



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS

ANÁLISIS SOBRE EL FLUJO EN LOS  
TRAYECTOS DE LOS CIRCUITOS CENTRALES  
DEL MUNICIPIO DE QUERÉTARO.

T E S I S

QUE COMO PARTE DE LOS REQUISITOS PARA OBTENER  
EL GRADO DE:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS APLICADAS

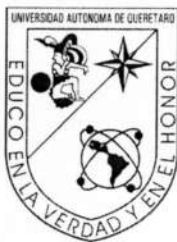
PRESENTA:

MARITZA AGUILAR BELMONTES

DIRIGIDO POR:

M. EN C. LUISA RAMÍREZ GRANADOS

QUERÉTARO, QRO. MÉXICO, 2022



# Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

## Análisis sobre el flujo en los trayectos de los circuitos centrales del municipio de Querétaro

TESIS

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Licenciada en Matemáticas Aplicadas

Presenta:

**Maritza Aguilar Belmontes**

Dirigido por:

**M. en C. Luisa Ramírez Granados**

SINODALES

M. en C. Luisa Ramírez Granados

Presidente

M. en C. Patricia Isabel Spíndola Yáñez

Secretario

Dr. Eric Moreno Quintero

Vocal

M. C. Verónica Josefina Soria Anguiano

Vocal

Dr. Ricardo Pérez Rodríguez

Vocal

Firma

Firma

Firma

Firma

Firma

Dr. Manuel Toledano Ayala  
Director de la Facultad

Centro Universitario  
Querétaro, QRO  
México.  
Septiembre 2022

## *Dedicatoria ...*

Esta tesis está dedicada a mis padres y hermano, quienes siempre me han brindado su amor y apoyo incondicional para lograr mis metas y cumplir cada uno de mis sueños.

## Agradecimientos

Al concluir una etapa más en mi vida quiero extender un profundo agradecimiento a la Universidad Autónoma de Querétaro, en especial a la Facultad de Ingeniería, lugar donde forjé mis conocimientos con la ayuda de maravillosos profesores, los cuales ayudaron a mi crecimiento profesional y personal. De manera especial agradezco a mi directora de tesis, la M en C. Luisa Ramírez Granados por su guía, tiempo y paciencia durante la elaboración de este trabajo.

Al Instituto Queretano del Transporte por otorgarme la información que ayudó a la elaboración de esta tesis.

Al gobierno de México por otorgarme la beca Elisa Acuña para continuar con este trabajo.

A todas las personas que han estado a mi lado en cada momento y siempre estuvieron brindándome su apoyo y cariño. En particular, a las personas que por azares del destino tuve la dicha de encontrar y llamar amigos, los cuales forman parte de este gran logro, ya que compartieron experiencias, risas y sueños en cada etapa de mi vida.

Por último, y aún más importante, quiero agradecer a mi familia, ya que sin ellos no hubiera llegado hasta este momento. El amor y apoyo de mi padre, que siempre me ha llevado por el camino del conocimiento y nunca me ha dejado rendir. Mi madre, la cual sembró en mí el gusto por las matemáticas y con amor se levantaba conmigo todas las mañanas para acompañarme al transporte, mi hermano del cual aprendí muchas cosas y siempre estuvo para mí dándome consejos de vida. Este trabajo representa todo su esfuerzo y dedicación.

# ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	I
ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE TABLAS	VI
RESUMEN	VII
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2 ANTECEDENTES</b>	<b>2</b>
<b>3 CONCEPTOS PRELIMINARES</b>	<b>11</b>
3.1 Árbol de expansión mínima . . . . .	14
3.2 Problema de la ruta más corta . . . . .	15
<b>4 ALGORITMO DIJKSTRA</b>	<b>16</b>
<b>5 METODOLOGÍA</b>	<b>18</b>
5.1 Circuito 1 . . . . .	24
5.2 Circuito 2 . . . . .	25
5.3 Circuito 3 . . . . .	26
5.4 Circuito 4 . . . . .	27
5.5 Circuito 5 . . . . .	28
<b>6 RESULTADOS</b>	<b>29</b>
6.1 Circuito 1 . . . . .	29
6.1.1 Distancia . . . . .	29
6.1.2 Tiempo . . . . .	32
6.1.3 Gasto de combustible . . . . .	34
6.2 Circuito 2 . . . . .	37
6.2.1 Distancia . . . . .	37
6.2.2 Tiempo . . . . .	39

6.2.3	Gasto de combustible . . . . .	41
6.3	Circuito 3 . . . . .	44
6.3.1	Distancia . . . . .	44
6.3.2	Tiempo . . . . .	46
6.3.3	Gasto de combustible . . . . .	48
6.4	Circuito 4 . . . . .	51
6.4.1	Distancia . . . . .	51
6.4.2	Tiempo . . . . .	54
6.4.3	Gasto de combustible . . . . .	56
6.5	Circuito 5 . . . . .	58
6.5.1	Distancia . . . . .	58
6.5.2	Tiempo . . . . .	60
6.5.3	Gasto de combustible . . . . .	62
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>65</b>
<b>8</b>	<b>CÓDIGO</b>	<b>67</b>
<b>9</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>78</b>
	<b>Referencias</b>	<b>78</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

1	Circuito 1, Zaragoza-Bernardo Quintana- Universidad-5 de Febrero	6
2	Circuito 2, 5 de Febrero-Universidad-Bernardo Quintana-Zaragoza	7
3	Circuito 3, Tecnológico-Universidad-Ezequiel Montes- Carretera México/Querétaro . . . . .	8
4	Circuito 4, Ezequiel Montes-Zaragoza-Circunvalación-Universidad	9
5	Circuito 5, Zaragoza-Pasteur-Luis Vega y Monroy-Terminal de Autobuses de Querétaro (TAQ) . . . . .	10
6	Ejemplo de una red . . . . .	11
7	Ejemplo de una red no dirigida . . . . .	12
8	Ejemplo de árbol y árbol de expansión . . . . .	13
9	Descripción de etiquetas del algoritmo Dijkstra . . . . .	16
10	Desviación circuito 1 . . . . .	24
11	Desviación circuito 2 . . . . .	25
12	Desviación circuito 3 . . . . .	26
13	Desviación circuito 4 . . . . .	27
14	Desviación circuito 5 . . . . .	28
15	Trayectoria de distancia mínima Circuito 1. . . . .	31
16	Trayectorias del Circuito 1 y distancia mínima resultante. . . . .	31
17	Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 1. . . . .	33
18	Circuito 1 y tiempo mínimo. . . . .	33
19	Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 1. . . . .	36
20	Circuito 1 y costo mínimo de combustible. . . . .	36
21	Trayectoria de distancia mínima Circuito 2. . . . .	38
22	Trayectorias del Circuito 2 y distancia mínima resultante. . . . .	39
23	Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 2. . . . .	40
24	Circuito 2 y tiempo mínimo. . . . .	41
25	Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 2. . . . .	42
26	Circuito 2 y costo mínimo de combustible. . . . .	43
27	Trayectoria de distancia mínima Circuito 3. . . . .	45

28	Trayectorias del Circuito 3 y distancia mínima resultante. . . . .	46
29	Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 3. . . . .	47
30	Circuito 3 y tiempo mínimo. . . . .	48
31	Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 3. . . . .	49
32	Circuito 3 y costo mínimo de combustible. . . . .	50
33	Trayectoria de distancia mínima Circuito 4. . . . .	52
34	Trayectorias del Circuito 4 y distancia mínima resultante. . . . .	53
35	Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 4. . . . .	55
36	Circuito 4 y tiempo mínimo. . . . .	55
37	Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 4. . . . .	57
38	Circuito 4 y costo mínimo de combustible. . . . .	57
39	Trayectoria de distancia mínima Circuito 5. . . . .	59
40	Trayectorias del Circuito 5 y distancia mínima resultante. . . . .	60
41	Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 5. . . . .	61
42	Circuito 5 y tiempo mínimo. . . . .	62
43	Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 5. . . . .	63
44	Circuito 5 y costo mínimo de combustible. . . . .	64



## ÍNDICE DE TABLAS

1	Descripción de las paradas. . . . .	18
2	Resultado de la trayectoria con distancia mínima en el Circuito 1. . . . .	29
3	Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 1. . . . .	32
4	Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 1. . . . .	34
5	Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 2. . . . .	37
6	Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 2. . . . .	39
7	Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 2. . . . .	41
8	Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 3. . . . .	44
9	Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 3. . . . .	46
10	Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 3. . . . .	48
11	Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 4. . . . .	51
12	Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 4. . . . .	54
13	Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 4. . . . .	56
14	Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 5. . . . .	58
15	Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 5. . . . .	60
16	Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 5. . . . .	62
17	Resumen de resultados . . . . .	64

## RESUMEN

En el transcurso de la última década la población del estado de Querétaro se ha incrementado considerablemente, asentándose la mayoría cerca de la zona metropolitana, por lo cual se han tenido que implementar nuevas estrategias de transporte para lograr que la población pueda desplazarse dentro de la ciudad. El Instituto Queretano del Transporte(IQT) observó un mayor flujo de personas en la parte central de la zona conurbada de Querétaro, por esta razón propuso cinco circuitos los cuales ayudarían a desahogar la zona concurrida moviendo a la población a diferentes puntos de la ciudad donde puedan transbordar con alguna otra unidad para llegar a su destino. En esta tesis se propone realizar un análisis del recorrido de los cinco circuitos utilizando un algoritmo con la finalidad de estudiar si cada circuito cuenta con una ruta óptima, es decir, verificar si la trayectoria ayuda a minimizar la distancia, tiempo de recorrido y gasto de combustible por unidad, sin perder el enfoque del IQT.

## **ABSTRACT**

Over the last decade, Querétaro's population has grown significantly, with most residents settling near the metropolitan area. The Instituto Queretano de Transporte (IQT) observed a greater flow of people in the central part of the Querétaro metropolitan area, for this reason, five circuits were created that can contribute to the crowded area by transferring the population to different points of the city where they can take another bus to reach their destination. In this thesis, it is proposed to use an algorithm to perform an analysis of the route of the five circuits to determine whether each circuit has an optimal route, that is, to verify that the trajectory helps to minimize the distance, travel time, and fuel cost per unit without losing IQT's focus.

# 1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia un tema importante es la movilización de personas hacia diferentes lugares, encontrar los caminos más cortos donde genere menos tiempo de viaje, por esta razón se han realizado diferentes estudios que en esta era de urbanización ayudan a la elección de las mejores vías las cuales se les conocen como redes de tránsito. Las redes de tránsito han sido estudiadas por muchos académicos, los cuales se basan en una herramienta útil que es la programación matemática, para la cual hay que tener varias consideraciones, como lo menciona Newell (1979); Baaj y Mahmassani (1991), ya que para generar una red de tránsito óptima es difícil, debido a que no se cuenta con una linealidad y convexidad en el modelo.

En el transcurso de la última década la población del estado de Querétaro ha incrementado considerablemente, asentándose la mayoría cerca de la zona metropolitana, por lo cual se han tenido que implementar nuevas estrategias de transporte para lograr que la población pueda desplazarse dentro de la ciudad. El Instituto Queretano del Transporte(IQT) observó un mayor flujo de personas en la parte central de la zona conurbada de Querétaro, por esta razón propuso cinco circuitos los cuales ayudarían a desahogar la zona concurrida moviendo a la población a diferentes puntos de la ciudad donde puedan transbordar con alguna otra unidad para llegar a su destino. En este trabajo se realizó un análisis del recorrido de los cinco circuitos utilizando el algoritmo Dijkstra con una modificación para respetar el flujo de los pasajeros, el cual proporcionó la ruta más corta utilizando diferentes variables, con la finalidad de estudiar si cada circuito representa una ruta óptima o puede proponerse una que mejore la recolección de personas o disminuya el impacto ambiental, es decir, verificar si la trayectoria ayuda a minimizar la distancia, tiempo de recorrido y gasto de combustible por unidad, sin perder el enfoque propuesto por el IQT.

## 2 ANTECEDENTES

En la Zona Metropolitana de Querétaro (ZMQ) se cuenta con un total de 76 redes de tránsito, de las cuales dos tienen variaciones, además con un total de 1,050 paradas con una distancia promedio entre ellas de 450 metros. El promedio de vueltas al día de un vehículo de transporte público es de 6.13, mientras que en los fines de semana se cuenta con un promedio de 6.04, en ambos casos con una velocidad de operación de 18.4 km/h (Instituto Queretano del Transporte[IQT], 2017, p.30).

Se conoce como despacho al envío de un vehículo durante un determinado tiempo, por lo cual en la hora de máxima demanda, se observó una frecuencia de servicio promedio de 5.7 despachos por hora y en las horas de baja demanda de 5.6 despachos por hora; lo cual denota la poca variación que realizan las empresas a pesar de la disminución de la demanda, lo que ocasiona exceso de despachos y kilómetros diarios, que repercute en mayores costos de operación y baja productividad.

Obregón-Biosca y Betanzo-Quezada (2013) presentaron un análisis de los patrones de los desplazamientos en la Zona Conurbada de Querétaro (ZCQ) a partir de una encuesta origen-destino, mediante estadística descriptiva y relaciones causales entre el transporte y las características socioeconómicas; en el estudio encontraron una variación del signo en la percepción del tiempo de viaje debido al beneficio inducido en los individuos de las zonas de ingreso medio-bajo al contar con un vehículo, también que el género es un parámetro de interés, pues observaron un mayor número de desplazamientos realizados por personas del género masculino así como la preferencia en utilizar vehículo privado el cual indica un contraste entre los años 2004 y 2010, ya que en el primero se observó que el 39.7% de los desplazamientos se realizaban por este medio mientras que en el segundo hubo un aumento de 8.22%, por lo tanto, teniendo la misma demanda del servicio, las necesidades de infraestructura y

la ausencia de mejora en el sistema de transporte masivo, ocasionó que la mayoría de los habitantes de la zona metropolitana dieran una nota reprobatoria a las condiciones en ese momento para el transporte público.

Teniendo en cuenta las condiciones del transporte público, en los últimos ocho años el Instituto Queretano de Transporte (IQT) ha implementado varios cambios para lograr una mejora en el servicio, entre los cuales destacamos los siguientes:

En agosto de 2013 se implementó el sistema RedQ, el cual consiste en el uso de tarjeta para el pago del transporte, se redujeron el número de rutas (redes) que no tienen variación de 76 a 60 con un promedio de recorrido por día de 185 mil kilómetros (cuando actualmente se recorrían 268 mil) y se pasó de 1.9 a 2.9 pasajeros promedio por kilómetro recorrido, además se retiraron 400 unidades de transporte que se encontraban en mal estado quedando de esta manera 1,070 camiones circulando. En este mismo mes se encontró que las rutas 11 y 12, 16 y 40, 23 y 41 realizaban un recorrido similar, por lo tanto, se fusionaron para dejar solo una en funcionamiento, de modo que desaparecieron las rutas 11, 16 y 23. Además, algunas rutas extendieron su recorrido, tal fue el caso de las rutas 20, 121 y 69. También se realizó un cambio en las paradas buscando un orden en el polígono que conforman las avenidas 5 de Febrero, Constituyentes, Universidad y Bernardo Quintana sumando a la vez la modificación en el horario de transporte, comenzando a otorgar el servicio desde las 4:45 y terminando a las 23:00 horas y por último, se comenzó con la ampliación de prolongación Constituyentes.

En el mes de octubre del 2013 se incorporaron 75 nuevas unidades de transporte público, también se agregaron cinco redes (rutas): la cinco que va de Las Flores a La Cañada, la 13 de Menchaca II-IMSS Zaragoza, la 56-1 Santa María Magdalena-Lázaro Cárdenas, la 61-N de Rancho San Antonio y la 125 de Santa Bárbara-Central de Autobuses.

Para el año 2014 había en funcionamiento 66 rutas con mil 125 autobuses,

además hubo un ajuste a las frecuencias del servicio en los fines de semana, ya que los sábados disminuía un 30% la cantidad de personas y los domingos hasta un 60%. Teniendo en cuenta la demanda de los usuarios se realizó un ajuste de 59 rutas respecto del número de autobuses asignados en ciertas horas del día. En noviembre de ese año entraron en funcionamiento cuatro rutas de transporte público colectivo; las rutas 130, 131, 132 y 133 que se unieron con 65 nuevas unidades; este recorrido fue pensado para la movilidad de estudiantes universitarios y personal de los parques industriales. En enero del año 2015 cuatro nuevas rutas se incorporan al sistema RedQ tomando los números 134, 135, 136 y 137 cuyo trayecto se describe a continuación:

- La salida de la ruta 134 de la Colonia 10 de abril en la zona de Loma Bonita pasando por Revolución, Rocío, Sauces, Carrillo Puerto y terminando su trayecto en el Hospital General del IMSS (Zaragoza).
- La 135 parte de la intersección entre Hércules y La Cañada pasando por Emeterio González, El Bosque, 2 de abril y La Estación, y por Zaragoza terminando su recorrido en el Hospital General del IMSS.
- La ruta 136 comienza su recorrido en la Terminal de Autobuses para llegar a Los Juncos en la zona de Mompaní, al norte de la capital.
- La 137 refuerza la zona de Menchaca, ya que se muestra una saturación en el servicio de la ruta número 28.

En el año 2017 nace la empresa Qrobús la cual se conformó de 15 empresas de transporte, las cuales actualmente brindan el servicio en el municipio de Querétaro, ofreciendo un sistema integral de operación, transparencia, gestión, tecnología, optimización de rutas e infraestructura a usuarios y socios. Además, se comienza a circular en los ejes estructurales de Av.de la Luz y Constitución de 1917 de Av. Constituyentes.

En agosto de ese año, se firmó un convenio entre las empresas Móvil QroBus y Banca Mifel por un crédito de hasta 500 millones de pesos para la compra de 222 nuevas unidades para el transporte público las cuales funcionarían a base de gas natural y serían fabricadas por las empresas armadoras Yutong e Higer, dichas unidades arribaron al estado entre el mes de septiembre y octubre del mismo año.

En el año 2018 se dio a conocer mediante un estudio técnico que la zona metropolitana de transporte contaba con 1,045 vehículos concesionados y permisos activos ofertando 5,858,698 kilómetros mensuales promedio del periodo. Cabe señalar que los vehículos que prestan el servicio sólo consumen dos tipos de combustible: el Diesel y el Gas Natural Vehicular (GNV), teniendo 51.5% de vehículos de diesel y un 48.5% de GNV, también se dio a conocer que el rendimiento de ellos variaba dependiendo el tipo de motor, dimensión del vehículo y las rutas asignadas. El vehículo de diesel tenía un rendimiento promedio de 2.3 km/l mientras que el de gas natural tuvo un rendimiento promedio de 1.87 km/l (Instituto Queretano del Transporte[IQT], 2018, pp. 4-6).

En diciembre del 2018 el gobernador Francisco Domínguez Servién informó que se necesitarían 200 nuevas unidades para ofrecer un mejor servicio de transporte.

A principios del 2019, llegaron 28 de 120 camiones los cuales fueron rentados por los concesionarios de Qrobús para atender la demanda de servicio de los usuarios, con estas adquisiciones, para el mes de abril las autoridades señalaron que se encontraban circulando cerca de 900 unidades de transporte en la capital. En el mes de agosto se pusieron en operación las 170 nuevas unidades del transporte público metropolitano, que incluían 16 camiones articulados.



En el mes de septiembre de 2019, el Poder Ejecutivo del Estado de Querétaro a través del IQT propuso cinco circuitos centrales que ayudarían a un ordenamiento del transporte en la Avenida Zaragoza con el propósito de mejorar el flujo en el centro de la ciudad. A continuación, se describen los cinco circuitos centrales propuestos:

**El Circuito 1 (C1)** tuvo el siguiente trayecto: Zaragoza-Bernardo Quintana-Universidad-5 de Febrero, con salidas sobre prolongación Zaragoza y Calle Loma de La Cañada.

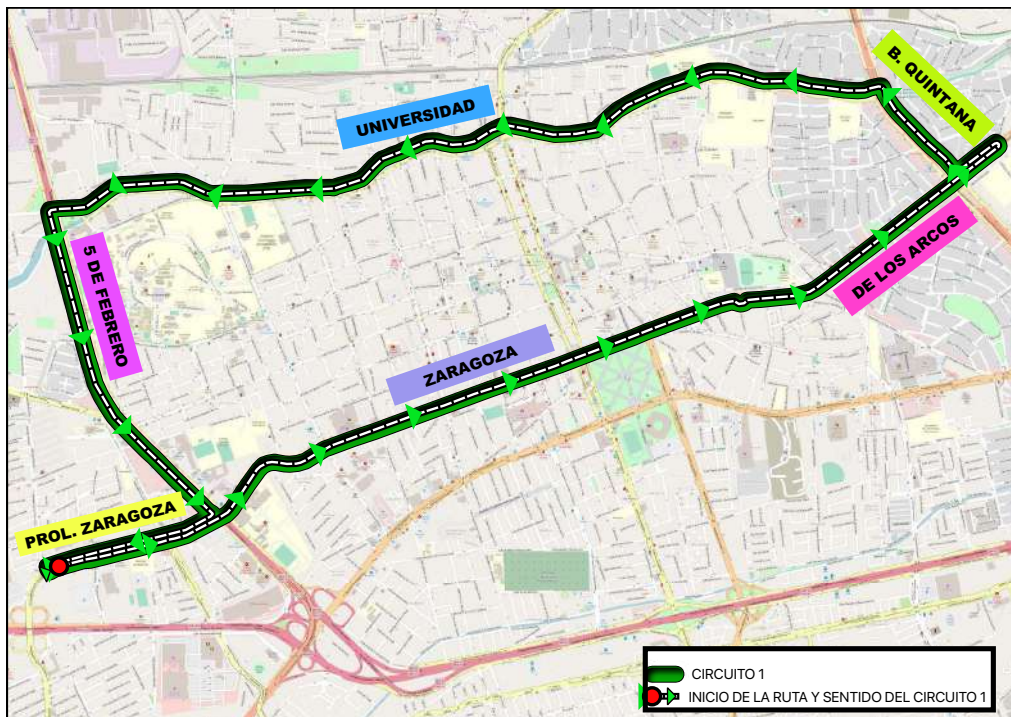


Figura 1: Circuito 1, Zaragoza-Bernardo Quintana- Universidad-5 de Febrero

El **Circuito 2 (C2)** iba sobre 5 de Febrero-Universidad-Bernardo Quintana-Zaragoza; con salidas en Universidad y Los Arcos.

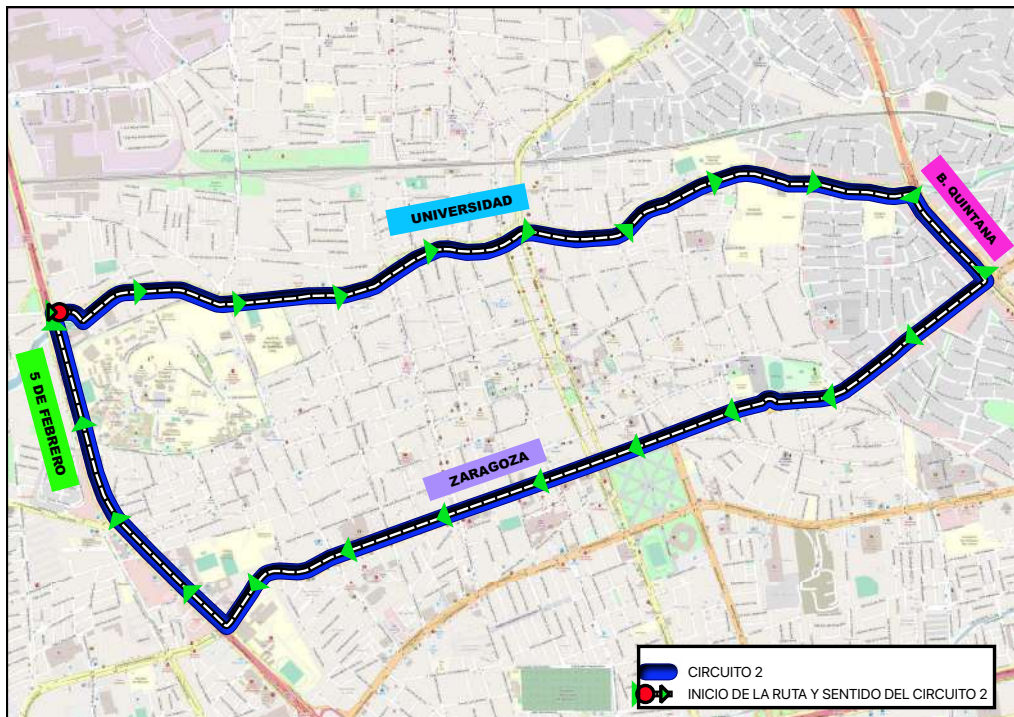


Figura 2: Circuito 2, 5 de Febrero-Universidad-Bernardo Quintana-Zaragoza

El **Circuito 3 (C3)** realizaba su recorrido por Tecnológico-Universidad-Ezequiel Montes-Carretera México/Querétaro, con salidas en Casa Blanca y Ezequiel Montes.

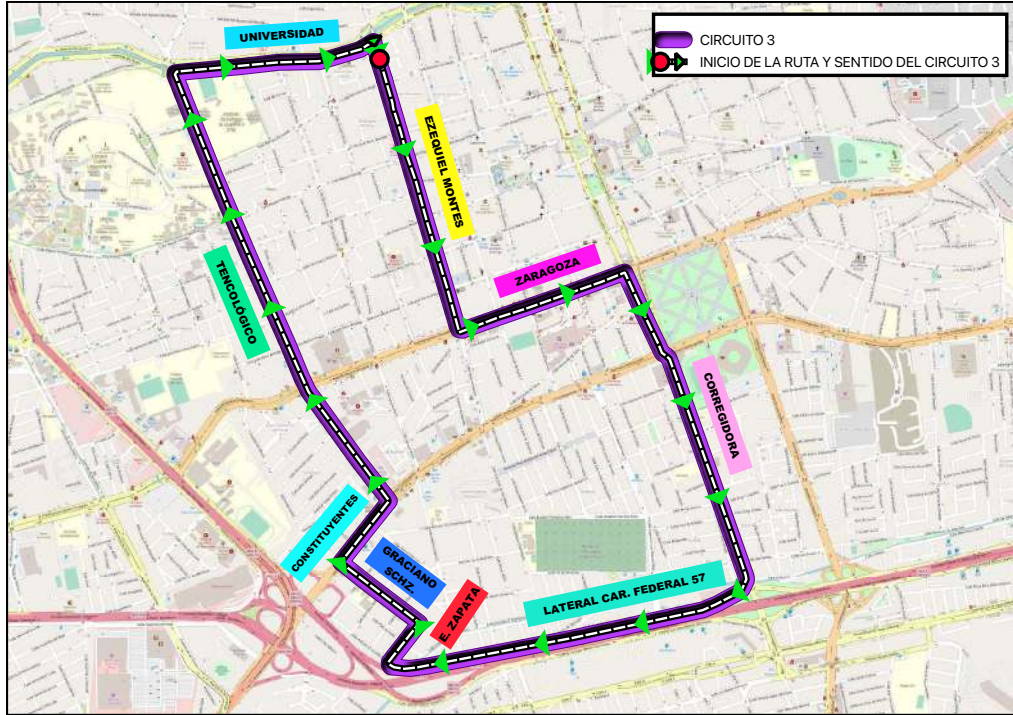


Figura 3: Circuito 3, Tecnológico-Universidad-Ezequiel Montes- Carretera México/Querétaro

El Circuito 4 (C4) circulaba sobre Ezequiel Montes-Zaragoza-Circunvalación-Universidad, con salidas en Independencia y Ezequiel Montes.

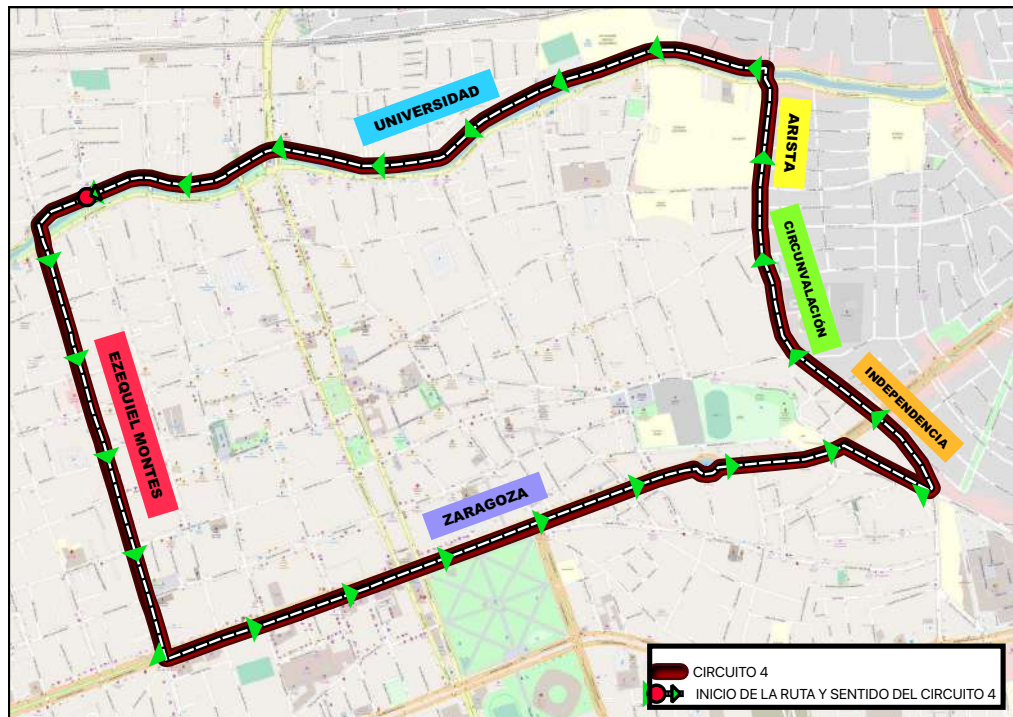


Figura 4: Circuito 4, Ezequiel Montes-Zaragoza-Circunvalación-Universidad

Finalmente, el **Circuito C5** recorría Zaragoza-Pasteur-Luis Vega y Monroy-Terminal de Autobuses de Querétaro (TAQ)-Corregidora, con salidas en la TAQ y Zaragoza.



Figura 5: Circuito 5, Zaragoza-Pasteur-Luis Vega y Monroy-Terminal de Autobuses de Querétaro (TAQ)

### 3 CONCEPTOS PRELIMINARES

Para comenzar a abordar el tema de esta tesis es necesario definir los conceptos básicos de la metodología de redes que más adelante serán mencionados en esta tesis. Una red se define como un conjunto de puntos conectados entre sí por una serie de arcos, la notación para describirla es  $(N, A)$ , donde  $N$  es el conjunto de puntos que se les denomina nodos, mientras que  $A$  es el conjunto de arcos también llamados aristas. Por ejemplo, la red de la Figura 6 está descrita a continuación:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{(1, 3), (1, 2), (1, 4), (2, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 5), (4, 6), (5, 2), (5, 6)\}$$

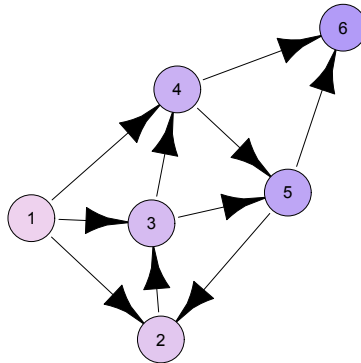


Figura 6: Ejemplo de una red

Los arcos de una red pueden tener un flujo (peso de los arcos) que pase por medio de ellos. Si el flujo a través de un arco sólo se permite en una dirección, se dice que la red tiene un arco dirigido y la forma de etiquetar este tipo de arcos es con la notación  $(x_i, x_j)$ , donde,  $x_i$  es el nodo de donde proviene (nodo inicial o de origen) y  $x_j$  el nodo hacia donde se dirige (nodo final o de destino), en la figura 6 tenemos el arco dirigido  $3 \rightarrow 5$  para poder etiquetarlo

correctamente tendríamos que escribir (3,5). De esta manera definimos a una red dirigida como aquella en la que todos sus arcos son dirigidos. Observe que la figura 6 se trata de una red dirigida.

Por otra parte, si se permite el flujo en ambas direcciones decimos que la red cuenta con un arco no dirigido y de igual forma, si todos sus arcos son no dirigidos estamos hablando de una red no dirigida. Para ejemplificar lo anteriormente mencionado veamos la figura 7.

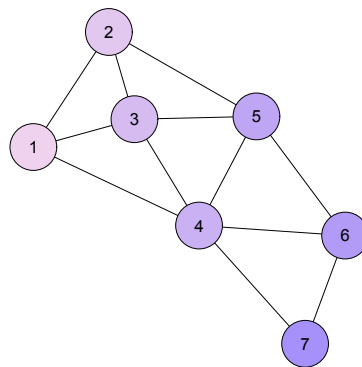


Figura 7: Ejemplo de una red no dirigida

Una trayectoria entre cada par de nodos está definida como una serie de arcos distintos que conectan a los dos nodos pasando por otros nodos. Por ejemplo, una de las trayectorias que conectan a los nodos 1 y 6 en la figura 7 es la serie de arcos  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$  y viceversa, en este ejemplo estamos hablando de una trayectoria no dirigida, ya que se puede comenzar desde el nodo 1 o desde el nodo 6 recorriendo el mismo camino, es decir una trayectoria es no dirigida si podemos llegar del nodo  $x_i$  al  $x_j$  de igual manera que del  $x_j$  al  $x_i$ . Sin embargo, se define una trayectoria dirigida como una sucesión que va desde el nodo  $x_i$  al nodo  $x_j$  a través de una ruta factible. Por ejemplo, en la figura 6 la trayectoria que conecta al nodo 2 con el nodo 6 sería  $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6$  la cual se trata de una trayectoria dirigida, ya que puede observar que es imposible seguir la misma ruta comenzando desde el nodo 6.

Un ciclo en una trayectoria es aquel que conecta a un nodo consigo mismo pasando por otros nodos. Por ejemplo, en la figura 6 los arcos  $(2,3)$ ,  $(3,5)$  y  $(5,2)$  están formando un ciclo, como se trata de una red dirigida, el ciclo también será un ciclo dirigido, por el contrario,  $(1,3)$ ,  $(3,4)$ ,  $(1,4)$  no es un ciclo dirigido, ya que el arco  $(1,4)$  está en dirección opuesta y no permite conectarnos con el nodo 1. Por otra parte, se puede observar que la figura 7 tiene varios ciclos, por ejemplo, el que forma los arcos  $(3,4)$ ,  $(4,6)$ ,  $(6,5)$ ,  $(5,3)$ , pero en este caso se trata de un ciclo no dirigido, cabe destacar que un ciclo dirigido es un ciclo no dirigido, pero el caso inverso es falso.

Una red conexa es aquella en la que cada par de nodos se encuentran conectados por al menos una trayectoria.

Un árbol es una red conexa en la cual no se permiten ciclos y puede constar sólo de un subconjunto de nodos de la red, mientras que un árbol de expansión se define como una red conexa que contiene a todos los nodos sin formar ciclos.

En la figura 8 se muestra un árbol y un árbol de expansión proveniente de la figura 7.

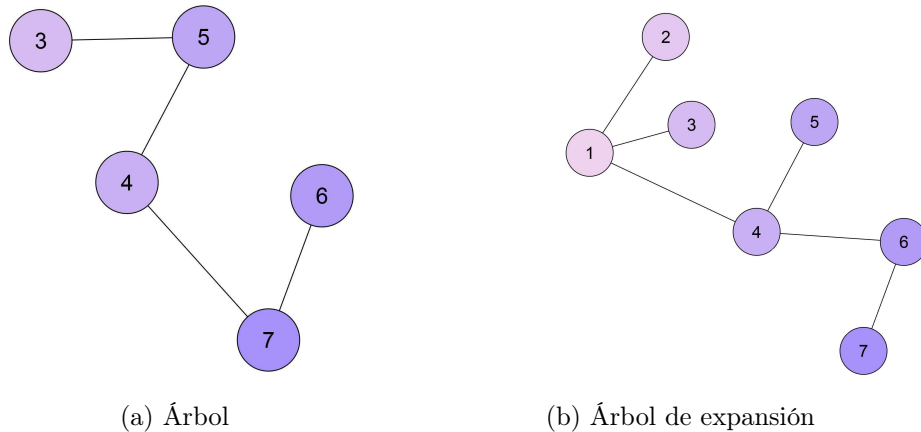


Figura 8: Ejemplo de árbol y árbol de expansión



### 3.1 Árbol de expansión mínima

El árbol de expansión mínima es aquel que comienza desde un vértice enlazando a todos los nodos de la red cuya suma final de la longitud de los arcos es la mínima que se puede obtener, para lograr encontrar este árbol es necesario recurrir a un algoritmo de optimización de redes, donde sus principales usos se encuentran en el diseño de redes de comunicación y en redes de transporte que unen a varias poblaciones.

#### Algoritmo de árbol de expansión mínima

Sean:

- $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  el conjunto de nodos de la red.
- $A_k$  = El conjunto de nodos que se conectan de forma permanente en la iteración  $k$ .
- $(A_k)^c$  = El conjunto de nodos que faltan por conectar de forma permanente.

Pasos:

Paso 0. Definimos a  $A_0 = \emptyset$  y  $(A_0)^c = N$ .

Paso 1. Se elige, de manera arbitraria el primer nodo  $i$ , actualizamos el conjunto  $A_1 = \{i\}$ , lo cual significa que el conjunto  $A$  en su primera iteración tiene su primer elemento  $i$  y se lo quitamos al conjunto  $(A_1)^c = N - \{i\}$ . Igualar  $k = 2$ .

Paso 2. Seleccionamos al siguiente nodo  $j$  del conjunto  $(A_1)^c$  de tal forma que sea la mínima longitud desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  del conjunto  $A_2$ . Igualar  $k = 3$ .

Paso k. Se selecciona un nodo  $j^*$  del conjunto  $(A_{k-1})^c$  de manera que sea la mínima longitud con uno de los nodos del conjunto de nodos permanentes  $A_{k-1}$ . Una vez seleccionado se coloca en el conjunto de nodos permanentes  $A_{k-1}$  y se elimina del conjunto  $(A_{k-1})^c$ , es decir

$$A_k = A_{k-1} + \{j^*\}, (A_k)^c = (A_{k-1})^c - \{j^*\}$$

Se repite este procedimiento hasta que el conjunto  $(A_k)^c = \emptyset$ . Finalmente, se obtendrá el árbol de expansión mínima.

Nota: En caso de encontrar dos nodos que con la mínima longitud, se elige cualquiera de los nodos de forma arbitraria, esto nos indica que podemos encontrar más de una solución óptima.

### 3.2 Problema de la ruta más corta

El problema de la ruta más corta consiste en encontrar un camino desde un nodo inicial hasta un nodo final conectando los nodos de una red, con la finalidad de que la suma de los pesos de los arcos sea mínima, concluyendo una vez que se haya llegado al nodo final. Uno de los enfoques en el cual podemos encontrar lo anteriormente mencionado es en la resolución de problemas de transporte donde el objetivo es minimizar el tiempo, la distancia o el gasto del combustible en un recorrido, para esto necesitamos el algoritmo adecuado para que la trayectoria sea la correcta.

## 4 ALGORITMO DIJKSTRA

El algoritmo Dijkstra determina el camino más corto etiquetando de forma temporal o permanente a cada uno de los nodos de una red, esto con el fin de que los nodos permanentes formen la mínima trayectoria desde un nodo inicial  $x_i$  a un nodo final  $x_j$ . Para que este algoritmo pueda ser utilizado la red tiene que ser conexa, es decir, todos los nodos deben estar conectados y el peso de cada arco debe ser no negativo.

### Etiquetas y descripción del algoritmo

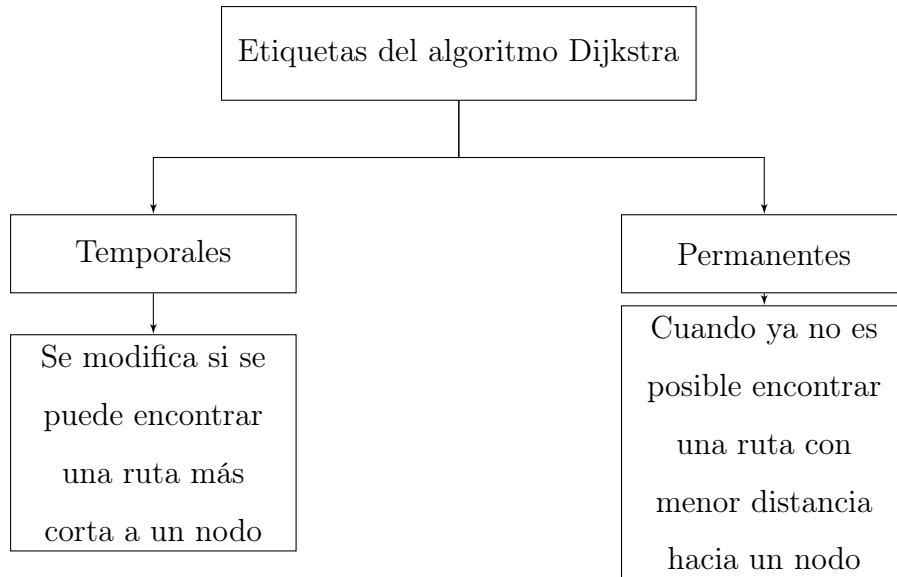


Figura 9: Descripción de etiquetas del algoritmo Dijkstra

Para etiquetar a los nodos posteriores a  $i$  en este algoritmo utilizaremos la notación:

$$[\varphi_j, i] = [\varphi_i + d(i, j), i]$$

donde:

- $[\varphi_j, i]$  describe la menor distancia hasta el nodo  $j$  desde el nodo  $i$ .

- $\varphi_j$  es la distancia más corta hasta el nodo  $j$ .
- $d(i, j)$  es la longitud del arco desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ .

Pasos del algoritmo:

Paso 0. Marcamos con etiqueta permanente  $[-, ]$  al nodo inicial.

Paso  $i$ . Calculamos las etiquetas temporales  $[\varphi_j + d(i, j), i]$  para cada nodo  $j$  al que se pueda llegar desde  $i$ , siempre y cuando el nodo  $j$  no esté etiquetado como permanente. Si el nodo  $j$  ya se encuentra etiquetado con  $[\varphi_j, r]$  por otro nodo  $r$ , y si  $\varphi_i + d(i, j) < \varphi_j$ , entonces sustituimos  $[\varphi_j, r]$  por  $[\varphi_j + d(i, j), i]$ . Si todos los nodos tienen etiquetas permanentes nos detenemos. En caso contrario, seleccionamos la etiqueta  $[\varphi_k, s]$  que tenga la distancia más corta del conjunto de nodos temporales. Hacemos  $i = k$  y repetimos el paso  $i$ .

En caso de encontrar dos o más distancias iguales hacia el mismo nodo, se romperá el empate de forma arbitraria.

## 5 METODOLOGÍA

Los datos de estudio en esta tesis se obtuvieron por separado comenzando por la base de datos de las paradas oficiales de la zona metropolitana de Querétaro que nos proporcionó el IQT, gracias a ello se pudieron ubicar las paradas utilizando la aplicación de Google Maps y eliminar las que no correspondían en la aplicación, posteriormente se extrajo para cada circuito la información correspondiente a la distancia y el tiempo que se toma en llegar de una parada a otra. La variable gasto de combustible se obtuvo por medio de una combinación lineal tomando en cuenta los dos tipos de combustible que utilizan los vehículos de transporte y el porcentaje que existe de cada uno de ellos, de esta manera se obtuvo la siguiente fórmula:

$$Z = \left(\frac{\text{costo del diesel}}{2300}\right)(0.515) + \left(\frac{\text{costo del gas natural}}{1870}\right)(0.485) \quad (1)$$

donde  $Z$  = Gasto de combustible por kilómetro. Finalmente, se obtuvo el total de distancia, tiempo y gasto de combustible de cada circuito.

Con dicha información se creó un documento en Excel donde a cada parada se le asignó una etiqueta para la identificación adecuada, se crearon cinco libros donde cada uno contiene la información de paradas, distancia y tiempo correspondiente a cada circuito. En la siguiente tabla se muestran el nombre de las paradas y su etiqueta.

Tabla 1: Descripción de las paradas.

NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Prol. Zaragoza y City Club Zaragoza	5
Prol. Zaragoza y 5 de Febrero (avenida de las Torres)	6
Prol. Zaragoza y 5 de Febrero 2	7
Ignacio Zaragoza y 5 de Febrero 3	8
Ignacio Zaragoza y 5 de Febrero 4	9
Ignacio Zaragoza y Cto.del Mesón	11
Ignacio Zaragoza y Tecnológico	12
Ignacio Zaragoza e Ignacio Pérez	13
Ignacio Zaragoza y Ezequiel Montes	14

NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Ignacio Zaragoza y Vicente Guerrero	15
Ignacio Zaragoza e Ignacio Allende	17
Ignacio Zaragoza y Alameda	18
Ignacio Zaragoza y Manuel Altamirano	20
Ignacio Zaragoza y Manuel Acuña	22
Ignacio Zaragoza e Insurgentes Queretanos	23
Calzada de los Arcos e Independencia	25
Calzada de los Arcos y Puente de Alvarado	26
Calzada de los Arcos y Bernardo Quintana de Oeste a Este	27
Calzada de los Arcos y Bernardo Quintana de Este a Oeste	28
Blvd.Bernardo Quintana y Calz de los Arcos	29
Blvd.Bernardo Quintana y Av.del Río	30
Universidad y Damián Carmona	31
Universidad y Marte	32
Universidad y López Rayón	33
Universidad y Corregidora	34
Universidad y Emilio Carranza	35
Universidad y Nicolás Bravo	36
Universidad y Estío	37
Universidad e Ignacio Pérez	38
5 de Febrero y CEA	39
5 de Febrero y Carretera a Tlacote	40
5 de Febrero y Carretera a Tlacote 1	41
5 de Febrero e Ignacio Zaragoza 1	42
Prolongación Zaragoza y Avenida de las Torres	43
Prol.Zaragoza y City Club Zaragoza	44
Prol.Zaragoza y Hacienda Vegil	45
Prol.Zaragoza y Hacienda Escolásticas	46
Prol.Zaragoza y Paseo de las Plazas	47
Prol.Zaragoza y Plaza del Carmen	48
Luis Pasteur e Ignacio Zaragoza	49
Estación Qrobus Alameda	50
Estación Qrobus Mercado Escobedo	51
Estación Qrobus Ezequiel Montes	52

NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Estación Avenida Constituyentes y AGROASEMEX	53
Tecnológico y Mariano de las Casas	54
Tecnológico y Fernando Loyola	55
Tecnológico y José Ma. Arteaga	56
Tecnológico y Francisco I.Madero	57
Tecnológico e Hidalgo	58
Miguel Hidalgo y Valentín Gómez Farías	59
Miguel Hidalgo y Paseo de los Niños Héroes	60
5 de Febrero y Universidad Autónoma de Querétaro	61
Río Ayutla y 5 de Febrero	62
Av.Universidad y Gabino Barreda	63
Universidad y Tecnológico	64
Universidad e ITQ	65
Tecnológico y Mariano Escobedo	66
Universidad e Ignacio Pérez	67
Universidad y San Andrés	68
Ezequiel Montes y Mariano Escobedo	69
Ezequiel Montes y Miguel Hidalgo	70
Ezequiel Montes y Andrés Balvanera	71
Ezequiel Montes y Francisco I Madero	72
Ezequiel Montes y José Ma.Arteaga	73
Ezequiel Montes y Francisco Alcocer Pozo	74
Ejército Republicano y Calzada de los Arcos	75
Independencia y Capuchinas	76
20 de Noviembre y Ejército Republicano	77
20 de Noviembre y Francisco González de Cosío	78
Estación Auditorio	79
Estación San Francisquito	80
Av.Universidad y Gabino Barreda	81
Universidad y Priv. Rafael Osuna	83
Universidad y Benito Juárez	84
Av.Universidad y Gral.Corona	85
Universidad y Gutiérrez Nájera	86
Universidad y Damián Carmona	87

NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Universidad y Rodríguez Familiar	88
Calzada de los Arcos y calle Rodríguez Familiar	89
Calzada de los Arcos y calle Independencia	90
Avenida Ignacio Zaragoza y calle Insurgentes Queretanos	91
Avenida Ignacio Zaragoza y calle Doctor Lucio	92
Avenida Ignacio Zaragoza y calle Jesús García	93
Ignacio Zaragoza y Vicente Guerrero	94
Ignacio Zaragoza y Ezequiel Montes	95
Ignacio Zaragoza e Ignacio Pérez	96
Ignacio Zaragoza y Tecnológico	97
Ignacio Zaragoza y Tecnológico 1	98
Ignacio Zaragoza y 5 de febrero 1	99
Ignacio Zaragoza y 5 de febrero 2	100
Ignacio Zaragoza y 5 de febrero 3	101
5 de Febrero e Ignacio Zaragoza	102
5 de Febrero y Xicontécatl	103
5 de Febrero y 13 de Septiembre	104
Gutiérrez Nájera y 15 de Mayo 1	105
Gutiérrez Nájera y 15 de Mayo 2	106
Gutiérrez Nájera y 5 de Mayo 3	107
Calle Manuel Acuña y avenida 20 de Noviembre	108
5 de Febrero y Río Ayutla	109
Estío y Dr. Manuel Domínguez	110
Colón e Ignacio Zaragoza	111
Corregidora Sur y Zacarías Oñate	112
Corregidora Sur y Arroyo Seco	113
Corregidora Sur y Lázaro Cárdenas	114
Constituyentes y Graciano Sánchez	115
Lateral de la Autopista México Querétaro y calle Roque Rubio	116
Pasteur y Gonzalo Río Arronte	117
Pasteur y José A, Bustamante	118
5 de Febrero e Ignacio Zaragoza de Sur a Norte	119
Independencia y Calzada de los Arcos	120
Circunvalación y Magnolias	121



NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Arista y 15 de Mayo	122
Pról. Tecnológico y Calzada del Retablo	123
Pról. Tecnológico y Orlando	124
Pról. Tecnológico y Priv. El Fénix	125
Avenida Epigmenio González y avenida 5 de Febrero	126
5 de Febrero y Carretera al campo militar	127
Luis Vega y Monroy y Corregidora Sur	128
Parada LTH Rumbo a central	129
Avenida Luis Vega y Monroy y calle Paseo del Romancero	130
Avenida Luis Vega y Monroy y avenida Magisterio	131
Plaza del Cimatario y Autopista México - Querétaro	132
Plaza del Cimatario y Abogados	133
Cam. al Cerro del Cimatario y Arquitectos	134
Cam. al Cerro del Cimatario y Av.Ingenieros	135
Cam. al Cerro del Cimatario y Constituyentes	136
Francisco González de Cosío y 20 de Noviembre	137
Luis Vega y Monroy y Pasteur Sur	138
Pasteur y 1a. Calle de Laurel	139
Avenida Luis Pasteur Sur y avenida Constituyentes	140
Pasteur y Jalisco	141
Luis Pasteur y De las Artes	142
Luis Pasteur y José Sotelo	143
Luis Vega y Monroy y Plaza del Cimatario	144
Luis Vega y Monroy y Fray Luis de León	145
Luis Vega y Monroy y Fray Diego de Landa	146
Terminal de Autobuses de Querétaro y Transmetro	147
Terminal de Autobuses de Querétaro y Paradero	148
Luis Vega y Monroy y Fray Diego de Landa de Este a Oeste	149
Luis Vega y Monroy y Fray Luis de León de E a O	150
Luis Vega y Monroy y Plaza del Cimatario de E a O	151
Luis Vega y Monroy y Pza. San José	152
Luis Vega y Monroy y Paseo del Romancero de E a O	153
Luis Vega y Monroy y Pasteur Sur de E a O	154
Luis Vega y Monroy y Corregidora Sur de E a O	155

NOMBRE DE LA PARADA	NÚMERO DE NODO
Corregidora Sur y José Sotelo	156
Corregidora Sur y Felipe Galindo	157
Avenida Corregidora y avenida Constituyentes	158
Corregidora y Luis G Balvanera	159
Constituyentes y Popocatépetl	160
Av. Cimatario y Monte Everest	161
Cerro del Cimatario y Juventino Castro Sánchez	162

Para poder realizar el análisis de cada uno de los circuitos, se buscaron diferentes desviaciones por las cuales pudiera pasar el transporte público con el objetivo de poder abarcar más avenidas del centro histórico y que el circuito continuara pasando por Avenida Zaragoza, con la finalidad de mejorar el flujo del centro de la ciudad. Las siguientes figuras muestran las desviaciones realizadas para cada circuito donde el punto rojo en cada una de ellas indica el inicio de la dirección del trayecto.

## 5.1 Circuito 1

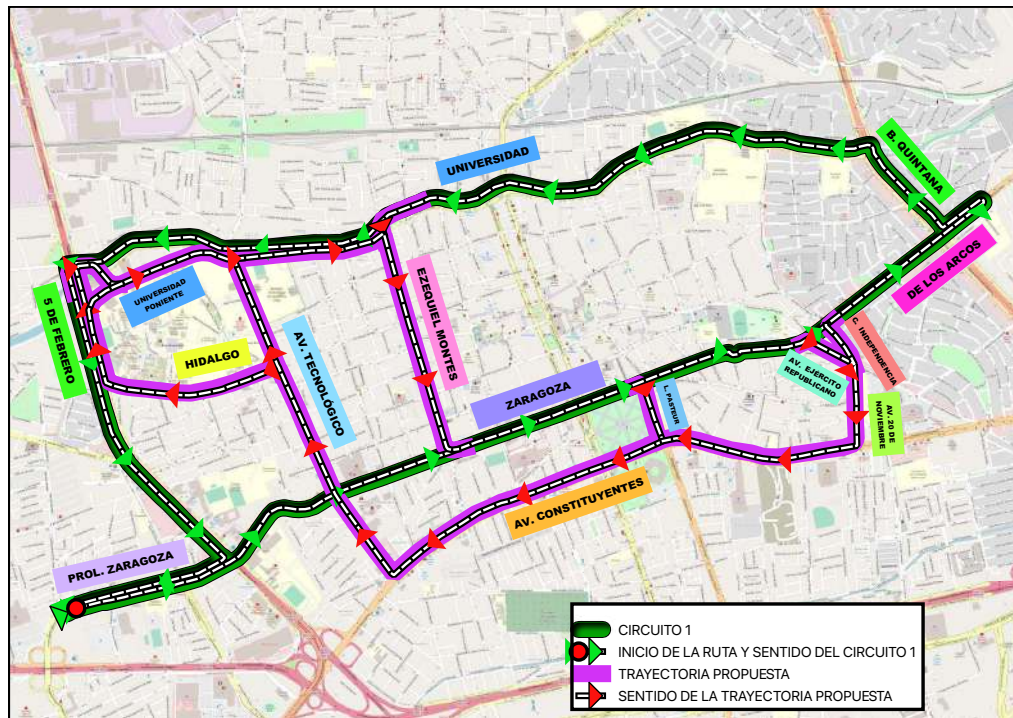


Figura 10: Desviación circuito 1

Desviaciones: Avenida Ejército Republicano, Calle Independencia, Avenida 20 de Noviembre, Avenida Luis Pasteur, Avenida Constituyentes, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo, Avenida 5 de Febrero, Avenida Universidad Poniente, Avenida Universidad y Calle Ezequiel Montes.

## 5.2 Circuito 2

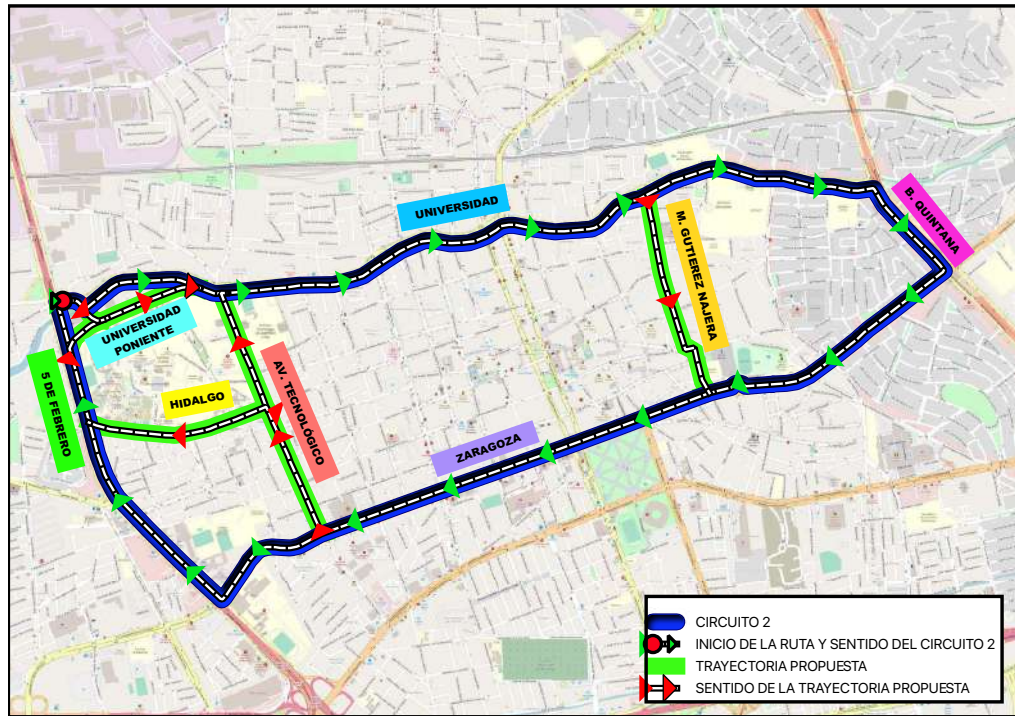


Figura 11: Desviación circuito 2

Desviaciones: Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo, Avenida Universidad Poniente y la Calle Manuel Gutiérrez Nájera con Manuel Acuña.

### 5.3 Circuito 3

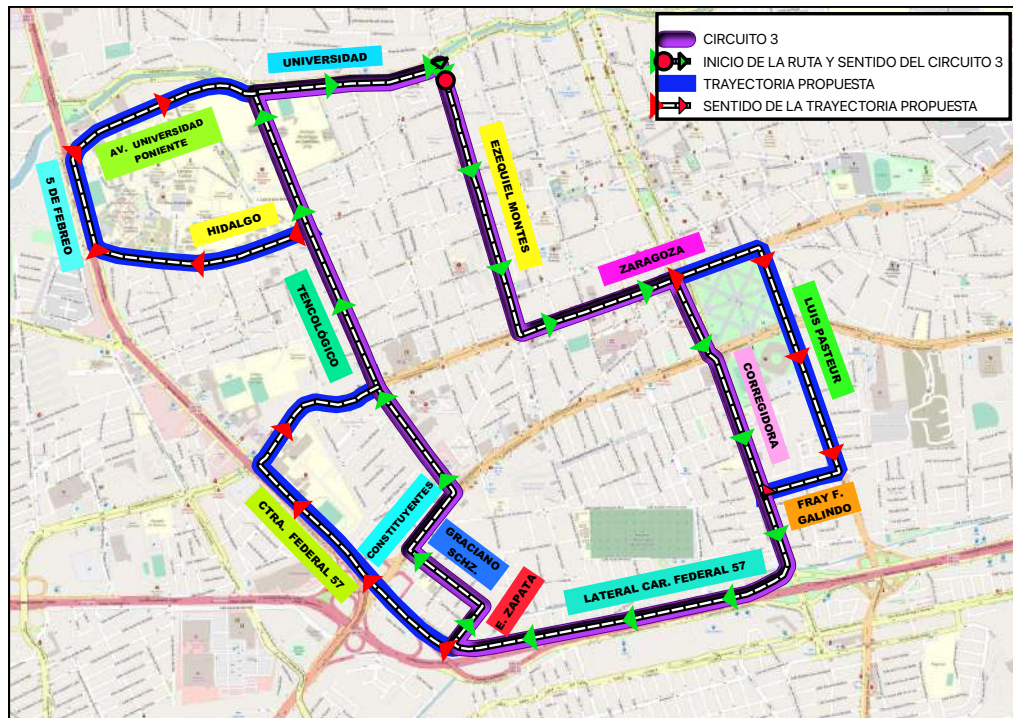


Figura 12: Desviación circuito 3

Desviaciones: Avenida Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur, Calle Fray F. Galindo, Carretera Federal 57, Avenida 5 de Febrero, Calle Miguel Hidalgo y Avenida Universidad Poniente.

## 5.4 Circuito 4

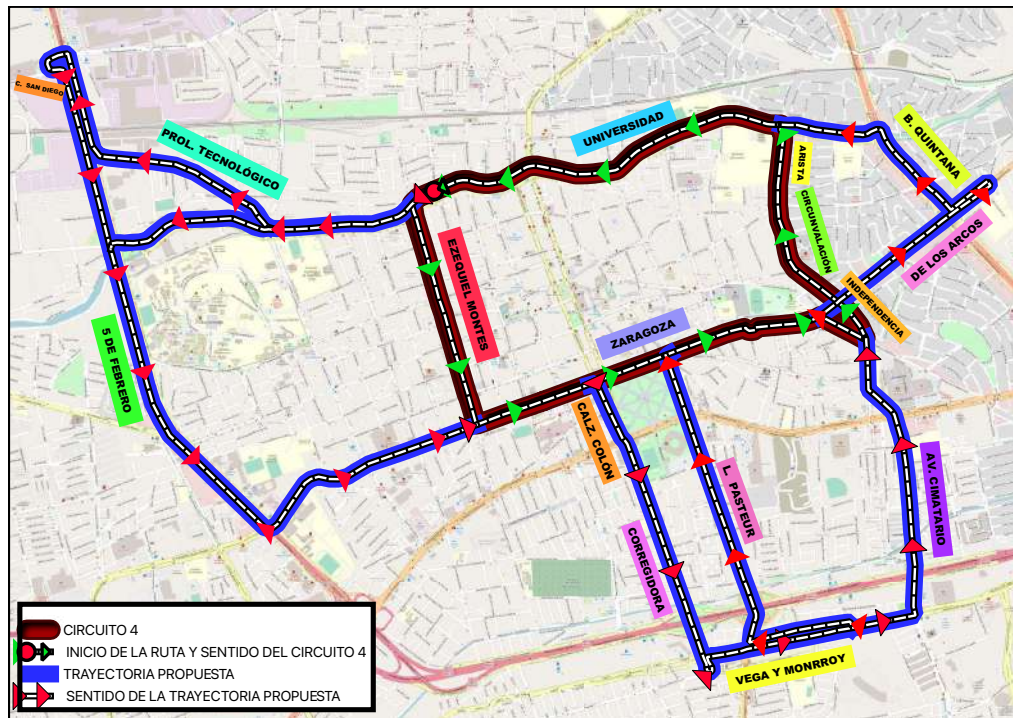


Figura 13: Desviación circuito 4

Desviaciones: Calzada de los Arcos, Boulevard Bernardo Quintana, Avenida Universidad, Prolongación Tecnológico, Avenida 5 de Febrero, Calle San Diego, Avenida Ignacio Zaragoza, Calzada Colón, Avenida Corregidora, Avenida Luis M. Vega y Monroy, Prolongación Luis Pasteur y Avenida Cimatario.

## 5.5 Circuito 5

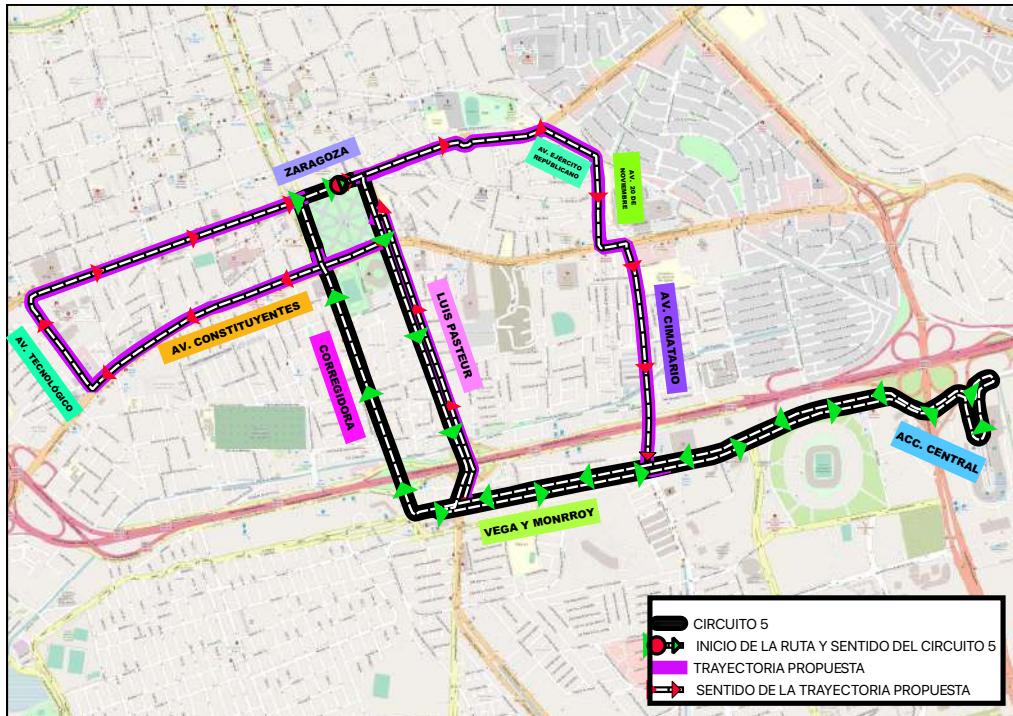


Figura 14: Desviación circuito 5

Desviaciones: Avenida Ignacio Zaragoza, Avenida Ejército Republicano, Avenida 20 de Noviembre, Avenida Constituyentes, Avenida Cimatario, Prologación Luis Pasteur y Avenida Tecnológico.

## 6 RESULTADOS

Los resultados presentados en este capítulo se obtuvieron utilizando un código basado en el algoritmo Dijkstra, el cual se creó utilizando el lenguaje de programación R y el software R-studio, ya que éste es un software profesional de fácil manejo, el cual contiene librerías especiales para la creación de algoritmos. En el capítulo 8 se puede encontrar el código utilizado, así como también una descripción de cada parte que lo conforma, permitiendo con ello comprender mejor el proceso del análisis realizado. A continuación se presentan los resultados obtenidos para las variables distancia, tiempo y gasto de combustible en cada circuito.

### 6.1 Circuito 1

Para realizar el análisis del primer circuito se tomó como nodo inicial al etiquetado con el número 5 que corresponde a Prol. Zaragoza y City Club Zaragoza terminando el recorrido en el nodo número 44 correspondiente a Prol. Zaragoza y City Club Zaragoza. Las tablas 2,3 y 4 muestran los resultados de las trayectorias correspondientes con distancia mínima, tiempo mínimo y gasto mínimo de combustible.

#### 6.1.1 Distancia

Tabla 2: Resultado de la trayectoria con distancia mínima en el Circuito 1.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	DISTANCIA(m)	D. ACUMULADA
5	6	450	450
6	7	210	660
7	8	150	810
8	9	350	1160
9	11	99	1259
11	12	250	1509
12	13	290	1799



13	14	330	2129
14	15	290	2419
15	17	220	2639
17	18	550	3189
18	49	45	3234
49	50	450	3684
50	51	550	4234
51	52	400	4634
52	53	450	5084
53	54	76	5160
54	55	220	5380
55	56	350	5730
56	57	330	6060
57	59	270	6330
59	60	290	6620
60	61	600	7220
61	39	1179	8399
39	40	400	8799
40	41	130	8929
41	42	650	9579
42	43	283	9862
43	44	550	10412

Las paradas de la tabla anterior dan como resultado la trayectoria final que pasa por Prolongación Zaragoza, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur, Avenida constituyentes, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniendo una distancia de recorrido de 10,412 metros. En las figuras 15 y 16 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 1 original.

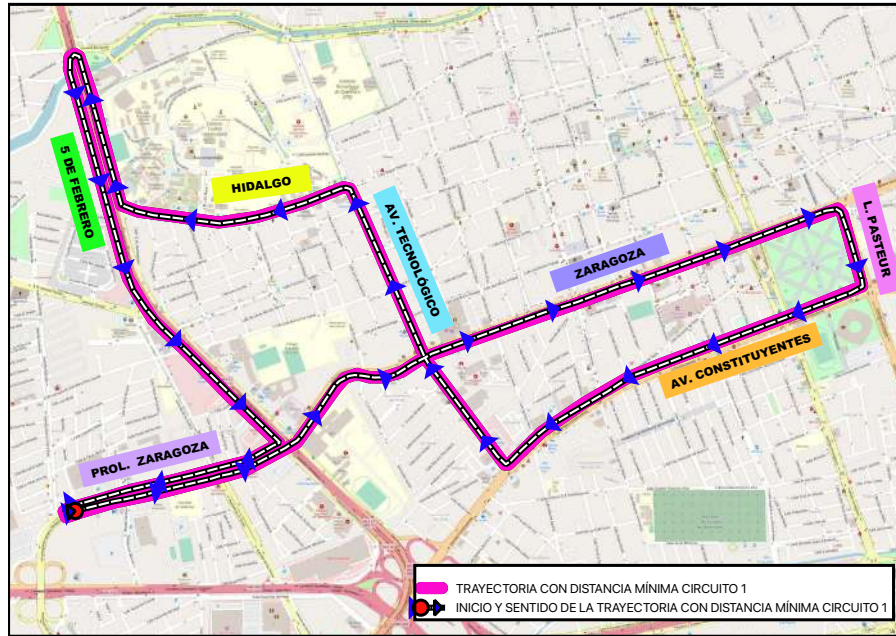


Figura 15: Trayectoria de distancia mínima Circuito 1.

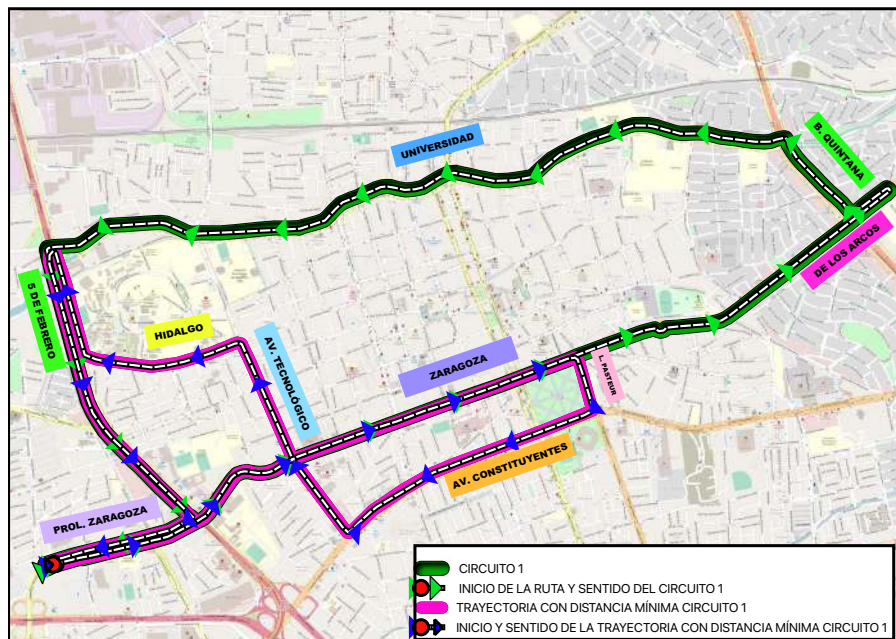


Figura 16: Trayectorias del Circuito 1 y distancia mínima resultante.

### 6.1.2 Tiempo

Tabla 3: Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 1.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	TIEMPO(minutos)	T. ACUMULADO
5	6	2	2
6	7	1	3
7	8	1	4
8	9	1	5
9	11	2	7
11	12	1	8
12	13	1	9
13	14	1	10
14	15	1	11
15	17	2	13
17	18	2	15
18	49	1	16
49	50	2	18
50	51	1	19
51	52	1	20
52	53	1	21
53	54	1	22
54	55	1	23
55	56	1	24
56	57	1	25
57	59	1	26
59	60	1	27
60	61	2	29
61	39	4	33
39	40	1	34
40	41	1	35
41	42	2	37
42	43	1	38
43	44	2	40

Las paradas de la tabla 3 muestran como resultado la trayectoria que pasa por Prolongación Zaragoza, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur,

Avenida Constituyentes, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniendo un tiempo total de 40 minutos. En las figuras 17 y 18 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 1 original.

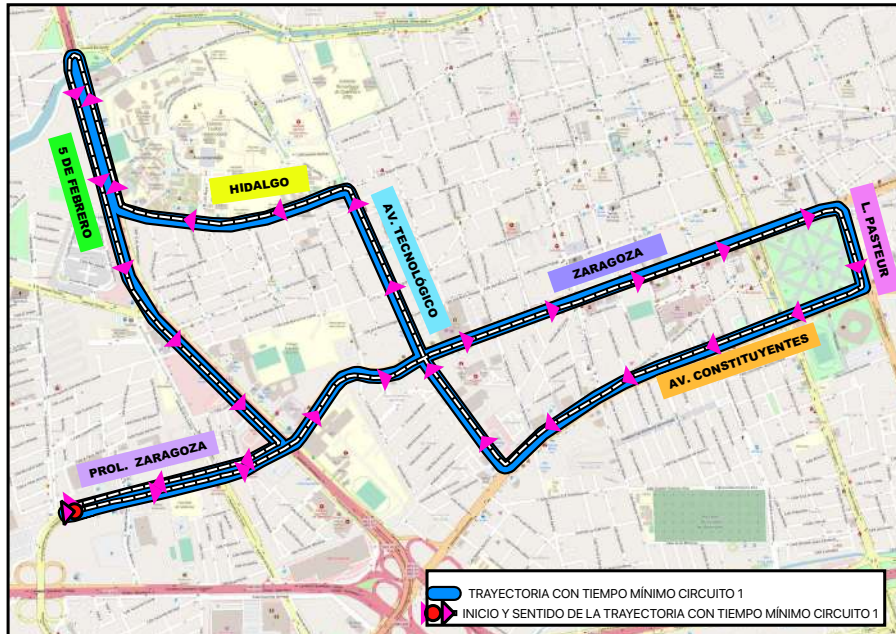


Figura 17: Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 1.

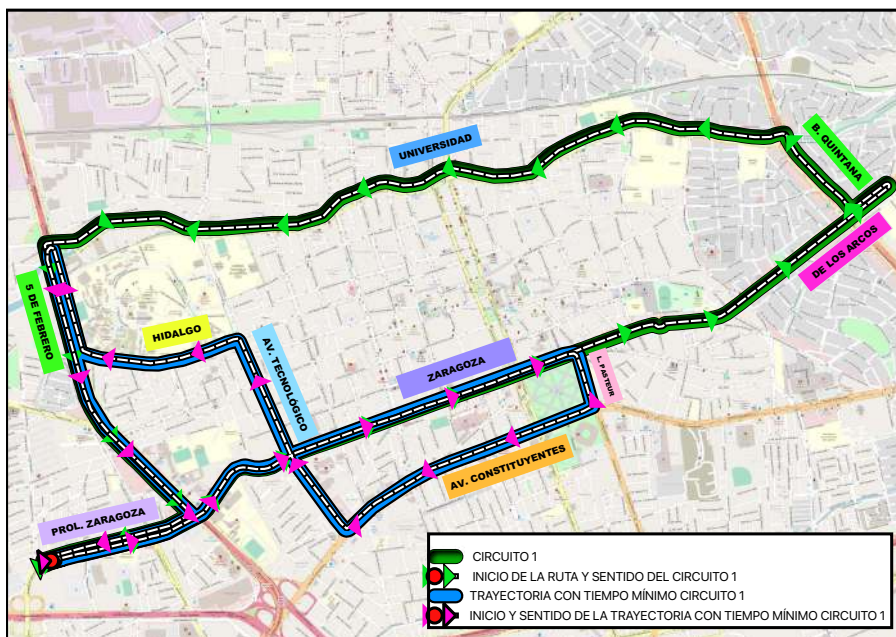


Figura 18: Circuito 1 y tiempo mínimo.

### 6.1.3 Gasto de combustible

Tabla 4: Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 1.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	COSTO(pesos)	C. ACUMULADO
5	6	3.594464718	3.594464718
6	7	1.677416868	5.271881586
7	8	1.198154906	6.470036492
8	9	2.79569478	9.265731272
9	11	0.790782238	10.05651351
11	12	1.996924843	12.05343835
12	13	2.316432818	14.36987117
13	14	2.635940793	17.00581196
14	15	2.316432818	19.32224478
15	17	1.757293862	21.07953864
17	18	4.393234655	25.4727733
18	49	0.359446472	25.83221977
49	50	3.594464718	29.42668449
50	51	4.393234655	33.81991914
51	52	3.195079749	37.01499889
52	53	3.594464718	40.60946361
53	54	0.607065152	41.21652876
54	55	1.757293862	42.97382262
55	56	2.79569478	45.7695174
56	57	2.635940793	48.4054582
57	59	2.156678831	50.56213703
59	60	2.316432818	52.87856984
60	61	4.792619623	57.67118947
61	39	9.41749756	67.08868703
39	40	3.195079749	70.28376678
40	41	1.038400918	71.32216769
41	42	5.192004592	76.51417229
42	43	2.260518922	78.77469121
43	44	4.393234655	83.16792586

Las paradas de la tabla anterior dan como resultado la trayectoria que pasa por Prolongación Zaragoza, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur,

Avenida constituyentes, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniéndose un costo final de combustible de 83.167. En las figuras 19 y 20 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de costo de combustible mínimo así como una comparación con el Circuito 1 original.

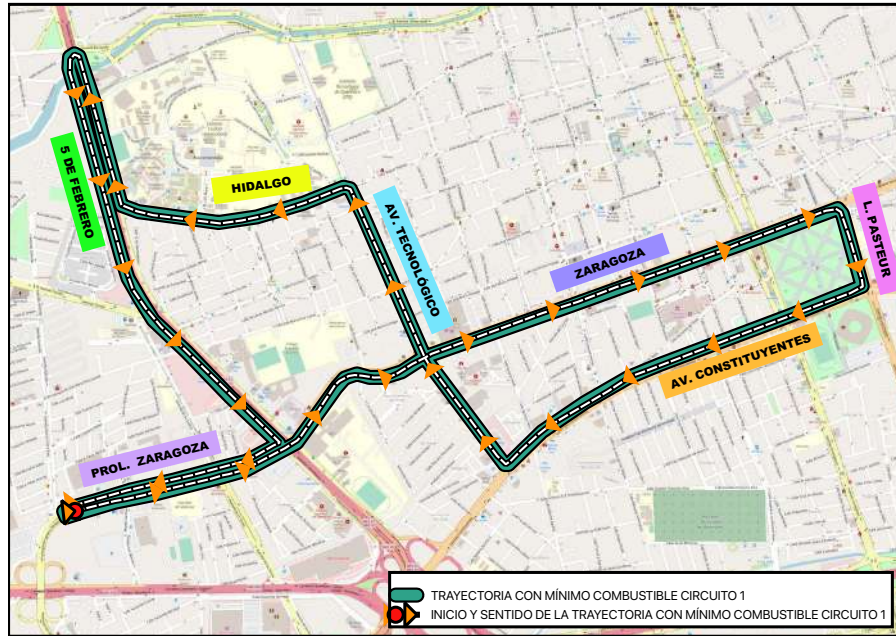


Figura 19: Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 1.

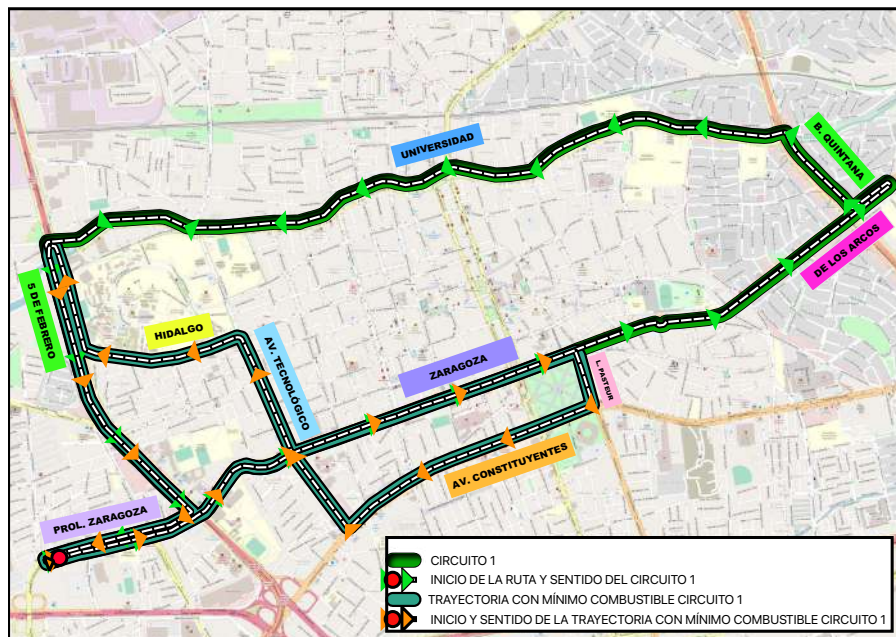


Figura 20: Circuito 1 y costo mínimo de combustible.

## 6.2 Circuito 2

Para el análisis del segundo circuito se tomó el nodo 62 como parada inicial el cual corresponde a la parada Río Ayutla y 5 de Febrero terminando el recorrido en el nodo número 61 el cual está etiquetado con la parada 5 de Febrero y Universidad Autónoma de Qro. Las tablas 5,6 y 7 muestran los resultados de las trayectorias correspondientes con distancia mínima, tiempo mínimo y gasto mínimo de combustible.

### 6.2.1 Distancia

Tabla 5: Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 2.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	DISTANCIA(m)	D. ACUMULADA
62	81	400	400
81	64	350	750
64	65	270	1020
65	67	160	1180
67	68	300	1480
68	83	220	1700
83	84	500	2200
84	85	300	2500
85	86	550	3050
86	105	260	3310
105	106	16	3326
106	107	350	3676
107	108	400	4076
108	92	250	4326
92	93	350	4676
93	94	650	5326
94	95	300	5626
95	96	400	6026
96	97	234	6260
97	98	120	6380



98	56	200	6580
56	57	330	6910
57	59	270	7180
59	60	290	7470
60	61	600	8070

La tabla 5 describe la trayectoria que pasa por Avenida Universidad Poniente, Avenida Universidad, Calle Manuel Gutiérrez Nájera, Calle Independencia, Calle Manuel Acuña, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniendo una distancia de recorrido de 8070, metros. En las figuras 21 y 22 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 2.

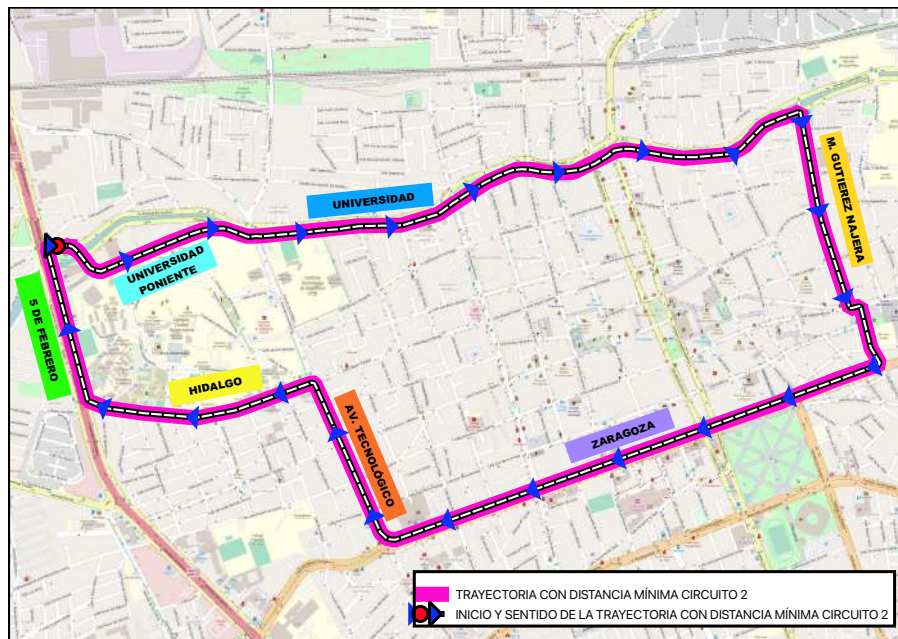


Figura 21: Trayectoria de distancia mínima Circuito 2.

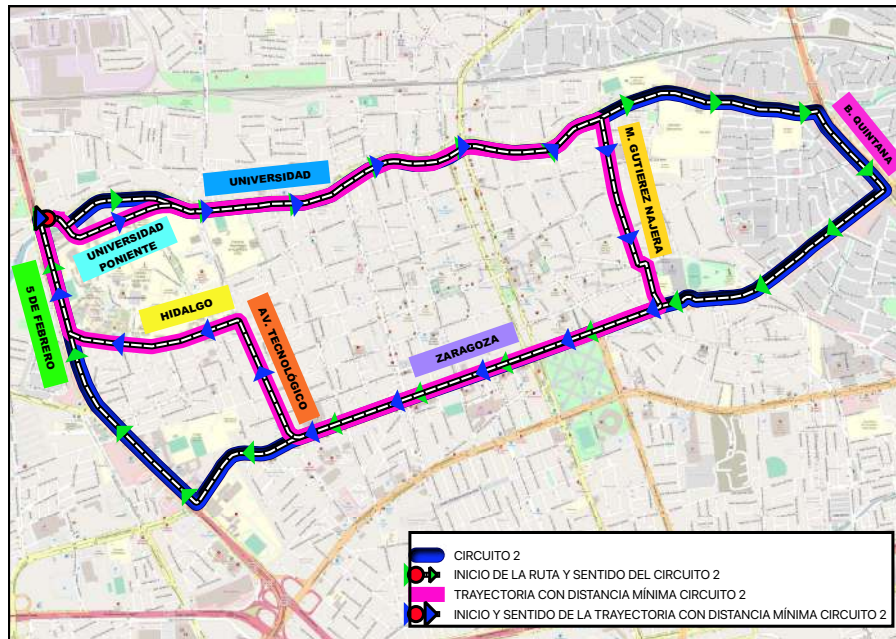


Figura 22: Trayectorias del Circuito 2 y distancia mínima resultante.

### 6.2.2 Tiempo

Tabla 6: Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 2.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	TIEMPO(minutos)	T. ACUMULADO
62	81	1	1
81	64	1	2
64	65	1	3
65	67	1	4
67	68	1	5
68	83	1	6
83	84	1	7
84	85	1	8
85	86	1	9
86	105	1	10
105	106	1	11
106	107	1	12
107	108	2	14
108	92	1	15
92	93	1	16
93	94	2	18

94	95	1	19
95	96	1	20
96	97	2	22
97	98	1	23
98	56	1	24
56	57	1	25
57	59	1	26
59	60	1	27
60	61	2	29

La tabla anterior describe la trayectoria que pasa por Avenida Universidad Poniente, Avenida Universidad, Calle Manuel Gutiérrez Nájera, Calle Independencia, Calle Manuel Acuña, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniendo un tiempo total de 29 minutos. En las figuras 23 y 24 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 2.

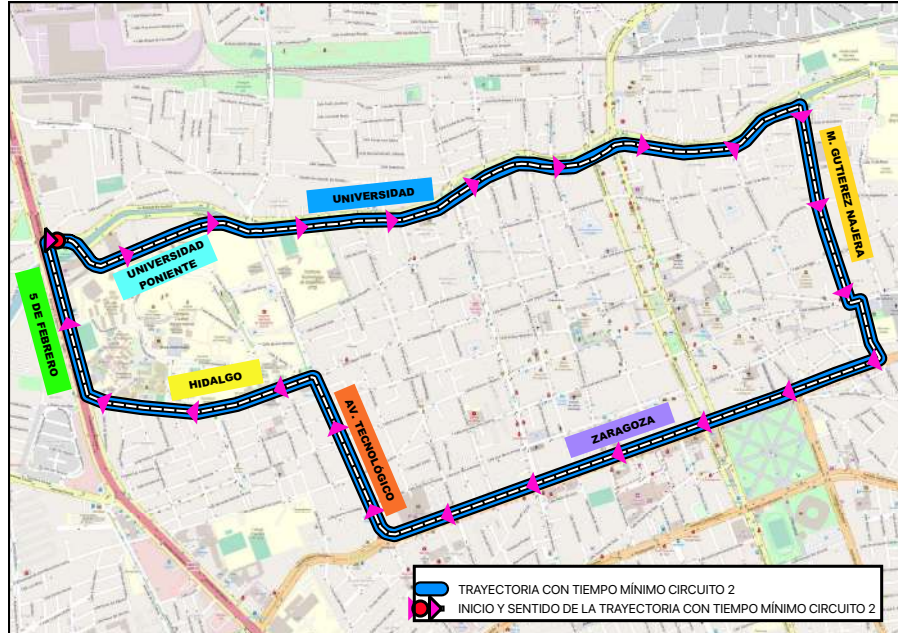


Figura 23: Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 2.

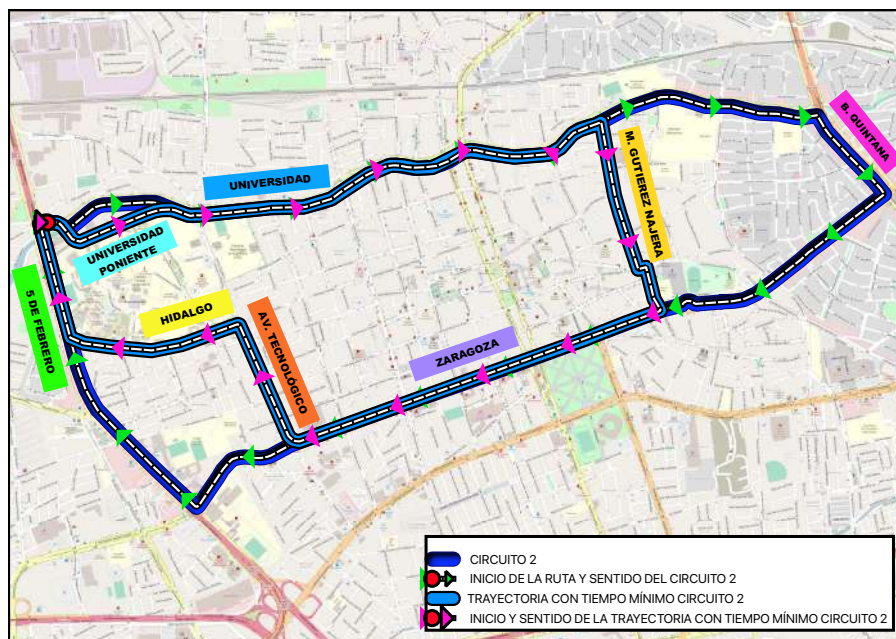


Figura 24: Circuito 2 y tiempo mínimo.

### 6.2.3 Gasto de combustible

Tabla 7: Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 2.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	COSTO(pesos)	C. ACUMULADO
62	81	3.195079749	3.195079749
81	64	2.79569478	5.990774529
64	65	2.156678831	8.14745336
65	67	1.2780319	9.425485259
67	68	2.396309812	11.82179507
68	83	1.757293862	13.57908893
83	84	3.993849686	17.57293862
84	85	2.396309812	19.96924843
85	86	4.393234655	24.36248309
86	105	2.076801837	26.43928492
105	106	0.12780319	26.56708811
106	107	2.79569478	29.36278289
107	108	3.195079749	32.55786264
108	92	1.996924843	34.55478748
92	93	2.79569478	37.35048226
93	94	5.192004592	42.54248686

94	95	2.396309812	44.93879667
95	96	3.195079749	48.13387642
96	97	1.869121653	50.00299807
97	98	0.958523925	50.96152199
98	56	1.597539874	52.55906187
56	57	2.635940793	55.19500266
57	59	2.156678831	57.35168149
59	60	2.316432818	59.66811431
60	61	4.792619623	64.46073393

Las paradas de la tabla 7 representan la trayectoria que pasa por Avenida Universidad Poniente, Avenida Universidad, Calle Manuel Gutiérrez Nájera, Calle Independencia, Calle Manuel Acuña, Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Tecnológico, Calle Miguel Hidalgo y Avenida 5 de Febrero, obteniéndose un costo final de combustible de 64.460 pesos. En las figuras 25 y 26 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de costo de combustible mínimo así como una comparación con el Circuito 2.

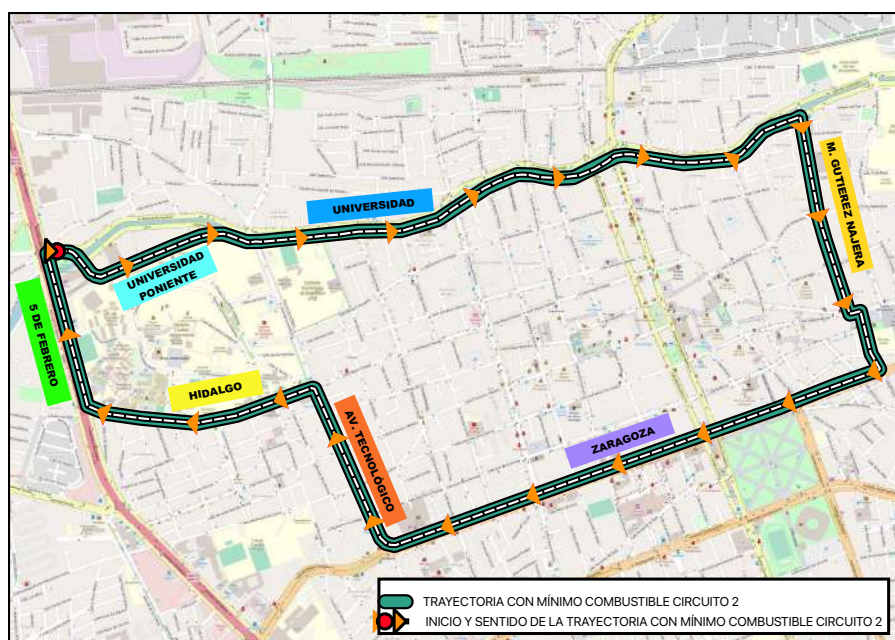


Figura 25: Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 2.

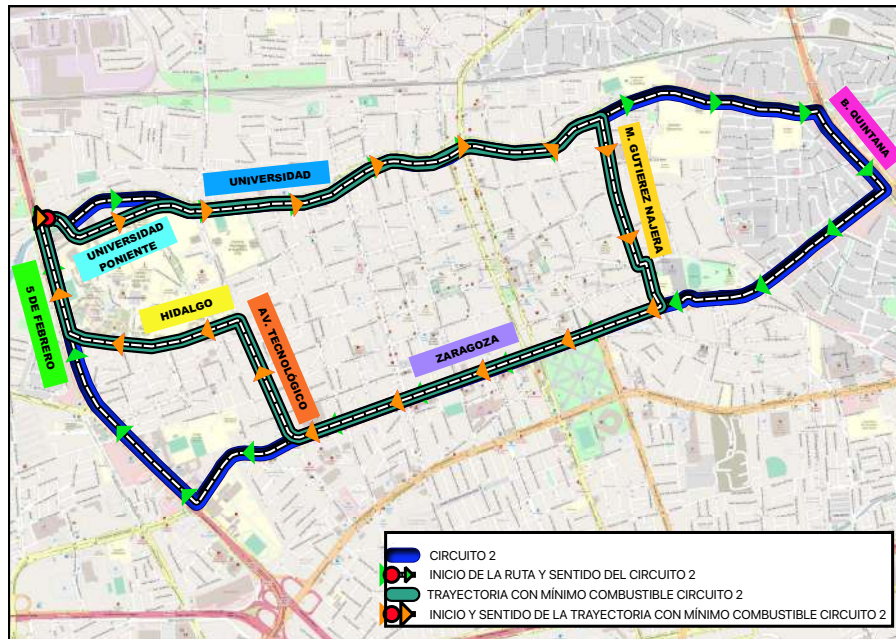


Figura 26: Circuito 2 y costo mínimo de combustible.

### 6.3 Circuito 3

Para el análisis del tercer circuito se eligió al nodo 110 como inicial, el cual pertenece a la parada Estío y Dr. Manuel Domínguez finalizando el recorrido con número 68 etiquetado con la parada Universidad y San Andrés. Las tablas 8,9 y 10 muestran los resultados de las trayectorias correspondientes con distancia mínima, tiempo mínimo y gasto mínimo de combustible.

#### 6.3.1 Distancia

Tabla 8: Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 3.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	DISTANCIA(m)	D. ACUMULADA
110	69	450	450
69	70	400	850
70	71	66	916
71	72	240	1156
72	73	220	1376
73	74	38	1414
74	15	400	1814
15	17	220	2034
17	111	290	2324
111	112	400	2724
112	113	500	3224
113	114	280	3504
114	116	1000	4504
116	115	1150	5654
115	54	400	6054
54	55	220	6274
55	56	350	6624
56	57	330	6954
57	58	270	7224
58	66	220	7444
66	65	650	8094

65	67	160	8254
67	68	300	8554

La tabla 8 muestra el resultado de la trayectoria final mostrando el siguiente recorrido Avenida Universidad, Calle Ezequiel Montes, Calle Ignacio Zaragoza, Prol. Corregidora Sur, Lateral Carretera Federan No.57, Emiliano Zapata, Graciano Sánchez, Avenida Constituyentes y Avenida Tecnológico, obteniendo una distancia de recorrido de 8554 metros. En las figuras 27 y 28 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 3.

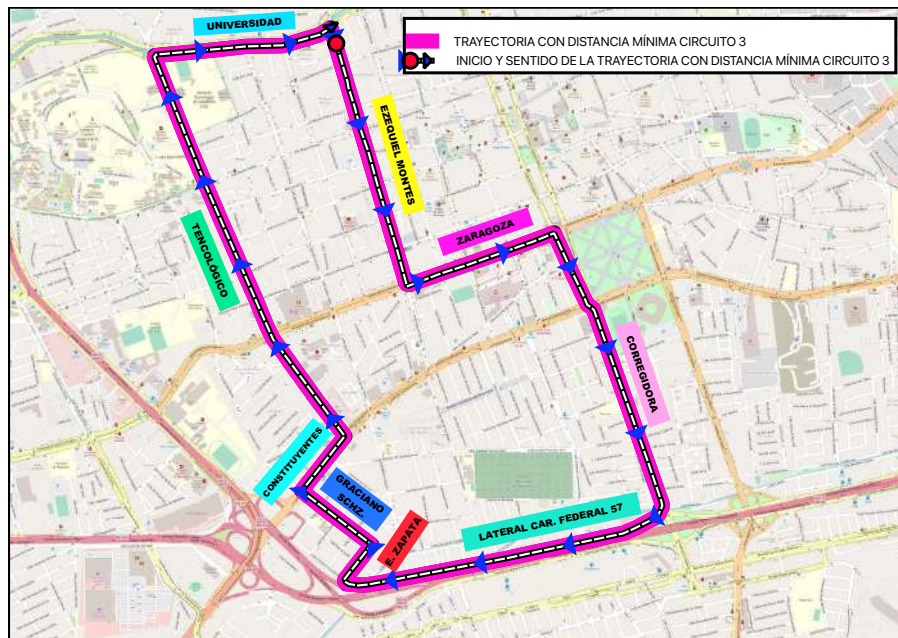


Figura 27: Trayectoria de distancia mínima Circuito 3.



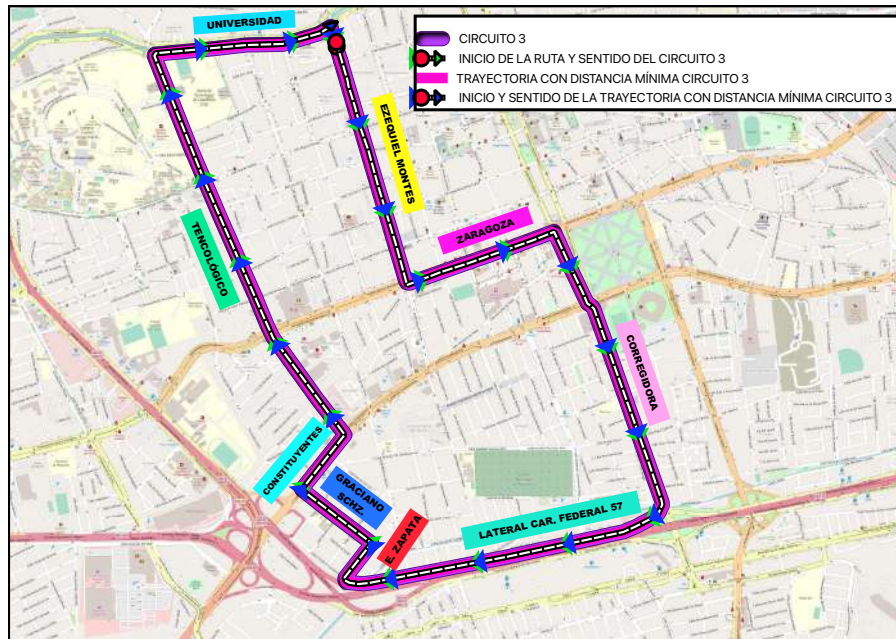


Figura 28: Trayectorias del Circuito 3 y distancia mínima resultante.

### 6.3.2 Tiempo

Tabla 9: Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 3.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	TIEMPO(minutos)	T. ACUMULADO
110	69	2	2
69	70	1	3
70	71	1	4
71	72	1	5
72	73	1	6
73	74	1	7
74	15	2	9
15	17	1	10
17	111	1	11
111	112	2	13
112	113	1	14
113	114	1	15
114	116	2	17
116	115	4	21
115	54	1	22
54	55	1	23

55	56	1	24
56	57	1	25
57	58	1	26
58	66	1	27
66	65	1	28
65	67	1	29
67	68	1	30

La tabla 9 describe la trayectoria resultante la cual tiene como recorrido: Avenida Universidad, Calle Ezequiel Montes, Calle Ignacio Zaragoza, Prol. Corregidora Sur, Lateral Carretera Federal No.57, Emiliano Zapata, Graciano Sánchez, Avenida Constituyentes y Avenida Tecnológico, obteniendo un tiempo total de 30 minutos. En las figuras 29 y 30 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de tiempo mínimo así como una comparación con el Circuito 3.

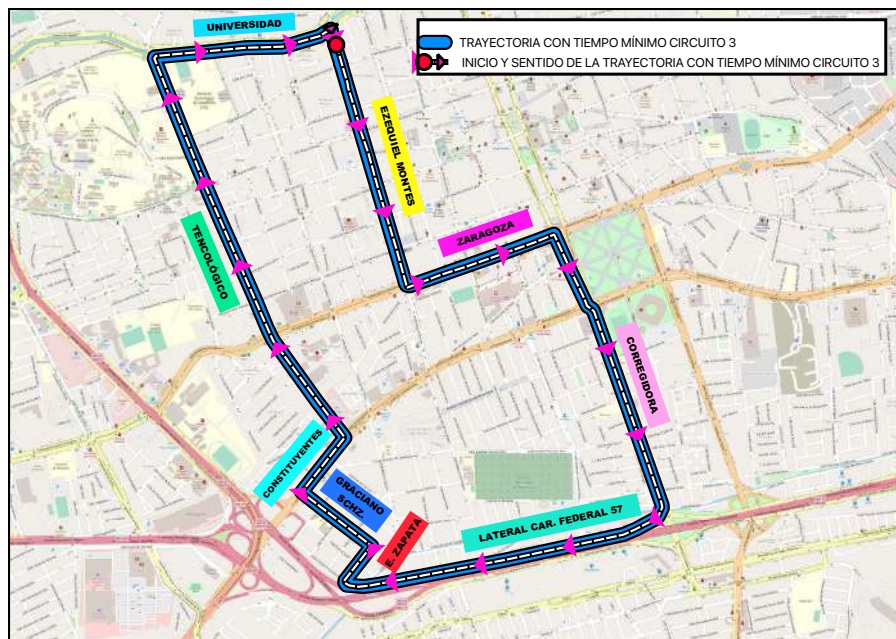


Figura 29: Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 3.

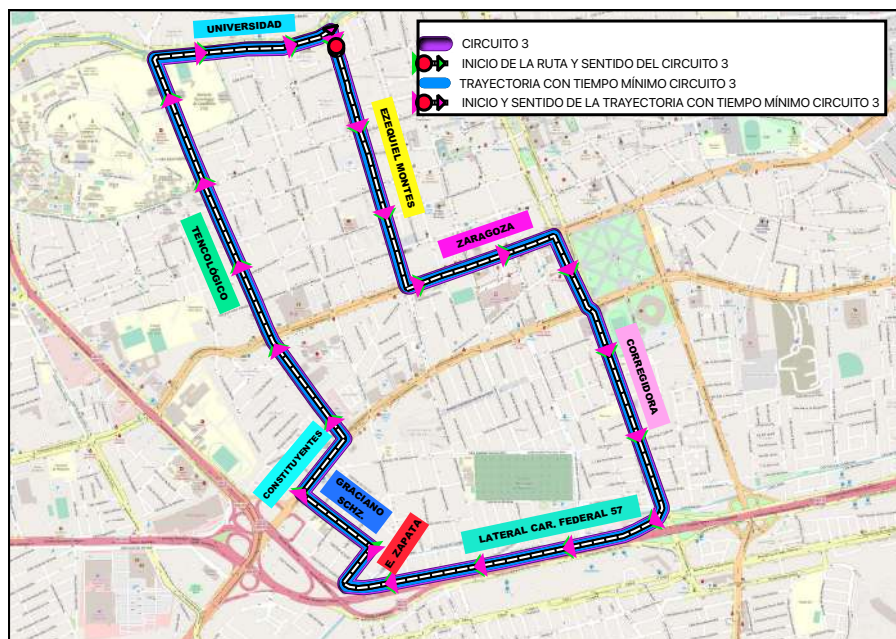


Figura 30: Circuito 3 y tiempo mínimo.

### 6.3.3 Gasto de combustible

Tabla 10: Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 3.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	COSTO(pesos)	C. ACUMULADO
110	69	3.594464718	3.594464718
69	70	3.195079749	6.789544466
70	71	0.527188159	7.316732625
71	72	1.917047849	9.233780474
72	73	1.757293862	10.99107434
73	74	0.303532576	11.29460691
74	15	3.195079749	14.48968666
15	17	1.757293862	16.24698052
17	111	2.316432818	18.56341334
111	112	3.195079749	21.75849309
112	113	3.993849686	25.75234278
113	114	2.236555824	27.9888986
114	116	7.987699372	35.97659797
116	115	9.185854278	45.16245225
115	54	3.195079749	48.357532
54	55	1.757293862	50.11482586

55	56	2.79569478	52.91052064
56	57	2.635940793	55.54646143
57	58	2.156678831	57.70314027
58	66	1.757293862	59.46043413
66	65	5.192004592	64.65243872
65	67	1.2780319	65.93047062
67	68	2.396309812	68.32678043

La trayectoria resultante que describe la tabla 10 tiene como recorrido: Avenida Universidad, Calle Ezequiel Montes, Calle Ignacio Zaragoza, Prol. Corregidora Sur, Lateral Carretera Federan No.57, Emiliano Zapata, Graciano Sánchez, Avenida Constituyentes y Avenida Tecnológico, obteniéndose un costo final de combustible de 68.326. En las figuras 31 y 32 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de costo de combustible mínimo así como una comparación con el Circuito 3.

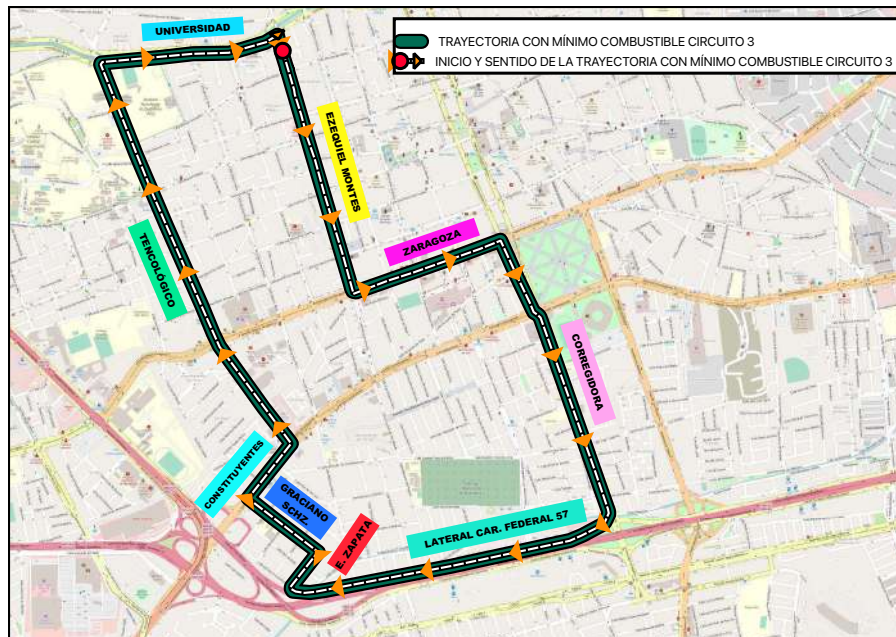


Figura 31: Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 3.



Figura 32: Circuito 3 y costo mínimo de combustible.

## 6.4 Circuito 4

Para el análisis del cuarto circuito se eligió al nodo 36 como inicial, el cual pertenece a la parada Universidad y Nicolás Bravo finalizando el recorrido con número 35 etiquetado con la parada Universidad y Emilio Carranza. Las tablas 11,12 y 13 muestran los resultados de las trayectorias correspondientes con distancia mínima, tiempo mínimo y gasto mínimo de combustible.

### 6.4.1 Distancia

Tabla 11: Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 4.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	DISTANCIA(m)	D. ACUMULADA
36	69	350	350
69	70	400	750
70	71	66	816
71	72	240	1056
72	73	220	1276
73	74	38	1314
74	15	400	1714
15	17	220	1934
17	18	550	2484
18	20	220	2704
20	22	220	2924
22	23	220	3144
23	75	222	3366
75	76	350	3716
76	120	77	3793
120	121	450	4243
121	122	280	4523
122	31	650	5173
31	32	250	5423
32	33	400	5823
33	34	400	6223

34	35	270	6493
----	----	-----	------

La tabla 11 muestra el resultado de la trayectoria final mostrando el siguiente recorrido: Calle Ignacio Zaragoza, Calle Independencia, Avenida Circunvalación, Calle Mariano Arista, Avenida Universidad y Calle Ezequiel Montes, obteniendo una distancia de recorrido de 6493 metros. En las figuras 33 y 34 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 4.

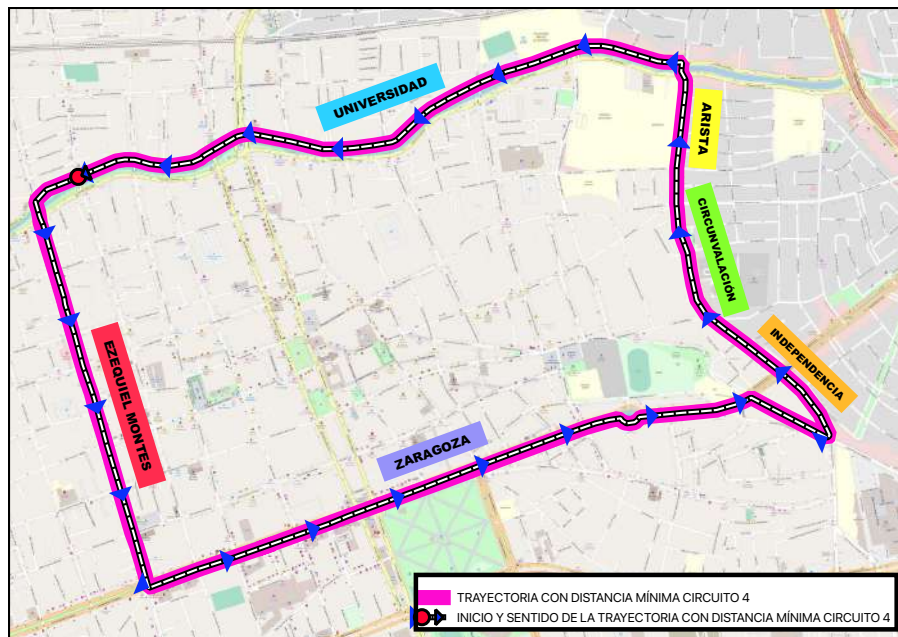


Figura 33: Trayectoria de distancia mínima Circuito 4.

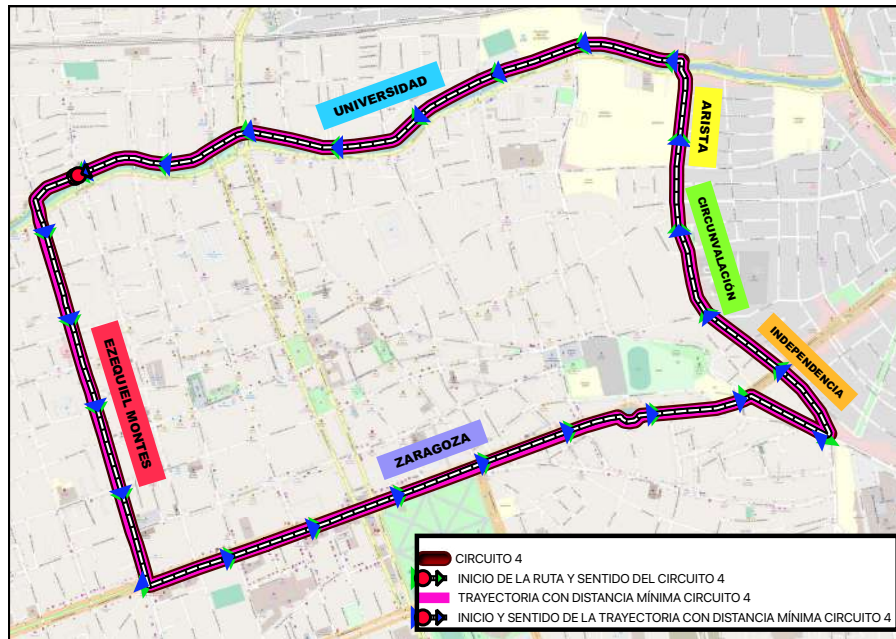


Figura 34: Trayectorias del Circuito 4 y distancia mínima resultante.



### 6.4.2 Tiempo

Tabla 12: Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 4.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	TIEMPO(minutos)	T. ACUMULADO
36	69	1	1
69	70	1	2
70	71	1	3
71	72	1	4
72	73	1	5
73	74	1	6
74	15	2	8
15	17	1	9
17	18	2	11
18	20	1	12
20	22	1	13
22	23	1	14
23	75	1	15
75	76	1	16
76	120	1	17
120	121	1	18
121	122	1	19
122	31	2	21
31	32	1	22
32	33	1	23
33	34	1	24
34	35	2	26

Las paradas de la tabla 12 muestran como resultado la trayectoria que pasa por Calle Ignacio Zaragoza, Calle Independencia, Avenida Circunvalación, Calle Mariano Arista, Avenida Universidad y Calle Ezequiel Montes, obteniendo un tiempo total de 26 minutos. En las figuras 35 y 36 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 4.

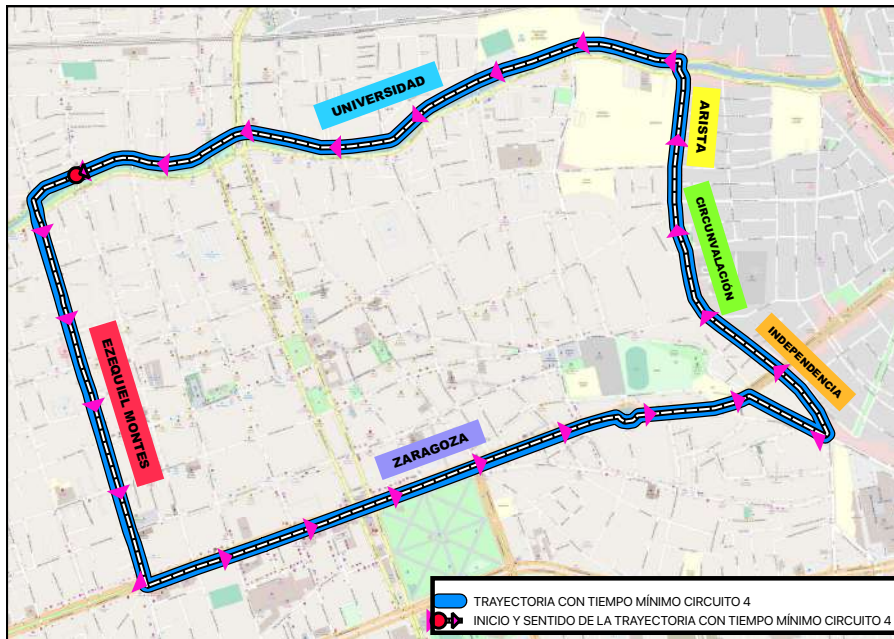


Figura 35: Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 4.

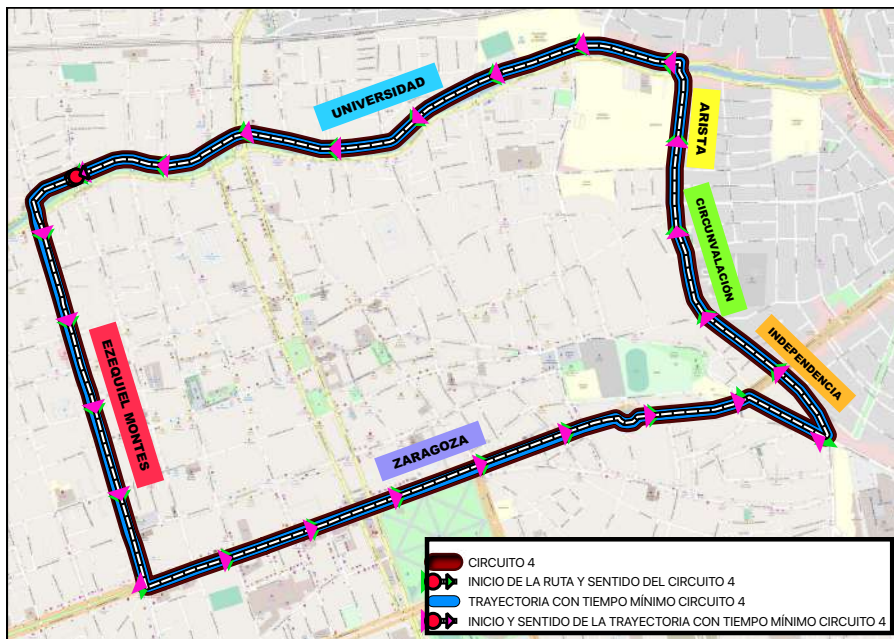


Figura 36: Circuito 4 y tiempo mínimo.

### 6.4.3 Gasto de combustible

Tabla 13: Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 4.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	COSTO(pesos)	C. ACUMULADO
36	69	2.79569478	2.79569478
69	70	3.195079749	5.990774529
70	71	0.527188159	6.517962688
71	72	1.917047849	8.435010537
72	73	1.757293862	10.1923044
73	74	0.303532576	10.49583698
74	15	3.195079749	13.69091672
15	17	1.757293862	15.44821059
17	18	4.393234655	19.84144524
18	20	1.757293862	21.5987391
20	22	1.757293862	23.35603296
22	23	1.757293862	25.11332683
23	75	1.773269261	26.88659609
75	76	2.79569478	29.68229087
76	120	0.615052852	30.29734372
120	121	3.594464718	33.89180844
121	122	2.236555824	36.12836426
122	31	5.192004592	41.32036885
31	32	1.996924843	43.3172937
32	33	3.195079749	46.51237344
33	34	3.195079749	49.70745319
34	35	2.156678831	51.86413202

La trayectoria resultante que describe la tabla 13 tiene como recorrido: Calle Ignacio Zaragoza, Calle Independencia, Avenida Circunvalación, Calle Mariano Arista, Avenida Universidad y Calle Ezequiel Montes, obteniéndose un costo final de combustible de 51.864 pesos. En las figuras 37 y 38 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de costo de combustible mínimo así como una comparación con el Circuito 4.

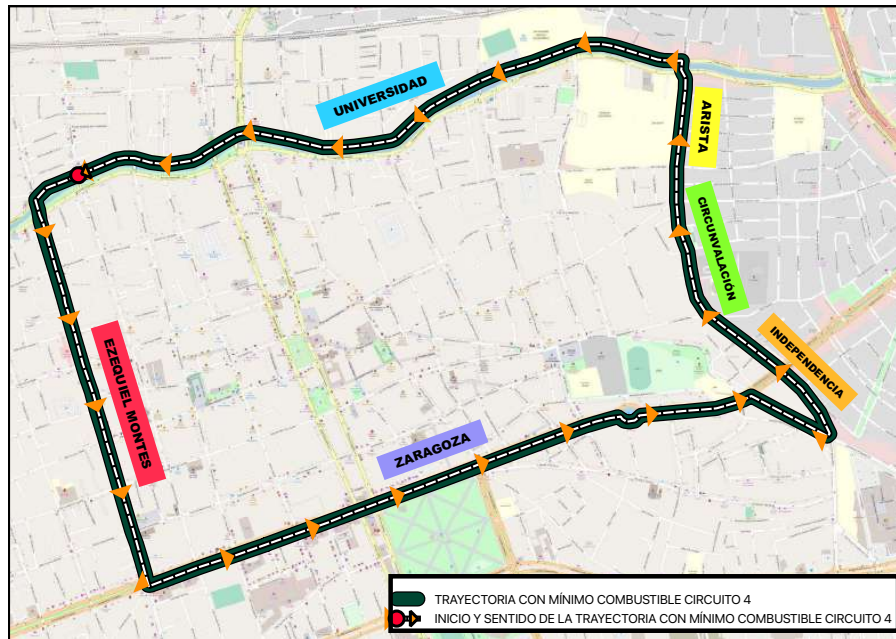


Figura 37: Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 4.

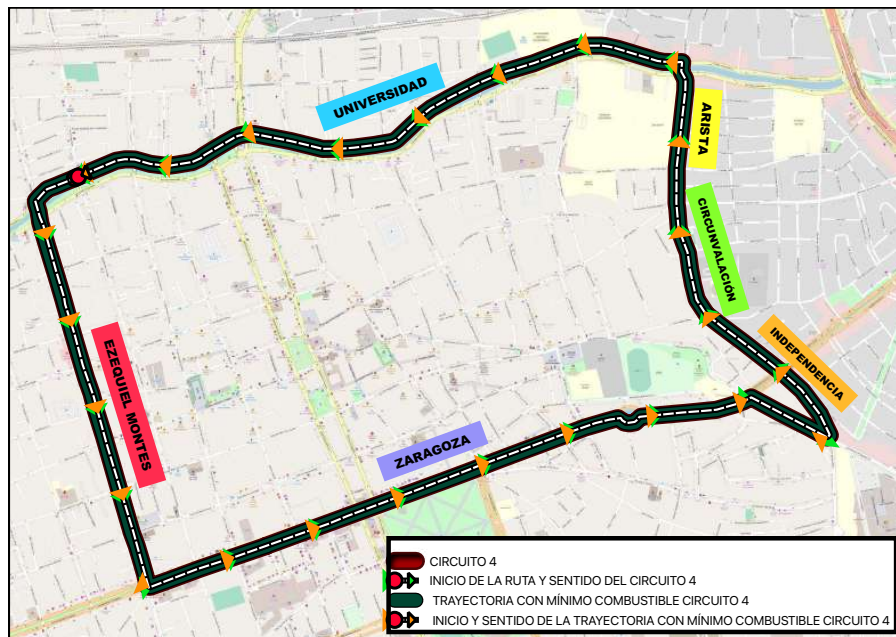


Figura 38: Circuito 4 y costo mínimo de combustible.

## 6.5 Circuito 5

Para el análisis del quinto circuito se eligió al nodo 18 como inicial, el cual pertenece a la parada Ignacio Zaragoza y Alameda finalizando el recorrido con número 159 etiquetado con la parada Corregidora y Luis G Balvanera. Las tablas 14,15 y 16 muestran los resultados de las trayectorias correspondientes con distancia mínima, tiempo mínimo y gasto mínimo de combustible.

### 6.5.1 Distancia

Tabla 14: Resultado de la trayectoria con distancia mínima Circuito 5.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	DISTANCIA(m)	D. ACUMULADA
18	49	150	150
49	117	400	550
117	118	400	950
118	143	400	1350
143	129	600	1950
129	130	300	2250
130	131	500	2750
131	144	64	2814
144	145	350	3164
145	146	900	4064
146	147	2200	6264
147	148	200	6464
148	149	900	7364
149	150	550	7914
150	151	350	8264
151	152	190	8454
152	153	350	8804
153	154	400	9204
154	155	250	9454
155	156	350	9804
156	157	220	10024

157	158	600	10624
158	159	230	10854

La tabla 14 muestra el resultado de la trayectoria final mostrando el siguiente recorrido: Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur, Avenida Luis Vega Monrroy, Terminal de Autobuses de Querétaro y Prol. Corregidora Sur, obteniendo una distancia de recorrido de 10854 metros. En las figuras 39 y 40 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de distancia mínima así como una comparación con el Circuito 5.

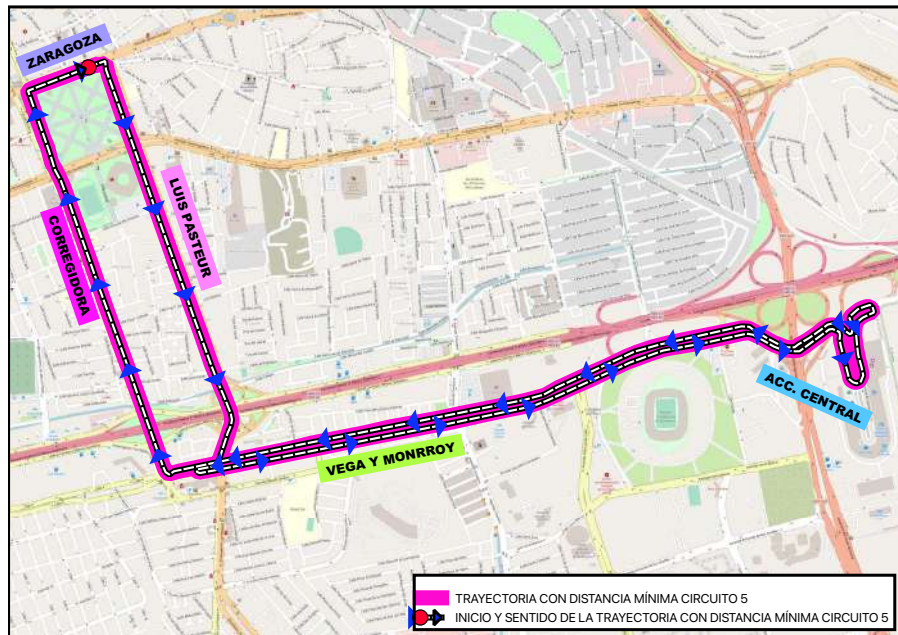


Figura 39: Trayectoria de distancia mínima Circuito 5.

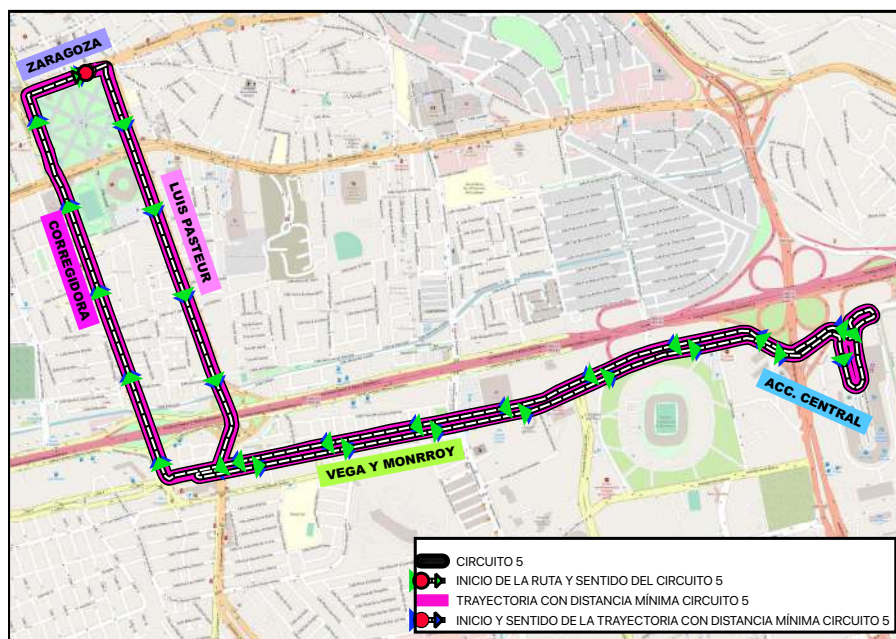


Figura 40: Trayectorias del Circuito 5 y distancia mínima resultante.

### 6.5.2 Tiempo

Tabla 15: Resultado de la trayectoria de tiempo mínimo Circuito 5.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	TIEMPO(minutos)	T. ACUMULADO
18	49	1	1
49	117	2	3
117	118	1	4
118	143	1	5
143	129	2	7
129	130	1	8
130	131	1	9
131	144	1	10
144	145	1	11
145	146	2	13
146	147	5	18
147	148	1	19
148	149	3	22
149	150	1	23
150	151	1	24
151	152	1	25

152	153	1	26
153	154	1	27
154	155	1	28
155	156	1	29
156	157	1	30
157	158	2	32
158	159	1	33

La tabla 15 describe la trayectoria resultante la cual tiene como recorrido: Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur, Avenida Luis Vega Monrroy, Terminal de Autobuses de Querétaro y Prol. Corregidora Sur, obteniendo un tiempo total de 33 minutos. En las figuras 41 y 42 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de tiempo mínimo así como una comparación con el Circuito 5.

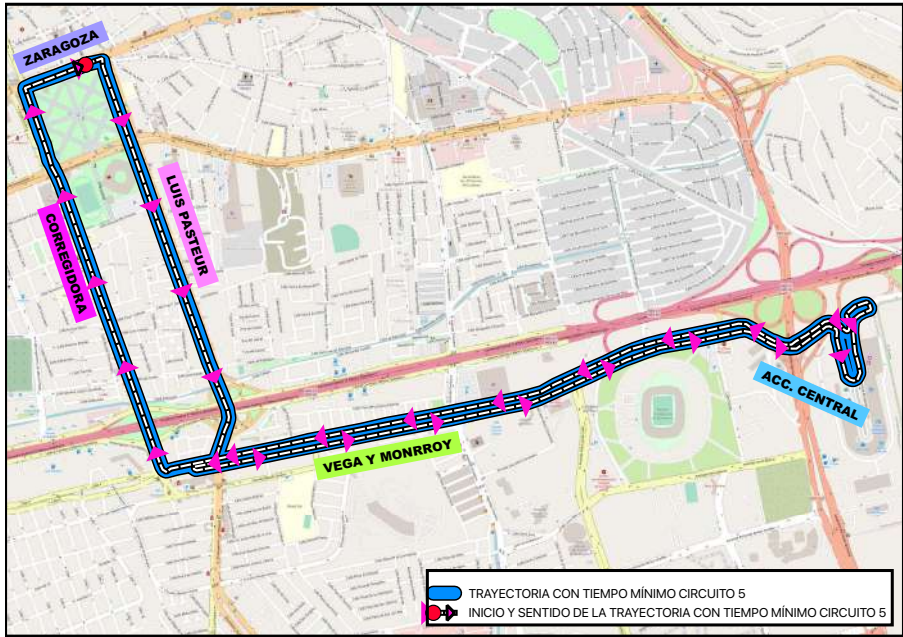


Figura 41: Trayectoria con tiempo mínimo Circuito 5.



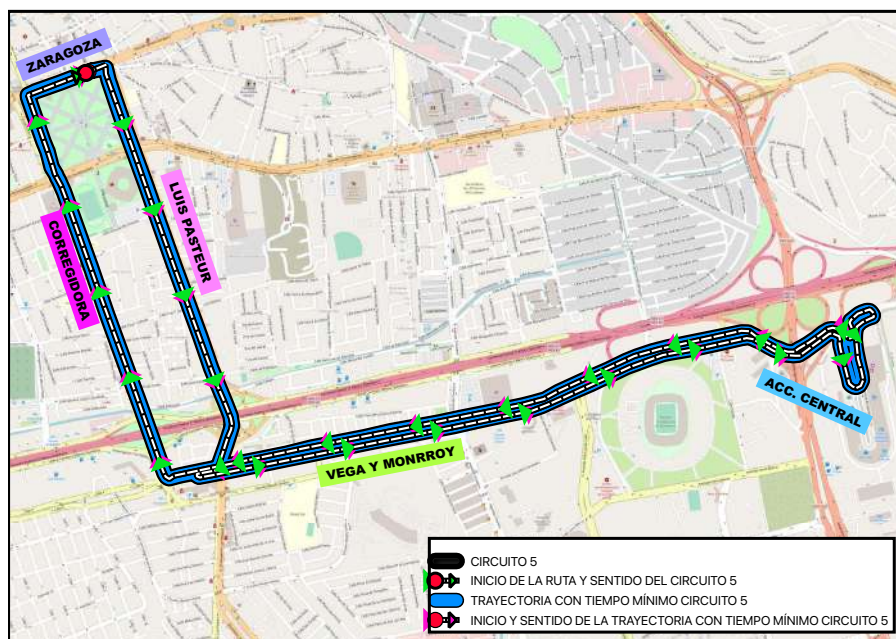


Figura 42: Circuito 5 y tiempo mínimo.

### 6.5.3 Gasto de combustible

Tabla 16: Resultado de la trayectoria con mínimo combustible Circuito 5.

PARADA ORIGEN	PARADA DESTINO	COSTO(pesos)	C. ACUMULADO
18	49	1.198154906	1.198154906
49	117	3.195079749	4.393234655
117	118	3.195079749	7.588314404
118	143	3.195079749	10.78339415
143	129	4.792619623	15.57601378
129	130	2.396309812	17.97232359
130	131	3.993849686	21.96617327
131	144	0.51121276	22.47738603
144	145	2.79569478	25.27308081
145	146	7.188929435	32.46201025
146	147	17.57293862	50.03494887
147	148	1.597539874	51.63248874
148	149	7.188929435	58.82141818
149	150	4.393234655	63.21465283
150	151	2.79569478	66.01034761
151	152	1.517662881	67.52801049

152	153	2.79569478	70.32370527
153	154	3.195079749	73.51878502
154	155	1.996924843	75.51570987
155	156	2.79569478	78.31140465
156	157	1.757293862	80.06869851
157	158	4.792619623	84.86131813
158	159	1.837170856	86.69848899

La trayectoria resultante que describe la tabla 13 tiene como recorrido: Calle Ignacio Zaragoza, Avenida Luis Pasteur, Avenida Luis Vega Monrroy, Terminal de Autobuses de Querétaro y Prol. Corregidora Sur, obteniéndose un costo final de combustible de 86.698 pesos. En las figuras 43 y 44 se muestran gráficamente la trayectoria resultante de costo de combustible mínimo así como una comparación con el Circuito 5.

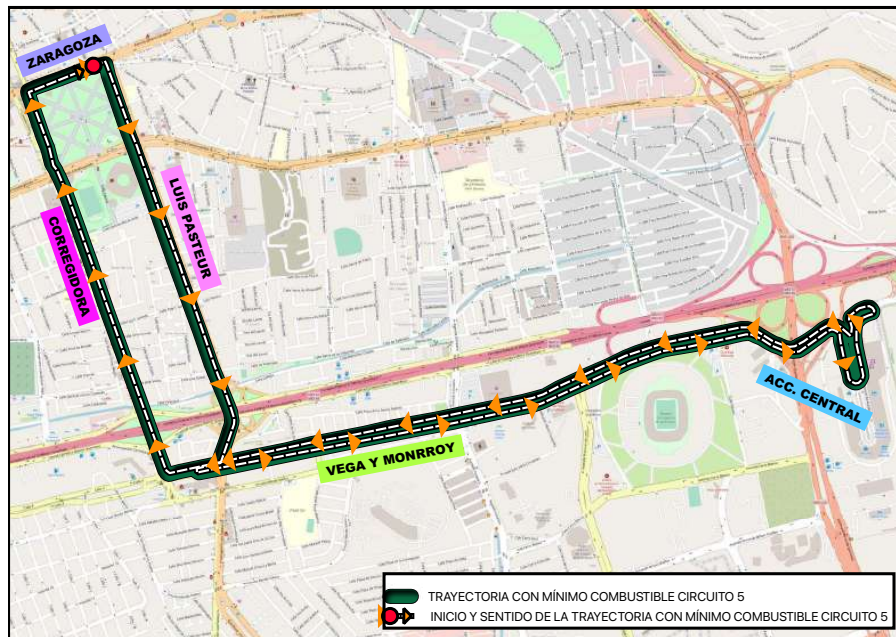


Figura 43: Resultados del costo mínimo de combustible Circuito 5.

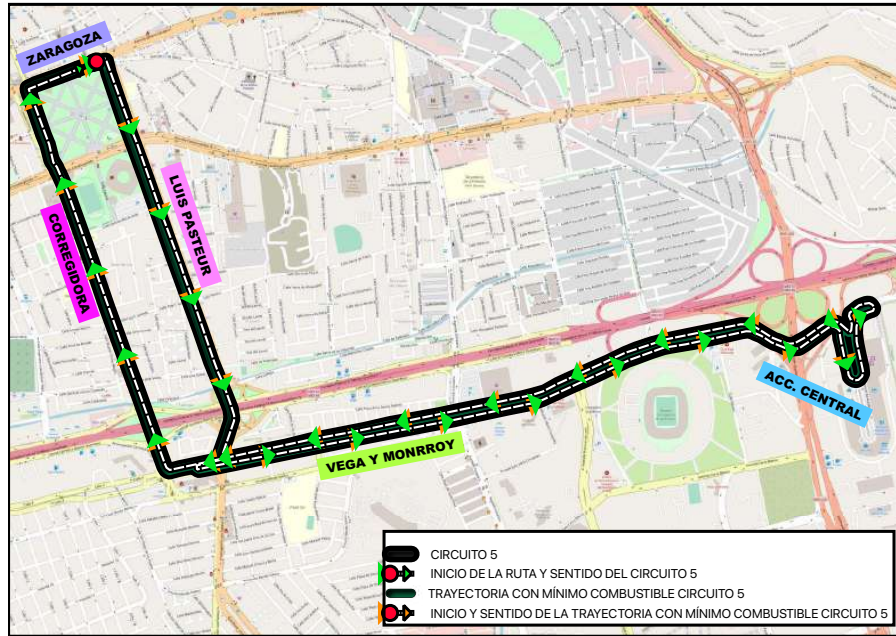


Figura 44: Circuito 5 y costo mínimo de combustible.

Finalmente, para una mejor claridad e interpretación de los resultados obtenidos en esta tesis, a continuación se muestra una tabla resumen de los datos de las variables de estudio con la información de cada circuito antes y después de utilizar el algoritmo Dijkstra.

Circuito	Distancia(m)		Tiempo(min)		Costo(pesos)	
	Antes	Después	Antes	Después	Antes	Después
Circuito 1	13,214	10,412	47	40	105.55	83.16
Circuito 2	11,316	8,070	39	29	90.38	64.46
Circuito 3	8,554	8,554	30	30	68.32	68.32
Circuito 4	6,493	6,493	26	26	51.86	51.86
Circuito 5	10,854	10,854	33	33	86.69	86.69

Tabla 17: Resumen de resultados

## 7 CONCLUSIONES

Uno de los objetivos de esta tesis fue determinar si era posible realizar un cambio en los cinco circuitos propuestos por el IQT, de tal manera que abarcaran las paradas por las cuales fueron creados. En ocasiones podemos encontrar dificultad al momento de buscar una trayectoria que cumpla con todas las especificaciones y que nos permita optimizar completamente cada circuito. Cabe señalar que a menudo las variables a determinar son diferentes, en ese caso, nuestro propósito fue minimizar la distancia, el tiempo y el gasto de combustible, obteniendo en todos los casos una sola trayectoria que cumpliera con los tres propósitos.

El Circuito 1 contaba con un recorrido de 13,214 metros en un tiempo de 47 minutos, gastando 105.55 pesos de combustible, mientras que con el algoritmo manejado en esta tesis se obtuvo como resultado una trayectoria para las tres variables (véase Figura 15), dándonos una distancia final de 10,412 metros con un tiempo final de 40 minutos, gastando 83.16 pesos de combustible. Es decir, se logró minimizar 21.204% la distancia, 14.893% el tiempo y 21.212% el combustible. En cuanto al Circuito 2, el cual recorría 11,316 metros en un tiempo de 39 minutos, gastando 90.38 pesos de combustible, mientras que por otro lado, el algoritmo arrojó un recorrido diferente al original, el cual resultó ser el mismo para todas las variables estudiadas (véase Figura 21), dándonos como resultado 8,070 metros de recorrido en un tiempo de 29 minutos y un gasto de combustible de 64.46 pesos. Por lo tanto, se obtuvo una reducción del 28.6 % para la distancia, un 25.6 % para el tiempo y, un 28.6 % para el combustible. La trayectoria del Circuito 3, tenía una distancia de recorrido de 8,554 metros en un tiempo de 30 minutos, gastando 68.32 pesos de combustible, al aplicar el algoritmo el resultado obtenido de las tres variables es el circuito original (véase Figura 27), eso significa que no tuvo reducción.

El Circuito 4, contaba con 6,493 metros de recorrido, realizándolo en 26 minutos con un gasto de 51.86 pesos de combustible. En este caso, al aplicar el algoritmo propuesto se obtuvo la misma trayectoria inicial. Por último, para el

Circuito 5, el cual recorría una distancia de 10,854 metros en un tiempo de 33 minutos, gastando 86.69 de combustible, se comparó con el resultado obtenido por el algoritmo y se observó que conservaba la misma trayectoria en las tres variables estudiadas.

Por lo tanto, a partir de los resultados obtenidos se llegó a la conclusión de que es necesario realizar el cambio de los circuitos 1 y 2 para lograr una mejora en el gasto del transporte público.

Es importante notar que para el análisis de cada circuito no se consideró el flujo vehicular ni el uso de variables dinámicas que se pueden encontrar en el trayecto del circuito tales como accidentes, mal funcionamiento de las señales de tránsito, cierre de vialidades etc. Por lo que en caso de tener un flujo vehicular elevado en algún tramo por lo anterior mencionado implicaría un aumento en las variables tiempo, distancia y gasto de combustible en la trayectoria final, lo cual nos lleva a pensar en cambiar la ruta propuesta. Para poder estudiar esto a mayor detalle y poder proponer un circuito considerando el flujo vehicular y variables dinámicas se sugiere llevar a cabo estudios basados en la presente investigación, que incluyan un modelo que utilice funciones de volumen-demora, ya que estas funciones ayudan a pronosticar el tiempo de recorrido considerando el flujo de los vehículos, a demás de considerar un estudio de las variables dinámicas que se pueden encontrar en la red.

## 8 CÓDIGO

```
1 library(readxl)
  library("igraph")
3
  # LEEMOS LOS ARCHIVOS DESDE EXCEL
5 Aristas <-read_excel("Desktop/tesis/INFORMACION EXCEL/CIRCUITO 3/
  VERTICESC3_COMBUSTIBLE.xlsx")
  Nodos <- read_excel("Desktop/tesis/INFORMACION EXCEL/CIRCUITO 3/
  NODOSC3.xlsx")
7
  # Igraph
9
  # CREAMOS LA RED
11 RED<-graph_from_data_frame(d=Aristas , vertices = Nodos, directed =
  T)
  class(RED)
13 E(RED) #te muestra las aristas entre cada par de nodos
  V(RED) #te muestra los nodos del grafo
15 plot(RED,edge.arrow.size=.4,vertex.color="orange")
17 # NODO FINAL E INICIAL
  nodo_inicial<-110
19 nodo_final<-68
  colorarista<-"black"
21 coloraristafinal<-"blue"
  p<-vector("numeric")
23
  # CREAMOS DATAFRAMES
25 nodes<-data.frame("From"=NULL,"To"=NULL,"Peso"=NULL,"PesoAc"=NULL,
  "Estado"=NULL,"i"=NULL,"Color"=NULL)
  NodosT<-data.frame("From"=NULL,"To"=NULL,"Peso"=NULL,"PesoAc"=NULL
  ,"Estado"=NULL,"i"=NULL,"Color"=NULL)
27 i<-nodo_inicial
  r<-1
29 t<-0
  g<-1
```

```

31 t<-0
   e<-0
33
   # FUNCIONES
35 repeat_nod<-function(nodes , Aristas , i , p)
   {
37   s<-1
     j<-1
39   repetir<-0
     for(s in s:length(p))
41     {
       for(j in j:length(Aristas[Aristas$From==i , ]$To))
43       {
         if(Aristas[Aristas$From==i , ]$To[j]==nodes$To[s])
45         {
           repetir<-1
47         }
       }
49     }
     return(repetir)
51 }

53 # NODO DE DISTANCIA MINIMA DEL CONJUNTO DE NODOS TEMPORALES Y DE
   LAS ARISTAS
   check_nodesTemp_and_Aristas<-function(Aristas , NodesT , nodes , i , r , p)
55 {
   w<-1
57   s<- min(Aristas[Aristas$From==i , "Peso"]+p[r-1])
     pe<-sort(unlist(NodesT$Peso))
59   for(w in w:length(pe[pe<s]))
     {
61     if(length(NodesT[NodesT$Peso==pe[1] , "i"])>1)
       {
63       m<-(NodesT[NodesT$Peso==pe[1] , "i"])[1]
       } else {
65       m<-(NodesT[NodesT$Peso==pe[1] , "i"])
       }
     }

```

```

67     t<-repeat_nod(nodes ,NodesT ,m,p)
        if (t==1)
69     {
            pe<-pe[-c(1)]
71     }
        }
73     nodestem1<-NodesT [NodesT$From==m&NodesT$Peso==pe [1] ,]
        if (nrow(nodestem1>1))
75     {
            return(nodestem1 [1 ,])
77     }else
        {
79         return(nodestem1)
        }
81 }

83 # ORDENA EL GRAFO
orden<-function (Subnod)
85 {
    caminofinal<-data.frame ("From"=NULL, "To"=NULL, "Peso"=NULL, "
        Estado"=NULL, "i"=NULL, "Color"=NULL)
87     d1<-nrow (Subnod)
        i<-1
89     for (i in i:nrow (Subnod))
        {
91         caminofinal<-rbind ( caminofinal ,Subnod [d1 ,])
            d1<-d1-1
93     }
        return ( caminofinal)
95 }

97 # APROXIMACION DE DECIMALES
near<-function (Aristas ,i ,p ,r)
99 {
    s<-1
101    u<-0.01
        c<-nrow (Aristas [Aristas$From==i ,])

```



```

103   if(c==0)
      {
105     peso<-Aristas [ Aristas$From==i ,] $Peso
      }
107   else
      {
109     for(s in s:c)
        {
111       if(abs((p[r]-p[r-1])-Aristas [ Aristas$From==i ,] $Peso [s])<u)
          {
113         peso<-Aristas [ Aristas$From==i ,] $Peso [s]
          }
115       }
      }
117   return(peso)
    }
119
# ALGORITMO
121 while(i!=nodo_final)
    {
123
125     if(i==nodo_inicial&t!=1){
126       p[r]<- min(Aristas [ Aristas$From==i , "Peso" ])
127       Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[g] ,][1 ,] $Estado<-1
128       Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[g] ,] $Color<-
129       colorarista
130       Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[g] ,] $PesoAc<-p[r]
131
132       if(nrow(Aristas [ Aristas$From==i , "Peso" ])>1)
          {
133         nodestem<-data.frame(Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Estado!
134         =1 ,])
135         nodestem$i<-nodo_inicial
136
137         nodestem$PesoAc<-Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Estado!=1 ,]
138         $Peso

```

```

137     NodesT<-rbind(NodesT , nodestem)
    }
139     nodes1<-data.frame(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[r]
    ],][1,])
    nodes1$i<-nodo_inicial
141     nodes<-rbind(nodes , nodes1)
    i<-as.numeric(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[r] , "To"
    ][1,])
143     r<-r+1
  }else{
145     if(t==1)
    {
147         p[r]<- min(NodesT[, "Peso"])
        w<-NodesT[NodesT$Peso==p[r] , "From"]
149         if(length(w)>1)
        {
151             w<-w[1]
        }
153         NodesT[NodesT$From==w&NodesT$Peso==p[r] ,][1,]$Estado<-1
        nodes1<-data.frame(NodesT[NodesT$From==w&NodesT$Peso==p[r]
        ],][1,])
155         nodes1$PesoAc<-p[r]
        Aristas[Aristas$From==nodes1$From&Aristas$To==nodes1$To,]$
        Color<-colorarista
157         Aristas[Aristas$From==nodes1$From&Aristas$To==nodes1$To,]$
        PesoAc<-p[r]
        nodes<-rbind(nodes , nodes1)
159         i<-as.numeric(NodesT[NodesT$From==w&NodesT$Peso==p[r] , "To"
        ][1])
        NodesT<-NodesT[NodesT$To!=i ,]
161         t<-0
    }else{
163         if(nrow(NodesT>0))
        {
165             s<- min(Aristas[Aristas$From==i , "Peso"]+p[r-1])
            pe<-sort(unlist(NodesT$Peso))
167             if(s>pe[1])

```

```

    {
169     Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==s-p[r-1] ,]
        nodestem<-data.frame( Aristas [ Aristas$From==i ,])
171     nodestem$Peso<-nodestem$Peso+p[r-1]
        nodestem$PesoAc<-nodestem$Peso
173     nodestem$i<-i
        NodesT<-rbind( NodesT , nodestem )
175     nodestem<-check_nodesTemp_ and_ Aristas( Aristas , NodesT ,
nodes , i , r , p)
        Aristas [ Aristas$From==nodestem$From&Aristas$To==nodestem
$To , ] $Color<-colorarista
177     p[r]<-nodestem$Peso
        Aristas [ Aristas$From==nodestem$From&Aristas$To==nodestem
$To , ] $PesoAc<-p[r]
179     nodestem$Estado<-1
        nodes<-rbind( nodes , nodestem )
181     NodesT<-NodesT [ NodesT$To!=nodestem$To , ]
        i<-as.numeric( nodestem$To )
183     NodesT<-NodesT [ NodesT$To!=i , ]
    } else {
185     p[r]<- min( Aristas [ Aristas$From==i , "Peso" ] +p[r-1] )
        if ( nrow( Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[r]-p[r
-1] , ] ) ==0 )
187     {
        peso_1<-near( Aristas , i , p , r )
189     Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==peso_1 , ] $Estado
<-1
        Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==peso_1 , ] $Color<-
colorarista
191     Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==peso_1 , ] $PesoAc
<-p[r]
        e<-1
193
    } else {
195     Aristas [ Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[r]-p[r-1] , ] $
Estado<-1

```

```

        Aristas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r-1],]$
Color<-colorarista
197     Aristas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r-1],]$
PesoAc<-p[r]
        }
199     if (i!=nodo_final)
        {
201         nodestem<-data.frame( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$
Estado!=1,])
        nodestem$Peso<-nodestem$Peso+p[r-1]
203         nodestem$PesoAc<-nodestem$Peso
        if (nrow(nodestem)>0)
205         {
            nodestem$i<-i
207         }
        NodesT<-rbind(NodesT, nodestem)
209     }
    if (e==1){
211         nodes1<-data.frame( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$
Peso==peso_1,])
        nodes1$i<-i
213         nodes<-rbind(nodes, nodes1)
        i<-as.numeric( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==
peso_1, "To" ][1,])
215         NodesT<-NodesT[NodesT$To!=i,]
        e<-0
217     }else{
        nodes1<-data.frame( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$
Peso==p[r]-p[r-1],])
219         nodes1$i<-i
        nodes<-rbind(nodes, nodes1)
221         i<-as.numeric( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[
r]-p[r-1], "To" ][1,])
        NodesT<-NodesT[NodesT$To!=i,]
223     }
    }
225 }else

```

```

    {
227     p[r]<- min( Aritas [ Aritas$From==i , "Peso" ]+p[r-1])
        if (nrow( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r
-1] ,]) ==0)
229     {
        peso_1<-near( Aritas , i , p , r)
231     Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==peso_1 , ]$Estado<-1
        Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==peso_1 , ]$Color<-
colorarista
233     Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==peso_1 , ]$PesoAc<-p
[r]
        e<-1
235
        } else {
237     Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r-1] , ]$
Estado<-1
        Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r-1] , ]$
Color<-colorarista
239     Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$Peso==p[r]-p[r-1] , ]$
PesoAc<-p[r]
        }
241
        if (i!=nodo_final)
        {
245     nodestem<-data.frame( Aritas [ Aritas$From==i&Aritas$
Estado!=1 , ])
        nodestem$Peso<-nodestem$Peso+p[r-1]
247     nodestem$PesoAc<-nodestem$Peso
        if (nrow( nodestem )>0)
249     {
        nodestem$i<-i
251     }
        NodesT<-rbind( NodesT , nodestem)
253     }
        if (e==1){

```

```

255     nodes1<-data.frame(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso
==peso_1,])
        nodes1$i<-i
257     nodes<-rbind(nodes , nodes1)
        i<-as.numeric(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso==peso
_1,"To"][[1,])
259     NodesT<-NodesT[NodesT$To!=i ,]
        e<-0
261     }else{
        nodes1<-data.frame(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso
==p[r]-p[r-1],])
263     nodes1$i<-i
        nodes<-rbind(nodes , nodes1)
265     i<-as.numeric(Aristas[Aristas$From==i&Aristas$Peso==p[r
]-p[r-1],"To"][[1,])
        NodesT<-NodesT[NodesT$To!=i ,]
267     }
        }
269     }
        if(i!=nodo_final)
271     {
        t<-repeat_nod(nodes , Aristas , i , p)
273     }
        r<-r+1
275     }
277 }

279 # SACA EL CAMINO FINAL
        {
281     d1<-nrow(nodes)
        Subnod<-data.frame("From"=NULL, "To"=NULL, "Peso"=NULL, "PesoAc"=
        NULL, "Estado"=NULL, "i"=NULL, "Color"=NULL)
283     m<-1
        f1<-0
285     while(f1!=nodo_inicial)
        {

```

```

287   if(m==1){
      pf<-Aristas [ Aristas$From==nodes [d1 ,] $From&Aristas$To==nodes [
289     d1 ,] $To,] $Peso
      Aristas [ Aristas$From==nodes [d1 ,] $From&Aristas$To==nodes [d1 ,]
$To,] $Color<-coloraristafinal
      subnodes<-data.frame ( Aristas [ Aristas$From==nodes [d1 ,] $From&
Aristas$To==nodes [d1 ,] $To,])
291     Subnod<-rbind (Subnod , subnodes)
      f1<-Subnod$From
293     ant<-p[r-1]-pf
      m<-6
295   }
   else {
297     if (nrow (nodes [ nodes$PesoAc==ant [1] ,]) ==0)
      {
299       s<-1
       q<-nrow (Subnod)
301       q_2<-0.01
       q_1<-Subnod [q ,] $From
303       nodes [ nodes$To==q_1 ,] $PesoAc
       for (s in s:nrow (nodes [ nodes$To==q_1 ,]))
305       {
         if (abs (nodes [ nodes$To==q_1 ,] $PesoAc [s][1] - ant [1]) < q_2)
307         {
           subnodes1<-data.frame (nodes [ nodes$To==q_1 ,])
309           ant [1] <- nodes [ nodes$To==q_1 ,] $PesoAc [s]
           }
         }
311       }
313     m<-3
315   }
   else {
317     subnodes1<-data.frame (nodes [ nodes$PesoAc==ant [1] ,])
     }
319   if (nrow (subnodes1 > 1))
     {

```

```

321     subnodes2<-subnodes1
        subnodes1<-subnodes2[subnodes2$To==Subnod[nrow(Subnod),]$
From,]
323     }
        subnodes<-data.frame(Aristas[Aristas$From==subnodes1$From&
Aristas$To==subnodes1$To,])
325     Aristas[Aristas$From==subnodes1$From&Aristas$To==subnodes1$
To,]$Color<-coloraristafinal
        Subnod<-rbind(Subnod,subnodes)
327     ant<-nodes[nodes$PesoAc==ant[1],]$PesoAc-Aristas[Aristas$
From==subnodes1$From&Aristas$To==subnodes1$To,]$Peso

329     f1<-subnodes$From[1]
        }
331
333     }

335     caminofinal<-orden(Subnod)
}

```

CODIGO\_ALGORITMO.R



## 9 BIBLIOGRAFÍA

[BM91] [Grab] [Unii] [Unif] [Unia] [Unim] [Unih] [Unic] [Unik] [Unij] [Unib]  
[Unig] [Unie] [Unil] [Unin] [Unid] [Traa] [Trab] [New79] [OB15] [Tah04] [HL10]  
[Hig] [Trac] [] [Graa]

### Referencias

- [New79] Gordon F Newell. “Some issues relating to the optimal design of bus routes”. In: *Transportation Science* 13.1 (1979), pp. 20–35.
- [BM91] M Hadi Baaaj and Hani S Mahmassani. “An AI-based approach for transit route system planning and design”. In: *Journal of advanced transportation* 25.2 (1991), pp. 187–209.
- [Tah04] Hamdy A Taha. *Investigación de Operaciones (9.a ed.)* Pearson, 2004. ISBN: 9702604982.
- [HL10] Frederick S Hillier and Gerald J Lieberman. *Introducción a la Investigación de Operaciones*. McGraw Hill Educación, 2010.
- [OB15] Saúl Antonio Obregón-Biosca and Eduardo Betanzo-Quezada. “Análisis de la movilidad urbana de una ciudad media mexicana, caso de estudio: Santiago de Querétaro”. In: *Economía, sociedad y territorio* 15.47 (2015), pp. 61–98.
- [Graa] L.M.A. Luisa Ramírez Granados. “El problema de la ruta más corta”. In: ().
- [Grab] Domínguez Servién y Granados Torres y López Franco. *Programa estatal de transporte Querétaro 2016-2021*. URL: <https://www.iqt.gob.mx/wpcontent/uploads/2017/02/Programa-Estatal-de-Transporte.pdf>. (Recuperado: 20 octubre, 2019).
- [Hig] Higer. *KLQ6109G*. URL: <https://en.higer.com/Products/info.aspx?itemid=304&parent>. (Recuperado: 12 de marzo de 2022).

- [ ] *Precio gasolina en Querétaro*. URL: <https://www.gasolinamx.com/estado/queretaro/queretaro>. (Recuperado: 13 de marzo de 2022).
- [Traa] Instituto Queretano de Transporte. *IQT pone en marcha circuitos centrales*. URL: <https://www.iqt.gob.mx/index.php/2019/09/iqt-pone-marcha-5-circuitos-centrales/>. (Recuperado: 16 noviembre de 2019).
- [Trab] Instituto Queretano de Transporte. *Nace Qrobus, empresa única del transporte público*. URL: <https://www.iqt.gob.mx/index.php/2017/05/nace-qrobus-empresa-unica-del-transporte-publico/>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Trac] Instituto Queretano del Transporte. *Estudio técnico y de costos de la tarifa para el transporte público colectivo*. URL: [https://tribunadequeretaro.com/wp-content/uploads/2019/03/qrobus\\_estudio.pdf?fbclid=IwAR21k0T3NDdVR3C9a5y7fI6hE5n5NNYy5k16Jcg8rkzC8WwQcF8d4Q5Ax4M](https://tribunadequeretaro.com/wp-content/uploads/2019/03/qrobus_estudio.pdf?fbclid=IwAR21k0T3NDdVR3C9a5y7fI6hE5n5NNYy5k16Jcg8rkzC8WwQcF8d4Q5Ax4M). (Recuperado: 12 de marzo de 2022).
- [Unia] El Universal. *Arranca operación del sistema RedQ*. Recuperado 10 de junio de 2020. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/01-08-2013/arranca-operacion-del-sistema-redq>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unib] El Universal. *Cubierta, demanda de transporte*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/09-02-2015/cubierta-demanda-de-transporte>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unic] El Universal. *Dan informe del servicio de Red Q*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/09-10-2013/dan-informe-del-servicio-de-red-q>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unid] El Universal. *En 2019 habrá 200 nuevos autobuses*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/en-2019-habra-200-nuevos-autobuses>. (Recuperado: 21 de julio de 2022).

- [Unie] El Universal. *Habrá 170 camiones nuevos en la entidad*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/habra-170-camiones-nuevos-en-la-entidad>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unif] El Universal. *Inicia entrega de tarjetas RedQ*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/politica/24-07-2013/inicia-entrega-de-tarjetas-red-q>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unig] El Universal. *Inician pruebas de autobuses para los ejes estructurantes*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/02-07-2017/inician-pruebas-de-autobuses-para-los-ejes-estructurantes>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unih] El Universal. *La Red Q estrena 13 unidades de transporte*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/01-10-2013/la-red-q-estrena-13-unidades-de-transporte>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unii] El Universal. *Modernidad llega a transporte público*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/portada/04-06-2013/modernidad-llega-transporte-publico>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unij] El Universal. *Presentan cuatro rutas más Red Q*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/portada/09-01-2015/presentan-cuatro-rutas-mas-red-q>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unik] El Universal. *Problemas dañan a Red Q*. Recuperado 10 de junio de 2020. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/09-01-2014/problemas-danan-red-q>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unil] El Universal. *Qrobús firma convenio para comprar camiones*. URL: <https://www.eluniversalqueretaro.mx/sociedad/15-08-2017/qrobus-firma-convenio-para-comprar-camiones>. (Recuperado: 21 de julio de 2022).

- [Unim] El Universal. *Retirarán 400 unidades*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/politica/21-08-2013/retiraran-400-unidades>. (Recuperado: 10 de junio de 2020).
- [Unin] El Universal. *Unidades de QroBus serán hechas en China: Nava*. URL: <http://www.eluniversalqueretaro.mx/metropoli/18-07-2017/unidades-de-qrobus-seran-hechas-en-china-nava>. (Recuperado: 21 de julio de 2022).