



Universidad Autónoma de Querétaro

Facultad de Ingeniería



Maestría en Ciencias (Mecatrónica)

**Identificación de parámetros modales de un puente atirantado  
mediante modelos experimentales y de elementos finitos.**

**TESIS**

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Maestro en  
Ciencias de la Mecatrónica

**Presenta:**

Ing. Alan Gerardo Luján Olalde

**Dirigido por:**

Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez

**Co-Dirigido por:**

Dr. José Manuel Machorro López

San Juan del Río, Querétaro, Junio 2024

**La presente obra está bajo la licencia:**  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>



## CC BY-NC-ND 4.0 DEED

### Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional

#### **Usted es libre de:**

**Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato

La licenciatario no puede revocar estas libertades en tanto usted siga los términos de la licencia

#### **Bajo los siguientes términos:**



**Atribución** — Usted debe dar [crédito de manera adecuada](#), brindar un enlace a la licencia, e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciatario.



**NoComercial** — Usted no puede hacer uso del material con [propósitos comerciales](#).



**SinDerivadas** — Si [remezcla, transforma o crea a partir](#) del material, no podrá distribuir el material modificado.

**No hay restricciones adicionales** — No puede aplicar términos legales ni [medidas tecnológicas](#) que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia.

#### **Avisos:**

No tiene que cumplir con la licencia para elementos del material en el dominio público o cuando su uso esté permitido por una [excepción o limitación](#) aplicable.

No se dan garantías. La licencia podría no darle todos los permisos que necesita para el uso que tenga previsto. Por ejemplo, otros derechos como [publicidad, privacidad, o derechos morales](#) pueden limitar la forma en que utilice el material.



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias (Mecatrónica)



**“Identificación de parámetros modales de un puente atirantado mediante modelos experimentales y de elementos finitos”**

Opción de titulación

**TESIS**

Que como parte de los requisitos para obtener el grado de Maestro en Ciencias de la Mecatrónica

**Presenta:**

Ing. Alan Gerardo Luján Olalde

**Dirigido por:**

Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez

**Co-Dirigido por:**

Dr. José Manuel Machorro López

Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez  
Presidente

Dr. José Manuel Machorro López  
Secretario

Dr. Martín Valtierra Rodríguez  
Vocal

Dr. Gerardo Israel Pérez Soto  
Suplente

Dr. Jesús Rooney Rivera Guillen  
Suplente

Campus San Juan del Río, Querétaro  
Junio 2024  
México

## RESUMEN

Las infraestructuras civiles (por ejemplo, viviendas, edificios, puentes, entre otras) se caracterizan por ser elementos esenciales en la vida moderna, ya que permiten brindar a las personas viviendas y centros de trabajo, así como comunicación y transporte con otras ciudades o países, entre otros beneficios. En particular, cuando se diseña y/o construye una estructura, se requiere la estimación de diversos parámetros mecánicos conocidos como parámetros dinámicos modales (frecuencias naturales, formas modales, factores de amortiguamiento, etc.), ya que éstos indican las frecuencias y formas con las que vibrará la estructura, así como su capacidad para disipar las vibraciones, lo que permite valorar la condición de la infraestructura civil.

En esta investigación o trabajo de tesis, se enfocó en el desarrollo de un método, el cual combinó un enfoque experimental con el uso de modelado por elementos finitos, empleando algoritmos avanzados de procesamiento de datos, tales como la transformada de Hilbert y la transformada MUSIC (Multiple Signal Classification), para la identificación precisa de los parámetros modales, incluyendo los factores de amortiguamiento y las frecuencias naturales, de una estructura real. En este sentido, se seleccionó el puente atirantado Puente Río Papaloapan (PRP) como objeto de estudio. En particular, el modelo experimental se basó en el desarrollo de un sistema de monitoreo, adquisición y almacenamiento de la respuesta vibratoria del puente con el fin de estimar los parámetros dinámicos de la estructura bajo análisis. Para lo cual, se desarrolló un sistema de adquisición con capacidad para capturar las señales de vibración, alimentado tanto por corriente alterna como por energía solar en ausencia de conexión eléctrica. Por otra parte, la eficacia de transformadas MUSIC y Fourier para la estimación de las frecuencias naturales es evaluada por medio de una validación numérica. En base los resultados obtenidos, se observó que la transformada MUSIC ofrece una estimación más precisa de las frecuencias naturales que la transformada de Fourier. Finalmente, se actualizó y analizó los modelos de elementos finitos del puente, y se realizó un análisis de su respuesta vibratoria para estimar los parámetros con una precisión dentro de los rangos máximos de error permitidos: 2% para la frecuencia natural y 20% para el factor de amortiguamiento. Tras un proceso de desarrollo, investigación y depuración, este sistema podría representar una solución rentable para diversos sectores de la industria nacional, incluyendo la ingeniería estructural y civil, entre otros.

**Palabras clave:** Monitoreo estructural; Parámetros modales; Modelo de elemento finito; Sistema de adquisición de datos; Respuesta vibratoria; Puente Río Papaloapan.

## SUMMARY

Civil infrastructures (for example, houses, buildings, bridges, and other configurations) are characterized by being essential elements in modern life, since they allow people to provide housing and work centers, as well as communication and transportation with other cities or countries, among other benefits. When designing and/or building a structure, the estimation of various mechanical parameters known as modal dynamic parameters (natural frequencies, mode shapes, damping factors, etc.) is required, since these indicate the frequencies and shapes with which the structure will vibrate, as well as its capacity to dissipate vibrations, which allows assessing the condition of the civil infrastructure.

This investigation focused on proposing a method based on a numerical model and experimental data, using advanced data processing algorithms for example, the Hilbert transform and the MUSIC transform (multiple signal classification) to identify the modal parameters (damping factors and natural frequencies) of a real structure; in this case, the cable-stayed bridge of the Papaloapan River (PRP). The experimental model was based on the development of a system for monitoring, acquiring, and storing the vibration response of the bridge to estimate the dynamic parameters of the structure under analysis. For this purpose, an acquisition system was developed with the capability to capture vibration signals, powered either by alternating current or solar energy in the absence of an electrical connection. Furthermore, the effectiveness of MUSIC and Fourier transforms for estimating natural frequencies is evaluated through numerical validation. Based on the results obtained, it was observed that the MUSIC transform provides a more precise estimation of natural frequencies than the Fourier transform. Finally, the finite element models of the bridge were updated and analyzed, and an analysis of its vibrational response was conducted to estimate parameters with accuracy within the allowable maximum error ranges: 2% for natural frequency and 20% for damping factor. Following a process of development, research, and refinement, this system could represent a cost-effective solution for various sectors of the national industry, including structural and civil engineering, among others.

**Keywords:** Structural monitoring; Modal parameters; Finite element model; Data acquisition system; Vibratory response; Rio Papaloapan Bridge.

## **DEDICATORIA**

Le dedico la culminación y los resultados de este trabajo de Tesis a mi familia, especialmente a mi querida madre Irma, por su apoyo y cariño incondicional y sobre todo por haber confiado en mí, tanto en los buenos momentos como en aquellos donde estaba lleno de dudas y miedos por haber tomado la decisión de abandonar mi trabajo y estudiar este posgrado y que ahora puedo decir con gran alegría y satisfacción que fue la mejor decisión que pude tomar en este punto de mi vida.

A mis amigos de posgrado y también a los viejos amigos de carrera por hacer de mi estancia en la universidad más fácil y reconfortante brindándome su ayuda, sus consejos y aquellos pequeños momentos de pláticas y diversión que sin duda alegran el día a día.

Finalmente, a mí mismo, como prueba de que a veces el ser un “necio” puede ser de gran utilidad en los momentos oportunos.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco primeramente a Dios y a la vida por haberme permitido tener la salud y las oportunidades de estudiar esta Maestría y haber logrado culminar este trabajo de Tesis.

Agradezco a mi director de Tesis, el Dr. Juan Pablo Amézquita Sánchez, por sus enseñanzas, su tiempo y su acompañamiento a lo largo de estos dos años desde que se plantearon los primeros objetivos hasta la observación de los resultados finales.

Agradezco también a mis sinodales, por sus aportes a este trabajo y su retroalimentación que sin duda resultaron de gran utilidad para llegar a los resultados esperados, y un agradecimiento especial al Dr. Martín Valtierra Rodríguez por su asesoría, apoyo y la confianza brindada desde que estaba por iniciar los cursos propedéuticos del posgrado.

Finalmente agradezco al Instituto Mexicano del Transporte, especialmente al Dr. José Manuel Machorro López y a los investigadores involucrados en el proyecto, por su arduo trabajo, datos de investigación proporcionados y, sobre todo, por su tiempo y asesoría brindada. A la Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería, División de Investigación y Posgrados, así como al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías por brindar las condiciones y el apoyo económico para llevar a cabo la realización de este trabajo de Tesis.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN.....</b>	<b>3</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>4</b>
<b>DEDICATORIA.....</b>	<b>5</b>
<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>6</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>7</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>9</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>10</b>
<b>ABREVIATURAS Y SIGLAS.....</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 Antecedentes.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Descripción del problema.....</b>	<b>16</b>
<b>1.3 Justificación.....</b>	<b>17</b>
<b>1.4 Hipótesis y objetivos.....</b>	<b>19</b>
<b>1.5 Planteamiento general.....</b>	<b>21</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....</b>	<b>23</b>
<b>2.1 Estructuras civiles.....</b>	<b>23</b>
<b>2.2 Tipos de puentes.....</b>	<b>24</b>
<b>2.3 Modelo de Elemento Finito.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.1 Elemento viga.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.2 Elemento barra.....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.3 Elemento shell.....</b>	<b>28</b>
<b>2.4 Frecuencias naturales.....</b>	<b>29</b>
<b>2.5 Factor de amortiguamiento.....</b>	<b>30</b>
<b>2.6 Procesamiento de datos.....</b>	<b>31</b>
<b>2.7 Transformada Clasificación Múltiple de Señales.....</b>	<b>32</b>
<b>2.8 Filtrado digital.....</b>	<b>33</b>
<b>2.9 Filtro Wavelet.....</b>	<b>35</b>

<b>2.10 Método de autocorrelación.....</b>	<b>37</b>
<b>2.11 Transformada Hilbert.....</b>	<b>37</b>
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>III. METODOLOGÍA.....</b>	<b>37</b>
<b>    3.2 Estructura civil a analizar (Puente Río Papaloapan).....</b>	<b>40</b>
<b>    3.3 Sistema de adquisición.....</b>	<b>42</b>
<b>3.3.1 Fuente de alimentación.....</b>	<b>42</b>
<b>3.3.2 Filtro anti-alias.....</b>	<b>44</b>
<b>3.3.3 Tarjeta de adquisición.....</b>	<b>44</b>
<b>3.3.4 Sensor.....</b>	<b>45</b>
<b>3.3.5 Comprobación del sistema de adquisición.....</b>	<b>45</b>
<b>3.3.6 Interfaz de usuario.....</b>	<b>46</b>
<b>    3.4 Modelado del PRP en ANSYS Mechanical APDL.....</b>	<b>47</b>
<b>3.4.1 Definición de elementos.....</b>	<b>47</b>
<b>3.4.2 Propiedades mecánicas.....</b>	<b>47</b>
<b>3.4.3 Definición de secciones.....</b>	<b>48</b>
<b>3.4.4 Ensamble.....</b>	<b>48</b>
<b>CAPÍTULO 4</b>	
<b>IV. RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
<b>    4.1 Validación numérica.....</b>	<b>52</b>
<b>    4.2 Análisis Modal del PRP .....</b>	<b>55</b>
<b>4.2.1 Puesta experimental.....</b>	<b>55</b>
<b>4.2.2 Estimación de FNs.....</b>	<b>57</b>
<b>4.2.3 Estimación de FA.....</b>	<b>59</b>
<b>    4.3 Modelo numérico de elemento finito del PRP.....</b>	<b>61</b>
<b>CAPÍTULO 5</b>	
<b>V. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS.....</b>	<b>64</b>
<b>    5.1 Conclusiones.....</b>	<b>64</b>
<b>    5.2 Prospectivas.....</b>	<b>65</b>
<b>Referencias .....</b>	<b>66</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 3.1</b> Selección de elementos.....	47
<b>Tabla 3.2</b> Asignación de propiedades mecánicas.....	48
<b>Tabla 3.3</b> Secciones de cada tipo de elemento.....	48
<b>Tabla 4.1</b> Frecuencias naturales estimadas por la transformada MUSIC y TRF.....	54
<b>Tabla 4.2</b> FAs teóricos comparados con FAs estimados por TH.....	55
<b>Tabla 4.3</b> Valores de las FNes estimadas por la TRF y MUSIC.....	58
<b>Tabla 4.4</b> Valores del procesamiento de las señales de vibración (MUSIC) y sus respectivos FAs.....	59
<b>Tabla 4.5</b> Comparativa de FAs estimados por el Instituto Mexicano del Transporte y en este trabajo.....	60
<b>Tabla 4.6</b> Valores de las 4 primeras FNes del PRP obtenidas con el modelo numérico y de forma experimental mediante el método TRF y MUSIC.....	61

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> Planteamiento general (Autoría propia).....	21
<b>Figura 2.1</b> Tipos de puentes (Pexels, 2023).....	25
<b>Figura 2.2</b> Sistema masa-resorte-amortiguador (Autoría propia).....	30
<b>Figura 2.3</b> Respuesta libre amortiguada de una estructura civil ante diferentes factores de amortiguamiento (Autoría propia).....	31
<b>Figura 2.4</b> Filtro pasa bajas (Autoría propia).....	34
<b>Figura 2.5</b> Filtro pasa altas (Autoría propia).....	34
<b>Figura 2.6</b> Filtro pasa banda (Autoría propia).....	35
<b>Figura 2.7</b> Filtro rechaza banda (Autoría propia).....	35
<b>Figura 2.8</b> Representación gráfica del comportamiento de la Transformada Wavelet (Autoría propia).....	36
<b>Figura 3.1</b> Metodología propuesta (Autoría propia).....	39
<b>Figura 3.2</b> Puente atirantado a analizar (Instituto Mexicano del Transporte).....	41
<b>Figura 3.3</b> Acomodo del PRP identificando semi-arpas y dimensiones (Machorro-Lopez et al., 2021).	
<b>Figura 3.4</b> Carcasa principal del sistema de adquisición (Autoría propia).....	42
<b>Figura 3.5</b> Fuente de alimentación del sistema de adquisición (Autoría propia)....	41
<b>Figura 3.6</b> Celda solar acoplada al sistema de adquisición (Autoría propia).....	43
<b>Figura 3.7</b> Filtro anti-alias acoplado al sistema de adquisición (Autoría propia)....	43
<b>Figura 3.8</b> Tarjeta de adquisición National Instruments USB-6001 (Autoría propia).....	45
<b>Figura 3.9</b> Acelerómetro empleado de la marca KISTLER modelo 8395a (Autoría propia).....	45
<b>Figura 3.10</b> Operación del sistema de adquisición (Autoría propia).....	46
<b>Figura 3.11</b> Interfaz gráfica de usuario del sistema de adquisición (Autoría propia).....	46
<b>Figura 3.12</b> Ensamble principal del PRP (Machorro-Lopez et al., 2021).....	49
<b>Figura 3.13</b> Ensamble mallado del PRP (Machorro-Lopez et al., 2021).....	50
<b>Figura 3.14</b> Ensamble del PRP con sus condiciones de frontera (Machorro-Lopez et al., 2021).....	51
<b>Figura 4.1</b> Señal sintética generada (a) sin ruido y (b) con ruido (Autoría propia)...	53

<b>Figura 4.2</b> Frecuencias estimadas por la TRF y MUSIC para una señal (a) sin ruido y (b) con ruido (Autoría propia).....	53
<b>Figura 4.3.</b> Señales obtenidas por el filtro <i>Wavelet</i> , así como el ajuste de curva obtenido para el cálculo de los FAs (Autoría propia).....	54
<b>Figura 4.4</b> a) Sensor inalámbrico montado en el PRP y (b) ubicación de los sensores (S1, S2, ..., S12) utilizados para monitorear las respuestas vibratorias del puente. (Machorro-Lopez et al., 2021).....	56
<b>Figura 4.5</b> Respuestas vibratorias monitoreadas del PRP por medio del sensor (a) S5 y (b) S6 (Machorro-Lopez et al., 2021).....	57
<b>Figura 4.6</b> Análisis en el dominio de la frecuencia con el fin de estimar las FN <sub>s</sub> de los sensores S5 y S6, respectivamente, por medio de la transformada (a) MUSIC y (b) TRF (Autoría propia).....	58
<b>Figura 4.7</b> Gráficas de los factores de amortiguamiento para las señales analizadas previamente (Autoría propia).....	60
<b>Figura 4.8</b> Formas modales obtenidas de forma numérica y sus correspondientes frecuencias con el modelo original (Machorro-Lopez et al., 2021).....	62
<b>Figura 4.9</b> Análisis modal del PRP luego de ser actualizado con sus respectivas FN <sub>s</sub> (Autoría propia).....	63

## ABREVIATURAS Y SIGLAS

ABREVIATURA/SIGLA	SIGNIFICADO
ACM	<i>Auto Correlation Method</i>
EWT	<i>Empirical Wavelet Transform</i>
FAs	Factores de amortiguamiento
FNs	Frecuencias naturales
Fc	Frecuencia de corte
FDs	Filtros digitales
MUSIC	<i>Multiple Signal Classification</i>
MEF	Modelo de elemento finito
TRF	Transformada rápida de Fourier
TH	Transformada Hilbert
PRP	Puente Río Papaloapan

## CAPÍTULO 1

### I. INTRODUCCIÓN

En la historia de la humanidad, la infraestructura civil ha sido esencial en la vida de las personas, ya que permite brindar desde viviendas hasta lugares de trabajo, así como comunicación y transporte con más ciudades o países, entre otros beneficios. Cuando se diseña y construye una estructura, se requiere la estimación de diversos parámetros mecánicos, como los parámetros dinámicos modales, que incluyen frecuencias naturales (FNs) y factores de amortiguamiento (FAs). Estos indican las frecuencias a las que vibrará la estructura y su capacidad para disipar las vibraciones. Por lo tanto, en los últimos años se han reportado diversos métodos en la literatura a nivel internacional para el cálculo de los parámetros modales de la infraestructura civil (Amezquita-Sánchez et al., 2017).

#### 1.1 Antecedentes

Tobón (2008) empleó la transformada de ondaletas o *Wavelet* para calcular las FNs de un edificio de 4 pisos a partir de un modelo numérico de elemento finito elaborado en SAP2000® (software especializado de elemento finito), sometido a cargas concentradas en los nodos. El-Kafafy et al., (2013) emplearon aproximaciones estocásticas y determinísticas para calcular los parámetros modales de un modelo de elemento finito basándose en una simulación. Por otro lado, Naderpour et al., (2016), exploraron el método llamado *Peak Picking*, una variación de la transformada de Fourier, para la estimación de las FNs de un edificio a escala de 3 pisos, con el fin de relacionarlas con la condición de la estructura. A su vez, Sánchez-Acevedo et al., (2017) investigaron la técnica de optimización de partículas para el cálculo de parámetros modales de un modelo de edificio de 3 pisos de acero sujeto a vibraciones dinámicas impuestas por un agitador o *shaker* electrodinámico. Cacho-Perez et al., (2017) combinaron el método conocido como espacios estocásticos con la función de respuesta en frecuencia, una variación de la transformada de Fourier, para calcular los parámetros dinámicos modales de un puente peatonal sujeto a vibraciones ambientales, las cuales son provocadas por el paso de los peatones y factores ambientales, tales como el viento. Xin et al., (2019)

exploraron la Transformada Empírica *Wavelet* (EWT por sus siglas en inglés *Empirical Wavelet Transform*), conjunción de la transformada de *Wavelet* y Fourier, para el cálculo de los parámetros modales de un edificio a escala de 3 pisos armado en laboratorio, sujeto a vibraciones simuladas. Los autores reportan que, la parte de Fourier en la EWT tiende a generar “falsos modos” debido a una segmentación o descomposición inapropiada de las señales analizadas. Recientemente, Yun et al., (2023) utilizaron el filtro extendido de Kalman para calcular los parámetros dinámicos modales de un modelo de un edificio de 3 pisos de acero expuesto a excitaciones dinámicas.

A pesar de que los resultados han sido prometedores, en las investigaciones antes descritas para la estimación de parámetros modales de estructuras civiles, las técnicas reportadas requieren de una gran selección de parámetros (niveles de descomposición, ondaletas madre, etc.), lo que indica que la técnica empleada requiere de la variación de sus parámetros para adaptarse al comportamiento de otras estructuras civiles. Adicionalmente, sus resultados pueden verse afectados ante señales envueltas en una gran cantidad de ruido y condiciones variantes llamadas no estacionarias como las obtenidas en una estructura real (Perez-Ramirez et al., 2016); principalmente, si para esta tarea se emplea la transformada de Fourier, la cual es ineficiente ante señales no estacionarias y ruidosas (Xin et al., 2019). Por lo tanto, aún existe la necesidad de explorar otras técnicas de procesamiento con el fin de calcular la dinámica modal o parámetros modales de una estructura real con una buena precisión. Conjuntamente, existe la necesidad de explorar la identificación de los parámetros modales de una estructura empleando modelos numéricos (modelos de elemento finito) calibrados a partir de los datos experimentales de la estructura real en estudio, lo que permite observar si el cálculo realizado se encuentra dentro de los rangos aceptables, ya que la mayoría de los trabajos solamente realizan esta estimación empleando sólo un método (numérico o experimental), además que en su mayoría analizan estructuras de laboratorio y no de la vida real. Adicionalmente, el contar con un modelo numérico, permitirá conocer de manera a priori el comportamiento de la estructura bajo diferentes escenarios sin tener que representarlos de forma experimental.

En la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), se tienen varios trabajos de Tesis afines con el objetivo de calcular los parámetros modales en estructuras civiles. Por ejemplo, Pérez (2014), investigó la transformada *Wavelet* para calcular las FNs de manera experimental de un edificio de concreto reforzado de dos pisos (Gimnasio de la Facultad de Ingeniería del campus San Juan del Río) sujeto a vibraciones ambientales. Por otro lado, Navarrete (2016) investigó la transformada de Fourier para calcular las FNs de manera experimental de una armadura de 3 cubos de aluminio sujeta a vibraciones forzadas. Por otra parte, Moreno (2019) investigó el algoritmo de descomposición empírica de modos para realizar el análisis de las vibraciones naturales de un modelo de edificio de 4 pisos sujeto a vibraciones forzadas impuestas por un martillo de impacto, en el campus San Juan del Río, donde logró que su metodología pueda detectar grietas. Recientemente, Hernández (2022) desarrolló un modelo numérico (mediante elemento finito) y experimental (análisis por medio de la transformada de Fourier) para calcular las FNs de una estructura de acero de 4 pisos sujeta a vibraciones forzadas producidas por un martillo de impacto.

Como se puede observar, el cálculo de parámetros modales se llevó a cabo dentro de la UAQ; sin embargo, estos trabajos se enfocaron principalmente en el análisis de estructuras académicas o estructuras reales de tamaño reducido a través de la transformada de Fourier (método con limitada capacidad para evaluar señales con características no estacionarias y ruidosas, como las señales obtenidas en estructuras reales de gran tamaño) (Amezquita-Sánchez et al., 2017). Adicionalmente, estos trabajos de Tesis se han enfocado en el cálculo de los parámetros modales a través de un solo tipo de análisis, ya sea numérico o experimental. Por lo tanto, es de suma importancia investigar la identificación/cálculo de los parámetros modales de una estructura real (por ejemplo, el puente atirantado, Puente Río Papaloapan (PRP) tanto de forma numérica como experimental, con el fin de cotejar una correcta estimación de éstos. Adicionalmente, es necesario la investigación de nuevas técnicas de procesamiento de datos con el objetivo de estimar con mayor precisión los parámetros modales de estructuras reales de gran tamaño.

## **1.2 Descripción del problema**

El colapso de una estructura civil, e.g. una vivienda o puente, puede causar grandes pérdidas económicas y humanas. Algunos ejemplos de derrumbes catastróficos son los siguientes: el puente Morandi en Génova, Italia, colapsó el 14 de agosto de 2018. En este incidente, algunos de los tirantes que sostenían el puente cedieron, lo que provocó agrietamiento y su posterior ruptura. El resultado fue la muerte de 43 personas y 16 heridos (Univision, 2021). Otro caso relevante fue el derrumbe del puente centenario de Castelo de Paiva en Oporto, Portugal, el 4 de marzo de 2001 a causa de la presión del agua ocasionada por las fuertes lluvias. En este incidente, fallecieron 58 personas (SWI, 2018). Por otro lado, otra catástrofe se generó con el colapso del puente colgante peatonal del río Machchu en Morbi, India. Este puente, que tenía una longitud de 230 metros, se derrumbó después de ser reabierto por renovaciones, causando la muerte de 135 personas durante un festival local (BBC, 2022). Recientemente, el 3 de mayo de 2021, en la Ciudad de México, una parte del puente por el que circulaba la línea 12 del metro colapsó debido a fallas en su construcción. Este incidente resultó en la muerte de 26 personas (Univision, 2021). Por lo tanto, como se destaca en la siguiente sección, es de gran relevancia el desarrollo o creación de metodologías con la suficiente robustez y eficiencia para obtener o estimar con una muy buena precisión los parámetros dinámicos modales de una estructura civil.

De manera particular, los trabajos revisados y presentados en la sección de antecedentes permiten observar que los parámetros dinámicos modales son principalmente estimados a través del monitoreo de la respuesta dinámica vibratoria de una estructura civil sujeta a vibraciones ambientales (por ejemplo, viento, paso peatonal y vehicular, etc.). Estas señales adquiridas se caracterizan por presentar (1) una muy baja amplitud, (2) un gran nivel de ruido y (3) características no estacionarias (Su et al., 2014); por lo tanto, existe la necesidad de investigar técnicas tiempo-frecuencia que permitan el cálculo de los parámetros dinámicos modales, tales como FNs y FAs, con una gran precisión y que se encuentren dentro del rango de máximo error (2% en FNs y 20% en FAs).

Por otro lado, es de suma importancia mencionar que existe una escasez de soluciones que sean capaces de monitorear, adquirir y procesar la respuesta dinámica vibratoria de una infraestructura civil. Por lo tanto, como segundo problema al que se enfrenta este trabajo de Tesis es la generación de un sistema capaz de realizar las tres tareas antes mencionadas para calcular los parámetros dinámicos modales en línea, lo que permitiría una evaluación continua de la estructura civil para detectar un daño en su estado inicial con el fin de proteger la integridad de las personas que hacen uso de ésta, así como programar su mantenimiento.

### **1.3 Justificación**

La evaluación de la condición de la infraestructura civil, como viviendas, puentes y edificios, ha sido un tema de gran interés en todo el mundo debido a que, si estas presentan algún daño, pueden representar una amenaza para la seguridad y vida de las personas (Borah et al., 2020). De hecho, si no se detecta el daño a tiempo, existe el riesgo de que las estructuras colapsen, lo que ha generado pérdidas económicas millonarias y cientos de muertes en muchos países a lo largo de la historia (Penn, 2018). Por lo tanto, es vital estimar los parámetros relacionados con el comportamiento o dinámica de las estructuras para garantizar su integridad y evitar posibles catástrofes.

La identificación y estimación de la dinámica de estructuras civiles (parámetros modales) ha llegado a ser un tema de suma importancia en las últimas décadas en ingeniería mecánica, civil y estructural, entre otras disciplinas. Estos parámetros se caracterizan por ser valores que permiten describir el comportamiento dinámico de una estructura, como su FA y FN (Amezquita-Sánchez et al., 2017). El cálculo de los parámetros modales, tanto de manera experimental como numérica o analítica, permite comprender el comportamiento de una estructura civil y, en consecuencia, puede ayudar a mejorar su seguridad, eficiencia en la construcción, diseño y evaluación (Young et al., 2014). Además, la creación de nuevas tecnologías y materiales en el área de instrumentación ha permitido tener una mayor capacidad en el monitoreo de movimientos, como la respuesta dinámica vibratoria de una estructura civil (Pérez, 2014).

Por lo tanto, la principal aportación para influir en la justificación de esta investigación es presentar una metodología, basada en un modelo numérico y en datos experimentales de vibración, para la identificación de los parámetros modales (FNs y FAs) de una estructura real tal como el PRP. Se utilizan modelos de elemento finito y análisis de la respuesta vibratoria de la estructura real para estimar estos parámetros con una precisión que se encuentre dentro de los rangos máximos de error permitidos: 2% para FN y 20% para FA, respectivamente (Su et al., 2014). La respuesta vibratoria de estructuras reales de gran tamaño, como la evaluada en este trabajo de Tesis, se caracteriza por contener señales con propiedades no estacionarias (características variantes a lo largo del tiempo) envueltas en una gran cantidad de ruido. Por lo tanto, en este trabajo de Tesis se investiga y propone un método capaz de analizar este tipo de señales con el fin de calcular los parámetros dinámicos modales del puente dentro del rango máximo de error.

- **Impacto social**

La creación de una nueva metodología con la capacidad de calcular/identificar los parámetros modales de una estructura civil dentro del rango máximo permisible de error tendría un gran impacto en la sociedad, ya que:

1. Mejoraría la seguridad estructural: la estimación con gran precisión de estos valores es fundamental para evaluar la seguridad de edificios, viviendas, puentes, torres, presas y otros tipos de estructuras. Al identificar las FNs y FAs de la estructura, se pueden prevenir daños o colapsos.
2. Ayudaría a prevenir daño estructural por desastres naturales: la estimación de estos parámetros podría emplearse para mejorar el diseño y la construcción de infraestructuras civiles, para que sean más resistentes a los efectos de los desastres naturales.
3. Resultaría en un ahorro económico: la identificación de estos parámetros permite realizar ajustes en el diseño y la construcción para mejorar la eficiencia de la estructura, lo cual conlleva a una reducción de los costos de construcción y mantenimiento a mediano y largo plazo.

4. Mejoraría la calidad de vida: estos parámetros también pueden tener un impacto en la calidad de vida de las personas que habitan o utilizan las estructuras, ya que sirven para diseñar y construir estructuras con características propias para no generar vibraciones exageradas que provoquen sensaciones de inseguridad y estrés para los usuarios.

- **Impacto tecnológico**

Uno de los sensores más empleadas para el monitoreo de vibraciones en estructuras civiles son los acelerómetros. Un acelerómetro es un dispositivo que convierte las oscilaciones alrededor de un punto en una señal eléctrica. Aunque existen muchos tipos de acelerómetros en el mercado, que indican su grado de sensibilidad, hay pocas soluciones que permitan la adquisición y análisis de las vibraciones en un solo sistema a un bajo costo. Por lo tanto, en este proyecto de Tesis en particular, se desarrolla un sistema de monitoreo, adquisición y almacenamiento de señales de vibración para monitorear la respuesta dinámica de estructuras civiles. De esta manera, se puede fomentar el desarrollo de herramientas de procesamiento digital de señales para estructuras como una propuesta útil que, después de una fase de desarrollo y depuración, puedan ofrecer soluciones a un costo razonable a diversos sectores de la industria nacional, como la ingeniería estructural, civil, entre otras.

## **1.4 Hipótesis y objetivos**

### **Hipótesis:**

A partir de modelos analíticos y experimentales es posible estimar los parámetros dinámicos modales, FNs y FAs, de un puente real atirantado (PRP) los cuales estén dentro de los rangos máximos de error permitidos, 2% y 20%, para frecuencia natural y factor de amortiguamiento respectivamente. Esto mediante modelos de elemento finito y procesamiento de las señales de vibración obtenidas por medio de un acelerómetro.

### **Objetivo general:**

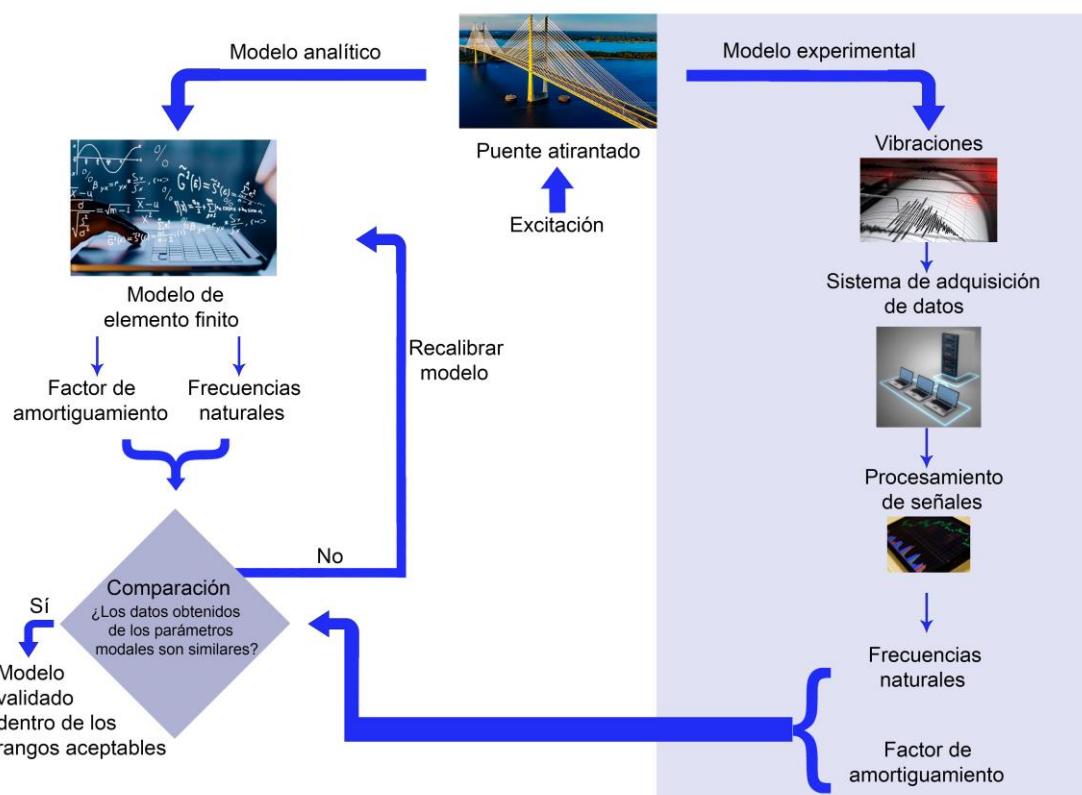
Estimar los parámetros dinámicos modales, FN<sub>s</sub> y FA<sub>s</sub>, del puente atirantado PRP, empleando un modelo numérico basado en el Método de Elemento Finito (MEF), así como mediante el procesamiento de los datos de vibración obtenidos de forma experimental en la estructura real, aplicando técnicas basadas en el dominio del tiempo y frecuencia.

### **Objetivos específicos:**

1. Analizar y actualizar un modelo de elemento finito para un puente atirantado real, PRP, empleando un software de cómputo tal como, ANSYS®, SolidWorks®, etc. para determinar sus frecuencias naturales de manera numérica.
2. Desarrollar un sistema de adquisición de datos empleando tarjetas con diversas entradas/salidas y un sensor de aceleración que permita monitorear la respuesta vibratoria del puente.
3. Validar el funcionamiento del sistema de adquisición mediante pruebas mediante señales con características conocidas para garantizar su precisión.
4. Programar los algoritmos de MUSIC, filtros digitales, autocorrelación y la transformada Hilbert en un software de cómputo matricial como OCTAVE®, para estimar los parámetros modales del puente empleando las señales medidas anteriormente.
5. Actualizar el modelo MEF en base a los datos obtenidos de los modelos experimentales en caso de ser necesario.
6. Comparar los resultados obtenidos en el modelo de elemento finito y de los algoritmos de clasificación, así como de los filtros digitales, con el fin de determinar si el modelo numérico representa un buen diseño con resultados confiables.

## 1.5 Planteamiento general

La Figura 1.1 muestra de manera grafica el planteamiento general propuesto para este trabajo tesis, en la que se mencionan los pasos necesarios para el cálculo de los parámetros modales del puente atirantado, PRP, el cual está localizado en el estado de Veracruz.



**Figura 1.1** Planteamiento general (Autoría propia).

Con el fin de calcular las FN y FA del puente atirantado, se emplean dos modelos: uno numérico, basado en un modelo de elemento finito tridimensional y otro experimental. En el modelo experimental, se monitorea y adquiere la respuesta vibratoria del puente frente a vibraciones ambientales generadas por el viento, peatones y vehículos. Además, se emplea un sistema de monitoreo y adquisición para almacenar y enviar la respuesta vibratoria a una computadora. La respuesta vibratoria se analiza con el modelo experimental para estimar las frecuencias naturales del puente. Finalmente, se comparan los resultados obtenidos tanto de manera numérica como experimental con el fin de validar el modelo numérico. La

diferencia entre ambos resultados debe estar dentro del rango máximo de error permitido (2% en frecuencias naturales y 20% en factores de amortiguamiento), lo que indica que el modelo numérico es correcto, ya que los valores experimentales son estimados a partir del comportamiento real del puente. Si los valores no están dentro del rango permitido, se revisa el modelo numérico para detectar algún error y de ser necesario se procede a su recalibración. Finalmente, es de suma importancia el también mencionar que esta metodología se podría expandir a otras infraestructuras civiles, tales como viviendas, para la estimación de sus parámetros dinámicos modales, ya que el sistema desarrollado permitiría el monitoreo de la respuesta vibratoria de cualquier estructura civil.

## CAPÍTULO 2

### II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Este proyecto de tesis se basó en una metodología que utiliza modelos analíticos y experimentales con el fin de calcular o determinar los parámetros dinámicos modales, tales como FN y FA de un puente atirantado. Por lo tanto, esta sección presenta los fundamentos matemáticos utilizados en este proyecto. Incluye una revisión de modelos de elemento finito, así como la descripción de diferentes técnicas de procesamiento de señales empleadas para estimar los parámetros modales de manera experimental, tales como la transformada MUSIC (clasificación múltiple de señales o por sus siglas en inglés, *Multiple Signal Classification*), el método de autocorrelación, filtrado digital y la transformada de Hilbert.

#### 2.1 Estructuras civiles

Una estructura civil es una construcción física diseñada y construida por ingenieros con el fin de soportar cargas y resistir fuerzas externas, como el peso propio, el viento, la lluvia, los terremotos, entre otras. Estas estructuras son esenciales para la construcción de viviendas, edificios, puentes, presas, carreteras, túneles, sistemas de alcantarillado, torres de energía, entre otros proyectos de construcción. Las estructuras civiles pueden ser construidas con diferentes materiales, como acero, concreto armado, madera, entre otros, y deben ser diseñadas y construidas de acuerdo con las normas y regulaciones de seguridad y calidad establecidas por las autoridades encargadas de este rubro. De manera particular, las estructuras civiles, matemáticamente, se rigen por la ecuación general de movimiento (Ecuación 2.1), la cual engloba el equilibrio dinámico entre amortiguamiento, inercia, elástica y las fuerzas del exterior de la siguiente manera:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (2.1)$$

donde  $M$ ,  $C$  y  $K$  denotan matrices  $n \times n$  de rigidez, amortiguamiento y masa, respectivamente. Por su parte las variables  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $x(t)$  y  $f(t)$  representan

vectores de tamaño n correspondientes a la posición, velocidad, aceleración y fuerza ejercida, respectivamente (Amézquita, 2018).

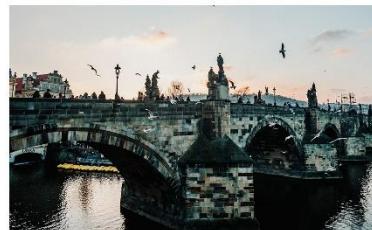
## 2.2 Tipos de puentes

De acuerdo con el Gobierno de México, existen 115 puentes en todo el país. Entre ellos destaca el puente Baluarte, un puente atirantado considerado el más alto del mundo, que conecta los estados de Durango y Sinaloa (BFOGM, 2023). El puente en el que se basa este proyecto de Tesis también es de tipo atirantado, que se caracteriza por el uso de tirantes que se conectan directamente a las columnas verticales y tablero. Estos tirantes se pueden conectar a las columnas de dos maneras: mediante el estilo arpa, en el que cada uno de los tirantes está unido a diferentes puntos de la columna; y mediante el estilo de ventilador, donde todos los tirantes van conectados a un solo punto en la parte superior de las columnas. Además de los puentes atirantados, existen otros 4 tipos principales de puentes en México: a) puente viga: se caracteriza por ser el más simple, al sólo incluir vigas que soportan la luz (la palabra "luz" en construcción se refiere a la distancia, en horizontal, que existe entre las vigas o arcos), b) puente ménsula: emplea una o varias vigas que trabajan como un voladizo para sostener la plataforma, c) puente arco: cuenta con apoyos dispuestos en cada extremo de la luz, formando un arco que distribuye el peso del puente y las cargas externas hacia los apoyos y d) puente colgante: normalmente se basan en dos tipos de tirantes, los principales que van de un extremo a otro de las columnas, y los suspensorios en vertical que se conectan a los principales y a la plataforma (BFOGM, 2023). La Figura 2.1 presenta un ejemplo de cada uno de los 5 tipos de puentes antes descritos. Es importante mencionar que las fotografías de los puentes empleadas en la Figura 2.1 son de libre acceso y sin copyright (Pexels, 2023).

a) Puente viga



c) Puente arco



b) Puente ménsula



d) Puente colgante



e) Puente atirantado



**Figura 2.1** Tipos de puentes (Pexels, 2023).

### 2.3 Modelo de elemento finito

El modelado de elemento finito se caracteriza por ser una técnica o método numérico empleado para analizar o evaluar el comportamiento de infraestructuras civiles, así como sistemas mediante la división de ellos en pequeños elementos o partes finitas permitiendo estimar de manera analítica los parámetros modales de la estructura civil analizada. Cada uno de estos elementos se considera como un sistema simple y se analiza matemáticamente para determinar su comportamiento bajo diversas condiciones de carga, temperatura, etc., (Hernández, 2022). En este sentido, para el análisis de la estructura bajo estudio en esta Tesis (PRP), por medio de un modelo de elemento finito, ésta se caracteriza por medio de elementos viga (Beam188), barra (Link180) y carcasa o *shell* (Shell181).

#### 2.3.1 Elemento viga

El elemento viga se discretiza en más elementos finitos de forma bidimensional, donde las coordenadas locales y globales coinciden, por lo que cada elemento viga tendrá dos nodos, así en cada nodo habrá 2 grados de libertad y al estar en los 3 ejes ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) cada elemento tendrá en total 12 grados de libertad. De manera particular, la matriz de rigidez general del elemento viga  $K$  está dada por la ecuación 2.2 (Kattan, 2010).

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Donde a su vez, la matriz de rigidez del elemento viga se subdivide en la matriz de flexión en los ejes  $X-Y$ , dado por la ecuación 2.3.

$$K_{flexión XY} = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La matriz de flexión en los ejes  $X-Z$ , está dado por la ecuación 2.4.

$$K_{flexión XZ} = \frac{EI_y}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

La matriz de rigidez de un elemento viga sometido a un esfuerzo torsional  $K_{torsión}$  está dado por la ecuación 2.5.

$$K_{torsión} = \frac{JG}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Por otro lado, la matriz de rigidez de un elemento viga sometido a un esfuerzo axial  $K_{axial}$  está dado por la ecuación 2.6.

$$K_{axial} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Finalmente, la matriz de rigidez global  $K$  del elemento viga está conformada para las 4 matrices anteriores representada en la ecuación 2.7.

$$K = \begin{bmatrix} K_{axial} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{flexiónXY} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{flexiónXZ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{torsión} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Las variables ocupadas en las ecuaciones (2.2)-(2.7) representan lo siguiente:  $E$  denota el módulo de Young medido en Pascales,  $L$  representa la longitud del elemento de estudio en metros,  $A$  corresponde con el área de la sección transversal cuantificado en  $m^2$ ,  $I_{y,z}$  representa los momentos de inercia ubicados en la sección transversal del elemento viga, medidos en  $m^4$ ,  $J$  representa el momento polar de inercia igualmente medido en  $m^4$  y, finalmente,  $G$  denota el módulo cortante en el plano transversal  $y,z$  medido en Pa.

Por otro lado, la matriz de masas  $m_e$  del elemento viga se caracteriza por tener el mismo tamaño que la matriz de rigidez, pero algunos de sus valores cambiarán dependiendo del elemento que se esté analizando, así como otros serán constantes de acuerdo con el material con el que está construida la estructura civil. La matriz de masas está dada por la ecuación 2.8.

$$\frac{\rho A a}{105} \begin{bmatrix} 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 78 & 0 & 0 & 0 & 22a & 0 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13a \\ 78 & 0 & -22a & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 0 & 13a & 0 & 0 \\ 70r_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -35r_x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 8a^2 & 0 & 0 & 0 & -13a & 0 & 0 & -13a & 0 & -6a^2 & 0 & 0 \\ & 8a^2 & 0 & 13a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6a^2 & 0 \\ \frac{\rho A a}{105} & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 78 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -22a \\ & & & 78 & 0 & 22a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 70r_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 8a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 8a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

donde  $a$  equivale a la longitud media del elemento en metros,  $\rho$  representa la densidad en kilogramos sobre metros cúbicos,  $r_x^2$  el radio de giro al cuadrado con respecto a la sección transversal medido en metros cuadrados. Por lo tanto, este elemento es adecuado para simular vigas y/o torres de puentes.

### 2.3.2 Elemento barra

El elemento barra, un componente versátil, encuentra aplicación en diversos contextos como la modelación de resortes, armaduras, eslabones, tirantes curvados o combados, entre otros. Este elemento, caracterizado por su capacidad de soportar tensiones y compresiones uniaxiales, ofrece tres grados de libertad en cada uno de sus nodos, permitiendo traslaciones en las direcciones nodales x, y, z. Su funcionalidad se extiende a configuraciones específicas de carga, como únicamente de tensión (en el caso de cables) o exclusivamente de compresión (en espacios). Al igual que en estructuras articuladas, se excluye la posibilidad de flexión en el comportamiento de este elemento. Además, se integran características como fluencia, plasticidad, rotación, gran deflexión y deformación para una representación más precisa de su comportamiento en análisis estructurales (ANSYS, 2023). Por lo que resulta adecuado para simular los tirantes de puentes, los cuales podrían tener desplazamientos en más de tres ejes debido a las condiciones de tráfico y clima por lo que, la matriz de rigidez del elemento barra está dada por la ecuación 2.9.

$$k = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C_x^2 & C_xC_y & C_xC_z & -C_x^2 & -C_xC_y & -C_xC_z \\ C_yC_x & C_y^2 & C_yC_z & -C_yC_x & -C_y^2 & -C_yC_z \\ C_zC_x & C_zC_y & C_z^2 & -C_zC_x & -C_zC_y & -C_z^2 \\ -C_x^2 & -C_xC_y & -C_xC_z & C_x^2 & C_xC_y & C_xC_z \\ -C_yC_x & -C_y^2 & -C_yC_z & C_yC_x & C_y^2 & C_yC_z \\ -C_zC_x & -C_zC_y & -C_z^2 & C_zC_x & C_zC_y & C_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal medida en metros cuadrados,  $E$  es el módulo de elasticidad medida en Pascales,  $L$  es la longitud medida en metros y siendo  $C_x = \cos\theta_x$ ,  $C_y = \cos\theta_y$  y  $C_z = \cos\theta_z$  (Kattan, 2010).

### 2.3.3 Elemento shell

El elemento de tipo shell o carcasa se considera un elemento idóneo para el análisis de estructuras que abarcan desde membranas delgadas hasta aquellas de moderado grosor. Caracterizado por su configuración de cuatro nodos, cada uno

de ellos ofrece seis grados de libertad: traslaciones en las direcciones x, y, z, así como rotaciones alrededor de los ejes respectivos x, y, z

Este elemento se destaca por su idoneidad en aplicaciones que abarcan desde casos lineales hasta aquellos con altos niveles de rotación y/o no linealidades bajo intensas tensiones. La variación en el espesor o grosor de la membrana se considera especialmente en análisis no lineales, ampliando así su capacidad predictiva y su precisión en la representación de sistemas estructurales complejos. El elemento *shell* incluye los efectos lineales de la deformación por corte transversal. Se utiliza la formulación de tensión de corte de Bathe-Dvorkin para mitigar el bloqueo por corte. La rigidez al corte transversal del elemento es una matriz de 2 x 2 como se muestra en la ecuación 2.10.

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ sym & E_{22} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Los factores de corrección de corte transversal  $k$  se calculan una vez iniciado el análisis para cada sección. Para una membrana de una sola capa con material isotrópico, las rigideces al corte transversal son:

$$E = \begin{bmatrix} kGh & 0 \\ 0 & kGh \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

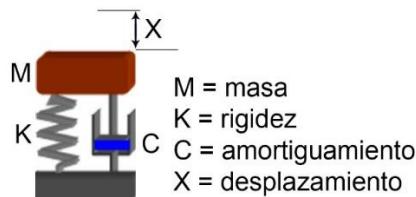
donde el factor de corrección de corte  $k = 5/6$ ,  $G$  = módulo de corte y  $h$  = espesor de la membrana (ANSYS, 2023).

El elemento se puede utilizar con aplicaciones en capas para modelar estructuras compuestas o construcciones tipo sándwich. Por lo que resulta útil para la simulación siendo usado como la superficie de rodamiento (losa).

## 2.4 Frecuencias naturales

La FN de un sistema estructural se define como la frecuencia a la que la estructura continuará vibrando una vez que haya sido excitada. De manera particular, una estructura civil consta de cuatro propiedades físicas: masa, rigidez, amortiguamiento y desplazamiento. La Figura 2.2 representa de manera general

estas 4 propiedades. Las frecuencias naturales dependen tanto del nivel de excitación ejercido sobre la masa como del amortiguamiento que absorberá la energía y la rigidez que tendrá dicha estructura. Al retirar la fuente de excitación el sistema continuará vibrando a su FN y el nivel de vibración será proporcional a la fuente y a la capacidad del sistema para disiparla (Molero, 2016).



**Figura 2.2** Sistema masa-resorte-amortiguador (Autoría propia).

En base a lo antes mencionado, la FN,  $w_n$ , es estimada como la raíz cuadrada de la multiplicación de la matriz de rigidez,  $K$ , por la inversa de la matriz de masa,  $M$ , en la ecuación 2.12.

$$w_n = \sqrt{KM^{-1}} \quad (2.12)$$

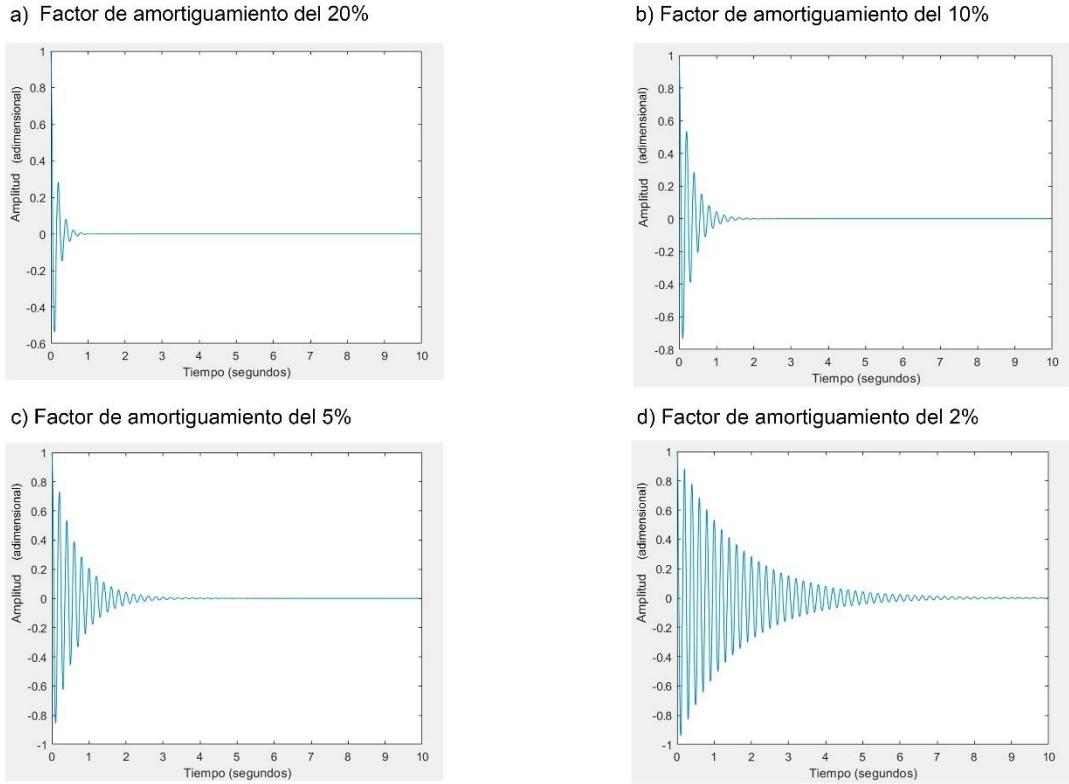
De acuerdo con la Ecuación (2.12), si llega a existir algún cambio en la masa o la rigidez de los elementos que conforman la infraestructura civil, esto provocaría un cambio en el valor de la frecuencia natural de la misma.

## 2.5 Factor de amortiguamiento

El FA se refiere a la capacidad de una estructura para disipar la energía acumulada debido a las vibraciones. En particular, el amortiguamiento se considera el proceso por el cual un cuerpo o sistema en estado de vibración libre disminuirá su amplitud vibratoria con el tiempo (Hernández, 2022).

Específicamente, los valores de amortiguamiento en las estructuras civiles suelen estar en el rango del 0 al 20% (Alarcón, 2015). La Figura 2.3 muestra cómo se comporta el factor de amortiguamiento: a medida que aumenta el porcentaje de amortiguamiento, el tiempo de vibración disminuye, lo que indica que la estructura es capaz de disipar la vibración de manera más rápida. Por el contrario, si el valor

del factor de amortiguamiento es bajo, por ejemplo, 2%, la estructura civil tardaría más tiempo en disipar la vibración.



**Figura 2.3** Respuesta libre amortiguada de una estructura civil ante diferentes factores de amortiguamiento (Autoría propia).

## 2.6 Procesamiento de datos

El procesamiento de datos se define como el conjunto de operaciones y técnicas utilizadas para manipular y transformar datos que son analizados, con la finalidad de obtener/estimar información de relevancia para poder ser asociado a un fenómeno estudiado. Este proceso implica la entrada de datos en un sistema informático, su almacenamiento, la realización de cálculos matemáticos y la generación de resultados y reportes. El procesamiento de datos puede ser realizado de manera manual o a través de sistemas automatizados. Sin embargo, con el avance de la tecnología y el aumento en la cantidad de datos generados en la actualidad, el procesamiento de datos se ha vuelto cada vez más complejo y

sofisticado, lo que ha dado lugar a la creación de técnicas/métodos y herramientas especializadas (Hendrycks et al., 2019).

## 2.7 Transformada Clasificación Múltiple de Señales

La transformada de clasificación múltiple de señales (o por sus siglas en inglés *Multiple Signal Classification*, MUSIC) se caracteriza por ser una técnica de alta resolución basada en sub-espacios con la capacidad de estimar las frecuencias contenidas en una señal con un alto nivel de ruido como las analizadas en estructuras civiles (Perez-Ramirez et al., 2016). En particular, la transformada MUSIC describe que la señal a analizar de 1 dimensión o en el dominio del tiempo se puede representar por la sumatoria de  $m$  señales senoidales complejas inmersas en ruido, lo cual es descrito matemáticamente en la ecuación 2.13.

$$x[n] = \sum_{i=1}^m \bar{B}_i e^{j2\pi f_i n} + e[n]$$

$$\bar{B}_i = |B_i| e^{\phi_i} \quad (2.13)$$

donde  $N$  es la cantidad de datos muestreados,  $n$  es  $0, 1, 2, N-1$ , y  $B_i$  representa la amplitud compleja de la señal senoidal en términos de  $i$ . La frecuencia de la señal senoidal está representada por  $f_i$  y, finalmente,  $e[n]$  representa una secuencia o señal basada en ruido blanco de valores de media cero y una varianza  $\sigma^2$ . La señal inmersa en ruido se considera como la suma de sí misma y las matrices de autocorrelación de señal pura ( $R_s$ ) y con ruido ( $R_n$ ), respectivamente. La matriz de autocorrelación  $R$  es definida en la ecuación 2.14.

$$R = R_s + R_n = \sum_{i=1}^p |B_i|^2 e(f_i) e^H(f_i) + \sigma^2 nI \quad (2.14)$$

donde  $p$  representa la cantidad de frecuencias,  $H$  es la transpuesta Hermitiana,  $I$  representa la matriz de identidad y  $e^H(f_i)$  representa una señal vector expresada por la ecuación 2.15.

$$e^H(f_i) = [1 \ e^{-j2\pi(1)f_i} \ e^{-j2\pi(N-1)f_i}] \quad (2.15)$$

Debido a la condición de ortogonalidad de los dos subespacios, el pseudeoespectro de MUSIC,  $Q$ , está representado por la ecuación 2.16.

$$Q^{MUSIC}(f) = \frac{1}{|e(f)^h v_m + 1|^2} \quad (2.16)$$

donde  $Q$  el eigenvector de ruido, mostrando los picos ubicados en las frecuencias de las componentes senoidales donde el denominador es cero. Es importante mencionar que la transformada MUSIC no depende de la cantidad de información a analizar para generar una resolución, esta es seleccionada por el usuario siendo que 4096 la más adecuada para analizar señales con características no estacionarias como las adquiridas en la respuesta vibratoria de un puente (Amezquita-Sánchez et al., 2017). Por otro lado, la transformada de Fourier es dependiente de la cantidad de muestras para tener una resolución adecuada y en base a ello brindar resultados precisos en la identificación de las FNs. La resolución depende del tamaño de ventana elegido  $R = \frac{Fs}{N}$ , donde  $Fs$  es la frecuencia de muestreo y  $N$  la cantidad de muestras de la señal (Amezquita-Sánchez et al., 2017). En este sentido, se puede observar que la transformada de Fourier requiere una cantidad bastante larga de muestras, además requiere que la señal permanezca todo instante de tiempo para dar un resultado adecuado, pero esto no sucede en las señales adquiridas en estructuras civiles reales.

## 2.8 Filtrado digital

Los filtros digitales (FDs) son definidos como un procedimiento matemático que tiene la capacidad de restringir y/o permitir el paso de diversas frecuencias en función del tiempo. En particular, los FDs se dividen en 4 tipos dependiendo de su función a realizar (Smith, 1997):

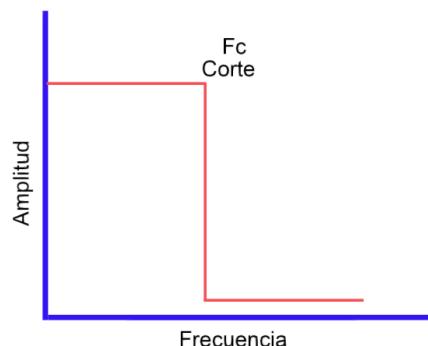
- 1. Filtro pasa bajas:** reduce las frecuencias altas de acuerdo con la frecuencia de corte ( $F_c$ ) asignada por el programador (ver Figura 2.4), permitiendo el paso de frecuencias bajas, es decir, por debajo de la  $F_c$  asignada.

**2. Filtro pasa altas:** tiene la capacidad de reducir las frecuencias bajas de acuerdo con la  $F_c$  establecida (ver Figura 2.5), por lo que permite el paso de frecuencias altas, es decir, las frecuencias que están por encima de la  $F_c$  asignada.

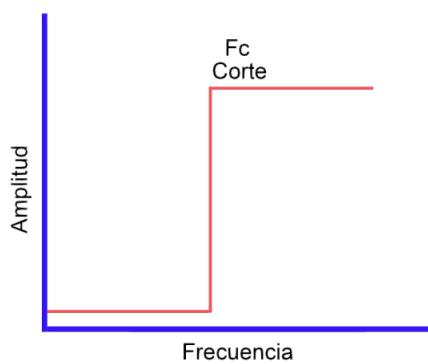
**3. Filtro pasa banda:** permite el paso de un ancho de frecuencias establecido a través de dos  $F_c$  (ver Figura 2.6), reduciendo el resto de las frecuencias que no estén en el rango.

**4. Filtro rechaza banda:** se encarga de permitir el paso únicamente a aquellas frecuencias que no estén dentro de dos frecuencias de corte ( $F_{c1}$ – $F_{c2}$ ) (ver Figura 2.7), reduciendo las frecuencias que sí estén dentro del rango.

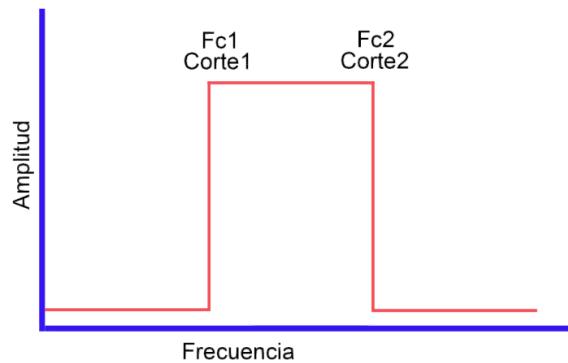
Por lo tanto, los filtros digitales se caracterizan por ser un método fundamental en el procesamiento de datos/señales, permitiendo la selección y eliminación de determinadas frecuencias según la aplicación requerida.



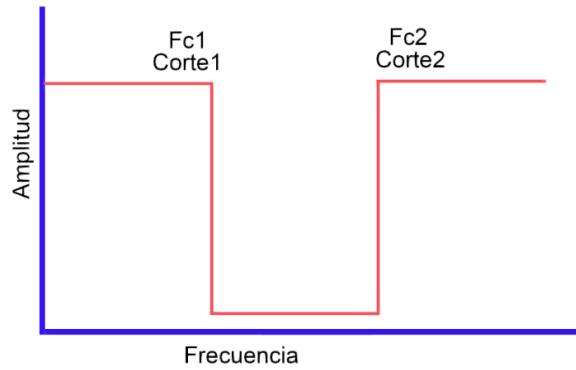
**Figura 2.4** Filtro pasa bajas (Autoría propia).



**Figura 2.5** Filtro pasa altas (Autoría propia).



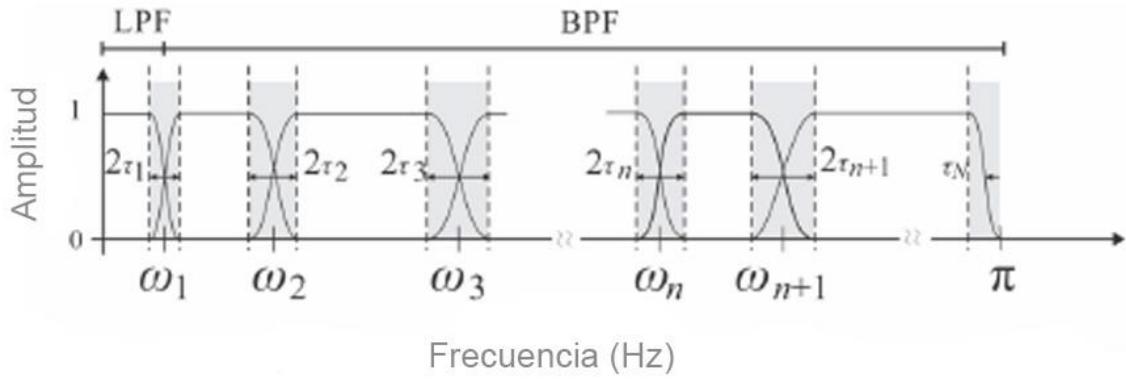
**Figura 2.6** Filtro pasa banda (Autoría propia).



**Figura 2.7** Filtro rechaza banda (Autoría propia).

## 2.9 Filtro Wavelet

El filtro *Wavelet* se caracteriza por ser un banco de filtros, 1 pasa bajas y n filtros pasa banda (ver Figura 2.8), con una banda de transición bastante aguda o rápida, lo que permite extraer las frecuencias de interés.



**Figura 2.8** Representación gráfica del comportamiento de la Transformada Wavelet (Autoría propia)

El banco de filtros se define como:

$$\phi_n(\omega) = \begin{cases} \cos \left[ \frac{\pi}{2} \beta \left( \frac{1}{2\tau_n} (|\omega| - \omega_n + \tau_n) \right) \right] \\ \text{si } \omega_n - \tau_n \leq |\omega| \leq \omega_n + \tau_n \end{cases} \quad (2.19)$$

donde  $\phi_n(\omega)$  es el filtro pasa bajas,  $\psi_n(\omega)$  el filtro pasa bandas,  $\omega_n$  son las condiciones de frontera de cada segmento,  $\tau_n$  representan las fases de transición y  $\beta$  es una función polinomial.

La cual se descompone en dos bandas de frecuencia diferente, dando lugar a las ecuaciones 2.20 y 2.21.

$$W_f^\tau(n, t) = F^{-1}(x(\omega)\psi_n(\omega)) \quad (2.20)$$

$$W_f^\tau(0, t) = F^{-1}(x(\omega)\phi_n(\omega)) \quad (2.21)$$

donde los coeficientes  $W_f^\tau(n, t)$  y la aproximación  $W_f^\tau(0, t)$  son obtenidos mediante los productos internos de la señal con ondaletas pasa bajas y pasa bandas, respectivamente y  $F^{-1}$  representa la inversa de Fourier (Alegria et al., 2015).

## 2.10 Método de autocorrelación

El método de autocorrelación (*Auto Correlation Method* o ACM, por sus siglas en inglés), se caracteriza por contar con la capacidad de amplificar o magnificar las características o patrones que se encuentran en una señal de tiempo  $S(t)$  con  $N$  muestras, además de permitir su conversión a una señal amortiguada (Yanez-Borjas et al., 2023).

ACM se define matemáticamente como la correlación cruzada de la propia señal en el tiempo y está definida por la ecuación 2.22.

$$ACM = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} (S_i - \bar{S})(S_{i+k} - \bar{S})}{\sigma^2} \quad (2.22)$$

donde  $S$  y  $\sigma^2$  son la media y la varianza de la señal de tiempo  $S(t)$ , respectivamente, mientras que  $S_{i+k}$  representa la versión demorada de  $S_i$ , donde  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, K$ .

## 2.11 Transformada Hilbert

La transformada Hilbert (TH) es un método con la capacidad de desfasar la señal analizada  $90^\circ$ , lo que permite estimar diversos parámetros instantáneos tales como amplitud, fase, frecuencia y amortiguamiento de una señal  $x(t)$ , parámetros que son empleados para el monitoreo de estructuras civiles (Borjas, 2017). La transformada Hilbert se define matemáticamente como en la ecuación 2.23.

$$\tilde{x}(t) = HT[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(T)}{t-T} dT \quad (2.23)$$

donde  $HT$  representa la señal desfasada  $90^\circ$  con respecto de la señal original analizada  $x(t)$ . Por lo tanto, conjuntando la señal original con su desfasada estimada por la transformada Hilbert se obtiene una señal analítica, dada por la ecuación 2.24.

$$X(t) = x(t) + i\tilde{x}(t) \quad (2.24)$$

donde, la amplitud instantánea de la señal original  $A(t)$ , se puede estimar como en la ecuación 2.25.

$$A(t) = \pm |X(t)| = \pm \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} \quad (2.25)$$

Por otro lado, la fase instantánea de la señal analizada  $\vartheta(t)$ , se obtiene mediante la ecuación 2.26.

$$\vartheta(t) = \tan^{-1} \left( \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \right) \quad (2.26)$$

Empleando las ecuaciones (2.25) y (2.26), la frecuencia instantánea de cada mono componente  $w[n]$  y el factor de amortiguamiento instantáneo  $\xi[n]$  son estimados con las ecuaciones (2.27) y (2.28), respectivamente:

$$w[n] = \frac{d\vartheta[n]}{dn} \quad (2.27)$$

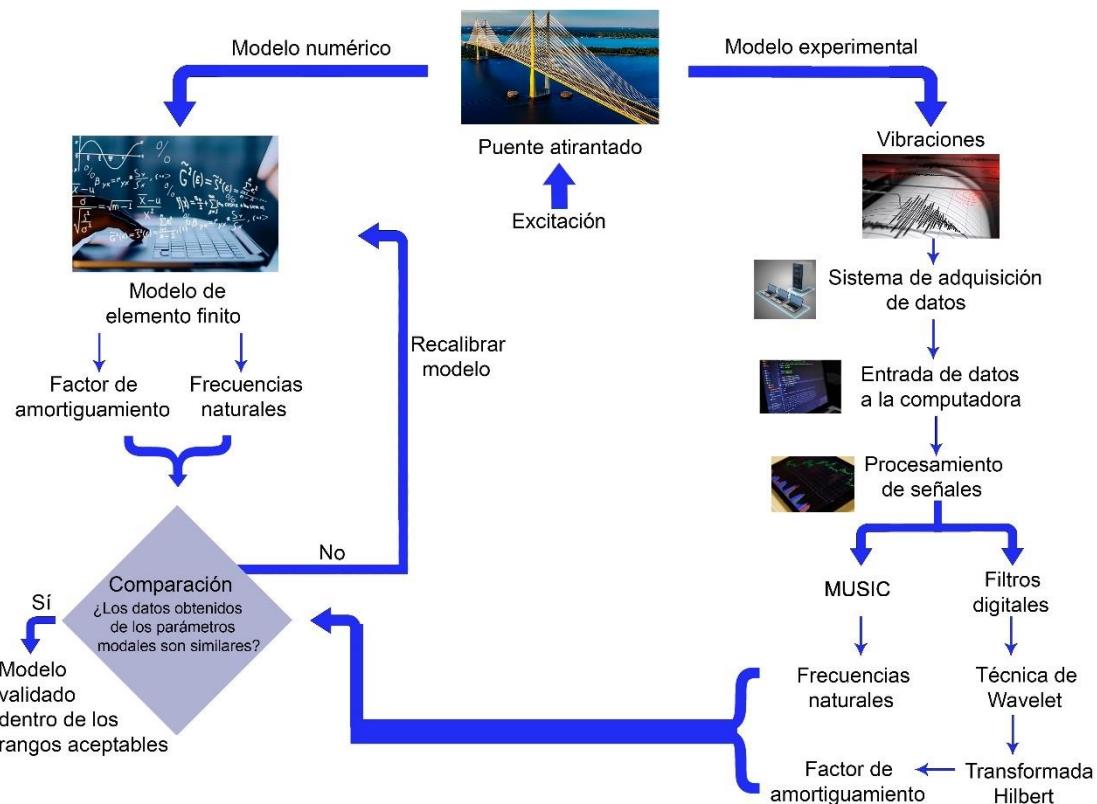
$$\xi[n] = -\frac{1}{w[n]A[n]} \dot{A}[n] \quad (2.28)$$

donde  $\dot{A}$  es la derivada de la amplitud instantánea.

## CAPÍTULO 3

### III. METODOLOGÍA

La Figura 3.1 ilustra gráficamente la metodología propuesta para este proyecto de tesis, en la cual se observan los pasos fundamentales para calcular los parámetros modales del puente atirantado PRP, localizado en el estado de Veracruz. Es relevante destacar que se aborda tanto una metodología experimental como numérica, las cuales son detalladas a continuación:



**Figura 3.1** Metodología propuesta (Autoría propia).

Con el fin de calcular las FN y FAs del puente atirantado, se emplean dos modelos: uno experimental y otro numérico, basado en un modelo de elemento finito tridimensional haciendo uso del software ANSYS®. En el modelo experimental, se monitorea y adquiere la respuesta vibratoria del puente sujeto a vibraciones

ambientales generadas principalmente por el viento, peatones y vehículos. Para ello, se utiliza un acelerómetro LORD MicroStrain® modelo G-Link-LXRS®, ubicado en el centro del puente, donde se produce el mayor desplazamiento de la estructura (Amezquita-Sanchez (ANSYS, INC, 2023), 2018). Además, se emplea un sistema de monitoreo y adquisición desarrollado con la tarjeta NI-USB-6001® para almacenar y enviar la respuesta vibratoria a una computadora. La respuesta vibratoria se analiza mediante la transformada MUSIC para estimar las frecuencias naturales del puente. Luego, se utiliza un filtro digital wavelet para separar la señal en distintas bandas de frecuencia que contienen la respuesta en tiempo de las frecuencias naturales del puente. Con la señal dividida en diversas bandas de frecuencia, se realiza la autocorrelación para obtener señales con un comportamiento amortiguado. Cada señal amortiguada se analiza mediante la transformada de Hilbert para estimar su factor de amortiguamiento. Finalmente, se comparan los resultados obtenidos tanto de manera experimental como numérica con el fin de validar el modelo numérico. La diferencia entre ambos resultados debe estar dentro del rango máximo de error permitido (2% en frecuencias naturales y 20% en factores de amortiguamiento), lo que indica que el modelo numérico es correcto, ya que los valores experimentales son estimados a partir del comportamiento real del puente. Si los valores no están dentro del rango permitido, se revisa el modelo numérico para detectar algún error y de ser necesario se procede a su recalibración. Es importante mencionar que tanto la parte numérica como la experimental se llevan a cabo en software con licencia oficial y/o estudiantil como ANSYS® o de licencia libre y abierta como OCTAVE®. Finalmente, es de suma importancia el también mencionar que esta metodología se podría expandir a otras infraestructuras civiles tales como viviendas para la estimación de sus parámetros dinámicos modales, ya que el sistema que se desarrollará permitirá el monitoreo de la respuesta vibratoria de cualquier estructura civil.

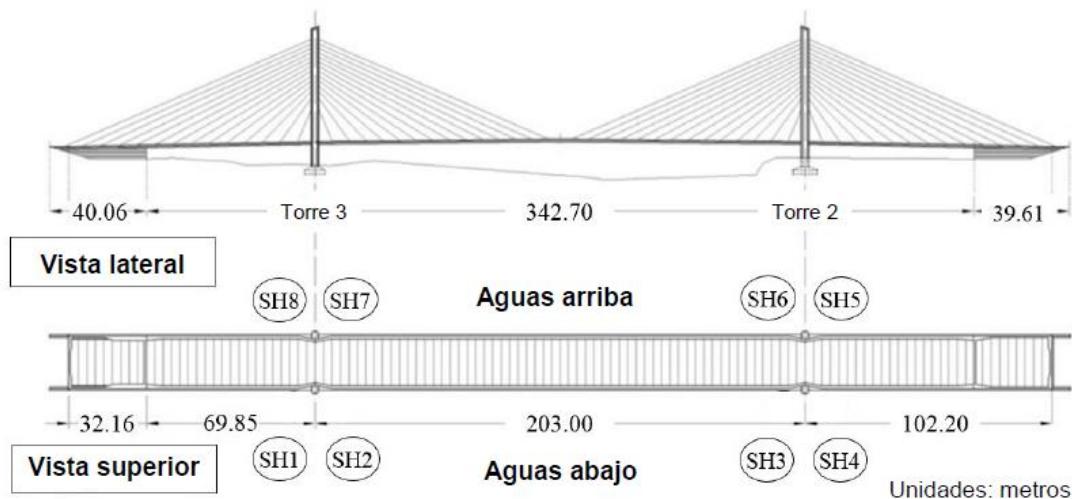
### **3.2 Estructura civil a analizar (Puente Río Papaloapan)**

Con la finalidad de desarrollar y probar la metodología propuesta, se elige el PRP, ubicado en el kilómetro 85 + 980 de la autopista la Tinaja-Acayucan

Veracruz, México. El puente, construido en 1994 y que se muestra en la Figura 3.2, tiene una longitud total de 407.2 metros, y una longitud central entre soportes de 203 metros. Está compuesto por 8 semi-arpas identificadas con la nomenclatura SH (ver Figura 3.3), cada uno de ellos con 14 tirantes, lo que da un total de 112 tirantes. Para anclar cada cable a un pilar, se emplea un sistema de anclaje superior, que consiste en una placa de acero soldada al elemento de anclaje (Machorro-Lopez et al., 2021).



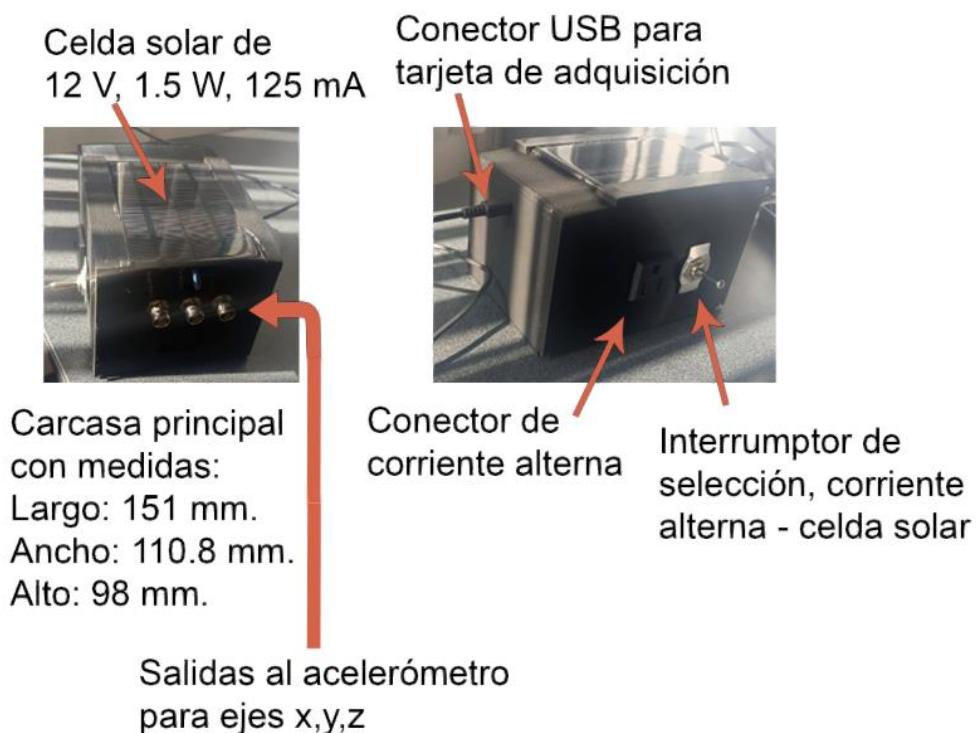
**Figura 3.2** Puente atirantado a analizar, Puente Río Papaloapan (Instituto Mexicano del Transporte).



**Figura 3.3** Acomodo del PRP identificando semi-arpas y dimensiones (Machorro-Lopez et al., 2021).

### 3.3 Sistema de adquisición

Para monitorear la respuesta vibratoria de la estructura civil, se diseñó un sistema de adquisición capaz de monitorear y adquirir las aceleraciones o vibraciones generadas por la estructura en tres ejes. Particularmente, el sistema de adquisición se fundamenta en la construcción de una carcasa principal, como se ilustra en la Figura 3.4, equipada con tres salidas destinadas a la captura de la respuesta vibratoria monitoreada por un acelerómetro de tres ejes: x, y y z. Además, cuenta con un conector USB para la tarjeta de adquisición interna, un puerto de alimentación de corriente alterna y un interruptor para seleccionar entre corriente alterna o energía solar.

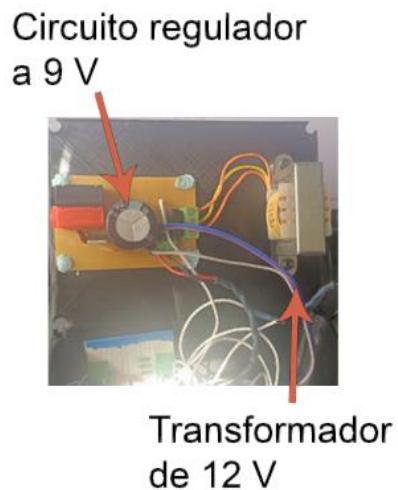


**Figura 3.4** Carcasa principal del sistema de adquisición (Autoría propia)

#### 3.3.1 Fuente de alimentación

Con el propósito de crear una fuente de energía que pueda alimentar el acelerómetro, se desarrolló una fuente de alimentación que convierte corriente alterna en corriente directa. En particular, esta fuente se basa en un transformador de 12 Vac para reducir el voltaje de entrada y así facilitar su manipulación y

conversión a un voltaje de corriente continua a través de un puente de diodos y un filtro (capacitor electrolítico). Un regulador, el LM7809®, se utiliza para proporcionar una salida constante de 9 Vdc para alimentar el sensor (ver Figura 3.5). Por otro lado, en ausencia de una toma de corriente convencional, el sistema puede continuar suministrando 9 Vdc gracias a una celda solar adicional que genera 12 Vdc con una potencia de 1.5 W (ver Figura 3.6). Este sistema solar proporciona suficiente energía para alimentar el sensor de manera continua, la cual opera mientras haya luz solar.



**Figura 3.5** Fuente de alimentación del sistema de adquisición (Autoría propia)



**Figura 3.6** Celda solar acoplada al sistema de adquisición (Autoría propia)

### 3.3.2 Filtro anti-alias

Con el objetivo de prevenir la adquisición de frecuencias no deseadas durante la adquisición de la señal (considerando que el sensor tiene un rango de medición de 0 a 1000 Hz), se propone la implementación de un filtro anti-alias. Este filtro está compuesto por un capacitor cerámico de  $0.1 \mu\text{F}$  y una resistencia de  $1.2 \text{ k}\Omega$  para cada uno de los canales del sensor, con una frecuencia de corte de  $1.3 \text{ kHz}$  (ver Figura 3.7). Es importante mencionar que la frecuencia de corte del filtro se calcula posterior a la frecuencia de interés de los sensores debido a que ésta empieza filtrar antes, ya que la banda de transición es muy lenta.



**Figura 3.7** Filtro anti-alias acoplado al sistema de adquisición (Autoría propia)

### 3.3.3 Tarjeta de adquisición

La adquisición de las señales de voltaje es llevada a cabo por la tarjeta de adquisición de datos National Instruments® modelo USB-6001, con un voltaje de referencia de  $\pm 10 \text{ V}$ , 8 entradas analógicas y un conversor analógico digital (ADC) con una resolución de 16 bits (ver Figura 3.8).



Tarjeta de adquisición  
USB-6001

**Figura 3.8 Tarjeta de adquisición National Instruments® USB-6001 (Autoría propia)**

### 3.3.4 Sensor

El sensor utilizado para medir las señales de vibración es un acelerómetro de la marca KISTLER, modelo 8395a. Este dispositivo cuenta con la capacidad de medición en tres ejes (x, y, z) y un rango de  $\pm 10$  g (con una salida de 400 mV por cada g). Además, este sensor tiene la capacidad de operar en un rango de frecuencia amplio, desde 0 hasta 1000 Hz, y en condiciones de temperatura que van desde -54°C hasta 121°C.

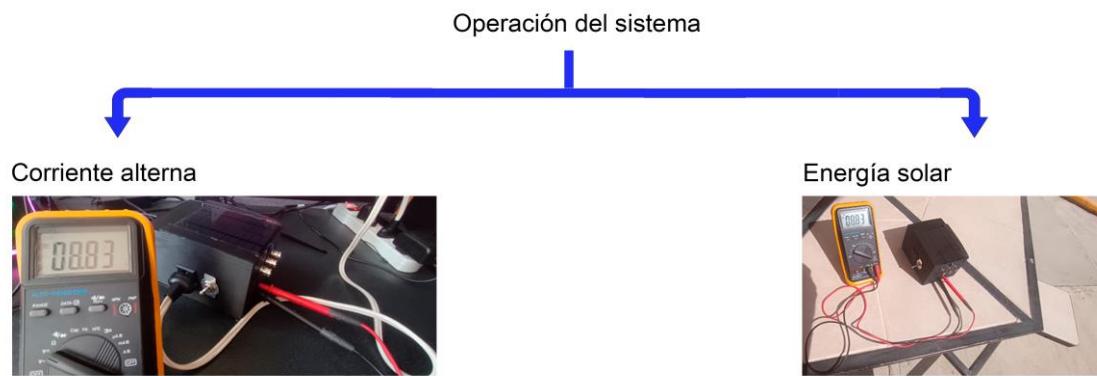


**Figura 3.9 Acelerómetro empleado de la marca KISTLER® modelo 8395a (Autoría propia).**

### 3.3.5 Comprobación del sistema de adquisición

La Figura 3.10 muestra el funcionamiento del sistema de energización, el cual puede operar tanto con corriente alterna como de forma autónoma utilizando la

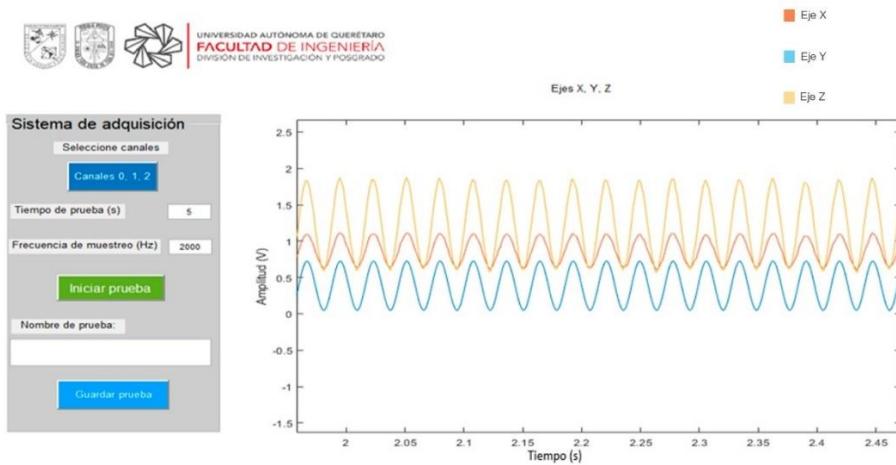
energía proporcionada por la celda solar. De acuerdo con esta figura, el voltaje de salida para ambas condiciones, alimentado con corriente alterna o con la celda solar, entrega un voltaje de 8.8 V en ambos escenarios, el cual es adecuado para la alimentación del sensor.



**Figura 3.10** Operación del sistema de adquisición (Autoría propia)

### 3.3.6 Interfaz de usuario

Para configurar la cantidad de datos a adquirir por el sensor, así como su frecuencia y la visualización correspondiente, se ha desarrollado una interfaz gráfica. Esta interfaz brinda al usuario del sistema de adquisición la capacidad de asignar el tiempo y la frecuencia de muestreo según las necesidades específicas de las pruebas. Además, permite al usuario guardar las pruebas con el nombre que prefiera, lo que facilita su uso posterior en caso de ser necesario (ver Figura 3.11).



**Figura 3.11** Interfaz gráfica de usuario del sistema de adquisición (Autoría propia)

### **3.4 Modelado del PRP en ANSYS Mechanical APDL®**

Debido a la extensión y complejidad de la estructura bajo análisis, la elección del software ANSYS Mechanical APDL® es basada en su capacidad para modelar la respuesta modal de manera precisa. Este software ofrece un control detallado durante la fase de preprocesamiento, así como una definición precisa de las condiciones de frontera y una visualización detallada de los resultados. Es importante mencionar que este modelo del puente fue previamente desarrollado por los investigadores del IMT y en este trabajo de tesis se tuvo libre acceso a él con el fin de analizarlo y actualizarlo en base a los resultados obtenidos por la propuesta experimental de esta tesis.

#### **3.4.1 Definición de elementos**

La Tabla 3.1 presenta la selección de los tipos de elementos de la sección "*Element Type*" dentro del software ANSYS Mechanical APDL® para el modelado del puente analizado

**Tabla 3.1.** Selección de elementos

ESTRUCTURA	TIPO DE ELEMENTO
VIGAS PRINCIPALES	Beam188
VIGAS TRANSVERSALES	Beam188
VIGAS LONGITUDINALES	Beam188
LOSA	Shell181
TORRES	Beam188
TIRANTES	Link180

Considerando la sección 2.3 de fundamentación teórica, modelo de elemento finito, los tipos de elementos que se asignaron al PRP se detallan en la Tabla 3.1.

#### **3.4.2 Propiedades mecánicas**

La Tabla 3.2 muestra las propiedades mecánicas de los elementos seleccionados para el modelado del Puente Río Papaloapan:

**Tabla 3.2.** Asignación de propiedades mecánicas.

MATERIALES	PROPIEDADES MECÁNICAS	
ACERO A36	Módulo de Young	2.01x10 <sup>7</sup> Pa
	Módulo de Poisson	0.17
	Densidad	8003 kg/m <sup>3</sup>
CONCRETO	Módulo de Young	2.96x10 <sup>6</sup> Pa
	Módulo de Poisson	0.17
	Densidad	2446 kg/m <sup>3</sup>

### 3.4.3 Definición de secciones

La Tabla 3.3 presenta la entrada de datos en el software ANSYS Mechanical APDL. Estos datos son utilizados para diseñar las secciones del puente, y se detallan 6 tipos distintos correspondientes a las diversas estructuras que conforman el PRP, como se muestra a continuación:

**Tabla 3.3** Secciones de cada tipo de elemento.

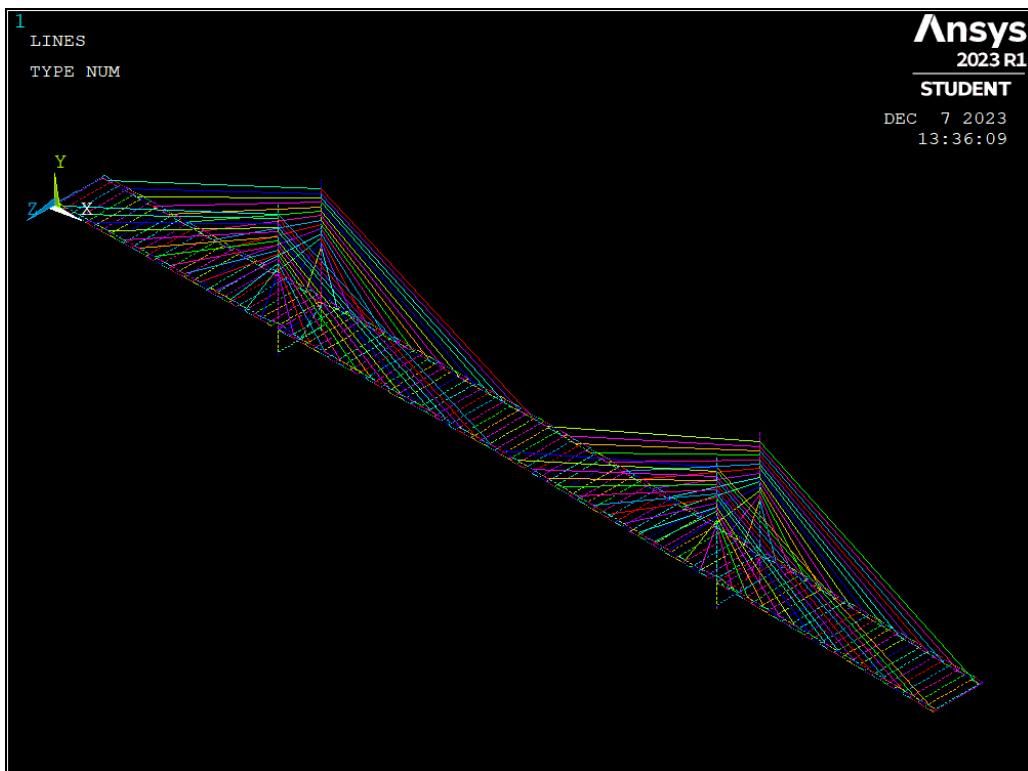
ESTRUCTURA	TIPO DE SECCIÓN
VIGA PRINCIPAL (BEAM188)	Sección rectangular.
VIGA TRANSVERSAL (BEAM188)	Sección trapezoidal
VIGA LONGITUDINAL (BEAM188)	Sección rectangular
LOSA (SHELL181)	Sección desfasada.
TORRES (BEAM188)	Sección en forma de H.
TIRANTES (LINK180)	Sección circular

### 3.4.4 Ensamble

Una vez definidos todos los elementos que componen la estructura analizada, se procede a ensamblarlos utilizando keypoints, líneas y áreas como se

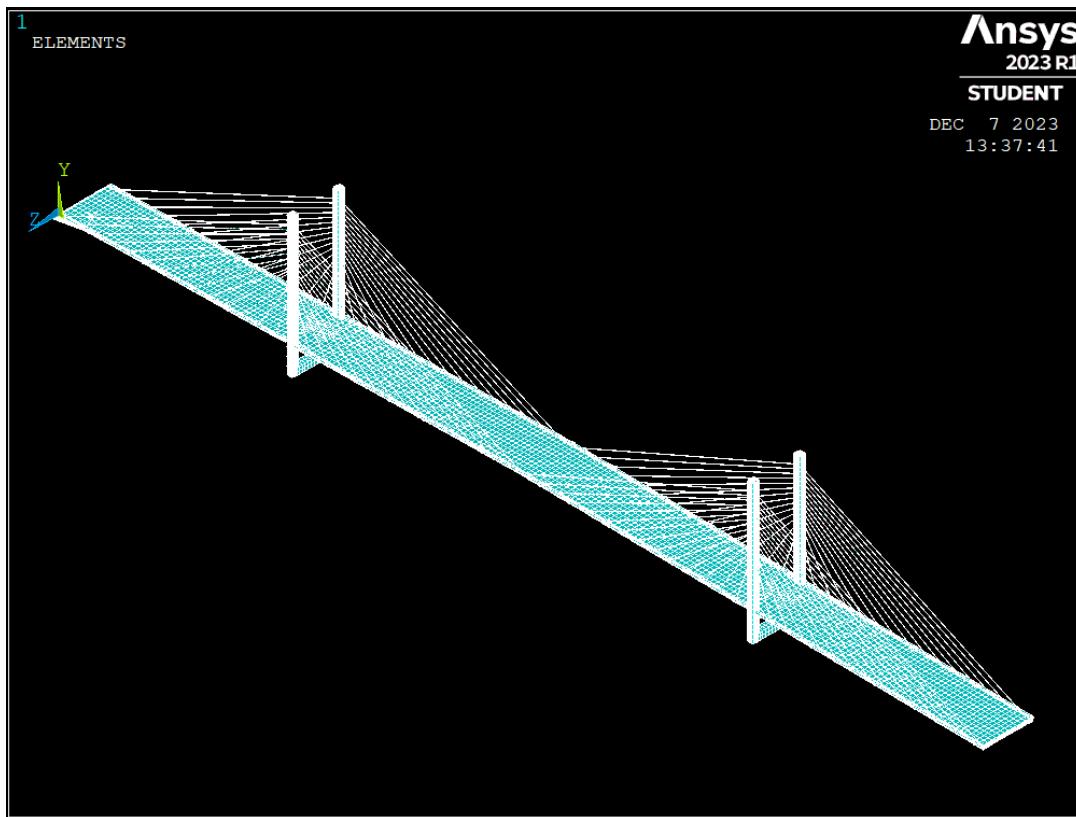
muestra en la Figura 3.12. En primer lugar, se establece el origen en las coordenadas (0,0,0). La coordenada de la abscisa se sitúa en la dirección longitudinal (X) del puente, la ordenada representa la vertical (Y), y la coordenada (Z) indica la dirección de aguas abajo a aguas arriba (es decir, la anchura de la superficie del tablero incluyendo carriles en ambos sentidos). Luego, se trazan líneas para conectar los keypoints, comenzando por ambos extremos del puente, seguidos por las vigas transversales, las torres y ambos extremos de los tirantes.

Los datos referentes a los esfuerzos de los tirantes se introducen en el software utilizando una matriz de vectores que tenía 112 espacios. Esta acción se realizó mediante la carga de datos utilizando el comando "\*VREAD", el cual extrae la información almacenada previamente en un archivo con extensión ".txt". Posteriormente, son asignados los valores de área y masa a cada línea correspondiente a un tirante (Machorro-Lopez et al., 2021). Por otro lado, se generan las áreas correspondientes en la losa, con las líneas conectadas entre los laterales del puente.



**Figura 3.12** Ensamble principal del PRP (Machorro-Lopez et al., 2021).

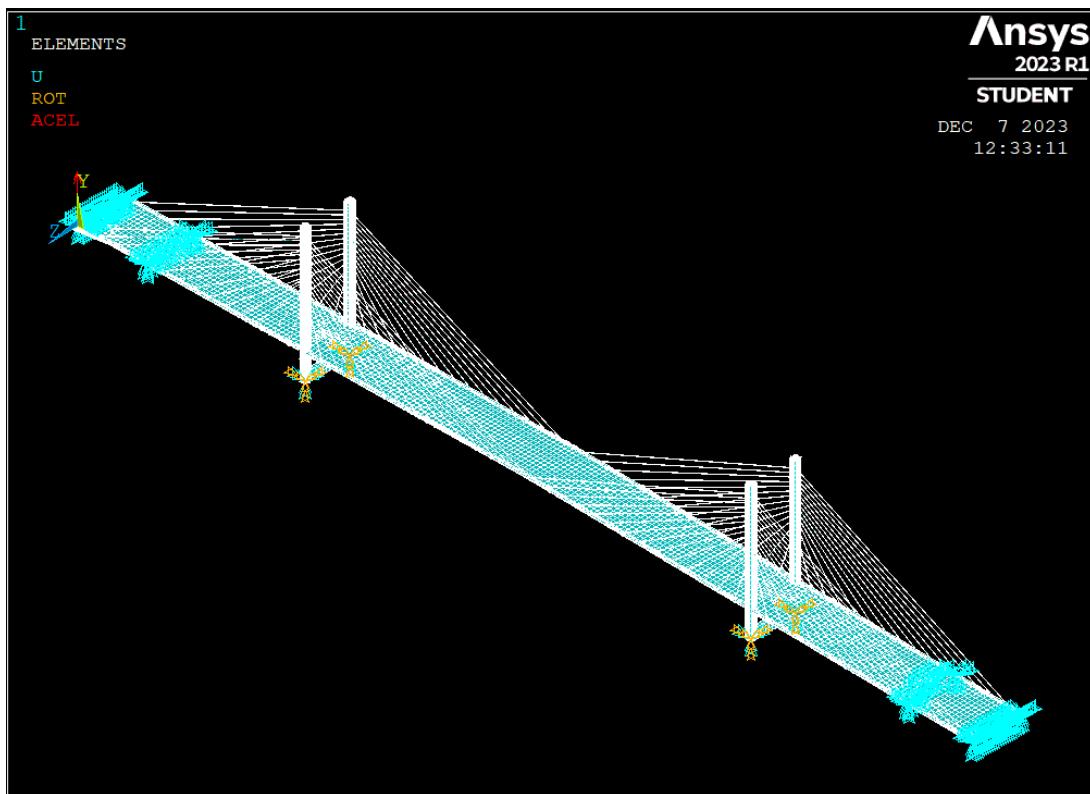
Continuando con el modelado, en la sección *Meshing* (mallado). Se emplea un mallado de áreas con forma cuadrada (Quad) y un mapeado de 3 o 4 en los lados (sided), considerando todas las estructuras, para tener una composición de 7,365 elementos y 8,053 nodos., excepto los tirantes (ver Figura 3.13) (Machorro-Lopez et al., 2021).



**Figura 3.13** Ensamble mallado del PRP (Machorro-Lopez et al., 2021).

Finalmente, las condiciones de frontera son definidas mediante las restricciones de los elementos. En este sentido, es establecido que el estribo (elemento estructural en el que el tablero se apoya en ambos extremos) del puente en el lado de Acayucan (perspectiva de la Figura 3.13, lado izquierdo) estuviera restringido en las direcciones longitudinal (X), transversal (Z) y vertical (Y) mediante constantes elásticas vinculadas a la rigidez del neopreno. Por otro lado, en el estribo del lado La Tinaja (perspectiva de la Figura 3.13, lado derecho), se consideró como un apoyo móvil restringido únicamente en sentido vertical y transversal. Las torres

del puente fueron consideradas completamente empotradas en su base, como se observa en la Figura 3.14 (Quintana-Rodriguez et al., 2020).



**Figura 3.14** Ensamble del PRP con sus condiciones de frontera (Machorro-Lopez et al., 2021)

Es muy importante mencionar que, en este caso, la opción de no incluir cargas externas es seleccionada debido a que, para este análisis modal en particular, no son requeridas.

## CAPÍTULO 4

### IV. RESULTADOS

En este capítulo, se realiza una validación numérica y experimental para demostrar la eficacia de la metodología propuesta en la identificación de las FNes y FAs del Puente Río Papaloapan. Para validar esta propuesta, se emplea inicialmente una señal sintética que representa una respuesta vibratoria con tres grados de libertad. Además, se lleva a cabo una validación experimental utilizando señales obtenidas directamente del puente mediante la instrumentación instalada en el mismo. Posteriormente, se realiza una comparación con los datos obtenidos del modelo numérico de elementos finitos realizado en ANSYS Mechanical APDL®. Esta comparativa tiene como objetivo verificar que ambos modelos (numérico y experimental) se encuentren dentro de los porcentajes de error máximos permitidos, los cuales son del 2% para las FNes y del 20% para las FAs.

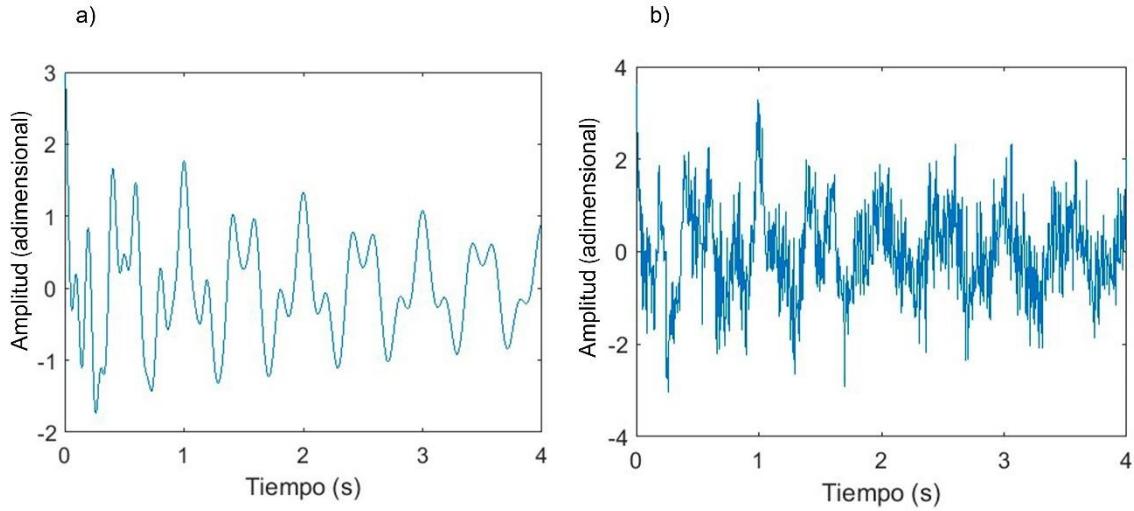
#### 4.1 Validación numérica

La señal sintética está compuesta por tres FNes teóricas: 2 Hz, 5 Hz y 10 Hz, con sus correspondientes FAs del 1%, 1% y 2% respectivamente. Matemáticamente, esta señal se expresa de la siguiente manera:

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-2\pi\zeta_i f_i t} \cos(2\pi f_i \sqrt{1-\zeta_i^2} t + \phi_i) + n(t) \quad (4.1)$$

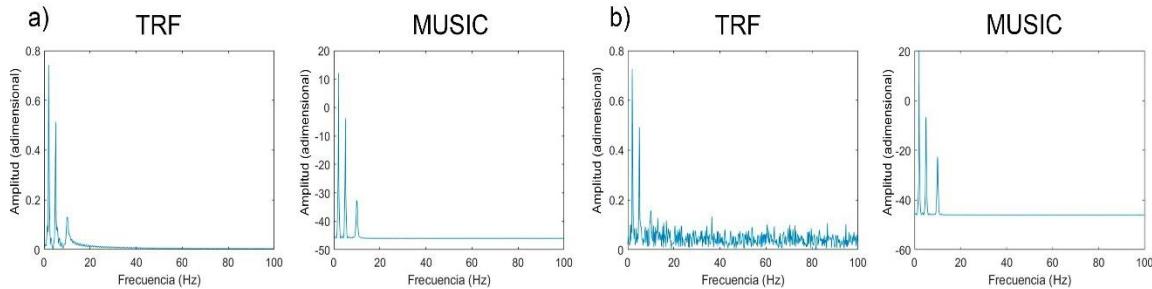
donde  $A_i$  es la amplitud,  $\phi_i$  es el ángulo de fase,  $f_i$  es la frecuencia,  $\zeta_i$  es el factor de amortiguamiento de cada frecuencia,  $N$  es el número total de frecuencias y  $n(t)$  es una secuencia de ruido.

Adicionalmente, la señal sintética generada es contaminada con una gran cantidad de ruido (1dB), similar a las respuestas vibratorias monitoreadas en estructuras civiles como se muestra en la Figura 4.1 (Amezquita-Sánchez et al., 2017).



**Figura 4.1** Señal sintética generada (a) sin ruido y (b) con ruido (Autoría propia)

Después de contaminar la señal con ruido, se llevó a cabo su procesamiento utilizando tanto la Transformada Rápida de Fourier (TRF) como el método MUSIC, con el objetivo de realizar una comparación entre ambas técnicas y determinar cuál ofrece resultados más precisos (ver Figura 4.2).



**Figura 4.2** Frecuencias estimadas por la TRF y MUSIC para una señal (a) sin ruido y (b) con ruido (Autoría propia).

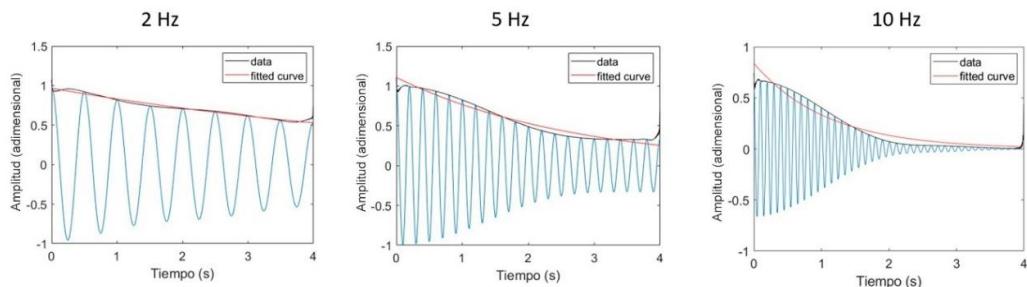
De acuerdo con la Figura 4.2, se observa que el método MUSIC proporciona resultados muy precisos de las FNs tanto con y sin ruido, mientras que con el método de Fourier se nota que, para la tercera frecuencia, ya no se alcanza a distinguir entre el ruido generado, además de que sus valores se alejan del valor teórico.

La Tabla 4.1 presenta los valores de las FNs obtenidos por ambos métodos. Es posible observar que el método MUSIC, muestran una mayor proximidad a los valores reales exactos de las frecuencias establecidas para las señales sintéticas en comparación con los obtenidos mediante la TRF.

**Tabla 4.1** Frecuencias naturales estimadas por la transformada MUSIC y TRF.

	<b>FNs Teóricas</b>	<b>TRF</b>	<b>MUSIC</b>
	FN sin ruido (error)	FN con ruido (error)	FN sin ruido (error)
<b>2 HZ</b>	1.953 Hz (2.40%)	1.953 Hz (2.40%)	2.001 Hz (0.05%)
<b>5 HZ</b>	5.078 Hz (1.50%)	5.078 Hz (1.50%)	5.004 Hz (0.08%)
<b>10 HZ</b>	9.960 Hz (0.40%)	9.765 Hz (2.40%)	10.009 Hz (0.09%)

Después de calcular las FNs, el siguiente paso es estimar los FAs. Para ello, se utiliza un filtro *Wavelet* para separar la información asociada con cada frecuencia natural estimada. Luego, cada señal descompuesta se procesa utilizando la transformada de Hilbert, seguida de un ajuste de curva exponencial para estimar el factor de amortiguamiento correspondiente a cada frecuencia natural. La Figura 4.3 ilustra las señales descompuestas por los filtros *Wavelet*, junto con el ajuste obtenido.



**Figura 4.3.** Señales obtenidas por el filtro *Wavelet*, así como el ajuste de curva obtenido para el cálculo de los FAs (Autoría propia)

La Tabla 4.2 presenta los valores de los FAs calculados mediante la ecuación 2.28 y los resultados visualizados en la Figura 4.3. Se destaca que los resultados presentados en esta tabla permiten observar la efectividad de la propuesta, ya que se encuentran dentro del margen de error aceptable del 20% (Su et al., 2014).

**Tabla 4.2** FAs teóricos comparados con FAs estimados por la TH.

FAs Teóricos	FAs estimados por la TH (error %)
1%	1.2% (20%)
1%	1.1% (10%)
2%	1.8% (10%)

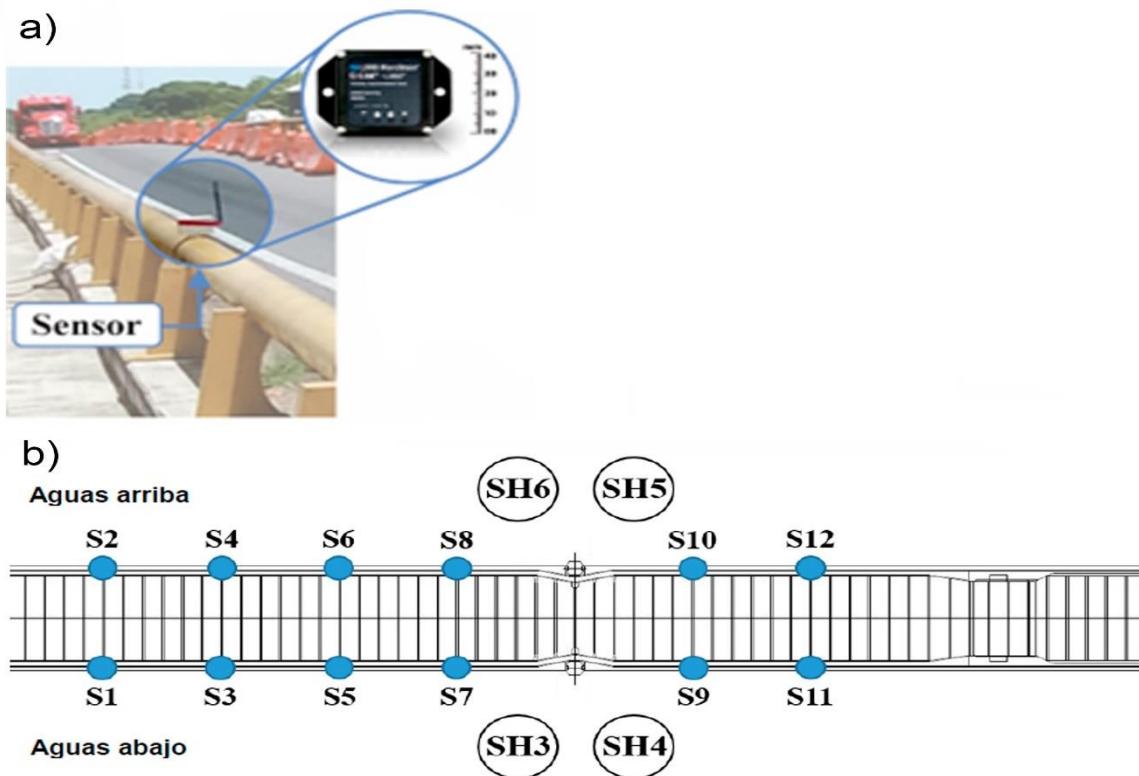
Se puede observar que la propuesta es eficiente para estimar tanto las FNs como los Fas, ya que estos cumplen con los límites máximos de error permitidos del 2% y 20%, respectivamente (Su et al., 2014). Una vez validada la propuesta con una señal sintética, se procede a validar con señales reales experimentalmente adquiridas en el PRP.

## 4.2 Análisis Modal del Puente Río Papaloapan

### 4.2.1 Puesta experimental

Para evaluar la eficacia de la metodología propuesta en la estimación de las FNs y FAs del PRP, se tomó como base el experimento brindado por el IMT mostrado en la Figura 4.4 el cuál fue llevado a cabo mientras se realizaba mantenimiento en el PRP en el año 2019. Para esto, se instaló un total de 12 acelerómetros inalámbricos (representados por los círculos azules en la Figura 4.4(b), del modelo LORD MicroStrain® G-Link-LXRS®) con rangos de medición de  $\pm 2$  g, como se muestra en la Figura 4.4(a). Estos acelerómetros se utilizaron para monitorear y registrar las respuestas vibratorias generadas por diversas fuentes de

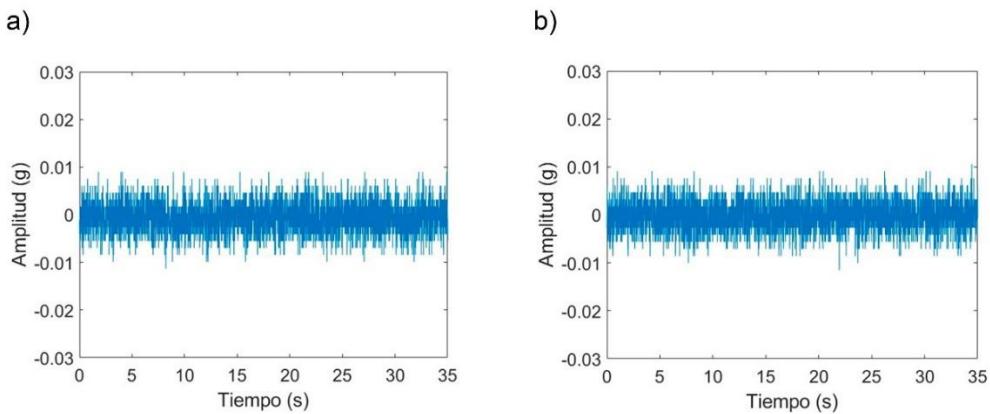
excitación ambiental, como el viento, vehículos y peatones. Para evaluar la consistencia de las frecuencias presentes en las señales, se realizaron pruebas por 30 minutos con un total de 115,200 muestras por sensor y una frecuencia de muestreo de 64 Hz (Machorro-Lopez et al., 2021)



**Figura 4.4** a) Sensor inalámbrico montado en el PRP y (b) ubicación de los sensores ( $S_1, S_2, \dots, S_{12}$ ) utilizados para monitorear las respuestas vibratorias del puente. (Machorro-Lopez et al., 2021)

Con fines ilustrativos, la Figura 4.5 exhibe la respuesta vibratoria monitoreada por el sensor 5 (S5) y el sensor 6 (S6), ya que estos sensores se encuentran cerca de donde suceden los mayores desplazamientos del PRP. A partir de esta figura, es posible apreciar que la respuesta vibratoria del puente exhibe características no estacionarias, lo que significa que la señal monitoreada tiende a variar a lo largo del tiempo. Por lo tanto, es de suma importancia contar con una

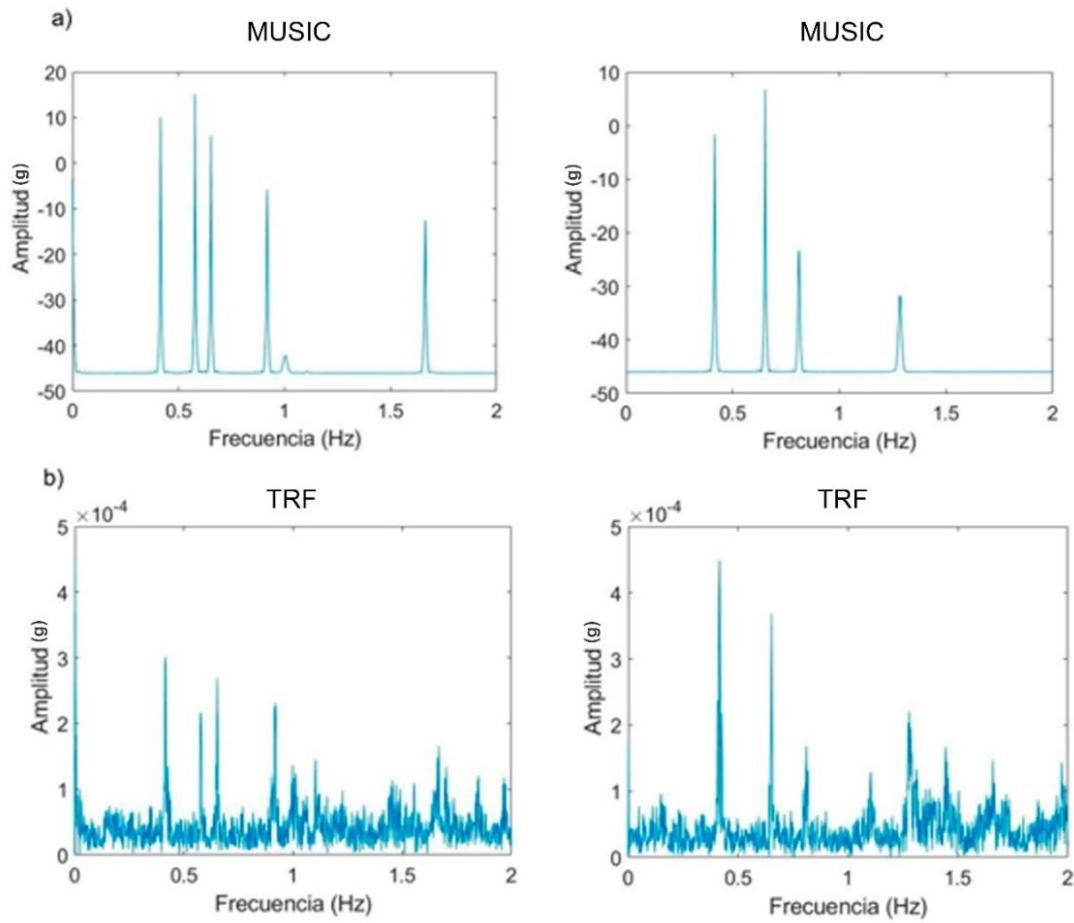
técnica capaz de trabajar con señales de manera eficiente con estas características, tal como el método MUSIC.



**Figura 4.5** Respuestas vibratorias monitoreadas del PRP por medio del sensor (a) S5 y (b) S6 (Machorro-Lopez et al., 2021).

#### 4.2.2 Estimación de FNs

Una vez obtenidas las respuestas vibratorias del PRP, estas son procesadas mediante la transformada MUSIC para estimar las correspondientes FN. La Figura 4.6(a) y 4.6(b) muestra las FN estimadas por la TRF y MUSIC respectivamente, para los sensores S5 y S6. De acuerdo con esta figura, es posible observar que la TRF no logra identificar de forma clara las frecuencias presentes en las señales, debido a su susceptibilidad al ruido. Por el contrario, la transformada MUSIC estima de manera clara las FN contenidas en la señal, independientemente de sus características.



**Figura 4.6** Análisis en el dominio de la frecuencia con el fin de estimar las FN<sub>s</sub> de los sensores S5 y S6, respectivamente, por medio de la transformada (a) MUSIC y (b) TRF (Autoría propia).

La Tabla 4.3 presenta los valores de las primeras cuatro FN<sub>s</sub> estimadas tanto por la transformada de Fourier como por la transformada MUSIC.

**Tabla 4.3** Valores de las FN<sub>s</sub> estimadas por la TRF y MUSIC

No.	Frecuencia Natural	TRF (HZ)	MUSIC (HZ)
1		0.4257	0.4152
2		0.5781	0.5776
3		0.7949	0.8164
4		0.9941	1.0034

#### 4.2.3 Estimación de FAs

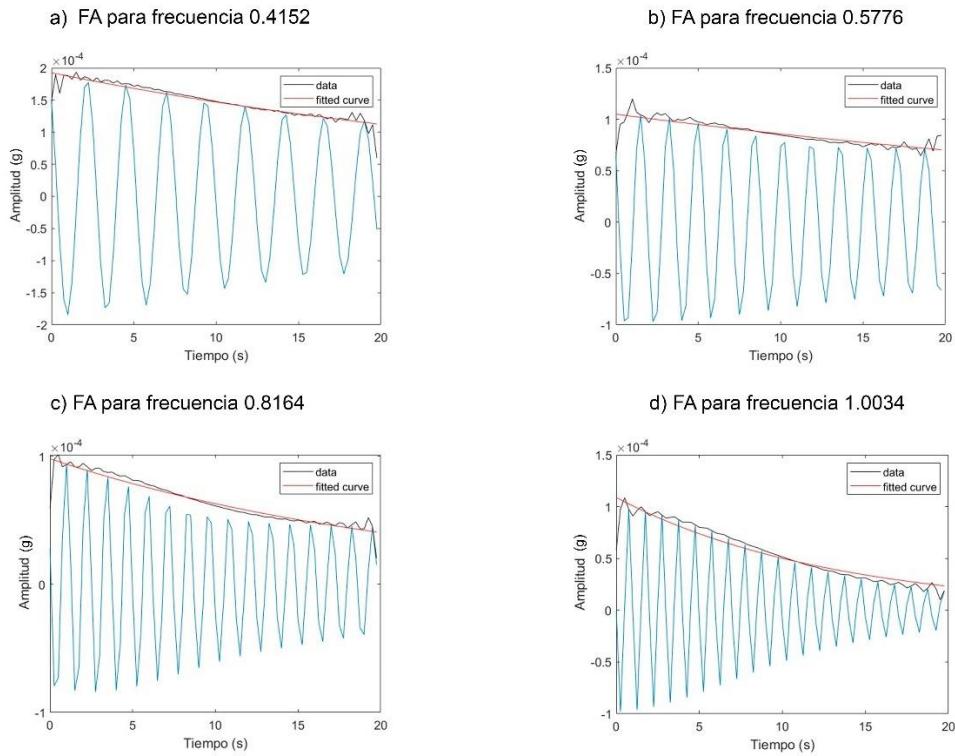
Una vez que las FN<sub>s</sub> del PRP son estimadas a través del método MUSIC, se procede a descomponer la señal mediante el filtro *Wavelet* en sus componentes estimadas. Posteriormente, la transformada Hilbert y el ajuste de curva son empleados para analizar cada señal descompuesta para estimar el FA asociado con cada FN. Las Figuras 4.7(a), 4.7(b), 4.7(c) y 4.7(d) muestran los FAs obtenidos para cada una de las FN<sub>s</sub> estimadas.

La Tabla 4.4 resume los valores de los cuatro FAs asociados a las FN<sub>s</sub> estimadas por la transformada MUSIC.

**Tabla 4.4** Valores de las señales de vibración (MUSIC) y sus respectivos FAs

FN <sub>s</sub> estimadas por MUSIC (HZ)	FAs estimados por TH (%)
0.4152	1.03
0.5776	0.61
0.8164	0.86
1.0034	1.22

0.4152	1.03
0.5776	0.61
0.8164	0.86
1.0034	1.22



**Figura 4.7** Gráficas de los factores de amortiguamiento para las señales analizadas previamente (Autoría propia).

Por otro lado, la Tabla 4.5 presenta una comparativa de los FAs estimados con la propuesta de este trabajo de Tesis y la realizada por el Instituto Mexicano del Transporte (IMT) (Quintana-Rodriguez et al., 2020).

**Tabla 4.5** Comparativa de FAs estimados por el Instituto Mexicano del Transporte y en este trabajo.

FAs (IMT, 2018)	FAs (Método Propuesto)	Porcentaje de Variación
0.95%	1.03%	8.4%
0.75%	0.61%	18.7%
No identificada	0.86%	No aplica
1.41%	1.22%	13.5%

De acuerdo con los resultados presentados en la Tabla 4.5, se destaca que la metodología propuesta muestra su capacidad para identificar los cuatro FAs, en contraste con el trabajo presentado por el Instituto Mexicano del Transporte. Además, es importante resaltar que los valores de los FAs estimados por la propuesta se pueden considerar precisos, ya que la técnica propuesta es capaz de trabajar con señal no estacionaria, por otro lado, la propuesta para la estimación de los FAs hecha por el IMT se basa en la transformada de Fourier, la cual puede presentar errores al enfrentarse a señales con características no estacionarias, como las adquiridas en el puente (Amezquita-Sanchez et al., 2017).

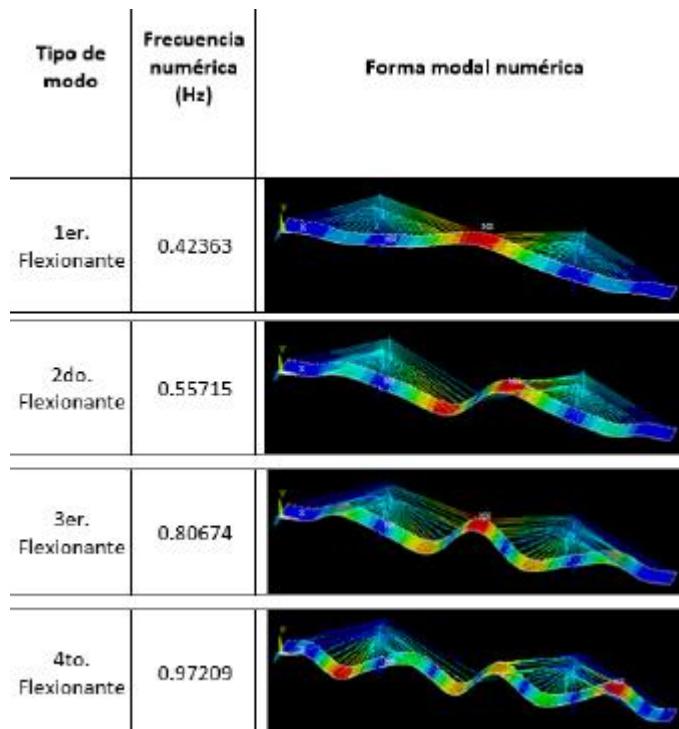
#### **4.3 Modelo numérico de elemento finito del PRP**

Con el propósito de comparar los resultados entre la TRF y MUSIC, se procedió a analizar y actualizar el modelo de elementos finitos del PRP para evaluar su comportamiento en relación con los resultados obtenidos a partir de la respuesta vibratoria real del puente (Machorro-Lopez et al., 2021). La Tabla 4.6 resume los valores de las FNs obtenidos tanto por el modelo numérico como por la TRF y MUSIC, respectivamente, donde se muestra el error relativo de las frecuencias experimentales respecto a las numéricas. Es importante mencionar que las FNs numéricas de la Tabla 4.6 pertenecen al MEF actualizado.

**Tabla 4.6** Valores de las 4 primeras FNs del PRP obtenidas con el modelo numérico y de forma experimental mediante el método TRF y MUSIC.

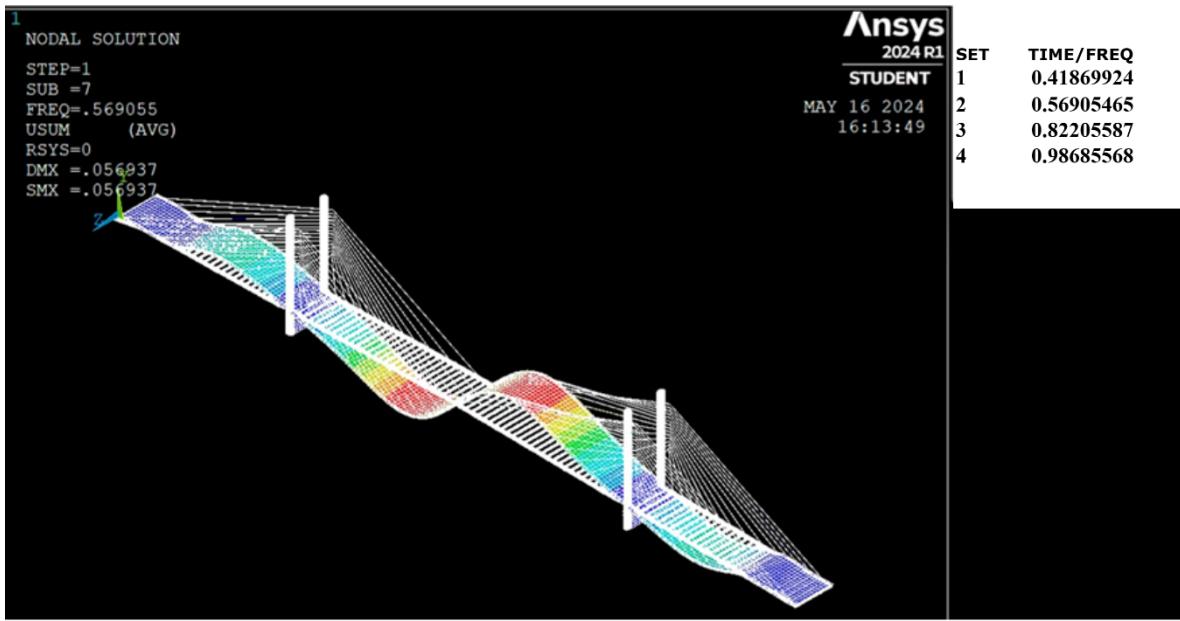
Frecuencias Numéricas	Frecuencias Experimentales	
	TRF (error)	MUSIC (error)
0.4186 Hz	0.4257 Hz (1.70%)	0.4152 Hz (0.81%)
0.5690 Hz	0.5781 Hz (1.60%)	0.5776 Hz (1.51%)
0.8220 Hz	0.7949 Hz (3.30%)	0.8164 Hz (0.68%)
0.9868 Hz	0.9941 Hz (0.74%)	1.0034 Hz (1.68%)

La Figura 4.8 presenta las cuatro primeras formas modales y los correspondientes valores de frecuencia estimados por el modelo numérico original del PRP estimado por el IMT antes de ser actualizado (Machorro-López et al., 2021). Se observa que las FNs tienen valores inferiores a 1.1 Hz, debido a las grandes dimensiones y masa de la estructura. Es importante destacar que, en el modelo de elemento finito original del puente, las segunda y cuarta FN, frecuencias flexionantes superan el error máximo permitido del 2% para las FNs en comparación con el modelo experimental, siendo del 3.68% y 3.23%, respectivamente. Por lo tanto, esto indica la necesidad de realizar un análisis y una actualización del modelo correspondiente.



**Figura 4.8** Formas modales obtenidas de forma numérica y sus correspondientes frecuencias con el modelo original (Machorro-López et al., 2021).

La Figura 4.9 ilustra el análisis del modelo del PRP, donde se puede observar las FNs, así como su deformación luego del análisis modal.



**Figura 4.9** Análisis modal del PRP luego de ser actualizado con sus respectivas FN<sub>s</sub> (Autoría propia).

De acuerdo con los resultados antes presentados, cabe destacar que los porcentajes de variación para las FN<sub>s</sub> estimadas tanto por la transformada MUSIC de manera experimental como por el modelo de elementos finitos no superan el 1.68%. Esto indica una notable similitud entre el comportamiento real de la estructura a través del análisis de señales con la transformada MUSIC y su representación numérica con el MEF. En contraste, al comparar el modelo numérico con el análisis experimental mediante la TRF, se observan porcentajes de variación que superan incluso el 3%. Además, los FA<sub>s</sub> estimados mediante la propuesta hecha en este trabajo de Tesis no exceden el error máximo permitido del 20% al ser comparados con la base de datos del IMT, siendo el más alto de 18.7% (ver Tabla 4.5).

Por lo tanto, esto permite validar la utilidad y eficiencia de los modelos presentados en este trabajo de Tesis para la obtención de las FN<sub>s</sub> y FA<sub>s</sub> en estructuras civiles reales como el puente analizado.

## CAPÍTULO 5

### V. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVAS

#### 5.1 Conclusiones

En el presente trabajo de tesis, se llevó a cabo el análisis y la actualización de un modelo numérico del PRP basado en el MEF, el cual fue desarrollado previamente por el IMT, permitiendo la mejorar en la estimación de los parámetros modales, tales como las frecuencias naturales (FNs) y los factores de amortiguamiento (FAs), mediante el uso del software ANSYS Mechanical APDL®.

Por otro lado, se desarrolló un sistema de adquisición de datos con la capacidad de monitorear la respuesta dinámica vibratoria de una estructura real, con la posibilidad de ser modificado dependiendo del trabajo en el que se pudiese utilizar, contando además con la ventaja de funcionar sin una línea de corriente. Aunado a una interfaz interactiva que brinda la posibilidad de modificar algunos parámetros como la duración de la prueba, con la posibilidad de guardar los resultados de las pruebas en una carpeta para ser utilizados en posteriores análisis.

La transformada MUSIC demostró ser muy eficiente para la estimación de las FNs. En ese sentido, la viabilidad de la transformada MUSIC para estimar las FNs se evaluó primeramente mediante una señal sintética, donde demostró ser altamente eficiente, con un error máximo del 0.05% en la estimación de las FNs. Es importante destacar que este error se registró al exponer la señal a un nivel de ruido alto, similar al observado en las respuestas vibratorias de estructuras civiles reales largas como la analizada en este trabajo de tesis.

Se implementaron modelos experimentales para el cálculo de los parámetros modales del puente atirantado PRP a través de técnicas avanzadas de procesamiento como MUSIC, transformada de Hilbert y filtros digitales (*Wavelet*), con la ayuda de software (Octave).

Se logró obtener un modelo numérico actualizado y otro experimental que se validaron dentro de los rangos de precisión permitidos (error máximo del 2% en frecuencias naturales y del 20% en factores de amortiguamiento).

## **5.2 Prospectivas**

El presente trabajo tiene la posibilidad de seguir evolucionando, como el probar el sistema de adquisición de manera física en puentes de la vida real o incluso en otras estructuras.

Además, el procedimiento empleado en este trabajo de tesis podría servir de base para futuros trabajos o investigaciones destinados a evaluar las condiciones de diversas estructuras. Esto se debe a que los parámetros modales de las estructuras tienden a variar en caso de que se produzca alguna falla.

Por otra parte, también se podrían emplear otras metodologías de procesamiento de señales y comparar para comprobar su eficiencia.

## Referencias

- Alarcón Campos, S. (2015). Determinación de la razón de amortiguamiento en vigas de madera para uso en paneles CLT.
- Alegria, O. C., Valtierra-Rodriguez, M., Amezquita-Sanchez, J. P., Millan-Almaraz, J. R., Rodriguez, L. M., Moctezuma, A. M., & Cruz-Abeyro, J. A. (2015). Empirical *Wavelet* transform-based detection of anomalies in ULF geomagnetic signals associated to seismic events with a fuzzy logic-based system for automatic diagnosis. In *Wavelet transform and some of its real-world applications*. IntechOpen, pp. 1-15.
- Amézquita Sánchez, J. P. (2018). Monitoreo de vibraciones en tiempo real para detectar daños en estructuras. Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Amezquita-Sánchez, J. P., Park, H. S., & Adeli, H. (2017). A novel methodology for modal parameters identification of large smart structures using MUSIC, empirical *Wavelet* transform, and Hilbert transform. *Engineering Structures*, 147, 148-159.
- ANSYS, (2023). *ANSYS Help*. Obtenido de [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/prod\\_page.html?pn=Mechanical%20APDL&prodver=24.1&lang=en](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/prod_page.html?pn=Mechanical%20APDL&prodver=24.1&lang=en). Accesado 2023
- Avellaneda, G., Noguera, R., & Muñoz, E. (2012). Desarrollo de un algoritmo computacional para la estimación de la tensión de tirantes en puentes atirantados con base en la medición experimental en laboratorio y campo de sus modos y frecuencias naturales de vibración. *Revista ingeniería de construcción*, 27(3), 155-180.
- BBC (2022). El colapso de un puente en India que dejó 135 muertos, <https://www.bbc.com/mundo/noticias-internacional-63454753>. Accesado 2023
- BFOGM (2023). Biblioteca de Publicaciones Oficiales del Gobierno de México, México, <https://elmirador.sct.gob.mx/manos-a-la-obra/grandes-puentes-carreteros-de-mexico>. Accesado 2023.

- Borah, M. M., Dey, A. & Sil, A. (2020). Service life assessment of chloride affected bridge located in coastal region of India considering variation in the inherent structural parameters. *Structures* 23(1), 191–203.
- Borjas, J. J. Y. (2017). Aplicación de la transformada Hilbert para el análisis de vibraciones mecánicas. Tesis de Maestría, Universidad de Guanajuato.
- Cacho-Perez, M., Frechilla, N., & Lorenzana, A. (2017). Estimación de parámetros modales de estructuras civiles a partir de la función de respuesta en frecuencia. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 33(3-4), 197-203.
- Celigüeta-Lizarza, J. T. (2011). Método de los elementos finitos para análisis estructural. Manual de Análisis Estructural, Universidad de Navarra.
- El-Kafafy, M., Guillaume, P., & Peeters, B. (2013). Modal parameter estimation by combining stochastic and deterministic frequency-domain approaches. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 35(1-2), 52-68.
- Hendrycks, D., Mu, N., Cubuk, E. D., Zoph, B., Gilmer, J., & Lakshminarayanan, B. (2019). Augmix: A simple data processing method to improve robustness and uncertainty. arXiv preprint arXiv:1912.02781.
- Hernández, C. J. (2022). Estimación de frecuencias naturales de una estructura de acero de cuatro pisos mediante modelos numéricos y experimentales. Tesis Licenciatura, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Kattan, P. I. (2010). MATLAB guide to finite elements: an interactive approach. Springer Science & Business Media.
- Machorro-Lopez, J. M., Carrion Viramontes, F. J., Quintana Rodriguez, J. A., Amezquita Sanchez, J. P., Valtierra Rodriguez, M., Hernandez Figueroa, J. A., & Martinez Trujano, L. A. (2021). Estudio comparativo de métodos de detección de daño en puentes atirantados. Publicación técnica, No. 621.
- Molero, B. (2016). Teoría de vibraciones. Iberisa.
- Moreno Gómez, A. (2019). Detección, localización y cuantificación de daños en estructuras civiles metálicas midiendo vibraciones. Santiago de Querétaro, Querétaro.: Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Muñoz, É. (2011). Ingeniería de puentes. Tomo 1. Pontificia Universidad Jave.

- Naderpour, H., & Fakharian, P. (2016). A synthesis of peak picking method and *Wavelet* packet transform for structural modal identification. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20, 2859-2867.
- Navarrete Ruiz, J. (2016). Diseño, instrumentación y monitoreo de una estructura del tipo Truss para la identificación de su dinámica. San Juan del Río, Querétaro.: Tesis de licenciatura, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Penn, A. (2018). The deadliest bridge collapses in the US in the last 50 years. CNN, USA, pp. 1.
- Pérez Ramírez, C (2014). Instrumentación y monitoreo de estructuras civiles para la obtención de parámetros modales basado en excitaciones ambientales. San Juan del Río, Querétaro.: Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Perez-Ramirez, C. A., Amezquita-Sanchez, J. P., Adeli, H., Valtierra-Rodriguez, M., Romero-Troncoso, R. D. J., Dominguez-Gonzalez, A., & Osornio-Rios, R. A. (2016). Time-frequency techniques for modal parameters identification of civil structures from acquired dynamic signals. *Journal of Vibroengineering*, 18(5), 3164-3185.
- Pexels (2023). Imágenes de puentes, <https://www.pexels.com/es-es/buscar/puentes/>. Accesado 2023.
- Quintana-Rodriguez, J. A., Carrion Viramontes, F. J., Martinez Trujano, I. A., Hernandez Figueroa, J.A., Gasca Zamora, H. M., Anaya Diaz, M., & Hernandez Guzman, A. (2020). monitoreo y evaluación estructural en tiempo real del Puente Rio Papaloapan. Publicación técnica, No. 592.
- Sánchez-Acevedo, H., Uscátegui, J., & Gómez, S. (2017). Metodología para la detección de fallas en una estructura entramada metálica empleando las técnicas de análisis modal y PSO. *Revista UIS Ingenierías*, 16(2), 43-50.
- Smith, S. W. (1997). *The scientist and engineer's guide to digital signal processing*.
- Su, W. C., Liu, C. Y., & Huang, C. S. (2014). Identification of instantaneous modal parameter of time-varying systems via a *Wavelet*-based approach and its application. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 29(4), 279-298.

SWI (2018). Los derrumbes de puentes más mortíferos de los últimos 20 años, <https://www.swissinfo.ch/spa/afp/los-derrumbes-de-puentes-m%C3%A1s-mort%C3%ADferos-de-los-%C3%BAltimos-20-a%C3%B1os/44322908>.

Accesado 2023

Tobón López, S. (2008). Identificación de los parámetros modales, a partir de registros de aceleración, por medio de la metodología NEXT/ERA. Tesis Licenciatura, Universidad de los Andes.

Univision (2021). Errores humanos y desgaste estructural: Los derrumbes de puentes más devastadores, <https://www.univision.com/noticias/mundo/devastadores-colapsos-muertes-puentes-fotos>. Accesado 2023

Xin, Y., Hao, H., & Li, J. (2019). Operational modal identification of structures based on improved empirical Wavelet transform. Structural Control and Health Monitoring, 26(3), e2323.

Yanez-Borjas, J. J., Valtierra-Rodriguez, M., Machorro-Lopez, J. M., Camarena-Martinez, D., & Amezquita-Sanchez, J. P. (2023). Convolutional Neural Network-Based Methodology for Detecting, Locating and Quantifying Corrosion Damage in a Truss-Type Bridge Through the Autocorrelation of Vibration Signals. Arabian Journal for Science and Engineering, 48(2), 1119-1141.

Young, K., & Adeli, H. (2014). Fundamental period of irregular moment-resisting steel frame structures. The structural design of tall and special buildings, 23(15), 1141-1157.

Yun, D. Y., & Park, H. S. (2023). Modal identification of building structures under unknown input conditions using extended Kalman filter and long-short term memory. Integrated Computer-Aided Engineering, 30(2), 185-201.