

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO



FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS POR ONDELETAS DE DAÑO EN
ESTRUCTURAS**

TESIS

QUE COMO PARTE DE LOS REQUISITOS PARA OBTENER EL
GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
LÍNEA TERMINAL ESTRUCTURAS**

PRESENTA

GUILLERMO VÁZQUEZ SÁNCHEZ

DIRIGIDA POR

DR. VICTOR MANUEL CASTAÑO MENESES

CENTRO UNIVERSITARIO
SANTIAGO DE QUERÉTARO, QUERÉTARO, NOVIEMBRE DE 2004

No. Adq. 1469806

No. Título _____

Clas. 624.17

√393a



Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencias de la Ingeniería

ANÁLISIS POR ONDELETAS DE DAÑO EN ESTRUCTURAS

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de
Maestro en Ciencias de la Ingeniería Línea Terminal Estructuras

Presenta:

Guillermo Vázquez Sánchez

Dirigido por:

Dr. Víctor Manuel Castaño Meneses

SINODALES

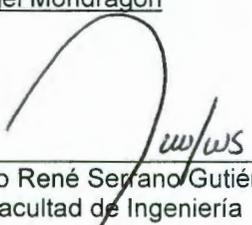
Dr. Víctor Manuel Castaño Meneses
Presidente

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel
Secretario

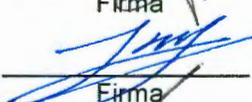
Dra. Ana Leonor Rivera López
Vocal

Dr. Guadalupe Moisés Arroyo Contreras
Suplente

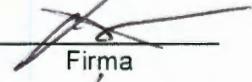
Dr. Jaime Rangel Mondragón
Suplente

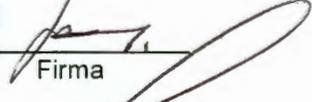

M. en I. Gerardo René Serrano Gutiérrez
Director de la Facultad de Ingeniería

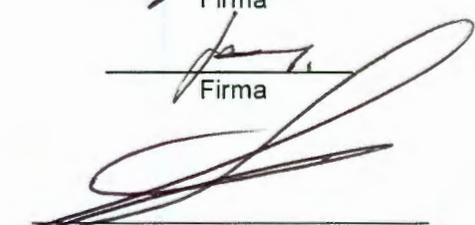

Firma


Firma


Firma


Firma


Firma


Dr. Sergio Quesada Aldana
Director de Investigación y Posgrado.

Centro Universitario
Querétaro, Qro.
Noviembre de 2004
México

RESUMEN

El análisis de estructuras para predecir la fatiga, la propagación de fallas y evaluar las condiciones de daño por medio de vibraciones es un tema de enorme importancia práctica en la Ingeniería Civil. En este trabajo proponemos el uso de técnicas no destructivas para estudiar vibraciones en estructuras basadas en el análisis de la señal de respuesta mediante wavelets (“ondeletas”). Si ocurre algún evento en un lugar y frecuencia específicos el cual puede afectar localmente la estructura o aumentar algún daño anterior, la integridad de la propia estructura puede estar en alto riesgo, lo cual motiva a implementar un método simple de análisis de vibraciones que permita conocer detalladamente tanto los valores de los esfuerzos mecánicos aplicados como las frecuencias específicas a las que ocurren por lo cual la técnica de wavelets proporciona la información idónea. Otra ventaja de la técnica de wavelets es que existe una versión de transformada rápida que reduce el tiempo de cómputo para el análisis de la señal. La descomposición de la señal de respuesta por medio de wavelets permite además, un filtrado de ruido rápido y la detección de modos aislados de vibración con el cálculo sencillo de los parámetros de amortiguamiento. En este trabajo, para demostrar la utilidad de la técnica de wavelets, analizamos estructuras simples (cantilliver, viga doblemente empotrada, marco) pero esta técnica puede aplicarse a otras estructuras más complicadas como puentes, ductos de agua, gas, petróleo, torres de transmisión y eléctricas y otras estructuras civiles de mayor escala.

(Palabras Clave: Ondeletas, Estructuras, Daño)

ABSTRACT

The analysis of structures, aimed to predict fatigue, failure propagation and to evaluate damage conditions through vibrations, is an important area for Civil Engineering. In this work, we propose a non-destructive technique to study vibrations in structures, by using the response signal analysis through wavelets. If some event takes place in a specific location at a given frequency, which can affect the structure locally or increase some previous damage, the integrity of the structure can be in high risk, which motivates implementing a simple method of analysis of vibrations that allows one to know the values of the applied mechanical stresses, such as the specific frequencies at which they happen. The technique of wavelets thus provides such suitable information. Another advantage of the technique of wavelets is that a fast computer algorithm exists, enabling the reduction of the time of calculation for the analysis of the signal. The decomposition of the response signal by means of wavelets allows in addition, a fast noise filter and the detection of isolated vibration modes with the simple calculation of the damping parameters. In this work, to show the utility of the wavelets technique, are analyzed simple structures (cantilever beam, beam with two fixed ends, plane frame), but this technique can be applied to other more complicated structures such as bridges, pipes of water, gas, petroleum, electrical communications towers, and other high scale civil constructions.

(Keywords: Wavelets, Structures, Damage)

A mi esposa Ana Lilia
con todo mi amor y cariño.

A mis hijos Guillermo Uriel
y José Manuel.

AGRADECIMIENTOS

En la elaboración de esta Tesis conté con el apoyo del Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada; ya que permitieron utilizar sus instalaciones de Cómputo para los análisis y software empleado. Razón por la cual algunas de las figuras que aparecen en esta tesis muestran el escudo del centro, gracias por permitirme emplearlos.

El Doctor Víctor Castaño fué una pieza fundamental en al dirigir los conocimientos para lograr los objetivos.

ÍNDICE

Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatorias	iii
Agradecimientos	iv
Índice	v
Introducción.	1
I. Análisis de señales.	3
1.1. Transformada de Fourier.	3
1.1.1. Teorema de Fourier.	4
1.1.2. Transformada de Fourier.	4
1.1.3. Propiedades de la Transformada de Fourier.	6
1.1.4. Transformada de Fourier Rápida.	7
1.1.5. Inconvenientes con la transformada de Fourier.	8
1.2. Transformada de Fourier de tiempo corto.	10
1.3. Wavelets.	12
1.3.1. Análisis Multiresolutivo.	12
1.3.2. Wavelets.	13
1.3.3. Transformada de Wavelet continúa.	13
1.3.4. Transformada de Wavelet discreta.	15
1.3.5. Transformada de Wavelet inversa.	16
1.3.6. Análisis de señales mediante wavelets	16
1.3.7. Tipos de Wavelets.	17
1.3.8. Algoritmo para evaluar la Transformada de Wavelet.	19

II. Análisis de Estructuras Mediante Wavelets.	22
2.1. Sistemas con un grado de libertad.	22
2.1.1. Vibraciones libres.	22
2.1.1.1 Vibración libre en sistemas no amortiguados	22
2.1.1.2 Amortiguamiento	23
2.1.2. Vibraciones forzadas.	24
2.1.3. Vibraciones producidas por una excitación en la base.	26
2.2. Sistemas con varios grados de libertad.	27
2.2.1. Ecuaciones de movimiento.	27
2.2.2. Modos de vibración y frecuencias naturales.	30
2.2.2.1 Propiedades de los modos de vibración.	31
2.3. Detección de fallas en estructuras mediante wavelets.	34
2.3.1. Propiedades deseables en una familia de wavelets.	34
2.3.2. Procedimiento general para analizar señales con wavelets.	35
2.4. Metodología para la detección de fallas en estructuras.	41
2.4.1. Criterios para la selección de la wavelet óptima.	41
2.4.2. Metodología para la detección de fallas.	42
III. Aplicación práctica: Detección de daños en vigas y marcos	43
3.1. Procedimiento para la aplicación del programa.	43
3.2. Viga doblemente empotrada.	44
3.2.1. Análisis dinámico.	44
3.2.2. Análisis estático.	46
3.3. Marco 2D.	49
3.3.1. Grieta junto al apoyo.	50
3.3.2. Grieta cerca de la viga.	50
Conclusiones.	51
Referencias Bibliográficas.	52
Bibliografía.	55

INTRODUCCIÓN

El análisis de estructuras que se encuentran excitadas por vibraciones cotidianamente es un problema importante que ha sido estudiado por los investigadores en Ingeniería Civil durante varias décadas [1]. Por ejemplo, investigar puentes donde el tránsito continuo de vehículos produce vibraciones tiene un interés práctico evidente ya que las vibraciones pueden dañar la infraestructura del puente y también estropear los vehículos produciendo un desgaste de los mismos. De aquí la necesidad de desarrollar técnicas no destructivas para detectar daños producidos por vibraciones en etapas tempranas de crecimiento. En la actualidad existen numerosos métodos no destructivos para la detección de fallas que se basan en cambios de las propiedades dinámicas de la estructura (frecuencias, modos normales, funciones de transferencia, etc.) [1] o en el análisis de las señales de respuesta [3-8].

La mayoría de los métodos para detectar daños producidos por vibraciones mediante el análisis de señales de respuesta utilizan la transformada de Fourier, que descompone una señal en sus distintas frecuencias, transformando la señal en el dominio temporal a un dominio espectral (de frecuencias) [9,10]. Por desgracia al hacer esta transformación se pierde la información temporal lo cual hace imposible determinar cuando o donde ocurrió un evento particular [10]. Con el fin de no perder esta información se desarrolló el método conocido como transformada de Fourier de tiempo corto [2], que analiza solo una sección pequeña de la señal en un tiempo dado mediante ventanas. Este método mapea una señal unidimensional en una función de dos dimensiones (tiempo y frecuencia), pero tiene la desventaja de que la información se obtiene con una precisión limitada debido al tamaño de la ventana [11]. La búsqueda de un método más flexible con ventanas de tamaño variable dio origen al análisis multiresolutivo [11], y en particular a las wavelets (“ondeletas”) [3-7,12-14].

Las ondeletas son ondas localizadas que al aplicarse a una señal nos dan información de donde y como cambia el contenido de frecuencias en el tiempo o espacio [12-14]. La transformación de ondeletas también mapea señales unidimensionales en dos dimensiones (tiempo y frecuencia) permitiendo estudiar cada componente con una resolución ligada a su escala de tiempo específica. En otras palabras, la idea fundamental de la transformación de ondeletas es descomponer una función del tiempo discreta en términos de un conjunto de funciones ortonormales dependientes del tiempo y de la frecuencia. Las principales ventajas de la técnica de ondeletas que planteamos implementar en este trabajo es que nos permiten realizar un análisis local de una señal (lo cual nos revela aspectos que otras técnicas de análisis de señales no pueden detectar) y que existe una versión de transformada rápida que reduce el tiempo de cómputo para el análisis de la señal.

Para evaluar el desempeño de puentes y otras estructuras de la Ingeniería Civil, especialmente para predecir la fatiga, la propagación de fallas y evaluar las condiciones de daño se necesita conocer detalladamente tanto los valores de los esfuerzos mecánicos aplicados como las frecuencias específicas a las que ocurren [8] por lo cual la técnica de ondeletas nos puede proporcionar la información idónea. Si ocurre algún evento en un lugar y frecuencia específicos el cual puede afectar localmente la estructura o aumentar algún daño anterior, la integridad de la propia estructura puede estar en alto riesgo, lo cual nos motiva a implementar un método simple de análisis de vibraciones. En el caso de puentes u otros sistemas estructurales, la descomposición de la señal de respuesta por medio de ondeletas permitirá un filtrado de ruido rápido y la detección de modos aislados de vibración con el cálculo sencillo de los parámetros de amortiguamiento. La metodología a desarrollar se podrá usar para el monitoreo estructural en áreas donde el daño es más factible y se podrá aplicar para el mantenimiento de infraestructuras construidas (puentes, ductos de agua, gas, petróleo, torres de transmisión y eléctricas, etc.).

En este trabajo proponemos el uso de técnicas no destructivas para estudiar vibraciones en estructuras basadas en el análisis de la señal de respuesta mediante ondeletas. La tesis esta organizado en 3 capítulos. Empezamos presentando un breve resumen de los fundamentos teóricos que sustentan esta tesis, en particular detallamos las técnicas usuales de análisis de señales: Fourier, Fourier de tiempo corto, y ondeletas (capítulo I). En el capítulo II describimos como se analizan estructuras mediante las técnicas de ondeletas y se muestra la implementación de nuestra técnica. El capítulo III presenta una aplicación práctica y terminamos con las conclusiones de este trabajo.

CAPÍTULO I: ANÁLISIS DE SEÑALES

Cualquier vibración (señal) puede ser analizada por diversas técnicas. En este capítulo presentaremos las técnicas más utilizadas (Fourier, Fourier de tiempo corto y wavelets) para encontrar el mejor método de análisis de vibraciones.

1.1. Transformada de Fourier.

El análisis de una serie de tiempo puede realizarse en dos dominios diferentes: el tiempo y la frecuencia. El análisis en el dominio del tiempo se caracteriza porque permite obtener una **buena resolución temporal**; es decir, permite extraer información de la señal en cada instante e intervalo de tiempo (ver figura 1.1). Sin embargo, no es posible obtener información sobre las posibles frecuencias que pueden existir en la señal. El análisis de la función en el **dominio de la frecuencia**, denominado **análisis espectral** (ver figura 1.1), determina la existencia e importancia de las diferentes frecuencias en la explicación del comportamiento de $f(t)$, sin embargo, se pierde resolución temporal.

Desde principios del siglo XIX, el matemático francés Joseph Fourier, buscando la solución al problema de la conducción de calor en un anillo de hierro, mostró que cualquier función periódica puede expresarse como una suma infinita de funciones exponenciales complejas periódicas. Poco después sus ideas se generalizaron a funciones no periódicas (teorema de Fourier) y luego a señales de tiempo discretas periódicas y no periódicas. Fue entonces cuando la Transformada de Fourier se volvió una herramienta adecuada para cálculos computacionales, lo cual mejoró cuando a mediados del siglo XX se desarrolló el algoritmo conocido como transformada de Fourier rápida (FFT por sus siglas en inglés: Fast Fourier Transform).



Figura 1.1: Mediante la transformada de Fourier de una señal en el dominio del tiempo se obtiene su análisis espectral.

1.1.1. Teorema de Fourier.

El teorema de Fourier establece que toda función $f(t)$ se puede representar en forma de una suma infinita de funciones armónicas [9], es decir,

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cos(i\omega t) + b_i \sin(i\omega t)) \quad (1.1)$$

donde el periodo $P=2\pi/\omega$, y $a_0, a_1, \dots, a_i, \dots$ y $b_1, b_2, \dots, b_i, \dots$ son los denominados coeficientes de Fourier. El primer término a_0 es una constante (motivo por el cual la sacamos de la sumatoria). Conocida la función periódica $f(t)$, calculamos los coeficientes a_i y b_i mediante

$$a_0 = \frac{4}{P} \int_{-P/2}^{P/2} f(t) dt$$

$$a_i = \frac{2}{P} \int_{-P/2}^{P/2} f(t) \cos(i\omega t) dt \quad i=1,2,3\dots$$

$$b_i = \frac{2}{P} \int_{-P/2}^{P/2} f(t) \sin(i\omega t) dt \quad i=1,2,3\dots$$

1.1.2. Transformada de Fourier.

Una serie de Fourier (Ec. 1.1) puede usarse algunas veces para representar una función dentro un intervalo. Si una función esta definida sobre toda la recta real, puede representarse con una serie Fourier si es periódica, sin embargo, si no es periódica, entonces no puede representarse con una serie Fourier para todo x . Aun en este caso es posible representar la función en términos de senos y cosenos, pero la serie de Fourier se convierte en una integral de Fourier (la cual se conoce mejor como Transformada de Fourier). La motivación proviene de considerar formalmente las series de Fourier como funciones con periodo $2T$ y hacer tender T al infinito.

Las condiciones para poder obtener la transformada de Fourier [9], conocidas como condiciones de Dirichlet son:

- $f(t)$ solo puede tomar un solo valor en cada punto en el que es evaluada.
- la integral en un periodo de $|f(t)|$ es finita.
- $f(t)$ tiene un número finito de discontinuidades en un periodo.
- $f(t)$ tiene un número finito de máximos y mínimos en un periodo.

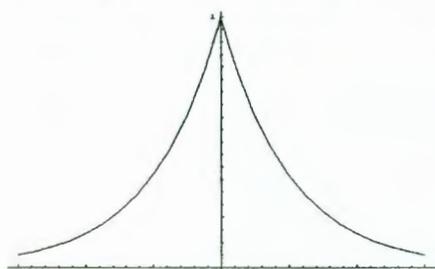
Si se cumplen las condiciones de Dirichlet, la transformada de Fourier de la función $f(t)$ se define como [9]:

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (1.2)$$

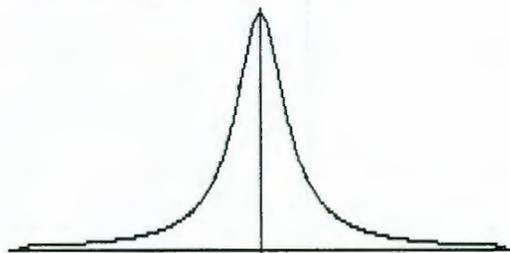
Es posible obtener la función original a partir de la transformada de Fourier gracias a la **Transformada inversa de Fourier** [9]

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad (1.3)$$

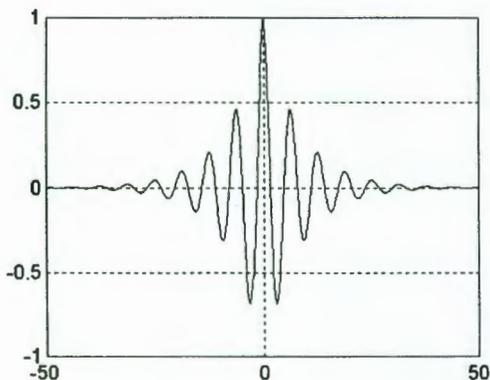
Como vemos, en la transformada de Fourier, la señal es multiplicada por un término exponencial a cierta frecuencia ω y entonces se integra sobre todos los tiempos. Si el resultado de esta integración es un valor grande (comparado con los valores promedio de la función) entonces decimos que *la señal tiene un componente espectral dominante con la frecuencia ω* . Esto significa que la mayor parte de la señal esta compuesta de la frecuencia ω . Si la integración produce un valor pequeño quiere decir que la señal no tiene un componente de frecuencia significativo de ω en ella. Si la integración da cero, entonces la señal no contiene la frecuencia ω . Es decir, la transformada de Fourier nos dice si la señal tiene cierta componente de frecuencia sin informarnos cuando aparece en el tiempo esta componente. En la figura 1.2 ilustramos las transformadas de Fourier de algunas funciones.



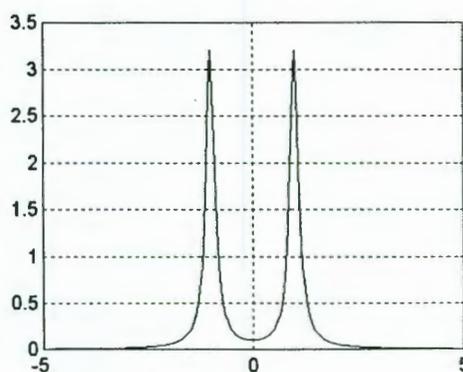
$$f(t) = e^{-a|t|}$$



$$|f(\omega)| = \left| \frac{2a}{a^2 + \omega^2} \right| = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$



$$f(x) = e^{-\frac{1}{8}|x|} \cos x$$



$$f(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{8}|x|} \cos x e^{-i\omega x} dx$$

Figura 1.2: Transformadas de Fourier de algunas funciones.

1.1.3. Propiedades de la Transformada de Fourier.

- Linealidad.

$$F\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} = \alpha F\{f(t)\} + \beta F\{g(t)\} = \alpha F(\omega) + \beta G(\omega)$$

- Simetría.

$$\text{Si } F\{f(t)\} = F(\omega), \text{ entonces: } F\{F(t)\} = 2\pi f(-\omega)$$

- Transformación de escala en la frecuencia.

$$F\{ct\} = \frac{1}{|c|} F\left(\frac{\omega}{c}\right), \quad c \neq 0$$

- Desplazamiento en el tiempo.

$$F\{f(t - t_0)\} = e^{-i\omega t_0} F(\omega), \quad t_0 \in \mathfrak{R}$$

- Desplazamiento en la frecuencia.

$$F\{e^{i\omega_0 t} f(t)\} = F(\omega - \omega_0), \quad \omega_0 \in \mathfrak{R}$$

- Modulación.

$$F\{f(t) \cos(\omega_0 t)\} = \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)]$$

$$F\{f(t) \sin(\omega_0 t)\} = \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_0) - F(\omega - \omega_0)]$$

- Derivada en el tiempo.

$$F\{f^{(n)}(t)\} = (i\omega)^n F(\omega)$$

$$\text{En particular } F\{f'(t)\} = i\omega F(\omega) \quad \text{y} \quad F\{f''(t)\} = -\omega^2 F(\omega)$$

- Derivada en frecuencia.

$$F\{t^n f(t)\} = i^n F^{(n)}(\omega)$$

$$\text{En particular } F\{tf(t)\} = iF'(\omega) \quad \text{y} \quad F\{t^2 f(t)\} = -F''(\omega)$$

- Integral.

$$F\left\{\int_{-\infty}^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{i\omega} F(\omega) + \pi F(0)\delta(\omega)$$

- Teorema de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

- Convolución.

Si f y g ambas tienen transformadas de Fourier, entonces la convolución f^*g de las funciones f y g se define como:

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(x-u)du$$

La transformada de Fourier de la convolución de f y g es igual al producto de las transformadas de Fourier de f y g .

La convolución en el tiempo es: $F\{f * g\} = F\{f\}F\{g\}$

y la convolución en frecuencia: $F\{f(t)g(t)\} = \frac{1}{2\pi}[F * G](\omega)$

- o La transformada de Fourier de una señal real siempre es simétrica [9]: $f(\omega) = f(-\omega)$

1.1.4. Transformada de Fourier Rápida.

Gran parte de la popularidad de la Transformada de Fourier se debe a la existencia de un algoritmo que permite su cálculo eficiente y rápido, el llamado “Fast Fourier Transform” FFT desarrollado por Danielson y Lanczos [27] e implementado computacionalmente por Cooley y Tukey [28]. Conceptualmente, se puede resumir la idea fundamental del algoritmo recursivo de FFT en la partición en dos grupos del número total de puntos por analizar [29]. En la figura 1.3 se muestra esquemáticamente el cálculo FFT de una secuencia discreta de ocho puntos, mediante el cálculo de dos Transformadas de cuatro puntos cada una. El proceso puede repetirse para el cálculo de cada una de las dos Transformadas de cuatro puntos, y así sucesivamente hasta llegar al nivel en el que sólo se requiere del cálculo de la Transformada de dos muestras, denominado “la mariposa básica”. En general, el número de niveles para un conjunto de N muestras es $\log_2 N$, y se puede observar que en cada nivel se requieren N multiplicaciones por los términos definidos por el núcleo de la transformación, con lo cual, el número total de multiplicaciones involucradas en el cálculo de la FFT es $N \log_2 N$. Si el mismo cálculo fuese realizado mediante la definición original, el número de multiplicaciones sería N^2 . La mejora sustancial en tiempo y exactitud, características del algoritmo, hacen de la FFT una herramienta eficiente, la cual esta incorporada actualmente en todos los sistemas de análisis y tratamiento de señales, en particular en Mathematica y en MatLab. El algoritmo se describe y presenta en Fortran en la referencia [29].

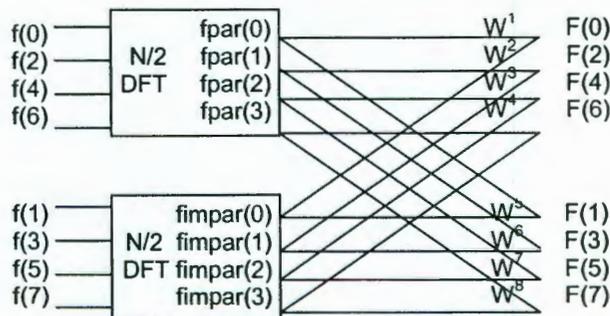


Figura 1.3: FFT de una secuencia de N muestras se obtiene a partir del cálculo de dos FFT de $N/2$ muestras.

1.1.5. Inconvenientes con la Transformada de Fourier.

La información que da la transformada de Fourier corresponde a todos los instantes de tiempo¹, por lo que sin importar en que instante de tiempo aparece una componente con frecuencia ν , la transformada será afectada. Es decir, independientemente de que la componente de frecuencia ν aparezca en el instante t_1 o t_2 tendrá el mismo efecto en la integración. Esta es la razón por la cual *la transformada de Fourier no es adecuada si la señal tiene componentes de frecuencias que varían con el tiempo*, es decir, si la señal es no-estacionaria². Si no se está interesado en que instante de tiempo ocurrió una componente de frecuencia, sino exclusivamente en que componentes de frecuencia existen, entonces la transformada de Fourier es la herramienta adecuada. Para ilustrar este hecho consideremos dos señales distintas que tienen los mismos componentes espectrales (ver figura 1.4 [24]) con la diferencia que una de las señales tiene 4 componentes de frecuencia todo el tiempo y la otra tiene las mismas 4 componentes de frecuencia en breves y distintos intervalos de tiempo. La transformada de Fourier de estas señales sería la misma, aunque las dos señales son completamente distintas, lo cual muestra porque no podemos usar la transformada de Fourier para analizar señales no estacionarias.

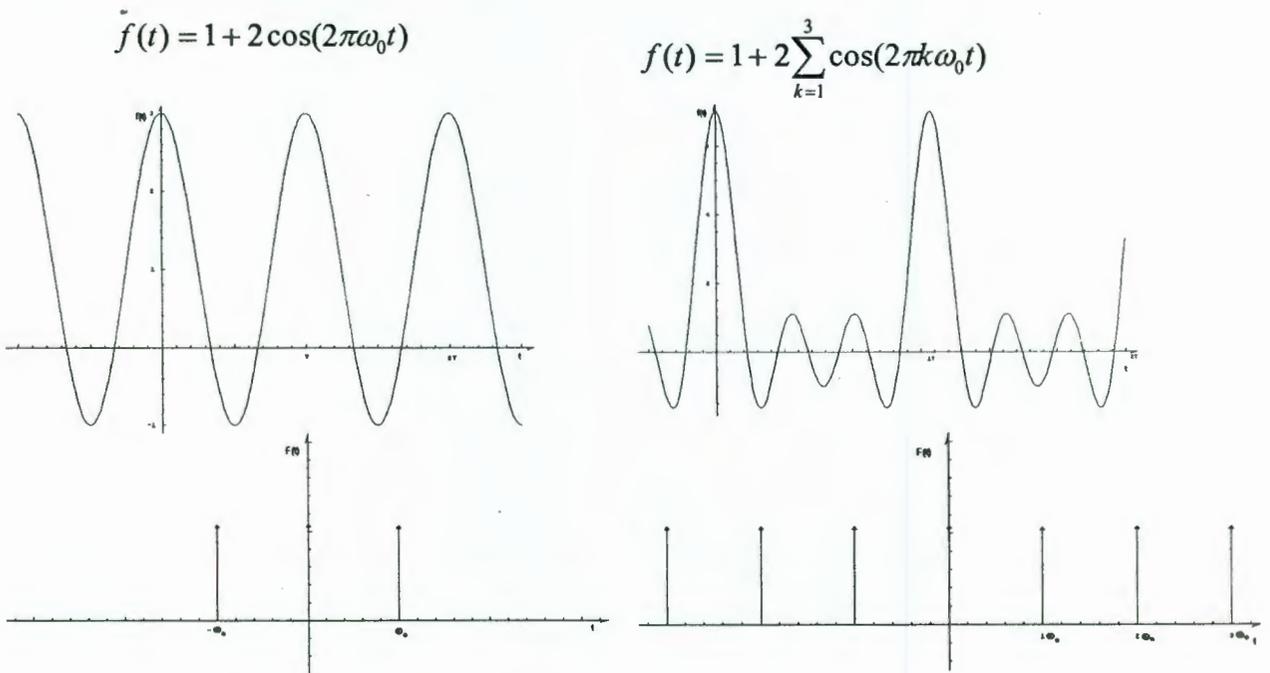


Figura 1.4: Señales distintas en el dominio de tiempo y su análisis espectral.

¹La señal se integra sobre todo el intervalo donde se mide (eso significa que se toma a toda t).

²Una señal se dice que es estacionaria si su forma se mantiene sin variación durante todo el tiempo.

La reconstrucción de señales discontinuas a partir de las series de Fourier produce el llamado *efecto Gibbs*, que consiste en la aparición de un pico en el punto de discontinuidad (ver figura 1.5). Este efecto se da incluso cuando se emplea un número grande de armónicos para la reconstrucción. Si queremos aproximar una función periódica con discontinuidades que tiene infinitos armónicos, tendremos que truncar la función hasta el armónico N . Esto nos va a producir el efecto Gibbs. Para eliminarlo se utilizan las llamadas ventanas espectrales que suavizan la reconstrucción de la función.

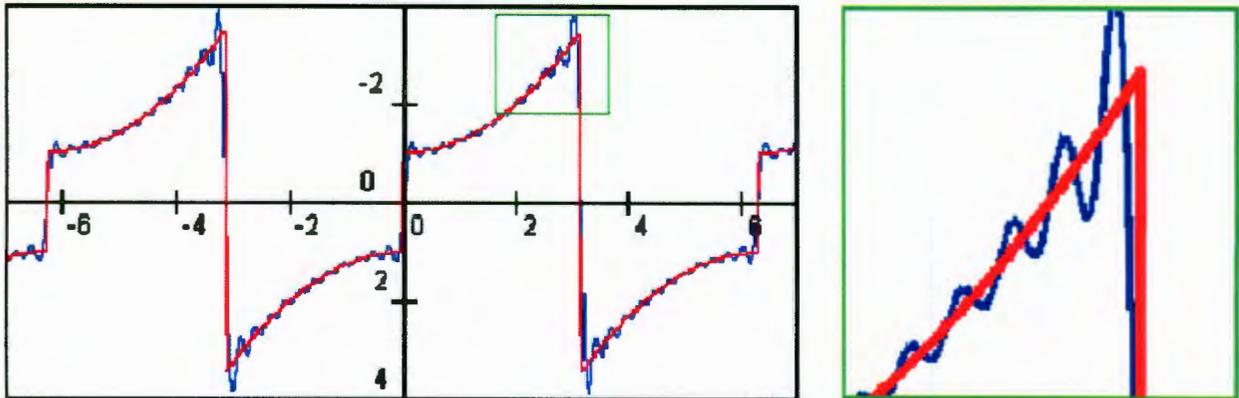


Figura 1.5: Reconstrucción de señales a partir de series de Fourier donde se muestra el fenómeno de Gibbs, el cual no desaparece aunque se consideren cada vez más términos en la reconstrucción.

1.2. Transformada de Fourier de tiempo corto.

Una de las principales limitaciones del análisis de Fourier es que no permite identificar el momento en el que sucedió algún evento particular. Así, si la señal presenta componentes *no estacionarios* como tendencias, quiebres, inicio y finalización de eventos, entre otros, el análisis de Fourier no puede identificarlos. Sin embargo, en muchas ocasiones es importante identificar adecuadamente las diferentes frecuencias que pueden existir en un instante o intervalo de tiempo dado, es decir, contar una *buena resolución temporal y frecuencial*. Para mejorar esta resolución se creó la *Transformada de Fourier de Tiempo Corto* (STFT).

La transformada de Fourier de tiempo corto analiza la señal en una región muy pequeña donde se supone que es estacionaria, entonces vemos la señal a través de ventanas angostas, lo suficientemente angostas como para que la señal vista desde estas ventanas efectivamente sea estacionaria (ver Figura 1.6). Con este fin se elige una función arbitraria “w”, la cual se localiza primero al principio de la señal ($t=0$). Supongamos que el ancho de la ventana es T. En $t=0$, la función ventana traslapa los primeros T segundos. Entonces se multiplican la función ventana y la señal y se supone que el producto es otra señal cuya transformada de Fourier se calcula. El resultado de esta transformación es la transformada de Fourier de los primeros T segundos de la señal. Si esta porción de la señal es estacionaria como se supuso, el resultado obtenido será una representación de frecuencias verdadera del primer segmento de la señal. El siguiente paso será desplazar esta ventana a una nueva posición, multiplicar por la señal y tomar la transformada de Fourier del producto y así sucesivamente hasta que lleguemos al final de la señal. La transformada de Fourier de tiempo corto no es más que la transformada de Fourier de la señal multiplicada por una función ventana. Debido a esto y a que la transformada de Fourier de una señal real siempre es simétrica [9], la transformada de Fourier de tiempo corto también sea una función simétrica en frecuencia (figura 1.7). Esta transformación es una función tanto del tiempo como de la frecuencia (a diferencia de la transformada de Fourier la cual es solo una función de la frecuencia).



Figura 1.6: Algoritmo de Transformada de Fourier de Tiempo Corto.

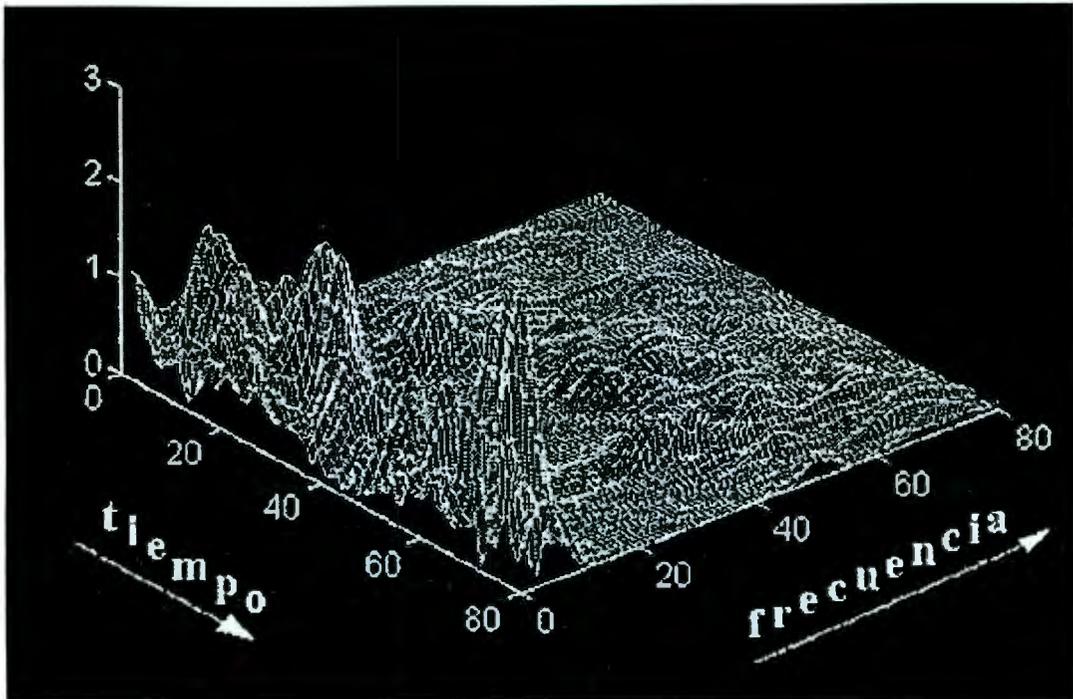


Figura 1.7: Transformada de Fourier de tiempo corto de una señal correspondiente a un segmento de voz [45].

Si los componentes de frecuencia están bien separados entre sí en la señal original, entonces podemos sacrificar un poco de resolución de frecuencias en aras de una buena resolución temporal, dado que los componentes espectrales están bien separados entre sí. Sin embargo, si este no es el caso, se perderá mucha información valiosa al tomar la STFT. El principal problema de esta transformada tiene que ver con que depende del ancho de la función ventana que se utilice (soporte), ya que solo un pedazo de la señal es analizado y se pierde resolución en frecuencia. Lo que esto significa es que no sabemos exactamente que componentes de frecuencia contiene la señal, sino solo podemos afirmar que tiene una banda de frecuencias. En la transformada de Fourier la función kernel nos permite obtener una resolución de frecuencias perfectas ya que el kernel mismo es una ventana de longitud infinita, mientras que en la STFT, la ventana tiene una longitud finita y no tenemos una resolución de frecuencias perfecta. Entre más angosta hagamos la ventana, mejor resolución temporal tendremos y tendrá más sentido la suposición de estacionalidad, pero nuestra resolución de frecuencias empeorará. En particular, una vez fijado el tamaño temporal de la ventana, la STFT no puede capturar eventos que pueden aparecer al interior de cada ventana.

En general, es posible definir un “patrón” deseable para las posibles formas de las ventanas. Para el análisis de las frecuencias bajas de una señal, es deseable una ventana ancha en el tiempo, pues *los movimientos de baja frecuencia usualmente están asociados a periodos prolongados de tiempo*, mientras que para el análisis de las frecuencias altas de una señal, es deseable una ventana angosta en el tiempo, pues *los movimientos de alta frecuencia están asociados a periodos cortos de tiempo*. Si las ventanas tienen esta flexibilidad, entonces es posible obtener una mejor resolución temporal y frecuencial. En particular, este patrón deseable se da si las ventanas son representadas por funciones denominadas wavelets.

1.3. Wavelets.

Las wavelets han encontrado aplicaciones en áreas tan diversas de la ciencia como son el análisis de señales, astronomía, acústica, ingeniería nuclear, codificación, procesamiento de señales e imágenes, vibraciones, neurofisiología, música, imágenes de resonancia magnética, reconocimiento de voz, óptica, fractales, turbulencia, predicción de sismos, radar, visión y aplicaciones en matemáticas puras tal como la solución de ecuaciones diferenciales y, en general, para análisis de tiempo-frecuencia [13-19]. Las wavelets permiten la descomposición de una señal en sus componentes de tiempo-frecuencia, que pueden relacionarse a algunas características específicas de la señal original y entonces describen un comportamiento específico del sistema bajo estudio. Para sistemas dinámicos, las wavelets son particularmente útiles para análisis de transitorios [15], vibraciones [16], estudios de propagación de onda [17], identificación de sistemas [18], y principalmente para análisis donde el tiempo y la frecuencia deben ser estudiados simultáneamente [19]. Varias de las ideas que dan cuerpo a la teoría de las wavelets se originaron de trabajos en: códigos de sub-banda en ingeniería, estados coherentes y teoría de renormalización de grupos en física y el estudio de operadores Calderon-Zygmund en matemáticas [32]. La existencia de wavelets data de principios del siglo XX (las wavelets Haar [35] y Littlewood-Paley [32]), como alternativas de solución a las limitaciones de la transformada de Fourier para estudiar funciones que contienen transitorios abruptos [32]. Sin embargo, no fue sino hasta 1984 en que los franceses Alex Grossman y Jean Morlet establecieron el concepto de wavelets en su forma teórica presente [30]. Los conceptos unificadores necesarios para el entendimiento general de la transformada wavelet fueron provistos por investigadores tales como Stromberg (wavelets ortogonales) [31] Meyer [32], Mallat (análisis multiresolutivo, algoritmos) [32], Daubechies [34], Battle y Lemarié (familias de wavelets) [33], por solo citar algunos [14].

1.3.1. Análisis Multiresolutivo.

Aunque los problemas de tiempo y frecuencia se deben a un fenómeno físico (el principio de incertidumbre de Heisenberg) y existen independientemente de la transformación que se utilice, es posible estudiar cualquier señal mediante una técnica alternativa llamada análisis multiresolutivo. Esta técnica analiza una señal a distintas frecuencias con diferentes resoluciones, esta diseñada para dar buena resolución temporal (mala resolución de frecuencias) a frecuencias altas y buena resolución de frecuencias (mala resolución temporal) a bajas frecuencias. Esto tiene sentido cuando la señal tiene componente de alta frecuencia durante cortos intervalos de tiempo y componentes de baja frecuencia de larga duración. Por fortuna, las señales que encontramos en aplicaciones prácticas son frecuentemente de este tipo.

La idea principal del Análisis Multiresolutivo es desarrollar representaciones de una función $f(x)$ a varios niveles de resolución, es decir, se descompone una señal dada en distintas escalas. El análisis multiresolutivo se realiza de manera similar al de transformada de Fourier de tiempo corto, en el sentido de que la señal es multiplicada por una función similar a la función ventana, y la transformada se calcula separadamente para distintos segmentos de la señal en el dominio del tiempo. Sin embargo la principal diferencia entre estas técnicas es que en el análisis multiresolutivo el ancho de la ventana cambia para cada componente espectral individual. Dentro de las técnicas de análisis multiresolutivo más comunes se encuentran las wavelets [1] que son el tema de lo que resta de este trabajo.

1.3.2. Wavelets.

Las wavelets no son más que ondas localizadas, i.e., señales con un valor promedio nulo que tienden a cero después de unas pocas oscilaciones. Las wavelets pueden ser funciones reales o complejas. Como las wavelets reales son útiles para detectar transiciones bruscas en señales no estacionarias serán las que utilizaremos en este trabajo.

La idea central de wavelets es descomponer una función del tiempo discreta en términos de un conjunto de funciones ortonormales de tiempo-frecuencia. Así, el análisis de la función original se realiza en el dominio de tiempo-frecuencia. En este caso, las escalas de tiempo y frecuencia están relacionadas a través de un principio de incertidumbre que establece que a una ventana ancha de tiempo le corresponde una ventana angosta de frecuencia o viceversa. En otras palabras, si T y B son las desviaciones estándar de la señal en los dominios de tiempo y frecuencia, respectivamente, entonces el principio de incertidumbre de Heisenberg establece que $TB \geq \frac{1}{2}$, lo cual significa que para una señal particular T y B no pueden ser ambos arbitrariamente pequeños [20].

1.3.3. Transformada de Wavelet Continua.

Con el fin de generar una base de funciones wavelet ortonormales, primero definimos una función kernel $\Psi(x)$ que tiene valores finitos en el dominio $(0,1)$ y es cero fuera de ahí. Entonces, a través de un proceso de escalamiento, se especifica la función kernel para intervalos de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, y así sucesivamente. El proceso se realiza tantas veces como niveles son requeridos. Cada nivel es asociado a un rango de frecuencias de acuerdo con las características de la función kernel. Para un caso general, las funciones ortonormales pueden definirse a partir de la función kernel $\Psi(x)$ como [14]:

$$\psi_{(\tau,s)}(t) = 2^{-\frac{s}{2}} \psi(2^{-s}t - \tau) \quad (1.4)$$

Así, la transformada de wavelet de una señal continua se define como [14]:

$$WT(t) = \sum_{k=-1}^{N-2} (-1)^k c_{k+1} \psi(2t + k) \quad (1.5)$$

Para otras aplicaciones, una forma integral de la transformada de wavelet se define como:

$$WT_x^\psi(\tau,s) = \Psi_x^\psi(\tau,s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi * \left(\frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (1.6)$$

Aquí el factor $|s|^{-1/2}$ es utilizado con fines de normalización de energía. La transformada de wavelet tiene dos parámetros τ y s , las cuales corresponden a los parámetros de translación y escala, respectivamente y $\psi(t)$ es la función kernel. El parámetro s controla la dilatación o contracción de la función en la escala del tiempo y su amplitud, mientras que τ determina la translación de la función en el tiempo. Dependiendo de la definición que se utilice para la función kernel $\psi(t)$, existen diferentes familias de wavelets. Las más comunes en la literatura son las wavelets de Daubechies, Coiflet, Haar, Symmlet, etc. [14].

En la definición (1.5) y (1.6) no nos restringimos a funciones periódicas, sino al espacio $L^2 := L^2(-\infty, \infty)$ de funciones (o señales) de cuadrado integrable (energía finita) $f(t)$ donde

$$\|f\| = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} < \infty. \quad (1.7)$$

La notación $\|\cdot\|$ se llama la norma L^2 , la cual se utiliza para medir la “energía” de las funciones en L^2 .

El término *translación* se relaciona con la posición de la ventana, conforme la ventana se traslada a través de la señal. Este término, obviamente, corresponde a la misma información temporal en el dominio transformado. Aquí no tenemos un parámetro de frecuencia (como en la transformada de Fourier de tiempo corto), sino un parámetro de escala que se define como el inverso a la frecuencia. Como en el caso de mapas, escalas altas corresponden a una vista global no detallada (de la señal) y escalas bajas a una vista detallada. Análogamente, en términos de frecuencia, frecuencias bajas (escalas grandes) corresponden a una información global de la señal, mientras que frecuencias altas (escalas pequeñas) se relacionan a información detallada de un patrón oculto en la señal (el cual tiene una duración relativamente corta). Afortunadamente, en aplicaciones prácticas, las escalas bajas no duran todo el tiempo de la señal, sino que usualmente aparecen de tiempo en tiempo como cortas explosiones. Escalas grandes corresponden a señales dilatadas y escalas pequeñas a señales comprimidas. Las escalas pequeñas (frecuencias altas) tienen mejor resolución escalar, lo cual corresponde a una resolución de frecuencias más pobre. Análogamente, escalas grandes tienen una resolución de frecuencias mejor.

La selección del kernel juega un papel significativo y determinante en la detección y localización de varios tipos de fenómenos en el análisis de las señales, por lo que la selección del mejor kernel depende de las características de la señal que será procesada y del fenómeno que buscamos estudiar. Por ejemplo la wavelet de Haar permite una representación efectiva de una señal constante a pedazos aunque debido a que su transformada de Fourier no está bien localizada (teniendo una tasa de decaimiento muy lenta en el eje de frecuencias) no es adecuada para análisis tiempo-frecuencia.

El primer paso en el análisis de señales mediante wavelets es encontrar la mejor Función Wavelet Prototipo Básica (FWP) que permita describir la señal mediante unos pocos términos. Se dice que la función $\psi(t)$ es un FWP sí y solo si su Transformada de Fourier $\psi(\omega)$ satisface:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} = C_{\psi} < \infty \quad (1.7)$$

Esta condición implica que $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$, lo cual significa que $\psi(t)$ es oscilatoria y su área neta es cero. Además $\psi(t)$ debe tener soporte compacto (decaimiento rápido hacia cero, idealmente la función es exactamente cero fuera de un intervalo finito)

1.3.4. Transformada de Wavelet Discreta.

La FWT puede ser dilatada o contraída y trasladada discretamente mediante la cuidadosa selección de $a = a_0^m$ y $b = nb_0 a_0^m$ donde a_0 y b_0 son constante fijas con $a_0 > 1$ y $b_0 > 0, n \in Z$. Entonces, la Transformada de Wavelet Discreta es:

$$DWT_{\psi} x(m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{m,n}^*(t) dt \quad (1.8)$$

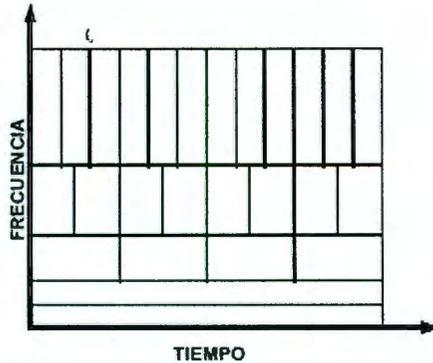


Figura 2.8: Cobertura del espacio tiempo frecuencia de la transformada wavelet.

y la correspondiente FWP discreta esta dada por:

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \psi\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right) \quad (1.9)$$

Sea $x[k]$ una secuencia discreta de $x(t)$ podemos describir (1.8) como:

$$DWT[m, n] = \frac{1}{\sqrt{|a_0^m|}} \sum_k x[k] \psi[a_0^{-m} n - k] \quad (1.10)$$

La elección más simple para las constantes de la ecuación (1-10) es $a_0 = 2$ y $b_0 = 1$, con esto la transformada Wavelet es llamada la *transformada wavelet diádica-ortonormal*, con una cobertura del plano tiempo-frecuencia como la mostrada en la figura 1.8.

Para cubrir el dominio completo de frecuencias, adicionalmente la transformada de Fourier de $\psi_{m,n}(t)$ debe satisfacer la siguiente relación:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |\psi(2^m \omega)|^2 = 1 \quad (1.11)$$

Con FWT formando bases ortonormales no habrá información redundante en las señales transformadas debido a las propiedades de ortonormalidad.

1.3.5. Transformada de Wavelet Inversa.

La transformada de wavelet continua tiene una inversa que permite recuperar la señal a partir de sus coeficientes $C(a,b)$:

$$f(x) = \frac{1}{K_\psi} \int_{a=-\infty}^{\infty} \int_{b=-\infty}^{\infty} C(a,b) \psi_{a,b}(x) db \frac{da}{a^2} \quad (1.12)$$

donde la constante K_ψ depende del tipo de wavelet. Uno de los problemas de la transformada de wavelet continua es que se genera un gran número de coeficientes wavelet $C(a,b)$ durante el análisis. Más aún, pocas wavelets tienen una expresión explícita y la mayoría se definen a través de ecuaciones recursivas. De hecho, la transformada de wavelet continua es muy redundante en el sentido en que no es necesario usar todo el dominio de $C(a,b)$ para reconstruir $f(x)$.

En el caso discreto la señal puede reconstruirse a partir de los coeficientes $C_{j,k}$ mediante un algoritmo de reconstrucción llamado la transformada de wavelet discreta inversa:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k) \quad (1.13)$$

Supongamos que la transformada de wavelet $C(a,b)$ solo esta disponible para escalas pequeñas, digamos $a < a_0$ y que queremos recobrar la función $f(x)$. En este caso necesitamos complementar la información correspondiente a $C(a,b)$ para $a \geq a_0$. Para obtener esta información necesitamos introducir otra función $\phi(x)$, a la que llamaremos la función escalante:

$$\begin{aligned} D(a_0, b) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \frac{1}{\sqrt{a_0}} \phi\left(\frac{x-b}{a_0}\right) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \phi_{a_0, b}(x) dx \end{aligned}$$

Se puede mostrar que la formula de reconstrucción toma la forma [14]:

$$f(x) = \frac{1}{K_\psi} \int_b^{a_0} \left(\int_{-\infty}^{\infty} C(a,b) \psi_{a,b}(x) db \right) \frac{da}{a^2} + \frac{1}{K_\psi a_0} \int_{-\infty}^{\infty} A(a_0, b) \phi_{a_0, b}(x) db \quad (1.14)$$

La función escalante no existe para cada wavelet. La existencia de la función $\phi(x)$ es importante para la implementación numérica de la transformada de wavelet rápida.

1.3.6. Análisis de Señales mediante Wavelets.

Sea $f(t)$ cualquier señal de energía finita (L^2) que se desee analizar. El primer paso es representar $f(t)$ por una función discreta $f_n(t)$ con n lo suficientemente grande. Dado que analizaremos $f_n(t)$ en lugar de $f(t)$ y reconstruiremos $f_n(t)$ después del análisis, es importante tener cuidado al modelar $f(t)$ con $f_n(t)$. Sin embargo, en nuestro caso solo tenemos información discreta de la señal, así que no podemos evitar trabajar desde el principio con $f_n(t)$. Posteriormente tenemos que seleccionar una función wavelet $\phi(x)$ que depende de la forma de la señal $f(t)$. Necesitamos una elección adecuada para que con pocos términos sea posible reconstruir la señal original.

1.3.7. Tipos de Wavelets.

Los kernel de wavelets más comúnmente utilizados que tienen una expresión explícita pero no una función escalante (i.e. la transformada de wavelet discreta y la rápida no existen) son:

- Wavelet Gaussiana.

$$\Gamma(q) \equiv \left(\frac{w_1}{\pi |w_0|^2} \right)^{\frac{1}{4}} \exp \left[-\frac{|q - q_0|^2}{2w_0} + ip_0 \cdot q \right],$$

Esta wavelet se muestra en la figura 1.9 [32].

- Wavelet de sombrero mexicano.

Se define como la segunda derivada de la función Gaussiana [32]:

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \left(e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \left(\frac{t^2}{\sigma^2} - 1 \right) \right)$$

donde σ es el parámetro de escala que afecta el ancho de la ventana. Esta wavelet se muestra en la figura 1.9.

- Wavelet de Morlet.

$$w(t) = e^{iat} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma}}$$

donde a es un parámetro de modulación y σ es el parámetro de escala que afecta el ancho de la ventana. Esta wavelet se muestra en la figura 1.9 [33].

- Wavelet de Shannon [33].

La wavelet de Meyer es un ejemplo de una wavelet regular infinita. Esta wavelet no tiene una expresión explícita para la función wavelet y, sin embargo si existe la función de escala por lo que es posible calcular la transformada de wavelet discreta, aunque no hay disponible ninguna transformada de wavelet rápida [34].

Como ejemplos de wavelets ortogonales que no tienen una representación explícita para la función wavelet, pero si funciones de escala y algoritmos de transformada de wavelet rápida podemos mencionar:

- Wavelets de Haar [33],
- Daubechies [35],
- Symlet [36],
- Wavelets de Coiflet de orden N [33].

Las desventajas de este tipo de wavelets son su poca regularidad así como que las reconstrucciones simétrica y exacta son incompatibles (salvo la wavelet de Haar) si se utilizan los mismos filtros de respuesta al impulso finita (FIR) para la reconstrucción y descomposición.

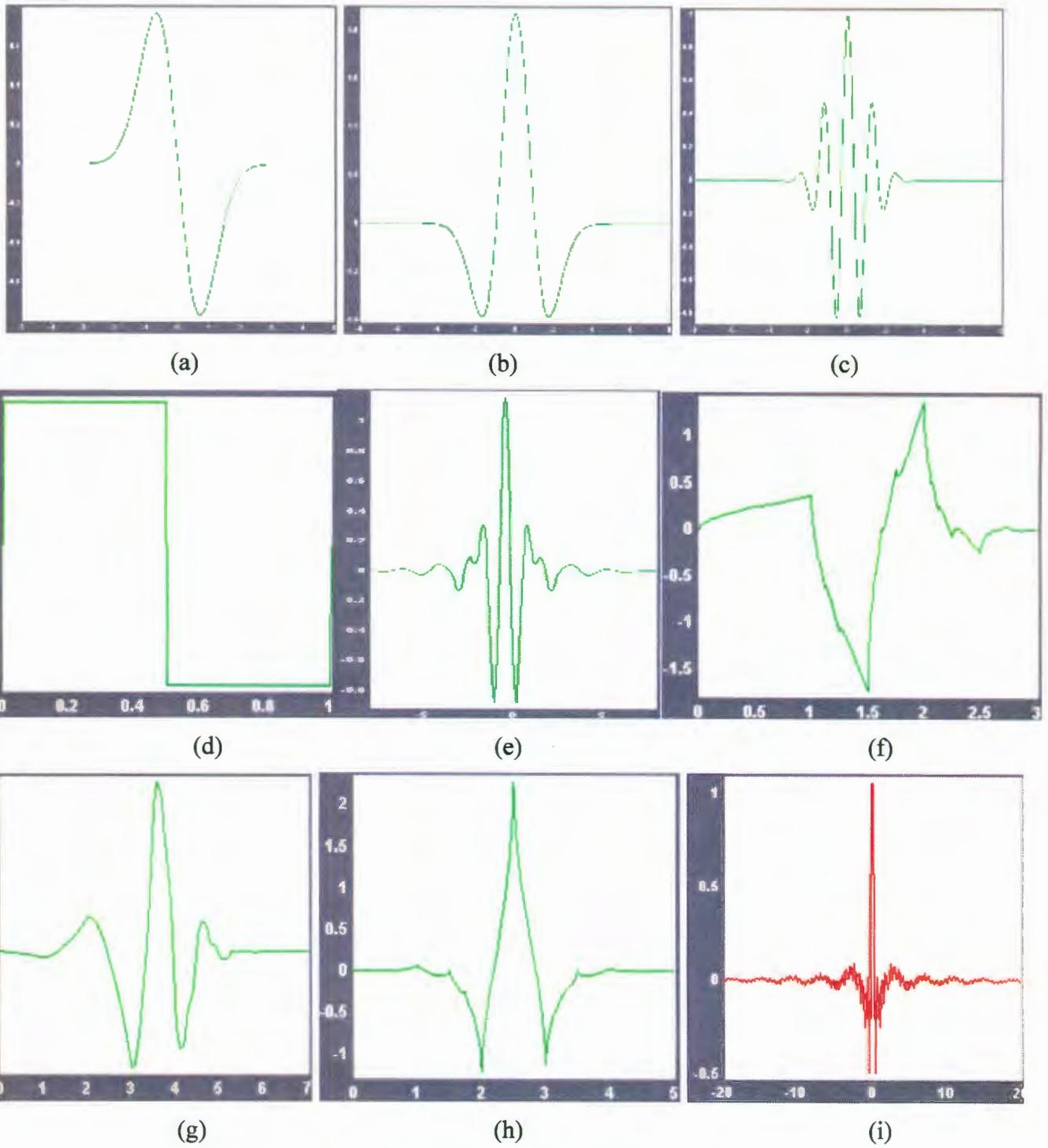


Figura 1.9 Wavelets usuales:

- (a) Gaussiana, (b) sombrero mexicano, (c) Morlet, (d) Haar,
- (e) Meyer, (f) Symlet, (g) Daubechies, (h) Coiflet, (i) Shannon

Las Wavelets biortogonales y las wavelets de spline biortogonal tienen un soporte compacto para las cuales simetría y reconstrucción exacta son posibles con filtros FIR [32]. En este caso se usan dos wavelets y funciones de escala, en lugar de una.

1.3.8. Algoritmo para calcular la Transformada de Wavelet.

En 1976 Croiser y Galand desarrollaron una técnica para descomponer señales de tiempo discretas basadas en wavelets [37]. Crochiere, Weber y Flanagan realizaron un trabajo similar en codificación de señales habladas mediante la codificación de subbandas [37]. En 1983, Burt estableció una técnica muy similar llamada codificación piramidal, que actualmente se conoce como análisis multiresolutivo [37]. Posteriormente, en 1989, Vetterli y Le Gall realizaron algunas mejoras al esquema de codificación subbandas, removiendo la redundancia existente en el esquema [38].

La transformada de wavelet continua se calcula cambiando la escala de la ventana de análisis, desplazando la ventana en el tiempo, multiplicándola por la señal, e integrando sobre todos los tiempos. En el caso discreto, se utilizan filtros de diferentes frecuencias de corte para analizar la señal en distintas escalas. La señal se pasa a través de una serie de filtros de paso alto para estudiar las frecuencias altas, y se pasa a través de una serie de filtros pasa bajas para analizar las frecuencias bajas. La resolución de la señal, la cual es una medida de la cantidad de información detallada en la señal, es modificada por operaciones de filtrado, y la escala cambia por operaciones de muestreo arriba y muestreo abajo (submuestreo). Submuestrear una señal equivale a reducir la tasa de muestreo, o remover algunas de las muestras de la señal. Por ejemplo, submuestreo por un factor n reduce el número de muestras en la señal n veces. El muestreo arriba de una señal corresponde a aumentar la tasa de muestreo de una señal sumando nuevas muestras a la señal. Por ejemplo, muestreo arriba por dos significa agregar nuevos datos, usualmente cero o un valor interpolado, entre cada dos datos de la señal. El muestreo arriba de una señal por un factor de n aumenta el número de datos en la señal por un factor de n .

El procedimiento empieza pasando la señal a través de un filtro de paso bajo digital de media banda con una respuesta de impulso $h(n)$. El filtrado de la señal corresponde a la operación matemática de convolución de la señal con la respuesta de impulso del filtro:

$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$$

Un filtro de paso bajo de media banda remueve todas las frecuencias que están arriba de la mitad de la frecuencia más alta en la señal. Por ejemplo, si una señal tiene una componente máxima de 1000 Hz, entonces el filtrado de paso bajo de media banda quita todas las frecuencias arriba de 500 Hz.

Después de pasar la señal a través de un filtro de paso bajo de media banda, la mitad de las muestras puede ser eliminada porque contiene información redundante. Notemos que el filtrado de paso bajo remueve la información de alta frecuencia pero deja la escala sin cambios, únicamente el proceso de submuestreo cambia la escala. Por otro lado, la resolución esta relacionada con la cantidad de información en la señal y entonces es afectada por las operaciones de filtrado. El filtrado de paso bajo de media banda quita la mitad de las

frecuencias por lo que puede interpretarse como pérdida de la información, entonces la resolución se reduce a la mitad después de la operación de filtrado. Sin embargo, la operación de submuestreo después del filtrado no afecta la resolución dado que quitar la mitad de las componentes espectrales de la señal hace que la mitad del número de datos sean redundantes, por lo que se pueden quitar la mitad de los datos sin perder ninguna información. Este procedimiento se expresa matemáticamente como:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] \cdot x[2n - k]$$

La transformada de wavelet discreta analiza la señal a diferentes bandas de frecuencia con distintas resoluciones descomponiendo la señal en una aproximación gruesa empleando dos conjuntos de funciones, llamadas las funciones de escala y las de wavelet que están asociadas con los filtros paso bajo y paso alto respectivamente. La descomposición de la señal en distintas bandas de frecuencia se obtiene simplemente por filtrados de paso alto y de paso bajo sucesivos de la señal en el dominio del tiempo. La señal original $x(n)$ primero pasa a través de filtro de paso alto de media banda $g(n)$ y luego por un filtro de paso bajo $h(n)$. Después del filtrado, se pueden eliminar la mitad de los datos, entonces la señal puede ser submuestreada por 2, lo cual se expresa matemáticamente como:

$$y_{alto}[k] = \sum_n x[n] \cdot g[2k - n]$$

$$y_{bajo}[k] = \sum_n x[n] \cdot h[2k - n]$$

donde $y_{alto}(k)$ y $y_{bajo}(k)$ son las salidas de los filtros de paso alto y de paso bajo, respectivamente, después de un submuestreo por 2.

Esta descomposición reduce a la mitad la resolución temporal ya que solo la mitad de los datos caracteriza toda la señal. Sin embargo, esta operación dobla la resolución de frecuencia dado que la banda de frecuencias de la señal ahora abarca solo la mitad de la banda de frecuencia previa, reduciendo efectivamente la incertidumbre en la frecuencia a la mitad. El procedimiento anterior conocido como codificación subbanda puede repetirse para una descomposición mayor. En cada nivel, el filtrado y el submuestreo producirá la mitad del número de datos (y por lo tanto la mitad de la resolución temporal) y la mitad de la banda de frecuencia abarcada (y de aquí el doble en la resolución de frecuencias). Este procedimiento se ilustra en la figura 2.10, donde $x(n)$ es la señal original y $h(n)$ y $g(n)$ son los filtros de paso bajo y de paso alto, respectivamente. El ancho de banda de la señal en cada nivel se marca como “ f ”.

Las frecuencias más notorias en la señal original aparecen como amplitudes altas en la región de la señal transformada de wavelet discreta que incluye esas frecuencias particulares. La diferencia de esta transformada de la de Fourier es que la localización temporal de estas frecuencias no se pierde. Sin embargo, la localización temporal tendrá una resolución que dependerá del nivel en el que aparezca. La principal información de la señal radica en las frecuencias más altas, y la localización temporal de estas frecuencias será más precisa dado que estarán caracterizadas por un número mayor de datos. Si la información principal se

encuentra solo a frecuencias muy bajas, la localización temporal no será muy precisa dado que se usan pocos datos para expresar la señal a estas frecuencias.

En la práctica, solo una muestra de la señal está disponible, y la implementación numérica de la transformada de wavelet discreta y de su inversa se realiza mediante la transformada de wavelet rápida, un conjunto de algoritmos descubiertos por Stéphane Mallat [11] que utilizan los conceptos de filtros digitales pasa-altos y pasa-bajos. Estos filtros, implementados por una transformada ortogonal rápida requieren solo $O(N)$ operaciones para una señal discretizada. En los paquetes usuales de cómputo de wavelets en C, Mathematica o en Matlab se encuentran implementadas transformadas de wavelet rápidas para los kernels más usuales.

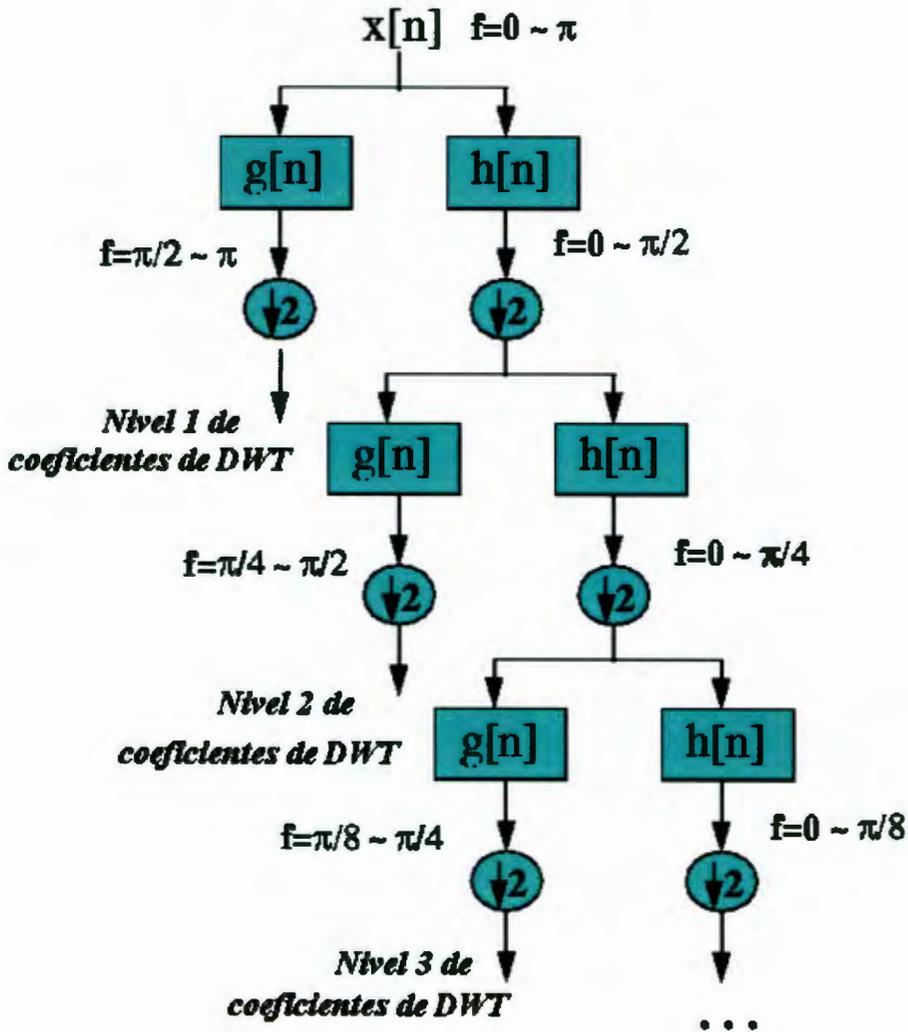


Figura 1.10. Ilustración del algoritmo de codificación subbanda para wavelets.

CAPÍTULO II: ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS MEDIANTE WAVELETS

En la actualidad existen numerosos métodos no destructivos para la detección de fallas en estructuras basados en cambios de las propiedades dinámicas de la estructura [1,8]. Para situarnos mejor en el tema, en este capítulo se revisan algunos de los conceptos básicos del análisis dinámico de estructuras y se plantea la metodología para realizar dicho análisis usando wavelets. Se estudian los casos de las vibraciones tanto libres como forzadas y el caso de vibraciones producidas por una excitación de base. Se plantean las ecuaciones del movimiento y se presentan las propiedades de los modos y frecuencias propias de la estructura. La respuesta máxima del sistema ante vibraciones se obtiene utilizando el análisis modal espectral. Para terminar se propone la metodología de detección de fallas usando wavelets.

2.1. Sistemas con un grado de libertad

En esta sección estudiaremos los sistemas lineales con un grado de libertad considerando los casos de vibraciones libres como forzadas y las producidas por una excitación de base.

2.1.1. Vibraciones libres

2.1.1.1 Vibración libre en sistemas no amortiguados.

Consideremos el sistema formado por una masa adherida a un resorte elástico lineal, como se muestra en la figura 2.1. Si se desplaza la masa desde su posición de equilibrio y a continuación se deja vibrar libremente, la masa oscilará alrededor de dicha posición. Aislando la masa y planteando el equilibrio de fuerzas [16] se obtiene:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{2.1}$$



Fig. 2.1. Sistema de un grado de Libertad y su Equilibrio de Fuerzas.

La solución a la ecuación (2.1) es de la forma

$$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \text{sen} \omega_n t; \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

donde ω_n es la frecuencia natural o propia del sistema (a la cual vibra el sistema de acuerdo con sus características), A_1 y A_2 son constantes arbitrarias que se pueden calcular a partir de las condiciones iniciales.

2.1.1.2. Amortiguamiento.

El amortiguamiento es el proceso causante de que un movimiento vibratorio disminuya su amplitud con el tiempo [16]. Su origen puede ser diverso: rozamiento entre superficies, fricción interna, etc.

Para aproximar las distintas formas de amortiguamiento es habitual en dinámica estructural emplear amortiguamiento viscoso. En este caso la fuerza amortiguadora es proporcional a la velocidad [24]

$$F_a = c\dot{x} \quad (2.3)$$

donde la constante c de amortiguamiento equivalente es tal que origina la misma disipación de energía que la producida por el amortiguamiento real de la estructura.



Fig. 2.2 Sistema de un grado de libertad con amortiguamiento y su diagrama de cuerpo libre.

En la figura 2.2 muestra un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso. La ecuación del movimiento en este caso es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.4)$$

cuya solución tiene la forma

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \{A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}\}; r_1 = \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} = -r_2 \quad (2.5)$$

La respuesta del sistema depende del valor de r_1 y r_2 en la ecuación (2.5). Se pueden presentar dos casos:

1. Si $\frac{c^2}{4m^2} \geq \frac{k}{m}$ las raíces r_1 y r_2 son reales.

El sistema está sobreamortiguado y tiende exponencialmente a su posición de equilibrio sin oscilar (ver figura 2.3). En el caso particular en que $r_1 = r_2 = 0$ se dice que el sistema está críticamente amortiguado, ya que tiende a la posición de equilibrio en el menor tiempo posible. Esto sucede para un valor crítico de la constante de amortiguamiento, c_{cr} , dado por:

$$\frac{c_{cr}^2}{4m^2} = \frac{k}{m} \Rightarrow c_{cr} = \sqrt{4km} = 2m\omega_n \quad (2.6)$$

La relación entre constante de amortiguamiento de un sistema y la constante de amortiguamiento crítico se denomina factor de amortiguamiento ξ :

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (2.7)$$

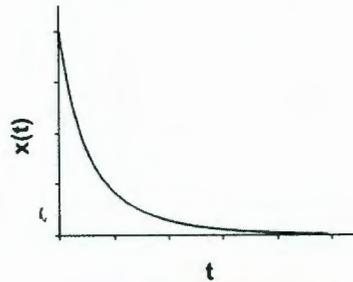


Figura 2.3. Respuesta de un sistema sobreamortiguado.

2. Si $\frac{c^2}{4m^2} < \frac{k}{m}$ como cuando $c < c_{cr}$, como sucede habitualmente en estructuras de edificación, las raíces r_1 y r_2 son complejas y el sistema vibra con amplitud decreciente hacia su posición de equilibrio (ver fig 2.4). La respuesta del sistema adopta la forma

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \{A_1 \cos \omega_d t + A_2 \text{sen} \omega_d t\}; \omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.8)$$

donde ω_d es la frecuencia de vibración amortiguada. Dado que en edificación el factor de amortiguamiento de las estructuras suele ser inferior a 0.1, $\omega_d \approx \omega_n$, por ejemplo en el caso en el cual la frecuencia de oscilación libre del sistema no depende de su amortiguamiento.

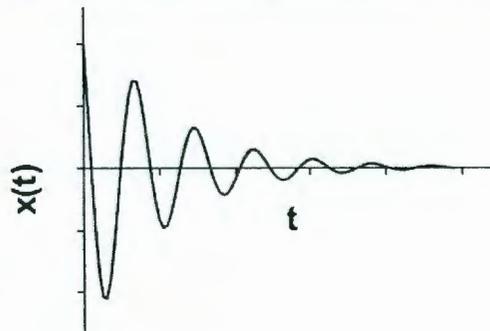


Figura 2.4. Respuesta de un sistema amortiguado

2.1.2. Vibraciones forzadas.

Ahora estudiaremos el caso mostrado en la Figura 2.5 de un sistema amortiguado con un grado de libertad sometido a una fuerza excitadora de tipo armónico

$$F(t) = F_0 \text{sen} \omega t \quad (2.9)$$

Del equilibrio de fuerzas (ver figura 2.5.) se obtiene la ecuación del movimiento

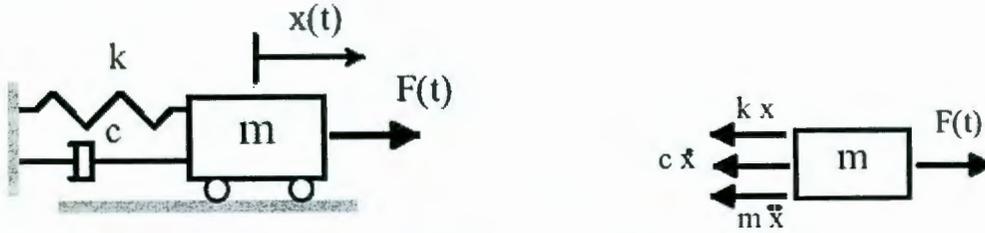


Figura 2.5. Sistema con un grado de libertad sometido a carga armónica y su diagrama de cuerpo libre.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (2.10)$$

cuya solución es la suma de la solución de la ecuación homogénea y una solución particular de la ecuación general, o sea:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (2.11)$$

La solución de la ecuación homogénea viene dada por

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \{A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t\} \quad (2.12)$$

mientras que una solución particular de la ecuación general es

$$x_p(t) = \frac{F_0/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \sin(\omega t - \varphi) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad (2.13)$$

El comportamiento del término $x_h(t)$ ya se ha descrito al estudiar las vibraciones libres, y corresponde a la respuesta transitoria del sistema. En sistemas amortiguados esta vibración desaparece al cabo de un cierto tiempo y depende de las condiciones iniciales de velocidad y desplazamiento. El término $x_p(t)$ define la respuesta en régimen permanente. En este caso la vibración no desaparece hasta que cesa la excitación exterior.

Puesto que en la ecuación (2.13) F_0/k corresponde a la respuesta del sistema para una carga estática de amplitud F_0 , se define el coeficiente de amplificación dinámica o factor dinámico de carga como la relación entre las respuestas dinámica y estática del sistema (a una excitación de la misma amplitud)

$$\frac{X}{F_0/k} = \frac{X}{X_{est}} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \quad (2.14)$$

En la figura 2.6 se muestra la evolución con la frecuencia excitadora de este coeficiente. Se distinguen tres zonas:

- a) $\omega < \omega_n$: cuando $\omega \cong 0$ la fuerza aplicada es cuasi-estática y por tanto la respuesta coincide con la estática. A medida que ω aumenta, el sistema comienza a vibrar en respuesta a la fuerza aplicada, aumentando la amplificación según la frecuencia excitadora se aproxima al valor de la frecuencia natural del sistema. El papel que juega el amortiguamiento es doble: por un lado disminuye la amplificación de la respuesta y por otro produce un incremento en el desfase φ .

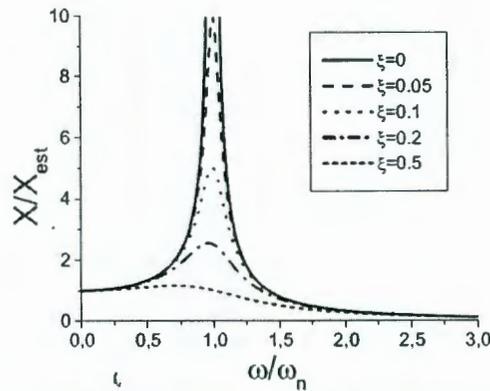


Figura 2.6. Coeficiente de amplificación dinámica.

- b) $\omega \cong \omega_n$: en esta zona se produce la máxima amplificación de la respuesta. Esto ocurre para una frecuencia de excitación

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (2.15)$$

que prácticamente coincide con ω_n para los valores habituales del amortiguamiento ($\xi < 0.1$). La amplificación obtenida para esta frecuencia es

$$\left. \frac{X}{X_{est}} \right|_{\max} = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - 2\xi^2}} \cong \frac{1}{2\xi} \quad (2.16)$$

- c) $\omega > \omega_n$: según aumenta el valor de la frecuencia de excitación ($\omega \rightarrow \infty$) al sistema le resulta imposible seguir las oscilaciones inducidas por la acción exterior, por lo que tiende a permanecer en reposo

$$\left. \frac{X}{X_{est}} \right|_{\omega \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (2.17)$$

2.1.3. Vibraciones producidas por una excitación de la base.

Las vibraciones producidas por los terremotos están asociadas a un movimiento en la base del sistema (Figura 2.7). Cuando este movimiento es de tipo armónico

$$y(t) = Y \sin \omega t \quad (2.18)$$

Al igual que en los casos anteriores la ecuación del movimiento se obtiene planteando el equilibrio de fuerzas para la masa aislada

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (2.19)$$

Considerando el movimiento relativo entre la masa y la base, $z = x - y$, la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} = mY\omega^2 \sin \omega t \quad (2.20)$$

Que tiene la misma forma que la ecuación de movimiento obtenida al estudiar vibraciones forzadas con $F_0 = mY\omega^2$, por lo que para este caso son aplicables todas las conclusiones obtenidas en la sección anterior.

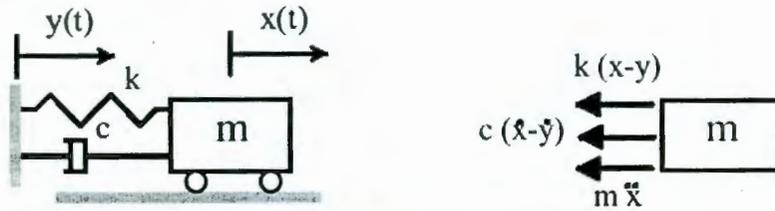


Fig. 2.7. Sistema de un grado de libertad sometido a excitación en su base.

2.2. Sistemas con varios grados de libertad.

2.2.1. Ecuaciones de movimiento.

En el caso de estructuras el análisis dinámico puede simplificarse considerando un modelo de masas concentradas, sin que ello resulte en una pérdida de precisión significativa. La masa total del sistema se concentra sobre algunos elementos del mismo (fácilmente identificables) y la capacidad de deformación sobre otros.

Un modelo ampliamente utilizado en el análisis de marcos planos corresponde al denominado “edificio de n niveles” (Figura 2.8). La masa se concentra a nivel de los entrepisos, que se consideran infinitamente rígidos en su plano. Las columnas sólo aportan rigidez, pero no masa. Se admite que los giros en los extremos de las columnas son nulos y que su deformación por carga axial es despreciable. De esta forma el sistema queda definido por un grado de libertad por planta, asociado a la traslación horizontal respecto a la cimentación del edificio.

Para completar el modelo de edificio se deben incluir de alguna manera las fuerzas de amortiguamiento asociadas a la disipación de energía que se produce durante la vibración del sistema (Figura 2.9). Esto se realiza habitualmente, y al igual que ya se describiera para los sistemas de un grado de libertad, mediante la definición de unas fuerzas de amortiguamiento viscoso (proporcionales a la velocidad), lo que equivale a admitir que existe un mecanismo de disipación de energía homogéneo en toda la estructura. Planteando el equilibrio dinámico para cada una de las masas m_i (Figura 2.10), se obtiene

$$m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + (k_i + k_{i+1})x_i - k_{i+1}x_{i+1} - k_i x_{i-1} = -m_i a(t) \quad (2.28)$$

o en forma matricial para todo el sistema,

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -MJa(t) \quad (2.29)$$

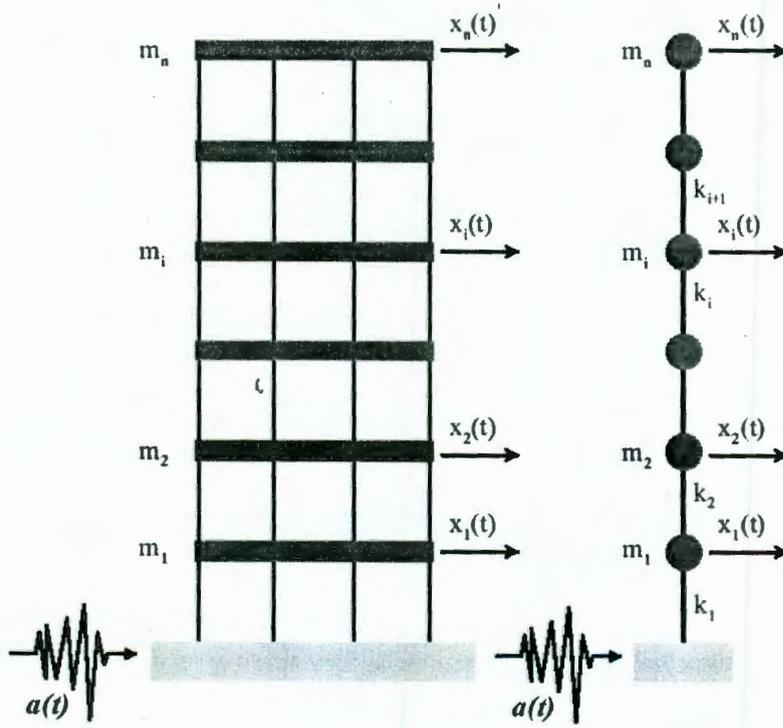


Figura 2.8. Edificio de n niveles.

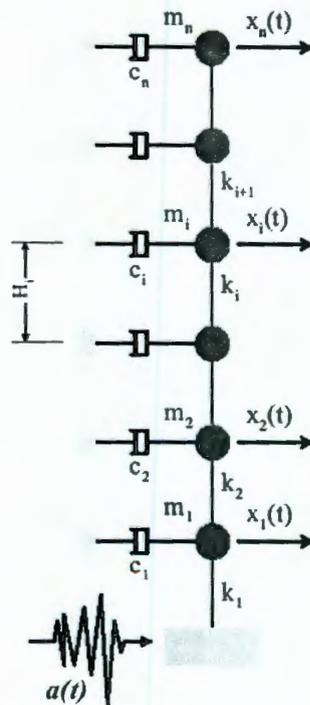


Figura 2.9. Edificio de n pisos con amortiguamiento.

$$(K - \omega^2 M)X = 0 \quad (2.37)$$

Las ecuaciones (2.37) corresponden a un problema de obtención de eigenvalores y eigenvectores. Para que haya soluciones distintas de la trivial debe cumplirse que el determinante de la matriz de coeficientes sea nulo

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (2.38)$$

Como solución de este polinomio característico se obtienen n autovalores ω_i^2 que corresponden a las n frecuencias naturales o frecuencias propias ω_i con las que la estructura puede vibrar libremente. A la frecuencia más baja del sistema se le denomina frecuencia fundamental, ω_1 , y tiene asociado un período fundamental

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (2.39)$$

Cada eigenvalor ω_i^2 lleva asociado un eigenvector X_i , denominado modo de vibración, que indica la forma de la deformada que adquiere el sistema vibrando con la correspondiente frecuencia natural ω_i . Dado que (2.35) es un sistema de ecuaciones homogéneas con determinante nulo, sólo es posible determinar $n-1$ componentes de X_i en función de una de ellas, puede determinarse la forma con que vibra el sistema libremente pero no su amplitud. Resulta habitual normalizar estos modos, asignando un valor unidad a su primera componente.

$$\phi_i = \frac{X_i}{X_{i1}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \phi_{i2} \\ \phi_{i3} \\ \vdots \\ \phi_{in} \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

En general la estructura vibrará libremente o bien según uno de los modos de su frecuencia propia asociada, o bien según una combinación lineal de dichos modos.

2.2.2.1. Propiedades de los modos de vibración.

Se puede demostrar fácilmente que los modos de vibración de una estructura satisfacen las siguientes condiciones de ortogonalidad respecto a las matrices de masa y rigidez

$$\phi_i^T M \phi_j = \bar{M}_i ; \quad \phi_i^T M \phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (2.41)$$

$$\phi_i^T K \phi_i = \omega_i^2 \bar{M}_i = \bar{K}_i ; \quad \phi_i^T K \phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (2.42)$$

donde \bar{M}_i y \bar{K}_i son escalares. En caso de que la matriz de amortiguamiento sea de la forma (2.34), los modos también serán ortogonales respecto a ella

$$\phi_i^T C \phi_i = \phi_i^T (AM + BK) \phi_i = A\bar{M}_i + B\bar{K}_i = \bar{C}_i ; \quad \phi_i^T C \phi_j = 0 \quad i \neq j \quad (2.43)$$

Por lo tanto, si ordenamos todos los modos de vibración en una matriz modal Φ

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (2.44)$$

Las condiciones de ortogonalidad anteriores resultan en

$$\Phi M \Phi = \bar{M} \quad (2.45)$$

$$\Phi C \Phi = \bar{C} \quad (2.46)$$

$$\Phi K \Phi = \bar{K} \quad (2.47)$$

donde \bar{M} , \bar{C} y \bar{K} son matrices diagonales cuyos términos vienen definidos por las relaciones (2.41), (2.42) y (2.43).

En el caso poco habitual de que existan raíces dobles ω_i^2 , se puede demostrar que hay infinitos eigenvectores asociados a este eigenvalor contenidos en un plano que es ortogonal al resto de modos de vibración.

2.2.2.2. Superposición modal.

En la sección anterior se ha visto como los n modos de vibración de un sistema de n grados de libertad son independientes y ortogonales entre sí, por lo que forman una base completa. Por tanto, cualquier movimiento del sistema puede expresarse como combinación lineal de dichos modos

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \zeta_i(t) = \Phi \zeta \quad (2.48)$$

donde $\zeta_i(t)$ son funciones escalares del tiempo. Las coordenadas ζ_i se denominan coordenadas generalizadas y describen la posición del sistema referido a un sistema de coordenadas cuyos vectores directores son los modos de vibración. Multiplicando (2.48) por $\phi_i^T M$ se obtiene

$$\phi_i^T M x = \phi_i^T M \left(\sum_{j=1}^n \phi_j \zeta_j(t) \right) = \phi_i^T M \phi_i \zeta_i \quad (2.49)$$

dadas las condiciones de ortogonalidad (2.41). De esta forma, los valores de las coordenadas generalizadas ζ_i se pueden obtener a partir de las coordenadas x_i :

$$\zeta_i = \frac{\phi_i^T M x}{\phi_i^T M \phi_i} \quad (2.50)$$

El movimiento de una estructura de n grados de libertad sometida a vibraciones forzadas está regido por las ecuaciones (2.29). Haciendo el cambio de coordenadas cartesianas x_a coordenadas generalizadas ζ se obtiene

$$M \left(\sum_{j=1}^n \phi_j \ddot{\zeta}_j \right) + C \left(\sum_{j=1}^n \phi_j \dot{\zeta}_j \right) + K \left(\sum_{j=1}^n \phi_j \zeta_j \right) = -M J a(t) \quad (2.51)$$

ya que las formas modales no dependen del tiempo. Multiplicando esta ecuación por ϕ_i^T y teniendo en cuenta las condiciones de ortogonalidad (2.41-2.43) se obtiene

$$\bar{M}_i \ddot{\zeta}_i + \bar{C}_i \dot{\zeta}_i + \bar{K}_i \zeta_i = -\phi_i^T M J a(t) \quad (2.52)$$

el sistema de n ecuaciones diferenciales acopladas (2.29) se ha transformado en un conjunto de n ecuaciones independientes, solubles cada una de ellas por cualquiera de los métodos aplicables a sistemas con un grado de libertad.

Dividiendo la ecuación (2.52) por $\phi_i^T M \phi_i = \bar{M}_i$ se obtiene:

$$\ddot{\zeta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\zeta}_i + \omega_i^2 \zeta_i = -\frac{\phi_i^T M J}{\phi_i^T M \phi_i} a(t) = -\tau_i a(t) \quad (2.53)$$

donde τ_i se denomina coeficiente de participación del modo i

$$\tau_i = \frac{\phi_i^T M J}{\phi_i^T M \phi_i} \quad (2.54)$$

y refleja la relación entre la masa total asociada al modo i ($\phi_i^T M \phi_i$) y la masa asociada al modo i que moviliza el sismo ($\phi_i^T M J$)⁴. En la ecuación (2.53) se ha introducido la definición

$$\frac{\bar{C}_i}{\bar{M}_i} = \frac{\bar{C}_i \bar{C}_{cr}}{\bar{C}_{cr} \bar{M}} = 2\xi_i \omega_i \quad (2.55)$$

donde $\bar{C}_{cr} = 2\sqrt{K_i \bar{M}_i}$ es el amortiguamiento crítico del modo i . Para resolver la ecuación (2.53) es habitual evaluar directamente un factor de amortiguamiento para cada modo ξ_i en vez de partir de la matriz de amortiguamiento C . Una vez calculadas a partir de (2.53) las coordenadas generalizadas $\zeta_i(t)$, se obtiene la evolución en el tiempo de los desplazamientos $x(t)$ mediante la ecuación (2.48). Las fuerzas según cada uno de los grados de libertad considerados en cada instante de tiempo, $F(t)$, se calculan de manera análoga al análisis estático,

$$F(t) = Kx(t) \quad (2.56)$$

donde K es la matriz de rigidez de la estructura.

La desventaja de este tipo de análisis es que proporciona un exceso de información innecesaria, ya que a la hora de diseñar el proyectista está generalmente interesado en la respuesta máxima del sistema (más concretamente en mantener dicha respuesta dentro de unos límites prefijados), y no en la evolución a lo largo del tiempo de los valores de esa respuesta. Por este motivo, la acción sísmica de diseño suele definirse en la mayoría de las normativas para sismos en base a un espectro de respuesta y no en base a acelerogramas, empleándose el análisis modal espectral como procedimiento de cálculo.

En general, los modos de vibración correspondientes a las frecuencias propias más bajas (a los períodos más altos) son los que contienen menor energía de deformación elástica, por lo que son los que condicionan en mayor medida la respuesta del sistema. Por este motivo, para obtener dicha respuesta bastará con considerar las aportaciones de los r primeros modos de vibración

$$x(t) = \sum_{i=1}^r \phi_i \zeta_i(t) \quad ; \quad r \ll n \quad (2.57)$$

Además, los modos asociados a las frecuencias más elevadas son los que incorporan un mayor error numérico en su obtención, debido a aspectos tales como la propia discretización de la estructura (se requiere una discretización más detallada para capturar adecuadamente las frecuencias y los modos más altos de la estructura) o el procedimiento numérico empleado para su determinación, por lo que su no inclusión en (2.57) no repercute en una pérdida de precisión en la respuesta. El criterio para decidir el número r de modos cuya aportación al resultado es significativa viene generalmente definido en las normas por sismo.

2.3. Detección de fallas en estructuras mediante wavelets.

Para evaluar el desempeño de estructuras se necesita conocer detalladamente tanto los valores de los esfuerzos mecánicos aplicados como las frecuencias específicas a las que ocurren [8] por lo cual la técnica de wavelets nos puede proporcionar la información idónea, a diferencia de la técnica usual que utiliza la transformada de Fourier [9,10], la cual no guarda información temporal impidiendo determinar cuando o donde ocurrió un evento particular [10]. Las principales ventajas de la técnica de wavelets que planteamos implementar en este trabajo es que nos permiten realizar un análisis local de una señal (lo cual nos revela aspectos que otras técnicas de análisis de señales no pueden detectar) y que existe una versión de transformada rápida que reduce el tiempo de cómputo para el análisis de la señal [14].

2.3.1. Propiedades deseables en una familia de wavelets.

Las propiedades que se buscan en una familia de wavelets son las siguientes:

- 1) **Ortonormalidad.** Si los elementos de la familia de wavelets conforman una base ortogonal y además poseen una norma unitaria (es decir, conforman una base ortonormal), entonces se asegura que los coeficientes empíricos sean independientes [49].
- 2) **Soporte Compacto.** Es importante que el soporte de la función wavelet sea compacto pues muchas veces los datos muestrales (finitos) son transformados de tal forma que toman valores en el intervalo $[0,1]$.
- 3) **Simetría.** Si la wavelet madre es simétrica, será posible asociar directamente cada punto del tiempo de los detalles con la serie original
- 4) **Momentos que se anulan.** Se dice que ψ tiene P momentos que anulan si:

$$\int t^P \psi(t) dt = 0, P = 0, 1, \dots, P-1 \quad (2.58)$$

Lo deseable será que la wavelet posea un número alto de momentos que se anulan. Esto se explica porque a mayor número de momentos que se anulan, la longitud de los filtros wavelets [50] es mayor. La longitud de los filtros wavelet determinan las siguientes características:

- Mientras mayor sea la longitud de los filtros wavelet, mejor será su aproximación a un filtro de paso ideal, definido como un filtro que aísla las características frecuenciales para intervalos específicos de frecuencia.
 - Mientras mayor sea la longitud de los filtros, estos generarán vectores de coeficientes wavelets estacionarios para procesos estocásticos con alto grado de no estacionariedad.
 - Mientras mayor sea la longitud del filtro wavelet, ésta tendrá un comportamiento más suavizado. Sin embargo, es importante notar que si la wavelet elegida tiene una forma suave en general, la menor o mayor longitud no generará diferencias significativas.
- 5) **Existencia de una wavelet padre.** Es importante que la wavelet madre posea una wavelet padre asociada para que sea factible el análisis multiresolutivo. De esta forma, el análisis de una señal a través de wavelets permitirá obtener información sobre frecuencias altas (wavelet madre) y bajas (wavelet padre).
 - 6) **Análisis Ortogonal.** La familia de wavelets debe ser tal que sea factible realizar un análisis multiresolutivo en términos de componentes ortogonales; así, la suma simple de ellos permita reconstruir la señal original de manera adecuada.

Las wavelets se usan para representar la información contenida una señal, y para ello debe replicar sus características subyacentes. Así, por ejemplo, si los datos tuvieran la apariencia de ser una suma de funciones escalera, entonces sería adecuado usar la wavelet de Haar; mientras que si los datos son suaves, entonces se debería usar una wavelet con una longitud mayor.

2.3.2. Procedimiento general para analizar señales con wavelets.

El primer paso es elegir el kernel más adecuado para la señal ha analizar. Como vimos en el capítulo I existen muchas familias de wavelets, cada una con diferentes propiedades. En el manual del Matlab (y también en el de Mathematica) se pueden encontrar hasta 15 familias, entre las que destacan: Haar (haar), Daubechies (dbN), Symlets (symN), Coiflets (coifN), Biortogonal (bioNr.Nd), Meyer (meyr), Mexicana (mexh), Morlet (morl), entre otras.

Después de tener un kernel $\psi(t)$ seleccionado se puede generar una **familia de funciones wavelet, dilatando y trasladando** $\psi(t)$:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{2.58}$$

El parámetro a se denomina **factor de escala o dilatación**, el cual expande el rango de la wavelet; así, cuando a es grande, la wavelet es una onda que se completa en un intervalo más amplio. El parámetro b se denomina **factor de traslación**, el cual mueve el rango de ψ en b unidades hacia la derecha. Así, **dilatando y trasladando una wavelet ψ** , es posible **generar una familia de funciones wavelet $\psi_{a,b}$** , asociadas cada una a una escala y una ubicación temporal particulares. La Figura 2.11 muestra el comportamiento de una familia de wavelets a diferentes escalas.

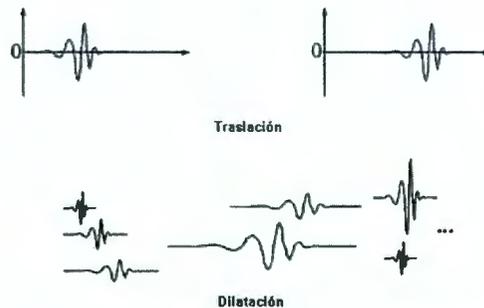


Figura 2.11 Dilatación y traslación de una wavelet.

La familia de wavelet más simple y conocida es la **familia de wavelets de Haar**, la cual se obtiene dilatando el kernel de Haar (en la figura 2.12) con el factor de escala $a=2^j$ y trasladándola con el parámetro $b=k2^j$:

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} x - k) \tag{2.59}$$

El subíndice j **dilata** cada wavelet; así, a mayor (menor) j , la función wavelet se expande (se contrae), como se muestra en la Figura 2.13; mientras el subíndice k **traslada** la función; así, valores mayores de k hacen que la función se traslade hacia la derecha, como se muestra en la Figura 2.13.

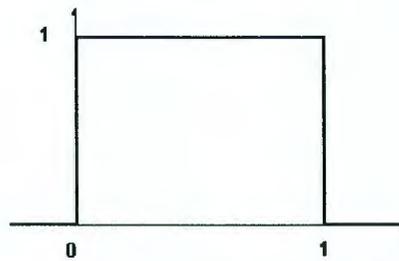


Figura 2.12 Función escalón o Haar.

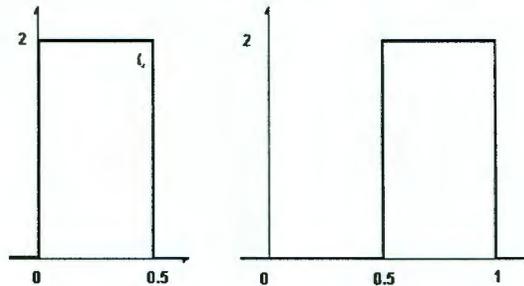


Figura 2.13 Dilatación (izquierda) y traslación (derecha) de la función Haar.

Las wavelets angostas generadas por la wavelet madre de Haar (asociadas a frecuencias altas y valores pequeños de j) se trasladan a intervalos pequeños para cubrir todo el rango temporal sobre el que se define la señal, mientras que las wavelets anchas de Haar (asociadas a frecuencias bajas y valores grandes de j), se trasladan a intervalos más grandes. La familia de wavelets de Haar es importante en la literatura de wavelets porque constituyen una *base ortonormal* para *cualquier función cuadrado integrable*.

Dada una señal para evaluar la transformada de wavelet se utilizó el siguiente procedimiento (implementado en Mathematica):

1. Seleccionar la wavelet más adecuada para analizar la señal. Esto puede hacerse descartando entre los diversos tipos de wavelets por propiedades y luego a base de prueba y error.
2. Tomar una escala fija para el kernel de wavelet y comparar esta función con una sección al inicio de la señal (ver figura 2.14a).
3. Calcular el coeficiente de transformada de wavelet (ec. 1-5).
4. Desplazar la wavelet a la derecha en la siguiente posición (ver figura 2.14b).
5. Escalar la wavelet (ver figura 2.14c) y volver a calcular los coeficientes desde el inicio de la señal.
6. Repetir hasta terminar con todas las escalas.
7. Graficar (ver figura 2.14d).

Es importante señalar que el resultado de la transformada depende en gran medida del kernel utilizado. Por ejemplo, si utilizamos el kernel de Daubechies mostrado en la figura 2.15 ante varias escalas y traslaciones, una señal que sufre un cambio brusco a 500 ms tendrá como coeficientes los mostrados en la figura 2.16 (aquí se observa claramente el cambio de comportamiento).

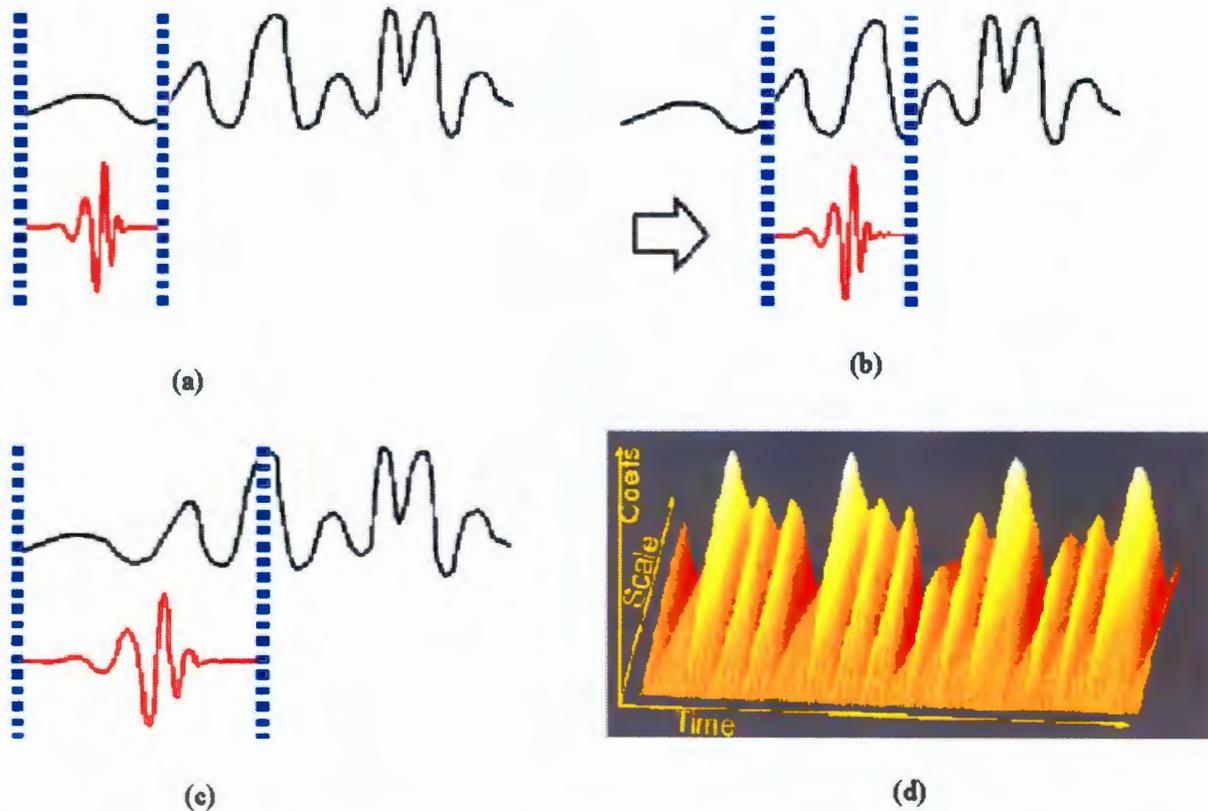


Figura 2.14. Procedimiento para realizar la transformada de Wavelet.

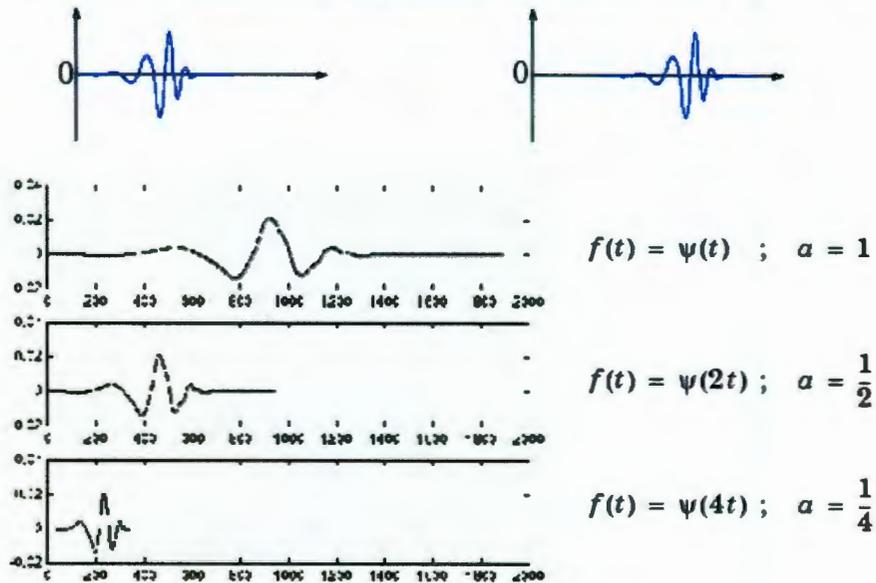


Figura 2.15. Transformada de wavelet utilizando el kernel de Daubechies.

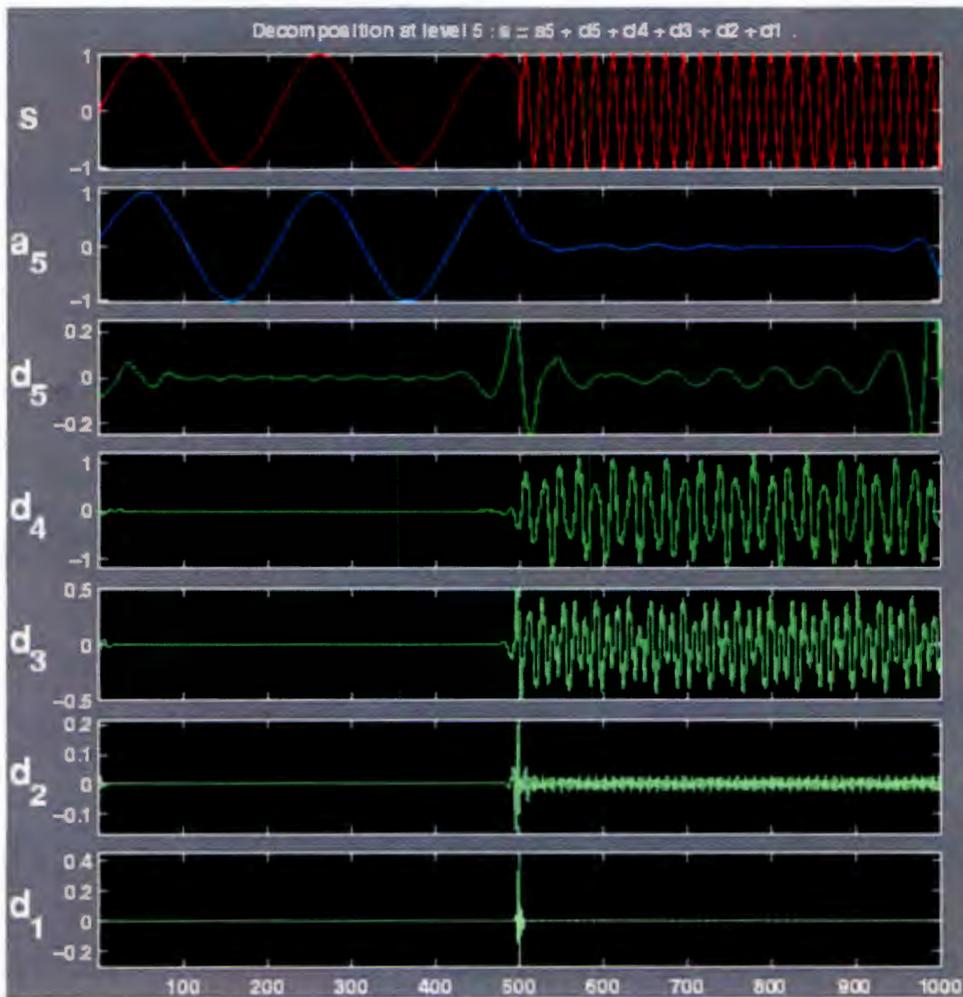


Figura 2.16. Señal analizada mediante wavelets de Daubechies.

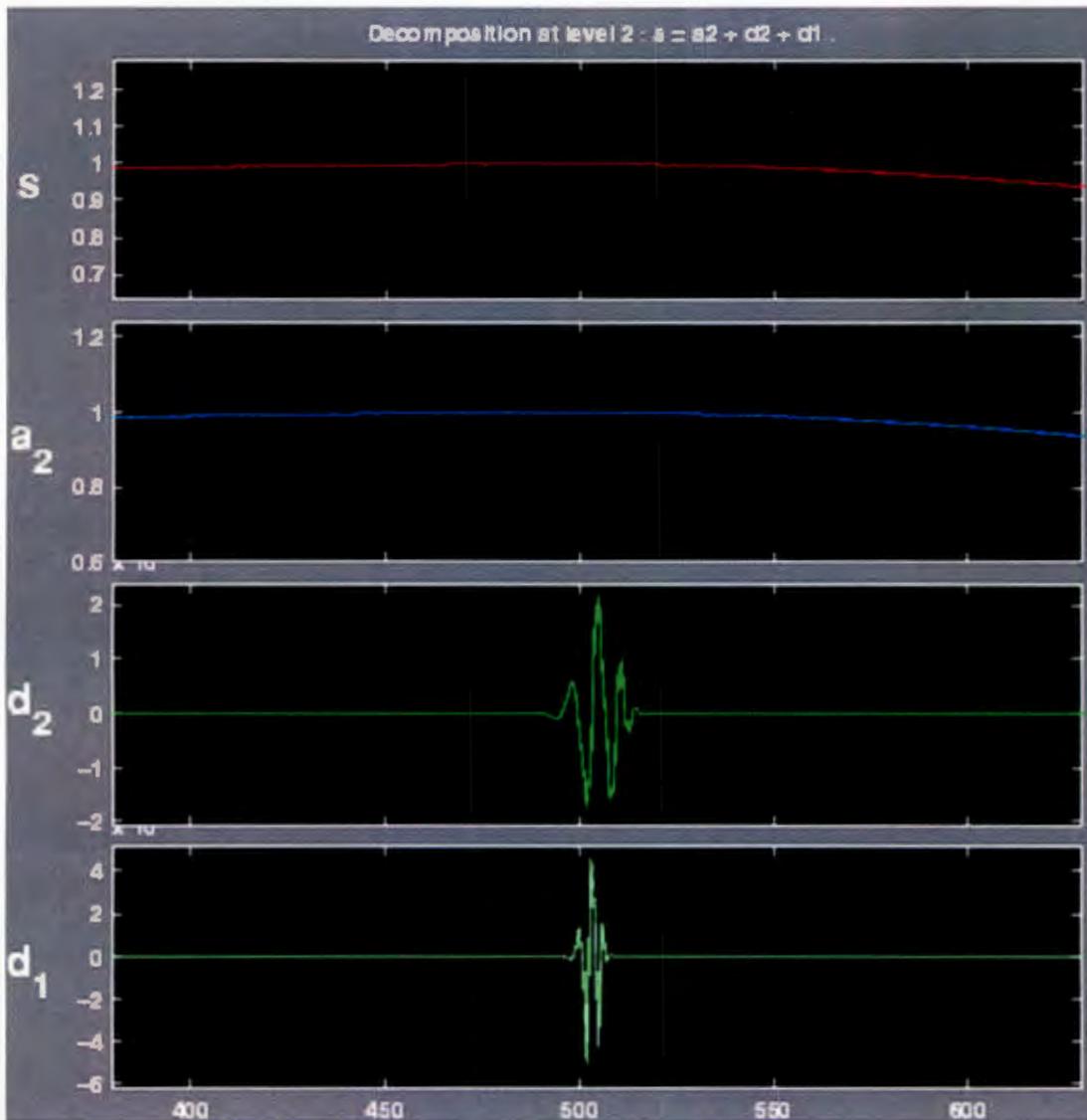


Figura 2.17. Señal analizada mediante wavelets de Haar.

Para mostrar lo importante que es seleccionar el kernel adecuado en la figura 2.17 analizamos la misma señal de la figura 2.16 pero mediante wavelets de Haar. Como vemos en el caso de wavelets de Daubechies desde los primeros términos encontramos la discontinuidad que caracteriza nuestro material, mientras que al analizar con de Haar, al principio vemos una señal plana y necesitamos un número mayor de cálculos para darnos cuenta que algo pasa alrededor de 500 ms.

En la figura 2.18 damos otro ejemplo de análisis de una señal creciente mediante wavelets. Este ejemplo se genero directamente del paquete de wavelets de Mathematica.

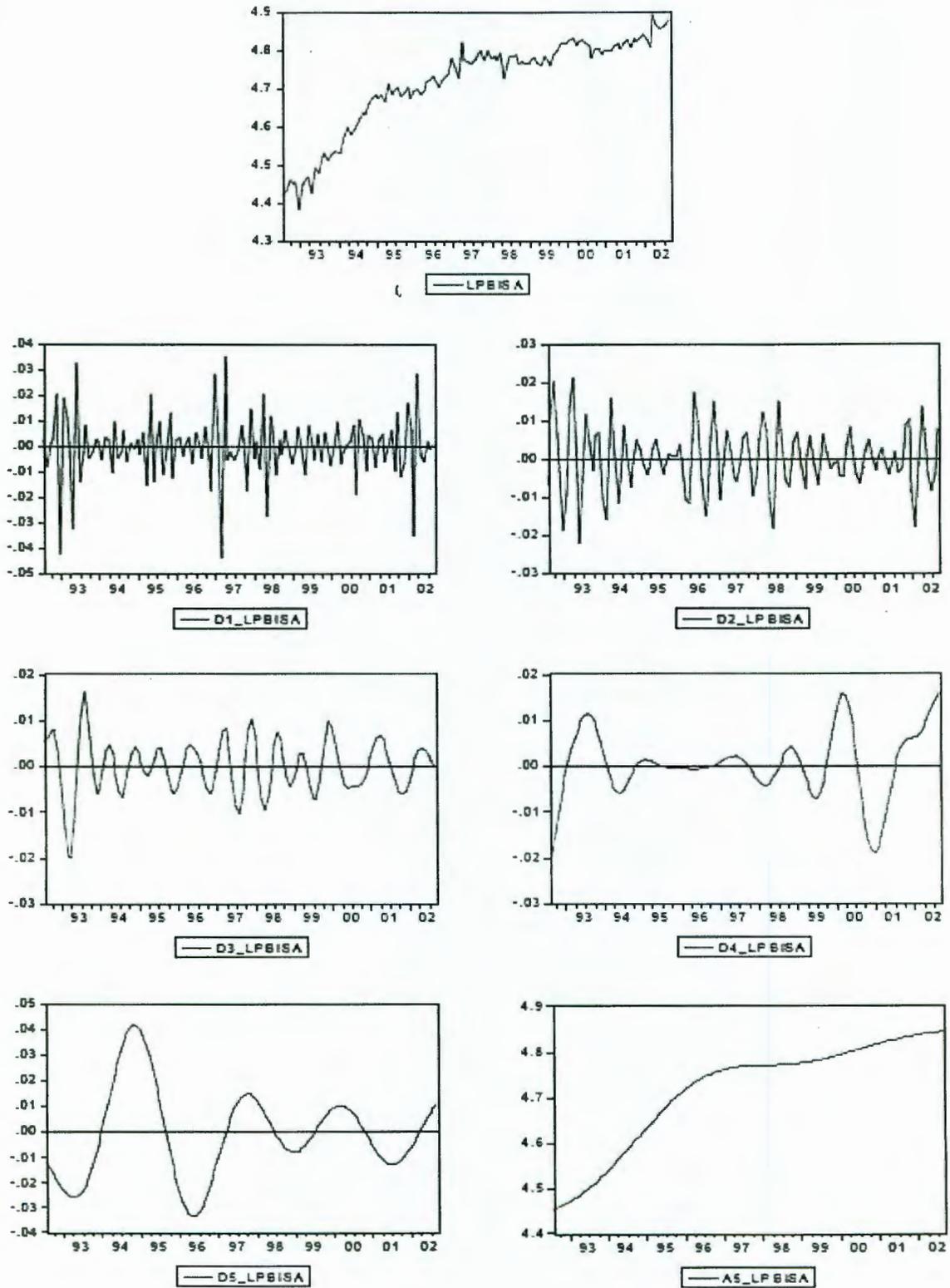


Figura 2.18. Ejemplo del análisis de una señal creciente.

2.4. Metodología para la detección de fallas en estructuras.

La idea del uso de las wavelets para propósitos de identificación estructural está basada en el hecho de que la presencia de grietas introduce pequeñas discontinuidades en la señal de respuesta de la estructura en los puntos dañados. Estas discontinuidades no pueden ser observadas si examinamos la respuesta de la estructura mediante la técnica tradicional de transformada de Fourier, pero son notables usando los coeficientes de wavelets obtenidos de la Transformada Wavelet Continua o discreta.

2.4.1. Criterios para la selección de la wavelet óptima.

Para usar la transformada wavelet el primer paso es seleccionar la wavelet más apropiada (óptima) para el análisis. Esta elección usualmente se hace buscando entre todas las wavelets examinando las propiedades del kernel a utilizar y de la señal a analizar puede eliminar muchos candidatos. En nuestro caso que se busca un análisis eficiente de la señal de respuesta de estructuras ante vibraciones la wavelet se escoge bajo las siguientes condiciones:

1. De las wavelets disponibles, se descartan aquellas que no permiten realizar una transformada rápida de wavelet¹. Estas son, como vimos en el capítulo I, las wavelets del tipo Gaussianas, sombrero mexicano, Morlet, Shanon y Meyer. Las wavelets que restan son las que permiten la aplicación de una transformada rápida usando filtros (wavelets ortogonales y biortogonales).
2. Deben satisfacer simetría y exacta reconstrucción de la señal analizada, lo cual limita las posibilidades a las wavelets de Haar y biortogonales.
3. Deben ser regulares². La irregularidad de la wavelet Haar nos deja únicamente con las wavelets biortogonales para el análisis.
4. La regularidad de las distintas wavelets biortogonales aumenta con el orden de la wavelet, por lo que se selecciona como la más apropiada la que tiene el mayor orden (ver figura 2.19).

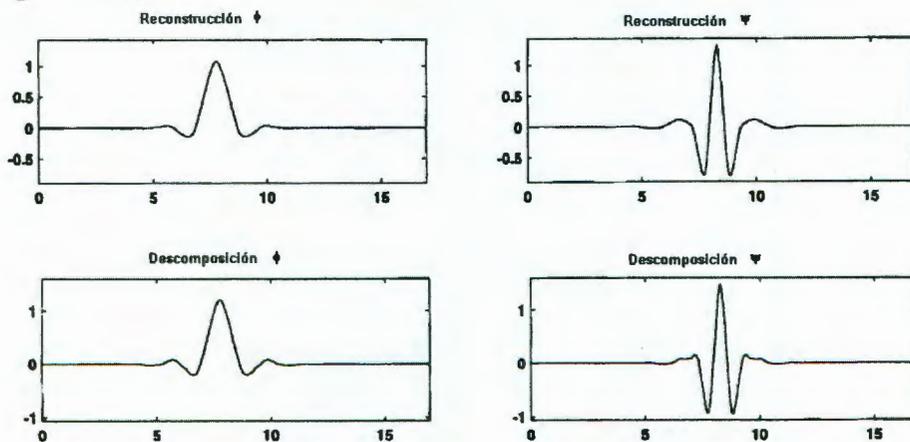


Figura 2.19. Wavelet biortogonal bior6.8.

¹ Deseamos que el cálculo computacional de la transformada sea rápido (use poco tiempo de cómputo).

² Las señales de respuesta típica son regulares, para el caso de análisis estructural nunca son funciones escalón.

2.4.2. Metodología para la detección de fallas.

La presencia de fallas introduce pequeñas discontinuidades en la respuesta estructural en los sitios dañados [3,5,7]. Frecuentemente estas discontinuidades no son observadas en la respuesta estructural, pero son detectables en la distribución de coeficientes de wavelet. Debido a esto proponemos la siguiente metodología para detectar daños en estructuras:

1. Medir (en el caso de simulaciones numéricas, calcular) la señal asociada con la respuesta estructural estática o dinámica, usualmente los desplazamientos transversales.
2. Analizamos la señal de (1) con el kernel wavelets bior6.8. Para ellos usaremos el programa Mathematica cargando la aplicación del paquete de wavelets, llamando por ejemplo, las instrucciones:

```
Needs["Wavelets`Wavelets"];  
data=Get["Wavelets/Datos/estruc1.dat"];  
(s4=SplineFilter[4,8];  
wtdata=WaveletTransform[data,s4];  
(c4=BiorFilter[6,8];  
coef=WaveletPacketCoefficients[data,c4,4];  
PlotCoefficients[coef];
```

3. Dibujar y examinar los coeficientes de la transformada de wavelet bior6.8. Como empleamos la wavelet óptima para el análisis, cualquier discontinuidad de la señal será detectada revisando la gráfica de coeficientes.
4. En el caso de la transformada de wavelet discreta, el nivel al cual el análisis por wavelets debe ser desarrollado no puede determinarse de ante mano (número de coeficientes necesarios para analizar la señal). Depende de la naturaleza de la señal, las características de la estructura, la localización, tipo y grado del daño, etc. Por lo que sugerimos probar a diferentes niveles.

Para demostrar la utilidad del método en el siguiente capítulo lo aplicaremos en varias estructuras.

CAPÍTULO III:

APLICACIÓN PRÁCTICA:

Detección de daños en vigas y marcos

Es claro que en todos los sistemas de ingeniería existen comportamientos no lineales presentes de alguna forma, causados por daños estructurales o debido a la presencia en la estructura de pérdida de fijación en conexiones, conexiones que están abiertas, remaches de cierre, etc. Una grieta por fatiga de vibraciones que se abre y se cierra bajo cargas dinámicas es probablemente el daño más común; el cual es posible detectar a través del método que se propone.

3.1. Procedimiento para la aplicación del programa.

Las estructuras escogidas para aplicar los ejemplos numéricos fueron un marco plano de un nivel una crujía y una viga doblemente empotrada.

Para poder encontrar grietas comenzamos aplicando el programa a modelos de estructuras simulados en ANSYS 7.1, con el cual se obtienen los espectros de desplazamiento y deformaciones elásticas. Estos datos los analizamos como mencionamos en el capítulo II utilizando del paquete de wavelets de Mathematica una wavelet biortonormal (bior6.8).

La forma de acceder al programa es a través de una página web (agradezco al Centro FATA por permitirme colocar mis programas), la cual es mostrada en la figura 3.1, a donde se envía la información en un archivo de datos de texto colocando cada punto de la señal en un renglón.

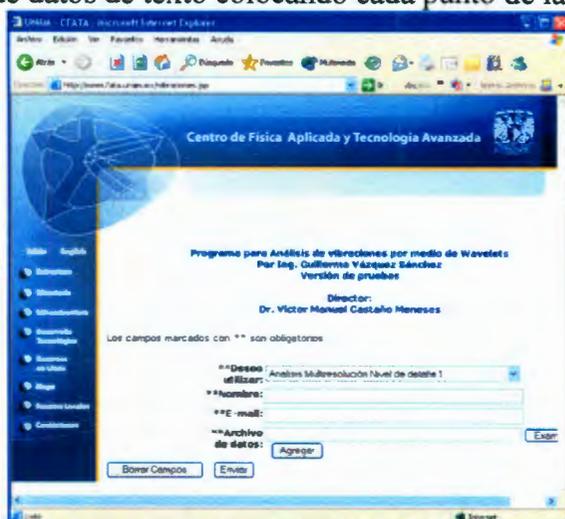


Figura 3.1 Página web de acceso.

3.2. Viga doblemente empotrada.

En la figura 3.2 se muestran las variables empleadas en la viga y las cotas. Dicha viga fue simulada para una carga estática de 300kg y una carga dinámica senosoidal de 400kg; ambas aplicadas en el centro del claro ($L_f = L/2$). Los valores con los que se hizo la simulación numérica en ANSYS son los siguientes: la longitud de la viga es de $L=3$ m, el peralte de la viga de $h= 15$ cm, y el ancho es de 15 cm. La profundidad la grieta (d) de 1mm a 2mm y su ubicación (L_g) se hizo para 12 cm y 25 cm. El material empleado fue concreto considerando un módulo de elasticidad $E= 31$ GPa, una densidad $\rho=2300$ kg/m³, y un coeficiente de Poisson $\nu= 0.2$. La rigidez de la viga es afectada por la presencia de grietas (podemos considerar que es una disminución de área en la zona de la grieta).

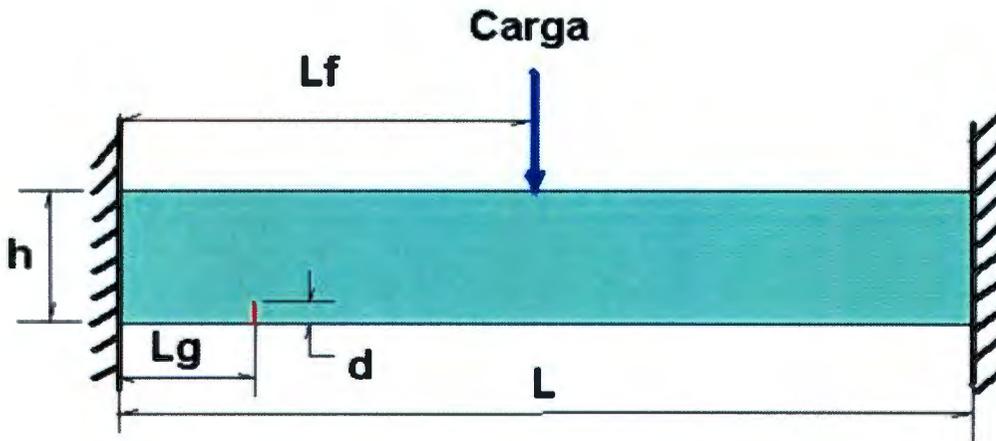


Figura 3.2 Viga Doblemente empotrada.

3.2.1 Análisis dinámico.

Para estimar el efecto de la grieta, se realizó un análisis de la viga empotrada con y sin ella. El modelo de elementos finito usado para presentar la estructura con falla es el BEAM2 de ANSYS al cual se calculo con una pequeña disminución del modulo de elasticidad o de área en el nodo afectado. Las deformación y los espectros de la viga dañada fueron obtenidas para diferentes cantidades de elemento finito (100 y 500 nodos intermedios). La viga doblemente empotrada que se muestra en la figura 3.2 cuando es mallada con 100 elementos finitos se le aplica una grieta $d=1.5$ mm colocada a las distancia $L_g= L/12$ (nodo 9) y $L/25$ (nodo 4) desde el apoyo izquierdo. La respuesta dinámica de la vida dañada y sin dañar en el tiempo $t = 0.05$ s después del impacto inicial de la carga senosoidal es aplicado se muestra en la figura 3.3. Podemos observar como las curvas son similares excepto aun cerca de la posición de la grieta (nodo 4 y 9) donde una muy pequeña perturbación puede ser percibida. Generalmente, esta perturbación serían indetectables si se realiza una inspección visual o incluso realizando una medición experimental podríamos llegar a despreciarla. En la figura 3.4 se aprecia la poca diferencia que existe entre el análisis estático y el dinámico. Ya que el comportamiento de la viga con y sin grieta es muy similar a simple vista. A pesar de eso es posible notar en las gráficas un pequeño movimiento de los desplazamientos hacia el lado donde se localizan las grietas.

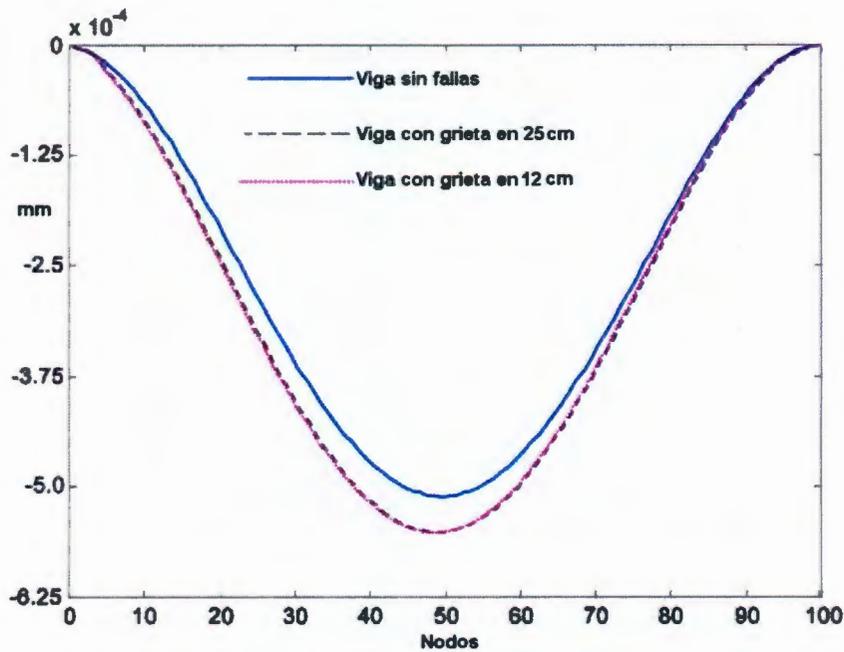


Figura 3.3 Respuesta dinámica para carga senoidal a un tiempo de 0.05s

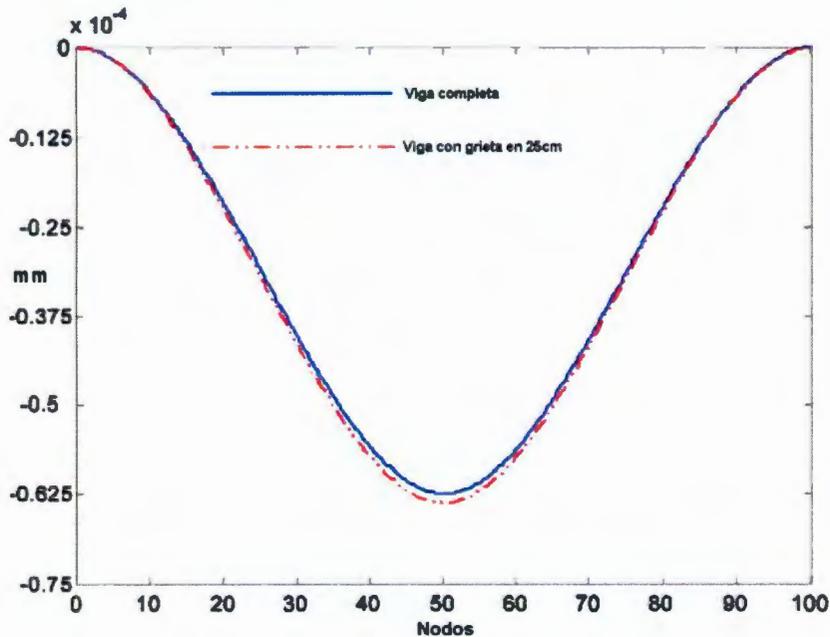


Figura 3.4 Deflexiones para análisis estático

Una vez que se obtiene los desplazamientos gracias al programa de análisis estructural y simulación numérica los valores son guardados como un archivo de texto para que nos genere una señal que podamos utilizar en el cálculo del detalle del primer nivel del análisis multiresolutivo. Cada valor de la deflexión en el nodo es considerado un punto de la señal, la deflexión de la viga dañada es analizada con wavelets. Al graficar el análisis esos pequeños disturbios que no se apreciaban son resaltados por la wavelet (figura 3.5) de manera que la ubicación exacta de la grieta es identificada por un pico de valor absoluto máximo en la gráfica.

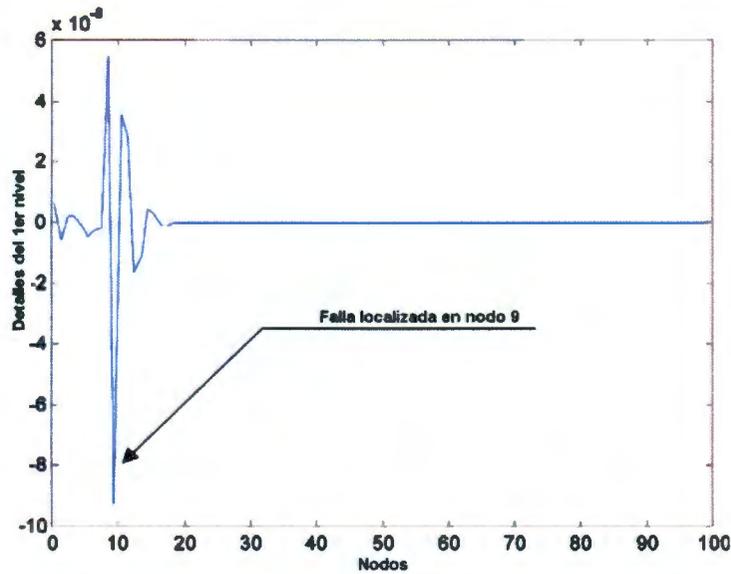


Figura 3.5. Gráfica de los coeficientes del Análisis por wavelets.

Podemos observar que no importa que la grieta se encuentre más al centro de la viga como se aprecia en la figura 3.6, de todas maneras la podemos detectar.

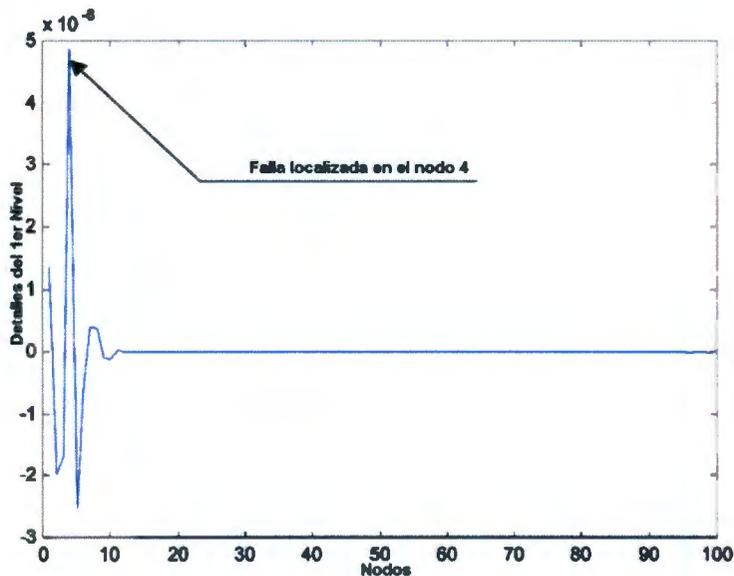


Figura 3.6. Análisis por wavelets de una grieta a 12cm.

3.2.2 Análisis Estático.

Para este análisis aunque el resultado es para la misma viga de la figura 3.2 la dividiremos en 500 elementos finitos y colocaremos la grieta a una distancia $L_g = 25\text{cm}$ desde el apoyo izquierdo (en el nodo 42). Los resultados de los desplazamientos de la viga bajo carga estática con y sin grieta se mostraron en la figura 3.4, donde pudimos observar que las deflexiones y las deformaciones de la viga en condiciones estáticas o dinámicas, son muy similares. Se siguió la misma metodología aplicando el Análisis mediante wavelets descrito en el capítulo IV a la señal de la viga íntegra.

Después de aplicar la transformada de wavelet bior6.8 a la señal de respuesta de la viga inicial, el análisis por wavelets permite identificar cambios en la señal debido a la carga, los cuales son prácticamente insignificantes pero localizables. Además podemos observar una perturbación en los extremos del empotramiento que como veremos posteriormente son debido a como se comporta la estructura por la rigidez de los empotramientos (figura 3.7).

Posteriormente, una grieta de profundidad 1.5mm es simulada en una longitud de grieta $L_g=25\text{cm}$ (es decir en el nodo 42) y tanto como su presencia como su exacta localización son detectados de la señal de respuesta de la viga dañada gracias a la wavelet (figura 3.8). Si comparamos la figura 3.5 con la 3.8 podemos notar como son similares, lo cual indica que puede aplicarse a carga estática o dinámica producida por vibración. Lo que podemos notar es que a un mayor número de puntos para la señal la ubicación de la grieta es más evidente, y las variaciones antes y después de ella son menores.

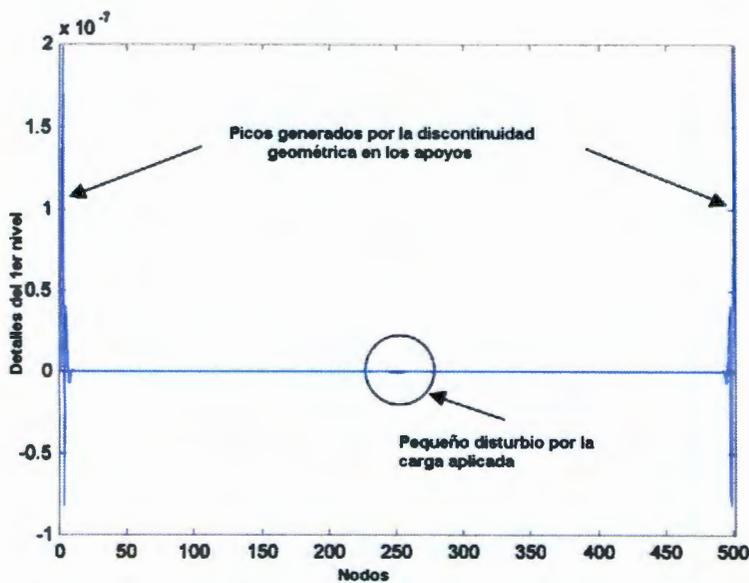


Figura 3.7. Análisis por wavelets de la viga sin alteraciones.

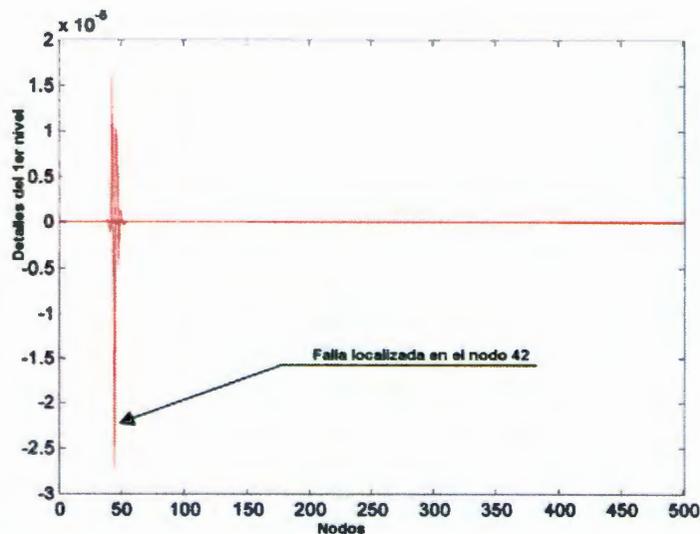


Figura 3.8. Análisis por wavelets de la Viga estática con grieta en 25cm.

Para mostrar que el kernel bior6.8 es la wavelet idónea por sus capacidades de detección, se hizo un análisis comparativo empleando la wavelet de Haar, analizando la misma señal de respuesta aplicada que la usada para las figuras 3.5 y 3.6. En este caso el método no es muy fiable ya que si comparamos cuando la falla esta a 25cm (en el nodo 9), un pico es claramente evidente (figura 3.9) entre la gran cantidad de ruido; sin embargo cuando la grieta se encuentra cercana al extremo de la viga (12cm, nodo 4), no se muestran ningún pico (figura 3.10). La pobre regularidad de la wavelet Haar explica los resultados inconsistentes durante el análisis comparándola con la biortonormal. Así, es evidente que la wavelet de Haar no puede ser empleada para análisis en este tipo de señales.

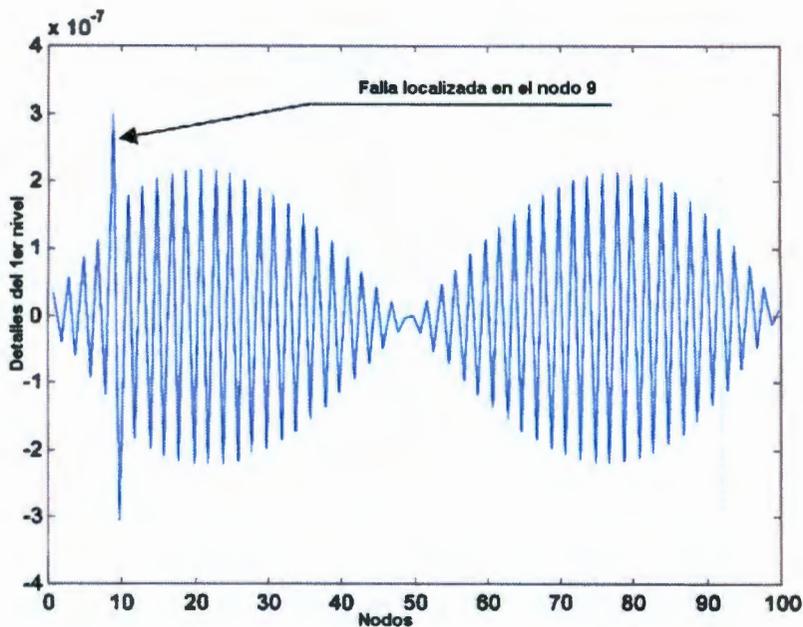


Figura 3.9 Análisis de la viga empleando wavelet de Haar.

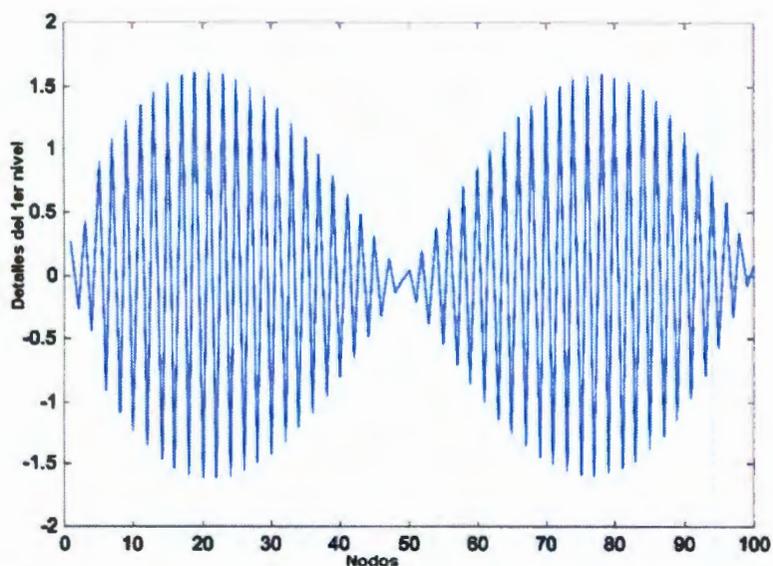


Figura 3.10. Análisis con wavelet de Haar y grieta a 25cm.

También aplicamos el método de transformada de wavelet continua a la señal de deflexión estática para el caso de la viga con y sin daño, figuras 3.11 a y b, respectivamente. En esas figuras, el color de cada punto en el dominio a-b es asociado a la magnitud de los coeficientes de la wavelet; el color claro corresponde a los coeficientes grandes y color oscuro a los pequeños. En el caso de la viga sin daño, la wavelet ortonormal detectó discontinuidades en el apoyo y en el punto de la carga aplicada (figura 3.11 a). Para el caso de la viga dañada la falla es claramente detectada (figura 3.11b).

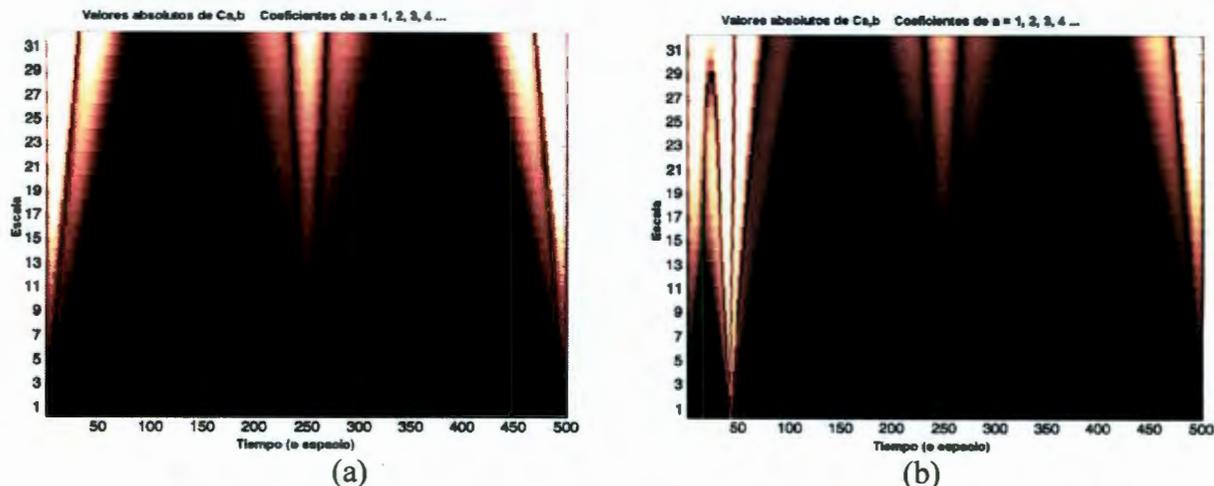


Figura 3.11. Análisis de la viga por trasformada Continua de wavelet

3.3. Marco 2D.

En este ejemplo el marco plano de un nivel una cruzía de la figura 3.12 es sujetado a una carga estática simple; ya que en el ejemplo anterior pudimos observar que no es necesario simular la deformación dinámica. Las medidas de marco son: altura de las columnas 1.5m, largo de las vigas 2.0m, la profundidad de las grietas es la misma del ejemplo anterior. Consideramos una misma sección tanto para vigas como para columnas por lo que el área transversal y el momento de inercia para todos los miembros son $A=0.225m^2$ y $I=0.00004.2m^4$. Las grietas son colocadas en la columna. Para obtener la respuesta estructural mediante simulación, cada elemento de marco es subdividido usando 50 elementos finitos del tipo BEAM2.

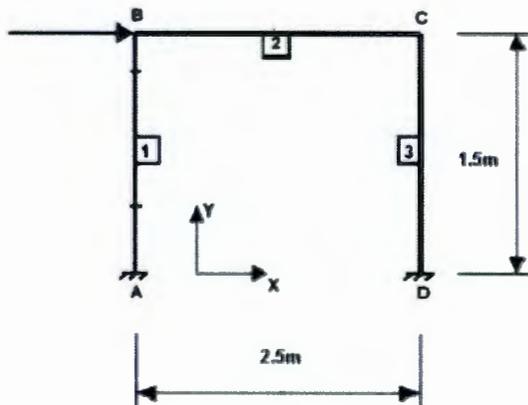


Figura 3.12 Marco 2D

3.3.1. Grieta junto al apoyo.

El marco con la columna dañada en el miembro 1 cercano al apoyo a una altura de 37.5 cm del empotramiento en A y sujetado la carga estática horizontal aplicada en el nodo B (500Kg) será el primer marco. El procedimiento es el mismo que en el ejemplo anterior solo que esta vez los desplazamientos son considerados como continuos. Para este caso ya no se hizo el comparativo con la wavelet Haar; solo se empleo la biorntonormal y los resultados (el nivel 1 de detalle de la señal) son mostrados en la figura 3.13. Aunque apenas es perceptible el lugar donde se presenta la grieta es localizable. Podemos observar grandes valores ubicados en las distancias que corresponderían a los cambios de dirección o geometría por los nodos.

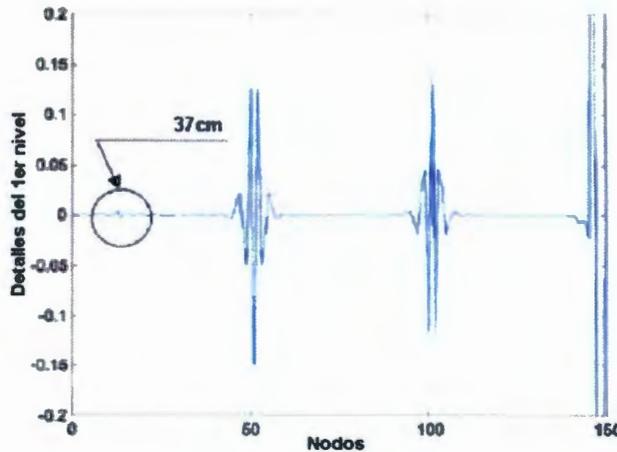


Figura 3.13. 1er Nivel de Detalle del marco analizado.

3.3.2. Grieta cerca de la viga.

Analizando nuevamente el marco con una grieta en la misma la columna pero mas próximo a la viga y aplicando una carga estática horizontal aplicada en el nodo B. Primero ubicaremos la grieta a una distancia $L/5$ (120cm) cerca de la esquina nodo B (figura 3.12). Un pequeño pico debido a la discontinuidad puede ser vistos en la figura 18 Por supuesto se presentan picos mucho mayores aparentemente a causa de cambio de geometría y pueda ser ignorados ya que sabemos a que se deben. Los resultados de este análisis se presentan en la figura 3.14.

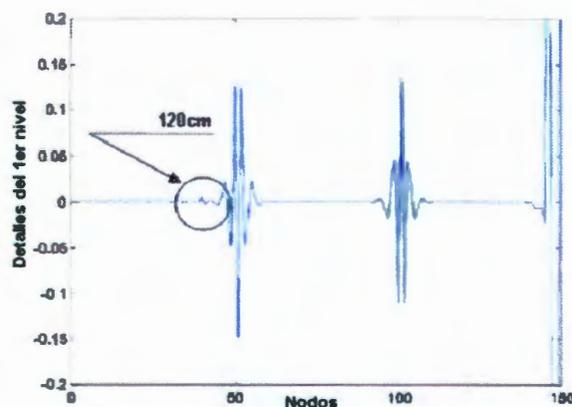


Figura 3.14. Análisis por la wavelet bior6.8 del cambio de posición de la grieta.

CONCLUSIONES

La transformada de wavelet tiene un amplio campo de aplicaciones para el análisis de señales, en particular para el estudio de vibraciones en estructuras donde hay un comportamiento no periódico transitorio. Los programas para análisis de estructuras simples están basados primordialmente en el uso de transformadas de Fourier, herramienta que no puede aplicarse cuando lo que queremos es localizar regiones donde una falla está ocurriendo. Por ejemplo, observamos prácticamente la misma respuesta dinámica para vigas con grietas o sin ellas (ver figura 3.3) y utilizando wavelets encontramos picos que claramente señalan la posición de la grieta (figs. 3.5 y 3.6). La técnica de wavelets complementa el análisis de Fourier tradicional en estructuras y permite un análisis simple en tiempo-frecuencia que permite la localización de daños.

A diferencia de otras técnicas de identificación de daños, los métodos basados en wavelets pueden ser aplicados no solo a miembros estructurales sino también a estructuras completas. Más aún, el daño puede ser detectado utilizando la respuesta estática de las estructuras. Esto es otro punto a favor del método dado que es mucho más barato medir la respuesta estática comparada con la dinámica. En el caso de sistemas estructurales, la descomposición de la señal a través de wavelets permite un filtrado de ruido más rápido y eficiente además de que aísla los modos permitiendo el cálculo de parámetros de amortiguamiento para cada modo.

Nuestra metodología promete ser una técnica que pueda aplicarse al mantenimiento de infraestructuras construidas (puentes, ductos, torres de transmisión y eléctricas, estructuras hidráulicas, etc.), los cuales serán temas de investigación futura.

En el corto plazo investigaremos la aplicación de la presente metodología para casos reales de señales de respuesta experimentales con el fin de identificar daños y realizar un monitoreo de los mismos. En este trabajo solo trabajamos con simulaciones numéricas, pero planeamos validar los resultados mediante estudios experimentales en un futuro breve. También continuaremos con experimentos numéricos para demostrar la utilidad de la transformada de wavelet para la localización de daños en estructuras bidimensionales como losas, placas, o también conexiones entre columnas de acero.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S.W. Doebling, C.R. Farrar, M.P. Prime, D.W. Shevitz,
Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems: a literature review
(Technical Report No. LA 13070, Los Alamos National Laboratories, Los Alamos, 1996).
- [2] D. Gabor,
Theory of communication,
IEEE J. **93**, 429 (1946).
- [3] A.V. Ovanesova, L.E. Suárez,
Application of wavelet transforms to damage detection in frame structures,
Engng. Struct. **26**, 39 (2004).
- [4] K. Gurley, A. Kareem,
Application of wavelet transforms in earthquake, wind and ocean engineering,
Engng. Struct. **21**, 149 (1999).
- [5] Q. Wang, X. Deng,
Damage detection with spatial wavelets,
Int. J. of Solids and Struct. **36**, 3443 (1999).
- [6] W.J. Staszewski,
Structural and mechanical damage detection using wavelets,
The Shock and Vibration Digest **30** (6), 457 (1998).
- [7] K.M. Liew, Q. Wang,
Application of wavelet theory for crack identification in structures,
J. Engng. Mech. **124** (2), 152 (1998).
- [8] D.G. Fertis,
Mechanical and Structural Vibrations
(John Wiley & Sons Inc., New York, 1995).
- [9] G. Abreu,
Transformada de Fourier: Fundamentos y funciones generalizadas
(UNAM, México, 1977).
- [10] D.E. Newland,
An introduction to random vibrations and spectral analysis
(Longman Inc., New York, 1984).

- [11] S.G.A. Mallat,
Theory for multiresolution signal decomposition,
IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell. **11** (7) 764 (1989).
- [12] G. Kaiser,
Physical wavelets and their sources: real physics in complex space-time,
J. Phys. A: Math. Gen. **36**, R291 (2003).
- [13] S.G. Mallat,
A wavelet tour of signal processing,
(2a. Ed. , Academic Press, Londres, 1999).
- [14] C.K. Chui,
Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications
(SIAM ,New York, 1994).
- [15] D.E. Newland,
Wavelet Analysis of Vibration
ASME, J. Vibr. and Acoustics **116** , 409 (1994).
- [16] D.E. Newland,
Wavelet Analysis of Vibration Signals
Int. J. Acoustics and Vibr. **1**, 11 (1997).
- [17] V.V Chancey, G.T. Flowers and C.L. Howard,
A Harmonic Wavelets Approach for Extracting Transient Patterns From Measured Rotor Vibration Data
Int. J. Acoustics and Vibr. **6**, (2001).
- [18] H. Inoue, K. Kishimoto and T. Shibuya,
Experimental Wavelet Analysis of Flexural Waves in Beams
Exper. Mech. **36**, 212 (1996).
- [19] J. Horta y V.M. Castaño
Speckle interferometry of fibre-reinforced materials: a fractal geometry approach,
Optik ,**112**(2001)
- [20] S. Viquez, V. Rodríguez, G. Vázquez y V.M. Castaño
Measuring 2-Dimensional fractal patterns: the role of the definition of dimension,
Comp. Mater. Sci. ,**4**(1995)
- [23] E. Oran Brigham,
The Fast Fourier Transform and its applications
(Prentice Hall, USA, 1988).
- [24] Roy R. Craig, Jr.,
Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods
(John Wiley, UK , 1981).
- [27] G.C. Danielson, & C. Lanczos.
Some Improvements in Practical Fourier Analysis and their Application to X-ray Scattering from Liquids,
J. of Franklin Institute, **233**, 365 (1942).

- [28] J.W. Cooley, & J.W. Tukey.
An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series,
Mathematics of Computation **19**, 297 (1965).
- [29] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky & W.T. Vetterling,
Numerical Recipes
(Cambridge University Press, Cambridge, 1986)
- [30] Goupillaud, P. Grossmann, A.; & Morlet, J.
Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis.
Geoexploration **23**, 85, (1984)
- [31] W.D. Stromberg, T.G. Farr,
Fourier-based textural feature extraction procedure.
IEEE Trans. Geoscience & Remote Sensing **24**, 722, (1986).
- [32] M. Unser, A. Aldroubi, M. Eden,
Family of polynomial spline wavelet transforms
Signal Processing **30**, 141, (1993).
- [33] Charles K. Chui
Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Analysis
(SIAM, Philadelphia USA, 1997).
- [34] I. Daubechies
Ten Lectures on Wavelets
(CBMS Series 61, SIAM, Philadelphia, 1992).
- [35] A. Haar,
Zur Theorie der orthogonalen funktionsysteme,
Math Ann, **69** (1910)
- [36] Rivera Castañeda Sergio
Análisis de Descargas Parciales mediante la transformada de ondeletas
(Tesis de Maestría, Universidad de Zacatecas, 1997).
- [37] A. Grossmann, R. Kronland-Martinet and J. Morlet
Reading and Understanding Continuous Wavelet Transforms, In *Wavelets Time-Frequency
Methods and Phase Space*
Proceedings of the International Conference, Marseille, France 1987
(2nd Ed, Springer-Verlag, Berlin, 1990).pp. 2
- [38] Y. Meyer
Orthonormal Wavelets, In *Wavelets Time-Frequency Methods and Phase Space*
Proceedings of the International Conference, Marseille, France 1987
(2nd Ed, Springer-Verlag, Berlin, 1990).pp. 21
- [45] L. Cohen,
Time-frequency analysis
(Prentice Hall, New Jersey, 1995).
- [49] T.S. Odgen,
Essential Wavelets for Statistical Applications and Data Analysis, (Birkhauser, USA 1997).

BIBLIOGRAFÍAS

- A. Fasana, B. Garibaldi, B. Piombo and M. Ruzzene,
Comparison between three identification techniques of a road bridge dynamic test
Proceedings of The International Society for Optical Engineering: "Nondestructive Evaluation of Bridges and highways Conference", , Scottsdale, Arizona (1996). p. 2946
- A. Kolan, B. Cipra and B. Titus,
Comp. in Phys. **9**, 387 (1995).
- A.L. Rivera, M. Lozada, J. Reyes y V.M. Castaño
Phase space approach to the radial distribution function,
Comm. Mathem. Phys. ,(2004)
- A.N. Robertson, K.C. Park and K.F. Alvin,
Identification of Structural Dynamics Models Using Wavelet-Generated Impulse Response Data
J. Vibr. and Acoustics **120**, 252 (1998).
- D.G. Fertis,
Mechanical and Structural Vibrations
(John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995).
- F. Carrión, A. Lozano y V.M. Castaño
Condition monitoring of vibrating steel-reinforced concrete beams through wavelet transforms,
J. Qual. Maint. Eng. ,(2003)
- H. Goldstein,
Classical Mechanics
(2nd ed., Addison-Wesley, Reading, MA, 1980).
- H. Mei, and O.P. Agrawal,
Wavelet Based Model for Stochastic Analysis of Beam Structures
AIAA Journal, **36**, 465 (1998).
- I. Daubechies,
Orthonormal bases of compactly supported wavelets
Comm. Pure Appl. Math. **41**, 909 (1988).
- J.L. Larsonneur, J. Morlet
Wavelets and Seismic Interpretation, In Wavelets Time-Frequency Methods and Phase Space
Proceedings of the International Conference, Marseille, France 1987
(2nd Ed, Springer-Verlag, Berlin, 1990).pp. 126

- J.M. Combes, A. Grossmann, Tchamitchian
Wavelets transform in signal detection, In Wavelets Time-Frequency Methods and Phase Space Proceedings of the International Conference, Marseille, France 1987
(2nd Ed, Springer-Verlag, Berlin, (1990).pp. 132
- J. Ramírez, S. Rivera y V.M. Castaño
Analysis of partial electrical discharges in insulating materials through the wavelet transform,
Comp. Mater. Sci. ,**9**, 379-388 (1998)
- J. Reyes, A.L. Rivera, M. Lozada y V.M. Castaño
Physical defects in fibers optics: a theoretical framework in phase space
Optics. Comm. ,(2004)
- J. Reyes, R. Rodriguez, R. Morones y V.M. Castano
Ronchi diagrams in phase space,
Optik ,**113**(2002)
- O.P. Agrawal,
Application of wavelets in modeling stochastic dynamic systems
J. Vibr. and Acoustics **120**, 763 (1998).
- Palomino R.; de Icaza-Herrera M.; Castaño V.M.
Fresnel diffraction in phase-space.,
Optik - International Journal for Light and Electron Optics, **112**, 1, 37-39(2001)
- R. Avilés, A. Loske y V.M. Castaño
Two-dimensional optical filtering with a Phase Space correlator,
Optik ,**110**(1999)
- R.C. Hibbeler
Ingeniería Mecánica Dinámica
(7a Ed, Pearson Educación, Mexico 1987).
- R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher
An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics, (Academic Press, USA 2002).
- V. Castaño, G. Vázquez-Polo y R. Gutiérrez
Phase space methods in image formation theory,
Scanning Microscopy ,**6**(1992)
- V.M. Castaño, A. Gómez
A phase space approach to X-ray optics,
J. X-Ray Sci. Technol **4**(1993)
- V.M. Castaño, P. Santiago y A. Gómez
Image displacements in transmission electron microscopy: a phase space approach,
Optik ,**95**(1993)
- Y. Meyer
Orthonormal Wavelets, In Wavelets Time-Frequency Methods and Phase Space Proceedings of the International Conference, Marseille, France 1987
(2nd Ed, Springer-Verlag, Berlin, (1990).pp. 21 igaul a la 38



**La Sociedad Mexicana de Cristalografía A. C.
Y
El Centro de Física Aplicada y Tecnología
Avanzada de la UNAM**

SMCr
Sociedad Mexicana de
Cristalografía A.C.

Agradecen la participación de

GUILLERMO VAZQUEZ SANCHEZ

En la sesión de carteles con el trabajo

ANÁLISIS EN ESPACIO FASE DE DEFECTOS EN ESTRUCTURAS USANDO WAVELETS

Durante el evento “Aplicaciones Industriales de la Cristalografía”, enmarcado dentro de las IV semanas nacionales de la Cristalografía, celebrado del 27 de septiembre al 1 de octubre de 2004 en Juriquilla, Qro., México.

Juriquilla, Qro., 1 de octubre de 2004

Dr. Lauro Bucio Galindo
Presidente de la Sociedad
Mexicana de Cristalografía, A. C.

Dr. Eric M. Rivera Muñoz
Comité organizador local
Delegación Querétaro



La Sociedad Mexicana de Cristalografía A. C.
Y
El Centro de Física Aplicada y Tecnología
Avanzada de la UNAM

SMCr
Sociedad Mexicana de
Cristalografía A.C.

Otorgan el presente

RECONOCIMIENTO

a **Guillermo Vázquez**

Por haber obtenido el **3^{er} lugar** en el concurso de carteles con el trabajo

Análisis en el espacio fase de defectos en estructuras usando Wavelets

Durante el evento "Aplicaciones Industriales de la Cristalografía", enmarcado dentro de las IV semanas nacionales de la Cristalografía, celebrado del 27 de septiembre al 1 de octubre de 2004 en Juriquilla, Qro., México.

Juriquilla, Qro., 1 de octubre de 2004

Handwritten signature of Dr. Lauro Bucio Galindo.

Dr. Lauro Bucio Galindo
Presidente de la Sociedad
Mexicana de Cristalografía, A. C.

Handwritten signature of Dr. Eric M. Rivera Muñoz.

Dr. Eric M. Rivera Muñoz
Comité organizador local
Delegación Querétaro