

24		- SEP and
		10.00
	** * * b	
		*
•		set a la

ride . + .

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

(MECÁNICA DE SUELOS)

APLICACIÓN DE UN MODELO REOLÓGICO AL CÁLCULO DE DEFORMACIONES PERMANENTES EN SUELOS FINOS COMPACTADOS

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA

Presenta:

Daniel Camacho Barrón

Dirigido por:

Dr. Paul Garnica Anguas

DEPFI, UAQ.

CENTRO UNIVERSITARIO QUERÉTARO, QRO. NOVIEMBRE DE 1997 M E X I C O

No Ad	H57929
No. TR	624,151
	C1729.

BIBLIOTECA CENTRAL



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO FACULTAD DE INGENIERÍA MAESTRÍA EN INGENIERÍA (MECÁNICA DE SUELOS)

APLICACIÓN DE UN MODELO REOLÓGICO AL CÁLCULO DE DEFORMACIONES PERMANENTES EN SUELOS FINOS COMPACTADOS

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA

Presenta:

Daniel Camacho Barrón

Dirigido por:

Dr. Paul Garnica Anguas

SINODALES

- Dr. Paul Garnica Anguas Presidente
- Dr. Eduardo Rojas González Secretario
- MI. Raúl Vicente Orozco Santoyo Vocal
- Dr. Piotr Rusek Piela Suplente
- MI. María de la Luz Péres Rea Suplente

MI. J. Jesús Hernández Espino Director de la Facultad de Ingeniería

guas	1	7	/
C	A Mil	Y	
	P	Pirma	
	FO	yin 9	
0		Firma	
6	4	de	
	1	Firma	
(Firma).
	14	Firma K Aller	

MC. Carlos Isaac Silva Barron Director de Estudios de Posgrado

CENTRO UNIVERSITARIO QUERÉTARO, QRO. NOVIEMBRE DE 1997



AGRADECIMIENTOS.

En ocasiones como esta, me embarga el temor de no recordar claramente y cometer omisiones involuntarias. Sin embargo, no sin antes disculparme por una de mis más significativas características: mi pobre memoria, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a las dos instituciones que me han brindado tanto e indudablemente han dejado una huella indeleble en mi persona: al Instituto Mexicano del Transporte y a la Universidad Autónoma de Querétaro.

A Miguel Ángel Cervantes Nieto y a Omar Adolfo López Castañeda les agradezco su paciencia y su alto sentido del deber. Sobra mencionar que este trabajo es en gran parte suyo y que la confiabilidad lograda en los resultados es producto de su indiscutible capacidad.

Al MC Eric Moreno le agradezco su disponibilidad, su interés y sus asesorías en el ámbito de la estadística.

Al Ing. Alfonso Rico Rodríguez va mi más profunda gratitud por brindarme la oportunidad de desarrollarme profesionalmente y de formarme como ser humano.

Le agradezco al Dr. Paul Garnica Anguas su paciencia y su dirección. Gracias por su apoyo y por la motivación que siempre me ha dedicado.

También quiero dedicar una parte especial de mi gratitud a todos mis compañeros de la maestría. En especial los Ingenieros Humberto Preciado y Mauricio Barrera merecen mi más profunda estima por haber estado siempre a mi lado y por el apoyo que siempre, y de manera desinteresada, recibí de ellos.

A mi familia le debo todo lo que soy y lo que he logrado. Gracias por haberme conducido siempre por el camino de la honestidad y, sobre todo, de la responsabilidad. Creo que cualquier cantidad de palabras jamás llegarían a ser suficientes como para poder expresar en estos momentos los sentimientos que me embargan. Espero que este trabajo les retribuya un poco de lo mucho que me han dado.

A mi querido maestro Jesús Manuel Ortiz Pacheco le expreso mi más profunda gratitud. No se aún cómo cambió a aquel niño de cuarto año de primaria. De lo que sí estoy seguro es que no sería el mismo de no haber estudiado tres años con él, y que - a mi juicio - han sido los más importantes y definitivos de mi vida.

Gracias a Luis Enrique por soportarme tantos años. Tu influencia en mi vida también ha sido muy significativa. Tu amistad siempre ha sido muy desinteresada. Gracias también por tus consejos y por todas aquellas cosas que pasamos juntos.



Un lugar aparte merece mi esposa Graciela...para ti y por ti existo, y existiré hasta el momento en que El Todopoderoso me lo permita. Gracias por tu paciencia y por tu comprensión. Quizá no siempre he encontrado la mejor manera de expresarte el profundo amor que siento por ti..., sin embargo gracias a tus consejos y a ese espíritu inquieto y testarudo es que me has impulsado a superarme en todos los aspectos. Sea pues uno de esos logros, a los cuales tú misma me has impulsado, este humilde trabajo ; el cual, independientemente de su trascendencia, es la más sincera muestra de que has logrado ser indispensable para mi. Muchas, pero muchas gracias por todo...



En memoria de la hermana que jamás conocí (1981†).

A mi esposa Graciela. " Eres tú aquella brisa...y aquel barco...soy yo...".

A mi hijo Luis Fernando.

" «Voluntad de verdad»: ¿es así como llamáis vosotros los más sabios, a cuanto os impulsa e inflama? Voluntad de volver pensable todo lo que existe: ¡así llamo yo a vuestra voluntad!

Queréis hacer pensable cuanto existe: pues, con justificada desconfianza, dudáis de que ya sea pensable. Más todo lo existente debe amoldarse y plegarse a vosotros: jasí lo decreta vuestra voluntad! Debe allanarse y someterse al espíritu, como espejo e imagen reflejada de éste.

¡Así es vuestra voluntad, sapientísimos, una voluntad de poder! Hasta cuando habláis del bien y del mal, y de las valoraciones "

Así habló Zarathustra, "De la superación de sí mismo". Friedrich Nietzsche.



INTRODUCCIÓN.

Un pavimento es un sistema estructural estratificado, constituido por suelos y sujeto a solicitaciones de carga repetida. Su comportamiento, en términos de esfuerzos y deformaciones, dependerá de las propiedades mecánicas de los materiales y de la interacción entre cada una de las capas que lo componen. El proyecto estructural de tales sistemas consiste en definir el espesor y el tipo de material para cada una de las capas que lo constituyen, de manera que se minimicen las deformaciones en el pavimento. Desafortunadamente, el carácter lineal de una carretera - que implica el uso de un número muy grande de materiales diferentes, el desconocimiento de la influencia de los factores climáticos, el inadecuado control de calidad durante la construcción y la complejidad de las cargas que transmite el tránsito vehicular - ha traído como consecuencia que el proyecto actual de pavimentos sea fundamentalmente empírico. Poco se sabe sobre los mecanismos fundamentales que controlan el comportamiento de los pavimentos. A este último respecto, surge la necesidad de profundizar en el conocimiento de las relaciones constitutivas fundamentales de los suelos para su uso en carreteras y aeropistas.

En esta investigación, se presenta la aplicación de un modelo reológico para caracterizar el comportamiento esfuerzo-deformación de suelos compactados sometidos a diferentes tipos de solicitación, incluyendo carga cíclica. También se presenta la aplicación para un suelo arcilloso de la región de Jurica, Qro.

En el primer capítulo de este trabajo, se presenta una descripción general de la evolución del proyecto de los pavimentos, así como una presentación de los conceptos fundamentales de la ciencia de la reología. Enseguida, en el capítulo 2, se describe el aspecto teórico del modelo reológico con el que se trabajó en este estudio. En el capítulo 3 se describe el suelo utilizado, los procedimientos de prueba que se emplearon, y se dan los resultados de la calibración y validación del modelo reológico. Por su parte, el capítulo 4 se enfocó el estudio del suelo y del modelo bajo carga cíclica. En el capítulo 5 se hace un resumen de todos los aspectos que se trataron y, finalmente, el capítulo 6 hace referencia a las conclusiones obtenidas durante el desarrollo del trabajo.

NOTACIÓN.

σ'	esfuerzo efectivo.
σ	esfuerzo total.
u	esfuerzo intersticial o presión de poro.
t	tiempo.
3	tensor de deformaciones.
ε	tensor de deformaciones volumétricas.
E	módulo de Young.
ε _e	deformación elástica.
ė	velocidad de deformación.
ν	coeficiente de viscosidad.
Р	carga o solicitación.
Ps	resistencia límite o fuerza mínima para comenzar a deslizar una
	masa.
W	peso del cuerpo.
μ	coeficiente de fricción de Coulomb.
Ph	fuerza horizontal.
ε _p	deformación plástica (no recuperable).
σ	esfuerzo aplicado total.
G	coeficiente de rigidez del modelo de Hooke.
η	coeficiente de viscosidad del modelo de Newton.
ε _r	deformación del elemento de Hooke.
ε _a	deformación del elemento de Newton.
εο	deformación total.
Eor	componente de deformación correspondiente al elemento de Hooke.
Eoa	componente de deformación correspondiente al elemento de
	Newton.
σα	componente del esfuerzo correspondiente al elemento de Hooke.

σοα	componente del esfuerzo correspondiente al elemento de Newton.
έ _{oa}	velocidad de deformación del elemento de Newton.
έ _o	velocidad de deformación total.
σ。	velocidad total de aplicación de esfuerzo
е	base de los logaritmos Neperianos.
$(\sigma_{o})_{o}$	esfuerzo en el instante en que se inicia el fenómeno de relajación.
τ	tiempo de relajación.
$(\varepsilon_{o})_{o}$	valor de deformación en el instante en que se inicia el fenómeno de
	"elasticidad retardada".
P。	carga de fluencia en el modelo de Bingham.
А	sección del cilindro en la analogía mecánica de Terzaghi.
н	espesor.
р	presión equivalente en el resorte en la analogía mecánica de
	Terzaghi.
Δр	incremento de carga.
z	profundidad.
Δp'	incremento de esfuerzo efectivo.
Δσ	incremento de esfuerzo total, aplicado.
$\Delta\sigma_{\text{ep}}$	incremento de esfuerzo en el elemento elastoplástico.
$\Delta \sigma_v$	incremento de esfuerzo en el elemento viscoso.
Δε	incremento de deformación total.
$\Delta \epsilon_{ep}$	incremento de deformación en el elemento elastoplástico.
$\Delta \epsilon_v$	incremento de deformación en el elemento viscoso.
М	módulo de deformación.
m _{ep}	coeficiente de compresibilidad volumétrica unitario que representa el
	comportamiento del fenómeno elastoplástico.
m _{vB}	coeficiente de compresibilidad volumétrica unitario que incluye los
	comportamientos elastoplástico y viscoso intergranular.

Nota	ción.

m _t	coeficiente de compresibilidad volumétrica viscosa intergranular
	unitario.
β	parámetro definido por m _t /m _{ep} .
α	parámetro definido por m _t /m _{vB} .
ν _c	módulo de Poisson corregido por confinamiento.
ν	módulo de Poisson.
δ _{ep}	deformación elastoplástica.
δν	deformación viscosa.
α _{ep}	módulo unitario de deformación inmediata elastoplástica.
b	parámetro del tiempo.
а	parámetro de deformación unitaria.
Ln	logaritmo de base e.
log	logaritmo de base 10.
Ct	pendiente del tramo recto de comportamiento viscoso intergranular,
	definido en un ciclo de la escala logarítmica.
t _c	tiempo de construcción.
σ _c	esfuerzo transmitido durante la construcción.
T ₁	tiempo de un año, expresado en segundos.
n _c	número de años que dura la construcción.
n _t	número de años para cualquier tiempo t.
Mz	módulo de deformación unitaria vertical del estrato de suelo en
	análisis.
Pc	factor de recompresión por relajación de esfuerzos.
σ _r	esfuerzo de relajación.
С	coeficiente en función de las características del suelo.
G ₁	coeficiente del elemento de Hooke en la unidad de Maxwell, del
	modelo de Folque.
G ₂	coeficiente del elemento de Hooke en la unidad de St. Venant, del
	modelo de Folque

Nota	ción.

η1	coeficiente del elemento de Newton, en el modelo de Folque.
ղ ₂ 0 ղ	coeficiente del elemento de Newton en la unidad de Maxwell, del
	modelo de Folque.
υο	coeficiente del elemento de Coulomb en la unidad de St. Venant, del
	modelo de Folque.
σ _d	esfuerzo en la unidad derecha (St. Venant) del modelo de Folque.
σ _i	esfuerzo en la unidad izquierda (Maxwell) del modelo de Folque.
σ∞	valor del esfuerzo para un tiempo muy grande.
A	constante definida por $G_1/[\eta(G_1+G_2)]$.
E _∞	valor de la deformación para un tiempo muy grande.
в	constante definida por $G_1G_2/(G_1\eta+G_2)$.
ε _N	deformación en el elemento de Newton.
ε _H	deformación en el elemento de Hooke.
8 _{ir}	deformación irrecuperable.
γ _d	peso volumétrico seco.
w	humedad.
D	diámetro del molde de fabricación de especímenes.
T _{máx}	tamaño máximo de partícula.
S	desviación estándar.
s(γ _d)	desviación estándar respecto al peso volumétrico seco.
s(w)	desviación estándar respecto a la humedad.
G _w	grado de saturación.
qu	resistencia a la compresión simple.
v	velocidad de deformación.
LI	límite líquido.
Lp	límite plástico.
lp	índice plástico.
Ss	peso específico relativo de sólidos.
Ep	error relativo del peso.

Notación.

Ew	error relativo de la humedad.
E50%	deformación correspondiente al 50% de la resistencia máxima q _u .
M _{50%}	módulo al 50% de deformación.
σ _{fluencia}	esfuerzo al cual se inicia el proceso de fluencia.
SUCS	Sistema Unificado de Clasificación de Suelos.
W _{ópt}	humedad óptima de un proceso de compactación.
σ_3	esfuerzo de confinamiento.
Mr	módulo de resiliencia.
σ(t)	función de esfuerzo en términos del tiempo.
π	valor de pi=3.1415926
ω	frecuencia.
Md	módulo de deformación total.
ε _t	deformación unitaria total.
F(x)	frecuencia relativa acumulada.
а	desviación máxima.
F(x)	distribución normal teórica.
α	nivel de significancia, error tipo I.
n	tamaño de muestra.
x	dato estadístico.
HO	hipótesis nula.
HA	hipótesis alterna.
β	error tipo II.
ΔH	asentamiento o hundimiento.
q	presión aplicada.
Wo	deflexión.



Introducción.	i
Notación.	iii
Indice.	1
CAPITULO 1. Estado del arte.	5
1.1. Antecedentes.	5
1.1.1. Definiciones de conceptos empleados en Reología.	7
1.1.2. Modelos de Hooke, Newton, Coulomb y St Venant.	8
1.1.3. Modelos de Maxwell, Kelvin y Bingham.	13
1.1.4. Estado actual del diseño de pavimentos.	22
 Modelo reológico de Terzaghi para explicar los estados de esfuerzos y deformaciones en arcillas saturadas. 	29
 Breve descripción de algunos modelos para suelos parcialmente saturados. 	32
1.3.1. Modelo reológico de Zeevaert.	32
1.3.2. Modelo reológico de Folque.	43
CAPITULO 2. Modelo reológico de J. Folque para suelos parcialmente saturados.	45
2.1. Descripción detallada del modelo de Folque para suelos parcialmente saturados.	45
2.2. Programa experimental.	60
2.2.1. Descripción de los ensayes necesarios para calibrar el modelo.	60
2.2.2. Descripción de proceso para obtener las probetas de prueba mediante el empleo de compactación estática.	61
CAPITULO 3. Estudio experimental.	69
3.1. Identificación de las propiedades del suelo de Jurica.	69

1

Indice.

3.2. Ejecución de ensayes y obtención de los parámetros del modelo.	71		
3.2.1. Ensayes de compresión simple a velocidad de deformación controlada.	71		
3.2.2. Ensayes de relajación.	81		
3.2.3. Ensayes de fluencia.	86		
3.2.4. Calibración del modelo.	91		
3.2.5. Discusión de resultados.	98		
CAPITULO 4. Aplicación del modelo de Folque en el análisis viscoelástico de pavimentos.	105		
4.1. Comportamiento experimental del suelo bajo cargas de corta duración.	105		
4.2. Análisis del modelo bajo cargas cíclicas.	109		
4.2.1. Respuesta del modelo sin considerar la no linealidad de $\eta.$	111		
 Influencia de la frecuencia y el nivel de esfuerzo en la respuesta del modelo de J. Folque 	111		
 Influencia de los parámetros G₁, G₂, η y υ_o en el comportamiento del modelo de J. Folque. 	112		
 Evolución de las deformaciones permanentes, del módulo de resiliencia y del módulo de deformación en el modelo de J. Folque. 	122		
CAPITULO 5. Resumen y conclusiones del trabajo.	127		
CAPITULO 6. Conclusiones.	133		
Anexo 1. Gráficas de ensayes.	135		
Anexo 2. Análisis estadístico.			
Anexo 3. Ejemplos numéricos.	197		
3.1. Ejemplo del modelo de Zeevaert.	199		
3.2. Ejemplo del modelo de J. Folque.	202		

205 Anexo 4. Solución de la ecuación diferencial del capítulo 4. Lista de referencias. 209

Bibliografía.

211



CAPITULO 1. ESTADO DEL ARTE.

1.1. ANTECEDENTES.

En general, el hombre se vale de las ciencias y las técnicas para explicar y darle solución (siguiendo uno o varios procedimientos) a los problemas que le presentan los fenómenos naturales. Los suelos han sido siempre uno de los materiales de uso más frecuente en las construcciones del hombre y uno de los que le han presentado todo un enigma y un reto - tanto en su comportamiento como en su empleo - al construir estructuras térreas o bien para cimentar sobre ellos otras estructuras.

La Mecánica de los suelos nació con la finalidad de explicar y darle solución a los corrimientos del puerto de Gotemburgo y de los ferrocarriles suecos, a los hundimientos del Campanile en Venecia, a los asentamientos de los grandes edificios de la ciudad de Chicago y a los problemas de hundimientos de estructuras en la ciudad de Estambul. En México, la capital del país presentaba problemas de hundimiento regional (inducido principalmente por un bombeo desmedido y sin control en décadas pasadas), de asentamientos en las edificaciones y de baja capacidad de carga del terreno natural. Todos estos problemas relacionados con la construcción de estructuras sobre los suelos saturados fueron un aliciente para tratar de explicar y darle solución al fenómeno observado mediante un esquema teórico y dejar de lado las soluciones de tipo práctico, que hasta entonces eran empleadas de manera frecuente.

Fue entonces cuando el joven ingeniero austríaco Karl Von Terzaghi explicó, en su famosa y célebre publicación "Erdbaumechanik", el fenómeno de deformabilidad en suelos saturados arcillosos mediante un modelo reológico (figura 1.1) consistente en un modelo de Hooke dentro de uno de Newton; dicho modelo explicaba con una gran certidumbre tanto el estado de deformaciones como el de esfuerzos (Teoría de la consolidación unidimensional), a la vez que presentaba uno de los conceptos más importantes dentro de la Mecánica de Suelos clásica: el concepto de *esfuerzos efectivos*, cuya expresión es la siguiente:

$$\sigma' = \sigma - u$$

en donde σ' : esfuerzo efectivo, σ : esfuerzo total y u: presión de poro.

Sin embargo, hay que recordar que sólo bajo ciertas condiciones, el suelo puede ser encontrado saturado y que en el mundo existen grandes regiones en donde dichas condiciones no son posibles de alcanzar durante la mayor parte del año, siendo su condición más frecuente la de parcial saturación.



Figura 1.1. Modelo Reológico de Terzaghi.

Esta condición de parcial saturación del suelo presenta una fenomenología distinta a la de arcillas saturadas: inestabilidad volumétrica debido al cambio en el contenido de agua del suelo; además, dicha inestabilidad puede presentar dos problemas, a saber: la expansión y el colapso. Un hecho que no debemos olvidar es que los anteriores problemas no son particulares de suelos en condiciones inalteradas, sino que los suelos parcialmente saturados son muy utilizados (de manera reconstituida) en la construcción de estructuras térreas, como por ejemplo: cortinas de presas, grandes terraplenes, pavimentos, rellenos, plataformas, etc.; y que el enfrentarse a los problemas propios de los suelos en esta condición es un factor que deben tomar en cuenta los ingenieros especialistas en Mecánica de Suelos.

Ante este nuevo reto, aún no explicado completamente, empezaron a surgir investigadores en varias partes del mundo que trataron de explicar esta fenomenología, para la cual propusieron teorías diversas. La mayoría de ellas presentó siempre una forma análoga a la que Terzaghi propuso para explicar el estado de esfuerzos - para cualquier tiempo t - en suelos saturados; con la diferencia de que introdujeron parámetros que dependían de factores tales como la succión (un concepto que fue introducido en la Mecánica de los Suelos Parcialmente Saturados y que tiene que ver con efectos de tensión capilar) y el grado de saturación, entre otros.

Hoy en día, se sabe que el concepto de esfuerzos efectivos no es aplicable a suelos parcialmente saturados y que los investigadores tendrán que valerse de otros conceptos para explicar el fenómeno de expansión-colapso.

Se considera que es aquí en donde la Reología puede ofrecer un gran apoyo y contribuir en el continuo andar en busca de una teoría que explique el comportamiento de los suelos en su condición de parcial saturación. Como veremos en el transcurso de este capítulo, la Reología presenta sólo una de las maneras en que puede ser abordado el problema para obtener una solución al fenómeno de inestabilidad volumétrica en suelos parcialmente saturados.

1.1.1. DEFINICIONES DE CONCEPTOS EMPLEADOS EN REOLOGÍA.

Para iniciar esta parte del capítulo, se darán algunos conceptos que son importantes dentro del contexto de la Reología y que serán de utilidad durante el desarrollo del presente estudio.

Así, se establecerá entonces lo que entenderá por Reología y para esto se recurre a la definición dada por José B. Folque [1961:] "La Reología estudia las leyes de esfuerzo-deformación de los cuerpos y su evolución con el tiempo". Por otro lado, debe decirse que la Reología puede dividirse en dos ramas:

- La Macroreología, que estudia a los cuerpos a los que considera homogéneos - sin atender su estructura y sin hacer esfuerzos para la prospección; y
- La Microreología, que procura explicar en términos reológicos el comportamiento de los cuerpos, pero teniendo en cuenta su composición estructural.

Con base en lo anterior, se puede decir que la Macroreología establece las relaciones entre las fuerzas que le son aplicadas a un cuerpo y las deformaciones que son producidas en él, como consecuencia, y las respectivas leyes que establecen la evolución con el tiempo.

Otro concepto, que también es importante definir, es el de modelo reológico; por el que se entenderá como <u>un sistema con un comportamiento semejante al del</u> <u>material en estudio, usualmente integrado por elementos mecánicos muy simples</u> (resortes, amortiguadores, etc.), pero no necesariamente se postula que en la <u>estructura del material haya una contrapartida para cada uno de los elementos del</u> <u>modelo.</u>

Una vez establecida la definición anterior, es fácil observar que el esquema planteado por Terzaghi, para explicar el proceso de consolidación en arcillas saturadas, satisface perfectamente la anterior definición y por esta razón el título de la figura 1.1 es el de "modelo reológico de Terzaghi". Pero éste es sólo uno de los que conocemos; algunos otros con los que seguramente se habrán tratado están representados por los cuerpos de Euclides y Pascal.

En lo que respecta al cuerpo de Euclides, este es definido como un cuerpo que sean cuales fueren las solicitaciones impuestas - tiene deformaciones nulas. Es un cuerpo infinitamente rígido y la ecuación reológica que lo representa es la siguiente:

 $\varepsilon = 0$

donde ϵ representa el tensor de deformaciones.

Por su parte, en Reología se conoce como líquido de Pascal al cuerpo que es incompresible, es decir, que no es susceptible de sufrir deformaciones volumétricas y por lo tanto la ecuación reológica que expresa este comportamiento es la siguiente:

$$\varepsilon_v = 0$$

en donde ε_v representa el tensor de deformaciones volumétricas.

1.1.2. MODELOS DE HOOKE, NEWTON, COULOMB Y St VENANT.

En Reología existen tres modelos básicos que llevan los nombres de quienes los desarrollaron y con los cuales pueden representarse comportamientos mucho más complejos que los primeros. Estos son los modelos de Hooke, Newton y Coulomb y explican los comportamientos de materiales elásticos, viscosos y plásticos, respectivamente.

Se iniciará con el modelo de Hooke (figura 1.2), quien fue el primero que estudió la elasticidad de los materiales a mediados del siglo diecisiete y definió a la elasticidad como la propiedad que tiene un sólido ideal de recuperar su forma completamente después de que es descargado, tras haber sido sometido a una solicitación.

Como se puede apreciar en la figura 1.2., el modelo de Hooke corresponde a un resorte que representa a un cuerpo con comportamiento elástico; por lo tanto, se puede decir que "la distorsión de un cuerpo elástico es proporcional al esfuerzo aplicado a tal cuerpo y el fenómeno es reversible". El anterior enunciado constituye la Ley de Hooke, piedra angular de la elasticidad y queda representada por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

en donde ε representa la deformación unitaria del cuerpo, σ representa el esfuerzo aplicado y *E* es el coeficiente de proporcionalidad, mejor conocido como el módulo de Young o módulo elástico del material.

El esquema de la figura 1.3 representa el comportamiento del esquema mostrado en la figura 1.2 y establece la relación del esfuerzo con la deformación unitaria del cuerpo. Como podemos observar en ella, el incremento del esfuerzo σ produce un



Figura 1.2 . Modelo reológico de Hooke.

consecuente incremento en la deformación unitaria ε ; es decir, que la deformación unitaria es proporcional al incremento del esfuerzo, tal y como está expresado por la Ley de Hooke. La anterior gráfica corresponde a un cuerpo idealmente elástico y parece que la proporcionalidad entre la carga y la deformación unitaria del cuerpo no se pierde jamás. Sin embargo, en los materiales pueden existir rangos de esfuerzos dentro de los cuales los materiales efectivamente muestran un comportamiento similar al del cuerpo de Hooke; fuera de esos intervalos, los materiales muestran comportamientos que pueden ser explicados mediante modelos plásticos, viscosos o combinaciones de ellos.



Figura 1.3. Esquema del comportamiento de la unidad elástica de Hooke.

Por otra parte, el modelo de Newton corresponde a un amortiguador en donde la fuerza o carga es proporcional a la velocidad de deformación. En este caso, el coeficiente de proporcionalidad entre ambas variables es el coeficiente de viscosidad del líquido que está dentro de la cámara del amortiguador.

El tipo de comportamiento que explica este modelo corresponde al de un material idealmente viscoso (la figura 1.4 muestra el esquema del modelo de Newton). Por otro lado, la expresión reológica que describe el comportamiento que se está tratando es la siguiente:

$$\epsilon = \frac{1}{v}\sigma$$

en donde $\dot{\epsilon}$ representa la velocidad de deformación, σ es el esfuerzo aplicado al cuerpo y ν es el coeficiente de proporcionalidad, mejor conocido como coeficiente de viscosidad. En la figura 1.5 aparece la representación gráfica del comportamiento del modelo descrito.



Figura 1.4. Modelo de Newton.

Existe un tercer modelo básico de comportamiento: el de Coulomb. Este modelo es empleado para explicar el comportamiento plástico de los materiales. Consiste en una masa apoyada sobre una superficie a la cual le es aplicada una fuerza que trata de ponerla en movimiento; lo que se logra una vez que es vencida la fuerza de fricción que se dasarrolla entre la masa y la superficie (figura 1.6). Otra manera que existe para representar el modelo de Coulomb es la de un patín, tal como se esquematiza en la parte derecha de la figura 1.6.

Asimismo, se puede decir que un cuerpo idealmente plástico es aquél que cuando le es aplicada una determinada carga, éste se deforma inmediatamente; pero después que la descarga ocurre, no recupera su forma original; es decir que el cuerpo preserva la deformación total causada por la solicitación *P*. La gráfica de la figura 1.7 muestra de una mejor manera la explicación anterior.

BIBLIOTECA CENTRAL







Figura 1.6. Modelo de Coulomb.

La ecuación reológica que explica el comportamiento de la unidad de Coulomb (1783) es la siguiente:

$$P_s = \mu W$$

en donde P_s es la resistencia límite o la fuerza mínima que podemos aplicar para que la masa comience a deslizarse, W es el peso del cuerpo y μ es el coeficiente de proporcionalidad conocido como el coeficiente de fricción de Coulomb.

Lo que la figura 1.7 representa es lo siguiente: se puede aplicar una fuerza P_h , que se incrementará gradualmente, a la masa W. Al aumentar la fuerza P_h , (figura 1.6) aumentará por consiguiente la fuerza de fricción P_s hasta un valor límite - indicado con las mismas literales en la mencionada figura. Una vez que se haya excedido esa fuerza de fricción, la masa se deslizará indefinidamente siempre y



Figura 1.7 Esquema de comportamiento de la unidad plástica de Coulomb.

cuando se mantenga actuando la fuerza aplicada sobre el cuerpo. Sin embargo, al retirar la solicitación, la fuerza de fricción disminuye y el cuerpo se detiene en un punto - indicado por ε_p en la figura - sin regresar al punto original de partida. Lo anterior explica las deformaciones permanentes que sufren los materiales que muestran características plásticas, siempre que estos se deformen ante la aplicación de una solicitación y no recuperen su forma original.

Los tres modelos anteriores son los más básicos con los que cuenta la Reología y con los que se puede tratar de caracterizar el comportamiento de cualquier material, ya sea representado mediante modelos individuales, o bien, mediante la combinación de dos o más de ellos conectados en serie o en paralelo. Sin embargo, existe otro que podríamos considerar también como básico; el modelo de St Venant (1800). En dicho modelo están unidos un elemento de Hooke con uno de Coulomb en serie (figura1.8).



Figura 1.8 Modelo reológico de St. Venant.

El cuerpo de St. Venant se comporta elásticamente hasta que la fuerza *P* alcanza la fuerza de fricción que impide el movimiento del patín. Una vez alcanzada y excedida dicha fuerza, el resorte no se deforma más sino que inicia el movimiento del patín; es decir, el modelo se comporta ahora como un elemento plástico. Una vez que la carga *P* es removida, el modelo presentará una respuesta elástica debida a la unidad elástica; sin embargo, existe una deformación permanente (plástica) que no se recupera. El anterior comportamiento está esquematizado en la figura 1.9.



Figura 1.9. Esquema de comportamiento del modelo reológico de St Venant.

1.1.3. MODELOS REOLÓGICOS DE MAXWELL, KELVIN Y BINGHAM.

MODELO DE MAXWELL.

Existen algunos otros modelos clásicos dentro de la Reología que son ya combinaciones de los tres básicos vistos en el punto anterior. En lo que sigue, se mencionarán los de Maxwell, Kelvin y Bingham por considerarlos importantes.

Se iniciará por abordar el cuerpo de Maxwell. La figura 1.10 muestra la representación gráfica del modelo. Como se puede observar, el modelo responde - bajo la aplicación instantánea de una carga - de la siguiente manera:

- 1. Una deformación instantánea, proporcional al esfuerzo distorsional.
- Una deformación subsecuente (desarrollada a velocidad constante y que es función del tiempo), la cual es proporcional al esfuerzo distorsional.



Figura 1.10. Modelo Reológico de Maxwell.

En el modelo de Maxwell, cuando se fija el estado de deformación en uno de los elementos, ocurre que los esfuerzos internos desaparecen con el tiempo. La razón radica en el hecho de que si se fija el estado de deformación, entonces el elemento de Hooke comenzará a distenderse hasta disipar por completo el esfuerzo y, como efecto, el amortiguador seguirá deformándose ante la distensión del resorte; de tal modo que a largo plazo el esfuerzo interno del modelo habrá de disminuir a cero. Al anterior fenómeno se le denomina "relajación de esfuerzos".

En el esquema de la figura 1.10, la aplicación de una esfuerzo σ_o acarreará una deformación instantánea ε_r en el resorte, la cual es proporcional al esfuerzo. Asimismo, el amortiguador (sujeto también a la solicitación σ_o) entrará en deformación que se producirá a una velocidad proporcional a σ_o y donde el coeficiente de proporcionalidad es la viscosidad del líquido que llena el amortiguador.

Si en un momento dado la deformación es mantenida (es decir, se inmoviliza el extremo izquierdo del resorte), el resorte comenzará a extenderse venciendo la resistencia viscosa del amortiguador. De esta manera, los esfuerzos se relajan.

Sean σ_o , σ_{or} y σ_{oa} los esfuerzos; y ε_o , ε_{or} y ε_{oa} las deformaciones unitarias totales, del resorte y del amortiguador; respectivamente. Entonces:

σο	$= \sigma_{or}$	$=\sigma_{oa}$	(1)
с ₀ 3	$= \varepsilon_{or}$	+ ɛ _{oa}	(2)

En relación al resorte:

 $\sigma_{\rm or} = G \epsilon_{\rm or}$ (3)

en donde G es el módulo de elasticidad al corte. En relación al amortiguador:

 $\sigma_{oa} = \eta \varepsilon_{oa}$ (4)

en donde η es el coeficiente de viscosidad distorsional. Las ecuaciones (2) y (3) pueden escribirse de la siguiente forma:

 $\varepsilon_{o} = \varepsilon_{or} + \varepsilon_{oa}(5)$ $\sigma_{or} = G \varepsilon_{or}(6)$

Si se substituyen las ecuaciones (6) y (4) en la ecuación (2), se obtiene:

 $\overset{\bullet}{\epsilon}_{o} = \left(\frac{\sigma_{or}}{G} \right) + \left(\frac{\sigma_{oa}}{\eta} \right)(7)$

y por la ecuación (1), (7) también puede ser escrita como sigue:

La ecuación (8) es la expresión reológica del líquido de Maxwell. Cuando σ_o es constante, la ecuación (8) queda expresada como sigue:

$$\epsilon_{o} = \frac{\sigma_{o}}{\eta}$$
....(9)

lo que significa que el líquido de Maxwell, a esfuerzo constante, se deformará a velocidad constante y proporcional al esfuerzo.

Para un valor de ε_o° constante; es decir, para un proceso de deformación impuesta a velocidad constante, la integración de la ecuación (9) dará:

La ecuación (10) se traduce en un proceso de crecimiento del esfuerzo con el tiempo, el cual tiende asintóticamente a un valor $2\eta_o \varepsilon_o^*$ que es proporcional al coeficiente de viscosidad (figura 1.11).



Figura 1.11. Proceso de crecimiento de esfuerzo con el tiempo en el modelo de Maxwell.

En el caso de que ε_o^* sea cero (caso para el que el estado de deformación se mantine fijo, después de un estado previo de solicitación del cuerpo) la ecuación (8) quedará como sigue:

la ecuación anterior, al integrar, adoptará la forma:

$$\sigma_{o} = (\sigma_{o})_{o} e^{-\frac{Gt}{\eta}} = (\sigma_{o})_{o} e^{-\frac{t}{\tau}}....(12)$$

La ecuación anterior explica el comportamiento de relajación de esfuerzos, siendo $(\sigma_o)_o$ el valor del esfuerzo en el instante en que se inicia el fenómeno de relajación. $\tau = \eta/G$ es designado como el "tiempo de relajación". Si ocurre que τ =t entonces el esfuerzo σ_o será el 36.8% del inicial $(\sigma_o)_o$ en ese instante, independientemente de los valores de los parámetros *G* y η .

Si se deriva la ecuación (12) respecto al tiempo, se obtiene:

$$\mathbf{\dot{\sigma}_{o}} = -\left[\frac{\left(\sigma_{o}\right)_{o}}{\tau}\right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

y ahora, si tomamos a la ecuación (12) en el origen, obtenemos:

$$\begin{pmatrix} \bullet \\ \sigma_{o} \end{pmatrix}_{o} = -\frac{(\sigma_{o})_{o}}{\tau}$$

lo que significa que la tangente en el origen de la curva de evolución de σ_o con el tiempo t, es $-(\sigma_o)_o/\tau$. Entonces, la intersección de la tangente con el eje t determina un segmento que es la medida del tiempo de relajación (figura 1.12).




MODELO DE KELVIN.

Reciben el nombre de "cuerpo o modelo de Kelvin " (figura 1 13) aquellos cuerpos que, bajo carga constante aplicada de manera instantánea, exhiben un comportamiento que se caracteriza por los aspectos que a continuación mencionamos:

- 1. Prácticamente no sufren deformación instantánea.
- Sufren deformaciones (proporcionales al esfuerzo aplicado), que tienden a un valor asintótico.

De acuerdo con la figura 1.13, cuando la carga es retirada, los cuerpos no exhiben recuperación instantánea sino que la recuperación se desarrolla con el tiempo hasta que las deformaciones se recuperan totalmente. Este fenómeno es conocido en Reología como "elasticidad retardada".



Figura 1.13. Modelo Reológico de Kelvin.

En el esquema del modelo de Kelvin, se admite que la compresibilidad del líquido del amortiguador es muy pequeña; por lo tanto, la aplicación súbita de una fuerza no produce ninguna deformación instantánea. De hecho, si la compresibilidad del amortiguador es muy pequeña comparada con la del resorte (tras la aplicación de una solicitación), todo el esfuerzo quedará soportado por el líquido del amortiguador. En seguida, el émbolo del amortiguador comenzará a desplazarse con una velocidad que será función del esfuerzo en el amortiguador y de la viscosidad del líquido. El resorte se deformará conjuntamente con el elemento newtoniano y como consecuencia será cada vez más solicitado a medida que el amortiguador comienza a deformarse. Como la carga total es constante, el aumento del esfuerzo en el resorte significa que existe una transferencia gradual de carga del amortiguador comenzará a disminuir a medida que el esfuerzo

distorsional que solicita al líquido disminuye. En el límite, el proceso de deformación cesará por haberse anulado el esfuerzo en el amortiguador. En esta condición, el esfuerzo será completamente soportado por el elemento de Hooke y exhibirá una deformación proporcional a la solicitación total.

Cuando la carga es retirada súbitamente, ocurre el mismo fenómeno ya descrito pero en sentido inverso. Como ya se mencionó anteriormente, este proceso recibe el nombre de elasticidad retardada.

El modelo anterior de comportamiento describe a los cuerpos que en Reología reciben la designación de Sólidos de Kelvin.

Si se analiza la figura 1.13. se tiene que

 $\sigma_{o} = \sigma_{or} + \sigma_{oa}....(13)$ $\varepsilon_{o} = \varepsilon_{or} = \varepsilon_{oa}....(14)$

Las ecuaciones anteriores significan que el esfuerzo total será en todo instante la suma del esfuerzo en el resorte más el existente en el amortiguador, y que la deformación del resorte y del amortiguador serán siempre iguales entre sí y representan la deformación total del cuerpo.

De las características hookeanas y newtonianas del resorte y del amortiguador, se tiene lo siguiente

σ _{oa}	= ηε _{oa}	(16)
σ _{or}	$= G\epsilon_{or}$	(15)

Si se substituyen las ecuaciones (15) y (16) en la ecuación (13), se tendrá que

 $\sigma_{o} = G\varepsilon_{or} + \eta\varepsilon_{oa}...(17)$

y de la ecuación (14), la expresión (17) puede escribirse también como

La expresión anterior representa la ecuación reológica del sólido de Kelvin

Para el caso en que la deformación de deformación ε_o^* sea constante, se puede ver que los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones (figura 1.14) con un esfuerzo original para ε_o igual a $\eta \varepsilon_o^*$.

El esfuerzo en el amortiguador es proporcional a la velocidad de deformación impuesta ($\eta \varepsilon_o^*$) - que será constante a lo largo del proceso - se suma en cada instante al esfuerzo en el resorte, el cual será proporcional a la deformación ocurrida hasta ese instante.





Para el caso en que el esfuerzo σ_o es constante, la ecuación (18) integrada conduce a la siguiente expresión:

La ecuación anterior está representada por la curva de la figura siguiente (figura 1.15) y tiene por asíntota:

$$\varepsilon_{o} = \left(\frac{1}{G}\right)\sigma_{o}$$

Para el caso en que el esfuerzo σ_o sea cero, después de haber impuesto una determinada deformación, la ecuación (18) quedará de la siguiente forma:

la cual es una expresión - idéntica a la (11) del modelo de Maxwell - que indica la relajación de esfuerzos y que después de ser integrada conduce a:



Figura 1.15. Esquema de comportamiento de la deformación con el tiempo para esfuerzo constante.

La expresión (21) explica el comportamiento en el tiempo de la curva de "elasticidad retardada" (figura 1.16), en donde $(\varepsilon_o)_o$ es el valor de la deformación en el instante en que se inicia el proceso.



Figura 1.16. Esquema de comportamiento deformación-tiempo a esfuerzo cero ("elasticidad retardada").

MODELO DE BINGHAM.

Los cuerpos de Bingham se caracterizan por exhibir discontinuidad de comportamiento para un cierto valor de esfuerzo tangencial. Excedido el valor de P_o , los cuerpos de Bingham se comportan como líquidos viscosos newtonianos (presentan deformaciones que se producen a velocidad constante para esfuerzo constante). Para esfuerzos inferiores a P_o , los cuerpos de Bingham ideales no sufren deformaciones.

El primero de estos factores sugiere que los cuerpos deben poseer elementos newtonianos. El segundo indica que deben poseer también elementos friccionantes; es decir, elementos que sólo sufren deformaciones cuando es vencida una cierta fuerza de fricción (elementos de Coulomb). Un modelo

adecuado al comportamiento anterior será, por ejemplo, un peso sobre una superficie - que sólo se desliza cuando es vencida la fricción entre el peso y la superficie de soporte - unido en serie con un elemento de Newton (figura 1.17).



Figura 1.17. Modelo Reológico de Bingham.

En el modelo de la figura anterior sólo comenzará a deformarse el elemento de Newton una vez que haya sido vencida la fricción P_o en el patín. Esas deformaciones se producen según la ley:

$$\sigma_{o} - P_{o} = \eta \varepsilon_{o}.....(22)$$

La expresión anterior constituye la ecuación reológica del cuerpo de Bingham, y en la figura siguiente (figura 1.18) están trazadas las curvas representativas de los comportamientos de Newton y de Bingham en un sistema de ejes σ_o vs ε_o^* .



Figura 1.18. Comparación entre los modelos de Newton y Bingham

El cuerpo de Newton deberá ser designado como líquido, puesto que se deforma a velocidad constante para un esfuerzo constante. Un cuerpo de Bingham deberá ser considerado como sólido, puesto que sólo exhibe el mismo comportamiento del de Newton tras ser rebasado un valor de cedencia *P*_o

1.1.4. ESTADO ACTUAL EN EL DISEÑO DE PAVIMENTOS.

Los espesores de los primeros pavimentos, que fueron construidos antes de la década de los años veinte de este siglo, fueron diseñados exclusivamente con base en la experiencia acumulada hasta entonces y era un hecho común que fueran los mismos en secciones con distintas especificaciones y a pesar de las fuertes diferencias en los comportamientos de los suelos sobre los que eran construidos. No es de extrañar entonces que en la actualidad - y pese a que han transcurrido 80 años desde entonces - el diseño de pavimentos aún mantiene al empirismo como un factor importante hasta nuestros días; aunque con el paso del tiempo toda esa experiencia ha derivado en varios métodos cuyo objetivo último siempre ha sido el de determinar el espesor adecuado para el pavimento con base en ciertas condiciones de solicitación y características de los materiales.

Para poder continuar, es importante recordar en este momento que los pavimentos pueden clasificarse en flexibles y rígidos, en función de las características de deformabilidad de la capa más superficial (capa de rodamiento). En lo que sigue, serán mencionadas algunas características de cada uno de ellos.

1. PAVIMENTOS FLEXIBLES.

Los pavimentos flexibles están construidos con materiales bituminosos y granulares. En este sentido, el material bituminoso lo constituye generalmente el cemento asfáltico (puro o modificado) y emulsiones asfálticas.

En cuanto al proyecto de los pavimentos de este tipo, pueden mencionarse cinco categorías: métodos empíricos con y sin ensayes de laboratorio de los materiales constitutivos del pavimento, método de falla por corte al límite, método de deflexión límite, método de regresión basado en el comportamiento del pavimento o de pruebas de campo en ellos y método empírico-mecanicista.

MÉTODOS EMPÍRICOS.

El uso de métodos empíricos sin ensayes de resistencia generó el desarrollo del sistema de clasificación de suelos del Public Roads de Estados Unidos (hecho por Hogentogler y Terzaghi, 1929). Dicha clasificación permitía clasificar a la subrasante como uniforme del A-1 al A-8 y como no uniforme de B-1 a B-3. Posteriormente fue hecha una modificación por el Highway Research Board (HRB, 1945) en la que propuso grupos del A-1 al A-7 y le adicionó un grupo índice para diferenciar a los suelos dentro de cada grupo. De esta manera, los espesores de los pavimentos eran estimados sin tener en consideración las características de resistencia de los materiales empleados en su construcción. En 1929, el California Highway Department empleó por primera vez métodos empíricos combinados con

la ejecución de ensayes de resistencia; de esta manera, los espesores de los pavimentos eran relacionados con el California Bearing Ratio (CBR, o también conocido como Valor Relativo de Soporte), método que desde entonces se ha generalizado en su aplicación ampliamente.

Por todo lo anterior, debe tomarse en consideración que los métodos empíricos fueron elaborados y funcionan para un grupo de condiciones ambientales, de los materiales y de trabajo particulares. Por ello, cualquier cambio en las condiciones establecidas se traduce en la invalidación del método, lo cual es su más seria desventaja.

• MÉTODOS DE FALLA POR CORTE AL LÍMITE.

Al igual que los métodos empíricos, los métodos de diseño de pavimentos, que consideran la resistencia última por corte, tienen por objeto obtener las dimensiones de las capas que los conforman sin que ocurra la falla por corte. Las propiedades que interesan de los materiales son la cohesión y el ángulo de fricción interna. Algunos autores que han empleado estos métodos son Barber (1946), quien aplicó la fórmula de Terzaghi para determinar la capacidad de carga en el cálculo del espesor de pavimentos; por su parte, McLeod (1953) empleó la espiral logarítmica para determinar la capacidad de carga en pavimentos.

• MÉTODOS POR DEFLEXIÓN AL LÍMITE.

En estos métodos, los espesores de los pavimentos son diseñados de tal manera que las deflexiones verticales no excedan un valor que se fija como permisible. Por ejemplo, la Kansas State Highway Commission (1947) modificó la ecuación de Boussinesq para limitar las deflexiones de una subrasante a 2.54 mm y la U.S. Navy (1953) aplicó la teoría de la doble capa de Burmister y limitó la deflexión de la superficie a 6.35 mm. De esta manera, puede notarse que el uso de las deflexiones como un criterio de diseño tiene la aparente ventaja que pueden medirse en el campo; sin embargo, debe tenerse en cuenta que las fallas en los pavimentos son originados por los excesivos esfuerzos y las deformaciones y no por las deflexiones.

 MÉTODOS DE REGRESIÓN BASADOS EN EL COMPORTAMIENTO DEL PAVIMENTO O EN PRUEBAS REALIZADAS EN CAMPO.

Un ejemplo típico de estos métodos lo es el método AASHTO, el cual emplea unas ecuaciones de regresión para diseñar los espesores de los pavimentos que fueron obtenidas a partir del comportamiento de tramos de prueba. De este modo, este método tiene la limitante de que para aplicarlo debemos tener condiciones

^{*} Es importante mencionar que el CBR no es tomado como un ensaye con el cual pueda determinarse la resistencia de los materiales, si no que es una prueba índice.

semejantes a las de los caminos de prueba que sirvieron para obtener las mencionadas ecuaciones, que de no cumplirse obligaría a modificaciones basadas en la teoría o la experiencia. Existen también ecuaciones de regresión que fueron desarrolladas a partir de pavimentos existentes que se emplean en sistemas de evaluación de pavimentos como el COPES (Darter et al., 1985) y el EXPEAR (Hall et al., 1989), pero su utilidad en el proyecto de pavimentos es limitado debido a la gran cantidad de incertidumbres que se involucraron en el desarrollo de los mencionados sistemas.

MÉTODOS EMPÍRICO-MECANICISTAS.

Este tipo de métodos están basados en la mecánica de los materiales que relaciona una excitación, como es el caso de una rueda cargada, con la respuesta del pavimento, tal como un esfuerzo o una deformación. Además, con los datos obtenidos, tanto de laboratorio como del comportamiento de campo, puede predecirse el deterioro que puede presentarse. De esta manera, existe una dependencia con el comportamiento observado en campo, la cual es necesaria debido a que la teoría por sí sola no ha demostrado proyectos realistas de pavimentos.

Algunos ejemplos de estos métodos son los trabajos realizados por Kerkhoven y Dormon (1953), quienes fueron los primeros en sugerir el uso de una deformación por compresión vertical en la superficie de una subrasante como un criterio de falla para reducir las deformaciones permanentes; por su lado, Saal y Pell (1960) recomendaron el empleo de una deformación por tensión horizontal en la base de la carpeta asfáltica para minimizar las fallas por fatiga.

Respecto a los métodos anteriores, puede comentarse que el uso de una deformación (por compresión vertical) - para controlar las deformaciones permanentes - está basado en el hecho de que las deformaciones plásticas son proporcionales a la deformación elástica en materiales de pavimentos. De esta manera, al limitar las deformaciones elásticas en la subrasante , las deformaciones elásticas en las capas superiores serán controladas como consecuencia y - a su vez - las deformaciones permanentes en la superficie del pavimento serán también controladas.

Las ventaja de este tipo de métodos reside en el hecho de que mejora la confiabilidad en el proyecto, la capacidad de predecir los tipos de deterioro y en la factibilidad de extrapolar los datos obtenidos en campo y en el laboratorio.

Aunque los anteriores métodos son los más conocidos y de mayor importancia, existen también otros métodos de diseño de pavimentos que están basados principalmente en programas de computadora, otros que contemplan el empleo de conceptos como capacidad de servicio y confiabilidad en el proyecto y algunos otros que consideran cargas dinámicas. Al respecto, los métodos basados en programas de computadora fueron desarrollados principalmente en la teoría multicapa de Burmister. Uno de los más conocidos de estos programas es el CHEV desarrollado por Chevron Research Company (Warren y Dieckermann, 1963), el cual fue desarrollado exclusivamente para materiales elásticos. Más tarde, el Asphalt Institute (Hwang y Witczak, 1979) lo modificó para crear el programa DAMA que contempla materiales granulares elásticos no lineales. De esta manera, se fueron desarrollando una diversidad de programas que contemplaban una variedad de factores. La tabla 1.1 muestra los diferentes programas de cómputo que han sido desarrollados, así como las consideraciones bajo las cuales fueron creados.

Programa	Autor	Consideraciones
CHEV	Chevron Research Company	Aplicable únicamente a
	(Warren y Dieckermann, 1963)	materiales elásticos.
DAMA	Asphalt Institute	Aplicable a materiales
	(Hwang y Witczak, 1979)	granulares elásticos no
		lineales.
BISAR	Shell (De Jong et al., 1973)	Considera cargas verticales y
		horizontales.
ELSYM5	University of California, Berkeley	Aplicable a sistemas de hasta
	(Kopperman et al., 1986)	cinco capas elásticas, bajo
		carga múltiple.
PDMAP	Finn et al., 1986	Basado en la teoría multicapa
		con propiedades de los
		materiales dependientes del
		nivel de esfuerzos.

Tabla 1.1. Programas de Cómputo para el proyecto de pavimentos.

Sin embargo, los anteriores métodos tienen su mayor desventaja en el hecho de que la teoría multicapa supone que cada una de las capas que compone al pavimento es homogénea y mantiene las mismas propiedades en cualquier punto de ella. Como consecuencia de la anterior hipótesis, no es posible analizar sistemas compuestos por capas de materiales no lineales, tales como bases y sub-bases no tratadas.

Por otro lado, el método del elemento finito también ha sido aplicado al proyecto de pavimentos flexibles y fueron Duncan et al., 1968 los primeros en emplearlo con esta finalidad. Algunos programas de cómputo que emplean éste método en el diseño de pavimentos son los siguientes: ILLI-PAVE (Raad y Figueroa, 1980) y el MICH-PAVE (Harichandran et al., 1989), desarrollados en Michigan State University.

En 1960, Carey e Irick desarrollaron el concepto de capacidad de servicio en pavimentos - como resultado de la prueba para caminos de la ASSHTO - e

indicaron que sus espesores deberían depender de un índice de capacidad de servicio requerido. Por su parte, Lemer y Moavenzadeh (1971) incorporaron el concepto de confiabilidad como un factor de diseño en pavimentos y además presentaron un programa de cómputo - con bases probabilísticas - para analizar un pavimento compuesto por un sistema de tres capas de comportamiento viscoelástico (Moavenzadeh et al., 1974). Más tarde, la Federal Highway Administration (FHWA, 1978) modificó este último programa y le dio el nombre de VESYS II, del cual han aparecido varias versiones. Debe mencionarse que los procedimientos de la ASSHTO son básicamente empíricos; sin embargo, existe una tendencia a substituir este empirismo por el módulo resiliente, lo que indica una clara tendencia hacia los métodos mecanicistas.

Todos los métodos discutidos hasta el momento están basados en los efectos que producen las cargas estáticas o en movimiento y no consideran los efectos de inercia debidos a las cargas dinámicas. Fue hasta 1987 cuando Mamlouk consideró dichos efectos en un programa de cómputo e indicó que éstos son de mayor importancia cuando se encuentran estratos de roca poco profundos o existe una subrasante congelada, aunque está desarrollado para aplicarse a materiales linealmente elásticos.

En investigaciones realizadas por Monismith et al. (1988) se concluyó que para pavimentos de concreto asfáltico no es necesario realizar un análisis dinámico completo. Los efectos dinámicos pueden ser ignorados y la respuesta dinámica local puede ser determinada mediante un método estático en el cual sean empleadas propiedades de los materiales compatibles con la velocidad de aplicación de la carga.

2. PAVIMENTOS RÍGIDOS.

Los pavimentos rígidos son construidos con una losa de concreto de cemento Portland. El primer camino con losa de concreto fue construido en Detroit, Michigan en 1908. Hasta el año 1990, había aproximadamente 200000 km de pavimentos rígidos en los Estados Unidos. En lo que concierne a su proyecto, el factor más importante - y en ocasiones el único - ha sido el esfuerzo a la tensión por flexión. A continuación se hace una breve descripción de los métodos de proyecto para pavimentos rígidos.

SOLUCIONES ANALÍTICAS.

Todas las soluciones analíticas siguientes están basadas en la hipótesis de que la losa de concreto y la subrasante están en completo contacto.

a) Fórmula de Goldbeck.

En 1919 Goldbeck desarrolló una fórmula para proyectar el espesor de la losa de concreto de un pavimento. Para tal efecto, Goldbeck supuso a la losa como una viga en cantiliver con una carga concentrada en una esquina.

b) Análisis de Westergaard basado en la cimentación de Winkler.

Los estudios teóricos más extensos sobre esfuerzos y deflexiones en pavimentos de concreto, fueron realizados por Westergaard (1926, 1927, 1933, 1939, 1943 y 1948), quien desarrolló ecuaciones que consideraron los esfuerzos generados por cambios de temperatura, así como tres casos de carga: carga aplicada cerca de una esquina en una losa larga, carga aplicada cerca de una orilla de una losa larga pero a una distancia considerable de cualquier esquina y carga aplicada en el interior de una losa larga a una distancia considerable de cualquier orilla. El análisis estuvo basado en la hipótesis de que la presión de reacción entre la losa y la subrasante en cualquier punto es proporcional a la deflexión en ese punto, y es independiente de las deflexiones en otros puntos. Más tarde, Pickett desarrolló una fórmula semiempírica - basada en la fórmula de Westergaard - bajo la suposición de que parte de la losa no está en contacto con la subrasante, la que dio resultados muy aproximados a los experimentales. Por su parte, la Portland Cement Association usó la fórmula de Pickett (con un 20% de tolerancia para la transferencia de carga) hasta 1966 cuando un nuevo método basado en el esfuerzo en la junta transversal fue desarrollado por esta misma institución (PCA, 1966). Para 1984, el método del PCA (con base en el análisis de Westergaard) fue revisado y le fueron incorporados criterios como el de erosión - basado en la deflexión de la esquina - y el de fatiga - basado en los esfuerzos de las orillas.

c) Análisis de Pickett.

Pickett et al. (1951) desarrollaron una solución teórica para losas de concreto apoyadas sobre un semiespacio elástico, en la que la subrasante se comporta más como un sólido elástico que como un líquido denso (como es el caso de la cimentación de Winkler). Sin embargo, debido a la complejidad de las matemáticas involucradas en este método en la práctica no ha recibido la atención que merece.

SOLUCIONES NUMÉRICAS.

Estos métodos están básicamente centrados en resolver el problema de la no continuidad en el contacto de la interfase losa-subrasante - originado por el bombeo, los esfuerzos inducidos por cambio de temperatura y la ascensión de la humedad - con el apoyo de las computadoras y los métodos numéricos. Los dos métodos empleados son el de elementos discretos y el de elementos finitos.

a) Métodos de elementos discretos.

Hudson y Matlock en 1966 aplicaron el método del elemento discreto con la hipótesis de que la subrasante se comporta como un líquido denso. Este método es más o menos similar al método de diferencias finitas en el que la losa es vista como un arreglo de juntas elásticas y de barras rígidas y de torsión.

b) Métodos de elementos finitos.

Con el desarrollo de este poderoso método, el análisis de pavimentos rígidos sufrió un avance espectacular. Cheung y Zienkiewicz en 1965 desarrollaron métodos con base en los elementos finitos para analizar losas de cimentaciones elásticas del tipo sólido y de Winkler. Posteriormente a este trabajo, fueron desarrollados varios programas de cómputo con base en el método de los elementos finitos - como el WESLIQID y el WESLAYER (desarrollados por Chou, 1981) - con la finalidad de analizar cimentaciones del tipo de Winkler y multicapa. En lo que toca al análisis de los pavimentos rígidos, la consideración de una cimentación como un sistema multicapa es más realista cuando las capas de base y subbase existen entre la losa de concreto y la subrasante. Otros programas de elementos finitos son el ILLI-SLAB (desarrollado en la University of Illinois por Tabatabaie y Barenberg, 1979 y 1980), el JSLAB (desarrollado en el Portland Cement Association por Tayabji y Colley, 1986) y el RISC (desarrollado en Resource International, Inc. por Majidzadeh et al., 1984).

Algunos otros factores que han sido introducidos, mediante estudios previos, en el análisis de pavimentos rígidos son la fatiga del concreto y el bombeo, además de que han sido introducidos métodos de tipo probabilístico. En el caso de la fatiga, un estudio realizado en la Illinois Division of Highways indicó que un esfuerzo de flexión inducido podía repetirse indefinidamente sin causar ruptura siempre y cuando el esfuerzo en la fibras extremas del concreto no excedieran del 50% del módulo de ruptura; en el caso de que la relación de esfuerzos excediera el 50%, el número de repeticiones de esfuerzo para causar la falla decreció rápidamente cuando la relación se incrementó. Actualmente, con base en el estudio mencionado, la Portland Cement Association asume una relación de 0.45 en los esfuerzos en su método de análisis para pavimentos rígidos, con lo cual los daños por fatiga no necesitan ser considerados.

En lo que toca al bombeo de material fino, ha de mencionarse que Gage [1932] fue el primero en describir este fenómeno; estudios posteriores fueron dirigidos a observar el comportamiento del bombeo en losas apoyadas sobre bases granulares de varios espesores y poder corregirlo. En lo que toca a los métodos probabilísticos, estos fueron presentados por Kher y Darter (1973) y sus conceptos fueron introducidos en la guía de diseño de la AASHTO. Más tarde, Huang y Sharpe (1989) introdujeron un programa de elementos finitos

probabilístico, en donde manejaron un índice de falla que - en términos de confiabilidad - superó la aproximación determinística.

1.2. MODELO REOLÓGICO DE TERZAGHI PARA EXPLICAR LOS ESTADOS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN ARCILLAS SATURADAS.

Después de haber presentado algunos antecedentes necesarios referentes a los modelos reológicos más comunes dentro de la Reología, se estudiarán ahora algunos modelos que han sido propuestos con la finalidad de explicar el comportamiento de los suelos desde el punto de vista que a los ingenieros interesa; es decir, tratando de que los modelos propuestos sean racionalmente aproximados con las relaciones esfuerzo-deformación de este tipo de material.

Terzaghi fue el primer investigador en estudiar los problemas relacionados con la compresibilidad de las arcillas de una manera más racional y en establecer una teoría (conocida como "Teoría de la Consolidación Unidimensional") para explicar los estados de esfuerzos y deformaciones en arcillas saturadas. El modelo que él propuso está constituido por un elemento de Hooke contenido dentro de un elemento de Newton (figura 1.1) - conocido como analogía mecánica de Terzaghi - y explica de buena manera el proceso de deformación primaria (diferida en el tiempo) que sufren las arcillas saturadas al serles modificado su estado de esfuerzos. Dicho proceso es conocido como <u>consolidación</u>.

El modelo es explicado de la siguiente manera: Terzaghi [E. Juárez Badillo y A. Rico Rodríguez, 1963] considera un cilindro - lleno con un fluido incompresible - de sección recta A, que contiene a un pistón sin fricción con una pequeña perforación en su parte superior. A su vez, el pistón es soportado por un resorte que está unido al fondo del cilindro.

Al colocar una carga *P* y mantener el orificio cerrado, es evidente que el líquido tomará toda la solicitación y el elemento de Hooke no podrá deformarse. Sin embargo, si abrimos el orificio para permitir que el fluido salga, entonces ocurrirá una transferencia gradual de carga del fluido al elemento de Hooke. Lo anterior sucede debido a que, al colocar una carga P, generamos una diferencia de presión entre el interior y el exterior del cilindro igual a P/A, lo que produce como consecuencia un gradiente que moviliza al fluido para que salga del recipiente que lo contiene; a su vez, el resorte tomará carga y se deformará como consecuencia de lo anterior. Como es lógico, la velocidad con la que ocurre la transferencia gradual de carga está en función del tamaño del orificio de salida y de la viscosidad del fluido. Una vez que el resorte se deforma lo necesario para que la totalidad de la carga sea tomada por él, el líquido regresa a su condición hidrostatica y el proceso llega a su término.

Ahora, si se considera una serie de cilindros que se encuentran comunicados entre sí (figura 1.19), tendremos que - antes de someter a cualquier carga la serie de cilindros - la condición inicial del líquido corresponde a la del equilibrio (línea 1-2 de la figura 1.19). En esta condición, si se coloca de manera instantánea una carga P en el primer pistón de la columna, se inducirá entonces una presión en exceso de la hidrostática de magnitud P/A (puesto que en un primer instante es el líquido quien toma toda la carga P) que se distribuirá con igual valor en toda la profundidad del líquido. Se tendrá entonces una nueva condición de presiones para el fluido, la cual está representada por la línea 3-4 en la figura 1.19. Mientras el orificio se mantenga cerrado no existirá el gradiente que produzca la movilización del agua hacia el exterior de los cilindros. Sin embargo, cuando el orificio es abierto entonces se inducirá un gradiente hidráulico debido a la diferencia de presiones existente en el orificio que produce el flujo del fluido fuera de la primera cámara; iniciado el movimiento del líquido, la presión del fluido disminuye y se genera una transmisión instantánea de carga al elemento de Hooke. Cuando la presión en la primera cámara se reduce, también se genera una diferencia de presiones con la segunda, lo que da como consecuencia que el fluido pase de la segunda a la primera cámara y este mismo proceso se genera en todas las cámaras inferiores. El final del proceso ocurre cuando el líquido regresa a su condición de equilibrio y la carga P sea totalmente soportada por los elementos de Hooke en toda la columna de cilindros.

Si se denomina con las letras u y p a la distribución de presiones en el fluido y los resortes, respectivamente, entonces la línea quebrada de la figura 1.19 representará la distribuciones de u y p para cualquier tiempo t. Conforme el tiempo transcurre, la línea se recorrerá gradualmente hacia la izquierda hasta alcanzar la línea de equilibrio (línea 1-2).

Por otro lado, si se considera que el tamaño de las cilindros es muy pequeño y su número muy grande, entonces las condiciones del modelo se acercarán a lo que el suelo es en realidad. Por lo tanto, la línea quebrada se convertirá en una curva continua en la medida que el número de cámaras aumente (curva con línea punteada de la figura 1.19).

En la figura anterior, cada uno de los elementos del modelo tiene su eqivalencia en los suelos; así, los resortes representan la estructuración de las partículas sólidas del suelo, el agua intersticial libre es representada por el fluido incompresible de las cámaras y los canalículos del suelo por los orificios de los émbolos.

El modelo anterior da una explicación desde el punto de vista reológico al fenómeno de consolidación en las arcillas saturadas. Ahora, se intentará superponer el modelo al comportamiento de las arcillas saturadas. Para ello se considerará a un estrato de suelo infinito en la dirección horizontal y de espesor H, de tal forma que las presiones por peso propio y del agua sean consideradas

Capitulo 1. Estado del Arte.

como despreçiables al ser comparadas con la carga impuesta al estrato; también se supondrá que el agua podrá ser drenada únicamente por la parte superior del estrato (figura 1.20). En el diagrama de la figura 1.20, la carga p_1 ha estado actuando sobre el estrato el tiempo suficiente para que el suelo se encuentre totalmente consolidado bajo dicha presión. Bajo estas condiciones, si se somete al suelo a un incremento de carga Δp ; la carga total será $p_2 = p_1 + \Delta p$. Tras la aplicación del nuevo incremento de carga, el agua que llena los poros del suelo soportará totalmente el incremento Δp y adquirirá una presión en exceso de la hidrostática (que se supone de la misma magnitud en todo el espesor del estrato) igual al valor del incremento.



Figura 1.19. Diagrama del modelo de Terzaghi con varias cámaras





A medida que el tiempo transcurre, la presión en exceso de la hidrostática en el agua (*u*) comienza a disminuir debido a la salida del agua - por la parte superior del estrato - y parte de la carga (Δp) habrá sido transferida a la estructura del suelo (Δp). La condición anterior está representada por la curva *t* = *t* en la figura 1.20 y, por otra parte, la distribución de presiones en la estructura del suelo y el agua intersticial estará dada por las siguientes expresiones, respectivamente: $p' = p_1 + \Delta p'$ y *u*. A su vez, es claro que el incremento total será (en todo instante *t* del proceso de consolidación) :

$$\Delta p = \Delta p' + u$$

La ecuación anterior no sólo es válida para cualquier tiempo t, sino para cualquier profundidad z del estrato. De esta manera, es obvio que tanto $\Delta p'$ como u serán funciones de tiempo t y de la profundidad z. Así, podemos escribir lo siguiente:

$$u = f(z,t)$$

y, por lo tanto:

 $\Delta p' = \Delta p - u = \Delta p - f(z,t)$

La ecuación anterior expresa la variación del esfuerzo "efectivo" en el suelo durante el proceso de consolidación con flujo vertical. De hecho, esta última expresión es una ecuación reológica que establece la transferencia gradual de carga del agua hacia la estructura del suelo; y podemos observar - de la figura 1.20 - que para un tiempo t = 0, el incremento es soportado íntegramente por el agua y el esfuerzo efectivo en el suelo será p_1 . Cuando el proceso termina ($t = \infty$), el agua habrá disipado totalmente la presión en exceso de la hidrostática y el suelo soportará todo el valor de Δp , que será entonces esfuerzo efectivo.

1.3. BREVE DESCRIPCIÓN DE ALGUNOS MODELOS PARA SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS.

1.3.1. MODELO REOLÓGICO DE ZEEVAERT.

Leonardo Zeevaert [Ref. 1] propuso un modelo reológico para suelos finos parcialmente saturados, el cual puede ser apreciado en la figura 1.21. El modelo consiste básicamente en una unidad de Hooke-Coulomb conectada en serie con otra de Newton no lineal.

Enfoca su modelo principalmente al problema de asentamientos en suelos parcialmente saturados y, al igual que Folque, establece su teoría a partir de un modelo reológico inicialmente desarrollado para suelos saturados; además de que no toma en cuenta a la succión como un factor del cual dependen los estados de esfuerzos y deformaciones de los suelos en la condición de parcial saturación.

Por otro lado, establece un par de condiciones bajo las cuales trabaja su modelo: la condición de esfuerzos y la de deformaciones unitarias.



Figura 1.21. Modelo reológico de Zeevaert para suelos parcialmente saturados.

Condición de esfuerzos:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma_{ep} = \Delta \sigma_{v}$$

en donde: $\Delta \sigma$ es el esfuerzo total aplicado,

 $\Delta \sigma_{ep}$ es el esfuerzo en el elemento elastoplástico, y $\Delta \sigma_{v}$ es el esfuerzo en el elemento viscoso.

Y la condición de deformaciones unitarias:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{ep} + \Delta \varepsilon_{v}$$

en donde: $\Delta \varepsilon$ es la deformación unitaria total que sufre el modelo,

 $\Delta \epsilon_{\sf ep}$ es la deformación unitaria del elemento elastoplástico, y

 $\Delta \varepsilon_v$ es la deformación unitaria del elemento viscoso.

El comportamiento reológico que propone establece que la estructura del suelo puede estar arreglada de tal forma que contenga elementos de comportamiento elástico que le den estabilidad al esqueleto estructural el cual, sin embargo, depende del nivel de esfuerzos al que el suelo sea sometido. Menciona que para pequeños esfuerzos, las partículas no sufren desplazamientos relativos importantes por lo que su comportamiento puede ser considerado como altamente elástico. Por otro lado, cuando el esqueleto estructural es sujeto a niveles más altos de esfuerzos, los granos inestables sufren desplazamientos relativos que no son recuperables cuando la carga es removida. Este desplazamiento relativo entre

los granos es un fenómeno puramente plástico, mostrado por la deformación que permanece después de la descarga; gran parte de este comportamiento toma lugar de manera instantánea al igual que la deformación elástica. Tras la deformación plástica, ocurre inmediatamente un fenómeno viscoso intergranular que involucra la evolución de la deformación con el tiempo.

Respecto a este último punto, se debe recordar que en los suelos finos (arcillas y limos) la deformación es función del tiempo y que, cuando les es aplicado un cierto incremento de esfuerzo σ , se induce una deformación instantánea (a la que Zeevaert llama deformación elastoplástica) y otra que es diferida en el tiempo (deformación viscosa). La última es producida por el retardamiento del desplazamiento relativo entre partículas, ocasionado por aquéllas más finas que rodean a las más grandes. El anterior comportamiento, menciona Zeevaert, está presente tanto en suelos no saturados como en suelos saturados.

En resumen, lo que establece Zeevaert con base en conceptos reológicos es el estudio del comportamiento de los suelos bajo dos modelos bien definidos: el primero es una unidad que representa al esqueleto estructural del suelo (elemento elastoplástico) y el segundo que representa el comportamiento de los grumos formados por partículas finas y ultrafinas de arcilla con propiedades viscosas no lineales (elemento de Newton no lineal).

Para lograr una relación con la terminología que maneja Zeevaert en su teoría, se iniciará por mencionar algunos conceptos que son importantes para el entendimiento de lo que más adelante se verá, aunque cabe señalar que su descripción será breve y si el lector desea mayor información sobre ellos habrá de remitirse a la referencia [1]. Se comienza por definir uno de los parámetros más importantes que Zeevaert maneja en sus planteamientos; dicho parámetro es el Módulo de deformación unitario o Módulo de deformación *M*, al cual define por la siguiente relación:

$$\lim_{\Delta\sigma\to 0} \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\sigma}\right) = \mathbf{M}$$

y que representa la tangente a la curva esfuerzo-deformación unitaria (figura 1.22). Menciona que su valor es prácticamente independiente del nivel de esfuerzos en el que se realice una descarga total, excepto cuando el valor de dicho esfuerzo es cercano al de falla. Lo anterior puede ser apreciado en la figura 1.23, en donde después de la primera descarga las subsecuentes curvas de esfuerzo-deformación unitaria son sensiblemente paralelas, con lo que el Módulo de deformación M permanece constante para niveles de esfuerzo abajo de dos tercios de la resistencia máxima del suelo [Zeevaert, 1972].

Algunos otros son los siguientes:

- m_{ep} = es el coeficiente de compresibilidad volumétrica unitario que representa el comportamiento del fenómeno elastoplástico.
- m_{vB} = es el coeficiente de compresibilidad volumétrica unitario que incluye los comportamientos elastoplástico y viscoso intergranular en el tiempo t_B, después del cual el fenómeno viscoso intergranular comienza a manifestarse, el cual corresponde al quiebre en las curvas de consolidación.
- m_t = es el coeficiente de compresibilidad volumétrica viscosa intergranular unitario obtenido de la pendiente de ley logarítmica de base 10 que representa el comportamiento viscoso intergranular: $m_t = C_t/(2H)\Delta\sigma$.
- Δε_v = deformación volumétrica total.
- Δε_{ep} = deformación volumétrica debida al comportamiento elastoplástico en los poros del esqueleto estructural.
- Δε_{vp} = deformación volumétrica debida al comportamiento viscoso intergranular o plastoviscosidad de los poros submicroscópicos.
- $\Delta \sigma$ = incremento de esfuerzo.





La figura 1.24. muestra los elementos anteriores representados en las curvas de consolidación obtenidas a partir de ensayes oedométricos y la manera de obtener los parámetros anteriores.

Además, establece algunas relaciones entre todos estos conceptos:



Figura 1.23. Ciclos de histéresis de carga y descarga a diferentes niveles de esfuerzo.

$$\beta = \frac{m_t}{m_{ep}} \quad y \quad \alpha = \frac{m_t}{m_{vB}}$$

Por otro lado, el módulo M (o M_{ep} para el tramo de comportamiento elastoplástico en las curvas esfuerzo-deformación) está relacionado con el coeficiente m_{ep} con la siguiente relación:

$$v_{c} = \frac{m_{ep}}{M_{ep}}$$

donde v_c es un módulo que toma en cuenta el confinamiento del suelo en laboratorio y campo y que depende de la relación de Poisson. Dicho módulo queda definido con la expresión siguiente:

$$v_{c} = \frac{(1+v)(1-2v)}{1-v}$$

Establecidos los conceptos y relaciones más importantes se tiene que, de la figura 1.21:





a) para la unidad elastoplástica:

$$\delta_{ep} = \alpha_{ep} \bullet \sigma_{ep} \bullet \mathsf{H}....(23)$$

b) para la unidad Newtoniana no lineal:

$$\frac{\partial \delta_{\mathbf{v}}}{\partial t} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b} + \mathbf{t}} \sigma_{\mathbf{v}} \bullet \mathbf{H}.....(24)$$

en donde : δ_{ep} es la deformación elastoplástica,

 δ_v es la deformación producida por el fenómeno viscoso,

αee es el módulo unitario de deformación inmediata elastoplástico,

H es el espesor del suelo estudiado,

b es un parámetro del tiempo, y

a es un parámetro de deformación unitaria.

Si se integra la ecuación (24) se obtendrá el valor de δ_v , de este modo:

 $\delta_v = (aH\sigma) \bullet Ln(b+t) + c_v$(25)

Para determinar la constante c_v se tiene que cuando t=0, la deformación δ_v =0; por lo que c_v = -(aH\sigma) • Ln(b) y la ecuación (25) adquiere la forma:

$$\delta_{v} = (\mathbf{a}\mathbf{H}\sigma) \bullet \mathrm{Ln}\left(\frac{\mathbf{b}+\mathbf{t}}{\mathbf{b}}\right).$$
 (26)

Así, la deformación total del modelo será:

$$\delta = (\alpha_{ep}H\sigma) + (aH\sigma) \bullet Ln\left(\frac{b+t}{b}\right).$$
 (27)

La ecuación anterior también puede ser escrita en términos del logaritmo de base 10 de la manera siguiente:

$$\delta = (\alpha_{ep}H\sigma) + 2.3 \bullet (aH\sigma) \bullet \log\left(\frac{b+t}{b}\right).$$
 (28)

Por otro lado, de ensayes realizados en consolidómetro pueden determinarse los valores de α , 2.3a y b. De manera tal que cuando t=0 la deformación $\delta_{ep}=\alpha H\sigma$, en donde $\alpha=\delta_{ep}/H\sigma$ representa el módulo de deformación unitaria (expresado en cm²/kg). Este último valor es designado como $\alpha=m_{ep}$ módulo de deformación elastoplástica.

De la ecuación (28), se puede ver que para tiempos muy grandes, la expresión tomará la forma:

$$\delta = (m_{ep}H\sigma) + 2.3a(H\sigma) \bullet \log \frac{t}{b}....(29)$$

De la figura 1.24, obtenida de ensayes de oedómetro en laboratorio y de manera que $log (t_2/t_1)=1$, se tiene:

$$\frac{\delta_2 - \delta_1}{\log \frac{t_2}{t_1}} = (2.3a) \bullet (H\sigma)....(30)$$

Por lo que:

 $(\delta_2 - \delta_1) = C_t = (2.3a) \bullet (H\sigma)$

en donde C_t es la pendiente del tramo recto de comportamiento viscoso intergranular definido en un ciclo de la escala logarítmica (conocido también como tramo de consolidación secundaria en suelos saturados). Así, se puede definir lo siguiente:

$$(2.3a) = \frac{C_t}{H\sigma} = m_t$$



Figura 1.25. Comportamiento desplazamiento vs tiempo con aplicación de carga instantánea.

donde m_t es conocido como módulo de deformación unitaria del fenómeno viscoso intergranular. De esta manera, la expresión (28) puede tomar la forma siguiente:

$$\delta = \left(m_{ep}H\sigma\right) + \left(m_{t}H\sigma\right) \bullet \log\left(\frac{b+t}{b}\right)....(31)$$

La figura 1.25 muestra una curva de deformación-tiempo obtenida en ensayes oedométricos. La parte (a) de la figura muestra la representación de la curva en escalas naturales y se indican las deformaciones elastoplásticas y viscoplásticas. La parte (b) de la figura muestra la misma curva pero representada en escala semilogarítmica; en ella se indican además el tiempo correspondiente al punto B (t_B) y el valor de t, que corresponde al punto de intersección de la línea horizontal que parte del punto en donde se inicia la deformación viscosa con la prolongación del tramo recto de deformación viscosa intergranular.

Lo siguiente es determinar el valor de b. De la figura 1.25b se obtiene la intersección de la ley logarítmica con una horizontal que pase por el punto donde inicia el comportamiento viscoso y termina el elastoplástico, punto que definirá el valor de τ. De esta manera, se tiene que:

$$\delta_{ep} = \left(m_{ep}H\sigma\right) \ y \ \text{log}\frac{\tau}{b} = 0 \ \text{de donde } \tau\text{=}b$$

Por lo tanto, la expresión (31) queda de la siguiente manera:

$$\delta = \left[\mathbf{m}_{\mathsf{ep}} + \mathbf{m}_{\mathsf{t}} \bullet \mathsf{log} \frac{\tau + \mathsf{t}}{\tau} \right] \bullet (\mathsf{H}\sigma)$$

Si se recuerda que $m_t/m_{ep}=\beta$ y si se divide la expresión anterior entre (H $\Delta\sigma$) se obtendrá el módulo de deformación unitaria del modelo:

$$m_{v} = m_{ep} \bigg(1 \! + \! \beta \bullet log \frac{\tau + t}{\tau} \bigg)$$

Para determinar el valor de τ , se emplea la información que proporcionan las curvas de laboratorio (figura 1.25b) y la ecuación (31). De esta manera, se tiene que para la deformación final:

Para obtener la expresión (32), debe tomarse en cuenta que $\delta_e = m_{ep}H\sigma$ y que $C_t = m_tH\sigma$. Lo siguiente es determinar el valor del parámetro τ , por lo cual despejamos su valor de la ecuación (32), de donde se obtiene que

en donde

 $\tau = \frac{t_{\mathsf{F}}}{(e^{\mathsf{M}}-1)}$

M es $2.3(\delta_{F}-\delta_{ep})/C_{t}$ δ_{F} es el desplazamiento para el tiempo final δ_{ep} es el desplazamiento elastoplástico (instantáneo) C_{t} es $(\delta_{2}-\delta_{1})$ para el ciclo final.

Hasta aquí, lo expuesto es únicamente el comportamiento del modelo bajo carga instantánea. Sin embargo, Zeevaert analiza también el caso del comportamiento del modelo bajo incrementos de carga continuos (en cuyo caso el autor supone que la aplicación de la carga sobre el suelo se efectúa de manera prácticamente lineal), como generalmente sucede en la práctica profesional. Por ello, si se llama σ_c al incremento medio de esfuerzo en un estrato del subsuelo confinado a deformación lateral nula y t_c al tiempo en que se aplica dicho esfuerzo de tal manera que el esfuerzo medio en el estrato considerado para un tiempo $(t \le t_c)$ será:

$$d\sigma = \frac{\sigma_c}{t_c} dt$$
 obien $\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \sigma_c$(33)

Si el esfuerzo varía entre 0 y σ_c se puede escribir, a partir de las ecuaciones (23) y (24), la siguiente ecuación diferencial para la deformación unitaria del modelo de la figura 1.21:

Para llegar a la expresión (34), debe recordarse que $\varepsilon = \delta/H = \alpha_{ep}\sigma$.

De esta forma, si se integra la expresión (34), se tiene que para $t \le t_c$:

$$\varepsilon = \alpha \sigma_{c} t + a \sigma_{c} \left\{ t - 2.3 \tau \log \frac{\tau + t}{\tau} \right\} \dots (35)$$

Por otro lado, cuando $t \ge t_c$ el esfuerzo medio permanece constante y se puede escribir:

$$\varepsilon = \alpha \sigma_{c} + (2.3a\sigma_{c}) \bullet \log\left(\frac{\tau + t}{\tau}\right) + A \dots (36)$$

Zeevaert considera que el valor de la constante A representa el retardamiento de la deformación viscosa intergranular a partir de que el esfuerzo permanece constante (es decir, cuando t=t_c y σ = σ _c). Entonces, para encontrar su valor se pueden igualar las ecuaciones (35) y (36), para t=t_c, y se obtiene la expresión siguiente:

$$A = a\sigma_{c} - 2.3a\sigma_{c}\left(\frac{\tau}{t_{c}} - 1\right)\log\left(\frac{\tau + t_{c}}{\tau}\right).....(37)$$

De esta manera, si se substituye el valor de A en la expresión (36) y se recuerda que $\alpha = m_{ep}$; 2.3a=m_t y $\beta = m_t/m_{ep}$, se obtiene que para t>t_c:

$$\delta_{z} = \left(m_{ep}H\sigma_{c}\right)\left\{1 + \beta\left(0.435 + \log\frac{\tau + t}{\tau + t_{c}}\right)\right\}....(38)$$

en donde δ_z es la deformación vertical del estrato analizado.

En la expresión anterior, los valores de t y t_c representan el tiempo - expresado en años - en el que desea encontrar el asentamiento y el tiempo de construcción, respectivamente. Así, se puede decir que $t = n_t \cdot T_1$ y $t_c = n_c \cdot T_1$; en donde T1 es el tiempo de un año en segundos y equivale a 31.5×10^6 segundos, n_t es el número de años para que ocurra un desplazamiento vertical determinado y n_c el número de años que dura la aplicación de la carga de construcción. Además, puede considerar que τ +t≈t. Con las consideraciones anteriores, la expresión (38) puede ser escrita de la siguiente forma:

y el módulo de deformación unitaria del sistema está dado por la expresión:

La expresión (39), aún puede ser modificada por los factores $v_c y \rho_c$ que toman en cuenta el confinamiento del suelo en la naturaleza y el efecto de histéresis al que se somete al terreno de cimentación al descargarlo y cargarlo nuevamente

durante el proceso de construcción. De esta manera, la expresión (39) quedará de la siguiente manera:

$$\delta_{z} = \left(\mathsf{M}_{z}\mathsf{H}\sigma_{c}\right) \bullet \left\{1 + \beta \left(0.435 + \log \frac{t}{t_{c}}\right)\right\}....(41)$$

En donde:

$$M_z = m_v \cdot \frac{\rho_c}{v_c}$$

es el módulo de deformación unitaria vertical del estrato de suelo en análisis, v_c es un factor que toma en cuenta el confinamiento y está en función del módulo de Poisson del material y ρ_c es el factor de recompresión por relajación de esfuerzos y está dado por la siguiente expresión:

$$\rho_{\rm c} = \left(\frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma_{\rm o}}\right)^{\rm c}$$

en donde σ_r es el esfuerzo de relajación, σ_o es el esfuerzo original y el exponente c es un coeficiente que está en función de las características del suelo [referencia 1].

1.3.2. MODELO REOLÓGICO DE FOLQUE.

El modelo que presenta J. Folque (figura 2.2) consiste, de una manera global, en los mismos elementos que maneja L. Zeevaert. Sin embargo, los autores manejan los mismos principios de comportamiento pero con arreglos diferentes; es decir, ambos autores contemplan un comportamiento visco-plástico como característica fundamental de deformación de los suelos parcialmente saturados (lo que quiere decir que la deformación en ellos está principalmente ligada al efecto "secundario" que sigue a una deformación inmediata, a la que L. Zeevaert llama elastoplástica). Asimismo, las teorías que ambos autores proponen fueron deducidas a partir de modelos inicialmente elaborados para explicar el comportamiento de arcillas saturadas.

El modelo de J. Folque será analizado en el siguiente capítulo, en donde se tendrá la oportunidad de estudiar en detalle la teoría fundamentada en dicho esquema.

Por lo pronto, se mencionará que el modelo de J. Folque se apega más a las necesidades de este trabajo por las razones que a continuación son mencionadas:

- a) Contempla los elementos que permiten a los suelos parcialmente saturados mostrar un comportamiento visco-plástico,
- b) Establece una serie de ensayes que más tarde habrán de ser descritos a detalle - que permiten determinar en laboratorio los parámetros del modelo correspondientes a un suelo en particular, y
- c) Los parámetros que determinó Folque en su trabajo fueron obtenidos en muestras compactadas de suelos ; que en este caso es un factor de relevancia, puesto que el objetivo del presente trabajo es el de obtener un modelo reológico que represente el comportamiento de suelos compactados.

Por los factores anteriormente expuestos, se decidió trabajar con la teoría de Folque y determinar los parámetros correspondientes al suelo que se manejó, el cual fue obtenido de Jurica y del que más tarde se describirán sus características.

CAPITULO 2. MODELO REOLÓGICO DE J. FOLQUE PARA SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS.

2.1. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL MODELO DE FOLQUE PARA SUELOS PARCIALMENTE SATURADOS.

Folque [en 1961] propuso un modelo reológico para suelos parcialmente saturados, el cual fue desarrollado a partir de otro inicialmente propuesto por él para suelos saturados, pero con una simplificación. El modelo original (figura 2.1) presenta las siguientes características:

- Es un sólido, es decir que corresponde a los cuerpos que tienen deformación finita (en función del tiempo) para esfuerzos inferiores a un cierto esfuerzo crítico de cedencia.
- Para esfuerzos mayores al de cedencia, el modelo representa cuerpos viscosos; es decir, cuerpos con comportamiento de líquidos de Maxwell condicionado por el elemento a la izquierda de la figura 2.1.
- Las deformaciones inmediatas son prácticamente nulas; por lo que éstas corresponden únicamente a las que son causadas por la deformación volumétrica del líquido que llena el recipiente exterior.



Figura 2.1. Modelo de Folque para suelos saturados.

 Las deformaciones - función del tiempo - ocurren por transferencia gradual de esfuerzos, del líquido que llena el recipiente exterior a los elementos estructurales internos; en estos últimos ocurre una segunda redistribución con la que son transferidos los esfuerzos del elemento izquierdo al elemento derecho del modelo.

- Impuesta una deformación, posteriormente mantenida, habrá relajación de esfuerzos por "distensión interna" del resorte G_1 ; la relajación será parcial pues quedará como esfuerzo residual el correspondiente a la deformación del elemento G_2 .
- Los cuerpos representados exhibirán elasticidad retardada (por la anulación de una solicitación preexistente ocurrirá una restitución de deformaciones), y es evidente que esa restitución no será inmediata debido a que se opone una pequeña deformabilidad del líquido que llena el recipiente exterior; su fracción (función del tiempo) evolucionará en función de los esfuerzos distribuidos por los elementos G_1 y G_2 y exhibirán el valor correspondiente a la anulación de los esfuerzos en esos elementos; la recuperación podrá ser parcial, debido a que existen deformaciones irreversibles en el elemento v_0 .

Se puede decir así, que el modelo descrito corresponde a un sólido con deformación en función del tiempo, relajación parcial de esfuerzos y recuperación parcial de deformaciones.

De acuerdo al autor [Folque, 1961], las equivalencias del modelo propuesto con el suelo real, son como siguen: el líquido que llena el recipiente exterior corresponde al agua libre que llena los poros; el elemento de Maxwell encuentra su equivalencia en la partícula con agua adsorbida (esta agua debe presentar características visco-elásticas con viscosidad muy superior a la del agua libre); y el elemento de St. Venant parece encontrar su equivalencia estructural en las ligas existentes entre partículas debidas a las fuerzas electrostáticas de Van Der Waals. A esta última equivalencia hay que agregar que las ligas de Van Der Waals explican bien el comportamiento elástico que en el modelo queda a cargo del resorte G₂, principalmente el mecanismo de falla y reforzamiento de ligas; es decir, el hecho de poder aceptar que para una gama de esfuerzos extensa las ligas que se deshacen son compensadas por ligas que se refuerzan en otros puntos, lo que se ajusta bien al comportamiento plástico implícito en el elemento de St. Venant.

El anterior comportamiento se ajusta a los suelos saturados. En el caso de suelos no saturados, Folque propone el modelo mostrado en la figura 2.2.

En este caso, aunque existe agua libre, los poros no están saturados y por lo tanto el amortiguador exterior no está lleno. Lo anterior significa que el comportamiento del amortiguador se considera independientemente de la existencia de esa agua libre mientras que las deformaciones ocurridas no lleven el émbolo hasta el contacto con el agua existente; es decir, siempre que la variación del índice de vacíos no haga aproximar el grado de saturación al 100%.

Así, el modelo propuesto en la figura anterior representará a un suelo parcialmente saturado bajo las mismas equivalencias anteriormente citadas. Por

su parte, los esfuerzos intersticiales desarrollados tendrán su equivalente reológico en las variaciones de G_2 y v_o . Esto quiere decir que el proceso reológico no puede ser lineal cuando existen variaciones volumétricas apreciables, puesto que G_2 y v_o no son constantes.



Figura 2.2. Modelo de Folque para suelos parcialmente saturados.

Aunque el modelo de Folque no considera el agua libre, por simplificación, ella está presente en el suelo no saturado. Además de limitar el comportamiento no saturado, funciona además como una reserva para el agua adsorbida y establece las condiciones de adsorción mediante la concentración iónica. A este último respecto, las diferencias de presión osmótica entre el agua libre y el agua adsorbida equilibran la sumatoria de fuerzas exteriores y de las fuerzas entre partículas; de tal forma que una modificación en la concentración iónica del agua libre repercutirá en la modificación del espesor de la capa de agua adsorbida para restablecer el equilibrio.

El modelo de la figura 2.2 representa un cuerpo reológico con las siguientes características generales de comportamiento:

- es un sólido; es decir, tiene deformaciones finitas para esfuerzos inferiores a un esfuerzo crítico de cedencia.
- para esfuerzos superiores al de cedencia, tiene un comportamiento viscoso; es decir, exhibe velocidades de deformación sin retardamiento y proporcionales al esfuerzo aplicado.
- por aplicación instantánea de una carga, sufre deformaciones inmediatas seguidas de deformaciones en función del tiempo.
- exhibe relajación de esfuerzos de manera parcial, esto es que tiende a un cierto valor de esfuerzo residual.
- exhibe recuperación parcial, en función del tiempo, con una parte que es producida de manera inmediata.

DESCRIPCIÓN, EN TÉRMINOS CUANTITATIVOS, DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO REOLÓGICO DE FOLQUE.

Con base en el modelo de Folque, se puede establecer dos regímenes de comportamiento que dependen de las solicitaciones que sean aplicadas: uno cuando excede v_o y otro cuando no se excede v_o , esfuerzo de arranque del modelo de St. Venant. Por esta razón, se describirán ambos comportamientos por separado.

1. COMPORTAMIENTO PARA ESFUERZOS QUE NO EXCEDEN A υ_{o*}

En esta condición, el modelo de Folque puede ser simplificado al esquema que se muestra en la figura 2.3. La ecuación reológica del modelo es la siguiente, para la parte izquierda - subíndice i - del modelo (cuerpo de Maxwell):

$$\frac{\sigma_i}{G_1} + \frac{\sigma_i}{\eta} = \varepsilon$$
(42)

lo que implica



Figura 2.3. Modelo de Folque para suelos parcialmente saturados simplificado para el caso en que los esfuerzos no exceden a v_o .

en tanto que para la parte derecha (subíndice d)

Además,

Capitulo 2. Modelo Reológico de J. Folgue para Suelos Parcialmente Saturados.

Por lo tanto

$$\sigma = \eta \left(\stackrel{\bullet}{\epsilon} - \frac{\stackrel{\bullet}{\sigma_i}}{G_1} \right) + G_2 \epsilon \dots (46)$$

La inmovilización de las deformaciones ($\varepsilon^* = 0$) después de imponer una cierta deformación producirá una relajación de esfuerzos que, a partir de la Ec. 46, evolucionará según la expresión

$$\sigma = -\eta \frac{\sigma_i}{G_1} + G_2 \epsilon \qquad(47)$$

puesto que para el elemento de la derecha

Debido a que cuando las deformaciones están impedidas, no existe variación de esfuerzo en el resorte de la derecha; entonces la Ec. 45 se transforma en

$$\sigma = \sigma_i$$
(49)

Por lo que la Ec. 47 puede ser escrita como:

Que también puede expresarse como:

$$\sigma = -\left(\frac{\eta}{G_1}\right)\frac{d\sigma}{dt} + G_2\varepsilon \Rightarrow \frac{d\sigma}{\left(G_2\varepsilon - \sigma\right)} = \left(\frac{G_1}{\eta}\right)dt$$
....(51)

Para un proceso lineal, la expresión 51 después de integrarla queda

$$e^{-\left(\frac{G_{1}}{\eta}\right)t} = \frac{\left(G_{2}\varepsilon - \sigma\right)}{\left(G_{2}\varepsilon - \sigma_{0}\right)}....(52)$$

La expresión anterior (52) representa la relajación de esfuerzos desde un valor inicial (σ_o) - a lo largo del tiempo - que tiende a un esfuerzo residual, para $t=\infty$, que será:

$$\sigma_{\infty} = G_2 \epsilon$$
(53)

El proceso de relajación de esfuerzos es del tipo que muestra la figura 2.4.





Para esfuerzo tangencial mantenido, la deformación evoluciona en el tiempo de la manera que a continuación se describe.

	$\sigma_i + \sigma_d = \text{constante}(54)$
	• •
	$\therefore \sigma_i + \sigma_d = 0$
entonces	
enteneed	
	$\sigma_i = -\sigma_d.$
y puesto que	
	· · - C · · (56)
	$\sigma_d = G_2 \varepsilon_{(00)}$
entonces	
	• • •
	$\sigma_i = -G_2 \varepsilon \dots $
Si se substituve ahora en	la ecuación general 46, gueda
	5
	$\sigma = m \left[\epsilon + \epsilon \frac{G_2}{2} \right] + G_2 \epsilon $ (58)
	G_1

o también

Capitulo 2. Modelo Reológico de J. Folgue para Suelos Parcialmente Saturados.

si se hace

$$\mathsf{A} = \frac{\mathsf{G}_1}{\eta(\mathsf{G}_1 + \mathsf{G}_2)}$$

se tiene entonces

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\left(\sigma-\mathrm{G}_{2}\varepsilon\right)}=\mathrm{Adt}....(60)$$

Para un proceso lineal, al integrar la ecuación 60, toma la siguiente forma

$$e^{-G_{2}At} = \frac{(\sigma - G_{2}\varepsilon)}{(\sigma - G_{2}\varepsilon_{0})}....(61)$$

La expresión anterior explica la evolución de las deformaciones en el tiempo para $\sigma = cte$ (figura 2.5) y que tiende asintóticamente a $[\varepsilon]_{\infty} = \sigma/G_2$, deformación unitaria que corresponde a la totalidad del esfuerzo absorbido por el elemento de Hooke de la derecha.



Figura 2.5. Evolución de las deformaciones para σ = cte.

Hay que notar el hecho que la deformación inicial y la distribución de esfuerzos en ambos lados del modelo depende de los valores relativos de G_1 y G_2 . Dado que

$$|\varepsilon_i|_0 = |\varepsilon_d|_0 = |\varepsilon|_0$$
....(62)

$$\left|\varepsilon_{i}\right|_{0} = \frac{\left|\sigma_{i}\right|_{0}}{G_{1}}...(63)$$

$$\left|\varepsilon_{d}\right|_{0} = \frac{\left|\sigma_{d}\right|_{0}}{G_{2}}....(64)$$

se tiene lo siguiente

Capitulo 2. Modelo Reológico de J. Folgue para Suelos Parcialmente Saturados.

 $\left|\varepsilon\right|_{0}G_{1}+\left|\varepsilon\right|_{0}G_{2}=\sigma$ (65)

por lo tanto

$$\left|\varepsilon\right|_{0} = \frac{\sigma}{\left(G_{1} + G_{2}\right)}$$
....(66)

Si se substituye la Ec. 66 en las Ecs. 63 y 64, se tendrá

$$\left|\sigma_{i}\right|_{0} = \sigma \left[\frac{G_{1}}{\left(G_{1}+G_{2}\right)}\right].$$

$$\left|\sigma_{d}\right|_{0} = \sigma \left[\frac{G_{2}}{\left(G_{1}+G_{2}\right)}\right].$$
(67)

Si se analiza el caso para el cual anulamos las cargas exteriores ($\sigma = 0$) después de la aplicación de una cierta deformación, el cuerpo descrito por el modelo exhibe una recuperación elástica.

Puesto que

	$\sigma = \sigma_i + \sigma_d = 0$	(69)
lo que implica		
	• •	
	$\sigma_i = -\sigma_d$	(70)
y		
	• • •	(71)
	$\sigma_d = G_2 \epsilon$	(/ 1)

así, la ecuación general 46 quedará

$$\epsilon \left(\eta + \frac{G_2}{G_1} \right) = -G_2 \epsilon$$

Ahora, si se hace

$$B = \frac{G_1 G_2}{\eta (G_1 + G_2)}....(73)$$

se tendrá

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -Bdt$$
.....(74

Tras integrar la ecuación anterior, para procesos lineales, queda
$$e^{-Bt} = \frac{\varepsilon}{[\varepsilon]_0}(75)$$

Para $t = \infty$ la deformación será nula; es decir, la recuperación elástica retardada del cuerpo será completa; mientras que la velocidad de recuperación está gobernada por el valor de *B*, la cual crecerá cuando la rigidez de los elementos de Hooke aumente y disminuirá cuando crezca η .

La figura 2.6 explica la evolución en el tiempo de la recuperación elástica.



Figura 2.6. Evolución con el tiempo de la recuperación elástica.

2. COMPORTAMIENTO PARA ESFUERZOS QUE EXCEDEN υ.

Para este caso, deja de ser válida la simplificación realizada en el inciso 1) que permitió obtener las deducciones hechas para el modelo de la figura 2.2. Para ello, se hará referencia al modelo mostrado en la figura 2.1 en el caso para el que el valor de v_o es alcanzado; en cuyo caso el esfuerzo en los elementos de la derecha dejan de seguir tomando esfuerzos y se invalida - a partir de ese instante - la condición expresada por la ecuación 44, la cual sólo es válida hasta que σ_d alcanza el valor de v_o . Después de ello, σ_d se mantiene constante sin importar cuales sean los esfuerzos o las deformaciones impuestos al cuerpo y con un valor igual a v_o .

El modelo de la figura 2.1 exhibe una singularidad que puede ser explicada por la siguiente ecuación reológica de estado

$$\sigma = \eta \left(\stackrel{\bullet}{\epsilon} - \frac{\sigma_i}{G_1} \right) + G_2 \epsilon \dots (46)$$

la cual es válida hasta que el término $G_2 \varepsilon$ alcanza el valor de v_o , en cuyo caso la ecuación

es válida de ese instante en adelante.

Para el caso de una relajación de esfuerzos ocasionada por una inmovilización de la deformación ($\varepsilon^* = 0$), la expresión es la siguiente

Como se mencionó anteriormente

por lo que

У

Esta expresión es semejante a la ecuación 50 y que, integrada para procesos lineales, genera la expresión siguiente

Entonces, si $t = \infty$:

$$\sigma|_{\infty} = v_0.....(80)$$

Es decir que los esfuerzos se relajarán hasta alcanzar un valor de esfuerzo residual dado por v_o , que es el esfuerzo de arranque del elemento de Coulomb en la serie de la derecha del modelo. De esta manera, para niveles altos de esfuerzo, la relajación se dará tendiendo a un valor de v_o ; en tanto que para niveles bajos, tenderá a un valor de $G_2\varepsilon$. Lo anterior significa que en estados no muy altos de solicitación, el esfuerzo depende de la deformación impuesta; mientras que para niveles elevados de solicitación, el esfuerzo deja de depender de la solicitación y

asume un valor igual a v_o para cualquier deformación impuesta, siempre y cuando induzca el esfuerzo v_o en el elemento de la derecha del modelo. La siguiente gráfica (figura 2.7) ilustra la discusión anterior; en ella las curvas 1 y 2 corresponden al caso en el que no fue alcanzado v_o en los elementos de la derecha, mientras que 3 y 4 corresponden al caso en que v_o fue alcanzado.



Figura 2.7. Valores de esfuerzo residual alcanzados por el modelo cuando: es excedido el esfuerzo v_o (curvas 3 y 4) y no es excedido v_o (curvas 1 y 2).

Por otro lado, cuando al modelo de la figura 2.1 se le solicita bajo un esfuerzo constante superior a v_o , puede generar una de dos situaciones: a) en el primer caso, la distribución inicial de esfuerzos en los elementos origina en la serie de la derecha un esfuerzo inicial que provoca el arranque - o no - del elemento plástico v_o ; b) en el segundo caso, el esfuerzo de la derecha sólo alcanza el valor de v_o en el transcurso del proceso de transferencia de esfuerzos de la izquierda a la derecha.

En el primer caso, debe recordarse la condición dada por la Ec. 55:

	$\sigma_i = -\sigma_d$ (55)
y puesto que	$\sigma_{d} = v_{0}$
	$\therefore \sigma_d = 0$ (82)

Entonces, la ecuación reológica de estado puede ser escrita de la forma

El anterior comportamiento corresponde al del cuerpo de Bingham, tal y como está representado en la figura 2.8.





Se sabe que

 $\varepsilon = \varepsilon_d = \varepsilon_j$(84)

Asimismo, el valor de la deformación unitaria inicial será dado por

$$\left[\varepsilon\right]_{0} = \frac{\upsilon_{0}}{\mathsf{G}_{2}}....(85)$$

Puesto que necesariamente en la serie de la derecha

Si ocurriera que en el transcurso del proceso de transferencia de esfuerzos - de los elementos de la izquierda a los de la derecha - el esfuerzo v_o es alcanzado; entonces, a partir de este instante, el cuerpo se comportará como el cuerpo de Bingham. Por lo tanto, el modelo estará compuesto por dos fases: la primera regida por la Ec. 61 y la segunda regida por la Ec. 83, tal y como está esquematizado en la figura 2.9.

De esta manera se puede observar que, para un esfuerzo en el cuerpo que genere deformación en el elemento de la derecha tal que movilice a v_o , el comportamiento cambia de un tipo de "sólido con retardamiento" a otro del tipo "viscoso de Bingham".

En lo que toca a la recuperación elástica, puede darse o no - durante la solicitación previa - alcanzando el esfuerzo v_o de arranque del elemento a la derecha.





Por ello, aunque el esfuerzo total sea superior a v_o , puede ocurrir que por efectos de distribución inicial y por falta de tiempo para que se realice una redistribución interna, el esfuerzo en la serie derecha no alcanza el arranque. En este caso, existirá recuperación elástica con evolución en el tiempo dependiente de G_1 , G_2 y η (inciso 1).

En el caso en que la serie de la derecha alcance el arranque, entonces la fracción del esfuerzo total que exceda a v_o provocará deformaciones que serán parcialmente irreversibles, en cuyo caso su magnitud depende del tiempo que actúe la solicitación previa y la ecuación que rige el comportamiento es la 76.

En lo que sigue, se considerará ahora un caso de solicitación constante que alcanzó a v_o (régimen de Bingham) y permaneció durante un tiempo *t*.

La magnitud de la deformación residual puede ser calculada como sigue:

Como se sabe

además, en el elemento de la izquierda

$$\varepsilon_{i} = \varepsilon_{N} + \varepsilon_{H} = \varepsilon_{N}$$
 (88)

donde ε_N es la deformación en el elemento de Newton y ε_H es la deformación en el elemento de Hooke.

Por otro lado, el esfuerzo a la derecha es constante y tiene un valor v_o , por lo que el esfuerzo a la izquierda es necesariamente

La deformación del elemento de Hooke será entonces

y la deformación sufrida por el elemento de Newton será

Como el esfuerzo actuó durante un tiempo t

$$\varepsilon_{N} = \left[\frac{(\sigma - \upsilon_{0})}{\eta}\right]t$$
(92)

Entonces, la Ec. 88 puede ser escrita como sigue

$$\varepsilon = \varepsilon_{1} = \frac{(\sigma - \upsilon_{0})}{G_{1}} + \left[\frac{(\sigma - \upsilon_{0})}{\eta}\right]t....(93)$$

en donde (σ - υ_o)/ G_1 representa una deformación recuperable y será una deformación inmediata porque ningún elemento viscoso se opone a su proceso.

Sin embargo, la deformación

$$\varepsilon_{r,1} = \frac{(\sigma - \upsilon_0)}{G_1}$$

no es en general el total de la deformación recuperable, mientras que la serie de la derecha exhibirá una deformación con dos partes: una por cedencia de elemento de Coulomb y otra por la deformación del hookeano. Esta última es con una magnitud dada por la expresión

que es evidentemente recuperable.

La ecuación 87 podrá escribirse entonces de la forma

Capitulo 2. Modelo Reológico de J. Folgue para Suelos Parcialmente Saturados.

$$\varepsilon = \varepsilon_{d} = \varepsilon_{i} = \frac{(\sigma - \upsilon_{0})}{G_{1}} + \left[\frac{(\sigma - \upsilon_{0})}{\eta}\right]t = \frac{\upsilon_{0}}{G_{2}} + \varepsilon_{Coulomb}..(95)$$

Y si ocurre que

$$\frac{\upsilon_0}{G_2} \rangle \frac{(\sigma - \upsilon_0)}{G_1}$$

entonces, la deformación dada por la Ec. 94 representa el total de la deformación recuperable.

En resumen:

a) La deformación total en la solicitación previa será

$$\varepsilon = \frac{\left(\sigma - \upsilon_{0}\right)}{G_{1}} + \left[\frac{\left(\sigma - \upsilon_{0}\right)}{\eta}\right]t$$

b) La deformación recuperable

$$\varepsilon_r = \frac{\upsilon_0}{G_2}$$
, con un parte inmediata dada por $\frac{(\sigma - \upsilon_0)}{G_1}$.

c) La deformación irrecuperable

$$\varepsilon_{ir} = \frac{(\sigma - \upsilon_0)}{G_1} + \left[\frac{(\sigma - \upsilon_0)}{\eta}\right]t - \frac{\upsilon_0}{G_2}$$

El conjunto de condiciones está representado en la figura 2.10.





2.2. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYES NECESARIOS PARA LA CALIBRACIÓN DEL MODELO.

2.2.1. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYES NECESARIOS PARA CALIBRAR EL MODELO.

Una vez definida la teoría de base, se establecieron los ensayes necesarios para determinar los ensayes que se realizaron con objeto de determinar los parámetros con que cuenta el modelo reológico de J. Folque. Para ello, es importante mencionar que el interés en la reología de los suelos no saturados está ligado a los siguientes factores:

- a) Leyes de evolución en el tiempo de las deformaciones volumétricas;
- b) Leyes de evolución en el tiempo de las deformaciones distorsionales;
- c) Rotura a largo plazo; e
- d) Influencia de las deformaciones volumétricas en el "endurecimiento", tanto en la rigidez como en la resistencia a la ruptura.

De esta manera, los ensayes que se programaron tuvieron que atender la necesidad de averiguar los parámetros que caracterizan el comportamiento mencionado en los incisos anteriores. Por esta razón, se programaron los siguientes tipos de pruebas:

- Ensayes a velocidad de deformación constante. Estos ensayes consistieron en someter probetas de prueba a compresión simple hasta hacerlas fallar; además, se realizaron ensayes con diversas velocidades.
- Ensayes de relajación. En estos ensayes se someten las probetas a carga hasta alcanzar un determinado valor de esfuerzo - que corresponde a un valor de deformación distorsional - con una velocidad de deformación; a partir de ese instante, puede ser registrada la relajación del esfuerzo diferida en el tiempo.
- Ensayes de fluencia. En este caso, las probetas fueron sometidas a distintos niveles de esfuerzo en compresión simple; esfuerzo que fue sostenido de tal forma que pudiera observarse el comportamiento de la deformación distorsional diferida en el tiempo.

Por otra parte, la influencia reológica del "endurecimiento" debido al cambio volumétrico de las probetas no fue considerado en este trabajo.

Establecido lo anterior como esquema de trabajo, es conveniente hacer una descripción detallada de los ensayes realizados para determinar los parámetros G_1 , G_2 , η y υ_o de la unidad de Folque. Cabe señalar que las pruebas

convencionales para identificar y clasificar al suelo estudiado respecto al SUCS, serán comentadas en su momento en el capítulo 3.

2.2.2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO PARA OBTENER LAS PROBETAS DE PRUEBA MEDIANTE EL EMPLEO DE COMPACTACIÓN ESTÁTICA.

La obtención de las probetas de prueba fue lograda compactando al suelo (previamente humedecido) en cinco capas dentro de un molde de media caña de 4 cm de diámetro y 8.5 cm de altura. A cada capa le fue aplicada una carga que dependió de la humedad que requería la probeta para su ensaye; de tal manera que fueron empleadas tres cargas distintas para obtener tres distintos pesos volumétricos. La tabla 2.1 resume esta información.

HUMEDAD (%)	γd (kg/m ³)	CARGA DE COMPACTACIÓN (kg.)
30	1376	90.2
26	1376	82.5
24	1510	237.1
	1376	103.1
	1317	61.9

Tabla 2.1. Cargas de compactación empleadas en la elaboración de probetas.

La carga que les fue aplicada a las capas que conformaron las probetas, fue suministrada de manera estática. En un inicio fue empleado el método de compactación por amasado, sin embargo se obtuvieron resultados muy erráticos en el peso volumétrico lo que dificultó en gran medida la elaboración de los especímenes; por ello, el objeto de aplicarla de manera estática fue el de lograr una mejor reproducción en su elaboración y la de obtener probetas con un mayor grado de homogeneidad [A. R. Booth, 1977].

Por otra parte, es importante señalar que el agua necesaria para llevar el material a la humedad de compactación fue agregada mediante atomizador (a punto de neblina y de manera homogénea); después de lo cual el material se compactó sin dejarlo reposar durante 24 h. Esta última acción se tomó después de que siguiendo el procedimiento tradicional de mantenerlo en reposo durante 24 h, los resultados en la humedad requerida fueron muy erráticos. Por esta razón, se decidió compactar el suelo inmediatamente después de agregar el agua [A. R. Booth, 1977].

• Efectos de pared, escala y esbeltez.

En la elaboración de los especímenes se procuró que los efectos de pared y de escala fueran no significativos. Por tal motivo, la relación entre el diámetro del molde de fabricación de especímenes (D = 4 cm) y tamaño máximo de partícula (T_{máx} = 4.76mm) fue de 8.4, dado que el tamaño máximo de partícula fue el correspondiente a la malla no. 4 (0.476 cm). Con este valor de la relación D/T_{máx}, el efecto de pared desaparece, puesto que el valor mínimo indispensable de esta relación para garantizar tal cosa es (según J. Alberro, R. J. Marsal y M. J. Mendoza) de 7.6. En lo que toca al efecto de escala, éste está presente puesto que no se cumple con el valor mínimo requerido (10) para que tal efecto no se presente [J. Alberro, R. J. Marsal y M. J. Mendoza]; sin embargo, tal influencia es poco significativa cuando tal relación es de 8 o mayor.

En lo que toca al efecto de esbeltez, la relación entre la altura y el diámetro de las probetas de prueba fue de 2.125 con objeto de evitar que sus efectos tuvieran influencia en los resultados [J. Alberro, R. J. Marsal y M. J. Mendoza].

Reproductibilidad de los especímenes para ensayes.

Uno de los factores más importantes en la elaboración de las probetas de prueba fue el garantizar su reproducción, manteniendo las características de peso volumétrico seco y contenido de agua de la manera más invariable posible. Por tal razón, fue estudiada la influencia de ambos factores en la resistencia a la compresión simple con el objeto de poder determinar un valor de dispersión tolerable para cada uno de ellos.

La figura 2.11 muestra la curva de compactación Proctor estándar obtenida en el suelo de Jurica. Además están ubicados los puntos que fueron reproducidos tanto en peso como en humedad. Los círculos que rodean a los puntos en cuestión representan la desviación estándar (s) que se obtuvo en la reproducción de probetas. En la tabla 2.2 están indicados los valores de las desviaciones estándar calculadas para el peso volumétrico seco y el contenido de agua en las probetas ensayadas; como se puede observar, dichos valores de desviación están dentro de un orden tolerable que más adelante será comentado.

	γ _d =1376kg/m ³ w=30%	γ _d =1376kg/m³ w=26%	γ _d =1376kg/m ³ w=24%	γ _d =1510kg/m³ w=24%	γ _d =1317kg/m ³ w=24%
s(γ _d) (kg/m³)	8.7	18.3	12.3	5.3	8.8
s(w) (%)	0.53	0.99	0.57	0.59	0.25

Tabla 2.2. Valores de la desviación estándar obtenidas en las probetas ensayadas a diferentes contenidos de agua y peso volumétrico seco.

Por otro lado, también fueron representados gráficamente los mismos resultados en esquemas en donde se pueden observar los valores de resistencia a la compresión simple contra peso volumétrico seco y humedad. Las figuras 2.12 y 2.13 muestran el comportamiento mencionado en las probetas con pesos volumétricos secos de 1510, 1376 y 1317 kg/m3, humedades de 30, 26 y 24% y velocidad de ensave de 1 mm/min. Como puede observarse, en la primera de las figuras, la mayoría de los ensayes están dentro de la zona limitada por las líneas continuas que representan la media más/menos la desviación estándar de la resistencia - obtenida tomando en consideración todos los ensayes realizados. Una observación importante es el hecho de que los puntos que tienden a aproximarse a los extremos de la frontera son los que contienen mayor y menor humedades; lo cual es una tendencia correcta puesto, que a contenido semejante de agua, la resistencia se incrementa a medida que la densidad de las muestras crece; y por otro lado, si mantenemos el peso volumétrico seco constante entonces la resistencia se incrementará a medida que las muestras contengan menor humedad. Por su parte, en la figura 2.13 están indicados los mismos valores de resistencia respecto al contenido de agua de los especímenes. En ella están señalados los valores de la media y los límites correspondientes a la media más/menos la desviación estándar de la resistencia. Podemos observar que efectivamente la resistencia disminuve cuando la humedad de las probetas aumenta y que la mayor parte de las ensayes caen dentro de la zona delimitada por las fronteras.

La anteriores dos gráficas permiten deducir que la mayor parte de los ensayes pudo ser tomada como confiable y además establece que la reproductibilidad de los especímenes fue realizada dentro de márgenes tolerables.

Las restantes combinaciones de pesos volumétricos secos, humedades y velocidades de deformación son mostradas en el Anexo 1 de este trabajo. Es importante mencionar que la tendencia de todas las gráficas es similar a las mostradas en las figuras anteriores.

Las figuras 2.14, 2.15 y 2.16 representan las curvas de compresión simple máxima, media y mínima obtenidas en probetas donde las humedades, peso volumétrico seco y velocidad de deformación eran de 30%, 26% y 24%; 1376 kg/m³ y 1 mm/min, respectivamente. En el Anexo 1 son mostradas las curvas que se obtuvieron para similares humedades y pesos volumétricos secos de 1510 y 1317 kg/m3 con velocidades de deformación de 0.1, 1 y 5 mm/min; así como las correspondientes a los ensayes hechos con un peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y humedades de 30, 26 y 24%, que fueron ensayados a 0.1 y 5 mm/min.







Figura 2.12. Tendencia de la influencia del peso volumétrico seco en la resistencia a la compresión simple a velocidad de deformación constante.



Figura 2.13. Tendencia de la influencia del contenido de agua en la resistencia a la compresión simple a velocidad de deformación constante.

Con los resultados que se obtuvieron de los ensayes mencionados, se concluye que las probetas deberían de ser elaboradas manteniendo dispersiones de $\pm 0.6\%$ para la humedad y de $\pm 1\%$ para el peso volumétrico seco. Debido a que estos



Figura 2.14. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=30% y v=1 mm/min.



Figura 2.15. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=26% y v=1 mm/min.

valores de variación son pequeños, la cantidad de muestras elaboradas fue muy grande y pese a que se tuvieron todos los cuidados para lograr humedades tolerables, hubo la necesidad de aceptar muestras hasta con ±1% de variación. A este respecto, los ensayes demostraron una influencia mayor del contenido de agua en la resistencia a la compresión simple que la producida por variaciones en el peso volumétrico seco.



Figura 2.16. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=24% y v=1 mm/min.

Otro factor que hubo de contemplarse en los ensayes, fue que los especímenes no sufrieran un cambio significativo en su contenido de agua durante el desarrollo de las pruebas que se realizaron con velocidades de deformación de 5, 1 y 0.1 mm/min. Para contrarrestar tal efecto, se decidió proteger las probetas con el plástico que se emplea para la conservación de alimentos; tal plástico es tan delgado que su influencia en los resultados de resistencia a la compresión simple es despreciable y nos permitió sellar a los especímenes de prueba, evitando con ello la desecasión de estos. Los resultados fueron satisfactorios, puesto que probetas que fueron ensayadas a la velocidad más baja - y sin protegerlas con plástico - presentaron variaciones de humedad durante el transcurso de la prueba del orden de 0.5, 0.4 y 0.3% para las humedades de 30, 26 y 24%, respectivamente; en cambio, en los ensayes de relajación y de fluencia (lo cuales tuvieron una duración de aproximadamente 24 h) las probetas presentaron variaciones en la humedad del orden de 0.3% (1% respecto a la humedad de 30%). De esta manera, pudimos lograr que los ensayes fueran realizados a humedades lo más constantes posibles.

Aclarados los aspectos anteriores, de importancia fundamental para el desarrollo de este trabajo, se procederá entonces a describir cada uno de los ensayes que fueron realizados.

1. Ensayes a velocidad de deformación constante.

Estos ensayes consistieron básicamente en pruebas de compresión simple realizadas a tres distintas velocidades de deformación: 0.1, 1 y 5 mm/min. Estas velocidades fueron seleccionadas de manera que pudiera observarse el comportamiento del material a velocidades de deformación bajas, medias y altas. Como es de uso común en los laboratorios de Mecánica de Suelos, los ensayes de compresión simple son realizados ya sea con velocidad de deformación o con incremento de esfuerzo controlados; y cuando estos son realizados con velocidad de deformación controlada, la velocidad es generalmente de 1 mm/min. Con base en esta velocidad, decidimos que las otras dos velocidades representaran la décima parte y diez veces el valor de 1 mm/min. Sin embargo, por capacidad de la máquina empleada para la realización de estos ensayes, la máxima velocidad fue limitada a un valor de 5 mm/min.

2. Ensayes de relajación.

Los ensayes de relajación fueron realizados aplicando carga a las probetas hasta que alcanzaron valores de carga de 10, 17 y 23 kg., a los cuales les correspondieron determinados valores de deformación. Una vez alcanzados dichos valores de carga, la deformación se mantuvo fija y se registró la disminución gradual de la carga con respecto al tiempo. Transcurridas veinticuatro

horas de iniciadas las pruebas (tiempo suficiente lograr que la carga tendiera a un valor asintótico), la probeta era cargada nuevamente pero esta vez hasta lograr su falla. La velocidad de deformación con la que se realizaron estos ensayes fue únicamente de 1 mm/min.

Al respecto de este ensayes, es importante comentar un problema que resultó durante el desarrollo de los primeros ensayes de este tipo: estos ensayes fueron realizados en la máquina servohidráulica INSTRON. Puesto que los ensayes duraron aproximadamente 24 h, el actuador (parte inferior del marco de carga de la máquina) presentó calentamiento que afectó a las probetas de prueba y generó una deshidratación en su parte inferior. Con objeto de eliminar el efecto del calor sobre los especímenes, existió la necesidad de impedir el ascenso del calor con un material aislante, dicho material fue un tabique de alúmina-sílice (empleado en la construcción de hornos industriales) capaz de soportar temperaturas de 5000°C y con un valor de fluencia superior al del acero. Este material presentó deformaciones de magnitud despreciable respecto a la altura de los especímenes para las cargas manejadas en estos ensayes.

3. Ensayes a esfuerzo distorsional constante con esfuerzo medio no nulo (ensayes de fluencia).

Estos ensayes básicamente consistieron en someter a los especímenes a un cierto nivel de esfuerzo, con una velocidad de deformación de 1 mm/min. Una vez alcanzado ese nivel de esfuerzo, este permaneció constante y se registró e comportamiento deformación-tiempo de la probeta hasta que la deformación tendió a un valor constante. Gráficamente, el comportamiento anterior permitió obtener una curva que describió - en su parte final - un valor asintótico de deformación, equivalente a σ/G_2 en el modelo de Folque (Figura 2.5).

CAPITULO 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL.

3.1. IDENTIFICACIÓN DE LAS PROPIEDADES DEL SUELO DE JURICA.

El material con el que se trabajó, fue obtenido del fraccionamiento Jurica ubicado en la zona noroeste de la ciudad de Querétaro, en dos muestreos realizados en meses diferentes del año. El material proviene de un estrato (originado de un depósito lacustre) de arcilla color gris obscuro a negro y se obtuvo a una profundidad de aproximadamente 1.8 m, del cual se obtuvieron cerca de 200 kg. de material alterado. El suelo fue homogeneizado en el laboratorio y almacenado (dentro de bolsas de plástico) en el cuarto de muestras. Para la identificación del suelo fueron realizados ensayes de límites de Atterberg y de peso específico relativo de sólidos; los resultados de estas pruebas son mostrados en la tabla 3.1, en donde debido a la semejanza de los resultados entre los dos muestreos no se hace diferencia alguna.

DETERMINACIÓN	LI	Lp	lp	Ss
1	59	22	37	2.59
2	56	16	40	2.65*
3	57	18	39	2.46
4	58	17	41	2.49
5	60	15	45	2.49
6	61	20	41	2.52

* No se tomó en cuenta para obtener el valor promedio

Tabla 3.1. Valores de Límites de Atterberg y de peso específico relativo de sólidos del material de Jurica.

Los valores promedio de Límites de Atterberg y peso específico relativo de sólidos (Ss) fueron: para el límite líquido 58.5%, para el límite plástico 18% y para el Ss de 2.51 (para este último valor no se tomó en cuenta el valor de 2.65 por haber presentado la mayor dispersión). Con estos valores de plasticidad, el suelo pudo ser clasificado - respecto al Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS) - como una arcilla de alta compresibilidad.

Por otra parte, al suelo de Jurica le fueron realizadas pruebas de compactación Proctor estándar. El material empleado para realizar estos ensayes fue previamente secado al aire durante varios días, hasta alcanzar un valor de humedad constante de entre 5 y 6%. Posteriormente, el material fue disgregado y cribado por la malla no. 4. Al material cribado le fue agregada una determinada cantidad de agua (con auxilio de atomizador y a punto de niebla) distribuida de manera homogénea en el material. Una vez agregada el agua, el material fue colocado en bolsas y almacenado durante 24 h. La curva de compactación obtenida puede ser apreciada en la figura 3.1, de la cual resultó que el per volumétrico seco máximo fue de 1376 kg/m³ correspondiente a una humedad o 30%.



Figura 3.1. Curvas de compactación obtenidas en el suelo de Jurica.

Una vez que contamos con la curva de compactación, se decidió establec algunos puntos de ella para trabajar. De esta manera, se establecieron dos punto en la rama seca, correspondientes a las humedades de 24 y 26%, y al punto o humedad óptima de la curva (30%). En la rama húmeda de la curva no fue posib reproducir especímenes debido a que los contenidos de agua dificultaron se elaboración, al grado que fue prácticamente imposible conformarlos mediante método de compactación estática.

Los grados de saturación (G_w) fueron determinados para los puntos con los que s decidió trabajar. La tabla 3.2 muestra los valores de G_w para los contenidos o agua y peso volumétrico seco de trabajo.

HUMEDAD (%)	γ₄ (kg/m³)	G _w (%)
30	1376	91.4
26	1376	79.2
24	1510	91.4
	1376	73.1
	1317	66.5

Tabla 3.2. Valores del grado de saturación para los diferentes pesos volumétricos secos y humedades de prueba.

3.2. EJECUCIÓN DE ENSAYES Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO.

Una vez que se ha descrito de una manera general el procedimiento que se siguió para la ejecución de los ensayes, así como los aspectos particulares que cada una de las pruebas hubo de requerir para su buena realización, se procederá ahora a mencionar los resultados que se obtuvieron en cada uno de ellos. Para hacer lo anterior, se mencionarán - por orden - los resultados de los ensayes de compresión simple, los que se obtuvieron en los ensayes de relajación y finalmente se tocarán los concernientes a las pruebas de fluencia.

3.2.1. ENSAYES DE COMPRESIÓN SIMPLE A VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN CONTROLADA.

Como ya se mencionó en párrafos anteriores, los ensayes de compresión simple fueron realizados a tres velocidades de deformación diferentes (5, 1 y 0.1 mm/min) con objeto de estudiar su influencia en la resistencia a la compresión no confinada. Probetas con pesos volumétricos secos de 1510, 1376 y 1317 kg/m³ y humedades de 30, 26 y 24% (ver tabla 2.1) fueron ensayadas a esos tres niveles de velocidad.

Las figura 3.2, 3.3 y 3.4 muestran las gráficas esfuerzo-deformación obtenidas en ensayes de compresión simple (con probetas sin curado previo) realizados en especímenes con un peso volumétrico seco de 1376 kg/m³, humedad del 30% (punto óptimo de la curva de compactación Proctor estándar) y velocidades de deformación de 5, 1 y 0.1 mm/min, respectivamente. En los recuadros de las figuras están indicados los valores de las variaciones respecto al peso volumétrico seco y humedad de prueba con las literales Ep y Ew, respectivamente. También está indicada con las letras *sc* las probetas que fueron ensayadas sin curado alguno.

La figura 3.2 muestran las curvas esfuerzo-deformación que fueron obtenidas en ensayes de compresión simple. Como puede observarse, los valores de resistencia a la compresión simple variaron entre 1.7 y 2.1 kg/cm² (exceptuando el valor indicado con líneas punteadas en la gráfica) y correspondieron a probetas en las que la variación respecto al peso volumétrico seco estuvo entre 0.2 y 0.8%, con lo que las diferencias en los valores de resistencia son atribuibles sobre todo a las variaciones en el contenido de agua de los especímenes. Por lo que toca a la humedad, puede observarse que las variaciones fluctuaron entre -0.2 y 3.5% (para el rango de resistencias mencionado) y modifican la resistencia en 0.4 kg/cm²; sin embargo, para valores en la variación de humedad entre -0.2 y 1% el cambio en la resistencia a la compresión simple de los especímenes puede considerarse ya como despreciable. Además, otro factor importante es el hecho de que especímenes ensayados con humedades por debajo de la de prueba

tienen mayor desviación en los valores de resistencia a la compresión o confinada, lo que es notorio en la probeta cuyos valores de Ew y Ep son -2.3% 1.3 % respectivamente y que está indicada con una línea punteada en la figu (aunque debe aclararse que es probable que este último valor también tenga u influencia importante en el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación).



Figura 3.2. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1376kg/m³, w=30% y velocidad de deformación de 5 mm/min.







Figura 3.4. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376kg/m³, w=30% y velocidad de deformación de 0.1 mm/min.

La figura 3.3 muestra los ensayes realizados con las mismas características de peso volumétrico seco y humedad que la figura 3.2, pero con una velocidad de deformación de 1 mm/min. En ella están representados ensayes con y sin curado previo. Por una parte, el peso volumétrico seco fue mantenido con una variación entre -0.5 y 0.36%; y por otra , el contenido de agua varió entre 0.17 y 2.3%. Una vez más, las diferencias de resistencia - que en este caso varió entre 1.8 y 2.4 kg/cm² - de las probetas puede ser atribuida principalmente a la variación en la humedad. También se puede notar una mayor reproductibilidad en las probetas hechas sin curado previo, puesto que prácticamente se superponen las curvas de los tres especímenes. En la misma gráfica, los ensayes hechos con curado previo presentan una variación en la humedad entre 0.17 y 1.7% que generaron resistencias entre 2.15 y 2.4 kg/cm²; dicha variación representa del orden del 10% respecto al valor obtenido en las probetas con menores errores en el γ d y w.

Por otra parte, la figura 3.4 presenta los resultados de probetas con las mismas características anteriores, pero ensayadas a una velocidad de 0.1 mm/min. Como se observa, nuevamente la reproductibilidad en la probetas sin curado previo es mucho mayor que las elaboradas con curado. En las primeras, la variación más significativa ocurrió en el contenido de agua (la cual varió entre -0.4 y 0.5%) y no produjo mayor efecto en la resistencia no confinada. Por su parte, las probetas con curado presentan una erraticidad muy importante en el contenido de agua con las consecuente influencia en la resistencia.

En el Anexo 1 pueden ser consultadas las gráficas correspondientes a los ensayes realizados en especímenes con pesos volumétricos secos de 1376 kg/m³ con una humedad de 26% y 1510, 1376 y 1317 kg/m³ con humedad de 24 ensayadas a las velocidades de deformación de 5, 1 y 0.1 mm/min.

Con el conjunto de ensayes anteriores, se puede concluir que el peso volumétrio seco tiene un efecto de menor relevancia en la resistencia que el correspondien al del contenido del agua; además, como fue mencionado anteriormente, la probetas con curado presentan mayor dispersión respecto a las elaboradas se curado previo. Con base en los resultados anteriormente mostrados, se decid mantener variaciones en el peso volumétrico seco de $\pm 1\%$ y para la humedad d $\pm 0.6\%$; sin embargo, debido a la dificultad que representó el reproducir contenido de agua de prueba aceptamos un rango mayor comprendido entre $\pm 1\%$

En las figuras 3.5 y 3.6 está representado el comportamiento de la deformación la falla respecto al peso volumétrico seco y a la humedad de probetas ensayada en compresión no confinada a velocidad de deformación de1 mm/min. Cal aclarar que en este caso, la deformación fue tomada al 50% del esfuerzo de falla resistencia máxima - en las curvas esuerzo-deformación. En las gráficas apare las líneas de tendencia media y las correspondientes al valor de la med más/menos la desviación estándar de la deformación en el 50% del esfuerzo de falla (0.109%). Existe en ambas figuras la tendencia a mantener la mayoría de la ensayes dentro de la zona limitada por las líneas continuas.



Figura 3.5. Variación de la deformación al 50% de esfuerzo de falla respecto al peso volumétrico seco, a velocidad de deformación de 1 mm/min.

La figura 3.5 muestra que al parecer no existe una influencia significativa del per volumétrico seco en el valor de la deformación correspondiente al 50% d esfuerzo de falla, puesto que en la citada figura los puntos correspondientes pesos de 1317, 1376 y 1510 kg/m³ con humedades de 24, 26 y 30% no muestran una tendencia marcada, además de que la mayoría de los puntos están dentro del área limitada por las líneas de la media ± la desviación estándar. Por su parte, la figura 3.6 presenta el comportamiento de la deformación al 50% del esfuerzo de falla respecto a la humedad; en ella se muestra la ligera tendencia del aumento en el valor de la deformación a medida que la humedad se incrementa. Lo anterior es a consecuencia de que el material se comporta rígidamente para humedades en la rama seca de la curva de compactación y mucho más plásticamente a medida que el contenido de agua crece en dirección a la rama húmeda.



Figura 3.6. Variación de la deformación al 50% del esfuerzo de falla respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 1 mm/min.

Las Figuras 3.7 y 3.8 muestran el comportamiento del módulo al 50% de deformación ($M_{50\%}$) respecto al peso volumétrico seco y al contenido de agua, en donde la desviación estándar del Módulo $M_{50\%}$ fue de 1.165 kg/cm². La primera muestra una tendencia muy marcada de incremento del módulo $M_{50\%}$ con el aumento en el peso volumétrico seco. Cabe recordar que en esta figura están representados los valores del módulo $M_{50\%}$ que se obtuvieron en probetas con los tres pesos volumétricos y tres humedades mencionados anteriormente; sin embargo, para un mismo valor de peso volumétrico el valor del módulo $M_{50\%}$ crece con la disminución en el contenido de agua. A su vez, para un mismo contenido de agua, el valor del mismo módulo disminuye con la disminución en el peso volumétrico de las probetas. La figura 3.8 muestra un comportamiento natural en el sentido de que el material manifiesta una mayor plasticidad a medida que el contenido de agua aumenta, por lo que el módulo $M_{50\%}$ disminuye en ese sentido, tal y como aparece representado en la citada figura.

Hasta este momento, hemos comentado el comportamiento de los parámetro respecto a la humedad y al peso volumétrico seco, y ha permanecido la velocida de deformación constante. En el Anexo 1 pueden ser consultadas las gráficas qu se obtuvieron para las otras dos velocidades de deformación. Sin embargo e



Figura 3.7. Variación del Módulo M_{50%} respecto al peso volumétrico seco, a velocidad de deformación de 1 mm/min.



Figura 3.8. Variación del Módulo M_{50%} respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 1 mm/min.

Capitulo 3. Estudio Experimental.

conveniente mencionar que la velocidad parece no influir de manera importante en los valores de resistencia que se obtuvieron en las probetas ensayadas, lo cual se puede apreciar en el grupo de figuras 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13; en donde la variación de la resistencia con la velocidad de ensaye parece no tener una tendencia muy marcada, puesto que las mayores diferencias encontradas en los especímenes ensayados a la compresión simple se encuentran comprendidas



Figura 3.9. Influencia de la velocidad de ensaye en la resistencia a la compresión no confinada, en probetas con γ_d=1376 kg/m³ y w=30%.





en el rango de 0.2 a 0.65 kg/cm². Aunque cabe mencionar que la mayor diferenci se encontró en las probetas ensayadas con humedad de 24% y peso volumétric seco de 1510 kg/m³, lo que puede notarse en los valores de resistencia qu presentaron estos especímenes (del orden de 6.5 kg/cm², aproximadamente) que representa el 10% de su valor.



Figura 3.11. Influencia de la velocidad de ensaye en la resistencia a la compresión no confinada, en probetas con γ_d=1376 kg/m³ y w=24%.



Figura 3.12. Influencia de la velocidad de ensaye en la resistencia a la compresión no confinada, en probetas con γ_d=1510 kg/m³ y w=24%.

Capitulo 3. Estudio Experimental.

Debe aclararse que en las figuras 3.10, 3.11 3.12 y 3.13 parece existir una ligera tendencia a que la resistencia se incremente a medida que la velocidad de deformación es más grande. Sin embargo, la variación pudiera ser debida a la influencia de los contenidos de agua y pesos volumétricos reales de los especímenes, por lo que dicha tendencia debe ser tomada con precaución.



Figura 3.13. Influencia de la velocidad de ensaye en la resistencia a la compresión no confinada, en probetas con γ_d=1317 kg/m³ y w=24%.



Figura 3.14. Influencia de la velocidad de ensaye en la deformación al 50% de la resistencia máxima (obtenida en ensayes de compresión simple), en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%.

Por su parte, las figuras 3.14 y 3.15 muestran la influencia de la velocidad de ensaye en la deformación al 50% de la resistencia máxima y el Módulo M₅₀ deformación (respectivamente) en probetas con contenido de agua del 30% y peso volumétrico de 1376 kg/m³.



Figura 3.15. Influencia de la velocidad de ensaye en el Módulo $M_{50\%}$ de deformación (obtenido en pruebas de compresión simple), en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%.

La figura 3.14 pareciera indicar, por la ligera tendencia que muestra, que la deformación a la falla pareciera disminuir cuando la velocidad de deformación s incrementa. En realidad se debe tomar en consideración el efecto de la pequeñas variaciones tanto en humedad como en peso volumétrico seco qu están presentes en los resultados mostrados por la mencionada figura, con lo qu la ligera tendencia debe ser tomada con reservas.

Por su parte, la figura 3.15 representa la influencia de la velocidad de deformació en el Módulo M_{50%} de deformación. En este caso no se puede hablar de un tendencia.

Los comentarios anteriores permiten ratificar el hecho de que la velocidad n parece tener una influencia muy significativa en los parámetros del suel ensayado. En el Anexo 1 pueden ser consultadas las figuras correspondientes las humedades de 26% con un peso de 1376 kg/m³ y de 24% con pesos de 1510 1376 y 1317 kg/m³. En ellas las tendencias tampoco parecen tener una definiciór con excepción de las probetas que fueron ensayadas con humedad de 24% peso de 1376 kg/m³ y que presentaron las tendencias lógicas. En todas la demás, al parecer cabe el mismo comentario de que la velocidad no parece tener una mayor influencia en los parámetros de resistencia.

3.2.2. ENSAYES DE RELAJACIÓN.

Una vez estudiado el comportamiento esfuerzo-deformación del suelo en estudio en ensayes de compresión no confinada, se procedió a determinar los parámetros de suelo con ensayes de relajación. Dichos ensayes tuvieron como finalidad determinar el parámetro G_2 así como el nivel de esfuerzos que sobrepasa el parámetro υ_o , con lo que dos de los cuatro elementos del modelo de Folque quedaron definidos.

Para determinar el parámetro v_o se establecieron tres niveles diferentes de carga, las cuales fueron definidos a partir de las curvas esfuerzo deformación obtenidas de ensayes de compresión simple. Dichas cargas fueron 10, 17 y 23 kg que representaron del orden de 0.8, 1.3 y 1.78 kg/cm² en esfuerzo, respectivamente, y son el 39, 63 y 86% de la resistencia máxima media a la compresión no confinada (2.06 kg/cm² de acuerdo al análisis estadístico realizado en el anexo 2). Además, sólo fue analizado el punto óptimo de la curva de compactación Proctor estándar, al cual le corresponden valores de peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y humedad de 30%. Lo anterior con la finalidad de observar el comportamiento en el punto de la curva de compactación que las especificaciones de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes toman de referencia para determinar los grados de compactación de campo.

Las figuras 3.16, 3.17 y 3.18 muestran las gráficas que se obtuvieron en los ensayes de relajación mencionados, en las cuales aparece la deformación unitaria en el eje de la abscisas y el esfuerzo en el eje de las ordenadas.

La figura 3.16 está referida a los ensayes que se realizaron en probetas en donde el esfuerzo al cual comenzó el período de relajación fue de 1.78 kg/cm² que equivale a una carga de 23 kg aproximadamente. Muestra además, en el recuadro del lado derecho de la figura, los valores de dispersión que se midieron en los especímenes ensayados. Como se puede apreciar en la figura, el valor de último del esfuerzo que se obtuvo luego del período de relajación (24 hr aproximadamente) fue del orden de 0.3 kg/cm².

Para la figura 3.17, el esfuerzo al cual comenzó el período de relajación fue de 1.3 kg/cm², mismo que se alcanzó aplicando una carga de 17 kg. Como es posible apreciar en ella, el esfuerzo último de relajación fue del orden de 0.13 kg/cm².

Por lo que toca a la gráfica de la figura 3.18, los especímenes reportados fueron cargados hasta alcanzar una carga de 10 kg - lo que representa un esfuerzo del orden de 0.8 kg/cm² - para después mantener fija la deformación y observar el

fenómeno de relajación. Como se observa, el valor ultimo de esfuerzo fue de orden de 0.04 kg/cm², lo que para fines prácticos representa una relajación completa.



Figura 3.16. Ensayes de relajación a σ_0 =1.78 kg/cm².



Figura 3.17. Ensayes de relajación a σ_o=1.3 kg/cm².

Capitulo 3. Estudio Experimental.

La tabla 3.3 resume los datos que se obtuvieron en los ensayes de relajación realizados a esfuerzos de 1.78, 1.3 y 0.8 kg/cm² y puede notarse que los valores del esfuerzo final de relajación fueron de 0.3, 0.13 y 0.04 kg/cm² respectivamente.



Figura 3.18. Ensayes de relajación a σ_o=0.8 kg/cm².

Con lo anterior, el valor del parámetro υ_o corresponde al valor final de esfuerzo de relajación en los ensayes que fueron sometidos hasta alcanzar un nivel de carga de 23 kg, puesto que los otros dos niveles de carga llegan a valores más pequeños de esfuerzo además de que puede notarse en ellos la tendencia a alcanzar el cero tras transcurrir el tiempo necesario para ello (el cual fue siempre del orden de las 22 hr).

σ₀	ensaye	σ _{final}
1.78 kg/cm ²	1	0.30
	2	0.22
	3	0.37
	4	0.31
1.30 kg/cm ²	1	0.14
	2	0.05
	3	0.11
0.80 kg/cm ²	1	0.03
	2	0.05
	3	0.09
	4	0.04

Tabla 3.3. Valores del parámetro vo para los diferentes valores de esfuerzo de relajación o.

Las figuras 3.19, 3.20 y 3.21 muestran el comportamiento de los ensayes de las figuras 3.16, 3.17 y 3.18 pero en un sistema que tiene como eje de las abscisas a tiempo y al esfuerzo como eje de las ordenadas. Es importante notar en ellas la semejanza que guardan con el comportamiento mostrado en la figura 2.4, en la cual existe un valor de esfuerzo que recuperan los especímenes de manera prácticamente instantánea (aunque tal recuperación sí lleva un pequeño lapso y no es perceptible en las escalas logarítmicas).



Figura 3.19. Ensayes de relajación a σ_o=1.78 kg/cm².



Figura 3.20. Ensayes de relajación a σ_0 =1.30 kg/cm².

Debe de notarse en las figuras 3.19, 3.20 y 3.21 que el tiempo de relajación de los especímenes fue el correcto, debido a que prácticamente se obtuvieron asíntotas en los tramos finales de las gráficas de los ensayes.



Figura 3.21. Ensayes de relajación a o_o=0.8 kg/cm².

Con los ensayes anteriores puede establecerse que el valor medio del parámetro v_o que se obtuvo fue de 0.3 kg/cm². Por otra parte, debe recordarse que a partir de la expresión (53) el esfuerzo para t=∞ queda definido por la ecuación

$$[\sigma]_{\infty} = G_2 \varepsilon$$

a partir de la cual, el elemento G₂ puede ser definido.

La tabla 3.4 muestra los valores de G_2 que se obtuvieron en los ensayes realizados a cargas de 17 y 10 kg.

De esta manera, el valor promedio del parámetro G_2 para el esfuerzo de 1.3 kg/cm² fue de 10.2 kg/cm², mientras que para el esfuerzo de 0.8 kg/cm² fue de 7.7 kg/cm² (despreciando el valor de 3.2 obtenido en el ensaye 4). Por lo anterior, el parámetro G_2 bien puede quedar representado por un valor de 9 kg/cm² obtenido de los ensayes anteriores mencionados.

En resumen, los parámetros que han podido ser determinados con los ensayes de relajación han sido dos principalmente: el parámetro G_2 y el elemento v_0 .

σ₀	ensaye	σ _{final} (kg/cm²)	ε (%)	G ₂ (kg/cm ²)
1.30 kg/cm ²	1	0.14	1.19	11.8
	2	0.05	0.60	8.4
	3	0.11	1.07	10.3
0.8 kg/cm ²	1	0.03	0.40	7.6
	2	0.05	0.56	8.7
	3	0.09	1.31	6.9
	4	0.04	1.25	3.2

Tabla 3.4. Valores del parámetro G₂ en los ensayes realizados a niveles de carga de 17 y 10 kg de carga.

Con el conjunto de ensayes anteriores, es posible entonces establecer que lo parámetros del elemento derecho del modelo de Folque quedaron definidos. As los valores que fueron determinados son:

• para el elemento de St. Venant del modelo (parte derecha)

$$G_2 = 9 \text{ kg/cm}^2 \text{ y} \upsilon_0 = 0.30 \text{ kg/ cm}^2$$

3.2.3. ENSAYES DE FLUENCIA.

Los ensayes de fluencia fueron programados inicialmente a los mismos niveles d carga y esfuerzo que los ensayes de relajación. Sin embargo, debido a que e tiempo que requirieron dichos ensayes para alcanzar el valor teórico d deformación (aproximadamente 3.33%) expresado por la ecuación:

fue tal que la influencia del secado en el comportamiento de las probetas era mu importante. Es decir, los tiempos que requirieron los ensayes para alcanzar 0.5% de deformación fueron de aproximadamente 48 hr, lapso para el cual el secado d los especímenes se mantuvo dentro del rango del ± 1%. Sin embargo, par alcanzar el valor teórico de 3.33% había que esperar del orden de 15 días con l consecuente influencia del secado de los especímenes. Por tal razón, fuero reprogramados los ensayes de tal manera que el valor inicial de deformació excediera el valor frontera expresado por la ecuación (96), toda vez que l pendiente del comportamiento viscoso del modelo está dada por la expresión:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\left(\sigma - \upsilon_{o}\right)}{\eta}....(97)$$

En la expresión anterior, el valor de la pendiente puede ser medida directamente en las gráficas ε versus *t*, con lo que es posible despejar el valor del parámetro η . Además, es posible observar - en la misma ecuación anterior - que cuando el nivel del esfuerzo σ se incrementa, la pendiente de la línea también crece.

Las figuras 3.22, 3.23, 3.24, 3.25 y 3.26 muestran los ensayes de fluencia hechos en probetas con un peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y humedad de 30% (punto óptimo en la curva de compactación Proctor estándar). Dichos ensayes fueron realizados a esfuerzos de 0.16, 0.29, 0.81, 1.65 y 1.83 kg /cm².

Un detalle que es importante advertir en la gráfica 3.22, es el hecho de que no se definen las curvas que indica el comportamiento teórico del modelo para niveles de esfuerzo inferiores a v_o . Sin embargo, cabe la pena recordar que el comportamiento del modelo para niveles de esfuerzo inferiores al de arranque del elemento de St. Venant (v_o) está dada por la ecuación:

en donde $T = \frac{\eta (G_1 + G_2)}{G_1 G_2}$; mientras que para niveles superiores a v_o , la ecuación que determina el comportamiento del modelo es la ecuación (97).

Las dos ecuaciones anteriores son válidas exclusivamente para procesos lineales. Sin embargo, para el caso del suelo de Jurica el proceso parece ser no lineal debido a que el parámetro η es función de la velocidad de deformación, tal y como se verá más adelante.

Por otro lado, debe recordarse que mientras el comportamiento del modelo para niveles de esfuerzo inferiores a v_o es exponencial, este se torna lineal para niveles superiores a dicho valor; independientemente del hecho de que los parámetros del modelo sean o no función de alguna otra variable. De tal forma que si tomamos este último comentario en consideración, se puede tener una mayor certidumbre en la comparación de los resultados experimentales con los teóricos en ensayes realizados a niveles de esfuerzo superiores al valor de arranque v_o , debido a que en ellos la velocidad de deformación (pendiente de las rectas en los ensayes de fluencia) es constante en el tiempo.

Capitulo 3. Estudio Experimental.

Teniendo en cuenta las consideraciones y reflexiones anteriores, se tiene que para las figuras 3.25 y 3.26 los valores de las pendientes medidos experimentalmente son de 0.0011/min y 0.00079/min respectivamente. Si se aplica la ecuación (97) se tendrá que los valores del parámetro η - para cada uno de estos ensayes - son del orden de 1230 kgmin/cm² y 1940 kgmin/cm respectivamente; mientras que si recurrimos a la figura 3.35, se tiene que los



Figura 3.22. Ensaye de fluencia a un esfuerzo de 0.16 kg/cm².



Figura 3.23. Ensaye de fluencia a un esfuerzo de 0.29 kg/cm².
valores del mismo parámetro resultan ser de 1670 kgmin/cm² y 2350 kgmin/cm² respectivamente; con lo que existe una buena aproximación entre la parte experimental y teórica del modelo.



Figura 3.24. Ensaye de fluencia a un esfuerzo de 0.81 kg/cm².



Figura 3.25. Ensaye de fluencia a un esfuerzo de 1.65 kg/cm².

Un detalle que debe ser tomado en cuenta es que en los dos ensayes mencionados no se cumple el hecho de que la pendiente crezca con el nivel de

esfuerzo. Sin embargo, tal discrepancia puede ser atribuida a las dispersiones o los especímenes en los valores de peso volumétrico seco y humedad.



Figura 3.26. Ensaye de fluencia a un esfuerzo de 1.83 kg/cm².

Como dato complementario, los valores de las pendientes de los ensayes fluencia están indicados en la tabla 3.5.

ensaye	nivel de esfuerzo (kg/cm²)	pendiente experimental (min ⁻¹)
1	0.16	0.00014
2	0.29	0.00021
3	0.81	0.00044
4	1.65	0.00110
5	1.83	0.00079

Tabla 3.5. Valores de la pendiente en los ensayes de fluencia.

La figura 3.27 muestra de manera conjunta las pendientes de los ensayes fluencia realizados a los niveles de esfuerzo mencionados anteriormente.

Es importante indicar que en el Anexo 2 puede consultarse el manejo estadísti de los datos que resultaron de los ensayes de compresión simple. Cabe adelan que los datos mostraron una distribución normal y que los resultados que arroja mencionado análisis son válidos tanto para ensayes de relajación como fluencia. También es importante señalar que el anterior análisis estadístico tu por objeto el conocer el grado de confianza que podía tenerse en los ensayes q se programaron y cuyo número estuvo siempre sujeto a la disponibilidad del equipo y el tiempo de duración de las pruebas, lo que dificultó en gran medida que fueran realizados un mayor número de ensayes.



Figura 3.27. Pendientes obtenidas en los ensayes de fluencia a diferentes niveles de esfuerzo.

3.2.4. CALIBRACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO.

Comentados ya los ensayes de compresión a velocidad de deformación controlada, de relajación y de fluencia; resta únicamente verificar si el modelo responde al comportamiento observado en el material en estudio. Para ello es necesario efectuar la determinación de los parámetros involucrados en el modelo de Folque, lo cual se ha hecho hasta el momento de manera parcial. Restan por definir los parámetros G_1 y η del elemento del lado izquierdo del modelo (elemento de Maxwell).

El primer parámetro que podemos definir es el G_{1} . Dicho elemento es posible determinarlo empleando la expresión

$$\varepsilon_{0} = \frac{\sigma}{\left(G_{1} + G_{2}\right)}$$

la cual es válida para un proceso de fluencia a niveles de esfuerzo inferiores al de arranque del elemento de Coulomb (v_o); y en la que σ es el esfuerzo de fluencia (en kg/ cm²), ε_o es la deformación inicial previa al proceso de fluencia y G_2 tiene un valor de 9 kg/cm²; con una velocidad de deformación - en el tramo previo al proceso de fluencia - de 1 mm/min.

ensaye	o _{fluencia} (kg/cm²)	ε _ο (%)	G ₂ (kg/cm ²)	G ₁ (kg/cm ²)
1	0.16	0.12	9	124
2	0.29	0.19	9	144

Tabla 3.6. Valores del parámetro G, determinados a partir de los ensayes de fluencia.

El valor promedio del parámetro G_1 que se obtiene de los dos ensayes anteriores es de 134 kg/cm² (tabla 3.6).

Finalmente, el parámetro η es posible determinarlo a partir de las curvas esfuerzodeformación de los ensayes realizados con una velocidad de deformación de 1 mm/min. A partir de la figura 2.14 es posible observar que la máxima resistencia a la compresión simple (media) resulta ser de 1.90 kg/cm², con lo que al substituir dicho valor en la expresión

$$\sigma = \eta \varepsilon + \upsilon_0$$

en donde σ es la resistencia máxima a la compresión simple (en kg/cm²), ε es la velocidad de deformación (en min⁻¹) y v_o es el valor de arranque del elemento de Coulomb; y despejar el valor de η , obtenemos que el valor de dicho parámetro es de 160 kg min/cm².

Con todo lo anterior, entonces han quedado definidos los parámetros de elemento de Maxwell del modelo de Folque. Es decir que, para la velocidad de 1 mm/min, los parámetros del modelo de J. Folque son los siguientes:

• Para el elemento del lado derecho (elemento de Maxwell)

 $G_1 = 134 \text{ kg/cm}^2 \text{ y} \eta = 160 \text{ kg min/cm}^2$

• Para el elemento del lado izquierdo (elemento de St. Venant):

 $G_2 = 9 \text{ kg/cm}^2 \text{ y} \upsilon_0 = 0.30 \text{ kg/cm}^2$

Los parámetros anteriores han sido determinados exclusivamente a partir de los ensayes que fueron realizados y que ya fueron discutidos. Ahora es posible cotejar el comportamiento del modelo con los parámetros obtenidos con el comportamiento experimental del suelo en los ensayes ejecutados con velocidad de deformación controlada. De esta forma, se llega a la conclusión de que la aproximación es muy buena entre el comportamiento teórico y el experimental, aunque es importante señalar que los valores de los parámetros G_1 y η resultaron ser de 170 kg/cm² y 165 kg min/cm² respectivamente, después de realizar un estudio paramétrico.

Las curvas esfuerzo-deformación teórica y experimental - para un peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y humedad de 30% - correspondientes a una velocidad de deformación de 0.01/min (1mm/min) pueden ser observadas en la figura 3.28.

La curva esfuerzo-deformación teórica que aparece en la figura 3.28 fue obtenida a partir de la expresión teórica

$$\sigma = \eta \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{G_1}{\eta}t} \right) + \upsilon_o$$

y realizando un ajuste paramétrico de los elementos G_1 y η . En la ecuación anterior es cierto que el esfuerzo está en función del tiempo; sin embargo no hay que olvidar que cada tiempo está ligado a un valor de deformación establecido en la velocidad de deformación.



Figura 3.28. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.01/min.

Con lo anterior puede entonces establecerse que el modelo de J. Folqu reproduce de una manera muy adecuada el comportamiento del material e estudio.



Figura 3.29. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.06/min.



Figura 3.30. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.001/min.

ε (min ⁻¹)	G ₁ (kg/cm ²)	η (kg min/cm²)
0.0600	150	29
0.0290	160	60
0.0100	170	165
0.0088	172	200
0.0047	180	380
0.0010	200	1900

Tabla 3.7. Valores de los parámetros G_1 y η para las velocidades de deformación utilizadas en los ensayes de compresión simple.

Lo siguiente en el desarrollo de este estudio es validar el modelo a otras velocidades de deformación. En este caso, las velocidades a las que se realizaron los ensayes de compresión simple fueron 0.06, 0.01 y 0.001 min⁻¹; aunque para probar los resultados obtenidos se propusieron otras tres velocidades intermedias, las cuales fueron 0.029, 0.0088 y 0.0047 min⁻¹, con el objeto de corroborar aún más lo obtenido para las tres primeras velocidades.

Las figuras 3.29 y 3.30 muestran las curvas teóricas y experimentales esfuerzodeformación a velocidades de deformación de 0.06 y 0.001 min⁻¹, respectivamente. La tabla 3.7 muestra los valores de los parámetros G_1 y η que resultaron del análisis paramétrico hecho a las seis velocidades mencionadas anteriormente.



Figura 3.31. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.029/min.

Por su parte, las figuras 3.31, 3.32 y 3.33 muestran las curvas esfuerzo deformación teóricas y experimentales para las velocidades de 0.029, 0.0088 0.0047 min⁻¹.



Figura 3.32. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.0088/min.



Figura 3.33. Comparación entre los comportamientos teórico y experimental, a velocidad de deformación de 0.0047/min.



Figura 3.34. Comportamiento del parámetro G₁ en función de la velocidad deformación.



Figura 3.35. Comportamiento del parámetro η en función de la velocidad deformación.

Como se puede observar en la tabla 3.7, el comportamiento de los parámetros G_{η} y η crecen de manera inversamente proporcional a la velocidad de deformación que se le aplique a los especímenes de prueba. Las figuras 3.34 y 3.35 muestran

el comportamiento de ambos parámetros en función de la velocidad de deformación. En ambos casos, la función que expresa el comportamiento de lo parámetros es de tipo exponencial y las expresiones son, para G_1 y η :

 $G_1 = 124.2\varepsilon$ y $\eta = 1.5747\varepsilon$

respectivamente.

3.2.5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

En la parte anterior de este capítulo, se comprobó que el comportamiento de modelo de J. Folque puede representar de una manera muy aproximada e comportamiento del suelo en estudio. Resta ahora únicamente comentar alguno aspectos que son de importancia.

En las figuras siguientes (figuras 3.36, 3.37, 3.38, 3.39, 3.40 y 3.41), se puede apreciar el comportamiento por separado de los elementos que constituyen e modelo de Folque (elementos de Maxwell y de St. Venant) a las diferente velocidades de deformación a las que se realizaron los ensayes de compresió simple. Resulta evidente la preponderancia del comportamiento del elemento de Maxwell para el suelo de Jurica; es decir, el comportamiento viscoelástico juego un papel mucho más significativo que el elastoplástico.

Las figuras 3.42, 3.43 y 3.44 muestran el comportamiento de los mismo elementos del modelo de Folque en uno de los suelos que él estudió y para lo cuales propuso su modelo. Es evidente en ellas la preponderancia de comportamiento elastoplástico. Las características de los suelos con los qu trabajó Folque están indicadas en la tablas 3.8.

suelo	LI (%)	Lp (%)	lp (%)	SUCS
A	42	20	22	CL
B	38	22	16	CL
C	52	25	27	CH

Tabla 3.8. Propiedades índice de los suelos ensayados por J. Folque.

Por su parte, la tabla 3.9 indica la composición granulométrica del suelo A. Com es posible observar en ella, el suelo de referencia (suelo A) tiene un porcentaj muy significativo de arena al cual le fueron adicionados un 20% y un 2% en pes de arena y bentonita para obtener los suelos B y C, respectivamente.

Contenido de arcilla	15 %	
Contenido de limo	60 %	
Contenido de arena	25 %	

Tabla 3.9. Composición granulométrica del suelo A de J. Folque.

En la tabla 3.10 se muestran los parámetros que determinó J. Folque para el suelo A.

υο	1.3 kg/cm ²	
η	40 kgmin/cm ²	
G ₁	3 kg/cm ²	
G ₂	50 kg/cm ²	

Tabla 3.10. Valores de los parámetros del modelo de J. Folque, para el suelo A.



Figura 3.36. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.01/min.

Con lo anterior, es importante resaltar el hecho de que el modelo de Folque no sólo es capaz de reproducir suelos con características predominantemente elastoplásticas, sino que también puede reproducir el comportamiento de suelos con características predominantemente viscoelásticas con una aproximación muy aceptable. Debe recordarse, por otra parte, que los pavimentos son construidos con materiales cuya calidad aumenta en el sentido ascendente; de tal forma que

las capas inferiores (construidas con arcillas y limos) tiene una calidad inferior a las superiores (elaboradas con roca triturada con bajos contenidos de fino plásticos)



Figura 3.37. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.06/min.



Figura 3.38. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.001/min.

Capítulo 3. Estudio Experimental.

El párrafo anterior nos permite establecer que el modelo de Folque bien puede ser empleado para representar todas las capas que constituyen a los pavimento, puesto el comportamiento de los materiales con los que generalmente son construidos cae dentro de los comportamientos para los que el modelo de Folque es válido.



Figura 3.39. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.029/min.



Figura 3.40. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.0088/min.



Figura 3.41. Distribución de los esfuerzos en los elementos de Maxwell y St. Venant para el modelo de Folque, correspondiente a una velocidad de deformación de 0.0047/min.

La tabla 3.11 muestra los datos de compactación obtenidos por J. Folque en lo suelos a los que se ha hecho referencia.

suelo	^γ α (kg/m³)	W _{ópt} (%)
A	1,700	20
В	1,770	15
С	1,680	20

Tabla 3.11. Valores de peso volumétrico seco y humedad óptima para los suelos de J. Folque obtenidos en compactación por amasado.

Otro factor que es importante observar en las figuras correspondientes al suelo d Jurica es el valor de la deformación necesaria para que el elemento de Coulom de la parte izquierda del modelo de Folque se active. Dicho valor es del orden d 3.33%. Es interesante reflexionar respecto al valor de deformación anterior debid a que en pavimentos las deformaciones que se presentan en las capas que lo constituyen son pequeñas, lo cual tiene su razón en el hecho de que los nivele de esfuerzo a los cuales trabajan son pequeños y a que sus módulos d elasticidad son altos. La anterior reflexión nos conduce a concluir que el mode de Folque, aplicado al cálculo de deformaciones en pavimentos, habrá d trabajarse bajo la condición de que los esfuerzos en el elemento de St. Venant son de una magnitud inferior a v_o .







Figura 3.43. Curvas esfuerzo-deformación teórica y experimental, para el suelo A estudiado por J. Folque, obtenidas con una velocidad de deformación de 0.06/min.



Figura 3.44. Curvas esfuerzo-deformación teórica y experimental, para el suelo A estudiado por J. Folque, obtenidas con una velocidad de deformación de 0.1/min.

CAPITULO 4. APLICACIÓN DEL MODELO DE FOLQUE EN EL ANÁLISIS VISCOELÁSTICO DE PAVIMENTOS.

El presente capítulo analiza la respuesta experimental del suelo bajo condiciones dinámicas y el comportamiento del modelo de Folque bajo las mismas condiciones de solicitación.

4.1. COMPORTAMIENTO EXPERIMENTAL DEL SUELO BAJO CARGA CÍCLICA.

Para analizar la respuesta del suelo bajo cargas repetida, se sometieron varios especímenes de prueba a ensayes de compresión simple cíclicos; dichos ensayes fueron realizados aplicando una función de excitación de tipo senoidal y con una frecuencia de 1 ciclo por segundo. Tanto la función senoidal como la frecuencia son las que simulan de una mejor manera las condiciones reales de solicitación a que son sometidas las diferentes capas que constituyen la estructura de los pavimentos [Ref. 7]. Los esfuerzos a que fueron sometidas las probetas de prueba fueron de 1.00, 0.75, 0.60 y 0.30 kg/cm².

Las dimensiones de los especímenes de prueba tuvieron que ser modificadas dado que la cámara triaxial del equipo dinámico que se empleó puede ensayar probetas de 7 cm de diámetro por 14 cm de altura. El peso volumétrico seco y la humedad a los que los especímenes fueron reproducidos correspondieron a los del máximo y la óptima del ensaye Proctor estándar, respectivamente.





Los ensayes a los que se sometieron las probetas consistieron de dos etapas. En la primera de ellas se obtuvo el comportamiento de la deformación diferida en e tiempo, sometiendo a los especímenes a carga cíclica; es decir, se midió la evolución de la deformación permanente para cada nivel de esfuerzo desviador mencionado. En la segunda etapa, se sometieron los especímenes a procedimiento de prueba recomendado por la ASSHTO (norma T-274) para obtener el módulo de resiliencia. Las cinco figuras siguientes muestran los resultados que se obtuvieron tras someter los especímenes a los procedimientos descritos en este párrafo.

La figura 4.1 muestra la evolución de las deformaciones permanentes bajo carga cíclica para los cuatro valores de esfuerzo desviador (amplitud de la onda senoidal) que se aplicaron. En este caso, la figura esquematiza la respuesta de cada uno de los especímenes para el correspondiente nivel de esfuerzo. Es evidente que el nivel de esfuerzo desviador juega un papel muy importante en el magnitud final de la deformación acumulada que se obtiene en los especímenes tras someterlos a carga cíclica. Además, como se puede observar en la misma figura, la acumulación de la deformación permanente presenta una parte cas instantánea; la cual es aproximadamente el 50% de la deformación total y se presenta en la primeras decenas de ciclos de aplicación de carga. A continuación el proceso de acumulación es gradual durante los siguientes 3000 ciclos y tiende después a estabilizarse.

Por otro lado, después de la aplicación de cada ciclo de carga se puede constata que parte de la deformación se recupera (deformación elástica) y parte no lo hace (deformación permanente). Al cabo de la aplicación de varios cientos de ciclos, se llega al instante en que prácticamente toda la deformación que se produce en la muestra de suelo es recuperable. Se dice entonces que el material se encuentra en un estado denominado resiliente, que se caracteriza por el módulo de resiliencia definido como el cociente entre el esfuerzo desviador aplicado y la deformación elástica. El procedimiento estándar para la determinación del módulo de resiliencia en el laboratorio (ASSHTO, Norma T-274) considera que sor suficientes 100 ciclos de aplicación de la carga para la obtención de tal módulo Lo anterior parece no ser de orden general para todo tipo de suelo, como se deduce de los ensayes que se presentan en la figura 4.1, en donde más de 2000 ciclos son necesarios para que la deformación permanente acumulable se estabilice.

Las figuras 4.2 a 4.5 muestran los resultados, para cada uno de los cuatro especímenes ensayados, obtenidos en ensaye de módulo de resiliencia (ASSHTO, Norma T-274). De los resultados se puede notar la clara dependencia que presenta el módulo de resiliencia del esfuerzo desviador aplicado y la poca influencia que tiene el esfuerzo de confinamiento en el mismo módulo. Es de importancia resaltar que el módulo de resiliencia disminuye al aumentar la

magnitud del esfuerzo desviador hasta alcanzar un nivel constante para esfuerzos mayores de 0.27 kg/cm².



Figura 4.2. Módulos de resiliencia obtenidos siguiendo el procedimiento ASSHTO, en el espécimen ensayado previamente en deformación permanente a un esfuerzo desviador de 1.00 kg/cm².



Figura 4.3. Módulos de resiliencia obtenidos siguiendo el procedimiento ASSHTO, en el espécimen ensayado previamente en deformación permanente a un esfuerzo desviador de 0.75 kg/cm².



Figura 4.4. Módulos de resiliencia obtenidos siguiendo el procedimiento ASSHTO, en el espécimen ensayado previamente en deformación permanente a un esfuerzo desviador de 0.60 kg/cm².



Figura 4.5. Módulos de resiliencia obtenidos siguiendo el procedimiento ASSHTO, en el espécimen ensayado previamente en deformación permanente a un esfuerzo desviador de 0.30 kg/cm².

La figura 4.6 presenta la comparación de los módulos de resiliencia en los cuatro especímenes ensayados para el caso particular del esfuerzo confinante nulo Pueden apreciarse en la mencionada figura dos zonas de comportamiento bier definidas: la zona 1, en donde el valor del módulo de resiliencia varía de manera intensa con el nivel de esfuerzo desviador, y la zona 2, en donde prácticamente se estabiliza y alcanza un valor constante. Es menester comentar el hecho de que el procedimiento propuesto por la ASSHTO indica un número de ciclos de cien para obtener el módulo de resiliencia. En efecto, como se aprecia en la figura de referencia, tal número de ciclos parecen suficientes para obtener el módulo de resiliencia. Sin embargo, de acuerdo con la figura 4.1, la deformación permanente no se estabiliza a un número de repeticiones de carga menor a dos mil. Lo anterior parece indicar que la deformación elástica del material efectivamente parece alcanzar un valor estable para un número de ciclos de cien, mientras que la deformación plástica sigue creciendo. Lo anterior lleva a la conclusión de que el módulo de resiliencia es independiente del número de ciclos, siempre y cuando la componente elástica del material se haya estabilizado y no tiene relación directa con el valor de la deformación plástica. A este último respecto, se deduce la inconveniencia de emplearlo en el diseño de pavimentos para limitar el valor de la deformación permanente, puesto que no existe ninguna dependencia clara entre ambos factores.



Figura 4.6. Comparación de los módulos de resiliencia obtenidos con esfuerzo confinante nulo.

4.2. ANÁLISIS DEL MODELO BAJO CARGAS CÍCLICAS.

En el capítulo precedente se calibró y validó el modelo de J. Folque, bajo condiciones de solicitud monotónicas, para el suelo en estudio. En lo que sigue se analiza la respuesta de dicho modelo bajo cargas cíclicas. La ecuación general del modelo para niveles de esfuerzo inferiores al valor de arranque v_o , de acuerdo a lo expuesto en el segundo capítulo, es la siguiente

$$\sigma = \eta \left(\stackrel{\bullet}{\epsilon} - \frac{\sigma_i}{G_1} \right) + G_2 \epsilon \dots (46)$$

en donde G₁ es la rigidez del elemento de Hooke en la unidad de Maxwell, G₂ es la rigidez del elemento de Hooke en la unidad de St. Venant, η es la viscosidad del amortiguador en la unidad de Maxwell, υ_o es la fricción del elemento de Coulomb en la unidad St. Venant, ε es la deformación unitaria, ε es la velocidad de deformación, σ es el esfuerzo aplicado y σ_i es la velocidad de aplicación de esfuerzo en la unidad izquierda del modelo de Folque (unidad de Maxwell).

Puesto que $\sigma_i = \sigma - G_2 \epsilon$, la expresión anterior puede llevarse a la forma

$$\left(1+\frac{G_2}{G_1}\right)\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{G_2}{\eta}\varepsilon=\frac{1}{G_1}\frac{d\sigma}{dt}+\frac{1}{\eta}\sigma$$
(99)

La ecuación (99) tiene dos incógnitas a determinar: ε y σ , las cuales están er función del tiempo. Tal y como está planteada la ecuación diferencial (99) no es posible darle solución; sin embargo, para resolver tal ecuación se puede introduci una función σ que representa el paso de los vehículos sobre una capa de un pavimento (representada en este caso por el modelo de J. Folque). La función debe ser tal que la carga aumente gradualmente hasta alcanzar un valor máximo σ - en un tiempo t - y después disminuya en la misma proporción con la que fue aumentando. El anterior comportamiento puede ser representado mediante una función senoidal como la siguiente

donde $\sigma(t)$ es la función de esfuerzo, σ es el valor máximo del esfuerzo aplicado (en kg/cm²), ω es la frecuencia (en seg⁻¹) y t es el tiempo (en seg).

Tomando en consideración lo anterior, la ecuación diferencial (99) puede entonces ser expresada en la forma

$$\left(1+\frac{G_2}{G_1}\right)\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{G_2}{\eta}\varepsilon = \frac{\pi\sigma\omega}{G_1}\cos\left(\frac{3}{2}\pi + 2\pi\omega t\right) + \frac{\sigma}{2\eta}\left[1+\sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2\pi\omega t\right)\right]\dots(101)$$

En el anexo 4 puede ser consultada la solución a la ecuación diferencial planteada anteriormente.

4.2.1. RESPUESTA DEL MODELO PARA UN COMPORTAMIENTO LINEAL.

Una vez que han sido obtenidas las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del modelo de J. Folque bajo cargas de corta duración, es conveniente entonces analizar dichas ecuaciones y observar su respuesta.

• INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA Y EL NIVEL DE ESFUERZO EN LA RESPUESTA DEL MODELO.

Las figuras 4.7 muestra la respuesta del modelo, en términos de deformación acumulada, cuando le es aplicado un esfuerzo de 0.50 kg/cm² con distintos valores de frecuencia (0.1, 0.5 1 y 2 ciclos por segundo). Por su parte, la figura 4.8 representa la respuesta que presenta el modelo cuando le son aplicados distintos valores de esfuerzo (0.30 y 0.60 kg/cm²) a una misma frecuencia (1 ciclo por segundo).



Figura 4.7. Respuesta del modelo de Folque para distintos valores de frecuencia y esfuerzo constante.

De las anteriores figuras se deduce que la frecuencia no presenta influencia alguna en la deformación final que alcanza el modelo. Por otra parte, resulta evidente que la deformación que presenta el modelo es función del nivel de esfuerzo al cual se someta y aumentará a medida que el esfuerzo se incremente. Esto último concuerda con la observado experimentalmente. Otro punto que es importante señalar, es el hecho de que cuando la frecuencia se incrementa, el

tiempo para alcanzar un determinado valor de deformación aumenta; lo anterior es consecuencia de que a mayores frecuencias, el tiempo de aplicación del esfuerzo es menor y por lo tanto su efecto en la deformación disminuye, por lo que se requerirá de un mayor número de aplicaciones de carga para alcanzar las mismas deformaciones que producen frecuencias menores.



Figura 4.8. Respuesta del modelo de Folque para distintos valores de esfuerzo y frecuencia constante.

• INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS G_1 , G_2 , η Y υ_0 EN EL COMPORTAMIENTO DEL MODELO.

Los parámetros que se han considerado para el análisis que sigue fueron lo determinados en el capítulo 3, de tal modo que sólo uno de ellos ha sido variad en las figuras que a continuación se muestran, con el objeto de observar se influencia tanto en la evolución de las deformaciones permanentes como en el módulo de resiliencia. Las figuras de la 4.9 a la 4.12 muestran la influencia de lo parámetros en la deformación permanente, mientras que los grupos de figuras de la 4.14 a la 4.17, y de la 4.19 a la 4.22 esquematizan su influencia en los módulo de resiliencia y de deformación, respectivamente.

A partir de la figura 4.9 puede establecerse que a medida que el elemento G_1 e cada vez más rígido, el tiempo que se requerirá para alcanza un determinad valor de deformación permanente será cada vez mayor, aunque para un tiemp muy grande las deformaciones sean las mismas. De hecho, el valor final de la deformación corresponde al nivel que se obtendría en un ensaye de fluencia par el correspondiente nivel de esfuerzo; esto significa que la deformación acumulad final es simplemente una deformación elástica retardada. Esto significa que

cuando la rigidez individual de las partículas del suelo aumenta, la velocidad de deformación decrece.



Figura 4.9. Influencia del parámetro G₁ en la evolución de la deformación permanente ocasionada por la aplicación de cargas de corta duración.



Figura 4.10. Influencia del parámetro G₂ en la evolución de la deformación permanente ocasionada por la aplicación de cargas de corta duración.

La figura 4.10 muestra la influencia del parámetro G_2 en la evolución de la deformación permanente. Como puede observarse en la referida figura, la

influencia de este elemento en la unidad de Folque es diferente a la del parámetro anteriormente comentado.; es decir, a medida que el elemento G_2 se rigidiza, la magnitud de la deformación permanente disminuye. Si recordamos que G representa el contacto entre las partículas que constituyen el suelo, se comprend de mejor manera el hecho de que cuando aumenta la rigidez de dichos contactos la estructura se hace mucho menos sensible a la deformación que pued ocasionar un determinado nivel de esfuerzo; es decir, los desplazamiento relativos de las partículas (que ocasionan el reacomodo estructural del esquelet del suelo) decrecen al aumentar el parámetro G_2 .

En la figura 4.11 está indicada la influencia del parámetro η en la deformació permanente que se presenta en la unidad de Folque para un esfuerzo cíclico. E notorio el hecho de que a mayor valor del elemento viscoso, el tiempo qu requiere la unidad de Folque para alcanzar un determinado valor de deformació será cada vez mayor; aunque, eventualmente, las tres líneas tiendan al mism valor de deformación. Es decir, que la principal influencia del aumento de l viscosidad en la deformación permanente reside en retardarla cada vez más. L anterior significa que cuando el parámetro η aumenta, el efecto de las capa adsorbidas de las partículas del suelo se manifiesta mucho más al disminuir l velocidad con la cual se desplazan las partículas entre sí.



Figura 4.11. Influencia del parámetro η en la evolución de la deformación permanente ocasionada por la aplicación de cargas de corta duración.

Para entender el efecto que el elemento v_o tiene en la evolución de la deformaciones permanentes (figura 4.12), debe recordarse que dicho parámetri representa la fricción que existente en los contactos entre partículas. Por ello cuando el valor del elemento v_o es excedido, el modelo se deforma siguiendo comportamiento del modelo de Newton; en cambio, para niveles de esfuerz

inferiores al valor de v_o , el modelo presenta un comportamiento elástico retardado. Lo anterior conduce a que los parámetros vo y G2 condicionan la deformación máxima que deberá tolerarse en la capa de suelo, de tal manera que las deformaciones permanentes sean controladas a un valor que define perfectamente la expresión (86) y evitar que crezcan de manera lineal con el tiempo. Cabe hacer en este momento la aclaración de que el comportamiento teórico del modelo permite conocer la deformación necesaria para activar el comportamiento viscoso y el tiempo necesario para que ello ocurra. Sin embargo, el comportamiento experimental muestra que los tiempos para que el valor de vo sea rebasado son mayores que los teóricos, incluso para niveles de esfuerzo de 1.1 kg/cm² (nivel con el cual se realizó un ensaye de deformación permanente con 20,000 ciclos y a una frecuencia de 1 Hz), con el cual no se llegó a exceder el valor del elemento de Coulomb en el modelo de Folque (figura 4.13). Por consecuencia, el comportamiento experimental del suelo en estudio indica que incluso para niveles cercanos al de la falla, los tiempos que deberán transcurrir para que la deformación exceda vo/G2 son muy grandes y por lo tanto se confirma el hecho de que si el suelo en estudio fuera utilizado en una capa de terracería, debería trabajarse con el modelo para esfuerzo inferiores a vo. Por otro lado, el valor v_o/G₂ es para fines prácticos una deformación que puede ser considerada de falla y por lo tanto - y con fines de aplicación - dicho valor será tomado con tal criterio.



Figura 4.12. Influencia del parámetro vo en la evolución de la deformación permanente ocasionada por la aplicación de cargas de corta duración.

En este momento es posible hacer una comparación entre las figuras de lo ensayes de fluencia (mostradas en el capítulo anterior) y la figura 4.13. Com podrá notarse, existe una similitud en cuanto al tipo de respuesta que se obtien al aplicar una carga estática y permitir la deformación de las probetas y al aplica una carga mediante una función de tipo senoidal y a una frecuencia de 1 Hz. L anterior parece indicar que un ensaye de fluencia es equivalente (en cuanto al tip de respuesta que ocasiona en el modelo) a un ensaye de carga cíclica (puest que como ya se mencionó en párrafos anteriores dentro de este capítulo, l frecuencia no tiene mayor influencia en el valor de la deformación permanente).



Figura 4.13. Ensaye de deformación permanente realizado con 20,000 ciclos y con una frecuencia de 1 ciclo/seg.

La figura 4.14 muestra la evolución del módulo de resiliencia con el número d ciclos, al variar únicamente el valor del elemento G₁ en el modelo de Folque. S puede apreciar en ella que el valor del módulo de resiliencia difiere para los tre valores dados al elemento G₁. Lo anterior indica que el parámetro G₁, relativo a rigidez de las partículas individuales, sí presenta gran influencia en el valor fina del módulo de resiliencia.

En la figura 4.15 está indicada la influencia del parámetro G_2 en el módulo de resiliencia. Como se puede apreciar, cuando el parámetro G_2 aumenta su valor, la deformación permanente es menor y se produce en un número de ciclos menor; que - como consecuencia - produce que el módulo de resiliencia aumente cuand G_2 disminuye. Ahora bien, si recordamos que en el modelo de Folque existe un transmisión gradual de esfuerzos del elemento de Maxwell al de St. Venan entonces se puede establecer que el módulo de deformación está muy ligado elemento G_2 .

De hecho, si observamos detenidamente la figura 4.18 recordaremos los esquemas de las figuras 2.5 y 2.19 que muestran el comportamiento del modelo de Folque en ensayes de fluencia, en los cuales la deformación máxima - para niveles de esfuerzo inferiores a v_o y t= ∞ - está dada por la expresión v_o/G_2 . En el caso de la figura 4.18, el equivalente de G_2 es el valor del módulo de Md y el esfuerzo está limitado por el valor de v_o . De esta forma, se establece que - para el modelo de Folque - el módulo de deformación es igual a la rigidez del elemento de Hooke en la unidad de St. Venant.



Figura 4.14. Influencia del parámetro G₁ en el módulo de resiliencia obtenido con la aplicación de cargas de corta duración.

Por su parte, en la figuras 4.16 y 4.17 están indicadas las influencias de los elementos η y υ_o en el módulo de resiliencia. Como puede notarse en ambas figuras, la influencia de tales elementos no es muy significativa en el valor final que se alcanza para el módulo de resiliencia.

En las figuras de la 4.19 a la 4.22 está esquematizada la influencia de cada uno de los parámetros del modelo de Folque en el módulo de deformación. La figura 4.18 muestra gráficamente el concepto del módulo de deformación; el cual, para efectos de este estudio se entenderá como la relación que guarda el esfuerzo aplicado a la deformación total (permanente más elástica) del material.



Figura 4.15. Influencia del parámetro G₂ en el módulo de resiliencia obtenido con la aplicación de cargas de corta duración.



Figura 4.16. Influencia del parámetro η en el módulo de resiliencia obtenido con la aplicación de cargas de corta duración.



Figura 4.17. Influencia del parámetro v_o en el módulo de resiliencia obtenido con la aplicación de cargas de corta duración.



Figura 4.18. Representación gráfica de los módulos de resiliencia y de deformación.



Figura 4.19. Influencia del parámetro G1 en el módulo de deformación.







Figura 4.21. Influencia del parámetro n en el módulo de deformación.



Figura 4.22. Influencia del parámetro vo en el módulo de deformación.

Como se puede apreciar en las figuras 4.19, 4.21 y 4.22, las influencias de G_1 , η y υ_0 no son muy significativas en el valor final del módulo de deformación. Sin embargo, el elemento G_2 sí muestra de influencia en el módulo de deformación, lo cual es evidente si se recuerdan los comentarios hechos en párrafos anteriores, cuando se comentó su influencia en el módulo de resiliencia.

EVOLUCIÓN DE LAS DEFORMACIONES PERMANENTES, DEL MÓDULO DE RESILIENCIA Y DEL MÓDULO DE DEFORMACIÓN EN EL MODELO DE J. FOLQUE.

Para simplificar el análisis será ignorada la no linealidad del parámetro η . La figura 4.23 muestra la acumulación de las deformaciones permanentes en el modelo el estudio. Es importante hacer notar que en dicha figura están representadas las deformaciones acumuladas para cuatro distintos niveles de esfuerzo, mismos que son 0.30, 0.60, 0.75 y 1.00 kg/cm².

Por su parte, la figura 4.24 muestra las gráficas obtenidas para el módulo de resiliencia a los mismos niveles de esfuerzo anteriormente mencionados. Compuede notarse en la figura a la que se hace mención, el valor del módulo que se obtiene es independiente del nivel de esfuerzo que se maneje. En tanto que para los niveles de esfuerzo correspondientes a 0.75 y 1 kg/cm², los valores tanto de módulo de resiliencia como de deformación están relacionados con el valor de la deformación permanente que presente el modelo antes de que se inicie e comportamiento viscoso.



Figura 4.23. Evolución teórica de las deformaciones permanentes en el modelo de J. Folque para cuatro esfuerzos distintos.



Figura 4.24. Valores teóricos del módulo de resiliencia en el modelo de J. Folque para cuatro niveles de esfuerzo.

Por su parte, la figura 4.25 muestra la evolución del módulo de deformación durante el proceso de simulación. Nuevamente el nivel de esfuerzo no manifiesta mayor influencia en el módulo de deformación, con la aclaración de que - al igual que para el módulo de resiliencia - su valor está determinado (para los niveles de esfuerzo de 0.75 y 1 kg/cm²) por el arranque del elemento v_o .



Figura 4.25. Valores teóricos del módulo de deformación en el modelo de J. Folque para cuatro niveles de esfuerzo.

Después de haber analizado por separado las influencias de la frecuencia, el nive de esfuerzos y de los elementos constitutivos del modelo de Folque sobre la deformación permanente, el módulo de resiliencia y el módulo de deformación pueden demostrarse las siguientes expresiones que relacionan los parámetros G y G₂ del modelo de Folque con los módulos de resiliencia y de deformación.

$$\mathbf{M}_{\mathrm{r}} = \mathbf{G}_{\mathrm{1}} \left(1 + \frac{\mathbf{G}_{\mathrm{1}}}{\mathbf{G}_{\mathrm{2}}} \right) \mathbf{y} \mathbf{M}_{\mathrm{d}} = \mathbf{G}_{\mathrm{2}}$$

Las ecuaciones anteriores expresan una dependencia del módulo de resiliencia en términos del módulo de deformación. De hecho, la expresión para expresar a primero en términos del segundo está dado, a partir de las dos relaciones anteriores, por

$$M_{r} = G_{1} \left(\frac{M_{d} + G_{1}}{M_{d}} \right)$$

Puede notarse que el efecto de que el módulo de resiliencia es directament proporcional a G1, mientras que su proporción es inversa respecto a G2 (lo anterio puede ser perfectamente observado en las figuras 4.14 y 4.15). Por otro lado, s se hace referencia a la figura 4.18, se entenderá que la magnitud de l deformación elástica retardada puede ser calculada empleando el valor de módulo de deformación (G2), mientras que para calcular deformaciones elástica en el estado estable de las curvas de evolución de deformación, debe se empleado el módulo de resiliencia. De acuerdo con lo anterior - y retomando e enfogue hacia el análisis y diseño de pavimentos - una manera de restringir l magnitud de la deformación acumulable (elástica retardada) es incrementar e valor de módulo de deformación o bien, limitar los niveles de esfuerzos que s transmiten a las capas de los pavimentos. Con este último comentario, e entonces razonable la preocupación que existe en el sector transporte po controlar las cargas máximas permisibles en los vehículos de carga que circula por las carreteras del país con objeto de disminuir los esfuerzos transmitidos a la capas de los pavimentos y con ello controlar las deformaciones y demás daño que les pueden generar.

Por otro lado, el nivel de esfuerzo queda ligado a la deformación de la siguient manera

$$\sigma = G_2 \varepsilon_t = G_2 \left(\varepsilon_p + \varepsilon_e \right) = G_2 \left(\varepsilon_p + \frac{\sigma}{M_r} \right)$$

o bien
$$\varepsilon_{p} = \frac{\sigma}{M_{d}} \left(1 - \frac{M_{d}}{M_{r}} \right)$$

En donde si se conoce el nivel de esfuerzo y los módulos de deformación y resiliencia (medibles en el laboratorio) es posible entonces predecir el monto total de la deformación acumulable. La anterior ecuación tiene la virtud de controlar a las deformaciones permanentes en términos de los elementos que se han venido discutiendo. Al parecer, y con la respectiva validación para otros tipos de materiales, la expresión anterior puede brindar muchas ventajas en el terreno práctico del diseño y análisis de pavimentos.



CAPÍTULO 5. RESUMEN Y PERSPECTIVAS DEL TRABAJO.

En los capítulos precedentes se establecieron algunos conceptos de orden general en referencia a la Reología, se mostraron dos modelos (Zeevaert y Folque) que presentan la particularidad de caracterizar a los suelos parcialmente saturados (dentro de los cuales pueden ser clasificados los suelos que son sometidos a un proceso de compactación) y se hizo una breve semblanza del análisis y diseño de los pavimentos. A continuación, se trabajó el aspecto teórico del modelo de Folque para condiciones de cargas estáticas. Lo siguiente fue la calibración y validación del modelo para un suelo en particular (obtenido de la zona residencial de Jurica, Querétaro). Finalmente, fueron analizadas las respuestas del suelo y del modelo bajo condiciones de carga cíclica; lo cual tuvo por objetivo el observar la respuesta del material tras simular las condiciones reales de solicitud a las que están expuestas las capas constitutivas de los pavimentos. Toca ahora el caso de comentar y volver a mencionar algunos aspectos del trabajo que se juzga conveniente retomar, con la finalidad de obtener conclusiones y perspectivas sobre las discusiones que durante el desarrollo del estudio han sido puntualizados.

Es notorio que en el estado actual del conocimiento en materia de diseño y análisis de pavimentos, existe mucha incertidumbre en cuanto al conocimiento de las propiedades mecánicas reales de los materiales que se emplean para su construcción. Casi podría asegurarse que sigue siendo el empirismo el principal elemento en el diseño de las capas constitutivas de los pavimentos. Sin embargo, este desconocimiento de las propiedades mecánicas ha obligado a proponer parámetros como el módulo de resiliencia con el objeto de salvar todos estas incertidumbres y lograr con ello diseños mas racionales.

Una vez que el anterior panorama fue analizado, se detectó la carencia de procedimientos de diseño y análisis que echaran mano de herramientas tan importantes como la reología. De esta manera, se buscó en la literatura un modelo que propusiera una similitud con los suelos parcialmente saturados. El resultado de la búsqueda fue la detección de dos modelos: uno propuesto por Leonardo Zeevaert y otro por J. B. Folque. El segundo fue elegido, puesto que presenta un esquema completo de respuestas para diversos tipos de solicitud y establece una metodología bien definida para la obtención de los parámetros involucrados en el modelo.

Durante el proceso de calibración y validación; se cuidaron aspectos como los efectos de pared, escala y esbeltez y la reproductibilidad de los especímenes. En esta fase del trabajo, se concluyó que rangos de dispersión de $\pm 1\%$, referidos al peso volumétrico seco y la humedad deseadas en los especímenes, eran los máximos tolerables para garantizar la comparación entre los resultados obtenidos

de los ensayes de compresión simple. Por otra parte, también se definió la manera de evitar la perdida de humedad durante el transcurso de los ensayes y mantener el rango de dispersión dentro del margen tolerable.

De los ensayes realizados a diversas velocidades de deformación, se observó que su influencia en la resistencia a la compresión simple era prácticamente despreciable (al menos para el rango de velocidades con el que se trabajó), no siendo así para la deformación a la cual se suscitaba la falla, la cual sí manifesto ser una función de la velocidad de deformación. Por su parte, de los ensayes de relajación y de fluencia se obtuvieron dos parámetros del modelo, a saber: los elementos G₂ y vo. El hecho de que el suelo presentara un comportamiento no lineal fue detectado en los ensayes de fluencia. En efecto, tales pruebas mostraron una diferencia de magnitud en cuanto los tiempos en los que se debería haber logrado la transición de un comportamiento de tipo elástica retardado a uno viscoso; efecto producido muy probablemente el hecho de que e parámetro n resultó ser una función de la velocidad de deformación. Sin embargo la calibración completa del modelo de Folque fue realizada mediante un análisi paramétrico; a partir del cual fueron determinados los otros dos elementos de modelo: los parámetros G1 y n. Pese a las diferencias encontradas entre e comportamiento experimental del suelo y el comportamiento teórico del modelo, le interesante es que efectivamente es posible reproducir el comportamiento básica del material (figuras de la 3.28 a la 3.33). Por otro lado, el realizar el análisis po separado de las dos unidades constitutivas del modelo de Folque (la unidad de Maxwell y la de St. Venant) permitió concluir que el suelo estudiado (arcilla CH, de origen lacustre) efectivamente presenta un comportamiento primordialmente de tipo viscoelástico. Otro factor que se juzga de importancia - y sobre todo para efectos de aplicación práctica del modelo - estriba en el hecho de que al compara los resultados obtenidos en este trabajo con los realizados por J. B. Folque casualmente se trabajaron dos materiales que manifiestan comportamiento distintos. Es decir, por un lado se tiene al material de Jurica, el cual presenta u comportamiento de tipo viscoelástico, mientras que el material que trabajó Folgupresenta un comportamiento principalmente de tipo elastoplástico.

Las anteriores observaciones sitúan al modelo de Folque en una situación ventajosa para utilizarlo como modelo representativo de cada una de las capa que constituyen a los pavimentos.

Otro detalle importante que se detectó del análisis de los ensayes de relajación y de fluencia estriba en el hecho de que, puesto que los esfuerzos a los cuales so sometidas las capas de un pavimento son relativamente bajos y a que los tiempo que deben transcurrir para que se de una redistribución de esfuerzos de la unidad de Maxwell a la de St. Venant - en el modelo de Folque - son muy grandes, a aplicarlo en el análisis de deformaciones permanentes se empleará el caso para e cual el modelo trabaja para niveles de esfuerzo inferiores a v_0 . Por otro lado, debe recordarse el hecho de que al hablar de pavimentos, las deformaciones que se generan durante su vida útil son clasificadas como pequeñas; por lo que llegar a valores teóricos del 3.3% (como es el caso en el suelo de Jurica) es simplemente inadmisible.

El último punto que se abordó en este trabajo fue observar las respuestas experimental del suelo en estudio y teórica del modelo de Folque. En cuanto al material de Jurica, el análisis de su comportamiento generó conclusiones como el hecho de que un ensaye cíclico reproduce la respuesta de un ensaye de fluencia (conclusión que es aplicable indistintamente, tanto para el suelo estudiado como para el modelo). Por otro lado, se concluyó que el nivel de esfuerzo desviador tiene importancia fundamental en el valor de la deformación de tipo plástica (permanente) que se genera y que la frecuencia no manifiesta influencia alguna en el valor de tales deformaciones, pero que sí tiene que ver con el tiempo en el que se generan. Así mismo, En los ensaves realizados al suelo (de deformación permanente - bajo carga cíclica - y de módulo de resiliencia), pudo notarse el hecho de que el esfuerzo desviador determina la magnitud de las deformaciones permanentes y del módulo de resiliencia; mientras que el nivel de esfuerzo de confinamiento no tiene injerencia alguna en el valor final del módulo de resiliencia. Esto último permite que en el laboratorio se más práctico determinar dicho módulo mediante un ensaye de compresión simple (cíclico).

Por su parte, el análisis del modelo bajo cargas repetidas permitió determinar que el elemento más importante para efectos de análisis de pavimentos, resultó ser el parámetro G_2 ; el cual resultó ser equivalente al módulo de deformación (toda vez que la deformaciones permanentes se han estabilizado), definido como la relación del esfuerzo aplicado a la deformación total (es decir, la deformación que se obtiene en un ensaye de fluencia - o de tipo cíclico - una vez que el proceso de deformación llega a un nivel de estabilización). Además, se propuso una expresión para el módulo de resiliencia en términos del módulo de deformación (G_2) y del parámetro G_1 del modelo de Folque; así como otra para calcular la deformación permanente en términos de los mencionados parámetros y del nivel de esfuerzo.

Otro comentario que se realizó a la luz de los resultados de esta última fase del trabajo, giró en torno a la manera en que el procedimiento sugerido por la ASSHTO determina el módulo de resiliencia. Al parecer, la propuesta de dicho organismo fue de tipo arbitrario y no está justificada por un estudio serio de deformaciones diferidas en el tiempo, como lo amerita. En efecto, respecto a este ultimo punto, es importante que en lo sucesivo se conjuguen dos aspectos importantes en el diseño de los pavimentos: por una parte la evolución de las deformaciones permanentes en las capas constitutivas de los pavimentos, y por otra la evolución del módulo de resiliencia. Se cree que, al igual que en el cálculo de asentamientos y por los resultados que se obtuvieron en este trabajo, existe una relación estrecha que liga invariablemente la deformación con el módulo de

resiliencia y con el módulo de deformación; por lo que un análisis más racional y serio en cuanto a pavimentos se refiere, exige un estudio de los tres factores po igual.

Todo el trabajo anterior permite establecer un marco teórico para el análisis y diseño de pavimentos, en donde se ha retomado a la Reología como punta de lanza para tal objeto. Salta a la vista entonces, que el modelo que fue utilizado para este estudio es capaz de reproducir y predecir el comportamiento del suelo con el que se trabajó en condiciones estáticas (recuérdense la figuras en donde se esquematizaron los comportamientos teóricos y experimentales en ensayes de compresión simple). Más aún, el modelo puede reproducir el comportamiento bajo cargas cíclicas. Por tales razones, puede concluirse que la hipótesis fundamenta de este trabajo ha quedado comprobada, toda vez que fue posible representar e comportamiento del suelo de Jurica mediante un modelo reológico.

Sin embargo, es importante que las limitaciones de este estudio sean señaladas La principal de ellas viene como consecuencia del grado de compactación y la humedad para los cuales fueron obtenidos los parámetros del modelo, aunque el su oportunidad fue justificado tal punto. Otra limitante del presente estudio estriben el hecho de que el análisis teórico que se realizó para condiciones de carga cíclica no contempla el comportamiento no lineal del parámetro η. Es posible, si llegar a la afirmación, de que considerando tal situación el modelo pueda presentar una mayor aproximación entre los tiempos teóricos y experimentales e los que ocurren las deformaciones elásticas retardadas.

Aunque únicamente se obtuvieron los parámetros del modelo de Folque para u material y una condición de peso volumétrico seco y humedad, el procedimiento la metodología seguida en este estudio pueden ser empleadas para futuro estudios encaminados a calibrar y validar el modelo para otros materiales y otra condiciones. Un estudio que indudablemente valdría la pena realizar y quampliaría la aplicación del modelo de Folque, sería el de averiguar la variación de sus parámetros con el contenido de agua o bien del grado de saturación del sueción parámetro que requiere de equipos sofisticados y ensayes muy delicados para s confiable obtención y que además lo sitúan en desventaja clara desde el punto de vista práctico; y en la inteligencia de que dicho parámetro guarda una relació tanto con el contenido de agua como con el grado de saturación.

Con todo lo anterior, el presente trabajo tiene un matiz original en el sentido d que la Reología no ha sido empleada dentro de estudio de los pavimentos, co excepción de su aplicación al estudio de la carpeta asfáltica. Por otra parte, e modelo no emplea a la succión como factor para poder determinar el estado d esfuerzos y deformaciones del material; situación que se considera una ventaj desde el punto de vista práctico, como ya fue comentado en párrafos anteriores. Para concluir, se advierte en el modelo de Folque un potencial que valdría la pena explorar con más detalle, y del cual la aplicación al cálculo de deformaciones permanentes en capas de pavimentos puede ser sólo una pequeña fracción.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES.

Las conclusiones que se obtuvieron del presente trabajo se enumeran a continuación:

- La influencia de la velocidad de deformación es prácticamente despreciable en el rango de velocidades de trabajado - en la resistencia a la compresión simple.
- La velocidad de deformación tiene influencia en el valor de la deformación en la falla, en ensayes de compresión simple.
- El suelo estudiado presenta una no linealidad en su comportamiento, presente principalmente en el parámetro η.
- El comportamiento del suelo estudiado es principalmente viscoelástico.
- El modelo de Folque, originalmente calibrado para un suelo con comportamiento predominantemente elastoplástico, también reproduce con mucha aproximación el comportamiento del suelo estudiado (CH de origen lacustre).
- Es posible que el modelo de Folque pueda ser utilizado para caracterizar las diferentes capas que conforman a un pavimento.
- El caso del modelo de Folque que puede ser empleado en el análisis de pavimentos, es el que contempla esfuerzos que no exceden el valor de υ_o. Lo anterior debido a que el tiempo que se necesita para que se de la redistribución de esfuerzos en el modelo es muy grande y a que en pavimentos las deformaciones que se aceptan durante su vida útil son clasificadas como "pequeñas".
- El esfuerzo desviador tiene importancia fundamental en el valor de la deformación plástica.
- La frecuencia no tiene influencia alguna en el valor final de la deformación generada por un proceso de carga cíclico.
- El esfuerzo desviador influye en la magnitud del módulo de resiliencia.
- El esfuerzo de confinamiento no influye en el valor del módulo de resiliencia.

- El parámetro G₂ resultó ser equivalente al módulo de deformación.
- Se propone que en lo sucesivo, el análisis de pavimentos se realice tomand en consideración los tres factores estudiados en este trabajo: la deformació permanente acumulada, el módulo de resiliencia y el módulo de deformación.
- El modelo no sólo puede simular la respuesta del suelo en condicione estáticas, sino que también lo logra bajo condiciones de solicitación cíclica.

ANEXO 1.

GRÁFICAS DE ENSAYES.













Figura A.1.3. Influencia del contenido de agua en la resistencia a la compresión simple a velocidad de deformación constante.



Figura A.1.4. Influencia del contenido de agua en la resistencia a la compresión simple a velocidad de deformación constante.



Figura A.1.5. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=30% y v=5mm/min.



Figura A.1.6. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=30% y v=0.1mm/min.



Figura A.1.7. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=26% y v=5mm/min.



Figura A.1.8. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1376 kg/m³, w=26% y v=0.1mm/min.











Figura A.1.11. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1510 kg/m³, w=24% y v=5mm/min.



Figura A.1.12. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d =1510 kg/m³, w=24% y v=1mm/min.







Figura A.1.14. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1317 kg/m³, w=24% y v=5mm/min.



Figura A.1.15. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1317kg/m³, w=24% y v=1mm/min.



Figura A.1.16. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores de γ_d=1317 kg/m³, w=24% y v=0.1mm/min.



Figura A.1.17. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376 kg/m³, w=26% y velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.18. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376 kg/m³, w=26% y velocidad de deformación de 1 mm/min.



Figura A.1.19. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1376 kg/m³, w=26% y velocidad de deformación de 0.1 mm/min.



Figura A.1.20. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1376 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.21. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 1 mm/min.



Figura A.1.22. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 0.1 mm/min.



Figura A.1.23. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1510 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.24. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1510 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 1 mm/min.



Figura A.1.25. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1510 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 0.1 mm/min.



Figura A.1.26. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1317 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.27. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1317 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 1 mm/min.



Figura A.1.28. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1317 kg/m³, w=24% y velocidad de deformación de 0.1 mm/min.











Figura A.1.31. Variación de la deformación al 50% del esfuerzo de falla respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.32. Variación de la deformación al 50% del esfuerzo de falla respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 0.1 mm/min.



Figura A.1.33. Variación del Módulo M_{50%} de deformación respecto al peso volumétrico seco, a velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.34. Variación del Módulo M_{50%} de deformación respecto al peso volumétrico seco, a velocidad de deformación de 0.1 mm/min.



Figura A.1.35. Variación del Módulo M_{50%} de deformación respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 5 mm/min.



Figura A.1.36. Variación del Módulo M_{50%} de deformación respecto al contenido de agua, a velocidad de deformación de 0.1 mm/min.







Figura A.1.38. Influencia de la velocidad de esaye en la deformación al 50% de la resistencia en la falla (obtenida en ensayes de compresión simple), en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=24%.



Figura A.1.39. Influencia de la velocidad de ensaye en la deformación al 50% de la resistencia en la falla (obtenida en ensayes de compresión simple), en probetas con γ_d =1510 kg/m³ y w=24%.



Figura A.1.40. Influencia de la velocidad de ensaye en la deformación 50% de la resistencia en la falla (obtenida en ensayes de compresión simple), en probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24%.



Figura A.1.41. Influencia de la velocidad de ensaye en el Módulo $M_{50\%}$ de deformación (obtenido en pruebas de compresión simple), en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=26%.



Figura A.1.42. Influencia de la velocidad de ensaye en el Módulo $M_{50\%}$ de deformación (obtenido en pruebas de compresión simple), en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=24%.







Figura A.1.44. Influencia de la velocidad de ensaye en el Módulo $M_{50\%}$ de deformación (obtenido en pruebas de compresión simple), en probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24%.



Figura A.1.45. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376kg/m³, w=30% y velocidad de deformación de 2.5 mm/min.



Figura A.1.46. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d =1376kg/m³, w=30% y velocidad de deformación de 0.75 mm/min.



Figura A.1.47. Curvas esfuerzo-deformación de especímenes ensayados con γ_d=1376kg/m³, w=30% y velocidad de deformación de 0.4 mm/min.



Figura A.1.48. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores γ_d =1376kg/m³, w=30% y v=2.5 mm/min.


Figura A.1.49. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores γ_d=1376kg/m³, w=30% y v=0.75 mm/min.



Figura A.1.50. Dispersión en los valores de resistencia a la compresión simple para valores γ_d=1376kg/m³, w=30% y v=0.4 mm/min.



ANEXO 2.

ANÁLISIS ESTADÍSTICO.



La tabla A.2.1 es un resumen de los ensayes de compresión simple realizados en probetas con un peso volumétrico seco de 1376 kg /m³ y humedad del 30%, que mantuvieron variaciones respecto a peso volumétrico seco y humedad en los rangos de -0.65 a 1.09 y de -1.33 a 3.33, respectivamente. En ella aparecen los mencionados valores de variación respecto a los parámetros señalados.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	1.84	30.70	1369	2.33	-0.51
2	1.90	31.00	1367	3.33	-0.65
3	2.00	30.17	1379	0.57	0.22
4	2.08	29.95	1381	-0.17	0.36
5	2.10	30.50	1376	1.67	0.00
6	2.24	30.30	1378	1.00	0.15
7	2.36	29.60	1391	-1.33	1.09
8	2.35	30.05	1381	0.17	0.36
9	2.08	29.80	1377	-0.67	0.07
10	2.08	30.10	1375	0.33	-0.07
11	1.98	30.10	1380	0.33	0.29
12	1.95	30.50	1375	1.67	-0.07
13	1.87	30.60	1375	2.00	-0.07

Tabla A.2.1. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%.

Con la anterior información, se realizó un análisis estadístico de los datos - para lo cual se emplearon varias técnicas estadísticas - cuyo objetivo fue el de verificar que los valores de resistencia medidos en ensayes de compresión simple (q_u) se podían ajustar razonablemente a una distribución normal, de tal manera que con sus valores estimados de media y desviación estándar se pudieran determinar los niveles de confianza logrados con el manejo de tamaños distintos de muestra.

Con los datos de la tabla A.2.1. se obtuvieron las frecuencias relativas acumuladas que aparece en la tabla A.2.2 y se estimaron los valores de la media y de la desviación estándar, las cuales resultaron de 2.064 y 0.169 respectivamente.

Por otro lado, con los datos de la tabla A.2.2. fue posible entonces graficar el histograma de frecuencias acumuladas de los ensayes de compresión simple. El mencionado histograma aparece en la figura A.2.1.

Para realizar el estudio estadístico de la información presentada en la tabla A.2.1. se debía establecer primero con qué distribución se trabajaría en lo sucesivo. Para tal efecto, se verificó la posibilidad de que los datos referidos pudieran ser representados mediante una distribución normal; para lo cual se siguieron los

siguientes pasos [ref. 5]: 1) graficar los datos en escala de probabilidad "normal" (Probability paper), 2) hacer un ajuste los datos a una distribución normal y calcular los parámetros básicos de media y varianza, y 3) verificar la bondad de ajuste, del paso anterior, utilizando la prueba de Kolmorogov-Smirnov.

resistencia (kg/cm²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
1.84	1	1	0.0769
1.87	1	2	0.1538
1.90	1	3	0.2308
1.95	1	4	0.3077
1.98	1	5	0.3846
2.00	1	6	0.4615
2.08	3	9	0.6923
2.10	1	10	0.7692
2.24	1	11	0.8462
2.35	1	12	0.9231
2.36	1	13	1.0000

Tabla A.2.2. Tabla de frecuencias relativas acumuladas.



Figura A.2.1. Histograma de frecuencias acumuladas de los ensayes de compresión simple.

Los tres anteriores pasos fueron realizados con el paquete STATGRAPHICS (versión 2.1) y los resultados que arrojó mostraron la conveniencia de emplear la

distribución normal para realizar el análisis estadístico de los datos mostrados en la tabla A.2.1. A continuación son descritos los pasos anteriores y también son mencionadas las rutinas del mencionado paquete que se emplearon para cada uno de ellos.

- 1. graficar los datos en escala "normal" (Probability paper), lo cual consiste en representar gráficamente los puntos de resistencia vs frecuencia relativa acumulada con una escala adecuada de ordenadas. Dicha escala es obtenida a partir de la función de distribución normal, de tal manera que la función bajo la nueva escala de ordenadas quede representada con una línea recta. Por otro lado, también es condición del método que la línea recta pase por los puntos cuyas coordenadas son: el valor de la media contra el 50% y por el valor de la media más la desviación estándar contra el 84%. Para tal efecto, se empleó la rutina de ESTIMATION AND TESTING y a continuación la NORMAL PROBABILITY PLOT. De este paso se tuvo una primera aproximación "visual" que indicó una razonable similitud a la distribución normal (figura A.2.2).
- 2. ajuste a una distribución normal, lo cual consiste en verificar el ajuste de los datos con la curva de la función distribución normal teórica. Esto fue hecho con la rutina DISTRIBUTION FUNCTIONS y a continuación DISTRIBUTION FITTING. Con la anterior rutina se obtuvieron los estimados de la media (2.064) y la desviación estándar (0.169) para la población normal (figura A.2.1).
- hacer una prueba de bondad de ajuste (prueba de Kolmorogov-Smirnov), la cual consiste básicamente en los siguientes pasos:
 - a) calcular los valores de la función de distribución F(x) (frecuencia relativa acumulada) de la muestra,
 - b) determinar la desviación máxima

$$a = \max \overline{F}(x) - F(x)$$

entre F(x) y F(x), en donde F(x) es la función de distribución teórica.

- c) escoger un nivel de significancia α (5%, 1% o cualquier otro), y
- d) determinar la solución c de la ecuación

en donde si $a \le c$ la hipótesis no es rechazada y si a > c la hipótesis es rechazada. Este paso es posible hacerlo mediante la rutina NON PARAMETRIC METHODS. La tabla A.II.3 presenta los datos obtenidos con la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

x	- F(x)	x-2.0638	x - 2.0638 0.1686	$\Phi\left[\frac{X-2.0638}{0.1686}\right]$	a1	a ₂
1.84	0.0769	-0.2238	-1.3274	0.09	0.09	0.01
1.87	0.1538	-0.1938	-1.1495	0.13	0.05	0.02
1.90	0.2308	-0.1638	-0.9715	0.17	0.02	0.06
1.95	0.3077	-0.1138	-0.6750	0.25	0.02	0.06
1.98	0.3846	-0.0838	-0.4970	0.31	0.00	0.07
2.00	0.4615	-0.0638	-0.3784	0.35	0.03	0.11
2.08	0.6923	0.0162	0.0961	0.54	0.08	0.15
2.10	0.7692	0.0362	0.2147	0.58	0.11	0.19
2.24	0.8462	0.1762	1.0451	0.85	0.08	0.00
2.35	0.9231	0.2862	1.6975	0.96	0.11	0.04
2.36	1.0000	0.2962	1.7568	0.96	0.04	0.04

Tabla A.2.3. Tabla de cálculo para la prueba de bondad de ajuste (prueba de Kolmogorov-Smirnov).



Figura A.2.2. Valores de resistencia graficados en papel de probabilidad normal.

De este modo, el valor de *a* (que es la máxima desviación absoluta) es de 0.19. Además, con un valor de α de 5% y el tamaño de muestra n=13, se tiene que:

Con los anteriores datos se obtiene que el valor de c es de 0.361, con lo que a < c por lo que los datos de la tabla A.2.1 pueden ser representados con una distribución normal.

Como conclusión de los tres pasos anteriores, se concluyó entonces que los datos mostrados en la tabla A.2.1 pudieron ser representados con la función de distribución normal de manera razonable.

Lo siguiente fue verificar el hecho de que el número de datos de la muestra es suficiente para ser confiables los datos obtenidos a partir de ellos. Lo anterior se realizó con el paquete STATGRAPHICS, empleando la rutina ADVANCED PROCEDURES y la subrutina SAMPLING con la opción SAMPLE SIZE-NORMAL MEANS. Con él se hicieron varias corridas y los resultados son mencionados a continuación:

corrida 1:	H0=2.06	HA=1.85
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.006
número de observ	s=0.169 vaciones=13	HA: NE
corrida 2:	H0=2.06	HA=2.27
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.006
número de observ	s=0.169 vaciones=13	HA: NE
corrida 3:	H0=2.06	HA=1.96
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.4312

número de observ	s=0.169 aciones=13	HA: NE
corrida 4:	H0=2.06	HA=2.16
se rechaza H0	Error tipo I α=0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.4312
	s=0.169	HA: NE

número de observaciones=13

Los valores de la hipótesis alterna que aparecen en las corridas 1 y 2 representan los valores de la media \pm el 10% de su valor. Dicho porcentaje representa el máximo valor de dispersión que se tolera en ensayes de compresión simple, de acuerdo con el trabajo de tesis de maestría de Salomón Sedano [ref. 6]. De esta forma es posible observar - de los resultados de las mencionadas corridas - que el número de ensayes de la muestra fue mas que suficiente y que dentro del rango de la media \pm el 10% de su valor es posible tener un error del 0.6% de aceptar un valor erróneo de la media de 2.06 kg/cm², cuando en realidad el valor es otro (hipótesis alterna).

Por otro lado, en las corridas 3 y 4 están analizados los casos en los que la hipótesis alterna representa el valor de la media \pm el 5% de su valor; con lo que se obtiene un error tipo II del 43% si se mantiene fijo el número de observaciones. Lo anterior quiere decir que existe una posibilidad del 43% de aceptar la hipótesis nula cuando es la incorrecta.

De los anteriores comentarios se concluye que el número de ensayes realizados son los suficientes como para avalar los resultados que se obtuvieron de ellos. Además, debe notarse que el 10% del valor de la media (recomendado por S. Sedano) obtenida a partir de los datos es mucho mayor que la propia desviación estándar. Otro comentario que quizá sea importante, y un tanto al margen del análisis estadístico, es el hecho de que valores de resistencia de 1.85, 1.96, 2.06 y 2.16 kg/cm² representan el mismo valor de resistencia desde el punto de vista práctico. Sin embargo, no hay que olvidar las implicaciones que tienen dispersiones mayores de la resistencia en el cálculo y diseño de elementos estructurales y en la determinación de factores de seguridad, las cuales son abordadas y muy bien analizadas en el trabajo de S. Sedano.

Todo lo que ha sido comentado y analizado hasta ahora, ha sido referente a los datos obtenidos en probetas con una humedad de compactación y peso

volumétrico seco de 30% y 1376 kg/m³. A continuación serán analizados los datos que fueron obtenidos en probetas con humedades de 26 y24% y pesos volumétricos secos correspondientes a 1317, 1376 y 1510 kg/m³.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	3.83	23.90	1336	-0.40	-2.90
2	4.41	23.90	1375	-0.40	-0.07
3	4.35	24.38	1382	1.58	0.40
4	3.5	23.72	1352	-1.17	-1.77
5	3.82	24.20	1386	0.80	0.70
6	3.94	24.07	1391	0.30	1.09
7	3.39	24.59	1382	2.50	0.44
8	3.47	24.32	1369	1.33	-0.50
9	3.36	24.14	1372	0.58	-0.30
10	3.81	23.87	1377	-0.54	0.08
11	3.26	24.02	1376	0.08	0.01
12	3.28	23.77	1370	-0.96	-0.40
13	3.24	24.37	1345	1.50	-2.20
14	3.00	23.47	1331	-2.20	-3.30
15	3.58	24.10	1382	0.40	0.40
16	3.61	25.10	1378	0.40	0.10

Tabla A.2.4. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=24%.

La tabla A.2.4. A.2.5, A.2.6 y A.2.7 muestran los datos obtenidos en los ensayes de compresión simple realizados con probetas con pesos volumétricos secos de 1376 kg/m³ y humedades de 24 y 26%, 1317 y 1510 kg/m³ con humedad de 24%, respectivamente.

Por su parte, las tablas A.2.8, A.2.9, A.2.10 y A.2.11 muestran los valores de las frecuencias relativas acumuladas que aparecen en las tablas anteriores, y se estimaron los valores de las medias y desviaciones estándar, las cuales están indicadas en la tabla A.2.12.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	3.32	26.20	1377	0.70	0.07
2	3.41	25.60	1368	-1.40	-0.60
3	3.33	26.17	1370	0.70	-0.40
4	3.50	26.10	1375	0.40	-0.07
5	3.30	25.30	1387	-2.57	0.86
6	3.25	25.69	1399	-1.19	1.64
7	3.07	25.40	1377	-2.35	0.10
8	2.84	26.70	1372	2.80	-0.30
9	2.80	26.60	1376	2.30	0.01
10	2.78	26.30	1379	1.15	0.21
11	2.95	26.09	1387	0.35	0.79
12	2.60	26.35	1359	1.30	-1.20
13	2.90	25.62	1374	-2.50	-0.14
14	2.94	25.99	1378	-0.06	0.17
15	2.91	26.24	1375	0.92	-0.04
16	2.74	26.77	1374	2.69	-0.14
17	2.47	26.70	1361	2.50	-0.40
18	2.72	26.54	1369	2.00	-0.50
19	2.59	26.55	1366	2.10	-0.70
20	2.73	26.28	1363	1.00	-0.90
21	3.01	25.73	1369	-1.00	-0.50
22	3.13	25.50	1372	-2.00	-0.30
23	3.22	26.06	1393	0.20	1.20
24	2.89	26.60	1390	2.30	1.00
25	2.56	26.20	1369	0.80	-0.50

Tabla A.2.5. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=26%.

Ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	2.77	24.37	1309	1.50	-0.64
2	2.64	24.00	1304	-0.01	-0.99
3	2.98	24.09	1319	0.37	0.14
4	2.64	24.43	1307	1.80	-0.73
5	2.57	24.35	1311	1.46	-0.42
6	2.75	24.33	1330	1.37	0.99
7	2.84	23.90	1330	-0.40	0.99
8	2.97	23.84	1321	-0.67	0.30
9	2.86	24.43	1328	1.80	0.80
10	2.57	24.57	1317	2.30	0.03
11	2.55	24.20	1320	0.80	0.19
12	2.72	24.10	1321	0.40	0.30
13	2.67	24.10	1328	0.50	0.80
14	2.19	24.67	1308	2.80	0.70
15	2.69	23.90	1313	-0.20	-0.30

Tabla A.2.6. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24%.

Ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	7.08	23.64	1511	-1.50	0.04
2	6.76	24.20	1509	0.83	-0.09
3	6.24	24.29	1508	1.20	-0.25
4	6.19	24.13	1513	0.54	0.20
5	6.29	24.02	1500	0.08	-0.66
6	6.49	23.61	1510	-1.60	0.02
7	5.80	24.72	1508	3.00	-0.13
8	6.42	23.76	1502	-1.00	-0.55
9	5.92	24.47	1501	1.96	-0.60
10	6.05	24.02	1504	0.10	-0.42
11	5.96	24.59	1504	2.50	-0.40

Tabla A.2.7. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1510 kg/m³ y w=24%.

resistencia	frecuencia	frecuencia	frecuencia
(kg/cm ²)		acumulada	relativa acumulada
3.00	1	1	0.0625
3.24	1	2	0.1250
3.26	1	3	0.1875
3.28	1	4	0.2500
3.36	1	5	0.3125
3.39	1	6	0.3750
3.47	1	7	0.4375
3.50	1	8	0.5000
3.58	1	9	0.5625
3.61	1	10	0.6250
3.81	1	11	0.6875
3.82	1	12	0.7500
3.83	1	13	0.8125
3.94	1	14	0.8750
4.35	1	15	0.9375
4.41	1	16	1.0000

Tabla A.2.8. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para probetas con $\gamma_{\rm d}{=}1376~{\rm kg/m^3}$ y w=24%.

resistencia	frecuencia	frecuencia	frecuencia relativa acumulada
2 47	1	1	0.0400
2.56	1	2	0.0800
2.59	1	3	0.1200
2.60	1	4	0.1600
2.72	1	5	0.2000
2.73	1	6	0.2400
2.74	1	7	0.2800
2.78	1	8	0.3200
2.80	1	9	0.3600
2.84	1	10	0.4000
2.89	1	11	0.4400
2.90	1	12	0.4800
2.91	1	13	0.5200
2.94	1	14	0.5600
2.95	1	15	0.6000
3.01	1	16	0.6400
3.07	1	17	0.6800
3.13	1	18	0.7200
3.22	1	19	0.7600
3.25	1	20	0.8000
3.30	1	21	0.8400
3.32	1	22	0.8800
3.33	1	23	0.9200
3.41	1	24	0.9600
3.50	1	25	1.0000

Tabla A.2.9. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para probetas con $\gamma_{\rm d}{=}1376~{\rm kg/m^3}$ y w=26%.

resistencia (kg/cm²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
2.19	1	1	0.0667
2.55	1	2	0.1333
2.57	2	4	0.2667
2.64	2	6	0.4000
2.67	1	7	0.4667
2.69	1	8	0.5333
2.72	1	9	0.6000
2.75	1	10	0.6667
2.77	1	11	0.7333
2.84	1	12	0.8000
2.86	1	13	0.8667
2.97	1	14	0.9333
2.98	1	15	1.0000

Tabla A.2.10. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24%.

resistencia (kg/cm²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
5.80	1	1	0.0909
5.92	1	2	0.1818
5.96	1	3	0.2727
6.05	1	4	0.3636
6.19	1	5	0.4545
6.24	1	6	0.5454
6.29	1	7	0.6363
6.42	1	8	0.7272
6.49	1	9	0.8181
6.76	1	10	0.9090
7.08	1	11	1.0000

Tabla A.2.11. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para probetas con γ_d =1510 kg/m³ y w=24%.

humedad (%)	peso vol. seco (kg/m ³)	media de q _u (kg/cm²)	desv.est. de q _u (kg/cm ²)
24	1317	2.694	0.1877
	1376	3.616	0.393
	1510	6.291	0.382
26	1376	2.958	0.287
30	1376	2.064	0.169

Tabla A.2.12. Valores de resistencia media y desviación estándar en probetas sometidas a compresión simple.



Figura A.2.3. Histograma de frecuencias acumuladas de las probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=24%, ensayadas en compresión simple.



Figura A.2.4. Valores de resistencia de probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=24% graficados en papel de probabilidad normal.



Figura A.2.5. Histograma de frecuencias acumuladas de las probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=26%, ensayadas en compresión simple.



Figura A.2.6. Valores de resistencia de probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=26% graficados en papel de probabilidad normal.



Figura A.2.7. Histograma de frecuencias acumuladas de las probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24%, ensayadas en compresión simple.



Figura A.2.8. Valores de resistencia de probetas con γ_d =1317 kg/m³ y w=24% graficados en papel de probabilidad normal.



Figura A.2.9. Histograma de frecuencias acumuladas de las probetas con γ_d =1510 kg/m³ y w=24%, ensayadas en compresión simple.



Figura A.2.10. Valores de resistencia de probetas con γ_d =1510 kg/m³ y w=24% graficados en papel de probabilidad normal.

A partir de los resultados mostrados en las anteriores tablas y figuras, puede notarse que prácticamente en todos los grupos de probetas se obtuvo una desviación estándar menor o igual al 10% recomendado por S. Sedano. Unicamente, el grupo de probetas con peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y contenido de agua del 30% mostraron una desviación ligeramente mayor, que bien puede darse por buena. Además, es muy notaria la similitud que muestran los histogramas de frecuencias acumuladas con la curva teórica de distribución normal y, por otra parte, si se observan las figuras correspondientes a la representación de los valores de resistencia en papel normal de probabilidad, se notará un buen ajuste entre los puntos con la línea correspondiente a la curva teórica de distribución normal. Lo siguiente es someter a cada uno de los grupos de probetas a la prueba de Kolmogorov-Smirnov y checar la bondad de ajuste.

En las tablas A.2.13, A.2.14, A.2.15 y A.2.16 están indicadas las pruebas de bondad de ajuste, de cada uno de los grupos de probetas, mediante el método de Kolmogorov-Smirnov.

x	- F(x)	x-3.6156	<u>x - 3.6156</u> 0.3926	$\Phi\left[\frac{X-3.6156}{0.3926}\right]$	a ₁	a ₂
3.00	0.0625	-0.6156	-1.5679	0.06	0.06	0.00
3.24	0.1250	-0.3756	-0.9566	0.17	0.11	0.04
3.26	0.1875	-0.3556	-0.9057	0.18	0.05	0.01
3.28	0.2500	-0.3356	-0.8547	0.20	0.01	0.05
3.36	0.3125	-0.2556	-0.6510	0.26	0.01	0.05
3.39	0.3750	-0.2256	-0.5746	0.28	0.03	0.10
3.47	0.4375	-0.1456	-0.3708	0.36	0.02	0.08
3.50	0.5000	-0.1156	-0.2944	0.39	0.05	0.11
3.58	0.5625	-0.0356	-0.0907	0.46	0.04	0.10
3.61	0.6250	-0.0056	-0.0143	0.50	0.06	0.13
3.81	0.6875	0.1944	0.4951	0.69	0.06	0.00
3.82	0.7500	0.2044	0.5206	0.70	0.01	0.05
3.83	0.8125	0.2144	0.5461	0.71	0.04	0.10
3.94	0.8750	0.3244	0.8262	0.80	0.01	0.08
4.35	0.9375	0.7344	1.8705	0.97	0.09	0.03
4.41	1.0000	0.7944	2.0233	0.98	0.04	0.02

Tabla A.2.13. Prueba de bondad de ajuste en probetas con γ_d =1376kg/m³ y w=24%.

De la tabla A.2.13 se tiene que el valor de *a* es de 0.13. Nuevamente, se toma un valor de α de 5% y como el tamaño de la muestra fue de 16, resulta que:

Con estos datos, el valor que se obtiene para c es de 0.327, con lo que a < c por lo que los datos indicados en la tabla de referencia pueden ser representados aproximadamente con una distribución normal.

Por su parte, de las tablas A.2.14, A.2.15 y A.2.16 se tiene que los valores respectivos de *a* son 0.11, 0.15 y 0.14. Si se respeta el valor de α de 5% y se tiene en cuenta que los tamaños de las muestras fueron de 25, 15 y11, entonces al recordar que:

pueden determinarse los valores correspondientes a c, los cuales resultaron de 0.264, 0.338 y 0.391. Con lo anterior, se cumple que a < c y entonces puede concluirse que las muestras pueden ser representadas mediante la distribución normal de probabilidad con una buena aproximación.

		× 2.0594	x - 2.9584	x - 2.9584		
x	F(x)	X-2.9504	0.2873	0.2873	a ₁	a ₂
2.47	0.0400	-0.4884	-1.7000	0.04	0.04	0.00
2.56	0.0800	-0.3984	-1.3868	0.08	0.04	0.00
2.59	0.1200	-0.3684	-1.2824	0.10	0.02	0.02
2.60	0.1600	-0.3584	-1.2476	0.11	0.01	0.05
2.72	0.2000	-0.2384	-0.8298	0.20	0.04	0.00
2.73	0.2400	-0.2284	-0.7950	0.21	0.01	0.03
2.74	0.2800	-0.2184	-0.7602	0.22	0.02	0.06
2.78	0.3200	-0.1784	-0.6210	0.27	0.01	0.05
2.80	0.3600	-0.1584	-0.5514	0.29	0.03	0.07
2.84	0.4000	-0.1184	-0.4121	0.34	0.02	0.06
2.89	0.4400	-0.0684	-0.2381	0.41	0.01	0.03
2.90	0.4800	-0.0584	-0.2033	0.42	0.02	0.06
2.91	0.5200	-0.0484	-0.1685	0.43	0.05	0.09
2.94	0.5600	-0.0184	-0.0640	0.48	0.04	0.08
2.95	0.6000	-0.0084	-0.0292	0.49	0.07	0.11
3.01	0.6400	0.0516	0.1796	0.57	0.03	0.07
3.07	0.6800	0.1116	0.3885	0.65	0.01	0.03
3.13	0.7200	0.1716	0.5973	0.73	0.05	0.01
3.22	0.7600	0.2616	0.9106	0.82	0.10	0.06
3.25	0.8000	0.2916	1.0150	0.85	0.09	0.05
3.30	0.8400	0.3416	1.1891	0.88	0.08	0.04
3.32	0.8800	0.3616	1.2587	0.90	0.06	0.02
3.33	0.9200	0.3716	1.2935	0.90	0.02	0.02
3.41	0.9600	0.4516	1.5720	0.94	0.02	0.02
3.50	1.0000	0.5416	1.8853	0.97	0.01	0.03

Tabla A.2.14. Prueba de bondad de ajuste en probetas con γ_d =1376kg/m³ y w=26%.

Por último, se verificó que los tamaños de las muestras ensayadas fueran tales que los resultados obtenidos fueran confiables. Para ello, se empleó nuevamente el paquete STATGRAPHICS, en particular la rutina ADVANCED PROCEDURES y la subrutina SAMPLING con la opción SAMPLE SIZE-NORMAL MEANS. Con él se hicieron varias corridas y los resultados son mencionados a continuación:

Probetas con γ_d=1376 kg/m³ y w=24%.

corrida 1:	H0=3.62	HA=3.26	
se rechaza	Error tipo I	decisión	
HO	α=0.05	correcta	

se acepta

H0

decisión correcta Error tipo II β=0.0438

HA: NE

s=0.3926 número de observaciones=16

x	- F(x)	x-2.6940	<u>x - 2.6940</u> 0.1877	$\Phi\left[\frac{X-2.6940}{0.1877}\right]$	a ₁	a ₂
2.19	0.0667	-0.5040	-2.6851	0.00	0.00	0.07
2.55	0.1333	-0.1440	-0.7672	0.22	0.15	0.09
2.57	0.2667	-0.1240	-0.6606	0.25	0.12	0.02
2.64	0.4000	-0.0540	-0.2877	0.39	0.12	0.01
2.67	0.4667	-0.0240	-0.1279	0.45	0.05	0.02
2.69	0.5333	-0.0040	-0.0213	0.49	0.02	0.04
2.72	0.6000	0.0260	0.1385	0.56	0.03	0.04
2.75	0.6667	0.0560	0.2983	0.62	0.02	0.05
2.77	0.7333	0.0760	0.4049	0.66	0.01	0.07
2.84	0.8000	0.1460	0.7778	0.78	0.05	0.02
2.86	0.8667	0.1660	0.8844	0.81	0.01	0.06
2.97	0.9333	0.2760	1.4704	0.93	0.06	0.00
2.98	1.0000	0.2860	1.5237	0.94	0.01	0.06

Tabla A.2.15. Prueba de bondad de ajuste en probetas con γ_d =1317kg/m³ y w=24%.

x	- F(x)	x-6.2909	<u>x - 6.2909</u> 0.3818	$\Phi\left[\frac{X-6.2909}{0.3818}\right]$	a ₁	a₂
5.80	0.0909	-0.4909	-1.2858	0.10	0.10	0.01
5.92	0.1818	-0.3709	-0.9715	0.17	0.08	0.01
5.96	0.2727	-0.3309	-0.8667	0.19	0.01	0.08
6.05	0.3636	-0.2409	-0.6310	0.26	0.01	0.10
6.19	0.4545	-0.1009	-0.2643	0.40	0.04	0.05
6.24	0.5454	-0.0509	-0.1333	0.45	0.00	0.10
6.29	0.6363	-0.0009	-0.0024	0.50	0.05	0.14
6.42	0.7272	0.1291	0.3381	0.63	0.01	0.10
6.49	0.8181	0.1991	0.5215	0.70	0.03	0.12
6.76	0.9090	0.4691	1.2287	0.89	0.07	0.02
7.08	1.0000	0.7891	2.0668	0.98	0.07	0.02

Tabla A.2.16. Prueba de bondad de ajuste en probetas con γ_d =1510kg/m³ y w=24%.

Anexo Z. Análisis Estadístico.		
corrida 2:	H0=3.62	HA=3.44
se rechaza H0	Error tipo I $\alpha = 0.05$	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.4499
número de observ	s=0.3926 vaciones=16	HA: NE
 Probetas con γ_d=137 	6 kg/m³ y w=26%.	
corrida 1:	H0=2.96	HA=2.66
se rechaza H0	Error tipo I α=0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.0006
número de obser	s=0.2873 vaciones=25	HA: NE
corrida 2:	H0=2.96	HA=2.81
se rechaza H0	Error tipo I α=0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.2577
s=0.2873 número de observaciones=25		HA: NE
 Probetas con γ_d=131 	7 kg/m³ y w=24%.	
corrida 1:	H0=2.69	HA=2.42
se rechaza H0	Error tipo I $\alpha = 0.05$	decisión correcta

Anexo 2. Análisis Estadístico.

decisión Error tipo II se acepta HO correcta β=0.0002 s=0.1877 HA: NE número de observaciones=15 corrida 2: H0=2.69 HA=2.56 se rechaza Error tipo I decisión HO α=0.05 correcta decisión Error tipo II se acepta H0 correcta β=0.235 s=0.1877 HA: NE número de observaciones=15 Probetas con γ_d=1510 kg/m³ y w=24%. corrida 1: H0=6.29 HA=5.66 se rechaza Error tipo I decisión HO α=0.05 correcta decisión Error tipo II se acepta HO correcta β=0.0002 s=0.3818 HA: NE número de observaciones=11 corrida 2: H0=6.29 HA=5.98 Error tipo I decisión se rechaza **α=0.05** correcta HO decisión Error tipo II se acepta β=0.2318 HO correcta s=0.3818 HA: NE número de observaciones=11

Como conclusión de las anteriores corridas, es posible establecer que para todos los grupos de muestras el número de ensayes fue suficiente. Además, las corridas fueron hechas con el valor de la media estimada como hipótesis nula y un valor de la media menos el 10 y el 5%. De esta manera, los errores que pueden ser cometidos al aceptar un valor erróneo de la media fluctúan entre el 0.02 y 4.4%, cuando el valor de la hipótesis nula es igual al de la media menos el 10%. Por otro lado, cuando el valor de la hipótesis nula es igual al de la media menos el 5%, el valor del error tipo II que puede ser cometido al aceptar la hipótesis nula cuando es incorrecta, fluctúa entre el 23.1 y el 45%.

Tras analizar los grupos de datos que se obtuvieron en ensayes de compresión simple realizados en probetas con diferentes pesos volumétricos secos y humedades bajo un punto de vista estadístico, puede concluirse que los valores de resistencia se distribuyen normalmente y que dentro del rango de la media estimada ± el 10% de su valor, el error que se puede cometer de aceptar un valor erróneo de la media es relativamente pequeño. Además, cabe hacer la observación que las desviaciones estándar estimadas siempre fueron menores o iguales al diez por ciento del valor de las medias estimadas. Y por último, los tamaños de los grupos de ensayes fueron siempre suficientes para tener confiabilidad en los resultados del análisis estadístico.

Lo último que se analizó bajo un enfoque estadístico, fueron los ensayes a velocidad de deformación controlada (de 2.5, 0.75 y 0.4mm/min) - correspondientes a la validación del modelo de Folque - que se realizaron en especímenes con un peso volumétrico seco de 1376 kg/m³ y humedad del 30%. Los resultados que se obtuvieron en dichos ensayes aparecen en las tablas A.2.17, A.2.18 y A.2.19.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	1.85	31.15	1356	3.80	-1.40
2	1.86	31.10	1351	3.70	-1.80
3	1.87	31.00	1362	3.60	-1.00
4	2.06	30.30	1369	1.00	-0.50
5	2.08	30.40	1367	1.47	-0.65
6	2.09	30.47	1368	1.60	-0.60
7	2.11	30.13	1369	0.40	-0.50
8	2.11	30.30	1371	1.00	-0.40
9	2.13	30.60	1365	2.00	-0.80
10	2.17	30.02	1375	0.10	-0.10
11	2.26	29.72	1378	-0.90	0.10
12	2.27	29.81	1379	-0.63	0.23

Tabla A.2.17. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%, ensayadas a velocidad de deformación de 2.5 mm/min.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	γ_{d} (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	1.79	31.60	1360	5.33	-1.20
2	1.85	30.73	1363	2.40	-0.90
3	1.86	31.70	1357	5.70	-1.40
4	1.89	31.20	1362	4.00	-1.00
5	1.95	31.20	1367	4.00	-0.60
6	1.98	30.29	1370	0.97	-0.40
7	1.98	30.69	1374	2.00	-0.13
8	2.02	30.19	1375	0.62	-0.09
9	2.05	30.60	1364	2.00	-0.90
10	2.08	30.1	1372	0.30	-0.30
11	2.14	30.40	1381	1.33	0.36
12	2.15	29.64	1381	-1.20	0.39
13	2.31	28.91	1393	-3.63	1.23

Tabla A.2.18. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%, ensayadas a velocidad de deformación de 0.75 mm/min.

ensaye	q _u (kg/cm ²)	w (%)	$\gamma_{\rm d}$ (kg/m ³)	Ew (%)	Ep (%)
1	1.76	31.70	1356	5.60	-1.40
2	1.86	31.00	1366	3.33	-0.70
3	1.92	31.10	1360	3.70	-1.10
4	1.93	30.60	1370	2.00	-0.40
5	1.94	31.00	1363	3.33	-0.90
6	2.13	30.70	1369	2.30	-0.50
7	2.16	30.30	1368	1.00	-0.60
8	2.23	29.77	1378	-0.80	0.10
9	2.27	29.60	1378	-1.45	0.20

Tabla A.2.19. Distribución de los valores de resistencia en probetas con γ_d =1376 kg/m³ y w=30%, ensayadas a velocidad de deformación de 0.40 mm/min.

Aunque la velocidad - como ya fue mencionado anteriormente - no parece influir en gran medida en la resistencia a la compresión simple de los especímenes ensayados, se tomó la decisión de analizar por separado los grupos de probetas ensayados a velocidades de 2.5, 0.75 y 0.4 mm/min. De tal forma que para el primer grupo de especímenes la resistencia a la compresión simple media estimada fue de 2.072 kg/cm² y la desviación estándar de 0.143 kg/cm², para el segundo grupo la resistencia fue de 2.004 kg/cm² y la desviación estándar fue de 0.144 kg/cm², mientras que para el tercero la resistencia y la desviación estándar fueron de 2.022 y 0.179 kg/cm², respectivamente.

resistencia (kg/cm²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
1.85	1	1	0.0833
1.86	1	2	0.1666
1.87	1	3	0.2500
2.06	1	4	0.3333
2.08	1	5	0.4166
2.09	1	6	0.5000
2.11	2	8	0.6666
2.13	1	9	0.7500
2.17	1	10	0.8333
2.26	1	11	0.9166
2.27	1	12	1.0000

Tabla A.2.20. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para los ensayes realizados a una velocidad de deformación de 2.5 mm/min.

resistencia (kg/cm²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
1.79	1	1	0.0769
1.85	1	2	0.1538
1.86	1	3	0.2308
1.89	1	4	0.3077
1.95	1	5	0.3846
1.98	2	7	0.5385
2.02	1	8	0.6154
2.05	1	9	0.6923
2.08	1	10	0.7692
2.14	1	11	0.8462
2.15	1	12	0.9231
2.31	1	13	1.0000

Tabla A.2.21. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para los ensayes realizados a una velocidad de deformación de 0.75 mm/min.

Las tablas A.2.20, A.2.21 y A.2.22 muestran las frecuencias relativas acumuladas en los grupos de probetas ensayados. Por su parte, las figuras A.2.10, A.2.11 y A.2.12 indican los histogramas de frecuencias acumuladas de los mismos grupos de probetas ensayados.

resistencia (kg/cm ²)	frecuencia	frecuencia acumulada	frecuencia relativa acumulada
1.76	1	1	0.1111
1.86	1	2	0.2222
1.92	1	3	0.3333
1.93	1	4	0.4444
1.94	1	5	0.5555
2.13	1	6	0.6666
2.16	1	7	0.7777
2.23	1	8	0.8888
2.27	1	9	1.0000

Tabla A.2.22. Tabla de frecuencias relativas acumuladas para los ensayes realizados a una velocidad de deformación de 0.4 mm/min.



Figura A.2.10. Histograma de frecuencias acumuladas de los ensayes realizados con una velocidad de deformación de 2.5 mm/min.

Por su parte, las figuras A.2.13, A.2.14 y A.2.15 muestran el comportamiento de los datos, obtenidos en ambos grupos de especímenes, en escala "normal" (Probability paper).



Figura A.2.11. Histograma de frecuencias acumuladas de los ensayes realizados con una velocidad de deformación de 0.75 mm/min.



Figura A.2.12. Histograma de frecuencias acumuladas de los ensayes realizados con una velocidad de deformación de 0.4 mm/min.



Figura A.2.13. Valores de resistencia graficados en papel de probabilidad normal correspondientes correspondientes a ensayes a velocidad de deformación de 2.5mm/min.



Figura A.2.14. Valores de resistencia graficados en papel de probabilidad normal correspondientes correspondientes a ensayes a velocidad de deformación de 0.75 mm/min.



Figura A.2.15. Valores de resistencia graficados en papel de probabilidad normal correspondientes correspondientes a ensayes a velocidad de deformación de 0.4 mm/min.

Las tablas A.2.23, A.2.24 y A.2.25 indican las pruebas de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov realizadas en ambos grupos de especímenes. Para el caso de las probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 2.5 mm/min, esta prueba arrojó que la máxima desviación absoluta (*a*) fue de 0.22; por lo que si se maneja el mismo valor de α (5%) con un tamaño de muestra n=12, se tiene que:

por lo que el valor correspondiente de *c* es de 0.375 y en consecuencia *a*<*c*, con lo que la distribución normal puede representar con buena aproximación los datos mencionados. Por otro lado, para el caso de las probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 0.75 mm/min, la misma prueba arrojó que el valor de *a* fue de 0.11; de tal manera que para el mismo valor de α y con un tamaño de muestra de n=13, el valor de *c* resultó ser de 0.361 y se cumple que *a*<*c*, con lo que los datos tienen una buena aproximación a la de la distribución normal. Finalmente, para las probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 0.4 mm/min, de la misma prueba anterior se obtuvo que el valor de *a* de 0.25; con lo que para el mismo valor de α de 5% y con un tamaño de muestra de n=9, el valor de c resultó ser de 0.43 con lo que se cumple que *a*<*c* y la conclusión de los anteriores dos grupos de especímenes también es válida para este último.

x	$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$	x-2.0716	<u>x - 2.0716</u>	$\Phi \left[\frac{X - 2.0716}{0.1433} \right]$	a ₁	a ₂
~	F(A)		0.1433	0.1455		
1.85	0.0833	-0.2216	-1.5464	0.06	0.06	0.02
1.86	0.1666	-0.2116	-1.4766	0.07	0.01	0.10
1.87	0.2500	-0.2016	-1.4068	0.08	0.09	0.17
2.06	0.3333	-0.0116	-0.0809	0.47	0.22	0.14
2.08	0.4166	0.0084	0.0586	0.52	0.19	0.10
2.09	0.5000	0.0184	0.1284	0.55	0.13	0.05
2.11	0.6666	0.0384	0.2680	0.61	0.11	0.06
2.13	0.7500	0.0584	0.4075	0.66	0.01	0.09
2.17	0.8333	0.0984	0.6867	0.75	0.00	0.08
2.26	0.9166	0.1884	1.3147	0.90	0.07	0.02
2.27	1.0000	0.1984	1.3845	0.92	0.00	0.08

Tabla A.2.23. Tabla de cálculo para la prueba de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov) en probetas ensayadas a velocidad de deformación de 2.5 mm/min.

Lo último en el análisis de los grupos de probetas ensayados a las dos velocidades de deformación mencionadas ya anteriormente, fue el de verificar si los números de datos de ambos grupos fueron los suficientes como para ser confiables. Para esto, nuevamente se trabajó con el paquete STATGRAPHICS. Con él se realizaron las corridas que a continuación se indican.

	_		x - 2.0039	x - 2.0039		
x	F(x)	x-2.0039	0.1440	Φ0.1440	a ₁	a ₂
1.79	0.0769	-0.2139	-1.4854	0.07	0.07	0.01
1.85	0.1538	-0.1539	-1.0688	0.14	0.06	0.01
1.86	0.2308	-0.1439	-0.9993	0.16	0.01	0.07
1.89	0.3077	-0.1139	-0.7910	0.21	0.02	0.10
1.95	0.3846	-0.0539	-0.3743	0.36	0.05	0.02
1.98	0.5385	-0.0239	-0.1660	0.43	0.05	0.11
2.02	0.6154	0.0161	0.1118	0.54	0.00	0.08
2.05	0.6923	0.0461	0.3201	0.63	0.01	0.06
2.08	0.7692	0.0761	0.5285	0.70	0.01	0.07
2.14	0.8462	0.1361	0.9451	0.83	0.06	0.02
2.15	0.9231	0.1461	1.0146	0.84	0.01	0.08
2.31	1.0000	0.3061	2.1257	0.98	0.06	0.02

Tabla A.2.24. Tabla de cálculo para la prueba de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov) en probetas ensayadas a velocidad de deformación de 0.75 mm/min.

		0.0000	x - 2.0222	x - 2.0222		
x	F(x)	X-2.0222	0.1789	Φ0.1789	a ₁	a ₂
1.76	0.1111	-0.2622	-1.4656	0.07	0.07	0.04
1.86	0.2222	-0.1622	-0.9067	0.18	0.07	0.04
1.92	0.3333	-0.1022	-0.5713	0.28	0.06	0.05
1.93	0.4444	-0.0922	-0.5154	0.30	0.03	0.14
1.94	0.5555	-0.0822	-0.4595	0.31	0.13	0.25
2.13	0.6666	0.1078	0.6026	0.73	0.17	0.06
2.16	0.7777	0.1378	0.7703	0.78	011	0.00
2.23	0.8888	0.2078	1.1615	0.88	0.10	0.00
2.27	1.0000	0.2478	1.3851	0.92	0.03	0.08

Tabla A.2.25. Tabla de cálculo para la prueba de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov) en probetas ensayadas a velocidad de deformación de 0.4 mm/min.

Probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 2.5 mm/min.

corrida 1:	H0=2.07	HA=1.86	
se rechaza	Error tipo I	decisión	
H0	α=0.05	correcta	
se acepta	decisión	Error tipo II	
H0	correcta	β=0.0009	
número de observ	s=0.1433 vaciones=12	HA: NE	
corrida 2:	H0=2.07	HA=1.97	
se rechaza	Error tipo I	decisión	
H0	α=0.05	correcta	
se acepta	decisión	Error tipo I	
H0	correcta	β=0.3239	
número de obser	s=0.1433 vaciones=12	HA: NE	

Anexo 2. Análisis Estadístico.

Probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 0.75 mm/min.

corrida 1:	H0=2.00	HA=1.86
se rechaza H0	Error tipo I α=0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.0612
número de observ	s=0.1440 vaciones=13	HA: NE
corrida 2:	H0=2.00	HA=1.93
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.4179
	s=0.1440	HA: NE

número de observaciones=13

Probetas ensayadas con una velocidad de deformación de 0.4 mm/min.

corrida 1:	H0=2.02	HA=1.82
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.0816
	s=0.1789	HA: NE

s=0.1789 número de observaciones=9

corrida 2:	H0=2.02	HA=1.92
se rechaza H0	Error tipo I α =0.05	decisión correcta
se acepta H0	decisión correcta	Error tipo II β=0.3888
número de obser	s=0.1789 vaciones=9	HA: NE

Anexo 2. Estudio Estadístico.

Como se observa en las anteriores corridas, existe una gran similitud en los resultados con los que se obtuvieron para los grupos de probetas con pesos volumétricos secos y humedades ya anteriormente comentados. Un hecho que es importante señalar es el que nuevamente la desviación estándar estimada en estos tres últimos grupos de especímenes es menor al 10% de la resistencia máxima media estimada; además de que el error tipo β para cuando la hipótesis alterna es del 10% de esta resistencia, es de 9%, 6% y 8% para el caso de velocidad de deformación de 2.5, 0.75 y 0.4 mm/min, respectivamente.
ANEXO 3.

EJEMPLOS NUMÉRICOS.



En este anexo se presentan dos ejemplos numéricos que muestran la metodología del cálculo de los asentamientos en suelos parcialmente saturados, empleando para ello los modelos reológicos propuestos por Leonardo Zeevaert y por J. Folque.

A.3.1. EJEMPLO DEL MODELO DE ZEEVAERT.

El ejemplo que se presenta a continuación ha sido extraido del artículo "*Esfuerzo-Deformación-Tiempo en Suelos Finos No Saturados*", publicado en la revista de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos no 9, correspondiente a los meses de enero-junio de 1995.

El problema, del ejemplo referido, es el de calcular los asentamientos que induce una zapata de 4x4 m que descarga una presión de 1 kg/cm² y que se desplanta a una profundidad de 1.5 m. El alivio de presiones por efecto de la excavación es de 0.225 kg/cm². También se establece que el tiempo de construcción de la obre es de 1 año.

Para aplicar la teoría de Zeevaert son necesarios los parámetros m_{ep}, m_t, β , τ , ρ_c y v_c . Los cuatro primeros parámetros son obtenidos de las curvas de consolidación en la manera que se describe a continuación. En la figura 1.25 está indicada la manera en que se obtienen los valores de la deformación elastoplática (δ_{ep}) y el parámetro τ . Además, la pendiente del tramo de deformación viscoplástica (δ_{vp}) es obtenida dividiendo la deformación ocurrida en un ciclo de la escala logarítmica entre la diferencia de los logarítmos de ese ciclo; matemáticamente, lo anterior se puede expresar en la forma

$$C_{t} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\log \frac{t_2}{t_1}}$$

en donde el valor del denominador es la unidad. Los valores de m_{ep} y m_t son definidos como sigue:

$$m_{ep} = \frac{\delta_{ep}}{H\sigma}$$
 y $m_t = \frac{C_t}{H\sigma}$

El valor de β queda definido por la división de m_t entre m_{ep}. Finalmente, los valores de ρ_c y ν_c son obtenidos en la manera siguiente: el valor de ρ_c está definido por la expresión

$$\rho_{\rm c} = \left(\frac{\sigma_{\rm r}}{\sigma_{\rm o}}\right)^{\rm c}$$

en donde σ_r es el esfuerzo por alivio, σ_o es el esfuerzo original y el valor del exponente c está en función de las características del suelo. Por su parte, el valor de v_c se obtiene de la expresión

$$v_{\rm c} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}$$

en donde v es el módulo de Poisson. En el ejemplo, al módulo de Poisson se le asigna un valor de 0.36 (valor obtenido de la página 47 del libro *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, 1972*), con lo que el valor de v_c es de 0.65.

En lo referente a los parámetros c y ρ_c es necesario aclarar que su obtención reside principalmente en la experiencia del Dr. Leonardo Zeevaert. Sin embargo, de ambos parámetros, el que es posible determinar en campo es el elemento ρ_c a partir de una cimentación totalmente compensada; situación que aunque difícil no es imposible de que se presente. En el caso del elemento c, su obtención es todavía más complicada.

Una vez obtenidos los parámetros necesarios para emplear las ecuaciones del modelo de Zeevaert, se procede a realizar la siguiente tabla de cálculo A.3.1, en donde únicamente fueron calculados los asentamientos para un tiempo de 5 años después de inicio de la construcción.

estrato	m _{ep} cm²/kg	m _t cm²/kg	β	τ seg	m _v cm²/kg	νc	ρc	Mz cm²/kg	H cm	σ kg/cm²	∆H cm
A	0.0050	0.0020	0.400	500	0.0073	0.65	0.797	0.0089	200	0.858	1.53
В	0.0083	0.0072	0.867	750	0.0165	0.65	0.369	0.0093	300	0.300	0.84
С	0.0105	0.0120	1.143	1050	0.0241	0.65	0.203	0.0075	250	0.116	0.22
D	0.0060	0.0050	0.833	1000	0.0117	0.65	0.128	0.0023	400	0.054	0.05
E	0.0033	0.0025	0.758	1500	0.0061	0.65	0.092	0.0009	350	0.032	0.01
										suma=	2.65

Tabla A.3.1. Tabla para calcular asentamientos por el método de Zeevaert.

En la tabla anterior, los valores del módulo m_v fueron calculados con la ecuación 40 del capítulo 1. Por su parte, los valores del módulo de deformación unitaria M_z han sido obtenidos empleando la expresión

$$M_z = m_v \bullet \frac{\rho_c}{v_c}$$



Figura A.3.1. Gráfica de la evolución de los asentamientos bajo la zapata después la construcción.

Tiempo	Hundimiento			
(años)	(cm)			
0.00	0.00			
1.00	2.00			
1.05	2.02			
1.10	2.04			
1.20	2.08			
2.00	2.26			
3.00	2.44			
5.00	2.65			
10.00	2.93			
15.00	3.09			
20.00	3.20			

Tabla A.3.2. Cálculo de la evolución de los asentamientos con el tiempo.

La tabla correspondiente a los esfuerzos ha sido obtenida a partir del cálculo de la distribución de esfuerzos en la masa de suelo mediante la teoría de Boussinesq y, finalmente, la columna indicada con el encabezado △H ha sido obtenida empleando la ecuación 41 del capítulo 1.

Esta mismo esquema de cálculo puede ser empleado para obtener los asentamientos a distintos tiempos después de la construcción. El resultado de todo el anterior cálculo puede ser representado gráficamente tal y como está indicado en la figura A.3.1, en donde han sido graficados los valores del asentamiento inducido en los estratos de arcilla no saturada respecto al tiempo.

Por su parte, en la tabla A.3.2 están indicados los valores del asentamiento calculado bajo la zapata a distintos tiempos después de la construcción.

A.3.2. EJEMPLO DEL MODELO DE J. FOLQUE.

En este segundo ejemplo numérico se describe la metodología para calcular hundimientos empleando para ello el modelo de J. Folque. El ejemplo que se plantea corresponde al caso de una capa de terracería que subyace a otra de asfalto. Ambas capas pertenecen a un pavimento en donde el módulo de resiliencia (E_1) de la capa asfáltica es de 500 MPa (5000 kg/cm²) mientras que para la capa de terracerías supondremos que está constituida por el material en estudio y cuyo módulo de resiliencia (E_2)es del orden de los 50 MPa (500 kg/cm²). Se supondrá también, como ocurre muy frecuentemente en el diseño de pavimentos, que la capa de asfáltica es elástica por lo que las deformaciones que se presenten en el sistema bicapa anterior serán exclusivamente atribuibles a la capa inferior. Finalmente, se supondrá que la presión de contacto es de una magnitud equivalente a los 560 KPa (5.6 kg/cm²) y que el diámetro del área circular de contacto es de 30 cm (2a).

En el esquema de la figura A.3.2 están indicadas las dimensiones de las capas que constituyen el pavimento en análisis.



Figura A.3.2. Esquema para el ejemplo A.3.2.

En la figura anterior, cada capa ha sido caracterizada por sus respectivos módulos de elasticidad E y un coeficiente de Poisson v. Para el cálculo de la deflexión, w_o, al centro del área cargada se utiliza la solución dada por la expresión

$$\mathbf{w}_{o} = \frac{1.5 qa}{E_2} \bullet F_2$$

En donde F₂ es un factor de influencia que se determina usualmente a partir de ábacos (figura A.3.3).Por otro lado, los módulos de elasticidad que han sido indicados corresponden a los módulos de resiliencia de los materiales constitutivos de las capas del problema.

Empleando la última expresión, se obtiene que

$$w_{o} = \frac{1.5(560 \text{KPa})(0.15\text{m})}{50,000 \text{KPa}}(0.48) = 1.21\text{mm}$$

que corresponde a un cálculo totalmente elástico.

Por otro lado, si se considera la conclusión obtenida en este trabajo referente al hecho de que la deformación permanente acumulada total es una deformación elástica retardada; entonces se puede estimar ésta a partir del módulo de deformación total que tiene se equivalencia con el elemento elástico de la unidad de St. Venant en el modelo de Folque, caracterizado a su vez por el coeficiente G_2 cuyo valor fue de 900 KPa para el suelo en cuestión. Tomando este valor como E_2 , en el ejemplo anterior se tiene que

$$w_{o} = \frac{1.5(560 \text{KPa})(0.15\text{m})}{0.9 \text{KPa}}(0.13) = 12 \text{mm}$$

Este procedimiento puede servir para determinar el espesor de carpeta, h₁, necesario para limitar la deformación permanente acumulada total.

En caso de ser necesario obtener la evolución de la deformación en el tiempo, es necesario trabajar con la solución de la ecuación diferencial 101 que aparece en el anexo 4.



Figura A.3.3. Deflexiones verticales en la superficie para un sistema bicapa. (Según Burmister, 1943).

ANEXO 4.

SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DEL CAPÍTULO 4.



Solución de la ecuación diferencial 101, bajo la condición inicial de que cuando t=0 la deformación es cero (ϵ =0), la función para la deformación es

$$\varepsilon(t) = -\frac{\sigma \left[G_{1}G_{2}^{4} + 4\eta^{4}G_{1}^{3}\pi^{2}\omega^{2} + 8\eta^{2}G_{1}^{2}G_{2}\pi^{2}\omega^{2} + 4\eta^{4}G_{1}G_{2}^{2}\pi^{2}\omega^{2} - 2\eta G_{1}^{2}G_{2}^{2}\pi\omega\cos(1.5\pi)\right]}{2\eta^{\frac{G_{2}t}{\eta\left(1+\frac{G_{1}}{G_{2}}\right)}}}G_{1}G_{2}$$

$$\frac{-2\eta G_1 G_2^{\ 3} \pi \omega \cos(1.5\pi) + 2\eta G_2^{\ 4} \pi \omega \cos(1.5\pi) + G_1 G_2^{\ 4} \operatorname{sen}(1.5\pi) + 4\eta^2 G_1 G_2^{\ 2} \pi^2 \omega^2 \operatorname{sen}(1.5\pi)}{(G_2^{\ 4} + 4\eta^2 G_1^{\ 2} \pi^2 \omega^2 + 8\eta^2 G_1 G_2 \pi^2 \omega^2 + 4\eta^2 G_2^{\ 2} \pi^2 \omega^2)}$$

$$\frac{+4\eta^{2}G_{2}{}^{3}\pi^{2}\omega^{2}sen(1.5\pi)]}{2G_{1}G_{2}{}^{4}\sigma+4\eta^{2}G_{1}{}^{3}\pi^{2}\sigma\omega^{2}+8\eta^{2}G_{1}{}^{2}G_{2}\pi^{2}\sigma\omega^{2}+4\eta^{2}G_{1}G_{2}{}^{2}\pi^{2}\sigma\omega^{2}}{2G_{1}G_{2}(G_{2}{}^{4}+4\eta^{2}G_{1}{}^{2}\pi^{2}\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\pi^{2}\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2}G_{1}{}^{2}\sigma\omega^{2}+6\eta^{2$$

$$\frac{-2\eta G_{1}^{2}G_{2}^{2}\pi\sigma\omega\cos\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)-2\eta G_{1}G_{2}^{3}\pi\sigma\omega\cos\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)+2\eta G_{2}^{4}\pi\sigma\omega\cos\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)}{8\eta^{2}G_{1}G_{2}\pi^{2}\omega^{2}+2\eta^{2}G_{2}^{2}}$$

$$\frac{+G_{1}G_{2}^{4}\sigma sen\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)+4\eta G_{1}G_{2}^{2}\pi^{2}\sigma\omega^{2}sen\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)+4\eta^{2}G_{2}^{3}\pi^{2}\sigma\omega^{2}sen\left(\frac{3}{2}\pi+2\pi\omega t\right)}{4\eta^{2}G_{2}^{2}\pi^{2}\omega^{2}}$$

Las anteriores expresiones fueron obtenidas con el paquete MATEMÁTICA, versión 1.0.



LISTA DE REFERENCIAS.

- Zeevaert, Leonardo. Foundation Engineering for Difficult Subsoli Conditions. Van Nostrand Reinhold Compan. New York. 1972.
- Folque, José B. Reología de Solos Nao Saturados. Memória no. 176. Ministério das Obras Públicas, Laboratório Nacional de Engenheria Civil. Lisboa. 1961.
- Folque, José B. Reología de Solos. Ministério das Obras Públicas, Laboratório Nacional de Engenheria Civil. Lisboa. 1988.
- Booth, A. R. Collapse settlement in compacted soils. CSIR Research Report 324. National Institute of Transport and Road Research Bulletin 13. Pretoria Suth Africa. 1996.
- Kreyszig, Erwin. Introductory Mathematical Statistics. Principles and Methods. John Wiley & Sons, Inc. New York, USA. 1970.
- 6. Sedano L., Salomón.

Aproximación Requerida y Dispersión de Resultados en Ensayes Comunes de Laboratorio de Mecánica de Suelos. Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos). UNAM.

1992

- Huang, Yang. Pavement Analysis and Design. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey. 1993.
- Pérez García, Natalia.
 Comportamiento Esfuerzo-Deformación de Suelos Compactados bajo Carga Cíclica.
 Trabajo de Investigación.
 Universidad Autónoma de Querétaro.
 1997.
- Ruiz Amaya, Cecilia Georgina.
 Estudio de la Deformación Permanente en un Suelo Compactado para Capa de Subrasante, Sometido a Carga Cíclica.
 Tesis de Maestría en Vías Terrestres.
 Universidad Autónoma de Chihuahua.
 1997.

10.Manual de Calidad de los Materiales en Secciones Estructurales de Pavimentos Carreteros.
Instituto Mexicano del Transporte.
Secretaría de Comunicaciones y Transportes.
Documento Técnico 1.
1997.

BIBLIOGRAFIA.

- Alberro, J. Marsal, R. J. y Mendoza, M. J. Comportamiento de Suelos Cohesivos Compactados. Intituto de Ingeniería de la UNAM. UNAM.
- Booth, A. R. Collapse settlement in compacted soils. CSIR Research Report 324. National Institute of Transport and Road Research Bulletin 13. Pretoria Suth Africa. 1977.
- A. C. Collop, D. Cebon y M. S. A. Hardy. Viscoelastic Approach to Rutting in Flexible Pavements. Journal of Transportation Engineering.
- Casagrande A. y Carrillo N. Shear Failure of Anisotropic Materials. Boston Society of Civil Engineers.
- Curso Internacional de Mecánica de Suelos Arcillosos. Universidad Autónoma de Querétaro. Querétaro, Qro. México. marzo de 1989.
- Folque, José B. Reología de Solos Nao Saturados. Memória no. 176. Ministério das Obras Públicas, Laboratório Nacional de Engenheria Civil. Lisboa, Portugal. 1961.
- Folque, José B. Reología de Solos. Ministério das Obras Públicas, Laboratório Nacional de Engenheria Civil. Lisboa, Portugal. 1988.
- H. Huang, Yang. Pavement Analysis and Design. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey. 1993.

- Juárez Badillo y Rico Rodríguez. Mecánica de Suelos, tomo 1. Editorial Limusa. México. 1985.
- 10.Keedwell, M. J.
 Rheology and Soil Mechanics.
 Elsevier Applied Science Publishers.
 London, UK.
 1984.
- 11.Kreyszig, Erwin.
 Introductory Mathematical Statistics. Principles and Methods.
 John Wiley & Sons, Inc.
 New York, USA. 1970
- 12.Li, Dingqing and Selig, Ernest T.
 Cumulative Plastic Deformation for Fine-Grained Subgrade Soils.
 Journal of Geotechnical Engineering.
 Diciembre.
 1996.
- 13.Schiffman, Robert L.

The use of Visco-elastic Stress-strain Laws in Soil Testing. Symposium on Time Rates of Loading in Soil Testing.

14.Sedano L., Salomón.

Aproximación Requerida y Dispersión de Resultados en Ensayes Comunes de Laboratorio de Mecánica de Suelos.

Tesis de Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos). UNAM. 1982.

15.Zeevaert, Leonardo.

Foundation Engineering for Difficult Subsoli Conditions. Van Nostrand Reinhold Company. New York. 1972.

16.Zeevaert, Leonardo.

Esfuerzo-deformación-tiempo en suelos finos no saturados. Revista de la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. No. , mes de . 1996.