UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE INGENIERÍA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS

"MODELO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN NUTRITIVA PARA CUALQUIER CULTIVO HIDROPÓNICO CONSIDERANDO LA REUTILIZACIÓN DE LIXIVIADOS".

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de la

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Presenta:

Guadalupe Patricia Álvarez Olvera

Dirigido por:

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera

Santiago de Querétaro, Querétaro, Junio 2009

Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

"Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico considerando la reutilización de lixiviados".

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de la

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Presenta:
Guadalupe Patricia Álvarez Olvera

Dirigido por:
Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera

SINODALES

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera — Firma
Presidente

Dr. Eric Moreno Quintero — Firma
Secretario

M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yañez — Firma
Vocal

M. en C. Enrique Crespo Baltar — Firma
Suplente

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director de la Facultad

Santiago de Querétaro, Querétaro, Junio 2009

Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Secretaría Académica

Centro Universitario, 01 de Junio de 2009

C. Guadalupe Patricia Álvarez Olvera
Pasante de la licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Presente:

Le comunico que una vez revisado el oficio en el que informa la terminación de Tesis Individual "**Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico considerando la reutilización de lixiviados**", y con base en la atribución que me confiere el articulo 51 del reglamento de titulación vigente he nombrado como sinodales a los siguientes catedráticos: **Dr. Eric Moreno Quintero, M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yañez, M. en C. Enrique Crespo Baltar y como Director de Tesis a la Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera.**

Cabe mencionar que para continuar con los trámites de titulación, es necesario obtener el voto aprobatorio del trabajo por parte de los maestros mencionados.

Sin más por el momento, quedo de usted.

Atentamente
"El Ingenio para crear, No para Destruir"

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director

c.c.p. **Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera**
Dr. Eric Moreno Quintero
M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yañez
M. en C. Enrique Crespo Baltar

*GHR/besh

Centro Universitario
Cerro de las Campanas
Santiago de Querétaro
Qro., México C.P. 76010
Tel. 01 (442) 192 12 00
Exts. 6024 y 6011

Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Dirección

ACUERDO 140/09

C. U. 6 de mayo de 2009

C. GUADALUPE PATRICIA ÁLVAREZ OLVERA
Pasante de la licenciatura en Matemáticas Aplicadas
Presente.

Con relación a su oficio enviado al H. Consejo Académico de la Facultad en el que solicita titularse bajo la opción de tesis individual, me permito informarle que en la sesión ordinaria del 6 de mayo del año en curso, este cuerpo colegiado acordó aceptar la opción de titulación por lo que deberá trabajar en el tema **"MODELO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN NUTRITIVA PARA CUALQUIER CULTIVO HIDROPÓNICO CONSIDERANDO LA REUTILIZACIÓN DE LIXIVIADOS"**, bajo la dirección de la Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera

El Contenido aceptado por el H. Consejo Académico es el siguiente:

Centro Universitario
Cerro de las Campanas
Santiago de Querétaro
Qro., México C.P. 76010
Tel. 01 (442) 192 12 00
Ext. Fax. 6005

2.10 La Conductividad Eléctrica (CE)

3. MODELO DE LA SOLUCIÓN NUTRITIVA

3.1 Solución molar

3.2 Solución normal

3.3 Partes por millón

3.4 Modelo Lineal

3.5 Caso particular

4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

4.1 Cambios en el vector de costos $\bar{c} \in \Re^k$

4.2 Agregar un nuevo fertilizante

4.3 Cambio en los requerimientos mínimos y máximos

4.4 Agregar una nueva restricción entre los nutrientes

5. MODELO PARA RESTABLECER LA SOLUCIÓN NUTRITIVA EN UN SISTEMA HIDROPÓNICO CERRADO

5.1 Lixiviados

5.2 Diagrama general de un sistema hidropónico cerrado

5.3 Modelo Lineal

6. CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFÍA

APENDICE

También hago de su conocimiento las disposiciones de nuestra Facultad, en el sentido que antes del Examen profesional deberá cumplir con los requisitos de nuestra legislación y deberá imprimir el presente oficio en todos los ejemplares de su tesis.

Atentamente
"EL INGENIO PARA CREAR NO PARA DESTRUIR"

DR. GILBERTO HERRERA RUIZ
Director
c.c.p. Archivo
*GHR/DHM.

Centro Universitario
Cerro de las Campanas
Santiago de Querétaro
Qro., México C.P. 76010
Tel. 01 (442) 192 12 00
Ext. Fax. 6005

Centro Universitario, 5 de Junio de 2009

Dr. Gilberto Herrera Ruíz

Director de la Facultad de Ingeniería

Presente:

Por este conducto, me permito comunicar a Usted, que una vez revisada la tesis individual titulada "**Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidrpónico considerando la reutilización de lixiviados**" de la **C. Guadalupe Patricia Álvarez Olvera, Pasante de la Licenciatura en Matemáticas aplicadas** de acuerdo al artículo 20 del inciso h) del reglamento de Titulación vigente.

Emito mi Voto Aprobatorio.

Atentamente,

Rocío Peniche

Dra. Rebeca del Rocío Peniche Vera

Directora de tesis

Centro Universitario, 5 de Junio de 2009

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director de la Facultad de Ingeniería
Presente:

Por este conducto, me permito comunicar a Usted, que una vez revisada la tesis individual titulada "**Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico considerando la reutilización de lixiviados**" de la **C. Guadalupe Patricia Álvarez Olvera, Pasante de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas** de acuerdo al artículo 20 del inciso h) del reglamento de Titulación vigente.

Emito mi Voto Aprobatorio.

Atentamente,

Dr. Eric Moreno Quintero
Sinodal

Centro Universitario, 5 de Junio de 2009

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director de la Facultad de Ingeniería
Presente:

Por este conducto, me permito comunicar a Usted, que una vez revisada la tesis individual titulada "**Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico considerando la reutilización de lixiviados**" de la C. **Guadalupe Patricia Álvarez Olvera, Pasante de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas** de acuerdo al artículo 20 del inciso h) del reglamento de Titulación vigente.

Emito mi Voto Aprobatorio.

Atentamente,

P. I. Spíndola Y.

M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yañez
Sinodal

Centro Universitario, 5 de Junio de 2009

Dr. Gilberto Herrera Ruíz
Director de la Facultad de Ingeniería
Presente:

Por este conducto, me permito comunicar a Usted, que una vez revisada la tesis individual titulada "**Modelo para la optimización de la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico considerando la reutilización de lixiviados**" de la C. **Guadalupe Patricia Álvarez Olvera**, Pasante de la **Licenciatura en Matemáticas Aplicadas** de acuerdo al artículo 20 del inciso h) del reglamento de Titulación vigente.

Emito mi Voto Aprobatorio.

Atentamente,

M. en C. Enrique Crespo Baltar
Sinodal

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE CUADROS

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo matemático que minimiza una función de costos que proporciona la cantidad óptima de fertilizantes a mezclar en la solución nutritiva para cualquier tipo de cultivo hidropónico, tomando en cuenta los requerimientos de nutrición vegetal, como son: la relación mutua entre nutrientes, los requerimientos indispensables de éstos de acuerdo con su etapa fenológica y la conductividad eléctrica. Un control deficiente de los factores o la interacción entre ellos, afecta el estado nutricional de la planta. La nutrición vegetal juega un papel sumamente importante, ya que, con el correcto manejo de la nutrición se puede mejorar la tasa de crecimiento, minimizar los costos de producción y aumentar la calidad del producto. Otra contribución importante de este estudio es proporcionar un modelo matemático que restablezca la solución nutritiva en un sistema hidropónico cerrado una vez descontaminados los lixiviados, es decir, modificar el modelo propuesto para que se restablezcan los nutrientes en los lixiviados y así reutilizar el agua de riego con la solución nutritiva descontaminada y restablecida. Esta parte es importante para contribuir con la protección del medioambiente y la salud, debido a que los lixiviados tienen altas concentraciones de contaminantes orgánicos y nitrógeno amoniacal. La modelación se llevará a cabo mediante el uso de la Programación Lineal.

(Palabras clave: Solución nutritiva, nutrientes, Hidroponía, conductividad eléctrica, Programación Lineal.)

SUMMARY

In this work a mathematical model appears that diminishes a function of costs that provides the optimal amount of fertilizers to mix in the nutritious solution for any type of hydroponic culture, taking into account the requirements from vegetal nutrition, eg: the mutual relation between nutrients, the indispensable requirements of these in agreement with its stage of development and the electrical conductivity. A deficient control of the factors or the interaction among them, affects the nutritional state of the plant. The vegetal nutrition plays an important role extremely, since, with the correct handling of the nutrition can be improved the rate of growth, be diminished the production costs and to increase the quality of the product. Another important contribution of this study is to provide a mathematical model that restores the nutritious solution in a hydroponic system closed once decontaminated the leached ones, that is to say, to modify the proposed model so that the nutrients in the leached ones recover and thus to reuse the water of irrigation with the decontaminated and restored nutritious solution. This part is important to contribute with the protection of the environment and the health, because the leached ones have discharges concentrations of organic polluting agents and ammoniacal nitrogen. The modeling will be carried out by means of the use of the Linear Programming.

(Key words: Nutritious solution, nutrients, Hidroponía, electrical conductivity, Linear Programming.)

1. INTRODUCCIÓN

La condición nutrimental de los cultivos debe ser óptima si se aspira a alcanzar mejores rendimientos en los cultivos. Tal condición se logra mediante la formulación y aplicación de un plan nutrimental. La formulación de dicho plan impone ciertas reglas. La primera es dominar los conceptos teóricos de la nutrición y regulación del crecimiento de los cultivos y la segunda, es conocer a profundidad los aspectos de producción relativos al sistema y, en particular, los referentes a la tecnología del uso de los fertilizantes, de los reguladores y del agua. Ambas reglas son fundamentales para el éxito del plan (Kamara, 2001).

Un sistema de producción agrícola está constituido por los siguientes componentes: plantas, suelo, clima y hombre. El último componente es el hombre, cuya función es "optimizar", dentro de lo económicamente razonable, los niveles de aquellos factores de la producción que se pueden manejar o controlar, para impedir que dichos factores se transformen en limitantes de la misma (Kamara, 2001).

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo matemático que proporciona la cantidad factible óptima de fertilizantes a mezclar en la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico, así mismo, se presenta un algoritmo para restablecer la solución nutritiva en un sistema hidropónico cerrado.

Esta tesis consta de siete capítulos donde se expone las diferentes etapas del trabajo.

En el capítulo uno se muestra el objetivo y la justificación para realizar esta tesis, así como los antecedentes generales de hidroponía y de cómo se ha desarrollado en nuestro país.

En el capitulo dos se describen los conceptos básicos relacionados con hidroponía, indispensables en el desarrollo del modelo de la solución nutritiva factible óptima, como son la solución nutritiva, los nutrientes, los fertilizantes y la conductividad eléctrica, entre otros.

En el capitulo tres y cuatro se detalla la propuesta del modelo correspondiente a la solución nutritiva factible óptima y el análisis de sensibilidad del mismo, mostrando la aplicación en un caso particular.

En el capitulo cinco se muestra la modificación del modelo propuesto para poder restablecer la solución nutritiva factible óptima en un sistema hidropónico cerrado, a partir de los lixiviados.

Y por último, en el capitulo seis se muestran las conclusiones y las prospectivas de este trabajo.

1.1 Objetivo

El presente trabajo tiene como objetivo general proponer y analizar el comportamiento de un modelo matemático que proporcione la cantidad óptima de fertilizantes a mezclar en la solución nutritiva para cualquier cultivo hidropónico, teniendo en cuenta sus diferentes etapas de desarrollo, cuidando que la concentración de los nutrientes sea la adecuada y tomando en cuenta los diferentes factores relacionados con ellos (solubilidad, toxicidad, interactividad, costos, conductividad eléctrica, etc.).

Así mismo se propone un modelo para restablecer la solución nutritiva en un sistema hidropónico cerrado, es decir, modificar el modelo propuesto para que se restablezcan los nutrientes en los lixiviados y así poder ser reutilizados en el riego reajustando la solución nutritiva.

1.2 Justificación

Es vasto el estudio que se ha realizado en el campo de la hidroponía sobre todo porque este método alternativo de cultivo ofrece grandes beneficios para producción de verduras, frutas, flores, hierbas aromáticas, plantas ornamentales, de excelente calidad en espacios reducidos y sin alterar el medio ambiente.

La nutrición es uno de los aspectos más importantes a cuidar en el crecimiento de las plantas, pues de ella depende en gran medida el ciclo de vida de ésta. En hidroponía la nutrición se lleva a cabo a través de un medio acuoso recibiendo los nutrientes necesarios para el crecimiento, mediante sales (llamadas comúnmente fertilizantes) disueltas en el agua de riego.

De esta manera podemos encontrar diversos prototipos o mecanismos que se encargan de la forma en que el agua de riego es suministrada a los cultivos, como ejemplo están los mecanismos de inyección, así como diferentes estudios relativos a nuevas técnicas para el crecimiento de las plantas.

En cuanto al campo de la nutrición se refiere, la mayoría de las investigaciones se ocupan de controlar la cantidad de elementos presentes en la solución nutritiva, de acuerdo a un conjunto de valores previamente designados (miligramos por litro: mg/l), esto se controla mediante el uso de las diferentes combinaciones de sales propuestas por diferentes autores; Turner y Henry (1946), Bentley (1959), Ellis-Swaney (1963), Harris (1974), Schwarz (1975), Douglas (1976), Resh (2001), por mencionar algunos.

1.3 Antecedentes generales

Uno de los pilares más fuertes de la economía mexicana en los que se sustenta el desarrollo del país es la producción agrícola, la cual actualmente se encuentra estancada debido a la falta de calidad y cantidad en los cultivos. La razón de esto son los múltiples factores naturales, económicos, sociales y políticos que interactúan conjuntamente.

Relacionando la información de varios autores se pueden señalar brevemente los factores más sobresalientes de este fenómeno:

- La superficie cultivable del país ha dejado de crecer a falta de más tierra agrícola que repartir. El suelo que no se cultiva presenta varias limitantes para su incorporación a la producción agrícola, ya que en su mayor parte es demasiado montañoso, México está constituido por dos grandes cadenas montañosas dando forma a la topografía del país. En el oeste, paralela a la costa del Pacífico, se levanta la imponente Sierra Madre Occidental, que se extiende por unos mil 250 kilómetros entre la frontera con Estados Unidos y la desembocadura del río Lerma. Al este se localiza la Sierra Madre Oriental, que inicia muy cerca de la frontera de México y Estados Unidos, y se extiende mil 350 kilómetros hacia el sur hasta el Escudo Mixteco y el Eje Neovolcánico.

Entre estas dos grandes cadenas montañosas y el Eje Neovolcánico se localiza la Altiplanicie Mexicana, la cual se trata de una amplia meseta, a una altura promedio de 1.200 msnm. Debido a la presencia de las altas montañas en todos los flancos, es bastante seca, en ella están contenidas los desiertos de Chihuahua y el Bolsón de Mapimí, que son algunos de los puntos donde llueve menos en todo el país. La altiplanicie está dividida por una serie de pequeñas serranías de pequeña envergadura, conocidas en su conjunto como Sierras Transversales.

Entre la Depresión del Balsas y el océano Pacífico se encuentra otra gran cadena montañosa, la Sierra Madre del Sur, está enlazada con la Cordillera Neovolcánica y la Sierra Madre Oriental por el Escudo Mixteco. Al oriente de este Escudo Mixteco, se localiza otra notable cadena montañosa, la Sierra Madre de Oaxaca, conocida también como Sierra de Juárez. En el noroeste, se encuentra una cordillera conocida genéricamente con el nombre de sierra de California.

- La superficie de cultivo es de temporal, en su mayor parte errático e insuficiente, lo que ocasiona que la obtención de cosechas sea un proceso azaroso y los rendimientos ...¿no falta algo?. La inseguridad y la falta de agua hacen inefectivo, y muchas veces incosteable, el uso de varios insumos agrícolas considerados como muy importantes para el aumento de la producción, como los fertilizantes, las semillas mejoradas, los herbicidas e insecticidas. Por si fuera poco, existe en la mayor parte del norte y centro de nuestro país un régimen de lluvias tardías combinado con heladas tempranas.

- La falta de crecimiento de la superficie agrícola, aunada al aumento demográfico de la población rural, sobre todo en el centro y en el sur del país, ha venido agudizando el proceso del minifundismo (disminución de la superficie agrícola por campesino). Lo cual trae consigo ciertas dificultades como la generación de pobreza, pues es muy difícil que con 1 o 2 hectáreas de cultivo de maíz, fríjol o trigo en temporal errático, se genere suficiente producción e ingreso para una vida decorosa. En estas condiciones, el crédito poco ayuda a la agricultura convencional pues, cuando la calidad de los recursos naturales para la producción es baja, los insumos agrícolas poco ayudan al aumento de la productividad en términos económicos. El estancamiento de la producción contribuye al problema de la marginación pues donde se produce poco, se desarrolla poca infraestructura. La topografía tan difícil del país agudiza el problema, generándose una especie de círculo vicioso:

Desde luego que la problemática de la producción agrícola es muy difícil y su solución es a largo plazo, requiriendo de la conjunción del trabajo de agrónomos, economistas, sociólogos, antropólogos, políticos y campesinos; así como de instituciones gubernamentales, educativas, de crédito, etc.

Desde el punto de vista agronómico, deberían generarse tecnologías adecuadas a las condiciones señaladas, que reúnan los siguientes requisitos:

- Ser apropiada para predios pequeños.
- Producir cultivos de alto valor en el mercado, a fin de que se pueda generar un ingreso suficiente de estas pequeñas superficies.
- Permitir la ocupación plena de mano de obra no calificada con remuneración digna.
- Permitir una producción rentable y segura, aún cuando el clima sea desfavorable, auxiliándose de estructuras tales como túneles o invernaderos.

- Que se pueda llevar acabo en condiciones donde el suelo sea limitante para la agricultura.
- Que sea factible de llevarse a la práctica por los productores del país.

Además, cualquier tecnología que reuniera estos requisitos debería estar apoyada con créditos suficientes, asesoría técnica permanente, apoyo al mercado de los productos cosechados, etc. Una alternativa tecnológica que parece llenar los requisitos señalados anteriormente y que ha sido aprobada con éxito en otras partes del mundo es el sistema de producción denominado hidroponía o "cultivos sin suelo".

La hidroponía comenzó hace aproximadamente tres siglos, cuando John Woodwar, miembro de la Real Sociedad de Inglaterra, hizo sus primeros experimentos para determinar la forma en la que las plantas obtenían su alimento, utilizando cultivos en agua, trató de establecer si era el agua o las partículas sólidas de la tierra las que nutría las plantas. Impedido por la carencia de un equipo adecuado, no puedo realizar grandes progresos.

En 1792 el científico inglés Joseph Priestley inteligentemente descubrió que al colocar una planta en una cámara con un alto nivel de "Aire Fijo" (Dióxido de Carbono) ésta absorberá gradualmente el dióxido de carbono y emitirá oxígeno. Jean Ingen-Housz, unos dos años después, llevó el trabajo de Priestley un paso más allá y demostró que una planta encerrada en una cámara llena de dióxido de carbono podría reemplazar el gas con oxígeno en varias horas si la cámara se expone a la luz solar. Ya que la luz del sol no tenía efecto sobre el recipiente con dióxido de carbono, era cierto que la planta era la responsable de esta transformación notable. Ingen-Housz estableció que este proceso trabaja más rápidamente en condiciones de luz intensa, y que sólo las partes verdes de la planta estaban involucradas.

Nicolás de Saussure publicó hacia 1804 el resultado de algunas de sus investigaciones en las cuales demostraba que las plantas necesitaban sustancias minerales para alcanzar un óptimo desarrollo.

En 1856 Salm-Horsmar desarrolló técnicas para el uso de arena y otros sustratos inertes, varios investigadores habían demostrado por ese tiempo que pueden crecer plantas en un medio inerte humedecido con una solución de agua que contiene los minerales requeridos por las plantas. El próximo paso era eliminar completamente el medio y cultivar las plantas en una solución de agua que contuviera estos minerales.

De los descubrimientos y avances en los años 1859 a 1865 la técnica fue perfeccionada por dos científicos alemanes, Julius Von Sachs (1860), profesor de Botánica en la Universidad de Wurzburg (1832-1897), y W. Knop (1861), químico agrícola; Knop ha sido llamado "El Padre de la Cultura del Agua."

En ese mismo año (1860), el profesor Julius Von Sachs publicó la primera fórmula estándar para una solución de nutrientes que podría disolverse en agua y en la que podrían crecer plantas con éxito. Esto marcó el fin de la larga búsqueda del origen de los nutrientes vitales para las plantas, dando origen a la "Nutricultura".

En años siguientes, investigadores desarrollaron muchas fórmulas básicas diversas para el estudio de la nutrición de las plantas. Algunos de los que trabajaron en esto fueron Tollens (1882), Tottingham (1914), Shive (1915), Hoagland (1919), Deutschmann (1932), Trelease (1933), Arnon (1938) y Robbins (1946). Muchas de sus fórmulas todavía se usan en investigaciones de laboratorio sobre nutrición y fisiología de las plantas.

Antes de 1930, la mayoría del trabajo hecho sobre cultivos sin suelo se orientó al laboratorio para fines experimentales. Nutricultura, quimicultura, y acuicultura eran otros términos usados durante los años veinte para describir la cultura del cultivo sin suelo. Entre 1925 y 1935 tuvo lugar un desarrollo extenso modificando las técnicas de laboratorio de Nutricultura a la producción de cosechas a gran escala.

A final de la década de 1920 e inicio de los años treinta el Dr. William F. Gericke de la Universidad de California, trató de convertir estas técnicas de laboratorio en métodos prácticos para obtener cosechas argumentando que, sí era posible la producción de las plantas sin el recurso de tierras o abonos. Fue entonces cuado Gericke montó unidades de cultivo al aire libre, sus experimentos fueron tan exitosos que las plantas de tomates sobrepasaron los 7.50 m de altura.

En 1936, W. F. Gericke y J. R. Travernetti de la Universidad de California publicaron el registro del cultivo exitoso de tomates en agua y solución nutriente. Desde entonces varios entes comerciales empezaron a experimentar con las técnicas e investigadores, y, agrónomos de varias universidades agrícolas empezaron el trabajo de simplificar y perfeccionar los procedimientos. Se han construido numerosas unidades hidropónicas a gran escala, en México, Puerto Rico, Hawaii, Israel, Japón, India, y Europa. En los Estados Unidos, sin mucho conocimiento del público, la hidroponia se ha convertido en un gran negocio; más de 500 invernaderos hidropónicos han sido construidos y desarrollados.

Al final de los años cuarenta, Robert B. y Alice P. Withrow trabajaban en la Universidad de Purdue y desarrollaron un método hidropónico más práctico. Ellos usaron arena gruesa inerte como medio de arraigado, inundando y drenando alternativamente la arena en un recipiente, dieron a las plantas el máximo tanto de solución nutriente, como de aire a las raíces. Este método se conoció después como el método de la arena gruesa o grava para hidroponía. El sistema desarrollado hasta este punto era capaz de producir de forma consistente; sin embargo, varios problemas se presentaron. Los primeros sistemas tenían poco o ningún control medioambiental, y sin el control de temperatura o humedad había una fluctuación constante en la proporción de crecimiento. Moho y hongos en los céspedes eran un problema constante. Se encontró que el uso de semilla desinfectada con un porcentaje de germinación alto era absolutamente esencial para lograr una buena cosecha.

No obstante, ante éstos y otros obstáculos, investigadores especializados continuaron trabajando para perfeccionar un sistema que podría producir alimentos continuamente. Con el desarrollo de nuevas técnicas, equipos, y materiales, llegaron a estar disponibles unidades virtualmente libres de estos problemas. Muchos de éstos están en uso hoy en día en ranchos, granjas, y parques zoológicos por el mundo.

A pesar de todo, esta técnica no se ha podido desarrollar por completo en nuestro país, debido principalmente al poco conocimiento de sus componentes, funciones, variantes y manejo.

2. HIDROPONÍA

La hidroponía es una técnica de producción agrícola muy intensiva, que presenta diversas modalidades. La palabra hidroponía proviene del Griego, hydro=agua y ponos= trabajo. En esencia se caracteriza porque el sistema radical se alimenta de agua y nutrientes de una manera controlada a través de una solución nutritiva y teniendo como medio de cultivo un sustrato inerte diferente del suelo agrícola como arena lavada, grava o perlita, arena de mar o silícica, tezontle, pedacería de plásticos densos, vermiculita, etcétera, que proporciona las condiciones físicas, químicas y sanitarias más adecuadas para el desarrollo de las plantas.

Esta técnica permite incorporar al cultivo regiones del país que abarcan desde terrenos poco fértiles o muy pequeños hasta las azoteas de una ciudad donde una familia de personas que no se hayan dedicado a la agricultura pueden cultivar hortalizas con éxito, para su autoconsumo.

2.1 Métodos de cultivo.

De lo que trata la hidroponía es que tengamos el mayor control posible sobre el desarrollo de las plantas. Por lo cual existe una gran variedad de métodos diferentes para cultivar hortalizas, flores o frutos, los cuales mencionaremos a continuación:

- **El cultivo en solución nutritiva o en agua**: las plantas viven directamente en el agua, en la que se han disuelto los nutrientes, que están en contacto con las raíces de la planta. El agua es oxigenada previamente para evitar que las plantas sufran por falta de oxígeno y mueran.

- **El cultivo con sustrato**: las plantas crecen en un material sólido, inerte y libre de nutrientes que es el sustrato. Este sustrato ayuda a fijar a la raíz de planta sirviéndole de sostén. Los nutrientes son disueltos en el agua, que al circular por el sustrato, está en contacto con la raíces de las plantas. El sustrato guarda el aire y la humedad, y debe de tener un buen drenaje para eliminar el exceso de agua y de nutrientes. Este sistema es el más recomendado por los agricultores.

- **Técnicas misceláneas**: comprende a un grupo de métodos de cultivo poco diferentes a los comprendidos anteriormente; por ejemplo, el de riego automático de macetas, el cultivo de forraje, el de la técnica de película nutritiva, etc.

2.2. Ventajas Y Desventajas.

Esta técnica, considerada como un sistema de producción agrícola, tiene gran importancia dentro de los contextos ecológico, económico y social; por lo que se difunde cada día más debido a que cuenta con muchas ventajas; sin embargo, antes de decidirse por esta forma de cultivo es necesario analizar con cuidado tanto las ventajas como las desventajas que habrá que enfrentar.

Ventajas:

- Balance ideal de aire, agua y nutrientes.
- Humedad uniforme.
- Excelente drenaje.
- Permite una mayor densidad de población
- Se puede corregir fácil y rápidamente la deficiencia o el exceso de un nutrimento.
- Perfecto control del pH.

- No depende tanto de los fenómenos metereológicos.
- Más altos rendimientos por unidad de superficie.
- Mayor calidad del producto.
- Mayor precocidad en los cultivos.
- Posibilidad de cultivar repetidamente la misma especie de planta.
- Posibilidad de varias cosechas al año.
- Uniformidad en los cultivos.
- Se requiere mucho menor cantidad de espacio para producir el mismo rendimiento del suelo.
- Gran ahorro en el consumo de agua.
- Reducción de los costos de producción.
- Proporciona excelentes condiciones para semillero.
- Se puede utilizar agua con alto contenido de sales.
- Mayor limpieza e higiene.
- Posibilidad de enriquecer los productos alimenticios con sustancias como vitaminas o minerales.
- Se reduce en gran medida la contaminación del medio ambiente y de los riesgos de erosión.
- Casi no hay gasto en maquinaria agrícola ya que no se requiere de tractor, arado u otros implementos semejantes.
- La recuperación de lo invertido es rápida.

Desventajas

- Requiere para su manejo a nivel comercial de conocimiento técnico combinado con la comprensión de los principios de filosofía vegetal y de química orgánica.
- A nivel comercial el gasto inicial es relativamente alto.
- Se requiere cuidado con los detalles.
- Requiere de un abastecimiento continuo de agua.

2.3 La solución nutritiva.

La solución nutritiva es la disolución en agua de los nutrimentos necesarios para la alimentación de la planta, que deben estar en forma asimilable, en concentración y en proporción adecuada. Esta solución deberá contener los nutrimentos disponibles para el cultivo, considerando que un mismo elemento mineral puede presentar diversas formas químicas de las cuales sólo alguna o algunas pueden ser absorbidas eficientemente por la planta. En general la forma asimilable de un nutrimento será la que se encuentre soluble en agua de forma natural en un suelo fértil (Navarro, 2002).

Se ha probado que los siguientes elementos son esenciales para el crecimiento y desarrollo de las plantas; estos elementos están clasificados en macronutrientes, que son usados por las plantas en cantidades relativamente grandes, y en micronutrientes, que son requeridos en muy pequeñas cantidades (cuadro 2.1).

Los macronutrientes son constituyentes de compuestos orgánicos, como las proteínas y los ácidos nucleicos, o actúan en la regulación osmótica, y por lo tanto son encontrados en cantidades relativamente grandes en los tejidos vegetales. Los micronutrientes, por el otro lado, primeramente son constituyentes de enzimas, y se encuentran en proporciones relativamente pequeñas en los tejidos vegetales

Para la realización de la solución se deben tomar en cuenta las sales más solubles y con mejores características (menores impurezas, costos, y si éstas se pueden adquirir en el lugar donde se va a establecer el cultivo) (Resh, 1982).

Cuadro 2.1: Elementos esenciales

Nutriente	Símbolo químico	Peso atómico
Macronutrientes		
Carbono	C	12
Hidrógeno	H	1
Oxígeno	O	16
Nitrógeno	N	14
Potasio	K	39
Fósforo	P	31
Calcio	Ca	40
Azufre	S	32
Micronutrientes		
Magnesio	Mg	24
Fierro	Fe	56
Manganeso	Mn	55
Boro	B	11
Cobre	Cu	63.5
Zinc	Zn	65
Molibdeno	Mo	96

Fuente: Bennett(1993)

2.4 Funciones de los nutrientes esenciales.

En los sistemas hidropónicos todos los nutrientes minerales esenciales deben estar en la solución nutritiva en concentraciones adecuadas para lograr una nutrición balanceada de las plantas, y por lo tanto, obtener mayores rendimientos.

Mengel y kirkby (1987), clasifican los elementos minerales de acuerdo a su función bioquímica en las plantas:

- Nutrientes que forman compuestos orgánicos: N y S.

- Nutrientes que son importantes en el almacenamiento de energía e integridad estructural: P, B, Si.
- Nutrientes que permanecen en forma iónica: K, Na, Mg, Ca, Mn y Cl.
- Nutrientes que están involucrados en el transporte de electrones: Fe, Cu, Zn, y Mo.

De acuerdo a Rodríguez (2001), se mencionan las funciones específicas de cada elemento esencial para el desarrollo óptimo de la planta.

Nitrógeno (N): Constituye parte de un gran número de compuestos orgánicos necesarios para el desarrollo de las plantas; compuestos como aminoácidos, proteínas, coenzimas, ácidos nucleicos, clorofila, citocromos. Es absorbido tanto en forma de nitrato como de amonio. El amonio es absorbido principalmente por las plantas jóvenes, mientras que el nitrato es la principal fuente de nitrógeno utilizada durante el periodo de crecimiento.

Fósforo (P): Forma parte de componentes orgánicos importantes como azúcares fosforilados, adenosin trifosfato (ATP), ácidos nucleicos, ciertas coenzimas y en los fosfolípidos de las membranas celulares. Facilita la maduración precoz y mejora la calidad del fruto. Ejerce un papel regulador en la formación y translocación de sus sustancias como azúcares y almidón, interviene en los procesos de maduración y formación de semillas y está involucrado en la fijación simbólica del nitrógeno (Ozanne, 1980).

Potasio (K): No forma parte estructural de compuesto celular alguno pero actúa como activador de enzimas, por ejemplo, está involucrado en la síntesis de almidón, activando la enzima almidón sintetasa. Mejora la incorporación de los 9 aminoácidos en proteínas e interviene en el mecanismo de apertura y cierra de estomas (Huber, 1985). Juega un papel importante en el crecimiento primario de las células por su efecto en la elongación celular. Un aporte necesario de potasio aumenta el espesor de las paredes, proporcionando una mayor estabilidad a los tejidos; mejorando la resistencia a plagas y enfermedades (Beringer y Nurthdurft, 1985).

Calcio (Ca): Es importante en zonas merestimáticas donde ocurre división celular. A menudo se encuentra precipitado como oxalato de calcio en las vacuolas. Se encuentra también como pectado de calcio en las paredes celulares, dándole rigidez a la pared celular. También es activador de enzimas entre ellas la α-amilasa, que degrada el almidón. Controla la velocidad de la respiración y reduce la producción del gas etileno, responsable de la maduración de los frutos.

Magnesio (Mg): Forma parte estructural de la molécula de la clorofila y es necesario para la actividad de varias enzimas que intervienen en el metabolismo de los carbohidratos. También es necesario para la activación de varias enzimas que intervienen en la fotosíntesis, respiración y en la formación del ATP, ADN (ácido desoxiribonucleico) y ARN (ácido ribonucleico). Es esencial para mantener la estructura del ribosoma.

Azufre (s): Forma parte de los aminoácidos cístina, cisteína y metionina y, de las proteínas que los contienen. También forma parte de las vitaminas biotina y tiamina . Se encuentra en la coenzima A, compuesto esencial para la respiración, síntesis y degradación de los ácidos grasos.

Hierro (Fe): es esencial para la síntesis de la clorofila. Forma parte de los citocromos, actuando como portador de electrones en la fotosíntesis y respiración. Como ferrodoxina interviene en el proceso de asimilación del nitrato, al participar en la reducción del nitrito a amoníaco. Es constituyente de enzimas como la catalasa y la citocromo oxidasa.

Zinc (Zn): es el componente metabólico de numerosos sistemas enzimáticos que funcionan como parte de los sistemas de transferencia de electrones y en la síntesis y degradación de proteínas (Foy et al., 1981). Forma parte de auxinas, una de las hormonas en la regulación de crecimiento vegetal (Tisdale es al., 1985).

Manganeso (Mn): participa directamente en la producción de oxigeno durante la ruptura de la molécula del agua en la fotosíntesis. Juega un rol estructural en la 10 membrana del cloroplasto. Es activador de varias enzimas entre ellas, las que intervienen en la síntesis de ácidos grasos y en la formación del ADN y ARN.

Boro (B): Participa en el transporte de azúcares en floema. También es importante en los procesos de división, diferenciación, respiración y desarrollo celular. Una deficiencia de este elemento retrasa el crecimiento y desarrollo de la planta (Guptam, 1985).

Cobre (Cu): intervienen en los procesos de la fotosíntesis y en la respiración al actuar como transportador de electrones y formar parte de algunas coenzimas. Influye en la formación y composición química de la pared celular, por lo que afecta a la lignificación (Marschner, 1995).

Molibdeno (Mo): Intervienen en la reducción del nitrato a nitrito a través de la enzima nitrato reductasa, y también es esencial en bacterias fijadoras de nitrógeno.

2.5 Síntomas de deficiencias.

"Según Urrestarazu (2000) la deficiencia o carencia de uno de los elementos denominados esenciales para el crecimiento vegetal se traduciría con una disminución del crecimiento normal de las plantas y que por tanto afectara negativamente sobre el rendimiento o producción de los cultivos. Estos síntomas de deficiencias de un nutriente han sido empleados durante mucho tiempo para diagnosticar problemas de crecimiento".

Los elementos esenciales para un crecimiento y desarrollo óptimo de la planta, se dividen en móviles y poco móviles, entre los primeros se encuentran el Nitrógeno (N), Fósforo (P), Potasio (K),Magnesio (Mg) y Zinc (Zn) los cuales se mueven muy rápido de hoja en hoja; en cambio, otros como el Boro (B), Calcio (Ca), Azufre (S), Cobre (Cu) y Hierro presentan ciertos problemas para el transporte de hoja a hoja, es decir, son poco móviles. La deficiencia de los elementos móviles se manifestará primeramente en las hojas basales, mientras que si se trata de un elemento poco móvil la deficiencia se presentará en las hojas jóvenes. Esta deficiencia puede ser ocasionada de dos maneras, inducida y absoluta, la primera se genera cuando se tiene un pH en la solución nutritiva que limita la disponibilidad del elemento, la segunda se presenta cuando en la solución no existe la cantidad requerida por la planta.

En general altas concentraciones de los macro elementos son menos tóxicas que las de los micronutrientes. Sus concentraciones pueden ser ligeramente elevadas con respecto al óptimo sin afectar significativamente el crecimiento. El margen entre la concentración óptima y toxicidad es muy estrecho para los micronutrientes y principalmente para el Boro. Un exceso de un elemento en particular, puede dañar a las plantas de diferentes maneras. La toxicidad puede reducir el movimiento del agua desde la solución hacia la raíz, como ocurre en soluciones nutritivas con una conductividad eléctrica (CE) muy alta y, además, puede haber efectos específicos por elemento. Un desbalance de los elementos minerales en la solución nutritiva puede provocar un cambio en el contenido de un elemento esencial en el tejido de la planta, lo que puede producir a su vez cambios secundarios en el contenido de otros elementos (Rodríguez, 2001).

Urrestarazu (2000), proporciona una clasificación de los cinco principales síntomas de deficiencia nutrimental:

- **Clorosis:** síntoma caracterizado por un amarillamiento, que puede ser uniforme o internervial, del tejido vegetal, debido principalmente a la reducción de todos y cada uno de los procesos que intervienen en la formación de clorofila.
- **Necrosis:** también denominada, muerte del tejido vegetal.
- **Falta de expansión:** de hojas y tallos, originando lo que se conoce con el nombre de hojas de roseta.
- **Acumulación de antocianinas:** se pone de manifiesto un color rojizo o púrpura de hojas y tallos.
- **Enanismo:** reducción del crecimiento, manifestándose en las hojas un intenso color verde o bien amarillamiento.

2.6 Síntomas de toxicidad.

Determinados nutrientes esenciales para las plantas, pueden ser absorbidos en cantidades tales que pueden resultar tóxicos para el crecimiento y productividad del cultivo. Rodríguez (2001), menciona que altas concentraciones de los macronutrientes (N, P, K, Ca, Mg y S) son menos tóxicas que las de los micronutrientes (Fe, Mn, B, Cu, Zn, Mo).

Sus concentraciones pueden ser ligeramente elevadas con respecto al óptimo sin afectar significativamente el crecimiento. Por otro lado, el margen entre la concentración óptima y la toxicidad es muy estrecho para los micronutrientes y principalmente para el Boro. Un exceso de un elemento en particular, puede dañar a las plantas de diferentes maneras. La toxicidad puede reducir el movimiento del agua desde la solución hasta la raíz, como ocurre en soluciones nutritivas con una CE muy alta y, además, puede haber efectos específicos por elemento.

Un desbalance de los elementos minerales en la solución nutritiva puede provocar un cambio en el contenido de un elemento esencial en el tejido de la planta, lo que puede producir a su vez cambios secundarios en el contenido de otros elementos.

2.7 Interacción entre los elementos esenciales (sinergismo y antagonismo).

El efecto de reducir la disponibilidad de un elemento o de una sal, por la presencia de otro se denomina antagonismo. Casi todo los elementos son antagónicos entre sí, existiendo algunos pares de elementos entre los cuales el antagonismo es especialmente pronunciado, como por ejemplo: Potasio – Magnesio, Hierro –Manganeso, Boro – Calcio (Cuadro 4). Antagonismo es cuando un elemento se encuentra en altas concentraciones y puede llevar a una deficiencia de otro elemento interfiriendo su absorción, por otro lado el Sinergismo se presenta cuando un incremento en la concentración de un elemento provoca también una mayor disponibilidad en otro.

Amonio: En situaciones de deficiencia de potasio, las plantas muestran daño como resultado de la absorción de N como amonio.

Calcio: Es importante mantener en la solución nutritiva una relación potasio: calcio de 2:1 a 3:1, altos niveles de potasio inhiben la absorción de calcio.

Sodio: Concentraciones mayores de 50 ppm inhiben la absorción de potasio.

Nitrógeno: En soluciones deficientes de calcio, el amonio puede reducir la absorción del calcio.

Potasio: En tomate y pepino se ha demostrado que es importante mantener iguales los niveles de potasio y calcio. Si los niveles de potasio son menores que los de calcio entonces la absorción de potasio es severamente inhibida.

Magnesio: El balance entre magnesio y calcio es crítico. Si la relación Ca : Mg es mayor en 10:1 se inhibe la absorción de Mg. Si la relación es menor a 1:1 se inhibe la absorción de Ca. El exceso de Ca interfiere con el Mg.

Hierro: Altas concentraciones de hierro (12 –15 ppm) inhibe la absorción de calcio.

Boro: Altas concentraciones de calcio (300-500 ppm) provocan mayores demandas de Boro.

Mg y K: Un exceso de magnesio induce deficiencia de potasio, o viceversa.

Fosfatos - Zn, Fe: Un exceso de fosfato produce precipitación del Zn y Fe, esto puede conducir a una clorosis férrica o una deficiencia de zinc. Un exceso de N produce deficiencia de Zn.

2.8 Fertilizantes

En los cultivos hidropónicos, todos los elementos esenciales se suministran a las plantas disolviendo las sales fertilizantes en agua, para preparar la solución nutritiva. El **fertilizante** es sustancia o mezcla química natural o sintética utilizada para enriquecer el suelo y favorecer el crecimiento vegetal. Las plantas no necesitan compuestos complejos, pues sintetizan todos los que precisan. Sólo exigen una docena de elementos químicos, que deben presentarse en una forma que la planta pueda absorber.

Algunos fertilizantes proporcionan dos o inclusive más nutrientes, lo cual facilita la elaboración de la solución y reduce el costo.

A continuación se presentan los fertilizantes más utilizados (cuadro 2.2):

Fertilizante	Fórmula	Peso molecular	Solubilidad en agua	Relaciones
Nitrato de Potasio	KNO_3	101	1:4	K:N-2.8:1
Nitrato de Calcio	$Ca(NO_3)_2$	164	1:1	Ca:N-1.42:1
Nitrato de Sodio	$NaNO_3$	85	1:1	
Nitrato de Amonio	NH_4NO_3	80	1:1	
Sulfato de Amonio	$(NH_4)_2SO_4$	132	1:2	
Fosfato monoamónico	$NH_4H_2PO_4$	115	1:4	P:N-2.45:1
Fosfato diamónico	$(NH_4)_2HPO_4$	132	1:2	P:N- 1.3:1
Superfosfato simple	$CaH_4(PO_4)_2H_2($	310	1:300	P:Ca- 1.37:1
Sulfato de Potasio	K_2SO_4	174	1:15	
Cloruro de Potasio	KCl	75	1:3	
Sulfato de Calcio	$CaSO_4 2(H_2O)$	172	1:500	

Cloruro de Calcio	$CaCl_2 6H_2O$	219	1:1
Sulfato de Magnesio (sal de Epsom)	$MgSO_4 7(H_2O)$	246.5	1:3
Sulfato de Magnesio (anhídrido)	$MgSO_4$	120	1:10
Sulfato ferroso	$FeSO_4 7H_2O$	278	1:5
Cloruro Férrico	$FeCl_2 6H_2O$	270	1:2
Sulfato de Manganeso	$MnSO_4 4H_2O$	223	1:3
Cloruro de Manganeso	$MnCl_2 4H_2O$	198	1:2
Sulfato de Zinc	$ZnSO_4 7H_2O$	288	1:3
Cloruro de Zinc	$ZnCl_2$	136	1:1.3
Acido Bórico	H_3BO_3	62	1:20

Adaptado de Schwarz (1975), Ellis and Swaney (1963), Bentley (1955) y Bentley (1959).

2.9 pH

Es la medida del grado de acidez o alcalinidad de una sustancia. Tiene una escala del cero al 14, tendiendo al 14 una sustancia alcalina (como la sosa), y hacia el cero una sustancia ácida.

Si la raíz de la planta no se encuentra en un medio (solución nutritiva) con el pH adecuado, no absorberá los nutrientes aún cuando éstos existan en el medio de cultivo.

El rango de pH (cuadro 2.3) en el cual se favorece el crecimiento de la mayoría de los cultivos está entre 6 y 6.5, sin embargo, algunas especies se desarrollan en medios con lecturas de pH desde 5 (como la rosa) y hasta de 7.5 (por ejemplo, la papa). Este es un punto que se considera en el diseño de la solución nutriente. Es conveniente que revise el pH adecuado para el cultivo que pretenda.

Cuadro 2.3: Rango de pH de diferentes cultivos.

Cultivo	pH
Albahaca	5.5-6.5
Apio	6.0-6.5
Berenjena	5.8 – 6.2
Berro	6.5 – 6.8
Brócoli	6.0 – 6.8
Cebolla	6.0 – 7.0
Col	6.5 –7.0
Coliflor 1	6.5 – 7.0
Espinaca	6.0 – 7.0
Fresa	6.0 – 6.5
Lechuga	6.0 – 6.5
Melón	5.5 – 6.0
Orégano	5.5 – 6.5
Papa	5.0 – 6.0
Pepinillo	5.5 – 6.0
Rabanito	6.0 – 7.0
Sandía	5.8 – 6.2
Tomate	5.5 – 6.5
Zanahoria	5.8 – 6.3

(Rodríguez, 2001)

2.10 La Conductividad Eléctrica (CE)

Conductividad es la medida de la capacidad que tiene un material para conducir la corriente eléctrica. Las soluciones nutritivas contienen partículas iónicas que llevan cargas y por lo tanto poseen esta habilidad. El valor de la CE de una solución nutriente es una medida indirecta de su contenido salino. El valor final está determinado por el valor de CE del agua de riego de partida (antes de la entrada al sistema) y el agregado de fertilizantes (que en definitiva son sales), teniendo que observar si el sustrato en sí también aporta algo.

Por lo tanto, se debe ajustar la CE de la solución nutritiva de acuerdo a los siguientes parámetros:

- Tipo de cultivo.

- Sustrato utilizado.
- Agua de riego.
- Fertilizantes utilizados.

Existe una relación directa entre la concentración de nutrimentos y la CE de la solución nutritiva. Al aumentar la CE, la planta debe destinar mayor energía para absorber agua y nutrimentos (Asher y Edwards, 1983; Ehret y Ho, 1986a).

Este desgaste de energía puede ser en detrimento de energía metabólica. El conjunto de estos fenómenos puede ser reflejado en una disminución del desarrollo de la planta y por lo tanto una disminución en el rendimiento.

En medida que la CE aumenta en la solución nutritiva, disminuye la capacidad de la planta para absorber agua y nutrimentos. Sin embargo, con una CE menor que la que requieren las plantas, se pueden inducir deficiencias nutrimentales.

Cuando el clima es seco, soleado y con viento la planta consume más agua que cuando el clima es húmedo y sombrío. En general puede decirse que la planta consume igual cantidad de nutrientes en ambos casos, pero diferente cantidad de agua. Así pues la concentración de la solución deberá estar acorde con las condiciones del clima (cuadro 2.4).

Cuadro 2.4: CE dependiendo del clima.

Clima	Consumo de solución	Rango de concentración	Conductividad eléctrica
Húmedo Sombrío Frío	1-2 Lts/M²/Dia	1 Full	2 Mmhos/cm
Medio	2-4 Lts/M²/Dia	1/2 Full	1 Mmhos/cm
Seco Luminoso	4-8 Lts/M²/Dia	1/4 Full	0,5 Mmhos/cm

Cálido

Cuadro 2.5: CE en soluciones nutritivas para diferentes cultivos.

Cultivo	CE
Albahaca	1.8-2.2
Apio	2.5-3.0
Berenjena	2.5 – 3.5
Berro	0.4 – 1.8
Brócoli	3.0 – 3.5
Cebolla	1.4 – 1.8
Col	2.5 – 3.0
Coliflor 1	.5 – 2.0
Espinaca	1.4 – 1.8
Fresa	1.4 – 2.0
Lechuga	0.8 – 1.6
Melón	2.0 – 2.5
Orégano	1.8 – 2.2
Papa	2.0 – 2.5
Pepinillo	1.0 – 2.5
Rabanito	1.4 – 1.8
Sandía	1.7 – 2.5
Tomate	2.0 – 5.0
Zanahoria	1.6 – 2.0

(Rodríguez, 2001)

3. MODELO DE LA SOLUCIÓN NUTRITIVA

La concentración de cada uno de los elementos en la solución se puede expresar de varias maneras, pero tres son las que más se usan en hidroponía.

3.1 Solución molar

Es la que resulta de disolver el peso molecular, expresado en gramos (mol) de una sustancia en agua hasta completar un litro de solución. El peso molecular se obtiene sumando los pesos atómicos de cada uno de los átomos que intervienen en una molécula de la sustancia considerada. (Ver cuadro 2.1).

Por ejemplo para prepara una solución molar de Nitrato de amonio se procede a ser los cálculos como sigue:

Fórmula: NH_4NO_3

Suma de pesos atómicos:

Nitrógeno (2 átomos) = 14x2=28

Hidrógeno (4 átomos) =1x4=4

Oxigeno (3 átomos) = 16x3 =48

Peso molecular = 80

El peso molecular es 80, por tanto una solución molar de Nitrato de amonio será aquella que contenga 80 gramos de esta sal, disueltos en un litro de solución.

3.2 Solución normal

Se obtiene disolviendo el peso equivalente de una sustancia en agua hasta completar un litro de solución. El peso equivalente se calcula dividiendo el peso molecular de la sustancia entre la valencia de su catión.

Por ejemplo, si se quiere hacer una solución normal de Nitrato de calcio, los cálculos pueden hacerse como sigue:

Fórmula: $Ca(NO_3)_2$

Calcio (1 átomo) = 40x1 = 40

Nitrógeno (2 átomos) = 14x2=28

Oxigeno (6 átomos) = 16x6= 96

Peso molecular = 164

$$Peso \quad equivalente = \frac{Peso \quad molecular}{Valencia \quad del \quad catión} = \frac{164}{2} = 82$$

O sea que para hacer una solución normal de Nitrato de calcio se requiere disolver 82 gramos de esta sustancia en agua hasta formar un litro de solución.

3.3 Partes por millón.

Si un gramo de una sustancia está presente en un millón de gramos de la solución, se tiene una concentración de una parte por millón de dicha sustancia. Términos equivalentes son, gramos por mil litros y miligramos por litro; así, si se disuelven 100 gramos de Nitrato de potasio en 1000 litros de solución resulta una solución de 100 ppm de Nitrato de potasio.

Después de años de investigación se ha establecido que, al menos en teoría, no existe una solución ideal para una especie en particular y que la concentración óptima de cada elemento para un cultivo especifico depende de un conjunto de factores (ambiéntales, genéticos, morfológicos, etc.) esta situación a dado lugar a que la literatura reporte cientos de fórmulas nutritivas diferentes.

Aunque no se debe olvidar que las concentraciones de los elementos de la solución nutritiva cambian en función de muchos factores tales como la estación del año, la edad, el tipo de planta, la parte de la planta que se recolecta y la luminosidad. Se considera que, en términos generales, existe una concentración mínima, una óptima y una máxima de cada uno de los elementos esenciales para asegurar el crecimiento satisfactorio de cualquier vegetal. (Estas concentraciones están expresadas en el cuadro 3.1).

Cuadro 3.1: Rangos mínimo, óptimo y máximo de los nutrientes presentes en soluciones hidropónicas.

Nutriente	**Mínimo**	**Óptimo**	**Máximo**
Nitrógeno	150	300	1000
Potasio	100	250	400
Fósforo	50	80	100
Calcio	300	400	500
Azufre	200	400	1000
Magnesio	50	75	100
Fierro	2	5	10
Manganeso	0.5	2	5
Boro	0.5	1	5
Cobre	0.1	0.5	0.5
Zinc	0.5	0.5	1
Molibdeno	0.001	0.001	0.002

Fuente: Douglas(1976)

Para saber qué cantidad de fertilizantes se requieren para preparar la solución se consideran las concentraciones de cada elemento.

Por ejemplo se quiere calcular la cantidad de fertilizante para preparar 200 litros de solución nutritiva de acuerdo a las siguientes concentraciones

1. Se escribe la fórmula del fertilizante. En este caso KNO_3 nitrato de potasio.
2. Se obtiene su peso molecular 101.
3. En el caso de que el fertilizante aporte dos nutrimentos diferentes, el cálculo se hace sobre el elemento que primero limite la cantidad de fertilizante. Generalmente es el elemento que más ppm aporta por gramo al fertilizante. En este caso particular el elemento que primero limita la cantidad de KNO_3 es el potasio que tiene un peso atómico de 39 contra sólo 14 del nitrógeno, o sea que en cada 101 gramos de KNO_3 disueltos en 1000 litros de agua se están aportando 39 ppm de potasio y 14 de nitrógeno, es decir, la relación N:K es de 1:2.8 (ver cuadro 2.2).
4. Se determina qué porcentaje del elemento a calcular existe en relación al peso molecular del fertilizante.

$$\% \ del \ elemento = \frac{peso \ \ atómico}{peso \ \ molecular}(100)$$

$$\% \ de \ \ K = \frac{39}{101}(100)$$

$$\% \ de \ \ K = 38.6$$

5. De este porcentaje, por medio de una proporción, se calcula la cantidad de fertilizante requerido para dar la concentración dada del elemento. En este caso se busca la cantidad de KNO_3 necesaria para hacer una solución de 300 ppm de potasio en 200 litros de agua

$$Concentración \quad de \quad fertilizante = \frac{Concentración \quad deseada \quad del \quad elemento}{Porcentaje \quad del \quad elemento}(100)$$

$$Concentración \quad del \quad KNO_3 = \frac{300}{38.6}(100)$$

$$Concentración \quad del \quad KNO_3 = 777 \quad ppm$$

777 ppm equivalen a una cantidad de 777 gr en 1000 litros de agua, por tanto para 200 litros será:

$$777:1000:X:200$$

$$X = \frac{(777)(200)}{1000}$$

$$X = 155 \quad gr$$

Es decir, se necesitan 155 gramos de KNO_3 para proporcionar las 300 ppm de potasio en 200 litros de agua.

6. Si el fertilizante incluye otro elemento esencial para la nutrición vegetal, se calcula la cantidad ya añadida de dicho elemento. En el ejemplo, el KNO_3 además de proporcionar las 300 ppm de potasio, proporciona una cantidad importante de nitrógeno que es necesario contabilizar. Este cálculo se realiza mediante una sencilla proporción de acuerdo a la relación N:K. La relación N:K es de 1:2.8 entonces:

$$1:1.28::X:300$$

$$X=\frac{300}{2.8}$$

$$X=107 \quad ppm$$

Es decir, que 155 gramos de KNO_3 disueltos en 200 litros de agua, además de proporcionar 300 ppm de potasio, suministrar 107 ppm de nitrógeno.

Como la concentración deseada de nitrógeno en el ejemplo es de 200 ppm, faltarían por suministrarse la diferencia entre 200 ppm requeridas y 107 ppm ya aportadas, es decir, 93 ppm. Por ello se tiene que recurrir, como una fuente adicional, a otro fertilizante nitrogenado. Una vez escogida esta fuente (supóngase nitrógeno de amonio) se procede como en el caso anterior.

3.4 Modelo Lineal

Para calcular la cantidad de fertilizantes que se requieren en la preparación de una solución nutritiva factible óptima, se hará uso de la teoría de Programación Lineal, por lo cual es necesario plantearlo como un problema de este tipo donde las relaciones entre las variables, en las restricciones y en la función a optimizar son, todas, lineales. De esta forma encontraremos la solución numérica.

Es conveniente definir las siguientes variables, sean k fertilizantes a utilizar, M_j el peso molecular del *j-ésimo* fertilizante y M_i el peso atómico del *i-ésimo* nutriente, donde $i=\{1,2,...,12\}$ y $j=\{1,2,...,k\}$.

Determinaremos el aporte del *i-ésimo* nutriente que existe en relación al peso molecular del *j-ésimo* fertilizante mediante la siguiente relación (3.1):

$$\mathrm{R}_{\mathrm{ij}} = \frac{M_i}{M_j} \tag{3.1}$$

En caso de que el *i-ésimo* nutriente no esté presente en el *j-ésimo* fertilizante entonces se tiene la ecuación (3.2):

$$\mathrm{R}_{\mathrm{ij}} = 0 \tag{3.2}$$

Considerando p_i la cota inferior del *i–ésimo* nutriente en la solución y P_i la cota superior del *i–ésimo* nutriente en la solución (cuadro 3), estas cotas se modificarán dependiendo del cultivo que se trate, entonces se obtienen las siguientes restricciones (3.3):

$$p_i \leq \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{k} R_{ij} x_j \leq P_i \qquad i = \{1,2,\ldots,12\} \tag{3.3}$$

De la ecuación anterior la variable x_j representa la cantidad del *j–ésimo* fertilizante.

Definamos a e como la conductividad eléctrica del cultivo y a $\bar{e}$ la conductividad eléctrica del agua, entonces se obtiene la siguiente ecuación (3.4):

$$EC = e - \bar{e} \tag{3.4}$$

Donde EC define la conductividad eléctrica para la solución nutritiva, teniendo esta nueva variable, es necesario agregar una nueva restricción donde se involucre ésta, por lo cual obtenemos (3.5):

$$\sum_{j=1}^{k} x_j \leq EC \tag{3.5}$$

$j = \{1,2,\ldots,k\}$

Por lo tanto, ya se han definido todas las variables y restricciones que son necesarias para plantear el problema de programación lineal, lo único que falta es definir la función objetivo y como se busca minimizar la cantidad de fertilizante a suministrar sujeta a las restricciones que imponen los rangos de los nutrientes, además dependiendo de los costos de los mismos tenemos (3.6):

$$Min \quad w = c_i x_j \tag{3.6}$$

Entonces el problema de programación lineal se expresa de la siguiente manera (3.7):

$$P = \begin{cases} Min \quad w = \bar{c}\bar{x} \\ \quad \bar{p} \leq R\bar{x} \leq \bar{P} \\ \quad\quad \bar{x} \circ 1 \leq EC \\ \quad \bar{x} \geq 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

Donde $\bar{c}=(c_1,c_2,...,c_k)\in\Re^k$ es el vector de costos, $\bar{x}=(x_1,x_2,...,x_k)\in\Re^k$ es el vector de la cantidad de fertilizante a suministrar en la solución nutritiva, $\bar{p}=(p_1,p_2,...,p_{12})\in\Re^{12}$ es el vector de la cota inferior de los nutrientes, $\bar{P}=(P_1,P_2,...,P_{12})\in\Re^{12}$ es el vector de la cota superior de los nutrientes, EC es la conductividad eléctrica y $R=\{R_{ij}\}\in\mathrm{M}_{(12xk)}(\Re)$ es la matriz de restricciones del aporte de los nutrientes presentes en los fertilizantes.

El problema (3.7) lo podemos reescribir de la siguiente manera:

$$P=\begin{cases} Min \quad w=\bar{c}\bar{x} \\ \qquad A\bar{x}\le\bar{B} \\ \qquad\quad \bar{x}\ge 0 \end{cases} \tag{3.8}$$

Donde $\bar{B}$ representa el vector de términos independientes; es decir, las cotas inferior y superior de los nutrientes y la conductividad eléctrica y A es la matriz de restricciones.

Dada una base I del problema P, éste se puede reescribir como (3.9):

$$P=\begin{cases} Min \quad w=\overline{c^I}\,\overline{x_I}+\overline{c^J}\,\overline{x_J} \\ \qquad A^I\overline{x_I}+A^J\overline{x_J}=\bar{B} & I=\{1,2,...,k\} \\ & J=\{1,2,...,k\}/I \\ \qquad\quad \overline{x_I},\overline{x_J}\ge 0 \end{cases} \tag{3.9}$$

Donde el vector de costos se divide en $\overline{c^I}$ asociado a la base I y $\overline{c^J}$ asociados al complemento de la base *I*, de la misma forma se hace para el vector de la cantidad de fertilizantes y para la matriz de restricciones.

Resolviendo este problema por medio del algoritmo simplex obtendremos como resultado la solución factible óptima que satisface las restricciones dadas en la ecuación (3.9), dada por (3.10)

$$\begin{aligned} \overline{z_0} &= \overline{c^I}(R^I)^{-1}\overline{B} \\ \overline{z_j} &= \overline{c^I}(R^I)^{-1}R^j \qquad j \in J \end{aligned} \tag{3.10}$$

3.5 Caso particular

Cultivo: Lechuga

Cuadro 3.2: Rango mínimo y máximo de los macronutrientes presentes en soluciones hidropónicas.

Nutriente	Mínimo	Máximo
Nitrógeno	190	1000
Fósforo	50	100
Potasio	210	400
Calcio	200	500
Magnesio	40	100
Azufre	113	1000

Fuente: Resh(2001)

Consideremos los siguientes fertilizantes:

Variable	Fuente	Fórmula	Peso molecular
x_1	Nitrato de Potasio	KNO_3	101
x_2	Nitrato de Calcio	$Ca(NO_3)_2$	164
x_3	Nitrato de Amonio	NH_4NO_3	80
x_4	Nitrato de Magnesio		256
x_5	Fosfato diamónico	$(NH_4)_2HPO_4$	132
x_6	Fosfato monopotásico		136
x_7	Ácido Fosfórico		98
x_8	Sulfato de Potasio	K_2SO_4	174
x_9	Sulfato de Calcio		172
x_{10}	Sulfato de Magnesio	$MgSO_4 7(H_2O)$	246.5
x_{11}	Sulfato de Amonio		132
x_{12}	Fosfato monoamónico	$NH_4H_2PO_4$	115

Datos:

Se considerarán los siguientes fertilizantes x_1, x_2, x_8, x_{10} y x_{12}, que corresponden a los usados en el invernadero de la Universidad situado en Amazcla, El Marqués Querétaro

Ahora procedemos a calcular las R_{ij}, utilizando los fertilizantes anteriores encontraremos los aportes de los macronutrientes presentes en éstos:

Fuente	Aporte en los Fertilizantes					
	N	P	K	Ca	Mg	S
x_1	139	0	386	0	0	0
x_2	115	0	0	164	0	0
x_8	0	0	356	0	0	184
x_{10}	0	0	0	0	98	130
x_{12}	122	270	0	0	0	0

Por lo tanto el problema de programación lineal sujeto a los parámetros anteriores es el siguiente:

$$P = \begin{cases} Min \quad w = 563x_1 + 350x_2 + 513x_8 + 195x_{10} + 1020x_{12} \\ 139x_1 + 139x_2 + 122x_{12} \geq 190000 \\ 139x_1 + 139x_2 + 122x_{12} \leq 1000000 \\ 270x_{12} \geq 50000 \\ 270x_{12} \leq 100000 \\ 386x_1 + 356x_8 \geq 210000 \\ 386x_1 + 356x_8 \leq 400000 \\ 164x_2 \geq 200000 \\ 164x_2 \leq 500000 \\ 98x_{10} \geq 40000 \\ 98x_{10} \leq 100000 \\ 184x_8 + 130x_{10} \geq 113000 \\ 184x_8 + 130x_{10} \leq 1000000 \\ x_1 + x_2 + x_8 + x_{10} + x_{12} \leq 1530000 \end{cases}$$

Resolviendo P obtenemos que la cantidad factible óptima de los fertilizantes es:

Fertilizante	**grs.**
x_1	195.00
x_2	1219.51
x_8	589.89
x_{10}	400.16
x_{12}	185.19

4. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El modelo expresado en el problema P de la ecuación (3.10) depende de diferentes variables, así mismo éstas están en continuo cambio debido a que cada solución nutritiva debe satisfacer los requerimientos de cada cultivo hidropónico así como los diversos factores que intervienen en el aprovechamiento de los nutrientes en la solución.

Por lo cual el modelo debe de modificarse dependiendo de lo siguiente:

- Cambios en el vector de costos $\bar{c} \in \Re^{k}$, debido a que el precio de los fertilizantes cambia continuamente o se encuentra el mismo fertilizante a un precio más económico proporcionando los mismos nutrientes.
- Agregar un nuevo fertilizante a suministrar en la solución nutritiva. Este caso se da debido a que no todos los agricultores utilizan los mismos fertilizantes.
- Cambios en los vectores de las cotas inferior $\bar{p} \in \Re^{12}$ y superior $\bar{P} \in \Re^{12}$ de los nutrientes, así como la conductividad eléctrica, esto se debe a que cada cultivo así como las diferentes etapas del mismo, poseen diferentes cotas y diferente conductividad eléctrica. Además de la misma forma que el anterior, cada agricultor maneja sus cotas.
- Agregar una nueva restricción en la matriz de restricciones A del aporte de los nutrientes presentes en los fertilizantes.

A continuación se analizarán cada una de éstas diferentes variaciones.

4.1 Cambios en el vector de costos $\bar{c} \in \Re^{k}$

Dada una solución básica factible óptima, supóngase que el coeficiente de una (o más) de las variables se cambia de $\bar{c}$ a $\overline{c^{h}}$, el efecto de este cambio sobre la solución óptima ocurrirá en el coeficiente de costo reducido, y por consiguiente puede perderse la factibilidad dual, es decir que la solución óptima encontrada no sea realmente la deseada. Se consideraran dos casos:

1. x_j es no básica, es decir, no se encuentra dentro de los fertilizantes a suministrar en la solución nutritiva. En este caso, como no está afectando a los fertilizantes utilizados entonces la solución factible óptima $\overline{z_j} = \overline{c^{I}}(R^{I})^{-1}R^{j}$ encontrada no cambia para ningún j por lo tanto $\overline{c - z_j}$ se reemplazará por $\overline{c^{h}} - \overline{z_j}$.

2. x_j es básica, es decir, se encuentra dentro de los fertilizantes a suministrar en la solución nutritiva. En este caso se reemplaza $\bar{c}$ por $\overline{c^{h}}$. Sea $\overline{z_j'}$ el nuevo valor de $\overline{z_j}$ entonces se tiene (4.1) la nueva solución factible óptima

$$\overline{c^{h}} - \overline{z_j'} = \overline{c^{h}} - \overline{c^{I}}(R^{I})^{-1}R^{j} \tag{4.1}$$

Por supuesto también se obtiene el nuevo valor de (4.2)

$$\overline{z_0'} = \overline{c^{I'}}(R^{I})^{-1}\overline{B} \tag{4.2}$$

4.2 Adición de un nuevo fertilizante x_{k+1}

Supóngase que se desea agregar un nuevo fertilizante x_{k+1} con costo c_{k+1}, entonces la matriz de restricciones es modificada en $A \in \mathrm{M}_{(12xk+1)}(\Re)$, obteniendo así el problema (3.9) en (4.3)

$$P = \begin{cases} Min \quad w = \overline{c^I}\,\overline{x_I} + \overline{c^J}\,\overline{x_J} \\ A^I \overline{x_I} + A^J \overline{x_J} = \overline{B} \\ \overline{x_I}, \overline{x_J} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} I &= \{1,2,\ldots,k,k+1\} \\ J &= \{1,2,\ldots,k,k+1\}/I \end{aligned} \tag{4.3}$$

Sin resolver totalmente este nuevo problema puede determinarse fácilmente si el nuevo fertilizante será parte de la solución factible óptima nutritiva, calculando lo siguiente:

$$\overline{c^{k+1}} - \overline{z_{k+1}} \tag{4.4}$$

Al obtener el cálculo anterior obtendremos dos casos:

1. Si (4.4) ≥0, entonces $x_{k+1}^* = 0$ y la solución actual es óptima.
2. Si (4.4)<0, entonces se introduce en la base y se continúa con el algoritmo simplex para encontrar la nueva solución factible óptima.

4.3 Cambio en los requerimientos mínimos y máximos

Del problema (3.9), supóngase que el vector $\overline{B}$ se reemplaza por $\overline{B'}$ entonces $(R^I)^{-1}\overline{B}$ es reemplazada por (4.5)

$$(R^I)^{-1}\overline{B'} \tag{4.5}$$

Si (4.5) ≥ 0 entonces dado que el vector de costos $\overline{c^I}$ no se ve alterado, la misma base es una base óptima para el nuevo problema (4.6)

$$P = \begin{cases} Min \quad w = \overline{c^I}\,\overline{x_I} + \overline{c^J}\,\overline{x_J} & \\ A^I\overline{x_I} + A^J\overline{x_J} = \overline{B'} & I = \{1,2,\ldots,k\} \\ \overline{x_I}, \overline{x_J} \geq 0 & J = \{1,2,\ldots,k\}/I \end{cases} \tag{4.6}$$

En caso de que alguna(s) componente(s) de (4.5) sean negativas se resuelve el problema para así poder encontrar la nueva solución factible óptima.

4.4 Adición de una nueva restricción entre los nutrientes

Este modelo, como ya se ha mencionado anteriormente es para cualquier cultivo, por lo cual cada cultivo posee algunas restricciones adicionales a las que se han considerando, por tal motivo el agregar una nueva restricción debe de ser considerado.

Entonces, supóngase que se agrega una restricción, aquí pueden suceder una de las siguientes opciones:

1. Si la solución factible óptima del problema original satisface la nueva restricción, entonces esta solución sigue siendo factible óptima para el nuevo problema.

2. En caso contrario, debe de encontrarse la nueva solución factible óptima.

5. MODELO PARA RESTABLECER LA SOLUCIÓN NUTRITIVA EN UN SISTEMA HIDROPÓNICO CERRADO

5.1 Lixiviados

El lixiviado es el líquido producido cuando el agua percola a través de cualquier material permeable. Puede contener tanto materia en suspensión como disuelta, generalmente se da en ambos casos.

Este líquido es más comúnmente hallado asociado a Rellenos Sanitarios, en donde, como resultado de las lluvias percolando a través de los desechos sólidos y reaccionando con los productos de descomposición, químicos, y otros compuestos, es producido el lixiviado. Si el Relleno Sanitario no tiene sistema de recogida de lixiviados, éstos pueden alcanzar las aguas subterráneas y causar, como resultado, problemas medioambientales y/o de salud.

Típicamente, el lixiviado es anóxico, ácido, rico en ácidos orgánicos, iones sulfato y con altas concentraciones de iones metálicos comunes, especialmente hierro. El lixiviado tiene un olor bien característico, difícil de ser confundido y olvidado.

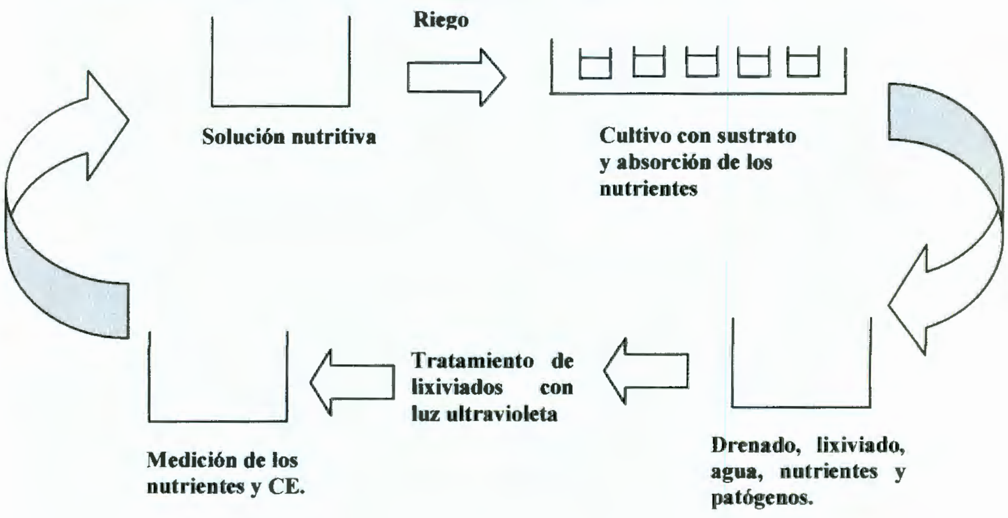
Los peligros de los lixiviados, son debidos a altas concentraciones de contaminantes orgánicos y nitrógeno amoniacal. Microorganismos patogénos y substancias tóxicas que pueden estar presentes, son a menudo citadas como las más importantes, pero el contenido de microorganismos patogénos se reduce rápidamente en el tiempo en los Rellenos Sanitarios, aplicándose esto último al lixiviado fresco.

Geológicamente, es el proceso de eliminación de los constituyentes solubles de una roca, sedimento, suelo, escombrera por las aguas de infiltración.

5.2 Diagrama general de un sistema hidropónico cerrado

En la figura 1, se observa el diagrama general y funciona de la siguiente manera: se aplica una dosis de solución nutritiva al cultivo, el cultivo drena un porcentaje de solución nutritiva (lixiviado) el cual es tratado con luz ultravioleta para eliminar patógenos, el siguiente paso es medir la cantidad de elementos químicos para restablecer la solución nutritiva. La compensación es realizada por medio de fertilizantes diluidos en agua (solución madre), mezclando con los lixiviados y agregando agua forman la nueva solución nutritiva, esta es aplicada al cultivo.

Figura 1: Esquema general de un sistema hidropónico cerrado.



4.3 Modelo lineal

Para poder restablecer la solución nutritiva factible óptima en un sistema hidropónico cerrado, es indispensable saber la cantidad de los nutrientes presentes en los lixiviados, este proceso se realizará mediante análisis químicos.

Entonces considerando nuevamente todas las variables utilizadas en el modelo de la solución nutritiva (k fertilizantes a utilizar, M_j el peso molecular del *j-ésimo* fertilizante, M_i el peso atómico del *i-ésimo* nutriente, p_i la cota inferior del *i–ésimo* nutriente en la solución y P_i la cota superior del *i–ésimo* nutriente en la solución, donde $i = \{1,2,...,12\}$ y $j = \{1,2,...,k\}$), encontraremos la nueva solución factible óptima de éste problema.

Definimos a l_i como la cantidad del *i-ésimo* nutriente presente en los lixiviados, esta variable es lineal y supongamos que esta cantidad es menor o igual que la cota inferior del *i-ésimo* nutriente en la solución, es decir:

$$\bar{l} \leq \bar{p} \tag{5.1}$$

Donde $\bar{l} = (l_1, l_2, l_3, ..., l_{12}) \in \Re^{12}$ es el vector de cantidad de los nutrientes y $\bar{p} = (p_1, p_2, ..., p_{12}) \in \Re^{12}$ es el vector de la cota inferior de los nutrientes.

Por lo tanto, para poder restablecer la solución nutritiva se hará uso del modelo encontrado anteriormente y mostrado en la ecuación (3.9), realizando el cambio siguiente:

$$\overline{p'} = \overline{p} - \overline{l} \tag{5.2}$$

Como lo que se está haciendo es un cambio en el vector de las cotas inferiores de los nutrientes, y en el capítulo anterior vimos lo que sucedía cuando existía un cambio de este tipo, entonces el problema (3.9) es reemplazado por el problema (4.6)

$$P = \begin{cases} Min \quad w = \overline{c^I}\,\overline{x_I} + \overline{c^J}\,\overline{x_J} \\ \quad A^I\,\overline{x_I} + A^J\,\overline{x_J} = \overline{B'} & I = \{1,2,\ldots,k\} \\ \quad \overline{x_I}, \overline{x_J} \geq 0 & J = \{1,2,\ldots,k\}/I \end{cases} \tag{4.6}$$

Y nuevamente este es un problema de Programación Lineal, por lo que podemos encontrar la solución nutritiva factible óptima.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrollo un modelo matemático que minimiza una función de costos proporcionando la cantidad óptima de fertilizantes a mezclar en la solución nutritiva para cualquier tipo de cultivo hidropónico, considerando los requerimientos de nutrición vegetal.

El manejo adecuado de la solución nutritiva del cultivo bajo invernadero, tiene una relación directa con el éxito de la producción y sobre todo con la calidad del fruto, los altos rendimientos bajo este sistema de producción se deben principalmente al control estricto de las necesidades nutrimentales de la planta, ofertando los requerimientos por etapa fenológica, conductividad eléctrica y por temporada de cultivo.

El modelo también es flexible se puede modificar cualquiera de los requerimientos (cultivo, conductividad eléctrica, etc.) y aplicando análisis de sensibilidad proporciona la cantidad óptima de fertilizantes tomando en cuenta los cambios propuestos.

Otra contribución importante es el desarrollo de un modelo matemático que restablece la solución nutritiva en un sistema hidropónico cerrado una vez descontaminados los lixiviados, es decir, se propone realizar una modificación el modelo propuesto para que se restablezcan los nutrientes en los lixiviados y así poder reutilizar el agua de riego con la solución nutritiva descontaminada y restablecida.

La forma de implementar el modelo es utilizando cualquier software que solución un problema de programación lineal.

BIBLIOGRAFIA

Cajuste, Lenom J. 1977. Química de los suelos con un enfoque agrícola. Editorial del Colegio de Posgraduados, Chapingo, México.

Castellanos, J.Z. 2003. La calidad del agua. pp. 61 – 73.

Castellanos (Eds). Manual de producción en invernadero. INCAPA. México.

Epstein, E, and Bloom A.J. 2004. Mineral nutrition of Plants: Principles And Perspectives. Sinauer Associates, Inc. pp. 57 – 62 .USA

Kamara, K.A. 2001. Nutrición, regulación del crecimiento y desarrollo vegetal. México.

Maldonado. 1991. Método universal para la preparación de soluciones nutritivas, Apoyo Académico 11, Universidad Autónoma Chapingo. México

Muñoz – Ramos, J.J. y J.Z. Castellanos. 2003. Formulación de la solución nutritiva. p.157 – 186. En: J.J. Muñoz – Ramos y J.Z. Castellanos (Eds). Manual de producción hortícola en invernadero. INCAPA. México.

Resh, H.M. 1991. Hydroponic food Production. 4th edition. Woodbridge Press Publishing Company. Santa Barbara, CA, USA.

Resh, H. M. 1997. Cultivos hidropónicos. Ed. Mundi Prensa. pp. 509.

Resh, H..2001. cultivos hidropónicos (nuevas técnicas de producción). 6th ed. Ediciones Mundi Prensa. España.

Rodríguez, D, A., R. M. Hoyos y L. M. Chang. 2001. Soluciones nutritivas en hidroponía. Formulación y preparación. Universidad Nacional Agraria La Molina. Perú.

Rodríguez, D, A. 2004a. Formulación de soluciones nutritivas. pp. 41 – 58. En: Nevárez, M, V, G. Hidroponía (Una nueva cultura agrícola al alcance de todos). Universidad Autónoma de Chihuahua. México.

Sánchez y Escalante. 1988. Hidroponía. Universidad Autónoma Chapingo. México.

Urrestarazu, G, M.2000. Manual de cultivo sin suelo. Mundi-prensa. pp. 114-120.
España.

APÉNDICE

Programación lineal y Algoritmo simplex

Los problemas de optimización son aquellos que buscan maximizar o minimizar una función real-valuada de un cierto número de variables y que se encuentra sujeta a una serie de restricciones.

En los años 50's surgen los llamados problemas de programación lineal, que no son más que problemas de optimización aplicados a diferentes campos como economía, física, geometría, etc. Este tipo de problemas fueron de gran interés debido a su aplicación en problemas prácticos en operaciones militares, gubernamentales e industriales.

En un problema de programación lineal las relaciones entre las variables, en las restricciones y en la función a optimizar son, todas, lineales.

Un problema lineal está constituido por:

1. ***Función objetivo***: una función lineal real-valuada

2. ***Variables de decisión***: colección de variables de las cuales depende la función objetivo

3. ***Restricciones lineales*** sobre los valores de las variables de decisión.

Definición: Un problema de la forma

$$P \begin{cases} \underset{s.a}{máx} \quad z = cx \\ \quad Ax \leq b \\ \quad\quad x \geq 0 \end{cases}$$

Donde $A \in M^{m \times n}(\Re), c \in \Re^n, b \in (\Re^m)^t$ y $x \in (\Re^n)^t$, se llamará problema en *forma canónica.*

Observación

$$P \begin{cases} \underset{s.a}{mín} \quad z = cx \\ \quad Ax \leq b \\ \quad\quad x \geq 0 \end{cases} \Longleftrightarrow P \begin{cases} -\underset{s.a}{máx}(-z) = cx \\ \quad Ax \leq b \\ \quad x \geq 0 \end{cases}$$

El conjunto de restricciones $Ax \leq b$, se pude llevar a uno de la forma $Ax = b$, simplemente agregándole las variables $y_i's$, pues $Ax + y = b$.

Las variables $y_i's$, se llaman *variables de holgura.*

Mediante el uso de variables de holgura, un sistema en forma canónica se convierte en uno de *forma estándar* dado por

$$P^* \begin{cases} \underset{s.a}{máx} \quad z = cx \\ \quad Ax + y = b \\ \quad\quad x, y \geq 0 \end{cases}$$

Definición: Dado un problema lineal P^* $\begin{cases} \underset{s.a}{máx} & z = cx \\ Ax & = b \\ & x \geq 0 \end{cases}$ en la forma estándar, se dice que el vector $x \in \Re^m$ es :

- Una *solución* de P^* si satisface $Ax = b$.
- Una *solución factible* de P^* si satisface $Ax = b$ y $x \geq 0$.
- Una *solución óptima* de P^* si x es solución factible y si dada cualquier otra solución realizable x_0, se tiene que $cx \geq cx_0$.

Al conjunto de soluciones factibles de P^* se le denomina *región de soluciones factibles.*

Proposición: Tanto el conjunto de soluciones factibles como el conjunto de soluciones óptimas de un problema P^* en forma estándar es convexo (véase apéndice)

Para la teoría de la que hace uso el algoritmo simplex, se hace siguiente supuesto:

Hipótesis del rango completo El sistema de ecuaciones $Ax = b$ es un sistema consistente (es decir, tiene al menos una solución) con m<=n y no es redundante, i.e., el rango de A es m (los m renglones de A son linealmente independientes).

Definición Sean $I \subset \{1,2,...,n\}$ con $|I| = m$ y $A \in M^{m \times n}(\Re)$. I es una *base* del problema P^* si las columnas de A asociadas a los índices de I forman una base del conjunto de columnas de A, i.e., A^I es no singular ($\det A^I \neq 0$).

Al conjunto de variables x_i con $i \in I$ se le conoce como conjunto de *variables básicas*. Al conjunto de variables x_j con $j \in J = I^c$ se le conoce como conjunto de *variables no básicas*.

Definición: La *solución de base* (o *solución básica*) $\bar{x}$ asociada a I, donde I es una base del problema P^*, se define tomando $\bar{x}_I = (A^I)^{-1}b$ y $\bar{x}_J = 0$.

Definición: Una base I se llama *realizable* o *factible* si la solución de base correspondiente es factible, es decir, si $\bar{x}_I \geq 0$.

Proposición: Para toda base I, existe un punto extremo x (véase apéndice para definición) del conjunto de soluciones factibles tal que x es la solución básica asociada a I.

Dada una base I del problema P^*, este puede reescribirse como

$$P^* \quad \begin{cases} \underset{s.a}{máx} \quad z = c^I x_I + c^J x_J \\ A^I x_I + A^J x_J = b \\ x_I, x_J \geq 0 \end{cases} \quad \text{con } J = I^c.$$

Mediante las operaciones sobre el problema P:

$$\begin{cases} \underset{s.a}{máx} \\ 0x_I + (c^J - z_J)x_J = z - z_0 \\ x_I + (A^I)^{-1}A^J x_J = (A^I)^{-1}b \\ x_I, x_J \geq 0 \end{cases}$$

Donde

$$z_0 = c^I (A^I)^{-1} b$$

$$z_j = c^I (A^I)^{-1} A^j \qquad j \in J$$

Esta representación es llamada *forma explícita* respecto a la base I del problema lineal P.

La idea de escribir $z = cx$ como $z = c^I x_I + c^J x_J$, sugiere separar las variables asociadas a I, *variables básicas*, de las demás variables del problema, *variables no básicas.*

Definición: El vector $c = (0, c^J - z_J)$ se le llama *vector de costos*, a sus componentes, coeficientes de x_I, x_J variables básicas y no básicas respectivamente, se les llama *coeficientes de costo reducido.*

Para cada posible base existe una correspondiente forma explícita (y por ende una correspondiente tabla), así que para todo problema lineal hay igual número de soluciones básicas y de formas explícitas (y de tablas).

El método simplex analiza los coeficientes que se encuentran en la tabla de forma explícita y en base a ellos decide si la solución de base correspondiente es óptima.

Teorema (Pivoteo): Sea I una base realizable de P, y $\bar{x}$ su solución factible asociada. Supongamos que existe $k \in J$ tal que $c^k - z_k > 0$ y que existe al menos una $s \in I$ tal que $y_{sk} > 0$. Entonces existe una base $I' = I \cup \{k\} \setminus \{l\}$ donde $l \in I$ satisface $\frac{\bar{x}_l}{y_{sk}} = \min_{\{s|y_{sk}>0\}} \left\{ \frac{\bar{x}_s}{y_{sk}} \right\}$, tal que la solución de base factible correspondiente a I' está asociada a un $z_0' \geq z_0$.

Con este teorema se asegura que siempre que se conozca una solución $\overline{x_I}$ asociada a la nueva base I se puede obtener otra solución $\overline{x_{I'}}$ asociada a una nueva base I' de valor mayor o igual al que teníamos originalmente.

Teorema (Criterio de optimalidad): Si $c \leq 0$ $(c \geq 0)$, la solución de base correspondiente, en un problema a maximizar (minimizar), es óptima.

Teorema: Sea I una base realizable de P y supongamos $c^k - z_k > 0$ y $y^k = (A)^{I^{-1}} A^k \leq 0$ para algún $k \in J$. Entonces existe una clase de soluciones de P tal que $z \longrightarrow \infty$.

ALGORITMO SIMPLEX

Para iniciar el algoritmo simplex es necesario conocer una base I del problema lineal y escribirlo en forma explícita con respecto a dicha base obteniendo así una solución básica, luego factible al problema.

1. ¿ES SOLUCION ÓPTIMA?

Analizar los coeficientes de costo reducido:

- Si $c^j - z_j \leq 0$ $j \in J$, entonces la solución básica actual es óptima y el algoritmo termina.

- Si no, sea k tal que $c^k - z_k = \underset{j \in J}{máx}\{c^j - z_j\}$

2. ¿ES SOLUCIÓN ACOTADA?

Si $y^k = (A^I)^{-1} A^k \leq 0$, el algoritmo termina; el problema no posee solución acotada, en otras palabras $z \longrightarrow \infty$.

3. *PIVOTEO*

Encontrar l tal que $\frac{\bar{x}_l}{y_{lk}} = \underset{\{s|y_{sk}>0\}}{mín}\left\{\frac{\bar{x}_s}{y_{sk}}\right\}$.

Se tiene una nueva base $I' = I \cup \{k\}/\{l\}$.

Poner el problema en forma explícita con respecto a I' y regresar al paso 1.

El algoritmo simplex comienza con una solución básica factible y se mueve en una sucesión de soluciones básicas factibles de tal manera que cada nueva solución mejora el valor de la función objetivo.

Las principales características del algoritmo simples son dos:

Optimalidad Garantiza que no se tomará una solución que desmejore el valor de la función objetivo.

Factibilidad Garantiza que sólo soluciones factibles se encontrarán durante el cálculo.

El algoritmo simplex nos indica para dónde desplazarnos para llegar al punto extremo óptimo. El algoritmo elige el camino que, bajo el criterio de los coeficientes de la función objetivo, nos da un incremento de ésta.

FINITUD DEL ALGORITMO SIMPLEX

Proposición: Si en cada iteración $\bar{x}_l > 0$ para $l \in I$ al algoritmo simplex se termina en un número finito de etapas.