

Universidad Autónoma de Querétaro
Facultad de Ingeniería
Maestría en Ciencias

DISEÑO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE UNA BÓVEDA RETICULAR DE
CRISTAL POLIEDRICO BAJO UN MODELO DE OPTIMIZACION

Opción de titulación
Tesis o Publicación de artículos

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de
Maestría en Ciencias

Presenta:

Ing. Joaquín Noriega Jiménez

Dirigido por:

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel

Dr. Jaime Moisés Horta Rangel
Presidente

Dra. María de la Luz Pérez Rea
Secretario

Dra. Teresa López Lara
Vocal

Dr. Juan Bosco Hernández Zaragoza
Suplente

Dr. Marco Montiel Noriega
Suplente



Dr. Aurelio Domínguez Gonzales
Director de la Facultad



Firma

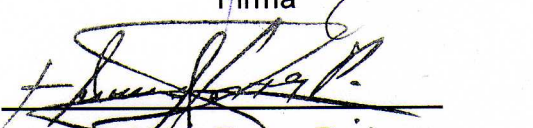


Firma

Firma



Firma

Firma

Dr. Ineco Torres Pacheco
Director de Investigación y Posgrado

La presente obra está bajo la licencia:
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



CC BY-NC-ND 4.0 DEED

Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

Usted es libre de:

Compartir — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciante no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

Bajo los siguientes términos:



Atribución — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.



NoComercial — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



SinDerivadas — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

No hay restricciones adicionales — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

Avisos:

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.

Resumen

En este trabajo se propone una estructura ligera que se podría clasificar como bóveda reticular con la distinción de que en esta estructuración todos los elementos y uniones son iguales lo cual facilita su fabricación y montaje. Para demostrar su aplicabilidad se generó una rutina en Fortran para generar la geometría necesaria para cumplir con un problema dado y posteriormente generar el análisis de cargas gravitacionales vía elemento finito. Posteriormente se generó otro modelo en RAM ELEMENTS para verificar la inestabilidad del sistema y generar un análisis por cargas de viento. Y por último se generó un modelo físico para comprender a detalle la fabricación y montaje de dicha estructura.

Summary

In this paper we propose a lightweight structure that could be classified as reticular dome with the distinction that in this structure the elements and joints could be the same which facilitates manufacture and assembly. To demonstrate its applicability was generated in fortran routine to generate the geometry necessary to comply with a given problem and subsequent mind generate gravitational loads analysis via finite element. Later generate mind another model in RAM ELEMENTS to verify system instability and generate wind loads analysis. And finally generated a physical model to understand in detail the manufacture and assembly of this structure.

Dedicatoria

Dedico este trabajo:

A mi familia que siempre estuvo apoyándome en la realización de mis estudios.

A mis profesores que siempre estuvieron para fomentar mi curiosidad. En especial al Dr. Horta que estuvo al pendiente de mi trabajo de investigación y que una guía extraordinaria para la finalización de este trabajo.

A mis amigos que siempre me ayudaron para recuperar los ánimos en los momentos más difíciles de mi vida.

A mi Madre y a mi Padre†

Agradecimientos

Agradezco la ayuda de todos los que colaboraron para la realización de este trabajo no solo a los que aportaron conocimientos técnicos sino a todos los que estuvieron apoyándome durante todo mi estudio de maestría. Familia, Maestros y Amigos (Lamentablemente no los puedo citar a todo uno por uno porque me dirían que los pusiera en un apéndice)

Índice

Resumen	1
Summary	2
Dedicatoria	3
Agradecimientos	4
Índice.....	5
Índice de Figuras	6
1.- Introducción.....	9
1.1.-Antecedentes	9
1.2.-Hipótesis	10
1.3.-Objetivos	10
1.3.1.-Objetivos General	10
1.3.2.-Objetivos particulares	10
2.-Revisión literaria.....	11
2.1.-R. Buckminster Fuller	11
2.2.-Fullerenos	16
2.3.-Sistemas estructurales parecidos.....	18
2.3.1.-Mallas espaciales	18
2.3.2.-Estructuras Espaciales De Simple Curvatura.....	21
2.3.3.-Estructuras Espaciales De Doble Curvatura	23
2.4.-Inestabilidad.....	25
2.4.1.-Inestabilidad Local.....	26
2.4.2.-Inestabilidad Del Sistema	35
2.5.-Cargas aplicadas	38
2.5.1.-Cargas gravitacionales	39

2.6.-Análisis	40
2.6.1.-Metodo de rigideces.....	40
3.6.2.-Metodo de elemento finito.....	40
2.7.-Modelos a escala.....	41
3.-Metodología.....	45
3.1 Descripción de la geometría.....	45
3.2 Modelos numéricos	47
3.2.1 Primer modelo numérico.....	47
3.2.2 Segundo modelo numérico.....	54
3.2.3 Tercer modelo numérico	57
3.2.3 Modelo físico	58
4.-Resultados.....	60
4.1.-Primer modelo numérico	60
4.1.1.-Problema particular.....	60
4.1.2.- Resultados.....	60
5.- Conclusiones.....	67
Anexos.....	68

Índice de Figuras

FIG. 1.1.- PABELLÓN DE LOS ESTADOS UNIDOS EN LA FERIA MUNDIAL DE 1967 EN MONTREAL 1	10
FIG. 2.1 HUTCHINSON COUNTY ALUMINUM DOME	13
FIG.2.2.- LA “ASM INTENATINAL DOME” EN BURTON, OHIO	14
FIG.2.3.- EL “CLIMATRON CONSERVATORY” EN ST. LUIS, MISSORI	15
FIG.2.4.- EL “UNION TANK CAR COMPANY DOME” EN BATON ROUGE, LOUISIANA	16

FIG.2.5.- EL “WOOD RIVER DOME” EN WOOD RIVER, ILLINOIS.....	16
FIG.2.6.- LA “WORLD’S FAIR AVIARY”, ZOOLOGICO DE QUEENS, NEW YORK	17
FIG.2.7. SEMEJANZA ENTRE LOS FULLERENOS Y LAS CÚPULAS DE BUCKMINSTER FULLER	18
FIG. 2.8 CONFORMACIÓN DE CRISTALES DEL PANAL DE ABEJAS	19
FIG. 2.9 MALLA ESPACIAL DE BASE CUADRADA	20
FIG. 2.10 MALLA ESPACIAL DE BASE CUADRADA GIRADA 45 °	20
FIG. 2.11 MALLA ESPACIAL CON BASE TRIANGULAR	21
FIG. 2.12 MALLA ESPACIAL CON BASE TRIANGULAR REFORZADA	22
FIG. 2.13 MALLA ESPACIAL DE BÓVEDAS	22
FIG. 2.14 MALLA ESPACIAL DE BÓVEDA LAMINAR REFORZADA.	23
2.15 MALLA ESPACIAL DE BÓVEDA EN RINCÓN DE CLAUSTRO	23
FIG. 2.16 CÚPULA GEODÉSICA	24
FIG. 2.17 CÚPULA DE PARALELOS	25
FIG. 2.18. CÚPULA DE PARALELOS LAMINAR.	26
FIG. 2.19 REPRESENTACIÓN DE INESTABILIDAD	27
FIG. 2.20 RESULTADO DE LA ECUACIÓN DE INESTABILIDAD PARA UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA EN EXTREMOS.	31
FIG. 2.21 MODELO REOLÓGICO DE INESTABILIDAD CON UN SOLO GRADO DE LIBERTAD	31
FIG. 2.22 REPRESENTACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS Y ROTACIONES CAUSANTES DE INESTABILIDAD	38
FIG. 3.1 MODELO DE NANOTUBO DE CARBONO	46
FIG. 3.2. PIEZAS BÁSICAS DEL SISTEMA	47
FIG. 3.3 CRISTAL TÍPICO DEL SISTEMA.....	47
FIG. 3.4 CONFORMACIÓN DEL SISTEMA	48
FIG. 3.5 DIAGRAMA DE FLUJO DEL MODELO 1	49
FIG.. 3.6 POSIBLES CASOS DE LA GEOMETRÍA	51
FIG. 3.7 REPRESENTACIÓN DEL ELEMENTO BEAM 188 (ANSYS HELP)	54
FIG. 3.7 TIPOS DE ELEMENTO PARA EL BEAM 188 (ANSYS HELP)	55
FIG. 3.8 CARACTERÍSTICAS DEL TIPO T	55
FIG. 3.9 BARRA TIPO DEL SISTEMA ESTRUCTURAL PROPUESTO	59
FIG. 3.10. UN CRISTAL BÁSICO DEL SISTEMA.	60
3.11 UN ARCO DEL SISTEMA.	61
FIG. 4.1 GEOMETRÍA DEL PROBLEMA PARTICULAR	62
FIG. 4.2.- DEFORMACIONES DE LA ESTRUCTURA	63
FIG. 4.3.-CORTANTE EN Y DE LA ESTRUCTURA	64
FIG. 4.4.-CORTANTE EN Z DE LA ESTRUCTURA	64
FIG. 4.5.-MOMENTOS EN X DE LA ESTRUCTURA	65

FIG. 4.6.-MOMENTOS EN Y DE LA ESTRUCTURA	65
FIG. 4.7 MOMENTOS EN Z DE LA ESTRUCTURA	66
FIG.4.8 FUERZAS AXIALES DE LA ESTRUCTURA	67
GRÁFICA 1 GRÁFICA NORMALIZADA DE ELEMENTOS AXIALES EN LA ESTRUCTURA.....	67
GRÁFICA 2 GRÁFICA DE PROBABILIDAD DE QUE EXISTA UN VALOS DADO DE FUERZA AXIAL NORMALISADA.	68

1.- Introducción

1.1.-Antecedentes

Desde que la humanidad existe el hombre ha tratado de resguardarse de los elementos, para lo cual se dedicó a construir distintas cubiertas, comenzando con las más primitivas como las primeras chozas hechas hacia el inicio del Neolítico (Ramon 2005) donde se colocaban troncos de manera muy rudimentaria, huesos y pieles de animales. Después se fueron mejorando los acomodos de los elementos para lograr cubrir espacios más amplios, pero seguían siendo muy vulnerables a las fuerzas de la naturaleza por lo que se empezaron a buscar otras soluciones y otros materiales.

Aún cuando existen soluciones muy simples para crear elementos verticales, como columnas y muros de carga, los elementos que cubren un claro entre los soportes es mucho más complicado desde todos los puntos de vista y ese ha sido el mayor reto para los constructores a lo largo del tiempo. En el antiguo Egipto se empezaron a cubrir dichos claros con elementos de piedra creando pequeñas vigas, pero por su baja resistencia a la flexión solo se podían cubrir claros muy cortos, por lo cual las columnas tenían que estar muy cerca unas de otras, un ejemplo de esto es el Templo de Philae(López 2003, Ramon 2005) .

El siguiente gran avance se dio hasta que los romanos inventaron el arco, lo que revolucionó la construcción y permitió cubrir claros mucho más grandes, derivado de éste se pudieron diseñar las bóvedas, las cuales tenían la enorme ventaja de que los elementos se encontraban a fuerzas de compresión, lo que dejaba a la piedra como una buena solución. También los romanos innovaron con la creación de los primeros concreto y el ejemplo más claro de la fusión de estas tecnologías es el domo del Panteón(López 2003, Ramon 2005).

En épocas posteriores los bizantinos desarrollaron la pechinas, elementos estructurales con la forma de un sección triangular de una esfera que funcionaba como transición entre una base cuadrada y el domo circular. Durante el periodo gótico se

evolució hacia el arco apuntalado y a la bóveda de crucerías, que eran elementos más eficientes(López 2003, Ramon 2005).



Fig. 1.1.- Pabellón de los Estados Unidos en la feria mundial de 1967 en Montreal 1

En el siglo XVIII se comenzó a utilizar el acero dentro de la construcción, los ejemplos más claros son las obras del ingeniero Gustave Eiffel, entre sus obras principales destaca la torre que lleva su nombre (Bassegoda 1984, Ramon 2005).A principios del siglo XIX el arquitecto Richard Buckminster Fuller sorprendió al mundo con sus grandes cúpulas geodésicas(Fig. 1.1)(López 2003, Midant 2004).

1.2.-Hipótesis.

Una estructura basada en la geometría de los fullerenos es más eficiente que una estructura convencional, dado que es posible estandarizar los elementos estructurales hasta el punto de que todos los elementos sean iguales y de esta manera mitigar costo.

1.3.-Objetivos

1.3.1.-Objetivos General

Generar un sistema estructural basado en los fullerenos.

1.3.2.-Objetivos particulares.

Generar un sistema estandarizado que reduzca costos.

Generar un modelo numérico que permita el análisis, diseño y optimización.

Generar un modelo físico que permita comprobar que el modelo numérico es correcto.

2.-Revisión literaria

Se empezó la revisión literaria de las estructuras más parecidas a la que se deseaba proponer, éstas son las obras de Buckminster Fuller, por lo cual se estudió su biografía.

2.1.-R. Buckminster Fuller

Nació en Milton, Massachusetts, el 12 de julio de 1895. "Bucky", como él llegó a ser llamado, desarrolló una temprana comprensión de la naturaleza durante las excursiones familiares a la isla del Oso, Maine, donde también se familiarizó con los principios de mantenimiento de embarcaciones y la construcción.

Fuller entró en la Universidad de Harvard en 1913, pero fue expulsado. A raíz de su expulsión, trabajó en una fábrica en Canadá, donde tomó un gran interés en la maquinaria y aprendió a modificar y mejorar el equipo de fabricación. Fuller regresó a Harvard en el otoño de 1915, pero fue rechazado de nuevo.

Desde 1917 hasta 1919, Fuller sirvió en la Marina de los EE.UU., donde demostró sus aptitudes para la ingeniería con la invención de un sistema para rescatar pilotos que habían caído al agua.

Como resultado de la invención, Fuller fue nominado para recibir entrenamiento como oficial en la Academia Naval de los EE.UU., donde desarrolló su capacidad de estudiar problemas de manera integral. Desarrollando un nuevo método de producción de edificios de hormigón armado, Fuller patentó "la obtención Fuller", la primera de sus 25 patentes.

Uno de los intereses permanente de Fuller fue utilizar la tecnología para revolucionar la construcción y mejoramiento de la vivienda humana. En 1927, después de inventar una fácil construcción, aire emitido, edificio de apartamentos modulares, diseñó el Dymaxion TM House, una casa de bajo costo, producida en masa, que podrían ser trasladadas en helicóptero a su ubicación. Originalmente llamada la Casa de 4D,

Estas invenciones incluyen el coche Dymaxion, un aerodinámico vehículo de tres ruedas que podría hacer curvas extraordinariamente cerradas.

Después de 1947, una invención dominó la vida y la carrera de Fuller: la cúpula geodésica. Ligera, rentable y fácil de montar, logrando abarcar más espacio sin columnas para sostenerla que cualquier otra estructura, ya que distribuía los esfuerzos de una manera más eficiente, soportando condiciones extremadamente duras. Sobre la base de la "geometría sinérgica de Fuller," su exploración permanente de los principios de la naturaleza del diseño, la cúpula geodésica fue el resultado de sus descubrimientos revolucionarios sobre el equilibrio de fuerzas de compresión y tensión en la construcción.

En 1949 Richard Buckminster Full construyó su primera cúpula geodésica en una pequeña universidad de Carolina del Norte, el Black Mountain College, con ayuda de un grupo de estudiantes que se colgaron posteriormente de la estructura de 14 pies de diámetro sorprendiendo a todos los espectadores a partir de ese momento empieza su uso hasta la actualidad.



Fig. 2.1 Hutchinson County Aluminum Dome

Ocho años después en 1957 se construyó el “Hutchinson County Aluminum

Dome”(Fig.2.1.) en Borger, Texas. Un centro comunitario de 145 ft. de diámetro y como indica el nombre hecho de aluminio. Al año siguiente se reinauguró en Fort Worth, Texas, el teatro “Casa Mañana” que remplazaba al antiguo teatro al aire libre con uno nuevo con una gran cúpula geodésica de 145 ft.

En 1960 se inauguraron cuatro nuevas cúpulas:

La “ASM Intenatinal Dome” en Burton, Ohio (fig. 2.2). Con un diámetro de 277 ft. La sociedad americana del metal es dueña de esta cúpula hasta la actualidad y el conjunto fue nombrado monumento histórico al cumplir 50 años de existencia en la actualidad el conjunto se encuentra cerrado por mantenimiento de los edificios pero la cúpula sigue en buenas condiciones.



Fig.2.2.- La “ASM Intenatinal Dome” en Burton, Ohio

El “Climatron Conservatory” en St. Luis, Missori (Fig 2.3.). Es un conservatorio de 175 ft. que simula el clima de un bosque tropical en el cual se pueden encontrar más de 1200 especies de animales y 160000 especies de plantas de estas zonas. En 1988 sufrió una renovación retiraron los antiguos cristales hexagonales y construyendo una nueva cúpula

geodésica con cristales triangulares usando un recubrimiento de plástico multicapa. Pero la vieja estructura se mantuvo por su importancia histórica.



Fig.2.3.- El “Climatron Conservatory” en St. Luis, Missori

El “Union Tank Car Company Dome” en Baton Rouge (Fig 2.4) , Louisiana. Esta enorme cúpula de 284 ft. Le sirvió a la Unin Tank Car Company como taller para reparar docenas de carros cisternas usados para el transporte de petróleo pero en 1960 cuando cambiaron las medidas estándares de estos carros se hicieron demasiado largos para la casa de máquinas y en lugar de adecuarlo se cambio a otra locación dejando la cúpula abandonada, la cual fue vendida en 1990 y posteriormente demolida en el 2007.



Fig.2.4.- El “Union Tank Car Company Dome” en Baton Rouge, Louisiana

El “Wood River Dome” en Wood River (Fig 2.5), Illinois también pertenecía a la Union Tank Car tenía un diseño parecido pero con un diámetro de 354 ft. era mayor que la anterior.

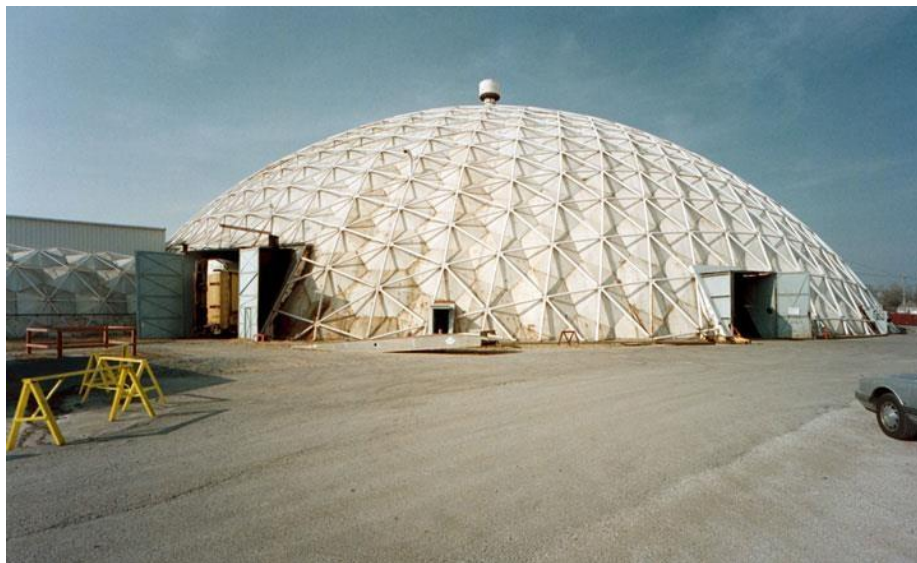


Fig.2.5.- El “Wood River Dome” en Wood River, Illinois

En 1964 se terminó la “world’s Fair Aviary” (fig. 2.6) que se encuentra en el zoológico de Queens en New York fue construida inicialmente para la feria mundial de 1964 actualmente funciona como pajarera.



Fig.2.6.- La “world’s Fair Aviary”,zoológico de Queens, New York

Tras la muerte de Fuller, cuando los químicos descubrieron que los átomos de una molécula de carbono descubierta recientemente fueron dispuestos en una estructura similar a una cúpula geodésica, que llamaron la molécula "buckminsterfullereno", “bukyesferas” y “bukytuvos”

R. Buckminster Fuller murió en Los Angeles el 01 de julio 1983.

2.2.-Fullerenos

Tras la muerte del arquitecto Richard Buckminster Fuller los químicos descubrieron cierta clase de moléculas de carbono a los cuales llamaron fullerenos en honor a Buckminster Fuller dado el parentesco que existía entre estas moléculas y sus cúpulas. Pero a la hora de comparar a detalle los trabajos de Buckminster Fuller vemos que sus cúpulas con cristal hexagonal eran de dos capas mientras que las moléculas de los

fullerenos son de una sola capa lo cual manifiesta que si estudiáramos estas configuraciones como estructuras macroscópicas los elementos no estarían solo sometidas a tensión sino que también a efectos de flexión.(Ver fig. 2.7)

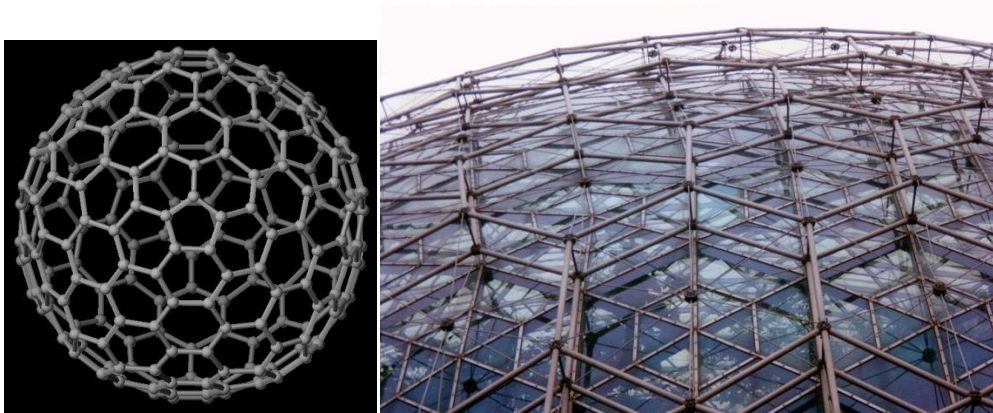


Fig 2.7. Semejanza entre los Fullerenos y las cúpulas de Buckminster Fuller

Es importante en este punto mencionar que los fullerenos no son la forma más estable del carbono, de hecho es la tercera después del diamante y el grafito pero si la podríamos definir como una molécula muy dispersa, por lo cual ocupan un gran volumen usando un número muy reducido de átomos. Si esto lo traducimos a una estructura macroscópica sería el cubrir grandes claros usando muy pocos elementos, lo cual nos daría una estructura más liviana y por lo tanto se espera que sea más eficiente.

Los fulerenos suelen ser separados en dos grandes grupos las bukyesferas y los bukytuvos.

Las bukyesferas son como su nombre lo indica moléculas con forma esférica o casi esférica dependiendo del número de moléculas con las que cuente, la más característica de estas moléculas es el C60 que se asemeja a un balón de futbol pero existen moléculas hasta de 960 átomos de carbono pero siempre cumplen con ciertas características entre las cuales resaltan que la mayoría de sus cristales son hexagonales y solo tienen 12 cristales pentagonales sin importar el número de átomos que tenga.

El otro gran grupo los bukytuvos o mejor conocidos en la actualidad como nano tubos de carbono son tubos cuya pared está formado por una placa de carbonos que forman una retícula hexagonal.

Estas formas también las podemos encontrar en los panales de las abejas (Fig 2.8) en donde tenemos la ventaja de que no solo podemos ver una estructura formada por líneas sin dimensión transversal sino que podemos ver como la sección va variando. Es decir se concentra más material en los nodos y disminuye en el centro de los elementos lo cual nos hace pensar como de distribuyen los esfuerzos. Generalmente los esfuerzos aumentan en los nodos, por eso no es de extrañarse que encontremos estas formas, pero si es interesante que esto demuestra que los nodos son empotramientos y no articulaciones como sucedía en las cúpulas de Buckminster Fuller.

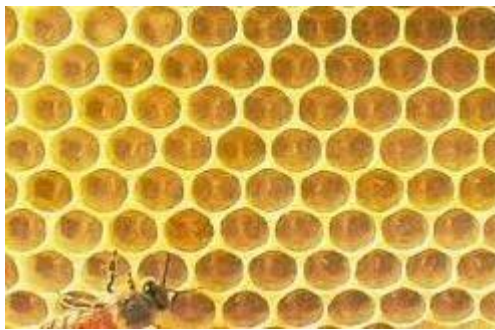


Fig. 2.8 Conformación de cristales del panal de abejas

2.3.-Sistemas estructurales parecidos

2.3.1.-Mallas espaciales.

Denominamos Estructura Espacial al elemento resistente formado por la yuxtaposición en el espacio de módulos con distintas formas geométricas. Éstas, a su vez, están constituidas por la unión de nudos y barras de acero. Según la disposición de estos elementos entre sí mismos pueden ser de base cuadrada o triangular.

Los diferente tipos de estructuras espaciales son:

2.3.1.1.-Base cuadrada

Es una estructura simétrica respecto a cuatro planos perpendiculares al plano principal, los dos ortogonales y los otros dos a 45° de éstos. Forma pirámides de base cuadrada, cuyas aristas están orientadas en sentido paralelo a las fachadas.

Este tipo de estructura espacial es de las más simples y han sido ampliamente estudiadas (Schmidt 1993, T. Suzuki 1993 y Toda 1993) (Ver Fig. 2.9)

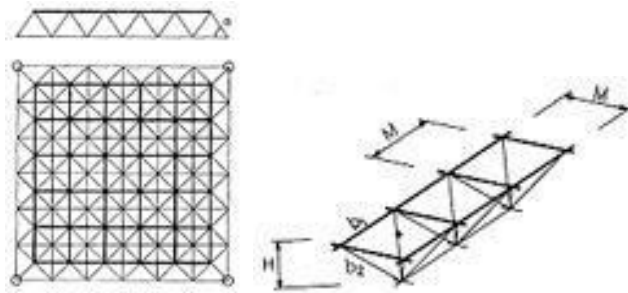


Fig. 2.9 Malla espacial de base cuadrada

2.3.1.2.-Base cuadrada girada 45°

Al ser una estructura de base cuadrada mantiene los cuatro planos de simetría perpendiculares al plano principal. Forma pirámides de base cuadrada pero las aristas de la base están dispuestas a 45° respecto a la alineación de las fachadas. (ver Fig. 2.10)

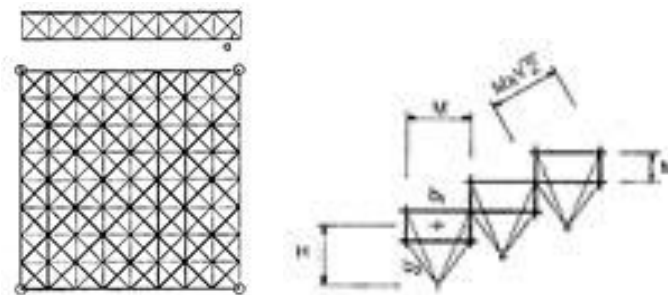


Fig. 2.10 Malla espacial de base cuadrada girada 45 °

2.3.1.3.-Base triangular

Al contrario que la estructura de base cuadrada, la de base triangular no tiene sino un plano de simetría perpendicular al plano principal.

Estas direcciones forman una malla triangular equilátera perfectamente indeformable, sin necesidad de incluir refuerzos y siendo de una excepcional rigidez. (ver Fig. 2.11)

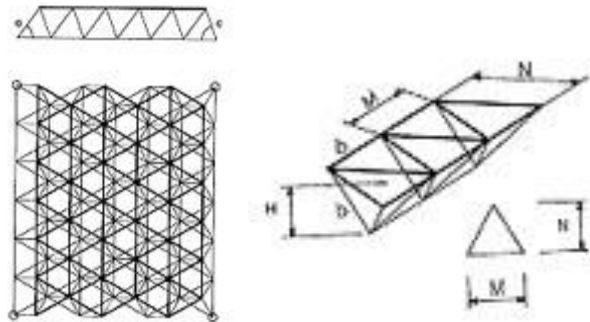


Fig. 2.11 Malla espacial con base triangular

La utilización de este tipo de estructura es recomendable para grandes luces. Así mismo esta triangulación nos permite la realización de estructuras de una sola capa, tales como cúpulas, bóvedas cilíndricas, etc. de las que se hablará más adelante.

2.3.1.4.-Base cuadrada reforzada

Es una estructura de base cuadrada y que por lo tanto mantiene todas las características generales de la misma.

A esto se le añade el que se refuerzan las bases de las pirámides con sus correspondientes diagonales y se une el punto de cruce de estas diagonales con un nudo enfrentado de la otra capa mediante una barra vertical. La excepcional rigidez de estas estructuras no es necesario demostrarla, por el hecho de que la triangulación es una constante en todos los planos. (ver Fig. 2.12)

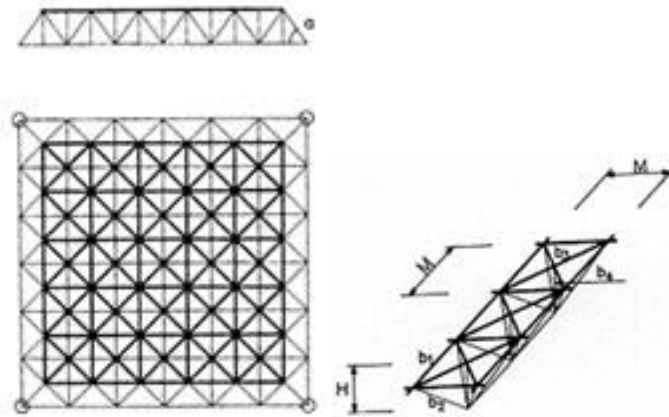


Fig. 2.12 Malla espacial con base triangular reforzada

2.3.2.-Estructuras Espaciales De Simple Curvatura

2.3.2.1.-Bóvedas

Las estructuras con doble o simple curvatura pueden acometerse con estructuras de base cuadrada o triangular. En este tipo de estructuras, aumentar el módulo no se traduce en disminuciones importantes del peso de la misma. (Ver Fig. 2.13)

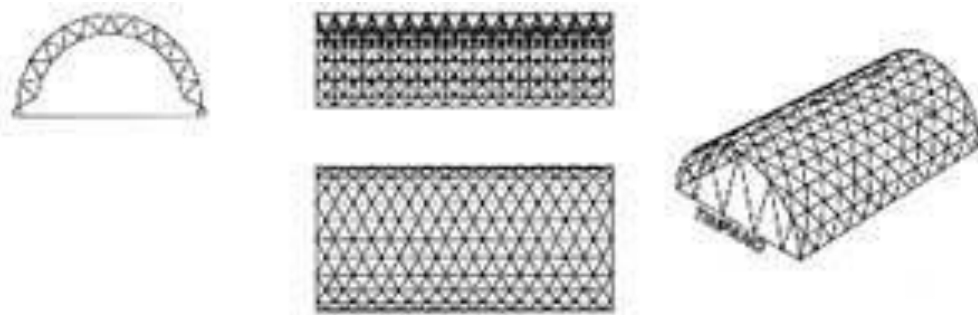


Fig. 2.13 Malla espacial de bóvedas

Las bóvedas de una sola capa deben tener tímpanos relativamente cercanos y por supuesto debe existir un empotramiento entre nudos y barras. Estas estructuras sin reforzar y con una sola capa, pueden acometer solamente luces pequeñas.

2.3.2.2.-Bóvedas laminares reforzadas

Estas bóvedas son estables aunque el nudo se considere articulado. Las bóvedas de cañón deben disponer necesariamente de tímpanos, pudiendo llegar a luces de 50 metros ó más si el ángulo entre barras es suficiente (Ver Fig. 2.14)

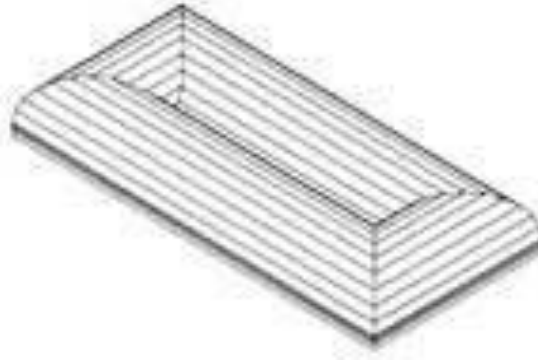


Fig. 2.14 Malla espacial de bóveda laminar reforzada.

2.3.2.3.-Bóvedas en rincón de claustro

En estas bóvedas que aquí proponemos, se pueden suprimir los tímpanos. Su empleo modular apoyado sobre un entramado de vigas es una bella solución para grandes estructuras. (Ver Fig. 2.15)

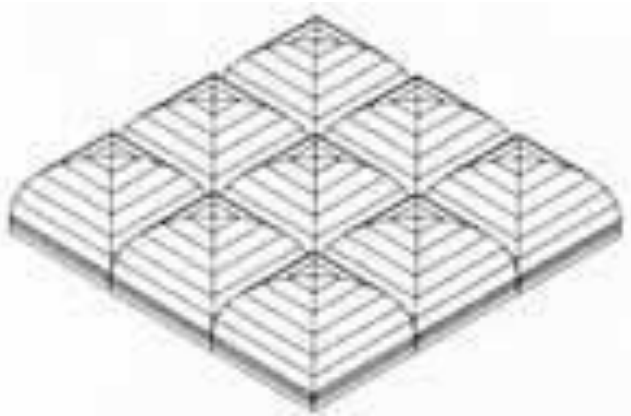


Fig. 2.15 Malla espacial de bóveda en rincón de claustro

2.3.3.-Estructuras Espaciales De Doble Curvatura

2.3.3.1.-Cúpula geodésica

Una geodésica es la proyección de un icosaedro con las caras moduladas en malla triangular en la esfera que la circunscribe.

Sin embargo, si proyectamos un poliedro derivado del icosaedro, truncando los vértices hasta que todas las aristas de pentágonos y hexágonos sean iguales, se consiguió que las variaciones de longitud sean relativamente pequeñas.

Con esta disposición conseguimos un buen reparto de tensiones, aun a costa de que su montaje sea dificultoso. Estas cúpulas se resuelven siempre con estructura triangular de una o dos capas, o bien, con una solución intermedia, consistente en plegar la superficie por medio de pirámides rebajadas hexagonales casi siempre atirantadas. (Ver Fig. 2.16)

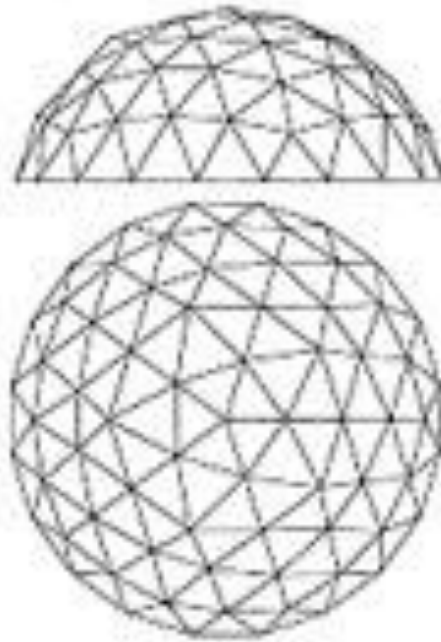


Fig. 2.16 Cúpula Geodésica

Esta es otra de las más estudiadas.(Xi-Liang Liu 1993 and R. I. Moleva 1993)

2.3.3.2.-Cúpula de paralelos

Este tipo de cúpulas de paralelos se resuelven con estructura de base cuadrada o de base triangular, desde el punto de vista estructural.

Así mismo, pueden resolverse en una o dos capas dependiendo del tamaño de la planta.

Las luces que se pueden cubrir con cúpulas que no sean de una sola capa son muy grandes, a tal punto, que se pueden acometer diámetros de 300 metros.

Es práctica común que las flechas de las cúpulas sean del orden de $1/4$ del diámetro, sin embargo teniendo en cuenta que el enemigo natural de las cúpulas y bóvedas son las cargas asimétricas, es necesario hacer minuciosos estudios.

En el caso concreto de cúpulas de una sola capa, a efectos estructurales, es conveniente rebajarlas, ya que en este caso uno de los factores más influyentes es la rigidez a flexión de las barras y por tanto la del empotramiento nudo/barra. (Ver Fig. 2.17)

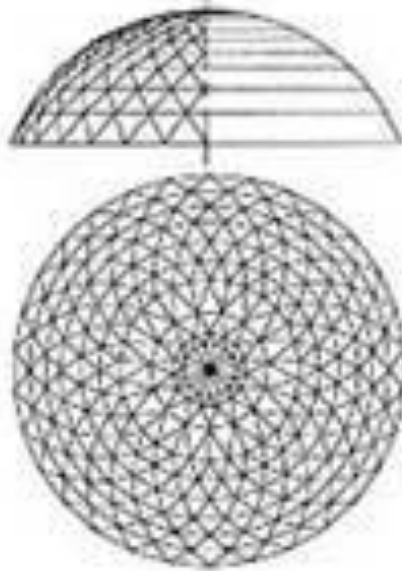


Fig. 2.17 Cúpula de paralelos

2.3.3.3.-Cúpula de paralelos laminar

Especial interés tienen las cúpulas de paralelos en las que el número de módulos va disminuyendo conforme los paralelos tienen una dimensión menor. Son recomendables las que quedan rematadas en un cuadrado, un pentágono o un hexágono.

Tienen la ventaja de que las longitudes de las barras son muy semejantes y los apoyos están en un plano, no teniendo en la práctica limitación de luces. (Ver Fig. 2.18)

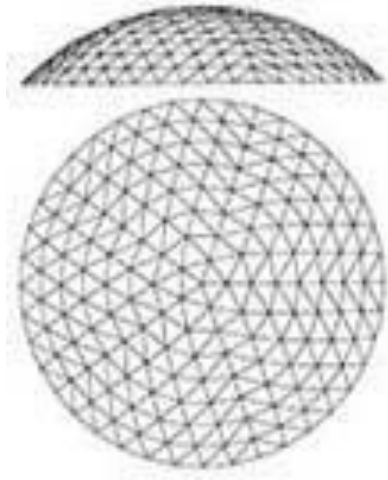


Fig. 2.18. Cúpula de paralelos laminar.

2.4.-Inestabilidad

Lo mismo que en las columnas aisladas, la inestabilidad de un marco rígido puede presentarse repentinamente, por bifurcación del equilibrio, o en forma gradual; en el primer caso hay un fenómeno de pandeo propiamente dicho y en el segundo no.

Existen métodos rigurosos para estudiar el pandeo de estructuras reticulares que fallan en el intervalo elástico siempre que los miembros que los componen estén sometidos a la acción de fuerzas axiales únicamente. Poco se ha investigado el caso en que las cargas producen desde el principio flexión en las barras, sin embargo los pocos estudios realizados parecen indicar que la influencia de los momentos flexionantes no es en general muy importante, por lo menos en el rango elástico.

2.4.1.-Inestabilidad Local

2.4.1.1.-Deducción de las cargas críticas

Si bajo una carga axial la barra permanece recta ésta puede analizarse como un elemento a compresión simple, pero si la barra comienza a flexionarse lateralmente, el análisis es de otro tipo. (Ver Fig. 2.19)

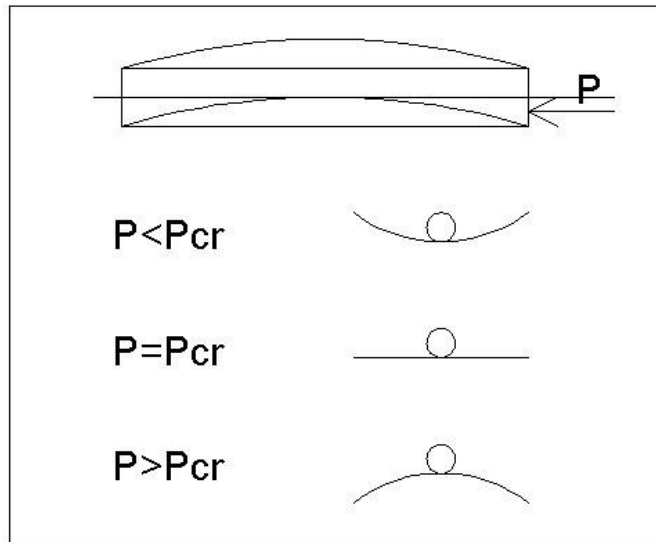


Fig. 2.19 Representación de inestabilidad

Para analizar la inestabilidad, imaginemos una carga P que produce una ligera flexión lateral. Para pequeños valores de carga P , la columna recobrará su forma original recta después de liberarla de la carga; lo cual señala una condición de equilibrio estable.

Al ir aumentando la carga P se alcanzara un valor para el cual la barra no recobrará su forma. Para estas condiciones de carga crítica (P_{cr}) tenemos un estado de equilibrio neutro.

Si la carga sigue aumentando estará en un estado de equilibrio inestable.

Las barras pueden pandearse por inestabilidad primaria o secundaria.

Inestabilidad primaria: no ocurren distorsión en la sección transversal. La longitud de la onda (λ) del pandeo es del orden de la longitud de la barra.

Inestabilidad secundaria: ocurre distorsión en la sección transversal. \square es del orden de las dimensiones de la sección transversal. Tenemos pandeo local.

Para el análisis de la carga crítica, supongamos un elemento bajo compresión.

La ecuación de la elástica para vigas es $M = -EIy''$

Donde $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$

Para la columna, el momento es $M = Py$ entonces

$$Py = -EIy''$$

$$y'' + \frac{P}{EI}y = 0$$

Si $\frac{d}{dx} = \lambda$ y $K = \frac{P}{EI}$

$$(\lambda^2 + K)y = 0$$

Esta es una ecuación homogénea de segundo grado cuya solución es de la forma

$$y = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i x}$$

Donde λ son las raíces que surgen del polinomio característico.

$$\lambda = \sqrt{-K}$$

Vemos que se tienen dos raíces complejas cuyos valores se pueden obtener con la ecuación del teorema de DeMoivre, con la cual obtenemos:

$$\lambda_1 = i\sqrt{K} = i\sqrt{P/EI} = i\eta$$

$$\lambda_2 = -i\sqrt{K} = -i\sqrt{P/EI} = -i\eta$$

Sustituyendo en la solución de la ecuación de la ecuación homogénea:

$$y = C_1 e^{i\eta x} + C_2 e^{-i\eta x}$$

Usando la identidad:

$$e^{\pm i\eta x} = \cos \eta x \pm i \operatorname{sen} \eta x$$

$$y = C_1(\cos \eta x + i \operatorname{sen} \eta x) + C_2(\cos \eta x - i \operatorname{sen} \eta x)$$

$$y = (C_1 + C_2) \cos \eta x + (iC_1 - iC_2) \operatorname{sen} \eta x$$

$$y = A \cos \eta x + B \operatorname{sen} \eta x$$

Los valores de las constantes A y B depende de las condiciones de frontera.

Barra simplemente apoyada en sus extremos. Para este caso tenemos como condiciones iniciales que, tanto en $x=0$ como en $x=L$, la flecha es cero.

Sustituyendo la condición en $x=0$, $y=0$ en la ecuación.

$$y = 0 = A \cos 0 + B \operatorname{sen} 0$$

$$B = 0$$

Ahora la ecuación queda:

$$y = A \operatorname{sen} \eta x \text{ Aplicando}$$

la otra condición $y=0$ en $x=L$

$$y = 0 = A \operatorname{sen} \eta x$$

Ésto se cumple si $A = 0$ o si $\operatorname{sen} \eta x = 0$. La primera solución no es de interés, pues nos haría todo igual a cero; entonces tomamos la solución $\operatorname{sen} \eta x = 0$ que es la de interés.

Sustituyendo el valor de \square :

$$\text{sen} \left[\sqrt{P/EI} L \right] = 0$$

Ahora para que este valor se cumpla se debe de cumplir que el valor entre corchetes

de alguno de los siguientes valores:

$$\sqrt{P/EI} L = \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi \dots$$

$$\sqrt{P/EI} L = n\pi$$

Donde n es un número entero positivo.

Despejando la carga.

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

Si sustituimos este valor en la ecuación de la solución ya con las condiciones de frontera del punto inicial.

$$y = A \text{sen} \frac{n\pi x}{L}$$

La anterior es la ecuación de la elástica de la elástica. (Forma modal) donde A es la amplitud de la curva elástica.

El mínimo valor de P (carga crítica) ocurre con n=1

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Su respectiva forma modal es:

$$y = A \text{sen} \frac{\pi x}{L}$$

Y de esta misma forma podemos obtener las siguientes formas modales. (Ver Fig. 2.20)

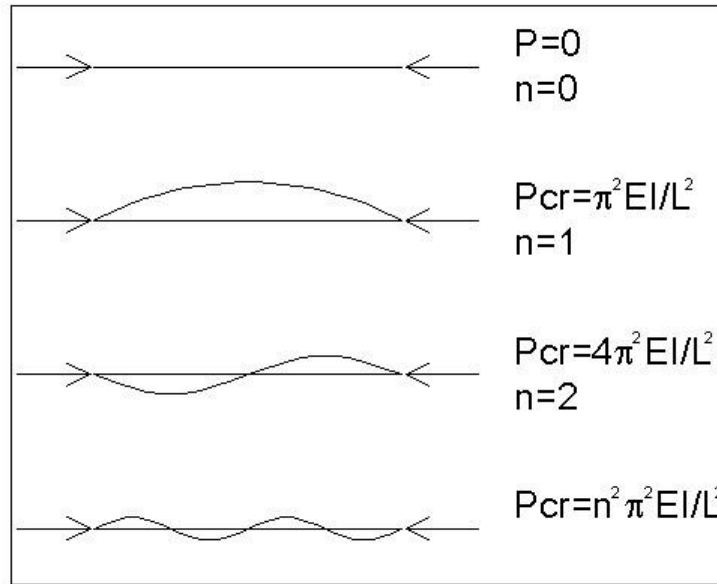


Fig. 2.20 Resultado de la ecuación de inestabilidad para una viga simplemente apoyada en extremos.

2.4.1.2.-Modelos reologicos de pandeo.

Modelo con un grado de libertad.

El modelo está compuesto por dos barras rígidas de ejes rectos colineales, unidos entre sí por una articulación y un resorte de rigidez K. el extremo inferior está articulado y la condición de apoyo del superior permite libremente su giro y desplazamiento a lo larga de su eje, pero no el perpendicular a éste. (Ver Fig. 2.21)

Fig. 2.21 Modelo reológico de inestabilidad con un solo grado de libertad

Fig. 2.21 Modelo reológico de inestabilidad con un solo grado de libertad

Si los ejes de la barra AB y BC son colineales y las líneas de acción de las fuerzas P coinciden con ellos el sistema puede estar en equilibrio cualquiera que sea la intensidad de esas fuerzas. Interesa saber si el equilibrio es estable o inestable porque en el segundo caso cualquier perturbación exterior, por pequeña que sea, puede ocasionar deformaciones muy grandes y eventualmente la falla.

Las características del equilibrio de un sistema se determinan sacándolo de la posición que ocupa por medio de un agente exterior que le obligue a adoptar una posición

infinitamente cercana a ella, y viendo lo que sucede al suprimirlo: si el sistema recupera su configuración original, el equilibrio es estable; si se aparta de ella cada vez más, inestable. Y si se queda en la posición que se le obligó a ocupar es indiferente.

Igualando el momento exterior en el punto medio con el interior en el resorte se obtiene la ecuación de equilibrio de la barra con la configuración ligeramente deformada.

$$Pu = 2K\theta$$

$$Pu - 2K\theta = 0$$

Pu representa la tendencia de las fuerzas exteriores a aumentar la deformación del sistema.

$2K\theta$ es el momento con el que se opone el resorte a ese incremento.

Si Pu es menor que $2K\theta$ el equilibrio es estable, de lo contrario es inestable, pero si son iguales y se satisface la ecuación el equilibrio es indiferente. Interesa especialmente este último caso ya que es la única configuración deformada que mantiene el equilibrio después de eliminar el agente externo.

a) Desplazamientos Pequeños.

Si el desplazamiento u de la articulación es pequeño puede escribirse $u = \theta L/2$, la ecuación de equilibrio se puede plantear como.

$$P\theta \frac{L}{2} - 2K\theta = 0$$

$$\theta \left(P \frac{L}{2} - 2K \right) = 0$$

Existen dos posibilidades para que se satisfaga esta ecuación:

$$1.- \theta = 0 \therefore u = 0$$

$$2 \cdot P \frac{L}{2} - 2K = 0 \quad \therefore P = \frac{4K}{L} = P_{cr}$$

La segunda muestra que cuando P alcanza un valor determinado, $4K/L$, es posible un estado de equilibrio con una configuración ligeramente deformada.

b) Desplazamientos Grandes.

Lo anterior deja de ser aplicable cuando los desplazamientos y ángulos adquieren valores grandes. Para estudiar el fenómeno en ésta nueva etapa puede partirse nuevamente de la ecuación de equilibrio sustituyendo en ella u por $(L/2) \text{ sen } \theta$, con lo que se obtiene.

$$P \frac{L}{2} \text{ sen } \theta - 2K\theta = 0$$

De manera análoga al caso anterior se satisface si $\theta = 0$ o si

$$P = \frac{4K\theta}{L \text{ sen } \theta} = P_{cr} \frac{\theta}{\text{sen } \theta}$$

Para ángulos θ crecientes $\text{sen } \theta$ es menor que θ , por lo que $\theta/\text{sen } \theta > 1$ y la carga se hace mayor que P_{cr} , de donde se concluye que ésta no es la carga máxima que soporta la barra; sin embargo, el aumento en resistencia por encima de P_{cr} es muy reducido y tiene poca importancia.

Modelo con dos grados de libertad

Este modelo está formado por tres tramos rígidos ligados entre sí por medio de articulaciones y resortes de rigidez K_1 y K_2 , tiene dos grados de libertad y se necesitan dos parámetros para definir su configuración deformada. (Ver Fig. 2.21)

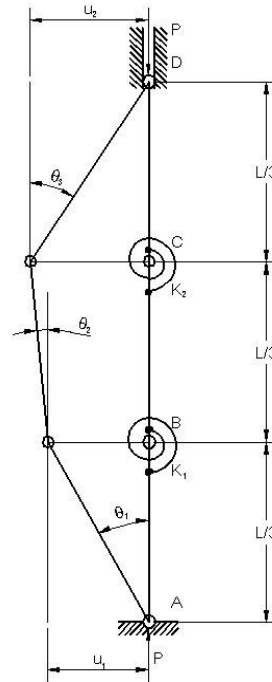


Fig. 2.21 Modelo reológico con dos grados de libertad

Las ecuaciones de equilibrio correspondientes a la configuración deformada son

$$Pu_2 - K_2(\theta_3 + \theta_2) = 0$$

$$Pu_1 - K_1(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

Suponiendo desplazamientos pequeños,

$$u_1 = \theta_1 \frac{L}{3} \therefore \theta_1 = \frac{3u_1}{L}$$

$$u_2 = \theta_3 \frac{L}{3} \therefore \theta_3 = \frac{3u_2}{L}$$

$$u_2 - u_1 = \theta_2 \frac{L}{3} \therefore \theta_2 = \frac{3}{L}(u_2 - u_1)$$

Llevando estos valores a las ecuaciones de equilibrio para este sistema se obtiene

$$Pu_2 - K_2 \left(\frac{6u_2}{L} - \frac{3u_1}{L} \right) = 0$$

$$Pu_1 - K_1 \left(\frac{6u_1}{L} - \frac{3u_2}{L} \right) = 0$$

Finalmente, las ecuaciones de equilibrio toman la forma

$$\frac{3K_2}{L} u_1 + \left(P - \frac{6K_2}{L} \right) u_2 = 0$$

$$\left(P - \frac{6K_1}{L} \right) u_1 + \frac{3K_1}{L} u_2 = 0$$

Para que haya soluciones no triviales el determinante de los coeficientes de u_1 y u_2 tiene que ser nulo:

$$\begin{vmatrix} \frac{3K_2}{L} & P - \frac{6K_2}{L} \\ P - \frac{6K_1}{L} & \frac{3K_1}{L} \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollado el determinante y simplificado se obtiene la ecuación característica o condiciones de pandeo:

$$P^2 - \frac{6}{L}(K_1 + K_2)P + \frac{27K_1K_2}{L^2} = 0$$

Si las rigideces de los dos resortes son iguales y se hace $K_1 = K_2 = K$ la ecuación característica se reduce a

$$P^2 - \frac{12K}{L}P + \frac{27K^2}{L^2} = 0$$

Cuyas raíces son $P_1 = 3K/L$ y $P_2 = 9K/L$

Llevando la ecuación de equilibrio a la condición $K_1 = K_2 = K$ se convierte en

$$\frac{3K}{L} u_1 + \left(P - \frac{6K}{L} \right) u_2 = 0$$

$$\left(P - \frac{6K}{L}\right)u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

Sustituyendo P por P_{cr1} se reduce a

$$\frac{3K}{L}u_1 - \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

$$-\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

Si se sustituye ahora P por P_{cr2} se obtiene

$$\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

$$\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

Al llevar cada una de las cargas críticas a las ecuaciones de equilibrio se conocen las configuraciones de los dos modos de pandeo, pero las magnitudes de los desplazamientos son indeterminadas. Las configuraciones son $u_1 = u_2$ y $u_1 = -u_2$ el segundo no se presenta nunca, a menos que se evite el primero por medio de un agente externo.

2.4.2.-Inestabilidad Del Sistema

Para calcular la carga crítica de pandeo elástico de una estructura reticular se puede utilizar cualquiera de los métodos que se emplean para el análisis de estructuras hiperestáticas teniendo en cuenta los cambios en las rigideces angulares y lineales y en los factores de transporte de las barras, ocasionados por las fuerzas axiales que obran sobre ellas.

Hay dos caminos básicos para obtener el sistema de ecuaciones. En el primero se toman como incógnitas originales los desplazamientos de los nudos y en el segundo las fuerzas en las barras; la matriz de rigidez en el primer caso y la de flexibilidades en el segundo.

La condición de pandeo y la ecuación característica correspondiente se obtiene igualando a cero el determinante de cualquiera de las matrices anteriores lo que permite calcular la carga crítica.

La carga crítica de pandeo elástico de una estructura reticular puede determinarse también utilizando métodos numéricos de aproximación sucesiva, relajaciones o distribuciones de momentos, modificados para incluir los efectos de las fuerzas axiales en las propiedades de los miembros.

El empleo de método de Cross de distribución de momentos está basado en el criterio de convergencia de Hoff; de acuerdo con él, para determinar la carga crítica se obtiene las fuerzas axiales en todos los miembros y se calculan sus rigideces y factores de transporte modificados por efectos de esas fuerzas axiales. Se aplica después un par de magnitud arbitraria en cualquier nudo y se determinan los momentos que ocasionan en los extremos de todas las barras pero empleando las rigideces y factores de transporte modificados. Si se obtienen momentos finales finitos la estructura es estable y debe repetirse todo el proceso partiendo de cargas incrementadas y el proceso se repite hasta que diverge cuando esto sucede el marco es inestable bajo el sistema de cargas considerando a la carga crítica como la última para la que la estructura todavía era estable.

También pueden emplearse métodos energéticos basados en que las cargas exteriores realizan un trabajo al deformarse la estructura y moverse sus puntos de aplicación y en que la inestabilidad se presenta cuando ese trabajo es igual o mayor que el requerido para deformarla en su configuración de pandeo; se obtiene también un sistema de ecuaciones lineales cuyo determinante, igualado a cero, proporciona la condición de estabilidad.

Los miembros estructurales que soportan tanto fuerzas axiales como momentos flexionantes están sujetos a una interacción entre estos dos efectos. La deflexión lateral de un miembro produce momentos flexionantes adicionales debido a la presencia de una fuerza axial. Si esta interacción axial-flexión es tomada en cuenta, la matriz de rigideces del miembro S_M se debe alterar.

Los cambios que se requieren en la matriz de rigideces de miembro S_M para un viga restringida que soporta fuerzas axiales de compresión P y que está sujeta a una translación unitaria y a una rotación unitaria en uno de sus extremos. (Ver fig. 2.22)

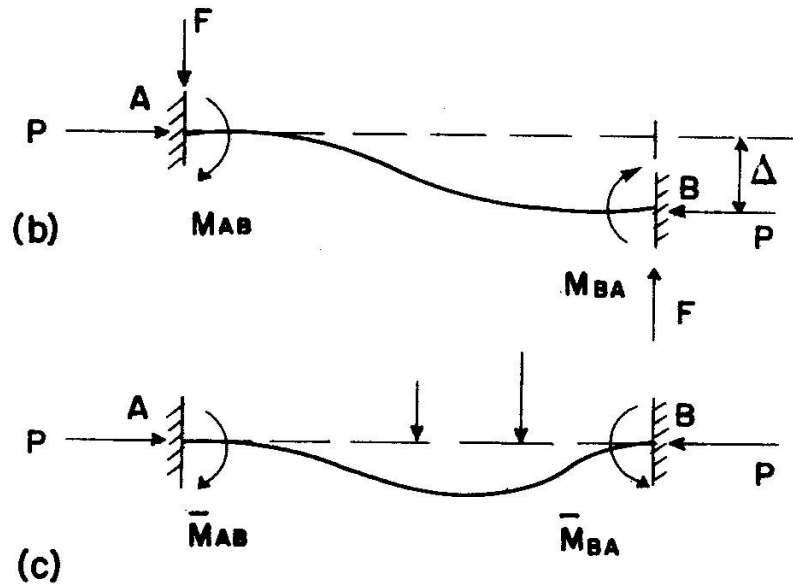


Fig. 2.22 Representación de desplazamientos y rotaciones causantes de inestabilidad

La fuerza axial puede ser de tensión o compresión generalmente es de mayor interés la compresión dada la posibilidad de que se presente el pandeo. Debido a los desplazamientos laterales los momentos se modifican debido a la presencia de fuerzas axiales. La matriz de rigidez del miembro S_M de indica a continuación y se expresa en términos de las funciones de rigidez s_1, s_2, s_3, s_4 .

$$S_M = EI_z \begin{bmatrix} \frac{12}{L^3} s_1 & \frac{6}{L^2} s_2 & -\frac{12}{L^3} s_1 & \frac{6}{L^2} s_2 \\ \frac{6}{L^2} s_2 & \frac{4}{L} s_3 & -\frac{6}{L^2} s_2 & \frac{2}{L} s_4 \\ -\frac{12}{L^3} s_1 & -\frac{6}{L^2} s_2 & \frac{12}{L^3} s_1 & -\frac{6}{L^2} s_2 \\ \frac{6}{L^2} s_2 & \frac{2}{L} s_4 & -\frac{6}{L^2} s_2 & \frac{4}{L} s_3 \end{bmatrix}$$

Donde

o	Condiciones de fuerza axial		
	Compresión	Ccer	Tensión
S1	$\frac{(kL)^3 \text{ sen } kL}{12\phi_C}$	1	$\frac{(kL)^3 \text{ senh } kL}{12\phi_T}$
S2	$\frac{(kL)^2(1 - \text{cos } kL)}{6\phi_C}$	1	$\frac{(kL)^2(1 - \text{cosh } kL)}{6\phi_T}$
S3	$\frac{kL(\text{sen } kL - kL \text{ cos } kL)}{4\phi_C}$	1	$\frac{kL(\text{senh } kL - kL \text{ cosh } kL)}{4\phi_T}$
S4	$\frac{kL(kL - \text{sen } kL)}{2\phi_C}$	1	$\frac{kL(kL - \text{senh } kL)}{2\phi_T}$
$\phi_C = 2 - 2 \text{ cos } kL - kl \text{ sen } kL$ $\phi_T = 2 - 2 \text{ cosh } kL + kl \text{ senh } kL$			$k = \sqrt{\frac{P}{EI_z}}$

2.5.-Cargas aplicadas

Para determinar el factor de carga, FC , se aplicarán las reglas siguientes:

- a) Para combinaciones de acciones clasificadas en el inciso 1.3.a, se aplicará un factor de carga de 1.4.

Cuando se trate de edificaciones del Grupo A, el factor de carga para este tipo de combinación se tomará igual a 1.5;

- b) Para combinaciones de acciones clasificadas en el inciso 1.3.b, se tomará un factor de carga de 1.1 aplicado a los efectos de todas las acciones que intervengan en la combinación;
- c) Para acciones o fuerzas internas cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, el factor de carga se tomará igual a 0.9; además, se tomará como intensidad de la acción el valor mínimo probable de acuerdo con la sección 1.2; y
- d) Para revisión de estados límite de servicio se tomará en todos los casos un factor de carga unitario.

2.5.1.-Cargas gravitacionales

Cargas Muertas

Se considerarán como cargas muertas los pesos de todos los elementos constructivos, de los acabados y de todos los elementos que ocupan una posición permanente y tienen un peso que no cambia sustancialmente con el tiempo.

Para la evaluación de las cargas muertas se emplearán las dimensiones especificadas de los elementos constructivos y los pesos unitarios de los materiales. Para estos últimos se utilizarán valores mínimos probables cuando sea más desfavorable para la estabilidad de la estructura considerar una carga muerta menor, como en el caso de volteo, flotación, lastre y succión producida por viento. En otros casos se emplearán valores máximos probables.

2.6.-Análisis

2.6.1.-Metodo de rigideces

Aceptado la hipótesis de comportamiento elástico lineal, se puede considerar que los métodos matriciales son exactos para el análisis de marcos y otros sistemas estructurales. Estos procedimientos se han desarrollado extensamente en décadas recientes y en su forma más general constituye el método de los elementos finitos. (Bazán, 2010)

El método de rigideces se puede emplear en cualquier estructura pero su principal ahorro se consigue cuando el orden de indeterminaciones es alto (Ghail, 1997). El método de rigideces se distingue del de flexibilidades en los conceptos físicos que están involucrados, aunque los métodos están son similares son similares en su formación matemática. En el método de la flexibilidad las cantidades desconocidas son acciones redundantes, pero en el método de rigideces las incógnitas son los desplazamientos de los nudos de la estructura (Gere, 1965).

El método se basa en el principio básico que plantea Hook de que existe una relación directa entre la fuerza aplicada a un cuerpo y su deformación. Dicha relación está ligada por la rigidez del elemento o del sistema podemos proponer dicha relación en forma matricial y proponer que una barra con 12 grados de libertad en sus extremos tiene 12 posibles desplazamientos a si mismo 12 reacciones, estos dos vectores los podemos igualar al multiplicar el vector de desplazamientos por una matriz de 12×12 (matriz de rigideces local). Ahora si consideramos una estructura con un número N de grados de libertad los vectores de desplazamientos y fuerzas serán de N valores y su matriz global será de $N \times N$ esta matriz se puede encontrar a partir de las matrices Locales.

3.6.2.-Metodo de elemento finito

En el método de elemento finito, un sistema estructural se supone como un conjunto finito de elementos de dimensiones finitas que se suponen conectados entre sí solo en ciertos puntos llamados nodos. Sabiendo ciertas características de los elementos ya sea su rigidez o su flexibilidad, se podrían determinar las características del sistema entero.

Los métodos usuales para poder analizar una estructura se puede clasificar en métodos de fuerza (flexibilidades) y los de desplazamientos (rigideces).

2.7.-Modelos a escala

Escalas del modelo

Primero empecemos suponiendo que tenemos una constante e_L que relaciona las longitudes lineales reales con las del modelo, por lo tanto:

$$L_M = L_{REL}$$

Por lo tanto las áreas las podría definir como A

$$= L \times L$$

$$A_M = L_M \times L_M$$

$$A_M = L_{REL} \times L_{REL}$$

$$A_M = (L_R \times L_R)(e_L \times e_L)$$

$$A_M = A_{REL}^2$$

Análogamente en los volúmenes

$$V_M = V_{REL}^3$$

Ahora supongamos otra constante que relacione los Módulos de elasticidad reales y del modelo.

$$E_M = E_{REL}$$

Y sabiendo que el peso específico tiene unidades de fuerza sobre volumen es decir:

$$E = \frac{F}{L^2}$$

Podemos obtener valores que nos relacionen las fuerzas puntuales del modelo con las reales

$$F_M = \frac{F_M}{L_M^2} L_M^2$$

$$F_M = E_M A_M$$

$$F_M = (E_R e_E)(A_R e_L^2)$$

$$F_M = (e_E e_L^2)(E_R A_R)$$

$$F_M = (e_E e_L^2) F_R$$

Si la carga está distribuida sobre una longitud

$$F l_M = \frac{F_M}{L_M}$$

$$F l_M = \frac{(e_E e_L^2) F_R}{L_R e_L}$$

$$F l_M = (e_E e_L) \frac{F_R}{L_R}$$

$$F l_M = (e_E e_L) F l_R$$

Y si la fuerza se distribuye en un área

$$F a_M = \frac{F_M}{A_M}$$

$$F a_M = \frac{(e_E e_L^2) F_R}{A_R e_L^2}$$

$$F a_M = (e_E) F a_R$$

Para obtener la relación entre pesos específicos se ve que:

$$\gamma_M = \frac{F_M}{V_M}$$

$$\gamma_M = \frac{(e_E e_L^2) F_R}{V_R e_L^3}$$

$$\gamma_M = \left(\frac{e_E}{e_L} \right) \frac{F_R}{V_R}$$

$$\gamma_M = \left(\frac{e_E}{e_L} \right) \gamma_R$$

Podríamos englobar que las constantes que relacionan los diferentes valores son

Valor	Constante
Longitud	e_L
Área	e_L^2
Volumen	e_L^3
Modulo de elasticidad	e_E
Fuerza puntual	$e_E e_L^2$
Fuerza distribuida en una longitud	$e_E e_L$

Fuerza distribuida en un área	e_E
Peso específico	$\frac{e_E}{e_L}$

Si consideramos un mismo material es decir que $e_E = 1$ obtenemos

Valor	Constante
Longitud	e_L
Área	e_L^2
Volumen	e_L^3
Modulo de elasticidad	1
Fuerza puntual	e_L^2
Fuerza distribuida en una longitud	e_L
Fuerza distribuida en un área	1
Peso específico	$\frac{1}{e_L}$

3.-Metodología.

3.1 Descripción de la geometría

Se usara una geometría basada en la configuración de los nanotubos de carbono.
Se

utilizará solamente un corte de la parte superior descrita por un ángulo. (Ver Fig. 3.1)

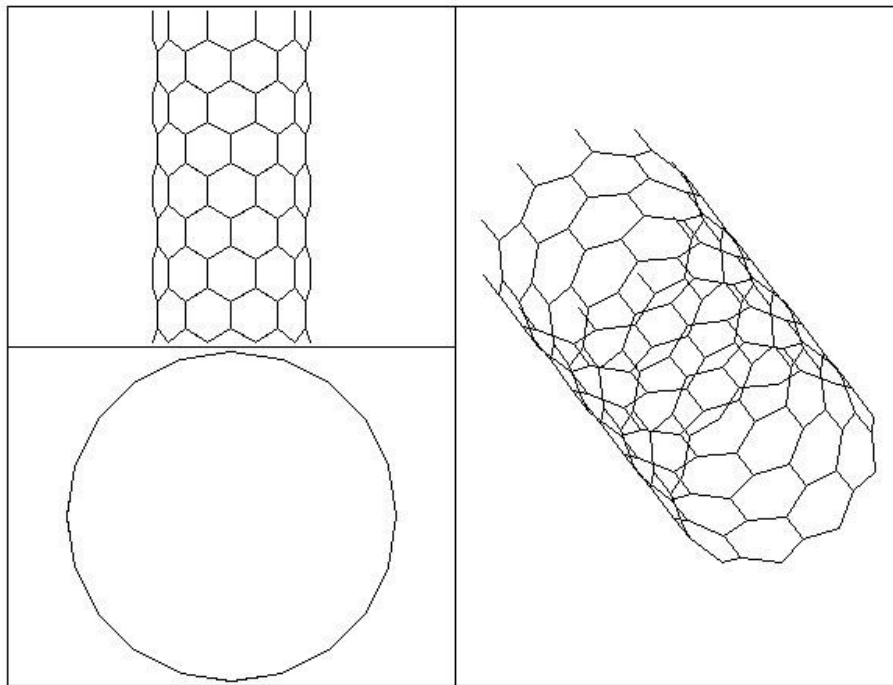


Fig. 3.1 Modelo de nanotubo de Carbono

Para generar la estructura se usarán ángulos espalda con espalda aprovechando las características de la geometría todas las secciones serán de la misma longitud. Dichos ángulos serán unidos por tornillos tanto entre ellos como a placas de conexión. (Ver Fig 3.2)

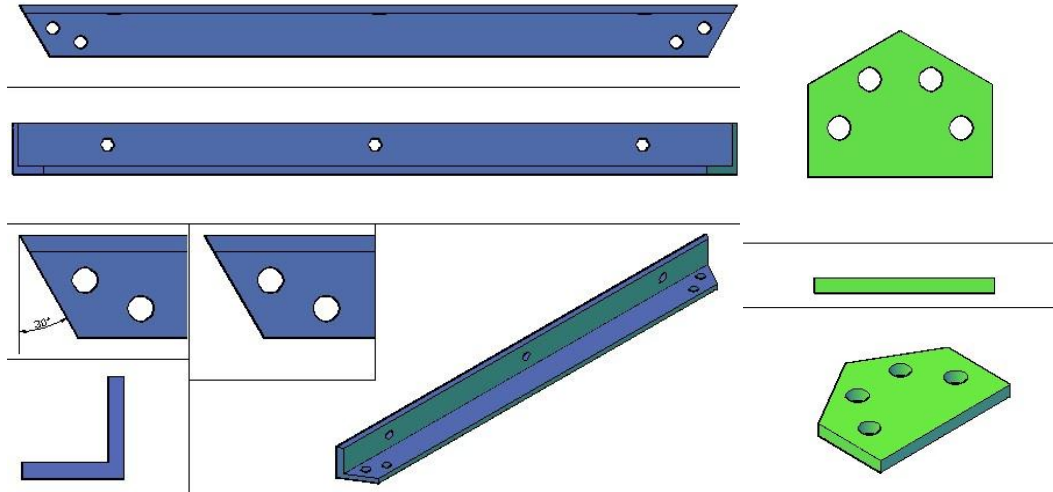


Fig. 3.2. Piezas básicas del sistema

Si juntamos estos elementos podemos formar uno de los cristales. (Ver Fig. 3.3)

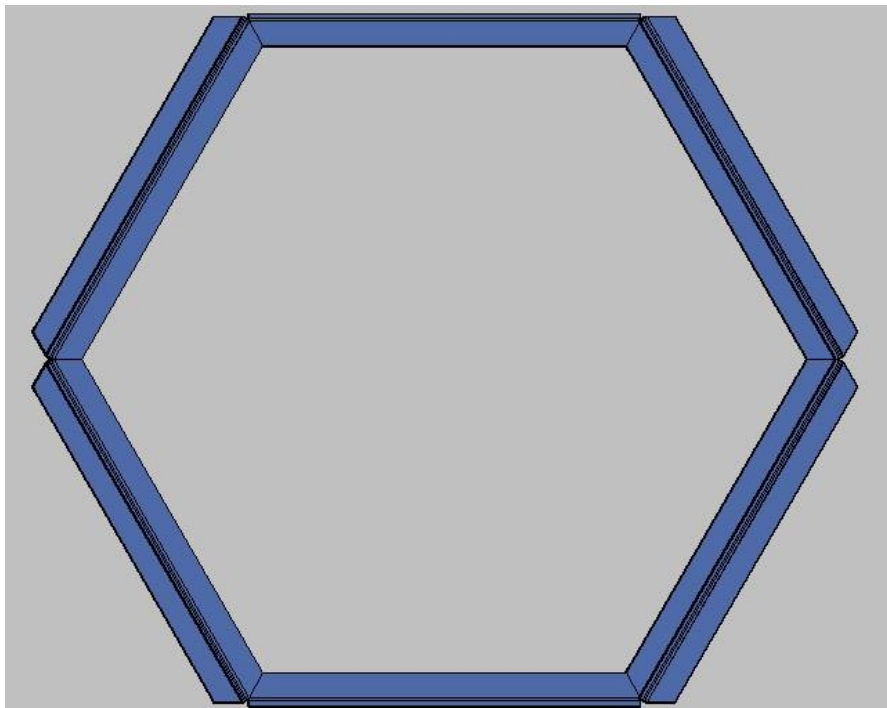


Fig. 3.3 Cristal típico del sistema.

En la siguiente imagen se muestra como se vería la estructura terminada al unir los cristales. (Ver Fig. 3.4)

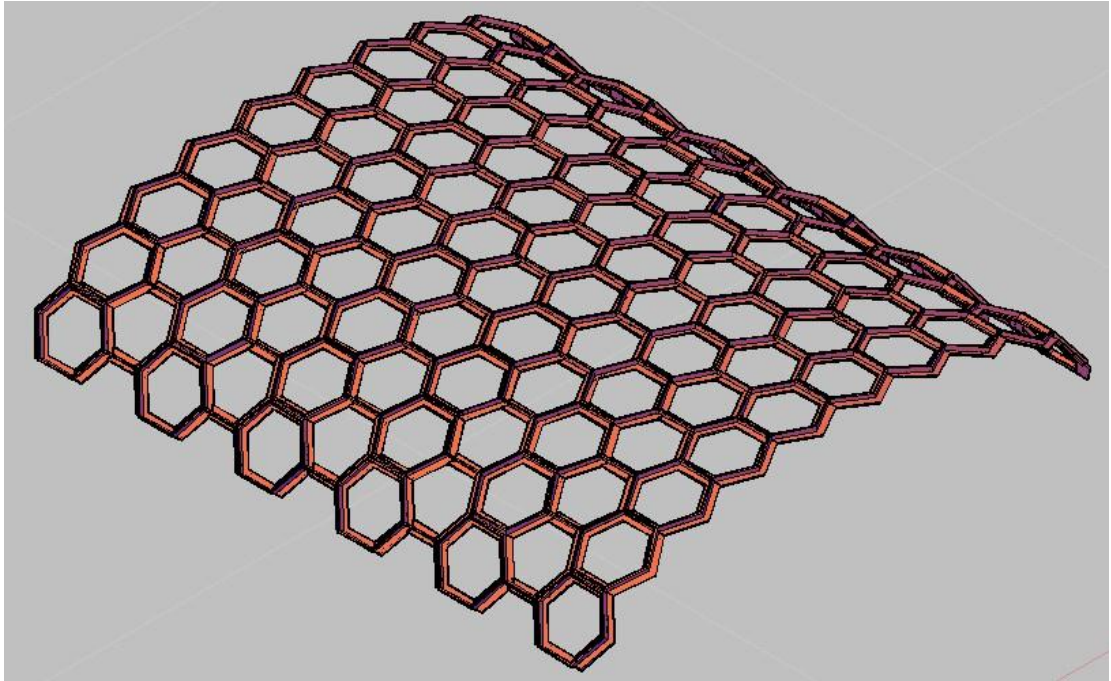


Fig. 3.4 Conformación del sistema

3.2 Modelos numéricos

Como es evidente las formas de análisis tradicionales no aplican en esta estructura, por lo cual se crearon tres programas para su análisis, dichas rutinas se corren en un entorno ANSYS para facilitar la aplicación del elemento finito. Estas tres rutinas se planearon para facilitar la elaboración de un programa general que realizara todos los análisis pertinentes.

3.2.1 Primer modelo numérico

El primer programa genera un análisis de la estructura vía elemento finito es la base para los otros dos programas y podemos ver su funcionamiento en el siguiente diagrama de bloque con este programa se analizó el modelo físico. (Ver fig. 3.5)

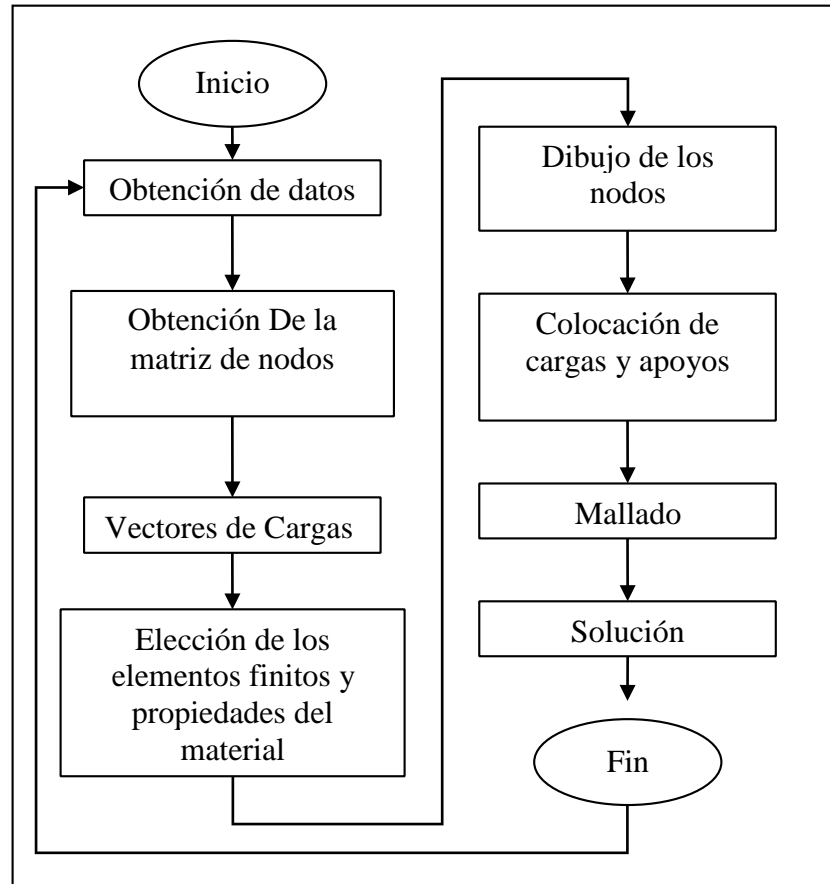


Fig. 3.5 Diagrama de Flujo del modelo 1

3.2.1.1 Obtención de datos

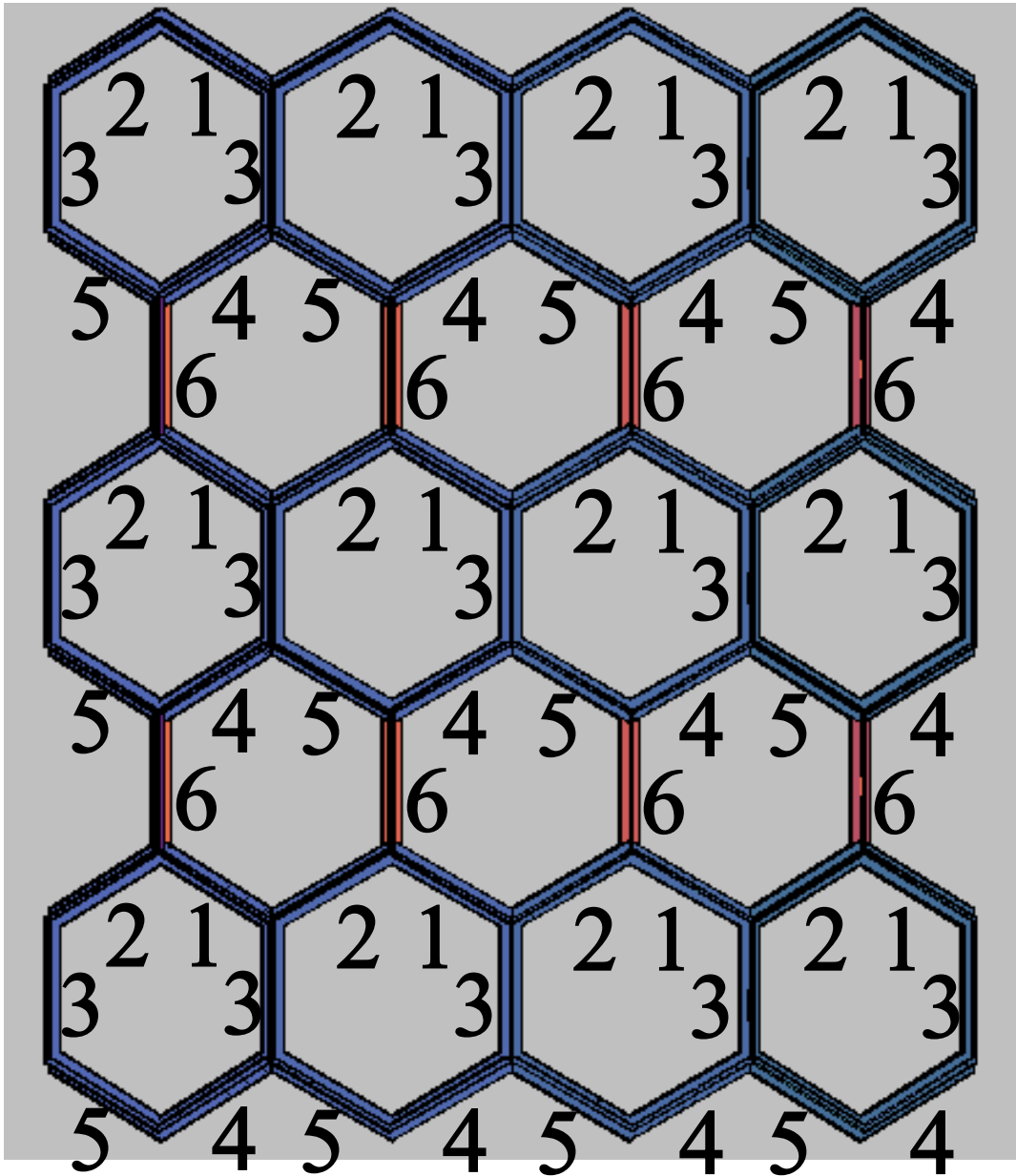
Esta es la subrutina DATOS, en ella solo se obtiene información básica de la geometría. Se piden datos de entrada tales como el claro a salvar, la longitud de la cubierta, el ángulo de la bóveda y el número de cristales en un arco. Posteriormente el programa calcula de esta información el tamaño del cristal el radio mayor y menor de la bóveda. Así como los ángulos de los puntos a cada corte y la distancia entre cortes. Es decir si cortamos la bóveda a cada “z” distancia encontraremos un plano en el que encontraremos los nodos de la estructura estas distancias corresponden a “Z1” y “Z2”

3.2.1.2 Obtención de la matriz de nodos

Es la subrutina CNODOS, se puede dividir esta en dos partes, en la primera se obtuvo la matriz de nodos en sistema cilíndrico y en la segunda se convirtieron estas coordenadas a sistema cartesiano.

En la matriz NODOCIL se depositan las coordenadas de los nodos en un sistema coordenado cilíndrico, la matriz es de $4 \times NNT$. Donde "NNT" corresponde al número de nodos totales, en el primer espacio se coloca el número que denomina al nodo, en la segunda el radio, en la tercera el ángulo y en la última la distancia en Z. Se colocan dos nodos intermedios por elemento y uno en cada extremo, que es compartido por tres elementos.

Existen seis casos posibles: (1) diagonal superior lado derecho. (2) diagonal superior lado izquierdo. (3) primera línea vertical. (4) diagonal inferior lado derecho. (5) diagonal inferior lado izquierdo. (6) segunda línea vertical.



Se diseñaron ecuaciones para calcular los nodos de la estructura. Dichas ecuaciones se calcularon en sistema cilíndrico por lo cual existen tres ecuaciones por caso. Empezaremos presentando las ecuaciones para calcular los radios:

Caso1 y 4:

$$R = R_1 - \left(\frac{R_1 - R_2}{3} \right) \times NNI$$

Caso 2 y 5:

$$R = R_2 + \left(\frac{R_1 - R_2}{3}\right) \times NNI$$

Caso 3:

$$R = R_1$$

Caso 6:

$$R = R_2$$

Donde

R es el radio del punto con respecto al eje de origen

R_1 es el radio mayor

R_2 es el radio menor

NNI es el numero de del nodo intermedio que varía de acuerdo con el caso

A continuación presento las ecuaciones para calcular los ángulos de los nodos

Caso 1 y 4:

$$\theta = Q(I) + \left(\frac{O}{6} \times NNI\right) + 90$$

Caso 2 y 5:

$$\theta = Q(I) + \frac{O}{2} \times \left(1 \times + \frac{NNI}{3}\right) + 90$$

Caso 3:

$$\theta = (I) + 90$$

Caso 6:

$$\theta = Q(I) + 90 + \frac{O}{2}$$

Donde :

(I) es la matriz con los ángulos de la unión de los cristales

O es el ángulo entre cristales

Y por ultimo presento las formulas que representan la posición sobre el eje central

Caso 1 y 5

$$z = Z + Z_1 \left(1 - \frac{NNI}{3}\right)$$

Caso 2 y 4:

$$z = Z + Z_1 \left(\frac{NNI}{3}\right)$$

Caso 3 y 6:

$$z = Z + Z_2 \left(\frac{NNI}{3}\right)$$

Tas llenar la matriz NODOCIL lo convertimos a coordenadas cartesianas y las colocamos en la matriz NODOCAR y posteriormente NODOLOCA en la cual duplicamos el radio.

3.2.1.3.- Elección de los elementos finitos y propiedades del material

Se utilizó un elemento “BEAM 188” el cual solicita 3 nodos para poder dibujar un elemento los dos primeros “I” y “J” señalan el inicio y el final de la barra respectivamente y el tercer punto “K” sirve para la orientación del elemento. (Ver Fig. 3.7)

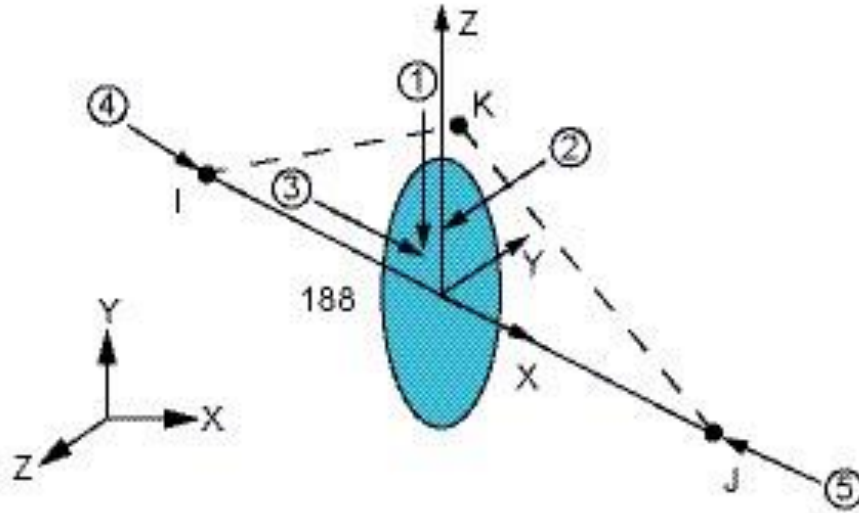


Fig. 3.7 Representación del elemento BEAM 188 (ANSYS Help)

Posteriormente a dar de alta el “BEAM 188” se asigno el tipo de sección que en este caso fue una “T” dicha sección se diseño con el comando “SECTIPE”. dicha sección pide 4 datos: W1, W2, T1 y T2. (ver Fig. 3.7 y 3.8)

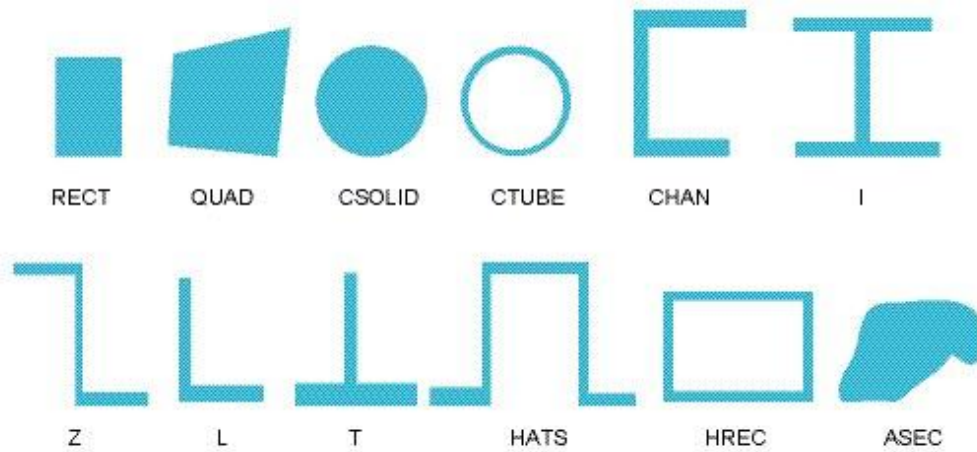
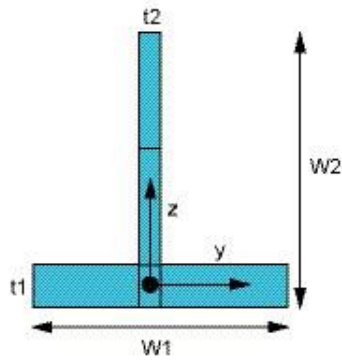


Fig. 3.7 Tipos de elemento para el BEAM 188 (ANSYS Help)



Data to provide in the value fields:

$W1$, $W2$, $t1$, $t2$

$W1$ = Flange width

$W2$ = Overall depth

$t1$ = Flange thicknesses

$t2$ = Stem thicknesses

Fig. 3.8 Características del tipo T

Posterior mente se asignaron las constantes del material que en este caso son las del aluminio. Dichos valores se insertan con el comando “MP”. Y las constantes que se dieron fueron:

Módulo de elasticidad (EX)

Módulo de poisson (PRXY)

Densidad (DENS)

Módulo de dilatación térmica (ALPX)

3.2.2 Segundo modelo numérico

En el segundo modelo se agregó un análisis por inestabilidad original mente se intentó generar dicho modelo en ANSYS pero lamentablemente no fue posible por lo cual se prosiguió a usar el programa comercia RAM Elements versión 10.5 este programa ofrece la solución de inestabilidades a partir de la adición de la matriz de rigidez geométrica a sistema de ecuaciones convencionales.

$$F_T = F_E + F_G = [k_E + k_G]v = k_T v$$

Donde:

F Son los vectores de fuerzas

v Son los vectores de desplazamientos

k Son las matrices de rigideces

Los subíndices se refieren a:

T son totales

E son elásticos

G son “geométricos”

La matriz k_G se puede definir para un elemento lineal con 12 grados de libertad como:

$\frac{6P}{5L}$	0	0	0	$-\frac{P}{10}$	0	$-\frac{6P}{5L}$	0	0	0	$-\frac{P}{L}$	0
	$\frac{6P}{5L}$	0	$\frac{P}{10}$	0	0	0	$-\frac{6P}{5L}$	0	$\frac{P}{L}$	0	0
		$\frac{P}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{P}{L}$	0	0	0
			$\frac{2PL}{15}$	0	0	0	$-\frac{P}{L}$	0	$-\frac{PL}{15}$	0	0
				$\frac{2PL}{15}$	0	$\frac{P}{L}$	0	0	0	$-\frac{PL}{15}$	0
					0	0	0	0	0	0	0
						$\frac{6P}{5L}$	0	$\frac{P}{10}$	0	0	0
							$\frac{6P}{5L}$	0	$-\frac{P}{10}$	0	0
			SYM					$\frac{P}{10}$	0	0	0
									$\frac{2PL}{15}$	0	0
										$\frac{2PL}{15}$	0
											0

Esta matriz de rigidez geométrica corresponde a un vector de fuerzas como el que se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} V_{1i} \\ V_{2i} \\ A_i \\ M_{1i} \\ M_{2i} \\ T_i \\ V_{1j} \\ V_{2j} \\ A_j \\ M_{1j} \\ M_{2j} \\ T_j \end{bmatrix}$$

En la matriz de rigideces geométrica se presenta el valor de P que corresponde a la fuerza axial sobre el elemento por lo cual es necesario un primer análisis para conocer dicha fuerza y posteriormente ay que iterar asta encontrar la converjencia en el sistema este programa presenta dos opciones para la solución del sistema de ecuaciones el metodo Newton Raphon Estandar que es el mas sencillo pero para el caso de nuestro problema nunca logro la converjencia y el método de newton Raphson modificado que es un método mas refinado y que si logro la converjencia.

A este modelo aparte de las cargas gravitacionales de modelo anterior se presento la condición de viento a continuación se presenta el análisis de cargas:

3.2.3 Tercer modelo numérico

El tercer modelo numérico genera un análisis por inestabilidad del sistema encontrando cual sería la carga que provocaría la inestabilidad del sistema.

Para lograr esto generamos una matriz con los nodos del sistema deformado los comparamos con la matriz de nodos del sistema analizando si la diferencia es relevante convertimos la matriz del sistema deformado en la nueva matriz del sistema adicionamos momentos en los nodos que representen los efecto internos del elemento al deformarse y

volvemos a correr el sistema si la solución converge el sistema es estable si la solución no converge el sistema es inestable. En el caso que el sistema converja se aumentan las cargas y se vuelve a correr todo el programa hasta que el programa lance una inestabilidad.

3.2.3 Modelo físico

Se genero un modelo físico que ayudara a comprender tanto el comportamiento como el proceso de construcción del sistema. Para generar el modelo se usaron ángulos de 20cm de longitud con cortas a 60° en cada extremo como piezas fundamentales de construcción del sistema y se unieron do espalda contra espalda (Fig. 3.9)



Fig. 3.9 barra tipo del sistema estructural propuesto

Posterior mente se unieron cuatro de las barras previamente mencionadas con dos ángulos ligeramente más abiertos (98°) y de esta forma generamos un cristal del sistema (Fig. 3.10)



Fig. 3.10. Un cristal básico del sistema.

Al unir estos cristales por los ángulos más abiertos generamos un arco (Fig. 3.11)
al unir estos arcos generamos el sistema completo.



Fig. 3.11 un arco del sistema.

4.-Resultados

4.1.-Primer modelo numérico

4.1.1.-Problema particular

Para mostrar el comportamiento del programa se propone una cubierta con las características antes mencionadas. Dicha estructura tiene un claro menor de 1.7m y un claro mayor de 2m está formado por tres arcos de cuatro cristales unidos entre sí. (Fig. 4.1)

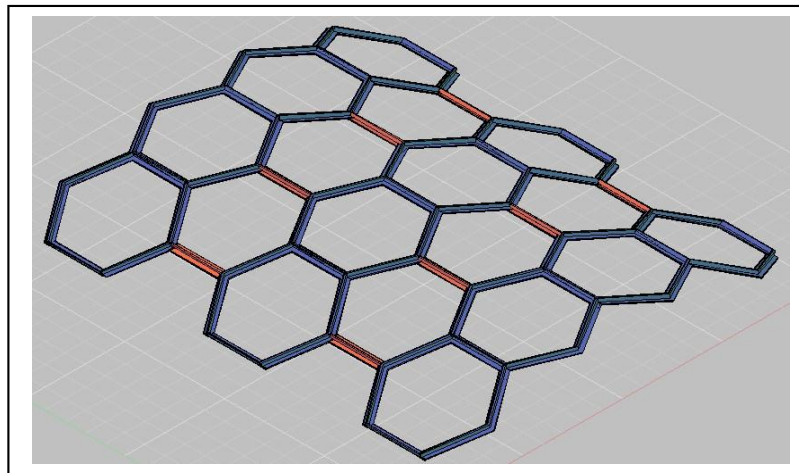


Fig. 4.1 Geometría del problema particular

Para la elaboración de la bóveda se propuso perfil de aluminio de 1/2' X 1/8' y se usaron las cargas del reglamento mexicano de 40 kg/m².

4.1.2.- Resultados

Después de haber realizado el análisis correspondiente obtenemos los siguientes

resultados. Una deformación máxima de 2mm. (Fig. 4.2)

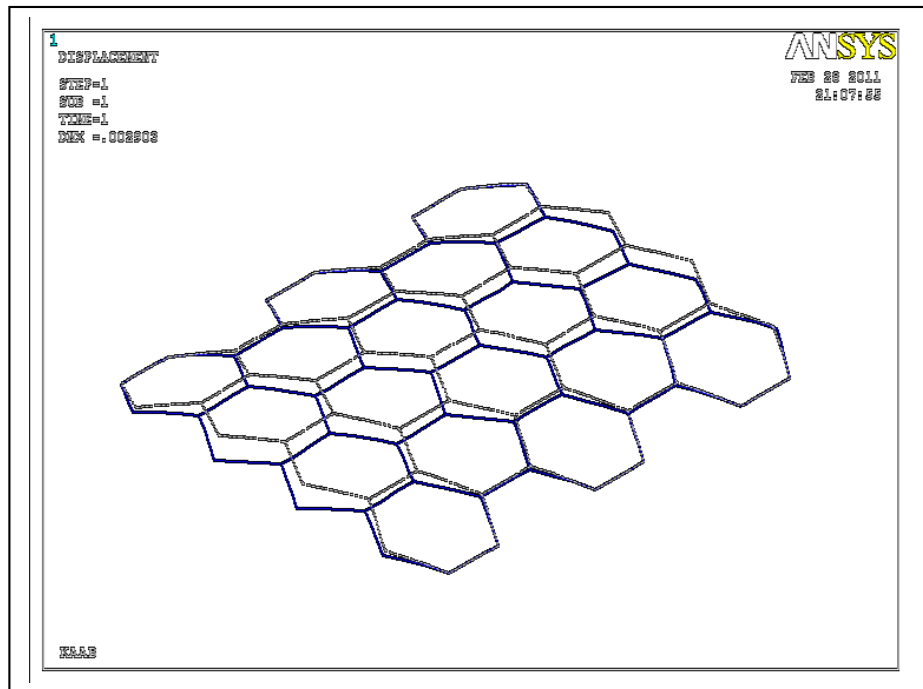


Fig. 4.2.- Deformaciones de la estructura

El máximo cortante en Y es de 73kg (Fig. 4.3) y en Z es de 11kg (Fig. 4.4)

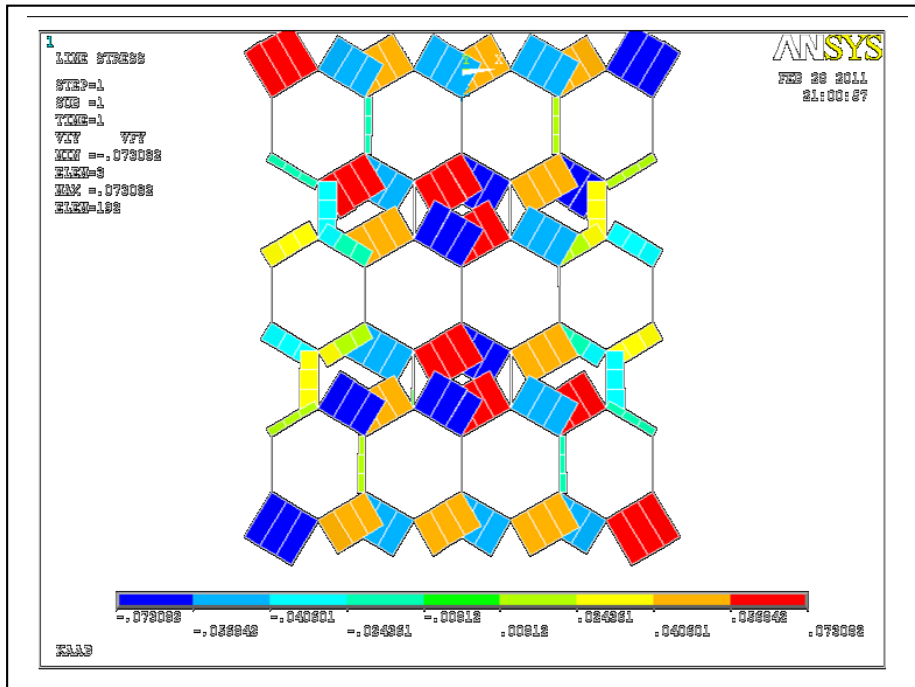


Fig. 4.3.-Cortante en Y de la estructura

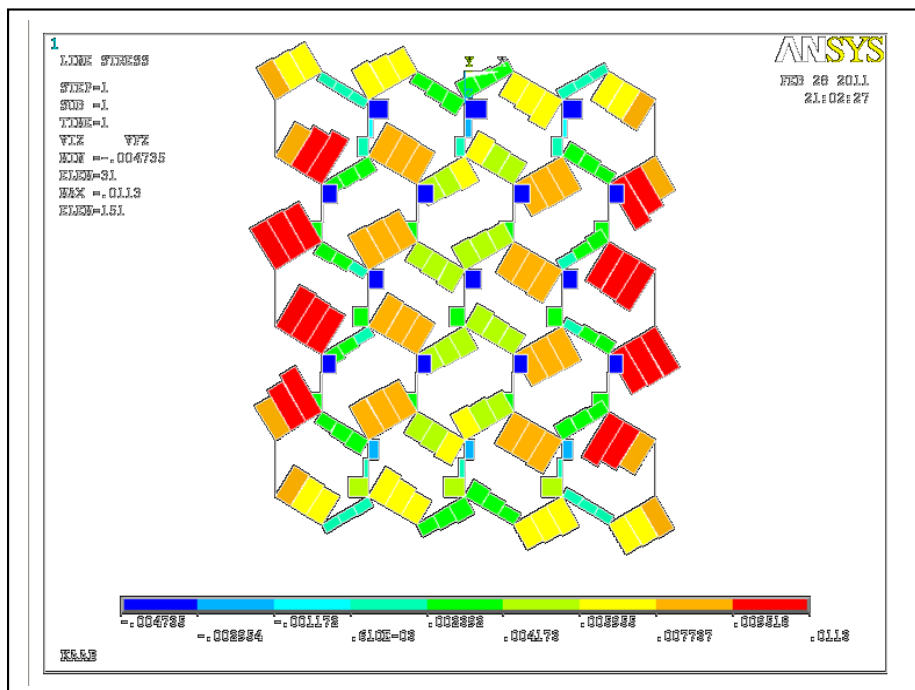


Fig. 4.4.-Cortante en Z de la estructura

Los momentos en X son prácticamente 0 (Fig. 4.5)

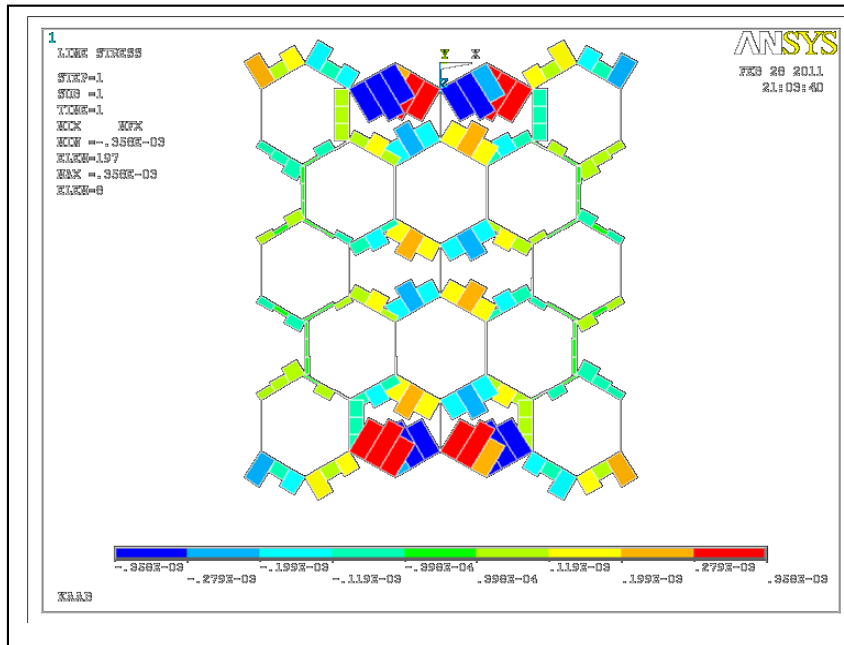


Fig. 4.5.-Momentos en X de la estructura

Los momentos en Y son de 2 kg m (Fig. 4.6)

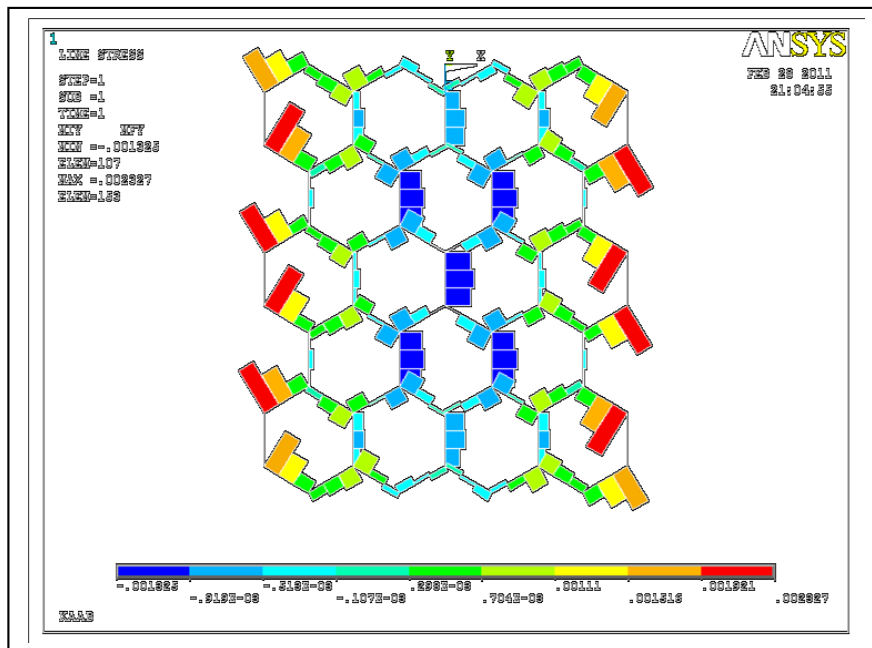


Fig. 4.6.-Momentos en Y de la estructura

Los momentos en Z son los mas importante pero son de apenas 7 kg m (Fig. 4.7)

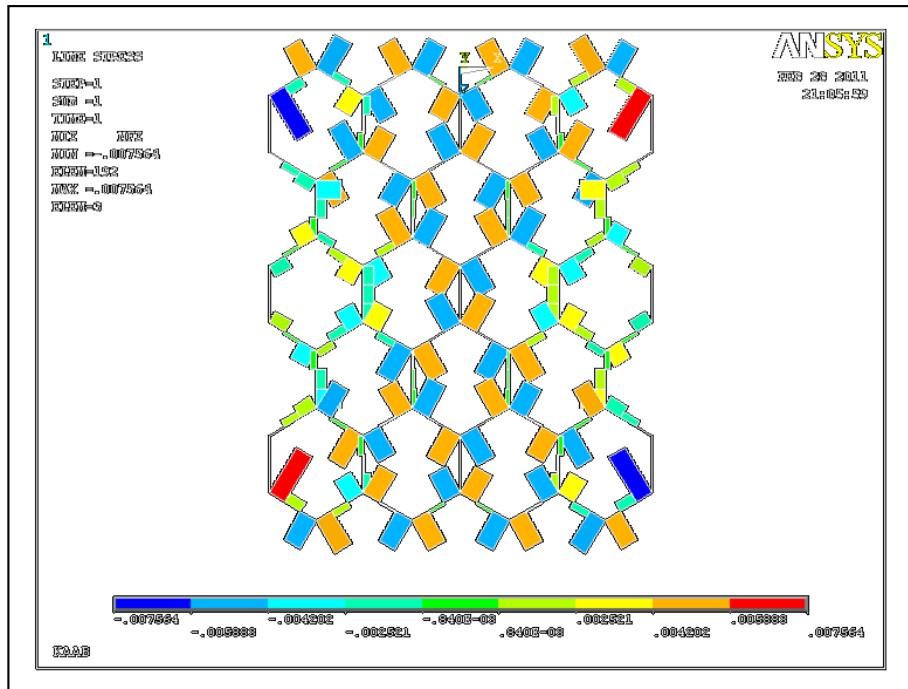


Fig. 4.7 Momentos en Z de la estructura

La normal es la acción más importante y alcanza valores de compresión hasta de 164 kg pero la mayoría de los elementos se mantienen cerca de los 100 kg (Fig. 4.8)

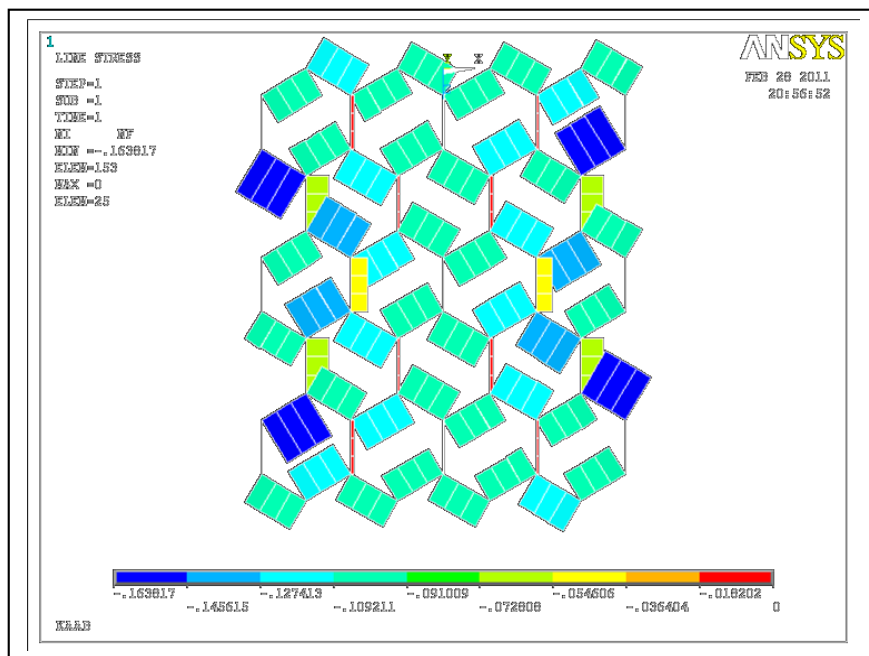
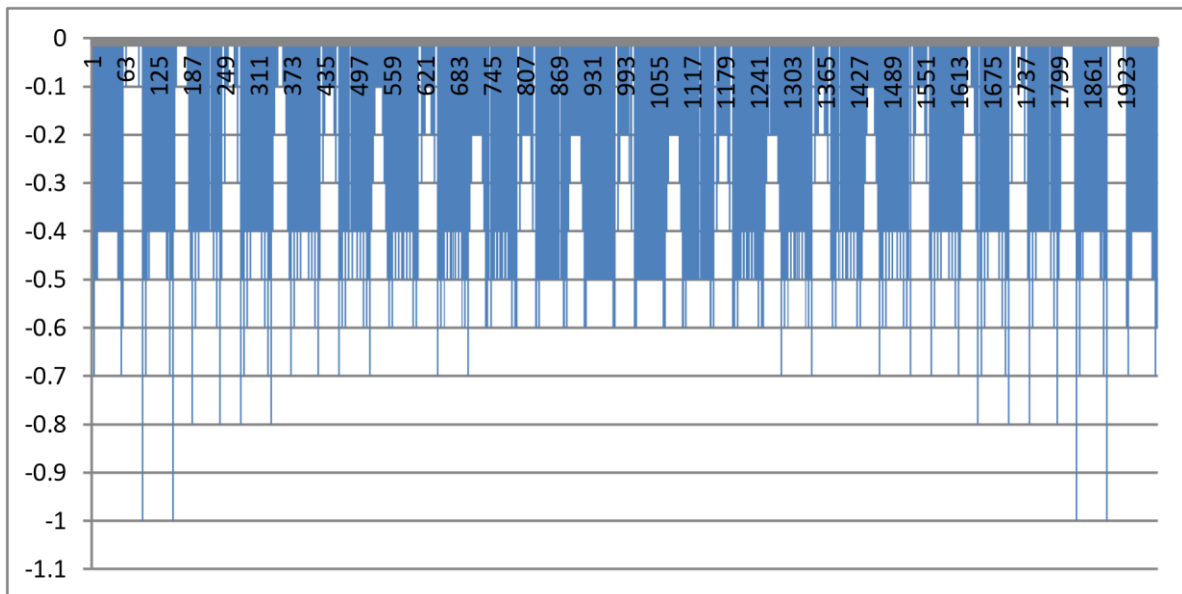


Fig.4.8 Fuerzas axiales de la estructura

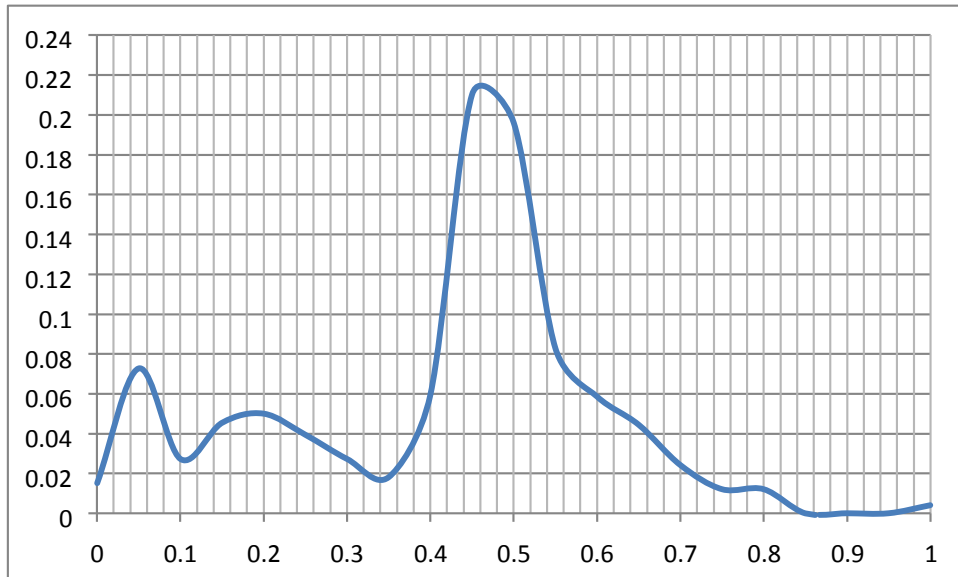
Actualmente se están realizando los preparativos para la conformación del modelo físico el cual está en proceso de elaboración con el fin de poder comprobar los resultados previamente planteados.

Por el momento el algoritmo no se encuentra perfeccionado pero los primeros resultados son alentadores. En la siguiente grafica podemos ver los valores de carga axial normalizada en los elementos aquí podemos ver como la mayora de los elementos están por debajo del 0.5 y los elementos que lo sobre para son los elementos en alguna discontinuidad como los extremos de la estructura pero en el centro de la misma se mantiene una distribución uniforme.



Gráfica 1 Gráfica normalizada de elementos axiales en la estructura.

Otra forma de visualizar este fenomeno es con la grafica siguiente donde se marca la probabilidad de que exista un balor dado en las fuersas axiales normalisadas.



Gráfica 2 Gráfica de probabilidad de que exista un valor dado de fuerza axial normalizada.

5.- Conclusiones

Apartar de los primeros resultados vistos en este trabajo podemos concluir que las mallas espaciales del tipo bóveda reticular de una sola capa con cristal hexagonal son estructuras eficientes y cuidando la estructuración y dimensionamiento de la estructura podemos conseguir estructuras no solo eficientes desde el punto de vista del ahorro de material sino que también desde el punto de vista de la construcción.

Puntualizando. Dado que la estructura puede tener elementos de dimensión y sección uniforme la fabricación en taller de dichos elementos se simplifica, dejando como principal problema el trabajo en la obra, se presento una solución posible a dicho problema pero falta mayor estudio con respecto a dichas conexiones y queda pendiente el problema de cómo garantizar el diafragma rígido y los problemas de vibración lateral de la estructura que también podrían ser solucionados por el mismo diafragma.

Por otro lado el programa mostro su veracidad al ser comparado contra resultados de programas comerciales, en especial el algoritmo para la revisión por inestabilidad del sistema, lamentablemente este algoritmo no es eficiente por lo cual es posible que se necesite la linealización de las ecuaciones en un espacio hipercomplejo para evitar el uso de matrices sobre todo durante el proceso de la generación de la geometría que resulto ser el proceso con mayor demora y siendo uno de los más recurrentes dentro de la generalidad del algoritmo.

Concluyendo este trabajo se puede decir que las estructuras basadas en los fullerenos son no solo posibles sino que también eficientes, pero hace falta más estudio de las mismas y resolver los problemas de las conexiones para poder generar una estructura más confiable y económica.

Anexos

Algoritmo.

```
*CREATE,INICIO
```

```
/NOPR
```

```
/PMETH,OFF,0
```

```
KEYW,PR_SET,1
```

```
KEYW,PR_STRUC,1
```

```
/GO
```

```
!*
```

```
/PREP7
```

```
/title, KAAB
```

```
/REPLOT
```

```
*AFUN,DEG
```

```
*END
```

*CREATE,DATOS

*ASK,A2,'CLARO',2

*ASK,L,'LOGITUD DE LA CUBIERTA',1.7

*ASK,ANGULO,'ANGULO DE LA BOVEDA',45

*ASK,N,'NUMERO DE CRISTALES',4

$A=A2/2$

$R1=A/(\sin(\text{ANGULO}/2))$

$\text{LOG}=(\sin(\text{ANGULO}/(2*N)))^2 * R1^2$

$R2=(\cos(\text{ANGULO}/(2*N))) * R1$

*DIM,Q,,N+1

$O=\text{ANGULO}/N$

$Q(1)=-(\text{ANGULO}/2)$

*DO,J,1,N,1

Q(J+1)=Q(J)+O

*ENDDO

Z1=LOG/(TAN(60)*2)

Z2=LOG/(SIN(60)*2)

*END

/COM,-----

/COM, CREAMOS UNA MATRIS CON LOS NODOS DE LA ESTRUCTURA INDEFORMADA.

/COM,-----

*CREATE,CNODOS

NAL=(L/(Z1+Z2))+1

A=N*5

B=A+((N+1)*3)

C=B+(N*5)+1

NNT=C*NAL+NAL

*DIM,NODOCIL,,NNT,4

*DIM,NODOCAR,,NNT,4

*DIM,NODOLOCA,,NNT,4

/COM,-----

/COM, NAL=NUMERO DE ARCOS A LO LARGO

/COM, NNT=NUMERO DE NODOS TOTALES

/COM, A,B,C=NUMERO DE NODOS EN CADA PARTE DEL ARCO

/COM, NODOCIL=MATRIS CON LAS CORDENADAS CILINDRICAS DE LOS NODOS

/COM, NODOCAR=MATRIS CON LAS CORDENADAS CARTECIANAS DE LOS NODOS

/COM,-----

NL=L/(2*Z2)

NUM=1

Z=0

N=N+1

*DO,J,1,NL,1

/COM,-----

/COM, NODOS DE LA DIAGONAL DEL HEXAGONO

/COM, LADO IZQUIERDO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL PRIMERO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N-1,1

*DO,NNI,1,3,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1-((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+((O/6)*NNI)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(1-(NNI/3))

NUM=NUM+1

*ENDDO

*DO,NNI,1,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R2+((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+(O/2)*(1+(NNI/3))+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

Z=Z+Z1

/COM,-----

/COM, NODOS DE LAS HORIZONTALES DEL HEXAGONO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL ULTIMO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N,1

*DO,NNI,0,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z2*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

Z=Z+Z2

/COM,-----

/COM, NODOS DE LAS SEGUNDA DIAGONAL DEL HEXAGONO

/COM, LADO IZQUIERDO Y DERECHO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL ULTIMO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N-1,1

*DO,NNI,0,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1-((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+((O/6)*NNI)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*DO,NNI,1,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R2+((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+(O/2)*(1+(NNI/3))+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(1-(NNI/3))

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

NODOCIL(NUM,1)=NUM

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},2)=R2+((R1-R2)/3)*(\text{NNI}+1)$$

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},3)=Q(I)+(O/2)*(1+((\text{NNI}+1)/3))+90$$

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},4)=Z+Z1*(1-((\text{NNI}+1)/3))$$

$$\text{NUM}=\text{NUM}+1$$

$$Z=Z+Z1$$

/COM,-----

/COM, NODOS DE LAS HORIZONTALES DEL HEXAGONO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL ULTIMO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N-1,1

*DO,NNI,0,2,1

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},1)=\text{NUM}$$

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},2)=R2$$

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},3)=Q(I)+90+O/2$$

$$\text{NODOCIL}(\text{NUM},4)=Z+Z2*(\text{NNI}/3)$$

$$\text{NUM}=\text{NUM}+1$$

*ENDDO

*ENDDO

Z=Z+Z2

*ENDDO

*DO,I,1,N-1,1

*DO,NNI,1,3,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1-((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+((O/6)*NNI)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(1-(NNI/3))

NUM=NUM+1

*ENDDO

*DO,NNI,1,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R2+((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+(O/2)*(1+(NNI/3))+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

Z=Z+Z1

/COM,-----

/COM, NODOS DE LAS HORIZONTALES DEL HEXAGONO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL ULTIMO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N,1

*DO,NNI,0,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z2*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

Z=Z+Z2

/COM,-----

/COM, NODOS DE LA SEGUNDA DIAGONAL DEL HEXAGONO

/COM, LADO IZQUIERDO

/COM, 3 NODOS

/COM, NO SE CONSIDERA EL ULTIMO YA QUE POSTERIOS MENTE SE
PROPONDRA

/COM,-----

*DO,I,1,N-1,1

*DO,NNI,0,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R1-((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+((O/6)*NNI)+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(NNI/3)

NUM=NUM+1

*ENDDO

*DO,NNI,1,2,1

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R2+((R1-R2)/3)*NNI

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+(O/2)*(1+(NNI/3))+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(1-(NNI/3))

NUM=NUM+1

*ENDDO

*ENDDO

NODOCIL(NUM,1)=NUM

NODOCIL(NUM,2)=R2+((R1-R2)/3)*(NNI+1)

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+(O/2)*(1+((NNI+1)/3))+90

NODOCIL(NUM,4)=Z+Z1*(1-((NNI+1)/3))

NUM=NUM+1

Z=Z+Z1

NUMN=NUM

*DO,I,1,N-1,1

NODOCIL(NUM,1)=NUMN

NODOCIL(NUM,2)=R2

NODOCIL(NUM,3)=Q(I)+90+O/2

NODOCIL(NUM,4)=Z

NUM=NUM+1

NUMN=NUMN+3

*ENDDO

NUMN=1

*DO,J,1,NNT,1

NODOCAR(NUMN,1)=NODOCIL(NUMN,1)

NODOCAR(NUMN,2)=NODOCIL(NUMN,2)*COS(NODOCIL(NUMN,3))

NODOCAR(NUMN,3)=NODOCIL(NUMN,2)*SIN(NODOCIL(NUMN,3))

NODOCAR(NUMN,4)=NODOCIL(NUMN,4)

NODOLOCA(NUMN,1)=NODOCIL(NUMN,1)+1000000

NODOLOCA(NUMN,2)=(NODOCIL(NUMN,2)*2)*COS(NODOCIL(NUMN,3))

NODOLOCA(NUMN,3)=(NODOCIL(NUMN,2)*2)*SIN(NODOCIL(NUMN,3))

NODOLOCA(NUMN,4)=NODOCIL(NUMN,4)

NUMN=NUMN+1

*ENDDO

*END

/COM,-----

/COM, DIBUJAREMOS LOS NODOS DE LA MATRIZ (NODOCAR)

/COM,-----

*CREATE,DNODOS

NUMN=1

*DO,J,1,NNT,1

 N,NODOCAR(NUMN,1),NODOCAR(NUMN,2),NODOCAR(NUMN,3),NODOCAR(NUMN,4)

 N,NODOLOCA(NUMN,1),NODOLOCA(NUMN,2),NODOLOCA(NUMN,3),NODOLOCA(NUMN,4)

 NUMN=NUMN+1

*ENDDO

*END

/COM,-----

/COM, PROPONEMOS LAS SECCIONES

/COM,-----

*CREATE,SECCIONES

*ASK,W1,'PATIN',.038

*ASK,W2,'ALMA',.019

*ASK,T1,'ESPESOR',.003

T2=T1*2

ET,1,BEAM188

SECNUM,1

SECTYPE,1,BEAM,T

SECDATA,W1,W2,T1,T2

MP,EX,1,2.1E+07

MP,PRXY,1,0.2

MP,DENS,1,7.8/9.81

MP,ALPX,1,12E-06

lesize,ALL,,3

*END

/COM,-----

/COM, DIBUJAREMOS LOS ELEMENTOS

/COM,-----

*CREATE,DELEMEN

NUME=1

NUMN=1

*DO,K,1,NL+1,1

 *DO,J,1,N-1,1

 E,((C+(N-1)*3)*(K-1))+A+1+(J-1)*3,NUMN,NUMN+1000000

 NUMN=NUMN+1

 NUME=NUME+1

 *DO,I,1,4,1

 E,NUMN-1,NUMN,NUMN+1000000

 NUME=NUME+1

 NUMN=NUMN+1

 *ENDDO

 E,NUMN-1,((C+(N-1)*3)*(K-1))+A+1+(J*3),NUMN+1000000

 NUME=NUME+1

*ENDDO

*DO,J,1,N,1

*DO,I,1,2,1

E,NUMN,NUMN+1,NUMN+1000000

NUME=NUME+1

NUMN=NUMN+1

*ENDDO

E,NUMN,((C+(N-1)*3)*(K-1))+B+1+((J-1)*5),NUMN+1000000

NUME=NUME+1

NUMN=NUMN+1

*ENDDO

*DO,J,1,N-1,1

*DO,I,1,2,1

E,NUMN,NUMN+1,NUMN+1000000

NUME=NUME+1

NUMN=NUMN+1

*ENDDO

E,NUMN,((C+(N-1)*3)*(K-1))+C+1+((J-1)*3),NUMN+1000000

NUME=NUME+1

```

NUMN=NUMN+1

E,((C+(N-1)*3)*(K-1))+C+1+((J-1)*3),NUMN,NUMN+1000000

NUME=NUME+1

*DO,I,1,2,1

    E,NUMN,NUMN+1,NUMN+1000000

    NUME=NUME+1

    NUMN=NUMN+1

*ENDDO

*ENDDO

NUMN=NUMN+1

*IF,K,LT,NL,THEN

    *DO,J,1,N-1,1

        *DO,I,1,2,1

            E,NUMN,NUMN+1,NUMN+1000000

            NUME=NUME+1

            NUMN=NUMN+1

        *ENDDO

        E,NUMN,((C+(N-1)*3)*(K-1))+C+(N-1)*3)+2+1+((J-
1)*5),NUMN+1000000

```

NUME=NUME+1

NUMN=NUMN+1

*ENDDO

*ENDDO

*END

*CREATE,APOYOS

LOCAL,13,0,0,0,0,0,0,0

NSEL,S,LOC,Y,(R1*(COS(ANGULO/2)))

D,ALL,ALL,0

NSEL,ALL

FINISH

*END

*CREATE,CARGAS

/SOLU

ANTYPE,0

*ASK,WV,'CARGA VIVA(TON/M2)',.04 $w=A2*L*(WV+.02)$

$DW=W/(NUM+(NL*2))$

F,ALL,FY,-DW

NSEL,ALL

ACEL,,9.81

SOLVE

FINISH

*END

*CREATE,DEFORMADA

/POST 1

SET,1,1

PLDISP,1

ETABLE,X,U,X

ETABLE,Y,U,Y

ETABLE,Z,U,Z

NUMN=1

*DIM,U,,NNT,4

*DO,NUMN,1,NNT,1

 *GET,U(NUMN,1),NODE,NUMN,U,X

 *GET,U(NUMN,2),NODE,NUMN,U,Y

 *GET,U(NUMN,3),NODE,NUMN,U,Z

*ENDDO

*DIM,NODDEF,,NNT,4

*DO,NUMN,1,NNT,1

 NODDEF(NUMN,1)=NODOCAR(NUMN,2)+U(NUMN,1)

 NODDEF(NUMN,2)=NODOCAR(NUMN,3)+U(NUMN,2)

 NODDEF(NUMN,3)=NODOCAR(NUMN,4)+U(NUMN,3)

*ENDDO

*END

*USE,INICIO

*USE,DATOS

*USE,CNODOS

*USE,DNODOS

*USE,SECCIONES

*USE,DELEMEN

*USE,APOYOS

*USE,CARGAS

*USE,DEFORMADA

REFERENCIS

Bassegoda Nonell Juan, Historia de arquitectura, Reverte, 1984

Bazán y Meli, Diseño sísmico de edificios, Limusa, 2010

Ghail y Neville, Analisis estructural, IMCYC, 1997

Gere James M. y Weaver William, Análisis de estructuras reticulares, Continental, 1965

López Villa Manuel Antonio, Arquitectura e historia: curso de historia de la arquitectura, CDCH UCV, 2003

Midant Jean-Paul. Diccionario Akal de la arquitectura del siglo XX, Ediciones AKAL, 2004.

Poole Charles P., Owens Frank J., Introducción a la nanotecnología, Reverte, 2007

Ramon Alonso Jose, Ramón Alonso Pereira José, Introduction to The History of Architecture: From The Origins to The XXI Century, Reverte, 2005