



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias  
Línea Terminal en Hidráulica

INVARIANCIA AL ESCALADO DE LOS PATRONES MORFOLÓGICOS DE  
EROSIÓN: CASO DE CÁRCAVAS

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

**Presenta:**

Ing. Genaro Castro Armendariz

**Dirigido por:**

Dra. Klaudia Oleschko Lutkova

SINODALES

Dra. Klaudia Oleschko Lutkova  
Presidente

Dr Eusebio Jr. Ventura Ramos  
Secretario

Dr. Miguel Angel Dominguez C.  
Vocal

Dr. Jose Luis Hernandez S.  
Suplente

Dr. Alejandro Castañeda M.  
Suplente

**Dr. Gilberto Herrera Ruiz**  
Director de la Facultad

\_\_\_\_\_  
Firma  
  
\_\_\_\_\_  
Firma  
  
\_\_\_\_\_  
Firma  
  
\_\_\_\_\_  
Firma  
  
\_\_\_\_\_  
Firma  


**Dr. Luis G. Hernández Sandoval**  
Director de Investigación y  
Postgrado

Centro Universitario  
Querétaro, Qro. Febrero de 2007  
México

## RESUMEN

La erosión hídrica consiste en el desprendimiento, transporte y deposición de partículas de suelo en áreas en surcos y entre a lo largo de la pendiente del terreno. El carácter multiescalar del proceso erosivo es una de las principales causas de la aleatoriedad correlacionada típica para este fenómeno, así como de la variación en el espacio y en el tiempo del patrón morfológico de las superficies erosionadas. Desde el inicio del evento de lluvia, la rugosidad natural de la superficie afectada sufre cambios que se estabilizan al cesar el escurrimiento superficial. En el presente estudio, se aplica una caja de herramientas analíticas que forman base de la metrología fractal para el análisis cuantitativo multiescalar de los diversos patrones morfológicos de la erosión hídrica que se forman en las zonas de cárcavas y cuyo principal rasgo es la invariancia al escalado. Para el análisis fractal comparativo de los patrones morfológicos de superficie se seleccionaron nueve descriptores fractales que se aplican al análisis de las superficies derivadas de la erosión a lo largo de un transecto de referencia. La hipótesis básica del presente estudio es que existe una universalidad en la morfología y los principales atributos de los procesos erosivos que actúan a diferentes niveles de la organización estructural del sistema. Con base en la suposición de que los rasgos de la superficie erosionada presentan invariancia al escalado o autosimilitud, se realizó la clasificación de los patrones morfológicos arriba especificados a partir de las imágenes digitales multiescalares tomadas *in situ*. La invariancia al escalado de los atributos básicos de los patrones morfológicos de la erosión de la superficie del suelo se documentó en términos estadísticos utilizando la matriz de correlación de Person.

*Palabras clave: erosión hídrica, erosión en cárcavas, análisis fractal, descriptores fractales, patrones morfológicos, invariancia al escalado.*

## SUMMARY

Water erosion consists of the detachment, transport and deposition of soil particles in rill and interrill areas along a hillslope. Multiscalarity of the erosive process is one of the main causes of typically correlated randomness in this phenomenon, as well as space and time variation of the morphological patterns in eroded surfaces. Desde el inicio del evento de precipitación, la rugosidad natural de la superficie afectada sufre cambios que se estabilizan al cesar el escurrimiento superficial. From the initiation of rainfall event, natural roughness of affected surfaces suffers changes until it becomes stable once surface runoff ceases. In this study, a box of analytical tools, which form the foundations of fractal metrology for quantitative multiscaling analysis of different water erosion morphological patterns formed in gully areas, and whose main feature is the scale invariance, was applied. Nine fractal descriptors, applied to the analysis of surfaces derived from erosion along a reference transect, were selected for the comparative fractal analysis of surface morphological patterns. Basic hypothesis of this study is that there exists an universality in the morphology and main attributes of erosion processes acting at different structural organization levels of the system. Under the assumption that eroded surface features show scale invariance or auto-affinity, classification of the above specified morphological patterns from multiscale digital images taken *in situ*, was performed. Scale invariance of morphological pattern basic attributes in eroded soil surfaces was documented in statistical terms using Pearson correlation matrix.

*Key words: water erosion, gully erosion, fractal analysis, fractal descriptors, morphological patterns, scale invariance.*

## DEDICATORIA

A Dios por darme día a día fe y salud para concluir mis estudios.

A mis padres Fernando Castro Rangel y Guadalupe Armendáriz por brindarme todas las facilidades de irme a estudiar nuevamente, por su cariño y confianza.

A mi hermano Isaias por el tiempo que me ayuda con las actividades de la casa, por su amistad y cariño.

A boby por ser siempre mi compañero fiel desde antes de venirme a vivir a Queretaro.

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Saul Castillo Aguilar, por su incubación de la idea de realizar una maestría, siendo mi asesor de tesis en la Universidad Veracruzana.

Al Dr. Eusebio Ventura Ramos, por su apoyo, confianza y amistad durante mi estancia en la Universidad Autónoma de Querétaro.

Al Dr. Alejandro Castañeda Miranda, por siempre creer en mi y brindarme su amistad, por las clases y asesorías en el CIDESI.

A la Dra Claudia Oleschko por sus grandes enseñanzas, paciencia la cual fue la base de este trabajo de tesis.

Al CONACYT por los medios brindados para cursar un postgrado en la UAQ.

Al Lic. Carlos Juarez asesor de la Secretario de Desarrollo Institucional de la UNAM por el apoyo brindado por la beca del Banco Santander y ECOES.

A mis compañeros de postgrado en ingeniería: Sergio Zamora, Nilo, Mute, Angel, Nani, Juan, Lupita, Felipe, Felipin, Omar, Edgar, Rebe, Soledad, Veliz, Zenaida, Jose Luis.

A mi estimado y distinguido compañero y amigo de clases Miguel Angel Contreras(†).

A todas aquellas personas que de una manera u otra me brindaron apoyo en mi estancia fuera de casa.

A Dios por ponerme en tu camino.

# CONTENIDO

<b>Resumen</b>	i
<b>Abstract</b>	ii
<b>Dedicatorias</b>	iii
<b>Agradecimientos</b>	iv
<b>Índice general</b>	v
<b>Índice de tablas</b>	ix
<b>Índice de figuras</b>	x
<b>I. INTRODUCCIÓN.</b>	1
<b>II. REVISION DE LITERATURA</b>	8
2.1 Erosión hídrica	8
2.2 Procesos de erosión hídrica.	9
2.2.1. Erosión por salpicado	9
2.2.2. Erosión Laminar	10
2.2.3. La erosión en surcos y entre surcos	11
2.2.4. Erosión en cárcavas	12
2.3 Conceptualización del proceso de movimiento de partículas del suelo por el agua	12
2.4. La Capa superficial del suelo	16
2.4.1 Microrelieve de la capa superficial del suelo	18
2.4.1.1. Definición de microrelieve	18
2.4.1.2. Métodos para estimar el microrelieve	19
2.4.2 Índices de rugosidad	22
2.4.3 Efecto de la escala	27
2.5 Relación del escurrimiento superficial y erosión hídrica con el microrelieve.	29
2.6 Geometría fractal como herramienta para caracterizar la superficie del suelo.	32
2.6.1 La dimensión fractal relacionada con el manejo de suelo	33
2.6.2 Dimensión fractal de la rugosidad	34

2.6.3 Generación de superficies usando fractales	35
2.6.7 Análisis de imágenes	36
<b>III. OBJETIVOS E HIPÓTESIS</b>	40
3.1. Objetivo General	40
3.1.1. Objetivos Específicos	40
3.2. Hipótesis General	40
<b>IV. MATERIALES Y MÉTODOS</b>	41
4.1 Área del estudio.	41
4.1.2 Localización del transecto en estudio.	42
4.1.3 Características físicas	43
4.1.4 Aspectos Socioeconómicos	44
4.2 Localización y tipos de erosión en la microcuenca.	44
4.3 Diagnostico de la erosión hídrica en la microcuenca	45
4.4 Toma de imágenes del transecto en estudio	47
4.5 Análisis fractal	48
4.5.1 Programas del análisis fractal diseñado por Parrot (1996-2004).	48
4.5.1.1 Hlisto_gene	48
4.5.1.2 Frequ_hist	49
4.5.1.3 Binar3	49
4.5.1.4 Bromov8a	50
4.5.1.5 Lac_grid	52
4.5.2 Programas de referencia.	53
4.5.2.1 Paquete de computo comercial BENOIT 1.3	53
4.5.2.1.1 Dimensión de caja	54
4.5.2.1.2 Análisis del rango re-escalado (R/S)	55
4.5.3 Continuidad	56
4.5.4 Tortuosidad	57
4.5.5 Análisis estadístico	58

<b>V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>59</b>
5.1 Imágenes analizadas	62
5.1.1 Patrón morfológico Tortuga	63
5.1.2 Patrón morfológico Ramificación	63
5.1.3 Patrón morfológico Panaloide	64
5.1.4 Patrón morfológico Pasos de dinosaurio	65
5.1.5 Patrón morfológico Coral	65
5.2 Descriptores fractales	66
5.2.1 Dimensión fractal de masa ( $D_m$ )	67
5.2.1.1 Invariancia al escalado del patrón morfológico de erosión por cárcavas según la dimensión fractal de masa ( $D_m$ )	68
5.2.1.2 Dimensión de masa fractal de valles ( $D_{mv}$ )	68
5.2.1.3 Dimensión de masa fractal de crestas ( $D_{mc}$ )	70
5.2.2 Dimensión fractal de caja ( $D_b$ )	73
5.2.2.1 Invariancia al escalado del patrón morfológico de erosión por cárcavas según la dimensión fractal de caja ( $D_b$ )	73
5.2.3 Rugosidad global de las imágenes de superficies erosionadas: Firmagrama	75
5.2.3.1 Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión en una zona de cárcavas según la rugosidad global de imágenes (H de firmagramas)	76
5.2.4 Rugosidad local de las imágenes de superficies erosionadas: Líneas de referencia (LR)	78
5.2.4.1 Invariancia al escalado del patrón de erosión por	78

Cárcavas según la rugosidad local ( $H_{LR}$ )	
5.2.5 Dimensión espectral ( $\bar{d}$ )	81
5.2.5.1 Invariancia al escalado de la Dimensión espectral ( $\bar{d}$ )	82
5.2.6 Continuidad del patrón de valles ( $\bar{d}_v/D_{mv}$ ) y crestas ( $\bar{d}_c/D_{mc}$ ) de los patrones de erosión.	84
5.2.6.1 Invariancia al escalado de la continuidad ( $\bar{d}/D_m$ ) de las redes de valles y crestas de superficies erosionadas	85
5.2.7 Tortuosidad ( $\theta$ )	87
5.2.7.1 Invariancia al escalado de Tortuosidad ( $\theta$ )	87
5.2.8 Exponente de Hurst ( $H_{R/S}$ )	89
5.2.8.1 Invariancia al escalado con el exponente de Hurst ( $H_{pdf}$ ) para los patrones morfológicos estudiados	89
5.2.9 Lagunaridad ( $\Lambda$ )	91
5.2.9.1 Invariancia al escalado de la Lagunaridad ( $\Lambda$ ) de los patrones morfológicos de erosión.	92
<b>VI. CONCLUSIONES</b>	<b>95</b>
<b>VII. LITERATURA CITADA</b>	<b>97</b>

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>		<b>Pág.</b>
1	Clasificación de los usos del suelo, Muñoz(2006).	45
2	Zonas erosionadas en la microcuenca de San Pedro	46

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Pág.</b>
1	Conceptualización de una ladera y la interacción del efecto de pendiente, zonas de la ladera, condiciones hidrológicas y procesos erosivos (Meyer y Wischmeier, 1969, C. Huang et al., 2001)	13
2	Localización de la microcuenca "San Pedro" en el estado de Querétaro.	41
3	Localización de la zona afectada por las cárcavas, perteneciente a la microcuenca San Pedro, Huimilpan.	42
4	Transecto seleccionado como de referencia para el estudio aguas abajo de la zona de cárcava	43
5	Localización de áreas afectadas por los distintos tipos de erosión hídrica en la microcuenca "San Pedro"	46
6	La representación grafica del transecto estudiado, donde se especifica la posición de las zonas (A, B y C) que se correlaciona con los procesos diferentes, que constituyen el fenómeno de erosión hídrica en una zona representativa de cárcavas.	60
7	Patrones morfológicos encontrados en el transecto estudiado, dentro de la zona de cárcavas de la microcuenca "San Pedro" Huimilpan, Qro.	61
8	Dispersión de los datos de Dmv extraída a partir de todas las imágenes analizadas, independientemente de su posición sobre el transecto de referencia	69
9	Correlación de los promedio de Dmv de los patrones morfológicos de erosión del transecto en estudio, extraídos a partir de las imágenes digitales tomadas in situ a nivel de superficie	70
10	Dispersión de los datos de Dmc (Cresta) para todas las imágenes analizadas.	71
11	Tendencia de la dinámica de los promedios de Dmc de los patrones morfológicos de erosión en función de su posición sobre el transecto de referencia estudiado.	72
12	Dispersión de los datos de dimensión fractal de caja para	74

todas las imágenes analizadas. Se observó una mínima dispersión de la zona A del transecto, con mayor dispersión de valores extraídos a partir de las imágenes del tipo pasos de dinosaurio, y ramificación, que ocupan la zona de sedimentación.

13	Tendencia del cambio de los valores promedio de Db en los patrones de erosión sobre el transecto en estudio. Obsérvese la afinidad de datos del grupo localizado en la zona A y B y su diferencia con los de la zona C.	75
14	Dispersión de datos de dimensión de caja en función de la rugosidad global de las imágenes de los patrones morfológicos de erosión en una zona de cárcavas.	76
15	Invariancia al escalado ( $R^2 = 0.67$ ) de los promedios de Db extraída de los firmagramas de las imágenes de patrones de erosión del transecto de referencia en estudio.	77
16	Invariancia de los promedios de Hurts para rugosidades locales para patrones de erosión	79
17	Dinámica de los promedios del exponente de Hurst de rugosidades locales a lo largo de la parte superior del transecto de los patrones Dinosaurio, Ramificación y Panaloide. Se observa la tendencia al aumento de la rugosidad desde la zona A en dirección hacia la zona B ( $R^2 = 0.73$ ).	80
18	Dinámica de los promedios del exponente de Hurst para rugosidades locales para los patrones Panaloide, Dinosaurio y Coral. Se observa una tendencia contraria a la Figura 17, de disminuir la rugosidad de la zona B en dirección a la zona C, en donde existe un transporte y depositación del suelo erosionado ( $R^2 = 0.90$ ).	80
19	Cambio de la dimensión espectral de los patrones morfológicos estudiados (fase valle $\bar{d}_s$ ) en función de la posición sobre el transecto estudiado	83
20	Cambio de dimensión espectral $\bar{d}_p$ de las crestas en función de la posición de la superficie sobre el transecto estudiado.	84
21	Imagen original del patrón morfológico denominado "Panaloide" (a), y los mapas de medida correspondiente a la fase valle (b), y cresta (c), generados estos últimos por el programa BROMOV8a	85

22	Dispersión de los datos de la continuidad de los valles $\bar{d}_v / D_{mv}$ para cada patrón morfológico estudiado sobre el transecto de referencia	86
23	Invariancia al escalado de la continuidad del patrón de crestas en la zona A-B (a) y B-C (b) medidas en términos de la relación $\bar{d}_c / D_{mc}$	87
24	Variación de la tortuosidad de los patrones morfológicos estudiados de la zona A-B(a) y B-C (b) para $\theta_v$ y $\theta_c$ , respectivamente.	88
25	Dispersión de datos del exponente de Hurst (H_pdf) sobre el transecto de referencia en la zona de cárcavas estudiada.	90
26	Variación de la H_pdf de los patrones morfológicos de la zona A-B(a) y B-C (b).	91
27	Dispersión de los valores de la Lagunaridad para los cinco patrones morfológicos comparados	93
28	Invariancia al escalado con respecto al descriptor fractal Lagunaridad en los promedios de las morfologías estudiadas.	94

# INVARIANCIA AL ESCALADO DE LOS PATRONES MORFOLÓGICOS DE EROSIÓN: CASO DE CÁRCAVAS.

## 1. INTRODUCCIÓN

La erosión hídrica es variable en espacio y dinámica en el tiempo (Kirkby, 2001), por lo cual puede ser modelada como un proceso complejo con los rasgos de la criticalidad auto-organizada (Bak, 1996, 2006). A nivel físico, el proceso implica el desprendimiento, transporte y deposición de partículas de suelo a lo largo de la pendiente del terreno en áreas entre y dentro de surcos y cárcavas. Los resultados finales de la erosión dependen del tipo de suelo afectado por ser este, a su vez, un sistema complejo y heterogéneo cuyas propiedades físicas, químicas y biológicas, están en función de la distribución del tamaño y forma de las partículas (Whiting *et al*, 2006), de su arreglo mutuo en el espacio común Euclidiano lo cual origina la capacidad amortiguadora del suelo, propiedad de naturaleza integral típica para los sistemas complejos. Desde el inicio del evento de precipitación, la configuración natural de la superficie del terreno sufre cambios que se estabilizan al cesar el escurrimiento superficial (Poesen y Yong Li, 2005), dando como resultado una morfología típica para cada área afectada.

La interacción entre la precipitación y la rugosidad superficial de suelos, escurrimiento y los parámetros característicos de la erosión hídrica ocurre a diferentes escalas de espacio y tiempo (Kirkby, 2001), abarcando toda la microtopografía del terreno cuya dinámica tiene un

papel importante en la modelación y pronóstico de los escurrimientos a futuro.

Desde el punto de vista metodológico, es difícil cuantificar la irregularidad de los cambios morfológicos producidos por la erosión que ocurren en la capa superficial del suelo. Las técnicas convencionales de medición, tales como los rugosímetros de agujas y cadenas, tienen una precisión baja para crear los perfiles multiescalares representativos de la superficie del suelo erosionado (Hinojosa, 2001), sin llegar a representar el patrón de variación de la rugosidad en el tiempo y espacio (Vázquez, 2006). Para describir esta última, se han empleado estadísticos comunes como la desviación estándar, la cual estima la rugosidad de la capa superficial del suelo a partir de la información generada por los métodos anteriormente especificados.

Con el propósito de disminuir los errores comunes de medición del proceso erosivo inherentes a los métodos convencionales, se ha propuesto usar de manera alternativa las herramientas de análisis más avanzadas tales como la Geoestadística y la Geometría Fractal (Myers, 2005). La Geometría Fractal se dirige al estudio de la invariancia al escalado de la rugosidad de fenómenos y objetos complejos e irregulares, cuyo rasgo distintivo es la alta rugosidad u multiescalaridad de la morfología (Mandelbrot, 2002). Los fractales son objetos naturales o señales o series del tiempo, generados por los fenómenos o conjuntos de procesos de naturaleza aleatoria (o estocástica) pero con cierto

grado de correlación en el espacio o en el tiempo (González y Guerrero, 2001). Una forma fácil de estimar el grado de esta aleatoriedad que caracteriza los procesos fractales, es mediante el exponente de Hurst (H), el cual se extrae de las imágenes en formato digital tomadas a partir de los sistemas de interés o de las series de tiempo que representan las mediciones de los diversos atributos los mismos.

Los parámetros fractales se han utilizado con éxito para medir la invariancia al escalado y traslado de los sistemas complejos con un comportamiento no lineal (Mandelbrot, 1967, 1983, 1999, 2002). En la Ciencia del Suelo, la Geometría Fractal ha sido empleada con distintos propósitos, ampliamente discutidos por Korvin (1992, 2002), Anderson et al. (1998), Baveye and Boast (1998), Crawford et al. (1999), Pachepskiy (2002) and Oleschko et al. (2004; 2005). Se ha demostrado que la dimensión fractal es un parámetro especialmente útil para caracterizar la rugosidad de las curvas de conductividad y retención del agua, (Ahl y Niemeyer, 1989; Tyler y Wheatcraft, 1989; Rieu y Sposito, 1999; Bird et al., 1996; Perfect et al., 1996; Comegna et al., 1998; Niemeyer y Machulla, 1999), cuantificar el patrón del flujo de agua a partir de la métrica del espacio poroso (Baveye et al. 1998; Hatano y Booltink, 1998; Ogawa et al., 1999), así como para describir y clasificar la estructura del suelo refiriéndola a los subsistemas solidó-poro, alimentando con los parámetros fractales los numerosos modelos teóricos no lineales (Rieu y

Sposito, 1991; Crawford, 1994; Crawford et al., 1995; Perrier et al., 1995, 1999). Estos últimos se han aplicado para describir la conectividad y tortuosidad de los sistemas de poros, las redes aleatorias que se forman entre los diversos componentes del medio poroso (Bird y Dexter, 1997), así como para simular los procesos de agregación y fragmentación de estos últimos (Perfect y Kay, 1991), y medir las diferencias en la rugosidad entre las diversas partículas de suelo (Celis et al., 1996).

A pesar de amplias perspectivas arriba especificadas, todavía no existen trabajos que usen la técnicas fractales para el análisis detallado de la topografía y la rugosidad multiescalar de superficies derivadas de la erosión hídrica en cárcavas a partir de sus imágenes en formato digital tomadas a escala macro y mega. Como ya se mencionó, según la definición reciente de la Geometría Fractal (Mandelbrot, 2002), esta se visualiza como una ciencia cuyo objetivo principal es analizar la invariancia al escalado de la rugosidad de los fenómenos naturales, entre los cuales se incluye la formación de cárcavas cuyo patrón se deriva de la combinación entre los diversos atributos del suelo, pendiente del terreno y precipitación pluvial.

La erosión hídrica se considera como una de las causas principales de la pérdida de la capa superficial del suelo. Sin embargo, existen otros aspectos degradativos que se derivan de la interacción entre el agua y el suelo, y que se ven reflejados en el incremento de la

rugosidad superficial. Al hacer el agua contacto con un suelo se producen las diversas reacciones químicas que causan la dispersión de arcillas (Norton *et. al.*, 2003), y posteriormente su transporte y depositación por efecto de la gravedad a lo largo de la pendiente, la cual influye de manera definitiva sobre los patrones morfológicos característicos de la erosión hídrica.

Como ya se especifico arriba la erosión del suelo es un fenómeno complejo que implica los procesos de disgregación, el transporte de las partículas del suelo y depositación en una ladera. La magnitud e importancia relativa de estos procesos depende de varios de factores, tales como el clima, el suelo, la topografía, las prácticas de cultivo, así como del control y el tamaño de la zona considerada (Römken *et. al.*, 2001).

Las formas de erosión contrastantes con características dinámicas están en función de la distribución de los eventos de lluvia por intensidad, pendiente del terreno, flujos subsuperficiales y presénciales generadas en el suelo, así como las rugosidades superficiales (Bissonais *et. al.*, 2005). La gran complejidad de los campos de fuerzas geomecánicas, estructurales y electroquímicas que se desarrolla en el suelo, así como las condiciones iniciales y de límite inciertas de las ecuaciones de hidrodinámica, conducen a una necesidad de ubicar los estudios en el espacio y tiempo específicos, relacionando los fenómenos de erosión con las características específicas de cada suelo de interés (Sidorchuk, 2005).

Dadas las consideraciones anteriores, es factible reconocer que el estudio del proceso de la erosión en cárcavas se vera enriquecido una vez introducidas al análisis las técnicas no convencionales de descripción morfológica multiescalar de alta precisión y con un claro sentido físico, como lo son aquellas diseñadas por la Geometría Fractal. Una de las formas más precisas para realizar el análisis fractal de los patrones morfológicos de la erosión hídrica, es mediante la definición de las leyes de potencia que relaciona entre sí sus atributos básicos y las escalas de observación. Una de las maneras más viables para hacerlo es a partir de las imágenes digitales multiescalares (Velásquez, 2006). Las leyes de potencia que hasta la fecha se han establecido a partir del estudio de la variación de los rasgos multiescalares del sistema sobre las imágenes, muestran una alta presión, lo cual comprueba que son herramientas eficientes y precisas para este análisis, útiles para integrar los diversos atributos de los patrones morfológicos y estadísticos de los sistemas complejos, dentro de unas relaciones simples pero con una significancia física (Mizoue and Masutani, 2003).

En el presente trabajo de investigación, se compara la efectividad de los siguientes descriptores fractales con el objeto de extraer las relaciones de invariancia al escalado a partir de la distribución de tonos de gris sobre las imágenes digitales multiescalares: la dimensión fractal de masa ( $D_m$ ); la dimensión de caja ( $D_b$ ); la

rugosidad global (firmagramas) y local (líneas de referencia) de la imagen; la lagunaridad ( $\Lambda$ ); la continuidad ( $\bar{d}/D_m$ ); y tortuosidad( $\theta$ ) de crestas y valles; el exponente de Hurst ( $H_{R/S}$ ). Con este propósito se selecciono un conjunto de parámetros fractales que se denominan descriptores, calibrando las técnicas de extracción y medición, útiles para documentar y medir en términos estadísticos la invariancia al escalado de los distintos patrones morfológicos de erosión encontrados a lo largo de un transecto de referencia ubicado en una zona de cárcavas.

La hipótesis básica de la presente investigación es que con base en un conjunto de parámetros fractales (descriptores), es factible documentar la invariancia al escalado de los patrones de erosión en una zona de cárcavas. Esta hipótesis, a su vez, fortalece sobre una alta correlación entre las características morfológicas de las superficies erosionadas, y la rugosidad de las series de tiempo formadas a partir de datos de precipitación y escurrimiento, derivándose esta similitud de la naturaleza compleja y a invariancia al escalado del fenómeno erosivo.

La presente investigación forma parte de una serie de estudios de caso, dirigidos a la calibración de la Informática Fractal de Imágenes (Oleschko *et al.*, 2004), basada en un conjunto de técnicas analíticas diseñadas para el análisis fractal de los sistemas naturales a partir de sus imágenes multiescalares.

## II REVISION DE LITERATURA

### 2.1. Erosión hídrica

La erosión del suelo se refiere al proceso de la remoción del material superficial por la acción de viento o del agua (Kirkby, 1984). La erosión hídrica se define como el proceso de remoción, transporte y depositación de partículas de suelo por los tres efectos erosivos como son las gotas de lluvia y el escurrimiento superficial (Nearing et al., 1994). La superficie de la tierra en general es afectada por procesos exógenos y endógenos: los primeros tienden a nivelar, mientras que los segundos tratan de acentuar un nuevo relieve. Estos procesos operan en direcciones opuestas y, por tanto, la superficie terrestre actual es un producto de cambios muy lentos que se hacen notables solo en periodos largos de tiempo. Sin embargo, los agentes erosivos rompen con el cuasi-equilibrio mencionado llegando a las modificaciones severas de la superficie afectada en los cortos periodos del tiempo.

Durante las últimas décadas, ha habido un progreso notorio en el desarrollo de las herramientas matemáticas para el modelado de la erosión y el transporte de los sedimentos, con una tendencia hacia a lo físico y a nuevas descripciones de procesos (de Roo et al., 1989; Young et al., 1989; Desmet and Govers, 1995; Mitsova et al., 1996; Renschler et al., 1999; Jetten et al., 2003). La mayor parte de los modelos actuales basados en procesos de la erosión pueden ser divididos en tres grupos: escala de cuenca; escala de la captación y modelos complejos del paisaje (Merrit et al., 2003).

Hasta la fecha el proceso erosivo se ha tratado de explicar y medir a partir de los modelos empíricos como la Ecuación Universal de Pérdida de Suelo (USLE) que es un ejemplo clásico del modelo determinístico-parámtrico diseñado para medir la erosión nivel anual a partir de la agresividad de la lluvia y la resistencia del suelo a ser

erosionado y que puede ser modificado mediante la topografía del terreno y las prácticas y manejo del suelo y vegetación (Wischmeier y Smith, 1978). Sin embargo, el modelo generado solo estima la erosión anual del suelo basado en su susceptibilidad a erosionarse y el manejo, al cual esta sometido, pero no toma en cuenta la remoción, transporte y depositación de las partículas de suelo por los agentes causantes. En áreas agrícolas éste modelo tiende a sobreestimar las predicciones de las pérdidas de suelo en aproximadamente 10 veces (Arias y Figueroa, 1992).

En lo que se refiere específicamente a la erosionabilidad del suelo, en la USLE ésta se correlaciona con las propiedades del suelo tales como: textura; contenido de materia orgánica; estructura y permeabilidad; y se define como un parámetro constante del suelo y que puede ser modificado en el tiempo con el manejo (Wischmeier *et al.*, 1971).

## **2.2 Procesos de erosión hídrica**

### **2.2.1. Erosión por salpicado**

El salpicado de suelo se origina cuando las gotas de lluvia caen directamente sobre las partículas de suelo o superficies de agua muy delgadas, dispersando enormes cantidades de suelo debido a la energía cinética de impacto. En suelos a nivel, la dispersión llega ser mas o menos uniforme en todas las direcciones, pero en un terreno con pendiente pronunciada se genera un transporte que se dirige hacia aguas abajo del terreno (Muñoz, 2006).

Si durante el proceso señalado ocurre flujo superficial, las partículas removidas son incorporadas al flujo y transportadas aguas abajo antes de ser depositadas de nuevo sobre la superficie. Los flujos someros causan turbulencias, proporcionando una mayor capacidad a

la corriente que favorecen el acarreo de sedimentos aguas abajo (Robles, 2003). La relación entre erosión, energía e impulso de la lluvia se derive de la masa de las gotas del lluvia, su tamaño, forma velocidad y dirección. El impacto de la gota de lluvia deteriora la estructura del suelo. La erosión por salpicado es responsable también de la formación de las costras superficiales, así como sellamiento cuya presencia se vuelve notoria en suelos con estructura poco estable (Valentin *et al.*, 1985)

### **2.2.2. Erosión Laminar**

Ribera (2003) menciona que la erosión laminar remueve uniformemente los suelos en estratos delgados, como consecuencia del flujo superficial laminar que ocurre sobre el terreno. Los estudios actuales dirigidos al análisis de los mecanismos de la erosión, en los que se han utilizado técnicas fotométricas de exposición prolongada y de alta velocidad, indican que la forma idealizada de erosión laminar se confirma rara vez. El impacto de las gotas de lluvia, combinado con el flujo superficial, forma redes de los riachuelos microscópicos iniciales que van creciendo con el tiempo, llegando a ocupar los macroespacios.

Desde el punto de vista energético, la erosión por gotas de lluvia es muy importante, ya que estas tienen velocidades de impacto entre 6 y 9 m/seg, mientras que las velocidades de flujo superficial son mucho menores (aproximadamente de 0.3 a 0.6 m/seg). Las gotas de lluvia provocan el desprendimiento de las partículas de suelo y al formar el sedimento, llenan los poros de la capa superficial, reduciendo así la tasa de infiltración. La fuerza abrasiva y de arrastre de la corriente laminar esta en función de la profundidad y velocidad de escurrimiento para una partícula o agregado de suelo de tamaño, forma y densidad específicos (Young y Wersma, 1973).

### 2.2.3. Erosión en surcos y entre surcos

La erosión hídrica en las áreas de ladera se presenta de dos maneras: la erosión entre surcos y la erosión en surcos o canalillos. Meyer *et al.*, (1975) señalan que la erosión entre surcos se debe al impacto de las gotas de lluvia sobre la remoción y transporte de las partículas de suelos y a la capacidad del flujo para transportar las partículas removidas. Este tipo de erosión es que mejor puede ser estimado a nivel anual por la USLE. La erosión en surcos se presenta con la concentración del exceso de agua o flujo laminar en pequeños canales y tiene una capacidad importante para remover y transportar las partículas de suelo. La erosión entre surcos es, esencialmente, independiente de la erosión en surcos, aunque la erosión en los surcos sí depende de la entrada de sedimento a partir de las áreas erosionadas entre surcos. Cabe subrayar que a pesar de las diferencias señaladas, en cada tipo de erosión se presentan los procesos de desprendimiento, transporte y la deposición de partículas de suelo por la lluvia y los escurrimientos.

El desprendimiento ocurre cuando la fuerza erosiva del impacto de la gota de lluvia o el flujo de agua supera la resistencia del suelo a la erosión, por lo cual las partículas del suelo son removidas (Saavedra, 2005).

El transporte de partículas removidas del suelo se debe a la energía que genera el impacto de la gota de lluvia (proceso de salpicado) y/ o por el flujo que se desplaza sobre la superficie del terreno. Si el influjo del sedimento es menor que la capacidad de transporte de flujo en los canalillos, y si las fuerzas erosivas de la lluvia y del flujo exceden la resistencia del suelo al desprendimiento, es probable que ocurra la erosión.

La deposición ocurre cuando la carga del sedimento de un tipo de partículas excede la capacidad de su transporte por el flujo correspondiente (Saavedra, 2005).

#### **2.2.4. Erosión en cárcavas**

La erosión que origina cárcavas u hondonadas es una etapa avanzada de la erosión en surcos, del mismo modo que ésta, es una etapa posterior a la erosión laminar. El grado de erosión depende fundamentalmente de las características del área de aportación o de drenaje, del suelo, del alineamiento, el tamaño, la forma de la zanja y del declive del canal. (Casalí *et al.*, 2006)

### **2.3 Conceptualización del proceso de movimiento de partículas del suelo por el agua**

La importancia de los procesos fundamentales de la erosión hídrica esta en función de la etapa en la cual los procesos están ocurriendo (en surcos o entre surcos) y de los magnitudes de las variables que los controlan.

Bajo este planteamiento, los conceptos mencionados son de gran utilidad desde el punto de vista matemático y su aplicabilidad a los modelos de simulación. Sin embargo, al plantear una división entre las etapas de erosión que ocurren sobre una superficie se llega a algo arbitrario ya que en realidad los procesos que se llevan a cabo en las dos etapas pueden ocurrir de manera simultánea e interactiva.

Para conceptualizar el proceso de erosión hídrica es necesario considerar la remoción de partículas de suelo como una función de la energía de las gotas de lluvia o del flujo concentrado. El transporte de sedimentos se efectúe a través de un mecanismo de salpicado, en función de la capacidad de transporte del flujo sobre la superficie del

suelo o bien mediante el movimiento de las partículas con el escurrimiento a lo largo de los pequeños canalillos (Nearing *et al.*, 2001)

El proceso erosivo que considera la remoción y transporte de las partículas del suelo por la lluvia y el escurrimiento en zonas de laderas se muestra en la Figura 1. En este esquema se observa que la lluvia y el escurrimiento superficial tienen la capacidad para remover o desprender, así como para transportar las partículas del suelo. Desde el punto de vista clásico, la mecánica de la erosión hídrica está dada por los siguientes procesos: a) la remoción de las partículas de suelo por el impacto de las gotas de lluvia, b) el transporte de partículas por la lluvia, c) la remoción de las partículas del suelo por el escurrimiento superficial y d) el transporte de partículas por el escurrimiento superficial (Meyer y Wischmeier, 1969).

La remoción de partícula por la lluvia es función de su intensidad y del escurrimiento. La remoción por escurrimiento, a su vez, depende de la resistencia al desprendimiento y del esfuerzo crítico cortante. La capacidad de transporte está en función de la pendiente del terreno, de la intensidad de la lluvia y del flujo de agua superficial (C. Huang *et al.*, 2001).

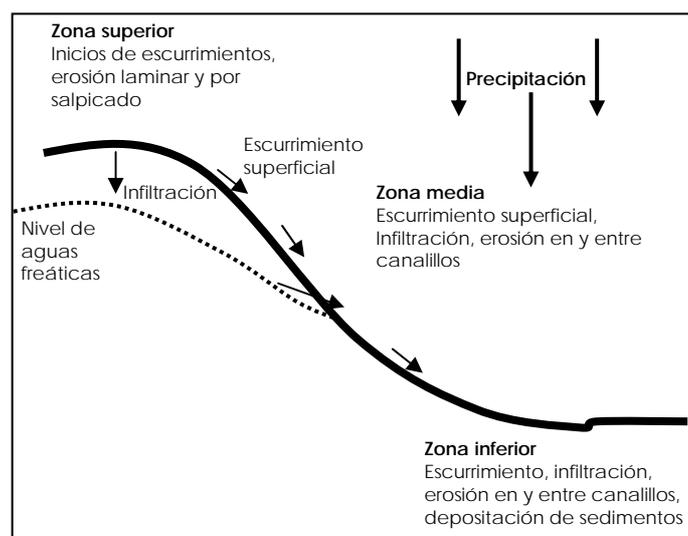


Figura 1.- Conceptualización de una ladera y la interacción del efecto de pendiente, zonas de la ladera, condiciones hidrológicas y procesos erosivos (Meyer y Wischmeier, 1969, C. Huang *et al.*, 2001)

Cada uno de los procesos erosivos dependen de parámetros que definen la resistencia o susceptibilidad de las partículas del suelo al ser estas removidas y transportadas por la lluvia o el escurrimiento según sea el caso y que pueden ser estimados utilizando modelos paramétricos por lo cual es necesario, la estimación y calibración de los mismos.

La estimación de los parámetros que indican la susceptibilidad del suelo a la erosión se vuelve más compleja cuando se consideran los cambios de las características del suelo como producto del manejo y por el impacto de la misma lluvia y el escurrimiento, cuyo efecto se imprime a la capa superficial después de cada evento.

Foster *et al.*, (1977) desarrollaron un modelo de erosión basado en la ecuación de continuidad para transporte de sedimentos considerando la erosión en y entre los surcos.

El diferencial del movimiento de los sedimentos en una ladera se explica como la suma de la erosión en surcos y entre estos y se expresa como:

$$\frac{dG}{dx} = Dr + Di$$

donde:

$x$  = distancia pendiente abajo ( L )

$G$  = carga de sedimento ( M / L / T )

$Dr$  = tasa de erosión en canalillos ( M / L<sup>2</sup> / T )

$Di$  = tasa de erosión entre canalillos ( M / L<sup>2</sup> / T ).

La estimación de erosión en y entre canales se define por los modelos matemáticos que incluyen la susceptibilidad del suelo a la erosión entre surcos ( $D_i$ ) y en surcos  $Dr$  (Foster *et al.*, (1977):

$$D_i = K_i I (b_s + c)$$

$$Dr = A_s (t - t_c)^a$$

donde:

$K_i$  = Susceptibilidad del suelo a la erosión entre surcos

$A_s$  = Susceptibilidad del suelo a la erosión en surcos

$I$  = Intensidad de la lluvia

$S$  = Pendiente del terreno

$t$  = Esfuerzo cortante

$t_c$  = Esfuerzo cortante crítico

$b, c$  y  $a$  son coeficientes

Resalta que la estimación de la erosión en surcos y entre surcos depende entre otras cosas, de la susceptibilidad de los suelos a la remoción por lluvia. En el caso de la erosión entre surcos y de la susceptibilidad del suelo a erosionarse, estos factores deben ser estimadas en campo y después ser correlacionados con las características básicas de suelos. Sin embargo, la susceptibilidad de suelos a ser erosionado es difícil de medir y requiere de técnicas invasivas para su cuantificación.

El modelo WEPP (Water Erosion Prediction Model) de predicción de la erosión considera la rugosidad del terreno para ajustar las tasas de erosión en surcos y entre surcos. Por ejemplo, la tasa de transporte de sedimentos en áreas entre canalillos es ajustada considerando la rugosidad de la superficie del suelo como una función de la rugosidad aleatoria. En el caso del parámetro de erosionabilidad acanalada, el esfuerzo crítico cortante del flujo ( $t_c$ ) también es explicado por la

rugosidad aleatoria. En el caso de parámetro del esfuerzo crítico cortante del flujo, la rugosidad aleatoria actúa, desde el punto de vista hidráulico, como un elemento de resistencia al flujo (Govers et al., 2000).

Consecuentemente, la estimación de la erosión del suelo ya sea en o entre surcos es importante para determinar la susceptibilidad del suelo ha ser erosionado por la acción directa del agua (lluvia y/o escurrimiento). La susceptibilidad o resistencia de un suelo a la erosión depende de varios factores y su comportamiento ante el agente erosivo es variable en tiempo y espacio, mientras que la rugosidad del suelo superficial debe ser considerada durante la estimación, tomando en cuenta su variación espacio-temporal.

#### **2.4. La Capa superficial del suelo**

La capa superficial del suelo esta constituida por la matriz sólido y poro que están en contacto directo con la atmósfera. Muchos procesos físicos que ocurren en el suelo, como el intercambio de gases entre este medio poroso y su entorno, así como la generación de escurrimiento, la actividad microbiana, el proceso de infiltración, el desprendimiento y transporte de partículas entre otros, dependen de las condiciones de la capa superficial del suelo (Zeleeke *et al.*, 2004). Una de esas características se refiere a la morfología o topografía de la superficie, que se caracteriza cuali o cuantitativamente por su microrelieve, el cual esta constituido por los relieves de todos los elementos que constituyen la superficie. La morfología de la superficie depende del uso del suelo y de la naturaleza de los elementos que sobre ella se encuentren (residuos vegetales, terrones, pedregosidad, *etc.*).

En áreas agrícolas la geometría de la superficie varía en función de la prácticas de manejo que se realizan para preparar el terreno para la siembra (barbecho, rastreo y surcado). En suelos agrícolas, los

sistemas de labranza convencionales (laboreo reconocido como excesivo energéticamente) dejan la superficie con una mínima rugosidad aparente en comparación con la misma generada por el paso de rastra o un arado de cincel (Idowu *et al.*, 2001).

En áreas de pastizal el manejo tiene un impacto directo sobre la rugosidad de la superficie del suelo, o sea sobre el tipo de su microrelieve. La configuración del microrelieve de un sitio depende de su ubicación dentro de la toposecuencia de la superficie. El pisoteo del ganado en áreas entre arbustos al compactar el suelo reduce su rugosidad; por el contrario, la acumulación del mantillo orgánico sobre la superficie bajo los arbustos incrementa la rugosidad el microrelieve (Eckert *et al.*, 1986). Por otro lado, se encontró que en parcelas pastoreadas, en las cuales el estrato arbustivo fue removido, la micro-rugosidad de la superficie se redujo significativamente respecto a la rugosidad de parcelas sin pastoreo o pastoreadas, pero con arbustos (Nash *et al.*, 2004). El ganado también puede reducir la rugosidad de suelos agrícolas cuando son pastoreados sobre los residuos de cosechas dejados sobre los terrenos o parcelas (Clark *et al.*, 2004).

En términos de la calidad, la morfología de la superficie del suelo debe asegurar una estructura que favorece el cumplimiento de este sistema complejo con todas sus funciones físicas, químicas y biológicas de acuerdo al uso o manejo que se le de (Dexter, 2004). Por ende, la degradación física del suelo puede ser definida como la pérdida de la calidad de la estructura del mismo, observada desde la morfología de superficie, así como en el perfil, mas que nada en la capa de arado (piso de arado).

La degradación de la capa superficial del suelo puede perjudicar tanto la agricultura, al limitar el almacenamiento de agua en el suelo, como al ambiente, a través de la inducción de inundaciones o

incremento de la contaminación del agua superficial (Bresson et al., 2001).

## **2.4.1 Microrelieve de la capa superficial del suelo**

### **2.4.1.1. Definición de microrelieve**

El microrelieve es una medida de la variación de la elevación de los puntos de la superficie a través del espacio; es decir es una medida de variación en la elevación de la superficie. Los componentes que determinan el microrelieve son las de fracciones de arena, agregados y/o elementos vegetales y las irregularidades microtopográficas de la superficie como terrones y/o marcas de los implementos (López-Sabater et al., 2002). La rugosidad superficial del suelo puede ser vista como la sucesión del micro y macrorelieves en el espacio Euclidiano común; los cuales son el resultado de una organización caótica de partículas y agregados sobre la superficie del suelo (Pardini y Gallart, 1998). Romkens y Wang (1986) propusieron una clasificación de la rugosidad basada en su magnitud o la variación en función de los implementos utilizados para la preparación del terreno. La clasificación se hizo en base en la variación en: tamaño de las partículas individuales de suelo, de los microagregados o agregados; cambios en la superficie por la presencia de los terrones; elevación del terreno debida al uso de los implementos agrícolas, así como la que corresponde a las variaciones de la elevación a una escala de parcela, cuenca o paisaje.

Una característica básica para poder tipificar los microrelieves es la rugosidad multiescalar, que puede ser parametrizada y medido como el grado de dentado, representando la rugosidad en forma de un perfil que corresponde a la superficie del suelo. Evidentemente, la rugosidad superficial influye directa o indirectamente sobre el intercambio de energía, agua y aire entre la superficie del suelo y su entorno; así como sobre el transporte de partículas de suelo sobre la superficie (Linden y

Van Doren, 1986).

De hecho, la rugosidad de la superficie del suelo juega un papel importante casi en todos los procesos físicos del suelo como el albedo (Matthias *et al.*, 2000), retención superficial de humedad y remoción del exceso de agua de lluvia (Kamphorst *et al.*, 2000). La rugosidad superficial también determina el área del suelo que queda expuesta directamente a la atmósfera definiendo el intercambio o absorción de gases (Hillel, 1998).

#### **2.4.1.2. Métodos para estimar el microrelieve**

Los métodos de medición del microrelieve superficial del suelo han evolucionado, desde los (rugosímetros de agujas, cadenas, etc.) hasta los métodos sofisticados (escáner, visión estereoscópica). Los investigadores eligen la técnica mas adecuada en función de la tecnología disponible.

##### **a) Métodos directos**

El microrelieve superficial es una variable que tradicionalmente ha sido estimada de manera mecánica y directa *in situ*. Existen varios procedimientos de campo para medirla. Con el tiempo, se observa la tendencia de mejorar la precisión de estos procedimientos, así como la exactitud de los valores obtenidos. Sin embargo, frecuentemente la capa superficial del suelo no se encuentra en las condiciones óptimas para poder extraer la información valida estadísticamente sobre su rugosidad multiescalar.

**Rugosímetro de agujas** .- El muestreador mas conocido para estimar el microrelieve de la superficie del suelo directamente en el campo es el

rugosímetro de agujas. El muestreador consiste de un bastidor y un fondo graduado a escala (mm o cm), el cual se referencia a una línea de nivel de valor cero, depositando el bastidor sobre una superficie totalmente plana. Al posesionar el bastidor sobre una superficie de topografía irregular, la parte superior de las agujas se adapta a la topografía de la superficie del suelo y la lectura de su posición con respecto al nivel de referencia puede ser tanto positiva, como negativa.

La principal desventaja de este método es su difícil manejo en los terrenos muy húmedos o totalmente sueltos, donde las agujas se enteran al suelo, proporcionando los valores totalmente erróneas de elevación o depresión del terreno.

**Método de la cadena.** Este método consiste en colocar sobre la superficie del suelo una cadena (Saleh, 1993) y medir el grado de reducción de su longitud. Existen opiniones que cuestionan esta técnica, señalando que ésta sujeta a aspectos relacionados con la indefinición de la escala: es decir, si se utiliza una cadena muy fina el valor de la rugosidad que se obtiene será igual para una superficie con muchos elementos pequeños de rugosidad que para una superficies con un pequeño número de los elementos de rugosidad (Skidmore, 1997). Sin embargo, se han realizado estudios de comparación de los datos de la micro-topografía del suelo obtenida por el método de la cadena con los datos obtenidos con un scanner láser, llegando a una buena correlación entre los índices de rugosidad estimados por ambos métodos (Merrill *et al.*, 1999; Velásquez, 2006).

## **b) Métodos indirectos**

Los métodos indirectos que se utilizan para medir la rugosidad de la superficie se basan en el análisis de longitudes de ondas reflejadas o dispersas por la superficie o análisis de las imágenes. En ambos casos, uno de los factores más importantes que influyen en la señal después de su interacción con la superficie es precisamente la rugosidad de la misma.

**El método de digitalización de imágenes del muestreador de agujas** consiste en digitalizar fotografías TSPPM (7.6 x 12.7 cm) con la información obtenida en campo por el muestreador. Posteriormente con técnicas de análisis se localiza el punto superior de cada aguja y se determina la elevación de la misma. El programa tiene la facilidad para determinar las unidades de la elevación de la aguja. La desviación estándar de la posición de cada aguja fue dividida para determinar un valor de repetitividad de 0.7 mm. Posibles desventajas de este método considere en que los valores de repetitividad varían de acuerdo con el operador, resolución del escáner, calidad de contraste y tamaño de la foto TSPPM (Skidmore *et al.*, 1994).

**Sistema óptico-láser** está basado en un equipo portátil. El sistema utiliza un rayo láser de bajo poder como una fuente de luz y una cámara simple con un ordenador de foto electrones como el detector. La emisión de rayos láser se realizó directamente sobre la superficie. La imagen de la intercepción de puntos es enfocada por encima de un ordenador de fotoelectrones usando un sistema de lentes. El eje óptico de los lentes es inclinado en un pequeño ángulo hacia la primera emisión de rayos láser (Darboux *et al.*, 2001). Al existir un cambio de elevación en el perfil de la superficie del suelo la posición de la imagen se mueve automáticamente sobre el ordenador de electrones. El movimiento total del ordenador de electrones es una función del cambio de elevación de los puntos de la superficie. La resolución del perfil topográfico de la superficie puede ser con intervalos de cada 10

mm de elevación y 10 mm de distancia. Las ventajas comparativas de este método consiste en poder seleccionar las escalas de longitud, rangos de elevación y resolución. El método no presenta el efecto de histéresis, el sistema tiene una rápida respuesta (1000 Hz), alta resolución (0.2 % del rango de elevación seleccionada) y permite intercambiar los lentes con diferente longitud del enfoque (Huang *et al.*, 2001)

#### 2.4.2. Índices de rugosidad

Se ha intentado expresar el microrelieve del suelo de manera cuantitativa utilizando los coeficientes ó índices de rugosidad de la superficie. Estos coeficientes generalmente se refieren a la resistencia de la superficie al flujo (Govers *et al.*, 2000) y los índices son parámetros que caracterizan o tienden a medir el grado de rugosidad de la superficie (Vidal y Paz, 2003).

En el caso de la superficie del suelo los índices de rugosidad son buenos estimadores de su microrelieve. Para el cálculo de estos índices se recomienda corregir la información microtopográfica, eliminando los efectos de la pendiente y en muchas ocasiones el efecto del laboreo (Vidal y Paz, 2003).

El índice de rugosidad más común es tal llamada la rugosidad aleatoria (RR) cuya medición consiste en obtener la desviación estándar de las elevaciones (s) o alturas de los puntos sobre una superficie (Allmaras *et al.*, 1966 citados por Hairsine *et al.*, 1992 y Pardini y Gallart, 1998), lo cual se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

donde:

$x_i$  se refiere a las unidades de medición de longitud (cm ó mm) por arriba o debajo del nivel de referencia,

$n$  es el numero de observaciones y

$\bar{x}$  es la media de los valores observados.

Sin embargo, RR describe solamente el componente vertical de la rugosidad (Vidal y Paz, 2003) y su limitante mayor es la falta de la descripción física de la superficie del suelo o terreno (Linden y Van Doren, 1986).

Otro índice (adimensional) que ha sido utilizado para medir la rugosidad superficial se calcula multiplicando el logaritmo natural de la desviación estándar promedio de los valores obtenidos de las elevaciones sobre la superficie del suelo por 100 (Navarro *et al.*, 2000).

Entre los índices de rugosidad importantes se encuentran algunos de naturaleza fractal. Realmente la medición de la rugosidad multiescalar del perfil de la superficie del suelo se ha vuelto un problema clásico de la geometría fractal. La longitud de la medición del perfil depende de la resolución de la medición. Si la rugosidad superficial medida es independiente de la escala dentro de un rango de escalas, entonces, la longitud (L) se expresa como una función del intervalo de la medida se ajusto a la ley de Richardson (1961), expresándose vía la siguiente ecuación:

$$L \propto MG^{(1-D)}$$

Donde:

L es la medida del perfil,

M es una constante de proporcionalidad,

G es el intervalo de la medida y

D es la dimensión fractal.

De esta manera se expresa la dependencia entre L y la resolución de la medición, llegando a una ley de potencia en términos de G. La dimensión fractal caracteriza la irregularidad del perfil, un incremento en el valor de la dimensión y por ende su disminución, significa que el perfil se hace cada vez mas irregular o rugoso.

Otros métodos para medir la dimensión fractal y líneas de intersección fueron propuestos por Burrough (1983, 1989) citado por Kamphorst *et al.*, 2000. Las ecuaciones utilizadas por ellos para estimar la dimensión fractal son:

$$\log (g) = 2 H \log (h) + 1$$

donde g = semivarianza, h= lag o distancia entre los puntos a comparar , H y 1 es el parámetro de regresión.

Para una superficie, el parámetro H se relacionado con la dimensión fractal mediante la siguiente ecuación:

$$D= 2 - H$$

Este tipo de índices han sido desarrollados a partir de la varianza y su uso asume de manera implícita que existe una auto-similaridad en el perfil extraído a partir del relieve de la superficie del suelo, abarcando un rango de escalas. El comportamiento fractal se vuelve evidente solamente dentro de un cierto rango de escalas, hasta que el semivariograma alcanza su umbral (Huang y Bradford, 1992 y Kamphorst *et al.*, 2000). Sin embargo, se ha reportado que la superficie del suelo tiene un comportamiento pseudo-fractal (Burrough, 1983, citado por Kamphorst *et al.*, 2000) dentro de un amplio rango de escalas.

En el año 1957, Kuipers presentó un primer índice de rugosidad ( $R_k$ ) basado en la desviación estándar del total de las lecturas de las elevaciones del terreno. Este índice se presenta matemáticamente de la siguiente manera:

$$R_k = 100 \log (s)$$

Posteriormente, se han introducido los nuevos parámetros que miden la rugosidad a partir, por ejemplo, la elevación y la escala horizontal o dependencia espacial de la rugosidad. Para un transecto este parámetro se vuelve un descriptor de la rugosidad ( $R$ ) de la superficie ( $A$ ):

$$R = A \times F$$

donde:

$A$  es un índice de rugosidad (mm) o el área por unidad de longitud entre el contorno de la superficie medida y la línea de regresión de mínimos cuadrados que se ajusta a todas las elevaciones medidas sobre el transecto y  $F$  es un factor de frecuencia umbral o pico ( $\text{mm}^{-1}$ ) o número máximo de elevaciones por unidad de longitud del transecto (Romkens y Wang, 1986).

En el caso de utilizar el método de la cadena para estimar la rugosidad, el índice de rugosidad ( $CR$ ) se determina de la siguiente manera:

$$CR = 100 (1 - L2 / L1),$$

donde:

L1 es la longitud de la cadena y

L2 es la distancia horizontal de la cadena colocada sobre la superficie del suelo (Saleh, 1993)

Por otro lado, Morgan *et al.*, (1993) utilizando el mismo método, propusieron la siguiente ecuación para el cálculo de otro índice de rugosidad:

$$R = X - Y / X * 100,$$

donde:

Y es la distancia en línea recta entre los puntos sobre la superficie del suelo (m), y X es la distancia actual entre los puntos medidos sobre todas las irregularidades del micro-relieve (m).

Se ha demostrado estadísticamente que los valores de la rugosidad aleatoria sin una transformación estadística (logarítmica, potencial, *etc.*) son mas sensibles a los cambios y que la mayoría de las alturas del microrelieve del suelo tiene una distribución normal. (Currence y Lovely, citados por Kamphorst *et al.*, 2000).

Actualmente algunos índices que describen la rugosidad de la superficie del suelo (rugosidad aleatoria, desviación estándar y tortuosidad) se han visto bajo el enfoque fractal, encontrando que al utilizar las técnicas de escalado se llega de una manera adecuada a caracterizar la rugosidad superficial del suelo en áreas pequeñas (Pardini, 1998 y Eltz, 2002).

#### **2.4.3.-Efecto de la escala sobre la rugosidad**

La rugosidad del perfil del suelo depende de la longitud del transecto medido y del metro utilizado para la medición, o de la escala de observación (Pardini y Gallart, 1998). Todas las superficies tienen una determinada rugosidad cuya expresión llega al máximo a una cierta escala, característica por lo cual la mayoría de las superficies de la naturaleza son visiblemente rugosas a una escala dada. Aunque algunos elementos del paisaje pueden cambiar con la escala espacial, los estudios fractales documentan la presencia de la invariancia al escalar de los rasgos del patrón de rugosidad en la mayoría de los casos estudiados hasta la fecha.

Sin embargo, Leduc et al., (1994) mostraron que la estimación de parámetros fractales del dosel de áreas forestales puede ser influenciada por el tamaño de la unidad de muestreo utilizado para cuantificarlo, lo cual hace suponer que el mismo hecho del efecto de tamaño de área analizada podría presentarse al medir la rugosidad superficial.

Los elementos que determinan el microrelieve de la capa superficial del suelo varían de acuerdo al nivel jerárquico del patrón estructural del suelo o la escala. Al hacer interpolaciones entre los puntos de superficie del suelo considerando el grado de su rugosidad es importante analizar estadísticamente los puntos muestreados para ver si los datos tienen variación dentro de los diferentes rangos de escalas y qué tan importante es el efecto de la escala sobre el fenómeno estudiado (Burrough, 1981).

Un índice de rugosidad obtenido por los métodos estadísticos convencionales como la rugosidad aleatoria, tienen la limitante de no tener alguna referencia a una escala espacial específica (Huang y Bradford, 1992). Para resolver el problema anterior, se han propuesto índices de rugosidad de la superficie que incluyen el componente de

escala como los índices basados en la dimensión fractal y en la línea de intersección (Linden y Van Doren, 1986; citados por Vidal y Paz, 2003). Este último índice es un buen descriptor del tamaño de las unidades que forma la estructura de la superficie del suelo e inclusive es un componente complementario de la caracterización del microrelieve de la superficie vía las técnicas fractales.

Según los numerosos estudios recientes, las propiedades básicas del suelo presentan un comportamiento fractal muy claro debido a que al incrementar la escala del mapeo, o sea aumentando el nivel de detalle, se mantiene la misma distancia fractal (Ribeiro *at al.*, 2002) Comparando las diferentes escalas espaciales, la variabilidad del suelo presenta siempre mayor irregularidad en comparación con otras variables ambientales como el paisaje, las redes fluviales, los sedimentos geológicos o datos climatológicos (Vidal y González, 2003).

Comúnmente las variables ambientales tienen valores de la dimensión (D) menores a 1.5; mientras que las series de tiempo formada a partir de las propiedades del suelo casi siempre tienen una D superior a 1.5. Esto implica que para el suelo los incrementos observados a lo largo de las series muestreadas son correlacionados negativamente entre sí, los incrementos positivos mayores tienden a ser seguidos por incrementos negativos grandes dando origen a la variación de corto alcance. La causa de los valores altos de la dimensión pueden ser justificados por la presencia reportada e importancia de variaciones de corto alcance en el suelo, tales como el intemperismo, acción biológica, microrelieve, erosión y deposición (Burrough, 1983).

## **2.5. Relación entre el escurrimiento superficial, la erosión hídrica y el microrelieve**

La rugosidad superficial del suelo ha sido ampliamente relacionada con los procesos hidrológicos y en primer lugar con la erosión. La investigación sobre la rugosidad superficial es importante el punto de vista hidráulico ya que a mayor rugosidad se documenta una mayor resistencia al flujo de agua sobre la superficie del suelo (Sidorchik, 2005).

Al modificar el microrelieve, la lluvia reduce la rugosidad superficial (Mwendera y Feyen, 1994 y Kamphorst *et al.*, 2000). Sin embargo, al transcurrir el tiempo, las partículas de suelo cambian de lugar y son transportadas, depositadas y reacomodadas, lo cual finalmente produce una compactación que reduce el espacio poroso y sella la superficie del suelo (Slattery y Brayn, 1992).

Las tasas de infiltración, así como el tirante y velocidad del escurrimiento varían en espacio y tiempo dependiendo de la configuración del microrelieve (López-Sabater *et al.*, 2002). Las características del proceso de infiltración de una superficie laboreada y otra rugosa pueden variar significativamente en función de la cantidad de agua de lluvia y/o su intensidad (Govers *et al.*, 2000). A nivel experimental, se ha encontrado que la rugosidad aleatoria y el espacio poroso en la matriz del suelo derivados del por tratamiento de labranza fueron la causa de la mayor parte de la variación del proceso de infiltración. Por otro lado, también se ha reportado que la rugosidad de la superficie del suelo causada por los terrones incrementó la infiltración y redujo las pérdidas de suelo (Burwell y Larson, 1969 y Johnson *et al.*, 1979). Al existir variación en el perfil de la superficie del suelo relacionada con la presencia de terrones, éstos últimos llegan a representar un obstáculo para el movimiento del agua sobre la superficie y simultáneamente ocasionan el aumento de concentración del flujo sobre la superficie del suelo y las posibilidades de que la infiltración del agua en este sea mayor.

Existen evidencias de que la infiltración del suelo depende fuertemente de su rugosidad superficial, especialmente en las fases iniciales del proceso de encostramiento (Govers *et al.*, 2000). Sin embargo, el sellamiento de la capa superficial del suelo, reduce su rugosidad como resultado de la tormenta, ocasionando un menor volumen de agua almacenado en las pequeñas depresiones que se forman sobre la superficie (Le Bissonais en 1996).

Una vez que se genera el escurrimiento superficial, éste se presenta como una lámina delgada de agua sobre la superficie del suelo, la cual se aparta y converge alrededor de las elevaciones del microrelieve (piedras, terrones y/o vegetación), dando origen a una morfología característica de la superficie erosionada.

Con respecto a su relación con el microrelieve, se ha reportado que los regímenes de infiltración y el escurrimiento dependen del impacto que tiene la lluvia sobre la superficie del suelo (Dimanche y Hoogmoed, 2002). Al aplicar una lluvia simulada con una intensidad de  $12.7 \text{ cm h}^{-1}$  la rugosidad superficial disminuye significativamente en todos los tratamientos de labranza, excepto las parcelas sin laboreo (Burwell y Larson, 1969).

Por otro lado, al evaluar varias condiciones de rugosidad superficial, se encontró una disminución del escurrimiento superficial en un 77% respecto a los valores encontrados sobre las superficies lisas (Johnson *et al.*, 1979). En el Andosol se reportó que la lluvia y el escurrimiento superficial ocasionaron una pérdida de rugosidad en parcelas de labranza mínima debido a la pérdida de estructura del suelo por el paso de rastra; lo cual incrementó la lámina escurrida en 5.8% con respecto a la registrada en la parcela con labranza convencional (86.9 mm), (Velásquez *et al.*, 1997, 2006).

En áreas forestales, el incremento de la concentración del mantillo sobre la superficie del suelo ocasiona un aumento en la rugosidad de la capa superficial del suelo y consecuentemente una disminución en la velocidad del flujo superficial (Youmin y Junhua, 2002).

En lo que se refiere al proceso de erosión, una de las maneras de controlarlo desde el principio es a través del incremento de la rugosidad del suelo lo cual se alcanza mediante las prácticas de labranza.

Al inicio de la tormenta, la intensidad de la lluvia determina la remoción y movimiento de las partículas del suelo (Meyer y Wischmeier, 1969 y Frauenfeld y Truman, 2004), por lo cual la configuración del microrelieve de su superficie empieza a cambiar desde el momento que caen las primeras gotas de lluvia.

Al comparar las diferentes prácticas de manejo del suelo, se encontró que la rugosidad de la superficie ocasionada por el paso del arado, redujo las pérdidas de suelo en un 50% respecto a las ocurridas en el mismo después de un paso de rastra (Idowu *et al.*, 2001). Evidentemente, la práctica del surcado modifica aun más el microrelieve del suelo y lo mantiene más rugoso, reduciendo así la erosión por el agua de lluvia (Johnson *et al.*, 1979 y Navarro *et al.*, 2000).

Las practicas agrícolas que contemplan la conservación de los residuos sobre la superficie, son efectiva para reducir la pérdida de sedimentos en comparación con la rugosidad por sí sola. Desafortunadamente, la rugosidad de la superficie del suelo disminuye con el tiempo; sin embargo, ésta puede permanecer por un periodo de tiempo mas prolongado sí se dejan los residuos de cultivo sobre la superficie del terreno. Con una combinación de los tratamientos de manejo, como se señaló anteriormente, se puede reducir las pérdidas

de suelo hasta un 85%, en comparación con las ocurridas en un suelo con la superficie rastreada (Idowu *et al.*, 2001).

## **2.6. Geometría fractal como una caja de herramientas para caracterizar la rugosidad superficies del suelo**

Muchos de los conceptos básicos de la geometría clásica propuestos por Euclides (300 años A.C.) han sufrido pocas modificaciones desde entonces. Sin embargo, los estudios recientes han demostrado que la naturaleza sobrepasa o trasciende las perspectivas de la geometría clásica o Euclidiana.

La geometría fractal ha surgido como una alternativa para resolver los problemas de representación de la rugosidad multiescalar de diversa índole y cada vez esta teniendo más aplicaciones en todos los campos del conocimiento (González y Guerrero, 2001).

Las bases de la geometría fractal se han diseñado para medir y explicar la complejidad de los sistemas y fenómenos naturales. El tema filosófico central de la geometría fractal es la universalidad de las formas y procesos naturales conocida como autosimilitud o escalado, o invariancia al escalado. El grupo de los objetos que mantienen la similitud de apariencia morfológica o estadística de sus atributos durante el escalamiento independiente de la dirección se llama autosimilares mientras que si éste se hace diferente en al menos una dirección, los conjuntos se definen como auto-afines (Turner *et al.*, 1998 y González y Guerrero, 2001).

El suelo como un medio poroso se caracteriza por una máxima heterogeneidad e irregularidad, la cual se hace evidente desde el inicio de su formación; por lo que la descripción de los procesos complejos que en el se presentan utilizando la geometría euclidiana se vuelve

difícil y poco precisa. Desde un punto de vista estructural jerárquico la descripción cuantitativa del suelo se vuelve mas precisa al aplicar el enfoque fractal (Anderson *et al.*, 1996, Anderson et al., 2000 y Oleschko *et al.*, 2002). Por ende, la Geometría Fractal representa una posibilidad real de describir de una manera cuantitativa exacta y precisa las propiedades, características y/o procesos que ocurren sobre y dentro de la matriz del suelo a diferentes escalas.

Así, la aplicación de la geometría fractal al análisis de los problemas de ciencia del suelo en la actualidad se visualiza como muy amplia (Pachepsky, 1995); Las recopilaciones de estudios realizados hasta la fecha sobre el uso de la geometría fractal para caracterizar algunas propiedades y/o procesos edáficos, han resultado interesantes y visualizando un sin numero de nuevas tareas a futuro.

### **2.6.1. La dimensión fractal relacionada con el manejo de suelo**

De acuerdo con lo reportado en la literatura, existe un impacto directo de algunas prácticas agronómicas, como por ejemplo, la fertilización en suelos bajo labranza convencional (arado y rastreo) y labranza cero, sobre la dimensión fractal de la masa del suelo. Los principales efectos se observan en suelos sin laboreo en los cuales el valor de la dimensión disminuye con el incremento de la dosis de nitrógeno aplicado y el contenido de carbono en el suelo (Muñoz Villalobos, 2006).

Desde un punto de vista físico, de igual manera se encuentra una asociación entre la dimensión fractal de la masa y la curva característica de humedad. A valores bajos de la dimensión fractal la curvatura es más pronunciada lo cual se correlaciona con un drenaje capilar más rápido (Perfect *et al.*, 2004).

En suelos bajo la labranza de conservación se encontró una mayor capacidad de retención del agua con respecto a la labranza tradicional, atribuyéndose este efecto al impacto del manejo sobre la distribución de poros del suelo por tamaño. Al relacionar los contenidos de humedad del suelo, su permitividad y la dimensión fractal ( $D_{R/S}$ ) se encontraron las correcciones lineales negativos para los dos tipos de labranza. Bajo labranza de conservación la variabilidad del contenido de humedad y la permitividad explicaron entre 86 y 87% de la variabilidad en la dimensión fractal, mientras que para labranza tradicional las mismas variables explicaron la variabilidad de  $D_{R/S}$  sólo en 60 - 62% (Osuna, 2005). Si existen diferencias entre las dimensiones fractales de los sistemas de labranza de conservación y tradicional atribuidas a los cambios de las propiedades físicas, es lógico suponer que tiene que existir un impacto diferente de los sistemas de labranza contrastantes sobre la respuesta hidrológica y de erosión del suelo de interés.

### **2.6.2. Dimensión fractal de la rugosidad**

Las técnicas del análisis fractal parten del supuesto que los objetos naturales tienen un comportamiento auto-similar o auto-afín que se refleja en sus patrones estructurales. De las imágenes digitales de los objetos fractales es factible extraer información útil para su caracterización en términos cuantitativos. Esta información, generalmente esta relacionada con la rugosidad superficial (Ewe *et al.*, 1997). En 1960 Fry Richardson presento por primera vez las gráficas log-log de la longitud de varias costas contra el tamaño de la regla usada para su medición. Las rectas obtenidas presentan diferente valor de la pendiente en función de la naturaleza de la costa y ésta representa la rugosidad como una característica intrínseca de la irregularidad las costas (Naumis, 2002).

De este modo queda evidenciado que la teoría fractal puede ser utilizada para cuantificar la rugosidad de una gran variedad de fenómenos que ocurren en la naturaleza, incluyendo la rugosidad de la capa superficial del suelo. Los procesos que determinan la rugosidad superficial del suelo también pueden ser medidos via la dimensión fractal. Oleschko *et al.* (1996) señalan que la dimensión fractal de la capa superficial del suelo tiene que estar relacionada con los procesos de su degradación, y en primer lugar con la erosión hídrica.

La pendiente de una gráfica log-log ha sido utilizada como una forma cuantitativa de representar la rugosidad que varía con la escala; por ello, la pendiente de la gráfica (la dimensión fractal) describe la magnitud de variación que ocurre en la rugosidad (Naumis, 2002).

Para una función fractal lineal ubicado es el espacio bi-dimensional (2D), la dimensión de Hausdorff-Besicovich puede tener un rango de variación entre 1.0 (completamente diferenciable o la cual puede ser dividido en un número infinito de líneas absolutamente lisas) y 2.0 (altamente rugoso, e irregular). Para una superficie el valor de la dimensión fluctúa entre 2.0 (absolutamente suave) y 3.0 (infinitamente corcovado o con curvas), llegando a llenar así el espacio Euclidiano común tridimensional (3D) (Burrough, 1981).

### **2.6.3 Generación de las superficies sintéticas usando fractales**

Para una mejor presentación de un fractal se utilizan las gráficas espaciales. La construcción de estas ultimas esta basada en el proceso de iteración de unas funciones matemáticas cuyo numero tiende al infinito y cuya iteración tiene que ser grande (hasta millones o mas veces) para llegar a formar un fractal. Los resultados de la segunda, tercera, cuarta, quinta, *etc.*, iteración son graficados. Para lograr una mejor comprensión de los resultados, cada punto de cada iteración (o

grupos de ellos) se grafica en diferente color. Aquí el movimiento browniano fraccionario (Fbm) se utiliza como un modelo universal para generar las superficies con diferentes rugosidades. El Fbm consistente de una sucesión de pequeños desplazamientos los cuales se caracterizan por ser mutuamente independientes e isotropicos.

En lugar de utilizar los colores para representar cada etapa de construcción del conjunto fractal, se puede resolver la formula básica por cada la etapa conocida de iteración y calcular la altura específica para cada punto del conjunto de interés. Los mismos procedimientos son utilizados para la construcción de las texturas características de diferentes superficies o terrenos. En este caso las diferencias observados en los atributos de fractales y expresados mediante el color u cualquier otro rasgo, devuelve a la función del Fbm su cara real, ya que cada punto corresponde a una altitud o elevación dada ( Zribi *et al.*, 2000).

## **2.7. Análisis de las imágenes**

En edafología, al inicio la geometría fractal fue utilizada para describir cuantitativamente los atributos de la estructura del suelo. La principal limitante para utilizar las imágenes para este propósito fue que las imágenes son proyecciones de los objetos sobre el plano en dos dimensiones (Anderson *et al.*, 1996). Posteriormente, Bartoli *et al.* (1991) y Crawford *et al.* (1993) utilizaron programas de cómputo específicos para medir la dimensión fractal a partir de fotografías de secciones delgadas del suelo, llegando a diseñar algunas técnicas de referencia para el cálculo de su dimensión fractal.

A partir del análisis fractal de las imágenes se han diseñado los nuevos conceptos, tales como la masa fractal, los poros fractales, la dimensión fractal de la interfase poro-sólido y la dimensión espectral o fracton. Las técnicas de análisis automático de imágenes para la

determinación de los parámetros fractales mencionados han sido desarrolladas exitosamente. Estas técnicas trabajan independientemente de la fuente de imagen y de la escala real de los objetos a medir. Estas técnicas se basan en los algoritmos rápidos que se dirigen a medir cada atributo de estructura arriba especificado mediante aquellos parámetros específicos necesarios para el cálculo de cada dimensión fractal. La mayoría de los análisis se logra en un tiempo de computo aceptable llegando a una resolución fina o representación densa de los puntos de datos a analizar (Dathe *et al.*, 2001).

Sí el método de análisis fractal esta basado en la textura de la imagen, es necesario definir la textura con respecto a la dimensión Ecludiana. Cada imagen contiene dos tipos de información: la determinística y la textural. La geometría Ecludiana es útil para medir información determinística, mientras que la información textural de la imagen se extrae vía las técnicas modernas.

Mandelbrot (1983) sostiene que la textura es un concepto difícil de definir, principalmente para los matemáticos debido a la dificultad para representarla de un modo cuantitativo; a pesar de que la mayor parte de la geometría fractal se dedica al estudio de textura.

Lipiec *et al.* (1988), utilizaron la dimensión fractal para caracterizar la distribución del tamaño de poros en suelos compactados. El patrón de distribución de estos así como de aquellos que son responsables de capacidad de conducir agua fueron analizados mediante un analizador de imágenes. Las imágenes fueron tomadas a partir de láminas pulidas de suelo de dimensionalidad 8 x 9 x 2 cm.

En otros estudios, Anderson *et al.*, (1996) utilizaron para el análisis fratal las imágenes digitales en blanco y negro, tomadas a partir de las secciones delgadas de suelo. Las fotografías fueron digitalizadas

utilizando un scanner comercial con la resolución de 300 dpi. Cada imagen se secciono en dos partes del tamaño de 1000 x 1000 pixeles, representando una superficie de 50 x 50 mm. La fase sólida (áreas oscuras o negras en las fotografías) fue representada por un tono de gris del orden de 225, mientras que la fase porosa (áreas blancas) fueron transformadas a un color gris del nivel 0. La determinación de la dimensión fractal de estas imágenes binarizadas se realizó con el software STRUCTURA, programa escrito especialmente para el análisis estructural del suelo. Según lo reportado, la dimensión fractal superficial no fue discriminante para diferentes estructuras del suelo, pero si ayudo a distinguir de un modo estadístico entre las diversas rugosidades de las paredes de poros, a diferentes escalas.

Young y Crawford (1992) propusieron determinar la dimensión fractal de grietas utilizando las imágenes digitales con un scanner comercial, almacenándolas en archivos con extensión TIFF. Se desarrolló un software para el análisis de estas imágenes. La dimensión fractal de éstas fue calculada utilizando la siguiente ecuación:

$$N(r) = k/r^D$$

donde:

**N** es el número de cajas ocupadas por grietas;

**r** es la longitud del lado;

**k** es una constante de proporcionalidad y

**D** es la dimensión fractal.

Una gráfica log-log de **N** contra **r** resulta en una línea, cuya pendiente negativa es el valor de la dimensión fractal (**D**).

Cada imagen examinada fue cubierta con una malla de cajas de un tamaño conocido, calculado el número de cajas requeridas para cubrir la línea. Con el objetivo de maximizar la información extraída, este

proceso fue repetido utilizando un gran número de tamaños de caja.

Barak *et al.*, (1996) reportaron el uso de técnicas de análisis de imágenes para determinar la dimensión fractal de granos de arena. Para lograr una imagen binaria digital las partículas de arena fueron observados con un microscopio (Nikon Optiphot-Pol) e iluminados desde diferentes ángulos. La dimensión fractal se determinó con un software NIH IMAGE.

Con el objetivo de obtener un promedio total representativo de la estadística de la dimensión fractal de la superficie, es conveniente seleccionar un tamaño óptimo de ventana para extraer la información textural del área de interés. Se ha encontrado que los valores de la dimensión fractal modificada de la superficie son más estables que aquellos obtenidos por medio de un método convencional con diferentes tamaños de ventanas (Ewe *et al*, 1997).

### **III.- OBJETIVOS E HIPÓTESIS**

#### **3.1. Objetivo General**

El objetivo general del presente estudio es documentar la invariancia al escalado de los patrones morfológicos de la erosión hídrica para el caso de la erosión de cárcavas.

### **3.1.1. Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos considerados son:

- a) Extraer los diversos patrones morfológicos de erosión en una zona de cárcavas a partir de las imágenes multiescalares tomadas *in situ*;
- b) Seleccionar y medir los atributos básicos de los patrones señalados sobre el transecto topográfico de referencia vía los parámetros fractales;
- c) Buscar la correlación entre los patrones morfológicos de erosión por cárcavas, descritos mediante los parámetros fractales y su posición sobre el transecto topográfico de referencia;
- d) Establecer las etapas de erosión hídrica ocurrida sobre un transecto de referencia en una zona de cárcavas.

### **3.2. HIPOTESIS GENERAL**

Existe una alta correlación entre los atributos del patrón morfológico de la erosión en cárcavas, extraído a partir de las imágenes digitales vía los parámetros fractales, y la rugosidad superficial, la erodabilidad y la pérdida de material por erosión.

## **IV. MATERIALES Y MÉTODOS**

### **4.1 Área del estudio.**

La microcuenca "San Pedro" se ubica en el Municipio de Huimilpan, en el Estado de Querétaro, ocupando una superficie de 4,782.88 has entre el polígono que forman las coordenadas geográficas 20°32'24'' y 20°16'21'' de latitud norte y 100°21'53'' y 100°15'20'' longitud oeste (Figura 2). La microcuenca colinda al Este con el municipio de Amealco y la microcuenca del Arroyo Nevaría, al Norte se localiza la cabecera Municipal de Huimilpan, al Sur con el Estado de Michoacán y el Municipio de Amealco, al Oeste con el Estado de Guanajuato.

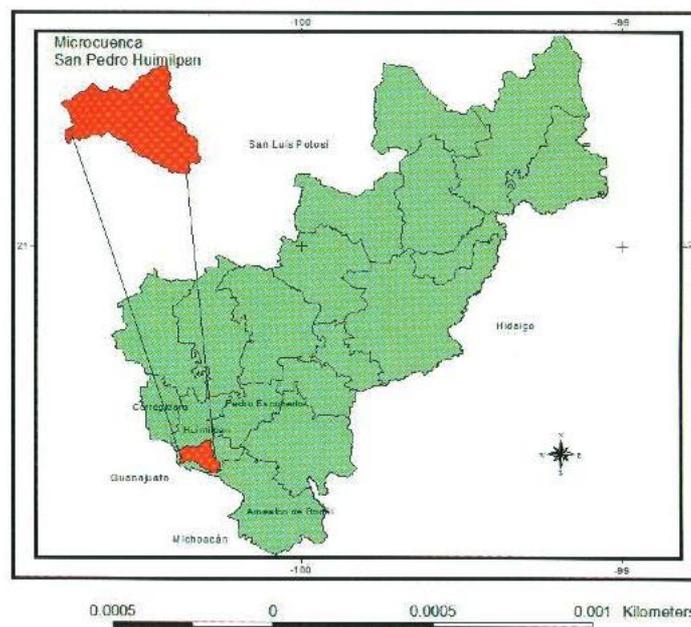


Figura 2.- Localización de la microcuenca "San Pedro" en el estado de Querétaro.

La microcuenca es de tipo exorreica, en ella se encuentran las poblaciones de San Ignacio, San Pedro y San Pedrito, siendo esta última de mayor población y a partir de la cual se toma el nombre para asignar a la microcuenca.

#### 4.1.2 Localización del transecto en estudio

El transecto seleccionado como de referencia se ubica a pie de monte entre los 20°18.808LN y los 100°21.206 LW, a 2503.3 msnm con una superficie de 48 has de aportación aguas arriba (Figura 3).

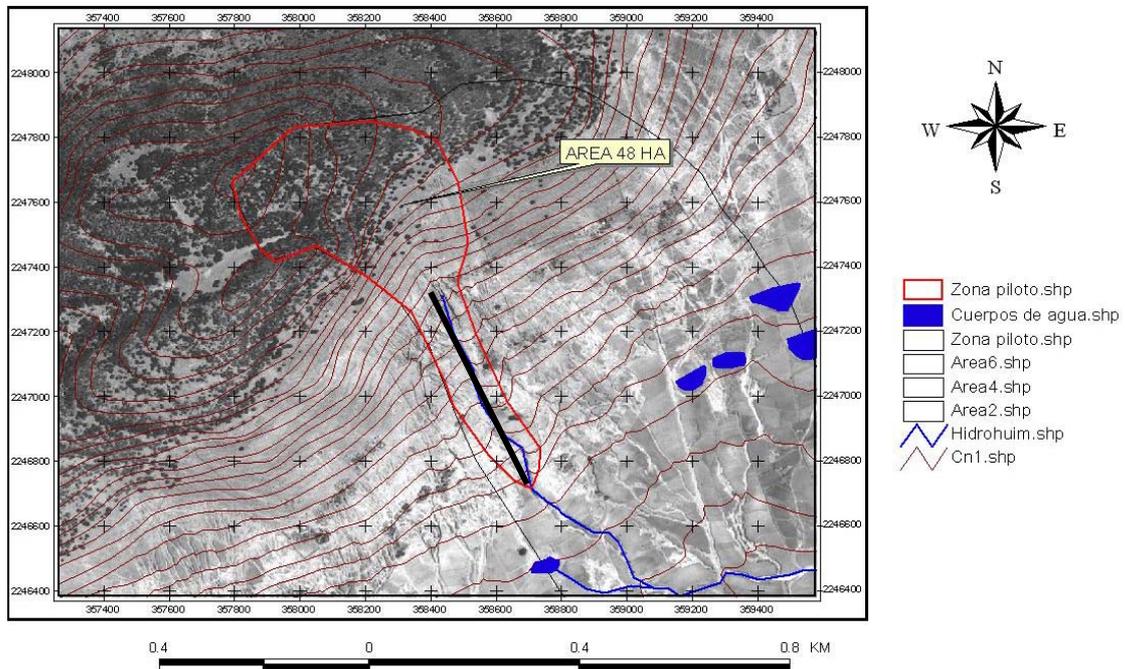


Figura 3.- Localización de la zona afectada por las cárcavas, perteneciente a la microcuenca San Pedro, Huimilpan.

En la Figura 4 se muestra una fotografía dentro de la cual se ubica el transecto en estudio con una longitud de 480m. entre los puntos 20.31284LN,100.35305LW y 20.31606LN,100.35612LW, y donde se encuentra el punto de salida de una de las zonas mas severamente afectada por erosión en cárcavas de la microcuenca.



Figura 4.- Transecto seleccionado como de referencia para el estudio aguas abajo de la zona de cárcava.

#### 4.1.3 Características físicas

La microcuenca "San Pedro" esta dentro de la provincia fisiográfica del eje Neovolcánico, en la subprovincia de Mil Cumbres, y es típica de zonas de montaña con valles intermontado.

Pineda *et al.*(2005) señala que en un 100% los materiales parentales de esta zona son rocas de la Era Cenozoica (C) tanto del periodo cuaternario (Q) como del Terciario (T). Según la clasificación de la FAO-UNESCO de 1970, las unidades de suelo típicas son principalmente Feozem-Lúvico y Litosol. El clima predominante es del tipo C(w1) (Clasificación Koopen), templado subhúmedo con lluvias en verano y de humedad media. La cobertura vegetal se presenta en pequeñas zonas de bosque regularmente conservadas en la sierra "El Rincón" y en las partes altas de los cerros, mientras que en la zona central la condición de cobertura vegetal comprende básicamente los cultivos y pastizales, presentando la cobertura vegetal altos grados de afectación en la zona de pie de monte.

#### **4.1.4 Aspectos Socioeconómicos**

La microcuenca de "San Pedro" se puede definir como semirural, donde se localizan tres localidades principales: San Pedrito, San Ignacio y San Pedro con 650, 882 y 1,368 de habitantes respectivamente, encontrándose un promedio de 5.4 habitantes por casa (INEGI, 2004). En el Registro Agrario Nacional (RAN), dentro de esta microcuenca existen zonas en el Norte y Sur de pequeñas porciones de terrenos ejidales, siendo la propiedad privada la tenencia predominante.

La localidad "San Pedro" tiene un 44% de la población económicamente activa, se dedica a las labores primarias de agricultura y ganadería, el 25% a actividades secundarias y el 31% al sector terciario.

En las actividades productivas primarias destacan la agricultura de temporal poco tecnificada, cuyo objetivo principal es el autoconsumo y en menor porción para venta al mercado. Asimismo, la actividad ganadera es desarrollada en forma extensiva y en menor grado en combinación de estabulado en alguna parte del año (Pineda *et al.*, 2005).

#### **4.2 Localización y tipos de erosión en la microcuenca**

Los tipos y formas de erosión hídrica en la microcuenca se determinaron mediante el uso y manipulación de materiales digitales (ortofotos digitales) provenientes del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI), procesados en el ambiente ArcView GIS ver. 3.2., (Muñoz, 2006).

Durante esta etapa de investigación se conformaron los mapas de erosión, sobre los cuales se definen las áreas afectadas por los tres principales tipos de erosión: laminar, surcos y cárcavas. Se generaron las

maskaras de perímetro de la microcuenca y se delimitaron las diferentes áreas de erosión en función de tipo de uso de suelos (agrícola, pecuario y forestal) existentes en la zona. Con ortofotos digitales y con GPS (Sistema de geo-posicionamiento global) se ubicaron las zonas de cárcavas y áreas afectadas por la erosión.

De esta manera se delimitaron las áreas con vegetación y se calculó la superficie forestal, determinando los actuales usos de suelos en la microcuenca. En el Cuadro 1 se presenta la clasificación del uso de suelos en la zona de interés.

<b>USO ACTUAL DEL SUELO</b>	<b>SUPERFICIE (Ha)</b>	<b>(%)</b>
Área agrícola y ganadera	2,575.94	61.76
Cuerpos de agua (abrevaderos y presa "Miguel Domínguez")	155.97	3.74
Zonas urbanas e infraestructura	30.15	0.72
Área Forestal	1,408.77	33.78
<b>Total</b>	<b>4,170.83</b>	<b>100</b>

Cuadro 1. Clasificación de los usos del suelo, Muñoz(2006).

De las observaciones del campo, se deduce que la actividad agrícola y ganadera es mayor al 61.76% al considerar que en algunas áreas arboladas también se realizan actividades de pastoreo.

#### **4.4. Diagnostico de la erosión hídrica en la microcuenca**

De acuerdo a los trabajos de campo y gabinete Muñoz (2006) documento que el 100% de la superficie de la microcuenca San Pedro presenta en mayor o menor grado problemas de erosión hídrica, siendo

la mas representativa la forma en surcos o canalillos la cual llega a ocupar hasta 45.8% de la superficie total de la microcuenca (Cuadro 2).

<b>Zonas erosionadas en la microcuenca de "San Pedro" Huimilpan</b>			
<b>Forma de Erosión</b>	<b>Superficie Afectada (Ha)</b>	<b>Porcentaje (%)</b>	<b>Uso de suelo</b>
Laminar	1,408.77	33.80	Forestal y ganadero
Surcos o canalillos	2,328.76	45.80	Agrícola y ganadero
Cárcavas	433.30	10.4	Forestal y agrícola
Total:	4,170.83	100	

**Cuadro 2.** Zonas erosionadas en la microcuenca de San Pedro.

En la Figura 5 se puede apreciar las formas de erosión presentes en la microcuenca de San Pedro y las zonas que están afectadas actualmente. Se puede ver que el total de la microcuenca presenta algún tipo de erosión, siendo afectada por el fenómeno de las cárcavas la zona noroeste de la microcuenca, donde se ubican los suelos luvisoles y litosoles, derivados de las rocas riolíticas ( Muñoz, 2006).

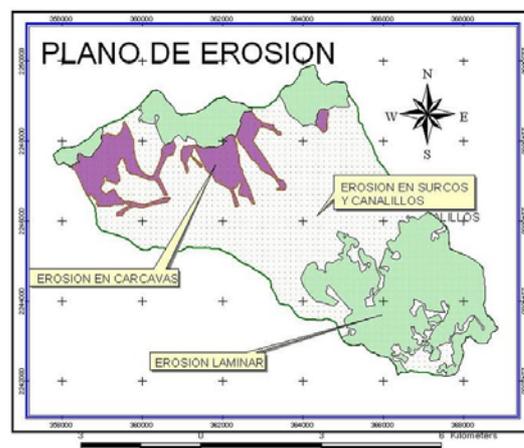


Figura 5.- Localización de áreas afectadas por los distintos tipos de erosión hídrica en la microcuenca "San Pedro".

#### 4.5 Toma de imágenes del transecto en estudio

Las imágenes para el análisis fractal de una ladera con erosión en cárcavas localizada en la microcuenca se tomaron *in situ* utilizando una cámara digital Sony DSC-F707. Durante la captura de imágenes se conservó la misma distancia entre el fotógrafo y la superficie del suelo, para lo cual las fotos se tomaron con brazos estirados al frente a la altura de los hombros del operador, procurando trabajar a la misma hora, para tener mínimo el reflejo del sol. La cámara se maneja manualmente y las imágenes se orientaron en forma frontal y paralela a la superficie con el patrón morfológico de interés en la zona de cárcavas. Las distancias entre la cámara y el objeto fotografiado son de: 1.0, 10.0 y 15.0 metros respectivamente y las distancias para las tomas superficiales son de 1.50, 0.60 y 0.30 metros, respectivamente.

La dimensionalidad de las imágenes de salida de la cámara es de 2048 x 1536 píxeles. Las imágenes se redujeron a 300 x 255 píxeles para su manejo eficiente en términos del tiempo computacional de los programas utilizados. Las imágenes digitales se manejaron en formatos de \*.raw y \*.bmp, transformándolas a escala de grises con ayuda del paquete de computo Paint Shop Pro 7.04. Antes de realizar el análisis fractal completo, se comprobó que este cambio del tamaño no afectó la precisión del cálculo de los parámetros estadísticos extraídos a partir de las imágenes. Las imágenes se tomarán en una ladera con cárcavas desde un punto aguas arriba en dirección aguas abajo, con la finalidad de correlacionar los patrones morfológicos extraídos de las imágenes con tres zonas representativas de erosión relacionadas con el desprendimiento, transporte y deposición del material.

## **4.6 Análisis fractal**

Para el análisis fractal de imágenes multiescalares, se utilizaron las técnicas que forman parte de la caja de herramientas diseñadas y calibradas previamente para el análisis fractal de las imágenes multiescalares en el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (LAFSINA), por Oleschko y colaboradores (1996-2006). A continuación se clasifican los algoritmos utilizados en el presente estudio de acuerdo al tipo de datos de entrada, modelo matemático y estadístico utilizados, dividiendo los en dos tipos: insesgados y sesgados.

### **4.6.1 Programas del análisis fractal diseñado por Parrot (1996-2004)**

Los programas científicos escritos por el Dr. Jean-Francois Parrot, para el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (LAFSINA), UNAM, especialmente para los proyectos de investigación del grupo, apoyados por el CONACYT abarca los siguientes algoritmos: HISTO\_GENE (Parrot, 2003), FREQU\_HIST (Parrot, 2003), LFD (Taud y Parrot, 2005), LAC\_GRID (Parrot y Taud, 2003), así como, BINAR3 (Parrot, 1997), FRACTAL 8 (Parrot, 1997) y BRM8a (Parrot, 1998). El primer grupo de los algoritmos abarca programas insesgados, mientras que el segundo incluye los algoritmos cuyos parámetros de entrada son seleccionados por el usuario, por lo cual los resultados de salida se vuelvan sesgados.

A continuación se resume el fundamento y los pasos a seguir para aplicar los programas seleccionados para extraer los diversos parámetros fractales de las imágenes multiescalares de las superficies erosionadas de interés.

#### **4.6.1.1 HISTO\_GENE**

El algoritmo Histo\_Gene transforma los valores de tonos de gris de una imagen bidimensional en formato .raw a una columna de datos en extensión .ts, formando una serie del tiempo cuyos valores sigue el orden

espacial de grises de la imagen original, lo cual lo vuelve expresamente útil para el análisis fractal global de la imagen de interés. La representación gráfica del archivo de salida en Excel, se llama "firmagrama" y despliega píxel por píxel la distribución de intensidades de gris sobre una imagen, proporcionando la información sobre su variabilidad global en el espacio (Oleschko et al, 2004). A partir de la columna de datos creada por el Histo\_Gene (.xls), se extraen las líneas de referencia para el análisis fractal local con el fin de obtener la información sobre la variación local de los tonos de gris sobre cualquier parte de interés de la imagen original. La rugosidad es el principal rasgo distintivo de los firmagramas y líneas de referencia, que se mide en el presente estudio en términos del exponente de Hurst (H) vía dos técnicas fractales que se describen adelante: el rango re-escalado y ondoletas.

#### **4.6.1.2 *FREQU\_HIST***

El algoritmo Frequ\_Hist fue escrito por Parrot (2003) para calcular las frecuencias de ocurrencia de tonos de gris sobre una imagen. El producto de salida de Frequ\_Hist es un Histograma y una función de densidad de probabilidades (pdf) de grises. El algoritmo se aplica al archivo de salida del Histo\_Gene, en extensión .ts, mismo que se convierte en otro archivo en extensión .xls. Los datos de salida se despliegan en forma de cuatro columnas. La primera contiene los tonos de gris y la segunda el número de veces que éstos se repiten dentro de la imagen. Ambas columnas se grafican formando un histograma cuya forma y rugosidad se cambia en función de las frecuencias de ocurrencia de los tonos de gris sobre la imagen original. La tercera y cuarta columna corresponden al pdf de tonos de gris.

#### **4.6.1.3 *BINAR3***

El mundo fractal es binario, por lo cual cualquier análisis fractal tradicional de las imágenes, se inicia con su binarización. La binarización

de una imagen digital consiste en segmentarla en dos partes: algo que le interesa al investigador (el fractal en el presente estudio) y su complemento en el espacio Euclidiano. Esta etapa del análisis es más sesgada ya que depende de la capacidad del usuario a encontrar un umbral de grises que separa los sólidos de poros. El algoritmo transforma la imagen original en un mapa blanco y negro con apariencia similar a la imagen original pero en el cual se separan dos conjuntos complementarios: los sólidos y poros. En el presente estudio la binarización se realizó con el algoritmo BINAR3 (Parrot, 1997). El rango de grises que corresponde al umbral de interés se definió manualmente en el ambiente de Paint Shop Pro (versión 7), con ayuda de una pipeta que se pasó paulatinamente por las interfases entre las dos partes señaladas de la imagen, seleccionando así el rango de grises más representativo de cada área de interés. Posteriormente, el usuario introduce el rango seleccionado al algoritmo Binar3. El archivo de salida de este programa, es un mapa o la imagen de medida, que se utiliza para medir los parámetros fractales que se especifican a continuación.

#### **4.6.1.4 *BROMOV8a***

Todos los programas arriba especificados cuantifican los rasgos morfológicos de los patrones de erosión analizados. Con el algoritmo Bromov8a, diseñado por Parrot (1998), se cuantifican dos atributos dinámicos tanto de áreas de sólidos como de poros: la continuidad y tortuosidad del patrón estructural o de la red de interés. En el presente estudio se analizan estos dos rasgos tanto para el espacio poroso como para el patrón de sólidos, expresando la topología de ambos patrones en términos de la dimensión espectral o fracton ( $\bar{d}$ ). El análisis cuantifica la facilidad que tienen las partículas para efectuar un movimiento Browniano de tipo difusión, sobre la parte seleccionada como de interés durante la etapa de segmentación de la imagen (los poros o sólidos). El procedimiento consiste en trazar n-caminos aleatorios

(para este análisis en particular  $n = 1000$ ), los cuales simulan las trayectorias que recorren las partículas al participar en el flujo de tipo difusión y al pasar por el espacio limitado por el intervalo de grises introducido al programa por el usuario. Cada camino se inicia en un píxel, seleccionado al azar dentro del conjunto analizado. A partir de éste, se traza una primera trayectoria de longitud aleatoria, que se simula como un vector cuya longitud es igual  $abc\cos\alpha$ , donde  $\alpha$  es el ángulo aleatorio entre el píxel de partida y su vecino. El vector se construye cada vez que se trace un camino, variando el ángulo entre 0 y 360°. Al mismo tiempo,  $b$  es la distancia entre los puntos de salida y llegada de los trayectos a seguir, cuya longitud va desde un píxel hasta un máximo número de píxeles definido por el usuario y introducido en la rutina del algoritmo al entrar en programa. De este modo, la dirección, el ángulo y la longitud de las trayectorias, son variables aleatorias, coincidiendo su longitud máxima con el tamaño de la imagen.

La trayectoria diseñada se reconoce como válida únicamente si todo el vector queda ubicado dentro del conjunto de interés, es decir, dentro del intervalo de tonos de gris seleccionado para segmentar la imagen. Si esta condición se cumple, el punto alcanzado por una trayectoria se vuelve el punto de inicio del nuevo camino (segmento). Si al contrario, la trayectoria sale del conjunto analizado, el diseño se regresa al punto inicial, repitiéndose este procedimiento de un modo aleatorio hasta llegar a satisfacer la condición arriba especificada y continuar con los nuevos caminos. El número de veces que se realiza esta iteración se define por el usuario.

Para cada trayectoria diseñada, se cuenta el número total de píxeles visitados ( $S_t$ ), el número de "pasos nulos" ( $S_o$ ) y el número de pasos que se ubican dentro del conjunto de interés ( $S_n$ ). Los pasos nulos se definen como las trayectorias que interceptan algún otro camino trazado anteriormente. Si el paso coincide con el sitio ya

visitado (un paso nulo), se añade 1 al número total de los pasos realizados ( $S_t$ ) y 0 al  $S_n$ . Este método se discute en detalle por Anderson *et al.*, (1996). Un camino concluye cuando las distancias acumuladas por sus trayectorias alcanzan una longitud máxima, o bien, cuando se llega a un máximo número de pasos nulos, ambos valores establecidos por el usuario al entrar en programa. En el momento que se alcanzan los valores máximos mencionados, se inicia un nuevo camino aleatorio. El usuario decide el número de caminos que habrá de trazar sobre la imagen. Entre mayor sea el número de caminos efectuados, mayor será el recubrimiento del rasgo seleccionado por las trayectorias del movimiento Browniano. Finalmente se crea una imagen (mapa) de medida que repite la apariencia de la imagen original. El fractón se calcula como la pendiente de la recta que relaciona entre sí:  $\log(S_n)$  vs  $\log(S_t)$ . Sus límites topológicos, están entre 0 (no hay rasgo de interés sobre la imagen o la probabilidad de alcanzarlo por una trayectoria tiende asintóticamente al cero) y 2, cuando el conjunto de sólidos o poros ocupa toda la imagen bidimensional (Oleschko *et al.*, 1998).

#### **4.6.1.5 LAC\_GRID**

Lac-Grid es un algoritmo escrito por Parrot y Tand (2002), y diseñado para calcular la lagunaridad ( $\Lambda$ ) de una imagen con cajas deslizantes de forma regular, tomando como base el método de Allain y Cloitre (1991). Actualmente, ya se conocen las técnicas del cálculo de  $\Lambda$  basadas en tal llamadas aproximaciones auto-referenciadas, donde la forma de las cajas corredizas se define en función de la morfología del patrón analizado, ajustándose ésta a la geometría original del patrón en cada caso específico (Rodríguez *et al.*, 2005). El algoritmo utilizado en el presente estudio, analiza los estadísticos de la distribución de los tonos de gris sobre la imagen, dentro de las ventanas corredizas

del tamaño variable pero de forma siempre cuadrática, que recorren paulatinamente la imagen, empezando por un tamaño de caja igual a 1 píxel y terminando con el tamaño máximo, seleccionado por el usuario al entrar al menú del programa. Cabe mencionar que, el concepto de la lagunaridad tiene raíces en matemáticas puras, donde desde el siglo pasado se maneja en distintas áreas, por ejemplo en el estudio de los grupos compactos (Edwards *et al.*, 1971) La ecuación a partir de la cual el algoritmo Lac-Grid calcula la lagunaridad, compara entre si los momentos centrales de primer y segundo orden que cuantifica la variación de grises. La Ecuación 1, propuesta por Allain y Cloitre (1991), describe lagunaridad ( $\Lambda$ ) en función del tamaño de ventana( $r$ ), dentro de la cual se analizan los estadísticos de interés:

$$\Lambda(r) \approx \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ x - \left[ \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \right] \right\}^2 f(x)dx}{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \right]^2} \quad (1)$$

Cuando  $\Lambda(r)$  tiende a 1, la distribución de masa (tonos de gris) sobre un conjunto fractal se vuelve homogénea. Con el incremento de  $\Lambda(r)$  crece el rango de tamaños de lagunas (poros o gaps) que se distribuyen sobre una imagen.

#### 4.6.2 Programas de referencia

El paquete de cómputo comercial BENOIT, versión 1.3 se utilizó en papel de una caja de técnicas de referencia constituida, por el grupo de algoritmos diseñados para el análisis fractal de los conjuntos auto-similares y auto-afines.

##### 4.6.2.1 Paquete de computo comercial BENOIT 1.3

Además de los programas especialmente diseñados para el análisis fractal de las imágenes (arriba discutidos), se utilizó un paquete de computo comercial Benoit 1.3, (SCION Corp. BENOIT versión 2003).

BENOIT es un paquete recomendado como de referencia (Seffens, 1999) para propósitos de investigación y esta constituido los algoritmos que miden la dimensión fractal y el exponente de Hurst mediante cinco técnicas diseñadas para el análisis de los conjuntos auto-similares y cinco aptas para el análisis de los conjuntos auto-afines. Para la presente investigación se emplearon dos técnicas de referencia, y por ende dos descriptores fractales, una de las cuales es el conteo de caja ( $D_{\text{box}}$ ) que pertenece al primer grupo, y la otra es el análisis del rango re-escalado ( $D_{R/S}$ ) que forma parte del segundo. Ambas técnicas mencionadas son del uso común para comprobar el comportamiento fractal de los conjuntos estudiados.

#### **4.6.2.1.1 Dimensión de caja**

La técnica del conteo de caja (Box counting) del Benoit 1.3 extrae los parámetros fractales de la parte blanca de las imágenes en extensión .bmp. La imagen es procesada de manera automática seleccionando todos los parámetros incluyendo el umbral entre los sólidos/poros por default al correr el programa. El archivo de salida contiene la dimensión fractal de caja ( $D_b$ ) y la desviación estándar (SD) y despliega punto por punto la recta log/log constituida a partir del número de cajas ocupadas por un conjunto de interés (lo blanco de la imagen) contra su tamaño. Ambos datos se puede ajustar a un mejor comportamiento lineal eliminando los puntos que salen de la tendencia general, cambiándose como resultado de la eliminación de puntos tanto  $D_b$  como SD. Teóricamente, la dimensión de la caja está definida como el exponente ( $D_b$ ) de la siguiente ley de potencia:

$$N(d) \approx \frac{1}{d^{D_b}} \quad , \quad (2)$$

donde  $D_b$  es la dimensión de caja;  $N(d)$  es el número de cajas de tamaño lineal  $d$  necesario para cubrir un conjunto de puntos distribuido sobre el plano bidimensional, con cajas del lado  $d$ .

La Ecuación 2 tiene un carácter genérico, por lo cual también se utiliza para calcular la dimensión de los objetos Euclidianos.

#### **4.6.2.1.2 Análisis del rango re-escalado (R/S)**

El análisis del R/S se utiliza para calcular el exponente de Hurst de una serie de tiempo, para la cual  $H$  es la principal medida de su rugosidad. La técnica se aplica al archivo de salida del programa Histo\_Gene en extensión .ts. Una vez procesados los datos, el nuevo archivo de salida despliega el valor del exponente de Hurst ( $H$ ), la dimensión fractal ( $D_{R/S}$ ) y la desviación estándar ( $SD$ ), correspondientes. El ajuste de los datos a la recta, dada por default, se puede mejorar eliminando los puntos mas lejanos de la línea de regresión, obteniendo así los nuevos valores, más precisos (pero mas sesgado), de  $H$  y  $D_{R/S}$ , y por ende una menor  $SD$ .

En la presente investigación se utilizaron los datos brutos del archivo de salida, sin ningún ajuste adicional. El algoritmo R/S divide las series del tiempo estudiadas en los intervalos o ventanas  $w$ , midiendo en cada una de ellas dos cantidades:

1.  $R(w)$ , el rango de valores que toma  $y$  en el intervalo  $w$ , que se analiza respecto a la tendencia general de su variación dentro de la ventana; ésta tendencia se estima simplemente a partir del análisis de la línea que conecta el primero y último punto del segmento de la serie analizada dentro de la ventana correspondiente. Este procedimiento subtrae el promedio de la tendencia de la variable de interés, que se presenta dentro de la ventana.

2.  $S(w)$  , la desviación estándar de los valores de  $y$  observados dentro de la ventana  $w$ .

La ecuación que se utiliza para calcular el rango re-escalado  $[R/S(w)]$  de los datos, es la siguiente :

$$R/S(w) = \left\langle \frac{R(w)}{S(w)} \right\rangle , \quad (3)$$

donde los braquets  $\langle \rangle$  significan el promedio de todas las realizaciones del análisis (Benoit, 1.3).

La dimensión fractal ( $D_{R/S}$ ) se calcula a partir de su relación con el exponente de Hurst (H) :

$$D_{R/S} = 2 - H , \quad (4)$$

donde:

$D_{R/S}$  es la dimensión fractal estimada por el método de rango re-escalado y H es el exponente de Hurst.

#### 4.6.3 Continuidad

La continuidad está directamente relacionada con la existencia, forma y variación de las ramificaciones colaterales de la red de poros sobre una superficie (Rodríguez *et al*, 1997) y cuantifica el cociente entre una longitud pitagoreana y la distancia efectiva del flujo. Por lo tanto, la relación a partir de la cual se cuantifica la continuidad es el cociente entre la dimensión espectral y la dimensión de masa fractal:

$$\frac{\bar{d}}{D_m} . \quad (5)$$

Esta ecuación se basa en la siguiente ley de potencia propuesta por Orbach (1986):

$$R^2(t) \propto t^{\frac{\bar{d}}{D_m}} , \quad (6)$$

donde:

$R^2(t)$  es el cuadrado de la distancia media recorrida en el tiempo  $t$ . La continuidad tiene el valor 1 en el espacio Euclidiano y es menor que 1 para una red fractal (Oleschko *et al*, 1998).

#### 4.6.4 Tortuosidad

El movimiento de una partícula confinada a una red fractal no puede ser descrito por la ley clásica de difusión (Anderson *et al*, 1996; Oleschko *et al*, 1998; Anderson *et al*, 2000). Por lo tanto, para las redes fractales, se utiliza un coeficiente  $D(r)$ , cuyo valor depende de la longitud efectiva ( $r$ ) que recorre la partícula en un lapso de tiempo dado a lo largo de una red fractal (Orbach, 1986). La difusibilidad [ $D(c)$ ] de la partícula sobre una imagen fractal depende del tamaño de la imagen con el lado  $r_c$ , el valor de la tortuosidad ( $\theta$ ) de los caminos (Orbach, 1986, Crawford *et al*, 1993) y el coeficiente de normalización A:

$$D(r_c) = Ar_c^{-\theta} \quad (7)$$

La tortuosidad ( $\theta$ ), es una medida de naturaleza compleja que caracteriza los caminos Brownianos en el espacio Euclidiano 2D, que se calcula a partir de la relación entre la dimensión de masa fractal y el fractón, y se expresa en forma de la siguiente ecuación (Crawford *et al*, 1993):

$$\theta = \frac{2(D_m - \bar{d})}{\bar{d}} \quad (8)$$

La tortuosidad tiene como límite topológico el valor cero típico para el espacio Euclidiano (Orbach, 1986). Se espera una menor velocidad de difusión para los medios porosos con menor continuidad cuantificable en términos de ( $\bar{d}/D_m$ ) y mayor tortuosidad ( $\theta$ ) (Oleschko *et al*, 1998).

#### **4.6.5 Análisis estadístico**

A los datos de los descriptores fractales obtenidos por los patrones morfológicos generados por la erosión hídrica, se aplicó un análisis estadístico para medir el grado de su correlación vía el coeficiente de correlación de Pearson y los coeficientes de determinación que estiman tipo de relación (persistente o antipersistente) entre las variables de interés (descriptores fractales de los patrones morfológicos de erosión) empleando el software MINITAB ver12.21 for Windows.

## V.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Uno de los objetivos básicos de los estudios de erosión y sedimentación es medir y monitorear los patrones de pérdidas del material sólido, así como de su depositación (Csiro, 2004). Sin embargo, la morfología de estos patrones, así como la similitud entre ambas redes y su relación con la escala del análisis, sigue siendo poco conocida. La dicha morfología a escala de la superficie erosionada examinada in situ de un simple modo visual, es aun menos reportada en la literatura sin ninguna relación clara estableciendo entre ellos el proceso erosivo responsable de su formación. Esta relación es importante antes que nada se pretende realizar un pronóstico acertado en términos estadísticos del desarrollo de erosión a futuro.

Las técnicas del análisis cuantitativo discreto de las imágenes multiescalares de las superficies erosionadas (algunas de las cuales se describen en capítulo materiales y métodos) una vez aplicados al análisis de los patrones de rugosidad superficial a lo largo de un transecto completo de referencia se vuelven fuentes de una información de naturaleza integral sobre todo el ciclo erosivo ocurrido en cualquier área de interés (en el presente estudio una área de cárcavas) a lo largo de todo el proceso erosivo. La presente investigación se realizó tomando imágenes en dirección desde aguas arriba hacia aguas abajo, cubriendo las zonas de desprendimiento (A), transporte (B) y depositación (C) de las partículas del suelo (Figura 6) de un transecto seleccionado como de referencia en una zona de cárcavas. La principal premisa del trabajo es que la erosión hídrica genera una geometría peculiar en cada zona del transecto mencionada, donde el patrón estructural de la superficie pierde los rasgos determinísticos de la superficie original presentando las impresiones de las acciones de los agentes físicos, químicos y biológicos

que actúan sobre la superficie del suelo a lo largo de los eventos acumulados de erosión.

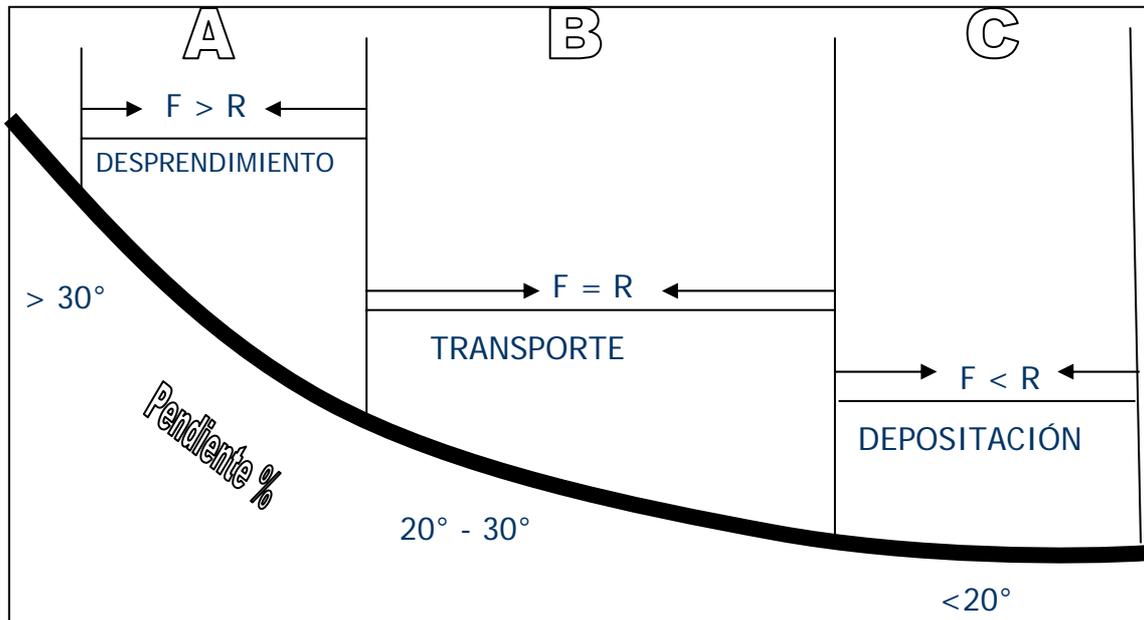


Figura 6.- La representación grafica del transecto estudiado, donde se especifica la posición de las zonas (A, B y C) que se correlaciona con los procesos diferentes, que constituyen el fenómeno de erosión hídrica en una zona representativa de cárcavas.

Dicha geometría, se deriva de la acción acumulada de lluvias que comprenden el desprendimiento, transporte y depositación del material sólido (Lal y Elliot, 1994), y se relaciona con las variables básicas y parámetros característicos de estructura del suelo, determinantes antes que nada de su susceptibilidad a la erosión (Bennett, 1926; Brayan et al., 1989) o de su capacidad amortiguadora de los flujos de masa y energía externos (Richben, 1986). Entre las propiedades del suelos que tienen el mayor efecto sobre la estabilidad de superficie a erosionarse se destaca la textura, estructura, estabilidad de agregados, contenido de la materia orgánica y la permeabilidad (Wischmeier y Smith, 1978; Lal y Elliot, 1994), así como la humedad antecedente (Rieu y Sposito, 1999), y propiedades químicas (Norton y Ventura 2002). El uso del suelo, así como los probables escenarios de su cobertura por la vegetación, se reconocen como efectos antropogénicos con mayor capacidad de desestabilización de la superficie (García Ruiz y Poesen, 2006).

La morfología de la superficie depende del efecto de las practicas de manejo sobre las propiedades del suelo, afectando su susceptibilidad o resistencia a ser erosionado (Potter et al., 2002), y generando como resultado unas redes de crestas y valles, que definen el patrón erosivo de la superficie que son expuestos a los futuros eventos de precipitación.

Nombre de patrón morfológico	Imagen digital representativa
<b>Zona "A"</b>	
	
Tortuga	Ramificación
<b>Zona "B"</b>	
	
Panaloide	
<b>Zona "C"</b>	
	
Pasos de dinosaurio	Corales

Figura 7.- Patrones morfológicos encontrados en el transecto estudiado, dentro de la zona de cárcavas de la microcuenca "San Pedro" Huimilpan, Qro.

A lo largo del transecto estudiado en el presente trabajo, se encontraron seis tipos contrastantes y característicos de los patrones morfológicos de la superficie erosionada, denominados para fines de una clasificación que podría extrapolarse a futuros estudios : Tortuga, Ramificación, Panaloide, Pasos de dinosaurio y Corales (Figura 7). Cada uno de los patrones mencionados forman parte de la configuración natural de la superficie del terreno formada como producto de los numerosos eventos de escurrimiento superficial a lo largo de la pendiente del terreno. Dichos nombres fueron asignados con base a apreciación visual de la geometría y topografía de la superficie en función de las semejanzas con las formas comunes del mundo físico de acuerdo a percepción de los investigadores participantes en esta investigación.

En este estudio cada patrón morfológico de erosión se dividió en las fases susceptibles (valle) y las que presentan mayor resistencia (cresta) al proceso erosivo. Las dos partes de cada red morfológica se analizaron por el investigador. En total se analizaron 26 imágenes de los patrones encontrados sobre el transecto de cárcavas de interés (ver detalle en el capítulo materiales y métodos). A nivel de la cuenca completa una clasificación similar a una escala menor fue realizado por Fryza et al., 2006 con el objetivo de discutir entre las áreas amortiguadoras barridas y cubiertas.

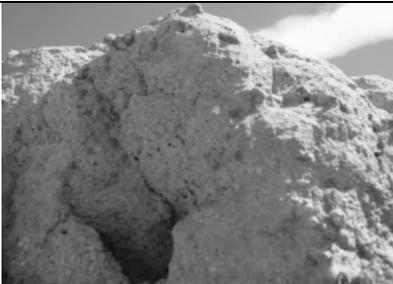
### **5.1.- Imágenes analizadas**

A continuación se presentan las imágenes digitales mas representativas del área de estudio clasificadas por patrones morfológicos que resultan de los procesos de erosión que afectaron la rugosidad de la superficie de un modo estadísticamente diferente. Cada una de ellas, depende además de la posición de la superficie sobre el transecto analizado como el de referencia dentro de una zona de cárcavas.

Las imágenes se dividieron en 5 grupos, agrupándola a su vez, en 3 grupos. Las imágenes tomadas desde diferentes alturas y por ende representativas de distintas escalas reales de observación se aplicaron 9 descriptores fractales detallados en el capítulo Materiales y Métodos para cuantificar los atributos de patrones de erosión.

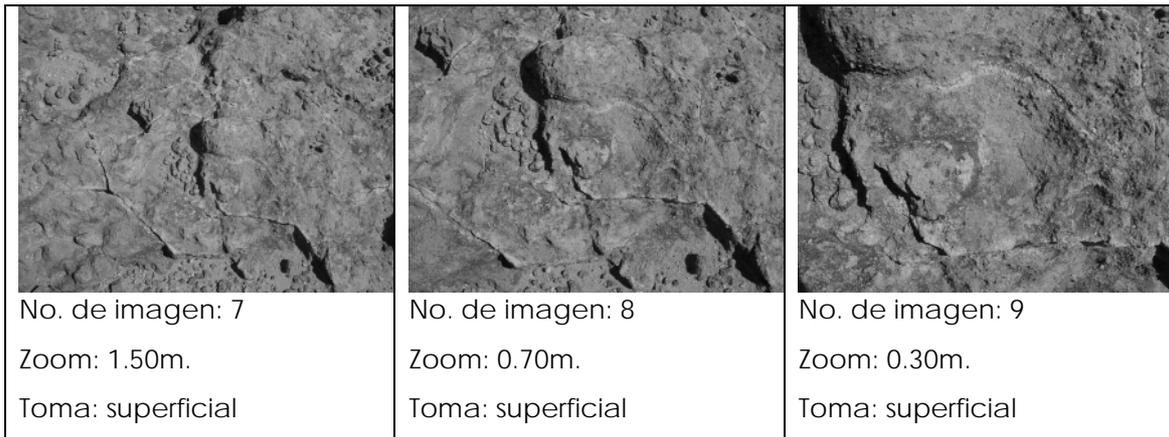
### 5.1.1. Patrón morfológico Tortuga

Este tipo de patrón esta compuesto por dos fases de interés para el investigador: cresta y valle. La fase cresta se puede apreciar en las imágenes de Tortuga como un relieve negativo sobresaliendo la fase valle, que forma el relieve positivo. Dicho conjunto de geometrías determinísticas tiende a generar un patrón que se visualiza como los caparazones de tortuga por los investigadores. Los atributos del caparazón se distingue tanto a escala de 1.5m como a los 0.30m.

		
<p>No. de imagen: 1 Zoom: 1.50m. Toma: superficial</p>	<p>No. de imagen: 2 Zoom: 1.00m. Toma: superficial</p>	<p>No. de imagen: 3 Zoom: 0.60m. Toma: superficial</p>
		
<p>No. de imagen: 4 Zoom: 0.30m. Toma: superficial</p>	<p>No. de imagen: 5 Zoom: 1.50m. Toma: superficial</p>	<p>No. de imagen: 6 Zoom: 0.20m. Toma: frontal</p>

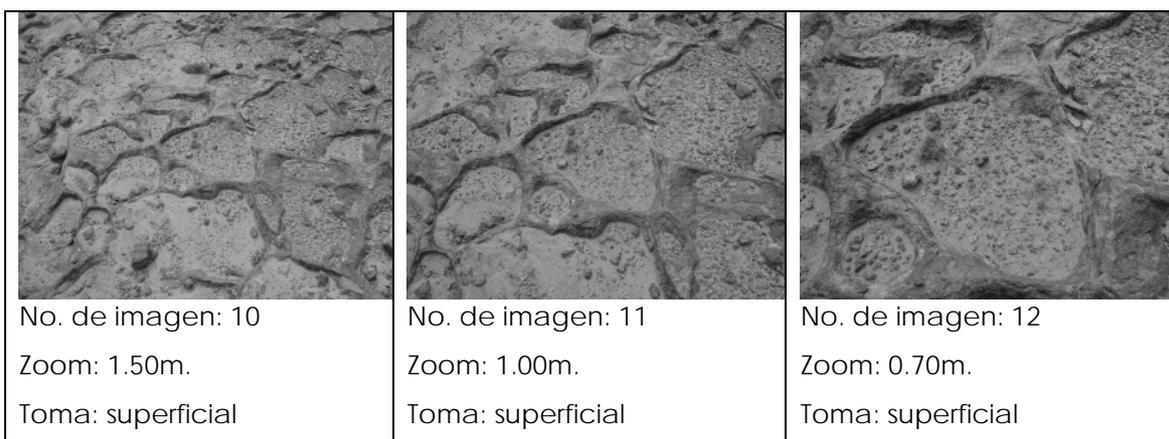
### 5.1.2. Patrón morfológico Ramificación

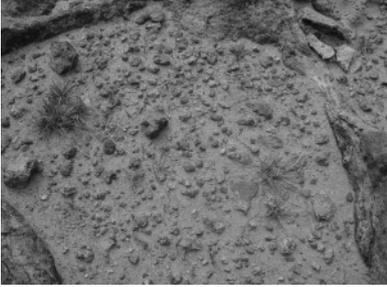
Este patrón se encuentra compuesto por dos tipos de fases con relieves mas o menos igual, sin que la parte positiva sea propia de crestas o de valles del tipo. A juicio del investigador se le dio el nombre de ramificación por la forma que parece a las ramificaciones de un árbol.



### 5.1.3. Patrón morfológico Panaloide.

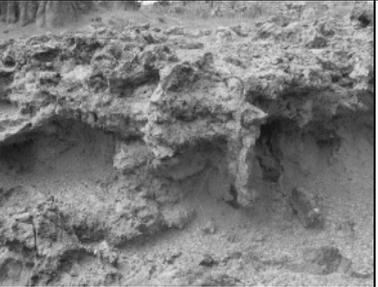
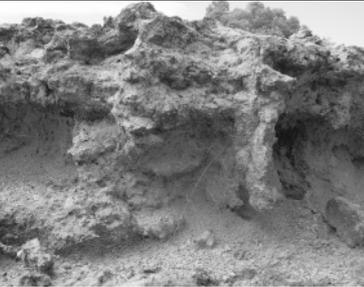
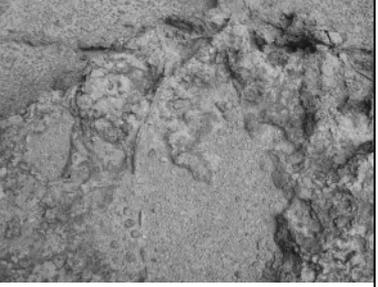
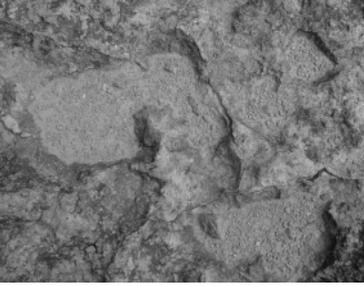
El Panaloide tiene una geometría peculiar cercana a la que generan las abejas, contando con una parte del relieve positiva que ocupa la fase cresta y la fase valle con relieve negativa, ocupado ambos el espacio de la imagen completa parecida al panaloide.



 <p>No. de imagen: 13 Zoom: 0.40m. Toma: superficial</p>	 <p>No. de imagen: 14 Zoom: 0.20m. Toma: superficial</p>
---	--

#### 5.1.4. Patrón morfológico Pasos de dinosaurio.

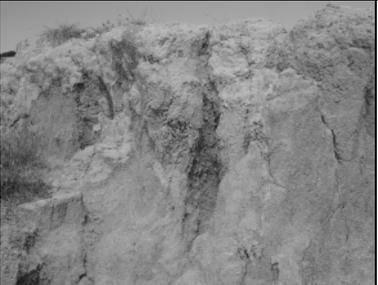
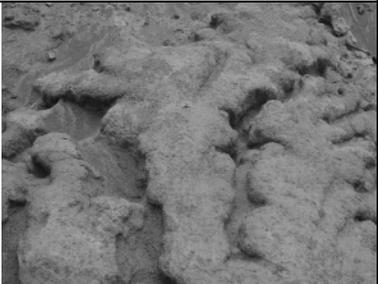
Esta estructura morfológica captada por las imágenes digitales tiende a semejar las huellas de un dinosaurio impresas sobre la superficie del suelo. El espacio de la imagen esta ocupada por un las fases cresta y valle de relieve positiva y negativa respectivamente.

 <p>No. de imagen: 15 Zoom: 15.00m. Toma: frontal</p>	 <p>No. de imagen: 16 Zoom: 10.00m. Toma: frontal</p>	 <p>No. de imagen: 17 Zoom: 5.00m. Toma: frontal</p>
 <p>No. de imagen: 18 Zoom: 1.50m. Toma: superficial</p>	 <p>No. de imagen: 19 Zoom: 0.60m. Toma: superficial</p>	 <p>No. de imagen: 20 Zoom: 0.30m. Toma: superficial</p>

#### 5.1.5. Patrón morfológico Coral.

En las imágenes se puede observar la similitud entre las superficies definidas como Corales y el lecho marino que se forma en el fondo del

mar. La similitud de su morfología, en particular con los corales, se vuelve obvio que por ello que se le denomina patrón morfológico coral. El Coral se caracteriza por una relieve positiva ocupada por la fase valle y una negativa que corresponde a las crestas.

		
No. de imagen: 21 Zoom: 15.00m. Toma: frontal	No. de imagen: 22 Zoom: 10.00m. Toma: frontal	No. de imagen: 23 Zoom: 5.00m. Toma: frontal
		
No. de imagen: 24 Zoom: 1.50m. Toma: superficial	No. de imagen: 25 Zoom: 0.70m. Toma: superficial	No. de imagen: 26 Zoom: 0.30m. Toma: superficial

## 5.2. Descriptores fractales

En la presente investigación se seleccionó un conjunto de los descriptores fractales que se aplicó a la medición de los atributos de los patrones morfológicos de erosión, calibrando el grupo de técnicas descrito en el capítulo materiales y métodos. Se seleccionaron los descriptores que, por el lado se reconocen a nivel internacional como parámetros de referencia para el análisis fractal (Mandelbrot, 2002) y por el otro describen cada uno de los rasgos de morfología de la superficie que es de interés para el presente estudio. Esta selección de

los descriptores se realizó con base en los objetivos particulares de esta investigación, permitió definir que por parte de la superficie sigue siendo altamente erosionable; cuantificar la continuidad y tortuosidad del patrón de crestas, y documentar la autosimilitud o escalado de los patrones morfológicos de erosión en zona de cárcavas. El conjunto seleccionado fue útil para cuantificar los rasgos tanto estadios como dinámicos de cada patrón morfológico de las tres zonas del transecto analizado.

En el presente estudio se comparó la eficiencia, medida en términos de la significancia estadística de los siguientes descriptores fractales para extraer las relaciones o leyes de potencia a partir de la distribución de tonos de gris sobre la imagen: la dimensión fractal de masa ( $D_m$ ); dimensión de caja ( $D_b$ ); rugosidad global (firmagramas) y local (líneas de referencia) de la imagen; dimensión espectral  $\bar{d}$ , continuidad ( $\bar{d}/D_m$ ); tortuosidad ( $\theta$ ); exponente de Hurst ( $H$ ), y lagunaridad ( $\Lambda$ ). Todos los parámetros fractales, excepto  $\Lambda$  son indicadores de la invariancia al escalado de los distintos patrones morfológicos encontrados a lo largo del transecto en la zona de cárcavas estudiadas. Los nueve descriptores fractales se calcularán a parte para los dos componentes de cada patrón morfológico: valle y cresta.

### 5.2.1. Dimensión fractal de masa ( $D_m$ )

La dimensión fractal de masa ( $D_m$ ) es un indicador del grado de ocupación del espacio Euclidiano por el conjunto de interés (valle o cresta), así como de su tendencia a formar los aglomerados o "clusters".

$D_m$  describe las propiedades estáticas del conjunto fractal, especialmente su topografía capturada por las imágenes digitales y se cuantificó en la presente investigación la parte para la fase no susceptible (cresta -  $D_{mc}$ ) y la con mayor susceptibilidad a ser erosionada (valle -  $D_{mv}$ ), respectivamente. Cabe mencionar que la unión entre las crestas y valles genera el patrón morfológico completo de cada superficie erosionada, clasificada en el presente estudio.

#### **5.2.1.1. Invariancia al escalado del patrón de erosión por cárcavas según la dimensión fractal de masa ( $D_m$ ).**

La dimensión fractal de masa de todas las imágenes estudiadas, se calculó para las dos fases de interés con una estabilidad contrastante a la acción de los agentes erosivos: los valles y crestas, que en conjunto forman el patrón morfológico completo cuya topología varía según la posición sobre el transecto de referencia estudiado. Es por esto que la Dimensión de masa de valles ( $D_{mv}$ ) se discute a parte de la masa fractal de las crestas ( $D_{mc}$ ). Cabe mencionar que ambas fases combinan ocupando completamente el espacio común Euclidiano que las contiene y formando el patrón de erosión específico para cada posición sobre el transecto. En el presente estudio se documentó que la dimensión fractal de valles siempre es significativamente mayor que la de las crestas, con  $D_{mv}$  y  $D_{mc}$  promedios de 1.94 y 1.79, respectivamente. Llama la atención que los valores señalados son similares a las mediciones de la masa fractal de sólido y poro extraídas a partir de las imágenes de los medios porosos, respectivamente, como el valor de la primera dimensión siempre mayor que la segunda (Oleschko et al., 2004).

### 5.2.1.2. Dimensión de masa fractal de valles (D<sub>mv</sub>)

La dimensión de masa fractal de valles presento un amplio rango de valores desde 1.85 hasta 1.98 (Figura 8). Este parámetro fractal mostró ser significativamente menor, para el patrón morfológico clasificado como *los pasos del Dinosaurio* donde el máximo valor promedio de D<sub>mv</sub> es de solo 1.92 (zona C del transecto), cuando el valor promedio máximo (1.95), es característico de los patrones denominados Tortuga y Panaloide, los cuales ocupan las zonas A y B (desprendimiento y transporte) respectivamente del transecto.

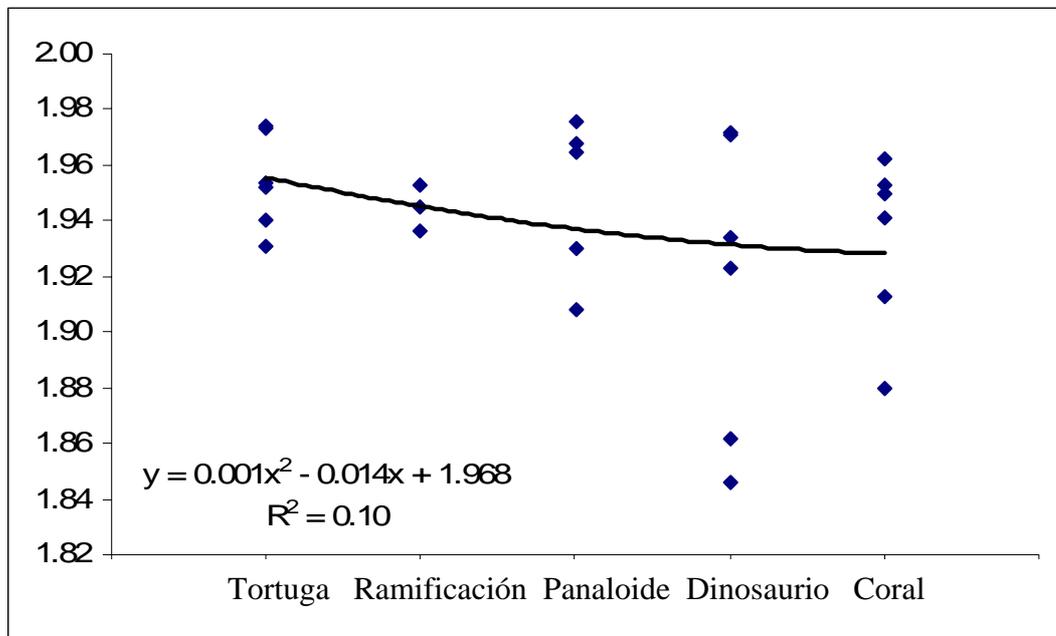


Figura 8.- Dispersión de los datos de D<sub>mv</sub> extraída a partir de todas las imágenes analizadas, independientemente de su posición sobre el transecto de referencia.

El análisis estadístico de los valores de dimensión de masa fractal de los cinco patrones morfológicos comparados en el presente estudio documento una invariancia al escalado, con los promedios (Figura 9) de D<sub>mv</sub> similares de 1.95, 1.94, 1.95, 1.92, 1.93, respectivamente para Tortuga, Ramificación, Panaloide, pasos de Dinosaurio y Corales, con los

dos últimos valores menores respecto a los otros, de este modo se documento que los patrones de superficie de sedimentación se distinguió estadísticamente de los otros dos.

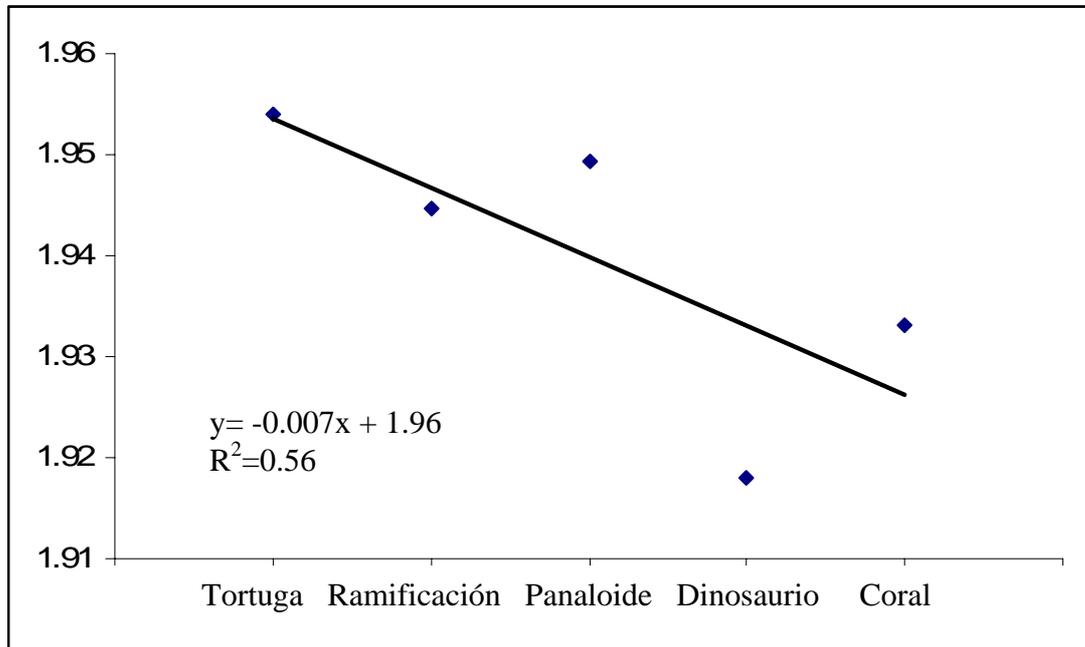


Figura 9.- Correlación de los promedio de  $D_{mv}$  de los patrones morfológicos de erosión del transecto en estudio, extraídos a partir de las imágenes digitales tomadas in situ a nivel de superficie.

### 5.2.1.3. Dimensión de masa fractal de crestas ( $D_{mc}$ )

La dimensión de masa fractal de las crestas ( $D_{mc}$ ) abarcó un amplio rango de valores desde 1.62 hasta 1.90, diferentes significativamente de los  $D_{mv}$  (Figura 10), observándose una máxima dispersión de magnitudes de este parámetro fractal a lo largo del transecto estudiado. Este índice mostró ser significativamente menor para el patrón Corales donde su promedio es de solo 1.76, llegando al promedio máximo de 1.84, en las imágenes de Ramificación. Cabe mencionar que en los medios porosos, este valor alto de dimensión de masa fractal se observa solo en las redes de poros con un óptimo de permeabilidad (por ejemplo un suelo chernozem) podría ser que el reacomodo del material erosionado de la zona C del transecto

estudiado resulta de una nueva y mas lejana de la optima distribución de sólidos y poros que significa una estabilización de nuevas superficies formada aguas debajo de las zonas erosionadas.

Lo interesante es que este último patrón (Valor máximo de  $D_m$ ) corresponde a la zona A del transecto (desprendimiento del material sólido), mientras que el valor menor pertenece al patrón ubicado en la zona C (deposición). Seguramente, la falta de agregación de las partículas sedimentadas en una de las razones básicas de esta baja estabilidad de masas sólidas.

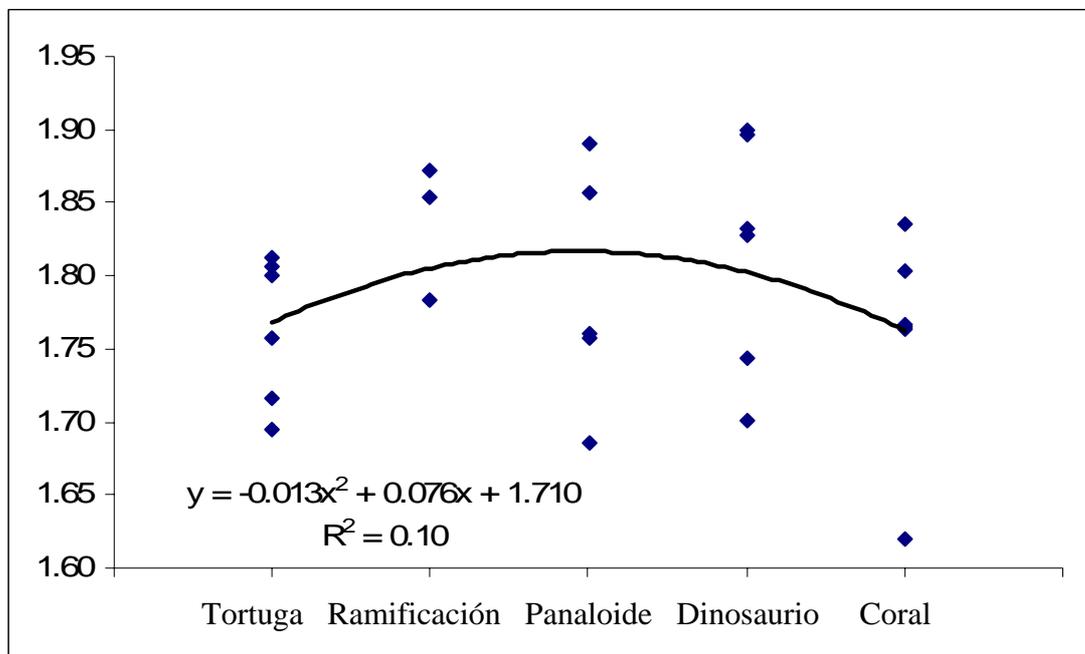


Figura 10.- Dispersión de los datos de  $D_{mc}$  (Cresta) para todas las imágenes analizadas.

La tendencia de la variación de los datos que muestra el análisis estadístico al comparar sus promedios referidos a la dimensión de masa fractal de cresta presento una dispersión, con los promedios (Figura 11) de  $D_{mc}$  de 1.76, 1.84, 1.79, 1.82, 1.76 para Tortuga, Ramificación, Panaloide, pasos de Dinosaurio y Corales. Se documentó un aumento de la  $D_{mc}$  en dirección de la pendiente del transecto desde patrón Tortuga-Ramificación-Panaloide y todo lo contrario, viendo desde la

zona B (transporte) hacia la zona C (depositación), o sea refiriéndose a la cadena de patrones Panaloide-Pasos de dinosaurio-Corales. Lo señalado se interpreta de un modo genérico para los patrones morfológicos analizados del siguiente modo: la fase valle del patrón morfológico de erosión tiende a ocupar un mayor espacio (y por ende tiene una mayor  $D_{mv}$ ) en la zona de depositación del transecto estudiado en comparación con las crestas, dependiendo su valor del tipo de arreglo microestructural que tiene cada una de las superficies analizadas y la cual resulta en un patrón morfológico típico de erosión correlacionado con su posición sobre el transecto y se caracteriza en una relación inversa entre  $D_{mv}$  y  $D_{mc}$ , para todos los patrones y sus partes (valles y crestas) analizados.

Los resultados discutidos coinciden con los tendencia documentadas en los trabajos previos realizados por Oleschko et al., (1998), donde se comprueba la eficiencia de la dimensión de masa fractal como una medida precisa de las propiedades estáticas del patrón estructural de los medios porosos.

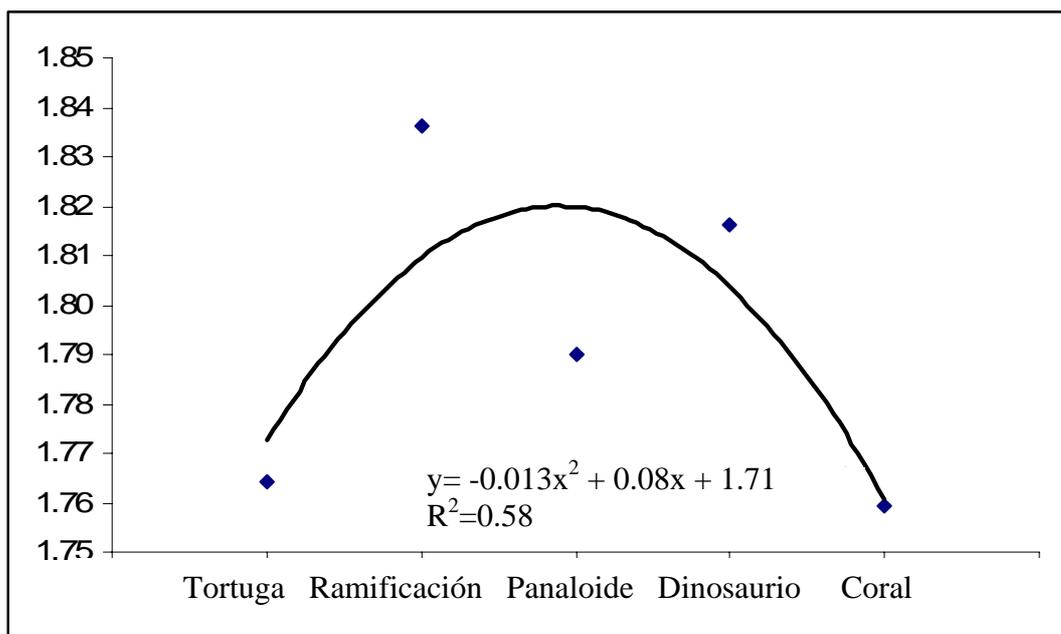


Figura 11.- Tendencia de la dinámica de los promedios de  $D_{mc}$  de los patrones morfológicos de erosión en función de su posición sobre el transecto de referencia estudiado.

Sin embargo, el ajuste de los datos para la  $D_{mv}$  a la regresión lineal es baja, aunque estadísticamente aceptable ( $R=0.58$ , Figura 9). La tendencia polinomial de distribución de valores se documentó para el patrón de cresta (poros), cuya dimensión fractal no presento una secuencia esperada. Sin embargo lo observado comprueba la invariancia al escalado que existe en los valles ( $D_{mv}$ ) de los patrones morfológicos de erosión, ajustándose los datos al comportamiento fractal, no así para la fase de crestas ( $D_{mc}$ ) cuya invariancia al escalado no se documento en términos estadísticos al llegar a bajos coeficientes de ajuste a regresión lineal de los valores de  $D_{mc}$

### **5.2.2.- Dimensión fractal de caja ( $D_b$ )**

La técnica del conteo de caja (Box counting) extrae de cada fase de interés (valle o cresta) una medida promedia de la heterogeneidad de los patrones morfológicos de erosión. Estos últimos se llama con cajas de tamaño progresivamente mayor, cuantificando qué tanto espacio ocupa cada parte de patrón morfológico de la superficie erosionada.

#### **5.2.2.1.- Invariancia al escalado del patrón de erosión por cárcavas según la dimensión fractal de caja ( $D_b$ )**

La dimensión fractal de caja extraída a partir de todas las imágenes analizadas abarco un amplio rango de valores desde 1.85 hasta 1.98 (Figura 12), mostrando una alta dispersión de datos. La  $D_b$  del patrón morfológico Tortuga (zona A), Ramificación (zona A) y Panaloide (zona B) muestran los valores máximos característicos para ka fase

sólida de los medios porosos: 1.95, mientras que para la morfología Pasos de dinosaurio (zona C) y Corales (zona C) es de 1.93.

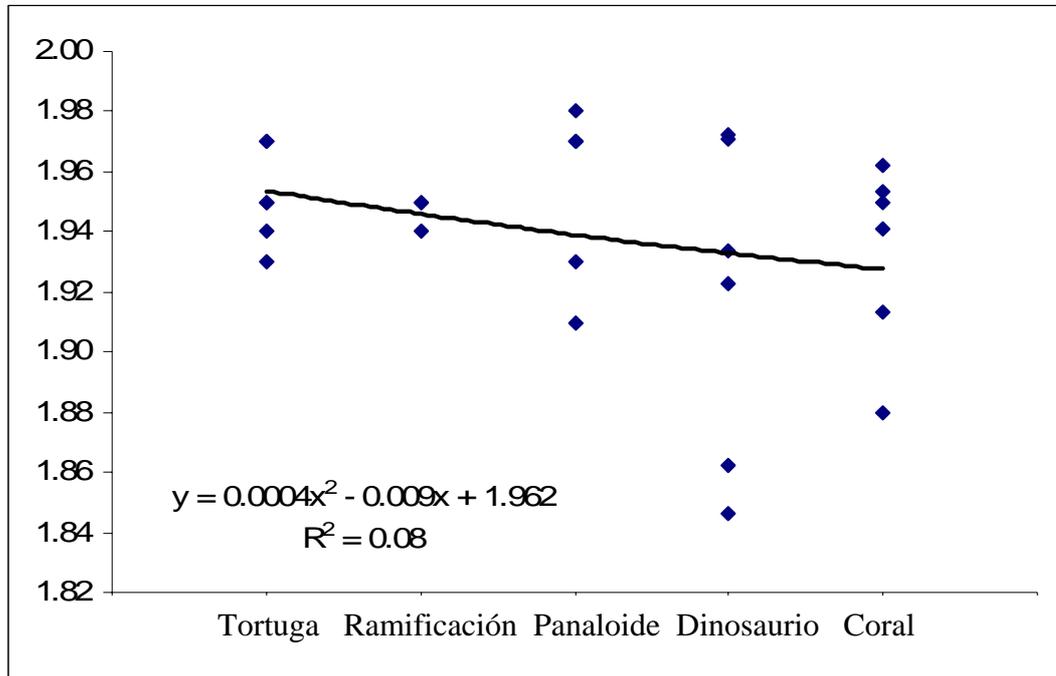


Figura 12.- Dispersión de los datos de dimensión fractal de caja para todas las imágenes analizadas. Se observó una mínima dispersión de la zona A del transecto, con mayor dispersión de valores extraídos a partir de las imágenes del tipo pasos de dinosaurio, y ramificación, que ocupan la zona de sedimentación.

La variación de promedios de  $D_b$  para cada una de las morfologías estudiadas, confirma una diferencia no significativa estadísticamente en la heterogeneidad de ocupación del espacio Euclidiano común por los patrones analizados ( $R=0.50$ ), lo cual se interpreta como indicativo del comportamiento fractal independiente de la naturaleza y autosimilar de los patrones morfológicos analizados (Figura 13). Esto confirma una vez más la veracidad de la hipótesis original sobre la invariancia al escalar que presenta la morfología de superficies erosionadas planteada en el presente estudio para el uso de los procesos erosivos en una zona de cárcavas. Los atributos de estos patrones presentan una variación en el espacio que puede ser descrito por unos rasgos genéricos.

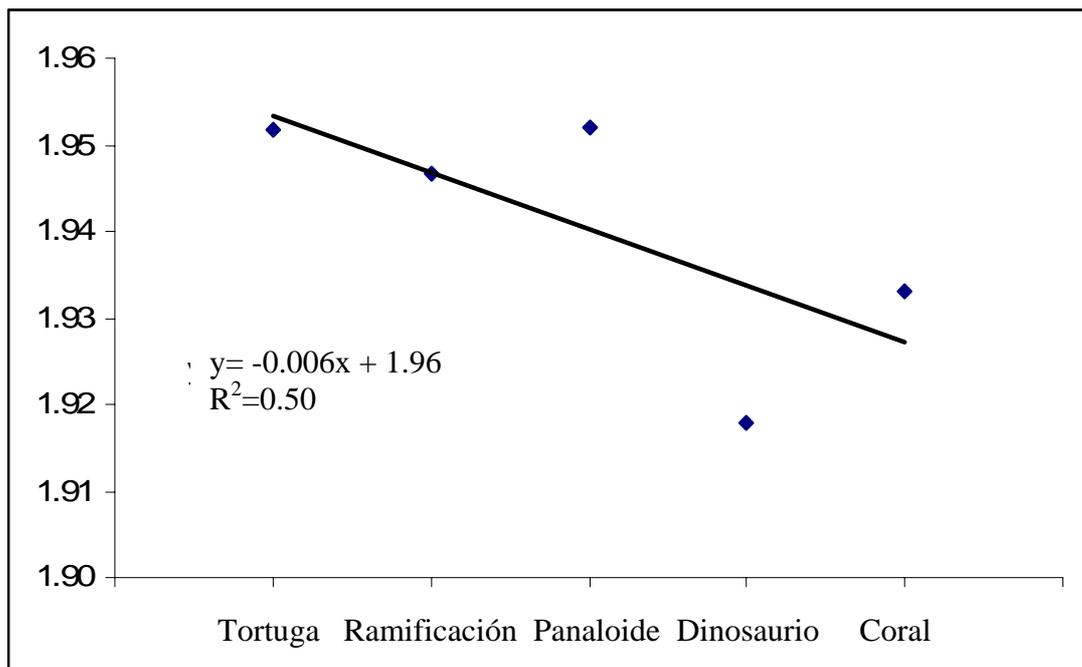


Figura 13.- Tendencia del cambio de los valores promedio de Db en los patrones de erosión sobre el transecto en estudio. Obsérvese la afinidad de datos del grupo localizado en la zona A y B y su diferente con los de la zona C.

### 5.2.3.- Rugosidad global de las imágenes de superficies erosionadas: Firmagramas

Análisis de la densidad de tonos de gris sobre las imágenes de cada patrón erosivo formado sobre la superficie del suelo en cada una de las posiciones sobre el transecto estudiadas se efectuó de una forma simple, por medio de la rugosidad global de distribución de tonos de gris o firmagramas sobre cada imagen estudiada (Oleschko *et al.*, 2004). Los firmagramas imprimen la información sobre el grado de ocupación de superficie erosionada por áreas estables y inestables, por lo cual puede ser visto como un indicador de la rugosidad superficial global derivada de los procesos erosivos acumulados para cuantificar que espacio ocupa cada firmagrama dentro de un plano 2D, estas se analizaron con la misma técnica del conteo de caja ( $D_b$ ), arriba especificada.

### 5.2.3.1.- Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión en una zona de cárcavas según la rugosidad global de imágenes (H de los Firmagramas)

La rugosidad global de la distribución de grises sobre la imagen permite cuantificar la densidad de las fases de interés (valle y cresta) en su conjunto sobre la superficie erosionada. Para ello la dimensión fractal de los firmagramas se extrajo con el propósito de cuantificar la heterogeneidad del espacio ocupado por los patrones de interés en un plano (2D), por medio del conteo de caja  $D_b$ . La menor y mayor dimensión de caja se encontró en los firmagramas extraídos de los patrones morfológicos Panaloide (min  $D_b=1.73$  y max  $D_b=1.85$ ), presentando que el patrón del tipo Ramificación una visible homogeneidad en la densidad de grises sobre sus firmagramas, con un  $D_b$  promedio de 1.83 (Figura 14).

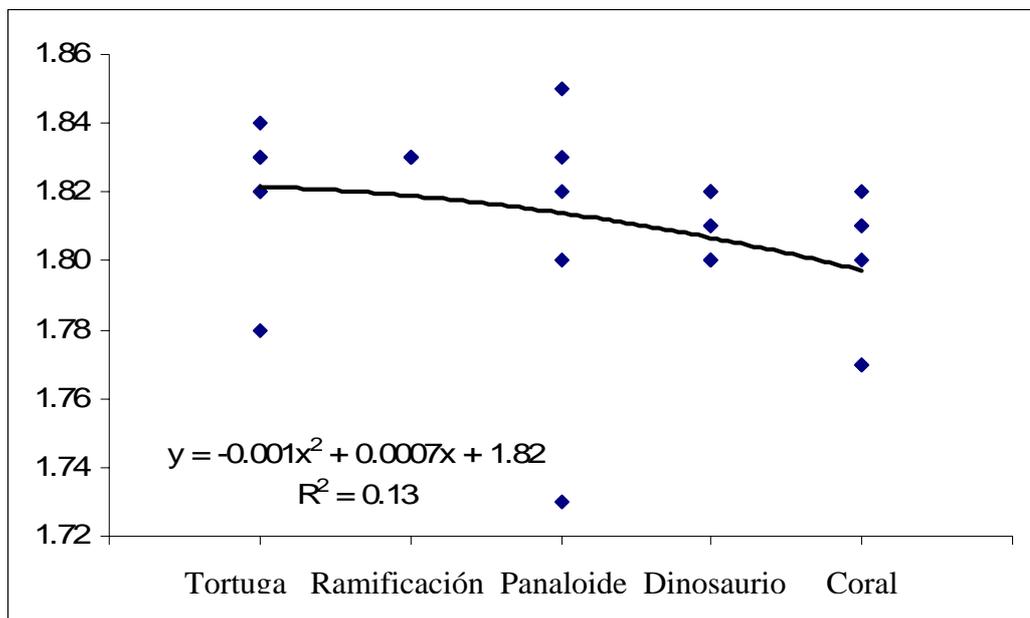


Figura 14.- Dispersión de datos de dimensión de caja en función de la rugosidad global de las imágenes de los patrones morfológicos de erosión en una zona de cárcavas.

La dimensión de los firmagramas para el patrón morfológico Tortuga (zona A del desprendimiento), varía entre 1.78 y 1.84. Las

pequeñas diferencias documentadas se derivan de la presencia de algunas zonas de sombra del lado apuesto a la dirección, de la luz solar. El patrón de Ramificación presentó el mismo valor de Db para todas las imágenes multiescalares (1.83), debido a unas distribuciones homogéneas de tonalidades de gris sobre todas las imágenes.

La amplia variación de magnitudes del Db (min=1.73, max=1.85) se observó en el patrón morfológico Panaloide (zona B del transporte).

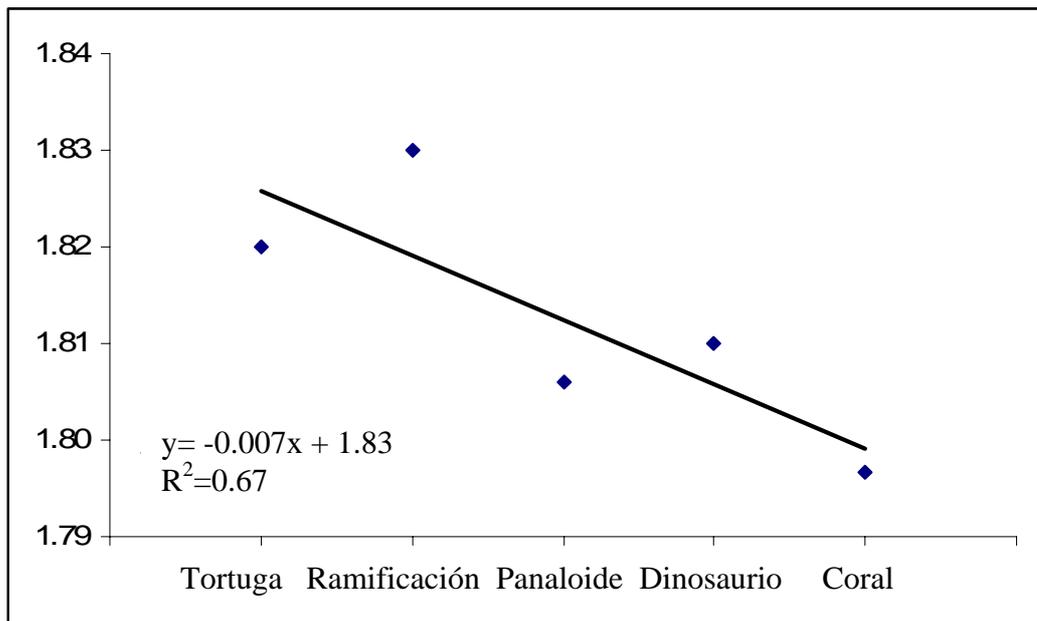


Figura 15.- Invariancia al escalado ( $R^2= 0.67$ ) de los promedios de Db extraída de los firmagramas de las imágenes de patrones de erosión del transecto de referencia en estudio.

Los datos arriba discutidos confirman una vez más que existe una invariancia al escalado de los patrones morfológicos de las superficies de erosión estudiadas, cuya rugosidad se deriva del efecto de la erosión hídrica. El promedio de Db por cada patrón es de 1.82, 1.83, 1.81, 1.81, 1.80 (Tortuga, Ramificación, Panaloide, Pasos de dinosaurio y Corales respectivamente) confirmando sus bajos y no significativas estadísticamente diferencias (Figura 15) en la heterogeneidad de ocupación del espacio Euclidiano común por los patrones estudiados. A pesar de esto con un  $R^2 = 0.67$  se puede afirmar

que las redes de valles llega a ocupar un menor espacio de la parte baja del transecto, donde a nivel visual se observa mayor ancho de las redes de cresta, por las cuales fluye el flujo de los sedimentos.

El análisis estadístico comparativo de la matriz de correlación de Pearson documento una alta correlación entre todas las morfologías estudiadas: Tortuga ( $R=1$ ), Ramificación ( $R=-0.817$ ), Panaloide ( $R=-0.934$ ), Pasos de dinosaurio ( $R=0.81$ ) y Corales ( $R=0.998$ ), presentaron altos valores de  $R$  para las dimensiones extraídas de los firmagramas de los patrones, testificando una baja dispersión de datos.

#### **5.2.4.- Rugosidad local de las imágenes de superficies erosionada: Líneas de referencia (LR)**

Las líneas de referencia (LR) son parte de los Firmagramas y se extraen para medir la rugosidad de las imágenes a nivel local (perfiles de distribución de tonos de gris). El dentado de cada LR, imprime la distribución de crestas y valles sobre la imagen original con una precisión del tamaño del píxel. Los picos cuya posición sobre la superficie es ascendente corresponden a los tonos oscuros, mientras que los tonos de gris que corresponde a los valles se distribuye sobre el eje X coincidiendo con los tonos mas oscuros.

##### **5.2.4.1. Invariancia al escalado del patrón de erosión por cárcavas según la rugosidad local ( $H_{LR}$ ).**

El exponente de Hurst ( $H_{LR}$ ) está relacionado con la dimensión fractal y caracteriza o cuantifica el grado de la irregularidad o rugosidad del perfil. La rugosidad de las imágenes varía entre 0.18 y 0.47. Los valores mas cercanos al límite topológico inferior (cero) fueron típicos para patrones Ramificación y Panaloide, presentándose en todos los patrones morfológicos una autosimilitud de valores

comparando los valores de las imágenes tomando con distinto acercamiento del mismo patrón morfológico.

El patrón Tortuga tiene un rango de valores que comprende de 0.26 a 0.40, Ramificación oscila de 0.18 a 0.22, Tortuga se caracteriza por valores de 0.18 y 0.26, Dinosaurio de 0.24 a 0.47 y Coral con rangos de 0.24 a 0.46, y promedios de 0.32, 0.21, 0.21, 0.33, 0.33 respectivamente, confirmando una diferencia no significativa estadísticamente (Figura 16) en la heterogeneidad de ocupación del espacio Euclidiano común entre los patrones ( $R=0.65$ ), cuando estos se analizan conjuntamente. Sin embargo es evidente la presencia de una zona de inflexión, que corresponde al cambio de la tendencia de los datos. Esta zona se observó en todos los 9 descriptores fractales coincidiendo con la zona de transporte B.

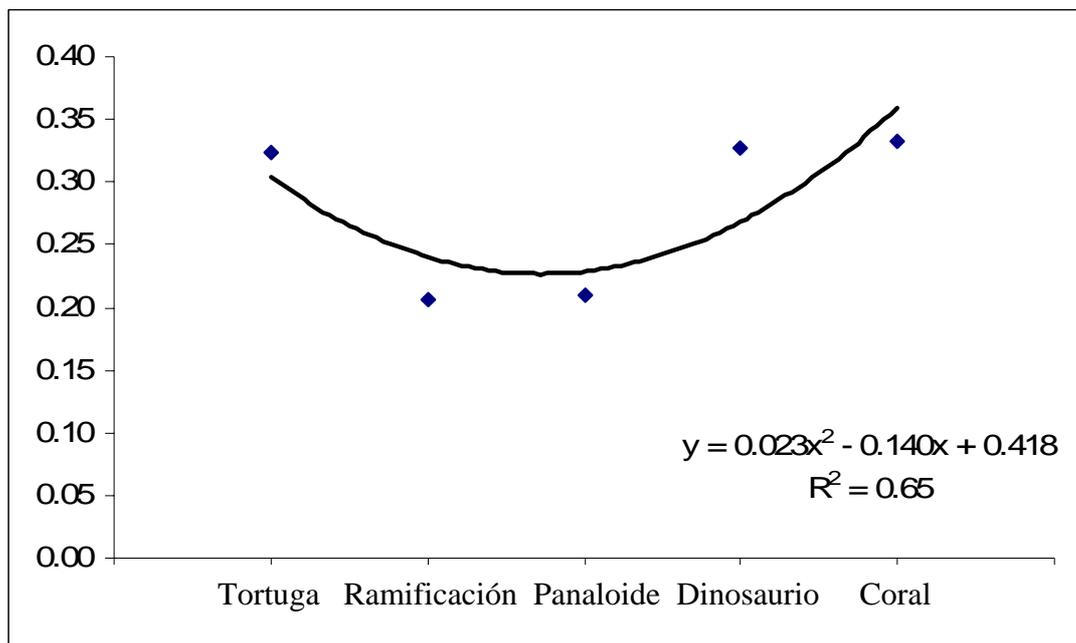


Figura 16.- Invariancia de los promedios de Hurts para rugosidades locales para patrones de erosión.

Al agrupar las imágenes por zonas de erosión y de acuerdo al patrón morfológico superficial de cada una de ellas se documentó una

zona del transecto con la división se obtuvo la siguiente grafica de la dinámica de promedios de la rugosidad local (Figura 17 y 18), mejorando los ajustes de las regresiones hasta  $R^2=0.73$  por la zona aguas arriba y  $R^2=0.90$  para aguas abajo.

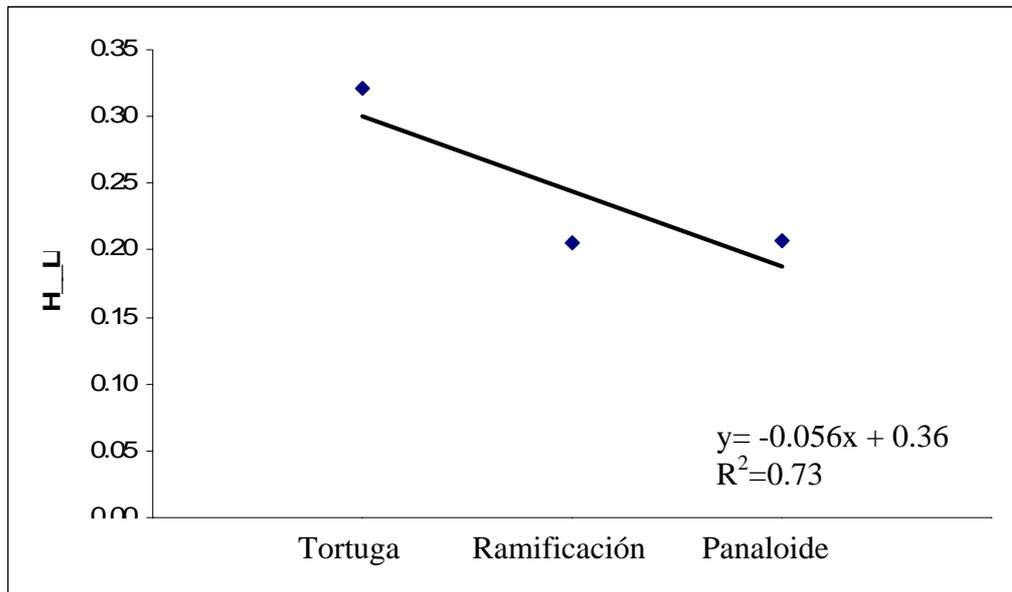


Figura 17.- Dinámica de los promedios del exponente de Hurst de rugosidades locales a lo largo de la parte superior del transecto de los patrones Dinosaurio, Ramificación y Panaloide. Se observa la tendencia al aumento de la rugosidad desde la zona A en dirección hacia la zona B ( $R^2=0.73$ ).

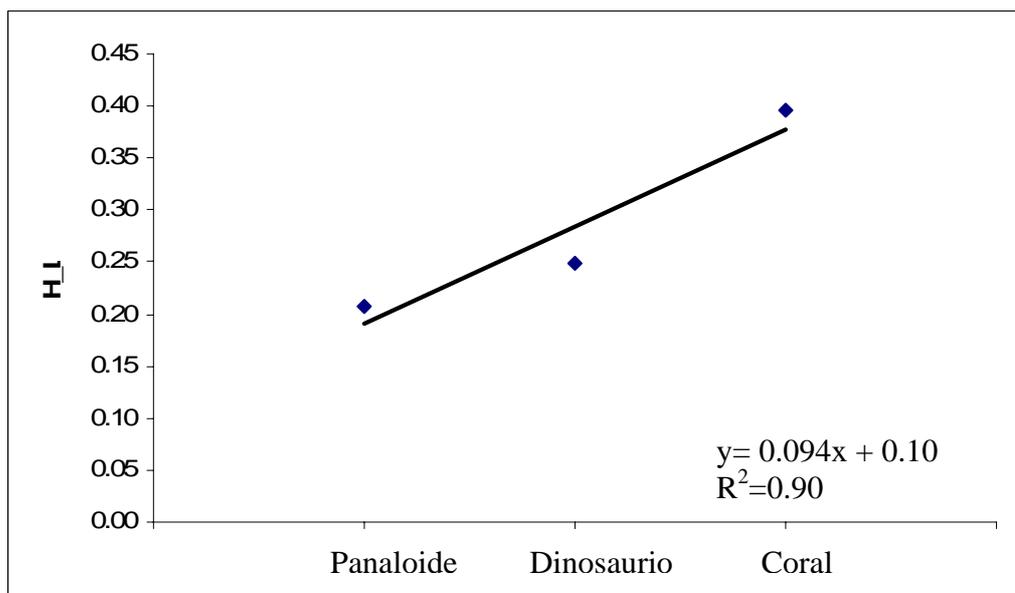


Figura 18.- Dinámica de los promedios del exponente de Hurst para rugosidades locales para los patrones Panaloide, Dinosaurio y Coral. Se observa una tendencia

contraria a la Figura 17, de disminuir la rugosidad de la zona B en dirección a la zona C, en donde existe un transporte y depositación del suelo erosionado ( $R^2=0.90$ ).

El análisis de las tendencias de cambios de los valores de rugosidad local  $H_{LR}$  por secciones de zonas A-B y B-C, se documentó las rugosidades de las superficies erosionadas a lo largo del transecto de cárcavas presenta diferencias significativas, correlacionándose sus magnitudes del H con los procesos de desprendimiento (A), transporte (B) y depositación (C). El análisis de la correlación de Pearson mostró diferencias altamente significativas entre los cinco patrones morfológicos (Ramificación -0.99, Panaloide -0.89, Dinosaurio -0.472 y Coral con un  $R= 0.70$ ). De este modo, tanto a nivel global (Firmagramas) como local (líneas de referencia), las técnicas de Informática Fractal de Imágenes han permitido documentar la invariancia al escalado de los patrones morfológicos generados por la erosión hídrica en cada posición del transecto de referencia y correlacionan H con las propiedades físicas de la capa superficial del suelo en una zona de cárcavas de un modo significativo estadísticamente.

#### **5.2.5.- Dimensión espectral ( $\bar{d}$ )**

La conectividad es uno de los atributos más importantes del patrón estructural de las superficies erosionadas, cuya rugosidad se capturó por las imágenes digitales y que es cuantificable vía otro parámetro fractal: la dimensión espectral o fractón. A diferencia con la dimensión fractal de masa que mide las propiedades estáticas del conjunto fractal, la dimensión espectral, es un parámetro propuesto por Alexander y Orbach (1982) para medir las propiedades dinámicas del mismo. La conectividad entre las crestas define la velocidad del transporte de sedimentos por las redes independientes de áreas depuradas por el material solidó de fácil remoción y desprendimiento embebidas en las imágenes, y su magnitud se correlaciona con el

grado de facilidad que tienen las partículas de moverse a través de una red de crestas. El límite topológico superior de la dimensión espectral es 2, que corresponde al espacio compacto 2D de la imagen. Este límite es característico para el movimiento Browniano clásico o ruido blanco, o distribución Gaussiana que se efectúa en espacio Euclidiano 2D, llenándolo completamente por las trayectorias del movimiento de las partículas. En cuanto mayor sea el valor de la dimensión espectral mas libre de obstáculos será el flujo. Todo lo contrario es cierto para los medios porosos con valores bajos de fractón que los ubica entre los materiales con diversos grados del impedimento al movimiento. Este último se vuelve cada vez menos continuo y mas tortuoso, acercándose  $\bar{d}$  asintóticamente a su límite topológico inferior, igual a cero (Oleschko et al., 1998).

#### **5.2.5.1.- Invariancia al escalado de la Dimensión espectral o fracton ( $\bar{d}$ )**

La dimensión espectral de valles ( $\bar{d}_v$ ) y crestas ( $\bar{d}_c$ ) de los patrones morfológicos generados por erosión hídrica en zona de cárcavas estudiadas oscilan entre 1.47 y 1.61 para valles, y continuidad para crestas 1.45 y 2. Los valores de  $\bar{d}$  son indicativos de una fuerte continuidad entre las crestas que conforman los patrones morfológicos, ya que son la parte menos a erosionarse por efecto de las precipitaciones y escurrimientos superficiales.

Los valores promedio del fractón para las fases valle ( $\bar{d}_v$ ) son de 1.54, 1.48, 1.51, 1.48 y 1.58 para los patrones morfológicos Tortuga, Ramificación, Panaloide, Dinosaurio y Coral, respectivamente.

Los valores promedio de  $\bar{d}_c$  oscilan entre 1.52 a 1.67, sin embargo el coeficiente de ajuste de los datos a la regresión lineal es aceptable tanto para los valles ( $R^2= 0.74$ ) (Figura 19), como para las crestas  $R^2=0.30$

(Figura 20). Confirmando una alta continuidad entre crestas de los patrones morfológicos, específicamente del patrón Panaloide que llego al limite topológico superior (2) y por ende a una máxima continuidad de las crestas.

Estas tendencias se reflejan una relación lineal entre los valores de la dimensión espectral, confirmando la presencia de una alta conectividad entre las crestas en cada uno de los patrones morfológicos analizados.

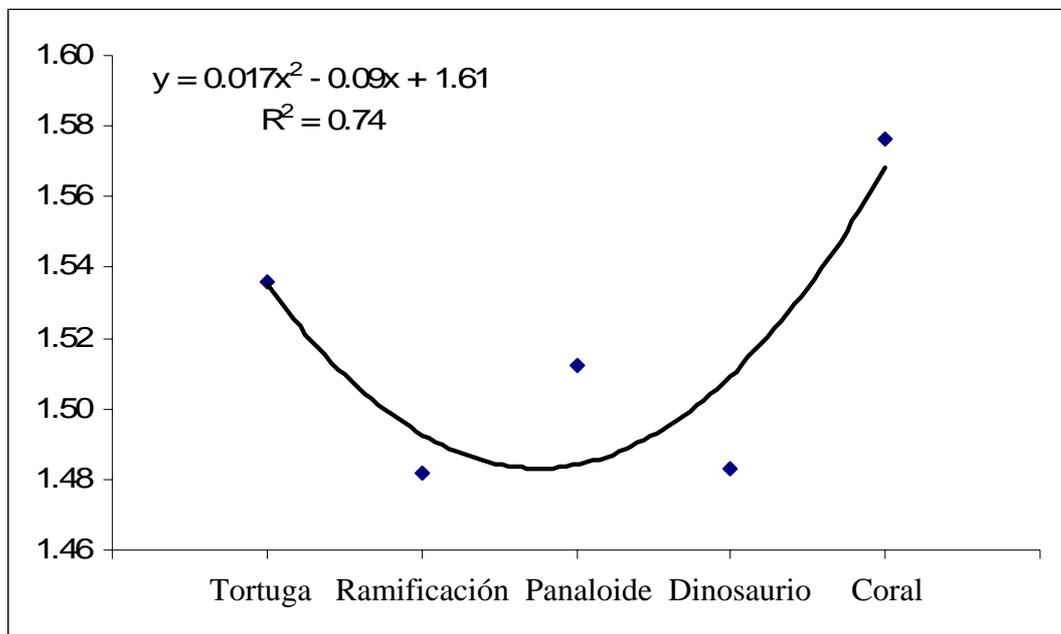


Figura 19.- Cambio de la dimensión espectral de los patrones morfológicos estudiados (fase valle  $\bar{d}_s$ ) en función de la posición sobre el transecto estudiado.

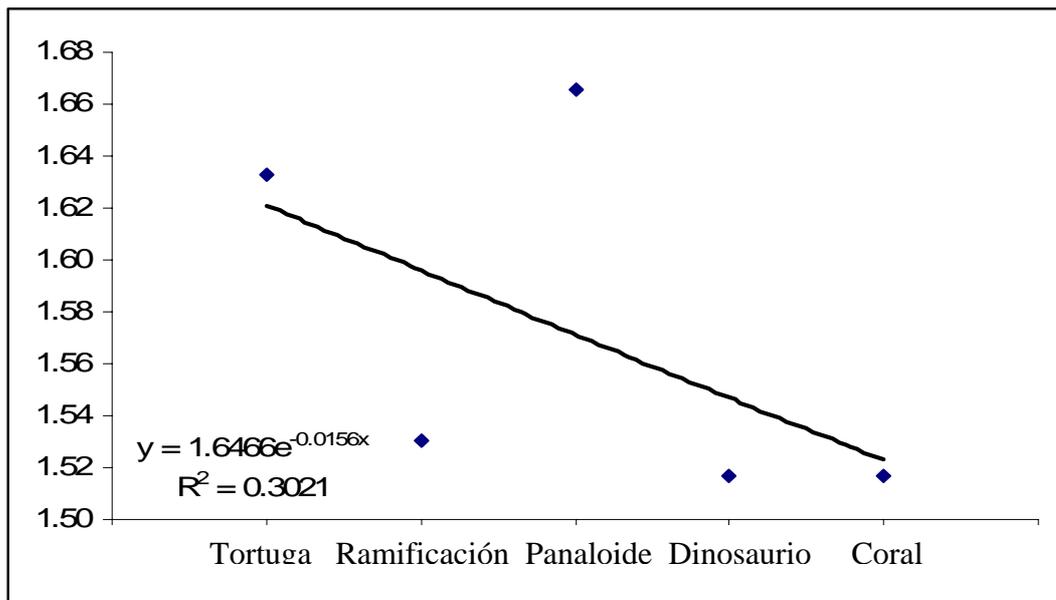


Figura 20.- Cambio de dimensión espectral  $\bar{d}_p$  de las crestas en función de la posición de la superficie sobre el transecto estudiado.

### 5.2.6.- Continuidad del patrón de valles ( $\bar{d}_v / D_{mv}$ ) y crestas ( $\bar{d}_c / D_{mc}$ ) de los patrones de erosión.

La relación entre los dos parámetros fractales arriba discutidos: la dimensión espectral y la masa fractal ( $\bar{d} / D_m$ ), es un indicador preciso de la velocidad del proceso de difusión que ocurre a través de un conjunto fractal. La relación señalada cuantifica el efecto competitivo de la heterogeneidad y tortuosidad del espacio ocupado por crestas y valles. A su vez, es un parámetro que mide las tendencias de la dinámica mutua de las dimensiones de la masa fractal ( $D_m$ ) y espectral  $\bar{d}$ , en función del origen de la morfología de la superficie del suelo o de cualquier medio poroso y las condiciones físicas que se presentan éstas en el momento de toma de imágenes. En cuanto menor sea el valor de  $\bar{d} / D_m$ , mas corto será el camino que puede recorrer una partícula durante el lapso del tiempo de referencia, participando en el proceso de difusión. Los límites topológicos de la relación mencionada se encuentra ente 1, que corresponde al espacio Euclidiano ocupado

completamente por el conjunto de interés, menor que 1 para una red fractal y cercano al cero dentro de un medio que inhibe el flujo de un modo asintótico (Anderson et al., 1996). Cabe mencionar que la clasificación de Fryirs *at al.* (2006) de las cascadas de sedimentos a escala de cuenca se basa en la discontinuidad de los patrones morfológicas de erosión descritos por ellos dividiendo las zonas erosionadas: las áreas amortiguadoras y las barreras.

**5.2.6.1.- Invariancia al escalado de la Continuidad  $\bar{d} / D_m$  de las redes de valles y crestas de superficies erosionadas.**

En la presente investigación el rango de los valores que abarcó la relación  $\bar{d}_v / D_{mv}$  (valle) en los cinco patrones morfológicos es cerrado, fluctuando estos entre 0.76 y 0.87, y acercándose al límite topológico superior en el patrón Coral. En este último caso los valles forman una red del tipo de empaquetamiento simple, el cual no restringen el flujo. En la figura 21 se presentan una imagen original del patrón Tortuga y su imagen de medida generada por el programa BROMOV8a, constituida por las trayectorias del movimiento Browniano. La figura 21(b) corresponde a los valles, mientras que 21(c) a las crestas, visualizando ambos mapas de continuidad de estas dos partes de la superficies erosionadas.

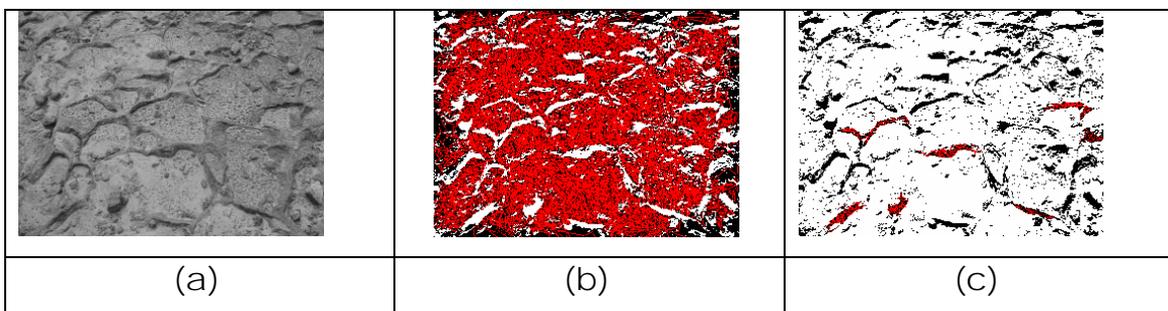


Figura 21.- Imagen original del patrón morfológico denominado "Panaloide" (a), y los mapas de medida correspondiente a la fase valle (b), y cresta (c), generados estos últimos por el programa BROMOV8a.

La dispersión de los valores obtenidos de la relación  $\bar{d}_s / D_{ms}$  se discute a continuación: para el patrón morfológico Tortuga, donde éstos oscilaron entre 0.76 y 0.83, Ramificación entre 0.75 y 0.77, Panaloide entre 0.76 y 0.80, Dinosaurio entre 0.76 a 0.79 y Coral entre 0.76 a 0.87 (Figura 22). Las tendencias del cambio de la continuidad en función del patrón morfológico ósea de la posición sobre el transecto de referencia estadístico, confirman lo esperado a nivel teórico, hay una mayor heterogeneidad y por ende menos continuidad de la fase valle en los patrones estudiados, así como mayor homogeneidad del patrón ramificación que ocupa la zona A del transecto.

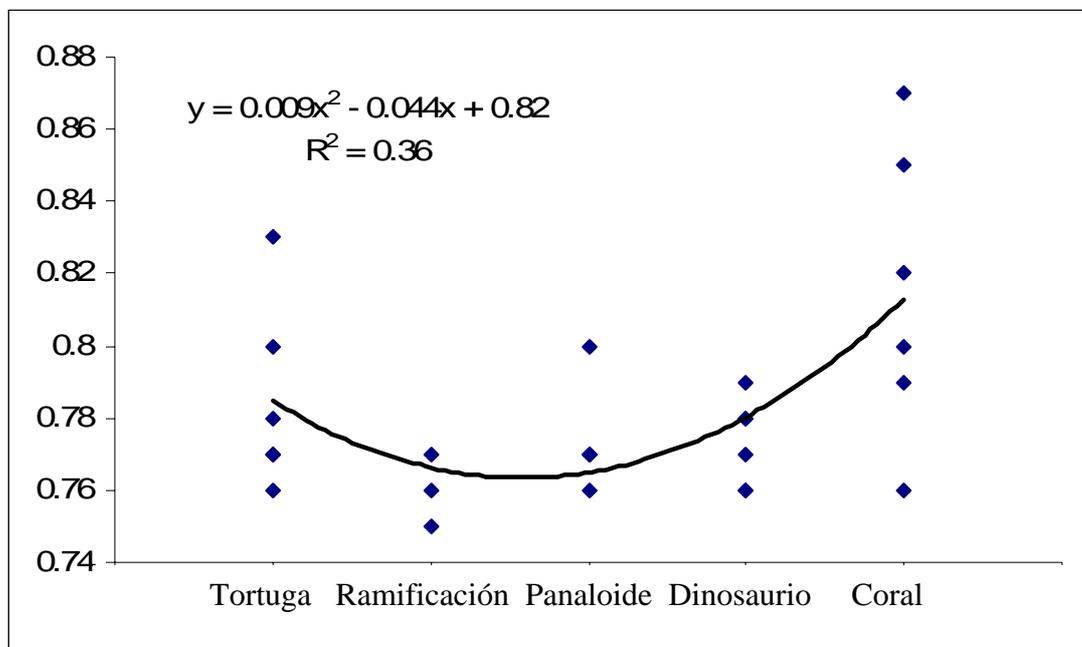
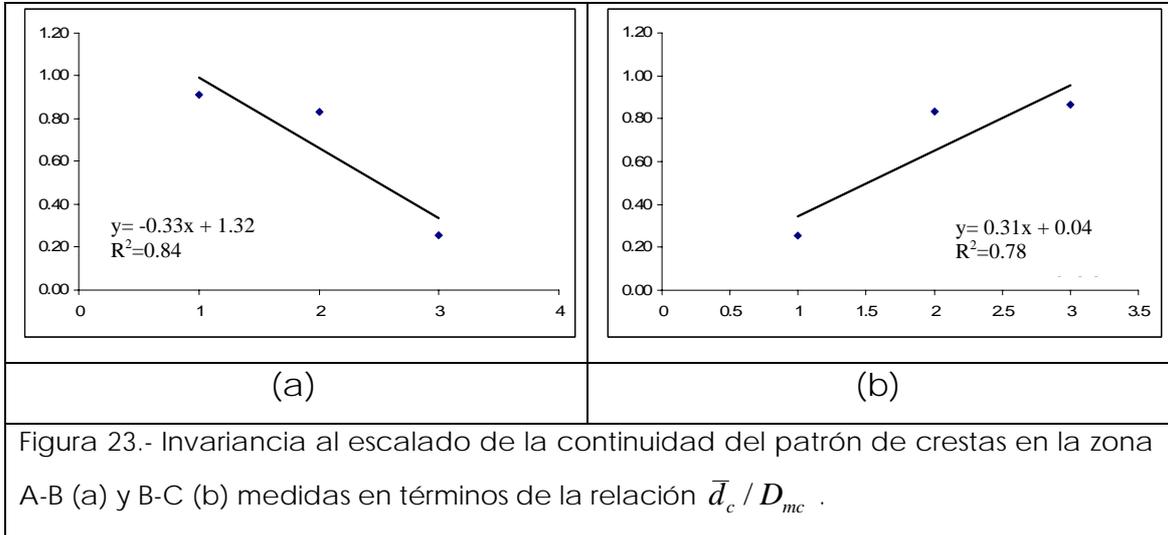


Figura 22.- Dispersión de los datos de la continuidad de los valles  $\bar{d}_v / D_{mv}$  para cada patrón morfológico estudiado sobre el transecto de referencia.

La continuidad del patrón de crestas  $\bar{d}_c / D_{mc}$ , oscila entre 0.80 y 1.0 para la zona A, 0.8 a 0.89 para la zona B y, finalmente, 0.78 a 0.92 para la zona C. Se observó que entre mas grande sea la escala de las imágenes de los patrones estudiados, menor es la heterogeneidad efectiva observada tanto para la fase valle como para la cresta.

El ajuste de los datos de la regresión lineal para estas escalas es significativo analizando aparte las morfologías de la zona A-B ( $R^2=0.84$ ) y B-C ( $R^2=0.78$ ) (Figura 23).



### 5.2.7.- Tortuosidad ( $\theta$ )

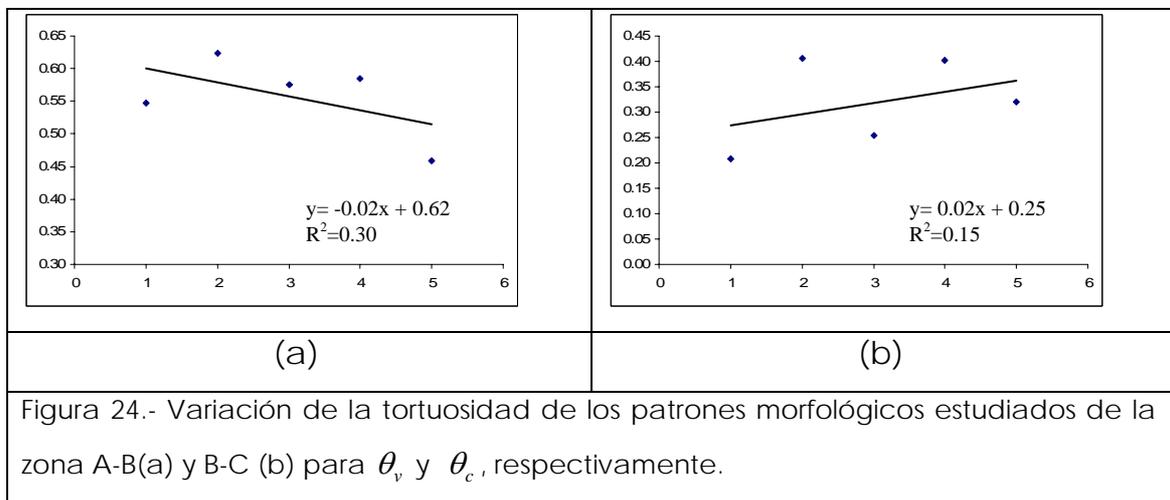
La tortuosidad es un parámetro fractal que como lo dice su nombre mide la tortuosidad del patrón de crestas y valles sobre la superficie erosionada, y que también indica que tan lenta es la difusión a través de una red fractal, tomando en cuenta todo el rango de las heterogeneidades multiescalares que presentan los patrones morfológicos encontrados (Armatas, 2006). A diferencia de la relación  $\bar{d}_v / D_{mv}$  (o  $\bar{d}_c / D_{mc}$ ), el límite topológico de  $\theta_v$  (o de  $\theta_c$ ) que coincide con la tortuosidad de valles (superficies con mayor potencial erosivo) tiende a cero y corresponde a las superficies lisas en el espacio Euclidiano.

#### 5.2.7.1.- Invariancia al escalado de Tortuosidad ( $\theta$ )

Las medidas de  $\theta_c$  cresta, para todas por patrones analizados abarcan un amplio rango de valores entre 0.00 y 0.55, con el valor mínimo característico para los patrones Tortuga y Panaloide y

correspondiente al límite topológico inferior. Estos patrones a simple vista tienen las interfases valle/cresta más lisas en comparación con todos los otros analizados en el presente estudio. La máxima tortuosidad de crestas ( $\theta_c$ ) se encontró para los patrones Ramificación y Dinosaurio (promedios  $\theta_c$  de 0.41 y 0.40, respectivamente). En el caso de los valles, la tortuosidad mínima corresponde a los patrones Tortuga y Coral con valores promedio ( $\theta_s$ ) de 0.41 y 0.30 respectivamente. Se nota que la mínima tortuosidad se presentó de la zona de depositación de los sedimentos (C), donde la masa homogénea de la morfología se confirmó por otros descriptores fractales.

El ajuste de los datos de la regresión lineal para  $\theta_c$  todos los patrones comparando es un significativo estadísticamente de  $R^2=0.15$ , (Figura 24b), incrementando  $R^2$  para la  $\theta_v$  de 0.30, (Figura 24a), comprenden promedios característicos de todos los patrones.



Los promedios de los patrones morfológicos en  $\theta_v$  (valle) para Tortuga, Ramificación, Panaloide, Dinosaurio y Coral son iguales a 0.55, 0.62, 0.58, 0.59, 0.46, respectivamente mostrando una máxima homogeneidad de la morfología de la superficie aguas abajo del transecto de referencia. Para  $\theta_c$  (cresta) los valores son iguales a 0.21,

0.41, 0.25, 0.40 y 0.32. Tomando en consideración los bajos ajustes estadísticos de los datos experimentales, este descriptor fractal no representa un indicador preciso de la morfología, sin embargo contribuye a la confirmación de una mayor homogeneidad de las superficies erosionadas en las zonas de sedimentación (C).

#### **5.2.8.- Exponente de Hurst ( $H_{R/S}$ )**

Otra forma simple de analizar cuantitativamente la variación de tonos de gris sobre la imagen correlacionada con la densidad de la distribución de los elementos texturales sobre los patrones morfológicos de erosión capturados por las imágenes digitales multiescalares, es por medio de la rugosidad global de la función de distribución de probabilidades (pdf) de tonos de gris dado sobre una imagen (Oleschko, 2006). Extrayendo el exponente de Hurst ( $H_{pdf}$ ) de los pdf de los patrones morfológicos de erosión se cuantificó que tan rugosa es cada superficie erosionada clasificada en la presente investigación.

##### **5.2.8.1- Invariancia al escalado con de exponente de Hurst ( $H_{pdf}$ ) para los patrones morfológicos estudiados.**

Los valores de  $H_{pdf}$  para la zona A del transecto estudiado y el patrón Tortuga (0.5 a 0.78), y Ramificación (0.70 a 0.76) son diferentes estadísticamente, estos patrones pertenecen a la zona A, en la zona B donde el patrón Panaloide se caracterizo por valores de 0.89 a 0.98, mientras que en la Zona C los valores de 0.82 a 0.97 y 0.73 a 0.82 para Dinosaurio y Coral respectivamente (Figura 25).

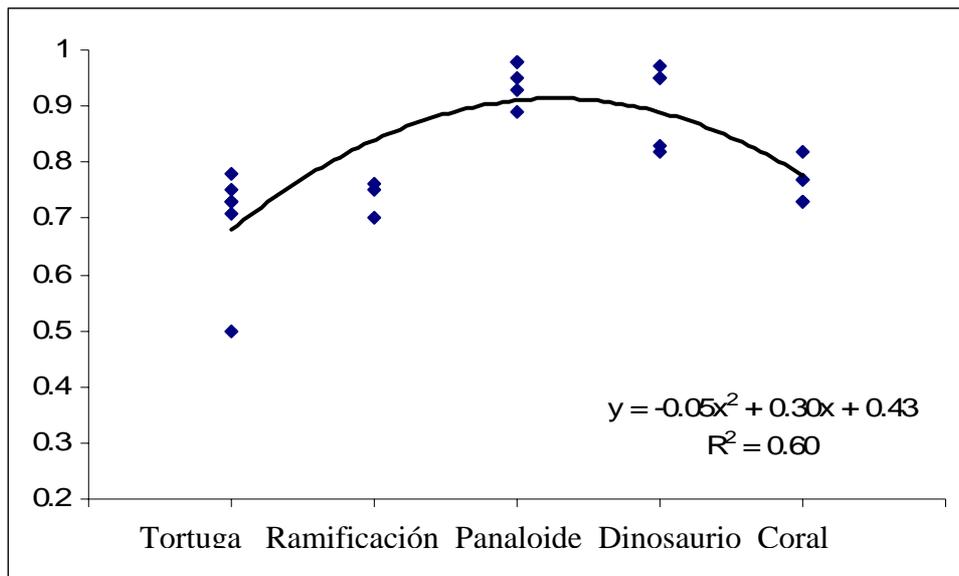
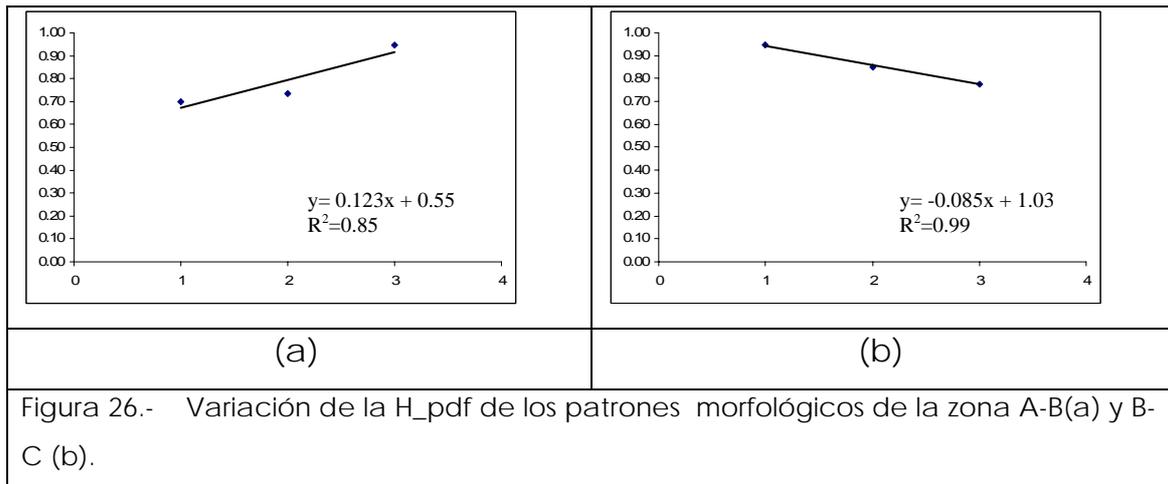


Figura 25.- Dispersión de datos del exponente de Hurst ( $H_{pdf}$ ) sobre el transecto de referencia en la zona de cárcavas estudiada.

Por los rangos mínimos de variación de los valores del exponente de Hurst de cada patrón morfológico estudiado, se concluye que dentro de cada patrón existe una invariancia al escalado del  $H_{pdf}$ , con valores promedio  $H_{pdf}$  de 0.45, 0.87, 0.83, 0.92, 0.60, respectivamente para Tortuga, Ramificación, Panaloide, Dinosaurio y Coral. De nuevo se confirma una máxima rugosidad de las superficies erosionadas aguas arriba del transecto de referencia.

Haciendo una correlación entre los promedios de las zonas A-B y B-C con los morfologías a lo largo del transecto se llega a un ajuste de 0.85 y 0.99 (Figura 26) para cada una de las zonas analizada. Existe un comportamiento diferente significativamente entre la rugosidad de las superficies de las distintas zonas del transecto de referencia, que puede ser extraída directamente del análisis de probabilidades (pdf), la función de densidad de distribución de todos de gris sobre las imágenes por medio  $H_{pdf}$ .



Con el análisis de la matriz de correlación resultaron altamente significativa las correlaciones entre los patrones de Tortuga ( $R=1.0$ ), Ramificación ( $R=0.99$ ), Panaloide ( $R=0.97$ ), con valores del coeficiente de Pearson indicando estos bajando hasta ( $R=0.45$ ) para el patrón Dinosaurio y ( $R=0.52$ ) Coral. De esta manera se confirma nuevamente que la zona A-B contiene los patrones morfológicos similares a diferencia de la Zona C, donde se depositan los sedimentos.

### 5.1.9.- Lagunaridad ( $\Lambda$ )

La lagunaridad es un parámetro fractal que se utilizó para cuantificar la variación de los diversos atributos del conjunto fractal, refiriéndose a sus distribuciones en el espacio (o en el tiempo si se refiere a los datos presentados en forma de series de tiempo). La lagunaridad se define como el prefactor de las leyes generales de potencia que se van estableciendo con base en los trabajos de Mandelbrot (1983) para los diferentes conjuntos fractales tanto naturales como sintéticos y que relacionan entre sí los atributos específicos de cada conjunto con la escala de su observación. y La potencia de la relación mencionada es la dimensión fractal ( $D$ ) (Henebry y Kux, 1995). La lagunaridad ( $\Lambda$ ) es una medida de carácter dual que cuantifica tanto el grado de ocupación del espacio por un conjunto, como su estructura interna:

cuantas lagunas o espacios vacíos grandes tiene una imagen y que tan heterogénea en su distribución (Chmiela, 2006). Este parámetro es variable en el espacio y dinámico en el tiempo (Hai-Tao, 2005), y es el único de los parámetros fractales estudiados en el presente trabajo que, según la teoría, no presenta la invariancia al escalado (Mandelbrot, 1983). Actualmente, ya es ampliamente reconocido que la lagunaridad es un indicador preciso de la velocidad y eficiencia de los procesos físicos que ocurren en los diferentes sistemas naturales, siempre cuando éstos se derivan del patrón estructural compuesto por dos partes básicas: el fractal y su complemento. Es ampliamente aceptado que las diversas estructuras pueden tener la misma dimensión fractal, a pesar de su distinta apariencia, que consiste, antes que nada, en la distribución muy variable de gaps o valles, o lagunas sobre la imagen (Saleh et al., 2004), y la cual por ende es medible en términos de lagunaridad.

#### **5.1.9.1.- Invariancia al escalado de la Lagunaridad $\Lambda$ de los patrones morfológicos de erosión**

En la zona A del transecto de referencia estudiado el rango de valores de lagunaridad que abarcaron los patrones morfológicos Tortuga y Ramificación, varía de 1.0 a 1.13, con el primer valor igual al límite topológico inferior para este parámetro fractal, indicativo de una máxima homogeneidad del material. El valor máximo (1.13) corresponde a las imágenes de Tortuga, que corresponde a la superficie del suelo con predominio de fase sólida (valles) y por ende con un patrón estructural desarrollado y una distribución de crestas homogénea. El promedio de  $\Lambda$  es de 1.05 para los 2 patrones.

En la zona B los valores de lagunaridad para el patrón morfológico Panaloide varía de 1.02 a 1.05, y tienden al límite

topológico inferior, indicativo de una máxima homogeneidad del material. El promedio de  $\Lambda$  es de 1.04.

En la zona C los rangos de valores que abarcaron los patrones morfológicos Dinosaurio y Coral, varía de 1.03 a 1.26, el primer valor tiende al límite topológico inferior para este parámetro fractal, indicativo de una máxima homogeneidad del material. El valor máximo (1.26) corresponde a las imágenes de Coral de la zona C de depositación de sedimento y un suelo con predominio de fase sólida (valles) sobre la cresta y por ende con un patrón estructural desarrollado y una distribución de crestas heterogénea en comparación con la Tortuga. El promedio de  $\Lambda$  es de 1.08 y 1.07 para el patrón Dinosaurio y Coral respectivamente. Los rangos de variación de valores de lagunaridad se presentan en la Figura 27.

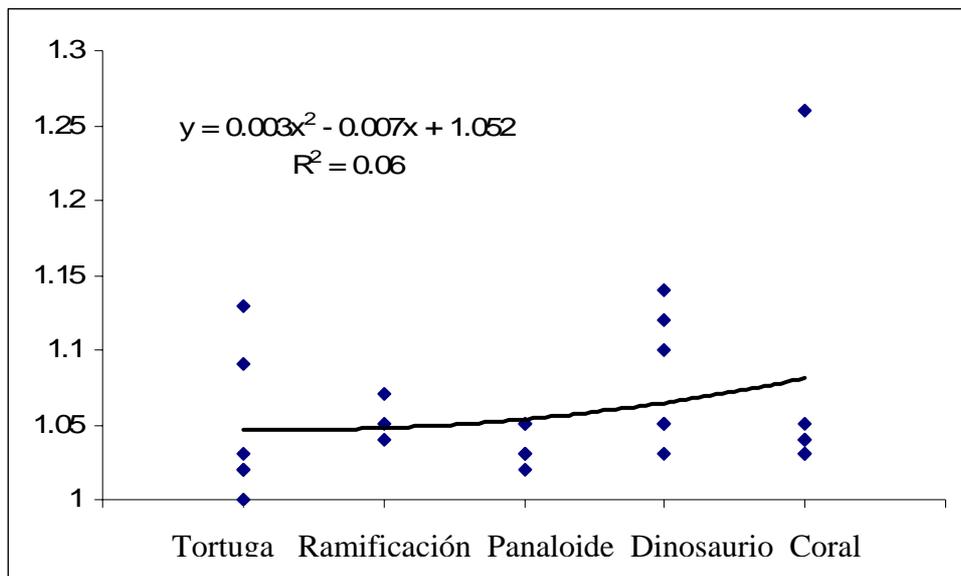


Figura 27.- Dispersión de los valores de la Lagunaridad para los cinco patrones morfológicos comparados.

Se observa que, conforme se analizan los patrones de superficie erosionada ubicada aguas arriba y yendo hacia aguas abajo de la ladera, se tienen una tendencia a agruparse los datos en clusters de

distinta homogeneidad al comparar las morfologías Tortuga y Ramificación (zona A), y Dinosaurio y Coral (zona C), separándose del patrón de la zona B (Panaloide). El análisis de regresión de estas agrupaciones correspondiente a las distintas fases del proceso de erosión mostró una baja correlación con de  $R=0.46$  (Figura 28).

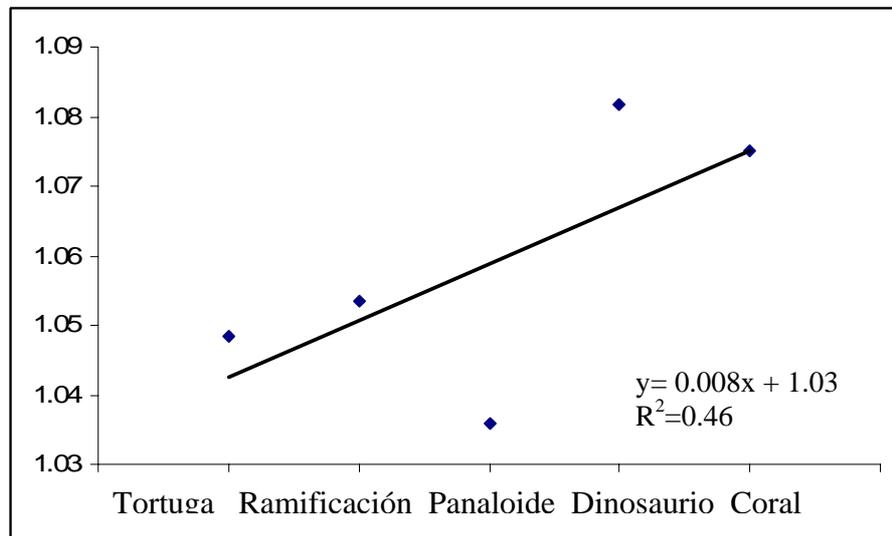


Figura 28.- Invariancia al escalado con respecto al descriptor fractal Lagunarity en los promedios de las morfologías estudiadas.

## VI.- Conclusiones

Los estudios del fenómeno de erosión hídrica se han dirigido al análisis y modelación de los flujos superficiales y sub-superficial de la masa y energía en los medios poroso.

Sin embargo, una atención insuficiente se ha dado a la morfología de las superficies erosionadas. En el presente trabajo de investigación, por primera vez, se realizó una clasificación completa de las superficies mencionadas ubicadas sobre un transecto de referencia en una zona de cárcavas en Querétaro, a partir del análisis multiescalar de las imágenes digitales de cinco patrones morfológicos de superficie erosionada denominados: Tortuga, Ramificación, Panaloide, Dinosaurio y Coral, los cuales se dividieron en dos fases: valle y cresta, y se correlacionaron estadísticamente con la posición sobre el transecto estudiado.

El análisis y discusión de los resultados obtenidos permitió llegar a las siguientes conclusiones:

- Las zonas del desprendimiento (A) y sedimentación (C) se caracterizaron por una topografía positiva en los valles, mientras que en la zona del transporte (B) estas mismas partes del patrón presentaron la topografía negativa. Los atributos básicos de los valles y crestas se han extrajero y midieron con los parámetros fractales aquí denominados descriptores.
- La invariancia al escalado de los cinco patrones morfológicos localizados en el transecto se documentó con base en el análisis fractal de la rugosidad de la función de distribución de probabilidades con los tonos de gris sobre las imágenes digitales multiescales (H\_pdf), así como con el comportamiento de las

dimensión fractal de masa, de la dimensión espectral, de la continuidad y tortuosidad de los caminos brownianos modelados sobre los valles y crestas de los patrones establecidos.

- Estos resultados abren una nueva perspectiva al análisis y modelación multiescalar del proceso erosivo mediante las leyes de potencia, donde el exponente de Hurst es una medida precisa de la rugosidad de las superficies afectadas.

## VII. LITERATURA CITADA

- Ahl, C., Niemeyer, J., 1989. The fractal dimension of the pore- volume inside soils. *Z. Pflanzenernaehr. Bodenkd.* 152, 457-458.
- Ahl, C., Frede, H.-G., Gath, S., Meyer, B., 1985. Boden aus Loss im Leinetalgraden und seiner Hochflachen-Umrandug. *Mitt. Dtsch. Bodenhd. Ges.* 42, 359-434.
- Alexander S. and R. Orbach. 1982, Density of states on fractals: fractons: *J. Phys. Lett.*, v. 43, p. L625-L631.
- Allain C. and M. Cloitre. 1991. *Phys. Rev. A* 44, 3552.
- Anderson A.N., Mc Bratney, A.B., FitzPatrick, E.A., 1996, Soil mass, surface, and spectral fractal dimensions estimated from thin section photographs. (*Soil Sci. Soc. Am.* 60, 962-969).
- Anderson A.N., Mc Bratney, A.B., Crawford, J.W., 1998. Applications of fractal to soil studies. In: Sparks, D.L. (Ed), *Advances in Agronomy*, vol. 63, Academic Press, San Diego, California, pp. 1-76.
- Arias R., H.M. y B. Figueroa S. 1992. La ecuación universal de perdidas de suelo en la cuenca del Río Texcoco. *Terra.* 10: 257-261.
- Armatas G. S., 2006. Determination of the effects of the pore size distribution and pore connectivity distribution on the pore tortuosity and diffusive transport in model porous networks, *Chemical Engineering Science* 61 p. 4662-4675.
- Avni Y. 2005, Gully incision as a key factor un desertification in an arid environment, the Negev highlands, Israel. (*Catena* 63, 185-220).
- Barak, Ph., C.A. Seybold and K. McSweeney. 1996. Self-similitude and fractal dimension of sand grains. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60: 72-76.
- Bartolo Samuele, Veltri Massimo. 2006 Estimated generalized dimensions of river networks. (*Journal of Hydrology*, 322).
- Bartoli F. et al. 1991. Structure and self-similarity in silty and sandy soils: the fractal approach. *J. Soil Sci.* 44, 555±565.
- Baveye, P., Boast, C.W., 1998. Fractal geometry, fragmentation processes and the physics of scale invariance: an introduction. In: Baveye, P., Parlange, J.Y., Stewart, B.A. (Eds.), *Fractal in Soil Science. Advances in Soil Science*, CRC Press, Boca Raton, pp. 1-54.

- Baveye, P., Boast, C.W., Ogawa, S., Parlange, J.Y., Stenhuis, T., 1998. Influence of image resolution and thresholding on the apparent mass fractal characteristics of preferential flow patterns in field soils. *Water Resour. Res.* 34, 2783-2796.
- Benoit. 1999. Benoit fractal analysis systems. Ver 1.2. Trusoft international inc.
- Bird, N.R.A., Dexter, A.R., 1997. Simulation of soil water retention using random fractal networks. *Eur. J. Soil Sci.* 48, 633-641.
- Bird, N.R.A., Bartoli, F., Dexter, A.R., 1996. Water retention models for fractal soil structures. *Eur. J. Soil Sci.* 47, 1-6.
- Bissonnais Y. Le, Montier C., M. Jamagne, J. Daroussin, D. King., 2001, Mapping erosion risk for cultivated soil in France, (*Catena* 46, 207-220).
- Bissonnais Y. Le 2005, Variability of soil surface characteristics influencing runoff and interrill erosion. (*Catena* 62, 111-124).
- Blanckenburg Friedhelm Von, 2006., The control mechanisms of erosion and weathering at basin scale from cosmogenic nuclides in river sediment. (*EPSL*, 242).
- Braja M.D. 2000. Principios de ingeniería de cimentaciones. Cuarta edición. Edit. Ciencias Thomson.
- Brayan, R.B., S.G. Govers and J. Poesen. 1989. The concept of soil erodibility and some problems of assessment and application. *Catena* 16: 393-412.
- Bresson, L.M., C. Koch, Y. le Bissonnais, E. Barriuso and V. Lecomte. 2001, Soil surface structure stabilization by municipal waste compost application. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 65 : 1804-1811.
- Burrough, P.A. 1981. Fractal dimension of landscapes and other environmental data. *Nature* 294: 240-242.
- Burrough, P.A. 1983. Multiscale sources of spatial variation in soil. I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *J. of Soil Science* 34: 577-597.
- Burwell R.E. and W.E. Larson. 1969. Infiltration as influenced by tillage-induced random roughness and pore space. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 33 : 449-452.

- Casalí J. 2006, Accuracy of methods for field assessment of rill and ephemeral gully erosion. (*Catena* 67, 128-138).
- Casalí J., López J.J., Giradles. 2003, A process-based model for channel degradation: application to ephemeral gully erosion. (*Catena*, 50).
- Cammeraat Erik L.H., 2004, Scale Dependent thresholds in hydrological and erosion response of a semi-arid catchment in southeast Spain. (*Agriculture Ecosystems & Environment*, 104).
- Celis, R., Cornejo, J., Hermosin, M.C., 1996. Surface fractal dimensions of synthetic clay-hydrous iron oxide associations from nitrogen adsorption isotherms and mercury porosimetry. *Clay Miner.* 31, 355-363.
- Chmiela J. et al. 2006. Análisis of emptiness (lacunarity) as a measure of the degree of space filling and of the internal structure of a set. *Materials characterization* 56 p. 421-428.
- Comegna, V., Damiani, P., Sommella, A., 1998. Use of a fractal model for determining soil water retention curves. *Geoderma* 85, 307-323.
- Cooley R., Steen Christensen., 2006., Bias and uncertainty in regression-calibrated model of groundwater flow in heterogeneous media., (*Advances in Water Resources*, 29).
- Correchel V., Bacchi O.O.S., Dechen S.C.F., 2006, Erosion rates evaluated by the <sup>137</sup>Cs technique and direct measurements on long-term runoff plots under tropical conditions. (*Soil & Tillage Research*, 86).
- Crawford, J.W., 1994, The relationship between structure and the hydraulic conductivity of soil. *Eur. J. Soil Sci.* 45, 493-502.
- Crawford, J.W., Matsui, N., Young, I.M., 1995. The relation between the moisture-release curve and the structure of soil. *Eur. J. Soil Sci.* 46, 369-375.
- Crawford, J.W., Verall, S., Young, I.M., 1997. The origin and loss of fractal scaling in simulated soil aggregates. *Eur. J. Soil Sci* 48, 643-650.
- Crawford, J.W., Pachepsky, Ya.A., Rawls, W.J., 1999. Integrating processes in soils using fractal models. Editorial of *Geoderma* 88, Special Issue: Fractals in Soil Science, pp. 103-107.
- Crawford, J.W. and B.D. Sleeman. 1998. From particles to architecture: fractals, aggregation and scaling in soil science. In P.M. Huang, N.

- and J. Buffle. Structure and surface reactions of soil particles. UIPAC series on analytical and physical chemistry of environmental systems.
- Dathe, A., S. Eins, J. Niemeyer, and G. Gerold. 2001. The surface fractal dimension of the soil-pore interface as measured by analysis image. *Geoderma* 103: 203-229.
- Darboux F, Huang C. 2003, An instantaneous-profile laser scanner to measure soil surface microtopography (*Soil SCI Society of America journal* 67 (1): 92-99 Jan-Feb).
- Darboux F. 2001, Evolution of soil surface roughness and flowpath connectivity in overland flow experiments. (*Catena* 46, 125-139).
- Dexter, R.A. 2001, The key to soil function. Institute of Soil Science and Plant cultivation. Poland pp 14.
- Dathe A. and Thullner M. 2005. The relationship between fractal properties of solid matrix and pore space in porous media, *Science Direct*.
- Dexter A.R. and C.W. Watts. 2000. Tensile strength and friability; Tensile strength and friability; in Smith, K.A. and Mullins, C.E. (editors) *Soil Analysis: Physical methods*, 2<sup>nd</sup> edition, Marcel Deckr Inc., New York, pp. 405-433.
- Dexter A.R. and Bird, N.R.A. 2001. Methods for predicting the optimum and the range of soil water contents for tillage based on the water retention curve. *Soil and Tillage Research*. 57, 203-212.
- Dexter A.R. and M. Birkas. 2004. Prediction of the soil structures produced by tillage. *Soil and Tillage Research*. 79, 233-238.
- Dexter A.R. 2004, Soil physical quality. *Soil and Tillage Research*. 79, 129-130.
- Dexter A.R. 2004. Part I. Theory, effects of soil texture, density, and organic matter, and effects on root growth. *Geoderma*. 120: 201-314.
- Dexter A.R. 2004. Soil physical quality: Part II. Friability, tillage, tilth and hard-setting. *Geoderma*. 120: 215-225.
- Dexter A.R. 2004. Soil physical quality: Part III. Unsaturated hydraulic conductivity and general conclusions about S-theory. *Geoderma*. 120: 227-239.

- Dillon C.G. and L.K. Philip, 2004. Determining the petrographic fabric of a compacted soil using semivariance analysis: sample preparation and digital petrographic image analysis Science direct, vol. 120, Issues 1-2, pages 47-61.
- DeBano L.F., 2000, Water repellency in soils: a historical overview., (Journal of Hydrology, 231-231).
- Edwards R.E. et al. 1971. Lacunarity for compact groups. Proceedings of the national academy of sciences. Vol. 68, No. 1, p. 25.
- Eckert, R.E., Jr., F.F. Peterson, and J.T. Belton. 1986. Relation between ecological range condition and proportion of soil-surface type. J. Range Management. 39: 409-413.
- Edwards, W. M., G. B. Triplett, D.M. van Doren, L.B. Owens, C.E. Redmond, and W.A. Dick. 1993. Tillage studies with a corn-soybean rotation: hydrology and sediment loss. Soil Sci. Am. J. 57: 1051-1055.
- Eltz, F., and D. Norton. 2002. Soil surface roughness changes as affected by tillage cover and rainfall erosivity. Technical abstract. Disponible en: <http://www.nps.ars.usda.gov/publications>.
- Ewe, H. T., H.K. Low, H.T. Chuah. 1997. Fractal surface dimension for classification remotely send data. International Symposium on Resource and Environmental Monitoring. International Symposium on Resource and Environmental Monitoring. ISPRS.
- Falconer, K., Fractal Geometry. 1990. Mathematical Foundations and Applications (John Wiley and Sons, New York).
- Foletto-Eltz F.L. and L. D. Norton. 1997, Surface Roughness Changes as Affected by Rainfall Erosivity, Tillage, and Canopy Cover. Soil Society of American Journal vol. 61.
- Fontoura da L., R. Marcondes, 2000, Shape Analysis and Classification (CRC Press, Boca Raton, Florida, USA).
- Flores D. L. 2003. Dinámica de la estructura de suelos y sedimentos del exlago de Texcoco: enfoque fractal, Tesis Doctoral, UNAM.
- Frauenfeld B. and C. Truman. 2004. Variable rainfall intensity effects on runoff and interrill erosion from two coastal plain ultisols in Georgia. Soil Sci. 169:143-154.
- Foster G.R., L.D. Meyer. 1977. An Erosion equation derived from basic erosion principles. Trans. Amer. Soc. Agr. Eng. 20: 683-687.

- Gil R. 2001. El comportamiento Físico-Funcional de los suelos, Proyecto Nacional agricultura de Precisión.
- Güntner A. and Axel Bronstert. 2004. Representation of landscape variability and lateral redistribution processes for large-scale hydrological modelling in semi-arid areas. *Journal of Hydrology* 297 p.p. 136-161.
- Gutiérrez C.C. 1997. Los suelos de la ribera oriental del ex lago de Texcoco (macro y micromorfología). Tesis doctor en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 158 ps
- Gamba, A. 2003., *Phys. Rev. Lett.* 90, 118101.
- Gogin A., Govers G., Jones R., Kosmas C., 2003., Assessment and reporting on soil erosion., (European Environment Agency, Technical report).
- Gonzalez V., Guerrero C. 2001, *Fractales: fundamentos y aplicaciones. Parte I: concepción geométrica en la ciencia e ingeniería. (Ingenierías, Vol. IV: 53-59).*
- Govers, G., and K. Helming. 2000. Soil roughness and overland flow. *Agronomie*. 20: 131-146.
- Hai-Tao D. et al. 2005. Focusing properties of fractal zone plates with variable lacunarity : experimental studies based on liquid crystal on silicon. *Chinese physics letters* 22 p. 2851-2854.
- Hatano, R., Booltink, H.W.G., 1998. Using fractal dimension of stained flow patterns in clay soils to predict bypass flow. In: Baveye, P., Parlange, J.Y., Stewart, B.A. (Eds.), *Fractals in Soil Science. Advances in Soil Science*, CRC Press, Boca Raton, pp. 261-291.
- Henebry G.M. and H.J.H. Kux. 1995. Lacunarity as a texture measure for SAR imagery. *International journal of remote sensing*. 16 (3), 565-571.
- Hinojosa. 1998, *Geometría de fractales y autoafinidad en ciencia de materiales. (Ingenierías, Vol. I, No. 1)*
- Hinojosa. 2001, *La rugosidad de las superficies: Topometría. (Ingenierías, abril-junio, Vol. IV, No. 11).*
- Hinojosa. 2000, *Rugosidad a larga distancia en superficies de fractura de materiales heterogéneos. (Ingenierías, abril-junio, Vol. III, No. 7)*

- Huang C., 2001., Hillslope topographic and hydrologic effects on overland flow and erosion., (Catena 46, 177-188).
- Hunt A.G., 2003., Some comments on the scale dependence of the hydraulic conductivity in the presence of nested heterogeneity.
- Kalda, J. 2003, Phys. Rev. Lett.90, 118501
- Korvin, G. 1992. Fractal Models in the Earth Sciences (Elsevier, Amsterdam).
- Kirkby Mike, 2001. Modelling the interactions between soil surface properties and water erosion (Catena 46: 89-102).
- Kalda, J., Phys. Rev. Lett. 90, 118501.
- Kirkpatrick L. A. and J. F. Weishampel 2005. Quantifying spatial structure of volumetric neutral models. Ecological modelling 186 p. 312-325.
- Kuipers, H. 1957. A relief meter for soil cultivation studies. Neth. J. Agric. Sci. 5: 255-262.
- Lal, R., and W. Elliot. 1994. Erodibility and erosivity. Chapter 8. Soil Erosion Research Methods. 2da Ediotion. Lucie Press. Pp 181-208.
- Li J. and F. Nekka. 2003. The hausdorff measure functions: a new way to characterize fractal sets. Pattern recognition letters 24 p. 2723-2730.
- Lobo D., Lozano Z., Delgado F., 2005, Water erosion risk assessment and impact on productivity of a Venezuelan soil. (Catena, 64).
- Le Bissonnais. Y. 1996. Aggregate stability and assessment of soil crustability and erodability. European J. of Soil Sci. 47: 425-437.
- Leduc, A., 1994. Fractal dimension estimates of a fragmented landscape: sources of variability. Landscape Ecology. 9: 279-286.
- Letcher R.A., Croke B.F.W., Jakeman A.J., Merritt W.S., 2006,. An integrated modeling tooldbox for water resources assessment and management in highland catchments: Model description., (Agricultural Systems, 89).
- Letcher R.A., Croke B.F.W., Jakeman A.J., Merritt W.S., 2006,. An integrated modeling tooldbox for water resources assessment and management in highland catchments: Sensitivity analysis and testing., (Agricultural Systems, 89, 132-164).

- Linden, D.R., Van Doren Jr. 1986. Parameters for characterizing tillage-induced soil surface roughness. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 50:1560-1565.
- Lipiec, J., R. Hatano. 1998. The fractal dimension of pore distribution patterns in various-compacted soil. *Soil and till.* 47: 61-66.
- López Guerrero, Cavazos F., Delgado A., 2003, Caracterización de superficies maquinadas por medio de parámetros de rugosidad. (Ingenierías, Vol. VI, No. 18).
- Lopez-Sabater C.J. and V.L. Lopes. 2002. Neural-network-base algorithms of hydraulic roughness for overland flow. *Transaction of the ASAE.* 45: 661-667.
- Lyczkowski R., Bouillard J., 2002., State-of-the-art review of modeling in fluid/solids systems. (*Progress in energy and combustion science*, 28).
- Lyczkowski R., Bouillard J., 2002., Scaling and guidelines for erosion in fluidized beds. (*Power technology*, 125).
- Mandelbrot B.B., 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self similarity and fractional dimension. *Science* 156, 636-638.
- Mandelbrot B.B. 1983. *The fractal geometry of nature.* W.H. freeman and Co. New York. 468 ps.
- Mandelbrot B.B. 2002. *Gaussian self-affinity and fractals.* Springer-verlag. Berlin 654 ps.
- Manousaki et al. 2006. Use of color textura in determining the nature of melanocytic skin lesions- a quantitative approach. *Computer in biology and medicine* 36 p. 419-427.
- Martínez-Lopez, F. et al., *Phys. A*, 311, 411.
- Matthias, A.D. D.F. Post. 2000. Surface roughness effects on soil albedo. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64:1035-1041.
- Merrill, S.D. and Tanaka. 2001. *Sustaining the global farm.* Purdue University and USDA-ARS National Soil Erosion Research Laboratory.
- Meyer, L.D. and W.H. Wischmeier 1969. Mathematical simulation of the process of soil erosion by water. *Transactions of the ASAE.* 18:905-911.
- Millan H. and M. Gonzalez-Posada. 2005. Modeling soil water retention scaling. Comparison of a classical fractal model with a piecewise approach. *Science direct*, volume 125, Issues 1-2, pages 25-38.

- Michele C., Bernardara P., 2005, Spectral Analysis and modeling of space-time rainfall fields., (Atmospheric Research, 77).
- Millán H., Gonzales-Posada, 2005., Modelling soil water retention scaling. Comparison of a classical fractal model with a piecewise approach., (Geoderma, 235).
- Molini A., Lanza L.G., Barbera P., 2005, Improving the accuracy of tipping-bucket rain records using disaggregation techniques. (Atmospheric Research, 77, 203-217).
- Morgan, R.C.P., and R.J. Rickson. 1993. EUROSEM: A user guide. Version 2. October. Silsoe, Bedford U.K. Silsoe College, Cranfield University.
- Myers, D.E. 2005. What is Geo-Statistics? En: sitio de web (http://www.u.arizona.edu/~donaldon/homepage/whatis.html).
- Muñoz-Villalobos J.A., 2006. Patron estructural multiescalar de un andosol y su dinámica en función del manejo, Tesis doctoral, Colegio de Postgraduados.
- Muñoz Gutierrez Rogelio, 2006. Erosión hídrica en la microcuenca San Pedro Huimilpan: Valoración integrada para su control. Tesis de maestría en Gestión Integrada de Cuencas. UAQ.
- Mwendera, E.J. and Feyen, 1994. Effects of tillage and rainfall on soil surface roughness and properties. Soil Technology 7:93-103.
- Navarro, V.A., B. Figueroa S., M. Ordaz Ch y F.V. Gonzalez C. 2000. Efecto de la labranza sobre la estructura del suelo, la germinación y el desarrollo del maíz y frijol. Terra 18:61-69.
- Naumis, G.G. 2002. Los fractales: una geometría para describir el espacio geográfico. In: Simposium la reurbanización de la ciudad de Mexico. Disponible en: [www.fisica.unam.mx/naumis/indexarchivos/fractales](http://www.fisica.unam.mx/naumis/indexarchivos/fractales).
- Nearing, M.A., Govers and L.D. Norton. 1999. variability in soil erosion data from replicated plots. Soil Sci. Soc. Am. J. 63:1829-1835.
- Nearing, M.A., L.D. Norton, X. Zhang 2001. Soil erosion and sedimentation. Agricultural Nonpoint Source Pollution. Lewis Publishers. Boca Raton. Pp 29-58.
- Niemeyer, J., Machulla, G., 1999. Description of soil pore systems accessible for water by fractal dimensions. Physica A 266, 203-208.

- Norton L. D., Ventura Jr., K. Dontsova. 2002. Soil Degradation as a result of water erosion. (Terra 21, 259-265).
- Nunes J. P., Nuno G., Seixas J., Carvalhais., 2005, Evaluating the MEFIDIS model for runoff and soil erosion prediction during rainfall events. (Catena, 61)
- Ogawa, S. Bayeve, P., Boast, C.W., Parlange, J.Y., Steenhuis, T., 1999. Surface fractal characteristics of preferential flow patterns in field soils: evaluation and effect of image processing. Geoderma 88, 109-136.
- Oleschko K., Gabor Korvin, Benjemin F, M.C. Vuelvas, A. Balankin, L. Flores, Dora Carreon. 2003, Statistical, Nonlinear and soft matter physics. (The American Physical Society, Vol. 67).
- Oleschko K., Gabor Korvin, A. Balankin, R.V. Khachaturov, L. Flores, F. Figueroa, J. Urritia y F. Brambila. 2002, Fractal Scattering of Microwaves from Soils. (Physical Review Letters, Vol 89).
- Oleschko K., J. Francois Parrot, G. Roonquillo, S. Shoba, G. Stoops, Vera M. 2004, Weathering: Toward a Fractal Quantifying. (Mathematical Geology, Vol. 36, No. 5).
- Oleschko K., J. Francois Parrot, Taud H., Miranda M.A., 1998, Análisis fractal comparativo de algunos suelos de México: um paso hacia la modelación de flujos. (Congreso Latinoamericano de Hidráulica XVIII)
- Oleschko K. et al. 1998. From fractal análisis along a line to fractals on the plane. Soil Technology.
- Orbach R. 1986. Dynamics of fractal networks: Science, v. 231, p. 814–819.
- Pascual J., Año C., Sánchez D., Masiá M., Arnua R., 2001, Valoración de la idoneidad de los índices PCI y MFI para estimr la concentración y agresividad de las precipitaciones de la comunidad Valenciana. (Rev. C&G., 15, 3-4).
- Osuna, C.E. 2005. Calidad fisica del suelo y productividad de un agroecosistema de maiz forrajero bajo diferente manejo. Tesis de Doctorado. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Mexico. 174p.
- Pachepsky, Ya., 1995. Fractal parameters of pore surface area as influenced by simulated soil degradation. Soil Sci. Soc. Am. J. 59, 68–75.

- Pachepsky, Ya., Yakovchenko, V., Rabenhorst, M.C., Pooley, C., Sikora, L.J., 1996. Fractal parameters of pore surfaces as derived from micromorphological data: effect of long term management practices. *Geoderma* 74, 305-319.
- Pachepsky, Ya., Crawford and W.J. Rawls. 2000. Fractals in soil Science. *Development in soil Science* 27. Elsevier pub., p.286.
- Palomas, M., 2002. Evidencia e implicaciones del fenomeno Hurst en el Mercado de capitales. *Gaceta de Economia*. Año 8, No 15: 117-153.
- Pardini, G. and F. Gallart. 1998. A combination of laser technology and fractals to analyze soil surface roughness. *European J. of Soil Sci.* 49: 197-202.
- Parrot, J.F. y H. Taud. 1998. Implementacion y operación de un algoritmo para la estimación de la dimensión espectral de suelos. UNAM, Instituto de Geología, Proyecto DGAPA, Informe final, 35pp.
- Perfect, E., Kay, B.D., 1991. Fractal theory applied to soil aggregation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55, 1552-1558.
- Perfect E., And B.D. Kay. 1995. Aplicaciones of fractals in soil and tillage research: a review. *Soil and tillage research* vol. 36, issues 1-2, p. 1-20.
- Perfect E., And R.L. Blevins. 1997. Fractal characterization of soil aggregation and fragmentation as influenced by tillage treatment. *Soil Science Society of America Journal.* 61:896-900.
- Perfect E., McLaughlin, N.B. Kay, B.D. Topp, G.C., 1996. An improved fractal equation for the soil water retention curve. *Water Resour. Res.* 32, 281-287.
- Plonick R.E. et al. 1993. Lacunarity indices as measures of landscape texture. *Landscape Ecol.* 8, 201-211.
- Poesen J., Yong Li., 2005. Gully erosion: Impacts, factors and control. (*Catena* 63, 132-153)
- Perrier E.M.A. 2002, Modelling soil fragmentation: the pore solid fractal approach. (*Soil & Tillage Research* 64, 91-99).
- Perrier, E., Mullon, C., Rieu, M., 1995 Computer construction of fractal soil structures: simulation of their hydraulic and shrinkage properties. *Water Resour. Res.* 31, 2927-2943.

- Perrier, E., Bird, N., Rieu, M., 1999. Generalizing the fractal model of soil structure: the pore-solid fractal approach. *Geoderma* 88, 137-164.
- Potter, K.N., Velazquez-Garcia. 2002. Use of submerged jet device to determine channel erodibility coefficients of selected soils of Mexico. *J. Soil and Water Cons.* 57: 272-277.
- Raoush R.I. and C.S. Willson. 2005. Extration of physically realtic pore network properties from three-dimensional synchrotron X-ray microtomography images of unconsolidated porous media systems. *Jorunal of hydrology* 300 p. 44-64.
- Rauch E. 2005. Introduction to Lacunarity. Math Forum Internet Mathematics Library, <http://www-swiss.ai.mit.edu/rauch/lacunarity/lacunarity.html>
- Ribeiro, L.M., and S.J. Crnkovic. 2002. Fractal analysis of eroded surface by digital image processing *Material Letters.* 56: 512-617.
- Richter, D.D., and C.W. Ralston. 1983. Chemical composition and spatial variation of bulk precipitation at a coastal plain watershed in South Carolina. *Water Resour. Res.* 19: 134-140.
- Rieu, M., Sposito, G., 1991b. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties : II. Applications. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55, 1231-1238.
- Rieu, M., Sposito, G., 1991<sup>a</sup>. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties : I. Theory. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 55, 1231-1238.
- Rodríguez E.P. et al. 2005. Self-referred approach to lacunarity. *Physical review e* 72, 016707.
- Rojas E. and F. Rojas. 2005. Modeling hysteresis of the soil-water characteristic curve. *The Japanese Geotechnical Socieivity.* Vol. 45 No. 3 (2005.6)
- Rieu Michel, Edith Perrier, Tesis "Fractal models of fragmented and aggregated soils", Laboratoire d'Hydrophysique des soils/Laboratoire d'Informatique Appliquée. (Cedex. France).
- Rattan. 2002, *Erodibility and erosivity.* Chapter 8. in: *Soil Erosion Research Methods.* S&WCS & St. Lucie Press. USA, pp. 181-208.
- Römken, 2001. Soil erosion under different rainfall intensities, surface roughness, and soil water regimes, (*Catena* 46, 103-123).

- Sakov P., Parslow J., 2004, Optimisation technique for calculating water transport in a box model (Gippsland Lakes, Victoria, Australia). (Estuarine coastal and shelf science, 59).
- Sidorchuk Aleksey, 2005. Stochastic components in the gully erosion modeling (Catena 63; 299-317).
- Saavedra Pedro, 2005, Tesis: Estimating spatial patterns of soil erosion and deposition en the Andean region using geo-information techniques: a case study in Cochabamba, Bolivia. (ITC & Wageningen University).
- Saleh A. 1993. Soil roughness measurement: Chain method. J. Soil and Water Cons. 48: 527-529.
- Skidmore, E.L. 1997, Comments on chain method for measuring soil reughness. Soil Sci. Soc. Am. J. 61: 1532-1533.
- Skidmore, E.L. and T.M. Zobec. 1994. Methods for investigating basic processes and condition affecting wind erosion. Chapter 12. Soil Erosion Research Methods. Pp 295-330.
- Slattery, M.C. 1992. Laboratory experiments on surface seal development and its effect on interrill erosion processes. J. Soil Sci. 43: 517-529.
- Sommer M., Influence of soil pattern on matter transport in and from terrestrial biogeosystems – A new concept for landscape pedology., (Geoderma, 133, 107-123).
- Stephen R. Wealands, Grayson Rodger., 2005, Quantitative comparison of spatial fields for hydrological model assessment- some promising a pproaches. (Advances in Water Resources, 28).
- Saleh A.S. et al. 2001. Lacunarity of multi-gap fractal superlattices using wavelet analysis. Optics communications 197 p. 255-260.
- Seffens W. 1999. Order fromm chaos. Techsighting software. Science. 285, 1228.
- Sobieraj J.A. et al. 2004. Scale dependency in spatial patterns of saturated hydraulic conductivity. Catena 55 p. 49-77.
- Sovik A.K. and P. Aagaard. 2003. Spatial variability of a solid porous framework with regard to chemical and physical properties. Geoderma 113 p. 47-76.
- Turner, M.J. and P.R. Andrews. 1998. Fractal geometry in digital imaging. De Montfort Univ. Leicester. U.K. Academic Press.

- Tyler, S.W., Wheatcraft, S.W., 1989. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 53, 987-996.
- Tyler, S.W., Wheatcraft, S.W., 1992. Fractal scaling of soil particle-size distributions: Analysis and limitations. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 56, 362-369.
- Toledo P.G. et al. 1990. Hydraulic Conductivity of porous media at low water content. *Soil Sci, Soc. Am J.* 54:673-679.
- Tuli A. et al. 2001. Simultaneous scaling of soil water retention and unsaturated hydraulic conductivity functions assuming lognormal pore-size distribution. *Advances in water resources* 24 p. 677-688.
- Valentin C., Poesen J., Young Li., 2005., Gully erosion: Impacts, factors and control., (Catena, 63).
- Vazquez, E., I. Miranda y P. Gonzalez. 2006. Effect of tirage on fractal indices describing soil surface microrelief o fan axisol. In: *Geophysical Research Abstracts*. Vol 8. 11042. European Geosciences Union.
- Velasquez V., M. Triscareño L. Claveram A. y M. Gallardo V. 1997. Erosión y productividad bajo labranza de conservación I. Avances de investigación en suelos de andosol de Michoacán. Folleto tecnico. INIFAP-CENAPROS. 34p.
- Vidal V., Gonzales P., 2003, Evolución del microrelieve de la superficie del suelo medido a diferentes escalas. (Estudios de la zona no saturada del Suelos, Vol. VI)
- Vente J., Poesen J., Verstraeten G., 2005., The application of semi-quantitative methods and reservoir sedimentation rates for the prediction of basin sediment yied in Spain., (Journal of Hydrology, 305, 63-86).
- Veneziano D., Furcolo P., Iacobellis V., 2006, Imperfect scalling of time and space-time rainfall. (Journal of Hydrology, 322, 105-119).
- Vente J., Jean Poesen., 2005. Predicting soil erosion and sediment yield at the basin scale: Scale issues and semi-quantitative models. (Earth-Science Reviews, 71).
- Vente J., Jean Poesen., Verstraeten Gert., 2005, The application of semi-quantitative methods and reservoir sedimentation rates for the prediction of basin sediment yield in Spain. (Journal of Hydrology, 305).

- Vigiak O., Sterk G., Romanowicz R., Keind Beven., 2006., Asemi-empirical model to assess uncentainty of spatial patterns of erosion. (Catena, 66).
- Voss, R. F. and J.C.Y. Wyatt. 1993. In Applications of Fractals and Chaos, A.J.
- Crilly et al. Eds. (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York), pp. 171-184.
- Wischmeier, W. H. and D.D. Smith. 1978. Predicting rainfall erosion losses. A guide to conservation planning. USDA Handbook 537. US Government Priting Office, Washington D.C.
- Whiting D. et al. 2006. Managing soil tilth: texture, structure and pore space, University Cooperative Extension, No. 7.722
- Whitlow R. 2000. Fundamentos de Mecánica de Suelos, CECSA.
- Xu Y. 2004. Calculation of unsaturated hydraulic conductivity using a fractal model for the pore-size distribution. Computers and geotechnics 31 p. 549-557.
- Xu Y. 2004. Surface irregularity of soils in molecular domain. Chaos, solitons and fractals p. 435-444.
- Xu Y. 2005. Explanation of scaling phenomenon based on fractal fragmentation. Mechanics research communications 32. Pp 209-220.
- Xu Y. and X. Xia. 2006. Fractal model for virgin compression of pure clays. Mechanics research communications 33 p. 206-216.
- Youmin. W. and W. Junhua. 2002. The water and soil conservative function of litter on forestland. 12<sup>th</sup> ISCO Conference. Beijing.
- Young, I.M. and J.W. Crawford. 1992. The analysis of fracture profiles of soil using fractal geometry. Aust. J. Soil Res. 30: 291-295.
- Zeleke, T.B., J. Grevers and Sh. Byene. 2004. Effect of residue incorporation on physical properties of the surface soil in the South Central Rift Valley of Ethiopia. Soil and Tillage Res. 77: 35-46.

**Voto Aprobatorio**

C.U. 22 de enero de 2007

**Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval**  
**Director de Investigación y Posgrado**  
**PRESENTE**

Por este conducto comunico a usted que he revisado el trabajo de Tesis titulado:  
\_\_\_\_\_ "*Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión:*  
*caso de cárcavas*", \_\_\_\_\_  
del alumno Genaro Castro Armendariz de la maestría en Ciencias con línea  
Terminal Hidráulica   , habiéndolo encontrado satisfactorio, por lo cual doy **mi voto**  
**aprobatorio.**

**ATENTAMENTE**



---

**Dra. Klavdia Oleschko Lutkova**  
**Secretaria**  
**Voto Aprobatorio**

**Voto Aprobatorio**

C.U. 22 de enero de 2007

**Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval**  
**Director de Investigación y Posgrado**  
**PRESENTE**

Por este conducto comunico a usted que he revisado el trabajo de Tesis titulado:  
\_\_\_\_\_ ***“Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión:  
caso de cárcavas”***, \_\_\_\_\_  
del alumno Genaro Castro Armendariz de la maestría en Ciencias con línea  
Terminal Hidráulica, habiéndolo encontrado satisfactorio, por lo cual doy **mi voto  
aprobatorio**.

**ATENTAMENTE**



---

**Dr. Eusebio Jr. Ventura Ramos**  
**Presidente**

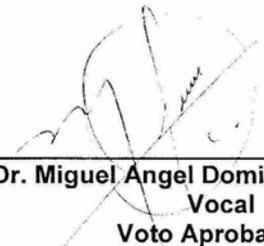
**Voto Aprobatorio**

C.U. 22 de enero de 2007

**Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval**  
**Director de Investigación y Posgrado**  
**PRESENTE**

Por este conducto comunico a usted que he revisado el trabajo de Tesis titulado:  
\_\_\_\_\_ ***"Invariación al escalado de los patrones morfológicos de erosión:  
caso de cárcavas"***, \_\_\_\_\_  
del alumno Genaro Castro Armendariz de la maestría en Ciencias con línea  
Terminal Hidráulica           , habiéndolo encontrado satisfactorio, por lo cual doy **mi voto  
aprobatorio**.

**ATENTAMENTE**



---

**Dr. Miguel Ángel Domínguez Cortazar**  
**Vocal**  
**Voto Aprobatorio**

**voto Aprobatorio**

C.U. 22 de enero de 2007

**Dr. Luís Gerardo Hernández Sandoval**  
**Director de Investigación y Posgrado**  
**P R E S E N T E**

Por este conducto comunico a usted que he revisado el trabajo de Tesis titulado:

\_\_\_\_\_ ***“Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión: caso de cárcavas”***, \_\_\_\_\_  
del alumno Genaro Castro Armendariz de la maestría en Ciencias con línea Terminal Hidráulica   , habiéndolo encontrado satisfactorio, por lo cual doy **mi voto aprobatorio**.

**A T E N T A M E N T E**



---

**Dr. José Luis Hernández Stefanoni**  
**Suplente**  
**Voto Aprobatorio**

**Voto Aprobatorio**

C.U. 22 de enero de 2007

**Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval**  
**Director de Investigación y Posgrado**  
**PRESENTE**

Por este conducto comunico a usted que he revisado el trabajo de Tesis titulado:

\_\_\_\_\_ ***“Invariancia al escalado de los patrones morfológicos de erosión: caso de cárcavas”***, \_\_\_\_\_ del alumno Genaro Castro Armendariz de la maestría en Ciencias con línea Terminal Hidráulica, habiéndolo encontrado satisfactorio, por lo cual doy **mi voto aprobatorio**.

**ATENTAMENTE**



---

**Dr. Alejandro Castañeda Miranda**  
**Suplente**  
**Voto Aprobatorio**