

2026

Predicción de coeficientes de presión de viento en estructuras con cubierta  
de arco circular usando métodos numéricos y aprendizaje automático

Ing. Misael Maldonado  
Fajardo



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería

**PREDICCIÓN DE COEFICIENTES DE PRESIÓN DE VIENTO  
EN ESTRUCTURAS CON CUBIERTA DE ARCO CIRCULAR  
USANDO MÉTODOS NUMÉRICOS Y APRENDIZAJE AUTOMÁTICO**

Tesis

Que como parte de los requisitos para  
obtener el Grado de  
Maestro en Ciencias (Estructuras)

Presenta:

Ing. Misael Maldonado Fajardo

Dirigido por:

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel

Querétaro, Qro., mayo de 2026

La presente obra está bajo la licencia:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



CC BY-NC-ND 4.0 DEED

Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

### Usted es libre de:

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciante no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

### Bajo los siguientes términos:



**Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.



**NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



**SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

### Avisos:

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias (Estructuras)

Predicción de coeficientes de presión de viento en estructuras con  
cubierta de arco circular usando métodos numéricos y aprendizaje automático

Tesis

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
Maestro en Ciencias (Estructuras)

Presenta:

Ing. Misael Maldonado Fajardo

Dirigido por:

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel  
Presidente

Dr. Humberto Yáñez Godoy  
Secretario

Dr. Luis Francisco Pérez Moreno  
Vocal

Dr. Enrique Rico García  
Suplente

Dr. Iván Fermín Arjona Catzim  
Suplente

Centro Universitario, Querétaro, Qro.  
Mayo de 2026  
México

## DEDICATORIA

*A mis padres por su amor y apoyo incondicional. Siempre han creído en mí y eso me ha llevado a lograr grandes cosas.*

*A Cristina, mi compañera de vida. Inspiras esa fuerza que me impulsa a llegar más lejos cada día.*

*A mis hermanos, Alondra y Antonio, porque crecer a su lado es lo que ha dado forma a esta historia.*

## **AGRADECIMIENTOS**

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) y a la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ) por el apoyo brindado para el desarrollo de esta investigación.

A mi asesor, el Dr. Jaime Moisés Horta Rangel, por el conocimiento compartido durante mis estudios de posgrado y su guía durante el desarrollo de esta investigación.

Al Dr. Humberto Yáñez Godoy por su invaluable guía a lo largo de esta investigación. Agradezco especialmente la oportunidad de colaborar en el proyecto internacional, cuya experiencia resultó enriquecedora para mi desarrollo profesional y académico.

Al sínodo de este trabajo, conformado por los doctores Luis Francisco Pérez Moreno, Enrique Rico García e Iván Fermín Arjona Catzim, por sus valiosas recomendaciones para mejorar esta investigación, así como por las enseñanzas compartidas, la confianza y buen trato que me brindaron a lo largo de mi trayectoria académica.

A los compañeros de maestría que conocí en diferentes generaciones, de quienes he podido aprender muchas cosas y gracias a quienes mi estancia durante la maestría fue más amena.

*“El esfuerzo mismo por alcanzar la cima es suficiente para llenar el corazón de un hombre. Hay que imaginar a Sísifo feliz.”*

*Albert Camus, El mito de Sísifo*

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	14
ABSTRACT .....	15
I. INTRODUCCIÓN.....	16
I.I. Justificación .....	19
I.II. Descripción del problema.....	20
II. ANTECEDENTES .....	21
II.I. Estructuras con cubierta de arco circular .....	21
II.II. Aprendizaje automático y CFD .....	24
II.III. Diseño de experimentos .....	27
III. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	29
III.I. Dinámica de fluidos computacional .....	29
III.I.I. Ecuaciones fundamentales .....	29
III.I.II. Ecuaciones de Navier-Stokes.....	30
III.I.III. Modelado y simulación .....	30
III.II. Redes neuronales artificiales.....	40
III.II.I. Funciones de activación .....	43
III.II.II. Entrenamiento ANN.....	45
III.III. Muestreo del hipercubo latino.....	46
IV. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS.....	48
IV.I. Hipótesis.....	48
IV.II. Objetivo general.....	48
IV.III. Objetivos específicos.....	48

V.	METODOLOGÍA.....	49
V.I.	Generación de diseño de experimentos .....	49
V.I.I.	k factores.....	50
V.I.II.	Muestreo del hipercubo latino (LHS) .....	51
V.I.III.	Diseño factorial $2^k$ .....	52
V.I.IV.	Integración de los diseños de experimentos .....	53
V.II.	Generación de simulaciones numéricas CFD.....	54
V.II.I.	Validación del modelo .....	54
V.II.II.	API Pyfluent.....	59
V.III.	Entrenamiento de red neuronal artificial .....	60
V.III.I.	Preproceso de datos .....	61
V.III.II.	Arquitectura de la ANN.....	64
V.III.III.	Hiperparámetros de la ANN .....	65
V.III.IV.	Entrenamiento de la ANN .....	66
V.III.V.	Evaluación y selección de arquitecturas .....	67
V.III.VI.	Selección de red neuronal ANN.....	69
V.IV.	Comparación de coeficientes de presión.....	69
V.IV.I.	Métodos de comparación.....	70
V.IV.II.	Presiones y coeficientes de presión.....	70
V.IV.III.	Metodología CFE 2020 .....	72
V.IV.IV.	Metodología de predicción (ANN).....	73
VI.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	74
VI.I.	Diseño de experimento .....	74
VI.I.I.	Diseño LHS .....	74

VI.I.II. Diseño factorial $2^k$ .....	75
VI.I.III. Integración de los diseños de experimentos .....	76
VI.II. Simulaciones numéricas CFD.....	77
VI.II.I. Validación del modelo CFD .....	77
VI.II.II. API Pyfluent.....	87
VI.III. Red neuronal artificial .....	88
VI.III.I. Exploración de arquitecturas .....	88
VI.III.II. Evaluación y selección de arquitecturas.....	89
VI.III.III. Selección de ANN .....	92
VI.IV. Comparativa de coeficientes de presión.....	95
VI.IV.I. Presiones y coeficientes de presión.....	96
VI.IV.II. Metodología CFE y predicciones ANN.....	101
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	111
REFERENCIAS.....	113
ANEXO 1.....	122
ANEXO 2.....	131

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. <i>Esquema de estructura con cubierta de arco circular</i> .....	21
Figura 2. Diagrama de flujo de trabajo en la Dinámica de Fluidos Computacionales (CFD) (Zawawi et al., 2018).....	31
Figura 3. Formas de celdas más comunes para discretización de un dominio.....	33
Figura 4. Representación esquemática del movimiento turbulento (Ferziger & Peric, 2012).....	36
Figura 5. Modelo de una neurona artificial de perceptrón simple (Mejía & Orozco, 2016).....	40
Figura 6. Regiones de decisión para diferentes cantidades de capas ocultas en las ANN (Larranaga et al., 2019).....	42
Figura 7. Arquitectura de una red BP.....	42
Figura 8. Aprendizaje estocástico de una ANN (Acevedo et al., 2017).....	45
Figura 9. Diagrama de flujo de la metodología empleada en esta investigación. ...	49
Figura 10. Esquema de variables geométricas y ángulos de incidencia del viento. .....	50
Figura 11. Casos de combinaciones establecidas para el entrenamiento de la ANN. .....	54
Figura 12. Rangos de longitudes de dominio usados para la evaluación. ....	57
Figura 13. Puntos de medición de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) en simulaciones CFD. ....	60

Figura 14. Diagrama de flujo del proceso de entrenamiento estocástico de una ANN (Bairagi & Dalui, 2020).....	61
Figura 15. Diagrama de flujo del preproceso de datos. ....	62
Figura 16. Métodos de validación implementados en cada caso.....	63
Figura 17. Esquemas de distribución de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) del manual de obras civiles (CFE, 2020): a) Viento normal a la cumbrera ( $0^\circ$ ), b) Viento paralelo a la cumbrera ( $90^\circ$ ). ....	73
Figura 18. Gráficas de interacción de los puntos de muestreo de las combinaciones obtenidas del diseño de experimento LHS. ....	75
Figura 19. Distribución de los puntos de muestreo de los diseños LHS y factorial $2^k$ . ....	76
Figura 20. Vectores de velocidad del viento en sección transversal X-X del dominio computacional en línea central de la estructura para diferentes longitudes de salida del dominio: a) 6S, b) 9S, c) 12S, d) 15S.....	78
Figura 21. Tamaño del dominio computacional seleccionado. ....	80
Figura 22. Gráficas comparativas de $C_p$ calculados por CFD y medidos experimentalmente de acuerdo a los tamaños de malla evaluados para el viento perpendicular a la cumbrera a lo largo del centro de la cubierta para los distintos modelos de turbulencia. ....	82
Figura 23. Comparación de $C_p$ calculados por CFD y medidos experimentalmente para cada geometría bajo los distintos modelos de turbulencia evaluados. ....	84
Figura 24. Gráficos de dispersión que comparan las predicciones de las ANN contra los valores esperados para las mejores arquitecturas en cada caso.....	91

Figura 25. Gráfico de distribución de $C_p$ obtenido por la ANN 3 comparado con los datos esperados para las seis geometrías. ....	94
Figura 26. Gráfico de distribución de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $10^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom_1).....	95
Figura 27. Gráfico de distribución de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $10^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom_1) en los ejes de orilla 1 y 2. ....	98
Figura 28. Gráfico de distribución de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $10^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom_1) en los ejes centrales 7 y 8.....	99
Figura 29. Gráfico de distribución de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $10^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom_1) en los ejes de orilla 13 y 14.....	100
Figura 30. Gráfico de distribución en todos los ejes de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $15^\circ$ de $0^\circ$ a $60^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $0^\circ$ ) (todas las geometrías).....	102
Figura 31. Gráfico de distribución en el eje central (eje 7) de $C_p$ obtenidos por ANN (a cada $15^\circ$ de $0^\circ$ a $60^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $0^\circ$ ).....	103
Figura 32. Gráfico de distribución de $C_p$ en todos los ejes obtenidos por ANN (a cada $15^\circ$ de $60^\circ$ a $90^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $90^\circ$ ) (todas las geometrías).....	104
Figura 33. Gráfico de distribución de $C_p$ en la zona barlovento de la cubierta (eje 14) obtenidos por ANN (a cada $15^\circ$ de $60^\circ$ a $90^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $90^\circ$ ).....	106

Figura 34. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada  $15^\circ$  de  $0^\circ$  a  $60^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $0^\circ$ ) para Geom\_1 con diferentes relaciones  $B/D$ .....108

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de estudios realizados a estructuras de cubierta de arco circular. .....	23
Tabla 2. Resumen de estudios realizados que implementan el uso de ML con técnicas CFD. ....	26
Tabla 3. Funciones de activación más utilizadas (Acevedo et al., 2017). ....	43
Tabla 4. Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ ) para construcciones con cubierta de arco circular o domo para viento normal a la cumbre, $\theta = 0^\circ$ (CFE, 2020). ....	51
Tabla 5. Niveles asignados para cada k factor. ....	51
Tabla 6. Configuraciones geométricas usadas en las simulaciones CFD seleccionadas para replicar las condiciones del experimento en túnel de viento realizado por Qiu et al. (2014). ....	55
Tabla 7. Características de solución numérica y constantes de condiciones de frontera. ....	56
Tabla 8. Pruebas para evaluar las dimensiones del dominio computacional. ....	57
Tabla 9. Hiperparámetros utilizados en la exploración inicial. ....	67
Tabla 10. Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ ) para zonas de techos de construcciones. Cubiertas transversales para cualquier ángulo. Resumido de (CFE, 2020). ....	72
Tabla 11. Combinaciones experimentales obtenidas del método LHS. ....	74
Tabla 12. Combinaciones experimentales obtenidas del diseño factorial $2^k$ . ....	76
Tabla 13. Diseños de experimentos combinados de manera aleatoria. ....	77

Tabla 14. Métricas de evaluación entre $C_p$ calculados por CFD y medidos experimentalmente de acuerdo a las distancias de salida, laterales y superior del dominio. ....	79
Tabla 15. Métricas de evaluación entre $C_p$ calculados por CFD y medidos experimentalmente para los tamaños de malla probados.....	81
Tabla 16. Métricas de evaluación entre $C_p$ calculados por CFD y medidos experimentalmente en las seis geometrías con cubierta de arco circular para diferentes modelos de turbulencia. ....	83
Tabla 17. Resumen de resultados de métricas de evaluación de $C_p$ calculado por CFD y medido experimentalmente para distintas relaciones $R/D$ .....	86
Tabla 18. Ejemplo de conjunto de datos extraídos en la etapa del postproceso de la geometría G_41.....	88
Tabla 19. Arquitecturas obtenidas de la exploración mediante optimización bayesiana. ....	89
Tabla 20. Métricas de evaluación sin normalizar de las arquitecturas obtenidas de las exploraciones .....	90
Tabla 21. Arquitecturas con mejor desempeño para las diferentes ANN.....	92
Tabla 22. Desempeño de los tres modelos de ANN ante las mismas geometrías.	93
Tabla 23. Métricas de evaluación comparando metodología CFE y predicciones ANN de $C_p$ y presiones en pascales para Geom_1.....	96
Tabla 24. Métricas de evaluación comparando la metodología CFE y predicciones ANN de $C_p$ para todas las geometrías. ....	101
Tabla 25. Métricas de evaluación comparando metodología CFE y predicciones ANN de $C_p$ para distintas relaciones $B/D$ .....	109

## RESUMEN

Las estructuras con cubierta de arco circular tienen aplicaciones generales y a menudo suelen ser estructuras ligeras y flexibles, por lo que las cargas por viento son un factor significativo durante el diseño estructural. Dado que los códigos y manuales proporcionan información limitada para estos casos, se busca proporcionar una visión más completa del comportamiento de las presiones de viento en estas estructuras para distintas configuraciones geométricas y ángulos de acción del viento por medio de una metodología que acopla el uso de Redes Neuronales Artificiales (ANN) y la Dinámica de Fluidos Computacionales (CFD), tomando muestreos utilizando diseños de experimentos como el muestreo del hipercubo latino (LHS). El modelo ANN desarrollado se validó bajo diferentes métricas estadísticas, asemejando sus predicciones a los resultados de CFD con un margen de error aceptable, demostrando ser capaz de predecir con alta precisión los coeficientes de presión ( $C_p$ ) en la cubierta. Esto permitió comparar diferentes geometrías con los métodos normativos, encontrando diferencias significativas para algunos casos y, al mismo tiempo, se observó la influencia de las variables geométricas en la distribución y magnitud de los  $C_p$ .

**Palabras clave:** Redes neuronales artificiales, Dinámica de fluidos computacional, Cubiertas de arco circular, Predicción de presiones de viento, Muestreo del hipercubo latino

## ABSTRACT

Circular arched roof structures have general applications and are often lightweight and flexible structures. Due to this, wind loads are a significant factor in structural design. Since the codes and standards provide limited information for these cases, it is sought to provide a more complete view of the behavior of wind pressures on these structures for different geometric configurations and angles of wind action using a methodology that couples the use of Artificial Neural Networks (ANN) and Computational Fluid Dynamics (CFD), sampling using designs of experiments such as Latin Hypercube Sampling (LHS). The ANN model developed was validated under different statistical metrics, resembling its predictions with an acceptable margin of error. The ANN model developed was validated under different statistical metrics, resembling its predictions to CFD results with an acceptable margin of error, proving to be able to predict with high accuracy the pressure coefficients ( $C_p$ ) in the casing. This allowed comparing different geometries with standard methods, finding significant differences for some cases, and, at the same time, the influence of geometric variables on the distribution and magnitude of  $C_p$  was observed.

**Keywords:** Artificial Neural Networks, Computational Fluid Dynamics, Circular arched roofs, Wind pressure predictions, Latin Hypercube Sampling.

## I. INTRODUCCIÓN

El uso de las estructuras con cubierta de arco circular suele ser comúnmente destinado al sector industrial como almacenes, bodegas, talleres e incluso es frecuente ver estas estructuras en hangares, así como en sector de producción agrícola como viveros (Blazhnov, 2020; Jha et al., 2022; Yao et al., 2024). Debido a que estos lugares suelen precisar de grandes espacios sin columnas, suele recurrirse a cubiertas con materiales ligeros, por lo que suelen ser vulnerables a las acciones del viento. Como resultado, la predicción de las presiones de viento en dichas cubiertas es esencial para garantizar la seguridad y rentabilidad.

Los efectos de las presiones de viento en una estructura son inherentes y sensibles a su geometría debido a que el flujo de viento responde de acuerdo con la forma de la estructura, llevando a patrones variables de presiones en las caras y cubiertas de las estructuras. Por su parte, los códigos y normativas mexicanas plantean un método simplificado basado en coeficientes de presión ( $C_p$ ), los cuales, describen la distribución de las presiones a lo largo de las superficies expuestas al viento y se calcula a partir la presión, velocidad y densidad del aire. En los códigos, estos coeficientes son calculados a partir de variables geométricas y suelen distribuirse de manera constante y están restringidos para un rango de acciones de viento normal y paralelo a la cumbrera, descartando ángulos de acción que, en estudios anteriores, han mostrado ser más desfavorables (Chen et al., 2018; Chen & Yang, 2013).

En la práctica, existen métodos para obtener coeficientes de presión de viento como experimentos en túnel de viento o modelación numérica. En los últimos años, se ha observado un aumento en el uso de herramientas como la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés) en la predicción del comportamiento del viento por su capacidad para predecir con suficiente precisión fenómenos de fluidos, resolviendo las ecuaciones matemáticas que gobiernan el comportamiento de un fluido utilizando métodos numéricos (Zawawi et al., 2018).

Se han realizado numerosos estudios que han demostrado una buena precisión numérica con el uso del CFD en la modelación del viento y la determinación de las presiones que ejerce en las superficies de las estructuras (Meng et al., 2018; Mostafa et al., 2022; Tominaga et al., 2008), permitiendo un análisis preciso de la distribución de las fuerzas y cómo estas afectan la estructura.

Uno de los beneficios adicionales de las técnicas CFD es su flexibilidad. Estos análisis pueden realizarse para una amplia variedad de condiciones y escenarios de viento, permitiendo evaluar cómo estos cambios de dirección o intensidad afectan las presiones. Sin embargo, estas simulaciones requieren una gran cantidad de recursos computacionales, especialmente con flujos de alta turbulencia o geometrías complejas (Wijesooriya et al., 2023), por lo que su demanda computacional está directamente relacionada con el nivel de precisión y tipo de fenómeno que se busca caracterizar.

Por otro lado, el aprendizaje automático (ML) es un conjunto de técnicas capaces de aprender y detectar patrones a partir de un volumen de datos variados sin programar directamente lo que rigen esos patrones. Además, las capacidades del ML para aplicaciones complejas con datos no lineales a gran escala y de alta dimensión se han mejorado a lo largo de los años debido a la expansión de las capacidades y el poder computacional (Murphy, 2012).

Estos algoritmos, a partir de datos obtenidos mediante simulaciones numéricas o experimentos de túnel de viento, pueden ser capaces de predecir con una alta precisión los  $C_p$  bajo diferentes casos y condiciones (Mostafa et al., 2022). Una vez entrenados estos algoritmos, permiten realizar análisis paramétricos eficientemente, permitiendo evaluar el impacto de distintos factores en los  $C_p$  de forma rápida, logrando explorar una variedad de escenarios sin necesidad de cálculos extensos, convirtiéndose en una herramienta muy útil en el diseño estructural.

Haciendo uso de estas herramientas, en esta investigación se desarrolló un enfoque que combina ambas metodologías, haciendo uso de la capacidad predictiva del ML y de la precisión que ofrecen las simulaciones CFD. Lo anterior fue posible haciendo uso de estrategias como los diseños de experimentos para la obtención de datos y análisis de sensibilidad para encontrar la configuración más eficiente para las simulaciones, encontrando un equilibrio entre demanda computacional y precisión de resultados.

A continuación, se plantea la justificación de esta investigación, así como la descripción del problema, planteado en el contexto de la ingeniería estructural. En el segundo capítulo se aborda la información relevante de estudios previos en el área de estudio. Continuando con el tercer capítulo, el cual contiene algunos conceptos teóricos que fundamentan esta investigación.

En el cuarto capítulo se presenta la hipótesis formulada con base en la bibliografía actual y bajo las variables de estudio seleccionadas para este estudio. Asimismo, se establece el objetivo general de este trabajo, así como los objetivos particulares que componen el desarrollo de la investigación.

En la sección del capítulo cinco, se describe la metodología empleada en esta investigación. Basada en el desarrollo de los objetivos particulares, así como todas las consideraciones que se tomaron en cuenta durante el desarrollo de las actividades realizadas.

Posteriormente, el capítulo seis se enfoca en la discusión de resultados, comparando la metodología propuesta con métodos tradicionales y evaluando la aplicabilidad práctica en el diseño de estructuras con cubierta de arco circular. Y finalmente, en el capítulo siete se presentan las conclusiones, así como recomendaciones para futuros trabajos dentro de esta línea de investigación.

## **I.I. Justificación**

Los techos con forma cilíndrica presentan un mejor comportamiento aerodinámico frente a otras geometrías debido al efecto de desprendimiento de vórtice, reduciendo la resistencia del viento y mejorando su estabilidad. Esto ha impulsado la innovación en sistemas constructivos como los techos autoportantes, que permiten reducir el uso de material y acortar los tiempos de construcción. Sin embargo, estas ventajas incrementan la sensibilidad de las estructuras a las acciones del viento. Una estimación inadecuada de las presiones de viento puede tener consecuencias severas como daños, pérdida de estabilidad o colapsos, conllevando un riesgo para los usuarios o pérdidas económicas, como se evidenció en el colapso del Mercado Central de Acapulco (Hernández, 2023), en la primaria de Lerma, Estado de México (Vázquez, 2018), entre otros casos (Balbastro, 2008).

Frente a esto, esta investigación propone un enfoque que permitirá obtener predicciones más rápidas y precisas de los coeficientes de presión de viento en estructuras con cubiertas de arco circular. Con esto se permite explorar de manera amplia la interacción fluido-estructura, comprendiendo cómo la variación geométrica o la condición de viento afecta la distribución de las presiones en la estructura. Además, se contribuye al diseño de estructuras más seguras y eficientes, mediante métodos que proporcionan una caracterización más realista de las cargas producidas por efectos de viento con un bajo coste computacional, optimizando la toma de decisiones de diseño mientras se reduce la incertidumbre de los efectos de estos fenómenos sobre las estructuras. Agregado a esto, la metodología puede adaptarse a diversos tipos de geometrías y condiciones de viento, lo que permitirá aportar conocimientos aplicables a un amplio rango de proyectos de ingeniería.

## I.II. Descripción del problema

Las normas y códigos para el diseño por efectos del viento proporcionan  $C_p$  basados en experimentos en túneles de viento, pero realizando simplificaciones geométricas que no siempre se cubren todos los escenarios posibles, es decir, no se representa de manera realista el fenómeno de las presiones. Se han realizado estudios para evaluar la eficiencia de códigos para el diseño por viento internacionales y se han encontrado diferencias de entre el 5 y el 10% respecto a estudios experimentales y numéricos en estructuras de baja altura (Fouad et al., 2018).

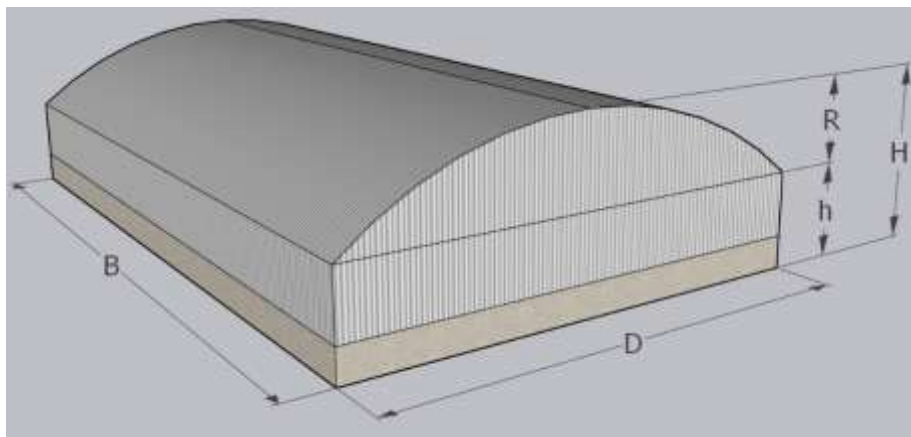
En el diseño de estructuras con cubierta de arco circular, la normativa mexicana y manuales de diseño (Comisión Federal de Electricidad, 2020) metodología basada en la geometría de la estructura para obtener  $C_p$ , pero no contempla todos los posibles ángulos de incidencia del viento ni los patrones complejos de las presiones generadas. Esto conlleva una incertidumbre sobre la correcta estimación de cargas a las que se verá sometida la estructura a lo largo de su vida útil, trayendo consigo riesgos sociales y económicos.

Actualmente, los métodos experimentales en túnel de viento y simulaciones numéricas permiten predecir estas distribuciones de presiones de manera precisa; sin embargo, estos métodos tienen muchas limitaciones. El uso de túnel de viento suele ser costoso por el equipo especializado, instalaciones y extensos tiempos de prueba; asimismo, presenta una restricción de tamaño de modelo y número limitado de canales de medición simultáneos (Kim et al., 2017). Por su parte, las técnicas CFD, aunque son precisas, suelen requerir una elevada demanda computacional, por lo que no es fácil explorar un amplio número de configuraciones geométricas sin largos tiempos de espera. Por lo tanto, la integración del ML con las técnicas CFD busca cubrir estas limitaciones, obteniendo resultados con suficiente precisión, reduciendo drásticamente la demanda computacional y los tiempos de análisis.

## II. ANTECEDENTES

### II.I. Estructuras con cubierta de arco circular

En el estudio de estructuras con cubierta de arco circular (Figura 1), Chen & Yang (2013) investigaron los efectos de la geometría en la presión del viento en techos cilíndricos mediante cuatro modelos en túnel de viento con diferentes relaciones de radio de cubierta/claro ( $R/D$ ) y variando la inclinación, encontrando que para una alta relación de  $R/D$  se obtuvieron coeficientes medios de fuerza vertical más grandes que para relaciones bajas. Se concluyó también que la dirección del viento de alrededor de  $30^\circ$  es más desfavorable para el techo.



**Figura 1.** Esquema de estructura con cubierta de arco circular.

Chen et al. (2018) llevaron a cabo un análisis paramétrico de experimentos en túnel de viento y la respuesta dinámica inducida por viento en cáscaras cilíndricas. Se destacó la influencia de las relaciones de  $R/D$  y  $D/B$  (largo/claro) en la distribución de la presión del viento en la cubierta, observando grandes succiones en el borde de barlovento y en la cumbre del techo para relaciones pequeñas de  $R/D$ , así como una respuesta estructural desfavorable para las direcciones del viento de  $0^\circ$  y  $45^\circ$ . Estas observaciones concuerdan con un estudio anterior (Chen et al., 2017).

San et al. (2019) realizaron un procedimiento para optimizar la relación  $R/D$  para mejorar su rendimiento aerodinámico mediante un modelo acoplado la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) con Análisis de Elemento Finito (FEA) usando cuatro modelos de turbulencia como  $k-\varepsilon$  estándar, *Re-normalization Grup* (RNG)  $k-\varepsilon$ , *Shear Stress Turbulence* (SST)  $k-\omega$ , y *Reynolds Stress Model* (RSM), para predecir las presiones medias en la cubierta. El modelo que mostró mejor similitud con los ensayos en túnel de viento fue el RSM. Se minimizó la succión media más alta en el techo y el desplazamiento de la respuesta máxima. Los resultados revelaron que las relaciones  $R/D$  más efectivas fueron las de 1/6.25 para atenuar la magnitud de la succión y 1/5.5 para reducir el desplazamiento. Los modelos CFD concuerdan bien con los datos experimentales, aunque se señala que existe cierta desviación entre los resultados medidos y los numéricos debido al número limitado de tomas de presión en los modelos. En este estudio se investiga el efecto de la relación  $R/D$ ; sin embargo, se desprecian las variables de altura ( $H$ ) y la longitud ( $B$ ).

Li et al. (2006) analizaron tres modelos de conchas cilíndricas en túnel de viento variando el parámetro de  $B/D$  de 1, 2 y 3 con una misma relación de  $R/D = 1/3$ ; sometiéndolos a tres tipos de perfiles de viento en función de la rugosidad del terreno. Velocidad de viento de 10 m/s y velocidad de referencia en la parte superior de los modelos cercana a 6 m/s. Se usaron tres ángulos de ataque  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$  y  $90^\circ$ . Se concluyó que para casi todos los casos de prueba los coeficientes de fuerza total de viento más grandes aparecieron cuando el ángulo de ataque de viento se acercó a  $\theta = 33.75^\circ$ , y de igual forma, fueron más significativos en los casos de relaciones de  $B/D$  altas. También se observó que los efectos de la relación  $B/D$  y el tipo de terreno tienen impacto significativo en los coeficientes medidos.

Qiu et al. (2014) investigaron la influencia del número de Reynolds sobre las cargas de viento sobre cubiertas cilíndricas con tres diferentes relaciones de  $R/D$  y números de Reynolds que oscilaron entre  $6.90 \times 10^4$  y  $8.28 \times 10^5$ . Se propuso un método que relaciona el número de Reynolds con los parámetros aerodinámicos

que se usan para estimar los coeficientes de presión considerando los dos aspectos mencionados. Los resultados del método empírico propuesto tuvieron una buena aproximación a los datos medidos mediante el túnel de viento; sin embargo, concluyen que resulta necesario asociar mejoras en dicho modelo de variables más influyentes que no se consideraron. Se encontró que para valores de  $R/D = 1/2$  la distribución se vuelve relativamente estable para valores mayores de  $Re = 4.14 \times 10^5$  y para  $R/D = 1/3$  a partir de  $Re = 2.48 \times 10^5$ .

En la Tabla 1, se muestra un resumen de los estudios más relevantes sobre las estructuras con cubierta de arco circular. En ella se muestra que el análisis más utilizado para estas estructuras es el túnel de viento, así como las variables geométricas que se han tomado en cuenta en dichos estudios.

**Tabla 1. Resumen de estudios realizados a estructuras de cubierta de arco circular.**

Referencia	Tipo de análisis	Objeto de estudio	Variables geométricas					
			Escala	D	R/D	h/D	B/D	$\theta$
<b>Chen et al. (2017)</b>	Túnel de viento	Respuesta dinámica, coeficientes de presión medio y fluctuantes	1:100	60	1/8, 1/6 y 1/4	2, 1.5 y 1	2	0°
<b>Chen &amp; Yang (2013)</b>	Túnel de viento	Efectos de la geometría en la presión del viento	1:100	80	1/8 y 1/4	2 y 1	1.5	Cada 15°
<b>Sharma et al. (2023)</b>	Análisis numéricos CFD	Distribución de presión en edificios de claros múltiples	1:1	10	1/2	1.5	2	De 0° a 90° cada 15°
<b>Chen et al. (2018)</b>	Túnel de viento	Respuesta dinámica en cáscaras cilíndricas	1:100	60	1/8, 1/6 y 1/4	2, 1.5 y 1	1 y 2	De 0° a 180° cada 10°
<b>Wei et al. (2023)</b>	Túnel de viento	Historiales de presión en cubiertas combinadas	1:150	94.5 y 130.5	1/3 y 3/10	0	1	De 0° a 360° cada 15°
<b>Qiu et al. (2014)</b>	Túnel de viento	Influencia del número de Reynolds sobre las cargas de viento	1:100	20 y 60	1/2, 1/3 y 1/6	1.8, 0.9, 0.6, 0.3 y 0.2	1	0°

**Tabla 1 (Continuación). Resumen de estudios realizados a estructuras de cubierta de arco circular.**

Referencia	Tipo de análisis	Objeto de estudio	Variables geométricas					
			Escala	D	R/D	h/D	B/D	$\theta$
<b>San et al. (2019)</b>	Análisis numéricos CFD y FEA	Optimización de la relación R/D para mejorar el rendimiento aerodinámico	1:100	60	1/2, 1/3 y 1/6	0.6, 0.3 y 0.2	1	0°
<b>Li et al. (2006)</b>	Túnel de viento	Distribución de la presión del viento en conchas cilíndricas según su geometría	1:400	129.2	1/3	0	1, 2 y 3	0°, 45° y 90°
<b>Blackmore &amp; Tsokri (2006)</b>	Túnel de viento	Cargas de viento en techos curvos	1:250	25	1/2, 3/10, 1/10 y 1/20	20, 10, 5, 3.33, 2, 1.67, 1.2, 0.6, 0.2 y 0.12	1 y 10	De 0° a 180° cada 15°
<b>Verma &amp; Ahuja (2015)</b>	Túnel de viento	Presiones de viento en cubiertas curvas de varias crujías	1:50	10	1/2	1.5	2	De 0° a 90° cada 15°
<b>Jha et al. (2022)</b>	Análisis numéricos CFD	Comparativa de las presiones de techos a dos aguas y de arco circular	1:10	6	1/5.5	4.6	1.67	De 0° a 180° cada 30°

## II.II. Aprendizaje automático y CFD

Actualmente existen varios estudios que han integrado simulaciones CFD con técnicas de aprendizaje automático (ML) para predecir las presiones de viento ejercidas sobre los cuerpos rígidos o la respuesta aeroelástica de puentes y otras estructuras flexibles (Mostafa et al., 2022). Un ejemplo es el de Chang et al. (2008), donde predijeron los coeficientes de presión pico de un edificio de baja altura por medio de una Red Neuronal Artificial (ANN) que se entrenó utilizando como variables de entrada doce diferentes datos obtenidos de un modelo CFD, como el  $C_p$  medio, presión dinámica base, velocidad del viento, etc.

Otro ejemplo de esta aplicación es el de Vesmawala et al. (2009), donde se usó una ANN para predecir el coeficiente de presión en domos con diferentes

relaciones de claro-altura. Los datos para entrenar a la red se generaron a partir de modelos CFD donde las variables de entrada fueron la relación claro-altura, el ángulo del arco vertical y el ángulo horizontal con respecto a la dirección del viento. De todos los modelos realizados, se utilizó el 80% para entrenar la red, el 10% para pruebas y el 10% para validación, obteniendo un error cuadrático medio promedio de 0.001 para los resultados de la red entrenada. Con esto se concluyó que los coeficientes de presión media se predijeron con bastante precisión en diferentes ubicaciones a lo largo del domo.

Waibel et al. (2021) realizaron un estudio con el objetivo de predecir presiones de viento en fachadas de rascacielos combinando simulaciones simplificadas FFD (*Fast Fluid Dynamics*) con modelos de regresión supervisados, entrenados y validados con resultados CFD. Generaron 100 variantes geométricas de una torre de 300 m de altura, donde asignaron de forma aleatoria valores entre 10 y 20 m a 7 radios de polígonos de control a lo largo de la altura. Se simuló en CFD y FFD cada una de las variantes geométricas para obtener un conjunto de entrenamiento, dividiendo los conjuntos en 70% para entrenamiento y 30% para validación, usando modelos de regresión Bosque Aleatorio (RF), proceso Gaussiano (GP), regresión lineal (LR), regresión de k-vecino más cercano (KNN), árbol de decisión (DT) y regresión por vectores de soporte (SVR). Usaron el error medio absoluto (MAE) para evaluar la precisión, obteniendo resultados elevados para esta métrica, especialmente en las zonas sotavento; sin embargo, se encontraron distribuciones realistas, indicando que la combinación FFD + ML es prometedora, pero requiere más datos de entrenamiento y una mejor variabilidad geométrica.

Un estudio reciente (Lamberti & Gorlé, 2021) propuso la integración de modelos CFD con modelos de ML para predecir los coeficientes de presión Raíz Cuadrada Promedio (RMS) en un edificio alto bajo diferentes ángulos de acción del viento. El trabajo se realizó combinando el modelo Navier-Stokes Promediado por Reynolds (RANS) que es computacionalmente eficiente, con Simulación de

Grandes Remolinos (LES), más demandante computacionalmente. Construidos a partir de las variables coeficiente de presión, energía cinética turbulenta, velocidad normalizada de entrada, gradiente de presión y coeficiente de fricción, el estudio utilizó cuatro tipos de modelos de ML: RL, regresión cuadrática (QR), RF y ANN con cinco capas ocultas, siendo este último el más preciso.

Similar a este último, Bairagi & Dalui (2020) realizaron un estudio en edificios altos con retranqueo (*setback*) combinando CFD RANS  $k-\epsilon$  y una ANN, contrastando los resultados con el método de la transformada rápida de Fourier (FFT). Se analizaron tres geometrías diferentes sometidas a un rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  en intervalos de  $15^\circ$ , calculando el  $C_p$  en cada cara, mismos que sirvieron como datos de entrenamiento para una ANN de una sola capa oculta, resultando en 13 datos de entrenamiento por geometría. Como validación, se usaron dos ángulos intermedios a los usados para entrenamiento ( $25^\circ$  y  $145^\circ$ ), obteniendo una buena concordancia con los datos CFD, mostrando errores del 0.18% al 2.5%, así como una correlación de  $R^2=0.99$ .

En la Tabla 2 se muestra un resumen de los estudios más relevantes sobre la implementación de técnicas ML con simulaciones CFD para obtener coeficientes de presión en distintos tipos de estructuras. En la tabla se incluye el listado de los algoritmos ML utilizados en cada estudio, entre ellos, se destaca el uso de las ANN como el algoritmo más utilizado para estudios de regresión, seguido de algoritmos como RF y LR.

**Tabla 2. Resumen de estudios realizados que implementan el uso de ML con técnicas CFD.**

Referencia	Algoritmo usado	Objeto de estudio	Aplicación	Limitaciones
Chang et al. (2008)	ANN	Edificio bajo, planta cuadrada	Predicción de $C_p$ fluctuante	Para la misma geometría diferente punto de medición

**Tabla 2 (Continuación). Resumen de estudios realizados que implementan el uso de ML con técnicas CFD.**

Referencia	Algoritmo usado	Objeto de estudio	Aplicación	Limitaciones
Vesmawala et al. (2009)	ANN	Tres domos de diferentes dimensiones	Predicción de Cp medio	Para la misma geometría diferente punto de medición
Waibel et al. (2021)	RF, GP, LR, KNN, DT, SVR, ANN	Torre con 7 radios de polígonos diferentes distribuidos en su altura	Predicción de Cp medio	Pocos datos de entrenamiento y variabilidad aleatoria (distribución no optimizada)
Lamberti & Gorié (2021)	LR, QR, RF, ANN	Un edificio alto ante diferentes ángulos de incidencia (cada 10°)	Predicción de Cp fluctuante	Misma geometría ante diferentes ángulos de incidencia
Bairagi & Dalui (2020)	ANN	Tres edificios altos con <i>setback</i> para diferentes ángulos de incidencia (cada 15°)	Predicción de Cp medio	Se realizó una red por cada geometría

### II.III. Diseño de experimentos

Para construir un modelo que describe la relación entre variables dependientes e independientes, se requieren técnicas de muestreo para establecer los puntos de muestreo dentro del parámetro de las variables. Por lo tanto, el enfoque de los diseños de experimentos es necesario para seleccionar el número y la localización de los puntos de muestreo. Dentro de las técnicas más conocidas se encuentran los diseños factoriales, el muestreo del hipercubo latino (LHS) y el método de Monte Carlo (Borisut & Nuchitprasittichai, 2023). Una técnica muy usada es la de Monte Carlo o muestreo aleatorio, que genera puntos de manera aleatoria dentro del rango de las variables. Esta técnica requiere un número muy grande de muestras para representar la región entera de las variables. Por otro lado, la técnica LHS asegura que la exploración del rango de las variables sea uniforme, permitiendo que cada parámetro se divida en intervalos iguales y que cada uno sea

muestreado solamente una vez. Es por esto que el LHS ha demostrado cubrir los espacios de diseño de manera efectiva, respecto al muestreo aleatorio simple, especialmente cuando el número de muestras es limitado.

Las características del método LHS lo convierten en una herramienta ampliamente utilizada en ingeniería, análisis de incertidumbre y optimización, particularmente en aplicaciones donde los cálculos son computacionalmente costosos, como en simulaciones CFD (Saltelli et al., 2008) o entrenamientos de algoritmos de ML con una cantidad limitada de datos pero eficientemente distribuida (Alam et al., 2004; Yang et al., 2024). La eficiencia del LHS puede incrementarse mediante técnicas de LHS optimizado, donde se busca maximizar la distancia entre puntos de muestreo para una mejor cobertura del espacio, reduciendo correlaciones no deseadas y mejorando la representatividad de la muestra.

### III. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

#### III.I. Dinámica de fluidos computacional

La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una aproximación numérica de las ecuaciones que rigen el movimiento de un fluido. En esta sección se muestran de manera generalizada las ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento de un fluido; estas ecuaciones se conocen como leyes de conservación de la física (Versteeg & Malalasekera, 2007).

##### III.I.I. Ecuaciones fundamentales

Una de las propiedades más importantes de los cuerpos es que poseen masa (Gurtin, 2009). Ya que la masa de un cuerpo continuo se conforma en todo momento por las mismas moléculas sin importar cuán deformado esté, se considera que la masa no cambia. Por lo tanto, esta propiedad se expresa matemáticamente como (1).

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (1)$$

Donde  $V(t)$  es el volumen ocupado en el tiempo  $t$  y  $\rho$  es la densidad del fluido. De manera local, la ecuación de la conservación de la masa se expresa (2):

$$\rho' + \text{div}(\rho v) = 0 \quad (2)$$

Otro fundamento del comportamiento de los fluidos se encuentra en la conservación del momento, que determina cómo las fuerzas externas e internas modifican el movimiento del fluido. Entonces, el momento lineal se define como la

cantidad de movimiento transportada por unidad de volumen, y es descrita como (3):

$$I = \int_{V_t} v \rho dV \quad (3)$$

### **III.I.II. Ecuaciones de Navier-Stokes**

Las ecuaciones de Navier-Stokes se refieren a la forma diferencial de la conservación de la masa y el momento para fluidos newtonianos (Khalil & Lakkis, 2023). En el caso de fluidos newtonianos, se ejercen o se asocian efectos de fuerzas cortantes o de rozamiento entre las partículas, lo que retarda el movimiento de estas. Entonces el movimiento relativo de las partículas de un fluido puede proporcionarse por el gradiente de la velocidad.

Estas ecuaciones son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas, donde la incógnita es el campo del vector de velocidades y el campo de presiones escalares. Se puede decir que las ecuaciones de Navier-Stokes describen las características físicas de un fluido, que incluye un sistema de cinco ecuaciones diferenciales parciales para un fluido que cumple con características de ser newtoniano, incompresible, isotérmico y en estado estable y se simplifican en las expresiones (4) y (5) en su forma tensorial:

$$v' + (grad v)v = \nu \Delta v - grad \pi_0 + b_0 \quad (4)$$

$$div v = 0 \quad (5)$$

### **III.I.III. Modelado y simulación**

El CFD es la simulación de sistemas de fluidos mediante el modelado y métodos numéricos. Resuelve numéricamente un modelo matemático discretizado y sujeto a condiciones de contorno definidas. El proceso del CFD se muestra en la Figura 2. Todos los programas CFD constan principalmente de tres elementos

(Zawawi et al., 2018): (1) el preproceso, en el que se define la geometría, el mallado, los parámetros del fluido y las condiciones de frontera; (2) el solucionador, punto en que se resuelven las ecuaciones del comportamiento de fluido conforme a las condiciones definidas en el preproceso mediante métodos numéricos; (3) el postproceso, donde se manejan los datos resultantes.



**Figura 2. Diagrama de flujo de trabajo en la Dinámica de Fluidos Computacionales (CFD) (Zawawi et al., 2018).**

**Métodos de discretización.** Los métodos de discretización son soluciones numéricas de las ecuaciones diferenciales mediante sistemas de ecuaciones algebraicas para variables en un conjunto de ubicaciones discretas en el tiempo y espacio (Ferziger & Peric, 2012). Dentro de la variedad de métodos existentes, los más importantes son: Método de Diferencias Finitas (FDM), Método de Elemento Finito (FEM) y Método de Volumen Finito (FVM).

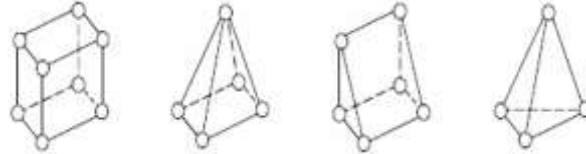
**Método de Diferencias Finitas (FDM).** Es un método sencillo de usar para un mallado estructurado en cuadrículas regulares, aunque esto reduce su campo de aplicaciones a casos con geometrías simples. En este método, el dominio se cubre por una cuadrícula y en cada punto se hace una aproximación de las derivadas parciales de las funciones del flujo mediante diferencias finitas.

**Método de Elemento Finito (FEM).** El dominio es dividido en un conjunto de volúmenes discretos o elementos más pequeños y simples. Para los casos de dos dimensiones suelen ser elementos triangulares o cuadrados, mientras que para tres dimensiones suelen ser tetraedros o hexaedros. Estas divisiones forman mallas que, dependiendo del tipo de elemento y de la precisión deseada, se definen de tamaños que formen mallas más o menos finas. Este método, a diferencia del FDM, se adapta bien a geometrías complejas y condiciones de frontera irregulares, aunque eso conlleva una demanda computacional intensiva en función del número de elementos y ecuaciones del modelo.

**Método de Volumen Finito (FVM).** Este método se basa en subdividir el dominio en un número finito de volúmenes de control o celdas y aplicar en estos volúmenes la forma integral de las ecuaciones de conservación. Las integrales aplicadas sobre cada volumen de control se convierten en ecuaciones algebraicas para cada celda. En el centroide de cada volumen finito se encuentra un nodo computacional en el que la variable será calculada. Como resultado, para cada celda se obtiene una ecuación algebraica en la que aparece una serie de valores nodales vecinos. El FVM es adecuado para geometrías complejas ya que puede adaptarse a cualquier tipo de cuadrícula. También se considera un método sencillo de entender y programar, por lo que se ha usado en aplicaciones como dinámica de fluidos, transferencia de calor y electromagnetismo. Además, es un método conservador debido a su robustez.

**Mallado numérico.** Es la división del dominio en un conjunto de celdas discretas. Las celdas generadas pueden tener formas variadas en función de la geometría general. En dominios de tres dimensiones, generalmente se dividen en poliedros, tetraedros, hexaedros, prismas, pirámides (Figura 3). Los bordes de las celdas forman las líneas de la malla y los vértices los nodos de la cuadrícula. Los

resultados de la solución numérica del modelo se obtienen justo en los nodos de la cuadrícula (Zawawi et al., 2018).



**Figura 3. Formas de celdas más comunes para discretización de un dominio.**

Para lograr una precisión uniforme de la solución, los nodos deben tener una mayor densidad en los lugares de mayor interés. Estos puntos pueden ser donde ocurren cambios bruscos del flujo, como en bordes de contacto. Esto se logra generando una malla lo suficientemente fina en dichos lugares de interés.

**Modelación de flujos.** Los fluidos pueden clasificarse por régimen según la velocidad con la que fluyen por un dominio. Cuando un fluido tiene una velocidad baja, fluye en forma de láminas o capas que se mueven paralelamente y sin mezclarse; este régimen es conocido como flujo laminar. Cuando se aumenta la velocidad, el flujo se dispersa y las partículas del fluido colisionan, moviéndose de manera caótica y desordenada, creando vórtices y remolinos; este régimen es llamado flujo turbulento. La determinación del régimen del flujo depende principalmente de variables como la densidad, viscosidad, diámetro del conducto y velocidad promedio del flujo. Estas variables permiten determinar el conocido número de Reynolds.

El caso de flujos laminares se puede describir mediante las ecuaciones que describen a los fluidos. En casos simples, las ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes pueden resolverse de manera analítica, ya que estas ecuaciones tienen solución particular para los casos bidimensionales (Versteeg & Malalasekera,

2007). Sin embargo, la mayoría de los flujos de importancia en la ingeniería están en la categoría de turbulentos, por lo que son de mayor interés.

En la práctica ingenieril, la mayoría de los flujos se comportan de forma turbulenta (Ferziger & Peric, 2012). Las principales propiedades que caracterizan el flujo turbulento son:

- Altamente inestables
- Tridimensionales
- Tienen una gran cantidad de vorticidad
- La turbulencia aumenta a la velocidad que se agitan las cantidades conservadas (difusión turbulenta)
- Proceso disipativo. La energía perdida se convierte irreversiblemente en energía interna del fluido.
- Son eventos esencialmente deterministas, pero con un componente aleatorio que hace que sus ocurrencias difieran en fuerza e intervalo de tiempo, lo que dificulta mucho su estudio
- Fluctúa en una amplia gama de escalas de longitud y tiempo

Este flujo tiene una naturaleza aleatoria y caótica. El movimiento se vuelve intrínsecamente inestable aun cuando tiene condiciones límite constantes impuestas. De esta forma, la velocidad y otras propiedades de flujo varían de forma caótica, conduciendo a cambios radicales del carácter del flujo (Versteeg & Malalasekera, 2007).

La principal dificultad es que los flujos turbulentos contienen variaciones en un rango mucho más amplio de escalas de longitud y tiempo que los flujos laminares. Es por esto que, aunque las ecuaciones para ambos flujos son similares, las ecuaciones que describen los flujos turbulentos suelen ser mucho más difíciles de resolver. Esto ha llevado a un gran esfuerzo de investigación en el desarrollo de métodos numéricos que logren capturar los efectos importantes de la turbulencia. Los métodos se pueden agrupar en tres grandes categorías: i) Simulación Numérica

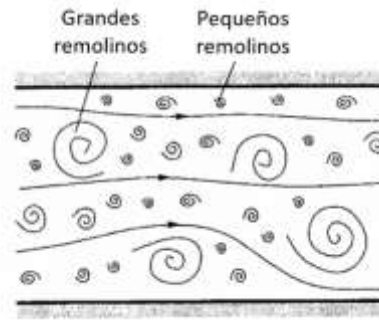
Directa (DNS), ii) Simulación de Grandes Remolinos (LES), iii) Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds (RANS).

**Simulación Numérica Directa (DNS).** Las ecuaciones inestables de Navier-Stokes se resuelven en cuadrículas espaciales que son suficientemente finas como para resolver las escalas de longitud de Kolmogorov ( $\eta$ ) en las que tiene lugar la disipación de energía y con pasos de tiempo lo suficientemente pequeños como para resolver el periodo de las fluctuaciones más rápidas. En otras palabras, calculan el flujo medio y todas las fluctuaciones de velocidad turbulenta.

Entre los beneficios potenciales del método se encuentra el poder calcular detalles precisos de los parámetros de turbulencia y generar resultados instantáneos que no se pueden medir con instrumentación. Por otro lado, estos cálculos son muy costosos en términos de recursos computacionales, por lo que el método no se utiliza en la práctica.

**Simulación de Grandes Remolinos (LES).** Es un método que rastrea el comportamiento de los remolinos más grandes. Implica un filtrado espacial de las ecuaciones de Navier-Stokes antes de los cálculos, que incluye los remolinos más grandes y desprecia los más pequeños (Figura 4).

El método comienza con la selección de una función y un ancho de corte con el objetivo de resolver en un cálculo de flujo inestable todos aquellos remolinos con una escala de longitud mayor que el ancho de corte. Después, la operación de filtrado espacial se realiza en las ecuaciones de flujo dependientes del tiempo; esto descarta la información relacionada con los remolinos turbulentos más pequeños.



**Figura 4. Representación esquemática del movimiento turbulento (Ferziger & Peric, 2012).**

Las ecuaciones de flujo inestables deben resolverse. Esto ofrece una representación bastante precisa de la turbulencia en comparación con métodos como el RANS, especialmente en flujos complejos y transitorios, incluso en geometrías complejas. Sin embargo, esta alta resolución trae consigo una gran demanda de recursos computacionales en términos de almacenamiento y volumen de cálculos.

***Navier-Stokes promediadas de Reynolds (RANS).*** En este método, la atención se centra en el flujo medio y los efectos de la turbulencia en las propiedades del flujo medio. Previo a la aplicación de métodos numéricos, se realiza un promedio de las ecuaciones de Navier-Stokes en el tiempo, lo que permite obtener soluciones de flujo medio sin necesidad de resolver todas las escalas de la turbulencia. Para poder calcular flujos turbulentos con las ecuaciones RANS es necesario desarrollar modelos de turbulencia para predecir las tensiones de Reynolds. Para que un modelo de turbulencia sea útil, debe tener una amplia aplicabilidad, ser preciso, simple y económico de ejecutar (Versteeg & Malalasekera, 2007). Estos modelos parten de una versión modificada de las ecuaciones de Navier-Stokes (4) anteriormente mencionadas, considerando la descomposición de Reynolds, obteniendo la ecuación (6).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (6)$$

Ecuación en la que el último término  $\overline{u'_i u'_j}$  es conocido como tensiones de Reynolds. Los modelos de turbulencia usados en este trabajo entran en la categoría de modelos de viscosidad de remolino lineal o EVM (*Eddy Viscosity Model*, por sus siglas en inglés), métodos que hacen uso de la hipótesis de Boussinesq (7), que sigue siendo ampliamente utilizada para resolver problemas de cierre y determinar la viscosidad turbulenta (8) (Ali et al., 2024).

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_T \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

Donde aparecen los términos  $k = \frac{1}{2} \bar{u}_i^2$  que representa la energía cinética de turbulencia (TKE),  $\nu_T$  es la viscosidad de turbulencia y el último término de la ecuación (7) la tasa de tensor de deformación. En los modelos EVM, también conocidos como modelos de “dos ecuaciones” (Lateb et al., 2013), se modela la viscosidad turbulenta a través de ecuaciones que dependen de TKE ( $k$ ) y de la tasa de disipación de turbulencia  $\epsilon$  o de la frecuencia de disipación  $\omega$ , dependiendo del modelo utilizado.

Los modelos EVM más comunes se clasifican en función del número de ecuaciones de transporte adicionales que deben resolverse junto con las ecuaciones de flujo de RANS. Dentro de los más importantes se encuentran:

a) *Modelo  $k - \epsilon$*

Este modelo es uno de los más utilizados por su simplicidad y robustez en flujos de ingeniería. Está basado en una solución de dos ecuaciones diferenciales de transporte que involucran las variables dependientes de

la TKE ( $k$ ) y la tasa de disipación de energía ( $\epsilon$ ), descritas en las ecuaciones (9) y (10).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu_T \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \epsilon \quad (9)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu_T \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\epsilon}{k} [C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon] \quad (10)$$

Donde  $P_k$  es la producción de energía cinética de turbulencia y los valores de  $C_\epsilon$  y  $C_\mu$  son constantes empíricas que dependen del modelo que se utilice.

b) *Modelo  $k - \omega$*

Este modelo se diferencia del anterior por su capacidad de capturar con mayor precisión los efectos de la turbulencia en las zonas cercanas a las paredes. Este modelo trabaja con una variable descrita como frecuencia de disipación  $\omega$  en lugar de  $\epsilon$ , manteniendo la variable  $k$ , pero ahora descrita en términos de  $\omega$ , mostrados en las ecuaciones (11) y (12).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu_T \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \beta k \omega \quad (11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \sigma_\omega \nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \frac{\nu_T}{k} P_k - \beta \omega^2 \quad (12)$$

Donde los valores de  $\beta$ ,  $\alpha$  y  $\sigma_\omega$  son constantes empíricas.

Este modelo, en cambio, no es muy preciso cuando se trata de flujos libres, por lo que desarrollaron variaciones como el modelo *SST (Shear Stress Transport)  $k - \omega$* . Dado que los resultados del modelo  $k - \epsilon$  son mucho menos sensibles a los valores supuestos en el flujo libre, pero su rendimiento cerca de la pared es insatisfactorio para las capas límite con factores de presión adversos, se llevó a sugerir este modelo híbrido (Versteeg & Malalasekera, 2007). Dicho modelo se logró utilizando: i) una

transformación del modelo  $k - \epsilon$  en un modelo  $k - \omega$  en las regiones cercanas a la pared y, ii) el modelo estándar  $k - \epsilon$  en las regiones turbulentas lejanas de la pared.

**Condiciones de frontera.** Los problemas de CFD suelen definirse en términos de condiciones iniciales y de frontera. Las condiciones de frontera (BC) son un componente necesario en el modelo matemático y que con esto se define la interacción del movimiento del fluido con el dominio (Zawawi et al., 2018). Los valores iniciales de todas las variables del flujo deben especificarse en todos los puntos del dominio. Si el valor de una variable es conocido en algún punto límite, entonces no es necesario resolverlo (Ferziger & Peric, 2012). Las condiciones de frontera típicas en los modelos CFD son:

- Entrada.
- Salida
- Paredes (sin deslizamiento)
- Simetría
- Periodicidad

Dentro de las condiciones de frontera, las que se establecen como pared, simetría o periodicidad, únicamente tienen propiedades físicas que reaccionan y alteran el comportamiento de flujo. Sin embargo, la frontera de entrada establece las condiciones y el comportamiento inicial del flujo al momento de ingresar al dominio. Para dominios con altura que se encuentra dentro de la capa límite atmosférica, las ecuaciones usadas en las condiciones iniciales del fluido se simplifican de acuerdo a las recomendaciones de Richards & Hoxey (1993). Estas propiedades incluyen el perfil de velocidad  $U(y)$  y la energía cinética turbulenta  $k$ , así como la tasa de disipación de energía, sea  $\epsilon$  o  $\omega$ , dependiendo del modelo de turbulencia utilizado, y sus valores se calculan con las ecuaciones (13)-(17).

$$U(y) = \frac{u^*}{K} \ln\left(\frac{y + y_0}{y_0}\right) \quad (13)$$

$$u^* = K \frac{U_{ref}}{\ln\left(\frac{y_{ref} + y_0}{y_0}\right)} \quad (14)$$

$$k = \frac{u^{*2}}{\sqrt{C_\mu}} \quad (15)$$

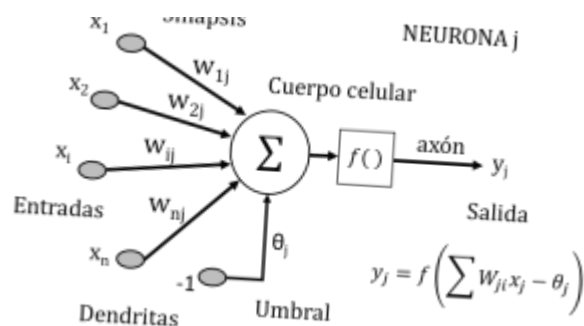
$$\epsilon = \frac{u^{*3}}{K(y + y_0)} \quad (16)$$

$$\omega = \frac{\epsilon}{C_\mu k} \quad (17)$$

Donde  $U_{ref}$  es la velocidad de referencia a la altura  $y_{ref}$ ,  $y_0$  es la altura de rugosidad de superficie,  $u^*$  es la velocidad de fricción y  $K$  es la constante de Von Karman, que se toma igual a 0.41.

### III.II. Redes neuronales artificiales

El modelo de una ANN se basa en un conjunto de nodos que representan las neuronas. Cada neurona  $i$ -ésima tiene un valor numérico o estado de activación y puede tener múltiples entradas y una entrada constante denominada sesgo o umbral (Menacho Chiok, 2014). Cada neurona está conectada a parámetros de entrada  $x_i$ , donde cada parámetro tiene asociado un peso numérico  $w_{ij}$  que refleja la influencia y fuerza de la sinapsis de la conexión. En la Figura 5 se muestra el modelo y la ecuación general de aprendizaje de una neurona artificial simple.



**Figura 5. Modelo de una neurona artificial de perceptrón simple (Mejía & Orozco, 2016).**

Donde:

$y_j$  = Variable de salida

$w_{ij}$  = Peso asignado a cada variable de entrada

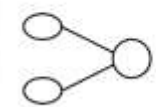
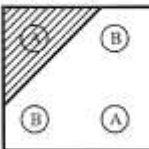
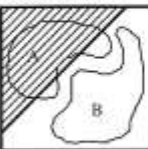

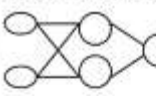
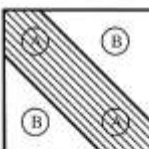


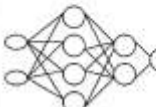
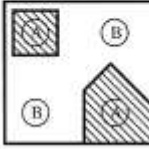

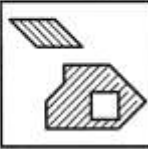
$x_i$  = Variables de entrada o patrones de entrenamiento

$\theta_j$  = Sesgo o umbral del nodo (normalmente igual a 1)

$f()$  = Función de activación

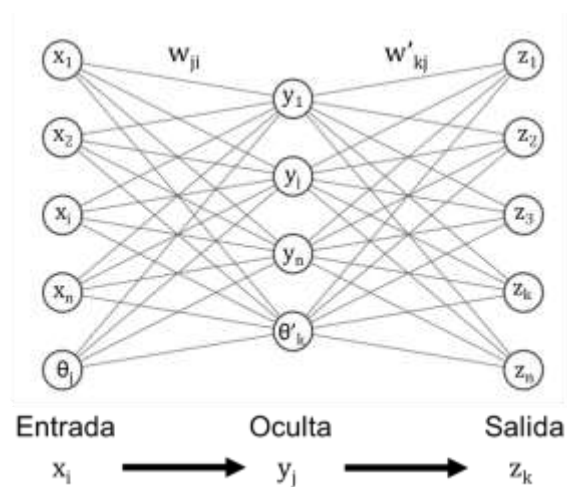
Una ANN cuenta con un número determinado de neuronas organizadas por niveles o capas. Se pueden definir tres tipos diferentes de capas que conforman una red (Menacho Chiok, 2014): 1) Capa de entrada, se refiere a los nodos que definen las variables de entrada; 2) Capas ocultas, pueden ser una o varias capas, y las neuronas de este nivel pueden interconectarse en distintas configuraciones, lo que determina la topología de la red; 3) Capa de salida, la componen las variables de salida, donde se puede ver la información que entrega la red.

El perceptrón simple tiene limitaciones ya que solo es capaz de discriminar patrones en un plano bajo una única recta. Para solventar esta limitación, se adicionan capas ocultas. Al aumentar el número de neuronas y capas, la red se vuelve más compleja y es comúnmente conocida como red neuronal perceptrón multicapa (MLP). En la Figura 6 se muestran regiones de decisión que puede obtener la red para distintas arquitecturas considerando dos neuronas en la capa de entrada.

Arquitectura	Región de decisión	Ejemplo 1: XOR	Ejemplo 2: clasificación	Regiones más generales
Sin capa oculta 	Hiperplano (dos regiones)			
Una capa oculta 	Regiones polinomiales convexas			
Dos capas ocultas 	Regiones arbitrarias			

**Figura 6. Regiones de decisión para diferentes cantidades de capas ocultas en las ANN (Larranaga et al., 2019).**

Las redes MLP suelen ser entrenadas mediante un algoritmo de retropropagación de errores, también conocido como *Back Propagation* (BP), por lo que esta arquitectura de red también suele conocerse como red de retropropagación. La arquitectura para una red MLP con una sola capa oculta se muestra en la Figura 7.



**Figura 7. Arquitectura de una red BP.**

Con base en este esquema, la ecuación (18) define los nodos de salida:

$$z_k = \sum_{j=1}^o w'_{kj} y_j - \theta'_k = \sum_{j=1}^o w'_{kj} f \left( \sum_{i=1}^n w_{ji} x_i - \theta_j \right) - \theta'_k \quad (18)$$

Donde:

$x_i$  = Variables de entrada o patrones de entrenamiento

$y_j$  = Nodos de la capa oculta

$z_k$  = Variables de salida

$w_{ij}; w_{jk}$  = Peso asignado los nodos

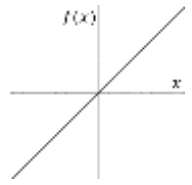
$\theta_j; \theta_k$  = Sesgo del nodo (normalmente igual a 1)

$f()$  = Función de activación


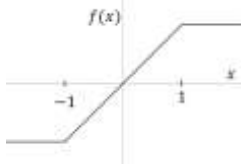
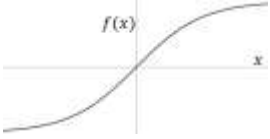
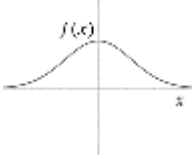
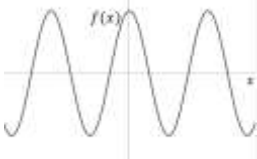
### III.II.I. Funciones de activación

Las funciones de activación se escogen dependiendo del objetivo de entrenamiento de la red neuronal. Estas funciones son las encargadas de introducir la no linealidad en el modelo de la red, permitiendo el aprendizaje de relaciones complejas de las variables de entrada y salida. En la Tabla 3 se muestran las funciones de activación más usadas.

**Tabla 3. Funciones de activación más utilizadas (Acevedo et al., 2017).**

Función	Rango	Gráfica
<b>Identidad</b>	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$
		

**Tabla 3 (Continuación). Funciones de activación más utilizadas (Acevedo et al., 2017).**

	Función	Rango	Gráfica
<b>Escalón</b>	$si = sign(x)$ $y = H(x)$	$\{-1, 1\}$ $\{0, 1\}$	
<b>Línea a tramos</b>	$y = \begin{cases} -1, & si\ x < -l \\ x, & si\ l \leq x \leq l \\ 1, & si\ x > l \end{cases}$	$[-1, 1]$	
<b>Sigmoidea</b>	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = tgh(x)$	$[0, 1]$ $[-1, 1]$	
<b>Gaussiana</b>	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, 1]$	
<b>Sinusoidal</b>	$y = A sen(\omega x + \varphi)$	$[-1, 1]$	

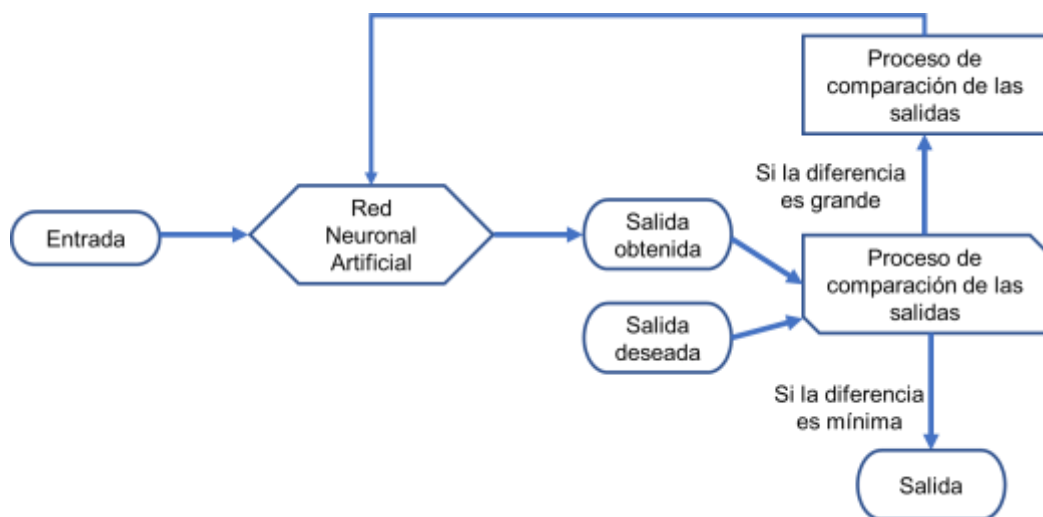
En las redes neuronales, cada neurona recibe una entrada con un peso asignado que después pasa por una función de activación antes de llegar a la siguiente capa. Sin esta función, la red sería equivalente a una simple combinación lineal, careciendo de su capacidad para resolver problemas complejos como clasificación o regresiones no lineales.

### III.II.II. Entrenamiento ANN

El proceso de aprendizaje de las ANN es de carácter secuencial. El conjunto de datos usado para el aprendizaje de la red debe tener dos características importantes: 1) ser significativo, ya que debe existir un número significativo de ejemplos; 2) ser representativo, usando ejemplos diversos y equilibrados.

Hay cuatro tipos principales de aprendizaje para los algoritmos de ML: aprendizaje supervisado, aprendizaje no supervisado, aprendizaje semi-supervisado y aprendizaje por refuerzo (Saravanan & Sujatha, 2018). El tipo de aprendizaje supervisado es el más utilizado en el caso de las ANN. Este tipo de aprendizaje se realiza bajo el control del diseñador, para determinar que la respuesta de la red sea específica dependiendo de la entrada.

De los aprendizajes supervisados, destaca el aprendizaje estocástico. Durante el entrenamiento, se realizan cambios de forma aleatoria en los pesos de la red y se analiza la salida obtenida comparándola con la salida deseada. Si la diferencia entre salidas es mínima, significa que la red ha aprendido correctamente. Si la diferencia es grande, se seguirán realizando cambios en los pesos en función de una distribución de probabilidades determinada (Figura 8).



**Figura 8. Aprendizaje estocástico de una ANN (Acevedo et al., 2017).**

Por último, para corroborar que el aprendizaje de la red es suficiente, se revisa mediante la suma del error cuadrático (19).

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^M (C_{pk} - Z_{pk})^2 \quad (19)$$

Donde:

$P$  = Es el número de patrones

$M$  = Es el número de neuronas de salida

$C_{pk}$  = Es la salida deseada para la neurona de salida  $k$  para el patrón  $p$

$Z_{pk}$  = Es la salida obtenida de la red para la neurona  $k$  para el patrón  $p$

### III.III. Muestreo del hipercubo latino

El muestreo del hipercubo latino (LHS) es un método estadístico de muestreo que permite explorar de manera eficiente el espacio de variables de entrada en problemas de simulación o experimentación compleja. Introducido por McKay et al. (1979), el LHS busca garantizar que todas las regiones del espacio de diseño sean representadas, minimizando la redundancia y optimizando la cobertura del dominio de estudio.

A diferencia del muestreo aleatorio simple, el LHS divide el rango de cada variable  $x_i$  en  $N$  intervalos y selecciona un valor de cada intervalo de manera aleatoria, pero sin repetición dentro del mismo intervalo, asegurando que todas las subregiones de cada variable sean exploradas. Su definición parte de un conjunto de variables  $k = x_1, x_2, \dots, x_k$  con  $N$  muestras. La matriz de diseño  $X$  se conforma de una permutación aleatoria en cada columna  $\{1, 2, \dots, N\}$ . Esto se escala al rango de las  $k$  variables, obteniendo la ecuación (20).

$$x_{ij} = x_i^{min} + \frac{p_{ij} - u_{ij}}{N} (x_i^{max} - x_i^{min}) \quad (20)$$

Donde  $x_i^{min}$  y  $x_i^{max}$  son los límites inferior y superior de cada variable  $x_i$ ,  $p_{ij}$  es la permutación aleatoria de  $j$  para variable  $i$  y  $u_{ij}$  es un valor aleatorio uniforme entre 0 y 1 dentro del intervalo.

## **IV. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS**

### **IV.I. Hipótesis**

El acoplamiento de las Redes Neuronales Artificiales con la Dinámica de Fluidos Computacionales en estructuras cerradas con cubierta de arco circular, permite predecir los coeficientes de presión de viento para distintas configuraciones geométricas y ángulos de incidencia, obteniendo coeficientes de presión con diferencias significativas de al menos 10% mayores con respecto a las normas vigentes CFE-2020 que no considera todos los casos de acción del viento.

### **IV.II. Objetivo general**

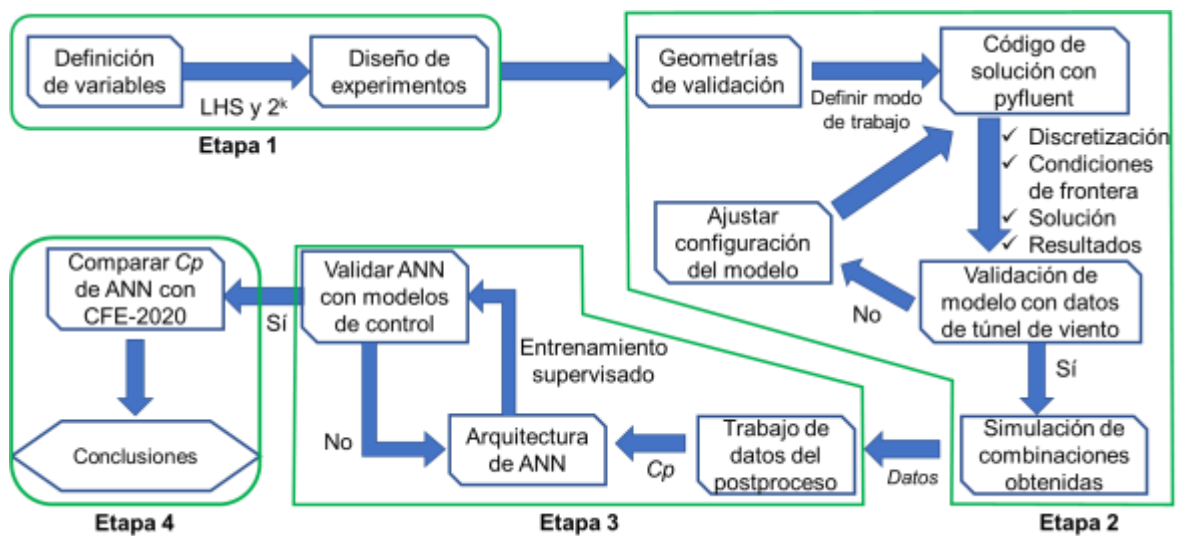
Diseñar un algoritmo de aprendizaje automático que sea capaz de predecir los coeficientes de presión de viento para distintas configuraciones geométricas de estructuras cerradas con cubierta de arco circular.

### **IV.III. Objetivos específicos**

- Generar un diseño de experimentos en función de variables geométricas que influyen en el comportamiento de las presiones de viento en cubiertas de arco circular.
- Generar modelos numéricos de dinámica de fluidos computacional (CFD) haciendo uso del software ANSYS FLUENT 2023 R1 para obtener los coeficientes de presión para las distintas configuraciones obtenidas del diseño de experimentos.
- Entrenar una red neuronal artificial (ANN) con los datos obtenidos de los análisis CFD para predecir los coeficientes de presión en función de variables geométricas.
- Comparar los coeficientes de presión obtenidos de la red neuronal con la metodología propuesta en la normativa mexicana.

## V. METODOLOGÍA

En este capítulo se detalla la metodología establecida para el desarrollo de esta investigación, basándose en desarrollar los objetivos particulares mencionados en el capítulo anterior. Se detalla el planteamiento de cada etapa, el desarrollo de las actividades que componen este trabajo, así como la información y los datos utilizados en cada una de estas etapas. En la Figura 9 se muestra un esquema del contenido general de este capítulo.



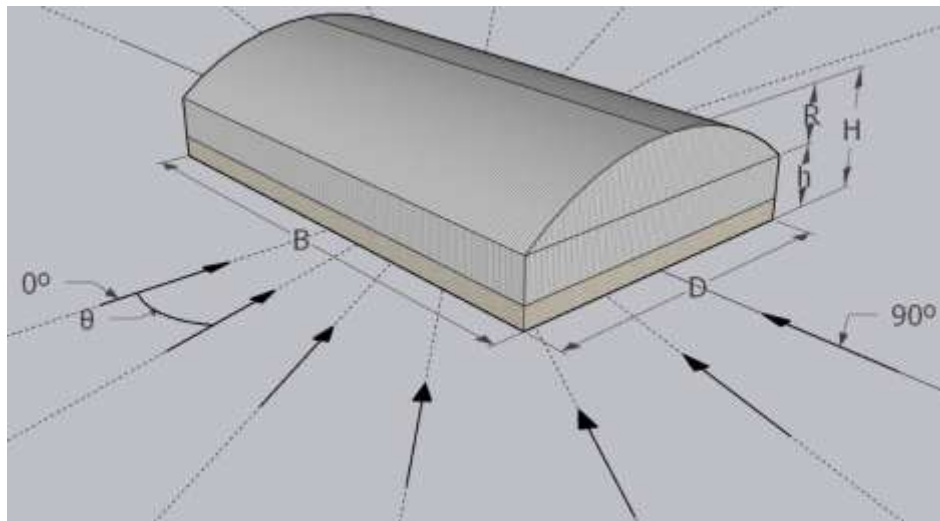
**Figura 9. Diagrama de flujo de la metodología empleada en esta investigación.**

### V.I. Generación de diseño de experimentos

Este diseño de experimentos se realizó con el objetivo de obtener un número significativo de datos para entrenar la red neuronal artificial (ANN). Para hacer uso de esta herramienta, primero se definieron los factores de entrada, que funcionan como variables independientes, de las que se desea conocer el efecto que tienen sobre una o más variables de respuesta o variables dependientes.

### V.I.I. *k* factores

Estos factores se seleccionaron con base en la revisión del estado del arte como las variables que más influyen en la obtención de las presiones de viento. En los trabajos que realizaron estudios en estructuras con cubierta de arco circular, mostrados en la Tabla 1 de la sección de antecedentes, se usaron variables basadas en la geometría y el ángulo de incidencia del viento. Las principales variables geométricas usadas en los estudios, mostradas en la Figura 10, se basan en las relaciones  $R/D$  (radio de cubierta/longitud de claro) y  $B/D$  (largo/longitud de claro); así como también los valores de:  $D$ ,  $h$  (altura de muro) y  $\theta$  (ángulo de incidencia del viento).



**Figura 10. Esquema de variables geométricas y ángulos de incidencia del viento.**

Los parámetros antes mencionados coinciden con los que se usan en el manual de diseño por viento de la CFE-2020 (Tabla 4). En el manual también se menciona que los valores obtenidos de la tabla se ven afectados por un factor igual a  $(B/D)^{0.25}$ ; además, se utiliza el término  $z$ , definido como la suma de  $h$  y  $R/2$ .

**Tabla 4. Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ ) para construcciones con cubierta de arco circular o domo para viento normal a la cumbre,  $\theta = 0^\circ$  (CFE, 2020).**

Relación		Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ )		
R / D	Caso	Zona barlovento (B)	Zona central (C)	Zona sotavento (S)
0.09	1	$-(0.20 + 0.40 z/R)$		$-(0.40 + 0.20 z/R)$
	2	0.00		0.00
0.20	1	$(0.30 - 0.40 z/R)$	$-(0.55 + 0.20 z/R)$	$-(0.25 + 0.20 z/R)$
	2	0.00		0.00
0.50	1	$(0.50 - 0.40 z/R)$		$-(0.10 + 0.20 z/R)$
	2	0.00		0.00

Definido el número de factores  $k$ , se seleccionaron dos niveles para cada uno (bajo y alto), cuyos valores están basados en los más comunes encontrados en el estado del arte. Los niveles para cada factor están descritos en la Tabla 5.

**Tabla 5. Niveles asignados para cada  $k$  factor.**

Factor		Niveles	
		Bajo	Alto
A	$R/D$	0.10	0.50
B	$B/D$	1	3
C	$D$ (m)	10	100
D	$h$ (m)	5	25
E	Ángulo (grados)	0	90

### ***V.I.II. Muestreo del hipercubo latino (LHS)***

Para determinar las combinaciones necesarias en el diseño de experimento se hizo uso del método LHS ya que ha demostrado que es una de las técnicas más eficientes para la obtención de muestreos usados para entrenamiento de redes neuronales (Alam et al., 2004; Yang et al., 2024). La obtención de las

combinaciones se obtuvo haciendo uso de las bibliotecas de Python para diseños de experimentos, donde el método se desarrolló conforme los siguientes pasos:

- Definición de variables con rango máximos y mínimos ( $k = 5$ ) y un número de muestras  $N = 100$  (recomendado de usar  $N = 20 \times k$  para problemas con no linealidad (Forrester et al., 2008)).
- Se divide cada uno de los rangos de los  $k$  factores en intervalos con una distribución uniforme.
- Se selecciona un valor aleatorio dentro de los  $N$  intervalos de cada factor.
- Se combinan los valores seleccionados de cada factor de forma que cada combinación sea única.

Con los datos de la Tabla 5, donde  $k=5$  y con la recomendación de  $N = 100$ , se configuró el diseño en el programa y este nos proporciona una tabla de diseño con las corridas aleatorizadas en orden de ejecución para minimizar el sesgo sistemático (Kleijnen, 2008).

Dado que el entrenamiento requiere una división del conjunto de datos donde el 80% son usados para entrenamiento, y el 20% restantes son usados para validación y pruebas, se estableció que la recomendación de  $N = 100$  corresponda con ese 80%. Bajo este esquema, el muestreo se realizó con  $N = 126$ , dejando un total de 100 muestras para entrenamiento y 26 para validación y pruebas.

### ***V.I.III. Diseño factorial $2^k$***

De manera paralela, se generó un diseño factorial  $2^k$  para identificar los efectos e interacciones entre las variables, construido a partir de los límites de cada variable (mostrados en la Tabla 5). Este diseño de experimentos se realizó con la intención de complementar los datos del LHS, proporcionando la interacción entre las variables correspondientes a las fronteras de las variables. Similar al LHS, la

obtención de las combinaciones se obtuvo haciendo uso de las bibliotecas de Python para diseños de experimentos siguiendo estos pasos:

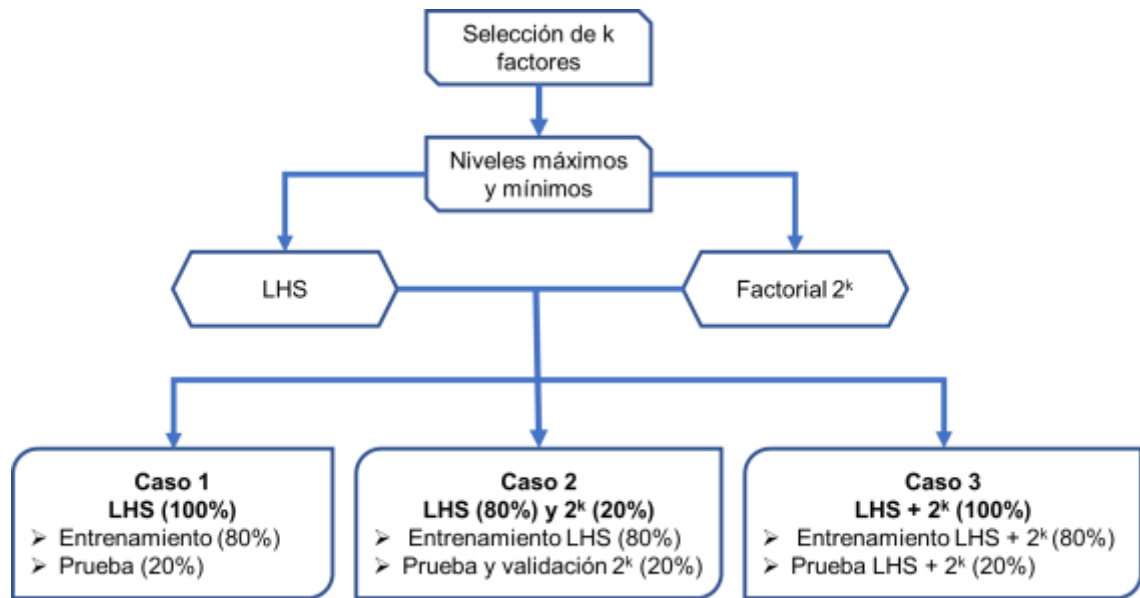
- Definición de variables ( $k = 5$ ) y sus niveles alto (+) y bajo (-) definidos en la Tabla 5.
- Se generan las combinaciones posibles  $2^5 = 32$ .
- Su ejecución se ordena de forma aleatoria para evitar el sesgo sistemático (Pulido & Salazar, 2012).

#### ***V.I.IV. Integración de los diseños de experimentos***

Para el entrenamiento de la ANN se planteó evaluar tres distribuciones diferentes de los datos a partir de los diseños de experimentos generados en las secciones previas, donde se generaron 126 combinaciones con LHS y 32 con el diseño factorial  $2^k$ , obteniendo un total de 158 combinaciones. Esto con el fin de evaluar el desempeño de la ANN en los tres posibles escenarios que se describen a continuación.

- Caso 1. Uso de las combinaciones únicamente generadas por LHS.
- Caso 2. Uso de las combinaciones LHS como entrenamiento para la red (correspondiente al 80%) y las combinaciones del diseño factorial  $2^k$  como validación (20%).
- Caso 3. Combinación del LHS y  $2^k$ , donde las combinaciones son mezcladas de manera aleatoria, por lo que ambos diseños están presentes en el entrenamiento y la validación con la misma probabilidad.

En la Figura 11 se muestra el proceso completo del diseño de experimento y sus respectivos casos de combinaciones que fueron destinados a evaluar el desempeño de la ANN.



**Figura 11. Casos de combinaciones establecidas para el entrenamiento de la ANN.**

## V.II. Generación de simulaciones numéricas CFD

Para obtener los datos necesarios para entrenar la ANN y asegurar que estos datos obtenidos son confiables y representan bien el fenómeno que se desea simular, se realizará una serie de pasos previos antes de evaluar las combinaciones geométricas obtenidas del diseño de experimentos, entre ellos están la validación de modelo y su configuración, así como la escritura del código parametrizado.

### V.II.I. Validación del modelo

Para asegurar que los datos fueran confiables, se evaluaron distintas configuraciones de las simulaciones CFD para establecer las condiciones óptimas de: tamaño de dominio, discretización, condiciones de frontera y métodos de solución; para estimar las presiones de viento en estructuras con cubiertas curvas. Para lograr esto, se realizaron simulaciones CFD en seis diferentes configuraciones

geométricas con tres diferentes relaciones  $R/D = 1/2$ ,  $1/3$  y  $1/6$ ; con dos diferentes relaciones de  $h/D = 1/10$  y  $3/10$ . Estas geometrías se resumen en la Tabla 6.

**Tabla 6. Configuraciones geométricas usadas en las simulaciones CFD seleccionadas para replicar las condiciones del experimento en túnel de viento realizado por Qiu et al. (2014).**

Geometría	D	R	h	H	R/D	B/D
	Longitud de claro (m)	Altura de cubierta (m)	Altura de muro (m)	Altura total (m)	Relación alto/claro	Relación: largo/claro
Geom_1	60	30	6	36	1/2	1
Geom_2	60	20	6	26	1/3	1
Geom_3	60	10	6	16	1/6	1
Geom_4	20	10	6	16	1/2	1
Geom_5	20	6.67	6	12.67	1/3	1
Geom_6	20	3.33	6	9.33	1/6	1

Los resultados de las pruebas en túnel de viento utilizadas para validar estas simulaciones fueron publicados por Qiu et al. (2014), donde se tomaron 21 puntos de lectura en el centro de la estructura (a una distancia  $B/2$ ), en el sentido paralelo al flujo. En ese estudio se investigó la influencia del número de Reynolds ( $Re$ ) en rangos de  $1.66 \times 10^5$  a  $8.28 \times 10^5$  basados en  $D$ , donde se concluyó que la distribución de la presión se vuelve relativamente estable para valores de  $Re$  mayores a  $4.14 \times 10^5$  para  $R/D = 1/2$ , mayores a  $2.48 \times 10^5$  para  $R/D = 1/3$  y para el caso de  $R/D = 1/6$  se observó una independencia para el rango de  $Re$  estudiado. Para asemejar el comportamiento del fluido en túnel de viento, se tomaron en cuenta las condiciones de similitud de Reynolds descritas por Vergara Sánchez (1993), estableciendo el  $Re$  en  $8.28 \times 10^5$ , equivalente a una velocidad de 20 m/s usada en el estudio de túnel de viento.

### Condiciones de frontera

Para esta evaluación se realizó un análisis estacionario, basado en el algoritmo numérico "SIMPLEC" (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations - Consistent*), que es un algoritmo SIMPLE mejorado que ofrece una

convergencia más rápida y mayor robustez (Zeng & Tao, 2003). Adicionalmente, se usó una discretización de segundo orden para alcanzar una mejor precisión (Bournet et al., 2007) y un criterio de convergencia de  $1 \times 10^{-4}$  para los residuales de todas las variables resueltas, siguiendo las recomendaciones de (Oro, 2012). En la Tabla 7, se muestra un resumen de las características generales utilizadas en las simulaciones.

**Tabla 7. Características de solución numérica y constantes de condiciones de frontera.**

Variable de entrada	Valor	Unidad
Algoritmo numérico	SIMPLEC	-
Discretización	Segundo orden	-
Condiciones del fluido	Eq. (13)–(17)	-
Aceleración de la gravedad	9.81	m/s <sup>2</sup>
Densidad del aire	1.225	kg/m <sup>3</sup>
Velocidad de referencia	0.20	m/s
Altura de referencia	6	m
Altura de rugosidad de superficie	$2 \times 10^{-4}$	m
Viscosidad cinemática del aire	$1.48 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> /s

Los valores para  $y^+$  se mantuvieron por debajo de 5, de acuerdo con las recomendaciones expuestas por (Wijesooriya et al., 2023). Esto para hacer uso de la función de pared “*Enhanced Wall Treatment*” que se considera la más eficiente y funciona mejor para valores de  $y^+ < 5$ . Para los modelos  $k - \omega$  no se hace uso de funciones de pared; sin embargo, los resultados son más precisos para valores pequeños de  $y^+$ .

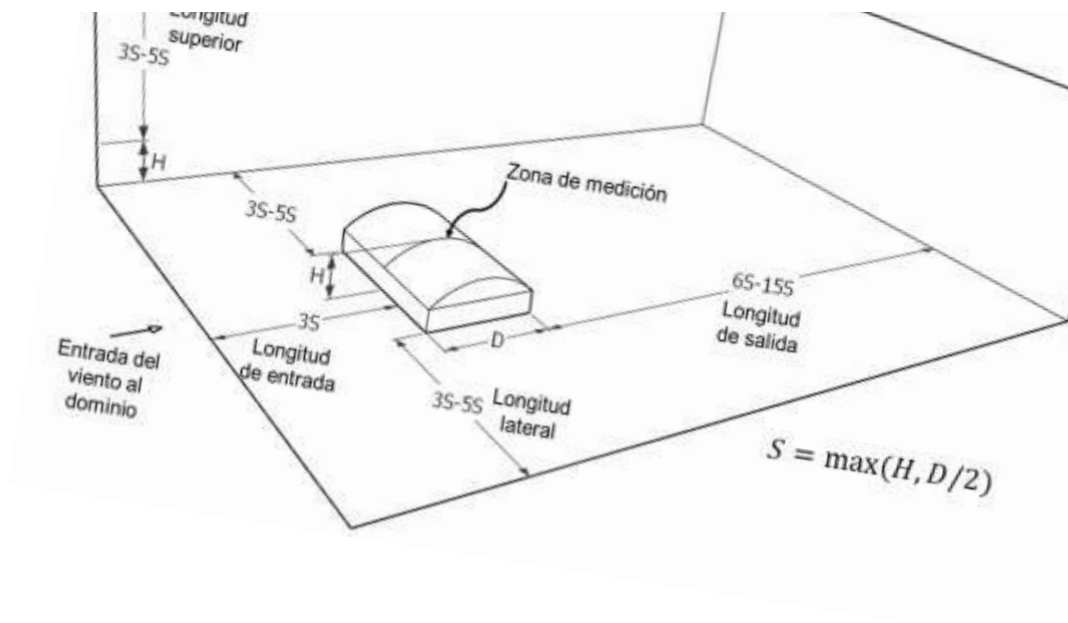
### Prueba de tamaño de dominio computacional

Se realizó un análisis buscando las dimensiones óptimas de dominio para una estructura con cubierta circular basándose en las dimensiones de la estructura. Se definió la variable  $S$  como el mayor de  $H$  o  $D/2$ , para asegurar que las dimensiones del dominio no fueran subestimadas cuando la altura de la estructura fuera baja en comparación con sus dimensiones laterales. La evaluación del

dominio se realizó en dos pasos: 1) se probaron cuatro longitudes de salida del dominio en un rango de  $6S$  a  $15S$  en intervalos de  $3S$ . En este paso se conservó una longitud lateral y superior de  $5S$ , que ha demostrado no tener interferencia en el flujo (Kim et al., 2017); 2) determinada la longitud de salida óptima, se evaluó de manera similar tres casos de longitudes lateral y superior para un rango de  $3S$  a  $5S$  en intervalos de  $S$ . Las variables usadas en este procedimiento se muestran en la Tabla 8, así como su representación gráfica en la Figura 12.

**Tabla 8. Pruebas para evaluar las dimensiones del dominio computacional.**

Pruebas de dominio computacional	Longitud de entrada	Longitud de salida	Longitud lateral	Longitud superior
Prueba 1	$3S$	$6S$	$5S$	$5S$
Prueba 1	$3S$	$9S$	$5S$	$5S$
Prueba 1	$3S$	$12S$	$5S$	$5S$
Prueba 1	$3S$	$15S$	$5S$	$5S$
Prueba 2	$3S$	Determinado en prueba 1	$3S$	$3S$
Prueba 2	$3S$	Determinado en prueba 1	$4S$	$4S$
Prueba 2	$3S$	Determinado en prueba 1	$5S$	$5S$



**Figura 12. Rangos de longitudes de dominio usados para la evaluación.**

### Prueba de tamaño de mallado

Otro aspecto evaluado fue el tamaño del mallado, ya que influye de manera importante en la demanda computacional y la exactitud de los resultados. Se realizó una prueba para determinar el tamaño de mallado bajo cinco modelos de turbulencia para obtener el más adecuado para el caso de estudio. Se seleccionaron cuatro tamaños de malla en proporción a la variable  $W$ , definida como el promedio de  $H$  y  $D/2$ . Las proporciones usadas fueron de  $0.02 W$ ,  $0.015 W$ ,  $0.0125 W$  y  $0.01 W$ , correspondiendo a un número de celdas de 0.53, 0.92, 1.35 y 2.06 millones de elementos volumétricos respectivamente.

El tipo de celda utilizado es el poli-hexaédrico, que combina elementos tipo poliedro y hexaedro, donde los elementos hexaédricos tienen la ventaja de lograr una rápida convergencia y los poliedros una mejor adaptabilidad y precisión con un menor número de celdas que otro tipo de elementos como los tetraédricos (Wijesooriya et al., 2023).

### Prueba de modelos de turbulencia

Por último, con el tamaño de dominio y mallado más adecuados según las secciones anteriores, se evaluaron en seis geometrías con cubierta de arco circular bajo cinco modelos de turbulencia. Las geometrías evaluadas fueron presentadas en la Tabla 6, donde fueron consideradas diferentes relaciones  $h/R$  y  $R/D$ . EL objetivo fue evaluar la robustez de los modelos de turbulencia ante distintos casos geométricos, donde se esperaban diferentes comportamientos del fluido, especialmente en zonas de separación y recirculación.

Los modelos de turbulencia seleccionados para esta prueba fueron: *Standard  $k - \omega$* , *SST  $k - \omega$  (Shear Stress Transport)*, *Standard  $k - \epsilon$* , *RNG  $k - \epsilon$* , y *Realizable  $k - \epsilon$* . Cada uno aplicado a todas las geometrías para determinar su habilidad de calcular la respuesta del flujo, así como la distribución de las presiones a lo largo de la cubierta.

### **Métricas de evaluación de precisión**

Para evaluar el desempeño del modelo numérico, se utilizaron tres métricas estadísticas: el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), la relación de la raíz del error cuadrático medio/desviación estándar ( $RSR$ ) y el índice de acuerdo ( $d$ ). Estas métricas se utilizaron siguiendo la metodología implementada por Kim et al. (2017).

El índice de  $R^2$  se evalúa entre 0 y 1, donde 1 representa un desempeño perfecto. El  $RSR$  evalúa el error, por lo que un valor cercano a cero refleja un mejor desempeño. Por último, el índice  $d$  se mide del mismo modo que el  $R^2$ , donde una mejor precisión se encuentra con el índice cercano a 1. Este enfoque combinado proporciona una evaluación más robusta de la precisión entre los cálculos del modelo numérico CFD y los datos experimentales del estudio de Qiu et al. (2014), cubriendo las limitaciones de utilizar una sola métrica estadística.

### **V.II.II. API Pyfluent**

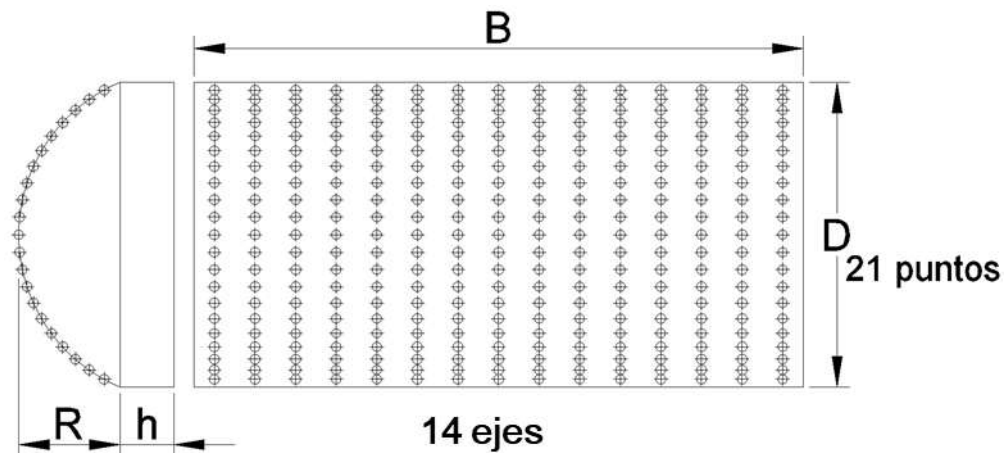
Para agilizar y automatizar el proceso de simulación CFD, se hizo uso de una API (Pyfluent) que permite realizar todo el flujo de trabajo de Fluent desde un lenguaje de programación Python. Este proceso realiza:

- La discretización del modelo con base en la geometría del cuerpo estudiado.
- Asigna las condiciones de frontera.
- Asigna los métodos de solución.
- Realiza las iteraciones sin necesidad de una interfaz gráfica.
- Extrae los resultados de los puntos de interés en archivos CSV.

En este código (ANEXO 1) se utilizó la configuración que proporcionó los mejores resultados en el proceso de validación. Esta configuración se adapta a la geometría de cada uno de los casos obtenidos como resultado del diseño de

experimentos. Con esto, los valores de entrada del código son los factores geométricos que cambian en función del diseño de experimentos.

Asimismo, también realiza la extracción de datos en puntos distribuidos a lo largo de la cubierta, los cuales pueden modificarse para aumentar o disminuir la cantidad de datos extraídos. Estos datos se extraen en archivos CSV donde cada punto está referenciado a coordenadas geométricas para facilitar el procesamiento de datos y prepararlos para su uso como entramado de la ANN. El número de puntos de medición de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) en cada simulación se estableció en 294 puntos, divididos en 14 ejes a lo largo de la cubierta a una separación de  $0.067B$  y 21 puntos a lo largo del radio de la cubierta, como se muestra en la Figura 13.

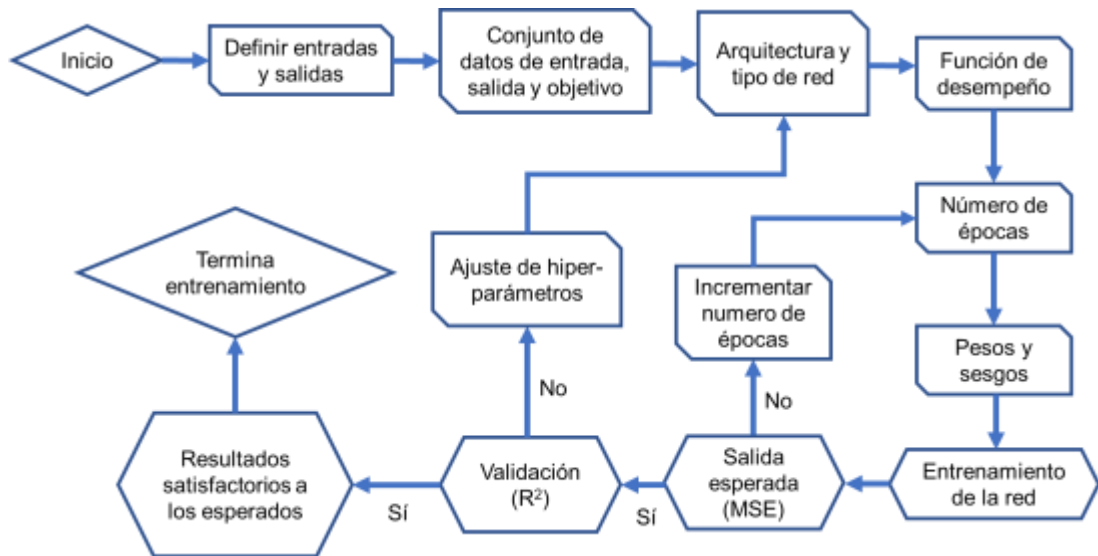


**Figura 13. Puntos de medición de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) en simulaciones CFD.**

### V.III. Entrenamiento de red neuronal artificial

Con los datos generados de los análisis CFD en cada una de las combinaciones obtenidas del diseño de experimento, se empezó con el diseño y configuración de la ANN. El propósito de la ANN fue lograr una predicción precisa

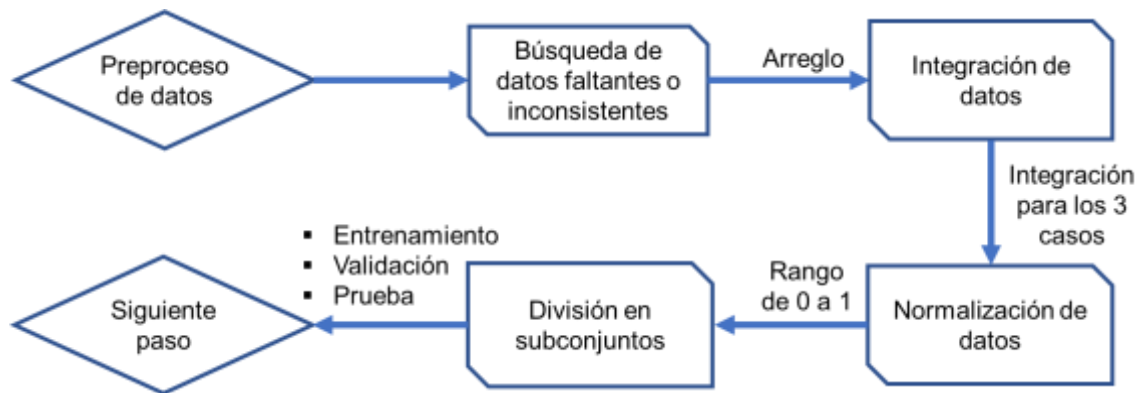
de la distribución y magnitud de los coeficientes de presión a lo largo de la cubierta, en los puntos considerados en su medición. El proceso siguió los pasos generales mostrados en la Figura 14.



**Figura 14. Diagrama de flujo del proceso de entrenamiento estocástico de una ANN (Bairagi & Dalui, 2020).**

### ***V.III.I. Preproceso de datos***

El proceso de la preparación de datos para utilizarlos en el entrenamiento de la ANN consta de cuatro principales puntos: 1) Identificación y arreglo de datos faltantes o inconsistentes, 2) Integración de los datos generados por las simulaciones, 3) Normalización de los datos, y 4) División del conjunto de datos, tal como se muestra en la Figura 15.



**Figura 15. Diagrama de flujo del preproceso de datos.**

Para la búsqueda, identificación y arreglo de los datos, se siguieron los siguientes pasos: a) identificar en los datos generados los archivos que contenían lecturas de  $C_p$  de manera completa o parcial, así como los que no contenían en absoluto datos; b) dentro de los datos extraídos de las simulaciones CFD, se evaluaron los rangos de dichos datos, con el propósito de asegurar que los valores que contenían estuvieran en rangos reales ( $-3 < C_p < 1.5$ ). Una vez identificados, se realizaron las correcciones en las simulaciones para obtener datos completos y realistas, asegurando un correcto aprendizaje para la ANN.

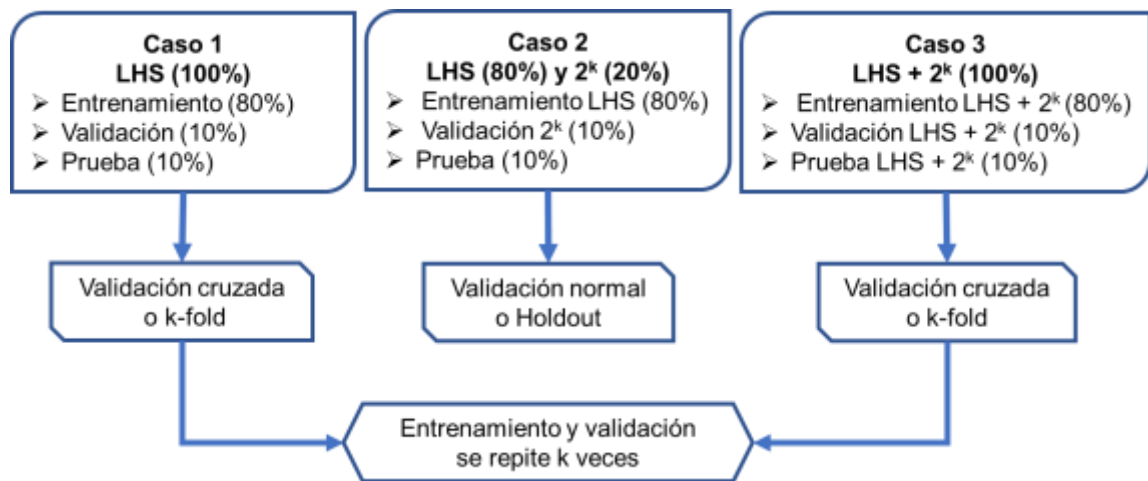
La integración de datos fue un paso implementado para evitar errores en la interpretación de los valores destinados a entrenamiento por parte de la red. Por lo que solo constó de una depuración donde solo se conservaron los datos relevantes para su entrenamiento. Esto se llevó a cabo realizando una adecuación en forma matricial en un archivo “.csv”, donde cada fila representaba un caso de entrenamiento y cada columna una variable de entrada (las primeras 5), así como las variables de salida (las últimas 294).

En el proceso de normalización de datos se realizó con el propósito de evitar discrepancias entre las escalas de las variables, proporcionando estabilidad de entrenamiento y convergencia. Esta normalización consistió en escalar cada variable de entrada y salida a un rango entre 0 y 1, haciendo uso de la ecuación

(21), donde  $x$  representa el valor de una variable,  $x_{min}$  y  $x_{max}$  corresponden al valor mínimo y máximo respectivamente, y  $x_{norm}$  es el valor equivalente de la variable en el rango de 0 a 1.

$$X_{norm} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (21)$$

Por último, y previo al entrenamiento de la red, se realizó la división del conjunto de datos. Se realizaron distintas divisiones para los tres casos de entrenamiento que se probaron (mostrados en la Figura 11), al ser una distribución de datos diferente para cada caso, la generación de subconjuntos, así como el método de validación utilizado, se realizaron de manera distinta para cada combinación. Esto se muestra de manera esquemática en la Figura 16.



**Figura 16. Métodos de validación implementados en cada caso.**

La validación *Holdout* divide todo el conjunto de datos en tres subconjuntos, cada uno con un propósito y este no cambia durante el proceso de entrenamiento de la red. Por otro lado, la validación *k-fold* hace una primera división en dos subconjuntos, uno para entrenamiento y otro para pruebas del desempeño de la ANN. El subconjunto del entrenamiento, a su vez, es nuevamente dividido de

manera aleatoria un número  $k$  de veces, donde se utilizan  $k - 1$  subconjuntos para entrenar al modelo y se validan con el subconjunto restante, donde todas estas  $k$  divisiones se utilizan para validar una vez.

### **V.III.II. Arquitectura de la ANN**

La arquitectura de una ANN es la estructura que define cómo se organizan las diferentes neuronas en las capas que la componen y cómo estas interactúan entre sí. La composición de estas capas se divide en tres tipos: la capa de entrada, capas ocultas y capa de salida.

La capa de entrada se compone por un número de neuronas que corresponde con el número de variables elegidas para el modelo. Tienen como propósito recibir los datos de entrada, que en este caso corresponden a las variables geométricas de la estructura, así como el ángulo de ataque del viento. Cada una de estas neuronas se conecta con la siguiente capa, distribuyendo su valor de acuerdo con sus pesos asignados. Esta primera capa no posee una capa de activación, simplemente cumple con la función de establecer las entradas de las variables independientes.

Después de la capa de entrada, se encuentran las capas ocultas, que pueden variar en cantidad de capas y neuronas dependiendo de la complejidad del problema que se quiere reproducir y de las dimensiones de los datos disponibles. En general, para problemas simples se establecen de una a dos capas ocultas, pero en casos muy complejos su número puede elevarse a varias decenas. Estas cantidades fueron ajustadas de manera estocástica, evitando cantidades de neuronas demasiado grandes para evitar sobreajustes en la ANN.

Las capas ocultas operan con una función de activación que se aplica a las entradas en cada neurona. La función de activación utilizada en este trabajo fue la ReLU (*Rectified Linear Unit*), la cual es ampliamente utilizada ya que permite un

aprendizaje rápido y estable, a diferencia de otras funciones como la sigmoide o hiperbólica (Goodfellow et al., 2016).

La capa de salida, cuyo propósito es generar la predicción del modelo. En este caso, la salida corresponde a los coeficientes de presión de viento para determinada configuración geométrica. En problemas de regresión, la capa de salida coincide con la variable que se busca predecir; en este caso, los coeficientes de presión se establecieron como un vector con 294 datos, por lo que la capa de salida tendrá 294 nodos, correspondiendo cada uno de ellos con un valor de este vector de salida. La capa de salida no implementa ninguna función de activación, es decir, trabaja de manera lineal, adecuada para problemas de regresión donde se desea estimar variables continuas sin restricciones de rango.

Todo este conjunto de neuronas se conecta entre sí, interactuando a través de pesos que determinan la influencia que tiene cada neurona con la siguiente. Además de los pesos, cada neurona tiene un sesgo (*bias*), que se suma a la entrada de cada neurona antes de aplicarse la función de activación, agregando flexibilidad al sistema. Estos pesos y sesgos se van ajustando durante el entrenamiento, haciendo uso de un proceso de optimización.

### **V.III.III. Hiperparámetros de la ANN**

Los hiperparámetros de una ANN son establecidos antes del entrenamiento de la red. Estos controlan aspectos del modelo durante el proceso de entrenamiento y su capacidad predictiva. Entre los más importantes que deben ser ajustados durante el proceso de aprendizaje de la red, se encuentran:

- Arquitectura de la red
- Tasa de aprendizaje
- Numero de épocas
- Tamaño de lote (*batch*)
- Tasa de regularización

Estos ajustes afectan el rendimiento de la ANN, por lo que deben ser ajustados buscando la mejor configuración para el caso particular que se esté abordando. Existen métodos para asignar valores iniciales en cada uno, como la búsqueda de cuadrícula, la búsqueda aleatoria y la optimización bayesiana. En esta investigación se implementó la optimización bayesiana, método seleccionado por su habilidad de encontrar combinaciones de hiperparámetros que conducen a una mejora en la predicción de redes neuronales (Li et al., 2018; Rong et al., 2021).

#### **V.III.IV. Entrenamiento de la ANN**

La configuración del entrenamiento se estableció el algoritmo *Adam* (*Adaptative Moment Estimation*) como método de optimización, considerado el más robusto y eficiente para problemas de regresión. Para la función de pérdida se utilizó el error cuadrático medio (MSE), que también es ampliamente utilizado en problemas de regresión continua, penalizando severamente los errores de mayor magnitud.

Los hiperparámetros, mencionados en la sección anterior, tienen un peso importante en el entrenamiento de la ANN. Debido a esto, se desarrolló un código de exploración (ANEXO 2) para las combinaciones de los hiperparámetros dentro de rangos definidos. Para esta exploración, se utilizó la librería *Optuna*, que optimiza hiperparámetros mediante búsqueda aleatoria y optimización bayesiana implementando el TPE (*Tree-structured Parzen Estimator*) (Akiba et al., 2019).

Para los tres casos de redes, se inició una exploración con rangos suficientemente amplios para ser explorados por el TPE. Los rangos definidos para esta exploración se muestran en la Tabla 9, donde también se muestran los hiperparámetros que se mantuvieron sin cambios durante la exploración de las combinaciones. Este procedimiento se realizó con 300 iteraciones para su primera exploración, extrayendo la combinación con el menor MSE.

**Tabla 9. Hiperparámetros utilizados en la exploración inicial.**

Hiperparámetro	Rangos de exploración		Hiperparámetros fijos	
	Límite inferior	Límite superior	Hiperparámetro	Selección
Número de capas	1	5	Optimizador	<i>Adam</i>
Tasa de aprendizaje	$1 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-2}$	Número de épocas	200
Tamaño de lote ( <i>Batch size</i> )	8	32	Función de activación	<i>ReLU</i>
Número de neuronas por capa	60	315	Función de pérdida	MSE
<i>Dropout</i>	0	0.5		

Este procedimiento se realizó una segunda vez con 200 iteraciones, reduciendo el rango de los hiperparámetros a valores cercanos al mejor resultado obtenido de la primera exploración. Por último, se realizó una última exploración donde se estableció como parámetro fijo el número de capas y el tamaño de lote obtenidos de la segunda exploración. Para 100 iteraciones, se combinaron valores para la tasa de aprendizaje, número de neuronas y *dropout* en rangos más acotados.

De estas tres exploraciones se obtuvieron tres diferentes combinaciones para cada uno de los casos. Estas combinaciones fueron evaluadas mediante un proceso de validación que dependió del caso de división de datos, con el propósito de elegir la arquitectura que mostró el mejor rendimiento y robustez al predecir casos nuevos.

### **V.III.V. Evaluación y selección de arquitecturas**

Dentro de todos los casos mencionados de la Figura 16, el subconjunto de datos establecido para prueba de la red (10%), se mantiene de manera aislada al subconjunto utilizado para entrenamiento (80%) y validación (10%), asegurando que la ANN no aprendió en ningún momento estos resultados. Esto con el fin de

usar ese conjunto de prueba para evaluar el rendimiento y la capacidad de generalización de la ANN en nuevos escenarios.

Para este proceso, se utilizó la validación cruzada para los casos 1 y 3, así como la validación *holdout* para el caso 2. Para la validación cruzada o *k-fold*, se utilizó el 90% de los datos para entrenar y validar. Se utilizó un valor de  $k = 9$ , realizando una división en 9 pliegues, donde 8 se utilizaron para entrenar y el noveno para validar la red, correspondiendo al establecido 80%-10%. Este procedimiento se repite nueve veces, donde cada uno de los pliegues fue utilizado para validar, resultando en una evaluación robusta y general de la capacidad de la ANN para predecir a partir de cualquier subconjunto de datos utilizado. Para el caso 2, la validación estándar consta de una única división aleatoria del conjunto de validación y prueba.

Para evaluar este desempeño se usaron distintas métricas como el MSE (utilizado durante el entrenamiento), el error medio absoluto (MAE), el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) y la relación de la raíz del error cuadrático medio (RSME) entre la desviación estándar, RSR (*Root Mean Square Residual*). Asimismo, se utilizaron gráficas de predicción para observar de manera visual la distribución de las presiones predichas por la ANN comparadas con las obtenidas directamente de simulaciones CFD. Con esto se pretende observar de manera gráfica las ubicaciones y casos donde mejor desempeño de la red, así como las situaciones en las que su desempeño fue bajo.

Bajo estas consideraciones anteriormente descritas, se estableció la arquitectura más adecuada para cada uno de los casos de estudio, obteniendo en total la construcción de tres ANN entrenadas a partir de cada caso de conjunto de datos. Considerando su desempeño a través de las métricas de desempeño, se seleccionó la ANN con mejores resultados para realizar las comparaciones con las metodologías alternativas. Al mismo tiempo, evaluando qué diseño de experimento proporciona mejor muestreo de datos para este tipo de estudios.

### **V.III.VI. Selección de red neuronal ANN**

De manera complementaria a la validación y prueba de las ANN descritas en la sección anterior, se realizó una evaluación de las geometrías utilizadas para la validación del modelo CFD (Tabla 6). En esta prueba, se tomaron los datos obtenidos de las simulaciones como los valores “reales” que la ANN tiene como objetivo replicar, evaluando las tres redes que obtuvieron un mejor desempeño general de entrenamiento, cada una entrenada para los diferentes conjuntos de datos Figura 11.

Esta prueba fue necesaria debido a que la validación y prueba se realizaron para conjuntos de datos diferentes en cada caso de ANN, por lo que indica el nivel de ajuste que se tiene a dicho conjunto, pero no son directamente comparables entre sí. Es por esto que se evaluó el desempeño de las mismas seis geometrías (que no fueron incluidas en ninguno de los casos de conjuntos de datos), evaluando para las mismas condiciones la generalización de las ANN ante casos nuevos. Para esto se hizo uso de las métricas  $R^2$  y  $RSR$ , de manera similar a la sección anterior.

### **V.IV. Comparación de coeficientes de presión**

En esta sección se describe el análisis comparativo realizado entre metodologías para la obtención de coeficientes de presión de viento en estructuras con cubierta de arco circular. Se llevó a cabo la evaluación de dos metodologías, la que se presenta en este trabajo, es decir, la ANN que mejor desempeño mostró y la metodología propuesta por el manual de obras civiles (CFE, 2020). La comparación se realizó para las mismas seis geometrías de la sección anterior (6 casos), correspondientes a los utilizados para probar cuál ANN mostró mejor desempeño, por lo que siguen siendo datos que no fueron utilizados para entrenarla.

La evaluación de las seis geometrías proporciona un enfoque general sobre el efecto para diferentes relaciones de  $R/D$  y de  $h/D$ ; sin embargo, en estas geometrías se mantiene fija la variable  $B/D$ . Para explorar el efecto de esta variable,

se realizó de manera adicional una variación de la primera geometría (Geom\_1), donde se realizó un aumento de la relación  $B/D$  para poder medir qué impacto tiene en los resultados de las metodologías.

#### ***V.IV.I. Métodos de comparación***

Para evaluar la diferencia entre estas dos metodologías se utilizaron dos recursos: 1) gráfico, para visualizar la diferencia en la distribución y las magnitudes; y 2) métricas estadísticas, para evaluar de manera cuantitativa los resultados de ambas metodologías. Para comparar, de la metodología CFE se obtuvieron tres resultados por geometría, un caso para un ángulo de viento a  $0^\circ$  y dos casos para un ángulo de  $90^\circ$ , ya que son los únicos que se establecen en esta metodología. Respecto a la ANN, es posible hacer una exploración muy amplia, pero para no generar volúmenes de datos tan grandes, se exploró a cada 10, 15 o 30 grados, según el caso.

Para los recursos gráficos se mostraron de manera global las distribuciones de los coeficientes a lo largo de los diferentes ejes. También se realizaron acercamientos de ejes específicos para visualizar de manera más clara las diferencias y similitudes entre los modelos.

Para la evaluación cuantitativa se hizo uso de tres métodos: la correlación de Pearson ( $r$ ), para evaluar si los resultados de ambas metodologías siguen una misma tendencia; el error medio absoluto ( $MAE$ ), que evalúa el promedio de la magnitud de los errores; y por último el porcentaje del error cuadrático medio ( $MAPE$ ), que evalúa el promedio del error, pero de manera porcentual.

#### ***V.IV.II. Presiones y coeficientes de presión***

Debido a que los coeficientes de presión dependen solamente de la geometría, también se evaluó la diferencia en forma de presiones, ya que la metodología de la CFE contempla variables como la rugosidad del terreno que modificarían la magnitud de las diferencias entre metodologías. Para asemejar la

rugosidad de terreno con la utilizada para los modelos CFD en el entrenamiento de la ANN, se estableció utilizar el de un terreno tipo 2 o terreno plano con pocas obstrucciones, según la sección 2.1, perteneciendo a una equivalencia con la altura de rugosidad utilizada en los modelos CFD de  $y_0 = 0.25$  m (Díaz, 2013).

Para el resto de variables se utilizó:

- Velocidad de referencia (periodo de retorno de 50 años en Querétaro) = 137.6 km/hr
- Altitud en Querétaro = 1824 msnm
- Temperatura mínima diaria = 4.4 °C

Con los datos anteriores, al igual que variables geométricas como la altura de referencia de la estructura, se obtuvo una presión dinámica base ( $q_z$ ) que se multiplica por los  $C_p$  para obtener presiones en las caras de la estructura. Para poder realizar una comparación directa con lo obtenido por la ANN, se tomó la ubicación geométrica de los puntos de medición de la red y se coincidieron, según lo obtenido por la norma, los respectivos valores de  $C_p$  y presiones correspondientes.

Para el caso de la ANN, se realiza directamente mediante la ecuación (22), que depende únicamente de la velocidad y la densidad del fluido, así como de la presión de referencia, que en este caso es equivalente a la presión atmosférica.

$$p = 0.5C_p v^2 + p_0 \quad (22)$$

Esta comparación se realizó para la primera geometría, para evaluar si este efecto de rugosidad al obtener las presiones genera un cambio sustancial para observar la diferencia de manera global y por zonas, contemplando las orillas y el centro. Debido a que las métricas  $r$  y  $MAPE$  son adimensionales, son útiles para realizar esta comparación, a diferencia del MAE que trabaja en las mismas

dimensiones que el problema con el que se trabaja, en este caso Pascales para la presión y adimensional para  $C_p$ , pero con su respectiva escala.

#### V.IV.III. Metodología CFE 2020

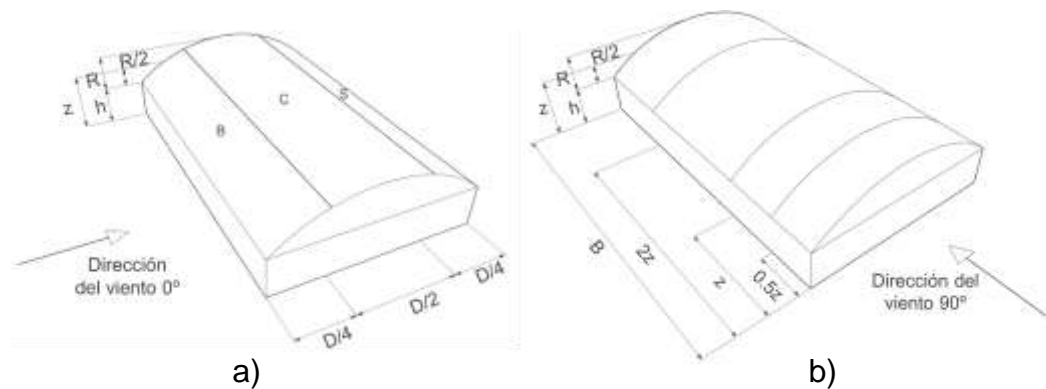
Para realizar la comparación se obtuvieron los coeficientes de distribución conforme a las recomendaciones establecidas en el manual de obras civiles de la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 2020). En el capítulo C.1.4. de diseño por viento, en la sección 3.5.4 se encuentran las recomendaciones para construcciones con cubierta de arco circular, en la misma se establecen los criterios para obtener la distribución de las presiones basada en coeficientes de presión. En esta sección, se proporciona una tabla de diseño para casos con viento normal a la cumbrera (Tabla 4). Asimismo, esta sección conduce a la tabla correspondiente para obtener los coeficientes de presión cuando el viento actúa paralelo a la cumbrera (Tabla 10).

**Tabla 10. Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ ) para zonas de techos de construcciones. Cubiertas transversales para cualquier ángulo. Resumido de (CFE, 2020).**

Relación $z/D$	Distancia horizontal sobre el techo medida a partir de la arista superior del muro de barlovento	Coeficiente de presión exterior ( $C_p$ )	
		Caso 1	Caso 2
$\leq 0.5$	0 a 0.5 z	-0.9	-0.4
	0.5z a 1z	-0.9	-0.4
	1z a 2z	-0.5	0
	2z a 3z	-0.3	0.1
	> 3z	-0.2	0.2
$\geq 1$	0 a 0.5 z	-1.3	-0.6
	0.5z a 1z	-0.7	-0.3
	1z a 2z	-0.7	-0.3
	2z a 3z	-0.7	-0.3
	> 3z	-0.7	-0.3

Como referencia de la distribución de los  $C_p$  obtenidos por las tablas anteriormente mencionadas, se muestra en la Figura 17 para los dos casos que se establecen en el manual de diseño. El primer caso, cuando el viento es normal a la

cumbrera ( $0^\circ$ ), la distribución se divide en tres zonas principales: barlovento ( $B$ ), zona central ( $C$ ) y sotavento ( $S$ ). Los  $C_p$  se consideran constantes en las respectivas zonas de la cubierta, donde la magnitud depende de variables geométricas. Para el caso de viento paralelo a la cumbrera ( $90^\circ$ ), se trabaja de manera similar, donde las zonas se dividen dependiendo de la altura de la estructura.



**Figura 17. Esquemas de distribución de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) del manual de obras civiles (CFE, 2020): a) Viento normal a la cumbrera ( $0^\circ$ ), b) Viento paralelo a la cumbrera ( $90^\circ$ ).**

#### V.IV.IV. Metodología de predicción (ANN)

Se generaron datos para las mismas seis geometrías para comparar la diferencia entre los  $C_p$  propuestos por CFE contra los predichos por la ANN. Para la primera evaluación, donde se compara la influencia de medir la diferencia en términos de la presión, se realizó una exploración cada  $10^\circ$ . Después de evaluar la diferencia entre estas consideraciones, se evaluó la diferencia entre CFE y ANN para las seis geometrías, realizando la exploración cada  $10^\circ$  pero mostrando únicamente los casos más relevantes. Finalmente, para la exploración del impacto de la relación  $B/D$ , se realizó una variación en el ángulo de incidencia a cada  $15^\circ$ .

## VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### VI.I. Diseño de experimento

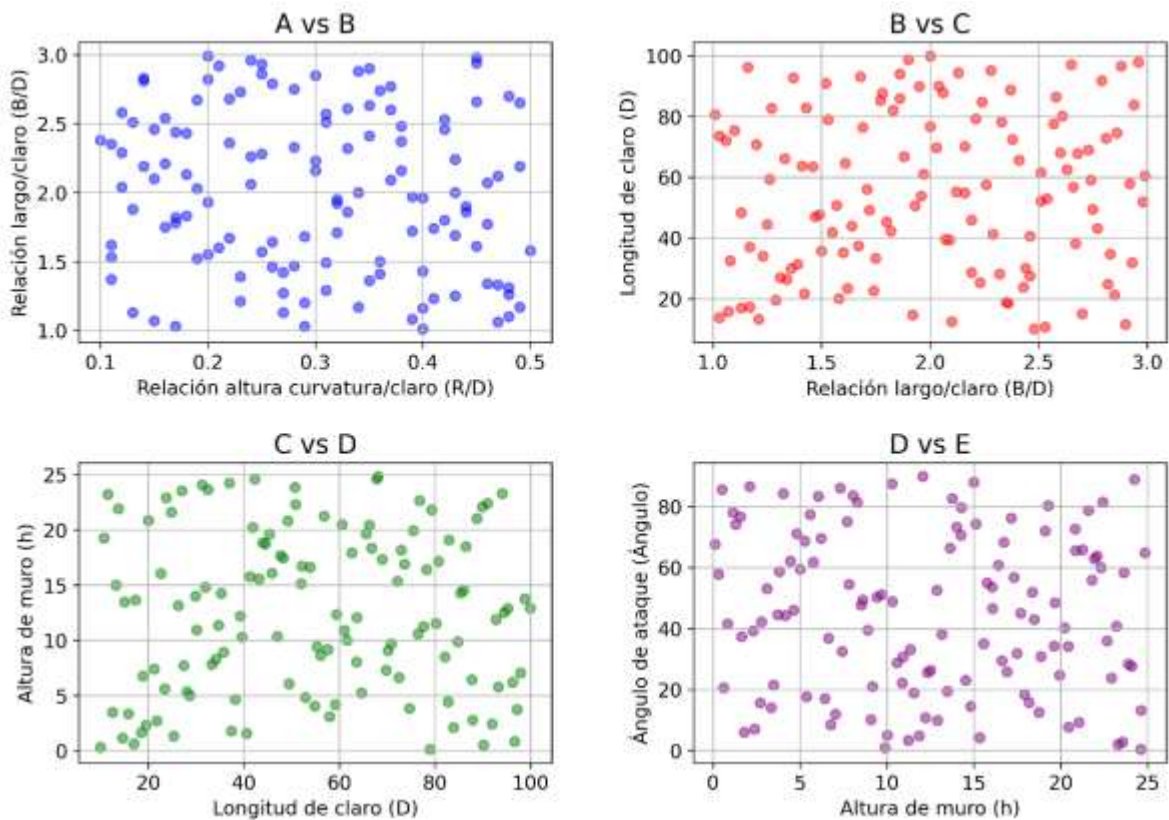
A continuación, se presentan los diseños de experimentos contruidos a partir de los k factores y niveles máximos y mínimos de la Tabla 5. Se construyeron dos diseños de experimentos con distintas combinaciones, uno basado en el método de muestreo del hipercubo latino (LHS) y un diseño factorial  $2^k$ .

#### VI.I.I. Diseño LHS

Como resultado de este diseño de experimento, se obtuvieron las combinaciones de los factores y fueron ordenadas de forma completamente aleatoria. Estas combinaciones se muestran de manera parcial en la Tabla 11, mostrando solamente algunas combinaciones obtenidas. Para el último factor, correspondiente al ángulo de incidencia, los valores fueron redondeados al múltiplo de cinco más cercano al valor obtenido. En la Figura 18 se muestran cuatro interacciones de dos factores diferentes para todas las combinaciones; en ella se observa la distribución de los puntos de muestreo entre los rangos, donde la mayoría del espacio se encuentra cubierta para cada uno de los factores.

**Tabla 11. Combinaciones experimentales obtenidas del método LHS.**

<b>Factores</b>		<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
N. Corrida	<b>Diseño de Experimento</b>	R/D	B/D	D	h	Ángulo
1	LHS	0.38	1.3	43.9	16.4	30
2	LHS	0.47	2.8	34.1	23.9	5
3	LHS	0.22	1.2	32.3	23.1	55
...	LHS	...	...	...	...	...
126	LHS	0.49	2.4	47.6	13.5	35



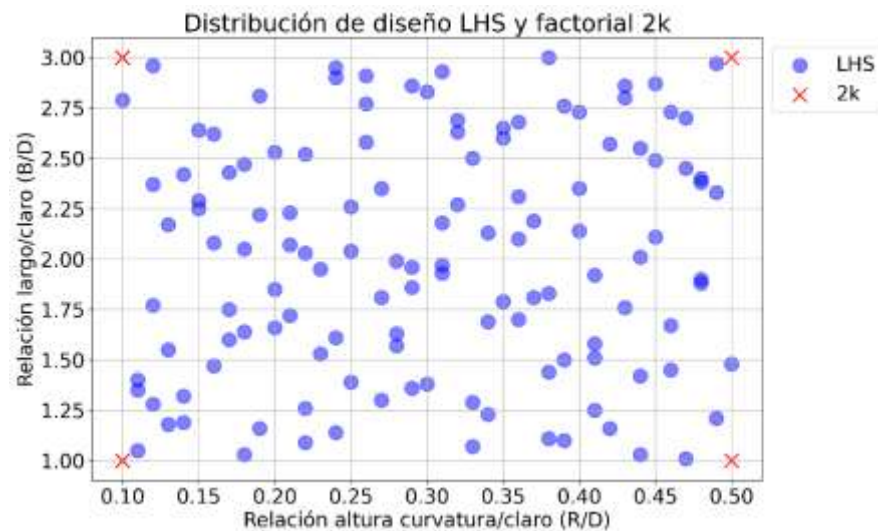
**Figura 18. Gráficas de interacción de los puntos de muestreo de las combinaciones obtenidas del diseño de experimento LHS.**

### **VI.I.II. Diseño factorial $2^k$**

Este diseño experimental se utilizó para explorar las combinaciones de los niveles máximos y mínimos de los  $k$  factores. Los resultados de este diseño factorial se muestran en la Tabla 12 de manera similar al diseño LHS. Asimismo, en la Figura 19 se presenta un ejemplo de la interacción de dos factores y las zonas que cubre el diseño LHS, así como los puntos extremos que cubre el diseño factorial. Esta distribución es similar en el resto de las interacciones entre factores.

**Tabla 12. Combinaciones experimentales obtenidas del diseño factorial  $2^k$ .**

<b>Factores</b>	<b>Diseño de</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
N. Corrida	Experimento	R/D	B/D	D	h	Ángulo
1	2k	0.1	1	10	5	90
2	2k	0.1	1	10	5	90
3	2k	0.1	1	10	25	0
...	2k	...	...	...	...	...
32	2k	0.5	3	100	25	90



**Figura 19. Distribución de los puntos de muestreo de los diseños LHS y factorial  $2^k$ .**

### ***VI.I.III. Integración de los diseños de experimentos***

Por último, se prepararon las combinaciones obtenidas de las secciones anteriores en un solo conjunto de datos que fue mezclado de manera aleatoria para evitar sesgos en la obtención de los resultados. La integración de estas combinaciones resultó en un conjunto de 158 corridas experimentales, cada una con las variables geométricas por evaluar. Esta integración de combinaciones se muestra de manera parcial en la Tabla 13.

**Tabla 13. Diseños de experimentos combinados de manera aleatoria.**

<b>Factores</b>	<b>Geometría</b>	<b>Diseño de</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
N. Corrida	Clave	<b>Experimento</b>	R/D	B/D	D	h	Ángulo
1	G_1	2k	0.1	1	10	5	90
2	G_2	LHS	0.26	1.2	96.2	21	35
3	G_3	2k	0.1	3	10	5	0
4	G_4	2k	0.1	3	100	5	90
5	G_5	LHS	0.1	2.4	92.1	16.4	5
6	G_6	LHS	0.11	1.9	86.1	22.7	60
...	...	...	...	...	...	...	...
158	G_158	2k	0.10	1.00	10.00	5.00	90.00

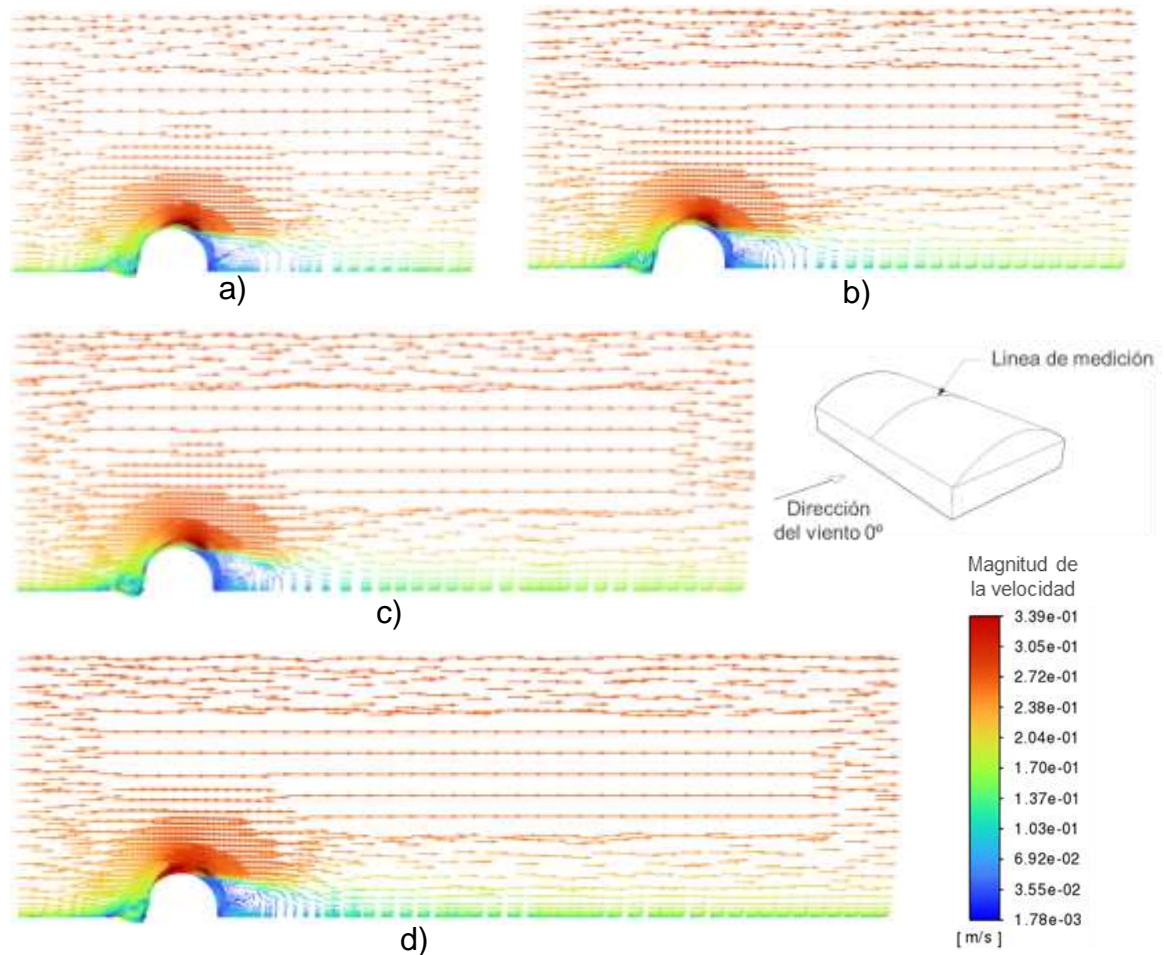
## VI.II. Simulaciones numéricas CFD

### VI.II.I. Validación del modelo CFD

A continuación, se presentan los resultados del proceso de evaluación y selección de la configuración de las simulaciones CFD (dinámica de fluidos computacional). Esta evaluación se realizó en tres principales pasos: selección de tamaño de dominio, selección de tamaño de mallado y selección de modelo de turbulencia.

#### Determinación de tamaño de dominio computacional

La selección del tamaño del dominio se realizó mediante una evaluación de dos pasos. La primera parte fue la determinación de la longitud de salida del dominio. La Figura 20 muestra la respuesta del fluido ante las distintas distancias evaluadas en forma de vectores de velocidad en la sección transversal a lo largo del eje X-X del dominio computacional, paralelo a la dirección del fluido cuando el viento actúa de forma perpendicular a la cumbrera. En ella se puede observar que, para las diferentes distancias, la zona de recirculación del flujo se encuentra dentro del dominio, lo que significa que no se muestra afectada por las distancias evaluadas.



**Figura 20. Vectores de velocidad del viento en sección transversal X-X del dominio computacional en línea central de la estructura para diferentes longitudes de salida del dominio: a) 6S, b) 9S, c) 12S, d) 15S.**

Los coeficientes de presión ( $C_p$ ) obtenidos de las simulaciones se compararon con los datos experimentales del estudio de (Qiu et al., 2014), tal como se muestra en la Tabla 14a. En la tabla se observa una alta concordancia entre la simulación y los valores experimentales para todas las longitudes de salida, ya que la zona de recirculación se logra formar dentro del dominio en todos los casos. En los casos de *Standard  $k - \omega$*  y *Standard  $k - \epsilon$*  el desempeño fue el mismo para todas las proporciones, pero para los modelos *SST*, *RNG* y *Realizable*, el desempeño obtuvo una mejora con el incremento de la longitud, obteniendo los

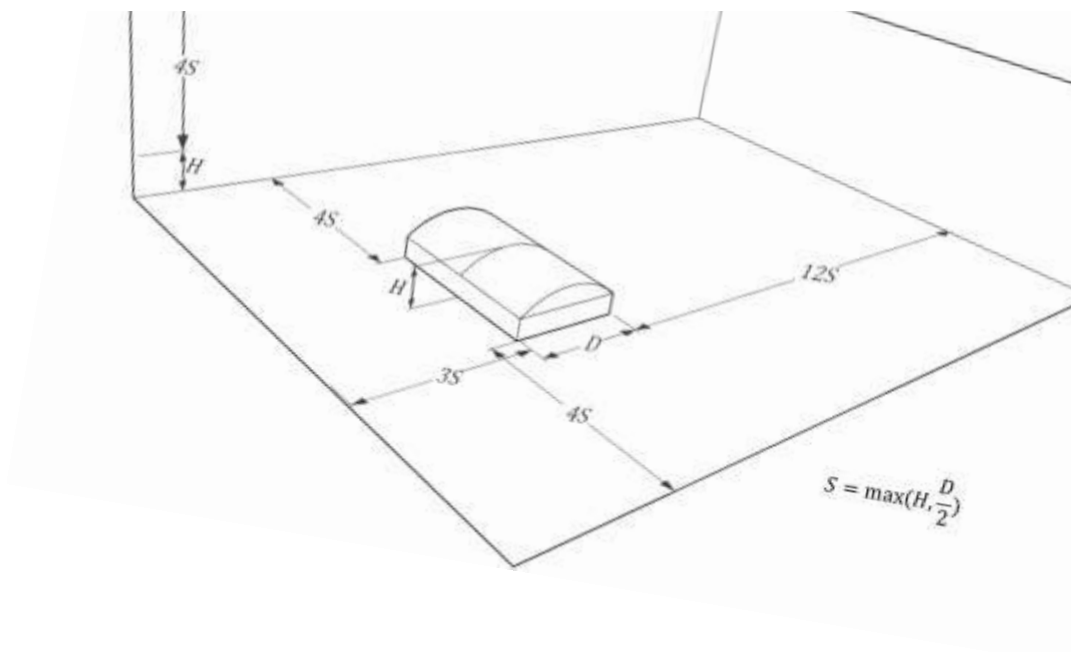
mejores resultados con la proporción 15S. Estos resultados se podrían explicar por la estabilidad alcanzada por el flujo antes de salir del dominio ante una mayor longitud, asegurando una mejor convergencia y precisión.

**Tabla 14. Métricas de evaluación entre  $C_p$  calculados por CFD y medidos experimentalmente de acuerdo a las distancias de salida, laterales y superior del dominio.**

Modelo de turbulencia	a) Primera prueba – Longitud de salida del dominio				b) Segunda prueba – Longitudes lateral y superior del dominio				
	Longitud de salida	$R^2$	$RSR$	$d$	Longitud lateral	Longitud superior	$R^2$	$RSR$	$d$
Standard $k - \omega$	6S	0.92	0.27	0.98	3S	3S	0.93	0.25	0.98
	9S	0.92	0.27	0.98	4S	4S	0.93	0.26	0.98
	12S	0.92	0.27	0.98	5S	5S	0.92	0.27	0.98
	15S	0.92	0.27	0.98	-	-	-	-	-
SST $k - \omega$	6S	0.95	0.23	0.99	3S	3S	0.95	0.23	0.99
	9S	0.94	0.24	0.98	4S	4S	0.95	0.22	0.99
	12S	0.95	0.23	0.99	5S	5S	0.95	0.23	0.99
	15S	0.95	0.22	0.99	-	-	-	-	-
Standard $k - \epsilon$	6S	0.82	0.41	0.96	3S	3S	0.80	0.43	0.96
	9S	0.82	0.42	0.96	4S	4S	0.81	0.42	0.96
	12S	0.82	0.41	0.96	5S	5S	0.82	0.41	0.96
	15S	0.82	0.41	0.96	-	-	-	-	-
RNG $k - \epsilon$	6S	0.92	0.27	0.98	3S	3S	0.93	0.27	0.98
	9S	0.93	0.26	0.98	4S	4S	0.94	0.24	0.98
	12S	0.94	0.25	0.98	5S	5S	0.94	0.25	0.98
	15S	0.94	0.25	0.98	-	-	-	-	-
Realizable $k - \epsilon$	6S	0.97	0.17	0.99	3S	3S	0.96	0.20	0.99
	9S	0.97	0.16	0.99	4S	4S	0.97	0.16	0.99
	12S	0.97	0.16	0.99	5S	5S	0.97	0.16	0.99
	15S	0.98	0.15	0.99	-	-	-	-	-

Aunque la proporción 15S logró la precisión más alta, se determinó que la longitud 12S fue la más óptima en términos de estabilización de flujo, eficiencia computacional y precisión para la mayoría de los modelos, ya que presenta una mínima diferencia con la distancia 15S solo en términos de  $RSR$ . Por lo tanto, la proporción 12S permite una optimización de recursos computacionales ya que es una distancia de dominio más corta, sin perder precisión.

La segunda parte de esta evaluación fue encontrar la distancia óptima para las longitudes laterales y superior del dominio. Estos resultados, mostrados en la Tabla 14b, se mantuvieron estables para las distintas longitudes. La diferencia más grande se encontró en los modelos  $k - \epsilon$ , específicamente en los modelos *RNG* y *Realizable*, donde el *RSR* fue mayor para el caso 3S y disminuye en los casos 4S y 5S, siendo muy similares estos últimos dos. En el resto de los casos no se encontró una gran diferencia en las métricas estadísticas. De estos resultados, se seleccionaron las distancias lateral y superior del dominio a una proporción de 4S, correspondiente a una relación de bloqueo del 3.45%, consistente con las recomendaciones de estudios pasados (Meng et al., 2018; Wijesooriya et al., 2023; Zhao & He, 2017). Las dimensiones del dominio computacional fueron determinadas como se muestra en la Figura 21.



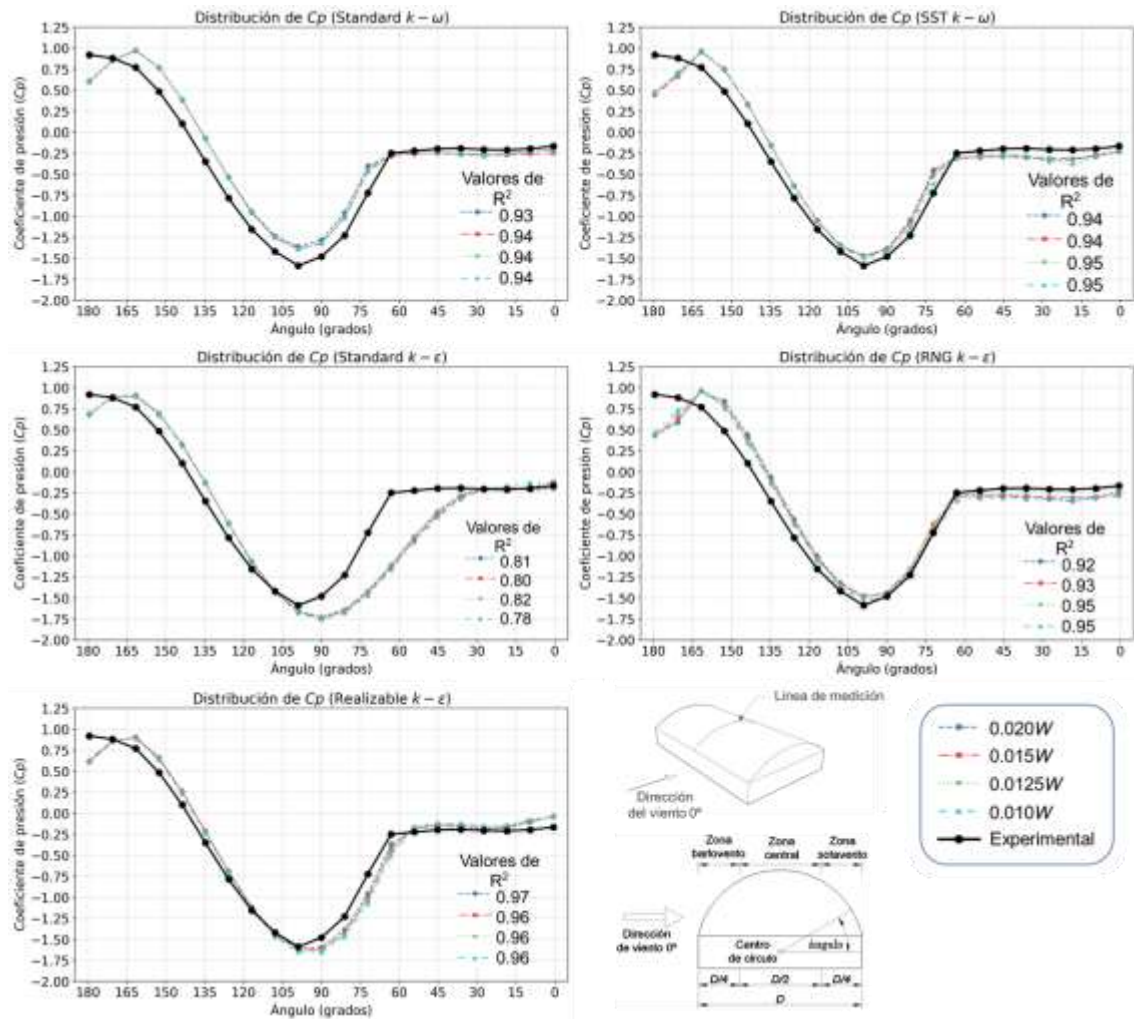
**Figura 21. Tamaño del dominio computacional seleccionado.**

### Determinación del tamaño de mallado

La evaluación de la resolución de la malla mostró que la precisión de los resultados fue similar para todos los modelos de turbulencia. Sin embargo, como se muestra en la Tabla 15, los modelos *SST*  $k - \omega$  y *RNG*  $k - \epsilon$  exhiben una ligera mejora cuando la malla es más fina. La Figura 22 muestra cómo para ambos casos los valores de  $C_p$  cambian con el tamaño de malla, lo que resulta en succiones más grandes para mallas más finas. Para el caso de *Standard* y *Realizable*  $k - \epsilon$ , el desempeño basado en las métricas estadísticas decae cuando el tamaño de malla es más chico. Esto es explicado, al igual que en el caso anterior, por la magnitud de la succión que resulta ser más alta cuando la malla es más fina, y para estos casos, los modelos sobrestiman la succión desde las mallas de menor resolución, resultando en una mayor diferencia cuando la succión crece.

**Tabla 15. Métricas de evaluación entre  $C_p$  calculados por CFD y medidos experimentalmente para los tamaños de malla probados.**

Modelo de turbulencia	Tamaño de malla	Número de celdas (millones)	$R^2$	RSR	d
Standard $k - \omega$	0.02W	0.53	0.93	0.26	0.98
	0.015W	0.92	0.94	0.24	0.98
	0.0125W	1.35	0.94	0.24	0.98
	0.01W	2.06	0.94	0.25	0.98
SST $k - \omega$	0.02W	0.53	0.94	0.24	0.98
	0.015W	0.92	0.94	0.24	0.98
	0.0125W	1.35	0.95	0.23	0.99
	0.01W	2.06	0.95	0.22	0.99
Standard $k - \epsilon$	0.02W	0.53	0.81	0.43	0.96
	0.015W	0.92	0.80	0.44	0.96
	0.0125W	1.35	0.82	0.42	0.96
	0.01W	2.06	0.78	0.45	0.95
RNG $k - \epsilon$	0.02W	0.53	0.92	0.27	0.98
	0.015W	0.92	0.93	0.25	0.98
	0.0125W	1.35	0.95	0.23	0.99
	0.01W	2.06	0.95	0.22	0.99
Realizable $k - \epsilon$	0.02W	0.53	0.97	0.17	0.99
	0.015W	0.92	0.96	0.19	0.99
	0.0125W	1.35	0.96	0.19	0.99
	0.01W	2.06	0.96	0.20	0.99



**Figura 22. Gráficas comparativas de  $C_p$  calculados por CFD y medidos experimentalmente de acuerdo a los tamaños de malla evaluados para el viento perpendicular a la cumbre a lo largo del centro de la cubierta para los distintos modelos de turbulencia.**

En general, la proporción de tamaño de malla más adecuada fue  $0.0125W$ , proporcionando un balance de precisión y eficiencia computacional, obteniendo valores similares a la proporción  $0.01W$ , pero con 35% menos elementos. Por esta razón, el tamaño del mallado fue seleccionado como  $0.0125 W$  para la siguiente etapa.

### Determinación de modelo de turbulencia

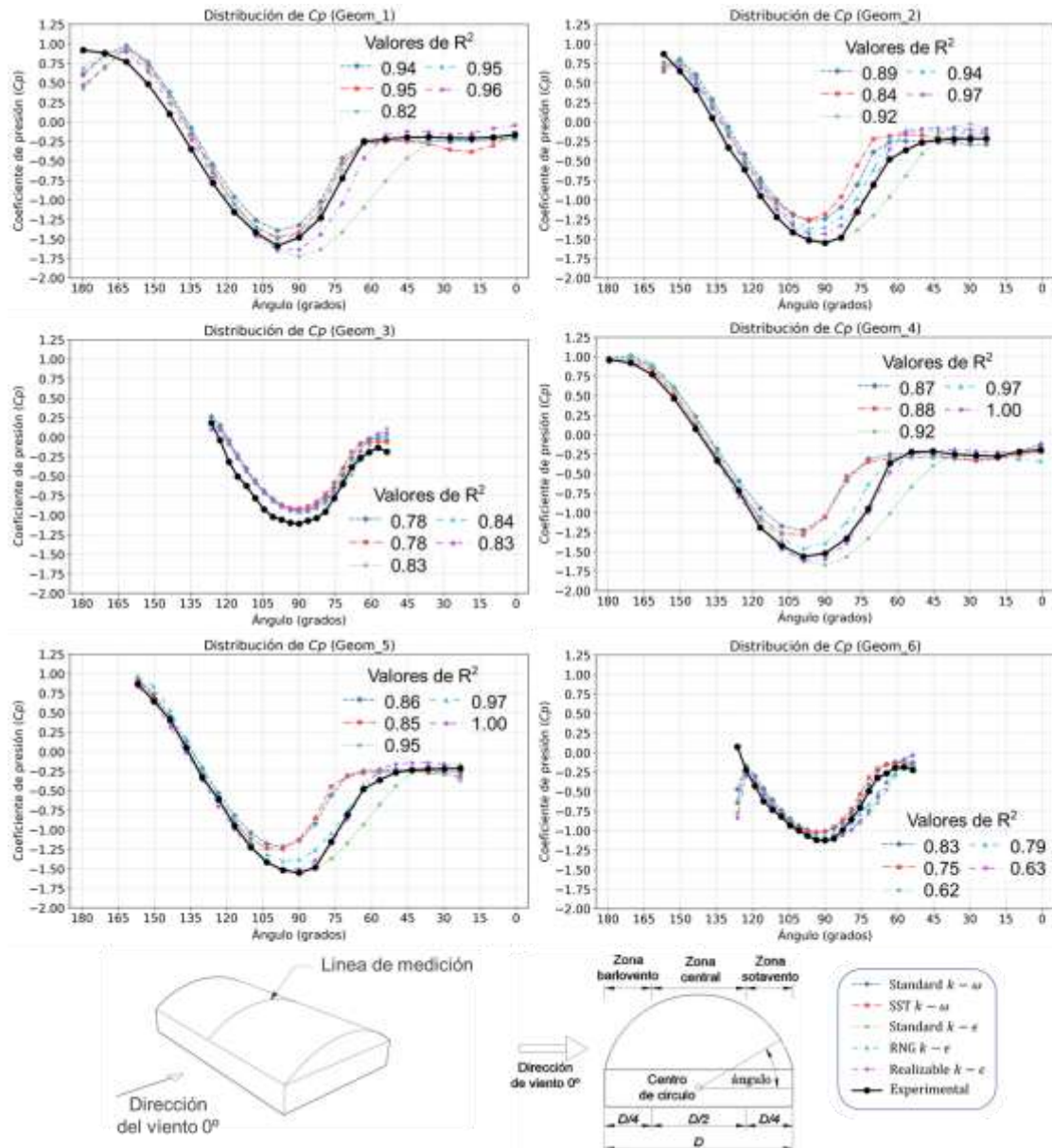
Implementando el tamaño de dominio y mallado establecidos como los más adecuados en las secciones anteriores, se realizó la evaluación para los cinco modelos de turbulencia en las seis geometrías mostradas en la Tabla 6. Los resultados obtenidos de esta evaluación se muestran en la Tabla 16. En general, los modelos  $k - \omega$  demostraron un desempeño regular en la mayoría de los casos, excepto en la primera geometría, donde ambos modelos obtuvieron índices altos. En contraste, los modelos *RNG* y *Realizable* obtuvieron altos índices para la mayoría de las geometrías, excepto para la tercera y la sexta.

**Tabla 16. Métricas de evaluación entre  $C_p$  calculados por CFD y medidos experimentalmente en las seis geometrías con cubierta de arco circular para diferentes modelos de turbulencia.**

Geometría	Índice estadístico	Standard	SST	Standard	RNG	Realizable
		$k - \omega$	$k - \omega$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$
Geom_1	$R^2$	0.94	0.95	0.82	0.95	0.96
	<i>RSR</i>	0.24	0.23	0.42	0.23	0.19
	<i>d</i>	0.98	0.99	0.96	0.99	0.99
Geom_2	$R^2$	0.89	0.84	0.92	0.94	0.97
	<i>RSR</i>	0.32	0.39	0.28	0.24	0.17
	<i>d</i>	0.97	0.95	0.98	0.98	0.99
Geom_3	$R^2$	0.78	0.78	0.83	0.84	0.83
	<i>RSR</i>	0.46	0.45	0.41	0.40	0.40
	<i>d</i>	0.95	0.94	0.96	0.96	0.96
Geom_4	$R^2$	0.87	0.88	0.92	0.97	1.00
	<i>RSR</i>	0.35	0.33	0.28	0.16	0.06
	<i>d</i>	0.96	0.97	0.98	0.99	1.00
Geom_5	$R^2$	0.86	0.85	0.95	0.97	0.99
	<i>RSR</i>	0.37	0.38	0.23	0.16	0.09
	<i>d</i>	0.96	0.95	0.99	0.99	1.00
Geom_6	$R^2$	0.83	0.75	0.62	0.79	0.63
	<i>RSR</i>	0.40	0.49	0.60	0.45	0.60
	<i>d</i>	0.95	0.93	0.89	0.93	0.90

Además, la Figura 23 ilustra la distribución del  $C_p$  obtenida a lo largo de la parte central para cada geometría. También se muestra que los modelos  $k - \omega$

obtuvieron una distribución muy similar a los datos experimentales, pero con una subestimación en su magnitud para los efectos de succión, especialmente en la zona central y la zona sotavento de la cubierta en las geometrías 2, 4 y 5.



**Figura 23. Comparación de  $C_p$  calculados por CFD y medidos experimentalmente para cada geometría bajo los distintos modelos de turbulencia evaluados.**

Asimismo, el modelo *Standard  $k - \epsilon$*  exhibió una buena estimación del comportamiento para la zona barlovento, pero la distribución en la zona sotavento es diferente a los datos experimentales, indicando que este modelo podría no estar capturando de manera adecuada el fenómeno de separación de flujo y los efectos de recirculación, resultando en un desempeño pobre.

Por su parte, los modelos *RNG* y *Realizable* mostraron la mejor precisión en cuanto a distribución y magnitud de los valores de  $C_p$  en la mayoría de las geometrías. Para los casos 2, 4 y 5, el modelo *RNG* obtuvo una alta precisión con una ligera subestimación de los efectos de succión en la zona central cerca de la cumbrera. Por otro lado, para los casos 1, 4 y 6, el modelo *Realizable* obtuvo una alta precisión con una ligera sobrestimación de los efectos de succión en la zona central y zona sotavento de la cubierta.

La tercera geometría fue el caso más complicado de replicar para todos los modelos de turbulencia, resultando en una subestimación a lo largo de la línea de medición, obteniendo la mejor precisión con los modelos *RNG* y *Realizable*. Otro caso complejo donde todos los modelos obtuvieron baja precisión fue la sexta geometría, siendo ambos casos similares con una relación  $R/D$  baja. En este último caso, los índices estadísticos fueron generalmente bajos, aunque eso puede ser explicado por los valores en el comienzo de la zona barlovento, ya que el primer punto de esta zona indica una alta succión de forma súbita que no aparece en los datos experimentales, resultando en índices muy bajos en casos donde esta succión es mayor, como en el modelo *Realizable*.

### **Configuración CFD final**

Basado en el resumen mostrado en la Tabla 17, se seleccionó el modelo de turbulencia más robusto. De manera general, los modelos  $k - \omega$  mostraron desempeños similares, obteniendo buena precisión para relaciones  $R/D = 1/2$ , con métricas de  $R^2$  y  $RSR$  cerca de 0.9 y 0.28 respectivamente. Sin embargo, este desempeño baja para relaciones  $R/D$  más bajas. Por su parte, el modelo *Standard*

$k - \epsilon$  mostró un buen desempeño para la relación  $R/D$ , con métricas de  $R^2 = 0.93$  y  $RSR = 0.25$ , pero para la relación igual a  $1/2$ , este modelo de turbulencia obtuvo el peor desempeño de todos los modelos.

**Tabla 17. Resumen de resultados de métricas de evaluación de  $C_p$  calculado por CFD y medido experimentalmente para distintas relaciones  $R/D$ .**

Geometrías	Índices	Standard	SST	Standard	RNG	Realizable
	estadísticos	$k - \omega$	$k - \omega$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$	$k - \epsilon$
$R/D = 1/2$	$R^2$	0.90	0.91	0.87	0.96	0.98
	$RSR$	0.30	0.28	0.35	0.19	0.13
	$d$	0.97	0.98	0.97	0.99	0.99
$R/D = 1/3$	$R^2$	0.87	0.84	0.93	0.96	0.98
	$RSR$	0.34	0.39	0.25	0.20	0.13
	$d$	0.96	0.95	0.98	0.99	0.99
$R/D = 1/6$	$R^2$	0.80	0.77	0.72	0.81	0.73
	$RSR$	0.43	0.47	0.50	0.42	0.50
	$d$	0.95	0.93	0.92	0.95	0.93
Promedio total	$R^2$	0.86	0.84	0.84	0.91	0.90
	$RSR$	0.36	0.38	0.37	0.27	0.25
	$d$	0.96	0.95	0.96	0.98	0.97

Por último, los modelos *RNG* y *Realizable* exhibieron la mejor precisión para relaciones  $R/D$  de  $1/2$  y  $1/3$ , donde el modelo *Realizable* fue claramente superior al *RNG*, aunque para la relación de  $1/6$  la situación es inversa. En general, ambos modelos ofrecen una alta precisión y un desempeño estable para las diferentes relaciones  $R/D$ , ofreciendo una opción robusta para evaluar una amplia variedad de otras configuraciones geométricas similares. En la evaluación promedio, ambos modelos mostraron métricas muy similares; sin embargo, el modelo *Realizable* obtuvo un error relativo *RSR* ligeramente menor que el *RNG*. Por esto, este modelo se seleccionó como parte de la configuración establecida para los análisis de las próximas etapas.

### **VI.II.II. API Pyfluent**

En esta etapa se utilizó la configuración establecida en la sección anterior, correspondiente al tamaño de dominio, tamaño de malla y modelo de turbulencia que proporciona cálculo de  $C_p$  más cercanos a los obtenidos por túnel de viento. El código construido para agilizar el proceso de recolección de datos para entrenamiento de la ANN (red neuronal artificial) consta de 4 principales secciones: establecer dimensiones geométricas, generar y mejorar el mallado del dominio, definir condiciones de frontera y ejecutar el solucionador, y en la etapa de postproceso para extracción de datos.

En la primera sección, al inicio del código, los valores de entrada necesarios para ejecutar todo el flujo de trabajo constaron únicamente de cuatro valores de entrada que son las variables  $D$  (claro libre),  $h$  (altura de muro),  $R$  (flecha del arco) y  $B$  (largo). Estos fueron los datos necesarios para obtener variables como  $S$ ,  $W$  e incluso para generar los puntos de medición de la etapa final.

La segunda sección, correspondiente a la generación del mallado, trabaja cargando la geometría correspondiente al nombre clave de la Tabla 13 y aplicando consideraciones del mallado con relación a la variable  $W$ , utilizando como tamaño más pequeño de celda el valor de  $0.0125W$ , establecido en la sección anterior. Esta sección entrega un mallado que posteriormente se mejora de manera iterativa para alcanzar una calidad aceptable para el solucionador.

En la sección de solución, se establecen las condiciones de frontera o condiciones iniciales del modelo numérico y posteriormente se realizan las iteraciones necesarias para alcanzar una convergencia. En esta sección, se genera un archivo de datos de la solución completos, para tener el acceso al modelo numérico en caso de ser necesario en caso de que los datos extraídos del postproceso muestren inconsistencias y así evaluar las causas del error.

Por último, en la etapa de postproceso se generaron 294 puntos a lo largo de la cubierta (Figura 13), donde posteriormente se extrajeron los valores de  $C_p$  en esas ubicaciones. Para trabajar posteriormente con estas lecturas del modelo, se extrajo este conjunto de datos en un archivo '.csv', cuya estructura se muestra en el ejemplo de la Tabla 18.

**Tabla 18. Ejemplo de conjunto de datos extraídos en la etapa del postproceso de la geometría G\_41.**

Punto	Plano	Z (m)	Ángulo (grados)	X	Y	Z	$C_p$
puntoz1_1	0.5	5.891	127.27	0.238	17.983	5.891	-0.2419
puntoz1_2	0.5	5.891	123.54	2.06	19.278	5.891	-0.1925
puntoz1_3	0.5	5.891	119.81	3.962	20.451	5.891	-0.2053
puntoz1_4	0.5	5.891	116.09	5.936	21.499	5.891	-0.225
...	...	...	...	...	...	...	...
puntoz14_21	7.5	82.476	52.73	41.862	17.983	82.476	-1.1115

### VI.III. Red neuronal artificial

#### VI.III.I. Exploración de arquitecturas

De las exploraciones realizadas mediante la optimización bayesiana se obtuvieron tres arquitecturas para cada caso de ANN. En cada caso se realizaron tres exploraciones donde cada exploración se realizaba con rangos más acotados dependiendo de los resultados de la anterior. En la Tabla 19 se muestran las arquitecturas y configuraciones de los hiperparámetros obtenidos de las exploraciones realizadas. Todas estas arquitecturas fueron evaluadas mediante validación cruzada o *k-fold*, y validación *holdout* según el caso correspondiente.

**Tabla 19. Arquitecturas obtenidas de la exploración mediante optimización bayesiana.**

Arquitectura ANN	Número de capas ocultas	Numero de neuronas por capa	Dropout	Tamaño de lote	Tasa de aprendizaje	
ANN 1	Arq-1	2	238, 189	0.019, 0.009	16	$4 \times 10^{-3}$
	Arq-2	2	246, 279	0.094, 0.056	16	$1.4 \times 10^{-3}$
	Arq-3	2	213, 238	0.075, 0.01	16	$2.6 \times 10^{-3}$
ANN 2	Arq-1	4	267, 286, 290, 139	0.27, .029, 0.42, 0.08	32	$7.9 \times 10^{-2}$
	Arq-2	5	154, 185, 172, 216, 300	0.26, 0.21, 0.18, 0.02, 0.1	24	$5.3 \times 10^{-3}$
	Arq-3	5	205, 137, 150, 222, 285	0.2, 0.14, 0.28, 0.21, 0.27	24	$4.9 \times 10^{-3}$
	Arq-1	1	167	0.008	32	$6.7 \times 10^{-3}$
ANN 3	Arq-2	2	183, 153	0.18, 0.06	32	$7.1 \times 10^{-3}$
	Arq-3	2	143, 187	0.027, 0.054	32	$8.2 \times 10^{-3}$

### VI.III.II. Evaluación y selección de arquitecturas

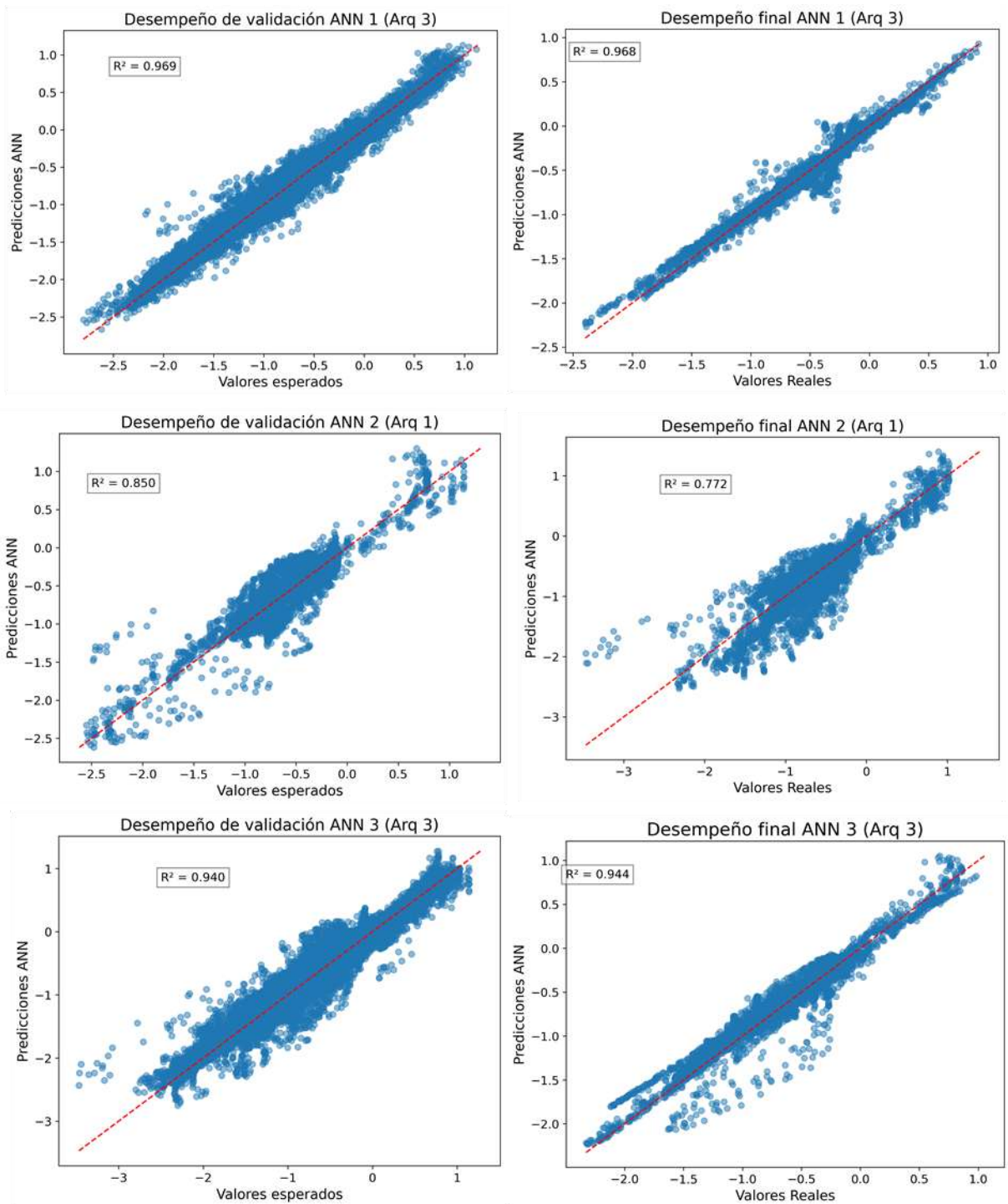
El proceso de evaluación de las arquitecturas se realizó mediante validación cruzada para la ANN 1 y la ANN 3, mientras que para el caso de la ANN 2 se utilizó la validación normal con un solo subconjunto de datos. En la Tabla 20 se muestran los resultados de esta evaluación, donde se implementaron métricas estadísticas para valorar el desempeño de cada arquitectura. En esta tabla se puede observar que los resultados son muy similares para las arquitecturas obtenidas mediante la optimización bayesiana, lo que indica que desde la primera arquitectura obtenida de la optimización se obtienen resultados aceptables.

**Tabla 20. Métricas de evaluación sin normalizar de las arquitecturas obtenidas de las exploraciones**

Arquitectura de ANN	Validación			Prueba			
	$R^2$	MAE	RSR	$R^2$	MAE	RSR	
<b>ANN 1</b>	Arq-1	0.95	0.08	0.22	0.97	0.07	0.18
	Arq-2	0.97	0.07	0.19	0.96	0.07	0.19
	Arq-3	0.97	0.07	0.18	0.97	0.06	0.18
<b>ANN 2</b>	Arq-1	0.85	0.14	0.39	0.77	0.20	0.48
	Arq-2	0.86	0.14	0.38	0.74	0.19	0.51
	Arq-3	0.85	0.14	0.39	0.73	0.21	0.52
<b>ANN 3</b>	Arq-1	0.94	0.09	0.23	0.92	0.09	0.28
	Arq-2	0.93	0.09	0.25	0.95	0.08	0.23
	Arq-3	0.94	0.09	0.24	0.94	0.09	0.24

De la Tabla 20 se destacan dos cosas importantes: las ANN 1 y 3, en las que se implementó la validación cruzada, muestran una buena consistencia entre las métricas de validación y las de prueba, indicando que el método de validación resulta ser suficientemente robusto, asegurando que se obtendrá un rendimiento similar sin importar con el conjunto que se utilice para probar la red. Lo segundo es que la ANN 2 muestra una diferencia mayor entre la validación y la prueba. Esto puede ser explicado por el hecho de que los datos para validación carecen de variabilidad y, al ser datos obtenidos de las fronteras de las variables, producen que la red se enfoque en asemejar estos extremos, impidiendo una buena generalización.

Lo anterior es visible en la Figura 24, que muestra la dispersión de las predicciones de las redes contra los datos esperados; en ella se muestra la dispersión de los datos usados para validación y para prueba. Para el caso de las ANN 1 y 3, resulta notable que la densidad de datos para validación es mayor que para la ANN 2, razón por la que la validación en estos casos es más robusta.



**Figura 24. Gráficos de dispersión que comparan las predicciones de las ANN contra los valores esperados para las mejores arquitecturas en cada caso.**

Teniendo en cuenta la tabla y los gráficos anteriores, se seleccionó la arquitectura que mostró el mejor desempeño para cada una de las redes. Para la primera ANN, la arquitectura con mejor desempeño fue la arquitectura 3, manteniendo la correlación más alta y los errores más bajos de manera consistente en validación y prueba. En la ANN 2 se obtuvo una validación similar en los tres casos, con índices muy similares, pero la primera arquitectura mostró mejor desempeño en su etapa de prueba, con errores relativamente menores y una correlación notablemente mayor. Finalmente, la ANN 3 fue un caso similar al primero, manteniendo un desempeño similar en todas sus arquitecturas. Para esta red, se seleccionó la tercera arquitectura, ya que mostró menos variabilidad entre la validación y la prueba. El resumen de las arquitecturas seleccionadas para cada caso se muestra en la Tabla 21.

**Tabla 21. Arquitecturas con mejor desempeño para las diferentes ANN.**

Arquitectura ANN	Número de capas ocultas	Numero de neuronas por capa	Dropout	Tamaño de lote	Tasa de aprendizaje
ANN 1 Arq-3	2	213, 238	0.075, 0.01	16	$2.6 \times 10^{-3}$
ANN 2 Arq-1	4	267, 286, 290, 139	0.27, .029, 0.42, 0.08	32	$7.9 \times 10^{-2}$
ANN 3 Arq-3	2	143, 187	0.027, 0.054	32	$8.2 \times 10^{-3}$

#### **VI.III.III. Selección de ANN**

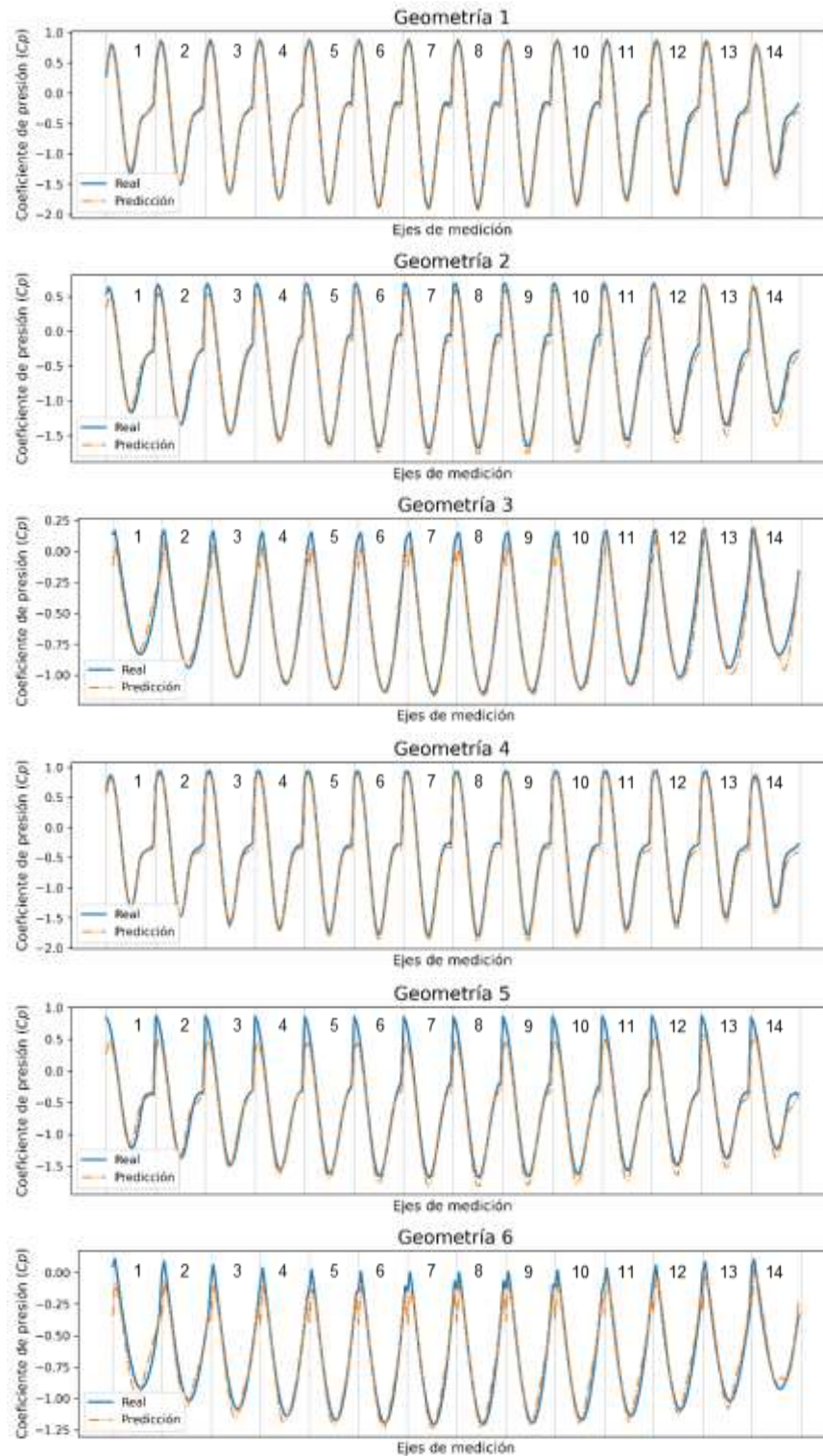
Para seleccionar uno de los modelos, se realizó una segunda prueba donde se evaluaron las predicciones de los tres mejores modelos de la sección anterior. De las seis geometrías evaluadas se obtuvieron los resultados de la Tabla 22, donde se evalúa la correlación y el error relativo. En ella se observa que a nivel general todos los modelos tienen índices suficientemente buenos para considerar que se predice el fenómeno con suficiente precisión, donde el modelo con el desempeño promedio más bajo tiene índices aceptables, obteniendo una correlación  $R^2 = 0.90$ .

**Tabla 22. Desempeño de los tres modelos de ANN ante las mismas geometrías.**

<b>Geometría</b>	<b>Métrica estadística</b>	<b>ANN 1</b>	<b>ANN 2</b>	<b>ANN 3</b>
<b>Geom 1</b>	$R^2$	0.97	0.89	0.99
	$RSR$	0.18	0.33	0.08
<b>Geom 2</b>	$R^2$	0.97	0.88	0.99
	$RSR$	0.18	0.34	0.12
<b>Geom 3</b>	$R^2$	0.93	0.88	0.96
	$RSR$	0.26	0.34	0.20
<b>Geom 4</b>	$R^2$	0.95	0.92	0.99
	$RSR$	0.23	0.28	0.08
<b>Geom 5</b>	$R^2$	0.98	0.92	0.95
	$RSR$	0.15	0.28	0.23
<b>Geom 6</b>	$R^2$	0.96	0.88	0.94
	$RSR$	0.20	0.35	0.24
<b>Promedio</b>	$R^2$	0.96	0.90	0.98
	$RSR$	0.20	0.31	0.15

Los resultados muestran que las métricas se mantienen consistentes ante los diferentes casos de geometrías en todos los modelos. En el caso de la ANN 1, el caso que menor predicción logró fue la tercera geometría, mientras que en la ANN 3 fue la tercera, quinta y sexta, es decir, las geometrías con relaciones  $R/D$  más bajas. Sin embargo, el descenso respecto al resto no es tan grande como para hacer conjeturas sobre el efecto de esta relación respecto a la predicción. En el caso de la ANN 2 se muestra que los valores oscilan cercanamente a la media, lo que muestra que el desempeño es general para todas las geometrías.

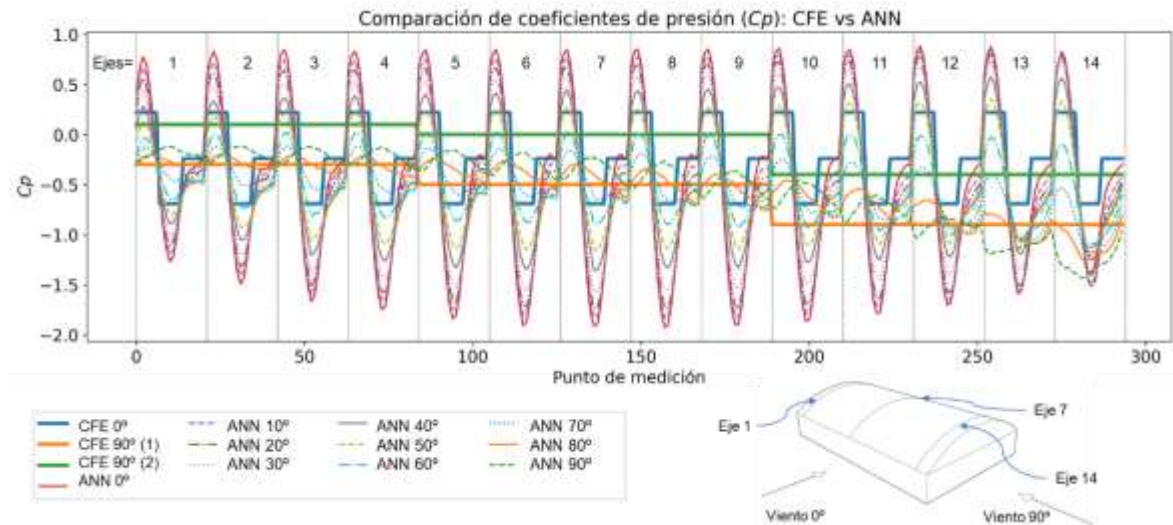
De esta evaluación se puede concluir y corroborar la capacidad de generalización de los modelos, especialmente del modelo ANN 3, el cual obtuvo las mejores métricas tanto de correlación alta como de error relativo muy bajo. Bajo estas consideraciones, se establece este modelo como el más adecuado para predicciones de coeficientes de presión en estructuras con cubierta de arco circular. En la Figura 25, se visualiza la distribución de las predicciones de la ANN 3 y los valores calculados por CFD, enfatizando su semejanza en todos los casos.



**Figura 25. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenido por la ANN 3 comparado con los datos esperados para las seis geometrías.**

#### VI.IV. Comparativa de coeficientes de presión

En esta sección se presentan los resultados de la comparativa realizada entre la metodología CFE-2020 y las predicciones obtenidas de la ANN que mejor desempeño obtuvo en las secciones anteriores. En la Figura 26 se muestra la distribución de los coeficientes de presión ( $C_p$ ) calculados en el manual de obras civiles de diseño por viento (CFE, 2020), así como los obtenidos por la ANN. En esta imagen se puede apreciar que existe una evidente diferencia en las magnitudes de los coeficientes entre ambas metodologías.



**Figura 26. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada 10°) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom\_1).**

De manera general, se observa que:

- Las succiones más grandes ocurren en los ejes centrales para ANN, mientras que la distribución CFE es constante.
- En los ejes 13 y 14, la succión para los 80° y 90° la succión sobrepasa lo contemplado por CFE.
- Hay un empuje considerablemente mayor de ANN sobre CFE en la zona barlovento del techo (viento a 0°) de manera constante en todos los ejes.

### VI.IV.I. Presiones y coeficientes de presión

Se evaluó si existe una diferencia significativa cuando se obtienen las presiones debido a los factores adicionales del manual CFE como la rugosidad del terreno al obtener la presión dinámica base. Esta evaluación se realizó en la primera geometría y los resultados se resumen en la Tabla 23, donde se usa la correlación de Pearson ( $r$ ) para ver si ambas metodologías siguen una misma tendencia de distribución, al igual que se utiliza el error medio absoluto y su porcentaje para evaluar cuánta diferencia hay entre los valores de ambas metodologías.

**Tabla 23. Métricas de evaluación comparando metodología CFE y predicciones ANN de  $C_p$  y presiones en pascuales para Geom\_1.**

Zona	Métrica estadística	Ángulo de viento (ANN)	Ángulo 0° CFE		Ángulo de viento (ANN)	Ángulo 90° CFE (Caso 1)		Ángulo 90° CFE (Caso 2)		
			$C_p$	Presión (Pa)		$C_p$	Presión (Pa)	$C_p$	Presión (Pa)	
General	$r$	0°	0.91	0.91	0°	0.02	0.02	0	0	
		30°	0.90	0.90	30°	0.01	0.01	0	0	
		60°	0.82	0.82	60°	0.23	0.23	0.22	0.22	
		90°	-0.11	-0.11	90°	0.86	0.86	0.87	0.87	
	MAE	0°	0.45	405.82	60°	0.29	259.94	0.48	427.07	
		30°	0.40	356.82	90°	0.17	146.12	0.40	361.53	
	MAPE	0°	129%	131%	60°	58%	59%	-	-	
		30°	123%	125%	90°	30%	29%	-	-	
	Ejes 1 y 2	$r$	0°	0.93	0.93	90°	-	-	-	-
		MAE	0°	0.31	278.15	90°	0.23	206.18	0.50	449.65
30°			0.24	214.84	60°	0.11	93.01	0.29	261.62	
MAPE		0°	97%	99%	90°	77%	78%	-	-	
		30°	79%	80%	60°	36%	35%	-	-	
Ejes 7 y 8	$r$	0°	0.91	0.91	90°	-	-	-	-	
	MAE	0°	0.52	470.09	90°	0.28	253.50	0.52	464.40	
		30°	0.44	395.89	60°	0.13	116.48	0.38	342.59	
	MAPE	0°	145%	146%	90°	56%	57%	-	-	
		30°	132%	134%	60°	27%	26%	-	-	
Ejes 13 y 14	$r$	0°	0.92	0.92	90°	-	-	-	-	
	MAE	0°	0.39	348.78	90°	0.31	274.83	0.41	369.67	
		30°	0.43	384.57	60°	0.30	280.64	0.80	718.12	
	MAPE	0°	119%	120%	90°	35%	35%	-	-	
		30°	140%	142%	60°	33%	34%	-	-	

En la tabla anterior, en toda la zona en general se observa que para ambas metodologías con viento a  $0^\circ$  existe una alta correlación, misma que va reduciendo gradualmente conforme cambia el ángulo de viento en la ANN hasta llegar a  $90^\circ$ , donde es casi nula. De manera inversa, para el caso CFE a  $90^\circ$ , se tiene una correlación alta con ANN  $90^\circ$  y reduce drásticamente cuando llega a  $60^\circ$ .

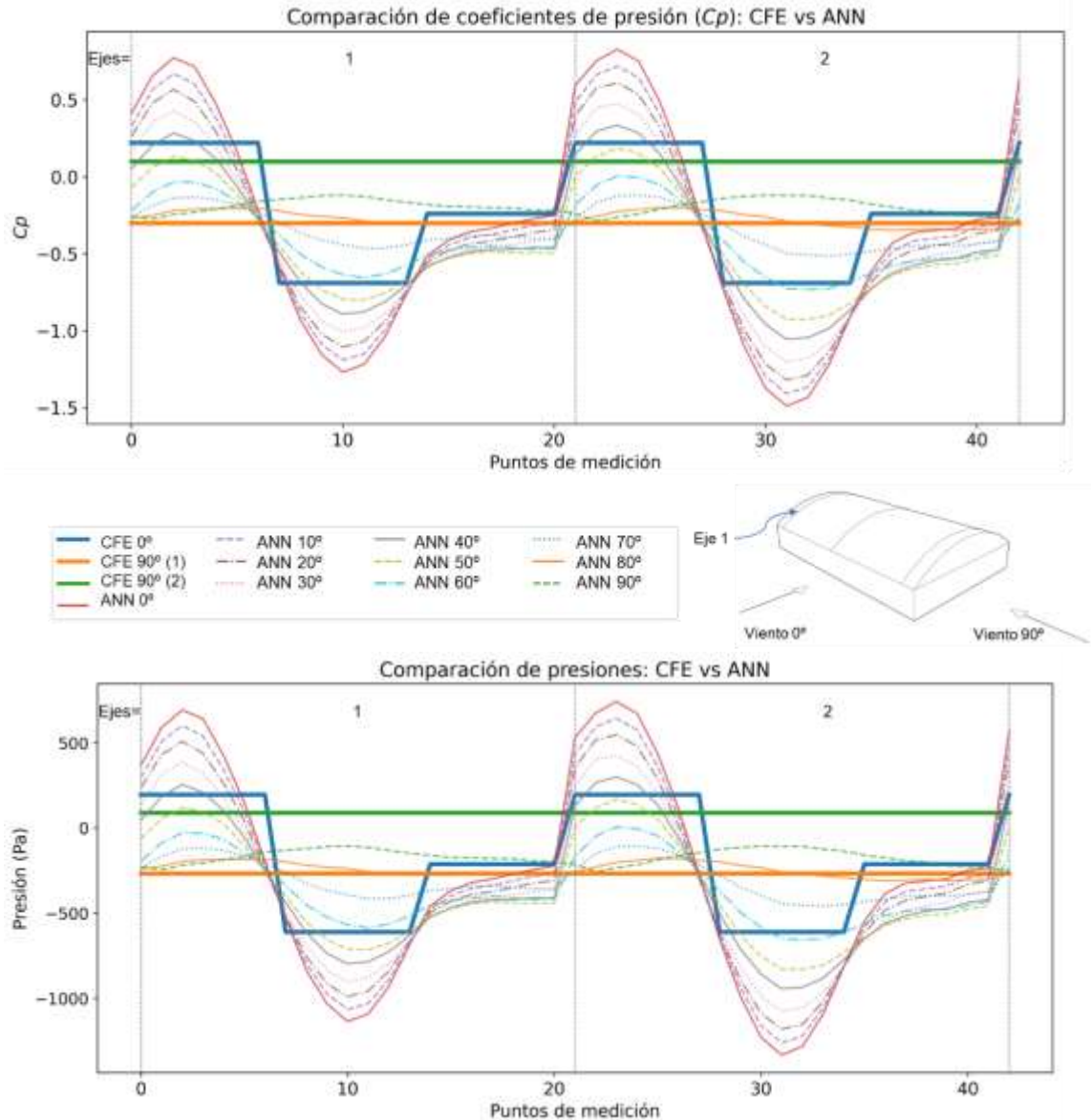
En las zonas de las orillas y la zona central, se mantiene la correlación altamente positiva para ambas metodologías a  $0^\circ$ . Para el caso a  $90^\circ$  no se puede medir ya que se encuentran valores constantes de CFE, por lo que no hay variabilidad que medir en este caso; sin embargo, en la Figura 26 se observa que la distribución ANN para  $80^\circ$  y  $90^\circ$  sigue la misma tendencia de la recta horizontal CFE.

Asimismo, en la tabla se hace un énfasis en los valores de  $r$  para  $C_p$  y las presiones, donde se observa que conservan el mismo valor para ambos casos, mostrando así que la tendencia en su distribución no se ve afectada al trabajar con presiones de viento o coeficientes de presión. De igual forma, la correlación se mantiene sin cambios aún evaluando solamente zonas y ejes específicos, por lo que ni a pequeña escala se encuentran cambios significativos.

Además de las tendencias, la Tabla 23 también muestra las métricas de errores que sirven para medir la diferencia entre ambos datos. En este caso donde se quiere observar si existe diferencia al medir con coeficientes o directamente con presiones, resulta útil evaluar el error en forma de porcentaje debido a la diferencia de unidades para el caso de MAE. Para el CFE a  $0^\circ$ , se observa que la diferencia más grande en porcentajes está alrededor del 2%, lo cual es muy bajo si se consideran las magnitudes que se obtienen de más del 100%. El mismo caso ocurre para el caso de CFE a  $90^\circ$ , donde la variación es de máximo el 1%, por lo que no existe un cambio relevante en trabajar con coeficientes o presiones.

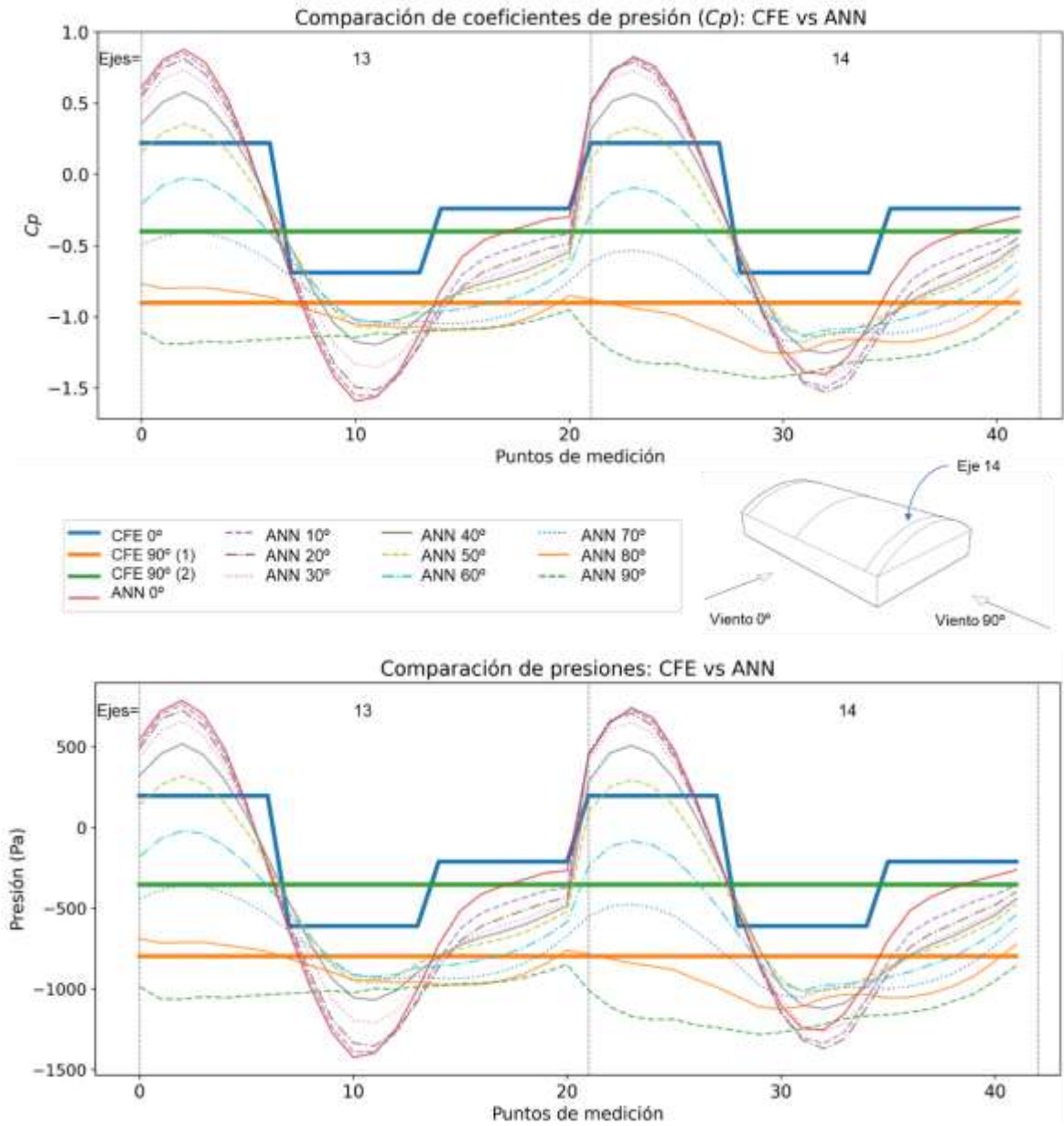
Para complementar la información de la tabla y mostrar de manera más clara las distribuciones de presión para los diferentes casos, se muestran las Figuras 27, Figura 28, y 29. En estas figuras se observa la distribución de manera

más clara y también es posible apreciar cómo no existe un cambio que se aprecie de manera visual entre las distribuciones medidas con presión o con  $C_p$ .



**Figura 27. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada 10°) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom\_1) en los ejes de orilla 1 y 2.**





**Figura 29. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada 10°) y calculados por la metodología CFE-2020 (todos los casos) (Geom\_1) en los ejes de orilla 13 y 14.**

### VI.IV.II. Metodología CFE y predicciones ANN

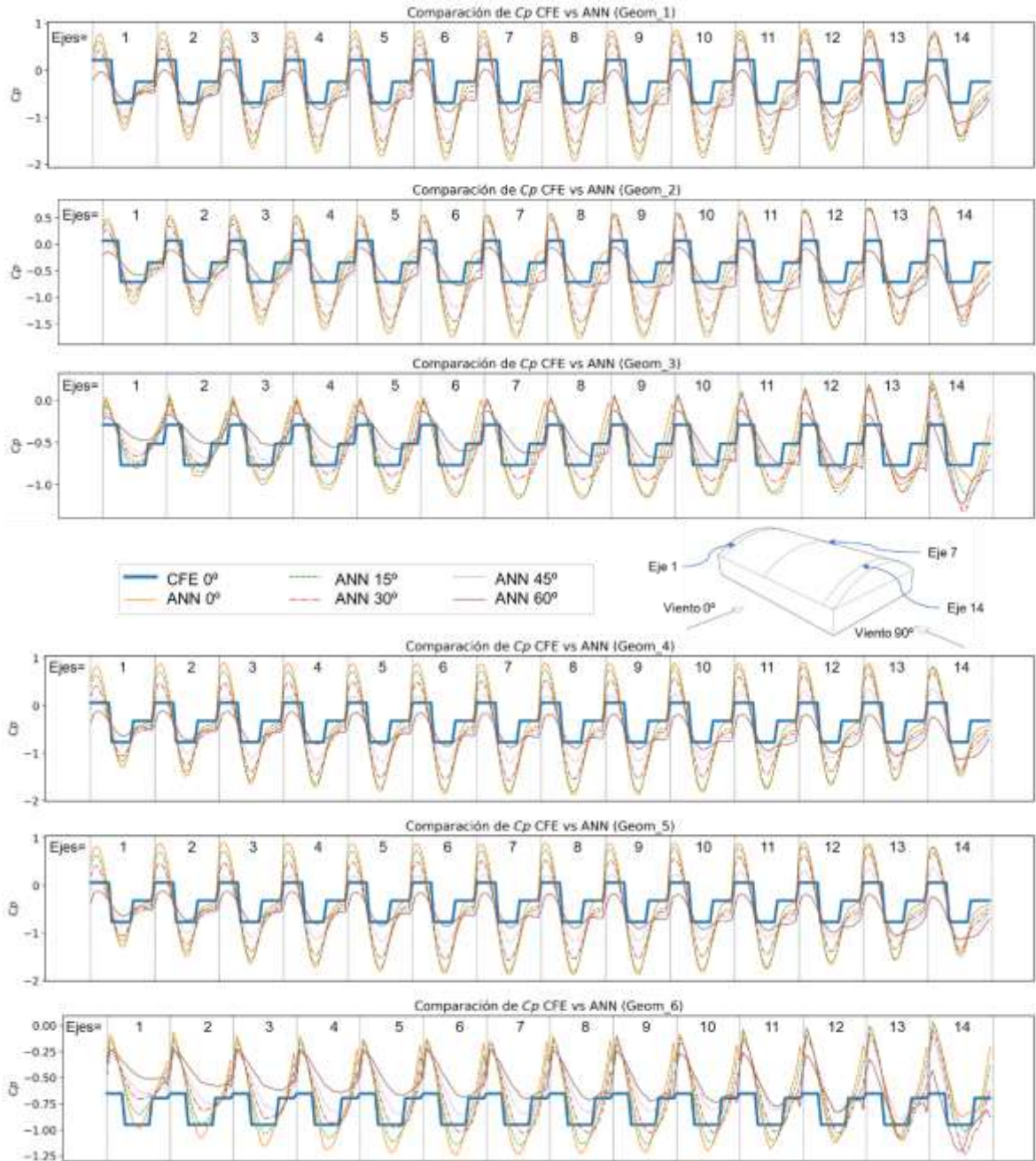
La evaluación se realizó para seis geometrías (Tabla 6) evaluando la diferencia en los tres diferentes casos que proporciona el manual de CFE. En la Tabla 24, se muestra la evaluación para las seis diferentes geometrías. En la tabla se incluye el coeficiente de correlación de Pearson para mostrar que en el resto de geometrías también siguen las mismas tendencias. Asimismo, la tabla incluye los valores del *MAE* para medir la magnitud de la diferencia entre metodologías.

**Tabla 24. Métricas de evaluación comparando la metodología CFE y predicciones ANN de  $C_p$  para todas las geometrías.**

Ángulo de viento CFE-2020	Métrica estadística	Ángulo de viento ANN	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
0	<i>r</i>	0°	0.91	0.90	0.83	0.91	0.90	0.83
		0°	0.45	0.39	0.21	0.45	0.36	0.22
	<i>MAE</i>	10°	0.45	0.39	0.21	0.45	0.37	0.21
		30°	0.40	0.35	0.17	0.37	0.30	0.19
		60°	0.32	0.24	0.18	0.29	0.19	0.25
90-1	<i>r</i>	90°	0.86	0.84	0.79	0.71	0.67	0.63
		60°	0.29	0.26	0.21	0.24	0.22	0.21
	<i>MAE</i>	70°	0.19	0.17	0.16	0.17	0.18	0.22
		80°	0.12	0.14	0.20	0.18	0.21	0.28
		90°	0.17	0.22	0.27	0.25	0.30	0.35
90-2	<i>r</i>	90°	0.87	0.85	0.81	0.71	0.67	0.63
		60°	0.48	0.47	0.41	0.40	0.40	0.36
	<i>MAE</i>	70°	0.43	0.44	0.37	0.38	0.39	0.33
		80°	0.43	0.40	0.32	0.36	0.37	0.29
		90°	0.40	0.35	0.28	0.35	0.32	0.27

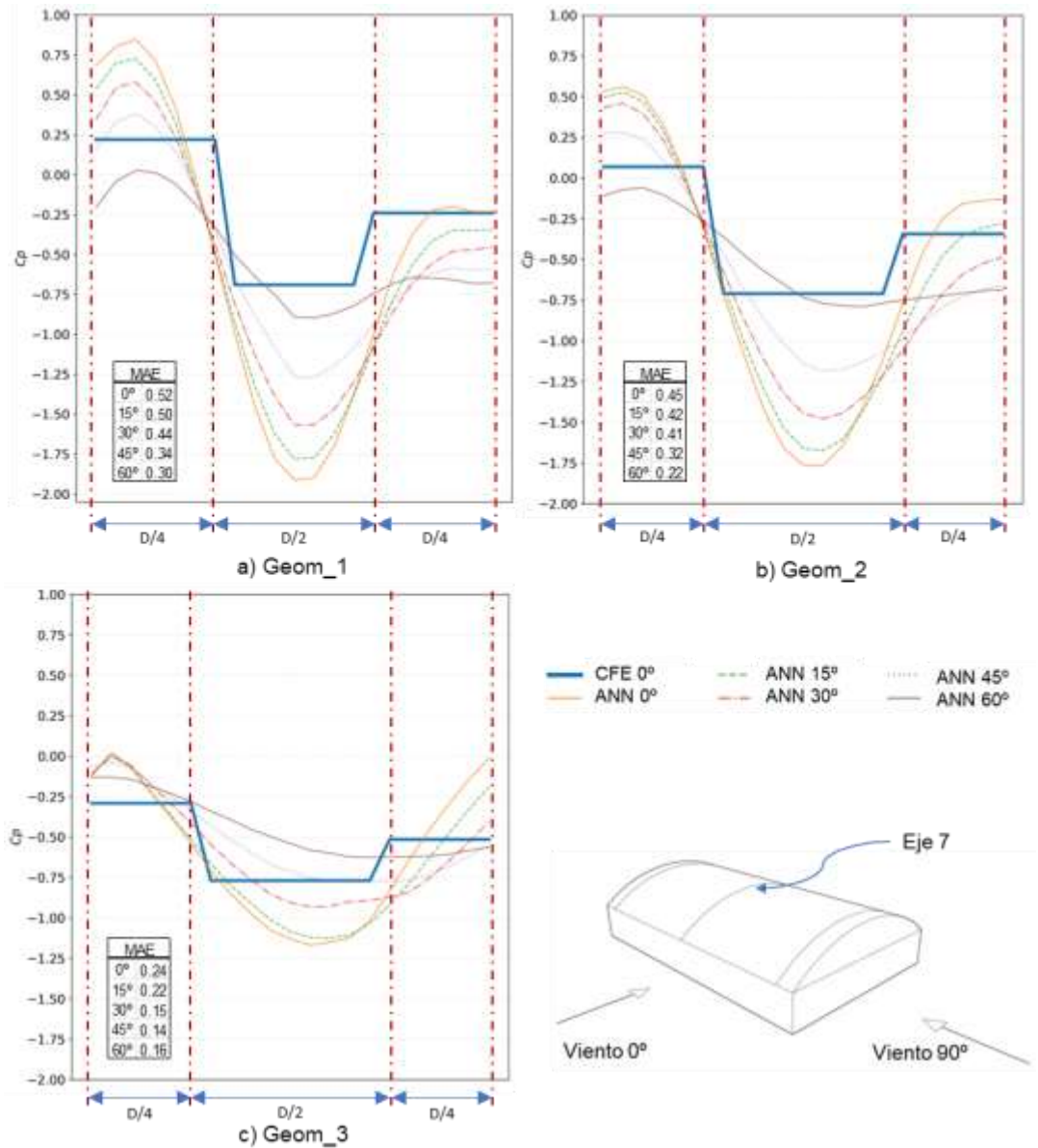
Para los casos de CFE con viento a 0°, se puede observar un error medio de 0.45 para las geometrías 1 y 4, correspondientes a una relación  $R/D = 0.50$ . También es visible que el error decrece conforme la relación  $R/D$  disminuye, obteniendo el error más pequeño con valor de 0.21 cuando  $R/D = 0.167$ . Esta proporción de diferencia se mantiene aun cuando cambia el ángulo de incidencia del viento en las

predicciones ANN. Esto se muestra de manera gráfica en la Figura 30, donde se aprecia que la diferencia es más notable para los casos de geometría 1, 2, 4 y 5.



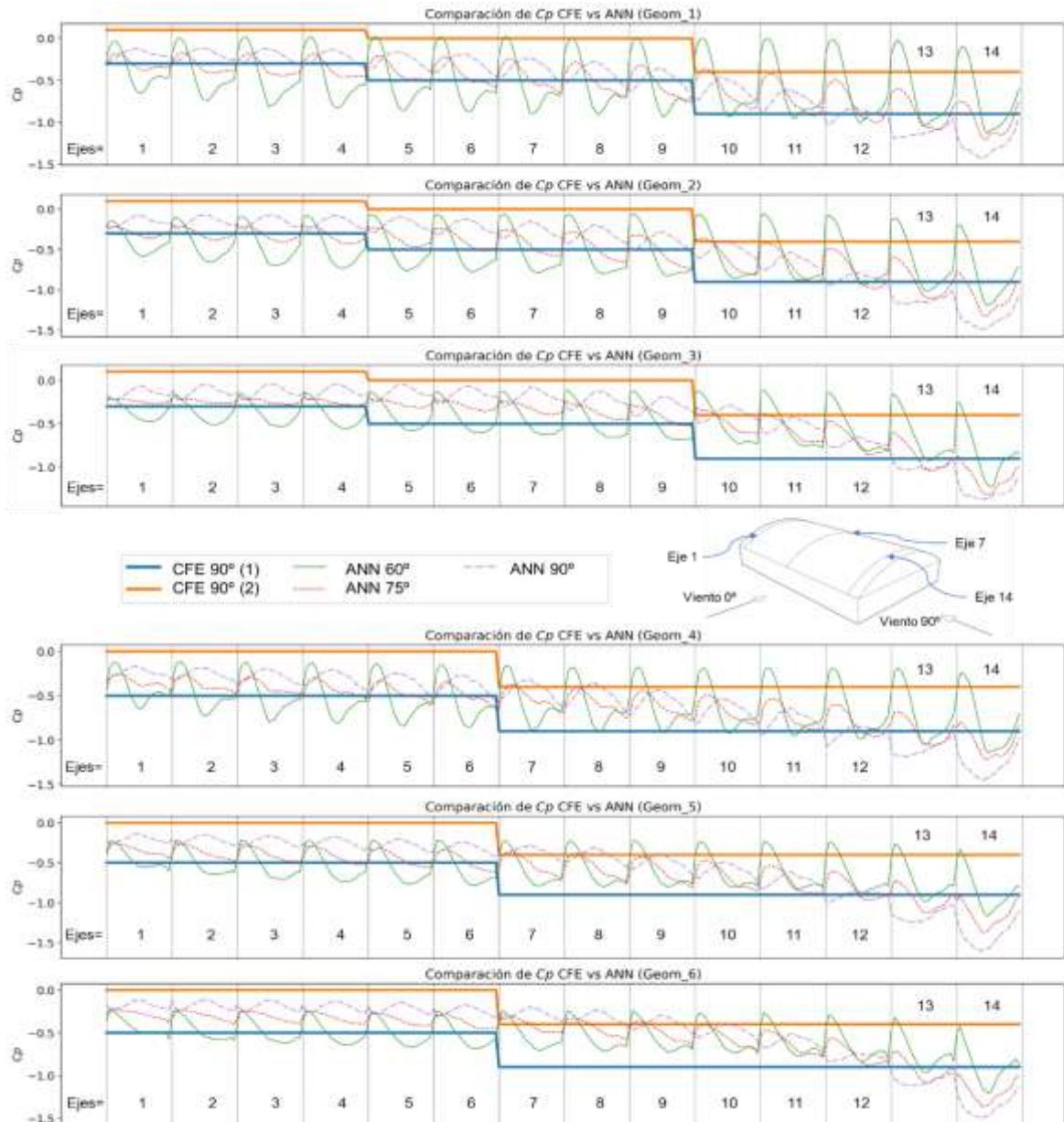
**Figura 30. Gráfico de distribución en todos los ejes de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada 15° de 0° a 60°) y calculados por la metodología CFE-2020 (0°) (todas las geometrías).**

En la Figura 31 se muestra de manera más detallada la distribución de los  $C_p$  en la zona central (eje 7), zona en la que la diferencia en la magnitud de las presiones es mayor debido a que la succión alcanza su punto más crítico. También se observa cómo el valor del MAE decrece conforme la relación  $R/D$  disminuye.



**Figura 31. Gráfico de distribución en el eje central (eje 7) de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada 15° de 0° a 60°) y calculados por la metodología CFE-2020 (0°).**

Por otro lado, en CFE-2020 se establecen dos casos para un ángulo de viento de  $90^\circ$ , uno con magnitudes de succión más altas que el otro. El caso 1, el que tiene una succión más alta, tiene un error medio más bajo que el caso 2; esto se muestra en la Figura 32.

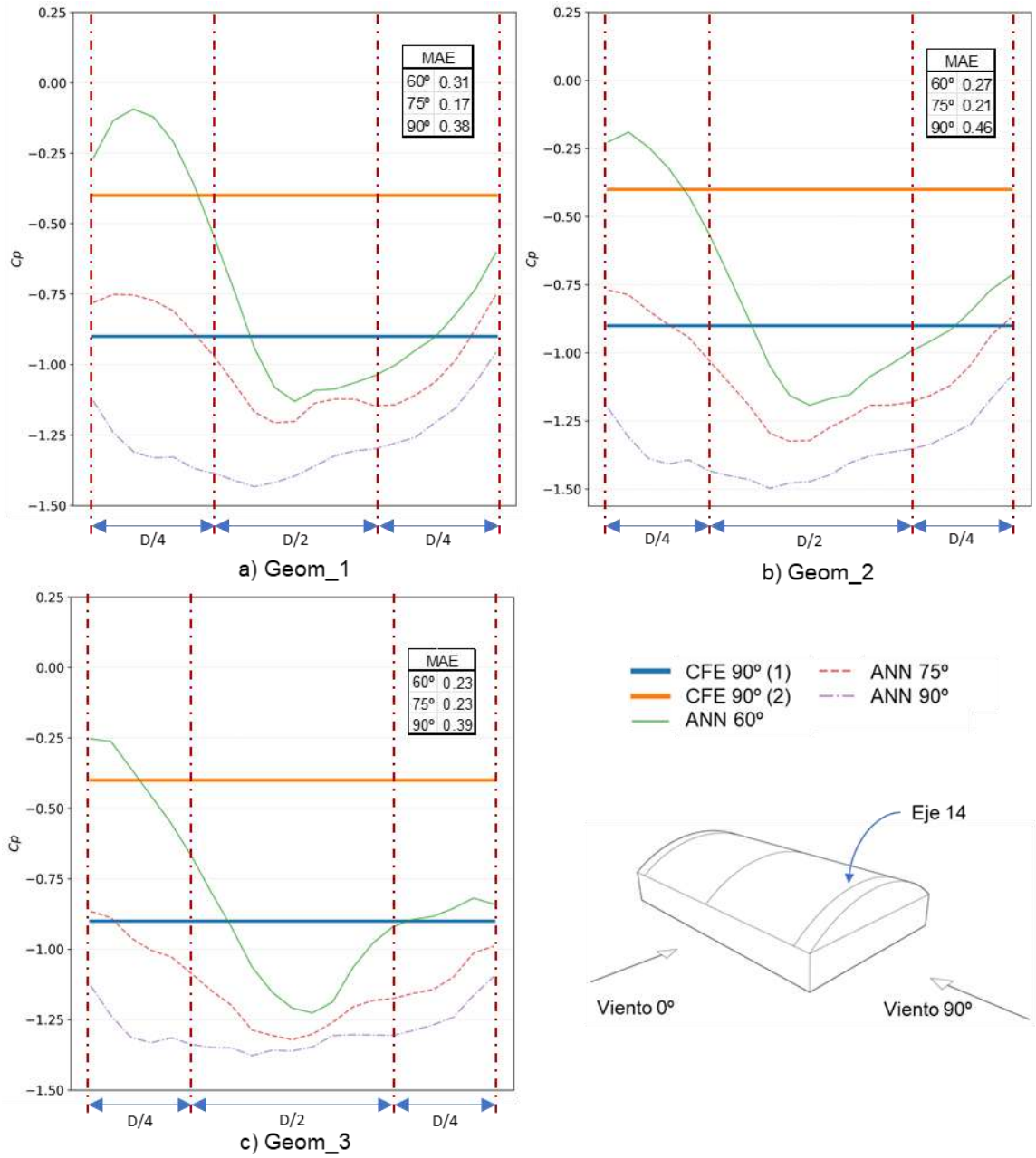


**Figura 32. Gráfico de distribución de  $C_p$  en todos los ejes obtenidos por ANN (a cada  $15^\circ$  de  $60^\circ$  a  $90^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $90^\circ$ ) (todas las geometrías).**

En la Tabla 24, se observan dos situaciones diferentes para los casos CFE a 90°: el caso 1 muestra valores pequeños de MAE en las geometrías con mayor altura (Geom\_1 con  $H = 36$  m), pero se observa que esta diferencia crece conforme la altura de las estructuras es más baja (Geom\_6 con  $H = 9.33$  m); el caso 2 muestra una tendencia inversa, donde las geometrías con mayor altura presentan un MAE más alto, disminuyendo un poco para alturas menores, pero manteniendo valores altos de error.

En la Figura 32 se corrobora lo que indica la tabla de evaluación, donde se muestra como las líneas de ANN a 80° y 90° oscilan de manera cercana a la línea CFE 90° caso 1, mostrando más cercanía en los casos de mayor altura, con comparación con los casos de baja altura donde se mantienen entre los dos casos. También resulta notable el incremento que sufre la presión mostrada por ANN a 80° y 90° en los ejes 13 y 14, correspondientes a los cercanos de la zona barlovento, donde estas magnitudes superan los coeficientes propuestos por el manual de CFE, volviéndose más grande esta diferencia en las geometrías de baja altura. Respecto al resto de los ejes, desde el 1 al 12, se observa que las distribuciones de la presión, aunque oscilan, se mantienen dentro del rango establecido por el manual.

Asimismo, en la Figura 33 se muestra un de manera aislada el eje más cercano al borde barlovento (eje 14), que representa la zona con diferencias más significativas. Para los casos en el eje 14, en todos los casos se encontró una diferencia del orden de 0.40 para el MAE, mostrando que la diferencia en este eje es relevante independientemente de la relación  $R/D$  para el caso a 90°.

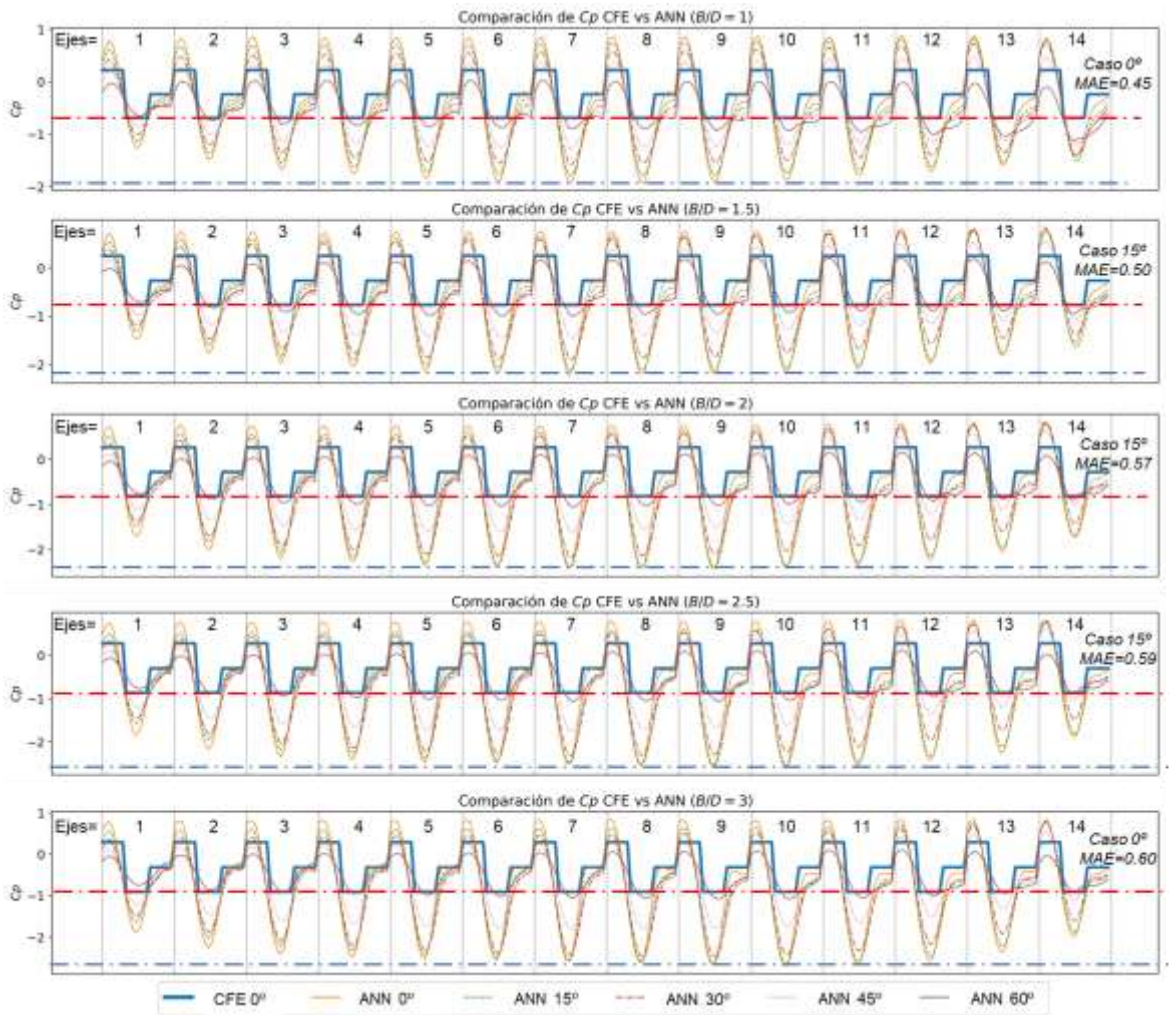


**Figura 33. Gráfico de distribución de  $C_p$  en la zona barlovento de la cubierta (eje 14) obtenidos por ANN (a cada  $15^\circ$  de  $60^\circ$  a  $90^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $90^\circ$ ).**

Por último, se realizó una última comparativa para evaluar el impacto de la relación  $B/D$  en ambas metodologías, ya que el manual interviene este valor al

calcular los coeficientes de presión como un factor que amplifica los coeficientes conforme esta relación largo-ancho crece. Esta comparación se realizó únicamente para la dirección de viento a  $0^\circ$  en CFE, y de  $0^\circ$  a  $60^\circ$  para la predicción ANN. En este caso no se contemplaron los casos cercanos a  $90^\circ$  debido a que en los resultados anteriores se encontró que la presión se estabiliza a medida que la longitud crece.

En la Figura 34 se muestra la distribución de los puntos obtenidos por ambas metodologías. En ella se incluyen algunas líneas de apoyo para visualizar los puntos máximos de presión; con ello, se vuelve perceptible que la diferencia entre ambas metodologías incrementa a medida que la relación  $B/D$  crece. Sin embargo, el crecimiento en la magnitud de la succión se vuelve relativamente estable para las relaciones de  $B/D = 2$  en adelante, ya que los cambios más súbitos se presentan al cambiar  $B/D$  de 1 a 2.



**Figura 34. Gráfico de distribución de  $C_p$  obtenidos por ANN (a cada  $15^\circ$  de  $0^\circ$  a  $60^\circ$ ) y calculados por la metodología CFE-2020 ( $0^\circ$ ) para Geom\_1 con diferentes relaciones  $B/D$ .**

Debido a que este aumento en la magnitud de las succiones ocurre en ambos métodos, se hizo uso del  $MAE$  para evaluar si ambos métodos crecen de manera proporcional manteniendo estable su diferencia o si aumenta. Esto se puede observar en la Tabla 25, donde primero se muestra que tienen un coeficiente  $r$  cercano a 0.90 en todos sus casos, por lo que la correlación entre ambos no cambia de manera drástica. Sin embargo, es notable que el error o la diferencia entre ambas metodologías sí se ve afectada por la relación de longitudes  $B/D$ , incrementando el

MAE conforme esta relación incrementa. Sin embargo, al igual que en las gráficas, el aumento es mayor cuando la relación  $B/D$  realiza una transición de 1 a 2, aumentando de 0.45 a 0.55 para ANN a  $0^\circ$ , comparado con un incremento 50% menor en la transición de 2 a 3.

**Tabla 25. Métricas de evaluación comparando metodología CFE y predicciones ANN de  $C_p$  para distintas relaciones  $B/D$**

Métrica estadística	Ángulo de viento (ANN)	CFE viento a $0^\circ$				
		B/D = 1	B/D = 1.5	B/D = 2	B/D = 2.5	B/D = 3
$r$	$0^\circ$	0.91	0.90	0.89	0.88	0.87
	$0^\circ$	0.45	0.49	0.55	0.58	0.60
MAE	$15^\circ$	0.45	0.50	0.57	0.59	0.60
	$30^\circ$	0.40	0.47	0.52	0.54	0.56
	$45^\circ$	0.31	0.34	0.36	0.38	0.39
	$60^\circ$	0.32	0.26	0.27	0.27	0.27
	$60^\circ$	0.32	0.26	0.27	0.27	0.27

De manera general, en esta evaluación se destacaron los siguientes puntos importantes:

- Se encontraron altas correlaciones entre las metodologías, lo que indica que la distribución de los  $C_p$  coincide en ambos casos
- Aunque las metodologías siguen un mismo patrón de distribución, la magnitud de los valores de  $C_p$  obtenidos por CFE son generalmente menores que los obtenidos por ANN
- Para CFE con viento a  $0^\circ$ :
  - Se encontraron valores de MAE mayores para relaciones  $R/D$  altas
  - Los ángulos intermedios entre  $0^\circ$  y  $60^\circ$  de la ANN siguen mostrando coeficientes más altos para succión y empuje, pero con patrones de distribución diferentes
  - Los patrones de  $15^\circ$  y  $30^\circ$  de la ANN reducen ligeramente los picos de succión en la cumbre y de empuje en la cara barlovento respecto al ángulo de  $0^\circ$  para relaciones  $R/D$  de  $1/2$  y  $1/3$ , pero aumenta considerablemente la succión en la zona sotavento, por lo que, en

efecto global, podrían ser los efectos más desfavorables de cargas durante las etapas de diseño de una estructura.

- La metodología mantiene una distribución de  $C_p$  constante en todos los ejes de la estructura, mientras que los  $C_p$  de la ANN muestran un aumento en su magnitud de succión en los ejes centrales (entre los ejes 5 y 10) para la mayoría de las geometrías
- Con la ANN se encontraron valores de  $C_p$  positivos muy altos en comparación con CFE en la zona barlovento de la cubierta para relaciones  $R/D$  altos, manteniéndose constantes a lo largo de todos los ejes
- La relación  $B/D$  tiene un impacto relevante en la diferencia de las metodologías, aumentando un 22% el error cuando  $B/D = 2$  y hasta un 33% cuando  $B/D = 3$  respecto a los valores obtenidos para esta relación igual a 1.
- Para CFE con viento a  $90^\circ$ :
  - Se obtuvieron correlaciones ligeramente menores que a  $0^\circ$  para los dos casos de viento a  $90^\circ$ , esto probablemente debido a que la distribución de  $C_p$  para CFE no tiene tanta variabilidad como la distribución obtenida por ANN
  - En los ejes 13 y 14 (cerca a barlovento para viento a  $90^\circ$ ), la ANN muestra succiones significativamente mayores a los resultados de CFE, aumentando la diferencia para estructuras con alturas menores, reflejándose también un aumento de MAE para alturas más bajas para el caso 1 de CFE a  $90^\circ$
  - El caso 2 de CFE a  $90^\circ$  muestra diferencias mayores que el caso 1 respecto a los resultados predichos por ANN
  - En las gráficas se puede interpretar ambos casos de CFE como una envolvente que cubre las distribuciones de presión predicha por ANN, cubriendo bien la mayor parte de los ejes con excepción de los ejes 13 y 14

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con base en los resultados obtenidos en esta investigación, se concluyó que la hipótesis planteada inicialmente es válida, ya que las predicciones de coeficientes de presión ( $C_p$ ) obtenidos a partir de una red neuronal artificial (ANN) entrenada con datos generados por simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD), cuya validación mostró un margen de error aceptable, en algunos casos presentaron porcentajes de error de hasta 100% respecto a la metodología propuesta en el manual de obras civiles de diseño por viento de la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

Los resultados obtenidos a partir del modelo ANN mostraron predicciones similares de  $C_p$  muy semejantes a las simulaciones CFD. Se encontró que el uso combinado de diseños de experimentos de muestreo del hipercubo latino (LHS) y diseños factoriales  $2^k$  proporciona la mejor combinación de datos para entrenamiento de la ANN. Asimismo, se comprobó que la validación cruzada en el entrenamiento de ANN proporciona una mejor generalización, aun con poca cantidad de datos. Por último, se demostró que, aunque el manual de diseño de CFE proporciona un método simplificado que se asemeja bastante al comportamiento obtenido por la ANN, suele proporcionar valores de  $C_p$  con magnitudes considerablemente menores, por lo que podría estar subestimando las cargas aplicadas a las estructuras en algunos casos.

En este estudio se limitó a explorar las variables geométricas de la tipología de estructura estudiada, así como el ángulo de incidencia del viento, con lo que la ANN pudo ser capaz de aprender la influencia de estas variables en la respuesta del viento. Sin embargo, no se contemplaron variables físicas en las propiedades del viento y la influencia que puede tener en la distribución de las presiones, ya que el aumento en las variables de estudio incrementa también el número de simulaciones requeridas para el entrenamiento.

Por lo tanto, para investigaciones futuras se recomienda tener en cuenta estos factores de las propiedades del fluido, lo que permitiría una caracterización del fenómeno más realista y tener un mejor entendimiento de la interacción del fluido con la estructura y los efectos sobre la misma. Asimismo, se recomienda explorar otros algoritmos de regresión en problemas similares, buscando modelos más precisos o una eficiencia en el uso de los datos de entrenamiento, reduciendo la cantidad de simulaciones necesarias para obtener predicciones aceptables.

## REFERENCIAS

- Acevedo, E., Serna, A., & Serna, E. (2017). Principios y características de las redes neuronales artificiales. En *DESARROLLO E INNOVACIÓN EN INGENIERÍA* (pp. 173–183).
- Akiba, T., Sano, S., Yanase, T., Ohta, T., & Koyama, M. (2019). *Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework* (arXiv:1907.10902). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.10902>
- Alam, F. M., McNaught, K. R., & Ringrose, T. J. (2004). A comparison of experimental designs in the development of a neural network simulation metamodel. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 12(7), 559–578. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2003.10.006>
- Ali, I., Hussain, T., Unar, I. N., Kumar, L., & Ahad, I. U. (2024). Turbulence model study for aerodynamic analysis of the leading edge tubercle wing for low Reynolds number flows. *Heliyon*, 10(11), e32148. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e32148>
- Bairagi, A. K., & Dalui, S. K. (2020). Forecasting of Wind Induced Pressure on Setback Building Using Artificial Neural Network. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 64(3), 751–763. <https://doi.org/10.3311/PPci.15769>
- Balbastro, G. C. (2008). *Colapso de estructuras de galpones durante tormentas severas*.

- Blackmore, P. A., & Tsokri, E. (2006). Wind loads on curved roofs. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 94(11), 833–844.  
<https://doi.org/10.1016/j.jweia.2006.06.006>
- Blazhnov, A. (2020). Static calculation of film roof of cultivation structure. *Bulletin of Belgorod State Technological University named after. V. G. Shukhov*.  
<https://doi.org/10.34031/2071-7318-2020-5-10-17-22>
- Borisut, P., & Nuchitprasittichai, A. (2023). Adaptive Latin Hypercube Sampling for a Surrogate-Based Optimization with Artificial Neural Network. *Processes*, 11(11), 3232. <https://doi.org/10.3390/pr11113232>
- Bournet, P.-E., Khaoua, S., Boulard, T., Migeon, C., & Chasseriaux, G. (2007). Effect of Roof and Side Opening Combinations on the Ventilation of a Greenhouse Using Computer Simulation. *Transactions of the ASABE*, 50, 201–212.  
<https://doi.org/10.13031/2013.22401>
- CFE, (Comisión Federal de Electricidad). (2020). *Manual de diseño de obras civiles: Diseño por viento*. omisión Federal de Electricidad, México.
- Chang, C., Shang, N., Wu, C., & Chen, C. (2008). Predicting peak pressures from computed CFD data and artificial neural networks algorithm. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31(1), 95–103.  
<https://doi.org/10.1080/02533839.2008.9671362>
- Chen, B., Wang, K., Chao, J., & Yang, Q. (2018). Equivalent Static Wind Loads on Single-Layer Cylindrical Steel Shells. *Journal of Structural Engineering*, 144(7), 04018077. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002063](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002063)

- Chen, B., & Yang, Q. S. (2013). Effects of geometrical factors on wind pressure characteristics of cylindrical roofs with wind tunnel tests. *Applied Mechanics and Materials*, 351–352, 284–289. Scopus.  
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.351-352.284>
- Chen, B., Zhong, P., Cheng, W., Chen, X., & Yang, Q. (2017). Correlation and Combination Factors of Wind Forces on Cylindrical Roof Structures. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*.  
<https://doi.org/10.1142/S0219455417501048>
- Comisión Federal de Electricidad. (2020). *Manual de Diseño de Obras Civiles: Diseño por Viento*.
- Díaz, J. M. G. (2013). Cuantificación del perfil del viento hasta 100 m de altura desde la superficie y su incidencia en la climatología eólica. *Terra. Nueva Etapa*, XXIX(46), 81–101.
- Ferziger, J. H., & Peric, M. (2012). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Science & Business Media.
- Forrester, A. I. J., Sóbester, A., & Keane, A. J. (2008). *Engineering design via surrogate modelling: A practical guide*. J. Wiley.
- Fouad, N. S., Mahmoud, G. H., & Nasr, N. E. (2018). Comparative study of international codes wind loads and CFD results for low rise buildings. *Alexandria Engineering Journal*, 57(4), 3623–3639.  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2017.11.023>
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press.  
<https://www.deeplearningbook.org/>

- Gurtin, M. E. (2009). *An introduction to continuum mechanics* (Transferred to digital printing). Acad. Press.
- Hernández, E. (2023, noviembre 8). *Reconstruirán el arco techo del Mercado Central que colapsó*. El Sol de Acapulco | Noticias Locales, Policiacas, sobre México, Guerrero y el Mundo. <https://www.elsoldeacapulco.com.mx/local/reconstruiran-el-arco-techo-del-mercado-central-que-colapso-10972760.html>
- Jha, A. K., Sinha, A., & Raj, R. (2022). Effect of wind loads on low-rise pitched and circular arch roof structures: A comparative study based on numerical simulation. *Civil Engineering and Architecture*, 10(3), 1129–1141. <https://doi.org/10.13189/cea.2022.100329>
- Khalil, I., & Lakkis, I. (2023). *Computational fluid dynamics: An introduction to modeling and applications* (1a ed.). McGraw Hill.
- Kim, R., Lee, I., & Kwon, K. (2017). Evaluation of wind pressure acting on multi-span greenhouses using CFD technique, Part 1: Development of the CFD model. *Biosystems Engineering*, 164, 235–256. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2017.09.008>
- Kleijnen, J. P. C. (Ed.). (2008). *Design and Analysis of Simulation Experiments*. Springer Science+Business Media, LLC. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-71813-2>
- Lamberti, G., & Gorlé, C. (2021). A multi-fidelity machine learning framework to predict wind loads on buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 214, 104647. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2021.104647>

- Larranaga, P., Inza, I., & Moujahid, A. (2019). *Tema 8. Redes Neuronales*.
- Lateb, M., Masson, C., Stathopoulos, T., & Bédard, C. (2013). Comparison of various types of  $k$ - $\epsilon$  models for pollutant emissions around a two-building configuration. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, *115*, 9–21. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2013.01.001>
- Li, L., Jamieson, K., DeSalvo, G., Rostamizadeh, A., & Talwalkar, A. (2018). *Hyperband: A Novel Bandit-Based Approach to Hyperparameter Optimization* (arXiv:1603.06560). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1603.06560>
- Li, Y. Q., Tamura, Y., Yoshida, A., Katsumura, A., & Cho, K. (2006). Wind loading and its effects on single-layer reticulated cylindrical shells. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, *94*(12), 949–973. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2006.04.004>
- Mckay, M., Beckman, R., & Conover, W. (1979). A Comparison of Three Methods for Selecting Vales of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. *Technometrics*, *21*, 239–245. <https://doi.org/10.1080/00401706.1979.10489755>
- Mejía, E., & Orozco, W. (2016). Uso de redes neuronales artificiales para mejorar el tránsito en las vías. *Revista Científica y Tecnológica UPSE*, *3*, 61. <https://doi.org/10.26423/rctu.v3i2.152>
- Menacho Chiok, C. H. (2014). Modelos de regresión lineal con redes neuronales. *Anales Científicos*, *75*(2), 253–260.
- Meng, F.-Q., He, B.-J., Zhu, J., Zhao, D.-X., Darko, A., & Zhao, Z.-Q. (2018). Sensitivity analysis of wind pressure coefficients on CAARC standard tall

- buildings in CFD simulations. *Journal of Building Engineering*, 16, 146–158.  
<https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2018.01.004>
- Mostafa, K., Zisis, I., & Moustafa, M. A. (2022). Machine Learning Techniques in Structural Wind Engineering: A State-of-the-Art Review. *Applied Sciences*, 12(10), Article 10. <https://doi.org/10.3390/app12105232>
- Murphy, K. P. (2012). *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. MIT Press.
- Oro, J. M. F. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos: Introducción a la dinámica de fluidos computacional (CFD) por el método de volúmenes finitos*. Reverte.
- Pulido, H. G., & Salazar, R. de la V. (2012). *Análisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill.
- Qiu, Y., Sun, Y., Wu, Y., & Tamura, Y. (2014). Modeling the mean wind loads on cylindrical roofs with consideration of the Reynolds number effect in uniform flow with low turbulence. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 129, 11–21. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2014.02.011>
- Richards, P. J., & Hoxey, R. P. (1993). Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the k- $\epsilon$  turbulence model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46–47, 145–153.  
[https://doi.org/10.1016/0167-6105\(93\)90124-7](https://doi.org/10.1016/0167-6105(93)90124-7)
- Rong, G., Li, K., Su, Y., Tong, Z., Liu, X., Zhang, J., Zhang, Y., & Li, T. (2021). Comparison of Tree-Structured Parzen Estimator Optimization in Three Typical Neural Network Models for Landslide Susceptibility Assessment. *Remote Sensing*, 13(22), 4694. <https://doi.org/10.3390/rs13224694>

- San, B., Xu, C., & Qiu, Y. (2019). Three-Dimensional Aerodynamic Optimization of Single-Layer Reticulated Cylindrical Roofs Subjected to Mean Wind Loads. *Advances in Civil Engineering*, 2019(1), 4156319. <https://doi.org/10.1155/2019/4156319>
- Saravanan, R., & Sujatha, P. (2018). A State of Art Techniques on Machine Learning Algorithms: A Perspective of Supervised Learning Approaches in Data Classification. *2018 Second International Conference on Intelligent Computing and Control Systems (ICICCS)*, 945–949. <https://doi.org/10.1109/ICCONS.2018.8663155>
- Sharma, D., Raj, R., & Pal, S. (2023). Effects of roof shapes on wind pressure distribution of multi-span low-rise buildings. *Proceedings of International Structural Engineering and Construction*, 10(1). [https://doi.org/10.14455/ISEC.2023.10\(1\).STR-19](https://doi.org/10.14455/ISEC.2023.10(1).STR-19)
- Tominaga, Y., Mochida, A., Yoshie, R., Kataoka, H., Nozu, T., Yoshikawa, M., & Shirasawa, T. (2008). AIJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10), 1749–1761. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2008.02.058>
- Vázquez, M. (2018, enero 29). *Tras fuertes vientos, cae parte del techo de una escuela primaria en Lerma*. El Sol de Toluca | Noticias Locales, Policiacas, sobre México, Edomex y el Mundo. <https://www.elsoldetoluca.com.mx/local/tras-fuertes-vientos-cae-parte-del-techo-de-una-escuela-primaria-en-lerma-753883.html>

- Vergara Sánchez, M. A. (1993). *Técnicas de modelación en hidráulica*. Alfaomega.
- Verma, A., & Ahuja, A. K. (2015). Wind pressure distribution on low-rise buildings with cylindrical roofs. *Proceedings of International Structural Engineering and Construction*, 2(1). <https://doi.org/10.14455/ISEC.res.2015.193>
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited.
- Vesmawala, G., Desai, J., & Patil, H. (2009). Wind pressure coefficients prediction on different span to height ratios domes using artificial neural networks. *Asian Journal of Civil Engineering*, 10.
- Waibel, C., Zhang, R., & Wortmann, T. (2021). *Physics Meets Machine Learning: Coupling FFD with Regression Models for Wind Pressure Prediction on High-Rise Facades*.
- Wei, S., Zhao, C., & Sun, Q. (2023). Investigating the Non-Gaussian Property and Its Influence on Extreme Wind Pressures on the Long-Span Cylindrical Roof. *Applied Sciences*, 13(13), Article 13. <https://doi.org/10.3390/app13137691>
- Wijesooriya, K., Mohotti, D., Lee, C.-K., & Mendis, P. (2023). A technical review of computational fluid dynamics (CFD) applications on wind design of tall buildings and structures: Past, present and future. *Journal of Building Engineering*, 74, 106828. <https://doi.org/10.1016/j.jobee.2023.106828>
- Yang, W., Qi, M., Sun, Y., Mao, S., Yuan, L., Zhang, Y., & Zhang, Y. (2024). A Neural Network Modeling Method With Low-Rate Sampling for Wide Temperature Range SiC MOSFETs Application. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 71(6), 3510–3517. <https://doi.org/10.1109/TED.2024.3389628>

- Yao, J., Peng, M., Huang, J., Zhang, Q., & Zhou, Y. (2024). Numerical simulation study on wind pressure coefficient of variable cross-section arched roof. *Results in Engineering*, 21, 101844. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2024.101844>
- Zawawi, M. H., Saleha, A., Salwa, A., Hassan, N. H., Zahari, N. M., Ramli, M. Z., & Muda, Z. C. (2018). A review: Fundamentals of computational fluid dynamics (CFD). *AIP Conference Proceedings*, 2030(1), 020252. <https://doi.org/10.1063/1.5066893>
- Zeng, M., & Tao, W. Q. (2003). A comparison study of the convergence characteristics and robustness for four variants of SIMPLE-family at fine grids. *Engineering Computations*, 20(3), 320–340. <https://doi.org/10.1108/02644400310467234>
- Zhao, D.-X., & He, B.-J. (2017). Effects of architectural shapes on surface wind pressure distribution: Case studies of oval-shaped tall buildings. *Journal of Building Engineering*, 12, 219–228. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2017.06.009>

## ANEXO 1

```

#Importar bibliotecas
import ansys.fluent.core as pyfluent
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import math
import os
import csv

#-----> GEOMETRIA <-----
# -----> Variables iniciales modificables <-----
#G_1 #Nombre referencia de corrida experimental
d =60 #Claro libre
ha=6 #Altura de muro
rc=30 #Flecha del arco
b =60 #Largo
# -----> Variables iniciales calculadas <-----
U_ref=6/np.mean([ha+rc, d/2]) #m/s Velocidad de referencia
num_planes = 14 # Número de planos longitudinales
t=0.0125 # parámetro para tamaño de malla
num_points = 21 # Número de muestras transversales en cubierta
y_0 = 0.25 #Altura de rugosidad de terreno
y_ref = 10 # Altura de referencia de viento
# Parámetros del arco circular
h_ref = ha + rc/2 #Altura de referencia de la estructura
h = ha+rc #(H)Alto total
b_d = b/d #Relación largo-ancho B/D
f_amp = (b_d-1)*0.25 + 1 #Factor de corrección de malla por alargamiento
hx = np.maximum(h, d/2) #Longitud de referencia de dominio
hm = np.mean([h, d/2]) #Longitud de referencia del mallado
s= 1/(num_planes+1) # Distancia entre planos

```

```

bm= b #Largo efectivo
z_values = [k * s * bm for k in range(1, num_planes)] # Secciones a lo
largo de la cubierta
radius = + (rc / 2) + (d**2) / (8 * rc) # Radio del arco
theta_rad = -0.017453 + 2 * math.asin(d / (2 * radius)) # Ángulo total
del arco en radianes
theta_total = math.degrees(theta_rad) # Ángulo total del arco en grados
Vel_r = (U_ref * np.log((h_ref + y_0)/y_0))/np.log((y_ref+y_0)/y_0)
#Velocidad de viento a la altura h_ref

#-----> MESHING <-----
meshing_session=pyfluent.launch_fluent(precision="double",
processor_count=8, mode="meshing", show_gui=True)
workflow= meshing_session.workflow
meshing=meshing_session.meshing
#Tipo de trabajo y unidades
workflow.LoadWorkflow(FilePath=r'C:/dirección_disco_local/workflow_G.wft'
) # Flujo de trabajo de mallado (se precarga un flujo previamente
establecido, similar a watertight por defecto pero incluye refinamiento
local)

#Importación de geometría
workflow.TaskObject['Import
Geometry'].Arguments.set_state({r'FileName':r' C:/dirección_disco_local
/Geometry/G_1.sdoc', r'LengthUnit': r'm',})
workflow.TaskObject['Import Geometry'].Execute()

# Mallado local
workflow.TaskObject['Add Local Sizing'].Arguments.set_state({r'AddChild':
r'yes',r'BOIFaceLabelList': [r'wall_s'],r'BOIGrowthRate':
1.15,r'BOISize': t*hm*f_amp,})
workflow.TaskObject['Add Local Sizing'].AddChildAndUpdate()
# Refinamiento local de mallado
workflow.TaskObject['Create Local Refinement
Regions'].Arguments.set_state({r'BOIMaxSize':
5*t*hm*f_amp,r'BOISizeName': r'boi_1',r'BoundingBoxObject':
{r'SizeRelativeLength': r'Ratio relative to geometry
size',},r'CreationMethod': r'Offset Surface',r'LabelSelectionList':

```

```

[r'wall_s'],r'OffsetObject': {r'BoundaryLayerHeight':
hm,r'BoundaryLayerLevels': 1,r'WakeLevels':0}})
workflow.TaskObject['Create Local Refinement
Regions'].AddChildAndUpdate()
# Generación de mallado de superficie
workflow.TaskObject['Generate the Surface
Mesh'].Arguments.set_state({r'CFDSurfaceMeshControls':
{r'CurvatureNormalAngle': 5,r'GrowthRate': 1.15,r'MaxSize':
30*t*hx,r'MinSize': t*hm*f_amp,r'ScopeProximityTo': r'faces-and-
edges',},r'ExecuteShareTopology': r'Yes',r'OriginalZones': [r'enclosure-
enclosure', r'outlet', r'inlet', r'wall_e', r'wall_s',
r'wall_r',r'wall_g'],})
workflow.TaskObject['Generate the Surface Mesh'].Execute()
#Descripción de geometría y topología
workflow.TaskObject['Describe
Geometry'].Arguments.set_state({r'SetupType': r'The geometry consists of
both fluid and solid regions and/or voids',})
workflow.TaskObject['Describe Geometry'].Execute()
workflow.TaskObject['Apply Share Topology'].Execute()
# Definición de condiciones de frontera
workflow.TaskObject['Update Boundaries'].Execute()
workflow.TaskObject['Create Regions'].Execute()
workflow.TaskObject['Update Regions'].Execute()
# Definición de capa límite
workflow.TaskObject['Add Boundary
Layers'].Arguments.set_state({r'FaceScope': {r'GrowOn': r'selected-
zones',},r'FirstHeight': 0.04*t*hm*f_amp,r'LocalPrismPreferences':
{r'Continuous': r'Stair Step',},r'NumberOfLayers': 12,r'Rate':
1.15,r'OffsetMethodType': r'last-
ratio',r'TransitionRatio':0.2+(100000*t*t)*(t*t),r'ZoneSelectionList':
[r'recinto-recinto-wall_s',r'recinto-recinto-wall_s_1'],})
workflow.TaskObject['Add Boundary Layers'].AddChildAndUpdate() # Capa
límite para estructura
workflow.TaskObject['Add Boundary
Layers'].Arguments.set_state({r'FaceScope': {r'GrowOn': r'selected-
zones',},r'FirstHeight': 0.12*t*hx,r'LocalPrismPreferences':
{r'Continuous': r'Stair Step',},r'NumberOfLayers': 12,r'Rate':
1.15,r'OffsetMethodType': r'last-ratio',r'TransitionRatio':
0.2+(100000*t*t)*(t*t),r'ZoneSelectionList': [r'wall_g'],})

```

```

workflow.TaskObject['Add Boundary Layers'].AddChildAndUpdate() # Capa
límite para dominio
#Mallado volumétrico
workflow.TaskObject['Generate the Volume
Mesh'].Arguments.set_state({r'MeshSolidRegions': False,r'VolumeFill':
r'poly-hexcore',r'VolumeFillControls': {r'PeelLayers': 2,}})
workflow.TaskObject['Generate the Volume Mesh'].Execute()
#Mejora de mallado volumétrico
workflow.TaskObject['Improve Volume
Mesh'].Arguments.set_state({r'CellQualityLimit':
0.5,r'VMImprovePreferences': {r'ShowVMImprovePreferences':
False,r'VIQualityIterations': 20,r'VIQualityMinAngle':
10,r'VIgnoreFeature': r'no',},})
workflow.TaskObject['Improve Volume Mesh'].Execute()
#Guardar archivo de mallado
meshing_session.tui.file.write_mesh("C:/dirección_disco_local
/Solver_data/G_1.msh.h5")

#-----> SOLVER <-----
#Configuración general
solver_session= meshing_session.switch_to_solver()
solver_session.setup.general.gravity.enable=True
solver_session.setup.general.gravity.components.set_state([0, -9.81,0])
#-----> Modelo de turbulencia <-----
solver_session.setup.models.viscous.model="k-epsilon"
solver_session.setup.models.viscous.k_epsilon_model="realizable"
solver_session.setup.models.viscous.near_wall_treatment.set_state(wall_fu
nction='enhanced-wall-treatment')
solver_session.setup.boundary_conditions.velocity_inlet.set_state({'inlet
': {'ke_spec': 'K and Epsilon'}})
#-----> Variables de perfil de entrada de viento <-----
solver_session.setup.reference_values.set_state({'velocity': Vel_r})
solver_session.setup.named_expressions.create(name="U_ref")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'U_ref': {'definition':
f'{U_ref}[m/s]'}})
solver_session.setup.named_expressions.create(name="y_ref")

```

```

solver_session.setup.named_expressions.set_state({'y_ref':
{'definition':f'{y_ref}[m]'}})
#Parámetro de rugosidad del terreno
solver_session.setup.named_expressions.create(name="y_0")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'y_0': {'definition':
f'{y_0}[m]'}})
#Velocidad de fricción
solver_session.setup.named_expressions.create(name="u_fricc")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'u_fricc':
{'definition': '(0.41*U_ref)/(log((y_ref+y_0)/(y_0)))'}})
#Definición del perfil de viento
solver_session.setup.named_expressions.create(name="vel_func_inlet")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'vel_func_inlet':
{'definition': '(u_fricc/0.41)*log((y+y_0)/(y_0))'}})
#Definición función k (turbulent Kinetic Energy)
solver_session.setup.named_expressions.create(name="k_func_inlet")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'k_func_inlet':
{'definition': '(u_fricc^2)/(sqrt(0.09))'}})
#Definición función epsilon (turbulent dissipation rate)
solver_session.setup.named_expressions.create(name="epsilon_func")
solver_session.setup.named_expressions.set_state({'epsilon_func':
{'definition': '(u_fricc^3)/(0.41*(y+y_0))'}})
#-----> Asignar condiciones de frontera <-----
solver_session.setup.boundary_conditions.velocity_inlet.set_state({
    'inlet': {'vmag': {'value': 'vel_func_inlet'},
        'k': {'value': 'k_func_inlet'},
        'e': {'value': 'epsilon_func'}}})
#-----> Métodos de solución <-----
solver_session.solution.methods.p_v_coupling.flow_scheme="SIMPLEC"
solver_session.solution.methods.set_state({'discretization_scheme':
{'pressure': 'second-order', 'mom': 'second-order-upwind', 'k': 'second-
order-upwind', 'epsilon': 'second-order-upwind'}})
solver_session.solution.controls.under_relaxation.set_state({'pressure':
0.4, 'density': 1, 'body-force': 1.0, 'mom': 0.4, 'k': 0.4, 'epsilon':
0.4, 'turb-viscosity': 1})
solver_session.solution.initialization.initialization_type="hybrid"

```

```

solver_session.solution.initialization.set_state({'hybrid_init_options':
{'general_settings': {'iter_count': 20}}})
solver_session.solution.initialization.initialize()
#-----> Reporte de flujo de masa <-----
solver_session.tui.solve.report_definitions.add(
    "mass_flow_rep", # Nombre del reporte
    "flux-massflow", ) # Tipo de reporte
solver_session.solution.report_definitions.flux["mass_flow_rep"].zone_names = ["inlet","outlet"]
solver_session.solution.report_definitions.flux["mass_flow_rep"].average_over=50
solver_session.solution.monitor.report_plots.create(name='mass_flow_monitor')
solver_session.solution.monitor.report_plots["mass_flow_monitor"].report_defs=['mass_flow_rep']
solver_session.solution.monitor.report_plots["mass_flow_monitor"].set_state({'frequency': 50, 'frequency_of': 'iteration', 'print': True, 'title': 'mass_flow_plot', 'x_label': 'iteration', 'y_label': '', 'active': True})
#-----> Criterios de convergencia <-----
solver_session.tui.solve.monitors.residual.convergence_criteria(1e-4,1e-6,1e-6,1e-4,1e-4,)
#-----> Solución <-----
solver_session.solution.run_calculation.iterate(iter_count = 2500)
#Guardar caso y datos del modelo
solver_session.file.write(file_type = "case", file_name = "C:/dirección_disco_local/Solver_data/G_1.cas.h5")
solver_session.file.write(file_type = "data", file_name = "C:/dirección_disco_local/Solver_data/G_1.dat.h5")

#-----> POSTPROCESS <-----
# Crear puntos de monitoreo en un arco circular
angles = np.linspace((np.pi-theta_rad)/2+theta_rad, (np.pi-theta_rad)/2, num_points) # Ángulos de 0 a theta_total (en radianes)
coordinates = []
point_names = []
plane_indices = []

```

```

center_x = d * 0.5 - 0.00 # Centro del arco en x
center_y = h-radius + 0.00 # Centro del arco en y

for plane_idx, z in enumerate(z_values, 1): # Índice comienza en 1 para
pointz1_*
    for i, theta in enumerate(angles):
        x = center_x + (radius * 1.00) * np.cos(theta) # x = center_x +
r * cos(theta)
        y = center_y + (radius * 1.00) * np.sin(theta) # y = center_y +
r * sin(theta)
        point_name = f"pointz{plane_idx}_{i+1}"
        coordinates.append((x, y, z))
        point_names.append(point_name)
        plane_indices.append(plane_idx)

        # Verificar si el punto está dentro del dominio
        if not (0 <= x <= d and 0 <= y <= h and 0 <= z <= b):
            print(f"Warning: Point '{point_name}' at ({x:.3f}, {y:.3f},
{z:.3f}) is outside the domain!")
            continue

        # Crear punto en Fluent usando comando TUI
        try:
            solver_session.tui.surface.point_surface(point_name, f"{x}
{y} {z}")
            print(f"Point '{point_name}' created at ({x:.3f}, {y:.3f},
{z:.3f})")
        except Exception as e:
            print(f"Error creating point '{point_name}' at ({x:.3f},
{y:.3f}, {z:.3f}): {e}")

# Calcular coeficientes de presión (Cp)
Cp_values = []
for i, point_name in enumerate(point_names):

```

```

try:
    # Crear reporte para coeficiente de presión
    solver_session.solution.report_definitions.surface[f"cp-report-
{i}"] = {
        "report_type": "surface-vertexavg",
        "surface_names": [point_name],
        "field": "pressure-coefficient"}

    # Calcular Cp
    report =
solver_session.solution.report_definitions.compute(report_defs=[f"cp-
report-{i}"])
    print(f"Report structure for {point_name}: {report}")
    if isinstance(report, list) and len(report) > 0 and
isinstance(report[0], dict):
        report_dict = report[0]
        report_key = f"cp-report-{i}"
        if report_key in report_dict and
isinstance(report_dict[report_key], list) and
len(report_dict[report_key]) > 0:
            cp = report_dict[report_key][0]
            Cp_values.append(cp)
            print(f"Cp at {point_name}: {cp:.4f}")
        else:
            raise ValueError(f"Invalid report structure or missing
key for {point_name}: {report}")
        else:
            raise ValueError(f"Unexpected report structure for
{point_name}: {report}")
    except Exception as e:
        print(f"Error computing pressure-coefficient at {point_name}:
{e}")
        Cp_values.append(np.nan)

    # Nombre para guardar archivo CSV
output_file = " C:/dirección_disco_local/Data_results/G_1.csv"

```

```
# Resultados CSV
with open(output_file, "w", newline="") as f:
    writer = csv.writer(f)
    writer.writerow(["Point", "Plane (z/b)", "Z (m)", "Angle (deg)", "X",
"Y", "Z", "Cp"])
    for i, (point_name, plane_idx, (x, y, z), theta, cp) in enumerate(
        zip(point_names, plane_indices, coordinates,
            np.tile(angles * 180 / np.pi, num_planes), Cp_values)
    ):
        writer.writerow([point_name, f"{plane_idx*0.5:.1f}", f"{z:.3f}",
f"{theta:.2f}",
                        f"{x:.3f}", f"{y:.3f}", f"{z:.3f}", f"{cp:.4f}"])
print(f"Results saved to {output_file}") #Archivos guardados

#Cerrar el solver
solver_session.exit()
```

**ANEXO 2**

```
import os
import numpy as np
import pandas as pd
import joblib
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
import optuna
import tensorflow as tf
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense, Dropout
from tensorflow.keras.callbacks import EarlyStopping
from tensorflow.keras.metrics import MeanSquaredError, MeanAbsoluteError,
RootMeanSquaredError
# 1) Datos generales
SEED = 42 # Para reproducir el experimento
np.random.seed(SEED)
tf.random.set_seed(SEED)
# Ruta al CSV con datos de entrenamiento
ruta_csv = r' C:\dirección_disco_local\ANN\Data.csv'
# Parámetros de entrenamiento fijos
TEST_SIZE = 0.20
EPOCHS = 200
PATIENCE = 10
VERBOSE = 0
n_trials=300 #Número de iteraciones de exploración

# 2) Carga del CSV y partición
df = pd.read_csv(ruta_csv)
# Seleccionar X y y por posiciones
```

```

X = df.iloc[:, 2:7].to_numpy(dtype=np.float32)
y = df.iloc[:, 7:301].to_numpy(dtype=np.float32)
# Partición entrenamiento 80% - validación y prueba 20%
X_train, X_vyt, y_train, y_vyt = train_test_split(X, y,
test_size=TEST_SIZE, random_state=SEED, shuffle=True)
# Partición validación 10% y prueba 10%
X_test, X_val, y_test, y_val = train_test_split(X_vyt, y_vyt,
test_size=0.5, random_state=SEED, shuffle=True)
# Escalado Min-Max
scaler_X = MinMaxScaler()
scaler_Y = MinMaxScaler()
X_train_scaled = scaler_X.fit_transform(X_train)
X_val_scaled = scaler_X.transform(X_val)
y_train_scaled = scaler_Y.fit_transform(y_train)
y_val_scaled = scaler_Y.transform(y_val)
#Guardar escalado
joblib.dump(scaler_X, "scaler_X3.pkl")
joblib.dump(scaler_Y, "scaler_Y3.pkl")

# 3) Creación y entrenamiento del modelo (para Optuna)
def create_and_train_model(trial):
    # Hiperparámetros a explorar
    num_layers = trial.suggest_int("num_layers", 1, 5) #Capas ocultas
    learning_rate = trial.suggest_loguniform("learning_rate", 1e-4, 1e-2)
#Tasa de aprendizaje
    batch_size = trial.suggest_categorical("batch_size", [8, 16, 32])
#Tamaño de lote
    # Nodos de capas ocultas
    layers = []
    for i in range(num_layers):
        n_units = trial.suggest_int(f"n_units_l{i+1}", 60, 315)
        dropout_rate = trial.suggest_float(f"dropout_l{i+1}", 0.0, 0.5)
        layers.append((n_units, dropout_rate))

```

```

# Construcción del modelo
model = Sequential()
model.add(Dense(layers[0][0], activation="relu",
input_shape=(X_train_scaled.shape[1],)))
if layers[0][1] > 0:
    model.add(Dropout(layers[0][1]))
for l in layers[1:]:
    model.add(Dense(l[0], activation='relu'))
    if l[1] > 0:
        model.add(Dropout(l[1]))
    model.add(Dense(y_train_scaled.shape[1]))
model.compile(optimizer=tf.keras.optimizers.Adam(learning_rate=learning_r
ate),loss='mse',metrics = [MeanAbsoluteError(), MeanSquaredError(),
RootMeanSquaredError()])
# EarlyStopping para evitar sobreajuste
early_stop = EarlyStopping(monitor='val_loss', patience=PATIENCE,
restore_best_weights=True)
# Entrenamiento de ANN
history = model.fit(
    X_train_scaled, y_train_scaled,
    validation_data=(X_val_scaled, y_val_scaled),
    epochs=EPOCHS,
    batch_size=batch_size,
    callbacks=[early_stop],
    verbose=0)
# Obtener la mejor val_loss
val_loss = min(history.history['val_loss'])
return val_loss

# 4) Optimización Bayesiana con Optuna
study = optuna.create_study(direction="minimize")
study.optimize(create_and_train_model, n_trials)
# Mejor configuración de la exploración
for key, value in study.best_params.items():
    print(f"{value}")

```