



Universidad autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias (Mecánica de Suelos)

"Influencia del potencial de expansión en la  
predicción de asentamientos"

**TESIS**

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias (Mecánica de Suelos)

**Presenta:**

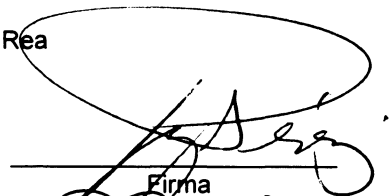
Ing. Tania Ivonne Ayala Ibarra

**Dirigido por:**

Dra. María de la Luz Pérez Rea

**SINODALES**

Dra. María de la Luz Pérez Rea  
Presidente

  
Firma

Dr. José Jesús alonso Mota  
Secretario

  
Firma

Dr. Alfredo Pérez García  
Vocal

**RUBRICA**  
Firma

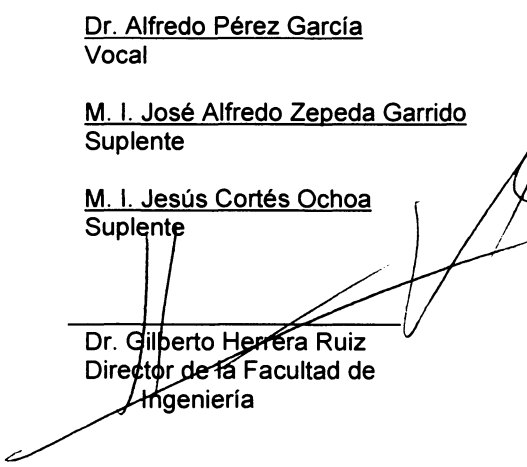
M. I. José Alfredo Zepeda Garrido  
Suplente

  
Firma

M. I. Jesús Cortés Ochoa  
Suplente

  
Firma

Dr. Gilberto Herrera Ruiz  
Director de la Facultad de  
Ingeniería



Dr. Luis Gerardo Hernández Sandoval  
Director de Investigación y Posgrado

  
Firma

Centro Universitario  
Querétaro, Gro.  
2 de Julio de 2008  
México

---

---

## RESUMEN

Los asentamientos generados por la carga que transmite la estructura cimentada en suelos expansivos son diferentes a los asentamientos que suelen calcularse con teorías clásicas de la mecánica de suelos. Esto se debe a la acción de la presión de expansión, la cual actúa en sentido contrario al peso del edificio. En este trabajo se propone utilizar un coeficiente de deformación volumétrica por asentamientos  $\alpha_{exp}$  en algoritmos de interacción suelo-estructura que tome en cuenta el comportamiento del suelo expansivo en la disminución de la magnitud de los asentamientos generados al colocar un edificio sobre éste. Necesariamente, deberán conocerse las propiedades iniciales del suelo expansivo no saturado y las condiciones de carga del edificio. Se describe el procedimiento de laboratorio para la determinación del coeficiente de deformación  $\alpha_{exp}$ .

Así mismo se propone una gráfica de predicción de  $\alpha_{exp}$ , que depende del esfuerzo vertical aplicado, el contenido de humedad inicial del suelo y la profundidad de desplante.

Palabras clave: suelos expansivos, presión de expansión, interacción-suelo-estructura, asentamientos.

---

---

## *ABSTRACT*

Because the action of the swelling pressure, the settlements caused by the transmitted load from the structure on expansive soils and the settlements calculated by classic theories of soils mechanics are different. This swelling pressure performance in opposite sense to the weight of the building. In this paper the author propose the use of a volumetric strain coefficient by settlements  $\alpha_{exp}$ , in a soil-structure interaction algorithm taking in account the expansive soil behavior in the decreasing of the settlement magnitude when a building is placed above soil. It's necessary to know the initial properties of the expansive unsaturated soil and the load building conditions. A laboratory process is described for determining the  $\alpha_{exp}$  coefficient.

Thus same a prediction graph of  $\alpha_{exp}$  sets out, that depends of the vertical pressure applied, the initial moisture content of soil and the depth of rudeness of the laying of foundations.

Keywords: expansive soils, swelling pressure, soil-structure interaction, settlements.

---

## ÍNDICE GENERAL

Resumen	<i>i</i>
Abstract	<i>ii</i>
Índice General	<i>iii</i>
Índice de Figuras	<i>v</i>
Índice de Tablas	<i>vii</i>
Simbología	<i>viii</i>
Introducción	1
Objetivo	3
Hipótesis	3
Justificación	4
Capítulo 1. Fundamentos teóricos	5
1.1. Suelo expansivo	5
1.1.1. Métodos de identificación	6
1.1.1.1. Apariencia	6
1.1.1.2. Excavación y análisis de laboratorio	6
1.1.1.3. Inspección de las estructuras existentes	7
1.1.1.4. Identificación mineralógica	7
1.1.1.5. Métodos indirectos	7
1.1.1.6. Método de la actividad	8
1.1.1.7. Método del PVC (Potencial de cambio volumétrico)	9
1.1.2. Factores que influyen en la expansión y contracción del suelo	9
1.2. Presión de expansión	13
Capítulo 2. Cimentaciones sobre suelos expansivos	15
2.1. Causas de los movimientos en la cimentación	15
2.2. Recomendaciones de construcción sobre suelos expansivos	16
2.2.1. Reemplazo de un suelo expansivo	17
2.2.2. Cambio de la naturaleza de un suelo expansivo	17
2.2.2.1. Compactación	17
2.2.2.2. Humedecimiento previo	17
2.2.2.3. Instalación de barreras de humedad	18
2.2.2.4. Estabilización del suelo	18
2.2.3. Consideraciones externas a la construcción	18
2.3. Tipos de cimentaciones utilizadas en suelos expansivos	19
2.3.1. Zapatas corridas	20
2.3.2. Losas de cimentación	21
2.3.2.1. Métodos de diseño	21
2.3.3. Pilotes	25



---

## ÍNDICE DE FIGURAS.

Fig. 1.1. Esquema representativo del mineral montmorilonita.	5
Fig. 1.2. Grietas en la superficie en época de estiaje.	6
Fig. 2.1. Casos típicos de daños en viviendas.	16
Fig. 2.2. Método de Jenings (1950) para determinar los momentos flectores en el sentido largo de una zapata corrida. (a) Apoyo central, expansión. (b) Apoyo en los extremos, contracción.	20
Fig. 2.3. Diseño típico de rectángulos para losas de forma irregular.	22
Fig. 2.4. Índice de tipo de clima (Cw) para Estados Unidos.	23
Fig. 2.5. Índice de soporte del suelo-clima (C).	23
Fig. 2.6. Separación de vigas, (WRI ,1996).	24
Fig. 2.7. Longitud de cantilver (lc).	24
Fig. 2.8. Pilote acampanado (Nelson y Miller, 1992).	25
Fig. 2.9. Cimentación a base de pilotes cortos (palafito).	26
Fig. 3.1. Esfuerzo vertical en un punto.	30
Fig. 3.2. Factores de influencia para carga unitaria (Zeevaert, 1973).	30
Fig. 3.3. Curva de compresibilidad utilizada, mostrando las variables para el cálculo de $\alpha_{EXP}$ .	35
Fig. 3.4. Variación del coeficiente de deformación volumétrica $\square_{EXP}$ con los cambios de humedad del suelo (Pérez y Cabrera, 2002).	37
Fig. 4.1. Croquis de localización de Jurica.	38
Fig. 4.2. Curva de compresibilidad, esf. vert. $0.177 \text{ kg/cm}^2$ , prof. 1.0 m.	40
Fig. 4.3. Curva de compresibilidad, esf. vert. $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , prof. 1.5 m.	42
Fig. 4.4. Curva de compresibilidad, esf. vert. $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , prof. 2.0 m.	43
Fig. 4.5. Factores de influencia por unidad por carga unitaria.	44
Fig. 4.6. Área rectangular cargada uniformemente que representa una de las fracciones de la losa.	45

---

Fig. 4.7. Posición de las cargas en la viga.	56
Fig. 4.8. Representación de la viga para la condición $X_i=0$ .	56
Fig. 4.9. Representación de la viga para la condición $X_i=+1$ .	57
Fig. 4.10. Comportamiento de $\alpha_{exp}$ a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 1.0 m.	63
Fig. 4.11. Comportamiento de $\alpha_{exp}$ a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 1.5 m.	64
Fig. 4.12. Comportamiento de $\alpha_{exp}$ a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 2.0 m.	64
Fig. 4.13. $\alpha_{exp}$ vs esfuerzo vertical aplicado para diferentes profundidades.	65
Fig.4.14. Resultados de asentamientos de los diferentes métodos.	66
Fig. 4.15. Esfuerzos Cortantes de ISE $\alpha_{exp}$ .	66
Fig. 4.16. Momentos flexionantes de ISE $\alpha_{exp}$ .	67
Fig. 4.17. Momentos y Cortantes con métodos tradicionales.	67

---

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Holtz y Gibbs (1956)	8
Tabla 1.2. Actividad de diferentes minerales	8
Tabla 1.3. Peligro de expansión para diferentes rangos de PVC	9
Tabla 1.4. Propiedades del suelo que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)	10
Tabla 1.5. Factores ambientales que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)	11
Tabla 1.6. Condiciones de esfuerzos que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)	12
Tabla 4.1. Caracterización del sitio	39
Tabla 4.2. Cálculo de $\alpha_{EXP}$ para un esf. vert. de 2 kg/cm <sup>2</sup> , a una profundidad de 1.0 m.	42
Tabla 4.3. Cálculo de $\alpha_{EXP}$ para un esf. vert. de 2 kg/cm <sup>2</sup> , a una profundidad de 1.5 m.	42
Tabla 4.4. Cálculo de $\alpha_{EXP}$ para un esf. Vert. De 2 kg/cm <sup>2</sup> , a una profundidad de 2.0 m.	43
Tabla 4.5. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.1	46
Tabla 4.6. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.2	47
Tabla 4.7. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.3	49
Tabla 4.8. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.4	50
Tabla 4.9. Módulo de cimentación por área tributaria.	55
Tabla 4.10. Cálculo de los parámetros $\varepsilon_i$ y $\psi_i$ .	56
Tabla 4.11. Desplazamientos verticales ocasionados por las cargas.	57
Tabla 4.12. Desplazamientos de la viga y suelo, condición $X_1=+1$	58
Tabla 4.13. Desplazamientos de la viga y suelo, condición $X_2=+1$	58
Tabla 4.14. Desplazamientos de la viga y suelo, condición $X_3=+1$	58



---

## SIMBOLOGÍA

### LETRAS LATINAS

$\bar{a}_i$	Área tributaria
$B$	Constante
$d_i$	Espesor de un estrato $i$
$E$	Módulo de elasticidad del concreto
$e$	Relación de vacíos
$H$	Espesor del estrato
$I$	Momento de inercia
$I_{ji}^N$	Influencia unitaria de esfuerzo al centro de un estrato $N$ sobre la vertical del punto $j$ debido a la carga unitaria en un punto $i$
$i$	Índice de posición de un punto
$j$	Índice de posición de un punto
$K_i$	Módulo de cimentación para un área tributaria $\bar{a}_i$ cargada uniformemente
$L$	Longitud
$M_{co}$	Módulo secante
$N$	Número de orden de un estrato
$P_{exp}$	Presión de expansión
$q_i$	Carga unitaria
$R_i$	Reacción carga en el punto $i$
$\bar{S}_{ji}$	Desplazamiento en un punto $j$ por aplicación de carga unitaria en un punto $i$
$w$	Carga por unidad de longitud
$X_i$	Reacción en el punto $i$
$x$	Distancia
$y$	Distancia

### LETRAS GRIEGAS

$\alpha^N$	Deformación volumétrica de un estrato $N$
$\alpha_0$	Angulo
$\Delta H$	Asentamiento
$\Delta_{i0}$	Desplazamiento de la estructura de cimentación en condiciones estáticamente determinadas
$\Delta\delta_{ji}^N$	Deformación del estrato $N$
$\Delta\varepsilon_{eo}$	Componente elástica de deformación del suelo
$\Delta\varepsilon_{po}$	Componente plástica de deformación del suelo
$\Delta\varepsilon_{vpo}$	Componente viscoplástica de deformación del suelo

---

$\Delta\sigma_{ji}^N$	Incremento medio de esfuerzo en un punto $j$ para un estrato $N$
$\bar{\delta}_{ji}$	Desplazamiento vertical del suelo en el punto $j$ por carga unitaria en $i$
$\lambda$	Dimensión de segmento
$\nu$	Relación de Poisson
$\xi_i$	Distancia unitaria a un punto $i$ de la cimentación
$\rho_c$	Factor de recompresión
$\chi$	Factor de distribución de esfuerzo en la teoría de Frölich
$\psi$	Angulo
$\psi_i$	Distancia unitaria a un punto $i$ de la cimentación

---

---

# *INTRODUCCIÓN*

Durante muchos años los estudios de la mecánica de suelos pusieron especial énfasis en los suelos saturados, quedando los suelos no saturados relegados a un segundo plano, a pesar de que extensas regiones de la tierra están cubiertas por ellos, regiones que presentan un clima árido y semiárido.

Dentro de los suelos no saturados se encuentran los suelos expansivos, cuya historia comenzó hace millones de años en las áreas de vulcanismo, la ceniza fue depositada en aguas poco profundas y formó una solidificación de arcilla rica en montmorilonita, principal mineral de este tipo de suelos (Pérez y Olmos, 1998).

Entonces puede decirse que los suelos expansivos son un fenómeno que se origina por la presencia de un suelo arcilloso con mineral montmorilonita y un clima semiárido, donde la evapotranspiración potencial media anual es mayor que la precipitación media anual (Zepeda y Castañeda, 1987).

Este fenómeno afecta principalmente a las cimentaciones, provocando movimientos en diferentes partes de la estructura a diferentes velocidades y distancias causando fallas en pisos, muros, pavimentos y cimentación de la estructura. Este daño generado es debido a que las estructuras cimentadas sobre este tipo de suelos no son adaptadas estructuralmente al mecanismo de respuesta tomando en cuenta la interacción suelo-estructura.

Es por ello que en este trabajo se plantea una metodología sencilla para la obtención de un coeficiente de deformación volumétrica por asentamientos  $\alpha_{exp}$  que toma en cuenta el comportamiento expansivo, el cual es determinado con equipo convencional de laboratorio.

---

---

Este coeficiente interviene en un análisis con algoritmos de interacción suelo-estructura basándose en el procedimiento de ISE de Zeevaert (1973), Pérez y Cabrera (2002).

El análisis proporcionará el asentamiento aproximado generado de una estructura al ser colocada sobre un suelo arcilloso expansivo.

También se plantea una gráfica de predicción de  $\alpha_{exp}$ , dependiendo del esfuerzo vertical aplicado y de la humedad inicial del suelo; aplicable a los suelos de Jurica, Qro.

Cuando se lleva a cabo el diseño de cualquier obra civil es necesario conocer el tipo de suelo sobre el que se va a cimentar para obtener un diseño más eficiente. Dentro del capítulo I se realiza una breve descripción del significado de un suelo expansivo, así mismo aparecen algunos de los diferentes métodos de identificación que existen. De igual forma se describen los factores que influyen en la expansión-contracción del suelo y la definición de la presión de expansión.

El capítulo II se refiere a cimentaciones sobre suelos expansivos, desde el factor principal en los movimientos que experimenta la cimentación, recomendaciones de construcción, consideraciones externas a la misma y los tipos de cimentaciones utilizadas en suelos expansivos.

El procedimiento de análisis de la metodología aquí planteada así como el cálculo del coeficiente  $\alpha_{exp}$ , el cual es determinado de manera análoga a la descrita por Zeevaert (1973) en su teoría de recompresión por carga, están explicados en el capítulo III.

El capítulo IV se refiere a la aplicación de los resultados obtenidos del valor de la deformación volumétrica en ISE y a la comparación con otros métodos de análisis en la predicción de asentamientos.

Al realizar ISE se hace una mejor distribución de esfuerzos y por lo tanto, se obtiene una mejor configuración de las deformaciones en la superficie de contacto, es por ellos que al comparar la metodología propuesta con otros métodos, los resultados

---

---

obtenidos muestran que los asentamientos generados al colocar un edificio sobre un suelo expansivo son menores a los asentamientos calculados con las teorías clásicas de mecánica de suelos.

## *OBJETIVO*

En esta investigación se pretende plantear una metodología sencilla que tome en cuenta el asentamiento generado por un edificio, en que las cargas originadas por peso propio superan a las fuerzas de expansión del suelo, representando un problema de asentamiento que es disminuido por la presión de expansión.

Así mismo, la utilización de un coeficiente de deformación volumétrica  $\alpha_{exp}$  que tome en cuenta el comportamiento expansivo del suelo y que sea determinable con equipo de laboratorio convencional, facilitando la predicción de los asentamientos reales del terreno.

Igualmente, conocer el comportamiento del coeficiente de  $\alpha_{exp}$  bajo diferentes condiciones iniciales del suelo y del tipo de la estructura. Para así poder llegar a la predicción de  $\alpha_{exp}$  para el suelo de Jurica, Querétaro.

## *HIPÓTESIS*

La carga originada por el peso de la estructura supera a las fuerzas de expansión del suelo, así el edificio logra abatir dicha expansión. Sin embargo, sufrirá un asentamiento modificado por la acción de la presión de expansión diferente al asentamiento que suele calcularse con teorías clásicas de la mecánica de suelos.

---

---

El asentamiento final de un edificio cimentado sobre un suelo expansivo no saturado necesariamente, debe obedecer a otro tipo de comportamiento, el cual está influido por el grado de saturación y la variación de las propiedades mecánicas del suelo en cuestión. Si logra conocerse la mecánica de este comportamiento, la predicción del asentamiento final bajo estas condiciones, será posible si se conocen las propiedades iniciales del suelo expansivo no saturado y las condiciones de carga del edificio.

## *JUSTIFICACIÓN*

Muchos países padecen el problema de las arcillas expansivas: Canadá, Estados Unidos, Australia, Sudáfrica, India, España, Israel y Venezuela, entre otros. En México, varias regiones en los estados de Querétaro, Guanajuato, Michoacán, Tamaulipas, Morelos, Sonora, Baja California Norte, Veracruz, Chiapas y Campeche presentan formaciones de este tipo de suelo (Zepeda y Castañeda, 1987).

Seguramente que en muchos otros lugares del mundo se presenten suelos expansivos. Con el desarrollo y crecimiento de centros urbanos así como de vías de comunicación, es casi seguro que reportarán más regiones con este tipo de suelo.

El comportamiento mecánico de los suelos expansivos es un fenómeno más a considerar en el diseño de las estructuras, ya que los cambios volumétricos en los suelos expansivos ocasionan movimientos del suelo de cimentación que repercuten en la propia estructura, provocando grietas o fisuras en muros y pisos, haciendo que ésta ya no sea funcional y segura.

# CAPÍTULO 1

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 1.1. Suelo expansivo

Un suelo expansivo es un suelo arcilloso que tiene la habilidad de cambiar su volumen cuando el contenido del agua del suelo cambia. El suelo se contraerá cuando el contenido de agua del suelo disminuya y el suelo se expandirá cuando el contenido de agua se incremente.

El mineral de arcilla responsable de los daños debido a la expansión es la montmorilonita, cuando se agrega agua a esas arcillas, las moléculas de agua son absorbidas hacia los espacios entre las placas de arcilla. Cuanto más agua es absorbida, las placas son forzadas a apartarse más lejos, conduciendo a un incremento en la presión del suelo o una expansión del volumen del suelo.



Fig.1.1. Esquema representativo del mineral montmorilonita.

### 1.1.1. Métodos de Identificación

#### 1.1.1.1. Apariencia

Las arcillas expansivas llegan a ser muy pegajosas cuando están húmedas y usualmente se caracterizan por grietas en la superficie cuando están secos. Por lo tanto la presencia de grietas en la superficie es usualmente una indicación de que se trata de un suelo expansivo.



Fig. 1.2. Grietas en la superficie en época de estiaje.

#### 1.1.1.2. Excavación y Análisis de laboratorio

En muchos casos, los suelos expansivos se encuentran bajo un estrato superficial de suelo o vegetación densa y no pueden ser identificados en la superficie. Por lo tanto, se requiere de la recolección de varias muestras alteradas e inalteradas de excavaciones de prueba a diferentes profundidades, que serán enviadas al laboratorio donde se determinará el potencial de expansión.



### **1.1.1.3. Inspección de las estructuras existentes**

Si ya existen construcciones en el sitio, la inspección de esas estructuras puede ayudar a identificar la presencia de suelos expansivos.

### **1.1.1.4. Identificación mineralógica**

La composición mineral de los suelos expansivos tiene importante influencia sobre el potencial de expansión, debido a la estructura reticular que está compuesta por las láminas silícicas y aluminicas, según el tipo de arcilla.

Existen diferentes técnicas para caracterizar un suelo, tanto directas como indirectas.

Entre los métodos directos podemos citar Difracción de rayos X, Análisis Térmico Diferencial, Análisis Químico y Microscopio electrónico.

El procedimiento más utilizado hoy, es el de Difracción de rayos X, los demás métodos, debido a sus limitaciones, parecen no llegar a definiciones concretas por si solos o no permiten dar un juicio seguro. Por lo que se hace necesario utilizar al menos tres diferentes y complementarlos.

### **1.1.1.5. Métodos Indirectos**

La evaluación del potencial de expansión puede realizarse por medio de pruebas sencillas, que se encuentran entre los métodos indirectos. Las pruebas índice pueden ser: los límites de Atterberg, contracción lineal, expansión libre y contenido de coloides. Holtz y Gibbs (1956) demostraron que el límite líquido y el índice de plasticidad son de utilidad para determinar las características de expansión de la mayoría de las arcillas.

Puesto que el límite líquido y la expansión dependen ambas de la cantidad de agua que trata de absorber la arcilla, no es sorpresa que se intente relacionarlos.

La relación entre el potencial de expansión y el índice de plasticidad de las arcillas ha sido propuesto como sigue:

Tabla1.1. Holtz y Gibbs (1956)

Potencial de Expansión	Índice de Plasticidad
Bajo	0-15
Medio	10-35
Alto	20-25
Muy Alto	35 o más

#### 1.1.1.6. Método de la Actividad

El método de la actividad fue propuesto por Seed, Woodward y Lundgren (1962). La actividad se define como la relación entre el índice de plasticidad y el porcentaje de partículas menores de 2 micras:

$$Actividad = \frac{Índice\ de\ Plasticidad}{(\%0.02\ mm) - 10}$$

Tabla1.2. Actividad de diferentes minerales

Mineral	Actividad
Caolinita	0.33 a 0.46
Ilita	0.9
Montmorilonita (Ca)	1.5
Montmorilonita (Na)	7.2

### 1.1.1.7. Método del PVC (Potencial de Cambio Volumétrico)

Esta técnica fue desarrollada en 1960 por Lambe. Las muestras son primeramente compactadas en un consolidómetro de anillo fijo con una energía específica de 55,000 lb-pie/pie<sup>3</sup> (270 ton-m/m<sup>3</sup>). Después se aplica una presión inicial de 200 lb/plg<sup>2</sup> (15 kg/cm<sup>2</sup>), se agrega agua a la muestra, la cual está parcialmente restringida de la expansión vertical por un anillo de carga. La lectura del anillo de carga se toma después de dos horas y se convierte a presión, siendo designada Índice de Expansión. Por medio de una gráfica, el Índice de Expansión se convierte en potencial de cambio de volumen. En la siguiente tabla se muestra la clasificación de acuerdo con el potencial de cambio de volumétrico, establecido por Lambe.

Tabla 1.3. Peligro de expansión para diferentes rangos de PVC

Rangos de PVC	Peligro de Expansión
Menos de 2	No crítico
2-4	Marginal
4-6	Crítico
Mayor de 6	Muy crítico

### 1.1.2. Factores que influyen en la expansión y contracción del suelo

El mecanismo de expansión de las arcillas expansivas es complejo y está influenciado por un gran número de factores. La expansión es el resultado de cambios en el contenido de agua en el suelo alterando el equilibrio interno de esfuerzos.

Muchos de los factores que influyen en el mecanismo de expansión son afectados por propiedades físicas de los suelos tales como la plasticidad o densidad. Los factores que influyen el potencial de expansión-contracción de un suelo pueden ser considerados en tres grandes grupos, las características del suelo, los factores ambientales y el estado de esfuerzos. Las características del suelo y los factores ambientales se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1.4. Propiedades del suelo que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)

Factor	Descripción	Referencias
Mineralogía	Los minerales que típicamente causan cambios en el volumen del suelo son montmorilonitas, vermiculitas y algunas capas de otros minerales mezclados. Las ilitas y caolinitas no son con frecuencia expansivas, pero pueden causar cambios de volumen cuando el tamaño de las partículas es extremadamente fino (menos que un décimo de micra)	Grim (1968); Mitchell (1973, 1976); Snethen et al. (1977)
Química del agua del suelo	La expansión es representada por incrementos en la concentración de catión y un incremento en la valencia del catión.	Mitchell (1976)
Succión del suelo	La succión del suelo es una variable de esfuerzo efectivo independiente, representada por la presión de poro negativa en suelos no saturados. La succión del suelo está relacionada con el grado de saturación, la gravedad, tamaño y forma de poro, tensión superficial y características químicas y eléctricas de las partículas del suelo y agua.	Snethen (1980); Fredlund y Morgenstern (1977); Johnson (1973); Olsen y Langfelder (1965); Aitchison et al. (1965)
Plasticidad	En general, los suelos que presentan un comportamiento plástico en rangos amplios de contenido de humedad y que tienen límites líquidos altos tienen alto potencial de expansión y contracción.	
Estructura del suelo	Las arcillas con estructura floculada tienden a ser más expansivas que las arcillas con estructura dispersa. Las partículas cementadas reducen la expansión. La estructura es alterada por la compactación en altos contenidos de agua o remoldeo. Se ha demostrado que la compactación por amasado crea estructuras dispersas con un potencial de expansión mayor que los suelos estáticamente compactados con bajos contenidos de agua.	Johnson y Snethen (1978); Seed et al. (1962)
Densidad seca	Las densidades altas indican espacios entre partículas más cerrados, los cuales pueden significar grandes fuerzas de repulsión entre partículas y un mayor potencial de expansión	Chen (1973); Komomik y David (1969); Uppal (1965)

Tabla 1.5. Factores ambientales que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)

<b>Factor</b>	<b>Descripción</b>	<b>Referencias</b>
Condición inicial de humedad	Un suelo expansivo desecado tiene gran afinidad por el agua, se encuentra a un alto nivel de succión y es de alto potencial expansivo. Recíprocamente, un suelo húmedo perderá agua más rápidamente si se expone a agentes desecantes. Se contrae más que un suelo inicialmente seco.	
Variaciones de humedad	Los cambios de humedad en la zona activa cerca de la parte superficial de un suelo, definen la expansión. Son estos estratos en los que puede ocurrir una amplia variación en la humedad y el volumen.	Jonson (1969)
Clima	La cantidad y variación de la precipitación y evapotranspiración tienen una gran influencia en la disponibilidad de humedad y profundidad de la fluctuación estacional de la humedad. En climas semiáridos ocurren grandes levantamientos estacionales que han pronunciado cortos períodos de humedad	Holland y Lawrence (1980)
Drenaje y fuentes de agua hechas por el hombre	Las características del drenaje superficial, tales como el estancamiento de agua alrededor de la cimentación de una casa con pendiente pobre, proporciona fuentes de agua en la superficie. La fuga de una tubería puede permitir el acceso de agua a grandes profundidades del subsuelo.	Krazynski (1980); Donaldson (1965)
Vegetación	Los árboles, matorrales y pasto desprenden humedad del suelo a través de la transpiración causando que el suelo esté húmedo diferencialmente en áreas de vegetación variada.	Buckley (1974)
Permeabilidad	Los suelos con permeabilidades altas, particularmente debido a fisuras y grietas en la masa de suelo en el campo, permite una migración más rápida de agua promoviendo más rápido la expansión.	Wise y Hudson (1971); De Bruijin (1965)
Temperatura	Los incrementos de temperatura causan la propagación de humedad a áreas más frescas debajo de pavimentos y edificios.	Jonson y Stroman (19796); Hamilton (1969)

Tabla 1.6. Condiciones de esfuerzos que influyen en el potencial de expansión-contracción. (Nelson y Miller, 1992)

Factor	Descripción	Referencias
Historia de esfuerzos	Un suelo preconsolidado es más expansivo que el mismo suelo en la misma relación de vacíos, pero normalmente consolidado. Las presiones de expansión pueden incrementar con la edad de las arcillas compactadas, pero, se ha demostrado que la edad no afecta la cantidad de expansión bajo cargas ligeras. El repetido secado y humedecimiento tiende a reducir la expansión en muestras de laboratorio, pero después de cierto número de ciclos de humedecimiento-secado, la expansión es inafectable.	Mitchell (1976); Kassiff y Baker (1971)
Condiciones in situ	El estado inicial de esfuerzos en un suelo debe ser estimado para evaluar las probables consecuencias de cargar la masa de suelo y/o alterar la condición de humedad y ambiente dentro de ésta. Los esfuerzos efectivos iniciales pueden ser determinados aproximadamente a través del muestreo y pruebas de laboratorio, o por mediciones y observaciones.	
Carga externa	La magnitud de la sobrecarga impuesta determina la cantidad de cambio de volumen que ocurriría para un contenido de humedad y densidad dados. Una carga aplicada externamente actúa para balancear las fuerzas repulsivas interpartículas y reduce la expansión.	Holtz (1959)
Perfil del suelo	El espesor y ubicación de capas potencialmente expansivas en el perfil, influyen considerablemente en el movimiento potencial. Un gran movimiento puede ocurrir en perfiles que tienen arcillas expansivas extendiéndose desde la superficie a profundidades bajo la zona activa. Menos movimientos ocurrirán si el suelo expansivo es sobreyacido por material no expandible o sobreyace de un lecho de roca en una profundidad somera.	Holland y Lawrence (1980)

---

---

## 1.2. Presión de Expansión

La presión de expansión ha sido definida, en general, como una carga vertical aplicada en pruebas en oedómetro, bajo la cual al hidratar al suelo, originalmente no saturado, no se presenta expansión alguna. Como la forma de determinar esta presión no estaba estandarizada, los factores que se sugiere influyen en ella no coinciden entre los diversos métodos que se han propuesto para su estimación (Zepeda y Lorencé, 1990).

Fue en 1996, después de la 7<sup>a</sup> Conferencia sobre suelos expansivos, que se decidió hacer un comité para estandarizar una prueba para evaluar la expansión de los suelos. Resultó entonces la norma ASTM D-4546, que considera tres métodos para suelos que al iniciar no se encuentran saturados.

Método A. Se inunda el espécimen y luego se permite la expansión vertical, bajo una presión de al menos 1 kPa, considerando el peso de la piedra porosa y la placa de carga. Así se ha de llegar a completar la expansión primaria. Posteriormente se aplica carga a la muestra hasta llevarla a su relación de vacíos inicial.

Método B. Se aplica una carga vertical al espécimen, la cual puede ser sobre carga vertical “in situ” o una carga mayor, de acuerdo al esfuerzo que se estime podrá transmitir una estructura dada. Posteriormente se permite el acceso de agua. Las consecuencias pueden ser varias: expansión; contracción; expansión y luego contracción; contracción y luego expansión.

La cantidad de expansión o asentamiento se mide hasta que resulta despreciable la variación del volumen del suelo bajo la carga aplicada.

Método C. En el transcurso del ensaye, se evita la expansión del suelo al generarse su hidratación. Se realizan los ajustes necesarios hasta que se tiene una presión máxima (a causa de la restricción a la expansión, esta presión viene a ser la presión de expansión), la cual se ha obtenido a volumen constante. Posteriormente se lleva a cabo una prueba de consolidación, como correspondería a la metodología tradicional.

Si se desea conocer la expansión después de haberse definido la presión de expansión se puede descargar al suelo, en esta forma se conocerá el potencial de expansión.



## *CAPÍTULO 2*

### *CIMENTACIONES SOBRE SUELOS EXPANSIVOS*

Los asentamientos superficiales en la interfase de una cimentación se deben no solo al efecto de las presiones transmitidas por el peso de las cargas de servicio sobre la cimentación, sino también por las presiones inducidas por los cambios volumétricos del suelo que son característicos de los suelos no saturados.

Durante el año, la humedad y la succión cambian y se experimentan expansiones y contracciones en la zona activa del suelo, según aumente o disminuya el contenido de agua, respectivamente, lo que provoca cambios en el estado de esfuerzos de la cimentación. Cuando las condiciones de humedad cambien, por cualquier razón, sea por efecto de la lluvia, evapotranspiración, inundaciones, fugas de agua, riego de jardines, construcciones vecinas y la propia construcción, la reacción del suelo expansivo se hará presente, es decir, la expansión o la contracción (Zepeda et al, 2004).

#### **2.1. Causas de los movimientos en la cimentación**

La causa más común de los movimientos en la cimentación es la contracción o expansión de los suelos expansivos a causa de los cambios de estación. La magnitud del movimiento de suelos es determinado por la cantidad de material expansivo que está en el suelo y la variación de su humedad.

Cuando la humedad del suelo crece, el suelo se expande, y durante los meses más secos cuando la humedad decrece, el suelo se contrae, permitiendo el asentamiento de la cimentación.

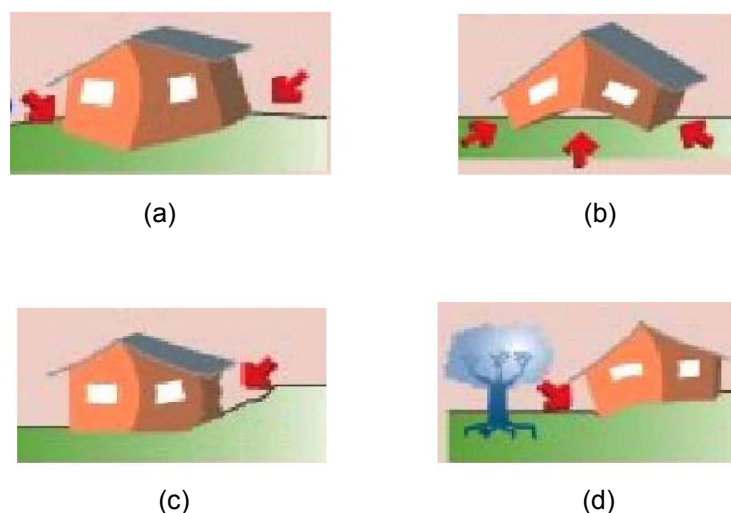


Fig. 2.1. Casos típicos de daños en viviendas, (a) Expansión en los extremos, (b) Expansión en el centro, (c) y (d) Drenaje superficial incorrecto

Una superficie pequeña para el drenaje es una causa común de los movimientos de la cimentación. Un buen sitio de drenaje es muy importante para prolongar la vida de la estructura. Las fugas en la instalación sanitaria son otras de las causas comunes de los movimientos de la cimentación. Estos problemas a menudo son creados durante la construcción inicial de una casa o edificio; sin embargo, las fugas pueden no ocurrir durante muchos años (Pérez y Olmos, 1998).

## 2.2. Recomendaciones de construcción sobre suelos expansivos

Si un suelo posee un potencial de expansión, deben tomarse precauciones, que implican:

1. Reemplazar el suelo expansivo bajo la cimentación.
2. Cambiar la naturaleza del suelo expansivo mediante compactación controlada; humedecimiento previo, instalación de barreras de agua y/o estabilización química.

3. Reforzar las estructuras para resistir el levantamiento, construir estructuras que sean suficientemente flexibles para resistir el levantamiento diferencial del suelo sin fallar, o construir cimentaciones profundas aisladas debajo de la profundidad de la zona activa.

Un método particular a veces no es suficiente en todas las situaciones. Será necesario combinar varios procedimientos, y la experiencia en construcciones locales, debe considerarse siempre. Se dan a continuación detalles de algunos de los procedimientos comúnmente utilizados al tratar con suelos expansivos.

### **2.2.1. Reemplazo de un suelo expansivo**

Cuando están presentes en la superficie suelos moderadamente expansivos poco profundos, éstos pueden ser retirados y reemplazados por suelos menos expansivos y luego compactados adecuadamente.

### **2.2.2. Cambio de la naturaleza de un suelo expansivo**

#### **2.2.2.1. Compactación**

El levantamiento de los suelos expansivos decrece considerablemente cuando el suelo se compacta a un peso específico por encima del contenido óptimo de humedad. Aún en éstas condiciones, un tipo de construcción como el de losa sobre el terreno no debe utilizarse cuando el levantamiento total probable sea de aproximadamente 38 mm o mayor.

#### **2.2.2.2. Humedecimiento previo**

Un procedimiento para incrementar el contenido de humedad del suelo es mediante inundación, con lo que se logra la mayor parte del levantamiento antes de la construcción.

Sin embargo, este procedimiento se demora porque la infiltración del agua a través de arcillas altamente plásticas es muy lenta. Y no se puede garantizar que el suelo permanezca húmedo todo el tiempo. En el campo se ha observado una tendencia del suelo a recuperar las condiciones iniciales de humedad.

### **2.2.2.3. Instalación de barreras de humedad**

El efecto a largo plazo del levantamiento diferencial se reduce controlando la variación de humedad en el suelo. Esto se logra proporcionando barreras verticales de humedad aproximadamente con 1.5 m de profundidad alrededor del perímetro de la cimentación utilizada.

Estas barreras de humedad se construyen en zanjas llenas con grava, concreto pobre o membranas impermeables.

### **2.2.2.4. Estabilización del suelo**

La estabilización química con ayuda de cal y cemento ha tenido éxito a menudo. En la mayor parte de los casos, una mezcla que contenga aproximadamente 5% de cal es suficiente. La cal o cemento y agua se mezclan con la capa superior del suelo y se compactan.

La adición de cal o cemento disminuirá el límite líquido, el índice de plasticidad y las características de expansión del suelo. Este tipo de trabajo de estabilización se hace hasta una profundidad de 1-1.5 m. La cal hidratada de alto contenido de calcio y la cal de dolomita se usan generalmente para la estabilización con cal.

### **2.2.3. Consideraciones externas a la construcción**

En la mayoría de los casos, el ingeniero no está enfocado en tomar precauciones alrededor de la construcción, y es ahí donde se deben llevar a cabo las siguientes consideraciones:

- Remover grandes árboles y arbustos que crezcan en un radio aproximado de 3 m, alrededor de la casa.
- Utilizar un sistema de irrigación por goteo. Para minimizar la cantidad de agua usada y mantener prácticamente constante la humedad en el suelo.
- Debe observarse que la bajada de agua pluvial y las canaletas de los techos no depositen el agua cerca de la cimentación. Si es posible, dirija el agua del techo a través de tuberías que descarguen a la calle o a otros lugares apropiados.
- Construir al menos una banqueta de 3 m, fuera de la cimentación o compactar el suelo alrededor de ella, haciéndola una superficie dura.
- El suelo o concreto debe tener una pendiente, tal que evite el escurrimiento hacia la construcción, ayudando a prevenir que el agua se filtre en el suelo.

### **2.3. Tipos de cimentaciones utilizadas en suelos expansivos**

La identificación y clasificación del suelo expansivo es el primer paso enfocado a determinar el tipo de cimentación que se deberá utilizar.

Una vez identificado el suelo expansivo pueden usarse tres tipos de solución para reducir o para evitar los efectos de la expansión:

1. Aislar la estructura de los materiales expansivos.
2. Proyectar una estructura que soporte sin daño la expansión
3. La eliminación de la expansión.

Si se tienen suelos con un potencial de expansión bajo, la cimentación por medio de zapatas aisladas puede ser utilizada, si se refuerza lo suficiente los muros de la cimentación para compensar los movimientos ligeros, o bien si las zapatas están ligadas rígidamente para disminuir los movimientos diferenciales.

Para suelos con un alto y muy alto potencial de expansión deben hacerse consideraciones especiales para escoger el tipo de cimentación. Las pilas con suficiente carga muerta y anclaje, unidas con trabe de liga debidamente reforzadas, pueden ser utilizadas y éstas deberán tener refuerzo por tensión.

La mayoría de los métodos de diseño de cimentaciones están enfocados a la determinación de la forma que adquirirá el terreno una vez que el suelo haya desarrollado su potencial expansivo, interactuando con la estructura de cimentación. El objetivo principal de todos los métodos es determinar cómo se verán afectadas las variables de diseño como el momento flector, las fuerzas cortantes y las deformaciones diferenciales de la subestructura.

### 2.3.1. Zapatas corridas

El empleo de las zapatas corridas deberá limitarse a suelos con potencial de expansión menor de 1% y una presión de expansión menor a 15 ton/m<sup>2</sup>. Para asegurarse que se ejerce sobre el suelo una presión de carga muerta de cuando menos 5 ton/m<sup>2</sup>, es el empleo de zapatas tan angostas como sea posible.

Un método muy sencillo fue propuesto por Jenings (1950), donde las zapatas eran analizadas en el sentido largo (Fig. 2.2) y se consideraban dos condiciones. En la primera, un apoyo central en toda la zapata que simulaba el efecto de la expansión; en el segundo, dos apoyos en los extremos que simulaban la condición de contracción del suelo.

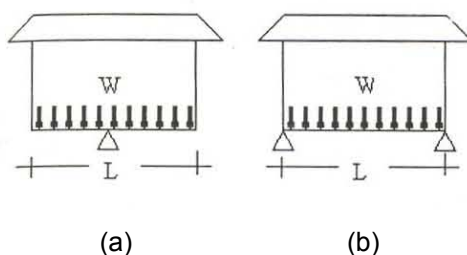


Fig. 2.2. Método de Jenings (1950) para determinar los momentos flectores en el sentido largo de una zapata corrida. (a) Apoyo central, expansión. (b) Apoyo en los extremos, contracción.

En ambos casos, el momento actuante sobre la cimentación es:

$$M = \frac{kWL^2}{8}$$

Donde:

$W$  = Carga transmitida por los muros (constante).

$L$  = Longitud de la zapata en el sentido largo.

$k$  = Coeficiente reductor del momento, que depende de la localidad y se ajusta por la experiencia y cuyo valor puede estar entre 0.5 y 0.8, Jenings recomienda usar  $k=0.7$

### 2.3.2. Losas de cimentación

Las losas de cimentación son un excelente sistema de cimentación en áreas donde los basamentos son muy profundos o donde las condiciones de los suelos expansivos se extienden a gran profundidad, lo que hace que el empleo de pilotes sea extremadamente costoso.

Los procedimientos de diseño, básicamente consisten en la determinación del momento flector, la fuerza cortante y la deflexión, debidos a las cargas de las estructuras y a los patrones de expansión del suelo. Los parámetros del suelo incluyen la cantidad de expansión libre del terreno, la flecha máxima de expansión (configuración deformada), y el módulo de elasticidad del suelo.

#### 2.3.2.1. Métodos de diseño

La mayoría de los métodos de diseño dividen la losa de cimentación en rectángulos y diseñan cada rectángulo independientemente. El objetivo es determinar la magnitud de los momentos flectores y las fuerzas cortantes que actuarán en la losa, también deben evaluarse las deflexiones que aparezcan bajo estas condiciones de carga y momento y comparar con las permisibles.

Algunos de los métodos que existen en la literatura son: B.R.A.B. (1968), Lytton (1973), Walsh (1978), Swinburne (1980), W.R.I. (1996).

El procedimiento de diseño del WRI (Wire Reinforcement Institute) fue desarrollado por Walter L. Snowden, P.E., de Austin, Texas.

Este método empírico fue derivado de la observación del comportamiento de las losas, y de la obtención y modificación de ecuaciones para dar resultados aproximados para el comportamiento observado.

WRI usa la misma aproximación que el método BRAB, por lo cual, éste método puede ser considerado como una versión modificada de dicho método.

El procedimiento de diseño del método WRI puede resumirse en:

1. La determinación del índice de plasticidad efectiva (eff. PI) de los 15 pies subyacentes usando factores de peso iguales a 3,2 y 1 para la primera, segunda y tercera capa de 5 pies cada una.

2. Modificar el Eff. PI por cualquier “pendiente natural del suelo” y sobreconsolidación usando los coeficiente de corrección obtenidos de las cartas del WRI.

3. Dividir las losas de forma irregular en rectángulos sobrepuestos de longitud (L) y ancho (L').



Fig. 2.3. Diseño típico de rectángulos para losas de forma irregular.

4.- Escoger el índice del tipo de clima (Cw) (igual que en BRAB), para posteriormente determinar el índice de soporte del suelo-clima (C), (fig. 2.4 y 2.5).

5.- Determinar la separación de vigas usando la carta correspondiente del WRI (1996).

6.- Determinar la longitud en cantiliver (lc) basada en el índice de soporte del suelo-clima (C) usando la carta de longitud en cantiliver del WRI (1996).



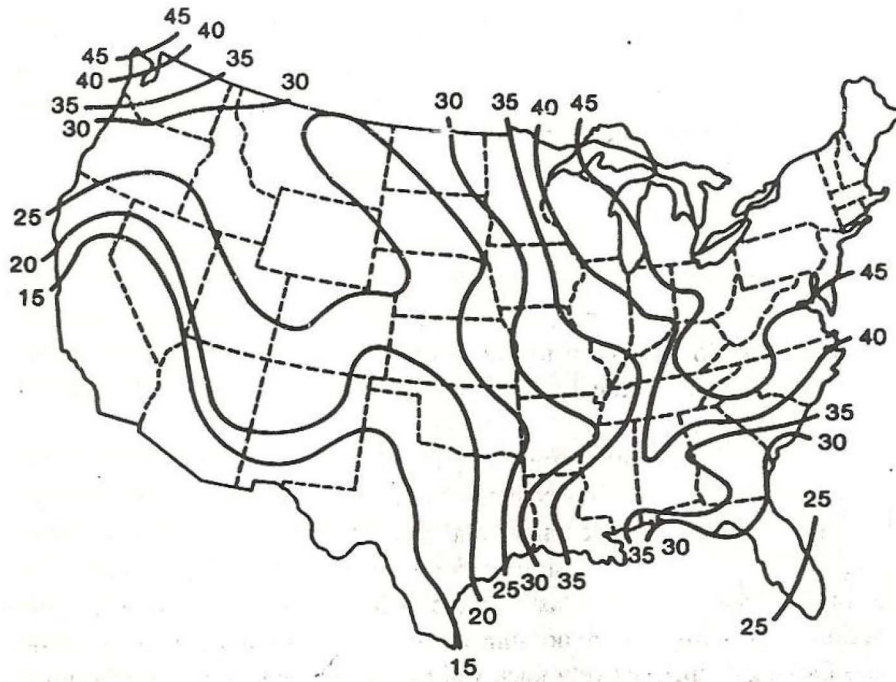


Fig. 2.4. Índice de tipo de clima (Cw) para Estados Unidos.

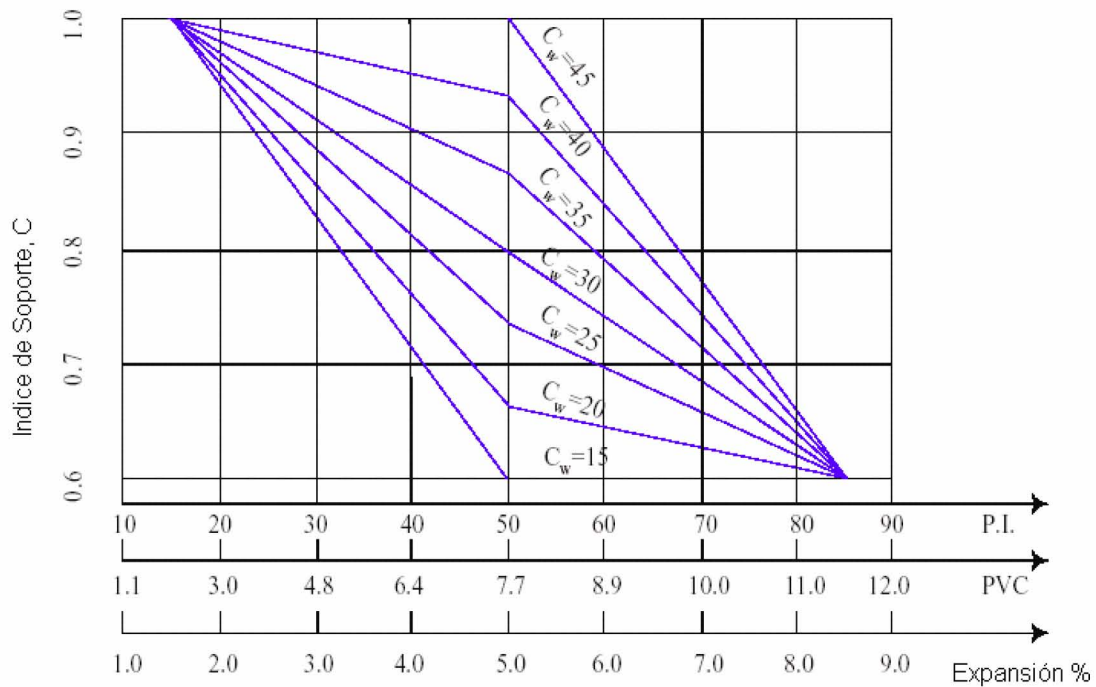


Fig. 2.5. Índice de soporte del suelo-clima (C).

7.- Determinar el factor de modificación de la longitud para las direcciones larga y corta ( $k_l$  y  $k_s$ ) respectivamente usando la carta del factor de modificación de la longitud de losa de la WRI (1996).

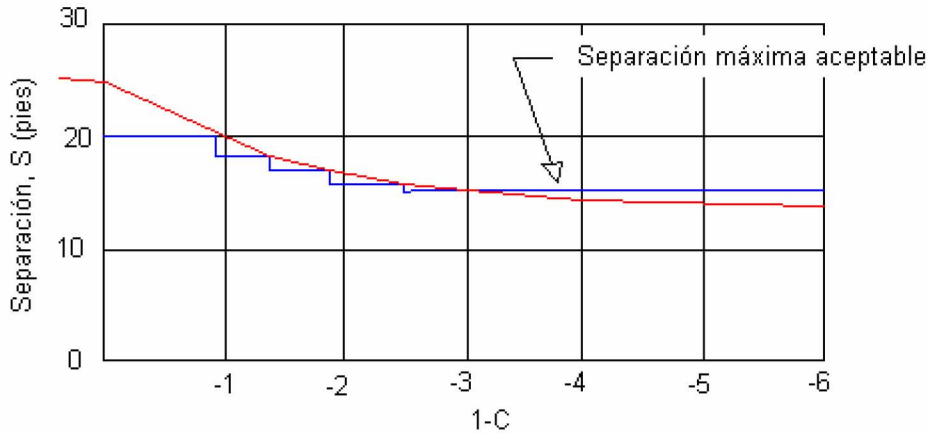


Fig. 2.6. Separación de vigas, (WRI ,1996).

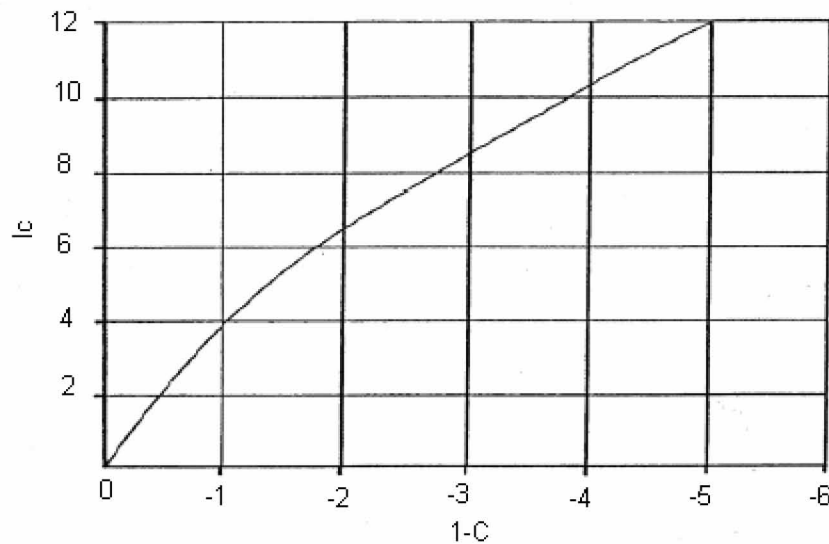


Fig. 2.7. Longitud de cantilver ( $l_c$ ).

8.- Las longitudes en cantilver modificadas en ambas direcciones serán:

$$k_l l_c \quad \text{y} \quad k_s l_c$$

9.- Calcular el número de vigas en ambas direcciones de la siguiente forma:

$$N_l = L/S + 1 \qquad N_s = L/S + 1$$

10.- El momento flexionante máximo, la fuerza cortante y la deflexión diferencial pueden ser calculadas mediante las siguientes fórmulas:

$$M = \frac{wL'(L_c)^2}{2}$$

$$V = wL'(L_c)$$

$$\Delta = \frac{w(L_c)^4 L'}{4E_c I}$$

Donde:

$M$  = Momento, positivo o negativo.

$\Delta$  = Deflexión.

$E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto.

$I$  = Momento de inercia de la sección.

### 2.3.3. Pilotes

Una cimentación a base de pilotes se apoya en zona estable y elude parcialmente los efectos de expansivos del suelo. El costo de este tipo de cimentación, comparado con otro tipo de cimentaciones (losas o zapatas), es alto.

Se pueden construir pilotes colados in situ fabricándoles campanas en las puntas, que funcionan como anclas en estratos de suelo que no están sujetos a movimientos estacionales importantes.

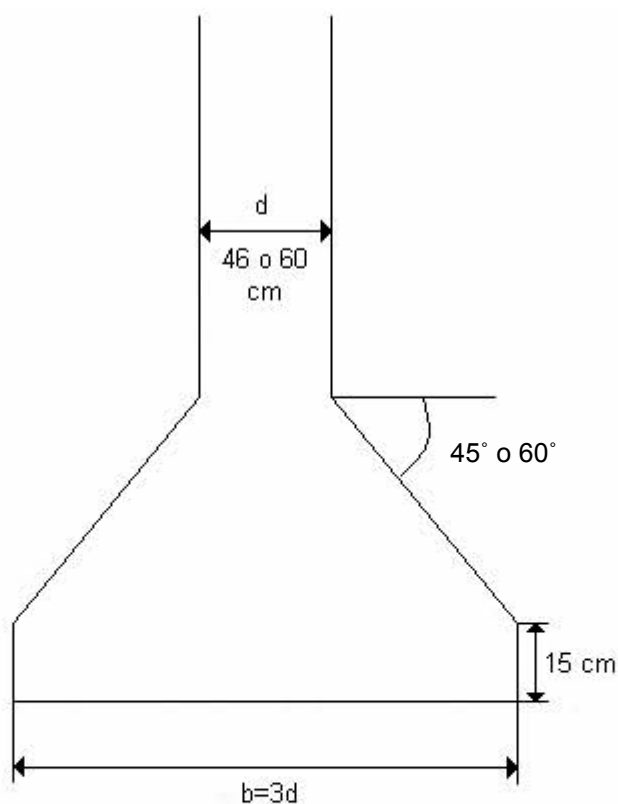


Fig. 2.8. Pilote acampanado (Nelson y Miller, 1992).

Se recomienda el uso de pilotes acampanados cuando por razones de economía éstos deban estar desplantados dentro o e la profundidad de la zona activa, para proporcionar el anclaje necesario ante la presencia de las fuerzas extractivas del suelo expansivo. Bajo la profundidad de la zona activa, la campana no representa una contribución importante a la resistencia a la extracción (Poulos y Davis, 1980) ya que tal resistencia puede desarrollarse por fricción lateral en la parte del pilote que se encuentra en contacto con el suelo no expansivo.

Cuando el estrato de suelo expansivo es pequeño se pueden utilizar pilotes cortos, para atravesar el estrato y anclarlos en el estrato estable.

La fricción negativa del pilote debe ser menor a la carga impuesta para evitar el desplazamiento del pilote. Si no es así se requiere de una longitud de anclaje. Para determinar la longitud de anclaje del pilote se utiliza la distribución de las cargas en las columnas de la estructura.

Se debe dejar un espacio entre la superficie del suelo y la estructura, para permitir la expansión del suelo y que ésta no afecte a la estructura.

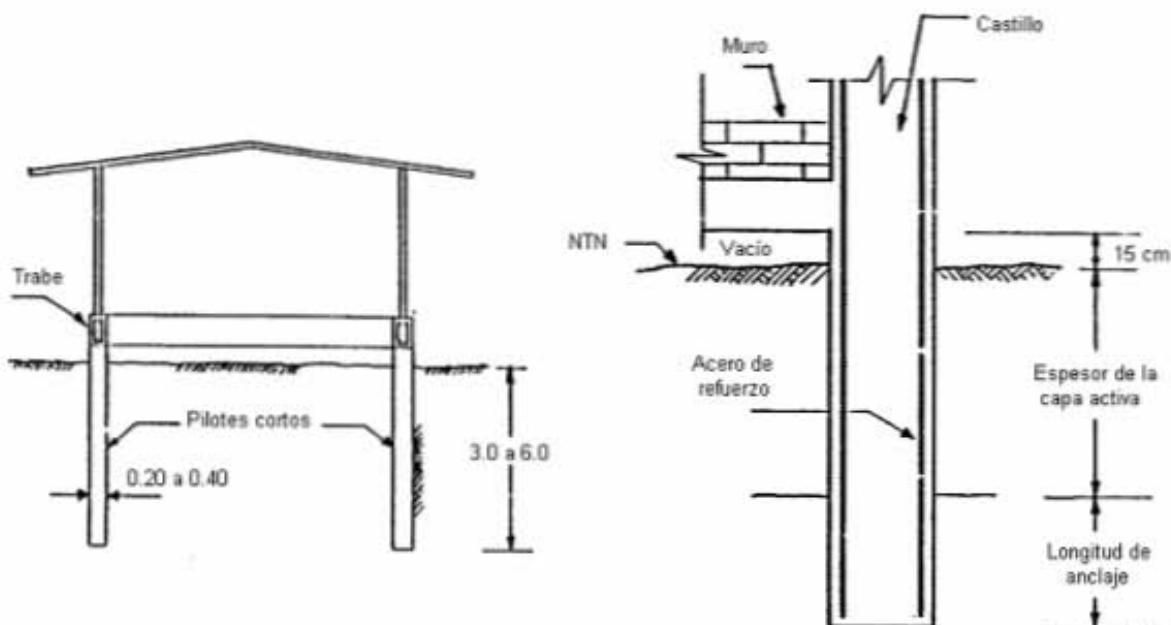


Fig. 2.9. Cimentación a base de pilotes cortos (palafito).

El diseño de cimentaciones influye en el costo de la obra, como también tiene consecuencia en los sobre costos por daños que se puedan presentar posteriormente a la construcción.

El problema de los suelos con potencial de cambio volumétrico es, en la actualidad, un aspecto relevante a tomar en cuenta en los proyectos de todo tipo de construcción. Cuando la presión de descarga de la cimentación es menor que la presión de expansión ejercida por el suelo, éste levantará la estructura provocando daños a la misma, y cuando la presión de descarga es mayor que la presión de expansión, la estructura sufrirá un asentamiento modificado por la acción de dicha presión de expansión, siempre y cuando el suelo ya no presente cambios de humedad una vez que el edificio sea colocado sobre él.

En esta investigación se pretende analizar el segundo caso, en él se busca plantear una metodología que tome en cuenta las deformaciones del suelo debidas al asentamiento generado por un edificio, en el que las cargas originadas por peso propio superan a las fuerzas de expansión del suelo, representando un problema de asentamiento que es disminuido por la presión de expansión.

## *CAPÍTULO 3*

### *METODOLOGÍA*

#### **3. 1. Procedimiento de análisis**

Al realizar el diseño de la cimentación, se utilizan métodos de Mecánica de Suelos clásica, es decir, métodos con el enfoque tradicional de que el suelo está saturado y por lo tanto no se toma en cuenta la presión de expansión. Si se trata en su caso, de un suelo arcilloso expansivo, esta presión de expansión ejercerá una fuerza hacia arriba contrarrestando el asentamiento disminuyéndolo.

La metodología propuesta considera algoritmos de interacción suelo-estructura realizados basándose en el procedimiento de ISE de Zeevaert (1980), Pérez y Cabrera (2002).

La interacción entre la estructura de cimentación y el suelo (ISE) consiste en encontrar un sistema de reacciones que aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa de suelo produzcan la misma configuración de desplazamientos en los dos elementos.

Es necesario conocer el valor de la deformación volumétrica de los estratos, el cual se determina de manera análoga a la descrita por Zeevaert (1973) para obtener el coeficiente  $\alpha_{exp}$  en su teoría de recompresión por carga.

### 3.1.1. Desplazamientos verticales

El cálculo de los desplazamientos verticales de la superficie del suelo, ya sean hundimientos o expansiones, requiere el conocimiento de las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo de los diferentes estratos del subsuelo (Zeevaert, 1973). Llamando  $\alpha^N$  a la deformación volumétrica de un estrato  $N$  para un tiempo determinado  $t$ , y  $\Delta\sigma_{ji}^N$  al incremento medio de esfuerzo en un punto  $j$  para el mismo estrato  $N$  debido a la carga aplicada en un área tributaria  $\bar{a}_i$ , figura 3.1.

Por consiguiente, la deformación del estrato  $N$  en este punto es

$$\Delta\delta_{ji}^N = \alpha^N \cdot \Delta\sigma_{ji}^N \quad (3.1.1)$$

Y el desplazamiento vertical de la superficie en el punto  $j$  será la suma de las deformaciones de todos los estratos:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot \Delta\sigma_{ji}^N \quad (3.1.2)$$

El valor de  $\Delta\sigma_{ji}^N$  en cualquier punto de la masa del suelo se puede expresar en función de la carga unitaria superficial  $q_i$  aplicada en un área tributaria  $\bar{a}_i$ , figura 3.1, en donde la distribución de esfuerzo vertical en el suelo  $I_{ji}^N$  se calcula por medio de la teoría de Fröhlich, (Zeevaert, 1973).

$$\Delta\sigma_{ji}^N = I_{ji}^N \cdot q_i \quad (3.1.3)$$

En donde  $N$  indica el estrato en cuestión. El punto  $i$  se entiende localizado al centro del área tributaria  $\bar{a}_i$  donde se aplica la carga unitaria  $q_i$ , y  $j$  el punto donde se calculan los efectos resultantes.

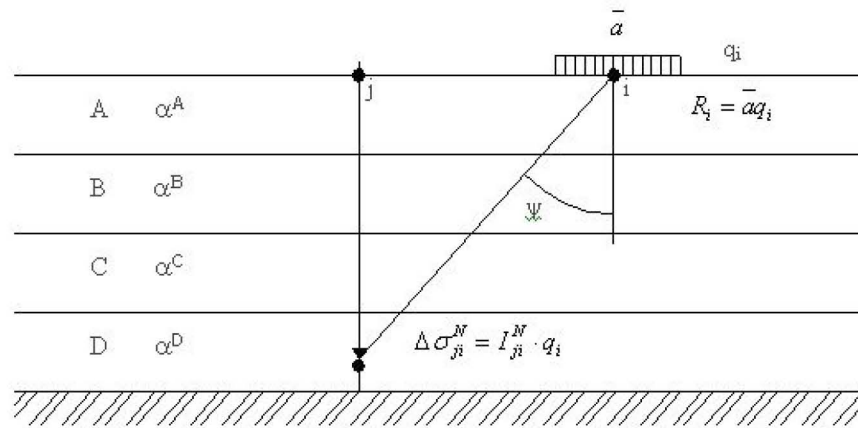


Fig. 3.1. Esfuerzo vertical en un punto.

Sustituyendo (3.3) en (3.2) se tiene:

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N I_{ji}^N \cdot q_i \tag{3.1.4}$$

Supongamos que un área tributaria está cargada con  $q_i = +1$  se obtendrá el desplazamiento unitario vertical en  $j$  debido a la carga unitaria en  $i$ :

$$\delta_{ji} = \sum_A^N \alpha^N \cdot I_{ji}^N \tag{3.1.5}$$

Para conocer los desplazamientos en la superficie debido a la carga unitaria aplicada  $q_i=+1$ ; se pueden seccionar los estratos de suelo de tal modo que en cada sección se considere una misma influencia  $I_{ji}$  de esfuerzo unitario para dicha sección en particular, tal como se muestra en la figura 3.2.

	(+1)	2	3	4	i	
A	$I_{11}^A$	$I_{21}^A$	$I_{31}^A$	$I_{41}^A$	$I_{i1}^A$	$\alpha^A$
B	$I_{11}^B$	$I_{21}^B$	$I_{31}^B$	$I_{41}^B$	$I_{i1}^B$	$\alpha^B$
C	$I_{11}^C$	$I_{21}^C$	$I_{31}^C$	$I_{41}^C$	$I_{i1}^C$	$\alpha^C$

Fig. 3.2. Factores de influencia para carga unitaria (Zeevaert, 1973).



De esta manera se tiene la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}^A & I_{21}^A & I_{31}^A & I_{41}^A \\ I_{11}^B & I_{21}^B & I_{31}^B & I_{41}^B \\ I_{11}^C & I_{21}^C & I_{31}^C & I_{41}^C \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \alpha^A \\ \alpha^B \\ \alpha^C \end{bmatrix}$$

Que puede expresarse como:

$$|\bar{\delta}_{ji}| = [I_{ji}^N]^T \cdot |\alpha^N| \tag{3.1.6}$$

Al sustituir la ecuación (III.6) se forma la matriz general para todos los puntos deseados

$$[\bar{\delta}_{ji}] = \begin{bmatrix} |\bar{\delta}_{j1}|^T \\ |\bar{\delta}_{j2}|^T \\ |\bar{\delta}_{j3}|^T \\ |\bar{\delta}_{j4}|^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{44} \end{bmatrix} \tag{3.1.7}$$

La ecuación matricial (III.7) transpuesta y multiplicada por la matriz columnar de las cargas unitarias, proporciona los desplazamientos verticales de la superficie cargada. Y se obtiene finalmente la ecuación matricial de asentamientos (EMA):

$$|\delta_i| = [\bar{\delta}_{ji}]^T \cdot |q_i| \tag{3.1.8}$$

### 3.1.2. Ecuación matricial de interacción (EMI)

La ecuación matricial de interacción (EMI) se construye, primero suponiendo una viga de ancho unitario y longitud L apoyada en forma continua sobre el suelo y solicitada por cargas concentradas P y cargas distribuidas w. La viga se divide en n segmentos iguales  $\lambda$  que representan áreas tributarias ( $1 \cdot \lambda$ ) donde quedan aplicadas las reacciones medias  $R_a, X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, R_b$  al centro de dichas áreas tributarias  $\bar{a}$ .

La viga en estas condiciones es hiperestática. Sin embargo, si se hacen las reacciones  $X_i=0$  se obtendrá una viga estáticamente determinada; para la cual se pueden determinar los desplazamientos verticales, ocasionados por las cargas aplicadas, en los puntos 1,  $i$ , 3,  $\dots$ ,  $n$  y representa la *condición*  $X_i=0$ .

Por tanto el desplazamiento total  $\Delta_{i0}$  en un punto cualquiera  $i$  de la viga debido a la condición  $X_i=0$  es el resultado de los desplazamientos por flexión en la viga de cada una de las fuerzas actuantes así como por desplazamientos verticales de los apoyos.

La solución de las reacciones incógnitas;  $X_1, X_3, \dots, X_i$ , se determina estudiando el efecto que cada una de ellas produce sobre la viga y el suelo. Considerando una condición de carga unitaria  $X_i=+1$  en cualquier punto  $i$ . Así los desplazamientos totales de la viga y el suelo para esta condición son: para el punto  $i$ ,  $\bar{S}_{ii}$ ; y para el punto  $j$ ,  $\bar{S}_{ji}$ .

En la misma forma se encuentran los desplazamientos para los puntos 1, 2, 3 y 4. Por consiguiente, los desplazamientos unitarios de cada punto multiplicados por sus respectivas reacciones incógnitas  $X_1, X_2, X_3$  y  $X_4$  nos darán los efectos en un punto  $j$  por las reacciones aplicadas en un punto  $i$ . De donde sumando estos valores se obtienen los desplazamientos verticales totales del punto considerado, los que deberán ser iguales al del mismo punto de la viga en la condición  $X_i=0$ .

Generalizando se puede escribir en forma matricial:

$$[\bar{S}_{ij}]^T \cdot |X_i| = |\Delta_{io}| \quad (3.1.9)$$

O bien:

$$|X_i| = [\bar{S}_{ij}]^{-1} \cdot |\Delta_{io}| \quad (3.1.10)$$

### 3.2. Coeficiente de deformación volumétrica por asentamiento $\alpha_{EXP}$

Para la determinación del coeficiente de deformación volumétrica por asentamiento fue necesario llevar a cabo ensayos de laboratorio para conocer los esfuerzos verticales, iniciales y finales, a los que se somete al subsuelo de cimentación.

El ensayo de laboratorio se realizó en un consolidómetro, en el que se colocó una muestra inalterada de un suelo no saturado del tipo expansivo en su humedad natural. Posteriormente, se colocó la carga de sitio y la muestra se saturó, llevándola a la expansión hidratándola por capilaridad (Norma ASTM-4546). Esta expansión obedece únicamente a la propiedad expansiva del suelo y depende de la humedad inicial. No se considera que involucre alivio de esfuerzos por descarga durante la etapa de expansión. Una vez saturado el suelo se llevó a cabo el ensayo de consolidación en su procedimiento típico, elaborando un ciclo de histéresis en carga y descarga total y de igual forma para un alivio parcial de esfuerzos con el objeto de obtener las componentes elástica y viscoplástica de la deformación. La deformación inicial por expansión del suelo se considera parte de la deformación elástica del material.

#### 3.2.1. Cálculo del coeficiente $\alpha_{EXP}$

Al ser colocada la carga debido al peso del edificio en una cimentación el suelo se recomprime en sus componentes elásticas, plásticas y viscoplásticas (Zeevaert, 1973):

$$\Delta\varepsilon_{co} = \Delta\varepsilon_{eo} + \Delta\varepsilon_{po} + \Delta\varepsilon_{vpo} \quad (3.2.1)$$

Para descarga y recompresión total  $\Delta\sigma_{oi}$  el módulo secante será:

$$M_{co} = \frac{\Delta\varepsilon_{eo}}{\Delta\sigma_{co}} \left( 1 + \frac{\Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{eo}} + \frac{\Delta\varepsilon_{vpo}}{\Delta\varepsilon_{eo}} \right) \quad (3.2.2)$$

ó:

$$M_{co} = M_{eo} (1 + k_{po} + k_{vpo}) \quad (3.2.3)$$

En la misma forma para un alivio parcial y recompresión  $\Delta\sigma_i$  se tiene:

$$M_{ci} = M_{ei} (1 + k_{pi} + k_{vpi}) \quad (3.2.4)$$

Y consecuentemente la relación de dichos módulos:

$$\frac{M_{ci}}{M_{co}} = \frac{M_{ei}}{M_{eo}} \cdot \frac{1 + k_{pi} + k_{vpi}}{1 + k_{po} + k_{vpo}} \quad (3.2.5)$$

Pero:

$$\frac{M_{ei}}{M_{eo}} = \rho_{ei} \quad (3.2.6)$$

De:

$$\frac{M_{ci}}{M_{co}} = \rho_{ei} \frac{1 + k_{pi} + k_{vpi}}{1 + k_{po} + k_{vpo}} \quad (3.2.7)$$

Los términos  $M_{co}$ ,  $k_{po}$  y  $k_{vpo}$  de la ecuación (3.2.7) se obtienen de la siguiente curva de compresibilidad, deducida a partir del ensaye descrito en el apartado anterior.

De la figura 3.3 se obtienen los siguientes parámetros:  $\Delta\sigma_{co}$ ,  $\Delta\sigma_i$ ,  $\Delta\varepsilon_{po}$ ,  $\Delta\varepsilon_{eo}$  y  $\Delta\varepsilon_{vpo}$ , que a su vez se sustituyen en las siguientes ecuaciones para así obtener los parámetros antes mencionados.

$$M_{co} = \frac{\Delta\varepsilon_{co}}{\Delta\sigma_{co}}, \quad k_{po} = \frac{\Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{eo}} \quad \text{y} \quad k_{vpo} = \frac{\Delta\varepsilon_{vpo}}{\Delta\varepsilon_{eo}}$$

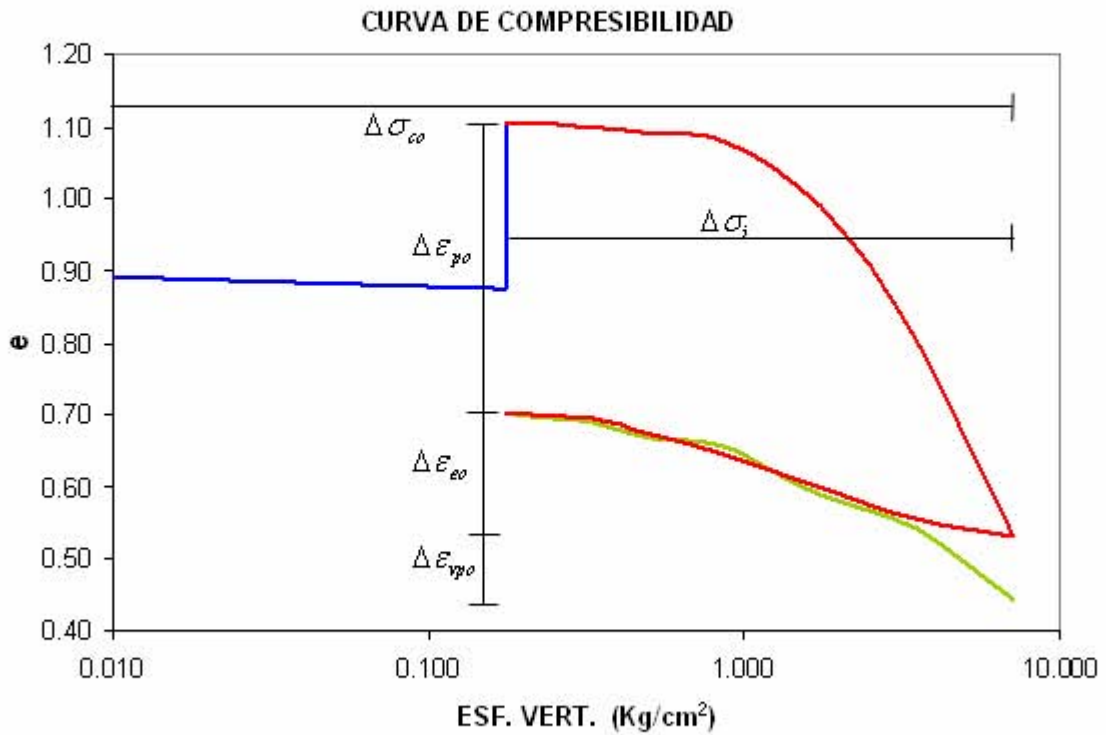


Fig. 3.3. Curva de compresibilidad utilizada, mostrando las variables para el cálculo de  $\alpha_{EXP}$ .

$\Delta \epsilon_{vpo}$  está en función del tiempo en que la carga permanezca aplicada sobre la probeta.

Las incógnitas son  $k_{pi}$  y  $k_{vpi}$  ya que los valores  $M_{co}$ ,  $k_{po}$  y  $k_{vpo}$  son determinados por medio de pruebas de laboratorio en probetas de material inalterado para el alivio máximo de esfuerzos efectuando un ciclo de histéresis.

Se puede hacer la hipótesis aproximada de que estos valores son proporcionales al nivel de esfuerzos de carga aplicada para alivio parcial de esfuerzo a carga aplicada para alivio total de esfuerzo.

$$\begin{aligned} k_{pi} &\cong \Delta \sigma_i \\ k_{po} &\cong \sigma_{co} \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

$$\begin{aligned} k_{vpi} &\cong \Delta \sigma_i \\ k_{vpo} &\cong \sigma_{co} \end{aligned} \tag{3.2.9}$$

Sustituyendo las ecuaciones (III.2.8) y (III.2.9) en la expresión (III.2.7) se obtiene:

$$\frac{M_{ci}}{M_{co}} = \rho_{ei} \frac{1 + (k_{po} + k_{vpo}) \Delta\sigma_i / \Delta\sigma_{co}}{1 + (k_{po} + k_{vpo})} \quad (3.2.10)$$

De donde el factor de recompresión  $\rho_c$  queda definido por:

$$\rho_c = \rho_{ei} \frac{1 + (k_{po} + k_{vpo}) \Delta\sigma_i / \Delta\sigma_{co}}{1 + (k_{po} + k_{vpo})} \quad (3.2.11)$$

Por lo tanto el módulo secante de deformación unitaria para la recompresión del estrato investigado será:

$$M_{ci} = \rho_c \cdot M_{co} \quad (3.2.12)$$

Y el coeficiente para la compresión volumétrica  $\alpha_{exp}$  para cada uno de los estratos de espesor  $d_i$  que conforma la masa de suelo se calcula:

$$\alpha_{exp} = M_{ci} * d_i \quad (3.2.13)$$

La deformación volumétrica  $\alpha_{EXP}$  puede ser inducida por dos tipos de esfuerzo, uno  $\Delta\sigma_\psi$  debido a cambios de succión por incrementos en la humedad del suelo, generando un alivio de esfuerzos efectivos que se traduce en una expansión; y la carga externa aplicada al análisis es la diferencia entre la descarga y la presión de expansión.

Según el procedimiento de los ensayos,  $\alpha_{exp}$  considera ambas partes del esfuerzo; presentando deformaciones tanto por incremento de humedad como por carga externa; siendo  $\Delta q = P_{exp}$  el máximo esfuerzo aplicado a la probeta, donde  $\alpha_{exp} = 0$ .

La deformación volumétrica  $\alpha_{exp}$  inducida por este primer tipo de esfuerzo en que  $\Delta q < P_{exp}$  fue determinada a partir del método ISE de Zeevaert (Zeevaert, 1973), donde se realizó una predicción de la magnitud de la expansión del suelo tomando en cuenta la estructura. Los resultados de la expansión volumétrica obtenidos fueron menores comparados con los obtenidos de dos métodos reportados en la literatura y que son ampliamente usados; porque al hacer ISE, se hace una mejor distribución de esfuerzos y por lo tanto, se obtiene una mejor configuración de las deformaciones en la superficie de contacto (Pérez y Cabrera, 2002).

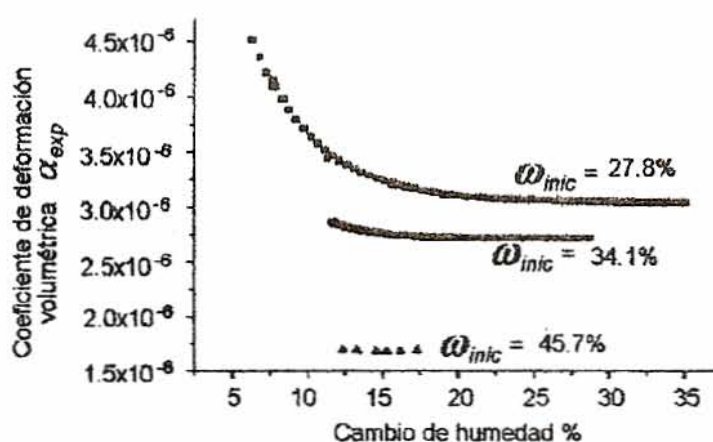


Fig. 3.4. Variación del coeficiente de deformación volumétrica  $\alpha_{exp}$  con los cambios de humedad del suelo (Pérez y Cabrera, 2002)

En esta investigación se refiere al problema de cuando las cargas originadas por el peso de la estructura superan a las fuerzas de expansión del suelo, el coeficiente  $\alpha_{EXP}$  corresponde a deformaciones por asentamientos, como es el caso del comportamiento en estructuras con peso superior a la presión de expansión.

## CAPITULO 4

### ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE RESULTADOS

#### 4. 1. Caracterización del sitio

Cuando se lleva a cabo el diseño y construcción de cualquier proyecto es fundamental realizar un estudio geotécnico básico mínimo en el que se incluyan la determinación de las propiedades índice y mecánicas del suelo sobre el que se va a construir.

Para la elaboración de esta investigación se obtuvieron muestras inalteradas en el mes de Enero de 2007 y Junio del mismo año. El lugar de extracción de muestras fué de Jurica, Querétaro (fig. 4.1), a una profundidad de 1.0, 1.5 y 2.0 m. Posteriormente se realizaron los ensayos correspondientes para la obtención de las propiedades índice. Los resultados se muestran en la tabla 4.1.



Fig. 4. 1. Croquis de localización de Jurica.



Tabla 4.1. Caracterización del sitio

		PROFUNDIDAD (M)		
		1.00	1.50	2.00
$\omega$	(%)	22.66	22.76	23.45
$\gamma_m$	(T/m <sup>3</sup> )	1.69	1.68	1.70
<b>Ss</b>		2.61	2.59	2.57
<b>e</b>		0.88	0.89	0.87
<b>G<sub>w</sub></b>	(%)	67.00	66.00	69.60
<b>GRAVA</b>	(%)	0.00	0.00	0.00
<b>ARENA</b>	(%)	2.00	1.00	1.00
<b>FINOS</b>	(%)	98.00	99.00	99.00
<b>LL</b>	(%)	82.88	78.89	76.68
<b>LP</b>	(%)	31.45	30.36	29.62
<b>Ip</b>	(%)	51.43	48.53	47.06
<b>CL</b>	(%)	22.27	21.32	20.00
<b>LC</b>	(%)	14.39	15.40	16.24
<b>SUCS</b>		CH	CH	CH

#### 4. 2. Determinación de $\alpha_{EXP}$

Los resultados obtenidos de los ensayos de compresibilidad realizados en el laboratorio a probetas de material inalterado de Jurica, Querétaro, se tienen las gráficas de compresibilidad, fig. 4.2, 4.3 y 4.4.

Como ejemplo se muestra el cálculo del coeficiente  $\alpha_{EXP}$  en el apartado 4.2.1 y en las tablas 4.2, 4.3 y 4.4 el resumen de los valores para la obtención de  $\alpha_{EXP}$ .

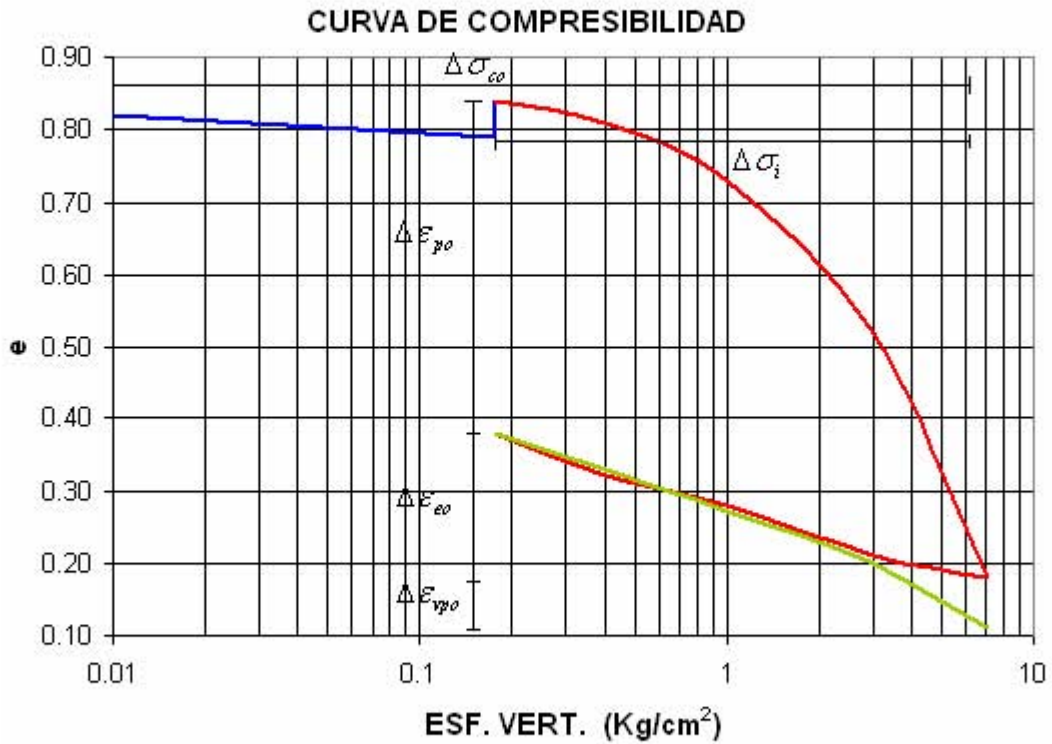


Fig. 4.2. Curva de compresibilidad, esf. vert.= 0.177 kg/cm<sup>2</sup>, prof. 1.0 m.

#### 4.2.1. Cálculo del coeficiente $\alpha_{EXP}$

Al ser colocada la carga debido al peso del edificio en una cimentación el suelo se recomprime en sus componentes elásticas, plásticas y viscoplásticas (Zeevaert, 1980), sustituyendo los valores obtenidos de la gráfica, se tiene:

$$\Delta \epsilon_{co} = 0.20 + 0.46 + 0.07 = 0.73$$

Y sustituyendo los valores  $\Delta \epsilon_{eo}$ ,  $\Delta \epsilon_{po}$  y  $\Delta \epsilon_{vpo}$ :

$$k_{po} = \frac{0.46}{0.20} = 2.3 \quad y$$

$$k_{vpo} = \frac{0.07}{0.20} = 0.35$$

Para descarga y recompresión total  $\Delta \sigma_{co}$  el módulo secante será:

$$M_{co} = \frac{0.73}{7.034 \text{ kg/cm}^2} = 0.104 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

Y por lo tanto el módulo de deformación elástica es:

$$M_{eo} = \frac{0.20}{7.034 \text{ kg/cm}^2} = 0.028 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

En la misma forma para un alivio parcial y recompresión  $\Delta\sigma_i$  se tiene:

$$M_{ci} = \frac{0.73}{6.867 \text{ kg/cm}^2} = 0.103 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

$$M_{ei} = \frac{0.20}{6.867 \text{ kg/cm}^2} = 0.029 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

Y consecuentemente la relación de dichos módulos:

$$\rho_{ei} = \frac{0.029}{0.028} = 1.036$$

Por lo tanto el factor de recompresión  $\rho_c$  queda definido por:

$$\rho_c = 1.036 \frac{1 + (2.3 + 0.35)6.867 \text{ kg/cm}^2 / 7.034 \text{ kg/cm}^2}{1 + (2.3 + 0.35)} = 1.011$$

De esta forma el módulo secante de deformación unitaria para la recompresión del estrato investigado será:

$$M_{ci} = 1.011 \cdot 0.104 \text{ cm}^2 / \text{kg} = 0.105 \text{ cm}^2 / \text{kg}$$

Y el coeficiente para la compresión volumétrica  $\alpha_{\text{exp}}$  para cada uno de los estratos de espesor  $d_i$  que conforma la masa de suelo se calcula:

$$\alpha_{\text{exp}} = 0.105 \text{ cm}^2 / \text{kg} * 70 \text{ cm} = 7.360 \text{ cm}^3 / \text{kg}$$

Tabla 4.2. Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para un esf. vert. de  $0.177 \text{ kg/cm}^2$ , a una profundidad de 1.0 m.

**DE LA GRAFICA**

ESF. VERT. ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta\varepsilon_{po}$	$\Delta\varepsilon_{eo}$	$\Delta\varepsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta\sigma_i$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.177	0.46	0.20	0.07	7.034	6.867	2.3	0.35

$M_{ei}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$M_{eo}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$M_{ci}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\alpha$ $\text{cm}^3/\text{kg}$	$\alpha$ $\text{m}^3/\text{kg}$
0.029	0.028	1.036	1.011	0.104	0.103	7.360	7.360E-06

Las gráficas de compresibilidad correspondientes a la carga de 1, 2, 3, y  $4 \text{ kg/cm}^2$ , así como el cálculo correspondiente al  $\alpha_{EXP}$  se encuentran en el anexo 1.

✚ Para un esfuerzo vertical de  $0.65 \text{ kg/cm}^2$  a una profundidad de 1.5 m, se tiene la siguiente curva de compresibilidad:

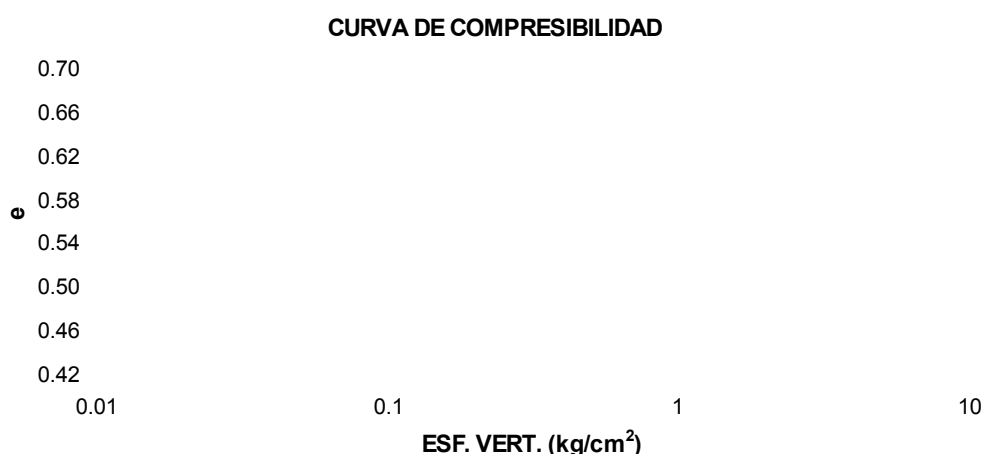


Fig. 4.3. Curva de compresibilidad, esf. vert.= $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , prof. 1.5 m.

Tabla 4.3. Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para un esf. vert. de  $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , a una profundidad de 1.5 m.

**DE LA GRAFICA**

ESF. VERT. ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta\varepsilon_{po}$	$\Delta\varepsilon_{eo}$	$\Delta\varepsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta\sigma_i$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.65	0.164	0.017	0.000	5.075	4.066	9.647	0.000

$M_{ei}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$M_{eo}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$M_{ci}$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\alpha$ $\text{cm}^3/\text{kg}$	$\alpha$ $\text{m}^3/\text{kg}$
0.004	0.003	1.248	1.023	0.036	0.036	2.55	2.55E-06

✚ Para un esfuerzo vertical de  $0.65 \text{ kg/cm}^2$  a una profundidad de 2.0 m, se tiene la siguiente curva de compresibilidad:

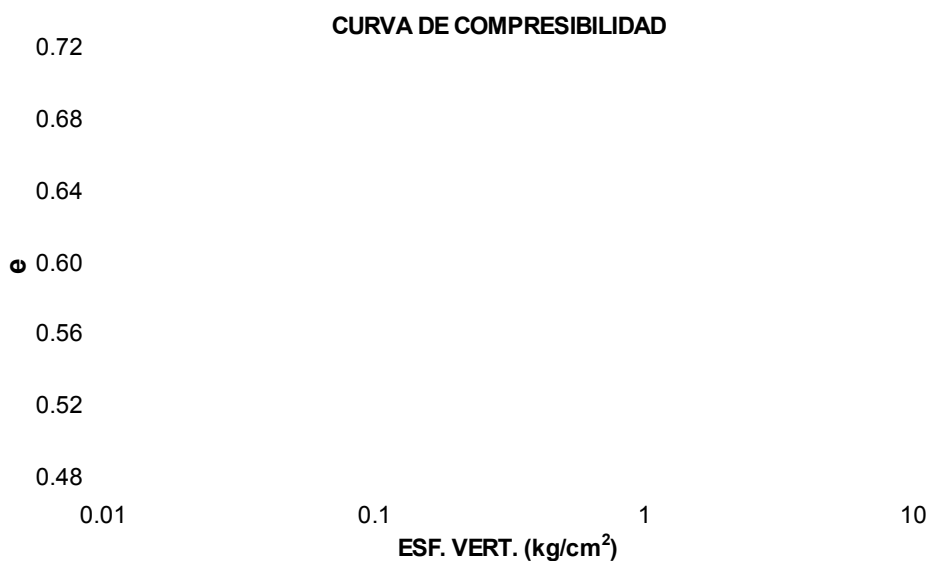


Fig. 4.4. Curva de compresibilidad, esf. vert.  $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , prof. 2.0 m.

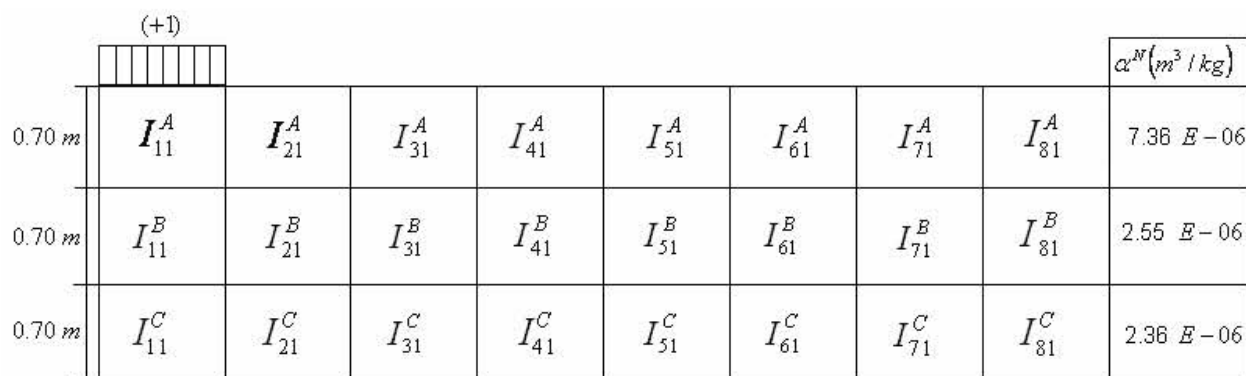
Tabla 4.4. Cálculo de  $\alpha_{\text{EXP}}$  para un esf. vert. de  $0.65 \text{ kg/cm}^2$ , a una profundidad de 2.0 m.

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta \epsilon_{po}$	$\Delta \epsilon_{eo}$	$\Delta \epsilon_{vpo}$	$\Delta \sigma_{co}$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\Delta \sigma_i$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.65	0.127	0.032	0.006	5.102	4.093	4.006	0.180
<b><math>M_{ei}</math></b> ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	<b><math>M_{eo}</math></b> ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	<b><math>\rho_{ei}</math></b>	<b><math>\rho_c</math></b>	<b><math>M_{co}</math></b> ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	<b><math>M_{ci}</math></b> ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	<b><math>\alpha</math></b> $\text{cm}^3/\text{kg}$	<b><math>\alpha</math></b> $\text{m}^3/\text{kg}$
0.008	0.006	1.247	1.048	0.032	0.034	2.36	2.36E-06

### 4. 3. Análisis y aplicación de resultados

Para realizar el análisis se considera un estrato de suelo expansivo de 2.10 m de profundidad, sobre el cual se ha construido una edificación con una cimentación a base de losa de dimensiones 20x20 m, la cual distribuye sobre el suelo una presión uniforme de 6.5 ton/m<sup>2</sup>. La profundidad del nivel freático se encuentra por debajo de los 150 m de profundidad.

Para el cálculo de las influencias  $I_{ji}^N$ , la losa se dividió en fracciones de 2.50 x20 m y el espesor del estrato en tres partes de 0.70 m.



									$\alpha^N (m^3 / kg)$
0.70 m	$I_{11}^A$	$I_{21}^A$	$I_{31}^A$	$I_{41}^A$	$I_{51}^A$	$I_{61}^A$	$I_{71}^A$	$I_{81}^A$	7.36 E-06
0.70 m	$I_{11}^B$	$I_{21}^B$	$I_{31}^B$	$I_{41}^B$	$I_{51}^B$	$I_{61}^B$	$I_{71}^B$	$I_{81}^B$	2.55 E-06
0.70 m	$I_{11}^C$	$I_{21}^C$	$I_{31}^C$	$I_{41}^C$	$I_{51}^C$	$I_{61}^C$	$I_{71}^C$	$I_{81}^C$	2.36 E-06

Fig.4.5. Factores de influencia por unidad por carga unitaria.

#### 4.3.1. Cálculo de influencias

Según Frölich para un suelo homogéneo e isótropo  $\chi=3$  (apéndice C, ISE, Zeevaert, 1973), en este caso:

$$B=10 \text{ m}$$

$$\lambda/2=1.25 \text{ m}$$

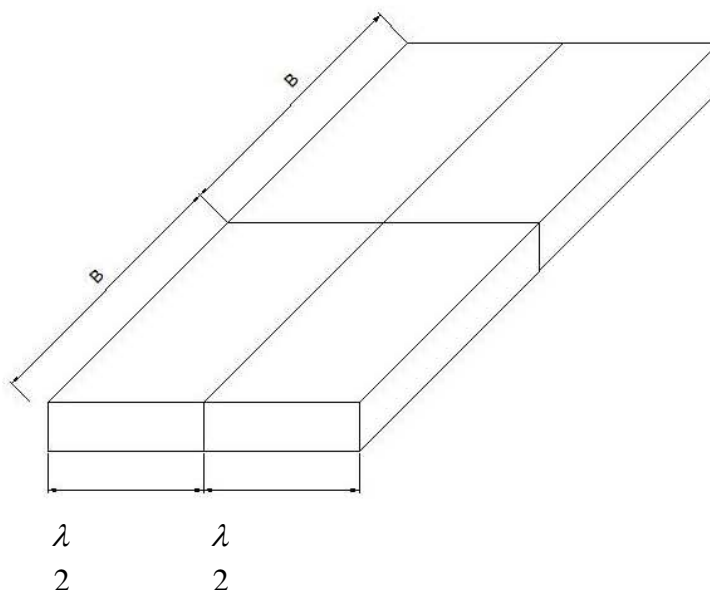


Fig. 4.6. Área rectangular cargada uniformemente, representa una de las fracciones de la losa.

Y las fórmulas utilizadas son:

$$I_{ji} = \frac{3}{2\pi} \left( \text{sen } \alpha_0 - \frac{\text{sen}^3 \alpha_0}{3} \right) \{ (\psi_1 - \psi_2) + \text{sen}(\psi_1 - \psi_2) \cos(\psi_1 + \psi_2) \} \quad (4.3.1)$$

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{B}{x^2 + z^2} \quad (4.3.2)$$

$$\psi_1 = \tan^{-1} \frac{x + \lambda/2}{z} \quad (4.3.3)$$

$$\psi_2 = \tan^{-1} \frac{x - \lambda/2}{z} \quad (4.3.4)$$

El cálculo de las influencias unitarias de esfuerzo al centro de un estrato  $N$  sobre la vertical del punto  $j$  debido a carga unitaria en un punto  $i$  se encuentran de manera resumida en las tablas 4.5 a 4.8.

Las influencias por fracción de la losa colocada en los puntos 5, 6, 7 y 8 son simétricas a las provocadas por posicionarla en los puntos 1, 2, 3 y 4.

### 4.3.2. Desplazamientos verticales por carga unitaria

Al sustituir  $I_{ji}^N$  y  $\alpha^N$  en la ecuación (3.1.6) se tienen los desplazamientos verticales por carga unitaria para cada uno de los puntos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

- a) Cálculo de influencias por fracción de losa colocada en el punto no.1, sustituyendo valores en las ecuaciones (4.3.1) a (4.3.4) se tiene:

Tabla 4.5. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.1

	<b>x</b>	<b>z</b>	<b><math>\psi_1</math></b>	<b><math>\psi_2</math></b>	<b><math>\alpha_0</math></b>	<b><math>I_{ji}^N</math></b>
$I_{11}^A$	0.00	0.50	68.20	-68.20	87.14	7.62E-01
$I_{21}^A$	2.50	0.50	82.41	68.20	75.70	7.76E-02
$I_{31}^A$	5.00	0.50	85.43	82.41	63.32	1.62E-02
$I_{41}^A$	7.50	0.50	86.73	85.43	53.07	6.72E-03
$I_{51}^A$	10.00	0.50	87.46	86.73	44.96	3.50E-03
$I_{61}^A$	12.50	0.50	87.92	87.46	38.64	2.06E-03
$I_{71}^A$	15.00	0.50	88.24	87.92	33.68	1.30E-03
$I_{81}^A$	17.50	0.50	88.47	88.24	29.73	8.76E-04
$I_{11}^B$	0.00	1.25	45.00	-45.00	82.87	5.06E-01
$I_{21}^B$	2.50	1.25	71.57	45.00	74.38	1.46E-01
$I_{31}^B$	5.00	1.25	78.69	71.57	62.73	3.83E-02
$I_{41}^B$	7.50	1.25	81.87	78.69	52.75	1.64E-02
$I_{51}^B$	10.00	1.25	83.66	81.87	44.78	8.62E-03



$I_{61}^B$	12.50	1.25	84.81	83.66	38.52	5.09E-03
$I_{71}^B$	15.00	1.25	85.60	84.81	33.60	3.24E-03
$I_{81}^B$	17.50	1.25	86.19	85.60	29.68	2.18E-03
$I_{11}^C$	0.00	1.75	35.54	-35.54	80.07	4.00E-01
$I_{21}^C$	2.50	1.75	64.98	35.54	73.03	1.63E-01
$I_{31}^C$	5.00	1.75	74.36	64.98	62.09	5.04E-02
$I_{41}^C$	7.50	1.75	78.69	74.36	52.40	2.23E-02
$I_{51}^C$	10.00	1.75	81.16	78.69	44.57	1.19E-02
$I_{61}^C$	12.50	1.75	82.75	81.16	38.39	7.04E-03
$I_{71}^C$	15.00	1.75	83.85	82.75	33.51	4.50E-03
$I_{81}^C$	17.50	1.75	84.67	83.85	29.62	3.03E-03

b) Cálculo de influencias por fracción de losa colocada en el punto no.2, sustituyendo valores en las ecuaciones (4.3.1) a (4.3.4) se tiene:

Tabla 4.6. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.2

	$x$	$z$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\alpha_0$	$I_{ji}^N$
$I_{12}^A$	-2.50	0.50	-68.20	-82.41	75.70	7.76E-02
$I_{22}^A$	0.00	0.50	68.20	-68.20	87.14	7.62E-01
$I_{32}^A$	2.50	0.50	82.41	68.20	75.70	7.76E-02
$I_{42}^A$	5.00	0.50	85.43	82.41	63.32	1.62E-02
$I_{52}^A$	7.50	0.50	86.73	85.43	53.07	6.72E-03

$I_{62}^A$	10.00	0.50	87.46	86.73	44.96	3.50E-03
$I_{72}^A$	12.50	0.50	87.92	87.46	38.64	2.06E-03
$I_{82}^A$	15.00	0.50	88.24	87.92	33.68	1.30E-03
$I_{12}^B$	-2.50	1.25	-45.00	-71.57	74.38	1.46E-01
$I_{22}^B$	0.00	1.25	45.00	-45.00	82.87	5.06E-01
$I_{32}^B$	2.50	1.25	71.57	45.00	74.38	1.46E-01
$I_{42}^B$	5.00	1.25	78.69	71.57	62.73	3.83E-02
$I_{52}^B$	7.50	1.25	81.87	78.69	52.75	1.64E-02
$I_{62}^B$	10.00	1.25	83.66	81.87	44.78	8.62E-03
$I_{72}^B$	12.50	1.25	84.81	83.66	38.52	5.09E-03
$I_{82}^B$	15.00	1.25	85.60	84.81	33.60	3.24E-03
$I_{12}^C$	-2.50	1.75	-35.54	-64.98	73.03	1.63E-01
$I_{22}^C$	0.00	1.75	35.54	-35.54	80.07	4.00E-01
$I_{32}^C$	2.50	1.75	64.98	35.54	73.03	1.63E-01
$I_{42}^C$	5.00	1.75	74.36	64.98	62.09	5.04E-02
$I_{52}^C$	7.50	1.75	78.69	74.36	52.40	2.23E-02
$I_{62}^C$	10.00	1.75	81.16	78.69	44.57	1.19E-02
$I_{72}^C$	12.50	1.75	82.75	81.16	38.39	7.04E-03
$I_{82}^C$	15.00	1.75	83.85	82.75	33.51	4.50E-03

c) Cálculo de influencias por fracción de losa colocada en el punto no.3, sustituyendo valores en las ecuaciones (4.3.1) a (4.3.4) se tiene:

Tabla 4.7. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.3

	<b>x</b>	<b>z</b>	$\Psi_1$	$\Psi_2$	$\alpha_0$	$I_{ji}^N$
$I_{13}^A$	-5.00	0.50	-82.41	-85.43	63.32	1.62E-02
$I_{23}^A$	-2.50	0.50	-68.20	-82.41	75.70	7.76E-02
$I_{33}^A$	0.00	0.50	68.20	-68.20	87.14	7.62E-01
$I_{43}^A$	2.50	0.50	82.41	68.20	75.70	7.76E-02
$I_{53}^A$	5.00	0.50	85.43	82.41	63.32	1.62E-02
$I_{63}^A$	7.50	0.50	86.73	85.43	53.07	6.72E-03
$I_{73}^A$	10.00	0.50	87.46	86.73	44.96	3.50E-03
$I_{83}^A$	12.50	0.50	87.92	87.46	38.64	2.06E-03
$I_{13}^B$	-5.00	1.25	-71.57	-78.69	62.73	3.83E-02
$I_{23}^B$	-2.50	1.25	-45.00	-71.57	74.38	1.46E-01
$I_{33}^B$	0.00	1.25	45.00	-45.00	82.87	5.06E-01
$I_{43}^B$	2.50	1.25	71.57	45.00	74.38	1.46E-01
$I_{53}^B$	5.00	1.25	78.69	71.57	62.73	3.83E-02
$I_{63}^B$	7.50	1.25	81.87	78.69	52.75	1.64E-02
$I_{73}^B$	10.00	1.25	83.66	81.87	44.78	8.62E-03
$I_{83}^B$	12.50	1.25	84.81	83.66	38.52	5.09E-03
$I_{13}^C$	-5.00	1.75	-64.98	-74.36	62.09	5.04E-02

$I_{23}^C$	-2.50	1.75	-35.54	-64.98	73.03	1.63E-01
$I_{33}^C$	0.00	1.75	35.54	-35.54	80.07	4.00E-01
$I_{43}^C$	2.50	1.75	64.98	35.54	73.03	1.63E-01
$I_{53}^C$	5.00	1.75	74.36	64.98	62.09	5.04E-02
$I_{63}^C$	7.50	1.75	78.69	74.36	52.40	2.23E-02
$I_{73}^C$	10.00	1.75	81.16	78.69	44.57	1.19E-02
$I_{83}^C$	12.50	1.75	82.75	81.16	38.39	7.04E-03

d) Cálculo de influencias por fracción de losa colocada en el punto no.4, sustituyendo valores en las ecuaciones (4.3.1) a (4.3.4) se tiene:

Tabla 4.8. Influencias por fracción de losa colocada en el punto no.4

	<b>x</b>	<b>z</b>	$\Psi_1$	$\Psi_2$	$\alpha_0$	$I_{ji}^N$
$I_{14}^A$	-7.50	0.50	-85.43	-86.73	53.07	6.72E-03
$I_{24}^A$	-5.00	0.50	-82.41	-85.43	63.32	1.62E-02
$I_{34}^A$	-2.50	0.50	-68.20	-82.41	75.70	7.76E-02
$I_{44}^A$	0.00	0.50	68.20	-68.20	87.14	7.62E-01
$I_{54}^A$	2.50	0.50	82.41	68.20	75.70	7.76E-02
$I_{64}^A$	5.00	0.50	85.43	82.41	63.32	1.62E-02
$I_{74}^A$	7.50	0.50	86.73	85.43	53.07	6.72E-03
$I_{84}^A$	10.00	0.50	87.46	86.73	44.96	3.50E-03
$I_{14}^B$	-7.50	1.25	-78.69	-81.87	52.75	1.64E-02

$I_{24}^B$	-5.00	1.25	-71.57	-78.69	62.73	3.83E-02
$I_{34}^B$	-2.50	1.25	-45.00	-71.57	74.38	1.46E-01
$I_{44}^B$	0.00	1.25	45.00	-45.00	82.87	5.06E-01
$I_{54}^B$	2.50	1.25	71.57	45.00	74.38	1.46E-01
$I_{64}^B$	5.00	1.25	78.69	71.57	62.73	3.83E-02
$I_{74}^B$	7.50	1.25	81.87	78.69	52.75	1.64E-02
$I_{84}^B$	10.00	1.25	83.66	81.87	44.78	8.62E-03
$I_{14}^C$	-7.50	1.75	-74.36	-78.69	52.40	2.23E-02
$I_{24}^C$	-5.00	1.75	-64.98	-74.36	62.09	5.04E-02
$I_{34}^C$	-2.50	1.75	-35.54	-64.98	73.03	1.63E-01
$I_{44}^C$	0.00	1.75	35.54	-35.54	80.07	4.00E-01
$I_{54}^C$	2.50	1.75	64.98	35.54	73.03	1.63E-01
$I_{64}^C$	5.00	1.75	74.36	64.98	62.09	5.04E-02
$I_{74}^C$	7.50	1.75	78.69	74.36	52.40	2.23E-02
$I_{84}^C$	10.00	1.75	81.16	78.69	44.57	1.19E-02

a) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.1

$$\begin{matrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \\ \bar{\delta}_{61} \\ \bar{\delta}_{71} \\ \bar{\delta}_{81} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 7.6159E-01 & 5.0551E-01 & 3.9998E-01 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 3.5003E-03 & 8.6206E-03 & 1.1867E-02 \\ 2.0562E-03 & 5.0891E-03 & 7.0441E-03 \\ 1.3047E-03 & 3.2382E-03 & 4.4962E-03 \\ 8.7562E-04 & 2.1771E-03 & 3.0289E-03 \end{bmatrix} \bullet \begin{matrix} 7.36E-06 \\ 2.55E-06 \\ 2.36E-06 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \\ \bar{\delta}_{61} \\ \bar{\delta}_{71} \\ \bar{\delta}_{81} \end{matrix} = \begin{matrix} 7.8383E-06 \\ 1.3279E-06 \\ 3.3598E-07 \\ 1.4370E-07 \\ 7.5749E-08 \\ 4.4735E-08 \\ 2.8471E-08 \\ 1.9144E-08 \end{matrix}$$

b) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.2.

$$\begin{matrix} \bar{\delta}_{12} \\ \bar{\delta}_{22} \\ \bar{\delta}_{32} \\ \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{52} \\ \bar{\delta}_{62} \\ \bar{\delta}_{72} \\ \bar{\delta}_{82} \end{matrix} = \begin{matrix} 1.3279E-06 \\ 7.8383E-06 \\ 1.3279E-06 \\ 3.3598E-07 \\ 1.4370E-07 \\ 7.5749E-08 \\ 4.4735E-08 \\ 2.8471E-08 \end{matrix}$$

c) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.3.

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{13} \\ \bar{\delta}_{23} \\ \bar{\delta}_{33} \\ \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{53} \\ \bar{\delta}_{63} \\ \bar{\delta}_{73} \\ \bar{\delta}_{83} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3598E - 07 \\ 1.3279E - 06 \\ 7.8383E - 06 \\ 1.3279E - 06 \\ 3.3598E - 07 \\ 1.4370E - 07 \\ 7.5749E - 08 \\ 4.4735E - 08 \end{bmatrix}$$

d) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.4.

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{14} \\ \bar{\delta}_{24} \\ \bar{\delta}_{34} \\ \bar{\delta}_{44} \\ \bar{\delta}_{54} \\ \bar{\delta}_{64} \\ \bar{\delta}_{74} \\ \bar{\delta}_{84} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4370E - 07 \\ 3.3598E - 07 \\ 1.3279E - 06 \\ 7.8383E - 06 \\ 1.3279E - 06 \\ 3.3598E - 07 \\ 1.4370E - 07 \\ 7.5749E - 08 \end{bmatrix}$$

Los desplazamientos en los puntos 5, 6, 7 y 8 son simétricos a los provocados por 1, 2, 3 y 4.

Utilizando los valores de desplazamientos anteriores se forma la matriz general para todos los puntos deseados (anexo 2), ecuación (III.1.7):

$$[\bar{\delta}_{ji}] = \begin{bmatrix} |\bar{\delta}_{j1}|^T \\ |\bar{\delta}_{j2}|^T \\ |\bar{\delta}_{j3}|^T \\ |\bar{\delta}_{j4}|^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{11} & \bar{\delta}_{21} & \bar{\delta}_{31} & \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{12} & \bar{\delta}_{22} & \bar{\delta}_{32} & \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{13} & \bar{\delta}_{23} & \bar{\delta}_{33} & \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{14} & \bar{\delta}_{24} & \bar{\delta}_{34} & \bar{\delta}_{44} \end{bmatrix}$$

### 4.3.3. Ecuación matricial de asentamientos (EMA)

Para la ISE, las ecuaciones matriciales de desplazamientos en la masa de suelo EMA y de interacción EMI quedan ligadas por los valores de  $k_i$ . Así para el cálculo de los esfuerzos de contacto se comienza suponiendo los valores  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ . El esfuerzo actuante en la masa de suelo que provoca el desequilibrio y que induce las deformaciones queda determinado por la diferencia entre la presión de expansión promedio y cada una de las reacciones.

La presión de expansión determinada en laboratorio para este caso es de 6 ton/m<sup>2</sup> y la presión uniforme generada por la estructura es de 6.5 ton/m<sup>2</sup>, por lo tanto  $q_{real}$  será la diferencia de éstas;  $q_{real}=0.5$  ton/m<sup>2</sup>.

El cálculo de los desplazamientos verticales  $\delta_i$  por medio de EMA queda de la siguiente manera:

$$|\delta_i| = [\bar{\delta}_{ji}]^T \cdot |q_i|$$

Como las áreas tributarias son iguales se obtiene una matriz simétrica de desplazamientos unitarios, esto es  $\bar{\delta}_{ij} = \bar{\delta}_{ji}$ .

Y como las cargas también son simétricas, la matriz se reduce simplificando así el trabajo de cálculo, ya que también resultará por simetría  $\delta_a=\delta_b$ ,  $\delta_1=\delta_6$ ,  $\delta_2=\delta_5$  y  $\delta_3=\delta_4$ , de donde:

$$|\delta_i| = \begin{bmatrix} 7.85E-06 & 1.34E-06 & 3.53E-07 & 1.72E-07 \\ 1.34E-06 & 7.86E-06 & 1.36E-06 & 3.90E-07 \\ 3.53E-07 & 1.36E-06 & 7.89E-06 & 1.45E-06 \\ 1.72E-07 & 3.90E-07 & 1.45E-06 & 8.30E-06 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{matrix} \begin{matrix} 6500 \\ 6500 \\ 6500 \\ 6500 \end{matrix} - \begin{matrix} 6000 \\ 6000 \\ 6000 \\ 6000 \end{matrix} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} 0.0153 \text{ m} \\ 0.0178 \text{ m} \\ 0.0185 \text{ m} \\ 0.0187 \text{ m} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \delta_a \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{matrix} = \begin{matrix} 0.0153 \text{ m} \\ 0.0178 \text{ m} \\ 0.0185 \text{ m} \\ 0.0187 \text{ m} \end{matrix}$$



### 4.3.4. Ecuación matricial de interacción (EMI)

La iteración inicia suponiendo reacciones  $X_i$  razonables para cada área tributaria satisfaciendo el equilibrio estático y la distribución de cargas sobre la viga de cimentación.

$$R_a=R_b=275 \text{ ton}$$

$$X_1=X_6=275 \text{ ton}$$

$$X_2=X_5=275 \text{ ton}$$

$$X_3=X_4=275 \text{ ton}$$

El módulo de cimentación para un área tributaria cargada uniformemente en cada uno de los puntos será:

$$K_i = \frac{R_i}{\delta_i}$$

Tabla 4.9. Módulo de cimentación por área tributaria.

	$\delta$	R	k	k
	(m)	(kg)	(kg/m)	(ton/m)
<b>a=b</b>	0.0153	275000.0	17936556.0	17936.6
<b>1=6</b>	0.0178	275000.0	15416035.1	15416.0
<b>2=5</b>	0.0185	275000.0	14891244.7	14891.2
<b>3=4</b>	0.0187	275000.0	14728371.6	14728.4

El siguiente paso es calcular los coeficientes y términos independientes por flexión de la viga en la ecuación EMI para la condición  $X_i=0$ , la cual representa los desplazamientos verticales, ocasionados por las cargas aplicadas, en los puntos a, 1, 2 y 3 y para llevar a cabo el cálculo es necesario conocer los siguientes parámetros:

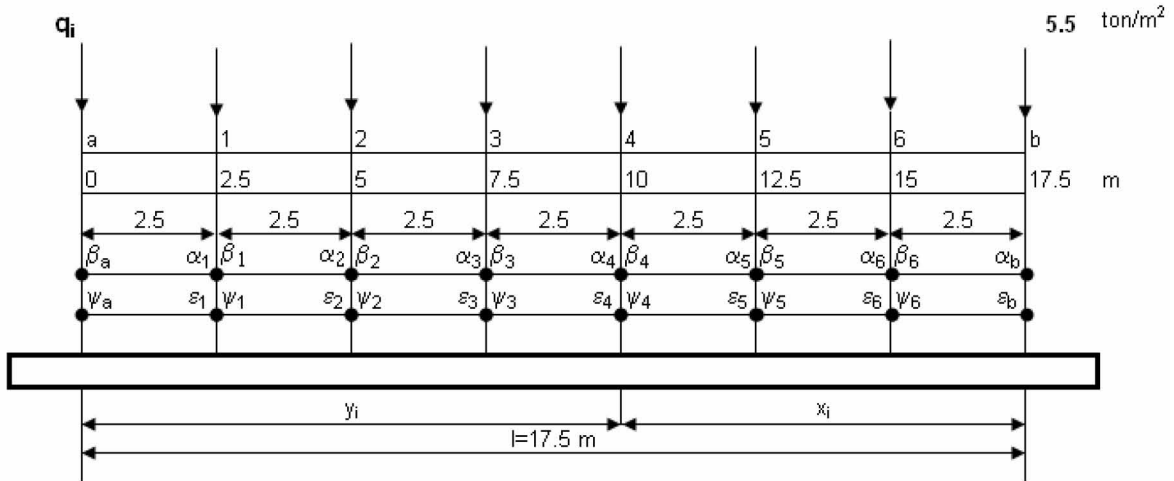


Fig. 4.7. Posición de las cargas en la viga.

Tabla 4.10. Cálculo de los parámetros  $\epsilon_i$  y  $\psi_i$ .

APOYOS									
$i=$	a	1	2	3	4	5	6	b	
x	17.5	15.0	12.5	10.0	7.5	5.0	2.5	0.0	
y	0.0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	
$\epsilon_i$	$x_i/L$	1	0.8571	0.7143	0.5714	0.4286	0.2857	0.1429	0
$\psi_i$	$y_i/L$	0	0.1429	0.2857	0.4286	0.5714	0.7143	0.8571	1

Aquí el valor de  $\epsilon = \alpha$ ,  $\psi = \beta$  y  $n = i$ , por lo tanto  $\epsilon_1 = \alpha_1 \dots \epsilon_6 = \alpha_6$  y  $\psi_a = \beta_a \dots \psi_6 = \beta_6$ . Los parámetros  $\epsilon$  y  $\psi$  corresponden a la posición de las reacciones sobre la viga y  $\alpha$  y  $\beta$  a la posición de las cargas.

**Condición  $X_i=0$**

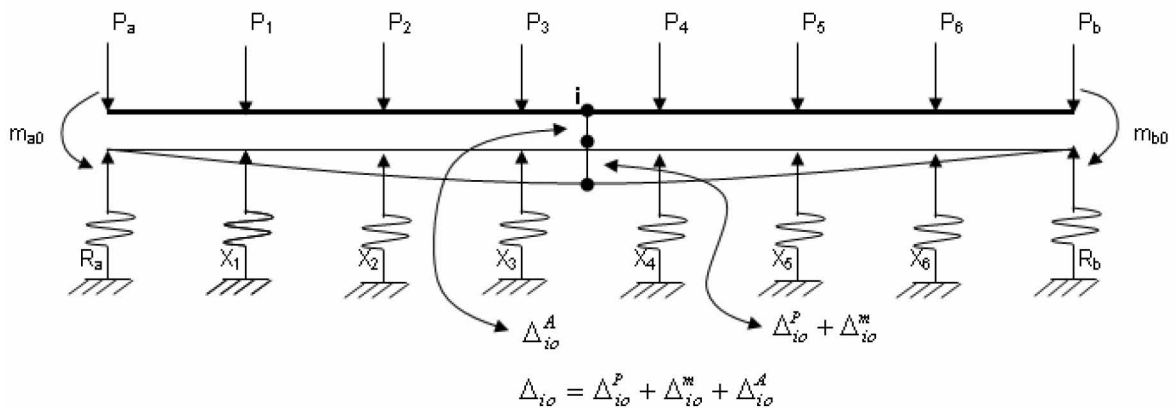


Fig. 4.8. Representación de la viga para la condición  $X_i=0$ .

El desarrollo de cálculo de los desplazamientos verticales, ocasionados por las cargas aplicadas en los puntos 1, 2 y 3 se encuentra en el anexo 5, de donde se obtiene el total de los desplazamientos verticales, que representa la condición  $X_i=0$  son:

Tabla 4.11. Desplazamientos verticales ocasionados por las cargas.

$i=$		1	2	3
EI	$\Delta_{i0}^P$	69565809.68	183264453.8	221775418.1
EI	$\Delta_{i0}^m$	1611318.8	2685531.3	3222637.5
	$\Delta_{i0}^A$	0.0153	0.0153	0.0153
	$\Delta_{i0}$	71177128.5	183533206.9	224998055.6

La solución de las reacciones incógnitas;  $X_a, X_1, \dots, X_b$ , se determinan estudiando el efecto que cada una de ellas produce sobre la viga y el suelo. Considerando una condición de carga unitaria  $X_i=+1$  en cualquier punto  $i$

**Condición  $X_i=+1$**

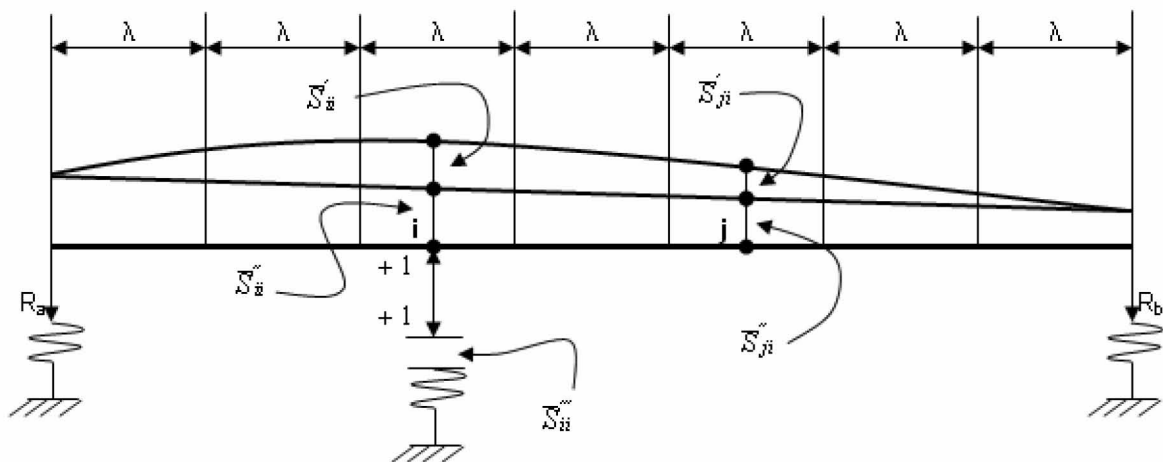


Fig. 4.9. Representación de la viga para la condición  $X_i=+1$ .

a) Condición  $X_1=+1$ ,  $K_a=K_b=17\,936\,556.0$  kg/m,  $K_1=15\,416\,035.1$  kg/m.

Tabla 4.12. Desplazamientos de la viga y suelo, condición  $X_1=+1$

j	1	2	3	4	5	6
$EI \bar{S}'_{j1}$	26.79	42.78	47.62	43.53	32.74	17.49
$EI \bar{S}''_{j1}$	25.26	21.85	18.43	15.02	11.61	8.19
$EI \bar{S}'''_{i1}$	38.92					
$\Sigma$	90.97	64.63	66.05	58.55	32.74	25.68

b) Condición  $X_2=+1$ ,  $K_a=K_b=17\,936\,556.0$  kg/m,  $K_2=14\,891\,244.7$  kg/m

Tabla 4.13. Desplazamientos de la viga y suelo, condición  $X_2=+1$

j	1	2	3	4	5	6
$EI \bar{S}'_{j2}$	39.98	123.09	137.33	129.60	104.78	67.75
$EI \bar{S}''_{j2}$	21.84	19.80	17.75	15.70	13.65	11.61
$EI \bar{S}'''_{i2}$		40.29				
$\Sigma$	61.828	183.177	155.079	145.300	104.777	79.355

c) Condición  $X_3=+1$ ,  $K_a=K_b=17\,936\,556.0$  kg/m,  $K_3=14\,728\,371$  kg/m

Tabla 4.14. Desplazamientos de la viga y suelo, condición  $X_3=+1$

j	1	2	3	4	5	6
$EI \bar{S}'_{j3}$	91.19	134.72	161.50	157.51	129.60	84.59
$EI \bar{S}''_{j3}$	18.22	17.75	17.07	16.38	15.70	15.02
$EI \bar{S}'''_{i3}$			40.74			
$\Sigma$	109.41	152.47	219.30	173.90	145.30	99.61

El sistema de ecuaciones que nos proporcionará los valores de  $X_i$ , queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 116.64 & 141.18 & 209.02 \\ 108.97 & 301.61 & 297.77 \\ 124.60 & 300.98 & 393.20 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 711177128.5 \\ 183533206.9 \\ 224998055.6 \end{bmatrix} \frac{1}{EI}$$

Despejando X, se tiene:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 275 \text{ ton} \\ 275 \text{ ton} \\ 275 \text{ ton} \end{bmatrix}$$

Si hacemos el equilibrio externo con los valores anteriores tenemos que:

$$R_a = R_b = 275 \text{ ton}$$

#### 4.4. Comparación con otros métodos de análisis

El asentamiento del suelo originado por cargas se divide en tres amplias categorías:

1. **Asentamiento elástico inmediato**, provocado por la deformación elástica del suelo seco y de suelos húmedos y saturados sin ningún cambio en el contenido de agua. Los cálculos de los asentamientos inmediatos se basan, generalmente en ecuaciones derivadas de la teoría de la elasticidad.

2. **Asentamiento por consolidación primaria**, es el resultado de un cambio de volumen en suelos saturados cohesivos debido a la expulsión de agua que ocupa los espacios vacíos.
3. **Asentamiento por consolidación secundaria**, se observa en suelos saturados cohesivos y es el resultado del ajuste plástico de la estructura del suelo. Éste sigue el asentamiento por consolidación primaria bajo un esfuerzo efectivo constante.

#### 4.4.1. Asentamiento elástico inmediato

Existen soluciones teóricas, empíricas y por correlaciones experimentales.

Las soluciones planteadas en la literatura tienen una aplicación muy limitada, donde las soluciones se basan en la solución elástica de la teoría general de la mecánica de los medios continuos que resultan ser aplicables sólo a algunas arcillas preconsolidadas o normalmente consolidadas de espesores no muy grandes y de materiales arcillosos cementados.

$$\Delta h_{\text{elástico inmediato}} = \frac{w D}{E} (1 - \nu^2) I_w \quad \text{Para cimiento circular}$$

$$\Delta h_{\text{elástico inmediato}} = \frac{w B}{E} (1 - \nu^2) I_w \quad \text{Para cimiento rectangular}$$

Donde:

w=carga neta

D=diámetro

B=ancho

E= módulo de elasticidad

I<sub>w</sub>=factor dependiente de la forma y rigidez del cimiento

Aplicando la ecuación anterior para cimiento rectangular, tenemos:

- En el centro:

$$\Delta h = \frac{4.8 \text{ t/m}^2 (20 \text{ m})}{250 \text{ t/m}^2} (1 - 0.5^2) (1.12)$$

$$\Delta h_{\text{elástico}}^{\text{inmediato}} = 0.322 \text{ m}$$

- En el borde:

$$\Delta h = \frac{4.8 \text{ t/m}^2 (20 \text{ m})}{250 \text{ t/m}^2} (1 - 0.5^2) (0.56)$$

$$\Delta h_{\text{elástico}}^{\text{inmediato}} = 0.161 \text{ m}$$

#### 4.4.2. Asentamiento por consolidación primaria

##### 4.4.2.1. Asentamiento total primario

El asentamiento total primario de un estrato de arcilla de espesor  $H$ , debido a un proceso de consolidación unidimensional, con flujo vertical, inducido por una sobrecarga  $\Delta p$ , actuante en la superficie del mismo, puede determinarse a partir de los datos de los ensayos de consolidación realizados.

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e} H$$

$$\Delta H = \frac{0.079}{1.805} 2 \text{ m}$$

$$\Delta H = 0.08 \text{ m}$$

#### 4.4.2.2. Asentamiento primario en el borde y el centro de la cimentación

En este caso, se considera la presión efectiva por peso propio del suelo y el incremento de presión efectiva por carga estructural en el borde y en el centro de la cimentación.

$$\Delta H = \frac{C_c}{1+e} h \log \frac{\bar{P}_0 + \Delta P}{\bar{P}_0}$$

- En el borde:

$$\Delta H = \frac{0.62}{1.805} (2 \text{ m}) \log \frac{2.55 \text{ t/m}^2 + 4.37995}{2.55 \text{ t/m}^2}$$

$$\Delta H = 0.298 \text{ m}$$

- En el centro:

$$\Delta H = \frac{0.62}{1.805} (2 \text{ m}) \log \frac{2.55 \text{ t/m}^2 + 4.27525}{2.55 \text{ t/m}^2}$$

$$\Delta H = 0.294 \text{ m}$$

#### 4.4.3. Resultados

La predicción de los cambios que puede sufrir un suelo representa la tarea más difícil para el proyectista. En la literatura existen métodos por medio de los cuales se pueden estimar el grado del asentamiento de las construcciones debido a ciertos mecanismos; dichos métodos tienen el enfoque tradicional de que el suelo está saturado y por lo tanto no se toma en cuenta la presión de expansión del suelo, si se trata en su caso, de que sea un suelo arcilloso expansivo como lo es en esta investigación.



Es muy importante conocer el comportamiento que tendrá el suelo al colocar una estructura sobre él. Es por ello que en esta esta investigación se realizaron ensayos de compresibilidad, los cuales se ejecutaron a diferentes contenidos de humedad inicial, diferentes esfuerzos verticales aplicados a diferentes profundidades.

Así se logró conocer el comportamiento que tiene  $\alpha_{exp}$  en diferentes condiciones iniciales, el cual se muestra en las figuras 4.9, 4.10 y 4.11.

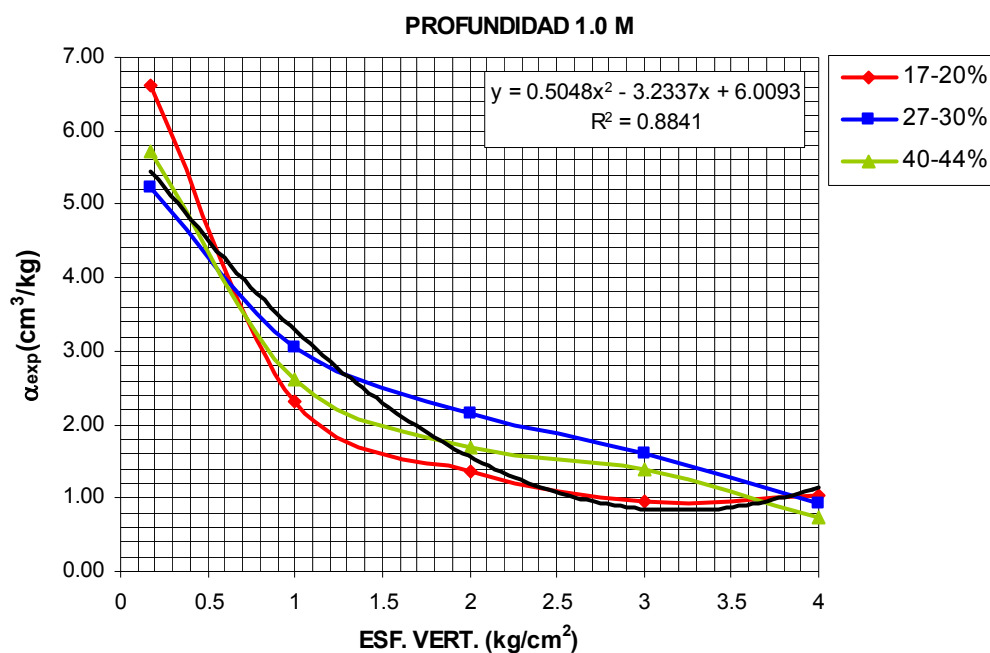


Fig. 4.10. Comportamiento de  $\alpha_{exp}$  a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 1.0 m.

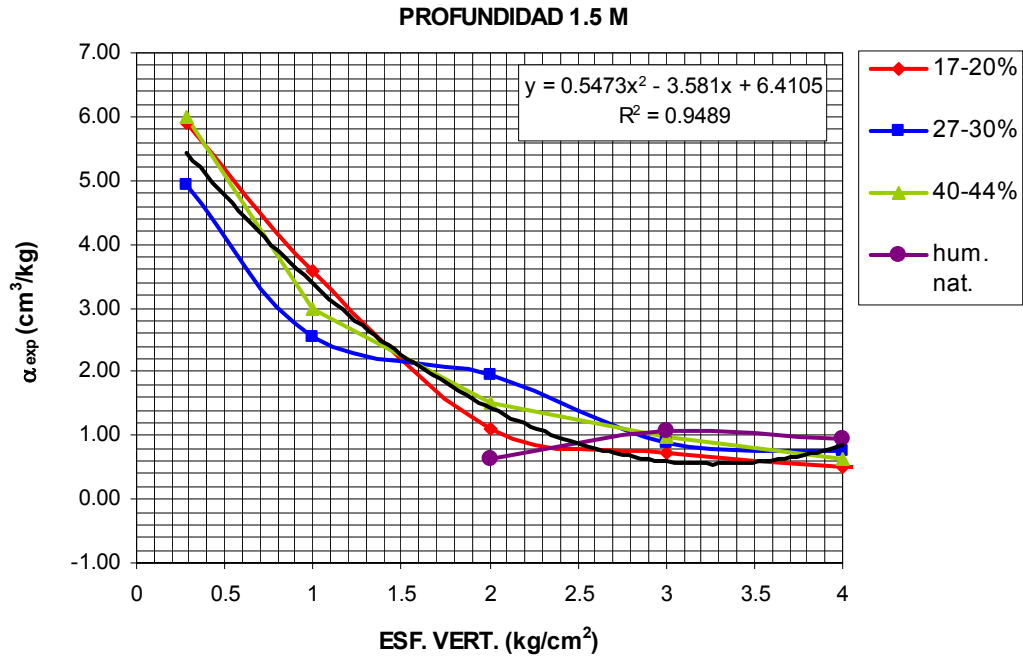


Fig. 4.11. Comportamiento de  $\alpha_{exp}$  a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 1.5 m.

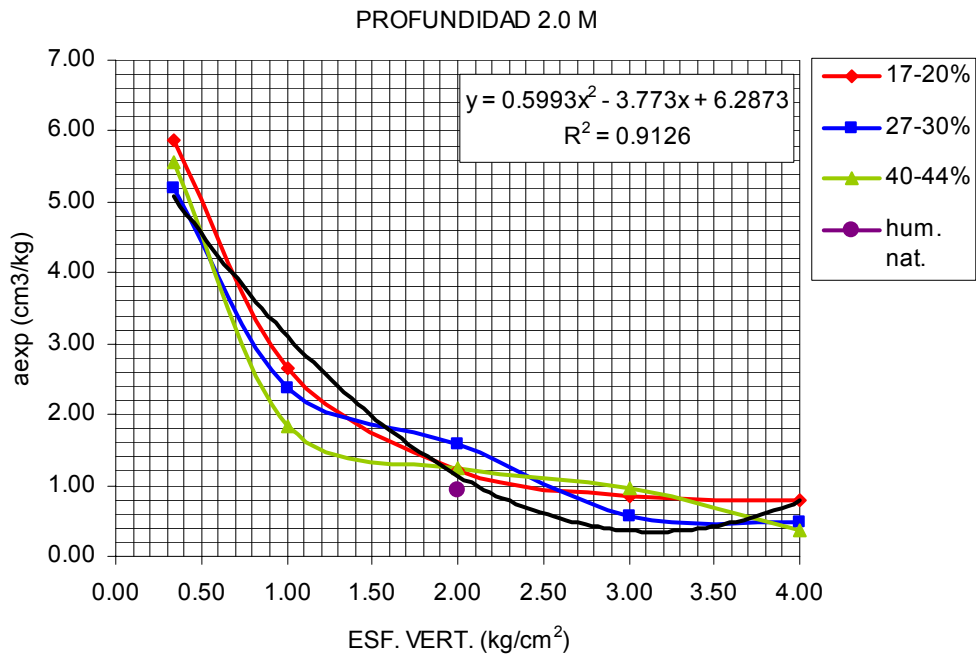


Fig. 4.12. Comportamiento de  $\alpha_{exp}$  a diferentes esfuerzos verticales aplicados y diferentes humedades iniciales a una profundidad de 2.0 m.

De los resultados mostrados en las figuras anteriores se observa que  $\alpha_{exp}$  disminuye conforme el esfuerzo vertical aplicado aumenta. En cuanto a la relación que tiene con el contenido de humedad inicial no se logra establecer si  $\alpha_{exp}$  también disminuye cuando  $w$  aumenta; sin embargo si se consigue observar que los valores de  $\alpha_{exp}$  caen en un campo muy similar, lo cual se puede ver en la figura 4.12.

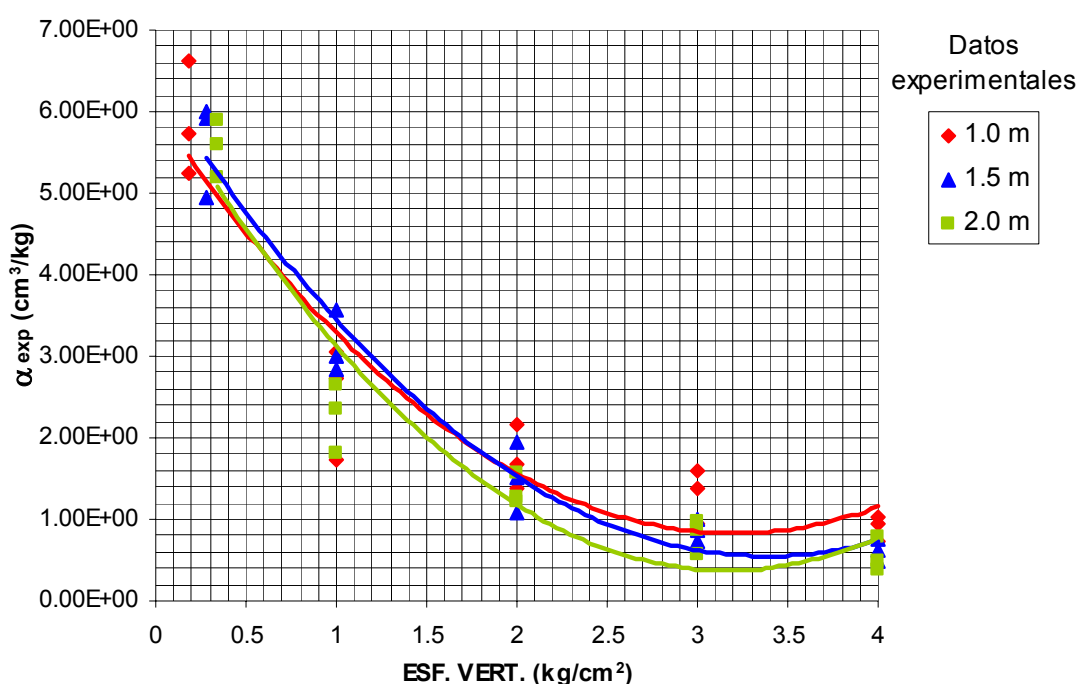


Fig. 4.13.  $\alpha_{exp}$  vs esfuerzo vertical aplicado para diferentes profundidades.

Con  $\alpha_{exp}$  calculado se llevó a cabo  $ISE_{\alpha_{exp}}$ , para así poder conocer el asentamiento real generado por la estructura al ser colocada en el suelo expansivo.

Así mismo se realizó el cálculo del asentamiento de la misma estructura con métodos registrados en la literatura, la figura 4.13 muestra la comparación de resultados obtenidos con  $ISE_{\alpha_{EXP}}$  y los métodos de la mecánica de suelos clásica que en la mayoría de los casos, son utilizados por los proyectistas.

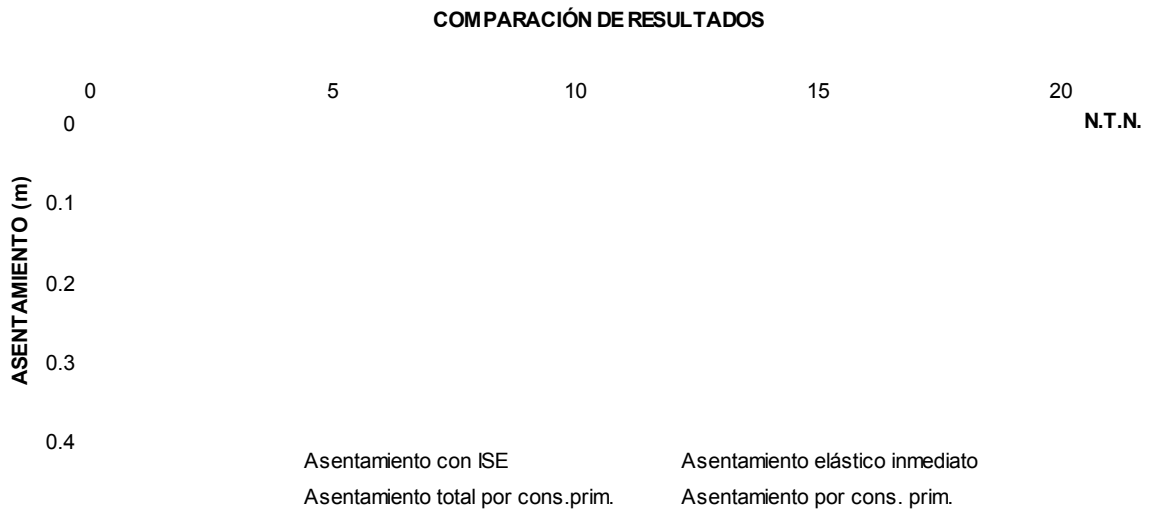


Fig.4.14. Resultados de asentamientos de los diferentes métodos.

También se realizó un análisis comparativo de los momentos y cortantes de diseño, la figura 4.15 y 4.16 corresponden a  $ISE_{\alpha_{exp}}$  y la 4.17 con los otros métodos.

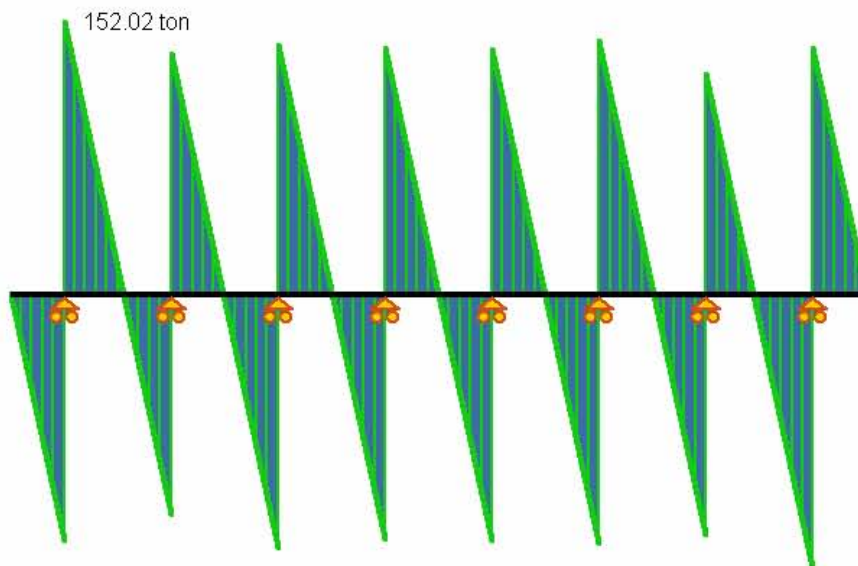


Fig. 4.15. Esfuerzos Cortantes de  $ISE_{\alpha_{exp}}$ .

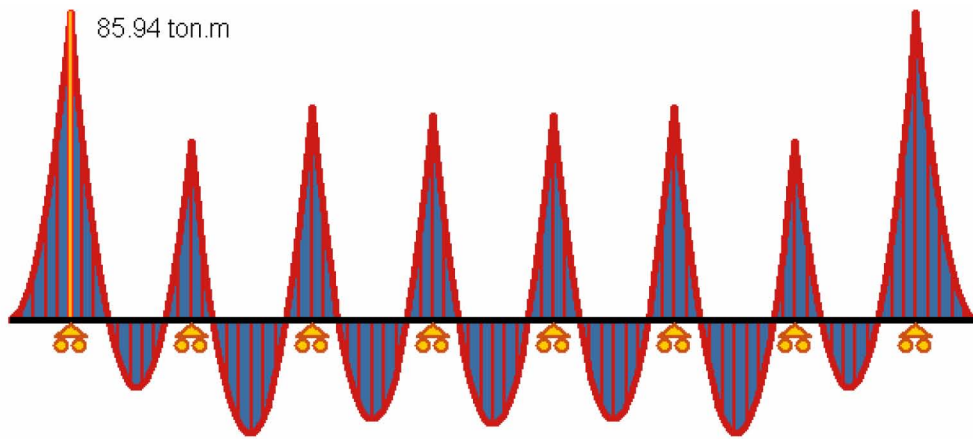


Fig. 4.16. Momentos flexionantes de  $ISE\alpha_{exp}$ .

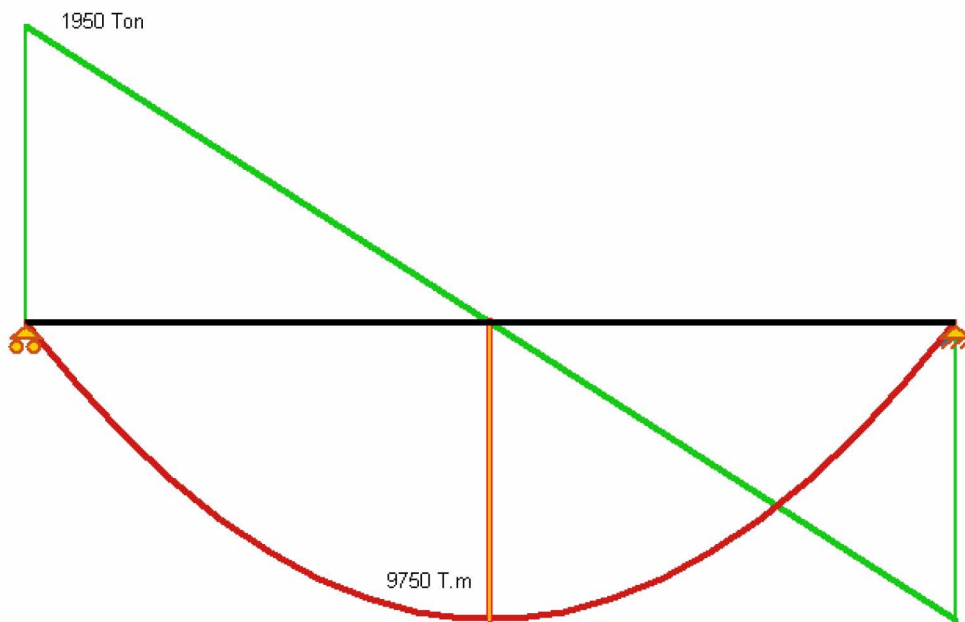


Fig. 4.17. Momentos y Cortantes con métodos tradicionales.

## *CAPÍTULO 5*

### *CONCLUSIONES*

Un suelo arcilloso expansivo, es en la actualidad un factor que debe tomarse en cuenta en la predicción de los asentamientos generados al colocar una estructura sobre él.

Los métodos para predecir asentamientos reportados en la literatura tienen el enfoque tradicional de que el suelo está saturado y por lo tanto no toma en cuenta el comportamiento expansivo del suelo.

En este trabajo se sugiere una metodología sencilla para obtener el coeficiente de deformación volumétrica  $\alpha_{exp}$ , de manera análoga a la descrita por Zeevaert (1973) en su teoría de recompresión por carga, el cual interviene en el análisis de interacción suelo-estructura para predecir el asentamiento real generado por una estructura.

Al realizar un análisis comparativo del método propuesto con los métodos existentes en la literatura para predecir asentamientos, se observó que los resultados obtenidos fueron menores con respecto a los otros; esto porque, al hacer  $ISE_{\alpha_{exp}}$ , se obtiene una mejor distribución de esfuerzos y por lo tanto se obtiene una mejor configuración de las deformaciones en la superficie de contacto.

Pérez y Cabrera (2002) determinaron  $\alpha_{exp}$  cuando  $\Delta q < P_{exp}$  a partir del método  $ISE_{\alpha_{exp}}$ , donde se realizó una predicción de la magnitud de la expansión del suelo tomando en cuenta la estructura. En esta investigación se determinó  $\alpha_{exp}$  para cuando  $\Delta q > P_{exp}$ , esto va a depender de la humedad inicial del suelo y del esfuerzo vertical aplicado.

La figura 4.12 puede ser aplicable para la predicción de  $\alpha_{exp}$  en suelos de Jurica, Querétaro, dependiendo de la profundidad de desplante. En dicha figura se muestran valores de  $\alpha_{exp}$  desde un suelo relativamente seco hasta suelos con un Gw de 96%. Se observa que todos los valores están dentro de una misma tendencia, es por ello que puede ser aplicable en suelos con diferentes contenidos de humedad iniciales.

También podría ser aplicable a suelos expansivos que presenten las mismas características índices y mecánicas, que el suelo ensayado en esta investigación.

De igual forma se hizo una comparación de momentos y cortantes de los diferentes métodos, en la que se observó, que el valor de momentos y cortantes del método propuesto son menores con respecto a los obtenidos de los métodos tradicionales.

Esto nos lleva a un análisis adecuado del comportamiento que puede presentar un suelo expansivo, sus efectos en los esfuerzos y en las deformaciones, tanto del suelo como de la propia estructura, y así permitirá un diseño de cimentación más confiable y eficiente evitando los daños y costos que pueden generar los suelos expansivos.

---

## REFERENCIAS

Barrera, B. M. y Garnica, A. P. (2002), "Introducción a la mecánica de suelos no saturados en vías terrestres", Publicación técnica No.1998, Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Querétaro.

Braja, M. Das. (2006), "Principios de ingeniería de cimentaciones", editorial Thomson, quinta edición.

Braja, M. Das. (2001), "Fundamentos de ingeniería geotécnica", editorial Thomson.

Cabrera A. O. (2001), "Determinación de la expansión volumétrica por hidratación en un suelo expansivo y su influencia en el análisis y diseño de cimentaciones". Tesis de licenciatura; Facultad de Ingeniería, UAQ, Querétaro, Querétaro.

Deméneghi, C. A. y Sanguinés, G. H. (1998), "Influencia en el cálculo de asentamientos la variación de la rigidez de un suelo con la profundidad", XIX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Puebla, Puebla.

Jiménez, S. J. A. (1990), "Hacia una mecánica de los suelos no saturados", Décima conferencia Nbor Carrillo", XV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, San Luis Potosí, San Luis Potosí.

López, L. T. y Cabrera, H. E. (2007), "Determinación del porcentaje de expansión a partir de la humedad del suelo", Tercer Congreso Internacional de Ingeniería, UAQ, Querétaro, Querétaro.

López, L. T. y Torres, G. J. (2005), "Estudio de fatiga de expansión en suelos arcillosos", Primer Congreso Internacional de Ingeniería, UAQ, Querétaro, Querétaro.

Medina, M. J. (2006), "Interacción suelo-estructura de cimentación en zapatas aisladas con trabe de liga apoyadas en suelo expansivo", Revista de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Enero-Marzo, México.



---

Medina, M. J. y Espinoza, M. J. A. (2006). "Determinación del módulo de deformación por expansión, de un suelo de Ciudad Obregón, Sonora", XXIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

Nelson, J. D. y Miller, D. J. (1992), "Expansive Soils, Problems and Practice in Foundation and Pavement Engineering", Edit. John Wiley & Sons, Inc.

Pérez, R. M. L. y Ayala, I. T. I. (2007), "Influencia del potencial expansivo en la predicción de asentamientos finales en las construcciones", XIII Conferencia Panamericana de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Isla de Margarita, Venezuela.

Pérez, R. M. L. y Cabrera, O. (2002), "Predicción de la deformación volumétrica por hidratación en un suelo expansivo", XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Querétaro, Querétaro.

Pérez, R. M. L. y Olmos, R. E. (1998), "Las cimentaciones sobre suelos expansivos en la ingeniería práctica en México", XIX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Puebla, Puebla.

Pérez, R. M. L. et al. (2005). "Método aleatorio en el análisis de cimentaciones sobre suelos expansivos", III Expoconstrucción, Querétaro, Querétaro.

Poluos, H. G. y Davis, E. H. (1980). "Pile Foundation Análisis and Design". John Wiley, New York.

Rangel, N. J. e Ibarra, R. E. (2007). "Efectos del secado de suelos en construcciones ligeras", XIII Conferencia Panamericana de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Isla de Margarita, Venezuela.

Rojas, G. E. y Poot, L. R. (1998). "Uso de potenciales plásticos en un modelo constitutivo para suelos insaturados", XIX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Puebla, Puebla.

---

Whitlow, R. (1989), "Fundamentos de Mecánica de Suelos", Segunda edición en inglés, primera edición en español, Edit. Compañía Editorial Continental, México.

Wray, W. K. (1995), "So your home is built on expansive soils", a discussion of how expansive soils affect buildings, ASCE, New Cork, U.S.A.

Zeevaert, L. (1973), "Interacción Suelo-Estructura de cimentación", Edit. Limusa, D.F. México.

Zeevaert, L. (1973), "Foundation engineering for difficult subsoil conditions", Edit. Van Nostrand Reinhold, New York, United States of America.

Zepeda G., J. A. (1986), Curso: Cimentaciones sobre Arcillas Expansivas, División de Estudios de Posgrado, UAQ, Querétaro, Querétaro.

Zepeda, G. J. A. y Castañeda, A. H. (1987), "Estado del arte de las cimentaciones sobre arcillas expansivas", Trabajo de Investigación; Facultad de Ingeniería, UAQ, Querétaro, Querétaro.

Zepeda, G. J. A. y Lorencé, R. C. (1990), "Arcilla expansiva, Presión de expansión, y comportamiento esfuerzo-deformación en pruebas en el oedómetro",

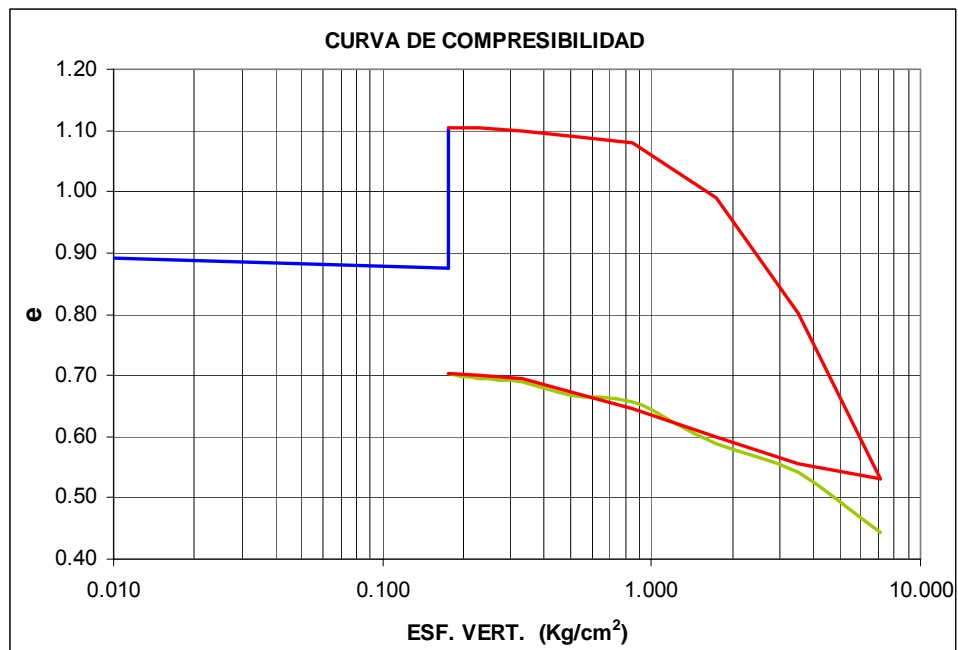
Zepeda G., J. A., Pérez R., M. L. and Cortéz O., J., (1992), Expansive soil properties in the Queretaro Valley, Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Expansive Soils, Dallas, Texas.

Zepeda, G. J. A. et al. (2004), "Mecánica de Suelos no Saturados", editado por la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, A. C., UAQ, Querétaro, Querétaro.

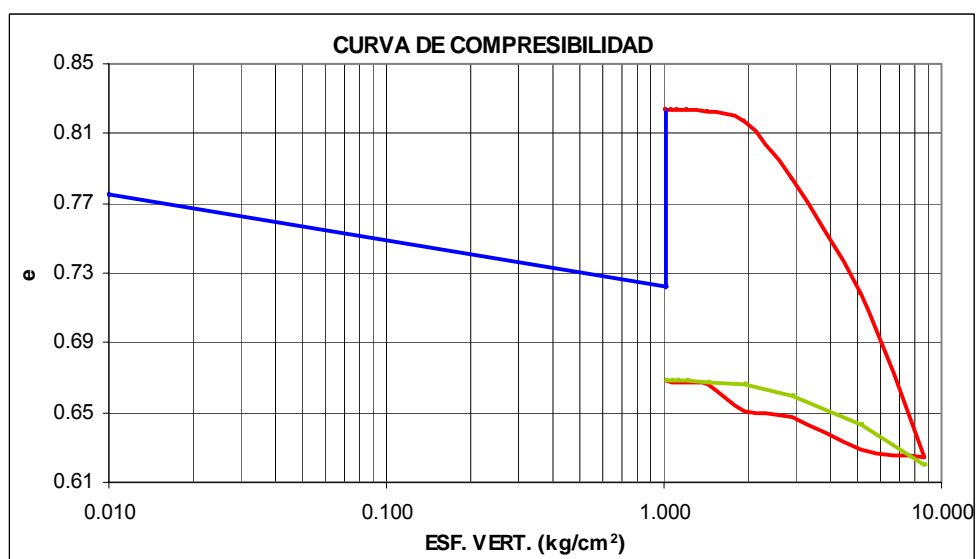
# ANEXO 1

Profundidad=1.0 m,  $\omega$ =17-20%

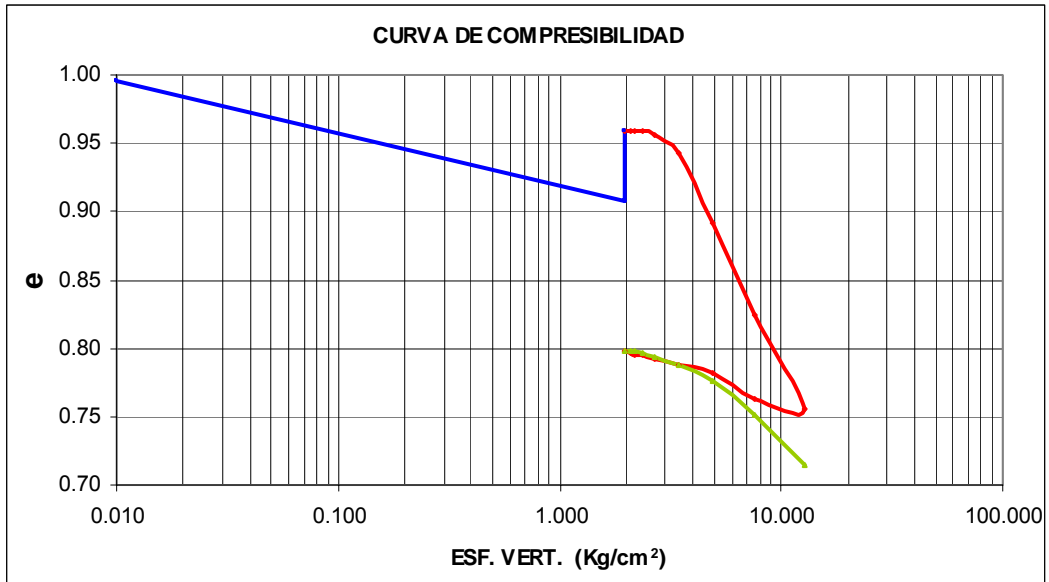
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.177	20	6.62



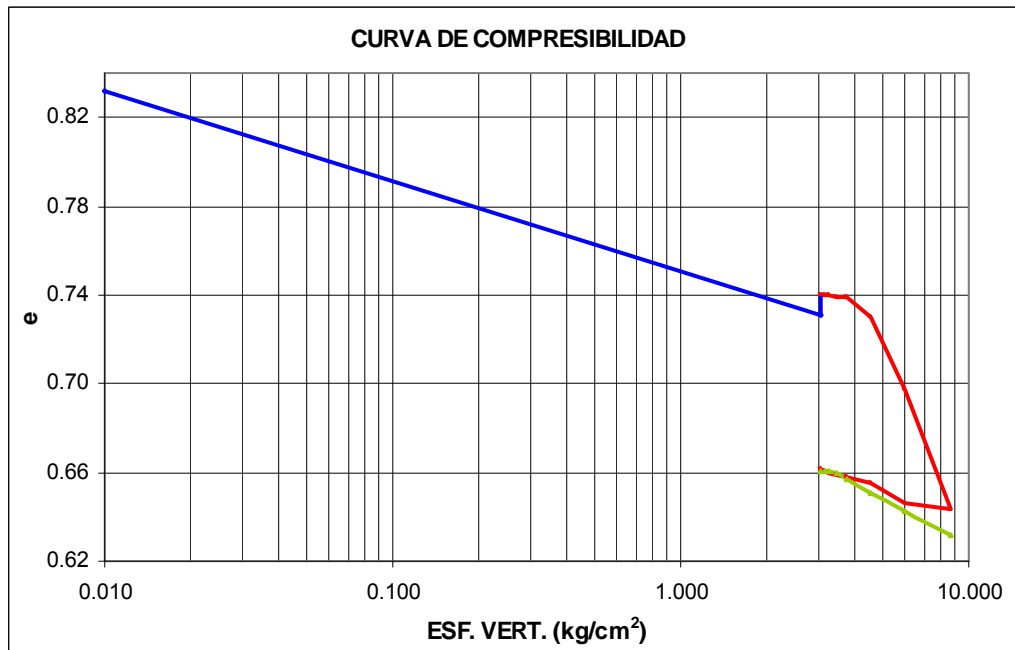
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	17	2.32



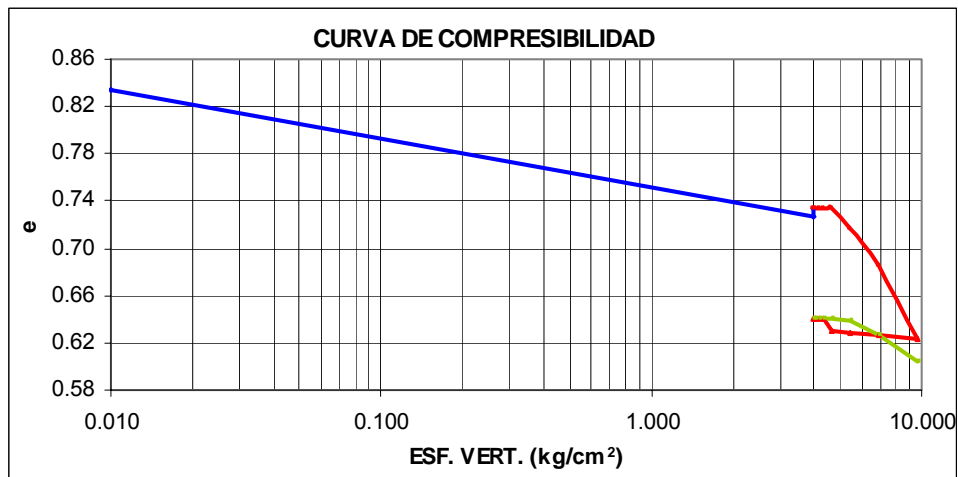
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	20	1.37



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
3.0	20	0.945



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
4.0	18	1.029



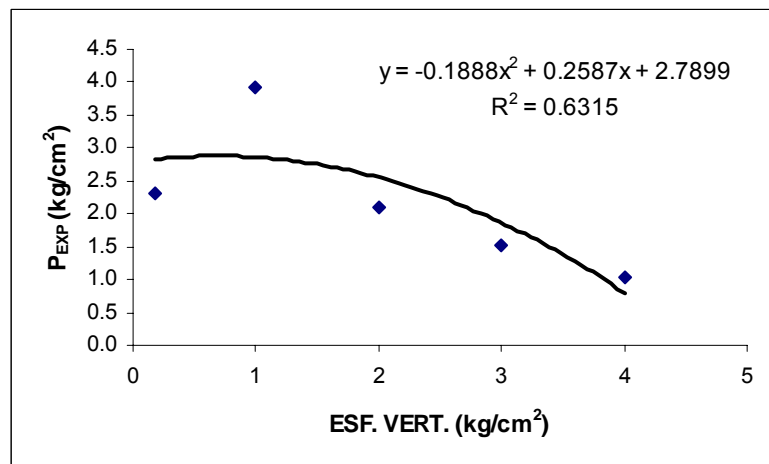
- Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.0 m y un  $\omega=17-20\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta \epsilon_{po}$	$\Delta \epsilon_{eo}$	$\Delta \epsilon_{vpo}$	$\Delta \sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta \sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.177	0.400	0.172	0.089	7.034	6.868	2.326	0.517
1.000	0.230	0.043	0.006	8.593	7.584	5.349	0.140
2.000	0.161	0.043	0.040	12.833	10.863	3.744	0.930
3.000	0.079	0.017	0.012	8.683	5.640	4.647	0.706
4.000	0.093	0.017	0.019	9.580	5.639	5.471	1.118

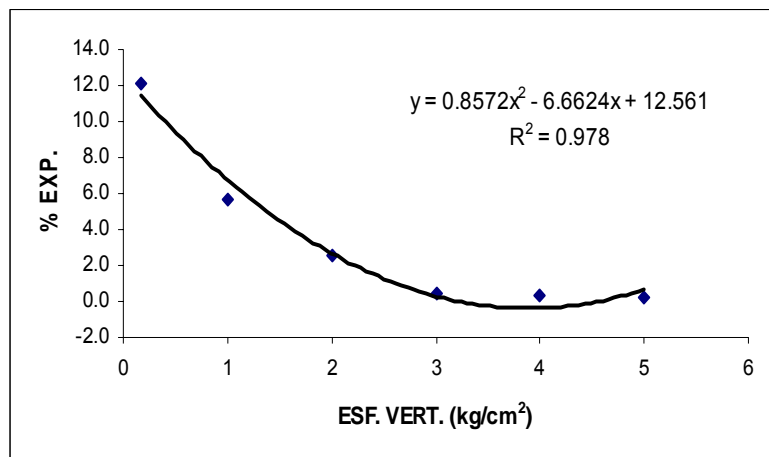
$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.025	0.024	1.024	1.006	0.094	0.095	6.62	6.62E-06
0.006	0.005	1.133	1.021	0.032	0.033	2.32	2.32E-06
0.004	0.003	1.181	1.032	0.019	0.020	1.37	1.37E-06
0.003	0.002	1.540	1.085	0.012	0.013	0.94	9.45E-07
0.003	0.002	1.699	1.092	0.013	0.015	1.03	1.03E-06

De los resultados anteriores se tiene:

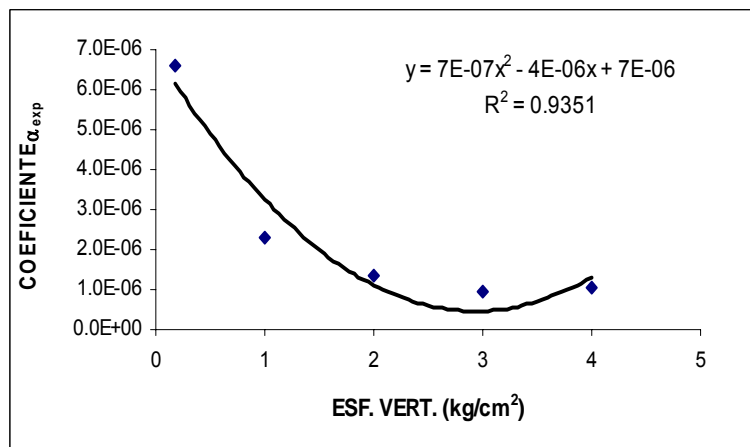
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	P <sub>EXP</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
0.177	2.323
1.00	3.919
2.00	2.109
3.00	1.512
4.00	1.048



ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	EXPANSIÓN (%)
0.177	12.095
1.00	5.715
2.00	2.576
3.00	0.469
4.00	0.383

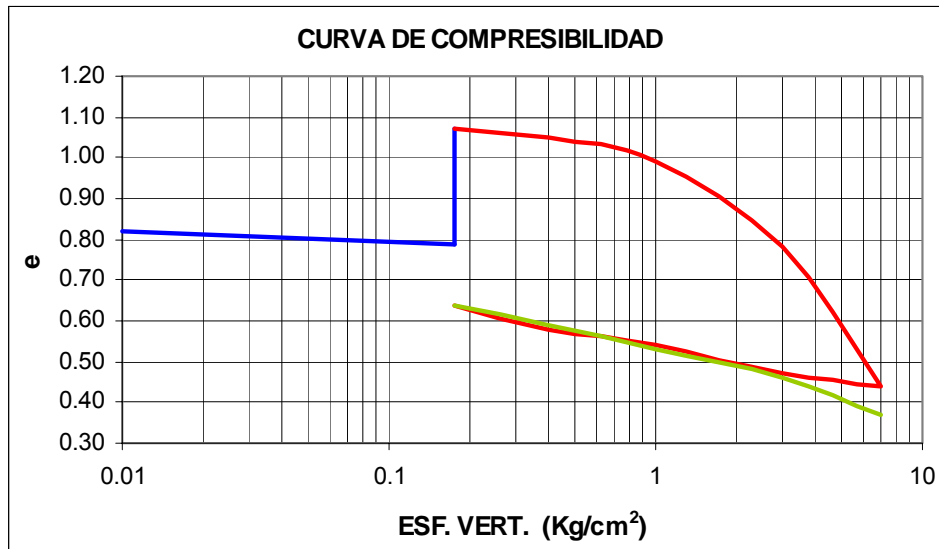


ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	α <sub>exp</sub>
0.177	6.62E-06
1.00	2.32E-06
2.00	1.37E-06
3.00	9.45E-07
4.00	1.03E-06

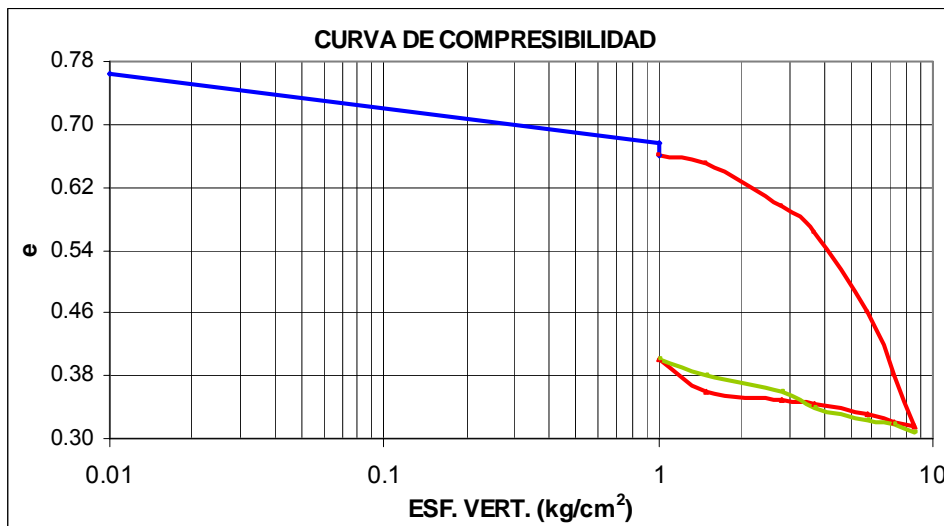


Profundidad=1.0 m,  $\omega=27-30\%$

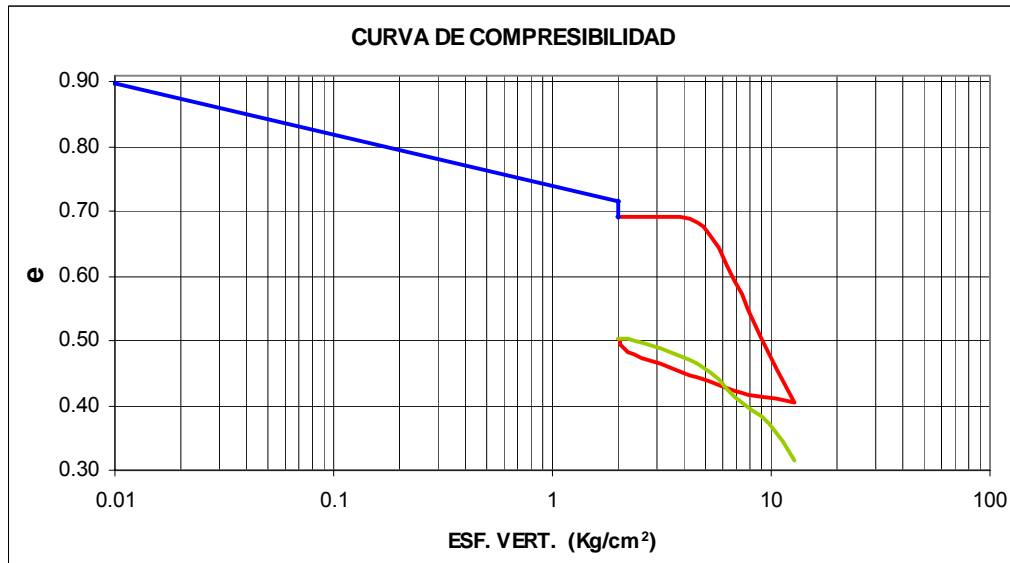
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.177	27	5.24



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	30	3.05



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	28	2.16



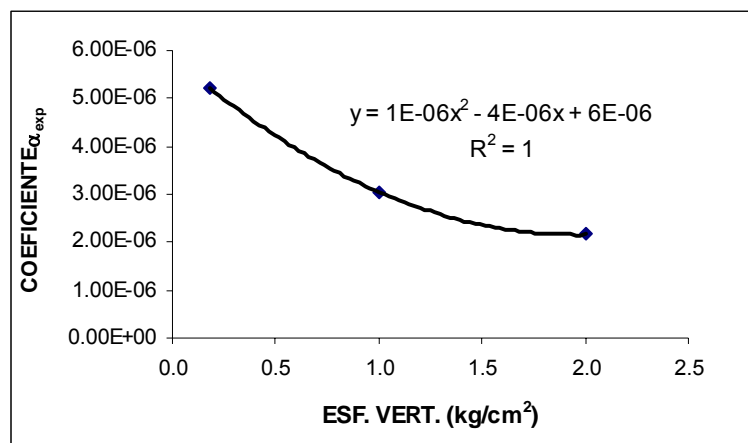
- Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.0 m y un  $\omega=27-30\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\varepsilon_{po}$	$\Delta\varepsilon_{eo}$	$\Delta\varepsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.177	0.300	0.134	0.089	7.034	6.868	2.239	0.664
1.000	0.176	0.169	0.007	8.593	7.584	1.041	0.041
2.000	0.190	0.098	0.090	12.833	10.863	1.939	0.918

$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.020	0.019	1.024	1.006	0.074	0.075	5.24	5.24E-06
0.022	0.020	1.133	1.064	0.041	0.044	3.05	3.05E-06
0.009	0.008	1.181	1.047	0.029	0.031	2.16	2.16E-06

De los resultados anteriores se tiene:

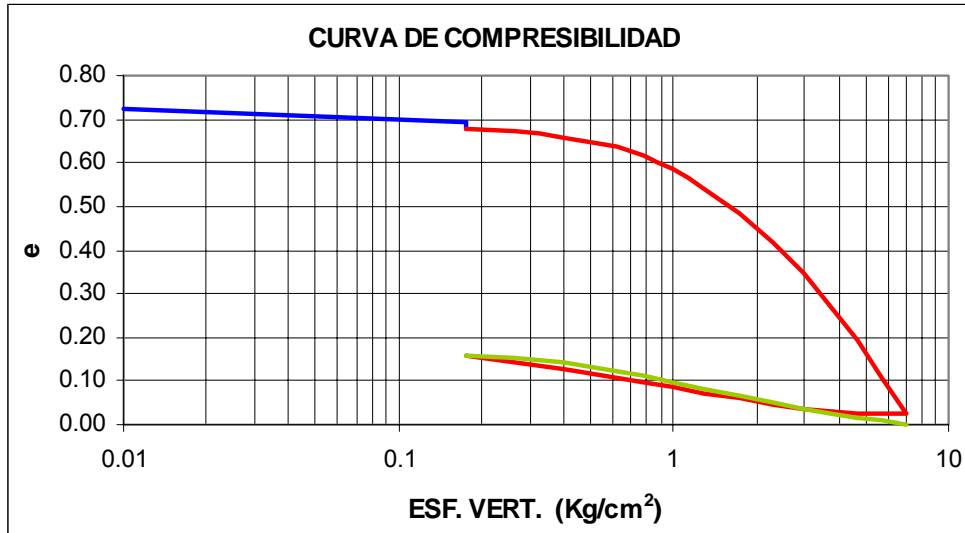
ESF. VERT. (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.177	5.24E-06
1.00	3.05E-06
2.00	2.16E-06



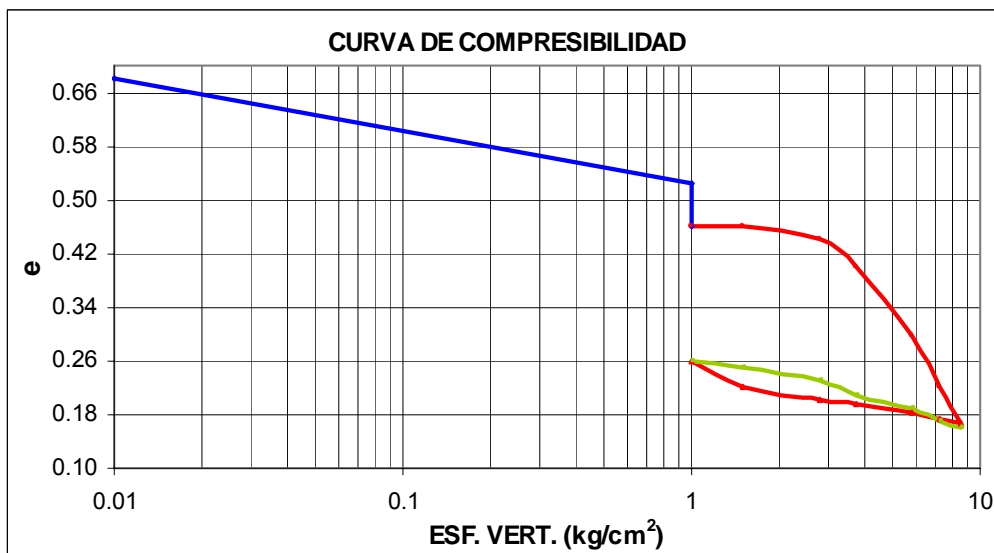


Profundidad=1.0 m,  $\omega=40-44\%$

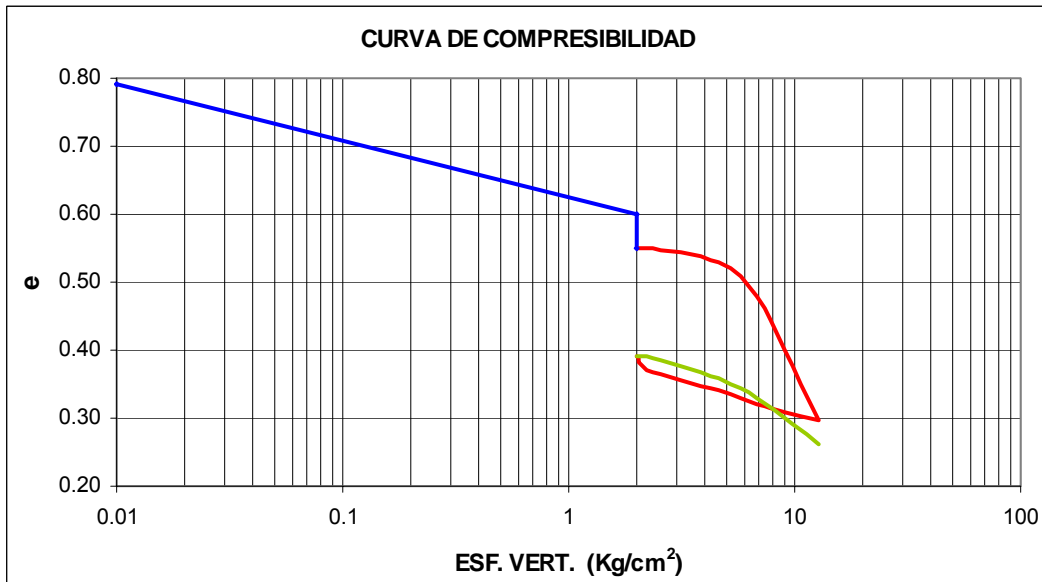
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.177	40	5.72



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	44	2.62



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	42	1.68



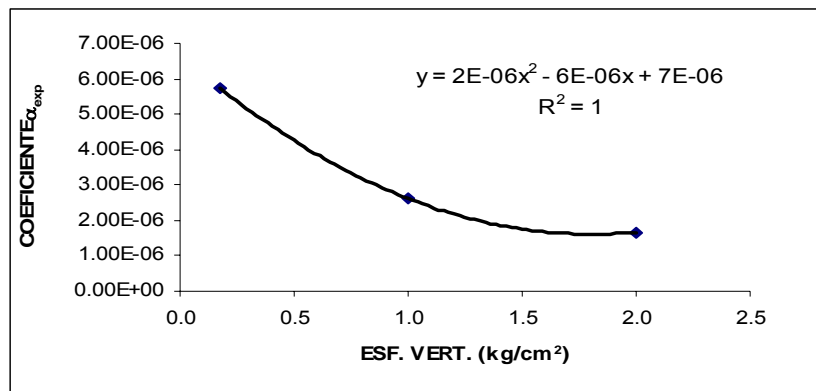
➤ Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.0 m y un  $\omega=40-44\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (KG/CM <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon_{po}$	$\Delta\epsilon_{eo}$	$\Delta\epsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (KG/CM <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (KG/CM <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.177	0.414	0.134	0.023	7.034	6.868	3.091	0.172
1.000	0.122	0.170	0.007	8.593	7.584	0.716	0.039
2.000	0.153	0.101	0.035	12.833	10.863	1.515	0.347

$M_{ei}$ (CM <sup>2</sup> /KG)	$M_{eo}$ (CM <sup>2</sup> /KG)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (CM <sup>2</sup> /KG)	$M_{ci}$ (CM <sup>2</sup> /KG)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.020	0.019	1.024	1.006	0.081	0.082	5.72	5.72E-06
0.022	0.020	1.133	1.076	0.035	0.037	2.62	2.62E-06
0.009	0.008	1.181	1.063	0.023	0.024	1.68	1.68E-06

De los resultados anteriores se tiene:

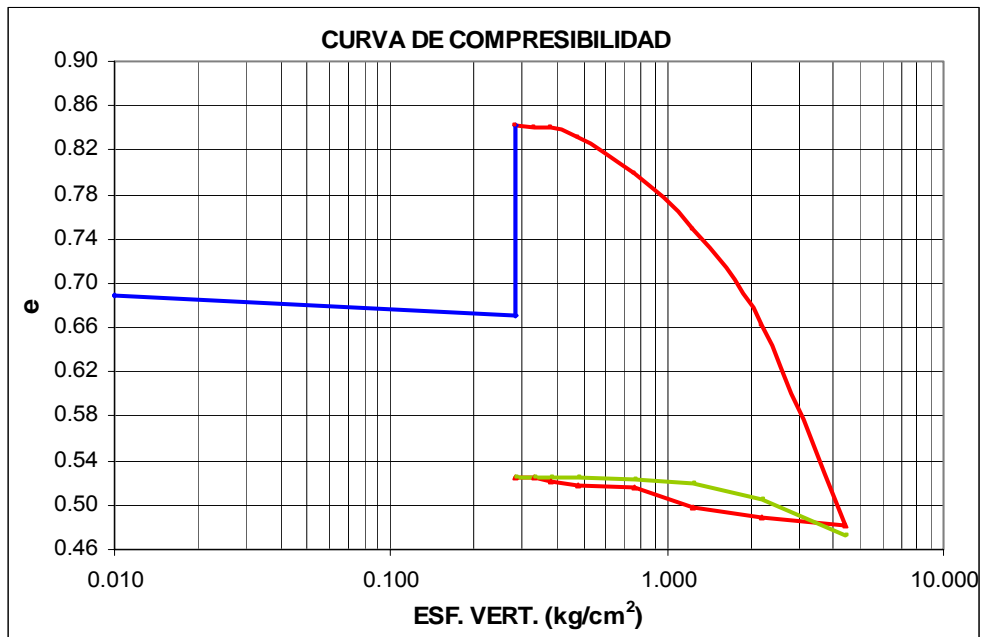
ESF. VERT. (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.177	5.72E-06
1.00	2.62E-06
2.00	1.68E-06



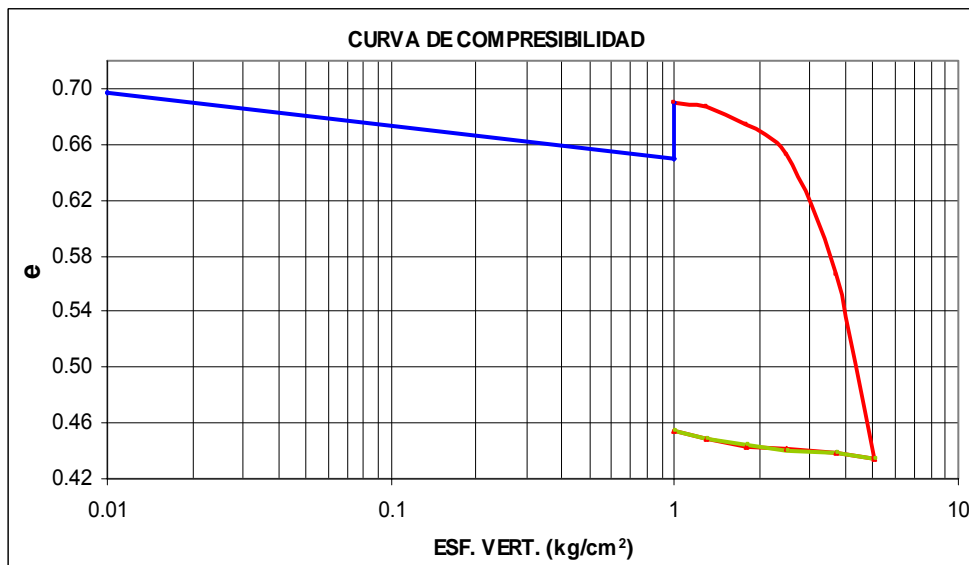
## ANEXO 2

Profundidad=1.5 m,  $\omega=17-20\%$

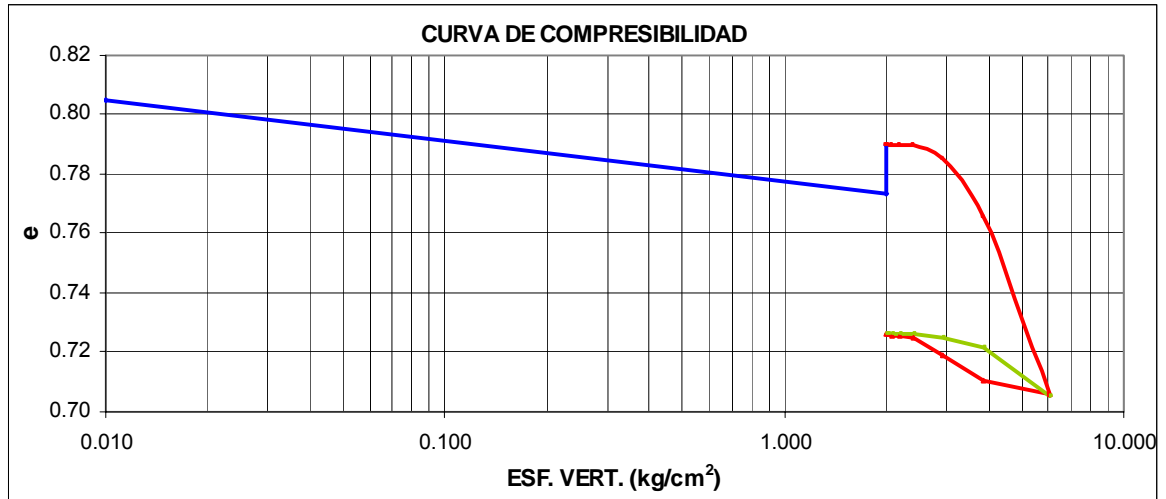
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.284	17	5.92



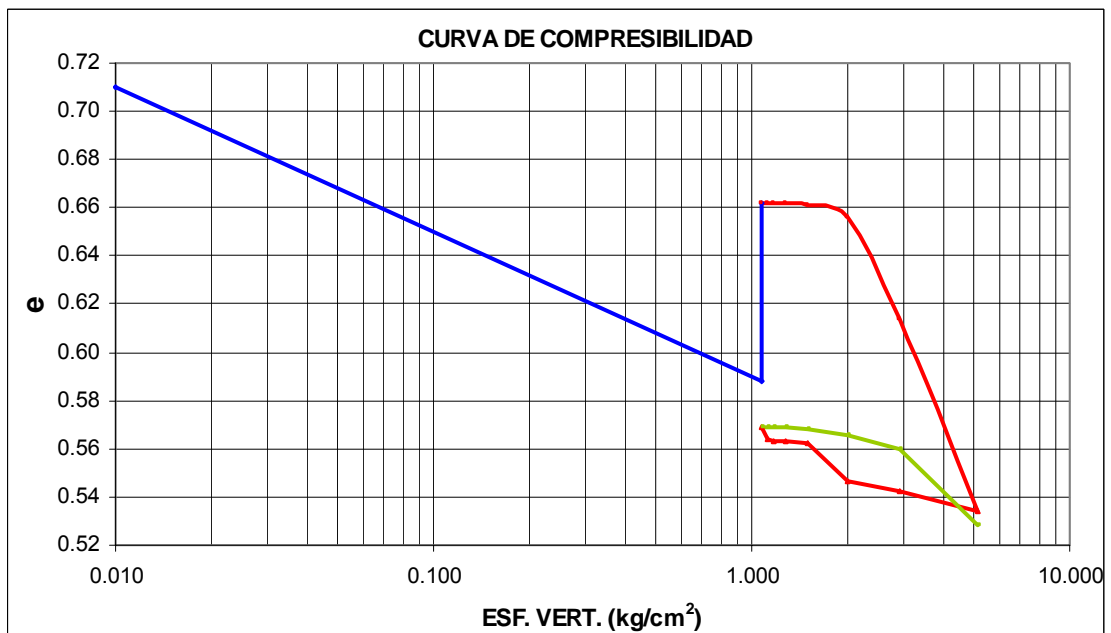
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	18	3.58



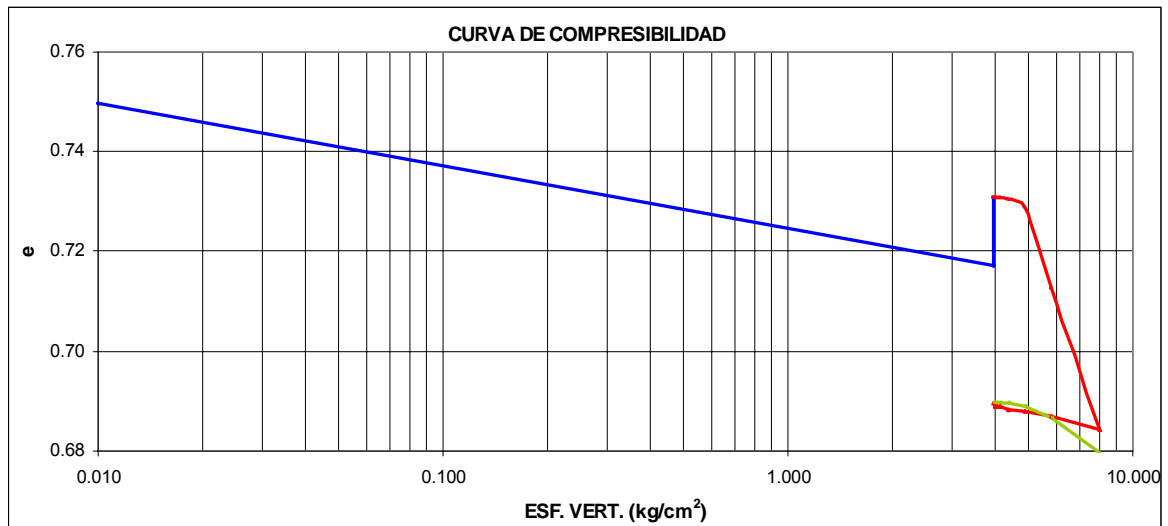
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	17	1.09



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
3.0	18	0.74



<b>Esf. Vert. (kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>ω (%)</b>	<b>α<sub>exp</sub> (cm<sup>3</sup>/kg)</b>
<b>4.0</b>	<b>20</b>	<b>0.50</b>



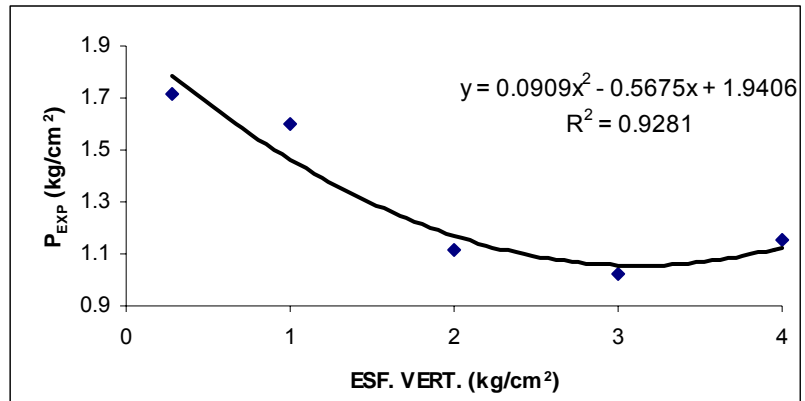
- Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.5 m y un  $\omega=17-20\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\varepsilon_{po}$	$\Delta\varepsilon_{eo}$	$\Delta\varepsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.284	0.316	0.044	0.009	4.401	4.127	7.182	0.205
1.00	0.236	0.019	0.000	5.075	4.066	12.421	0.000
2.00	0.064	0.020	0.001	6.069	4.092	3.200	0.050
3.00	0.057	0.010	0.000	7.036	4.066	5.700	0.000
4.00	0.041	0.006	0.004	8.043	4.105	6.833	0.667

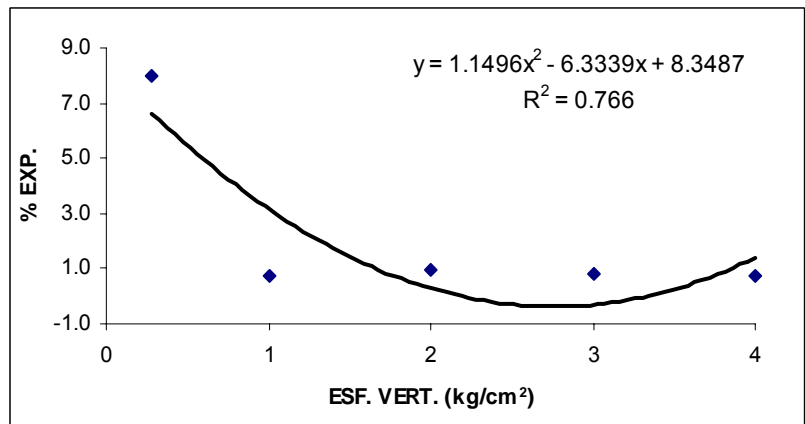
$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.011	0.010	1.066	1.008	0.084	0.085	5.92	5.92E-06
0.005	0.004	1.248	1.018	0.050	0.051	3.58	3.58E-06
0.005	0.003	1.483	1.114	0.014	0.016	1.09	1.09E-06
0.002	0.001	1.730	1.109	0.010	0.011	0.74	7.39E-07
0.001	0.001	1.959	1.113	0.006	0.007	0.50	5.01E-07

De los resultados anteriores se tiene:

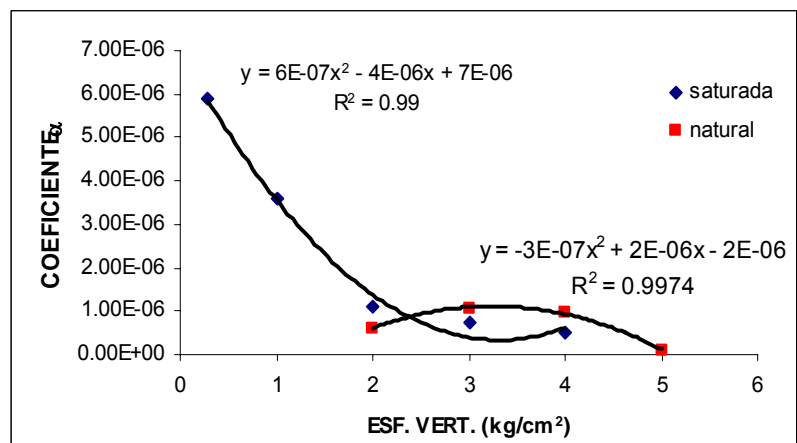
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	P <sub>EXP</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
0.284	1.7170
1.00	1.6000
2.00	1.1130
3.00	1.0200
4.00	1.1520



ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	EXPANSIÓN (%)
0.284	7.950
1.00	0.750
2.00	0.925
3.00	0.787
4.00	0.775

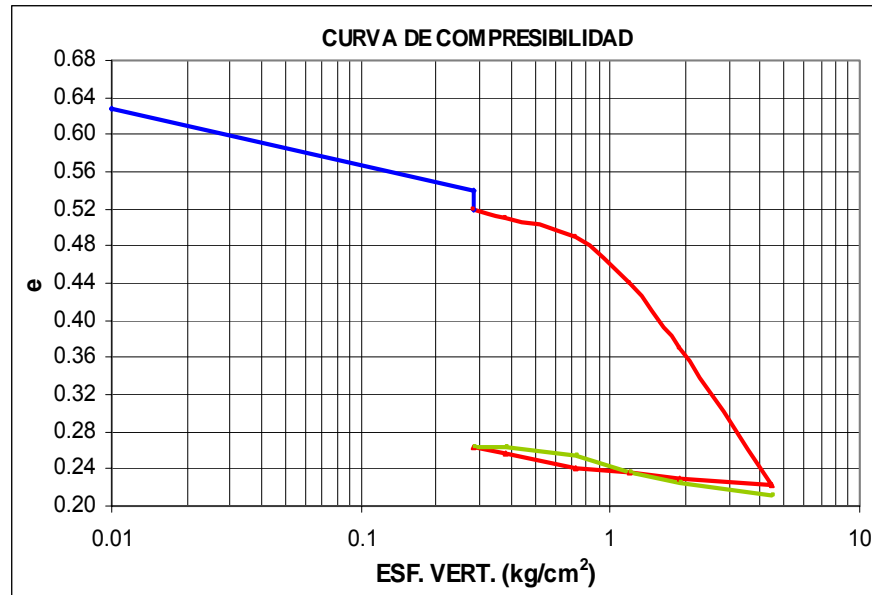


ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	α <sub>exp</sub>
0.284	5.92E-06
1.00	9.45E-07
2.00	1.09E-06
3.00	7.39E-07
4.00	5.01E-07

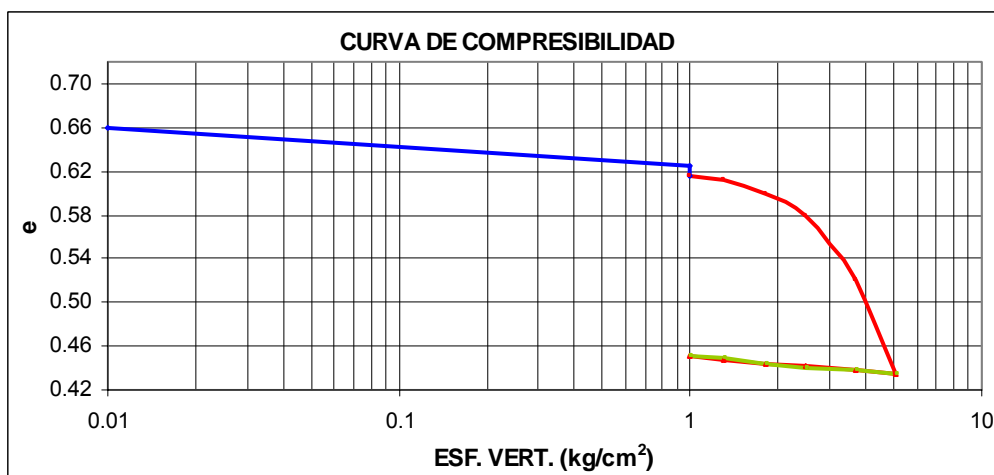


Profundidad=1.5 m,  $\omega=27-30\%$

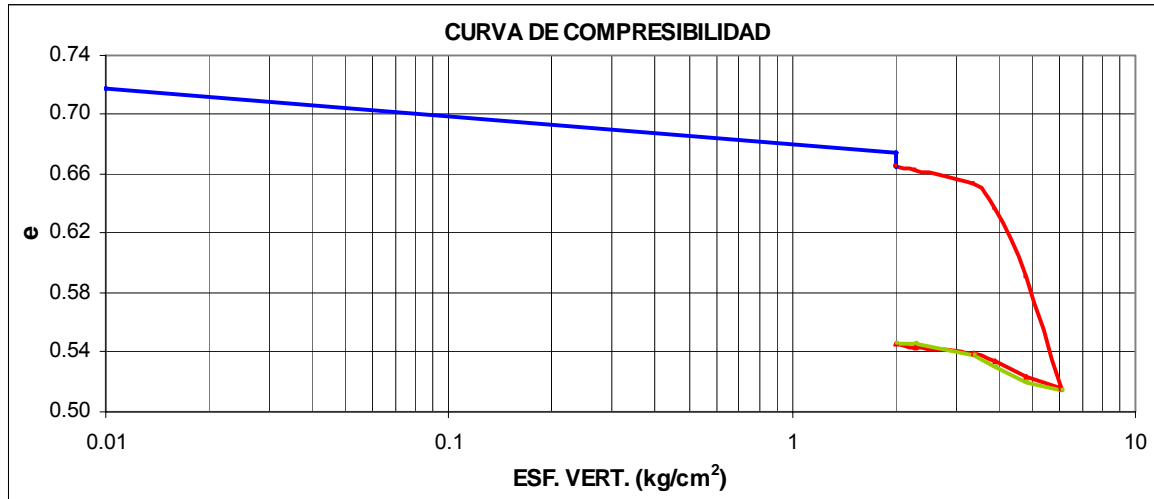
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.284	28	4.94



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	30	2.55



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	27	1.93



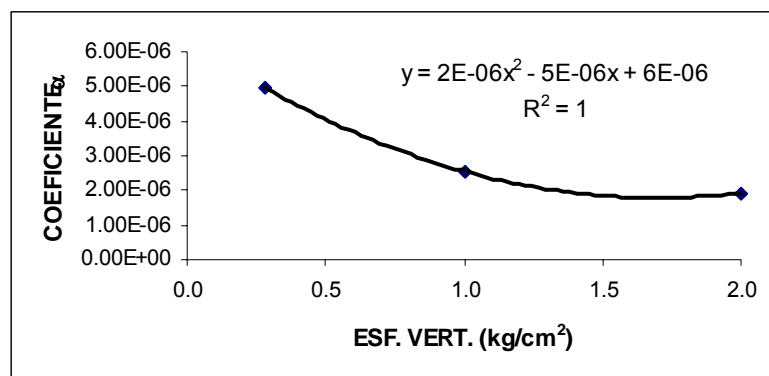
➤ Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.5 m y un  $\omega=27-30\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon_{po}$	$\Delta\epsilon_{eo}$	$\Delta\epsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.284	0.257	0.041	0.010	4.401	4.127	6.268	0.244
1.00	0.164	0.017	0.000	5.075	4.066	9.647	0.000
2.00	0.119	0.030	0.002	6.069	4.092	3.967	0.067

$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.010	0.009	1.066	1.009	0.070	0.071	4.94	4.94E-06
0.004	0.003	1.248	1.023	0.036	0.036	2.55	2.55E-06
0.007	0.005	1.483	1.096	0.025	0.027	1.91	1.93E-06

De los resultados anteriores se tiene:

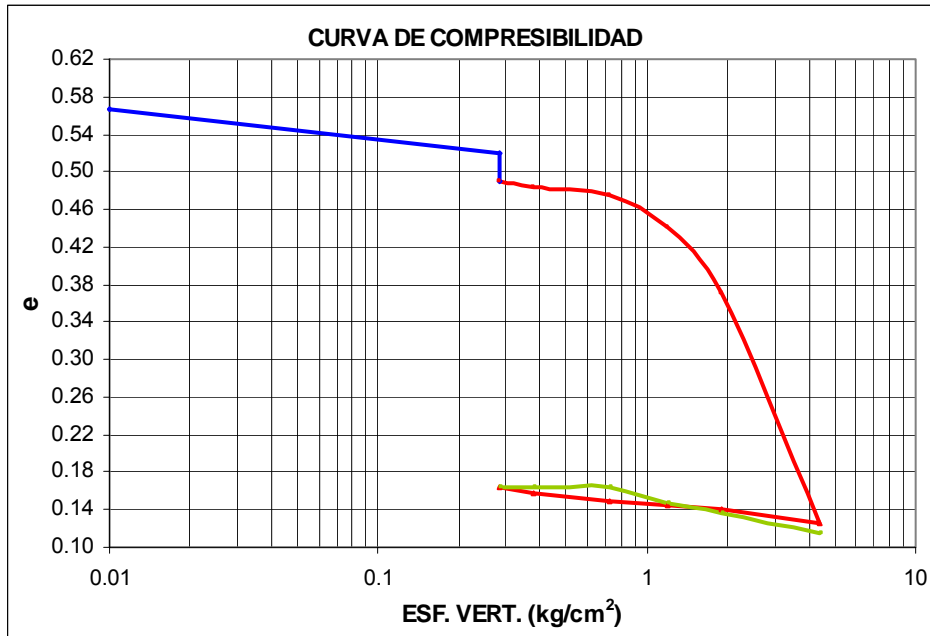
ESF. VERT. (Kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.284	4.94E-06
1.00	2.55E-06
2.00	1.93E-06



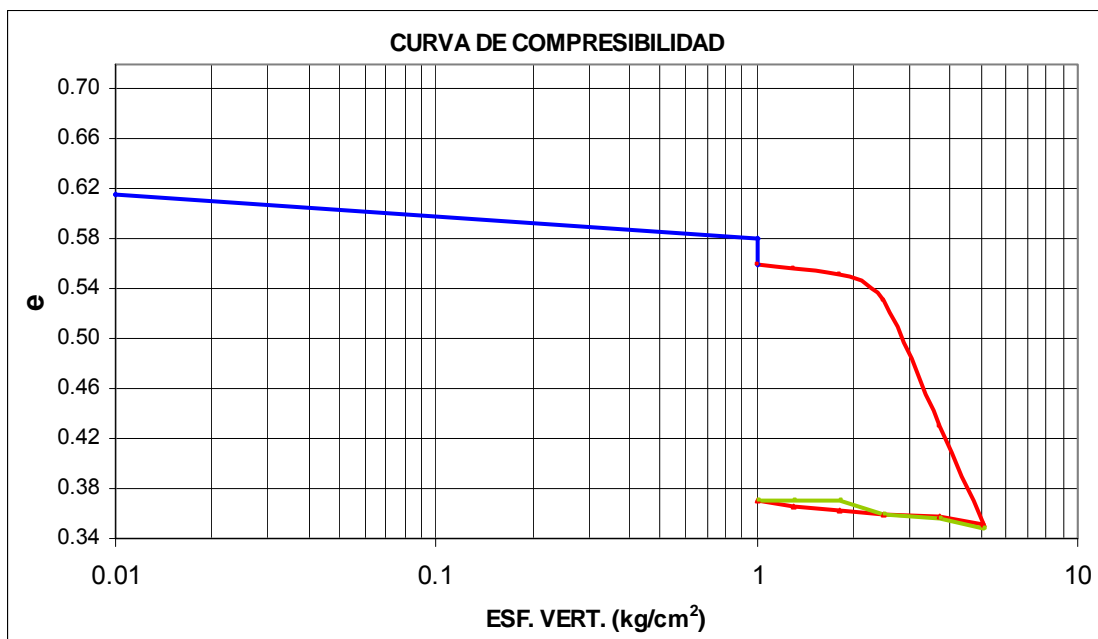


Profundidad=1.5 m,  $\omega$ =40-44%

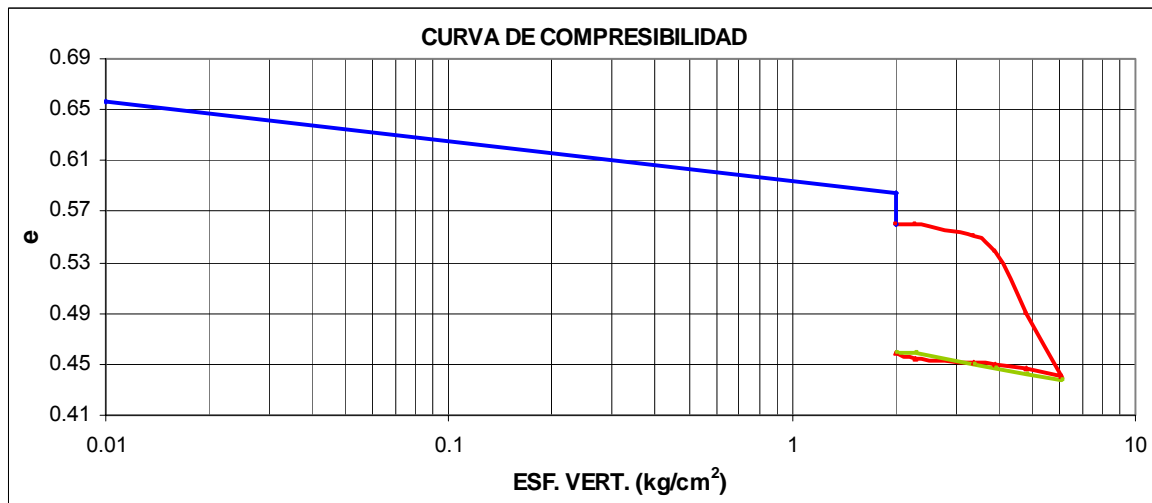
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.284	43	6.00



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	40	2.99



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	44	1.52



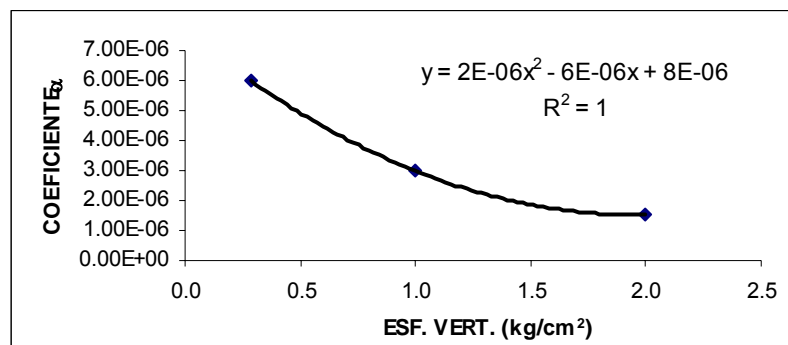
➤ Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 1.5 m y un  $\omega=40-44\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon_{po}$	$\Delta\epsilon_{eo}$	$\Delta\epsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.284	0.324	0.040	0.011	4.401	4.127	8.100	0.268
1.00	0.190	0.018	0.004	5.075	4.066	10.556	0.222
2.00	0.101	0.019	0.003	6.069	4.092	5.316	0.158

$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.010	0.009	1.066	1.007	0.085	0.086	6.00	6.00E-06
0.004	0.004	1.248	1.021	0.042	0.043	2.99	2.99E-06
0.005	0.003	1.483	1.075	0.020	0.022	1.52	1.52E-06

De los resultados anteriores se tiene:

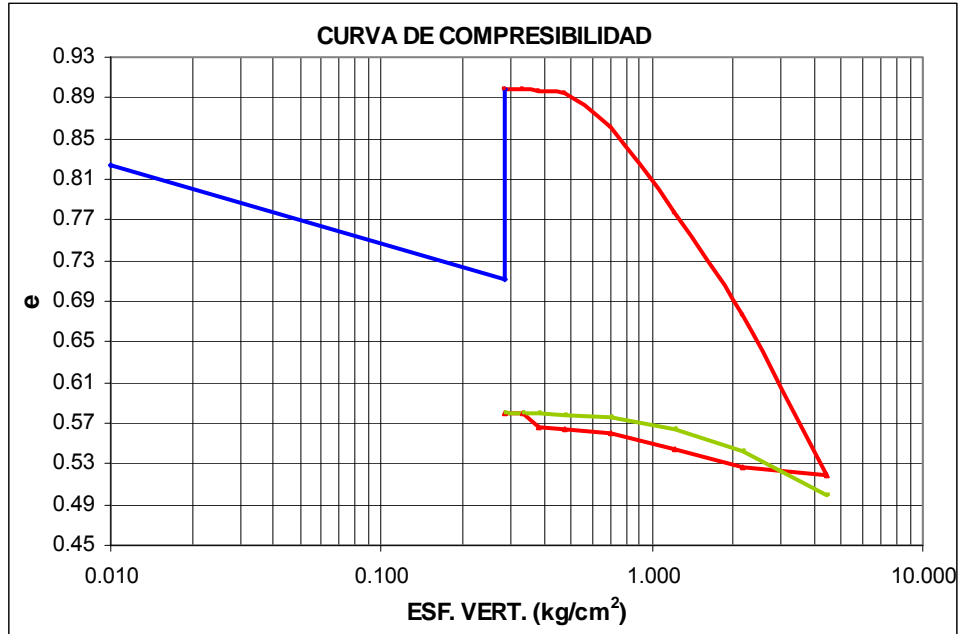
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.284	6.00E-06
1.00	2.99E-06
2.00	1.52E-06



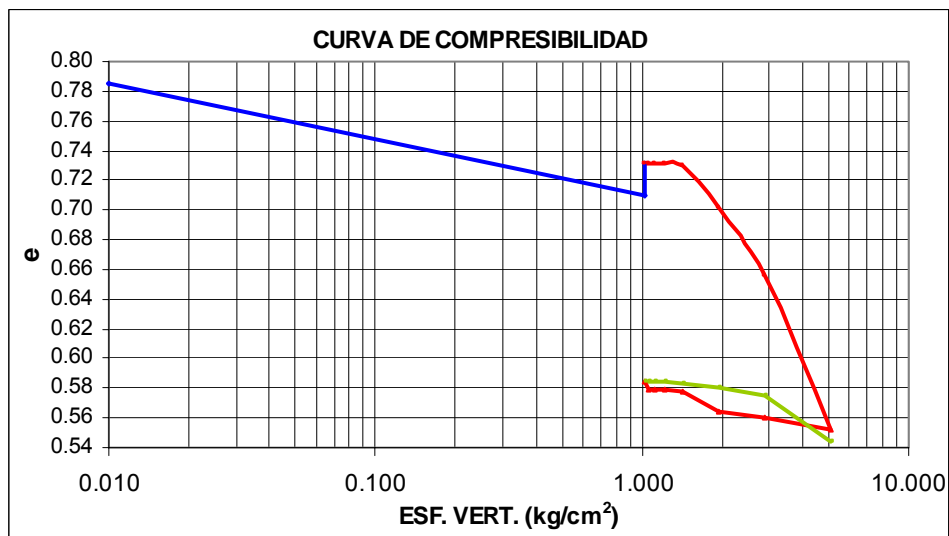
# ANEXO 3

Profundidad=2.0 m,  $\omega=17-20\%$

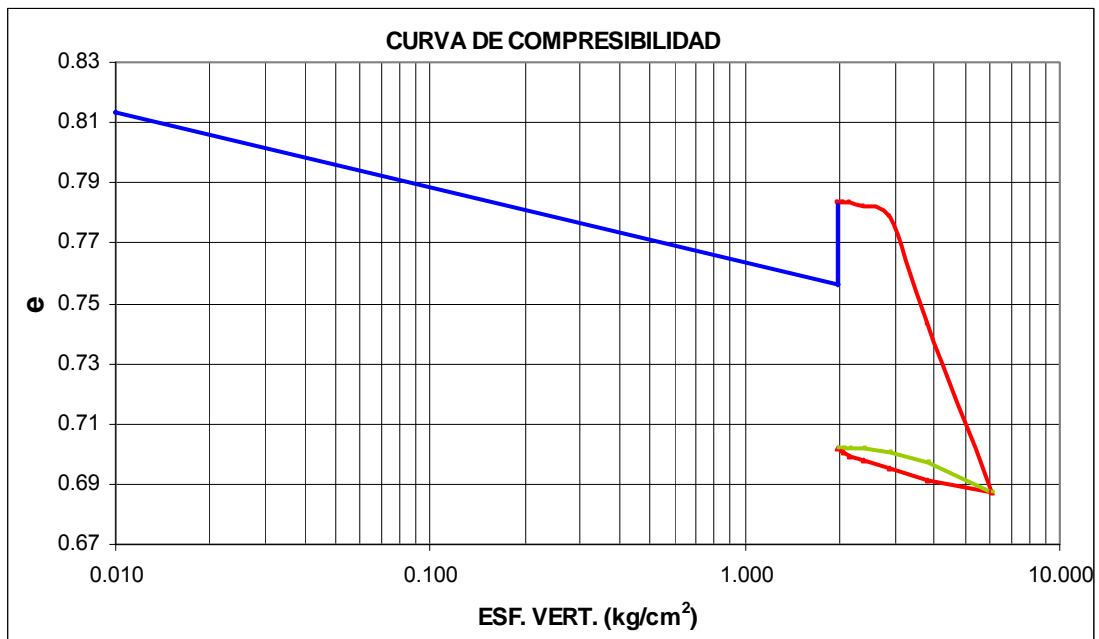
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.34	19	5.88



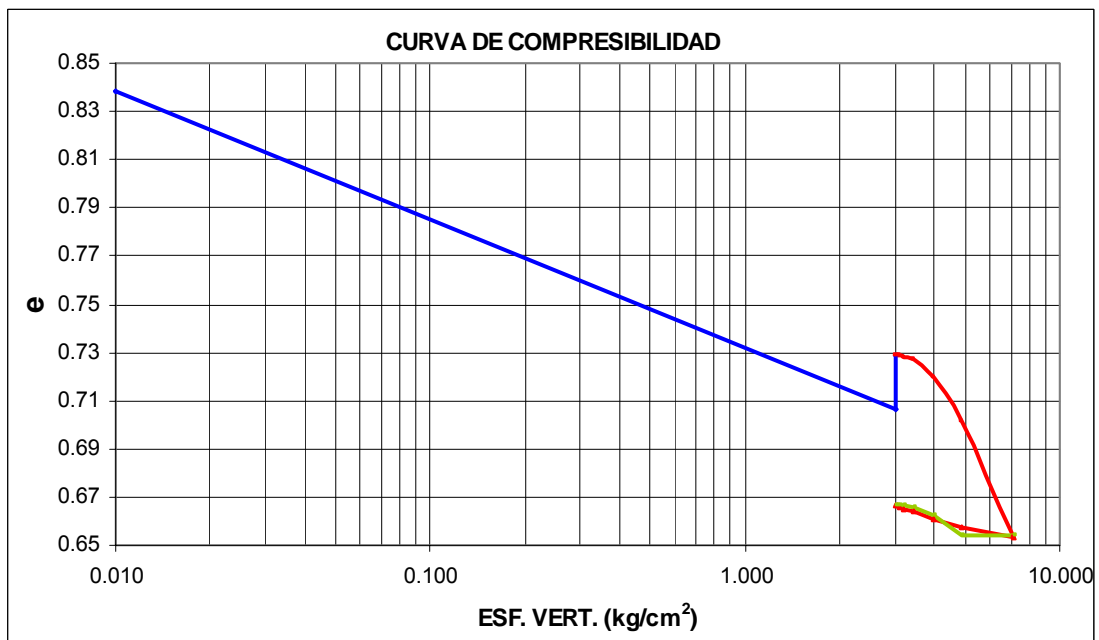
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	18	2.66



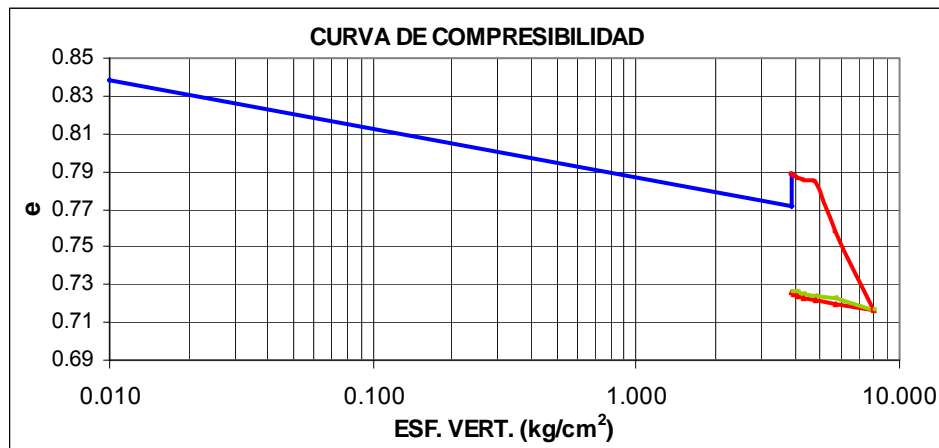
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	19	1.21



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
3.0	20	0.86



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
4.0	17	0.78



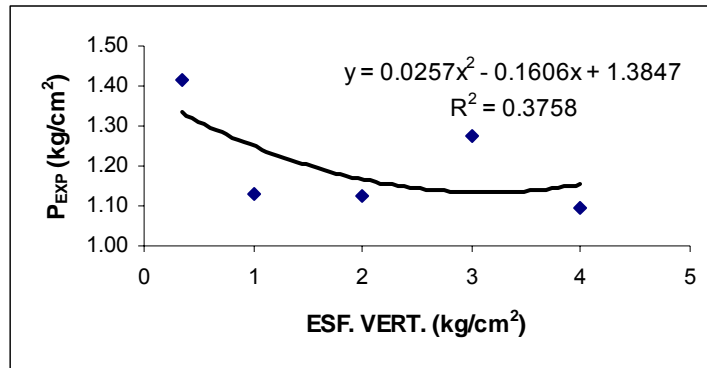
- Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 2.0 m y un  $\omega=17-20\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon_{po}$	$\Delta\epsilon_{eo}$	$\Delta\epsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.285	0.285	0.061	0.018	4.380	4.105	4.672	0.295
1.00	0.147	0.032	0.007	5.102	4.093	4.594	0.219
2.00	0.082	0.015	0.000	6.030	4.067	5.467	0.000
3.00	0.062	0.014	0.001	7.135	4.118	4.429	0.071
4.00	0.062	0.009	0.009	7.964	4.067	6.889	1.000

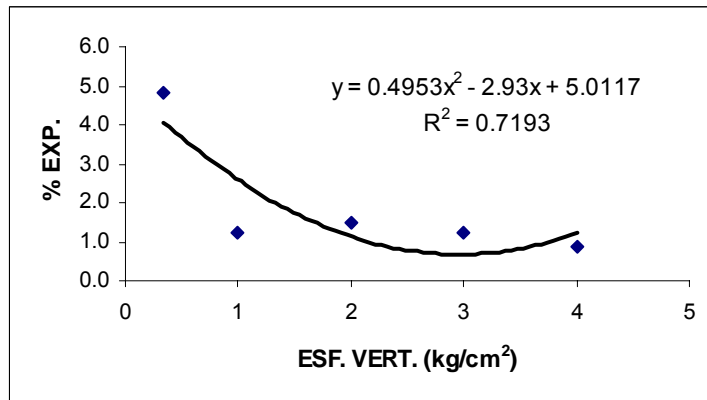
$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.015	0.014	1.067	1.011	0.083	0.084	5.88	5.88E-06
0.008	0.006	1.247	1.042	0.036	0.038	2.66	2.66E-06
0.004	0.002	1.483	1.075	0.016	0.017	1.21	1.21E-06
0.003	0.002	1.733	1.133	0.011	0.012	0.86	8.56E-07
0.002	0.001	1.958	1.108	0.010	0.011	0.78	7.79E-07

De los resultados anteriores se tiene:

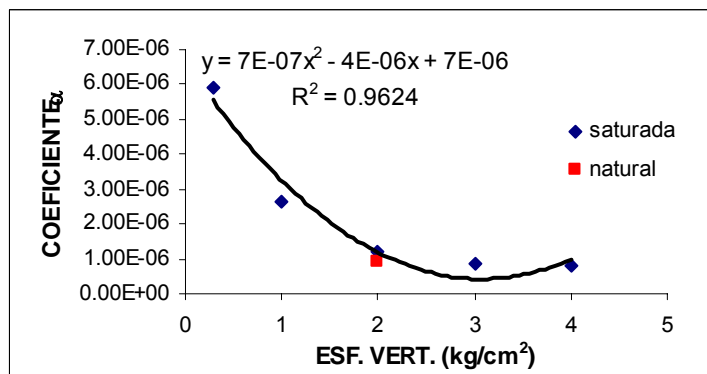
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	P <sub>EXP</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )
0.34	1.4150
1.00	1.1300
2.00	1.1270
3.00	1.2730
4.00	1.0930



ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	EXPANSIÓN (%)
0.34	4.840
1.00	1.210
2.00	1.499
3.00	1.240
4.00	0.889

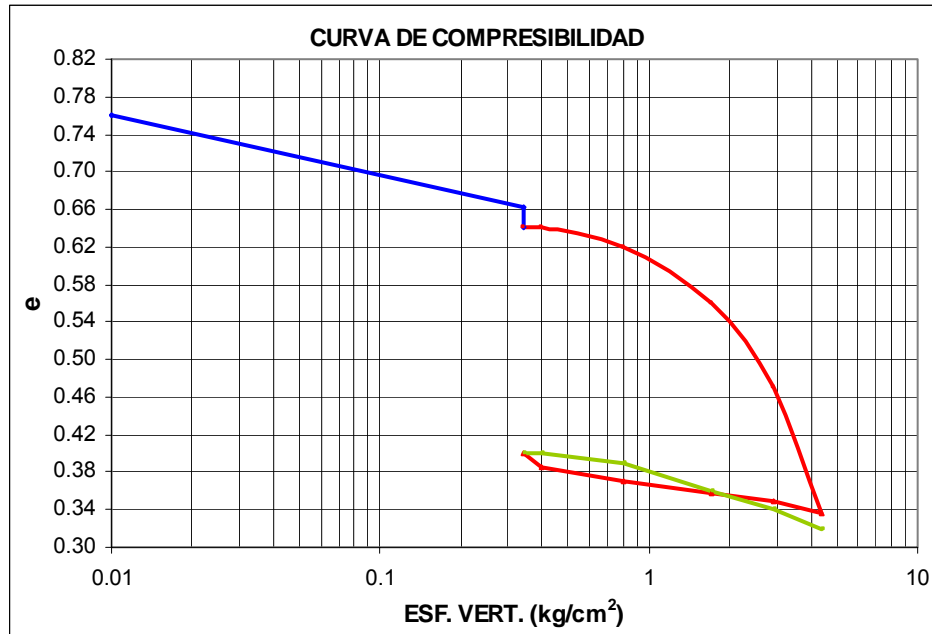


ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.34	5.88E-06
1.00	2.66E-06
2.00	1.21E-06
3.00	8.56E-07
4.00	7.79E-07

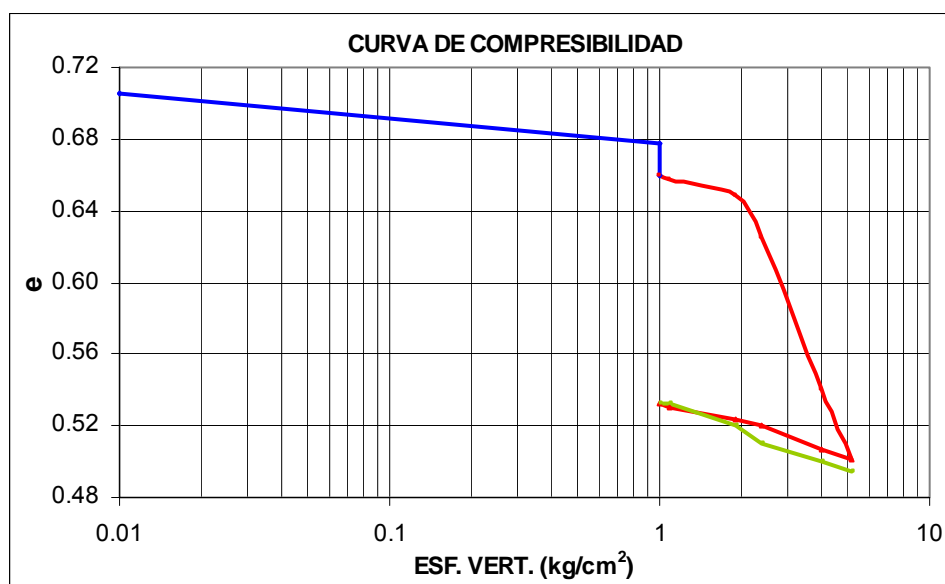


Profundidad=2.0 m,  $\omega=27-30\%$

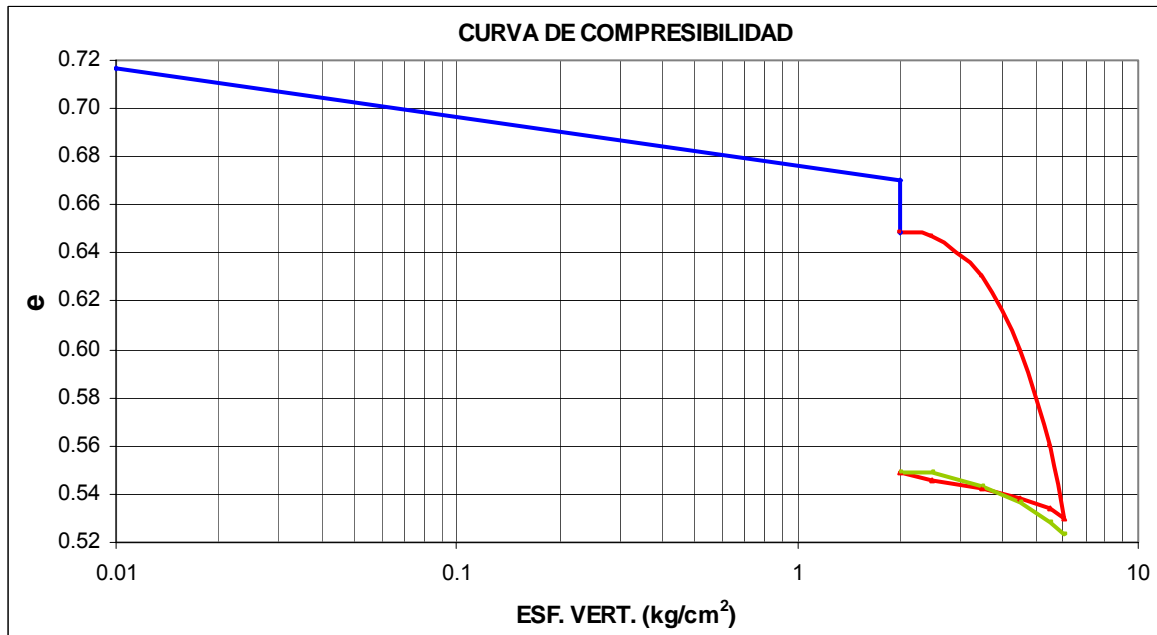
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.34	30	5.19



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	28	2.36



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	27	1.57



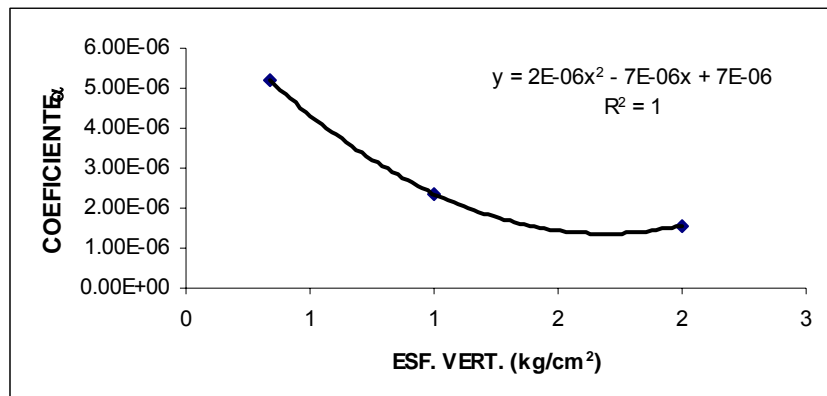
➤ Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 2.0 m y un  $\omega=27-30\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\epsilon_{po}$	$\Delta\epsilon_{eo}$	$\Delta\epsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.285	0.240	0.064	0.016	4.380	4.105	3.750	0.255
1.000	0.127	0.032	0.006	5.102	4.093	4.006	0.180
2.000	0.100	0.019	0.007	6.030	4.067	5.263	0.368

$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.016	0.015	1.067	1.013	0.073	0.074	5.19	5.19E-06
0.008	0.006	1.247	1.048	0.032	0.034	2.36	2.36E-06
0.005	0.003	1.483	1.073	0.021	0.022	1.57	1.57E-06

De los resultados anteriores se tiene:

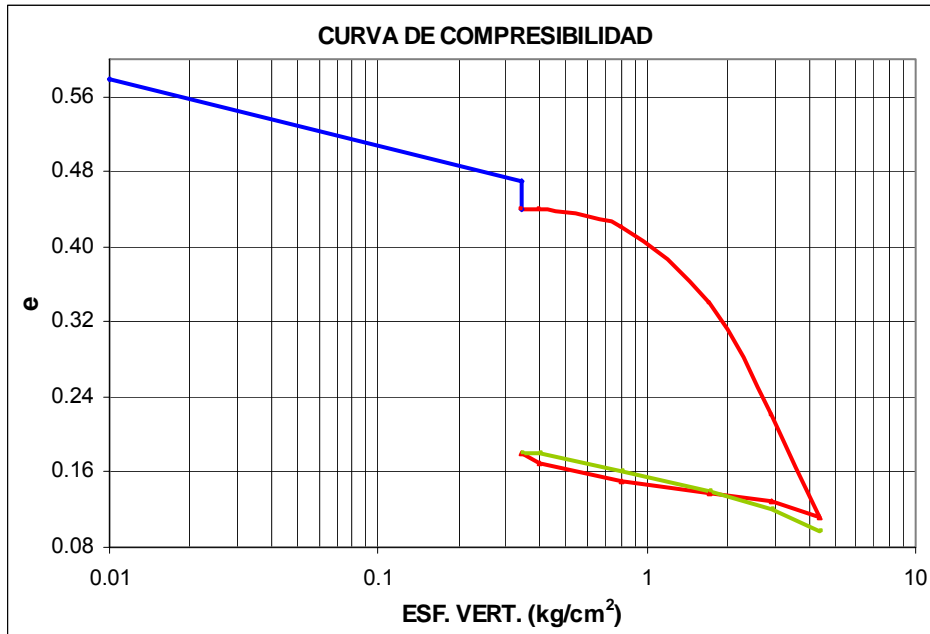
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.34	5.19E-06
1.00	2.36E-06
2.00	1.57E-06



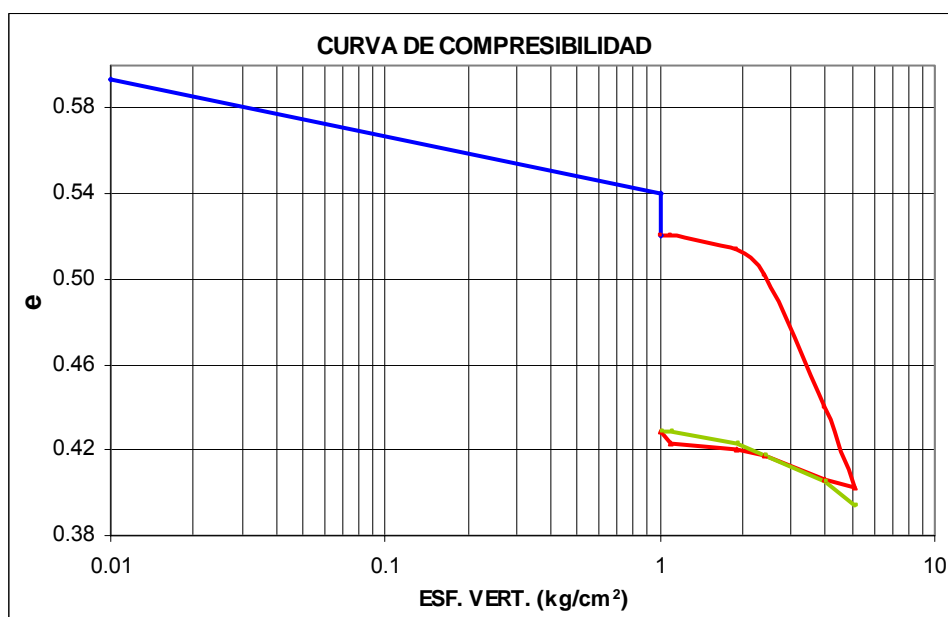


**Profundidad=2.0 m,  $\omega=40-44\%$**

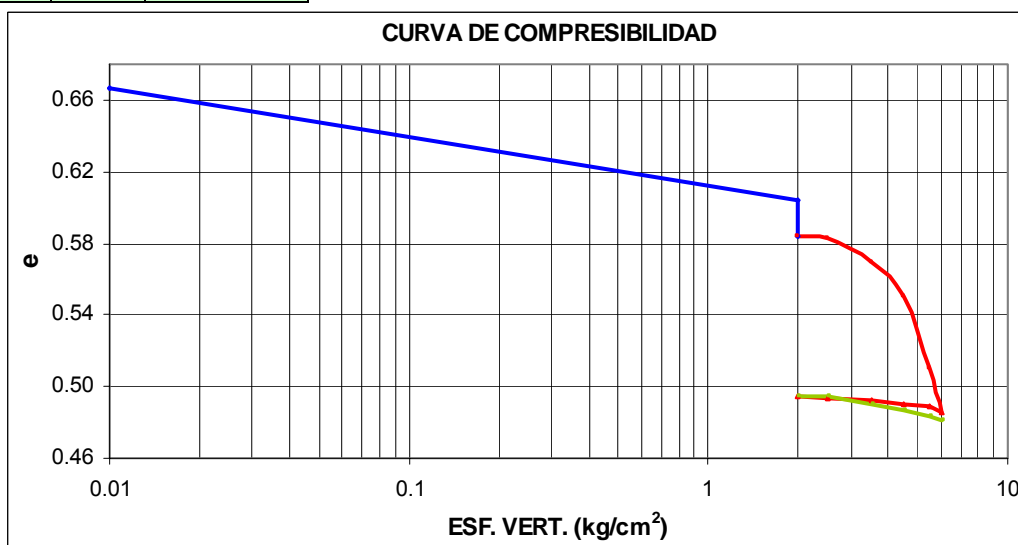
Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
0.34	37	5.57



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
1.0	38	1.82



Esf. Vert. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\omega$ (%)	$\alpha_{exp}$ (cm <sup>3</sup> /kg)
2.0	40	1.25



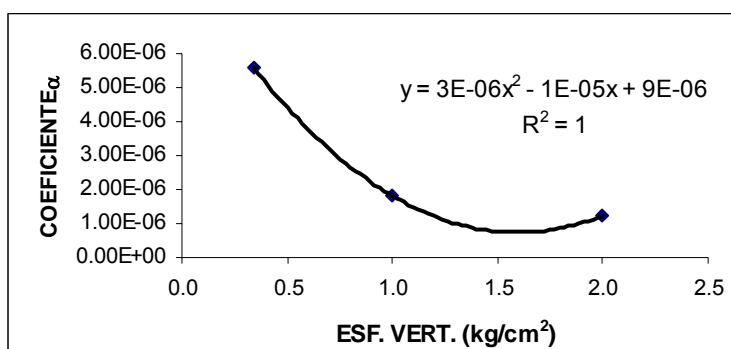
➤ Cálculo de  $\alpha_{EXP}$  para los diferentes esfuerzos verticales a una profundidad de 2.0 m y un  $\omega=40-44\%$

DE LA GRAFICA							
ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\varepsilon_{po}$	$\Delta\varepsilon_{eo}$	$\Delta\varepsilon_{vpo}$	$\Delta\sigma_{co}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\Delta\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\kappa_{po}$	$\kappa_{vpo}$
0.285	0.260	0.067	0.017	4.380	4.105	3.881	0.254
1.000	0.091	0.027	0.008	5.102	4.093	3.370	0.296
2.000	0.089	0.009	0.005	6.030	4.067	9.889	0.556

$M_{ei}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{eo}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\rho_{ei}$	$\rho_c$	$M_{co}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$M_{ci}$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\alpha$ cm <sup>3</sup> /kg	$\alpha$ m <sup>3</sup> /kg
0.016	0.015	1.067	1.013	0.079	0.080	5.57	5.57E-06
0.007	0.005	1.247	1.053	0.025	0.026	1.82	1.82E-06
0.002	0.001	1.483	1.042	0.017	0.018	1.25	1.25E-06

De los resultados anteriores se tiene:

ESF. VERT. (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha_{exp}$
0.34	5.57E-06
1.00	1.82E-06
2.00	1.25E-06



---

## ANEXO 4

### Desplazamientos verticales por carga unitaria.

a) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.1

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \\ \bar{\delta}_{61} \\ \bar{\delta}_{71} \\ \bar{\delta}_{81} \end{array} = \begin{bmatrix} 7.6159E-01 & 5.0551E-01 & 3.9998E-01 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 3.5003E-03 & 8.6206E-03 & 1.1867E-02 \\ 2.0562E-03 & 5.0891E-03 & 7.0441E-03 \\ 1.3047E-03 & 3.2382E-03 & 4.4962E-03 \\ 8.7562E-04 & 2.1771E-03 & 3.0289E-03 \end{bmatrix} \bullet \begin{array}{l} 1.3735E-06 \\ 1.0918E-06 \\ 1.2101E-06 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} \\ \bar{\delta}_{31} \\ \bar{\delta}_{41} \\ \bar{\delta}_{51} \\ \bar{\delta}_{61} \\ \bar{\delta}_{71} \\ \bar{\delta}_{81} \end{array} = \begin{array}{l} 2.0820E-06 \\ 4.6302E-07 \\ 1.2507E-07 \\ 5.4035E-08 \\ 2.8579E-08 \\ 1.6905E-08 \\ 1.0768E-08 \\ 7.2448E-09 \end{array}$$

b) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.2.

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{12} \\ \bar{\delta}_{22} \\ \bar{\delta}_{32} \\ \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{52} \\ \bar{\delta}_{62} \\ \bar{\delta}_{72} \\ \bar{\delta}_{82} \end{array} = \begin{bmatrix} 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 7.6159E-01 & 5.0551E-01 & 3.9998E-01 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 3.5003E-03 & 8.6206E-03 & 1.1867E-02 \\ 2.0562E-03 & 5.0891E-03 & 7.0441E-03 \\ 1.3047E-03 & 3.2382E-03 & 4.4962E-03 \end{bmatrix} \bullet \begin{array}{l} 1.3735E-06 \\ 1.0918E-06 \\ 1.2101E-06 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{12} \\ \bar{\delta}_{22} \\ \bar{\delta}_{32} \\ \bar{\delta}_{42} \\ \bar{\delta}_{52} \\ \bar{\delta}_{62} \\ \bar{\delta}_{72} \\ \bar{\delta}_{82} \end{array} = \begin{array}{l} 4.6302E-07 \\ 2.0820E-06 \\ 4.6302E-07 \\ 1.2507E-07 \\ 5.4035E-08 \\ 2.8579E-08 \\ 1.6905E-08 \\ 1.0768E-08 \end{array}$$

c) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.3.

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{13} \\ \bar{\delta}_{23} \\ \bar{\delta}_{33} \\ \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{53} \\ \bar{\delta}_{63} \\ \bar{\delta}_{73} \\ \bar{\delta}_{83} \end{array} = \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{lll} 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 7.6159E-01 & 5.0551E-01 & 3.9998E-01 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 3.5003E-03 & 8.6206E-03 & 1.1867E-02 \\ 2.0562E-03 & 5.0891E-03 & 7.0441E-03 \end{array} \right] \\ \bullet \begin{array}{l} 1.3735E-06 \\ 1.0918E-06 \\ 1.2101E-06 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{13} \\ \bar{\delta}_{23} \\ \bar{\delta}_{33} \\ \bar{\delta}_{43} \\ \bar{\delta}_{53} \\ \bar{\delta}_{63} \\ \bar{\delta}_{73} \\ \bar{\delta}_{83} \end{array} = \begin{array}{l} 1.2507E-07 \\ 4.6302E-07 \\ 2.0820E-06 \\ 4.6302E-07 \\ 1.2507E-07 \\ 5.4035E-08 \\ 2.8579E-08 \\ 1.6905E-08 \end{array}$$

d) Desplazamientos provocados por fracción de losa en el punto no.4.

$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{14} \\ \bar{\delta}_{24} \\ \bar{\delta}_{34} \\ \bar{\delta}_{44} \\ \bar{\delta}_{54} \\ \bar{\delta}_{64} \\ \bar{\delta}_{74} \\ \bar{\delta}_{84} \end{array} = \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{lll} 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 7.6159E-01 & 5.0551E-01 & 3.9998E-01 \\ 7.7628E-02 & 1.4618E-01 & 1.6263E-01 \\ 1.6225E-02 & 3.8290E-02 & 5.0392E-02 \\ 6.7151E-03 & 1.6365E-02 & 2.2267E-02 \\ 3.5003E-03 & 8.6206E-03 & 1.1867E-02 \end{array} \right] \\ \bullet \begin{array}{l} 1.3735E-06 \\ 1.0918E-06 \\ 1.2101E-06 \end{array} \end{array}$$

---


$$\begin{array}{l} \bar{\delta}_{14} \\ \bar{\delta}_{24} \\ \bar{\delta}_{34} \\ \bar{\delta}_{44} \\ \bar{\delta}_{54} \\ \bar{\delta}_{64} \\ \bar{\delta}_{74} \\ \bar{\delta}_{84} \end{array} = \begin{array}{l} 5.4035E-08 \\ 1.2507E-07 \\ 4.6302E-07 \\ 2.0820E-06 \\ 4.6302E-07 \\ 1.2507E-07 \\ 5.4035E-08 \\ 2.8579E-08 \end{array}$$

La matriz general para todos los puntos es:

$$\begin{bmatrix} 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 & 5.40E-08 & 2.86E-08 & 1.69E-08 & 1.08E-08 & 7.24E-09 \\ 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 & 5.40E-08 & 2.86E-08 & 1.69E-08 & 1.08E-08 \\ 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 & 5.40E-08 & 2.86E-08 & 1.69E-08 \\ 5.40E-08 & 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 & 5.40E-08 & 2.86E-08 \\ 2.86E-08 & 5.40E-08 & 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 & 5.40E-08 \\ 1.69E-08 & 2.86E-08 & 5.40E-08 & 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 & 1.25E-07 \\ 1.08E-08 & 1.69E-08 & 2.86E-08 & 5.40E-08 & 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 & 4.63E-07 \\ 7.24E-09 & 1.08E-08 & 1.69E-08 & 2.86E-08 & 5.40E-08 & 1.25E-07 & 4.63E-07 & 2.08E-06 \end{bmatrix}$$

Como se trata de un caso simétrico se simplifica a:

$$\begin{bmatrix} 2.09E-06 & 4.74E-07 & 1.42E-07 & 8.26E-08 \\ 4.74E-07 & 2.10E-06 & 4.92E-07 & 1.79E-07 \\ 1.42E-07 & 4.92E-07 & 2.14E-06 & 5.88E-07 \\ 8.26E-08 & 1.79E-07 & 5.88E-07 & 2.55E-06 \end{bmatrix}$$

## ANEXO 5

Desplazamientos totales de la viga para la condición  $X_i=0$ .

a) Desplazamientos verticales por flexión de cargas P;  $\Delta_{io}^P$

$$EI \Delta_{io} = \frac{l^3}{6} \sum_1^n P_n \beta_n \alpha_n (1 - \beta_n^2 - \alpha_n^2)$$

i=n	$\alpha_n$	$\beta_n$	P	l	$\Delta_{io}^P$
			(kg)	(m)	(m <sup>3</sup> /kg)
1	0.8571	0.1429	275000	17.5	62191844.0
2	0.7143	0.2857	275000	17.5	123688578.6
3	0.5714	0.4286	275000	17.5	162287592.9

b) Desplazamientos por flexión de momentos extremos.

$$EI \Delta_{io}^m = \frac{l^2}{2} m_{ao} \psi_i \varepsilon_i$$

Tabla 4.9. Desplazamiento vertical por flexión  
De momentos extremos,  $X_i=0$ .

i	$\varepsilon_i$	$\psi_i$	$m_{ao}$	l	$\Delta_{io}^m$
			(kg.m)	(m)	(m <sup>3</sup> /kg)
1	0.8571	0.1429	85937	17.5	1611318.8
2	0.7143	0.2857	85937	17.5	2685531.3
3	0.5714	0.4286	85937	17.5	3222637.5

c) Desplazamientos verticales de los apoyos.

$$\Delta_{io}^A = \delta_{ao} \cdot \psi_i + \delta_{bo} \cdot \varepsilon_i$$

i	$\varepsilon_i$	$\psi_i$	$\delta_{a0}=\delta_{b0}$	$\Delta_{io}^A$
			(m)	(m)
1	0.8571	0.1429	0.0153	0.0153
2	0.7143	0.2857	0.0153	0.0153
3	0.5714	0.4286	0.0153	0.0153

## ANEXO 6

Desplazamientos totales de la viga y el suelo para la condición  $X_1=+1$ .

### 1. Condición $X_1=+1$

#### a) Por flexión de la viga, $L=17.5$ m

Para  $\xi_j \leq \xi_i$

$$EI \bar{S}_{ji}' = \frac{L^3}{6} \xi_j \psi_i (1 - \psi_i^2 - \xi_j^2)$$

Para  $\psi_j \leq \psi_i$

$$EI \bar{S}_{ji}' = \frac{L^3}{6} \psi_j \xi_i (1 - \xi_i^2 - \psi_j^2)$$

j=1	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_1$
		0.8571	0.8571	0.1429	0.1429
	$\bar{S}_{11}'$		<b>26.79</b>		
j=2	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_1$
		0.7143	0.8571	0.2857	0.1429
	$\bar{S}_{21}'$		<b>42.78</b>		
j=3	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_1$
		0.5714	0.8571	0.4286	0.1429
	$\bar{S}_{31}'$		<b>47.62</b>		
j=4	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_1$
		0.4286	0.8571	0.5714	0.1429
	$\bar{S}_{41}'$		<b>43.53</b>		
j=5	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_1$
		0.2857	0.8571	0.7143	0.1429
	$\bar{S}_{51}'$		<b>32.74</b>		
j=6	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_1$
		0.1429	0.8571	0.8571	0.1429
	$\bar{S}_{61}'$		<b>17.48</b>		

b) Por desplazamiento vertical de la viga al ceder los apoyos.

$$K_a = K_b = 4932552.9 \text{ kg/m}, \quad EI \bar{S}_{ji}'' = \frac{\psi_j \cdot \psi_i}{K_a} + \frac{\xi_j \cdot \xi_i}{K_b}$$

j=1	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_1$
		0.8571	0.8571	0.1429	0.1429
	$\bar{S}_{11}''$			<b>91.85</b>	
j=2	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_1$
		0.7143	0.8571	0.2857	0.1429
	$\bar{S}_{21}''$			<b>79.44</b>	
j=3	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_1$
		0.5714	0.8571	0.4286	0.1429
	$\bar{S}_{31}''$			<b>67.03</b>	
j=4	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_1$
		0.4286	0.8571	0.5714	0.1429
	$\bar{S}_{41}''$			<b>54.61</b>	
j=5	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_1$
		0.2857	0.8571	0.7143	0.1429
	$\bar{S}_{51}''$			<b>42.20</b>	
j=6	i=1	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_1$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_1$
		0.1429	0.8571	0.8571	0.1429
	$\bar{S}_{61}''$			<b>29.79</b>	

c) Por deformación del suelo.

$$\bar{S}_{ii}'' = \frac{1}{K_i}, \quad K_1 = 4239409.6 \text{ kg/m}$$

$\bar{S}_{11}''$	<b>141.53</b>
------------------	---------------



## 2. Condición $X_2=+1$

a) Por flexión de la viga.

j=1	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_2$
		0.8571	0.8571	0.1429	0.1429
	$\bar{S}_{12}$		39.98		
j=2	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_2$
		0.6875	0.6875	0.3125	0.3125
	$\bar{S}_{22}$		123.09		
j=3	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_2$
		0.5625	0.6875	0.4375	0.3125
	$\bar{S}_{32}$		137.33		
j=4	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_2$
		0.4375	0.6875	0.5625	0.3125
	$\bar{S}_{42}$		129.60		
j=5	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_2$
		0.3125	0.6875	0.6875	0.3125
	$\bar{S}_{52}$		104.78		
j=6	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_2$
		0.1875	0.6875	0.8125	0.3125
	$\bar{S}_{62}$		67.75		

b) Por desplazamiento vertical de la viga al ceder los apoyos.

j=1	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_2$
		0.8571	0.7143	0.1429	0.2857
	$\bar{S}_{12}$			79.44	
j=2	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_2$
		0.7143	0.7143	0.2857	0.2857
	$\bar{S}_{22}$			71.99	

j=3	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_2$
		0.5714	0.7143	0.4286	0.2857
	$\bar{S}_{32}$			64.54	
j=4	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_2$
		0.4286	0.7143	0.5714	0.2857
	$\bar{S}_{42}$			57.10	
j=5	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_2$
		0.2857	0.7143	0.7143	0.2857
	$\bar{S}_{52}$			49.65	
j=6	i=2	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_2$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_2$
		0.1429	0.7143	0.8571	0.2857
	$\bar{S}_{62}$			42.20	

c) Por deformación del suelo.

$$\bar{S}_{ii}'' = \frac{1}{K_i}, \quad K_2 = 4095092.29 \text{ kg/m}$$

$\bar{S}_{22}''$	<b>146.52</b>

### 3. Condición $X_3=+1$

a) Por flexión de la viga.

j=1	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_3$
		0.8125	0.5625	0.1875	0.4375
	$\bar{S}_{13}$		91.19		
j=2	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_3$
		0.6875	0.5625	0.3125	0.4375
	$\bar{S}_{23}$		134.72		
j=3	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_3$
		0.5625	0.5625	0.4375	0.4375
	$\bar{S}_{33}$		161.50		

j=4	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_3$
		0.4375	0.5625	0.5625	0.4375
	$\bar{S}_{43}$		157.51		
j=5	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_3$
		0.3125	0.5625	0.6875	0.4375
	$\bar{S}_{53}$		129.60		
j=6	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_3$
		0.1875	0.5625	0.8125	0.4375
	$\bar{S}_{63}$		84.59		

b) Por desplazamiento vertical de la viga al ceder los apoyos.

j=1	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_1$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_1$	$\psi_i=\psi_3$
		0.8125	0.5714	0.1875	0.4286
	$\bar{S}_{13}$			66.25	
j=2	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_2$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_2$	$\psi_i=\psi_3$
		0.7143	0.5714	0.2857	0.4286
	$\bar{S}_{23}$			64.54	
j=3	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_3$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_3$	$\psi_i=\psi_3$
		0.5714	0.5714	0.4286	0.4286
	$\bar{S}_{33}$			62.06	
j=4	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_4$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_4$	$\psi_i=\psi_3$
		0.4286	0.5714	0.5714	0.4286
	$\bar{S}_{43}$			59.58	
j=5	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_5$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_5$	$\psi_i=\psi_3$
		0.2857	0.5714	0.7143	0.4286
	$\bar{S}_{53}$			57.10	
j=6	i=3	$\varepsilon_j=\varepsilon_6$	$\varepsilon_i=\varepsilon_3$	$\psi_j=\psi_6$	$\psi_i=\psi_3$
		0.1429	0.5714	0.8571	0.4286
	$\bar{S}_{63}$			54.61	

---

c) Por deformación del suelo.

$$\bar{S}_{ii}'' = \frac{1}{K_i}, \quad K_3 = 4050302.2 \text{ kg / m}$$

$\bar{S}_{33}''$	<b>148.14</b>