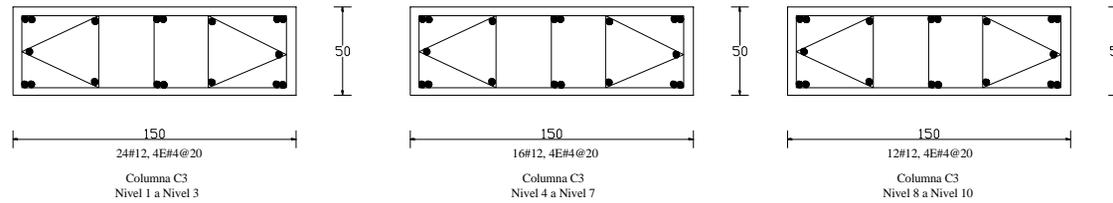


Figura 3.4. Secciones estructurales del edificio de 10 niveles

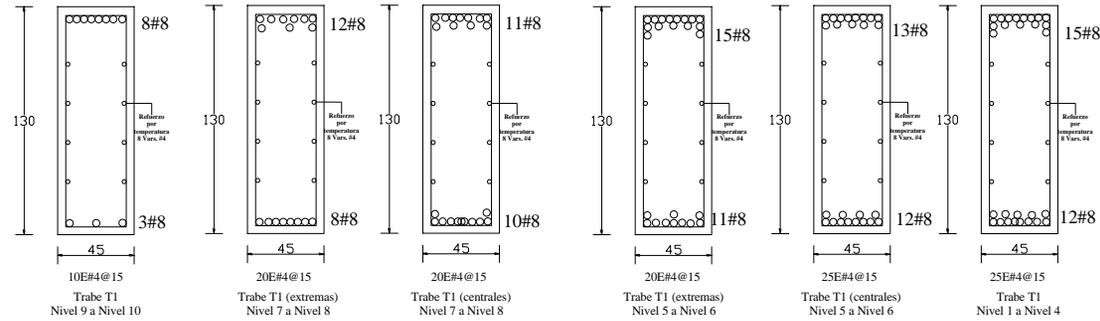




**Figura 3.4.** Secciones estructurales del edificio de 10 niveles



**ARMADO DE COLUMNAS DE EXTREMO DE LOS MARCOS INTERIORES Y CENTRALES DE LOS MARCOS EXTERIORES**

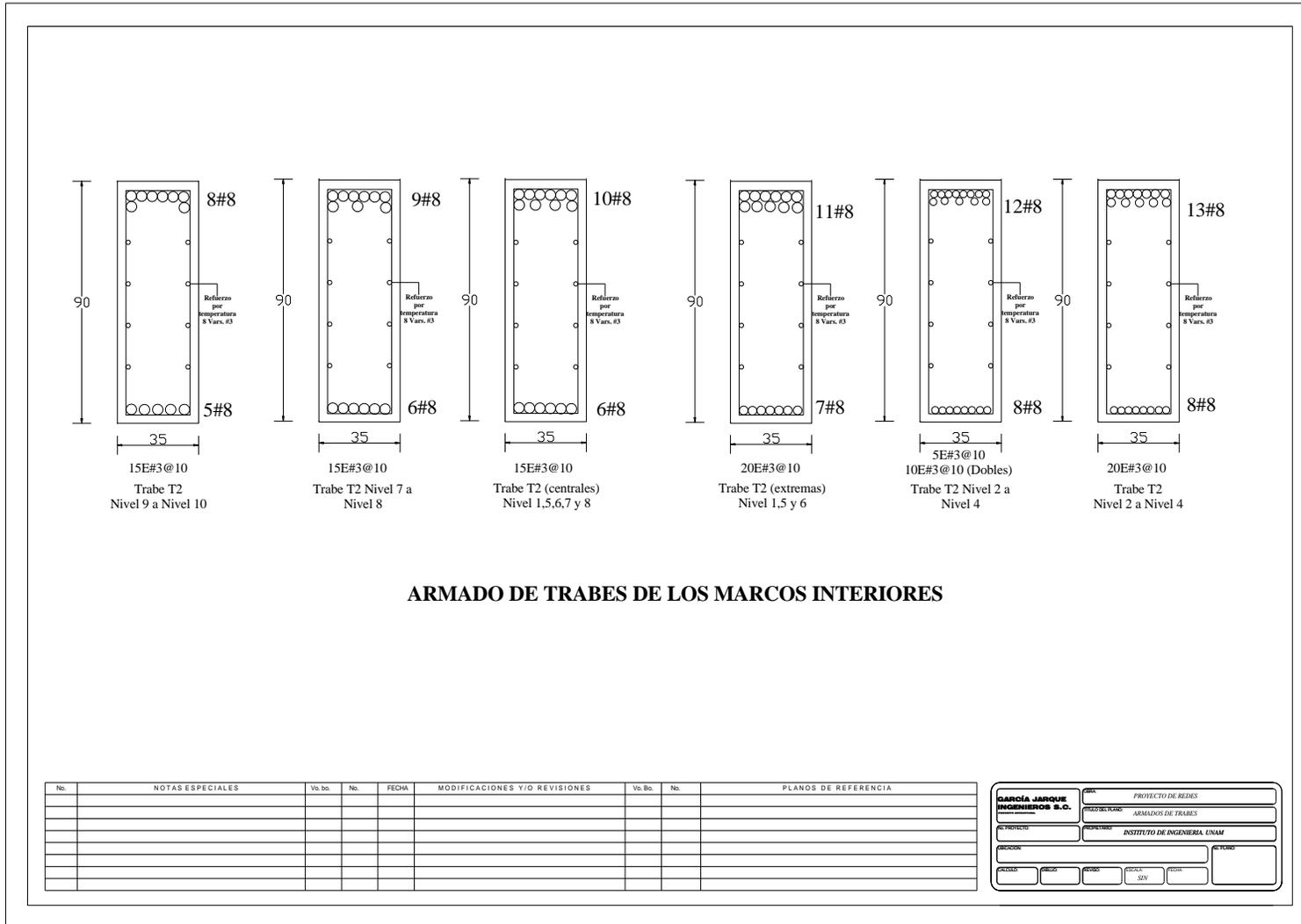


**ARMADO DE TRABES DE LOS MARCOS EXTERIORES**

No.	NOTAS ESPECIALES	Vs. bo.	No.	FECHA	MODIFICACIONES Y/O REVISIONES	Vs. Bo.	No.	PLANOS DE REFERENCIA

<b>GARCÍA JARQUE INGENIEROS S.C.</b>		PROYECTO DE REDES	
PROYECTO: ARMADOS DE TRABES		FECHA:  /  /	
PROYECTADO:		INSTITUTO DE INGENIERIA UNAM	
REVISADO:			

Figura 3.4. Secciones estructurales del edificio de 10 niveles



**Figura 3.4.** Secciones estructurales del edificio de 10 niveles

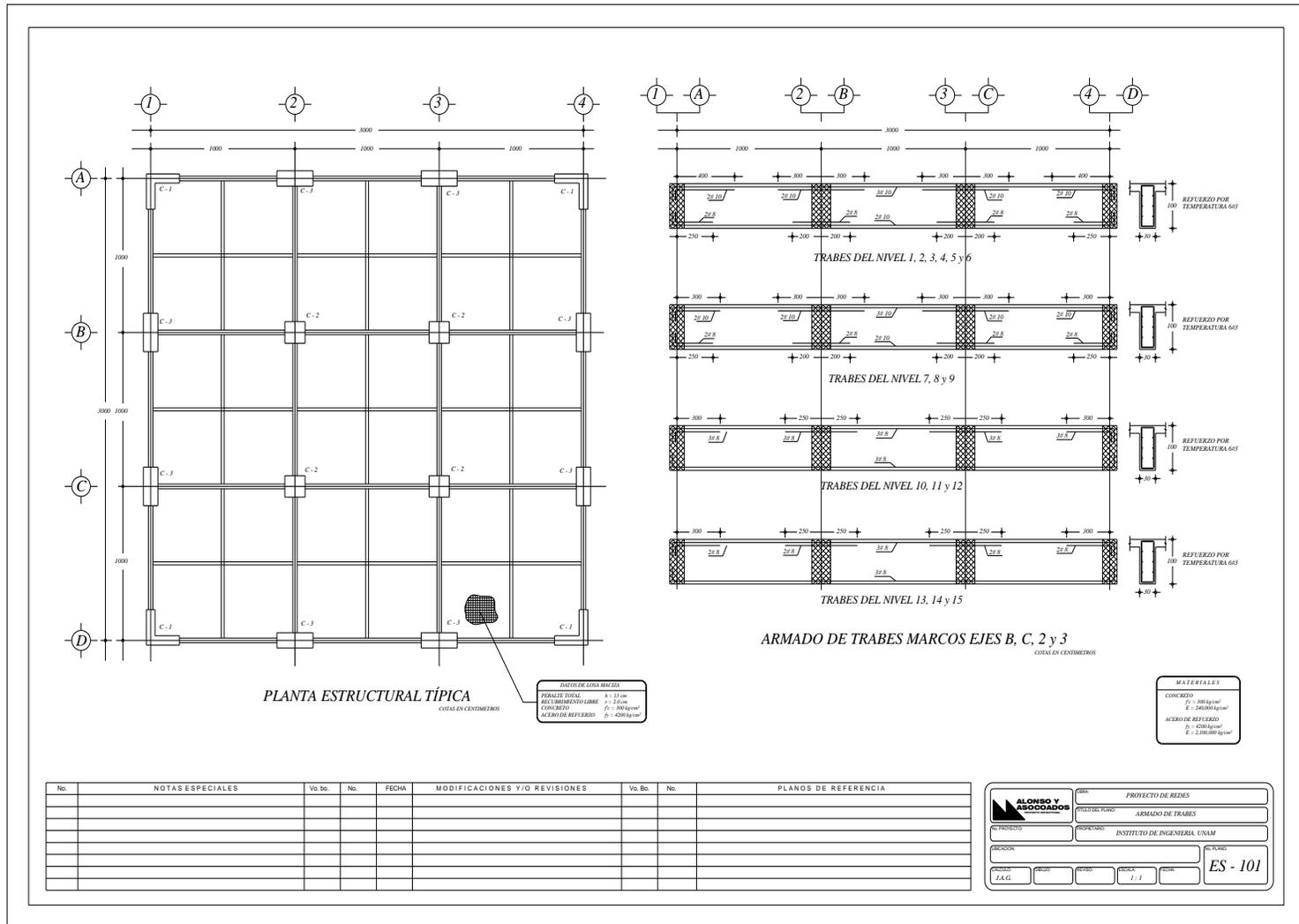


Figura 3.5. Secciones estructurales del edificio de 15 niveles



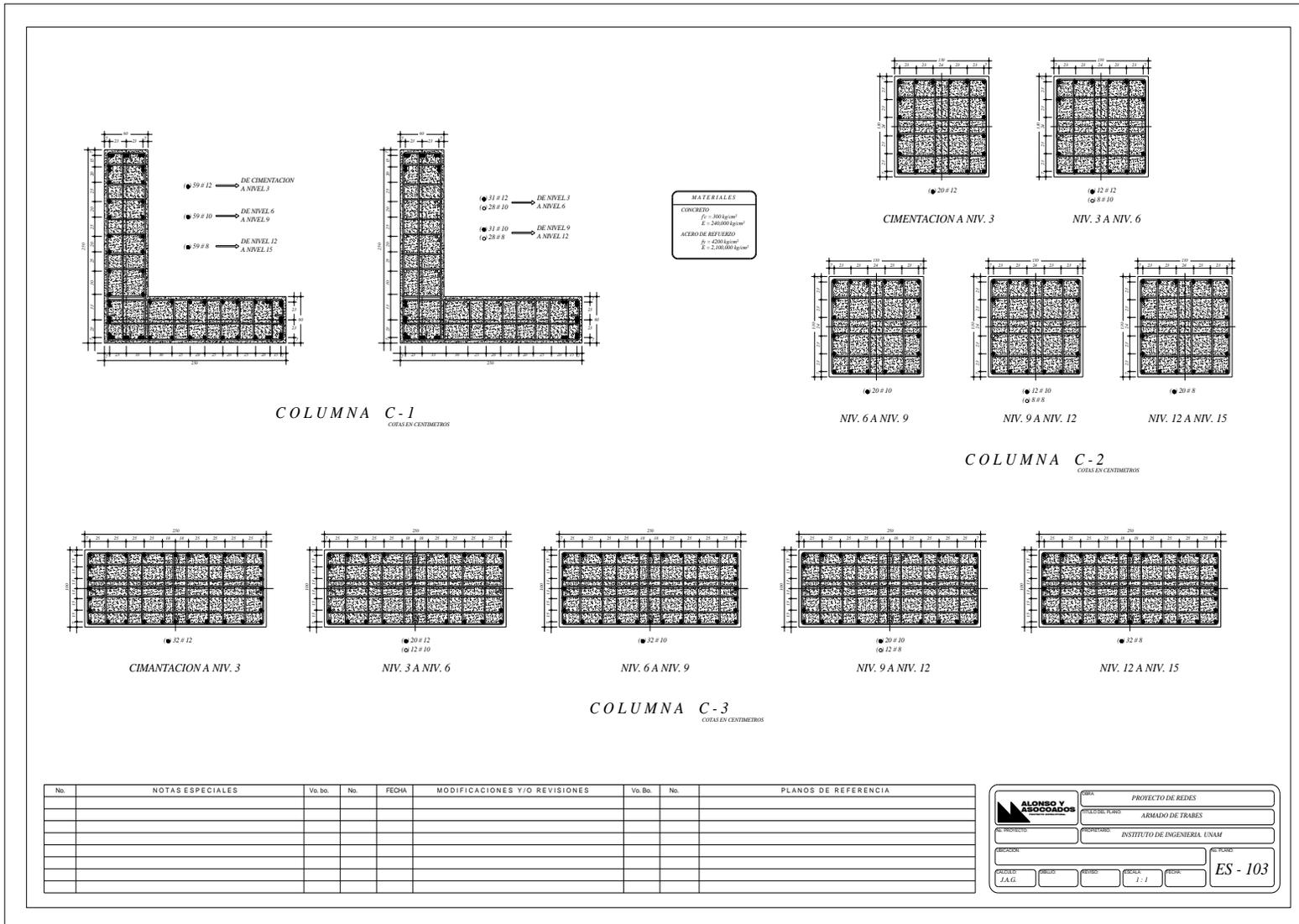


Figura 3.5. Secciones estructurales del edificio de 15 niveles

**Tabla 3.1.** Secciones nominales del edificio de 5 niveles (Granados, 2004;  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ )

Marco	Nivel	Trabes (cm)	Columnas (cm)
Interior	1-5	40 x 90	70 x 70
Exterior	1-5	35 x 100	75 x 75

**Tabla 3.2.** Secciones nominales del edificio de 10 niveles (García Jarque, 2004;  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ )

Marco	Nivel	Trabe (cm)	Columna Interior (cm)	Columna Exterior (cm)
Interior	1-7	35 x 90	110 x 110	150 x 50
	8-10		90 x 90	
Exterior	1-10	45 x 130	50 x 150	150 x 150 x 50 (Sección L)

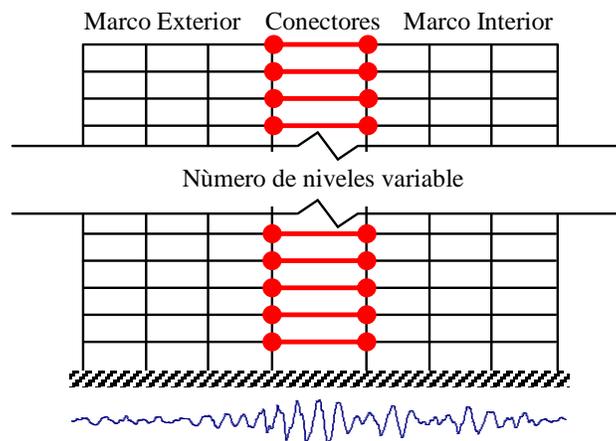
**Tabla 3.3** Secciones nominales del edificio de 15 niveles (Alonso, 2004;  $f'c=300 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ )

Marco	Nivel	Trabe (cm)	Columna Interior (cm)	Columna Exterior (cm)
Interior	1-15	30 x 100	130 x 130	250 x 100
Exterior	1-15	40 x 160	250 x 100	250 x 250 x 60 (Sección L)

### 3.2 MODELOS ESTRUCTURALES

Los marcos de la periferia de los edificios de 10 y 15 niveles poseen secciones diferentes a los marcos interiores (ver *Tablas 3.2 y 3.3*), por lo que presentan diferentes

aportaciones a la rigidez lateral de la estructura. La rigidez lateral es uno de los principales parámetros que influyen en la respuesta sísmica de una estructura. Para tomar en cuenta la aportación de ambos marcos (exterior e interior) en la rigidez del sistema se utilizó un modelo que toma en cuenta las diferencias de rigidez entre los marcos exteriores e interiores. Dicho modelo se forma por un marco exterior ligado a un marco interior por medio de elementos conectores (articulados en los extremos) y sólo con rigidez axial que simulan la interacción que existe entre ambos marcos. La masa del modelo es la suma de la masa correspondiente a un marco exterior y uno interior (mitad de la masa total del edificio) y una rigidez lateral igual a la suma de las rigideces laterales de un marco exterior y uno interior de tal forma que proporcionan el mismo periodo fundamental que el edificio en tres dimensiones (considerando los dos marcos exteriores y los dos interiores). Se ignora la aportación debida a la rigidez torsional de los elementos. En la *Figura 3.6* se ilustra el modelo estructural empleado en este estudio.



**Figura 3.6.** Modelo estructural empleado en los análisis

### 3.3 CASOS DE ANÁLISIS

Con objeto de evaluar la influencia que en la confiabilidad estructural tiene el considerar valores nominales, medios e inciertos de las propiedades mecánicas de los materiales estructurales, así como de las cargas vivas máximas, se consideran tres casos de estudio para cada edificio. Los casos considerados son los siguientes:

Caso a. Se consideran *valores nominales* en las propiedades mecánicas de los materiales ( $f'c$  y  $fy$ ), y en las cargas vivas máximas actuantes ( $W_{vmáxins}$ ) (**MN**). Los modelos correspondientes a los marcos de 5, 10 y 15 niveles se identifican como **MN5, MN10 y MN15**.

Caso b. Se consideran *valores medios* en las propiedades mecánicas de los materiales ( $f'c$  y  $fy$ ), y en las cargas vivas máximas actuantes ( $W_{vmáxins}$ ) (**MM**). Los modelos correspondientes a los marcos de 5, 10 y 15 niveles se identifican como **MM5, MM10 y MM15**.

Caso c. Se consideran ocho modelos con *incertidumbres* en las propiedades mecánicas de los materiales ( $f'c$  y  $fy$ ), y en las cargas vivas máximas actuantes ( $W_{vmáxins}$ ) (**M**). Los modelos correspondientes a los marcos de 5, 10 y 15 niveles se identifican como **M5, M10 y M15**.

### 3.4 PERIODOS DE VIBRAR Y COEFICIENTES SÍSMICOS

Los coeficientes sísmicos ( $C_r$ ), obtenidos a partir de análisis estáticos no-lineales (“pushover” en inglés), así como el periodo fundamental de vibración ( $T_0$ ) de los tres edificios cuando se consideran valores nominales y medios de las propiedades mecánicas de los materiales y de las cargas vivas máximas actuantes, se muestran en la *Tabla 3.4*.

**Tabla 3.4.** Periodos fundamentales  $T_0$  nominales y medios de vibración y coeficientes sísmicos resistentes  $C_r$  de los modelos considerados.

Número de niveles	Periodo fundamental nominal $T_0$ (s)	Coeficiente Sísmico resistente nominal ( $C_r$ )	Periodo fundamental medio $T_0$ (s)	Coeficiente Sísmico resistente medio ( $C_r$ )
5	0.77	0.225	0.67	0.34
10	1.60	0.24	1.17	0.40
15	1.82	0.15	1.65	0.17

### 3.5 VALORES NOMINALES, MEDIOS E INCIERTOS DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES Y DE LAS CARGAS VIVAS MÁXIMAS ACTUANTES

En lo que sigue se analiza el efecto que en las curvas de peligro de demanda sísmica estructural tiene considerar valores nominales, medios e inciertos (Casos a, b y c, respectivamente). Las variables que se consideran son la resistencia a compresión del concreto ( $f'c$ ), el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo ( $fy$ ), y las cargas vivas máximas instantáneas actuantes ( $Wvmáxins$ ). Los valores inciertos de cada parámetro ( $f'c$ ,  $fy$  y  $Wvmáxins$ ) se obtienen a partir de simulaciones.

#### 3.5.1 Resistencia a compresión del concreto $f'c$

La resistencia a compresión del concreto está sujeta a fluctuaciones debidas a factores diversos implícitos en el proceso de fabricación del mismo, lo que introduce variabilidad en la resistencia final que presentan los elementos estructurales fabricados con este material

Meli y Mendoza (1991) proponen utilizar una función de distribución de probabilidades ( $fdp$ ) tipo Gaussiana para representar el comportamiento de la resistencia a compresión del concreto, y la asocian con el valor medio obtenido de ensayos de cilindro en el laboratorio. Los valores medios y los coeficientes de variación correspondientes a un determinado esfuerzo a compresión del concreto se muestran en la *Tabla 3.5*.

**Tabla 3.5.** Parámetros estadísticos correspondientes a  $f'c$

Parámetro	Valor Nominal, $f'c$	Valor Medio, $\bar{f'c}$	Coficiente de variación, $V_{f'c}$
$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	250	268	0.17
	300	321	0.13

La función de distribución normal se define mediante la siguiente función:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - m_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad (3.1)$$

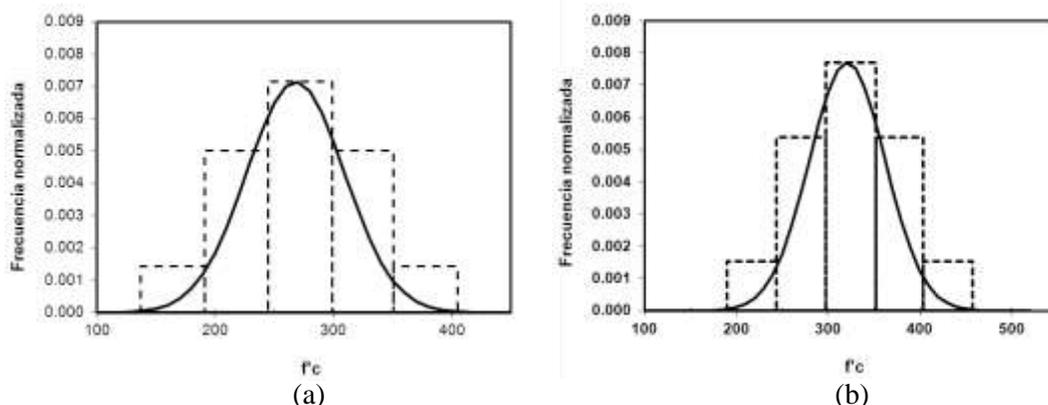
En donde:

$\sigma_x$  = desviación estándar

$m_x$  = media

Al sustituir los valores de media y desviación estándar mostrados en la *Tabla 3.5* en la ecuación (3.1), y generar valores aleatorios de  $f'c$ , se toman ocho valores que se usan en los modelos con incertidumbres **M**. En la *Figura 3.7(a)-(b)* se muestran los histogramas y las curvas de ajuste correspondientes para  $f'c$  de 250 y 300 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente.

Como resultado de la simulación se obtuvieron valores inciertos de  $f'c$  que se usaron para el análisis de cada modelo estructural. En la *Tabla 3.6* se presentan los valores simulados así como sus valores nominal (Caso *a*) y medio (Caso *b*).



**Figura 3.7** Histograma y distribución de probabilidad Gaussiana correspondiente al esfuerzo de compresión del concreto; (a)  $f'c=250$  kg/cm<sup>2</sup>; (b)  $f'c=300$  kg/cm<sup>2</sup>

*Tabla 3.6.* Valores de  $f'c$  utilizados en el análisis de los marcos (kg/cm<sup>2</sup>)

Marco (niveles)	Caso <i>a</i>	Caso <i>b</i>	Caso <i>c</i>							
5 y 10	250	268	308	246	287	234	250	199	330	304
15	300	321	376	296	354	257	401	335	276	308

### 3.5.2 Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo $f_y$

Para el caso de elementos de concreto sub-reforzados (la condición de fluencia del acero se alcanza antes que la condición de falla por compresión del concreto), su

comportamiento, y por ende el de la estructura en su conjunto, estará definido por la resistencia y la capacidad de disipar energía de deformación del acero estructural en dichos elementos. De aquí su importancia en caracterizar su comportamiento de manera probabilista.

A partir de ensaye de probetas de acero en laboratorio Rodríguez y Botero (1994) determinan el comportamiento esfuerzo-deformación de varillas producidas en el país y caracterizan su comportamiento mediante tres zonas: *a)* elástica, *b)* plástica y *c)* de endurecimiento por deformación, la cual se representa mediante la expresión dada por Mander *et al.* (1984). En ese trabajo se recomienda un esfuerzo a la fluencia del acero en función del diámetro de la varilla ( $\phi$  grande  $\geq 5/8''$ ,  $\phi$  pequeño  $\leq 1/2''$ ), los valores medios recomendados para un esfuerzo de fluencia de  $4200 \text{ kg/cm}^2$  se presenta en la *Tabla 3.7*.

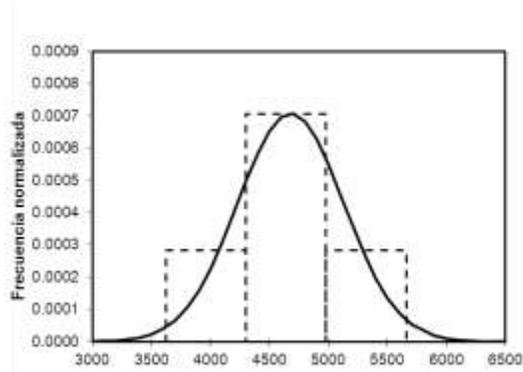
**Tabla 3.7** Valores medios de  $f_y$

Marco	$\bar{f}_y$ , $\phi$ grande ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\bar{f}_y$ , $\phi$ pequeño ( $\text{kg/cm}^2$ )
M5	4577	4609
M10	4577	4609
M15	4577	4609

Los autores también recomiendan que se emplee una fdp tipo Gaussiana para representar su distribución probabilística. En la *Tabla 3.8* se muestran los valores simulados de  $f_y$  así como sus valores nominal (*Caso a*) y medio (*Caso b*). En la *Figura 3.8* se presenta el histograma de  $f_y$  y su correspondiente función de distribución de probabilidad.

**Tabla 3.8.** Valores de  $f_y$  utilizados en el análisis de los marcos ( $\text{kg/cm}^2$ )

Marco (niveles)	Caso <i>a</i>	Caso <i>b</i>	Caso <i>c</i>							
5, 10 y 15	4200	4680	5090	4445	3970	4816	4055	5553	5974	4407



**Figura 3.8.** Histograma y distribución de probabilidad Gaussiana correspondiente al esfuerzo de fluencia,  $f_y$

### 3.5.3 Cargas vivas máximas instantáneas actuantes

Los parámetros estadísticos de las cargas vivas instantáneas representativas de edificios de oficinas construidos en la ciudad de México son tomados del estudio de Ruiz y Soriano (1997) quienes verifican que la función de distribución de probabilidad que mejor se ajusta en la estimación de la carga viva instantánea es la distribución Gamma Pier y Cornell, (1973) . Además obtienen un valor medio de la carga viva instantánea igual a  $75.1 \text{ kg/cm}^2$ , y un coeficiente de variación de 0.3 (obtenido al considerar un valor de área igual a  $37.16 \text{ m}^2$ ).

Meli (1976) plantea el valor medio de las cargas vivas instantáneas en función del valor nominal de la carga y de su coeficiente de variación ec. (3.2). La carga viva media para azotea y entrepisos se obtiene de esa ecuación con un coeficiente de variación de 0.3. En la *Tabla 3.9* se muestran los valores nominales y medios de  $W_{vmáxins}$  para los edificios de 5, 10 y 15 niveles, usados en este estudio.

$$\overline{CV} = \frac{CV}{1 + 2C_{vCV}} \quad (3.2)$$

$$C_{vCV} = 0.3$$

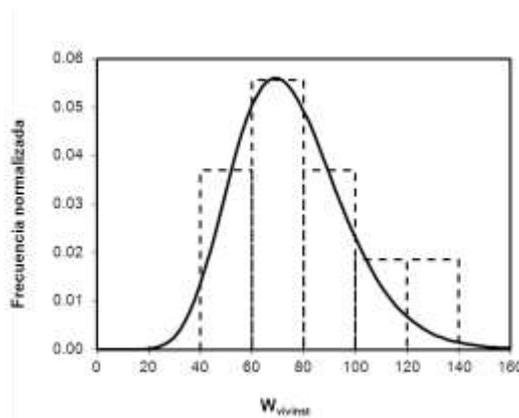
**Tabla 3.9.** Parámetros estadísticos correspondientes a  $W_{vmáxinst}$ , ( $\text{kg/m}^2$ )

Parámetro	Valor Nominal, $W_{vmáx}$	Valor Medio, $\bar{W}_{vmáx}$	Coefficiente de variación, $V_{vmáx}$
$W_{vmáx}$ azotea	70	43.75	0.30
$W_{vmáx}$ entrepiso	180	75	0.30

Los valores simulados, y sus valores medio y nominal de  $W_{vmáxinst}$  se presentan en la *Tabla 3.10*. En la *Figura 3.9* se muestran el histograma y la distribución de probabilidad correspondientes.

**Tabla 3.10.** Valores de  $W_{vmáxinst}$  utilizados en el análisis de los marcos ( $\text{kg/m}^2$ )

Marco (niveles)	Caso a	Caso b	Caso c							
5, 10 y 15	180	75	78	134	40	89	57	99	104	67



**Figura 3.9.** Histograma y distribución de probabilidad tipo Gamma correspondientes a  $W_{vmáx}$

## IV. MOVIMIENTOS SÍSMICOS SELECCIONADOS

El desarrollo de la sismología ha permitido conocer cada vez con mayor profundidad el comportamiento de un sismo desde su origen, propagación de onda, las leyes de atenuación o de amplificación del mismo. Este avance trajo un desarrollo a la par, la Ingeniería Sísmica, la cual estudia las fuerzas que actúan sobre las edificaciones durante el desarrollo de un sismo. Es por ello que la captura de los datos generados por la actividad sísmica, es de gran importancia para analizar las estructuras potencialmente afectadas por un movimiento de terreno de cierta magnitud. La calidad de los resultados de un análisis depende en gran medida de las características y de la calidad de la señal sísmica usada en el mismo. Con la finalidad de tomar en cuenta la variabilidad de la señal sísmica, el análisis sísmico confiable de estructuras necesita considerar un conjunto adecuado de acelerogramas.

Para realizar el análisis de nuestra estructura y evaluar su confiabilidad es necesario seleccionar un conjunto de acelerogramas de movimientos sísmicos con las características de los que se espera sucedan en el sitio, así como una descripción detallada del sistema estructural en estudio.

### 4.1 SELECCIÓN DE LOS MOVIMIENTOS SÍSMICOS UTILIZADOS

Para este estudio se seleccionaron 40 registros sísmicos, los cuales corresponden a eventos generados en la zona de subducción de la República Mexicana, cuya localización de epicentros se muestra en la *Figura 4.1*. Estos eventos seleccionados, presentaron magnitudes mayores que 6.0. Los movimientos fueron registrados en diferentes las estaciones (*Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT)*, *Deportivo Tláhuac (TD)*, *Alameda (Al)*, *Garibaldi (Gar)*, *Sector Popular (SP)*, *Tlatelolco (Tl)*, *Liconsa (Li)*, *Plutarco Elías Calles (PEC)* *Cibeles (Ci)*, *CU Juárez (CUJ)*, *Centro Urbano Presidente Juárez (CuJ)*, *Córdoba (Cb)*, *Liberpool (Lb)*, *Valle Gómez (VG)*, *Grarcía Campillo (GC)*, *Estación*

No. 10 Roma A (E10), Estación No. 11 Roma B (E11)) localizadas en la zona IIIb del valle de México, según zonificación sísmica de las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2004) del RCDF*.



**Figura 4.1.** Localización de los epicentros de los sismos considerados en este estudio.

Los eventos sísmicos de subducción son los que históricamente han provocado los daños más severos en estructuras ubicadas en el valle de México. Son los sismos de mayor intensidad registrados en la Ciudad de México, particularmente porque el tipo de ondas que llegan son caracterizadas por contar con periodos largos que sufren menos atenuación y experimentan una gran amplificación al atravesar las arcillas del lago (Reinoso, 1996). Por esta razón, son los más estudiados en México, que por su frecuencia y magnitud podrían superar el efecto destructivo a lo ocurrido a causa del sismo del 19 de septiembre de 1985 (Jaimes, 2007).

Los movimientos sísmicos de mayor intensidad registrados en la zona IIIb son en general movimientos de banda angosta o estrecha; es decir, su contenido de frecuencias se centra en un intervalo de frecuencias reducido; mientras que los movimientos sísmicos de menor intensidad registrados en esta misma zona presentan características de movimientos con un ancho de banda mayor.

En las Tablas 4.1 y 4.2 se muestran las características principales de los movimientos sísmicos de subducción seleccionados para el presente estudio. En esta se

presenta: la numeración secuencial del registro, el nombre que se le dio en los gráficos de resultados, la clave de la estación donde se registraron los datos del acelerograma, la institución encargada, las coordenadas donde se localiza la estación, el nombre de la estación, así como la fecha de ocurrencia y la magnitud del sismo. En un principio se tenían contemplados 31 sismos correspondientes a la *Tabla 4.1*, pero se consideró adecuado completar a 40 registros correspondientes a la *Tabla 4.2*.

**Tabla 4.1** Características de los registros sísmicos seleccionados, Muestra 1.

Registro	Clave de Estación	Institución Encargada	Coordenadas de la Estación		Nombre de la Estación	Fecha del Evento	Magnitud
			Latitud	Longitud			
			N	W			
S1	SCT1	Iiunam	19.292	99.147	SCT	85-09-19	8.1
S2	TLHD	Iiunam	19.293	99.035	Tlahuac deportivo	85-09-21	7.6
S3	ALO1	Fica	19.436	99.145	Alameda	89-04-25	6.9
S4	GA62	Cires	19.439	99.14	Garibaldi	89-04-25	6.9
S5	TL55	Cires	19.436	99.143	Tlatelolco	89-04-25	6.9
S6	PE10	Cires	19.39	99.132	Plutarco Elías Calles	95-09-14	7.3
S7	AL01	Fica	19.436	99.145	Alameda	95-09-14	7.3
S8	GA62	Cires	19.439	99.14	Garibaldi	95-09-14	7.3
S9	SCT2	iiunam	19.393	99.147	SCT	89-04-25	6.9
S12	TL55	Cires	19.436	99.143	Tlatelolco	95-09-14	7.3
S13	SP51	Cires	19.366	99.119	Sector Popular	95-09-14	7.3
S14	TL08	Cires	19.45	99.134	Tlatelolco	95-09-14	7.3
S15	CI05	Fica	19.419	99.165	Cibeles	95-10-09	7.5
S16	CJ04	iiunam	19.41	99.157	Centro urbano Presidente Juárez	95-10-09	7.5

S17	CJ03	Fica	19.41	99.157	CU Juárez	95-10-09	7.5
S18	CO56	Cires	19.422	99.159	Córdoba	95-10-09	7.5
23-S19	VGO9	Cires	19.454	99.123	Valle Gómez	95-10-09	7.5
22-S20	SP51	Cires	19.366	99.119	Sector Popular	95-10-09	7.5
26-S21	GC38	Cires	19.316	99.106	García Campillo	97-01-11	6.9
S22	PE10	Cires	19.39	99.132	Plutarco Elías Calles	95-10-09	7.5
S23	PE10	Cires	19.39	99.132	Plutarco Elías Calles	97-01-11	6.9
S24	CJ04	liunam	19.41	99.157	Centro urbano Presidente Juárez	97-01-11	6.9
S25	LI58	Cires	19.426	99.157	Liverpool	95-10-09	7.5
S26	CJ03	Fica	19.41	99.157	CU Juárez	97-01-11	6.9
S27	RMBS	Cenapred	19.42	99.154	Est. # 11 Roma B	97-01-11	6.9
S28	TL55	Cires	19.436	99.143	Tlatelolco	97-01-11	6.9
S29	RMAS	Cenapred	19.42	99.155	Est. # 10 Roma A	97-01-11	6.9
S30	TL08	Cires	19.45	99.134	Tlatelolco	97-01-11	6.9
S34	TL08	Cires	19.45	99.134	Tlatelolco	89-04-25	6.9
S36	LI33	Cires	19.306	98.963	Liconsa	95-09-14	7.3
S38	SP51	Cires	19.366	99.119	Sector Popular	89-04-25	6.9

**Tabla 4. 2** Características de los registros sísmicos utilizados, complemento Muestra 2.

Sismo	Nomenclatura en gráficos	Fecha y Componente	Magnitud <i>M</i>	Distancia epicentral (km)	Periodo dominante <i>T<sub>s</sub></i> (s)	Coordenada epicentral	
						Latitud <i>N</i>	Longitud <i>W</i>
5	S10	24-oct-93 EW	6.6	314.37	1.83	16.540	98.980
3	S11	25-abr-89 EW	6.9	308.16	2.07	16.603	99.400
4	S31	25-abr-89 NS	6.9	308.16	4.19	16.603	99.400
1	S32	19-sep-85 EW	8.1	441.69	2.03	18.081	102.942

2	S33	19-sep-85 NS	8.1	441.69	2.05	18.081	102.942
8	S35	10-dic-94 NS	6.3	305.39	2.02	18.020	101.560
7	S37	10-dic-94 EW	6.3	305.39	1.87	18.020	101.560
9	S39	22-may-97 EW	6.0	314.25	1.90	18.410	101.810
6	S40	24-oct-93 NS	6.6	314.37	1.73	16.540	98.980

Los acelerogramas y espectros de respuesta de los registros listados en las tablas se muestran en las siguientes secciones, pero primero se mencionarán algunos conceptos básicos sobre cómo se registran los sismos, los aparatos que se utilizan para ese fin y algunas características de las señales sísmicas.

Una de las aplicaciones más importantes de la dinámica estructural es el análisis de la respuesta de las estructuras ante movimientos provocados por sismos. Por definición, los sistemas lineales son sistemas elásticos, y nos podemos referir a estos como sistemas lineales elásticos para enfatizar ambas propiedades. Los sismos como los utilizados en este trabajo pueden causar daños a muchas estructuras, por lo que también resulta de interés la respuesta de sistemas inelásticos.

## 4.2 EXCITACIÓN SÍSMICA

### 4.2.1 Conceptos básicos

Para fines ingenieriles, la variación de la aceleración del suelo en el tiempo es la forma más común para definir los movimientos de la tierra durante un sismo. La aceleración del suelo  $u_g(t)$  gobierna la respuesta de las estructuras sometidas a excitaciones sísmicas. Por esto, para una aceleración dada del suelo, el problema a resolver es definido completamente por un sistema *Masa Resorte AmortiguadorMRA*, con propiedades de masa, de rigidez y de amortiguamiento conocidos.

El instrumento básico para recopilar los tres componentes del suelo durante un terremoto es el acelerógrafo (*Figuras 4.2, 4.3 y 4.4*), el cual no es de funcionamiento continuo pero es activado por las primeras ondas del terremoto en su llegada. El hecho de

que no sea de operación continua un acelerógrafo, es porque, incluso en regiones muy proclives a sismos, como lo son, California o México, puede no haber ningún movimiento fuerte de la tierra para ser registrado en meses, o incluso en años. Como consecuencia, la recopilación continua de cientos de estos instrumentos sería un desperdicio de esfuerzo y de recursos. Después de activado, el registro continúa por algunos minutos o hasta que el movimiento de la tierra disminuye a niveles imperceptibles. Claramente, los instrumentos deben estar bajo constante mantenimiento para que registren el terremoto cuando éste ocurra.

El elemento básico de un acelerógrafo es un elemento transductor, el cual en su forma más simple es un sistema de *Masa-Resorte-Amortiguador (MRA)*. Es por esto, que el elemento transductor es caracterizado por su frecuencia natural  $f_n$  y la relación del amortiguamiento viscoso  $\zeta$ ; típicamente el valor de la frecuencia natural de un elemento transductor es de  $f_n = 25 \text{ Hz}$  y el valor del amortiguamiento viscoso es  $\zeta = 60\%$  para acelerógrafos análogos modernos; para acelerógrafos digitales modernos, los valores correspondientes son  $f_n = 50 \text{ Hz}$  para la frecuencia natural y  $\zeta = 60\%$  para el amortiguamiento viscoso. Estos parámetros transductores habilitan al instrumento digital a registrar sin distorsión excesiva funciones de tiempo-aceleración, incluyendo frecuencias muy bajas de hasta  $30 \text{ Hz}$ . El instrumento análogo es preciso sobre un rango de frecuencia muy estrecho de hasta  $15 \text{ Hz}$ .

Desafortunadamente, el registro instrumental de movimientos fuertes del terreno en el mundo, fueron escasos y por muchos años e incluso hoy no es posible obtener los registros de un terremoto de características muy destructivas en algunas partes del mundo.

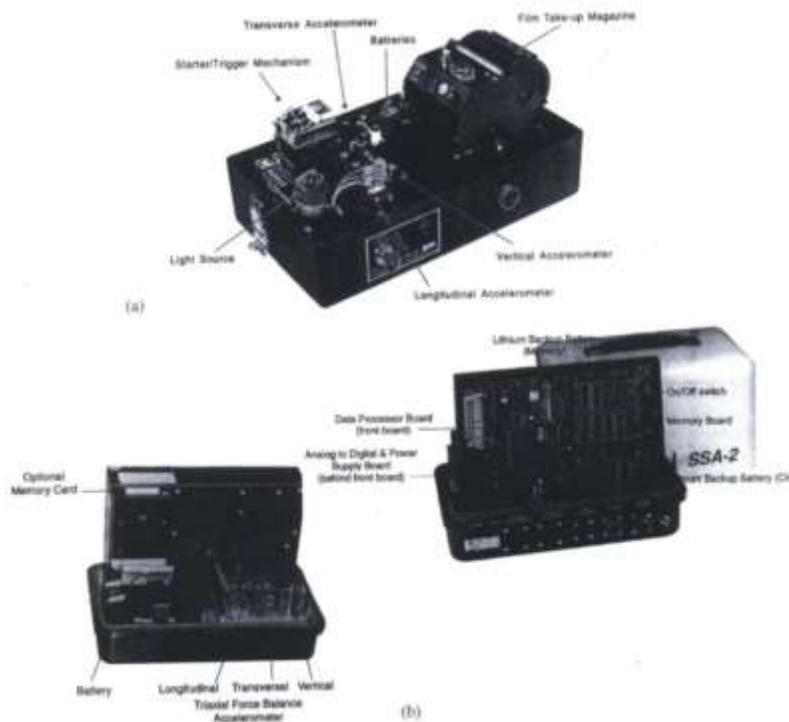
Por otra parte, hay registros de movimientos débiles que causaron mucha destrucción. Por ejemplo, fueron obtenidos los registros de dos terremotos en 1993: el de Killari, Maharashtra, en la India, el 30 de septiembre de 1993; y el de Guam, en los EU, el 8 de Agosto de 1993. Lo deseable, cuando un terremoto fuerte ocurre, es contar con muchas estaciones instrumentadas para registrar el movimiento de la tierra. Sin embargo, como no es posible saber con exactitud, y debido a su naturaleza incierta cuándo y exactamente en dónde ocurrirán los terremotos, además añadiendo las restricciones propias de los gobiernos para la asignación de recursos en los presupuestos para el suministro, la instalación y el



**Figura 4.2** Acelerógrafo Kinemetriks K-2.



**Figura 4.3** Acelerógrafo FBA-23.



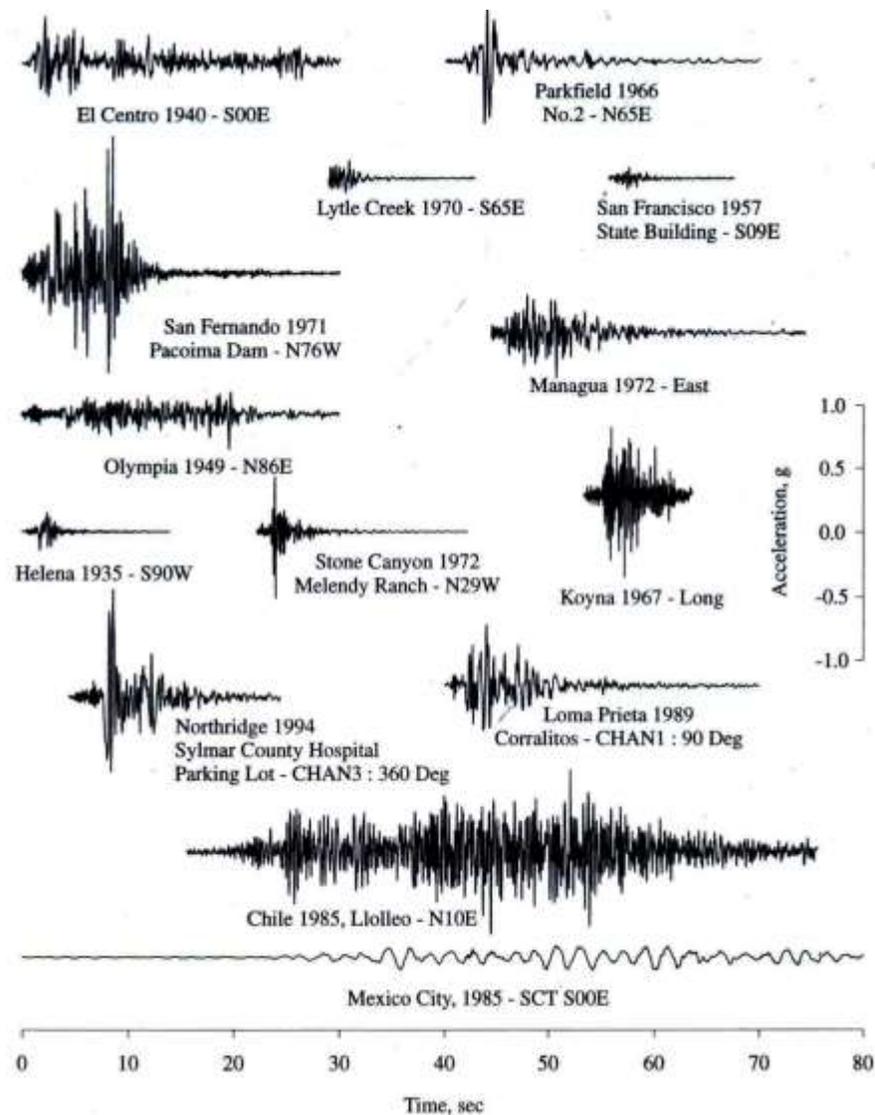
**Figura 4.4** Acelerógrafos para movimientos de terreno de gran intensidad: (a) SMA-1, instrumento análogo-recopilador con frecuencia natural de amortiguamiento de 25 Hz y amortiguamiento crítico del 60%; (b) SSA-2, instrumento digital recopilador con frecuencia natural de amortiguamiento de 50 Hz y amortiguamiento crítico del 70%.

mantenimiento de estos instrumentos de medición, solo es posible obtener dichos registros ocasionalmente en las regiones donde se presentan movimientos más fuertes y con mayor frecuencia. Muchos registros más se han obtenido en regiones en donde han ocurrido movimientos moderados. En el caso de la Ciudad de México, el sismo más fuerte que ha sido registrado es el ocurrido el 19 de Septiembre de 1985 con magnitud de 8.1. Este fuerte sismo produjo la caída de una gran cantidad de edificios y, oficialmente, la muerte de más de 20 mil personas. Acelerogramas de este sismo y de otros más son utilizados durante este estudio.

El primer acelerograma fuerza-movimiento, fue registrado durante el temblor en Long Beach en 1933, y desde entonces, varios cientos de registros más se han obtenido. Como es de esperarse, la mayoría de estos registros son pequeños movimientos y solo una pequeña fracción de ellos ha tenido una aceleración de 0.50g o mayor. En el caso del sismo de 1985 en la Ciudad de México, éste alcanzó una aceleración de 1g. La distribución geográfica de los registros de estos movimientos es muy dispersa. Por ejemplo en EU, más de la mitad de los sismos son registrados en el estado de California, la mayoría de los cuales provienen de tres regiones con terremotos importantes como los sucedidos en San Fernando el 9 de febrero de 1971, el de Loma Prieta el 17 de octubre de 1989 y el de Northridge el 17 de enero de 1994. En México, la mayoría de los sismos se originan en las costas del Pacífico (Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas) y se registran en toda la red acelerográfica que existe para ese fin, alrededor de 200 acelerógrafos distribuidos en toda la zona centro-sur del país, controlados por el Servicio Sismológico Nacional del Instituto de Geofísica de la UNAM y otras instituciones como el CENAPRED (Centro Nacional para la Prevención de Desastres), CIRES (Centro de Instrumentación y Registro Sísmico) y la empresa ICA (Ingenieros Civiles Asociados) principalmente.

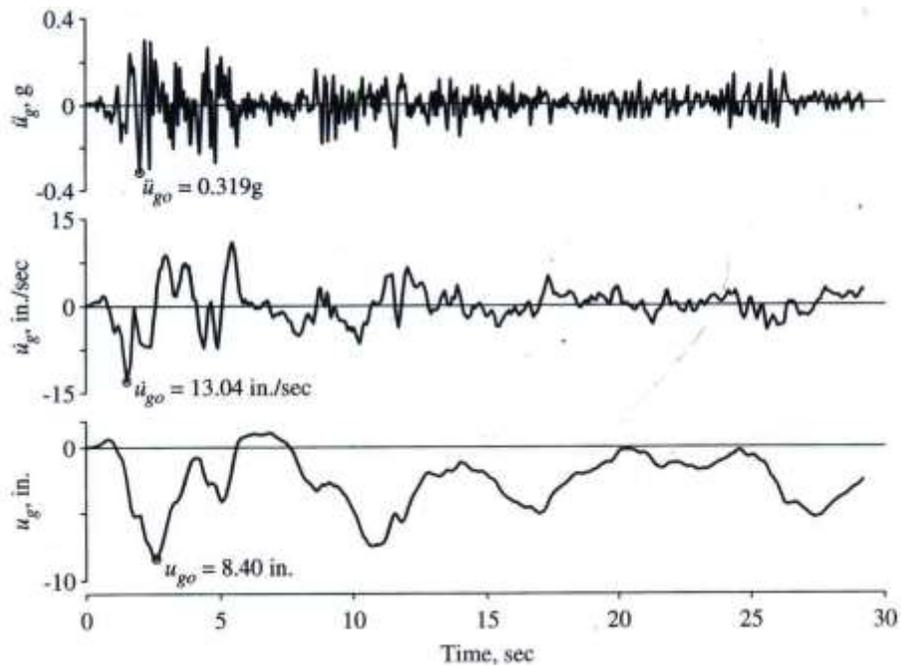
La *Figura 4.5* muestra una colección de registros representativos tiempo-aceleración de movimientos de tierra fuertes. La componente horizontal se da para cada movimiento. Todos han sido impresos a la misma aceleración y escala. La amplitud y la variabilidad real de la amplitud, duración y apariencia general de los diferentes registros se puede ver claramente. Uno de estos registros se encuentra amplificado en la *Figura 4.6*.

Esta es la componente Norte-Sur del movimiento del suelo registrado en el sitio en El Centro, California durante el terremoto de Imperial Valley, el 18 de mayo de 1940. En esta escala se hace evidente que la aceleración del suelo varía con el tiempo de una manera irregular. No importa que tan irregular sea el movimiento del suelo, se supone conocido e independiente de la respuesta estructural. Esto es equivalente a decir que el suelo de la cimentación es rígido, lo que implica que no existe interacción suelo-estructura. Si la estructura fue cimentada en un suelo muy flexible, el movimiento de la estructura y las fuerzas resultantes impuestas en el suelo subyacente pueden modificar el movimiento de la base.



**Figura 4.5** Movimientos de la tierra registrados durante diversos terremotos.

Debido al hecho de que la aceleración del suelo se presenta de manera continua, sin embargo es definida por valores numéricos en instantes de tiempo discretizados. Estos instantes de tiempo deben ser espaciados con intervalos muy reducidos para describir de manera precisa la alta variación irregular de la aceleración con respecto al tiempo. Es común, que el intervalo de tiempo sea elegido entre 1/100 y 1/50 de segundo, requiriendo de 1500 a 3000, incluso más ordenadas para describir el movimiento del suelo de la *Figura 4.6*.



**Figura 4.6** Componente Norte-Sur de los movimientos horizontales de la tierra registrados en la subestación Imperial Valley Irrigation District, El Centro, California, durante el terremoto Imperial Valley del 18 de Mayo de 1940. La velocidad y desplazamiento del suelo se obtuvieron por integración de la aceleración del suelo.

El primer gráfico de la *Figura 4.6* se muestra la variación de la aceleración con respecto del tiempo para el sismo ocurrido en 1940 en El Centro, California en EU. La mayor aceleración del suelo  $\ddot{u}_{go}$  tiene un valor de 0.319g. La segunda curva es la velocidad del suelo, la cual se obtiene por medio de la integración de la función de aceleración con respecto al tiempo. El valor de la máxima velocidad del suelo  $\dot{u}_{go}$  es de 13.04 in./seg. De la integración de la velocidad del suelo se obtiene el valor para el desplazamiento máximo del suelo, cuyo gráfico está presentado en la parte

inferior de la *Figura 4.6*. El valor del máximo desplazamiento del suelo  $u_{go}$  es de 8.40 in. Es difícil determinar adecuadamente la velocidad del suelo y el desplazamiento ya que los acelerógrafos análogos no registran la parte inicial (hasta que el acelerógrafo es accionado) de la función aceleración-tiempo, y por eso, la línea base (aceleración cero) no es conocida. Los acelerógrafos digitales, resuelven este problema al proveer una memoria corta para que sea medido el comienzo del movimiento del suelo.

Existen diferentes versiones del movimiento del suelo presentado en El Centro. Las variaciones entre ellas surgen de diferencias como:

El trazo análogo original de la aceleración contra tiempo fue digitalizado a datos numéricos.

El procedimiento elegido para introducir la línea base faltante en el registro.

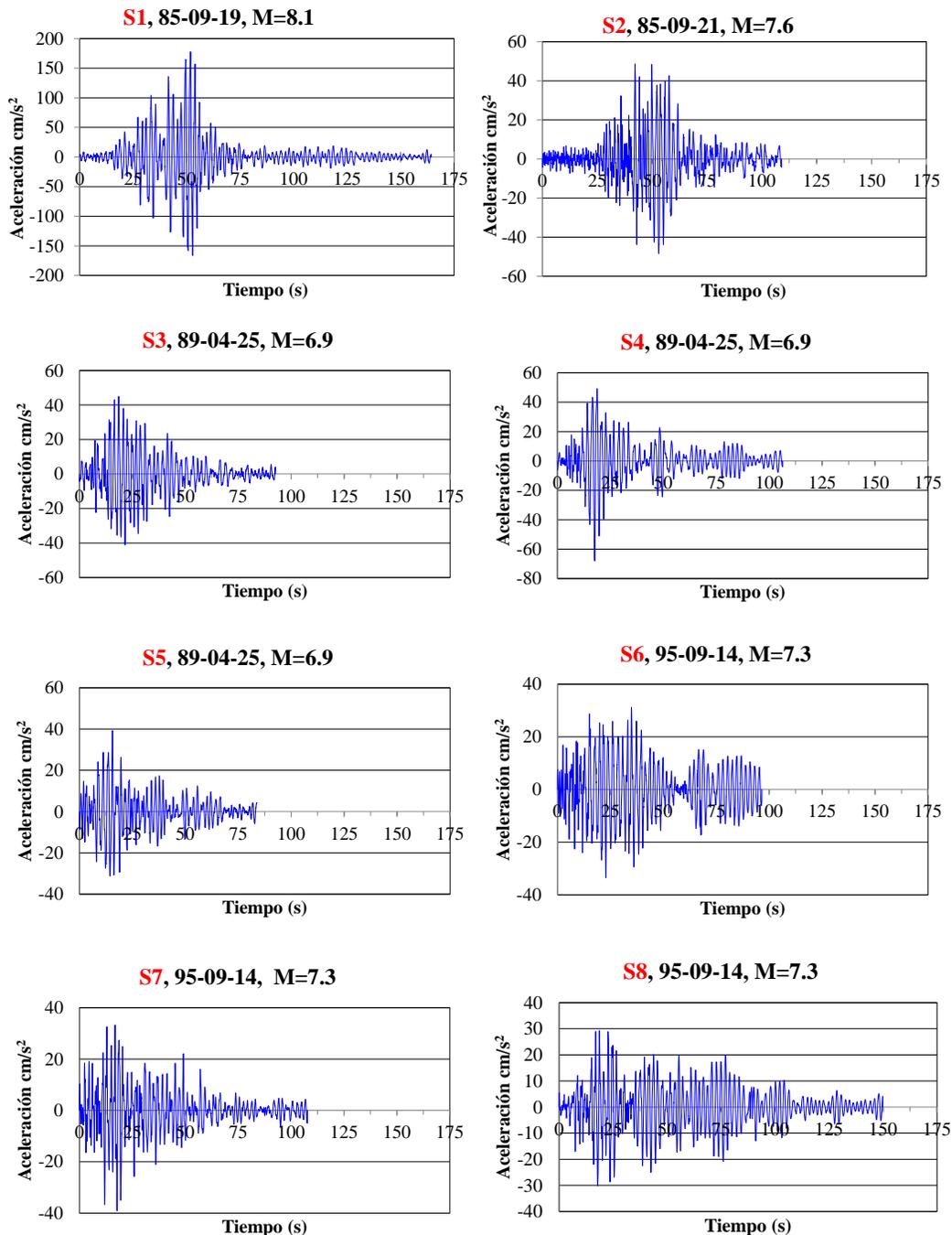
A partir de los registros de los acelerógrafos digitales se muestran una serie de acelerogramas (tiempo-aceleración) que son utilizados en este estudio (*Figura 4.7*) para someter las estructuras a diferentes movimientos sísmicos para obtener su respuesta dinámica y posteriormente evaluar la confiabilidad sísmica de los edificios.

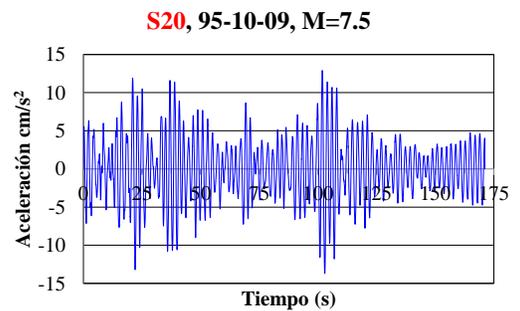
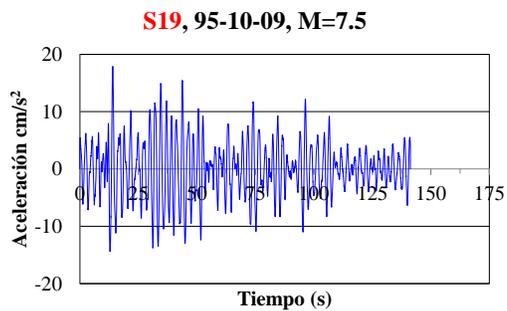
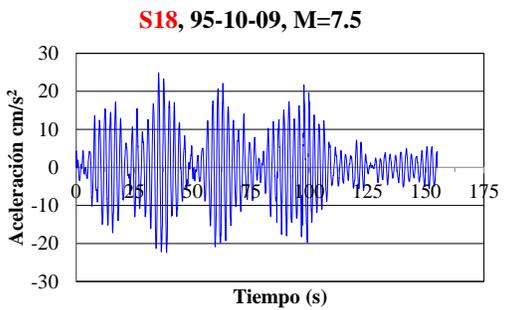
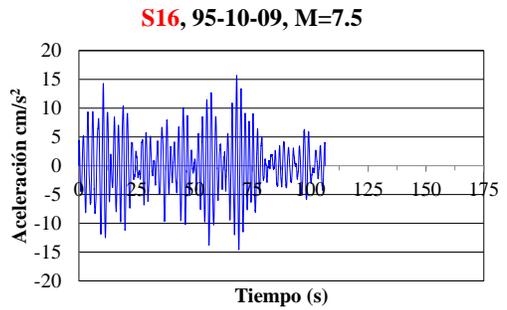
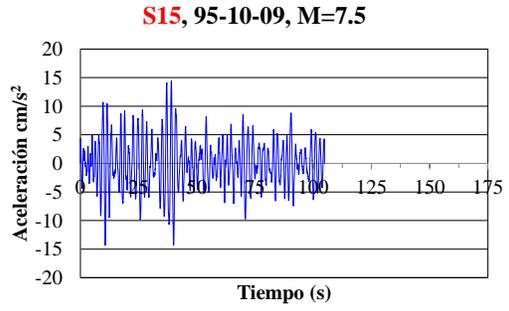
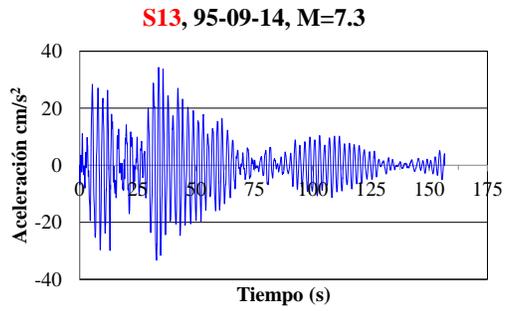
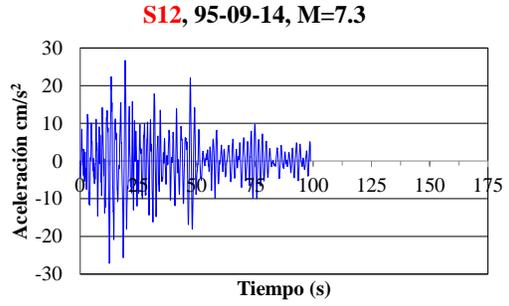
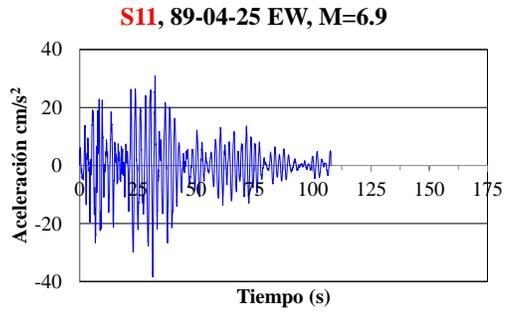
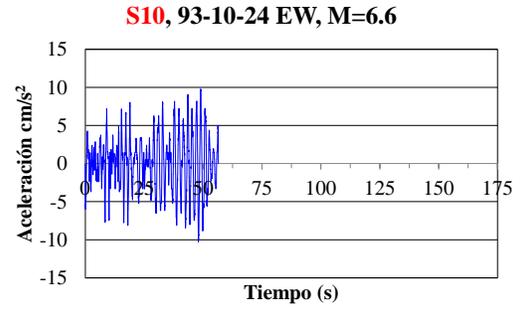
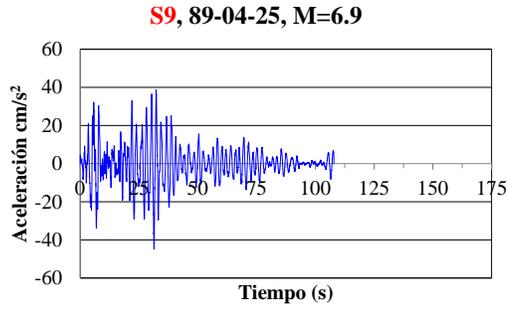
Como se mencionó anteriormente, los acelerogramas fueron registrados en diferentes estaciones ubicadas en el suelo blando de la Ciudad de México correspondiente a la *zona III*.

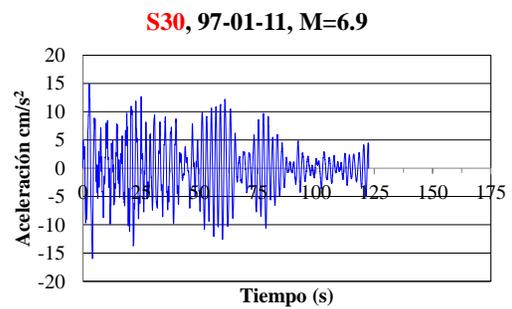
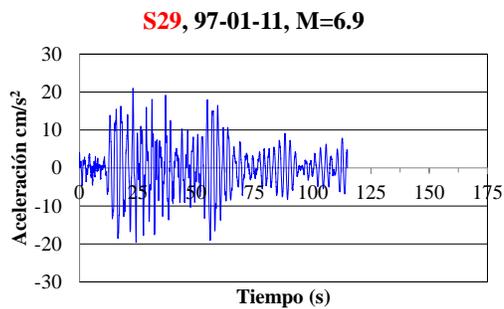
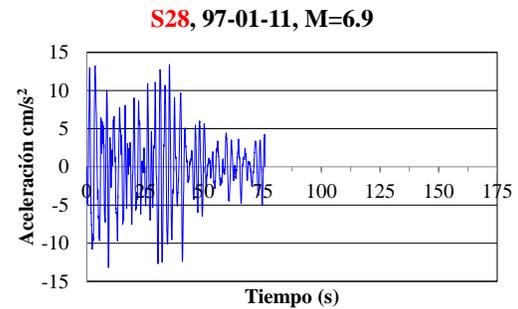
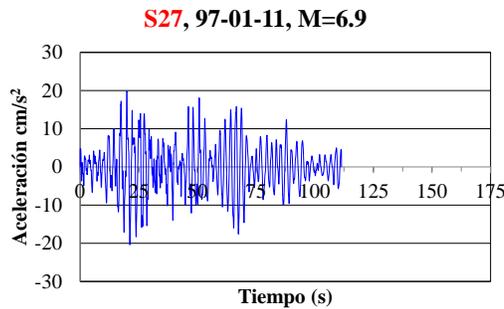
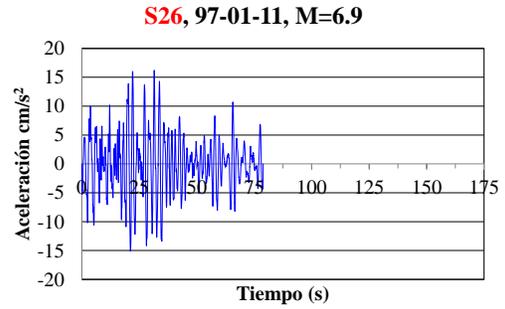
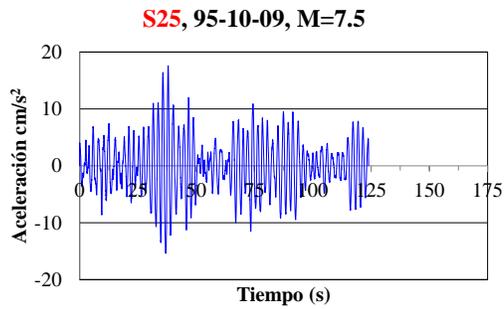
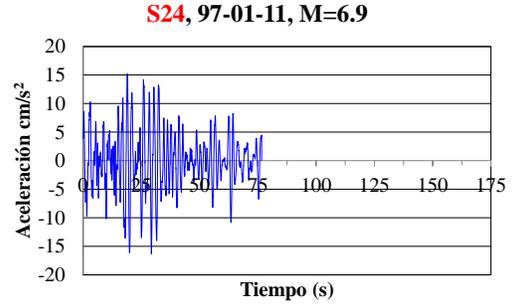
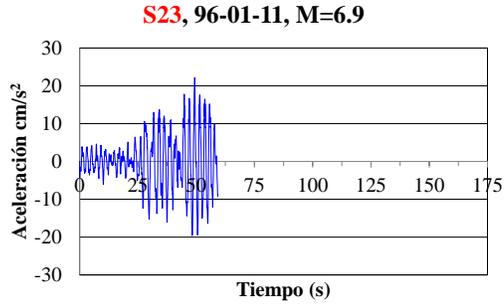
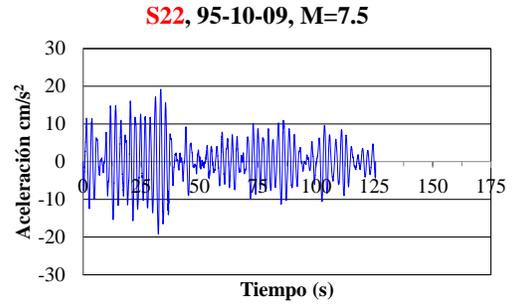
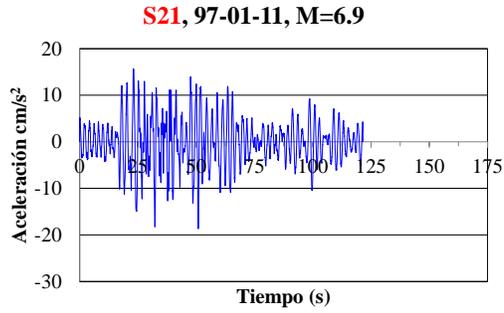
La variabilidad de los acelerogramas se puede apreciar en cuanto a amplitud máxima, duración y contenido de frecuencia lo cual afecta de manera distinta la respuesta estructural. Entre más grande sea la amplitud, mayor será la intensidad del sismo y por tanto mayor la respuesta en la estructura. A mayor duración del sismo, mayor será el daño acumulado en la estructura y el contenido de frecuencia afectará de diferente manera dependiendo del periodo de vibrar fundamental de la estructura.

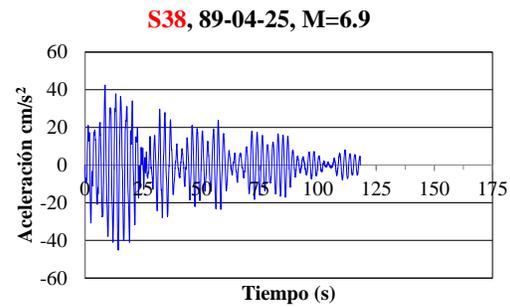
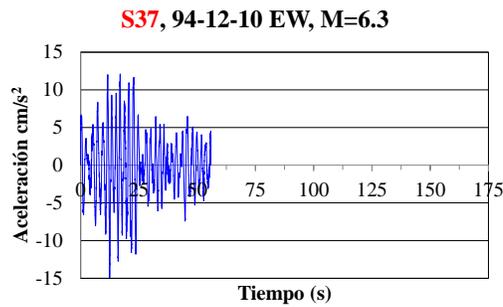
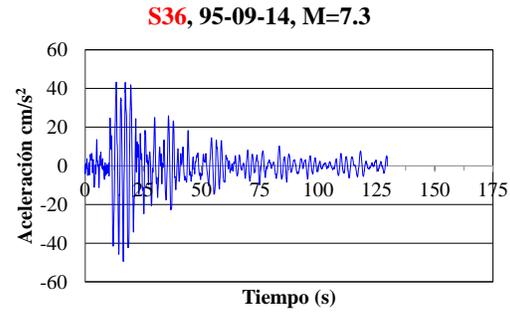
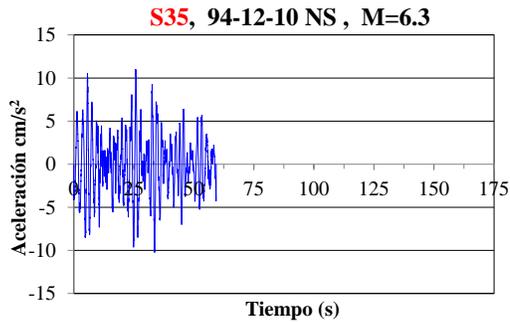
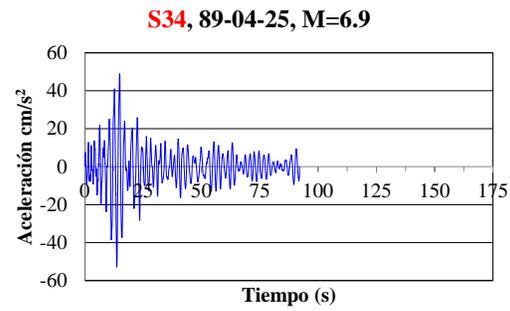
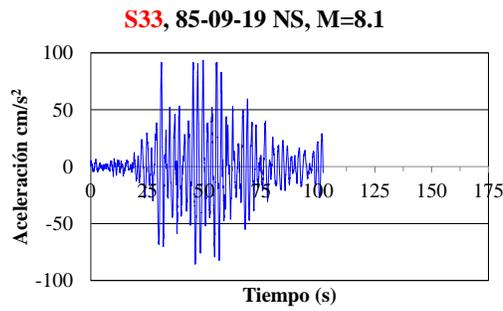
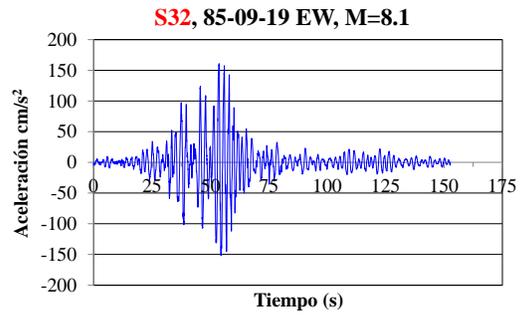
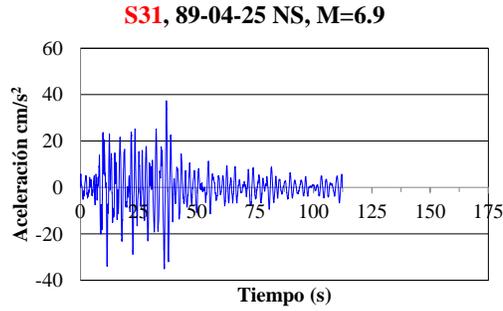
Los registros sísmicos presentados corresponden a la componente horizontal del sismo, es decir Norte-Sur o Este-Oeste.

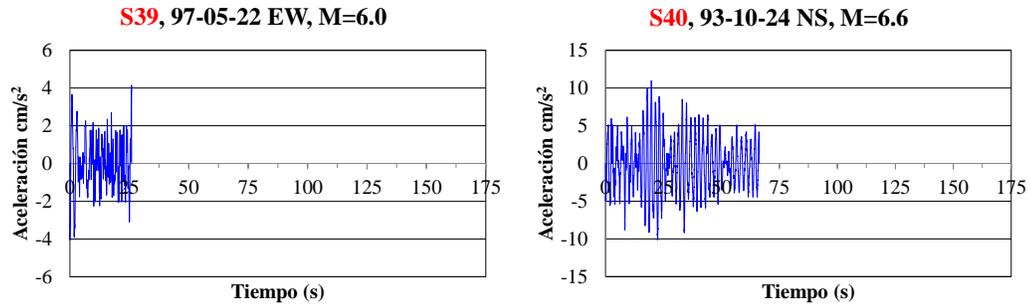
En estos registros también se muestra la fecha de ocurrencia del sismo, su magnitud y el lugar donde fueron registrados. Como se puede observar a mayor magnitud mayor la amplitud de la aceleración máxima del suelo. Las magnitudes van desde 6 hasta 8.1. Es decir, la mayoría son movimientos fuertes ocurridos en las costas del Pacífico de nuestro país. En las *Tablas 4.1* y *4.2* se pueden observar más características de estos sismos.











**Figura 4.7.** Registros sísmicos utilizados en este estudio. Se muestra numeración (R), fecha de ocurrencia y magnitud (M).

#### 4.2.2 Espectros de respuesta lineal

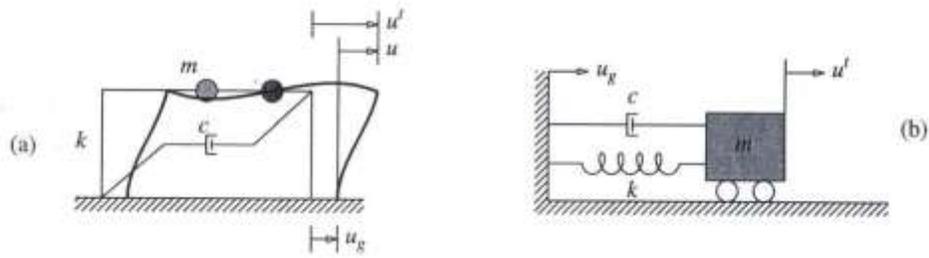
A partir de los acelerogramas seleccionados se obtienen los espectros de respuesta asociados a cada sismo. En primer lugar se dan algunos conceptos importantes que describen el procedimiento para obtener los espectros de respuesta lineal. El espectro de respuesta lineal, como herramienta, es una de las más utilizadas para conocer el efecto de un sismo sobre una estructura.

##### La ecuación de movimiento

La ecuación de movimiento de una estructura de un sistema de un grado de libertad *SIGL* sometida ante un sismo está dada por:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.1)$$

Esta ecuación describe la respuesta lineal de una estructura bajo una excitación sísmica  $\ddot{u}_g(t)$ . Para una aceleración del suelo dada, el problema por resolver está definido por un sistema de un grado de libertad (*SIGL*), con masa ( $m$ ), con rigidez ( $k$ ) y con propiedades de amortiguamiento ( $c$ ) conocidas.



**Figura 4.8** Sistema de un grado de libertad.

Dividiendo la Ecuación 4.1 entre  $m$  se tiene:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = -\ddot{u}_g(t) \quad (4.2)$$

Se puede ver que para una excitación sísmica  $u_g(t)$  dada, la respuesta de desplazamiento  $u(t)$  de un sistema solo depende de la frecuencia natural  $\omega_n$ , o el periodo natural del sistema  $T_n = 2\pi/\omega_n$  y de una fracción de amortiguamiento crítico  $\zeta$ ; escrito formalmente  $u \equiv u(t, T_n, \zeta)$ .

La aceleración del suelo durante un sismo varía irregularmente por lo que es difícil resolver analíticamente la ecuación de movimiento. Por lo tanto, se requiere la utilización de métodos numéricos para determinar la respuesta estructural.

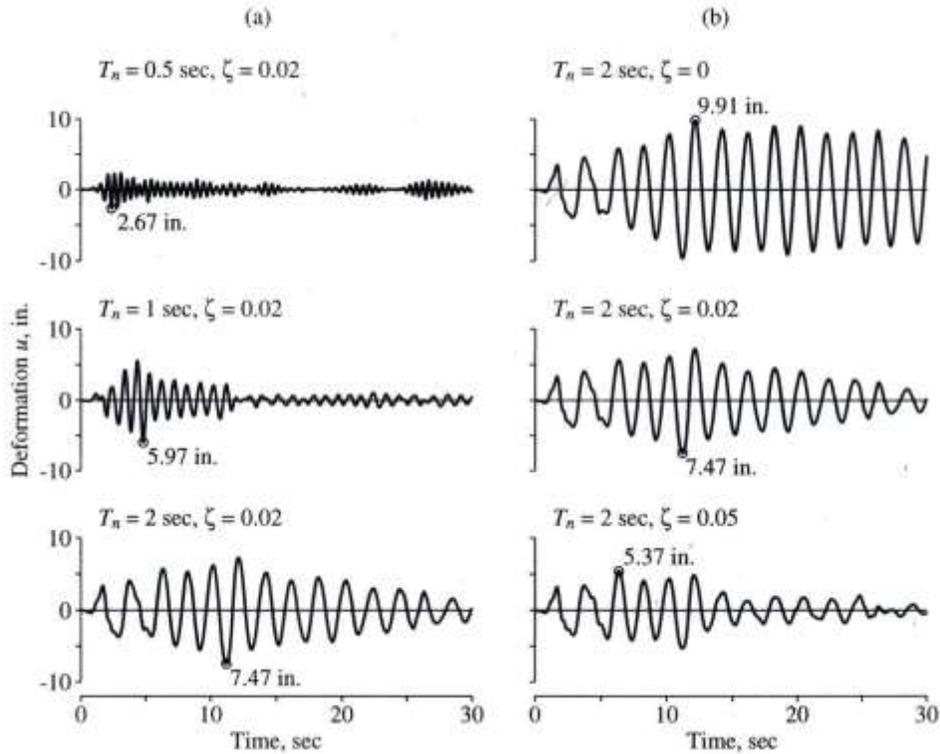
Es de gran importancia para la ingeniería estructural el desplazamiento del sistema, o desplazamiento  $u(t)$  de la masa debido al movimiento del suelo.

Puede utilizarse una solución numérica para dar resultados de cantidades relativas tanto de  $u(t)$ ,  $\dot{u}(t)$  y  $\ddot{u}(t)$ , como también de las respuestas totales  $u^t(t)$ ,  $\dot{u}^t(t)$  y  $\ddot{u}^t(t)$ .

### 4.2.3 Historia de respuesta y concepto de pseudo-aceleración

La Figura 4.9 muestra la respuesta de desplazamiento de tres sistemas diferentes debido a un movimiento sísmico.

En la *Figura 4.9 (derecha)* el periodo de vibración  $T_n$  es el mismo para los tres sistemas, y la diferencia radica en el amortiguamiento. A mayor razón de amortiguamiento, menor es el desplazamiento.



**Figura 4.9** Respuesta de desplazamiento de tres sistemas diferentes debidos a un movimiento sísmico.

Una vez que la historia del desplazamiento  $u(t)$  ha sido evaluada por medio del análisis dinámico de la estructura, las fuerzas internas pueden determinarse por métodos estáticos en cada momento.

$$f_s(t) = ku(t) \quad (4.3)$$

Donde:  $k$  es la rigidez lateral del sistema. Expresando  $k$  en términos de la masa  $m$

$$f_s(t) = m\omega_n^2 u(t) = mA(t) \quad (4.4)$$

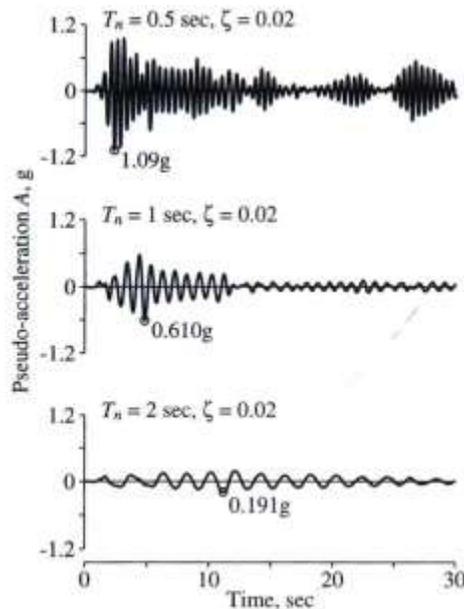
Donde:

$$A(t) = \omega_n^2 u(t) \quad (4.5)$$

La fuerza estática equivalente es  $m$  veces  $A(t)$ , no  $m$  veces la aceleración total  $\ddot{u}_g(t)$ .

Es decir, la pseudo-aceleración  $A(t) = S_A$ , puede obtenerse a partir de la respuesta de desplazamiento  $u(t)$ .

Multiplicando cada respuesta  $u(t)$  correspondiente a los tres sistemas de la *Figura 4.10* por su respectivo valor  $\omega_n^2 = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2$ , se obtiene la respuesta de pseudo-aceleración de los sistemas.



*Figura 4.10* Respuesta Pseudo-aceleración.

#### 4.2.4 Historia sobre los espectros de respuesta

Los espectros de respuesta fueron inicialmente propuestos por Biot en el año de 1932 y luego fueron desarrollados por Housner, Newmark y muchos otros investigadores. Actualmente, el concepto de espectro de respuesta es una importante herramienta de la dinámica estructural, de gran utilidad en el área del diseño sismo-resistente de la ingeniería

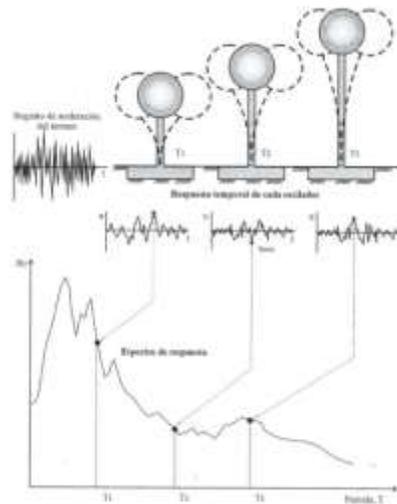
sísmica. En forma general, podemos definir espectro de respuesta como un gráfico de la respuesta máxima (expresada en términos de desplazamiento, velocidad, aceleración, o cualquier otro parámetro de interés) que produce una acción dinámica determinada en una estructura u oscilador de un grado de libertad. En estos gráficos, se representa en abscisas el periodo propio de la estructura (o la frecuencia) y en ordenadas la respuesta máxima calculada para distintos factores de amortiguamiento  $\zeta$ .

El concepto de los espectros comenzó a desarrollarse gracias a una idea de Kyoji Suyehiro, Director del Instituto de Investigaciones de la Universidad de Tokyo, quien en 1920 ideó un instrumento de medición formado por seis péndulos con diferentes periodos de vibración, con el objeto de registrar la respuesta de los mismos ante la ocurrencia de un terremoto. Unos años después, Hugo Benioff publicó un artículo en el que proponía un instrumento similar al de Suyehiro, destinado a medir el desplazamiento registrado por diferentes péndulos con los cuales se podría determinar el valor máximo de respuesta y construir una curva (lo que hoy conocemos como espectro de desplazamiento elástico) cuya área sería un parámetro indicador de la destructividad del terremoto. Finalmente, fue Maurice Biot en el Instituto Tecnológico de California, quien propuso formalmente la idea de espectros de respuesta elástica. *Figura 4.11.*

La importancia de los espectros en el diseño de estructuras radica en el hecho de que estos gráficos condensan la compleja respuesta dinámica en un parámetro clave: los valores de respuesta máxima. Estos parámetros son usualmente los requeridos por el ingeniero estructurista para el diseño de estructuras. Debemos aclarar, sin embargo, que los espectros de respuesta omiten información importante dado que los efectos del terremoto sobre la estructura dependen no solo de la respuesta máxima sino también de la duración del movimiento y del número de ciclos con demanda significativa de desplazamientos.

La realización de un espectro de respuesta requiere de la ejecución de numerosos cálculos, dado que es necesario resolver la ecuación de equilibrio dinámico para determinar la historia (variación en el tiempo) de desplazamientos, velocidades y aceleraciones para una gran cantidad de estructuras con diferentes periodos de vibración,  $T$ , y factores de

amortiguamiento  $\zeta$ . En la actualidad, esto no representa un problema de importancia debido a la gran capacidad de cálculo que hoy en día poseen las computadoras modernas, las cuales pueden realizar los cálculos para obtener un espectro de respuesta elástica en décimas de segundo. Sin embargo, cuando estos tipos de gráficos se desarrollaron en su etapa inicial, hace varias décadas, la situación era muy diferente. Como anécdota, es interesante mencionar que Housner calculaba los espectros mediante un procedimiento gráfico que requería aproximadamente de un día de trabajo para calcular un punto del espectro. Posteriormente, se desarrolló un método más rápido usando un péndulo de torsión (“computadora analógica”) que permitía determinar los espectros mediante una analogía matemática entre los dos fenómenos. En este caso, el tiempo requerido para calcular un punto del espectro se redujo a 15 minutos.



**Figura 4.11** Gráfico indicativo del método de determinación del espectro de respuesta.

El espectro muestra la respuesta de valores máximos de un *SIGL* de una componente en particular del movimiento del suelo, como se muestra en la *Figura 4.12*. También provee un acercamiento práctico para aplicar el conocimiento de la dinámica estructural al diseñar una estructura y para definir la magnitud de las fuerzas laterales actuantes sobre el edificio.

A la gráfica que representa el valor máximo de una respuesta en función del periodo natural de vibrar  $T_n$  del sistema o a la frecuencia circular  $\omega_n$  o a la frecuencia

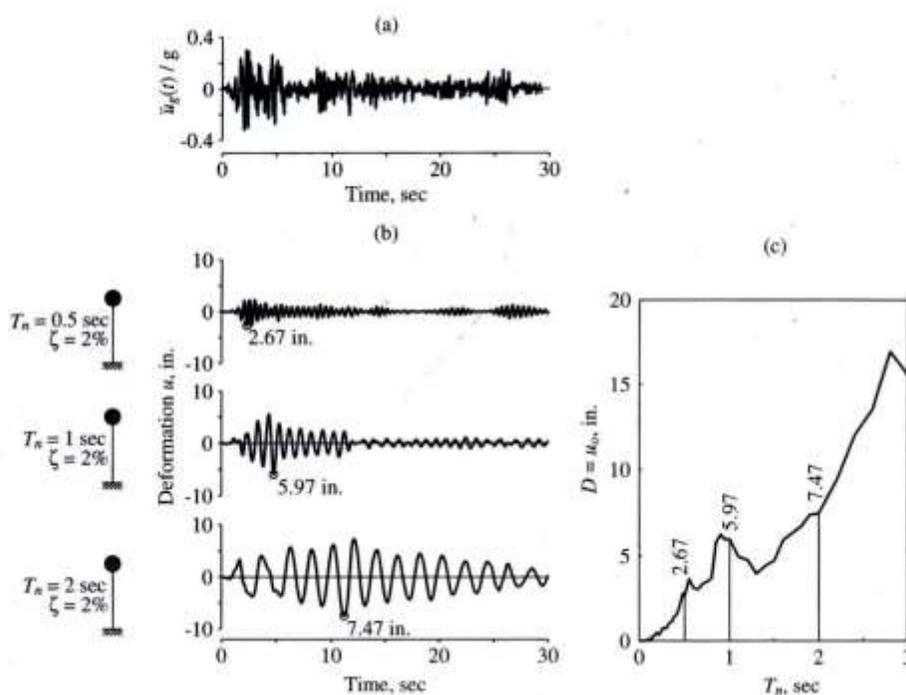
cíclica  $f_n$  se le llama Espectro de Respuesta. Cada gráfica para un *SIGL* cuenta con una fracción de amortiguamiento  $\zeta$  dada.

El espectro de respuesta de desplazamiento es la gráfica de  $u_0$  vs  $T_n$  dado un valor de  $\zeta$ . De igual forma para  $\dot{u}_0$  es el espectro de respuesta de velocidad, para  $\ddot{u}_0$  es el espectro de respuesta de aceleración.

Es decir:

$$\begin{aligned}
 u_0(T_n, \zeta) &\equiv \text{máx}_t |u(t, T_n, \zeta)| \\
 \dot{u}_0(T_n, \zeta) &\equiv \text{máx}_t |\dot{u}(t, T_n, \zeta)| \\
 \ddot{u}_0(T_n, \zeta) &\equiv \text{máx}_t |\ddot{u}(t, T_n, \zeta)|
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

Para encontrar las fuerzas internas sólo se necesita el desplazamiento  $u(t)$ . Entonces, el espectro de desplazamiento da la información necesaria para encontrar los valores del desplazamiento y de las fuerzas internas.



**Figura 4.12** Procedimiento para determinar el espectro de respuesta  $D$ .

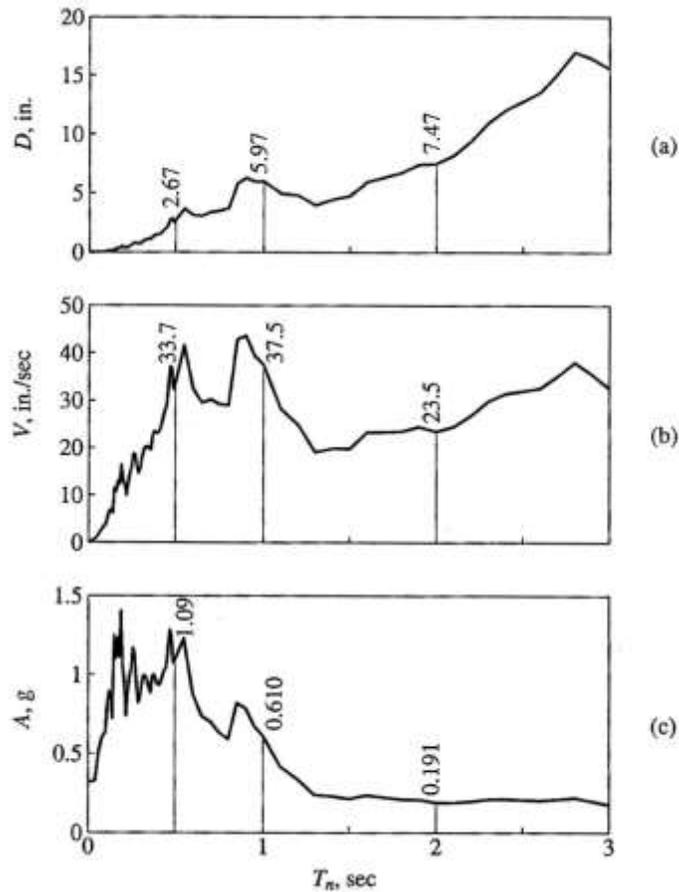
La pseudo-velocidad ( $S_V$ ) se evalúa mediante la siguiente expresión:

$$S_V = \omega_n D = \frac{2\pi}{T_n} D \quad (4.7)$$

En donde  $\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema.

El prefijo pseudo es utilizado porque ( $S_V$ ) no es igual al valor máximo de velocidad  $\dot{u}_0$ .

El espectro de respuesta de pseudo-velocidad es la gráfica de  $S_V$  como función del periodo  $T_n$  o la frecuencia  $f_n$  del sistema, *Figura 4.13b*.



**Figura 4.13** Espectros de desplazamiento, pseudo-velocidad y pseudo-aceleración lineal.

La pseudo-aceleración  $S_A$  del *SIGL* con frecuencia natural  $\omega_n$  se relaciona con su desplazamiento máximo  $D \equiv u_0$  mediante:

$$S_A = \omega_n^2 D = \left( \frac{2\pi}{T_n} \right)^2 D \quad (4.8)$$

La cantidad  $S_A$  tiene unidades de aceleración y se relaciona con el valor máximo del cortante basal  $V_{bo}$  (o al valor máximo de la fuerza estática equivalente  $f_{so}$ ).

$$V_{bo} = f_{so} = mS_A \quad (4.9)$$

El cortante basal máximo puede ser escrito

$$V_{bo} = \frac{S_A}{g} w \quad (4.10)$$

Y  $\frac{S_A}{g}$  es el coeficiente de cortante basal o coeficiente de fuerza lateral.

Donde  $g$  es el valor de la gravedad y  $w$  es el peso de la estructura.

#### 4.2.5 Construcción de espectros de respuesta

El espectro de respuesta para una componente  $\ddot{u}_g(t)$  puede desarrollarse siguiendo los pasos que a continuación se describen:

1. Se establece un intervalo de muestreo.
2. Se selecciona un periodo natural  $T_n$  y una fracción de amortiguamiento  $\zeta$  del *SIGL*.

3. Se procesa por medio de métodos numéricos (método de las ocho constantes, integral de Duhamel, etc.), la información y se obtiene la respuesta de desplazamiento  $u(t)$  debido a una aceleración  $\ddot{u}_g(t)$ .
4. Se determina  $u_0$ , el valor máximo de  $u_g(t)$ .
5. Las ordenadas espectrales son  $D = u_0$ ,  $S_V = \frac{2\pi}{T_n} D$  y  $S_A = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D$ .
6. Se repiten los pasos 2 al 5 para un intervalo de valores  $T_n$  y  $\zeta$  abarcando los sistemas posibles de interés.
7. Se presentan los resultados de los pasos 2 al 6 gráficamente para producir espectros como los de la *Figura 4.13*.

### 4.3 RESULTADOS SOBRE LOS ESPECTROS DE RESPUESTA

A continuación se muestran los espectros de respuesta (*Figura 4.14*) como resultado de la aplicación del procedimiento descrito en la sección anterior, pero con la ayuda de un programa de cómputo llamado *DEGTRA* elaborado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM por Mario Ordaz y colaboradores. Este programa aplica el método numérico de las 8 constantes para encontrar la historia de desplazamientos de un *SIGDL*.

Cada uno de los espectros mostrados enseguida, pertenece a cada uno de los registros sísmicos mostrados anteriormente, los cuales se identifican con una  $R$  y un número correspondiente del sismo (R5, por ejemplo). También se muestra la fecha de ocurrencia del sismo y su magnitud.

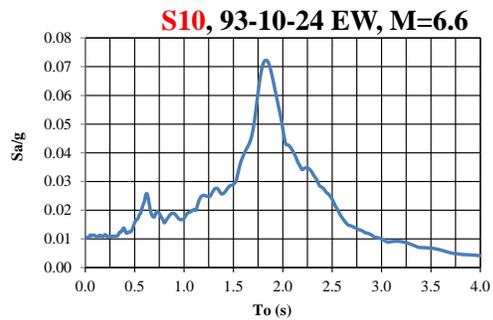
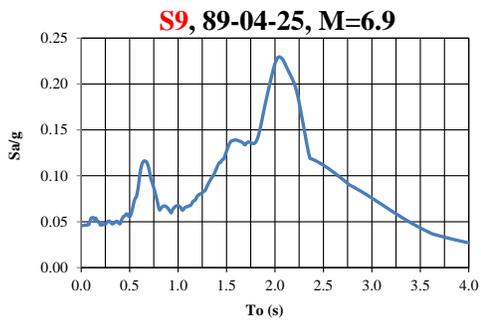
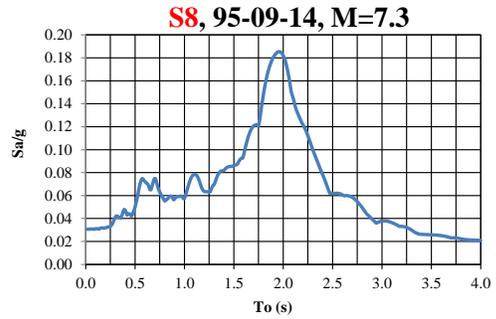
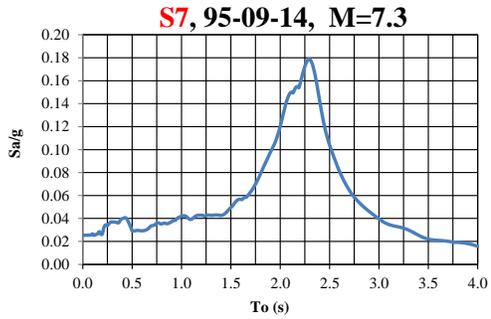
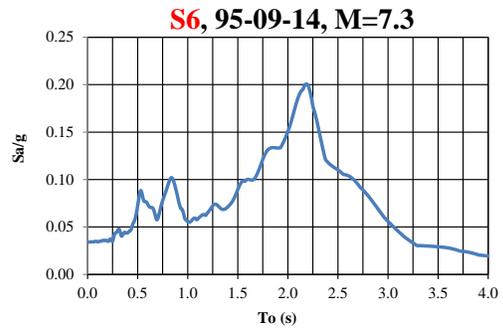
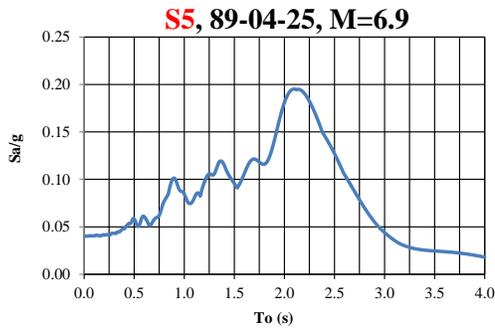
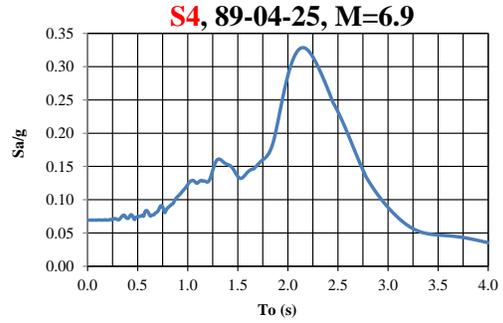
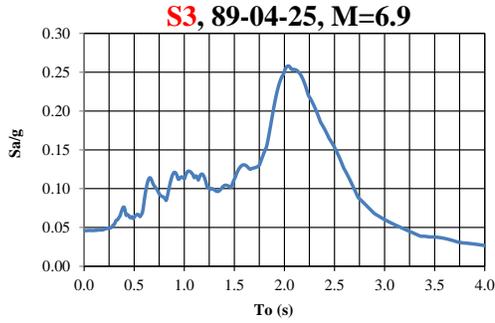
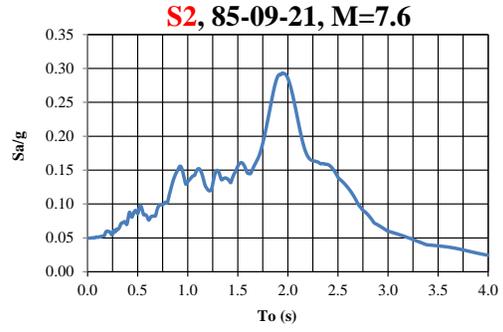
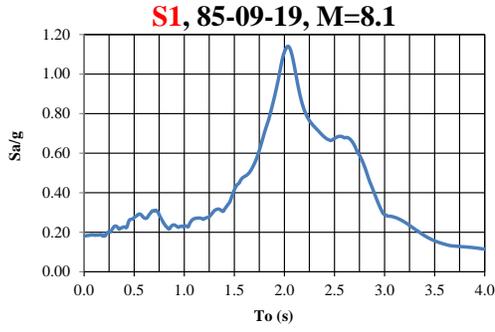
Estos espectros corresponden a espectros de respuesta de pseudo-aceleración, para 5% de amortiguamiento en la estructura, para un *SIGDL* con diferentes periodos de vibrar ( $T_o$ ).

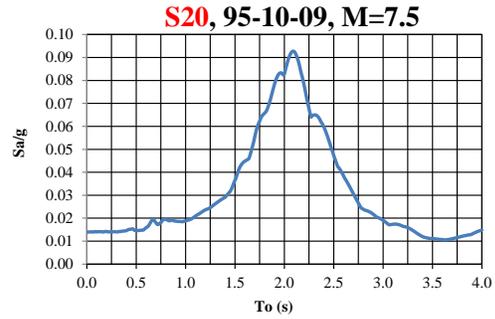
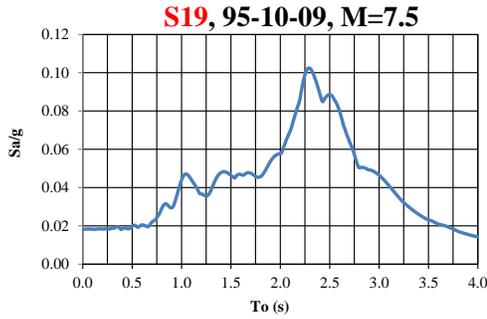
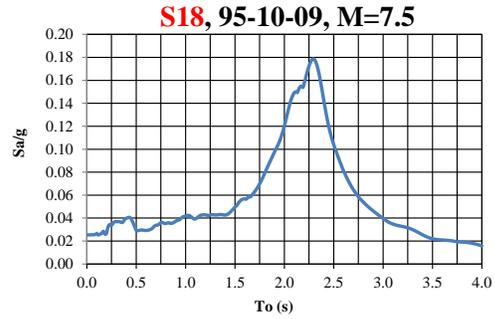
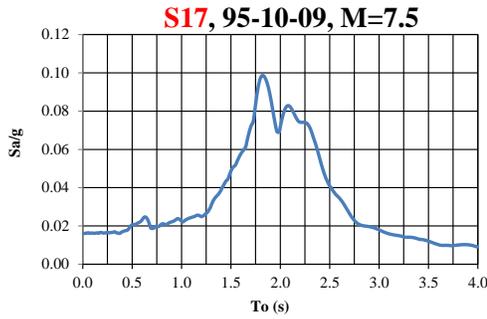
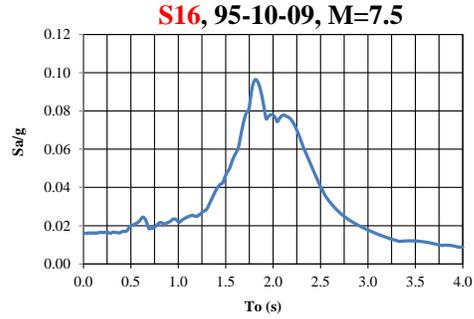
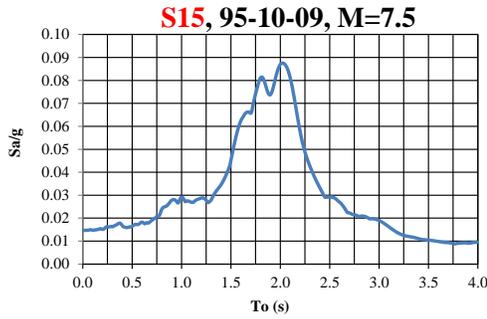
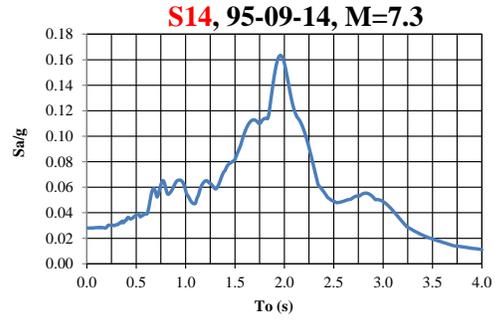
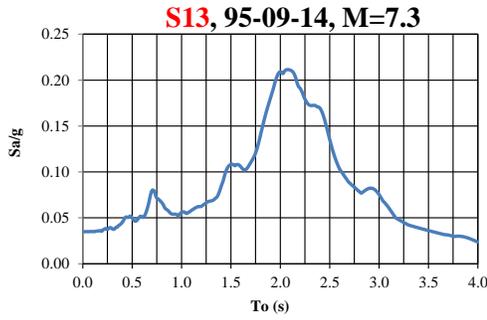
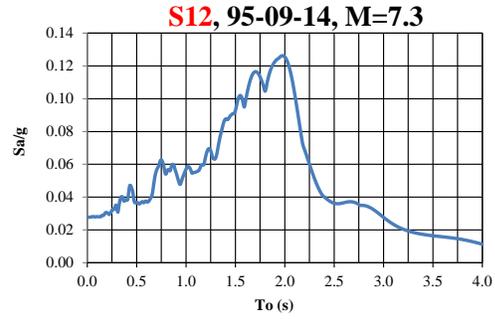
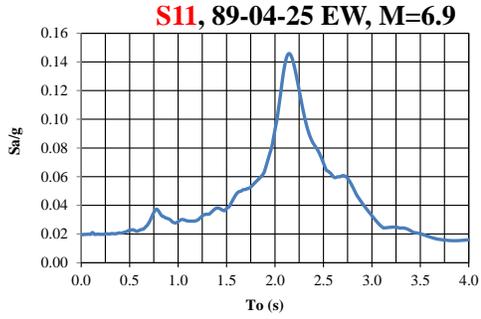
La característica principal de los espectros asociados a sismos registrados en suelo blando es que resultan en su mayoría espectros de banda angosta es decir la máxima

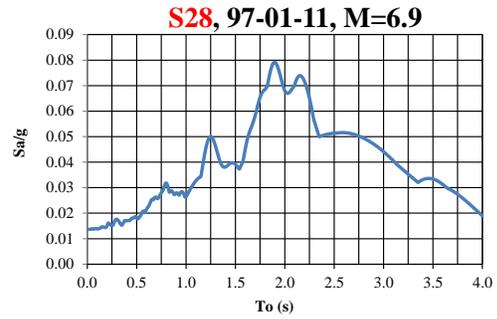
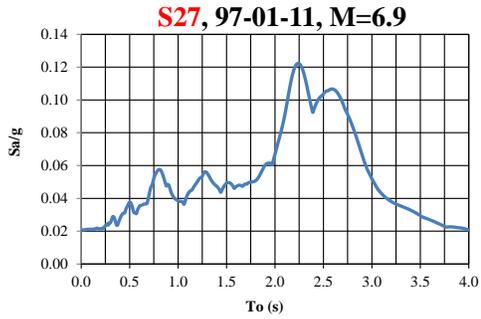
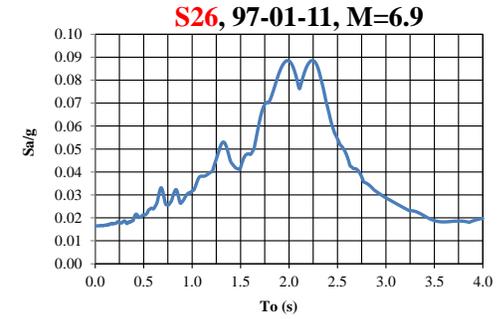
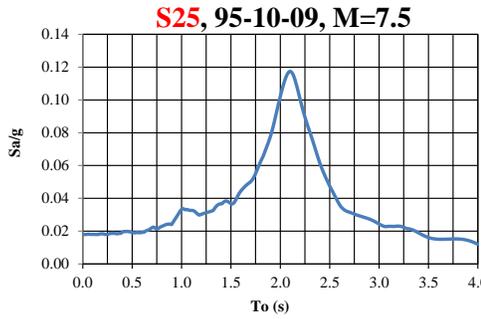
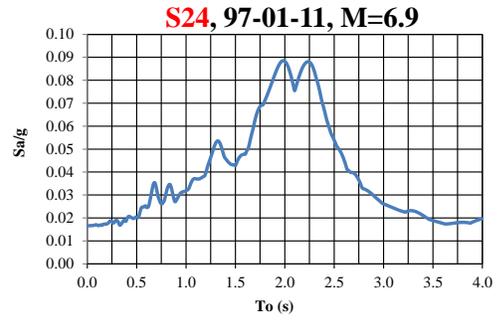
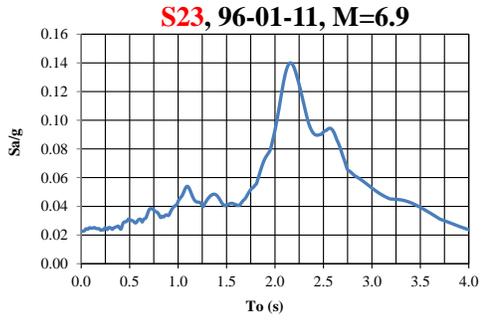
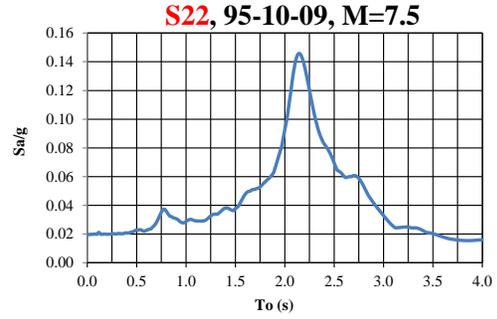
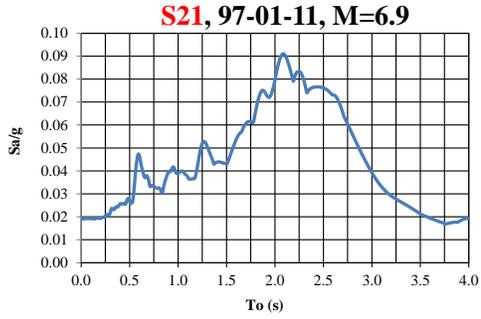
pseudo-aceleración ( $S_a$ ) se concentra en un  $T_o$  muy particular. En este caso se puede observar que la máxima ordenada espectral se asocia a un periodo ( $T_o$ ) alrededor de  $2s$ . Por lo que para estructuras cercanas a este periodo se debe tener cuidado en evitar caer en una situación de resonancia de la estructura. Por lo que en general en el caso del diseño, cuando la estructura se encuentra en esta zona, se busca detallar muy bien el diseño de la estructura y reforzándola adecuadamente, para evitar en un futuro el daño estructural debido a un sismo.

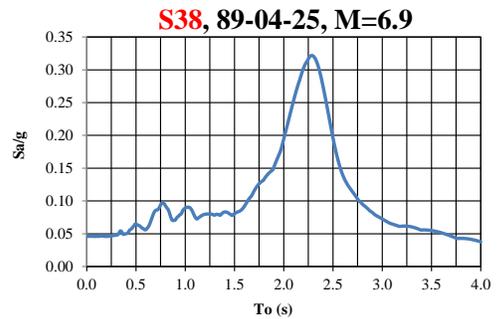
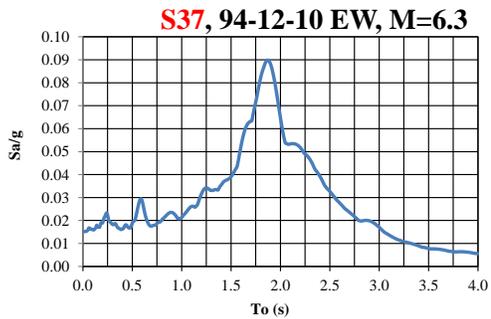
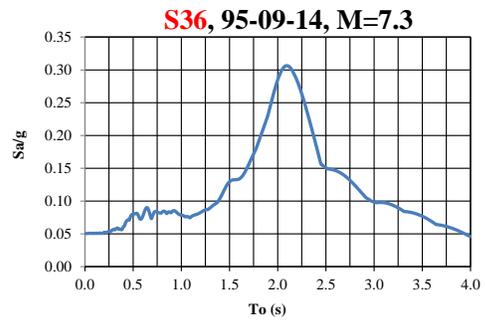
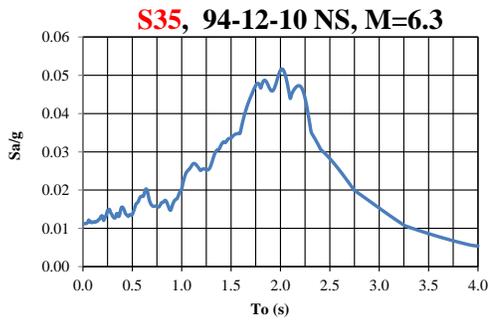
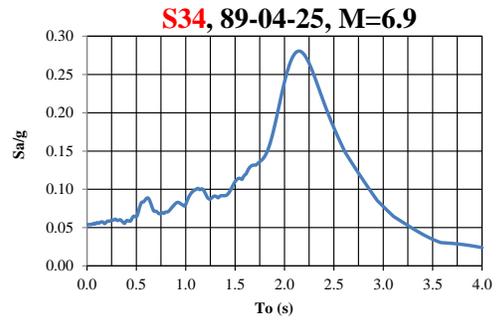
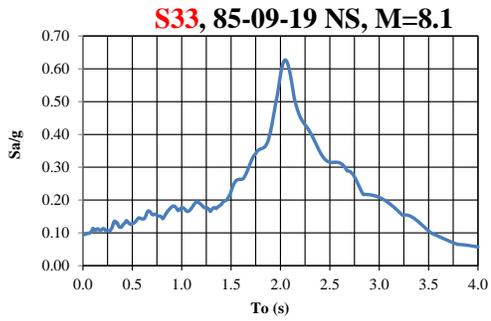
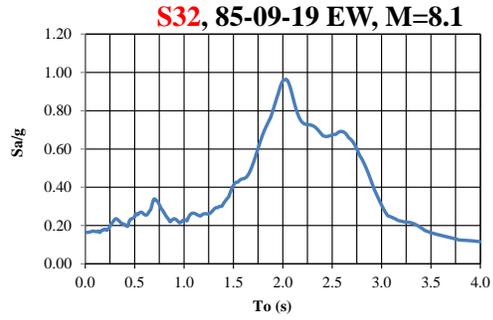
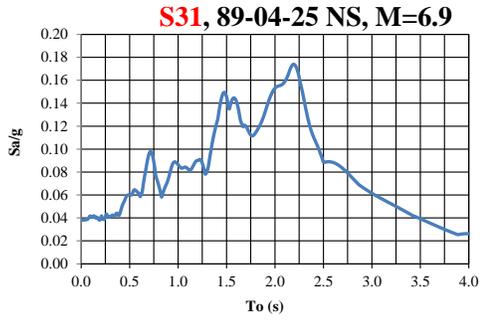
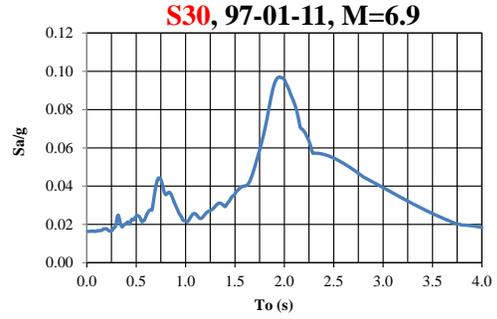
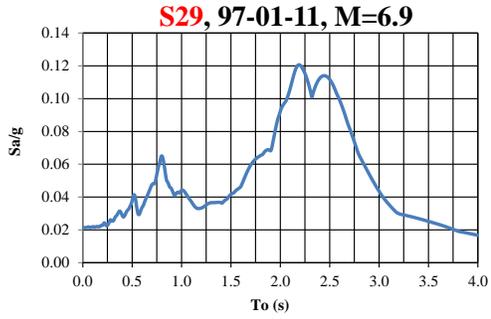
En la última *Figura 4.15*, se muestran todos los espectros de respuesta en la misma gráfica con fines de comparación. En donde se puede apreciar que habrá espectros muy bajos, que son aquellos que están asociados a los sismos de menor magnitud usados en este estudio y espectros cuya mayor ordenada es alrededor es de 1.2, los cuales están asociados a los sismos de mayor magnitud, sismos de 8.1.

A partir de los espectros de respuesta se obtiene la Pseudoaceleración espectral ( $S_a/g$ ) como una medida de la intensidad sísmica que afecta a la estructura para el periodo fundamental de vibrar del edificio en estudio. Esta intensidad sísmica se utiliza a la hora de obtener los análisis dinámicos incrementales, para conocer el nivel de la intensidad de colapso de la estructura, la cual se utiliza para obtener la confiabilidad mediante el índice  $\beta$  de Cornell y un margen de seguridad  $Z$ , obtenidos en el siguiente capítulo de resultados.









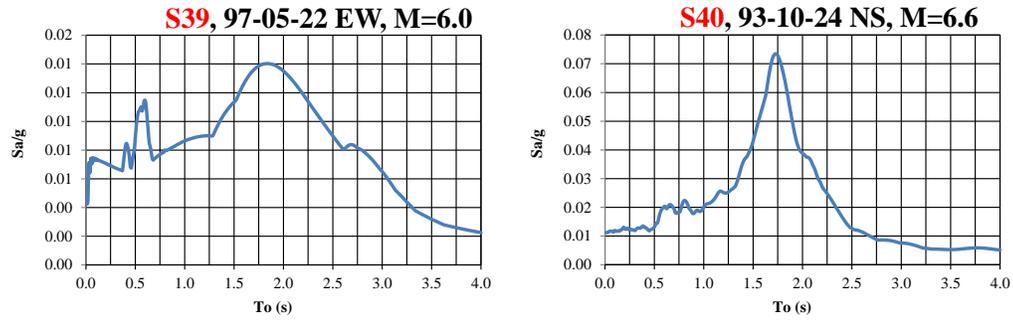


Figura 4. 14. Espectros de respuesta individuales, asociados a cada uno de los sismos utilizados en este estudio.

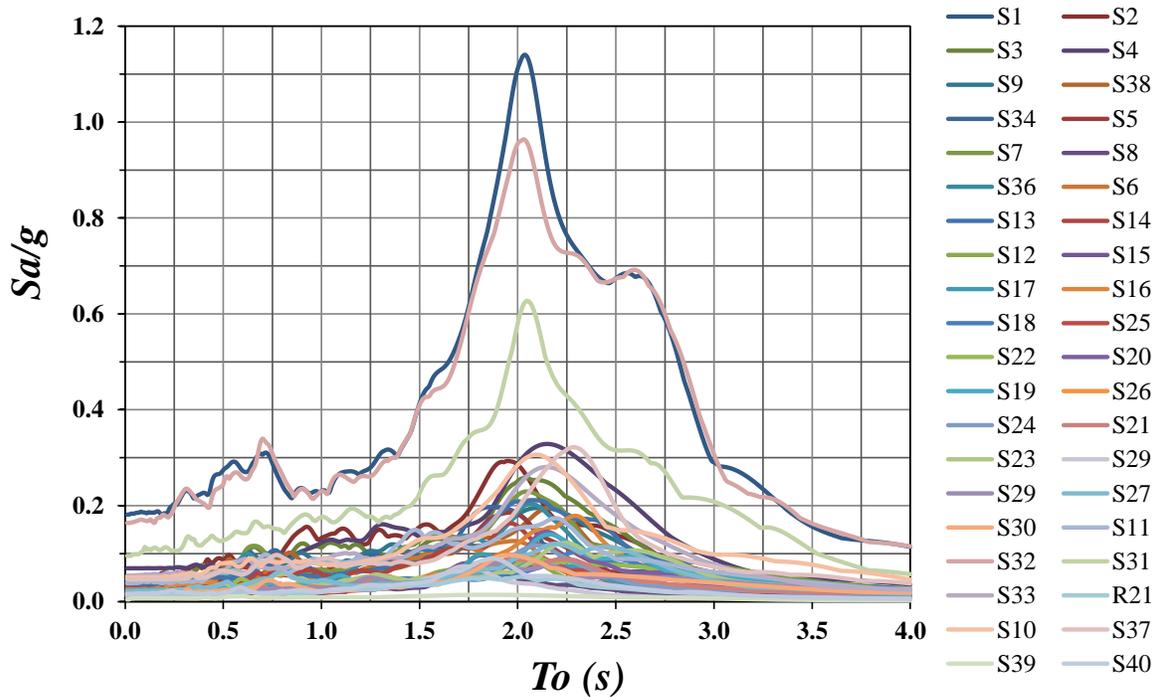


Figura 4. 15. Conjunto de espectros de respuesta lineales, para 5% de amortiguamiento.

## V. CONFIABILIDAD

### 5.1 INTRODUCCIÓN

La mayoría de los fenómenos observados en el mundo contiene una cierta cantidad de incertidumbre, esto es, nunca pueden ser predichos con seguridad. En general, la medición repetida de fenómenos físicos genera múltiples resultados. Entre estos múltiples resultados, algunos son más frecuentes que otros. La existencia de múltiples resultados sin ningún patrón es descrito en términos de incertidumbre o aleatoriedad y estocasticidad. La palabra estocástico proviene de la palabra griega *stochos*, que significa incierto (Haldar & Mahadevan, 2000).

Por otro lado la planeación y diseño de los sistemas en ingeniería utiliza los conceptos básicos de capacidad, resistencia o de oferta y demanda. Diferente terminología es utilizada para describir estos conceptos dependiendo del tipo de problema en consideración. En la ingeniería estructural, geotécnica o mecánica la oferta puede ser expresado en términos de resistencia o capacidad y la demanda en términos de las cargas aplicadas, la combinación de estas o sus efectos (Haldar & Mahadevan, 2000).

Debido a lo anterior los ingenieros siempre han reconocido la presencia de la incertidumbre en el análisis y diseño de los sistemas en ingeniería. Sin embargo, el enfoque tradicional tiende a simplificar los problemas considerando los parámetros de incertidumbre de manera determinística y tomando en cuenta la incertidumbre a través de factores de seguridad empíricos. Los factores de seguridad se derivan en base a la experiencia pero no garantizan del todo la seguridad o el desempeño satisfactorio. Además estos no proveen ninguna información de cómo los diferentes parámetros del sistema influyen en la seguridad. Por consiguiente, es difícil diseñar un sistema con una distribución uniforme de seguridad entre los diferentes componentes usando factores de seguridad empíricos (Haldar & Mahadevan, 2000).

Es por lo que el diseño de un sistema en ingeniería es en general un balance entre el máximo nivel de seguridad y el menor costo posible. Una metodología de diseño que pueda lograr ambos objetivos es altamente deseable. Los factores de seguridad

determinísticos no proveen la información adecuada para lograr el uso óptimo de los recursos para maximizar la seguridad. Por otro lado, el análisis probabilístico provee la información necesaria para la optimización del diseño. (Haldar & Mahadevan, 2000).

Por estas razones es que diversas guías de diseño o códigos han incorporado el análisis probabilístico. Ejemplos de esto son el ACI, AISC, NTC-2004, FEMA, ATC, EC, CISC, etc. Se espera que el uso del análisis probabilístico en estos códigos provea más herramientas e información para comprender mejor el comportamiento del sistema, la influencia de las diferentes variables inciertas en el desempeño del sistema y la interacción entre los diferentes componentes del sistema. Es aquí que la confiabilidad juega un papel importante en la ingeniería en lo general y en la ingeniería sísmica estructural en lo particular.

## **5.2 CUATIFICACIÓN DE LA CONFIABILIDAD**

Diferentes términos han sido utilizados para describir la confiabilidad de un sistema en ingeniería. Algunos de estos términos se explican por sí mismos, mientras que otros no. El término comúnmente utilizado “probabilidad de falla” siempre es asociado con un criterio particular de desempeño. Un sistema en ingeniería normalmente posee diferentes criterios de desempeño, y una probabilidad de falla asociada a cada uno de estos criterios. La probabilidad de falla normalmente se expresa en fracciones, tales como 1 en 100, o como un decimal. Confiabilidad es la probabilidad de que un sistema tenga un comportamiento o desempeño exitoso de un sistema; es decir el inverso de la probabilidad de falla (Haldar & Mahadevan, 2000).

Una medida de confiabilidad, en el contexto de especificaciones de diseño, es el factor de seguridad el cual provee un valor cualitativo de la medida de seguridad. El factor de seguridad puede ser usado en el contexto como una carga (demanda) aplicada al sistema, o como la resistencia (capacidad) del sistema. En un contexto de cargas, el valor nominal de la cargas observado (en referencia a la cargas de servicio) son multiplicadas por un factor de seguridad mayor que 1.0 (el cual se denomina como “factor de carga”) para obtener las cargas de diseño. En el contexto de resistencia, el valor nominal de la resistencia observado del sistema se multiplica por un factor de seguridad usualmente menor que 1.0 (el cual se denomina como “factor de resistencia” o “factor de reducción de

capacidad”) para obtener la resistencia admisible. Las cargas y la resistencia son cantidades inciertas, con una media y desviación estándar. La palabra nominal significa que un valor determinístico es especificado por el diseñador o fabricante para las cargas y/o las resistencias para propósitos de diseño. En el caso de las cargas el valor nominal está por arriba del valor medio. En el caso de la resistencia el valor nominal es usualmente menor que el valor medio (Haldar & Mahadevan, 2000).

Cuando son usados factores de carga y de resistencia la seguridad general es medida por la relación entre los valores de carga y resistencia. El factor de seguridad central es la relación entre los valores medios de carga y resistencia.

En el caso de las estructuras y los niveles de desempeño, es muy difícil calcular la probabilidad de falla de manera precisa. Es por esto que una estimación de primer orden es frecuentemente utilizada en especificaciones de diseño probabilísticas. Esta estimación de primer orden emplea una medida conocida como el índice de confiabilidad o índice de seguridad denotado por la letra  $\beta$  (Haldar & Mahadevan, 2000).

### **5.3 ESTADOS LÍMITE FALLA**

El término “falla” puede significar diferentes cosas para un grupo de personas. Se puede decir que una estructura ha fallado cuando esta deja de cumplir con el propósito para el cual fue diseñada.

El concepto de “estado límite” se utiliza para ayudar a definir el término “falla” en el contexto del análisis de confiabilidad de una estructura. Un estado límite es una frontera entre un comportamiento deseado o no deseado de una estructura. Esta frontera es comúnmente representada matemáticamente por una “función de estado límite” o una “función de desempeño”. Por ejemplo: en un puente, falla puede ser definido como la incapacidad de soportar el tránsito vehicular. Este desempeño no es deseable y puede ocurrir debido a muchos modos de falla: agrietamiento, corrosión, deformaciones excesivas, exceso en la capacidad de carga por esfuerzos de cortante o momentos flexionantes, o debido a pandeos locales. Algunos miembros pueden fallar de manera frágil mientras que otros de manera dúctil. En el enfoque tradicional, cada modo de falla es

considerado de manera independiente y cada modo puede ser definido usando el concepto de estado límite (Nowak & Collins, 2000).

En el análisis de confiabilidad estructural los tres tipos de estado límite más comunes son:

1. Estado límite último: Este estado límite generalmente se asocia con la pérdida de capacidad de carga de una estructura.

2. Estado límite de servicio: en este caso el estado límite se relaciona con un grado de deterioro de la estructura, pérdida de confort para el usuario, etc. Este estado límite no está directamente relacionado con la integridad estructural. Ejemplo de este estado límite son: deflexión excesiva de un miembro, vibración excesiva de la estructura, deformaciones excesivas en un miembro debido a las cargas de servicio aplicadas, agrietamiento, etc.

3. Estado límite de fatiga: este estado límite se refiere a la pérdida de capacidad de carga de un elemento estructural debido a las cargas cíclicas aplicadas sobre este. La fatiga está relacionada con la acumulación de daño en un miembro, o sistema, y en consecuencia su eventual falla bajo repeticiones de carga.

#### **5.4 FUNCIONES DE ESTADOS LÍMITE (FUNCIONES DE DESEMPEÑO)**

La noción tradicional del “margen de seguridad” está asociada con el estado límite último. Por ejemplo: el modo de falla de una viga puede ser cuando el momento debido a las cargas excede el momento resistente. Sea  $R$  la representación de la resistencia y  $Q$  la representación de las cargas aplicadas. Es de ayuda considerar a  $R$  como la “capacidad” y a  $Q$  como la “demanda”. La “función de desempeño” o “función de estado límite” puede ser representado para este modo de falla como:

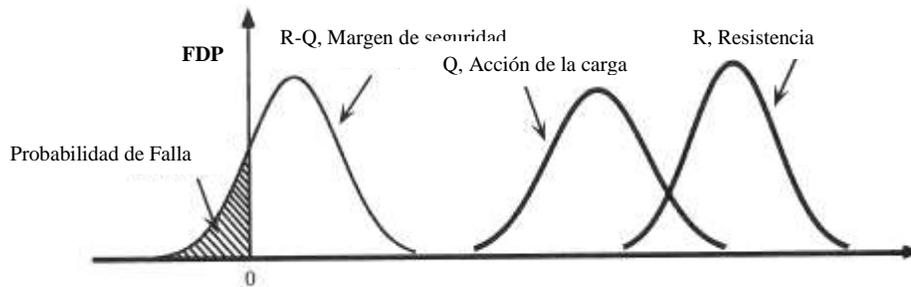
$$G(R, Q) = R - Q \quad (5.1)$$

El “estado límite” correspondería a la frontera entre el desempeño deseable y el no deseable, será cuando  $g = 0$ . Si  $g \geq 0$  la estructura es segura (desempeño deseable) ; si  $g < 0$  la estructura es insegura (desempeño no deseado). La probabilidad de falla,  $P_f$ , es igual

a la probabilidad de que el desempeño no deseado ocurra. Matemáticamente esto puede ser expresado en términos de las funciones de desempeño como sigue:

$$P_f = P(R - Q < 0) = P(G < 0) \quad (5.2)$$

Si  $R$  y  $Q$  son variables aleatorias continuas entonces cada una tiene una función de densidad de probabilidad (FDP) como en la figura 5.1. La probabilidad de falla corresponde al área sombreada en la figura (Nowak & Collins, 2000).



**Figura 5.1** FDPs para carga ( $Q$ ), resistencia ( $R$ ) y margen de seguridad ( $R-Q$ ), (Nowak & Collins, 2000)

Si generalizamos el concepto que acabamos de introducir es posible definir dos estados generales.

Seguro                      (Efectos de las cargas  $\leq$  resistencia)

Inseguro                    (Efectos de las cargas  $>$  resistencia)

El estado de una estructura puede ser descrito haciendo uso de varios parámetros  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , los cuales son cargas y parámetros de resistencia tales como carga muerta, carga viva, longitud, peralte, esfuerzo de compresión esfuerzo de fluencia y momento de inercia. Una función de estado límite, o función de desempeño, es una función  $G(X_1, X_2, \dots, X_n)$  de estos parámetros tales como:

$G(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0$       Para que una estructura sea segura.

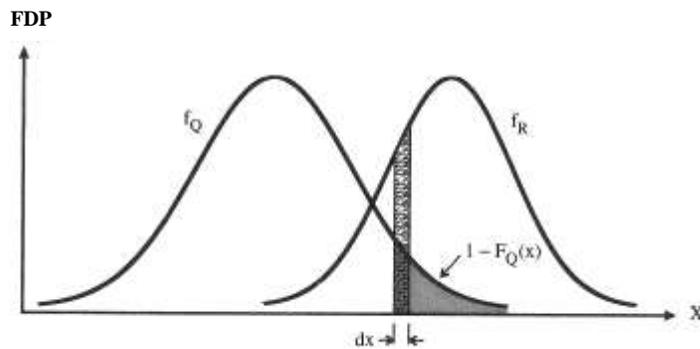
$G(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$  Frontera entre una estructura segura e insegura.

$G(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0$  Para la falla.

Cada función de estado límite está asociada con un estado límite particular. Diferentes estados límite pueden tener diferentes funciones de estado límite (Nowak & Collins, 2000).

### 5.5 CASO FUNDAMENTAL

La probabilidad de falla  $P_f$  puede ser derivada considerando las funciones de densidad de probabilidad (FDP) de variables aleatorias tales como  $R$  y  $Q$  las cuales se muestran en la *Figura 5.2* (Nowak & Collins, 2000).



**Figura 5.2** FDPs para carga ( $Q$ ), resistencia ( $R$ ), (Nowak & Collins, 2000)

La estructura “falla” cuando la carga excede la resistencia. Si  $R$  es igual a un valor específico  $r_i$  entonces la probabilidad de falla es igual a la probabilidad de que la carga sea mayor que la resistencia o  $P(Q > r_i)$ . Sin embargo desde que  $R$  es una variable aleatoria hay una probabilidad asociada para cada valor  $r_i$ . Además, la probabilidad de falla está compuesta de todas las posibles combinaciones de  $R = r_i$  y  $Q > r_i$ , las cuales pueden ser descritas matemáticamente como sigue:

$$P_f = \sum P(R = r_i \cap Q > r_i) = \sum P(Q > R | R = r_i) P(R = r_i) \quad (5.3)$$

Para el caso continuo la sumatoria se convierte en una integral. La probabilidad de  $P(Q > R | R = r_i)$  es simplemente  $1 - P(Q \leq R | R = r_i) = 1 - F_Q(r_i)$ .

Cuando se tiende al límite la probabilidad de  $P(R = r_i) \approx f_R(r_i)dr_i$  combinando todo esto podemos llegar a la siguiente expresión:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_Q(r_i)] f_R(r_i) dr_i = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} F_Q(r_i) f_R(r_i) dr_i \quad (5.4)$$

También existe otra alternativa que se puede utilizar, es decir, si la carga  $Q$  es igual a un valor específico  $q_i$ , entonces la probabilidad de falla es igual a la probabilidad de que la resistencia sea menor que la carga, esto es  $P(R < q_i)$ . Sin embargo, desde que  $Q$  es una variable aleatoria existe una probabilidad asociada para cada valor de  $q_i$ . Además, la probabilidad de falla está compuesta de todas las posibles combinaciones para las cuales  $Q = q_i$  y  $R > q_i$ , las cuales pueden ser escritas como:

$$P_f = \sum P(Q = r_i \cap R < r_i) = \sum P(R < Q | Q = q_i) P(Q = q_i) \quad (5.5)$$

El cual puede ser expandido para el caso de una variable continua como

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(q_i) f_Q(q_i) dq_i \quad (5.6)$$

## 5.6 CONCEPTO DE ÍNDICE DE CONFIABILIDAD

El primer autor en proponer el índice de confiabilidad fue Rjanitzyne (1949 y 1959) en la Unión Soviética. Sin embargo fue Cornell (1970) quien popularizó esta idea. Posteriormente muchas otras proposiciones fueron hechas pero la propuesta más completa fue desarrollada por Hasofer y Lind (1974), quienes dieron una definición precisa (Lemaire, 2009).

### 5.6.1 Caso fundamental $R - S$

El caso fundamental de confiabilidad estructural considera solo el efecto de una sola carga  $S$  y una resistencia  $R$ . Cada una de estas es descrita por una función de densidad de probabilidad conocida,  $f_S( )$  y  $f_R( )$  respectivamente. Como es de destacar  $S$  puede ser obtenida de una carga  $Q$  aplicada durante un análisis estructural (ya sea este determinístico o con una componente aleatoria). Es importante que tanto  $R$  como  $S$  estén expresadas en las mismas unidades (Melchers, 1999).

La probabilidad de falla  $P_f$  de un elemento estructural puede ser descrito matemáticamente de las siguientes maneras:

$$p_f = P(R - S \leq 0) \quad (5.7)$$

$$p_f = P(\ln R - \ln S \leq 0) \quad (5.8)$$

o de manera general

$$p_f = P[G(R, S) \leq 0] \quad (5.9)$$

Para pocos casos de funciones de distribución de  $R$  y  $S$  es posible hacer la integración analítica de la ecuación 5.9. Es por esto que el caso más notable se presenta cuando ambas distribuciones son variables aleatorias normales con medias  $m_R$  y  $m_S$  y varianzas  $\sigma_R^2$  y  $\sigma_S^2$  respectivamente. El margen de seguridad  $Z = R - S$  por lo tanto tiene una media y una desviación estándar dado por:

$$m_Z = m_R - m_S \quad (5.10)$$

y

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (5.11)$$

### 5.6.2 Índice de Rjanitzzyne-Cornell

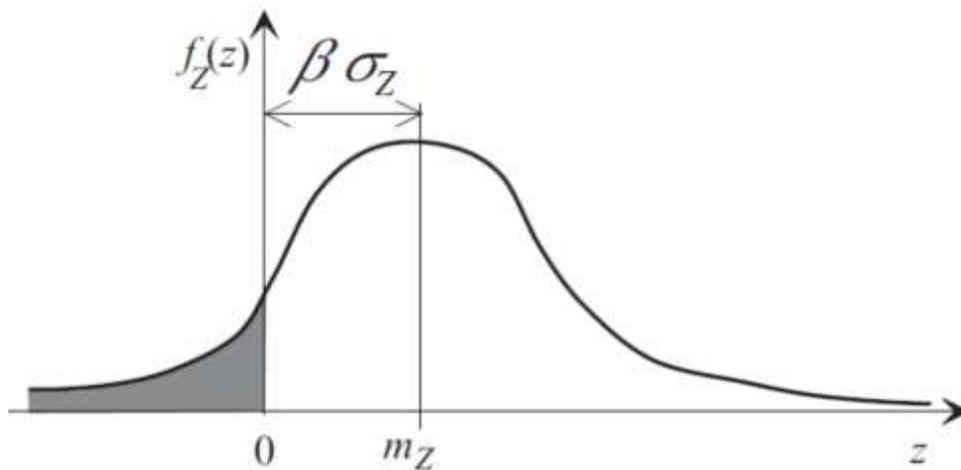
La definición propuesta por estos dos autores es muy simple: el índice  $\beta$  es obtenido mediante la media,  $m_z$ , y la desviación estándar,  $\sigma_z$ , del margen de seguridad  $Z=R-S$ :

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} \quad (5.12)$$

Si sustituimos a 5.10 y 5.11 en 5.12 se tiene que

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}} \quad (5.13)$$

Este índice  $\beta$  es el inverso del coeficiente de variación de la variable aleatoria  $Z$ . La Figura 5.3 muestra que el índice indica el número de desviaciones estándar entre el punto medio,  $m_z$ , y el estado límite cuando  $Z=0$ .  $\beta$  es un número sin una representación física. Esto refleja la práctica frecuente en la ingeniería de alejarse unas pocas desviaciones estándar de la media con el fin de estar en el dominio de seguridad, por lo que los valores habituales de un índice de confiabilidad son unas pocas unidades (Lemaire, 2009).



**Figura 5.3.** Representación del Índice de Rjanitzzyne-Cornell, (Lemaire, 2009).

Por lo tanto, para este caso en específico podemos expresar la probabilidad de falla de la siguiente manera:

$$p_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - m_z}{\sigma_z}\right) \quad (5.14)$$

Donde  $\Phi()$  es la función de distribución acumulada (FDC) estándar (con media igual a cero y desviación estándar unitaria). Sustituyendo 5.10 y 5.11 en la ecuación 5.14 tenemos que:

$$p_f = \Phi\left(\frac{-(m_R - m_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}}\right) = \Phi(-\beta) \quad (5.15)$$

El índice de Rjanitzyne-Cornell solamente es riguroso cuando R y S son variables aleatorias con distribución Gaussiana y para estados límite lineales. Si la representación matemática del margen de seguridad es definida de manera diferente, por ejemplo si definimos a  $Z=R/S-1$  el cálculo de la media y la desviación estándar ya no es posible analíticamente y además Z ya no es una variable aleatoria con distribución Gaussiana, debido a esto obtendremos diferentes valores de  $\beta$ . Estos resultados son debidos a la invariabilidad en la forma de presentación de la función de estado límite del índice de Rjanitzyne-Cornell (Lemaire, 2009).

## **VI. METODOLOGÍA**

A continuación se presentan los pasos realizados en este trabajo de investigación.

### **6.1 MODELACIÓN**

Para esta investigación se seleccionaron tres edificios de 5, 10 y 15 niveles ya que son alturas representativas en edificios de concreto reforzado y tratando de abarcar diferentes periodos de los espectros de respuesta. Las estructuras se ubicaron en la zona IIIb del valle de México (suelo blando) para uso de oficinas. Para el análisis se usaron movimientos de banda angosta originados en la zona de subducción del Pacífico Mexicano y registrados en la estación SCT.

#### **6.1.1 Modelación en el programa DRAIN-2D Modificado**

Con los datos obtenidos en los diseños (geometría de elementos, armados de trabes y columnas, etc) se elaboró un modelo equivalente en dos dimensiones a base de marcos planos de múltiples grados de libertad de cada edificio consistente en un marco exterior y uno interior que fueran representativos del edificio en 3 dimensiones manteniendo el mismo periodo de vibrar de la estructura. Para realizar los análisis no lineales se usó el programa DRAIN-2D modificado por Campos y Esteva. Para hacer uso de este programa fue necesario calcular los parámetros no lineales correspondientes a cada uno de los elementos, estos parámetros son:

- a. Momento de fluencia en trabes y columnas.
- b. Momento último en trabes y columnas.
- c. Rotación de fluencia en trabes y columnas
- d. Rotación última en trabes y columnas.

Estos datos serán utilizados para el modelo en el programa DRAIN-2D Modificado.

#### 6.1.1.1. Archivos de entrada de datos.

El programa de análisis DRAIN-2D Modificado necesita de dos archivos de datos: DATCORR y SISMO.

DATCORR: En este archivo se introducen las características geométricas, topología de los elementos, cargas, masas, propiedades mecánicas, modelo de comportamiento no lineal, rotación de fluencia y última, etc. de cada uno de las trabe y columnas.

SISMO: Este archivo contiene el registro del acelerograma tiempo-aceleración de cada sismo utilizado, como tiempo aceleración. Es decir,

**I.** Para cada uno de los tres edificios (5, 10 y 15 niveles) se crearon 8 modelos, es decir archivos de entrada; (DATCORR) que toman en cuenta diferentes incertidumbres asociadas a las propiedades mecánicas de los materiales y a las cargas vivas actuantes.

**II.** Para tomar en cuenta las incertidumbres asociadas a los sismos, de los 40 sismos utilizados a cada modelo se le asignaron cinco acelerogramas para su análisis. Es decir, se crearon para cada edificio 40 combinaciones correspondientes a un modelo y sismos.

## 6.2 ANÁLISIS

### 6.2.1 Análisis en el programa DRAIN-2D Modificado

#### I. Análisis Dinámicos por Incrementos

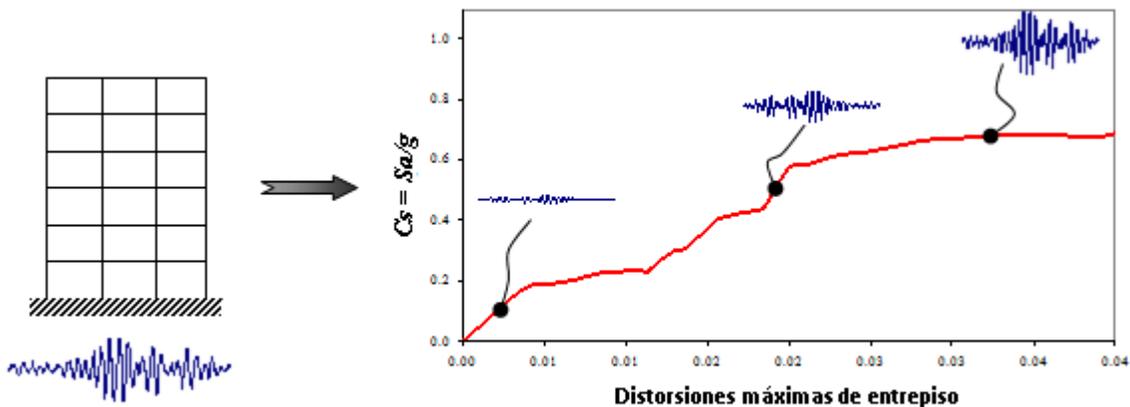
a) Para los 40 modelos resultantes se realizó un análisis dinámico no lineal paso a paso, se inició usando la intensidad original ( $y_i$ ) con el que fue registrado cada sismo, es decir sin escalarlo. De cada análisis se hizo un registro de los siguientes datos y resultados:

- Factor de Escala ( $Fe=1$  en el primer análisis)
- Desplazamiento Máximo de Azotea:  $D_{max}$  en toda la historia del tiempo.

- Tiempo asociado al Desplazamiento Máximo de Azotea, para determinar el  $V_b$  asociado.
- Cortante Basal Asociado al Desplazamiento Máximo de Azotea:  $V_b$

b) Se realiza nuevamente un análisis dinámico no lineal paso a paso pero con la intensidad original del sismo afectada por un factor de escala ( $y_i Fe$ ) mayor ( $Fe=1+\Delta$ ), y nuevamente se registraron los datos anteriormente mencionados.

c) Esto se hizo sucesivamente hasta llegar al colapso de la estructura obteniéndose así la intensidad de colapso ( $Y_C$ ) necesaria aquí para obtener la confiabilidad. En la Figura 6.1. se muestra un gráfico representativo de estos análisis para un solo sismo.



**Figura 6. 1.** Representación esquemática de un Análisis Dinámico por Incrementos.

## II. Desarrollo de un programa para realizar ADI's

Debido a que el proceso a desarrollar en los ADI's (punto anterior) es un proceso repetitivo, en el cual se pueden necesitar un número grande de iteraciones, se desarrolló un programa en FORTRAN capaz de modificar el archivo de entrada de datos DATCORR (en este archivo se modifica la intensidad del sismo utilizado, es decir el factor de escala del sismo) y almacenar en un archivo independiente para cada Modelo los datos necesarios en cada una de la iteraciones (el cual denominamos RESULT).

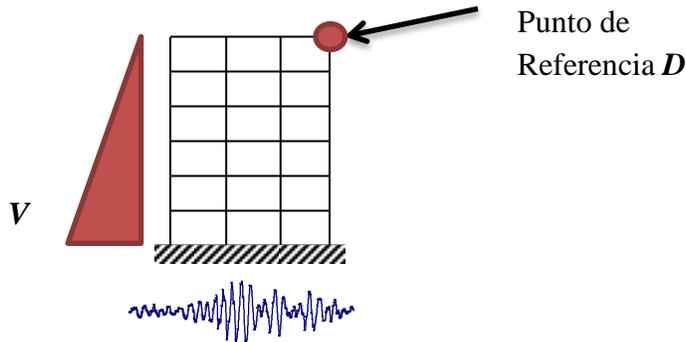
### 6.2.2 Determinación del Índice de Degradación de la Rigidez Secante (*IDRS*), $D(y)$

Los ADI's se realizan en función de  $D(y)$ , el cual está en función de la rigidez elástica de la estructura,  $K_0$ , y la rigidez secante,  $K_s$ , como se muestra a continuación:

$$D(y) = 1 - \frac{K_s}{K_0} \quad (6.1)$$

La determinación de estos parámetros se hizo por medio de los resultados obtenidos en los análisis dinámicos no lineales por incrementos para diferentes factores de escala del sismo. Este proceso iterativo se realizó con cada uno de los sismos y modelos como a continuación se describe:

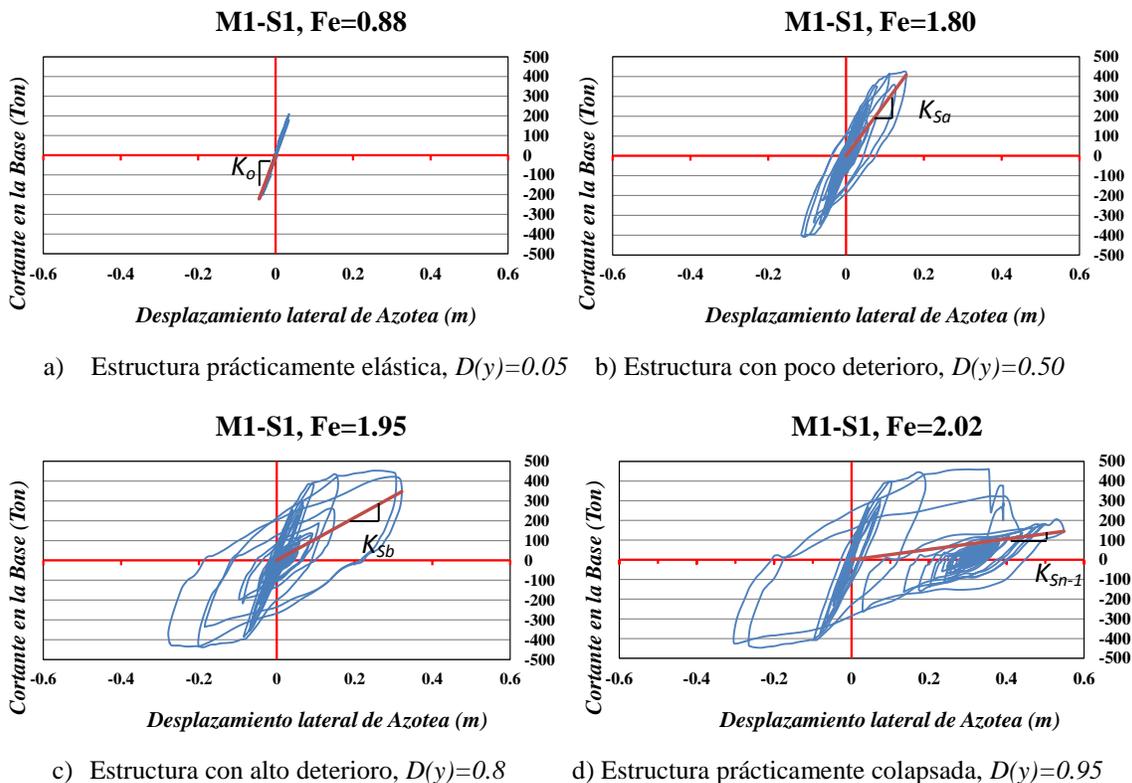
I. De cada análisis se obtiene el historial de desplazamiento de un punto de referencia en la azotea ( $D$ ) y la historia del cortante en la base ( $V$ ) que se presentaron durante todo el sismo (ver Figura 6.2); en el archivo de resultados RESULT se almaceno el



**Figura 6. 2.** Punto de referencia  $D$  de los desplazamientos y cortante  $V$  asociado en la base desplazamiento de azotea máximo ( $D_{max}$ ) y su Cortante asociado en la base ( $V_b$ ) para cada factor de escala utilizado. Haciendo uso de esta información podemos definir la rigidez de la estructura ( $K$ ) como la relación entre el desplazamiento de azotea y su cortante asociado en la base:

$$K = \frac{V_b}{D_{\max}} \quad (6.2)$$

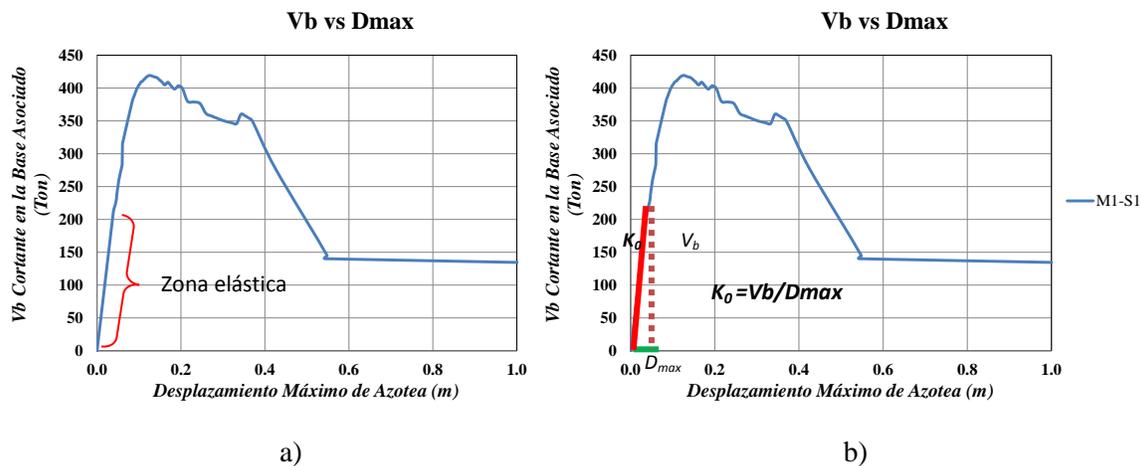
II. A esta relación también se le puede considerar como la pendiente de la recta de los ciclos histéricos de la respuesta global de la Figura 6.3. Como se puede apreciar en esta figura, para factores de escala muy pequeños el comportamiento de la estructura se mantiene en el rango lineal por lo que  $K$  es la rigidez elástica  $K_o$ . Es de destacar que debido al tipo de análisis los resultados ( $D_{\max}$  y  $V_b$ ) pueden presentarse en valores positivos como negativos por lo que para fines prácticos se utilizó el valor máximo absoluto de estos valores.



**Figura 6.3.** Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe (en azul). En rojo se muestra la pendiente  $K_s$  para el desplazamiento máximo y su cortante en la base asociado. Edificio de 5 niveles.

**III.** Conforme el factor de escala aumenta (y en consecuencia la intensidad sísmica) el comportamiento de la estructura entra en el rango no lineal, debido al deterioro de la estructura, y como resultado la pendiente disminuye, Figura 6.3b. Conforme la intensidad sigue aumentando y esta lleva a la estructura a grados de deterioro cercanos al colapso, Figura 6.3 c y d, la pendiente tiende a la horizontal, es decir  $K$  tiende a cero lo que implica que  $D(y)$  tienda a uno ( $K \rightarrow 0 \Rightarrow D(y) = 1$ ).

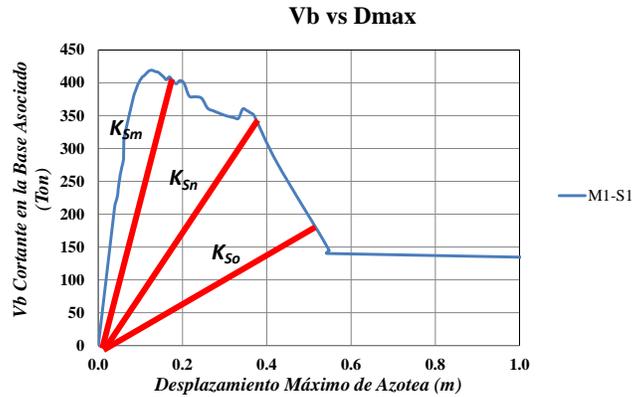
**IV.** Para observar el comportamiento de las variables ( $D_{max}$  y  $V_b$ ) conforme aumenta la intensidad, estos datos se graficaron para cada uno de los factores de escala  $Fe$  calculados en un gráfico que relaciona el  $V_b$  asociado al  $D_{max}$ , los cuales denominamos CoBA-DMA, como se muestra en la figura *Figura 6.4*.



**Figura 6.4.** a) Diagrama CoBA-DMA b) obtención de la rigidez elástica ( $K_0$ )

**V.** En el gráfico CoBA-DMA (*Figura 6.4a*) se aprecia la pendiente de la zona recta la que se le denomina rigidez elástica ( $K_0$ ) y se determina de manera independiente para cada uno de los marcos, *Figura 6.4 b*.

**VI.** Definido el valor de la rigidez elástica ( $K_0$ ) se procede a definir a la rigidez secante ( $K_s$ ) como todos aquellos valores de  $K$  menores que  $K_0$ , *Figura 6.5*.



**Figura 6.5.** Obtención de la rigidez secante ( $K_s$ ) a partir de un diagrama CoBA-DMA

El gráfico CoBA-DMA surge como una herramienta para visualizar la evolución de la degradación de la rigidez secante ( $K_s$ ) de cada modelo ante un sismo.

**VII.** A partir de los resultados obtenidos, historia de los desplazamientos y de los cortantes basales de cada análisis, se obtuvieron las curvas de histéresis para cada modelo y para cada sismo de la *Figura 6.3*.

**VIII.** La intensidad de colapso  $Y_c$  se encuentra cuando el Índice de Degradación Secante  $D(y)$  es igual a 1, es decir, cuando la intensidad del sismo original  $y_i$  multiplicado por un factor de escala  $Fe$  mayor a la unidad provoca que la rigidez secante ( $K_s$ ) sea tan pequeña que  $D(y)=1$ , es decir daño total.

### 6.3 DETERMINACIÓN DEL MARGEN DE SEGURIDAD Z

A partir de la definición de  $Z$  propuesta como la distancia entre la intensidad de colapso  $Y_c$  de la estructura y la intensidad  $y_i$  del sismo en estudio, ec. 6.3, la cual está en función de la intensidad del sismo; tenemos que:

$$Z(y) = \ln Y_c - \ln y \tag{6.3}$$

es necesario determinar el valor de la aceleración espectral ya que por medio de este se midió la intensidad del sismo, esto se realiza como a continuación se describe:

**I.** A partir del valor del periodo de la estructura para el primer modo de vibrar,  $T_0$ , se encuentra el valor de la aceleración con la que el edificio se desplaza, a esta aceleración espectral se denomina como  $S_a$ , para los espectros de respuesta de cada sismo utilizado.

**II.** La intensidad inicial para cada sismo es igual a la aceleración espectral  $y_i = S_a$ , y la intensidad de colapso se determina multiplicando la aceleración espectral por el factor de escala que induce el colapso de la estructura,  $Y_c = S_a Fec$ , ( $Fec$ , factor de escala que induce el colapso de la estructura), a partir de estos dos valores se determina el valor del margen de seguridad  $Z_{y_i}$  mediante la diferencia de los logaritmos naturales de la intensidad de colapso  $Y_c$  y la aceleración espectral  $y_i$ , ec. 6.3.

#### 6.4 DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD $\beta$ DE CORNELL

La determinación del índice de confiabilidad  $\beta$  se determina haciendo uso de su definición, ec. 5.12, en función de la intensidad de un sismo:

$$\beta(y) = \frac{m_z(y)}{\sigma_z(y)} \quad (6.4)$$

Haciendo uso de la media de las intensidades de colapso obtenidas, (para el conjunto de sismo y modelos utilizados para cada edificio) su desviación estándar, y una intensidad dada se puede hacer uso de la definición del margen de seguridad  $Z$  en función de las media y desviación estándar de las intensidades de colapso y una intensidad dada, para la cual se puede llegar a la expresión siguiente del índice de confiabilidad  $\beta$ .

$$\beta(y) = \frac{E(\ln Y_c) - \ln(y)}{\sigma(\ln Y_c)} \quad (6.5)$$

De esta manera podemos seguir los pasos siguientes para la obtención de los valores de  $\beta$ .

**I.** Con las intensidades de colapso obtenidas ( $Y_C$ ), para cada conjunto de modelos de cada uno de los tres edificios, 5 10 y 15 niveles, se determina el logaritmo natural de cada una de las intensidades de colapso y a continuación su valor esperado  $E(\ln Y_C)$  así como su respectiva desviación estándar  $\sigma(\ln Y_C)$  de la intensidad de cada uno de estos conjuntos.

**II.** A partir del valor esperado,  $E(\ln Y_C)$ , la desviación estándar,  $\sigma(\ln Y_C)$ , de la intensidad y el logaritmo natural de una intensidad dada,  $\ln(y)$ , se determina el índice de confiabilidad  $\beta$  a partir de la expresión 6.5.

**III.** Con los valores de  $\beta$  y  $Z$  obtenidos se procede a obtener una función que los relacione en función de las intensidades mediante la expresión obtenida por Díaz de León (2012).

$$\beta(y) = \beta_{Z=0}(Y_C) + m \cdot Z(y) \quad (6.5)$$

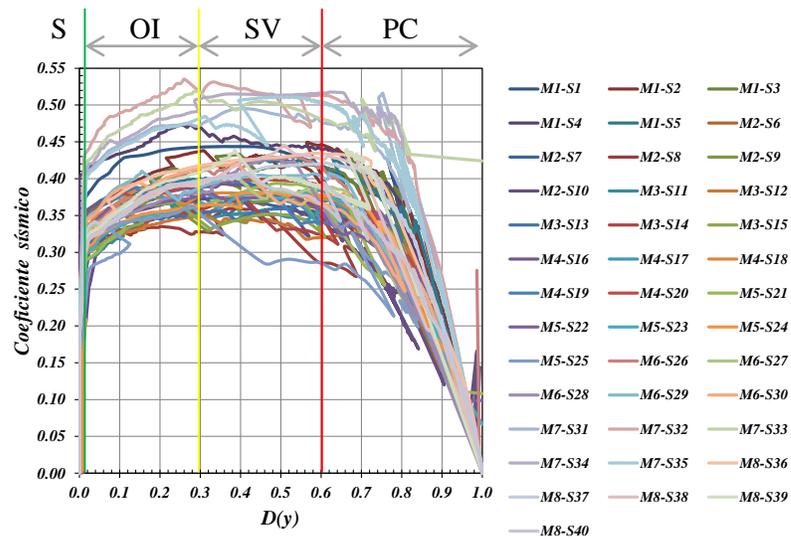
Donde:  $\beta_{Z=0}(Y_C)$ , es la ordenada en el origen. Es decir, el valor de  $\beta(y)$  cuando se presenta el colapso:  $Z(y)=0$  y  $m$  la pendiente.

**IV.** También se obtienen curvas que relacionen  $\beta(y)$  vs  $D(y)$  y  $Z(y)$  vs  $D(y)$ .

**V.** A partir de todos estos resultados se proponen valores de  $\beta(y)$  asociados a diferentes estados límite que pudieran servir como criterio de diseño para futuras metodologías.

**VI.** También se asoció un valor de la Tasa Media Anual de excedencia de la intensidad asociada a cada uno de estos estados límite, así como su periodo de retorno  $T_R$  y la probabilidad de excedencia en 50 años.

**VII.** Todos estos valores se obtuvieron en función de definir los estados límite para diferentes niveles de daño de  $D(y)$ , ver *Figura 6.6*.



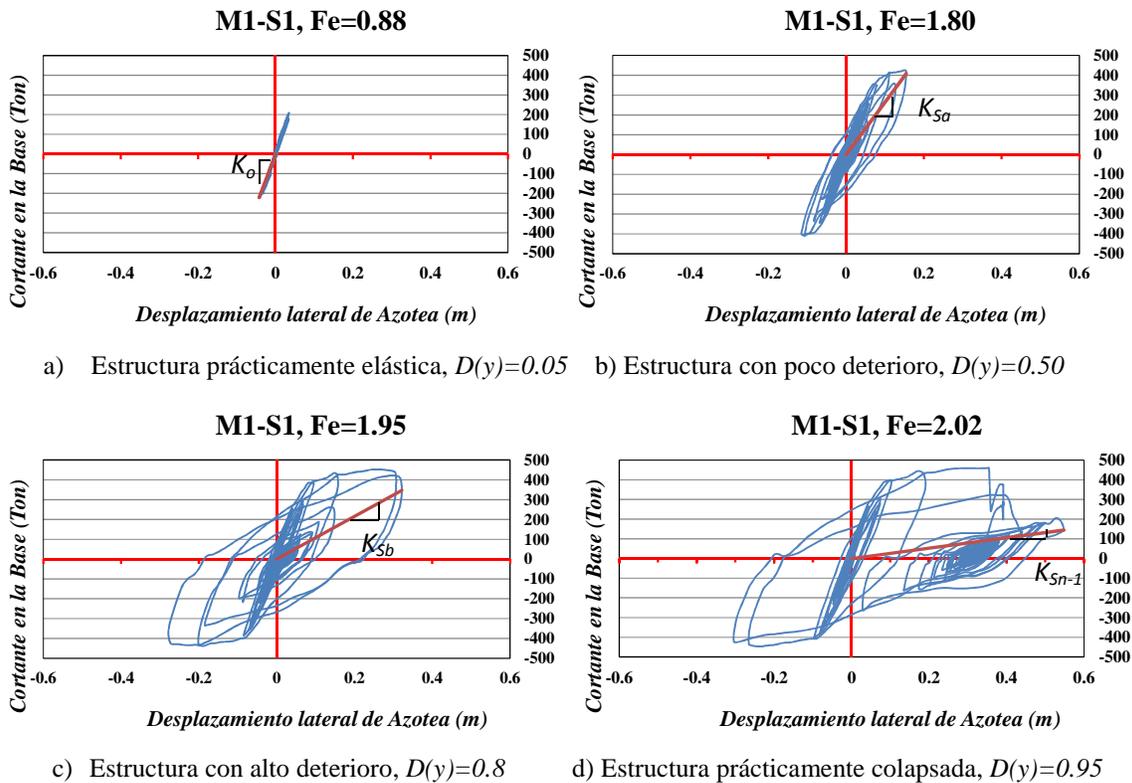
**Figura 6.6.** Localización de los estados límite dentro de un gráfico *CoS-IDRS*, en el edificio de 10 niveles para los 8 marcos (M1-M8) y sus 40 sismos.

## VII. RESULTADOS Y DISCUSIONES

A continuación se presentan los resultados obtenidos en este trabajo de investigación mediante el uso de la metodología propuesta descrita en el capítulo anterior.

### 7.1 DETERMINACIÓN DE LA RIGIDEZ ELÁSTICA ( $K_0$ ) Y LA RIGIDEZ SECANTE ( $K_S$ )

Las rigideces elásticas ( $K_0$ ) de los marcos simulados (M1-M8) para los tres edificios se obtuvieron a partir de los resultados obtenidos de los análisis de la Historia en el Tiempo realizados para los diferentes factores de escala utilizados hasta llevar a la estructura al colapso.



**Figura 7.1.** Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe (en azul). En rojo se muestra la pendiente  $K_S$  para el desplazamiento máximo y su cortante en la base asociado. Edificio de 5 niveles.

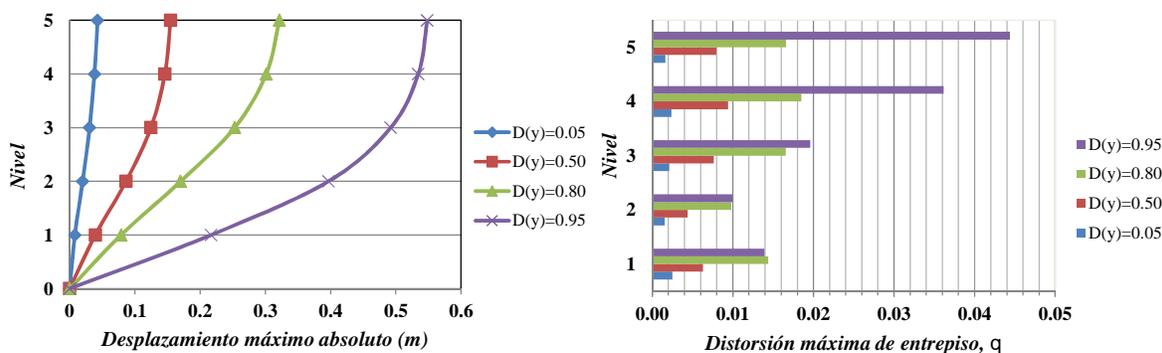
Como se puede apreciar en la *Figura 7.1a*, en el caso del edificio de 5 niveles, para factores de escala muy pequeños el comportamiento de la estructura se mantiene en el rango lineal, es por esto que haciendo uso de la máxima deformación que se presenta durante este análisis y su cortante asociado en la base se puede determinar la rigidez elástica ( $K_0$ ).

Es de destacar que debido al tipo de análisis los resultados (desplazamiento de azotea máximo  $D_{max}$  y cortante basal asociado  $V_b$ ) pueden presentarse en valores positivos como negativos, para este caso se tomaron los valores absolutos de estos resultados.

Conforme el factor de escala aumenta (y en consecuencia la intensidad sísmica) el comportamiento de la estructura entra en el rango no lineal, debido al deterioro de la estructura, y como resultado la pendiente de la rigidez disminuye, *Figura 7.1b*. Conforme la intensidad aumenta y esta lleva a grados de deterioro cercanos al colapso, *Figura 7.1 c y d*, la pendiente tiende a la horizontal.

Otra forma de apreciar el comportamiento de la estructura conforme se degrada es graficando la configuración deformada del edificio para los máximos desplazamientos de entrepiso, *Figura 7.2a*.

En este gráfico podemos apreciar claramente como los desplazamientos aumentan conforme la degradación de la estructura avanza. También podemos observar cómo se incrementa la distorsión de entrepiso en la *Figura 7.2b* para cada uno de los niveles y a partir de esto determinar en qué niveles el daño es mayor.

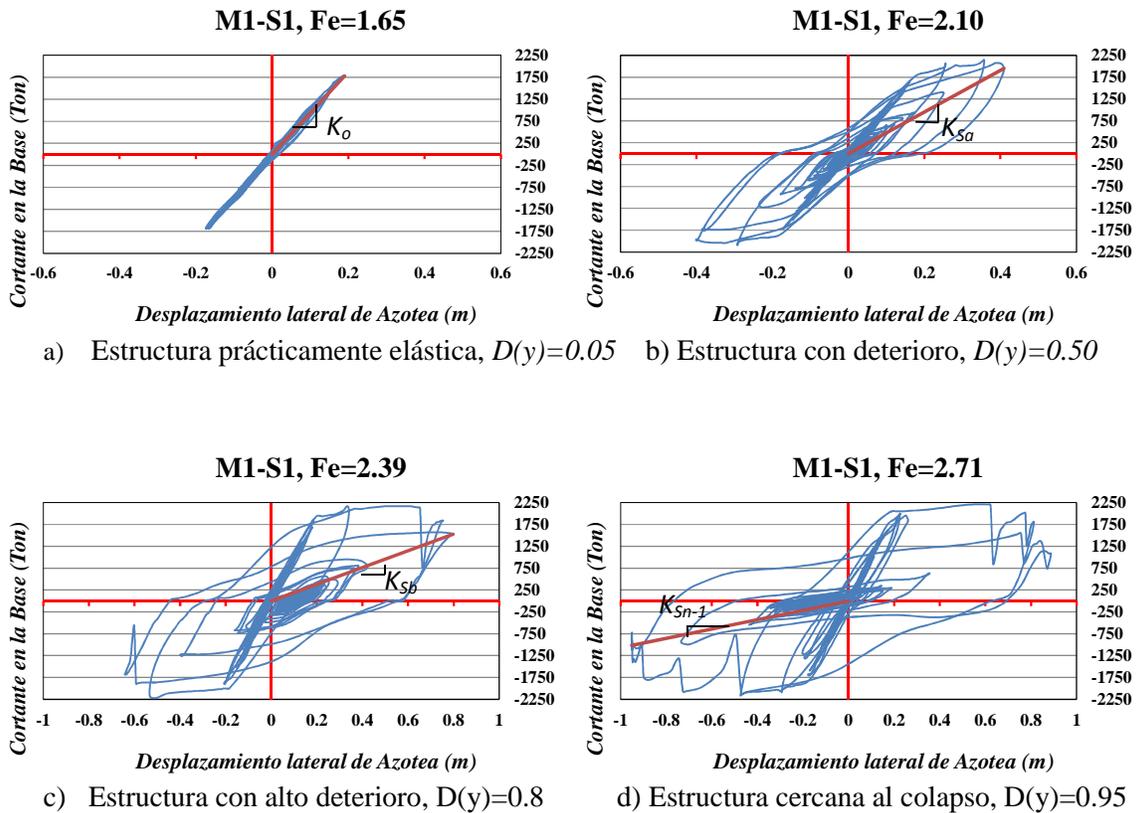


**Figura 7.2.** a) Configuración deformada del edificio de 5 niveles para diferentes niveles de daño. b) Distorsión máxima de entrepiso.

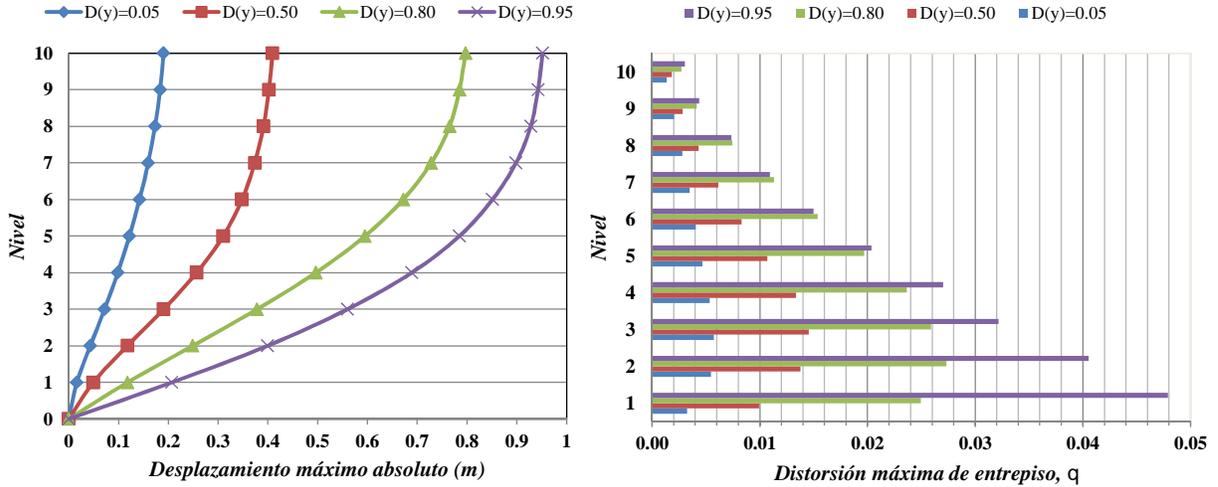
En la *Figura 7.2b* es claro que conforme la degradación de la estructura aumenta los niveles 3 al 5 son los que sufren mayor daño y en consecuencia son los que mayor aportan al desplazamiento lateral del edificio, mientras que los niveles 1 y 2 permanecen con menor daño.

Como es de esperarse este comportamiento también se presentó en los edificios de 10 y 15 niveles los cuales se pueden apreciar en las *Figuras 7.3 a 7.6*. Es de destacar que en el comportamiento de la configuración deformada del edificio de 15 niveles (*Figura 7.6*) es diferente en sus últimas etapas de deterioro con respecto a los otros dos edificios.

En la *Figura 7.3* se puede apreciar que para un factor alto los ciclos de histéresis no son tan estables y su figura cambia mucho, es decir los ciclos ya no son tan bien definidos (*Fig. 7.3c y d*). Existen cambios abruptos en la capacidad y la rigidez.

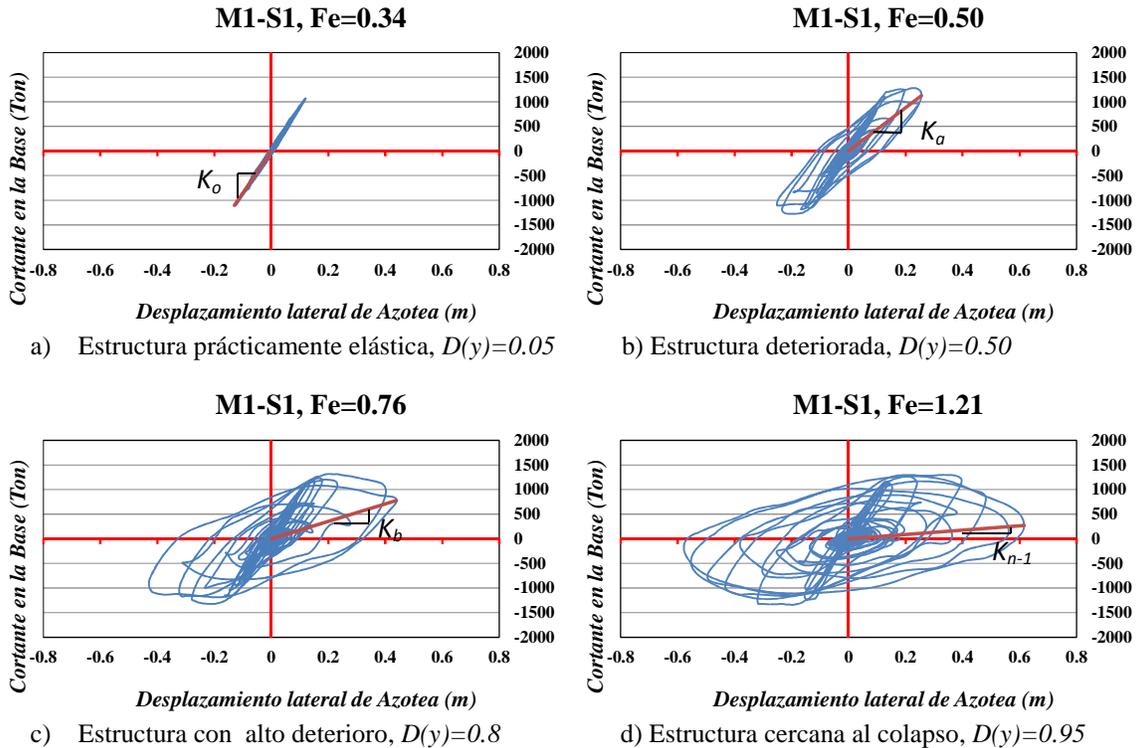


**Figura 7.3.** Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica Fe (en azul). En rojo se muestra la pendiente  $K_s$  para el desplazamiento máximo y su cortante en la base asociado. Edificio de 10 niveles.



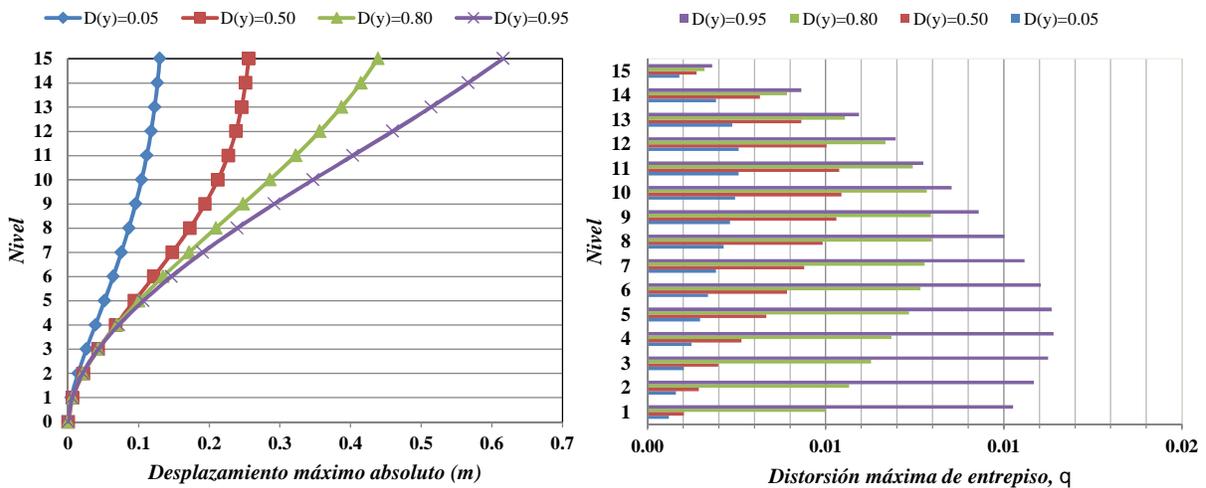
**Figura 7.4.** Configuración deformada del edificio de 10 niveles para diferentes niveles de daño.  
b) Distorsión máx. de entrepiso.

En la *Figura 7.4* contrario al edificio de 5 niveles, el mayor daño se presenta en los entrepisos del 1 al 4, conforme la intensidad se incrementa, siendo mayor en los pisos 1 y 2 para la intensidad cercana al colapso  $D(y)=0.95$ .



**Figura 7.5.** Ciclos de histéresis de la respuesta global para diferentes niveles de la intensidad sísmica  $Fe$  (en azul). En rojo se muestra la pendiente  $K_s$  para el desplazamiento máximo y su cortante en la base asociado. Edificio de 15 niveles.

En esta figura se puede apreciar que los ciclos de histéresis están muy bien definidos y para intensidades cercanas al colapso  $D(y)=0.95$  (Fig. 7.5d) no existan cambios abruptos en los ciclos, si no que todo es igual y los ciclos son muy estables, además se puede apreciar que para llegar al mismo nivel de daño,  $D(y)=0.95$ , se necesita un factor de escala,  $Fe=1.21$ , mucho menor que en los otros dos edificios.



**Figura 7.6.** Configuración deformada del edificio de 15 niveles para diferentes niveles de daño.  
b) Distorsión máx. de entrepiso.

En estas figuras se puede observar que conforme aumenta la intensidad el mayor daño empieza en los entrepisos 8 al 14 ( la distorsión es en azul y rojo) y conforme se incrementa la intensidad el daño es mayor en los pisos del 1 al 9 (la distorsión es en morado,  $D(y)=0.95$ ).

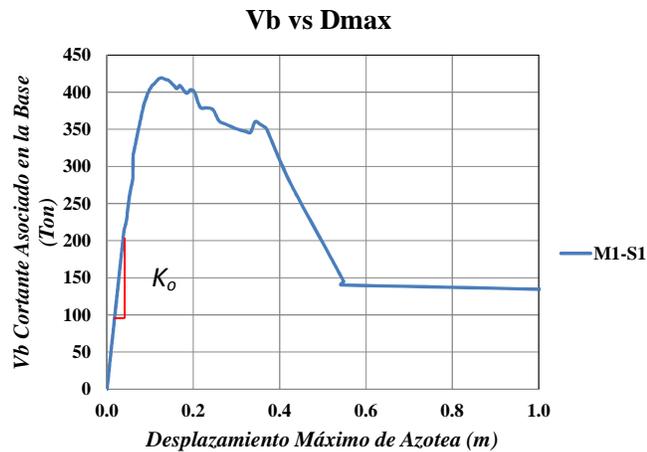
## 7.2 ANÁLISIS DINÁMICOS POR INCREMENTOS (ADI)

Para observar el comportamiento de las variables (Desplazamiento máximo de azotea  $D_{max}$ , y Cortante en la base asociado  $V_b$ ) conforme aumenta la intensidad se realizaron ADI's. Estos se graficaron para cada uno de los factores de escala ( $Fe$ ) en un gráfico que relaciona el  $V_b$  asociado al  $D_{max}$  el cual se denomina CoBA-DMA, Figura 7.7.

En el gráfico *CoBA-DMA* se aprecia claramente la pendiente de la zona recta para cada uno de los marcos, la pendiente de cada una de estas rectas se denominó rigideces

elástica ( $K_0$ ) y se determinó de manera independiente para cada uno de los marcos, *Figura 7.8*.

La forma de la *Figura 7.8* que corresponde al gráfico CoBA-DMA es muy similar a la desarrollada mediante un “Push-over”, sin embargo, la diferencia principal radica en el hecho de que en un “Push-over” el cortante máximo corresponde con el desplazamiento máximo de azotea, y para el caso de un CoBA-DMA además de ser dinámico todo, el cortante en la base es aquel que se presenta en el instante del desplazamiento máximo de azotea, y este no necesariamente es el cortante máximo que se presenta en la estructura. Es por esto que las formas de los gráficos CoBA-DMA desarrollado a partir de un análisis Historia en el Tiempo presenten una gran variabilidad durante el rango inelástico cercano al colapso de la estructura. El gráfico CoBA-DMA surge en nuestro caso como una herramienta para visualizar la evolución de la degradación de la rigidez secante en cada instante de un modelo ante un sismo.



*Figura 7.7.* Gráfico CoBA-DMA (ADI)

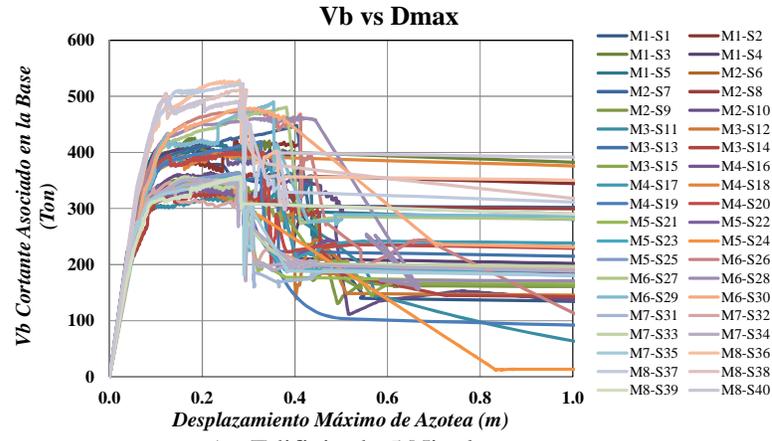
Para fines comparativos es necesario tener un marco de referencia común entre los tres edificios, es por esto que a partir del gráfico CoBA-DMA se puede obtener un gráfico alternativo que muestra la evolución de la degradación de la rigidez secante pero en términos del coeficiente basal  $C$  y la distorsión global para cada edificio „, *Figura 7.9*.

En la *Figura 7.9* se pueden comparar los comportamientos de los tres edificios bajo un mismo marco de referencia. Se puede observar que los edificios de 5 y 10 niveles pueden tener una distorsión global de 0.013 sin tener problemas de inestabilidad. Mientras que para el edificio de 15 niveles esta distorsión apenas puede ser de 0.005. A partir de estos puntos el comportamiento de los edificios se vuelve muy incierto, esto debido al grado de no linealidad en el modelo debido al daño producido por los sismos en la estructura y a la sensibilidad de estos análisis a la variabilidad de cada acelerograma y su escalamiento. Aunque en el edificio de 15 niveles existe una recuperación del cortante que no se presenta en los otros dos edificios. De estas observaciones se puede deducir que el valor de la rigidez secante se vuelve muy incierta para valores cercanos al colapso debido a la inestabilidad de la estructura por lo que se deberá de reflejar al utilizar el índice de daño,  $D(y)$ .

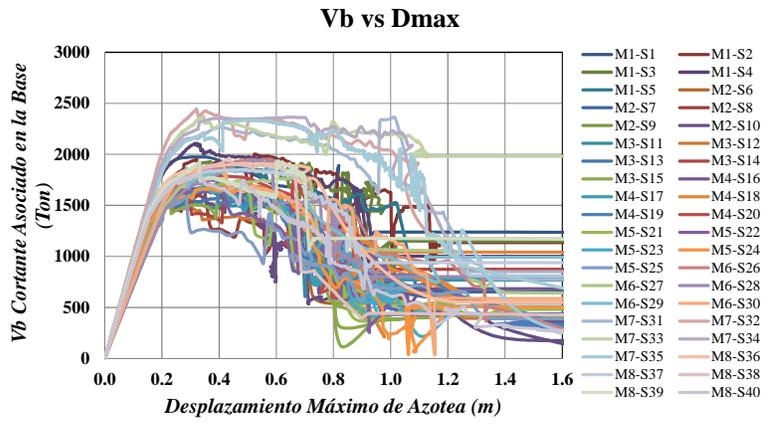
El uso de  $D(y)$  como indicador de colapso (daño) es muy útil ya que elimina la dificultad en definir la condición de colapso al momento del máximo desplazamiento de azotea, así como también nos permite saber el grado de deterioro que tiene la estructura.

Con este índice se puede obtener información muy valiosa relacionada con el comportamiento del sistema estructural entre los rangos de  $0.0 < D(y) < 0.9$ , los cuales están asociados desde el estado límite de servicio hasta las cercanías del estado límite de colapso a través de los análisis *ADI-IDRS*. Es importante destacar que Índice de Degradación de la Rigidez Secante tiene limitaciones. En la *Figura 7.10* es posible apreciar que los puntos de precolapso corresponden a valores entre 0.8 y 0.99, en su mayoría estas se encuentran en el intervalo entre 0.9 y 0.99. Sin embargo, como se muestra en la figura, del valor de  $D(y)$  puede pasar súbitamente a 1.0 haciendo saltos de hasta 0.1 unidades.

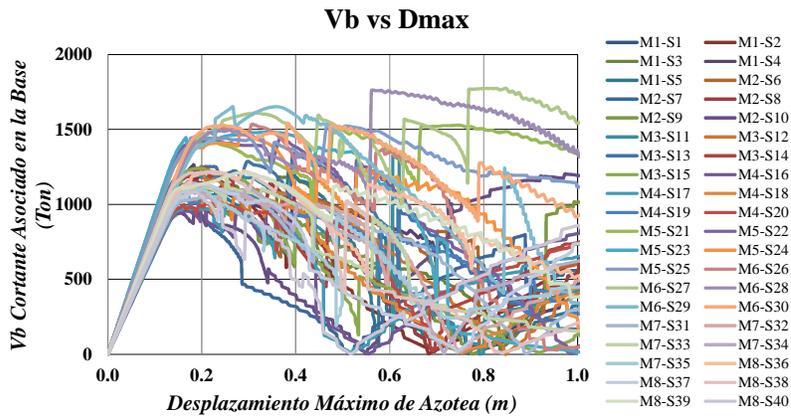
En la *Figura 7.9* también podemos observar que el edificio de 15 niveles es el que tiene el menor coeficiente de fluencia resistente, alrededor de  $Cr=0.12$  en promedio, mientras que el mayor coeficiente lo presenta el edificio de 10 niveles alrededor de  $Cr=0.37$ , y el edificio de 5 niveles  $Cr=0.29$ .



a) Edificio de 5 Niveles



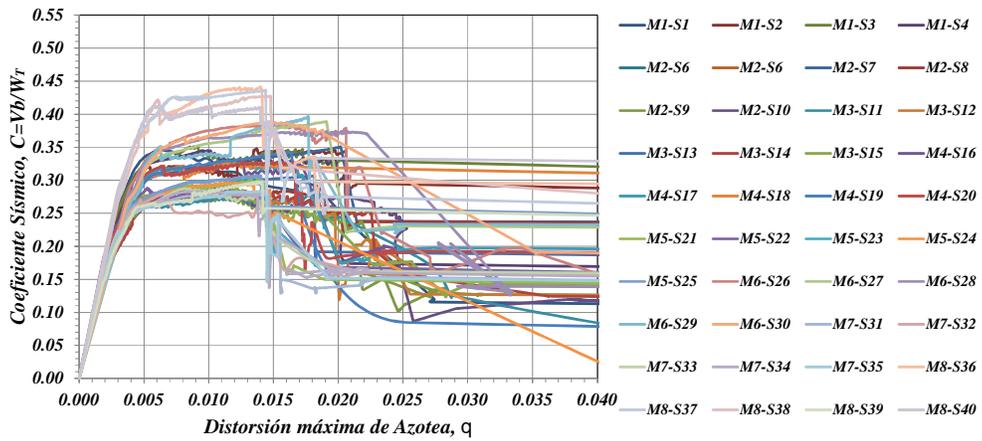
b) Edificio de 10 Niveles



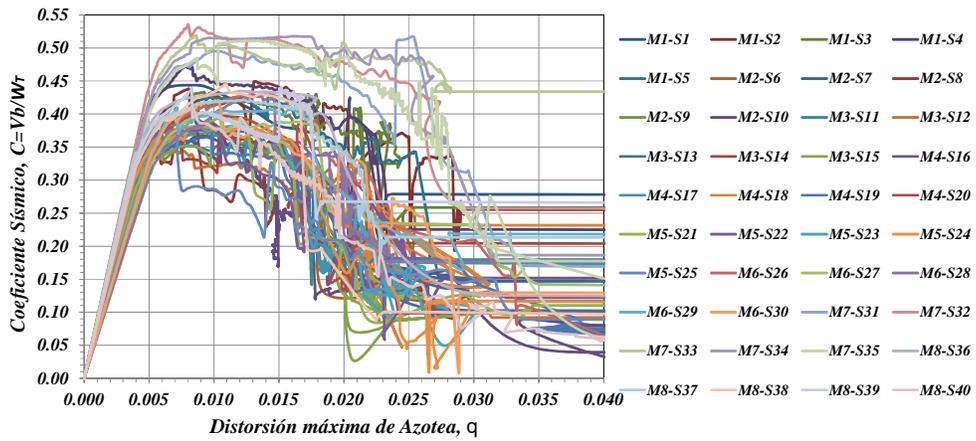
c) Edificio de 15 Niveles

Figura 7.8. ADI's: Cortante en la Base Asociado vs Desplazamiento Máximo de Azotea (CoBA-DMA) para diferentes niveles de la intensidad sísmica.

a) Edificio de 5 Niveles



b) Edificio de 10 Niveles



c) Edificio de 15 Niveles

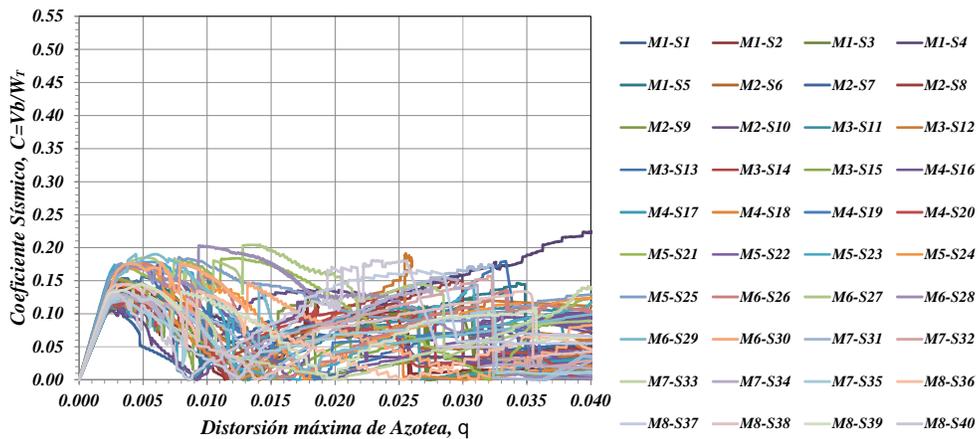


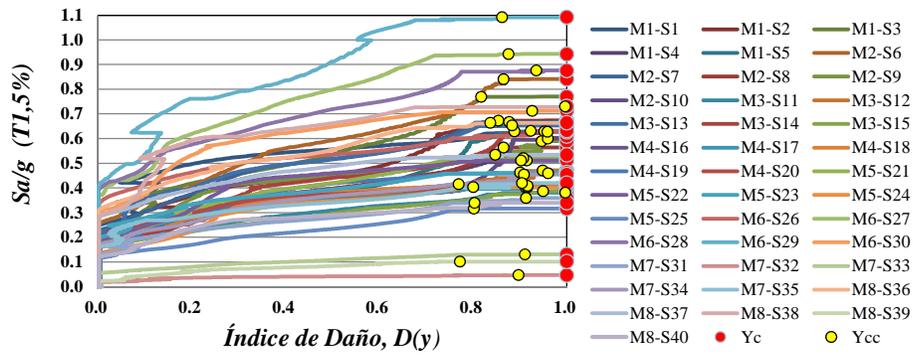
Figura 7.9. ADI's: Coeficiente sísmico asociado a la distorsión máxima de azotea para los 8 marcos (M1-M8) y 40 sismos (S1-S40) utilizados.

### 7.3 ANÁLISIS DINÁMICO POR INCREMENTOS DEL ÍNDICE DE LA DEGRADACIÓN DE LA RIGIDEZ SECANTE (ADI-IDRS).

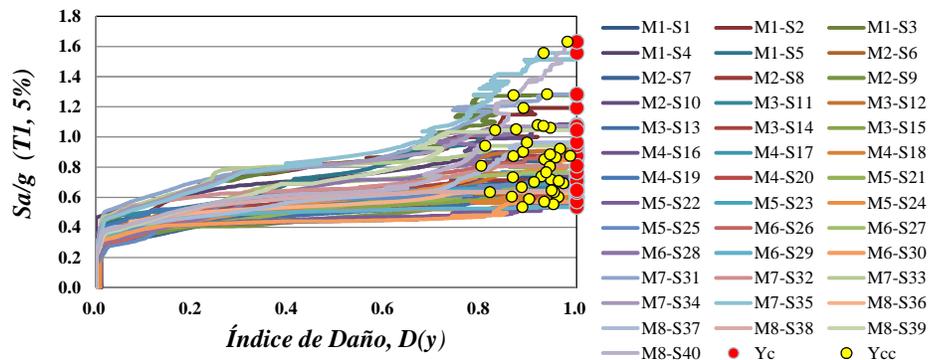
Para evaluar la confiabilidad estructural es necesario obtener las estimaciones probabilísticas de los valores de las intensidades sísmicas que conducen al colapso del sistema, para este fin se realizaron Análisis Dinámicos por Incrementos del Índice de la Degradación de la Rigidez Secante (ADI-IDRS). Estos análisis se muestran en la *Figura 7.10* asociados a los 40 sismos y ocho marcos para cada uno de los tres edificios de 5, 10 y 15 niveles analizados, tomando en cuenta las incertidumbres asociadas a los sismos y a las propiedades mecánicas de los materiales. En esta figura se grafica en el eje de las ordenadas el nivel de intensidad sísmica medido por medio de la pseudoaceleración espectral asociada ( $S_a$ ) al periodo fundamental de cada una de las estructuras para un amortiguamiento (  $\gamma$  ) del 5% del crítico dividido entre la gravedad ( $g$ ), el cual a su vez ha sido afectado por un factor de escalamiento ( $F_e$ ) adecuado para llevar a la estructura a la condición de colapso ( $Y_C$ ).

En el eje de las abscisas se grafica el desempeño de la estructura medido por el Índice de Degradación de la Rigidez Secante  $D(y)$ , el cual es el índice propuesto como indicador del daño que sufre una estructura a causa de un sismo conforme se incrementa la intensidad.

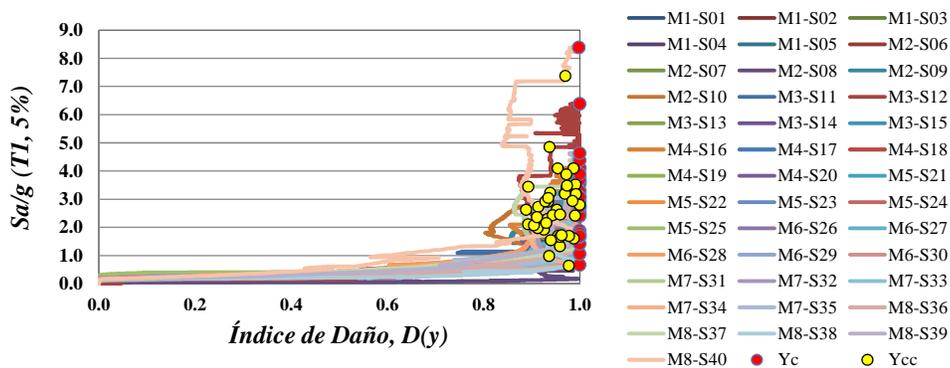
La condición de colapso se muestra en la *Figura 7.10* mediante los círculos rojos ( $Y_C$ ), lo cual sucede cuando el valor de la rigidez secante degradada adoptado por el sistema (en el instante cuando el desplazamiento lateral en la azotea alcanza su valor máximo) es cero, es decir:  $K=0$ , o lo que es lo mismo, cuando el Índice de Degradación de la Rigidez Secante es igual a la unidad ( $D(Y_C)=1$ ), el cual corresponde a un cortante en la base en términos de capacidad muy bajo o cero. Un instante antes de que se presente la condición de colapso ( $Y_C$ ) se obtienen las intensidades sísmicas cercanas al colapso ( $Y_{Cc}$ ) mostradas en la figura con círculos amarillos, cuyos valores asociados al índice de daño varían entre  $0.8 < D(y) < 1.0$ .



a) Edificio de 5 Niveles



b) Edificio de 10 niveles



c) Edificio de 15 niveles

**Figura 7.10.** Análisis Dinámicos Incrementales del Índice de Degradación de la Rigidez Secante (ADI-IDRS) para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos. Círculos amarillos indican la intensidad cercana al colapso ( $Y_{cc}$ ) y círculos rojos la intensidad de colapso ( $Y_c$ ) cuando  $D(y)=1$ .

Para la elaboración de estas curvas se desarrolló un programa de cómputo en Fortran que automatiza el escalamiento del sismo y la recopilación de los resultados. Uno de los objetivos de este trabajo era el elaborar gráficas detalladas de los análisis *ADI-IDRS*, esto con el propósito de observar el comportamiento de la estructura y ver la influencia que tiene la flexibilidad de la estructura en el método, esto es importante ya que estamos suponiendo que la aceleración corresponde al primer modo de vibrar de la estructura y conforme esta es más flexible entran en juego los modos de vibrar de orden superior. Con este fin cada curva *ADI-IDRS* fue elaborada con un mínimo de 300 puntos y un máximo de 1300 puntos, la cantidad de puntos necesarios depende del número de niveles de cada edificio y la intensidad del sismo utilizado, a menor intensidad mayor número de puntos necesarios para la elaboración del gráfico y viceversa.

Los valores estadísticos de los parámetros correspondientes al promedio y a la desviación estándar del estado límite de colapso ( $Y_C$ ) y del cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) para la intensidad ( $y$ ) y el índice de daño  $D(y)$  se muestran en las *Tabla 7.1, 7.2 y 7.3* respectivamente para cada uno de los tres edificios.

**Tabla 7.1.** Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 5 Niveles.

	$Y_{Cc}$ $Sa/g$	$Y_C$ $Sa/g$	$D(Y_{Cc})$	$D(Y_C)$
Promedio	0.5329	0.5344	0.8945	1.00
Desv. Estándar	0.2144	0.2142	0.0566	0.00

**Tabla 7.2.** Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 10 Niveles.

	$Y_{Cc}$ $Sa/g$	$Y_C$ $Sa/g$	$D(Y_{Cc})$	$D(Y_C)$
Promedio	0.8563	0.8571	0.9161	1.00
Desv. Estándar	0.2632	0.2632	0.0478	0.00

**Tabla 7.3.** Parámetros estadísticos del estado límite cercano al colapso ( $Y_{Cc}$ ) y colapso ( $Y_C$ ), Edificio de 15 Niveles.

	$Y_{Cc}$ $Sa/g$	$Y_C$ $Sa/g$	$D(Y_{Cc})$	$D(Y_C)$
Promedio	2.676	3.0667	0.9466	1.00
Desv. Estándar	1.1570	1.3754	0.0330	0.00

Como se puede observar en las *Tablas 7.1 y 7.2* no hay una diferencia significativa entre la intensidad de colapso  $Y_C$  y la intensidad cercana al colapso  $Y_{C_c}$ ; esto sin embargo, es muy diferente en el caso de del edificio de 15 niveles, *Tabla 7.3*, el cual muestra una gran diferencia entre sus valores. Es de destacar que para el caso del edificio de 15 niveles la dispersión entre los valores de las intensidades de colapso  $Y_C$  es muy grande como se puede apreciar en la *Figura 7.10c* y corroborado mediante la desviación estándar obtenida en la tabla, *Tabla 7.3*.

Por otro lado, los valores del Índice de Degradación de la Rigidez Secante para el colapso  $D(Y_C)$  y cercano al colapso  $D(Y_{C_c})$ , son muy sensibles y dependientes de las características particulares de cada edificio y sismo al que se ve expuesto, esto se nota claramente en la *Figura 7.10* donde se aprecia la variabilidad del valor para el Índice de Degradación de la Rigidez Secante cercano al colapso  $D(Y_{C_c})$ ; como en este estudio los ADI's se realizaron con una gran cantidad de puntos podemos decir que las líneas de la *Figura 7.10* son “continuas” y que entre la intensidad de colapso,  $Y_C$ , y la de precolapso,  $Y_{C_c}$ , solo hay un pequeño incremento en el factor de escala. Al observar los gráficos resalta que conforme la estructura aumenta su periodo de vibrar el rango de variación de  $D(y)$  disminuye.

#### **7.4 OBTENCIÓN DE LA RELACIÓN DEL ÍNDICE DE CONFIABILIDAD Y DEL MARGEN DE SEGURIDAD DE LOS EDIFICIOS: $(y)$ vs $Z(y)$**

Con las intensidades de colapso ( $Y_C$ ) obtenidas de los ADI's se calculó la confiabilidad sísmica de los edificios en función del margen de seguridad  $Z(y)$ . Estos resultados se muestran en la *Figura 7.11* para cada uno de los tres edificios. Las rectas de esta figura son obtenidas mediante el índice de Cornell,  $(y)$ , (en el eje vertical) correspondientes a los ocho marcos (M1-M8) para cada uno de los tres edificios de 5, 10 y 15 niveles y sus correspondientes 40 sismos (S1-S8) usados para los análisis y la relación que guardan con el margen de seguridad correspondiente  $Z(y)$  (eje horizontal), desde la condición de colapso del sistema cuando  $Z(y=Y_C)=0$ , hasta valores de  $Z(y)=1$ , que indica un comportamiento elástico de la estructura.

Este intervalo, de  $Z=0$  a  $1$ , fue escogido ya que para los edificios de 5 y 10 niveles es cuando la intensidad del sismo ( $y$ ) está muy por debajo que la de colapso ( $Y_C$ ) (ver

*Figura 7.12 a y b*, eje vertical), es decir valores de  $D(y)=0$  y  $0.2$  prácticamente sin daño sin embargo en el caso del edificio de 15 niveles en este punto el colapso es inminente o ya sucedió, esto se puede apreciar mejor en la *Figura 7.12c*, por lo que la *Figura 7.11c* se debe presentar para valores de  $Z=3$  ó  $4$ , pero con la finalidad de mantener la misma escala se presentó hasta  $Z=1$ . Se tiene que ser consciente que para valores de  $Z(y)=1$  para el edificio de 15 niveles es prácticamente colapso es decir  $D(y)=0.8$  y  $1$ .

Como se puede observar en la *Figura 7.11* la relación que guardan el margen de seguridad  $Z(y)$  y el índice de confiabilidad  $(y)$  es lineal, por lo que podemos interpretar que a mayor margen de seguridad  $Z(y)$  en el sistema mayor índice de confiabilidad  $(y)$  en la estructura.

Es importante destacar en la *Figura 7.12* que a menor resistencia, para la cual se toma como referencia al coeficiente sísmico, en el marco y a mayor intensidad del sismo se obtiene una recta con menor índice de confiabilidad. Dicho de otra manera, para un mismo  $Z(y)$ , se obtienen diferentes niveles de confiabilidad dependiendo del nivel de incertidumbres en el marco y del sismo en cuestión.

Para fines de diseño o evaluación, un índice de confiabilidad  $(y)$  adecuado deberá ser positivo. Para este fin, un índice de confiabilidad negativo es un índice no deseable, el cual indicará una alta probabilidad de que la estructura se colapse y esto sucede cuando rebasa la intensidad del sismo el valor esperado del logaritmo natural de la intensidad de colapso, es decir:  $y_i = E(\ln Y_C)$ . De esta manera, un margen de seguridad  $Z(y)$  será recomendable hasta que sea lo suficientemente alto para obtener un índice de confiabilidad positivo.

Al observar la *Figura 7.11* se puede apreciar que para cada edificio sus respectivas cuarenta rectas son paralelas entre sí, razón por la cual comparten la misma pendiente  $m$ ; también se puede observar que cada edificio tiene una pendiente diferente por lo que podemos obtener tres diferentes rectas para cada uno de los edificios. Debido a la relación lineal que guardan entre si las rectas de cada edificio, se puede determinar una expresión matemática que se define como sigue:

$$(y) =_{Z=0} (Y_C) + m \cdot Z(y) \quad (7.1)$$

donde:  $z=0(Y_C)$ , es la ordenada en el origen. Es decir, el valor de  $(y)$  cuando se presenta el colapso:  $Z(y)=0$  y  $m$  es la pendiente.

Usando como base la expresión anterior podemos elaborar una ecuación particular que nos permita relacionar el índice de confiabilidad  $(y)$  con el margen de seguridad  $Z(y)$  que queramos asignar a la estructura en cuestión considerando que  $z=0(Y_C)$  es conocida o fácil de obtener a partir de los resultados ya obtenidos. A continuación se presenta la ecuación correspondiente a cada edificio, sustituyendo el valor de la pendiente ( $m$ ) en la ec. 7.1 correspondiente a cada edificio.

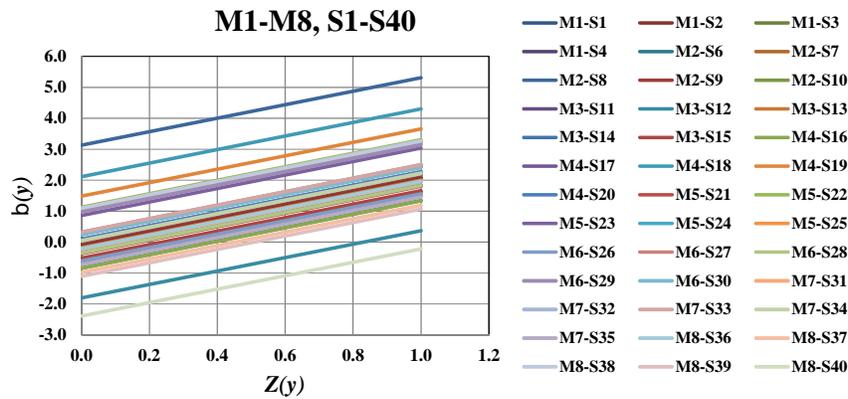
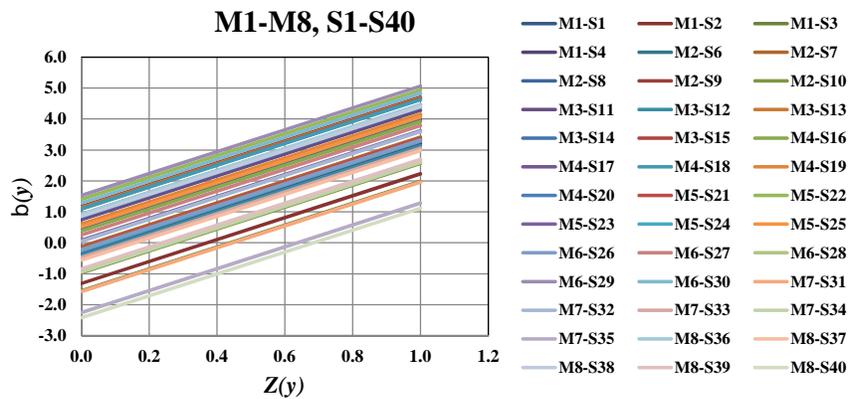
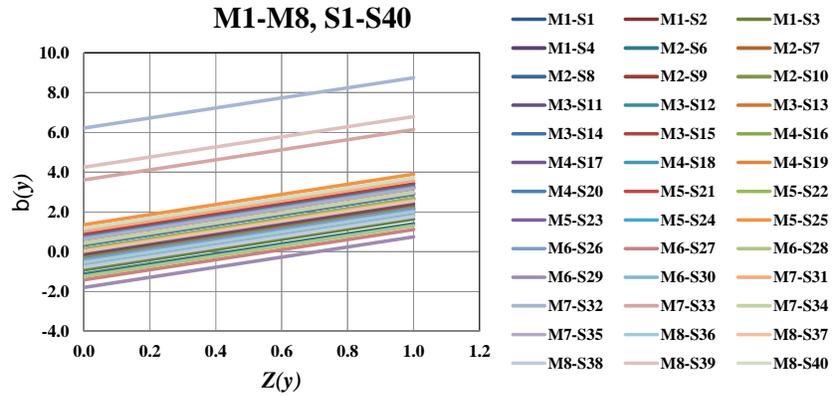
$$(y) = z=0(Y_C) + 2.54 Z(y) \quad \text{Edificio de 5 Niveles} \quad (7.2)$$

$$(y) = z=0(Y_C) + 3.538 Z(y) \quad \text{Edificio de 10 Niveles} \quad (7.3)$$

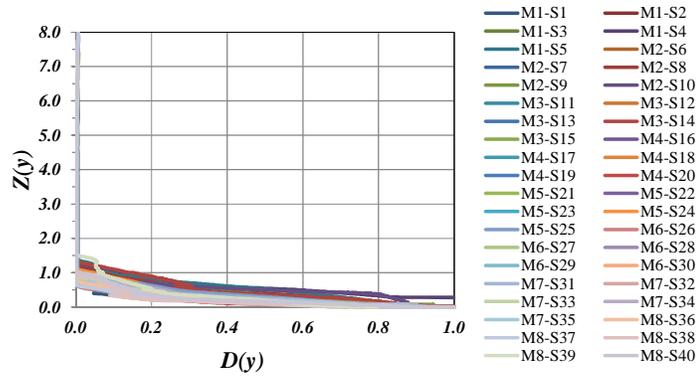
$$(y) = z=0(Y_C) + 2.176 Z(y) \quad \text{Edificio de 15 Niveles} \quad (7.4)$$

En donde  $z=0(Y_C)$  indica el nivel de incertidumbres asociadas al sismo, a las propiedades mecánicas de los materiales y a las cargas vivas del edificio, consideradas en este estudio. En estas expresiones podemos observar que si  $z(y)$  fuera igual a cero, para un mismo valor de  $Z(y)$  el edificio con mayor confiabilidad sería el de 10 niveles: 3.5 veces el valor del margen de seguridad  $Z(y)$ . Le continuaría el de 5 niveles con 2.5 veces el valor de  $Z(y)$  y por último el de 15 niveles con 2.17 veces  $Z(y)$ .

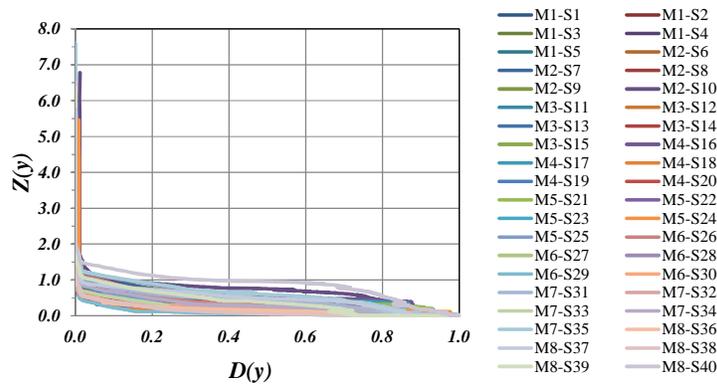
Aunque en un principio se pensaría que el de 15 niveles es el que presentaría mayor confiabilidad dado que conforme aumenta la intensidad se sale de la zona de resonancia de acuerdo a la ubicación de los espectros, en la *Tabla 7.3* se puede observar que la desviación estándar de la  $Y_c$  es mucho más alta que en los otros dos edificios ( $=1.37$  vs 0.26 y 0.21 de los edificio de 10 y 5 niveles, respectivamente, *Tablas 7.1 y 7.2*) lo que ocasiona por definición que disminuya el valor del índice (*ver ecuación 6.3*).



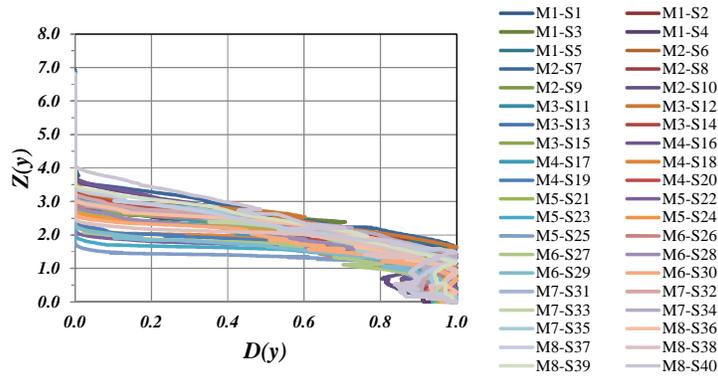
**Figura 7.11.** Índice de Confiabilidad  $b(y)$  de Cornell para diferentes valores del Margen de Seguridad  $Z(y)$  para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos (S1-S40) utilizados.



a) Edificio de 5 Niveles



b) Edificio de 10 Niveles



c) Edificio de 15 niveles

**Figura 7.12.** Índice de Degradación de la rigidez secante  $D(y)$  para diferentes valores del Margen de Seguridad  $Z(y)$  correspondientes a los tres edificios simulados y los 40 sismos usados en los análisis.

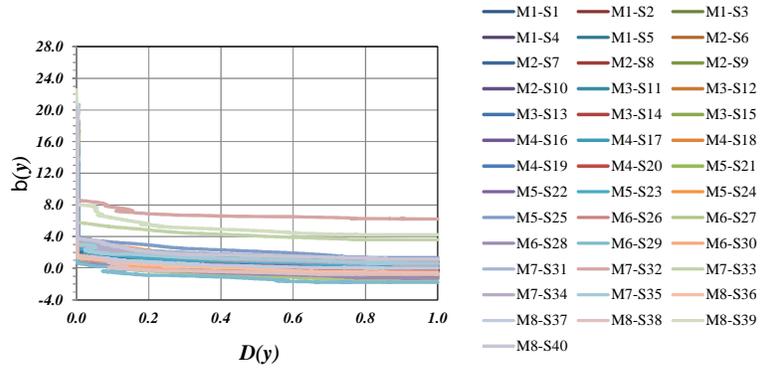
En la *Figura 7.12* se puede observar que para un margen de seguridad de 2 a 4 el edificio de 15 niveles tiene un comportamiento estable, es decir valores de  $D(y) < 0.6$ , mientras que en los edificios de 5 y 10 niveles este rango se presenta entre  $Z(y) = 0.5$  y  $1.5$ . Es decir el edificio de 15 niveles presenta valores del margen de seguridad mayores, entre 1.5 y 4, mientras que los otros edificio entre 0.5 y 2.

Esto quiere decir que el edificio de 15 niveles en promedio tiene una intensidad de colapso ( $Y_c$ ) mucho más grande (valores de  $y_c = 3.1$  mientras que para los edificios de 5 y 10 niveles  $y_c = 0.53$  y  $y_c = 0.86$  respectivamente) como se puede apreciar en la *Tabla 7.3* y en los círculos rojos de la *Figura 7.10c* por lo tanto un amplio margen de seguridad.

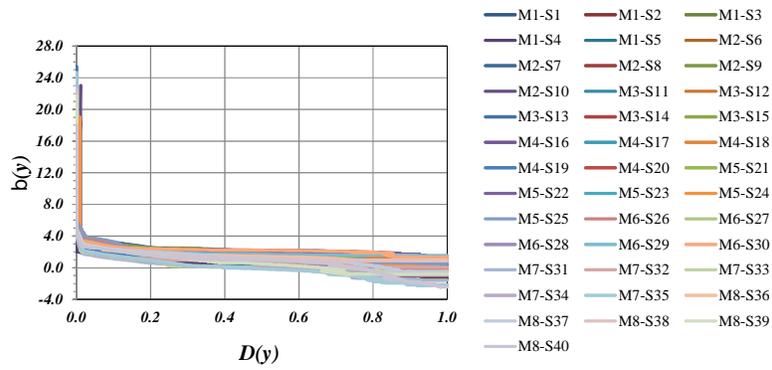
## **7.5 ÍNDICE DE CONFIABILIDAD $(y)$ DE CORNELL EN FUNCIÓN DEL ÍNDICE DE DEGRADACIÓN DE LA RIGIDEZ SECANTE $D(y)$**

Otra manera de relacionar el índice de confiabilidad  $(y)$  de Cornell, es en función del índice de daño  $D(y)$ , tal como se muestra en la *Figura 7.13*. Como se puede observar, el nivel de confiabilidad disminuye conforme el índice de daño se acerca al colapso para  $D(y) = 1$ .

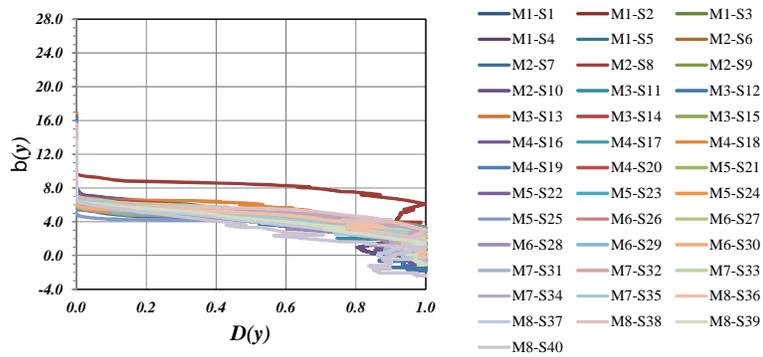
De igual forma que en la *Figura 7.11*, cuando  $(y)$  es negativo indicará que la intensidad de colapso en promedio ha sido rebasada por la intensidad del sismo. En el caso de que la intensidad de colapso coincidiera con la del promedio de todos los marcos y sismos analizados entonces el índice de confiabilidad sería cero:  $(y) = 0$  para el margen de seguridad:  $Z(y) = 0$ , cuando  $D(y) = 1$ . Pero por definición  $(y)$  toma en cuenta el promedio de todas las intensidades de colapso (*ver ecuación 6.3*) y no la intensidad de colapso de cada sismo como  $Z(y)$  (*ver ecuación 6.5*).



a) Edificio de 5 Niveles



b) Edificio de 10 Niveles



c) Edificio de 15 Niveles

Figura 7.13. Índice de Confiabilidad  $b(y)$  de Cornell en función del índice de daño  $D(y)$  para los ocho marcos (M1-M8) y 40 sismos (S1-S40) utilizados.

Esta relación nos lleva a observar que para un  $(y)=0$  o negativo, no se ha presentado el colapso de la estructura ya que en algunos casos  $D(y)<1$  y que en otros para un  $(y)$  positivo ya se presentó el colapso real de la estructura, ya que  $D(y)=1$ .

Un dato importante a destacar que se muestra en la *Figura 7.13* es el hecho de que para valores del índice de daño  $D(y)$  muy cercanos a 0, los valores de  $(y)$  se disparan hacia valores muy superiores a 4. Esto se debe a que en esta zona la estructura se comporta prácticamente elástica ya que la intensidad del sismo genera valores muy pequeños de  $D(y)$ , valores que por lo general son menores a 0.03, intensidad que es muy inferior a la intensidad de colapso.

En la *Figura 7.13c* se puede observar también que el edificio de 15 niveles presenta un rango de  $(y)$  de 4 a 8 para el mayor número de curvas y para valores del índice de Daño  $D(y)<0.8$ .

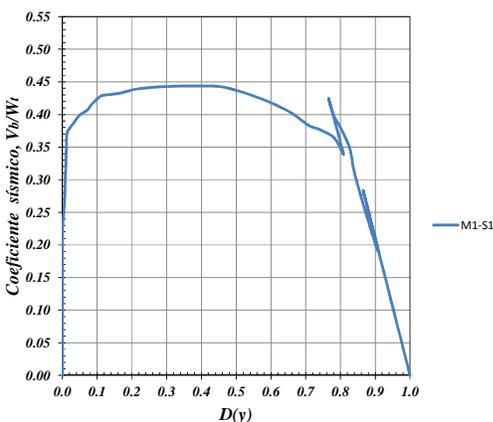
Para el caso del edificio de 10 niveles el rango de  $(y)$  es de entre 1 y 4 para el mayor número de curvas (*Figura 7.13b*).

Para el edificio de 5 niveles el rango de  $(y)$  es de entre 0 y 8 para valores de  $D(y)<0.8$  de manera general (*Figura 7.13a*), aunque el rango más fuerte es de 0 a 4.

Para valores de  $D(y)$  entre 0.8 y 1 la mayoría de los valores de  $(y)$  son cercanos a cero o negativos.

## 7.6 DETERMINACIÓN DE ESTADOS LÍMITE A PARTIR DEL ÍNDICE DE DEGRADACIÓN DE LA RIGIDEZ SECANTE

Con la finalidad de observar la degradación de la estructura conforme el coeficiente sísmico aumenta ( $V_b/W_T$ , cortante en la base entre el peso total), haciendo uso del coeficiente sísmico como parámetro de la capacidad de una estructura, se desarrolló el gráfico *CoS-IDRS*, *Figura 7.14*; en este gráfico colocamos en el eje horizontal el índice de la reducción de la rigidez secante  $D(y)$  y en el eje vertical al coeficiente sísmico.



*Figura 7.14. ADI: Coeficiente Sísmico vs Índice de Degradación de la Rigidez Secante, CoS-IDRS.*

Analizando este gráfico podemos apreciar claramente dos zonas, *Figura 7.15*, en el comportamiento de la estructura:

- 1) Comportamiento Elástico: En esta zona podemos apreciar como la estructura se mantiene sin degradar conforme el coeficiente sísmico aumenta hasta el inicio de la primera fluencia de la estructura.
- 2) Comportamiento Inelástico: Esta zona que inicia a partir de la primera fluencia de la estructura y termina en el colapso de la misma.

Este gráfico nos permite ampliar la zona del comportamiento inelástico de la estructura para su análisis. En esta zona se puede observar dos fases:

- a) La de Fluencia
- b) La de Inestabilidad.

En la zona de fluencia los diferentes elementos de la estructura (vigas y columnas) comienzan a degradarse y en consecuencia la rigidez de la estructura. Esta degradación continua hasta el punto en que la capacidad de resistencia de la estructura comienza a

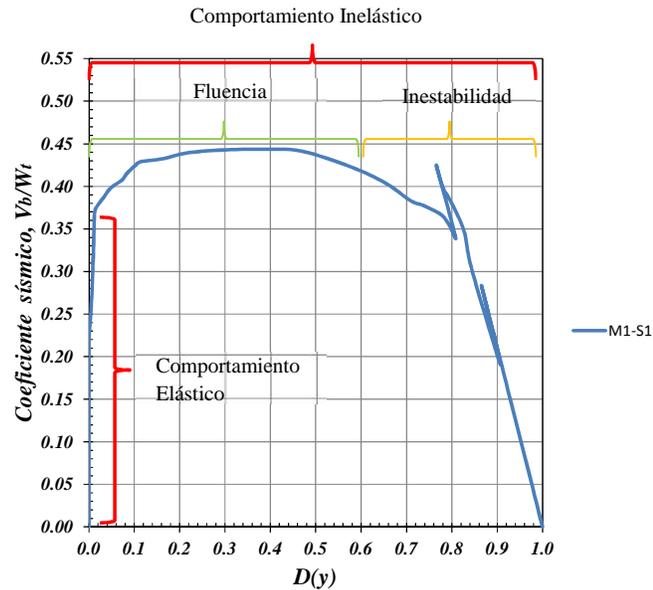


Figura 7.15. ADI: Zona elástica e inelástica en la curva: *CoS-IDRS*.

disminuir debido a la degradación de los diferentes componentes, o en otros términos al alto grado de no linealidad, la estructura comienza a ser inestable.

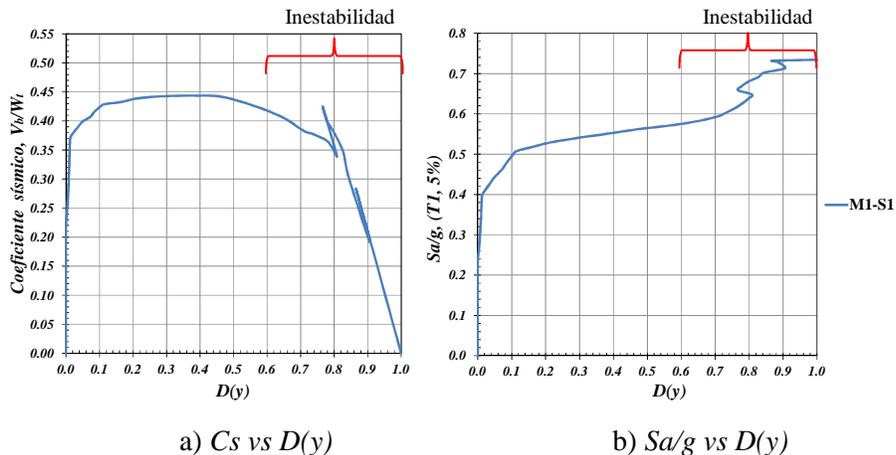
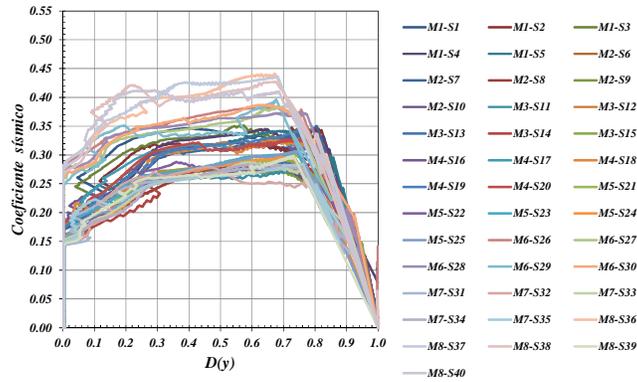


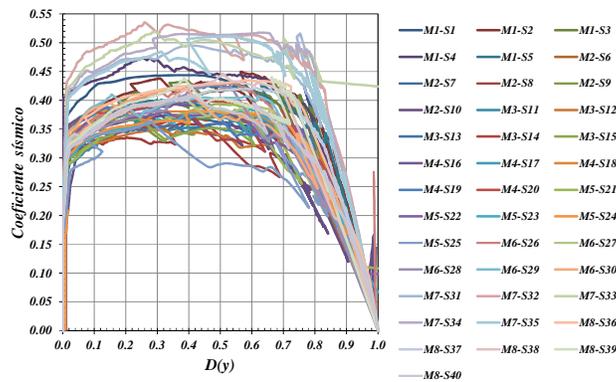
Figura 7.16, ADI: Zona de inestabilidad.

La inestabilidad se refleja con cambios abruptos en el valor de la rigidez secante así como en el decaimiento en el valor del coeficiente sísmico. Este comportamiento se

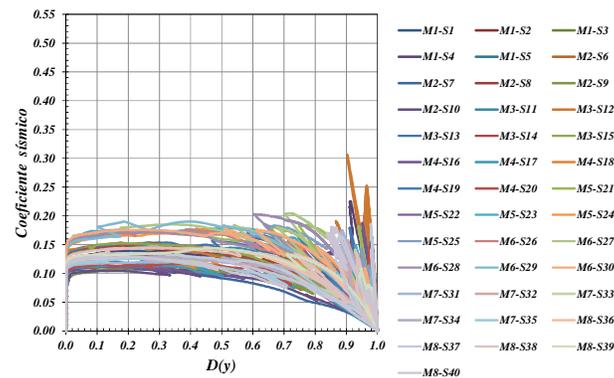
puede apreciar en los tres edificios analizados, *Figura 7.17*, y permite también observar de una forma más clara el comienzo de la zona de inestabilidad en el gráfico *Sa-IDRS*, *Figura 7.16b*.



a) Edificio de 5 Niveles



b) Edificio de 10 Niveles



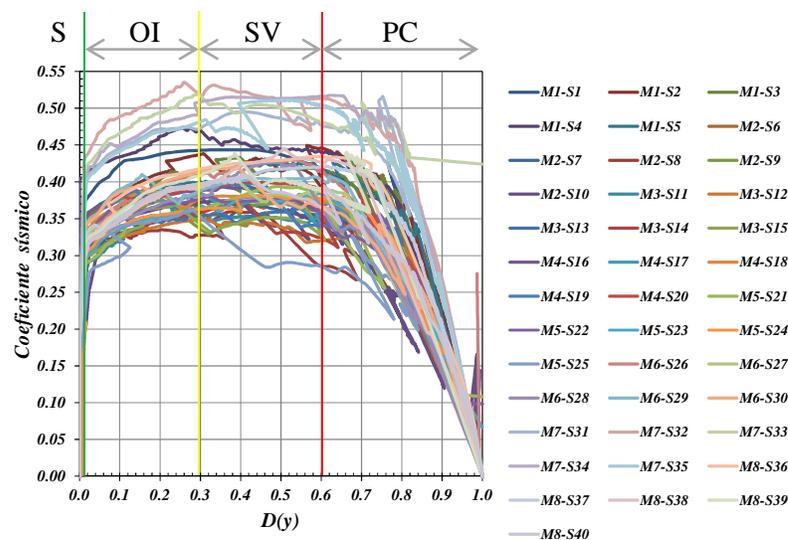
c) Edificio de 15 Niveles

**Figura 7.17.** ADI's: Coeficiente Sísmico vs Índice de Degradación de la Rigidez Secante, *CoS-IDRS*, para los 8 marcos (M1-M8) y los 40 sismos (S1-S40) utilizados.

Este gráfico nos permite identificar puntos de interés para el establecimiento de estados límite a través de la relación que existe entre el Índice de Degradación de la Rigidez Secante  $D(y)$ , el Índice de Confiabilidad  $(y)$  y el Coeficiente Sísmico  $C_s$ . Como punto de partida podemos establecer cuatro estados límite en función del grado de degradación de la estructura:

1) Servicio	S	Primera fluencia: aprox. entre 0.00	$D(y) < 0.01$
2) Ocupación Inmediata	OI	0.01	$D(y) < 0.30$
3) Seguridad de Vida	SV	0.30	$D(y) < 0.60$
4) Prevención de Colapso.	PC	0.60	$D(y) < 1.00$

Estos puntos fueron establecidos a partir de la observación de los gráficos  $CoS-IDRS$ , Figura 7.18.



**Figura 7.18.** Localización de los estados límite dentro de un gráfico  $CoS-IDRS$ , en el edificio de 10 niveles para los 8 marcos (M1-M8) y sus 40 sismos.

Los promedios de los valores obtenidos de  $(y)$  y  $Z(y)$  a partir de los estados límite propuestos en función de  $D(y)$  son los que se muestran en las *Tablas 7.4, 7.5 y 7.6* para los edificios de 5, 10 y 15 niveles respectivamente.

**Tabla 7.4.** Valores promedio de  $S(y)$  y  $Z(y)$  asociados al estado límite en función de  $D(y)$ , Edificio de 5 Niveles.

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	<u>Prevención de Colapso</u>	
				Cercano al colapso	Colapso
$D(y)$	0.01	0.30	0.60	0.89	1.0
$S(y)$	2.83	1.20	0.79	0.33	0.33
$Z(y)$	0.98	0.34	0.17	0.00	0.00

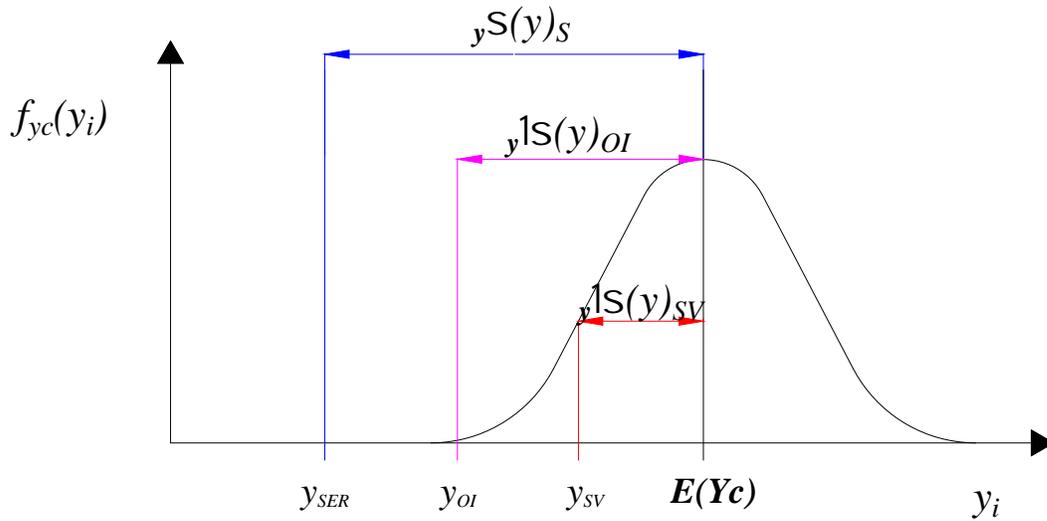
**Tabla 7.5.** Valores promedio de  $S(y)$  y  $Z(y)$  asociados al estado límite en función de  $D(y)$ , Edificio de 10 Niveles.

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	<u>Prevención de Colapso</u>	
				Cercano al colapso	Colapso
$D(y)$	0.01	0.30	0.60	0.92	1.00
$S(y)$	2.88	1.49	1.02	0.02	0.00
$Z(y)$	0.82	0.42	0.29	0.02	0.00

**Tabla 7.6.** Valores promedio de  $S(y)$  y  $Z(y)$  asociados al estado límite en función de  $D(y)$ , Edificio de 15 Niveles.

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	<u>Prevención de Colapso</u>	
				Cercano al colapso	Colapso
$D(y)$	0.01	0.30	0.60	0.92	1.00
$S(y)$	6.35	5.39	4.5	0.28	0.02
$Z(y)$	2.92	2.49	2.09	0.13	0.00

Debido a la definición que se hizo de  $S(y)$  en la ecuación 6.5, los valores que se muestran en las tres tablas anteriores para cada  $S(y)$  disminuyen conforme la intensidad se acerca a la de colapso, ver Figura 7.19. Es decir, para una intensidad muy baja asociada a un estado límite de servicio los valores de  $S(y)$  y  $Z(y)$  son muy altos y conforme la intensidad se acerque al colapso los valores de  $S(y)$  y  $Z(y)$  disminuyen. Se puede observar que el edificio de 15 niveles es el que presenta mayores valores de  $S(y)$  y  $Z(y)$  debido a que la intensidad promedio de colapso ( $Y_c$ ) resulta muy grande (ver Tabla 7.3). Mientras que para los edificios de 5 y 10 niveles son muy parecidos.



**Figura 7.19.** Representación gráfica entre la intensidad promedio de colapso  $E(Y_c)$  y la intensidad asociada a cada estado límite ( $y_i$ ). Distancia de Beta,  $S(y,)$  para un estado límite.

Como consecuencia de los resultados anteriores y haciendo uso de un análisis de peligro sísmico a continuación se presenta la evaluación de los diferentes niveles de confiabilidad a partir del índice Beta de Cornell,  $S(y)$ , asociados a diferentes estados límite los cuales se muestran en las *Tablas 7.7, 7.8 y 7.9* para los edificios de 5, 10 y 15 niveles, respectivamente. En estas tablas se obtienen a partir de la intensidad  $y_i$  asociada a cada  $D(y_i)$ , que definiremos en este trabajo para cada estado límite, la tasa media anual de excedencia  $\epsilon(y_i)$  asociado a cada  $y_i$  haciendo uso de curvas de peligro sísmico, ver *Figura 7.20*, en función de cada uno de los periodos fundamentales de los edificios en estudio. También se muestra la probabilidad de excedencia en 50 años ( $P/50$ ) y el periodo de retorno ( $T_R=1/\epsilon$ ) obtenidos a partir de  $\epsilon$ .

**Tabla 7.7.** Tasa media anual de excedencia  $\epsilon(y_i)$  asociado a cada edo. límite a partir de  $D(y_i)$ .  
Edificio de 5 niveles

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	Colapso
$P/50$	74/50	21/50	12/50	5/50
$\epsilon(y_i)$	2.68E-02	4.71E-03	2.56E-03	1.17E-03
$T_R(1/\epsilon)$	$T_R= 37$ años	$T_R= 212$ años	$T_R= 390$ años	$T_R= 855$ años
$Y_i = Sa/g$	0.2	0.37	0.44	0.534
$D(y_i)$	0.01	0.30	0.60	1.0

$(y_i)$	2.83	1.20	0.79	0.33
---------	------	------	------	------

**Tabla 7.8.** Tasa media anual de excedencia  $\epsilon(y_i)$  asociado a cada edo. límite a partir de  $D(y_i)$ . Edificio de 10 Niveles.

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	Colapso
P/años	55/50	22/50	17/50	8/50
$\epsilon(y_i)$	1.61E-02	0.005	0.0038	0.0018
$T_R(1/\epsilon)$	$T_R=62$ años	$T_R=200$ años	$T_R=263$ años	$T_R= 556$ años
$Y_i = Sa/g$	0.37	0.55	0.63	0.857
$D(y_i)$	0.01	0.30	0.60	1.00
$(y_i)$	2.88	1.49	1.02	0.00

**Tabla 7.9.** Tasa media anual de excedencia  $\epsilon(y_i)$  asociado a cada edo. límite a partir de  $D(y_i)$ . Edificio de 15 Niveles.

	<u>Servicio</u>	<u>Ocupación Inmediata</u>	<u>Seguridad de Vida</u>	Colapso
P/años	99/50	98/50	87/50	22/50
$\epsilon(1/año)$	1.31E-01	8.35E-02	4.11E-02	0.005
$T_R(y_i)$	$T_R=8$ años	$T_R=12$ años	$T_R=24$ años	$T_R= 200$ años
$Y_i = Sa/g$	0.18	0.245	0.373	0.946
$D(y_i)$	0.01	0.30	0.60	1.00
$(y_i)$	6.35	5.39	4.5	0.02

De estas tablas se puede observar que la intensidad  $(y_i)$  asociada a servicio es menor y que aumenta conforme la intensidad se acerca al estado límite de colapso, y de la misma forma el Periodo de Retorno  $T_R$  aumenta con la intensidad y disminuye con la tasa media anual de excedencia y su probabilidad de que se exceda en 50 años disminuye con la intensidad.

Dicho de otra manera y con más detalle, de los valores de  $D(y_i)$  se obtuvieron los valores de las intensidades  $(y_i)$  que ocasionan estos niveles de daños a partir de los ADI's de las Figuras 7.10 a, b y c, que relacionan  $D(y_i)$  con respecto a la intensidad  $y_i=Sa/g$ , cuyos valores se presentan en las Tablas 7.7, 7.8 y 7.9 para cada estado limite.

Con estas intensidades ( $y_i$ ) y las curvas de peligro sísmico de la *Figura 7.20* asociadas a los periodos de vibrar de los edificios ( $T_0$ ) se obtuvieron los correspondientes Periodos de Retorno ( $T_R$ ) y las tasas medias anuales de excedencia ( $\epsilon$ ); estas se asociaron con la probabilidad de excedencia en 50 años mediante la siguiente ecuación:

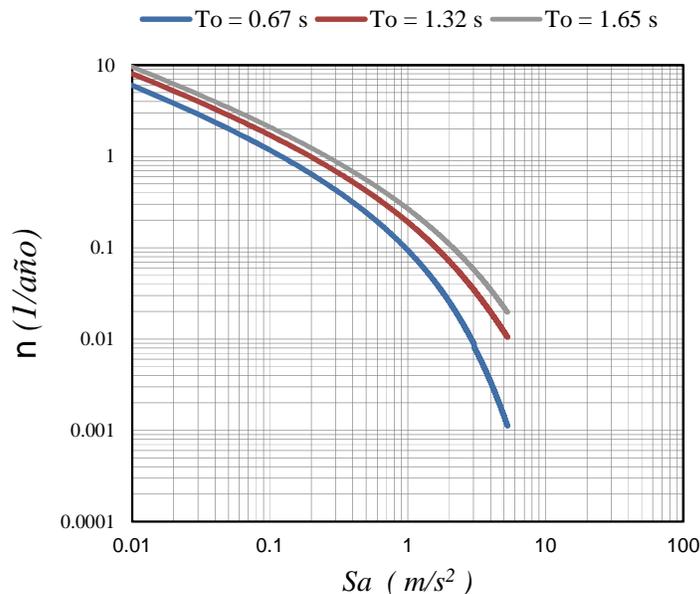
$$P = 1 - e^{-\epsilon t} \quad (7.5)$$

donde:

P: es la probabilidad del evento.

v: es la tasa media anual de excedencia.

t: es el intervalo de tiempo.



**Figura 7.20.** Curvas de peligro sísmico asociadas a los periodos de vibrar de los edificios en estudio. (Alamilla, 2002)

Los índices de confiabilidad Beta de Cornell,  $S(y)$  de las tablas anteriores, se obtuvieron a partir de las *Figuras 7.13 a, b y c*, que relacionan  $S(y)$  con el índice de daño  $D(y)$ , cuyos valores se pueden ver en las *Tablas 7.7, 7.8 y 7.9* para los edificios de 5, 10 y 15 niveles respectivamente.

De estas tablas se puede observar que entre mayor sea la intensidad ( $y_i=Sa/g$ ) mayor el índice de daño  $D(y)$ . El índice Beta de Cornell,  $S(y)$ , también representa la diferencia entre el valor de la intensidad ( $Sa/g$ ) asociada a cada estado límite ( $Y_{ser}$ ,  $Y_{Ol}$ ,  $Y_{SV}$ ) y la media de la intensidad de colapso  $E(Y_{col})$  multiplicado por la desviación estándar, ver *Figura 7.20*, es por eso que la distancia o el valor de  $S(y)$  en las tablas es mayor para servicio y disminuye conforme la intensidad se acerca al promedio de la de colapso.

De las tablas se puede observar que para el edificio de 15 niveles los valores de  $S(y)$ , para los diferentes estados límite son más altos que para los otros dos edificios, esto debido a que la intensidad de colapso ( $Y_{col}$ ), obtenida para el edificios de 15 niveles es muy alta con respecto a la intensidad obtenida de los otros dos edificios, como se puede observar en las *Tablas 7.1, 7.2 y 7.3* para los edificios de 5, 10 y 15 niveles, respectivamente, así como en las *Figuras 7.10 a, b y c*.

Con el fin de establecer posible criterios de diseño y/o evaluación en función de los valores de  $S(y)$  y sus respectivas probabilidades de excedencia en 50 años asociados a un estado límite determinado, se propusieron en la *Tabla 7.10*. A partir de observar los valores obtenidos en las *Tablas 7.7, 7.8 y 7.9* los valores de: 50/50, 25/50, 10/50 y 5/50 para Servicio, Operación Inmediata, Seguridad de Vida y Colapso con sus respectivos valores de  $S(y)$ . Se propone un valor mayor para colapso y menor para servicio. Estos valores serían válidos para edificios con características similares a los aquí estudiados: de concreto reforzado y para suelo blando.

**Tabla 7.10.** Valores de confiabilidad propuestos para diferentes estados límites, como criterio de diseño.

	Servicio	Ocupación Inmediata	Seguridad de Vida	Colapso
$D(y)$	0.01	0.30	0.60	0.95
P/años	50/50	25/50	10/50	5/50
$\epsilon$ (1/año)	0.01386	0.005753	0.002107	0.001025
$T_R(1/\epsilon)$	$T_R=72$ años	$T_R=174$ años	$T_R=475$ años	$T_R= 976$ años
$(Y_{PRE})$	0.5	1	2	3

A partir de lo propuesto en la tabla anterior se podría desarrollar una metodología para evaluación. Proponiendo el siguiente criterio de evaluación:

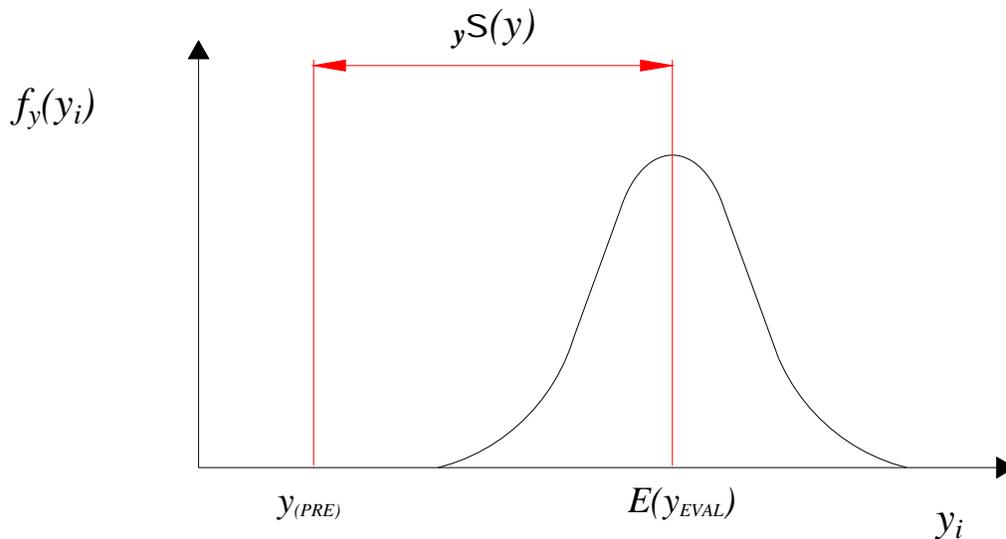
$$S(y)_{PRE} \leq S(y)_{EVAL} \quad (7.6)$$

Donde la confiabilidad evaluada  $S(y)_{EVAL}$  sea mayor o igual que una confiabilidad pre-establecida  $S(y)_{PRE}$  como los valores de la *Tabla 7.10*.

La confiabilidad a ser evaluada  $S(y)_{EVAL}$  se puede establecer de la siguiente manera:

$$S(y)_{PRE} \leq \frac{E(\ln Y_{EVAL}) - \ln(y_{PRE})}{\dagger(\ln Y_{EVAL})} \quad (7.7)$$

Donde se puede pre-establecer una intensidad  $(y)_{PRE}$  asociado a cada estado límite de la *Tabla 7.10* y evaluar a partir de Análisis Dinámicos por Incrementos para el edificio en estudio el valor de, la intensidad  $E(y_{EVAL})$  asociada a cada estado límite y su respectiva desviación estándar  $\sigma_{y_{EVAL}}$ , con lo que se tendría completa la ecuación 7.7, *Figura 7.21*.



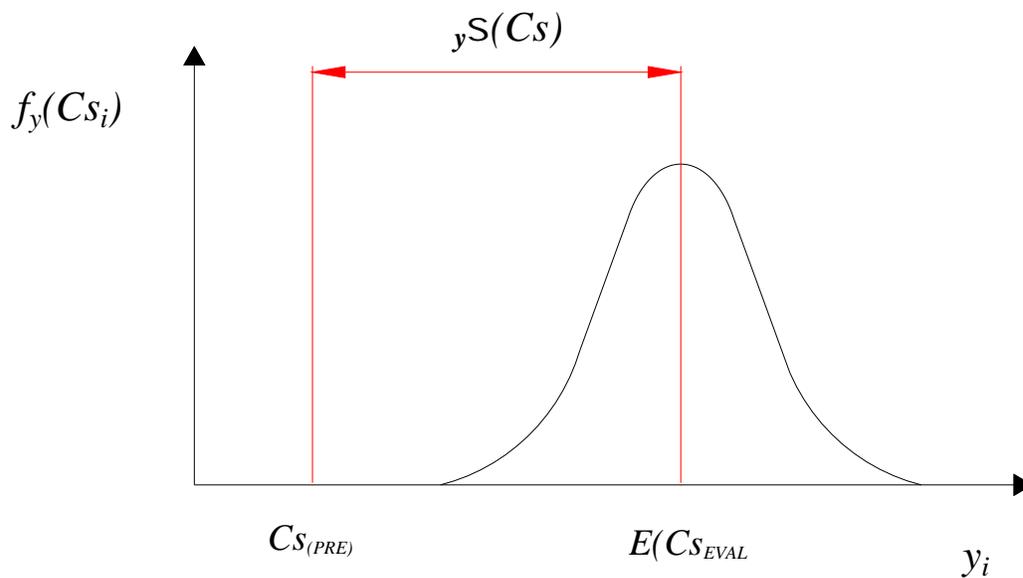
**Figura 7.21.** Representación gráfica entre la intensidad promedio evaluada para un estado límite  $E(y_{EVAL})$  y la intensidad asociada a cada estado límite predefinida  $(y_{(PRE)})$ . Distancia de Beta,  $S(y)$  para un estado límite.

De esta manera se tendría que obtener que la confiabilidad evaluada  $\beta(y)_{EVAL}$  fuera mayor que la pre-establecida  $\beta(y)_{PRE}$ , de otra manera se tendría que mejorar el diseño de la estructura en evaluación.

Otra opción sería a partir del uso del Coeficiente Sísmico (Cs), de esta manera la Ecuación 7.6 y 7.7 sería de la manera siguiente.

$$S(Cs)_{PRE} \leq S(Cs)_{EVAL} \quad (7.8)$$

$$S(Cs)_{PRE} \leq \frac{E(\ln Cs_{EVAL}) - \ln(Cs_{PRE})}{\dagger(\ln Cs_{EVAL})} \quad (7.9)$$



**Figura 7.22.** Representación gráfica entre el Coeficiente Sísmico promedio evaluado para un estado límite  $E(Cs_{EVA})$  y la intensidad asociada a cada estado límite predefinida ( $Cs_{(PRE)}$ ). Distancia de Beta,  $S(y,)$  para un estado límite.

## VIII. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES

Durante este trabajo de investigación se llevó a cabo la evaluación de la confiabilidad sísmica estructural de sistemas de múltiples grados de libertad. Para ello se realizaron análisis no lineal paso a paso de 3 edificios de concreto armado de 5, 10 y 15 niveles. Para tomar en cuentas diferentes incertidumbres asociadas con las propiedades mecánicas de los materiales ( $f'_c$  y  $f_y$ ) y las cargas vivas actuantes  $W_{vmax}$ , se generaron 8 modelos de análisis para cada uno de los 3 edificios, 5, 10 y 15 niveles, con diferentes valores de estas propiedades como se puede ver en las *Tablas 3.6 y 3.8*. Para su análisis no lineal estos edificios fueron modelados en el programa de cómputo DRAIN 2D, cuyo programa toma en cuenta la degradación de rigidez y resistencia que sufre la estructura con forme la intensidad del sismo se va incrementando.

Para tomar en cuenta las incertidumbres en la respuesta sísmica de los diferentes modelos, se utilizaron 40 acelerogramas registrados en la zona donde se supone fue ubicada la estructura (Zona IIIb, correspondiente a la zona de lago del D.F.). Por lo que los 8 modelos de cada uno de los tres edificios se distribuyeron de la siguiente manera para hacer corridas con los 40 acelerogramas: al modelo *M1* le correspondió los primero 5 acelerogramas (*S1-S5*), al *M2* los siguientes 5 acelerogramas y así sucesivamente hasta que al *M8* le correspondió los últimos 5 acelerogramas (*S36-S40*), por lo tanto se obtuvieron 40 curvas de resultados asociados a los 40 sismos para cada uno de los tres edificios. De esta manera se tomaron en cuenta las incertidumbres asociadas a los sismos, a las propiedades mecánicas de los materiales y a las cargas vivas actuantes.

Con estos modelos y sismos el primer paso fue realizar Análisis Dinámicos Incrementales (*ADI's*), los cuales consisten en tomar un edificio y un sismo, y se fue escalando la intensidad del sismo de tal manera que se realizaron tantos análisis no lineales como fueran necesarios para lograr obtener el colapso de la estructura. El principal problema de estos análisis es el tiempo de cómputo que se necesita para obtener el colapso y el tiempo en recabar de manera manual los datos que se necesitan para cada análisis. Una persona inicialmente se puede llevar meses en realizar todas las corridas necesarias para este tipo de análisis. Una curva por ejemplo de la *Figura 7.7* puede tener desde 40 hasta 1000 puntos dependiendo de la calidad de los resultados que se quieran. Para agilizar esto, estas curvas se realizaron mediante un programa

en FORTRAN que incrementa la intensidad del sismo automáticamente y recoge toda la información necesaria para obtener las curvas, pero aún así se lleva algunas semanas para obtener todas las curvas para todos los sismos y marcos utilizados.

**Determinación de la rigidez secante.** Como punto de partida se decidió retomar la metodología propuesta en el trabajo de Díaz de León (2012). El hacer uso de los *ADI's* nos permitió obtener esta capacidad de manera efectiva, clave en la evaluación de la confiabilidad de acuerdo con el método utilizado. En este trabajo se mejoró la metodología propuesta por Díaz de León (2012), la mejora consistió en eliminar la necesidad de realizar análisis PUSH-OVER, el cual es un análisis pseudo estático, para la determinación de la rigidez secante del sistema, esto se logró debido a la gran cantidad de puntos que se obtienen mediante los *ADI's* realizados con el programa de computo desarrollado, los cuales pueden abarcar factores de escala, de la aceleración del sismo, muy pequeños hasta los muy grandes los cuales llevan a la estructura al colapso; con esto por primera vez se determinó el índice de daño de la rigidez secante (ver *ecuación 2.24*) de manera directa a partir de los *ADI's*, es decir saber de qué manera se va degradando la rigidez de la estructura hasta llegar al colapso mediante el uso exclusivo de análisis dinámicos. Esto es de gran importancia ya que se evita mezclar los principios teóricos de dos tipos de análisis diferentes (pseudo estático vs dinámico), esto con la finalidad de homogenizar los criterios y resultados.

**Funciones de Confiabilidad:** A partir de los *ADI's* y la determinación de la rigidez secante se aplican las *ecuaciones 6.3 y 6.5* para obtener las funciones de confiabilidad para cada uno de los edificios (*Ecuaciones 7.2, 7.3 y 7.4*). Como primer paso se comparó los resultados obtenidos del edificio de 10 niveles de este trabajo con los de Díaz de León (2012); al comparar las ecuaciones se puede observar que la diferencia en las pendientes es muy pequeña (3.598 vs 3.698 ec. 4.6), esta diferencia se puede atribuir a la mayor precisión en la obtención de los resultados, derivada del uso de la rigidez secante elástica propia de cada uno de los análisis (*Fig. 7.8*), en comparación con el trabajo de Díaz de León (2012) el cual hace uso de una sola por modelo derivada de un Push-Over, y la mayor precisión en la obtención de la intensidad de colapso  $Y_c$  debido al uso del programa. Las tres expresiones obtenidas en lo general y de manera particular nos permiten evaluar directamente la confiabilidad para cada uno de los tres edificios (5, 10 y 15 niveles) a partir de un determinado margen de seguridad que podremos predefinir, las

cuales pueden ser aplicadas a la evaluación o en su caso al diseño estructural de edificios de varios pisos para un estado límite determinado.

Haciendo uso de las funciones de confiabilidad desarrolladas (*Ecuaciones 7.2, 7.3 y 7.4*) se pueden crear gráficos (ver *Fig. 7.11*) que nos permiten conocer el orden de magnitud de los valores del índice de confiabilidad  $S$  de Cornell y del margen de seguridad  $Z$  para cada uno de los tres edificios de concreto reforzado ubicado en la zona IIIb del RCDF-04; esto nos permite obtener valores para una familia de edificios de concreto reforzado y de esta manera conocer un rango más amplio de estos parámetros para su posible propuesta en futuros criterios de diseño y/o evaluación en función de la confiabilidad.

**El gráfico CoS-IDRS.** Para observar la degradación de la estructura conforme el coeficiente sísmico aumenta se desarrolló el gráfico CoS-IDRS (*Fig. 7.15*), este gráfico nos permite relacionar el Índice de Degradación de la Rigidez Secante vs el Coeficiente Sísmico, esto nos permite observar claramente el comportamiento de la capacidad de la estructura. Es de suma importancia mencionar que con este gráfico se puede distinguir claramente las dos diferentes etapas de comportamiento de la estructura: elástica y la inelástica (*Fig. 7.15 y 7.16*). La zona inelástica es muy amplia ya que abarca el intervalo de  $0.01 D(y)$   $1.0$  debido a la definición de  $D(y)$ , de esta manera es posible observar la verdadera capacidad de la estructura (en términos del coeficiente sísmico) para resistir las fuerzas sísmicas de manera elástica. Así mismo, a partir de la primera fluencia de la estructura, cuando  $D(y)=0.01$ , en este gráfico se puede apreciar cómo sigue aumentando la capacidad de la estructura durante la etapa inelástica hasta un máximo, el cual puede ser relacionado con un valor de  $D(y)$ , y posteriormente su disminución hasta llegar al colapso, cuando  $D(y)=1.0$ .

En este gráfico se observa una zona de inestabilidad, *Fig. 7.16*, la cual aparece cuando la capacidad de la estructura comienza a decrecer después de llegar a su máximo. De acuerdo a los valores obtenidos para los tres edificios, *Fig. 7.17*, podemos decir que la zona de inestabilidad comienza cuando  $D(y) 0.65$ , a partir de este punto los valores del coeficiente sísmico son muy erráticos, esto debido al grado de no linealidad en la que entra la estructura y que produce resultados muy variables con forme aumenta el factor de escala de la aceleración

espectral. Resultados similares también fueron reportados por Vanvatsikos y Cornell (2002). La ventaja evidente del gráfico CoS-IDRS (Fig. 7.15) sobre el ADIS común (Fig. 7.16 b) es la facilidad con la que se puede apreciar el momento en que la capacidad de la estructura decae y de esta manera hacer uso de estos datos para su aplicación práctica durante las fase de diseño, de un edificio de determinado.

**Estados Limite.** Con la finalidad de establecer Estados Límite para su implementación en los códigos de diseño actuales mediante el uso del índice de confiabilidad  $S$  de Cornell se utilizó el gráfico CoS-IDRS, con la finalidad de enlazar mediante el Índice de la Degradación de la Rigidez Secante con los diferentes parámetros (distorsión angular de entrepiso y coeficiente sísmico), que actualmente se utilizan para establecer los estados límite en una estructura.

Haciendo uso del gráfico CoS-IDRS se establecieron cuatro zonas: Servicio, Operación Inmediata, Seguridad de Vida, Prevención de Colapso. Estas cuatro zonas fueron retomadas del FEMA y se consideraron los siguientes criterios:

**Servicio:** En este estado la estructura se encuentra en su rango elástico. No presenta degradación estructural. En nuestro estudio se asoció a un Índice de Degradación de la Rigidez Secante en un intervalo de entre  $0.00 < D(y) < 0.01$ .

**Operación Inmediata:** Después de un evento sísmico de magnitud moderada la estructura ha sufrido daños y su capacidad se ha degradado (fluencia de algunos elementos). A pesar de esto los daños son mínimos y puede regresar a su operación normal en poco tiempo. Con un rango de  $0.01 < D(y) < 0.30$ .

**Seguridad de Vida:** Después de uno o varios evento sísmicos la estructura ha sufrido daños y su capacidad se ha degradado hasta el punto que su capacidad de disipación de energía es mínimo. Los daños requieren de reparaciones mayores y costosas que impiden su uso. Con un intervalo entre  $0.30 < D(y) < 0.60$

**Prevención de Colapso:** La estructura ha sufrido daños y su capacidad se ha degradado hasta el punto que su capacidad de disipación de energía es mínimo o nulo. Los daños requieren de reparaciones excesivas o imprácticas. El uso de esta estructura es un riesgo. Con un intervalo de  $0.60 < D(y) < 1.00$ .

Estos estados límites se encuentran definidos también en el apartado 7.6 de este trabajo, en función del el Índice de Degradación de la Rigidez Secante, y su correlacionan con la Aceleración Espectral y el índice de confiabilidad  $S$  de Cornell (con forme a la Figura 7.20) para cada uno de los tres edificios como se muestra en las *Tablas 7.7, 7.8 y 7.9*.

**Criterio de Diseño:** Haciendo uso de lo anterior, se propuso un criterio para la evaluación de los estados límite en función de la confiabilidad mediante las *ecuaciones 7.6, 7.7, 7.8 y 7.9*. Mediante estas ecuaciones y la metodología que se desarrolló en esta tesis, se puede evaluar una estructura y compararla contra los estados límite preestablecidos según el criterio de diseño propuesto.

## IX. REFERENCIAS

1. Alamilla, J. L. 2001. Reliability-based seismic design criteria for frame systems. PhD Thesis, Graduate School of Engineering, National University of Mexico.
2. Alamilla, J. L. & Esteva, L. 2006. Seismic reliability functions for multistory frame and wall-frame systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35: 1899-1924.
3. Applied Technology Council. 2009. The Effects of Strength and Stiffness Degradation on Seismic Response, FEMA P440A. FEMA, Washington, D.C.
4. Bazan, E. y Meli, R. (2008), *Diseño Sísmico de Edificios*, Ed. Limusa México D.F.
5. Building Seismic Safety Council. 2003. NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, FEMA 450. Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.
6. Building Seismic Safety Council. 2000. NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, FEMA 368 and 369. FEMA, Washington, D.C.
7. Causevic, M. and Mitrovic, S. 2011. Comparison between non-linear dynamic and static seismic analysis of structures according to European and US provisions. *Bull Earthquake Eng* 9:467–489.
8. Chandrasekaran, S., Nunziante, L., Serino, G., Carannante, F. 2011. Curvature Ductility of RC Sections Based on Eurocode: Analytical Procedure. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 15(1):131-144

9. Chandrasekaran, S., Roy, A. 2006. Seismic Evaluation of Multi-Storey RC Frame Using Modal Pushover Analysis. *Nonlinear Dynamics* 43: 329–342
10. Chopra, A. K. and Goel, R. K. 2002, A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 31: 561–582.
11. Cornell C.A., Jalayer F., Hamburger RO, Foutch DA. 2002, The Probabilistic Basis for the 2000 SAC/FEMA Steel Moment Frame Guidelines, accepted for publication, *Journal of Structural Engineering*, ACSE; april 2002; 128 No 4.
12. Cornell, C. A. 1969. A probability based structural code. *Journal of the American Concrete Institute* 66 (12).
13. Departamento del Distrito Federal. 2004, Normas técnicas complementarias para diseño por sismo, *Gaceta Oficial del D.F.*
14. Departamento del Distrito Federal. 2004, Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto, *Gaceta oficial del D.F.*
15. Departamento del Distrito Federal. 2004, Normas técnicas complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones, *Gaceta oficial del D.F.*
16. Díaz-López, O., Ismael-Hernández, E. & Esteva, L. 2008. About efficient algorithms for the determination of seismic reliability functions of multistory buildings. *Proc. International Federation for Information Processing (IFIP) 14th WG7.5 Working Conference*, Toluca, Mexico.

17. Díaz-López, O. & Esteva, L. 2006. Seismic reliability analysis of complex nonlinear systems, using secant-stiffness-reduction indicators. Proc. 1 European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Geneva, Switzerland.
18. Díaz, O., Esteva, L. Y García, F., 1997, Funciones de daño acumulado por sismos en marcos de edificios (primera parte). Informe de investigación elaborado para CONACYT, Ref. No 1114 PA, No. 6553, Instituto de Ingeniería UNAM, septiembre.
19. Dolsek, M. & Fajfar, P. 2004. IN2 – A simple alternative to IDA. Proc. 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada: Paper 3353.
20. Esteva, L. & Ismael, E. 2003. A maximum likelihood approach to system reliability with respect to seismic collapse. Proc. International Federation for Information Processing, WG7.5 Working Conference, Banff, Canada
21. Esteva, L. & Díaz-López, O. 2006. Seismic reliability functions for complex systems based on a secant-stiffness reduction index. Proc. International Federation or Information Processing (IFIP)13th WG7.5 Working Conference, Kobe, Japan.
22. Fengxia, W. and Jinping O. 2007, Pushover analysis procedure for systems considering SSI effects based on capacity spectrum method, Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Volume 6, Number 3, 269-279
23. Federal Emergency Management Agency. 2000. Recommended Seismic Design Criteria for New Steel Moment-Frame Buildings, FEMA 350. Prepared for FEMA by the SAC Joint Venture. Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.

24. Federal Emergency Management Agency, 2005, Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures, FEMA 440 Report, prepared by the Applied Technology Council for the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
25. Fishmán, S., G., 1996, “Monte Carlo, concepts, Algorithms y Applications”, Springer.
26. **Granados R., Proyect SC (2004)**, Comunicación personal.
27. Han, S. W., Moon, K.-H. and Chopra, A. K. 2010, Application of MPA to estimate probability of collapse of structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 39: 1259–1278. doi: 10.1002/eqe.992
28. Huang, C.H., Tuan, Y. A., and Hsu, R. Y. 2006. Nonlinear pushover analysis of infilled concrete frames. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. Vol. 5 No. 2.
29. Huang, K. and Kuang, J. S. 2010, On the applicability of pushover analysis for seismic evaluation of medium- and high-rise buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 19: 573–588.
30. Jalayer, F., and Cornell, A. 2002. A technical framework for probability-based demand and capacity factor (DCFD) seismic formats. RMS Technical Rep. No. 43 to the PEER Center, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Stanford Univ., Stanford, California, USA.

31. Jianmeng, M., Changhai, Z., Lili, X. 2008. An improved modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands of structure. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. Vol 7 No. 1 .
32. Krawinkler, H. and Seneviratna, G. D. P. K.. 1998. Pros and cons analysis of a pushover analysis of seismic performance evaluation. *Engineering Structures*, Vol. 20, Nos 4-6, pp. 452-464.
33. Lawson, R. S., Vance, V. and Krawinkler, H. 1994. 'Nonlinear static pushover analysis - why, when and how?', *Proc. 5th US Conf. Earthq. Engng*, Vol. 1, Chicago, IL, pp 283-292.
34. Lemaire, M. 2009 *Structural Reliability*. Ed. Wiley.
35. McGuire, R. K. 2008, Probabilistic seismic hazard analysis: Early history. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 37: 329–338. doi: 10.1002/eqe.765
36. Meli, R. y Bazan, E. 1999. *Diseño Sísmico de Edificios*. Ed. Limusa Mex.
37. Meli, R. y Mendoza, C., J., 1991 *Reglas de verificación de calidad del concreto*, *Revista de Ingeniería LXI*, México.
38. Meli, R., 1976. Bases para los criterios de diseño estructural del proyecto del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, publicación del Instituto de Ingeniería. UNAM, No. 375, junio.
39. Miranda, E. and Bertero, V. V . 1994, 'Evaluation Of strength reduction factors for earthquake-resistant design', *Earthq. Spectra*, EERI

40. Miranda, E. Seismic evaluation and upgrading of existing buildings, Ph.D. dissertation, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, CA, 1999.
41. Mirza, S., A y McGregor, J., 1979<sup>a</sup>, “Variations in dimensión of reinforced concrete members”, ASCE Journal of the Structural División, Vol. 105, No ST4., abril.
42. Mirza, S., A y McGregor, J., 1979b. Variability of mechanical propieties of reinforced bars, ASCE Journal of the Structural División, Vol. 105, No ST5., mayo.
43. Nilsson, A., Darwin, A., Dolan, C. 2009. Design of Concrete Structures (14th edition), McGraw-Hill.
44. **Park R, Priestley MJN Gill WD., (1984)**, Ductility of square confined concrete columns. Journal of Structural Division (ASCE); 108(4):929–950.
45. **Peir, J. y Cornell C. A., (1973)**, Spatial and Temporal Variability of Live Loads, *J. of the Structural Division*, ACSE; 5, 903-922.
46. Powell, G. H., 1973 “Drain-2D user’s gide”, Earthquake Engineering research center, University of California, Berkeley.
47. **Ruiz, S. E. y Soriano, A., (1997)**, Design Live Loads for Office Buildings in Mexico and the United States, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 123 (6), 816-822, junio.
48. S. Chandrasekaran and Anubhab Roy. 2006, Seismic Evaluation of Multi-Storey RC Frame Using Modal Pushover Analysis Nonlinear Dynamics, Volume 43, Number 4, 329-342

49. Vamvatsikos, D. & Cornell, C. A. 2002. Incremental dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 31 (3): 491-514.
50. Villanueva, J., M. Y Meli R., 1984. Análisis estadístico de propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México. Instituto de Ingeniería. UNAM, Informe interno, septiembre.

Si en algún momento faltó alguna referencia o cita, pido una disculpa de antemano, nunca ha sido mi intención atribuirme el trabajo de alguien.