



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería

**SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES COLOR APLICANDO  
LOS MODELOS DE APARIENCIA DEL COLOR**

**TESIS**

QUE COMO PARTE DE LOS REQUISITOS PARA OBTENER EL  
GRADO DE  
**DOCTOR EN INGENIERÍA**

PRESENTA  
**HAYDE PEREGRINA BARRETO**

DIRIGIDO POR  
**DR. IVÁN RAMÓN TEROL VILLALOBOS**

Santiago de Querétaro, Qro.  
Septiembre, 2011

## **SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES COLOR APLICANDO LOS MODELOS DE APARIENCIA DEL COLOR**

*“La mente ve y escucha. El resto es ciego y sordo.”*

Epicarmo.

# RESUMEN

La mejora de contraste es una tarea importante en el procesamiento de imágenes y, comúnmente, es usada como pre-procesamiento en tareas de segmentación. Sin embargo, algunos métodos de mejora de contraste, que proveen buenos resultados en regiones de bajo contraste, afectan aquellas regiones de buen contraste pues desvanecen sus elementos. En este trabajo, se propone un método enfocado en imágenes que presentan diferentes condiciones de iluminación en una misma escena. El método propuesto esta basado en transformaciones morfológicas por reconstrucción y operaciones racionales que, en conjunto, permiten una mejora de contraste mas adecuada dando como resultado regiones que armonizan mejor con su entorno. Además, debido a las propiedades de estas transformaciones morfológicas, se evita la creación de nuevos elementos y la alteración de las estructuras originales. El procesamiento se lleva a cabo en valores de luminancia en el espacio de color  $u'v'Y'$  evitando así la creación de nuevos colores. Como resultado de las consideraciones previas, el método propuesto mantiene la apariencia natural del color en la imagen. Otro tema de gran importancia es la segmentación de imágenes. A menudo es necesario separar la información contenida en la imagen de manera que solo se contengan las regiones de interés. La segmentación es hecha utilizando diferentes parámetros. En el presente trabajo se aborda la segmentación color a través de la unión de regiones. Para ello se toman en cuenta algunos principios de la percepción visual humana propuestos en la literatura. Específicamente, se implementan conceptos de la teoría Gestalt.

**Palabras clave:** {mejora de contraste, operaciones racionales, segmentación color, percepción visual humana, morfología matemática}.

# Abstract

Contrast enhancement is an important task in image processing that is commonly used as a preprocessing step to improve the images for other tasks such as segmentation. However, some methods for contrast improvement that work well in low-contrast regions affect good contrast regions as well. This occurs due to the fact that some elements may vanish. A method focused on images with different luminance conditions is introduced in the present work. The proposed method is based on morphological transformations by reconstruction and rational operations, which, altogether, allow a more accurate contrast enhancement resulting in regions that are in harmony with their environment. Furthermore, due to the properties of these morphological transformations, the creation of new elements on the image is avoided. The processing is carried out on luminance values in the  $u'v'Y'$  color space, which avoids the creation of new colors. As a result of the previous considerations, the proposed method keeps the natural color appearance of the image. Other important topic is the image segmentation. Commonly, it is necessary to separate the information within an image with the aim that it only contains the regions of interest. The segmentation process is made by considering different parameters. In this work, it is proposed a color segmentation through the margin of regions. For this purpose, several principles of the human visual perception are taking into account. Specifically, the Gestalt theory principles are implemented.

**Keywords:** {contrast enhancement, rational operations, color segmentation, human visual perception, mathematical morphology}.

# Dedicatoria

A Pepe, mi compañero y mi amor. Porque la persona más afortunada que pisa esta tierra es aquella que encuentra el amor. Porque lo cierto es que vivir sin eso no tiene sentido alguno.

# Agradecimientos

A Dios, por nunca abandonarme y permitirme lograr mis sueños.

A mi esposo, por apoyarme y creer en mi en todo momento. Gracias por darme animo y compartir mis sueños.

A mi familia, Amada, Fidel y Jonás, por enseñarme que todo se logra con esfuerzo y sacrificio. Gracias por tener fé en mi y apoyarme incondicionalmente. Los amo.

A mi asesor, Dr. Iván R. Terol Villalobos, a quien considero un amigo y ejemplo. Gracias por su apoyo y respaldo, por compartir su conocimiento. Muchas gracias por guiarme y confiar en mi criterio lo cual me ha permitido desarrollarme y dar mis primeros pasos como investigador.

A mis amigos, Ana Marcela y Luis Alberto, por las experiencias compartidas y los lazos de amistad que hemos creado mas allá del trabajo.

# Agradecimientos institucionales

A la Universidad Autónoma de Querétaro por permitirme realizar mis estudios de Doctorado en la Facultad de Ingeniería. Por haberme proporcionado el equipo y las instalaciones necesarias para llevar a buen término mis estudios y por hacerme sentir parte de esta gran institución.



Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada mediante el apoyo No. 19947.

Tesis: Segmentación de imágenes color aplicando los modelos de apariencia del color.

Autor: Hayde Peregrina Barreto

Asesor: Dr. Iván Ramón Terol Villalobos



Al Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica (CIDESEQ) S. C. por su disposición para el desarrollo de proyectos en colaboración con sus investigadores.



# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>ix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	2
1.2. Justificación . . . . .	4
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.4. Planteamiento General . . . . .	6
<b>2. Estado del arte</b>	<b>7</b>
2.1. Fundamentación teórica . . . . .	10
2.2. Morfología matemática . . . . .	10
2.3. Morfología Binaria . . . . .	11
2.4. Morfología en niveles de gris . . . . .	14
2.5. Transformaciones por reconstrucción . . . . .	17
2.6. Granulometría . . . . .	18
2.7. Mejora de contraste . . . . .	19
2.7.1. Retinex . . . . .	19
2.7.2. Operaciones morfológicas racionales . . . . .	20
2.8. Segmentación . . . . .	21
2.8.1. Gradiente . . . . .	21
2.8.2. La transformada <i>watershed</i> . . . . .	22
2.9. El color . . . . .	25
2.10. Modelos de apariencia de color . . . . .	27
2.10.1. RGB . . . . .	27
2.10.2. L*a*b* . . . . .	27
2.10.3. <i>lαβ</i> . . . . .	28

---

2.11. Árboles . . . . .	29
2.11.1. Árbol binario . . . . .	30
<b>3. Metodología</b>	<b>33</b>
3.1. Percepción Visual . . . . .	33
3.2. Mejora de contraste . . . . .	34
3.2.1. Análisis de luminancia . . . . .	35
3.2.2. Operador morfológico racional para mejora de contraste	36
3.3. Segmentación . . . . .	43
3.3.1. Árbol de máximos . . . . .	44
3.3.2. Principios Gestalt para la segmentación . . . . .	52
3.3.3. Simplificación por área . . . . .	53
3.3.4. Simplificación por nivel/color . . . . .	55
<b>4. Pruebas y resultados</b>	<b>59</b>
4.1. Mejora de contraste . . . . .	59
4.1.1. Comparación de resultados . . . . .	65
4.1.2. Otros casos de estudio . . . . .	70
4.2. Segmentación por simplificación de la imagen . . . . .	72
4.2.1. Eliminación de estructuras . . . . .	72
4.2.2. Mejora de detección de bordes . . . . .	76
4.2.3. Segmentación por color . . . . .	77
<b>5. Conclusiones</b>	<b>82</b>
5.1. Productos obtenidos . . . . .	84
5.1.1. Artículos en revista . . . . .	84
5.1.2. Artículos en Congreso . . . . .	85
5.1.3. Aplicación de los conceptos propuestos . . . . .	86
5.1.4. Tesis Dirigidas . . . . .	87
5.2. Perspectivas . . . . .	87
<b>Bibliografía</b>	<b>95</b>

# Índice de figuras

1.1.	Imágenes con diferente condición de iluminación. . . . .	3
2.1.	Imagen binaria. . . . .	12
2.2.	Dilatación binaria. . . . .	12
2.3.	Erosión binaria. . . . .	13
2.4.	Apertura y cerradura binaria. . . . .	14
2.5.	Dilatación y erosión en escala de grises. . . . .	16
2.6.	Transformaciones morfológica y por reconstrucción. . . . .	18
2.7.	Gradiente de una imagen. . . . .	22
2.8.	El concepto watershed. . . . .	23
2.9.	Procesamiento watershed. . . . .	24
2.10.	Espectro de luz visible. . . . .	25
2.11.	Dimensiones tonales. . . . .	26
2.12.	Árboles. . . . .	31
3.1.	Proceso de percepción. . . . .	34
3.2.	Distribución de luminancia en diferentes imágenes. . . . .	37
3.3.	Ánalisis granulométrico de una imagen. . . . .	39
3.4.	Representación de una imagen en un max-tree. . . . .	45
3.5.	Estructura del tipo de dato nodo. . . . .	48
3.6.	Max-tree binario. . . . .	52
3.7.	Principios de Gestalt . . . . .	54
3.8.	Simplificación por área . . . . .	56
3.9.	Simplificación por diferencia de gris. . . . .	57
3.10.	Proceso de bit mixing. . . . .	58
4.1.	Ejemplo 1: imagen con diferente luminancia. . . . .	60
4.2.	Ejemplo 1: granulometría y anti-granulometría. . . . .	61

---

4.3.	Ejemplo 1: resultado de OMR. . . . .	62
4.4.	Ejemplo 2: imagen con diferente luminancia. . . . .	63
4.5.	Ejemplo 2: granulometría y anti-granulometría. . . . .	63
4.6.	Ejemplo 2: imágenes del proceso racional multiescala. . . . .	64
4.7.	Ejemplo 2: resultado de OMR. . . . .	65
4.8.	Comparación de métodos. . . . .	66
4.9.	Comparación de espacios color. . . . .	69
4.10.	OMR en imágenes de bajo contraste. . . . .	71
4.11.	OMR con imágenes de buen contraste. . . . .	73
4.12.	Eliminación de regiones por tamaño. . . . .	74
4.13.	Mejora de detección de bordes. . . . .	75
4.14.	Segmentación por color. . . . .	78
4.15.	Segmentación color con determinación automática de $A$ . . . . .	80
4.16.	Segmentación color por simplificación de regiones. . . . .	81

# Capítulo 1

## Introducción

La morfología matemática (MM) puede ser definida como teoría del análisis de las estructuras espaciales. Es llamada morfología debido a que analiza la forma de los objetos y matemática debido a que su análisis se basa en un conjunto de teorías como la geometría integral, el álgebra y la teoría de conjuntos. Su origen se dio a partir del estudio de la geometría de poros, hecho por Matheron (1975), y análisis de minerales, hecho por Serra (1982). Hoy en día, la morfología matemática es una disciplina bien establecida con aplicaciones diversas como mejora de la imagen, segmentación, filtrado, codificación, detección de bordes, análisis de textura, etc.

Dos tareas de gran interés son la mejora del contraste y la segmentación. La primer tarea consiste en mejorar la calidad de la imagen de manera que sea más fácil identificar y delimitar cada una de las regiones que la componen. Por otra parte, la segmentación consiste en dividir una imagen en diferentes regiones y tiene como finalidad el facilitar la interpretación de la información. Ambas tareas están relacionadas ya que, para obtener un buen resultado en la segmentación, la imagen debe tener una buena calidad de información. Debido a esto, a menudo se usa la mejora de contraste como pre-procesamiento de la segmentación.

---

## 1.1. Antecedentes

Para que la información de una escena sea correctamente representada en una imagen es necesaria una buena condición de iluminación. La iluminación se relaciona con diferentes efectos, e. g. sombras, contraste, afectación del color, y es una condición difícil de controlar. Debido a esto, el bajo nivel de contraste en una imagen es una característica común. En el análisis de imágenes, un buen nivel de contraste es de gran importancia ya que va a permitir discriminar mejor las regiones que componen a la imagen además de facilitar su segmentación. Para identificar claramente los límites de una región, es necesario que las regiones vecinas tengan un cambio significante en color o intensidad (Iranmanesh 2009) (Fig. 1.1(a)). En una imagen con bajo contraste esto no ocurre por lo que, aún cuando la información esté ahí, no es posible su correcta interpretación (Fig. 1.1(b)).

Mejorar el contraste es un problema que requiere mucha atención puesto que su aplicación no solo es para mejorar la apariencia de la imagen sino también para facilitar, en conjunto con la segmentación, el análisis de la información (Kim *et al.*, 1998; Oakley y Satherley, 1998; Chung *et al.*, 2008). En la literatura se encuentra una cantidad importante de trabajos que muestran la importancia que tiene la mejora de la imagen y su impacto en los resultados de segmentación. La aplicación de estos procesos no son exclusivos del área de procesamiento de imágenes. En el área médica, la mejora de contraste es ampliamente aplicada a imágenes radiológicas para optimizar su análisis en la detección temprana de cáncer (Dhawan *et al.*, 1986; Boccignone y Picariello, 1997; Plajer *et al.*, 2009, Jinsung y Hwang, 2010, Sahba y Venetsanopoulos, 2011). Es importante mencionar que cuando se trata de imágenes de exterior, controlar la iluminación es complicado, por lo que en la mayoría de los casos es necesario una mejora de la imagen. Por ejemplo, al utilizar imágenes satélites estas no siempre permiten una buena visualización e interpretación de la región que se quiere observar, ya que están afectadas por las diferentes reflectancias de su entorno (Demirel *et al.*, 2010).

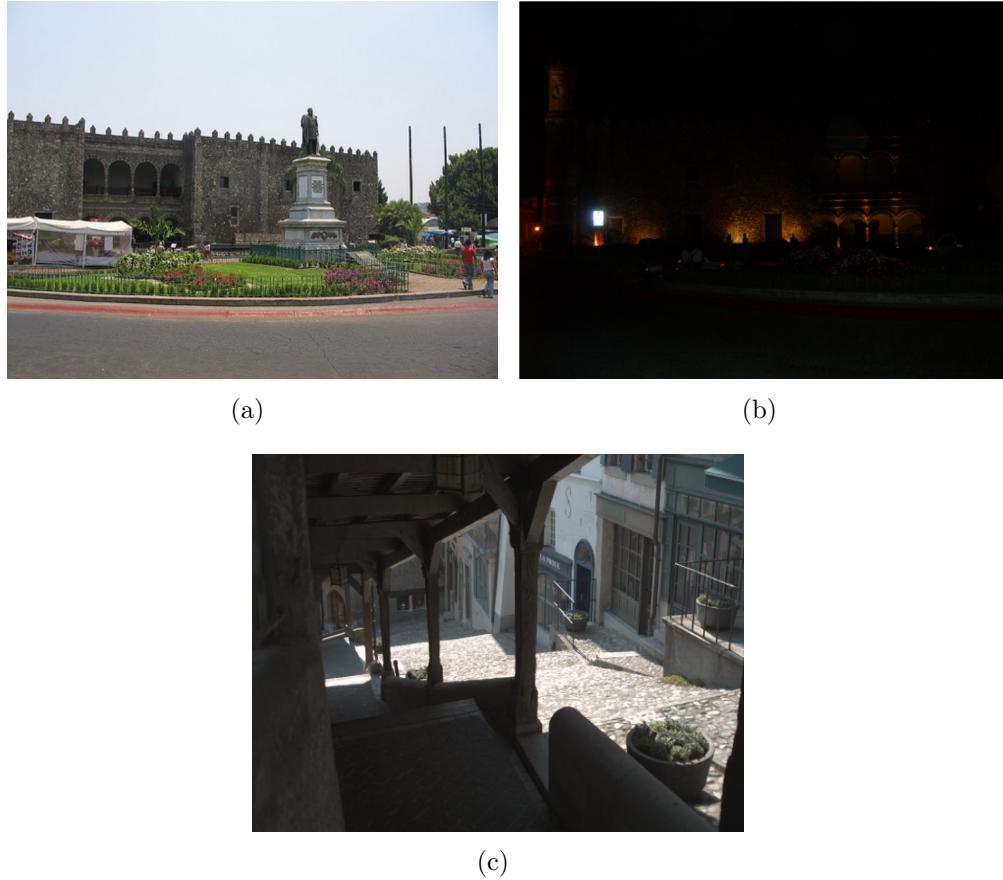


Figura 1.1: Imágenes con (a) suficiente, (b) pobre y (c) diferentes condiciones de iluminación.

Así mismo, en el caso de imágenes subacuáticas, estas se ven afectadas por la iluminación no uniforme debido a la profundidad, lo cual causa dificultad para segmentarlas (Singhai y Rawat, 2007; Shuying *et al.*, 2002). En el área de materiales, se busca caracterizar las propiedades físicas a través de la forma y distribución las microestructuras, para lo cual es importante mejorar la detección de bordes (Li, Ni, and Liu 2007). Si la imagen muestra una diferencia suficiente entre regiones, la detección de bordes es mas sencilla. Con el avance tecnológico, el uso de cámaras se ha extendido a más áreas de

---

investigación, e. g. en invernaderos (Tian *et al.*, 2008), CRT (MacIntyre y Cowan, 1992), y con ello la aplicación de procesos de mejora de la imagen y segmentación. En la Universidad Autónoma de Querétaro se han desarrollado algunos trabajos con un problemática similar. Mendiola-Santibañez y Terol-Villalobos, (2003, 2005) hacen un análisis de los métodos para medir el nivel de contraste y su mejora a través de operaciones morfológica. Este trabajo da un enfoque especial a la mejora de imágenes de resonancia cerebral. Por otra parte, Jiménez-Sánchez *et al.*, (2007, 2009), hacen un estudio de imágenes con poca iluminación estimando el fondo para posteriormente mejorar su nivel de contraste.

En la presente tesis se aborda la aplicación de la morfología matemática para la mejora del contraste en imágenes color y su segmentación basada en criterios. El trabajo esta dividido en dos partes: mejora de la imagen y segmentación. La primera parte consistirá en una mejora de contraste, con la finalidad de mejorar su calidad y los resultados de la segmentación. La segunda parte se enfocará en una segmentación por criterios. En ambos casos el procesamiento será sobre imágenes color utilizando modelos de apariencia del color. Se hace un especial énfasis en la aplicación de dichos procesamientos a imágenes de exterior (con iluminación no controlada) debido a la complejidad de condiciones que son mas presentes en este tipo de imágenes.

## 1.2. Justificación

Un buen nivel de contraste puede ayudar a mejorar la calidad de la imagen así como los resultados obtenidos en tareas de segmentación o clasificación (Plajer *et al.*, 2009; Chung *et al.*, 2008; Rosbach *et al.*, 2010). La mejora de contraste puede realizarse de manera previa o posterior a la captura. En el primer caso, se deberá realizar una calibración cuidadosa del sensor de la cámara para adecuarlo a la condición de iluminación que se tenga. Sin embargo, una vez que la iluminación cambia, el sensor deberá ca-

---

librarse nuevamente. Esto tiende a ser difícil y caro para cualquier entorno de trabajo (MacIntyre y Cowan, 1992; Cowan 1989). La solución más frecuente consiste en realizar la mejora una vez que la imagen ha sido capturada. Si bien existen diversos métodos para la mejora de contraste, gran parte de ellos están enfocados a imágenes con bajo contraste uniforme. En este tipo de imágenes es posible aplicar un mismo criterio de corrección ya que todos los píxeles están afectados por una misma condición de iluminación. Sin embargo, no todas las imágenes con bajo contraste presentan la misma condición de iluminación, es posible que una misma imagen presente varias condiciones de iluminación. Este tipo de imágenes presenta una complejidad mayor ya que se deben mejorar sólo aquellas regiones de bajo contraste al mismo tiempo que evita afectar aquellas con buen nivel. Algunos métodos realizan un análisis de la vecindad entre regiones para hacer una mejor corrección, sin embargo, a menudo los resultados se ven afectados con la creación de nuevos colores o bien al modificarse las estructuras originales. Estos efectos no son deseables en una corrección cromática puesto que se busca facilitar la discriminación entre regiones pero conservando los colores y las estructuras originales. Esto es fundamental ya que para procesos de segmentación o clasificación posteriores pueden utilizar criterios como el color, la forma o el tamaño de los elementos que componen la imagen.

### 1.3. Objetivos

**Objetivo General:** Aplicación de morfología matemática para la mejora de contraste de imágenes con diferentes condiciones de iluminación así como el desarrollo de una metodología de segmentación basada en la percepción visual humana. Ambas tareas utilizando los modelos de apariencia del color.

**Objetivos particulares:**

- Estudiar de los modelos de apariencia del color y análisis de sus diferencias.

- 
- Estudiar de los métodos de mejora de contraste basados en morfología matemática.
  - Aplicar de transformaciones morfológicas para la mejora de contraste.
  - Desarrollar de un método de mejora de contraste enfocado a imágenes con diferentes condiciones de iluminación.
  - Estudiar de los métodos de segmentación actuales.
  - Estudiar los principios de percepción visual humana.
  - Desarrollar de un método de segmentación color orientado a elementos conexos.
  - Participar en congreso internacional.
  - Publicar dos artículos basados en los resultados de la investigación.

## 1.4. Planteamiento General

Se estudiarán las transformaciones morfológicas utilizadas actualmente para mejora de contraste y el como afectan la distribución de los niveles de gris de la imagen. Así mismo, se analizará la determinación de las escalas que sean más adecuadas para la imagen. Una vez mejorado el contraste se hará una comparación para determinar bajo que modelo de apariencia de color se obtienen los mejores resultados. De igual manera, se realizará una comparación de resultados con otros métodos de mejora de contraste a fin de evaluar ventajas y desventajas del método propuesto. En la parte de segmentación, se estudiará la segmentación basada en atributos a fin de proponer un método de segmentación basado en un criterio como forma, tamaño o conectividad.

# Capítulo 2

## Estado del arte

El procesamiento de imágenes puede hacerse en el dominio de la frecuencia o en el dominio espacial. Este trabajo está enfocado en los métodos que trabajan en el dominio espacial, es decir, aquellos que trabajan directamente con los píxeles de la imagen. A su vez, dichos métodos pueden procesar los píxeles de dos formas: (a) de manera individual o (b) tomando en cuenta la información de sus regiones vecinas. En la mejora de contraste, haciendo uso de un procesamiento tipo (a), uno de los métodos más utilizados es la ecualización del histograma, el cual permite una mejor distribución de los niveles de gris (Kim *et al.*, 1998; Pajares y de la Cruz, 2002; Pizer *et al.*, 1987; Stark 2000). Dado que la mejora de la imagen es juzgada cualitativamente por el observador, resulta natural la necesidad de desarrollar métodos que trabajen más de acuerdo al sistema de visión humano, el cual toma en cuenta la influencia de regiones vecinas para definir una nueva región u objeto. El procesamiento tipo (b) trata de emular al procesamiento visual humano. Retinex fue uno de los primeros métodos de tipo (b) y ha sido ampliamente utilizado, tanto para mejora de contraste como de color (Land y McCann, 1971; Land 1983; Funt *et al.*, 2004; Georgiev 2005; Terai *et al.*, 2009; Bertalmio *et al.*, 2009). En morfología matemática, la imagen es recorrida haciendo uso de un *kernel* o ventana, cuyo elemento principal está en el

---

centro y toma un valor de acuerdo a la información de su vecindad según la transformación aplicada. Al trabajar de esta forma, la mejora de contraste basada en transformaciones morfológicas también es un procesamiento de tipo (b), con lo que se puede obtener un procesamiento más natural de la información visual.

En morfología matemática, los operadores de contraste básicos son el gradiente y la transformada *top-hat* (Beucher 1992; Meyer y Beucher, 1990; Rivest *et al.*, 1993). La mejora de contraste en esta área esta basada en el concepto propuesto por Kramer y Bruckner (1975). Este concepto consiste en comparar cada valor de la imagen con dos diferentes patrones, imágenes de dilatación y erosión morfológica, y tomar aquel que sea más cercano al valor original. Un análisis de dicho concepto, hecho por Serra (Serra 1988), demostró que el uso de la dilatación y erosión como patrones puede degradar la imagen, sin embargo, este problema puede ser superado utilizando transformaciones idempotentes (Meyer y Serra, 1989). Toet (1992) propone una mejora basada en el cociente de una pirámide de pasa-bajas. Dicha pirámide hace referencia a un conjunto de imágenes procesadas por un filtro pasa-bajas a diferentes niveles. La pirámide esta compuesta por  $N$  niveles, donde el nivel más bajo es la imagen original y cada nivel  $i$  es una nueva imagen cuyos valores son el promedio de los valores dentro de una ventana en el nivel  $i - 1$ . Terol-Villalobos (1995, 1996), propuso el uso de filtros morfológicos de pendiente como operadores de contraste. Estos filtros se basan en el gradiente y criterios de asignación idempotente. Su función es atenuar las regiones de bajo contraste y mantener aquellas con alto contraste. Por su parte Mukhopadhyay y Chanda (2000), proponen una mejora multiescala basada en operadores *top – hat* cuya principal ventaja es la posibilidad de trabajar con regiones oscuras (asociadas a un bajo contraste) y regiones claras (asociadas a un alto contraste). Mendiola-Santibañez y Terol-Villalobos (2002) proponen un método basado en las diferencias de contraste en una serie de imágenes. Recientemente, Espino *et al.* (2007) estudiaron la aplicación de

---

aperturas por reconstrucción con operaciones racionales (OR) para mejora de contraste. Cabe destacar que, aun cuando hay una teoría bien definida respecto al tema (Meyer y Serra, 1989), en morfología matemática se han desarrollado solo unos pocos métodos para mejora de contraste.

En cuanto a segmentación de imágenes, se han propuesto diversos trabajos basados en morfología matemática. La transformada *watershed* es una herramienta morfológica poderosa y se basa en el gradiente y la transformada top-hat (Vincent y Soille, 1991; Gauch 1999). La aplicación de watershed a una imagen de gradiente puede obtener una segmentación inicial, sin embargo suele obtenerse una sobre-segmentación. A fin de evitar este inconveniente se han propuesto diversas soluciones involucrando un procesamiento posterior (Harid *et al.*, 1998; Zhu *et al.*, 2009; Hamarneh y Li, 2009). Sang *et al.* (1998) proponen un método de agrupamiento basado en morfología matemática donde, a partir de la información del histograma RGB y utilizando una cerradura, encuentran los grupos o *clusters* dominantes. Esta herramienta ha sido ampliamente utilizada y ha continuado en evolución (Hill *et al.*, 2003; Derivaux *et al.*, 2010). Otra herramienta que se ha implementado para la segmentación es el llamado árbol de máximos (*max-tree* en inglés). La principal ventaja de esta herramienta es que, al trabajar con elementos conexos, permite procesar las zonas planas de la imagen sin alterar las estructuras originales (Salembier *et al.*, 1998). Además, dada la organización del max-tree, facilita la identificación de zonas por atributos e. g. valor, área, forma e incluso vecindad. Dada la versatilidad de esta herramienta, existen diversos trabajos de su aplicación y estudio y es un tema de investigación actual (Ouzounis y Wilkinson, 2010; Urbach *et al.*, 2007; Ouzounis 2009; Hernández y Marcotegui, 2009; Salembier y Wilkinson, 2009).

---

## 2.1. Fundamentación teórica

Una imagen se representa como una función  $f(x, y)$  de intensidad bidimensional, donde  $(x, y)$  son las coordenadas espaciales de cada uno de los elementos (píxeles) que la componen (Pajares y de la Cruz, 2002). Cuando la imagen es binaria, sus elementos y función de salida tienen valores 0 o 1, mientras que para imágenes en niveles de gris dichos valores están en el rango de 0 a 255. Los elementos de una imagen pueden ser manipulados con fines de mejora, filtrado, extracción de regiones,etc. (González y Woods, 1992). Las imágenes binarias son frecuentemente utilizadas en procesos que requieren dividir la información en solo dos regiones (e. g. umbralización). Las imágenes en escala de gris brindan información mas detallada donde las regiones se distinguen por el cambio de intensidad. Por ultimo las imágenes color combinan los valores de tres bandas de intensidad asociadas a cada uno de los colores primarios: rojo (R, *Red*), verde (G, *Green*) y azul (B, *Blue*). Dado que la visión humana identifica mejor el color que la intensidad, el uso de este tipo de imágenes resulta natural (Fairchild 2005).

## 2.2. Morfología matemática

La morfología matemática se basa en la teoría de conjuntos, geometría integral y topología, y aprovecha sus propiedades (Pajares y de la Cruz, 2002). La MM, toma como base el que una imagen esta compuesta por conjuntos de puntos de cualquier dimensión (e. g. el espacio Euclídeo N-dimensional). El espacio Euclídeo bi-dimensional ( $E^2$ ) y su sistema de subconjuntos es un dominio natural para la descripción de formas planas. Desde la perspectiva de conjuntos, se consideran las operaciones básicas de inclusión ( $\subseteq$  o  $\supseteq$ ), unión ( $\cup$ ), intersección ( $\cap$ ), complemento ( $^c$ ) y conjunto vacío ( $\emptyset$ ) (Grimaldi 1997).

Una transformación morfológica  $\Psi$  viene dada por la relación del conjunto  $X$  (píxeles de la imagen) con otro conjunto mas pequeño  $B$  (elemento

---

estructurante, EE).  $\lambda B$  es de tamaño  $(2\lambda + 1)(2\lambda + 1)$ , donde  $\lambda$  es un escalar, y contiene un punto central representativo  $O$  también llamado origen; EE puede tener distintas formas, e. g. cuadrado, circular, hexagonal. La transformación morfológica  $\Psi$  aplicada a  $X$  indica que el elemento estructural  $B$  se desplaza por toda la imagen. Suponiendo que el origen de  $B$  se posiciona el píxel  $p(x, y)$  de  $X$ , este se denomina píxel actual. El resultado de la relación entre  $X$  y  $B$  se almacena en  $p$  y está dado por el tipo de transformación que se aplique. Un filtro morfológico debe ser una transformación creciente e idempotente (Serra 1982; Soille 2003). La primera característica implica que para dos imágenes  $f$  y  $g$  tal que  $f \leq g$  entonces  $\Psi(f) \leq \Psi(g)$ , y la segunda establece que  $\Psi[\Psi(f)] = \Psi(f)$  para cualquier imagen  $f$ .

### 2.3. Morfología Binaria

En la morfología binaria se distinguen dos conjuntos principales: *fondo* y *objeto* (Fig. 2.1). El primero comprende aquellos píxeles que forman parte del fondo o complemento de la imagen, mientras que en el segundo están aquellos que forman a los objetos o elementos de interés de la imagen. Dado que solo se tienen valores 0 (negro) y 1 (blanco), el fondo y primer plano dependerán del contexto en que se observe la imagen. Generalmente, cuando se documentan imágenes binarias se utiliza 1 para el fondo y 0 para el primer plano por conveniencia de impresión. Los objetos del primer plano son conexos debido a que están compuestos por conjuntos de píxeles unidos o conectados entre sí. Para determinar si un píxel está conectado con otro se debe verificar los valores de su entorno. Frecuentemente se utiliza una vecindad de 8 elementos. Se dice que el píxel central es conexo si al menos uno de sus vecinos tiene el mismo valor. Un objeto será conexo si existe una ruta entre sus píxeles que permita conectar a un par cualquiera de ellos.

**DEFINICIÓN 1 (*Dilatación binaria*)** *La dilatación de una imagen binaria  $X$  por un elemento estructurante  $B$ , denotada como  $\delta_{\lambda B}(X)$ , es definida como:*

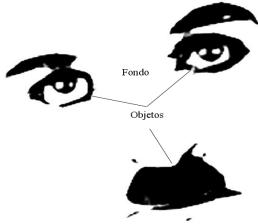


Figura 2.1: Imagen binaria con fondo blanco y objetos negros.

$$\delta_{\lambda B}(X) = \{x : \lambda B \cap X \neq \emptyset\} \quad (2.1)$$

Esto es equivalente a los traslados de  $\lambda B$  por la imagen original  $X$ . Esto es,  $\lambda B$  recorre cada uno de los píxeles de los objetos de  $X$  y los vecinos del píxel central toman el valor de este. La dilatación es comutativa, asociativa, invariante a traslación y creciente.

Por ejemplo, se tiene el conjunto  $X$  de la Fig. 2.2(a), cuyos puntos negros indican el primer plano, y  $B$ , cuyos puntos negros indican la vecindad considerada y su centro esta subrayado. Al dilatar  $X$ , si el centro de  $B$  toca uno de los puntos, aquellos píxeles que se encuentran marcados por la vecindad toman el valor del primer plano. Esto da un efecto de expansión o ensanchamiento, como se observa en la Fig. 2.2(b).

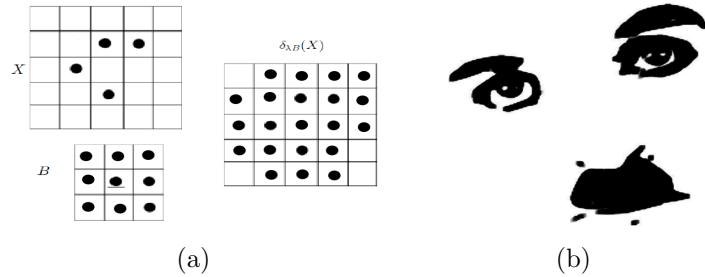


Figura 2.2: Dilatación binaria de (a) un conjunto y (b) de la Fig. 2.1 con  $\lambda = 1$ .

---

**DEFINICIÓN 2 (*Erosión binaria*)** La erosión de una imagen binaria  $X$  por un elemento estructurante  $\lambda B$ , denotada como  $\varepsilon_{\lambda B}(X)$ , esta definida como:

$$\varepsilon_{\lambda B}(X) = \{x : \lambda B \subseteq X\} \quad (2.2)$$

Al igual que en la dilatación  $\lambda B$  recorre a  $X$ . Si  $\lambda B$  esta contenido completamente en  $X$ , entonces el píxel central se erosiona, es decir, se vuelve parte del fondo; en otro caso, se deja igual. La erosión reduce o adelgaza la imagen (Fig. 2.3) y es la operación dual de la dilatación. La erosión es una operación anti-extensiva, invariante a traslación, creciente y no conmutativa.

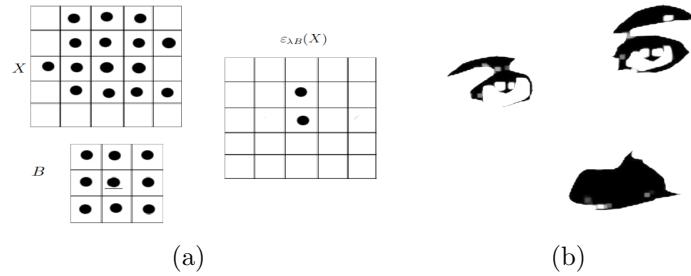


Figura 2.3: Erosión binaria de (a) un conjunto y (b) de la Fig. 2.1  $\lambda = 1$ .

**DEFINICIÓN 3 (*Apertura binaria*)** La apertura de una imagen binaria  $X$  por un elemento estructurante  $\lambda B$ , denotada  $\gamma_{\lambda B}(X)$ , es definida como:

$$\gamma_{\lambda B}(X) = \delta_{\lambda B}(\varepsilon_{\lambda B}(X)) \quad (2.3)$$

La imagen es erosionada primero y dilatada después. La erosión elimina los objetos menores que  $B$  y adelgaza aquellos más grandes que  $B$ . Mientras la dilatación restaura parcialmente el adelgazamiento, esta no puede recuperar los elementos eliminados. Esta transformación es usada para eliminar elementos pequeños (Fig. 2.4(a)).

---

**DEFINICIÓN 4 (*Cerradura binaria*)** La cerradura de una imagen binaria  $X$  por un elemento estructurante  $\lambda B$ , denotada  $\varphi_{\lambda B}$ , es definida como:

$$\varphi_{\lambda B} = \varepsilon_{\lambda B}(\delta_{\lambda B}(X)) \quad (2.4)$$

En esta transformación se aplica primero una dilatación, que al engrosar los elementos, permite unir regiones de tamaño menor o igual a  $B$ . Posteriormente, la erosión trata de restaurar los elementos afectados por el engrosamiento pero no separa las regiones que fueron unidas por la dilatación. La cerradura es útil para llenar huecos o cerrar contornos (Fig. 2.4(b)).



Figura 2.4: (a) Apertura y (c) cerradura binaria de (a) un conjunto y (b) de la Fig. 2.1 con  $\lambda = 1$ .

## 2.4. Morfología en niveles de gris

En principio la MM fue desarrollada para imágenes binarias en las que sus elementos son parte del conjunto (objeto) o no (fondo). Por esta razón, los operadores morfológicos binarios se pueden considerar operadores lógicos que trabajan sobre imágenes lógicas. Como se mencionó anteriormente, las imágenes en escalas de gris manejan 256 tonalidades diferentes de gris, que van de 0 (negro) a 255 (blanco). Las imágenes binarias, se pueden resumir como un caso especial de una imagen en niveles de gris. En base a esto es

---

possible trasladar las operaciones con imágenes binarias a escala de grises. A su vez las imágenes color, se resumen como imágenes compuestas por 3 bandas de niveles de gris relacionadas con un color, e. g.colores primarios para el espacio *RGB*, que al combinar sus valores dan origen a un color. Así, las imágenes color pueden ser vistas como un conjunto de puntos en un espacio 3D,  $p = (r, g, b)$  donde cada banda de color puede ser representada por una imagen en niveles de gris  $f(x, y)$ . Entonces, también las operaciones morfológicas en color son una extensión de la morfología binaria al espacio tridimensional. En las transformaciones morfológicas en niveles de gris, la imagen y su elemento estructurante son denotados como las funciones o señales  $f(x, y)$  y  $b(i, j)$ , respectivamente. Donde  $f$  tiene dimensiones  $M \times N$  y  $b$ , que es realmente una subimagen de  $f$ , tiene dimensiones  $m \times n$ .

**DEFINICIÓN 5 (*Dilatación en niveles de gris*)** Para dos funciones  $f$  y  $b$ , con su respectivo dominio  $D_f$  y  $D_g$ , se define la dilatación de  $f$  por  $\lambda b$  como:

$$\delta_{\lambda B}(f)(x) = \max\{f(y); y \in \lambda B\} \quad (2.5)$$

**DEFINICIÓN 6 (*Erosión en niveles de gris*)** Para dos funciones  $f$  y  $b$ , con su respectivo dominio  $D_f$  y  $D_g$ , se define la erosión de  $f$  por  $\lambda b$  como:

$$\varepsilon_{\lambda B}(f)(x) = \min\{f(y); y \in \lambda B\} \quad (2.6)$$

Al dilatar una imagen, el EE recorre cada uno de los píxeles y el elemento central se iguala al vecino de mayor valor; si el elemento central es mayor que toda la vecindad, este conserva su valor. Al ser la transformación dual de la dilatación, la erosión toma el valor menor de la vecindad.

**DEFINICIÓN 7 (*Cerradura en niveles de gris*)** Para dos funciones  $f$  y  $b$ , con su respectivo dominio  $D_f$  y  $D_g$ , se define la cerradura de  $f$  por  $\lambda b$  como:

$$\varphi_{\lambda B}(f) = \varepsilon_{B\lambda}(f)[\delta_{B\lambda}(f)] \quad (2.7)$$

---

**DEFINICIÓN 8 (*Apertura en niveles de gris*)** Para dos funciones  $f$  y  $b$ , con su respectivo dominio  $D_f$  y  $D_g$ , se define la cerradura de  $f$  por  $\lambda b$  como:

$$\gamma_{\lambda B}(f) = \delta_{B\lambda}(f)[\varepsilon_{B\lambda}(f)] \quad (2.8)$$

La Fig. 2.5(a) muestra el resultado de aplicar las transformaciones morfológicas en escala de grises utilizando una  $\lambda = 3$ . En la dilatación en escala de grises, se observa que los pequeños huecos en las estructuras (e. g. marcas en las hojas) se cierran y los elementos se engrosan (Fig. 2.5(b)). Por su parte la erosión (Fig. 2.5(c)) elimina los elementos más pequeños o iguales que el EE. Obsérvese que la imagen resultante de la dilatación y erosión tiene niveles más altos o más bajos de gris, respectivamente. La cerradura (Fig. 2.5(d)) muestra que algunas regiones de la imagen empiezan a unirse mientras en la apertura (Fig. 2.5(e)) se han eliminado algunos elementos.

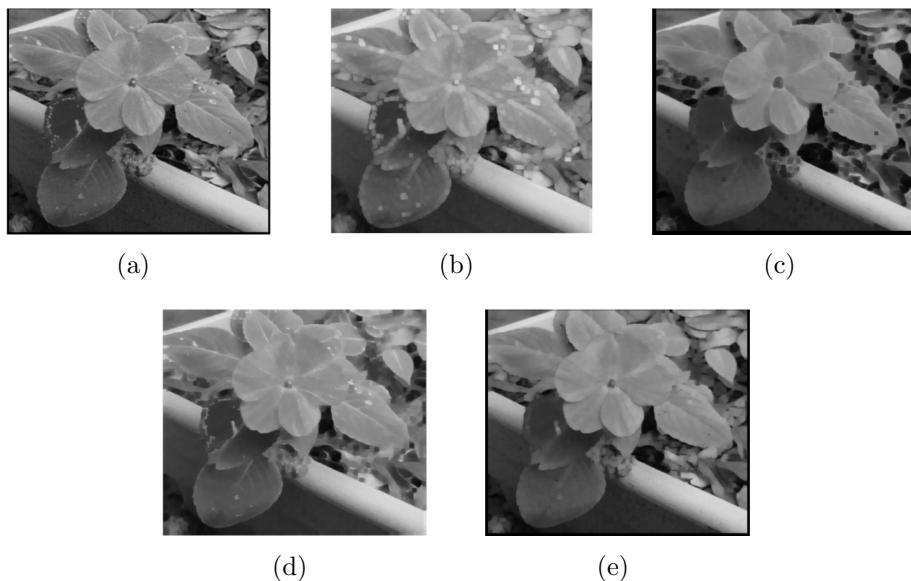


Figura 2.5: (a)Imagen en escala de grises y sus transformaciones morfológicas de (b)dilatación, (c) erosión, (d)cerradura y (e)apertura.

---

## 2.5. Transformaciones por reconstrucción

Si bien las transformaciones morfológicas de apertura y cerradura permiten eliminar elementos o cerrar contornos, también modifican las estructuras originales de la imagen. En las Figs. 2.5(d) y 2.5(e), se puede observar que las estructuras se han modificado, aunque en general se mantiene la representación de la imagen. Esto se debe a que la escala ( $\lambda$ ) tiene un valor pequeño. Sin embargo, al incrementar  $\lambda$  las estructuras se ven mas alteradas. En las Figs. 2.6(a) y 2.6(b) se observa mejor este efecto al utilizar un  $\lambda = 6$ . Como se observa, los elementos se alejan más de su forma original, esto es porque las estructuras se han modificado debido a las propiedades de las transformaciones aplicadas.

Existe otro tipo de operaciones llamadas transformaciones por reconstrucción. Estas transformaciones son construidas iterando hasta la estabilidad la dilatación y erosión geodésicas, definidas como  $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta_B(g)$  con  $f \geq g$  y  $\varepsilon_f^1(g) = f \vee \varepsilon_B(g)$  con  $f \leq g$ , respectivamente, donde  $g$  es el marcador y  $f$  la imagen de referencia (Vincent 1997; Lantuéjoul y Maisonneuve, 1984). Cuando  $g$  esta dado por la erosión o dilatación morfológica de  $f$ , se obtiene la apertura ( $\tilde{\gamma}$ ) o cerradura ( $\tilde{\varphi}$ ) por reconstrucción (Ec. 2.9). Cuando una transformación por reconstrucción es aplicada, el marcador crece dentro de la imagen de referencia preservando la forma de los elementos reconstruidos.

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_{\lambda B}(f) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_f^n[\delta_{\lambda B}(f)] = \varepsilon_f^1 \varepsilon_f^1 \dots \varepsilon_f^1 [\delta_{\lambda B}(f)] \\ &\quad \text{hasta la estabilidad} \\ \tilde{\gamma}_{\lambda B}(f) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n[\varepsilon_{\lambda B}(f)] = \delta_f^1 \delta_f^1 \dots \delta_f^1 [\varepsilon_{\lambda B}(f)] \\ &\quad \text{hasta la estabilidad}\end{aligned}\tag{2.9}$$

Las transformaciones por reconstrucción permiten manipular el valor de los elementos de la misma forma que las transformaciones morfológicas pero sin alterar las estructuras originales. Las Figs. 2.6(c) y 2.6(d) muestran el resultado de las transformaciones por reconstrucción. Como se observa, aun cuando los valores cambiaron se han respetado los límites de las estructuras.

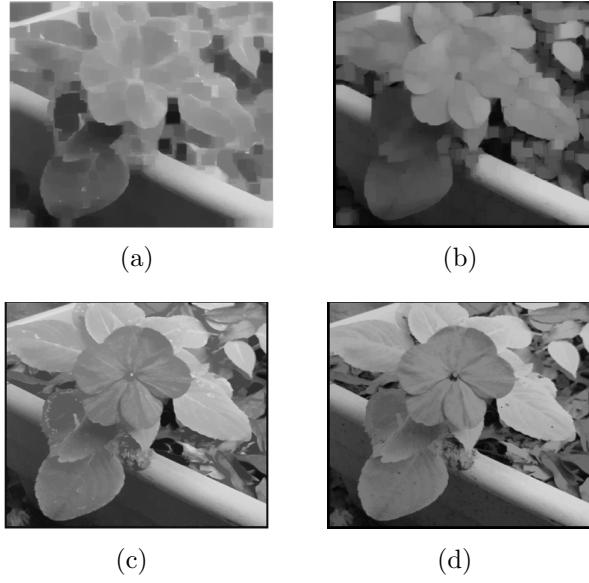


Figura 2.6: (a) Cerradura y (b) apertura morfológicas y su comparación (b) cerradura y (d) apertura por reconstrucción.

**Observación 1.** En las expresiones morfológicas,  $B$  puede ser omitido y, cuando  $\lambda = 1$ , esta también puede omitirse. Así, si  $\lambda = 1$  las expresiones  $\delta_{\lambda B} = \delta_\lambda = \delta$  son equivalentes.

## 2.6. Granulometría

La herramienta tradicional en MM para el estudio de las escalas es la granulometría. Este concepto fue formalizado por Matheron (1967) para el caso binario y extendido por Serra (1982) a niveles de gris. Clasificar las estructuras de acuerdo a su tamaño significa definir una familia de transformaciones  $\Psi_\lambda$  dependiendo de un parámetro positivo  $\lambda \geq 0$ . Estas transformaciones deben satisfacer las siguientes tres propiedades (ver Def. 9): (a) antiextensiva, i. e., dada una  $\lambda$ , las estructuras mayores que  $\lambda$  son un subconjunto de las estructuras originales; (b) creciente, expresa por una parte que un sub-

---

conjunto, e. g. estructuras mayores que  $\lambda$ , es parte de todas las estructuras mayores que  $\lambda$ , y por otra parte, expresa que esta propiedad es requerida para la extensión a niveles de gris (Maragos y Ziff, 1990); y (c) idempotencia, expresa que al filtrar las estructuras, usando dos escalas  $\lambda$  y  $\mu$ , se obtiene el mismo resultado que cuando se filtran las estructuras a través de la escala mayor. Obsérvese que la granulometría hace referencia a la caracterización del tamaño de los elementos presentes en la imagen; su aplicación en MM esta basada en transformaciones morfológicas consecutivas valor  $\lambda$  incremental (Matheron 1975; Serra 1982; Dornaika y Zhang, 2000; Vincent 2000). Ya que las aperturas con EE convexos satisfacen estos axiomas, una granulometria puede ser simplemente definida como una familia de aperturas. También es posible obtener anti-granulometrías, definidas como una familia de cerraduras.

**DEFINICIÓN 9 (*Granulometría*)** *Una granulometria es un conjunto de operadores  $\{\gamma_\lambda\}$  con  $\lambda$  de un conjunto totalmente ordenado  $\Lambda$  (normalmente,  $\Lambda \subseteq \mathbb{R}$  o  $\mathbb{Z}$ ) con las siguientes tres propiedades:*

$$\begin{aligned} \gamma_\lambda(f) &\subseteq f, & (a) \\ f \subseteq g \Rightarrow \gamma_\lambda(f) &\subseteq \gamma_\lambda(g), & (b) \\ \gamma_\lambda(\gamma_\mu(f)) &= \gamma_{\max(\lambda,\mu)}(f), & (c) \end{aligned}$$

para toda  $\lambda, \mu \in \Lambda$  (Urbach et al., 2007).

## 2.7. Mejora de contraste

### 2.7.1. Retinex

Uno de los métodos más utilizados para la mejora de la imagen, tanto en contraste como en color, es Retinex (Land y McCann, 1971; Land 1983; Bertalmio et al., 2009; Rahman et al., 2004). Este método mejora la representación visual de la imagen cuando las condiciones de iluminación

---

son pobres, y esta basado en el funcionamiento del mecanismo visual del ojo humano. El algoritmo de Retinex trabaja con la compensación de la iluminación. Retinex (*Single-Cale Retinex* o SER) estima la luminancia de un punto  $(x, y)$ , influenciado por  $K$  puntos seleccionados al azar, obteniendo el cociente entre la imagen original  $f$  y su convolución (\*) con una función Gaussiana  $F(x, y, c) = Ke^{-(x^e+y^e)/c^2}$ , donde  $c$  es la escala (Ec. 2.10). El resultado es una imagen *SSR* mejorada en luminancia.

$$SSR(x, y, c) = \log \frac{f(x, y)}{F(x, y, c) * f(x, y)} \quad (2.10)$$

Retinex multiescala (*Multi Cale Retinex* o MSR), es una versión extendida de SER que combina el resultado de  $N$  procesos individuales con diferentes escalas (Jobson *et al.*, 1997; Funt *et al.*, 2004). MSR es expresado en la Ec. 2.11, donde  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  y  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  son el peso y la escala de cada proceso individual de SSR, respectivamente.

$$MSR(x, y, w, c) = \sum_{n=1}^N w_n SSR(x, y, c_n) \quad (2.11)$$

### 2.7.2. Operaciones morfológicas racionales

Las operaciones morfológicas racionales (OMR) han sido utilizadas como operador de mejora de contraste y detección de bordes (Kogan *et al.*, 1998; Espino-Gudiño *et al.*, 2007). Estas operaciones están basadas en la ley de Weber (1978). Dicha ley toma en cuenta la relación cuantitativa entre la magnitud de un estimulo físico y su percepción. Espino *et al.* (2007), propusieron el uso de las OMR para detectar las regiones principales de una imagen y mejorarlas en contraste. Para ello, se calcula el cociente entre la imagen original y su apertura por reconstrucción (Ec. 2.12). Es entonces cuando la ley de Weber se toma en cuenta y, para mejorar las regiones, la imagen de apertura sirve como fondo para identificar las regiones principales de la imagen original.

---


$$R(x, \lambda) = \frac{f(x)}{\tilde{\gamma}_\lambda(f)(x)} \quad (2.12)$$

Dependiendo de las condiciones de la imagen, se puede obtener una mejora con una sola escala o bien implementar un proceso multiescala. Para el segundo caso se tiene la Ec. 2.13, donde la apertura de la imagen  $\tilde{\gamma}_{\mu_{i+1}}(f)$  a la escala  $\mu_{i+1}$  sirve como fondo para detectar y mejorar las estructuras a la escala  $\mu_i$  de la imagen  $\tilde{\gamma}_{\mu_i}(f)$ .

$$R_{M\tilde{\gamma}}(x, \lambda) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\gamma}_{\lambda_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\lambda_n}(f)(x)} \quad \text{con } \tilde{\gamma}_{\lambda_{n=0}}(f) = f \quad (2.13)$$

## 2.8. Segmentación

### 2.8.1. Gradiente

La detección de bordes es una herramienta básica en la segmentación de imágenes ya que los bordes permiten evaluar características importantes en los objetos de la imagen. Los bordes se forman debido a la variación de iluminación en la escena. El operador básico para la detección de bordes en MM es el gradiente. Primero, la imagen original es transformada a una imagen de gradiente que representa los bordes entre regiones. Después, una umbralización es aplicada para clasificar cada píxel como parte del borde o parte del fondo. El gradiente morfológico se basa en el concepto de residuos, es decir, la diferencia entre transformaciones. Algunos gradientes morfológicos son expresados como (Rivest *et al.*, 1993):

$$\text{Gradiente por Erosión } G_e(f) = f - \varepsilon_{\lambda B}(f)$$

$$\text{Gradiente por Dilatación } G_d(f) = \delta_{\lambda B}(f) - f \quad (2.14)$$

$$\text{Gradiente morfológico } G(f) = \delta_{\lambda B}(f) - \varepsilon_{\lambda B}(f)$$

---

Una transformación morfológica afecta los límites de las regiones, por lo que al obtener el gradiente, se remarca la zona de los bordes pues es ahí donde existe mayor diferencia entre la imagen y su correspondiente transformación. Considérese la Fig. 2.7(a), de la cual se ha obtenido el gradiente morfológico. La imagen de diferencias o gradiente (Fig. 2.7(b)) muestra los bordes remarcados de la imagen representados en diferentes niveles de gris. Finalmente, para dar una mejor definición a los bordes se aplica un umbralizado(Fig. 2.7(c)).



Figura 2.7: (a)Imagen original, (b)su gradiente (negativo) y (c)la umbralización de este.

### 2.8.2. La transformada *watershed*

A diferencia de los filtros morfológicos, la transformación *watershed* no está compuesta de operaciones morfológicas primitivas. De hecho, los primeros algoritmos watershed fueron desarrollados en el campo de la topografía. La introducción de esta transformada como herramienta morfológica fue hecha por Digabel y Lantuéjoul (1977) y después fue extendida al caso de niveles de grises (Beucher y Lantuéjoul, 1979; Beucher 1982). Watershed ha sido usada en numerosos problemas de segmentación (Maisonneuve 1982) y, cuando se combina con otras herramientas morfológicas, esta transformación es la base

---

de procesamientos de segmentación poderosos (Vincent y Soille, 1991).

En términos topográficos generales, el concepto watershed puede ser descrito como un dique alto que separa dos regiones (Fig. 2.8). Cada región tiene diferentes niveles de profundidad y un nivel mínimo propio. Cuando el agua empieza a inundar una región es a partir de su mínimo y hacia los niveles superiores. Las regiones que el watershed separa son llamadas cuencas hidrográficas. Para dar una definición más apegada a la implementación práctica de watershed, primero es necesario definir algunos conceptos importantes.

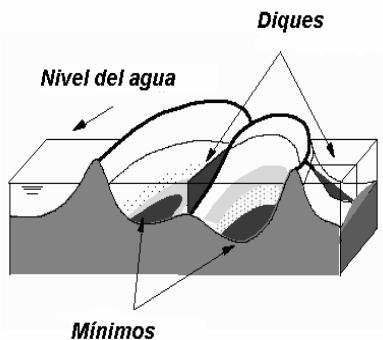


Figura 2.8: El concepto de la transformada watershed.

**DEFINICIÓN 10 (*Distancia Geodésica*)** La distancia geodésica  $d_A(x, y)$  entre dos píxeles  $x$  y  $y$  en la imagen  $A$  es el camino de longitud mínima que une a  $x$  con  $y$  y esta totalmente incluido en  $A$ .

**DEFINICIÓN 11 (*Máximo (mínimo) regional*)** Una región conexa de altitud uniforme sin vecinos de mayor (menor) altitud es un máximo (mínimo) regional.

Las regiones de una imagen tienen diferentes niveles de gris (Fig. 2.9(a)), en términos prácticos, la implementación de watershed consiste en encontrar los valores mínimos que existen en dicha regiones como se observa en la

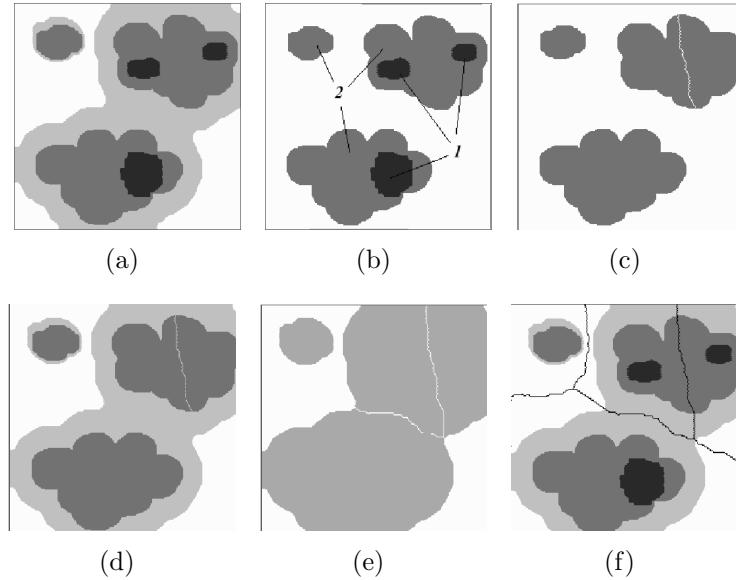


Figura 2.9: Pasos del procesamiento watershed a la imagen (a): (b)obtención de mínimos regionales, (c) primera inundación y división entre regiones, (d)segunda inundación, (e) segunda división e (f)imposición de watershed a la imagen original.

Fig. 2.9(b) (ver Defs. 10 y 11). A partir de cada nivel mínimo se hacen crecer o inundar, nivel a nivel, cada una de las cuencas que conforman el watershed hasta que dos de ellas se encuentran. Cuando esto sucede se crea una división entre los límites de las cuencas a fin de que una no inunde a la otra (Fig. 2.9(c)). Una vez marcada la división se continúan inundando los siguientes niveles y creando las correspondientes divisiones (Figs. 2.9(d) y (Fig. 2.9(e))). Finalmente, los límites creados se imponen sobre la imagen original para crear una imagen segmentada (Fig. 2.9(f)).

Vincent (1991), explica mas a detalle un algoritmo para la implementación de watershed. Este consiste en dos pasos, ordenamiento e inundación, el cual usa una estructura de datos tipo primero en entrar-primero en salir (*First In, First Out*, FIFO) para facilitar el proceso.

---

## 2.9. El color

Los colores que se perciben están determinados por la naturaleza de la luz reflejada por el objeto. Un objeto que refleja todas las longitudes de onda se percibe como blanco; uno que favorece la reflectancia en un rango limitado de longitudes de onda en el espectro visible, exhiben un determinado color. Para definir un color se deben definir las características que lo describen. Según la CIE (Comisión Internacional de Iluminación por sus siglas en inglés), las tres características fundamentales del color o dimensiones tonales son: tono, saturación y luminancia (Fairchild 2005; Pajares y de la Cruz, 2002). La definición más aceptada de color fue establecida por la CIE y menciona que,

**DEFINICIÓN 12** *El color es el aspecto de la percepción visual mediante el cual un observador puede distinguir diferencias entre dos campos del mismo tamaño, forma y textura tales que puedan ser debidas a diferencias en la composiciónpectral de las radiaciones relacionadas con la observación.*

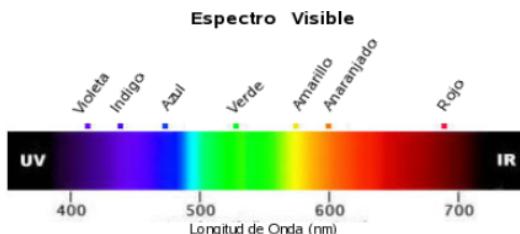


Figura 2.10: Espectro de luz visible (380-770nm).

**DEFINICIÓN 13** *Tono o matiz es el atributo de la sensación visual, según el cual, un área parece similar a uno de los colores percibidos: rojo, verde, azul o la combinación de ellos. Esta característica está relacionada con la longitud de onda dominante del espectro. Se mide de acuerdo con la proximidad que tiene un color con relación a otro, e. g. naranja rojizo, azul violeta (Fig. 2.11(a)).*

---

**DEFINICIÓN 14** *Saturación* es el colorido de un área juzgada en proporción de su luminancia, es decir, la cantidad de luz que tiene un color. Hace referencia a la pureza relativa del color o la cantidad de luz blanca mezclada con un tono. El grado de saturación es inversamente proporcional a la cantidad de luz añadida, i. e. a mayor cantidad de luz menor grado de saturación (Fig. 2.11(b)).

**DEFINICIÓN 15** *Luminancia* es el brillo de un área comparado con el brillo de otra en iguales condiciones de iluminación que parece ser mas emitir mas o menos luz.

El color es un atributo de la percepción visual que consiste en cualquier combinación de contenido cromático o acromático. Croma es un concepto que hace referencia a la mezcla del tono y la saturación, por lo que un color se puede caracterizar por su croma y brillo. Así, tenemos colores cromáticos (e. g. amarillo, naranja, café, rojo) y acromáticos (e. g. blanco, gris, negro).

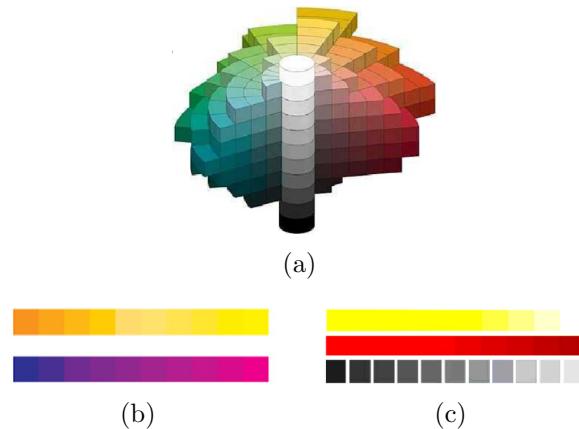


Figura 2.11: Dimensiones tonales: (a)tono o matiz, (b)saturación y (c) luminancia.

---

## 2.10. Modelos de apariencia de color

Desde el punto de vista de procesamiento de imágenes, un modelo de apariencia del color o espacio de color es un conjunto tridimensional usado para representar alguna organización de colores y usa tres coordenadas para describir el color (Ortíz-Zamora 2002). En la actualidad existen diversos modelos de apariencia del color y se ha hecho énfasis en aquellos que se apegan a la percepción visual humana.

### 2.10.1. RGB

La mayoría de las imágenes digitales están representadas en el espacio de color *RGB* debido a que sus valores son fácilmente representados en dispositivos electrónicos. Este modelo asocia cada una de sus bandas con los colores primarios rojo ( $R = \text{red}$ ), verde ( $G = \text{green}$ ) y azul( $B = \text{blue}$ ). Los colores en el espacio *RGB* se obtienen al mezclar cantidades de cada una de sus bandas. Al ser un espacio de color aditivo, no es adecuado realizar procesamientos de manipulación de color o contraste en *RGB* puesto que la modificación de sus valores puede resultar en un cambio total del color original. Es más recomendable utilizar un espacio que permitan manejar de forma individual el croma y la luminancia. Para ello se hace uso de matrices de transformación que permiten trasladar los valores de un espacio a otro. En la mayoría de los casos, una vez que se realizó un procesamiento en otro espacio se regresa a *RGB*, realizando las operaciones inversas, para la representación del resultado.

### 2.10.2. L\*a\*b\*

$L^*a^*b^*$  es uno de los modelos recomendados por la CIE para el procesamiento de imágenes (Fairchild 2005), por lo que también es conocido como CIEL $a^*b^*$ . Cada una de sus bandas representan valores de luminancia ( $L^*$ ) y croma ( $a^*$  y  $b^*$ ), donde  $a^*$  y  $b^*$  son las coordenadas aproximadas de los ejes rojo-verde y amarillo-azul, respectivamente. Para trasladar los valores *RGB*

---

a valores  $L^*a^*b^*$ , es necesario utilizar dos conjuntos de valores tri-estímulo dados por CIE:  $XYZ$ , asociados a la respuesta de los conos a fin de modelar mas correctamente el proceso fisiológico en el sistema de visión humano, y  $X_nY_nZ_n$ , asociados al blanco de referencia. Comúnmente, se utiliza el blanco de referencia D65 de CIE, asociado a la luz blanca, cuyos valores son  $X_n = 95.02$ ,  $Y_n = 100$  y  $Z_n = 108.82$ . Primero, los valores  $RGB$  deben normalizarse en el rango  $[0, 1]$  y después evaluarse con la Ec. 2.15, donde  $\alpha$  es un valor de cualquiera de las bandas  $RGB$ . Posteriormente, se trasladan los valores al espacio de conos  $LMS$  utilizando la matriz de transformación expresada en la Ec. 2.16. Por último, se realiza la transformación final con la matriz 2.17. Para regresar a valores  $RGB$  se realizan las operaciones inversas.

$$f(\alpha) = \begin{cases} (\alpha * 0.0521)^{2.4}, & \alpha > 0.04045 \\ \alpha/12.92, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.41240 & 0.3576 & 0.1805 \\ 0.2126 & 0.7152 & 0.0722 \\ 0.0193 & 0.1192 & 0.9509 \end{bmatrix} \log \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} L^* &= 116f(Y/Y_n) - 16 \\ a^* &= 500[f(X/X_n) - f(Y/Y_n)] \\ b^* &= 200[f(Y/Y_n) - f(Z/Z_n)] \\ \text{donde } f(\omega) &= \begin{cases} \omega^{1/3}, & \omega > 0.008856 \\ 7.787\omega + 16/116, & \text{en otro caso} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.17)$$

### 2.10.3. $l\alpha\beta$

Recientemente, Ruderman *et al.* (1998) desarrollaron un espacio de color llamado  $l\alpha\beta$  que minimiza la correlación entre canales para muchas escenas naturales. Este espacio esta basado en las investigaciones del manejo de información en la percepción visual humana que asume que el sistema visual

---

humano es idealmente adecuado para procesar escenas naturales. Los autores descubrieron el espacio  $l\alpha\beta$  en el contexto de comprender el sistema visual humano. Existe poca correlación entre los ejes del espacio  $l\alpha\beta$ , lo cual permite aplicar diferentes operaciones en diferentes canales de color con cierta certeza de que efectos poco deseables no ocurrirán. Adicionalmente, este espacio es logarítmico, lo que significa que cambios uniformes en la intensidad de un canal tienden a ser igualmente detectables. El proceso para convertir valores  $RGB$  a valores  $l\alpha\beta$  consta del siguiente proceso: transformar los valores  $RGB$  al espacio de conos  $LMS$  (Ec. 2.18) y, posteriormente, los valores  $LMS$  pasan al espacio  $l\alpha\beta$  (Ec. 2.19) (Reinhard *et al.*, 2001).

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3811 & 0.5783 & 0.0402 \\ 0.1967 & 0.7244 & 0.0782 \\ 0.0241 & 0.1288 & 0.8444 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} l \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5774 & 0.5774 & 0.5774 \\ 0.4082 & 0.4082 & -0.8165 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \end{bmatrix} \log \begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

## 2.11. Árboles

Los árboles, son estructuras no lineales y dinámicas importantes en computación que permiten estructurar de manera ordenada y jerárquica un conjunto de valores (Cairó y Guardati, 2002). Dicha estructura es creada a partir de un conjunto de unidades llamadas nodos relacionadas entre sí. Son no lineales, pues a cada nodo se le pueden asociar varios nodos mas. Son dinámicos pues su estructura puede cambiar durante la ejecución del programa. Dentro del conjunto de nodos, existe un nodo principal llamado nodo raíz a partir del cual se crean las ramificaciones del árbol. Además, se crea una relación o parentesco entre los nodos, haciendo alusión a un árbol genealógico, dando lugar a términos como antecesor, sucesor, padre, hijo, hermano, etc. Los

---

árboles tienen una variedad de aplicaciones en la representación de información, e. g. formulas matemáticas, análisis de circuitos eléctricos. Un grafo (Fig. 2.12(a)) es la representación más común de un árbol por su parecido abstracto a un árbol real de donde además se tomaron los términos raíz, rama y hoja para describir a los nodos y sus relaciones.

Las siguientes son las características y propiedades mas importantes de los arboles en general:

- Todo árbol que no es vacío, tiene un único nodo raíz.
- Un nodo X es descendiente directo de un nodo Y, si el nodo X es apuntado por el nodo Y. Es común utilizar la expresión “X es hijo de Y”.
- Un nodo X es antecesor directo del nodo Y, si el nodo X apunto al nodo Y. Es común utilizar la expresión “X es padre de Y”.
- Se dice que todos los nodos que son descendientes directos (hijos) de un mismo nodo (padre), son hermanos.
- Todo nodo que no tiene ramificaciones (hijos), se conoce como nodo terminal u hoja.
- Todo nodo que no es raíz, ni terminal u hoja se conoce como nodo interior.
- Grado es el número de descendientes directos de determinado nodo.
- Grado del árbol es el máximo grado de todos los nodos.
- Nivel es el número de arcos que deben ser recorridos para llegar a un determinado nodo. Por definición la raíz tiene nivel.
- Altura o profundidad es el máximo número de niveles de todos los nodos del árbol.

### 2.11.1. Árbol binario

Un árbol ordenado es aquel en el cual las ramas de los nodos del árbol están ordenadas. Los arboles ordenados de grado 2 son de especial interés puesto que representan y son llamados arboles binarios. En un árbol binario

---

cada nodo puede tener como máximo dos subárboles, uno izquierdo y uno derecho, excepto los del ultimo nivel. Para convertir un árbol general a uno binario se consideran los siguientes puntos:

- Enlazar los hijos de cada nodo (hermanos) en forma horizontal.
- Enlazar en forma vertical el nodo padre con el hijo que se encuentra mas a la izquierda. Además, debe eliminarse el vínculo de ese padre con el resto de sus hijos.

La Fig. 2.12(b) muestra al árbol general (Fig. 2.12(a)) representado como árbol binario.

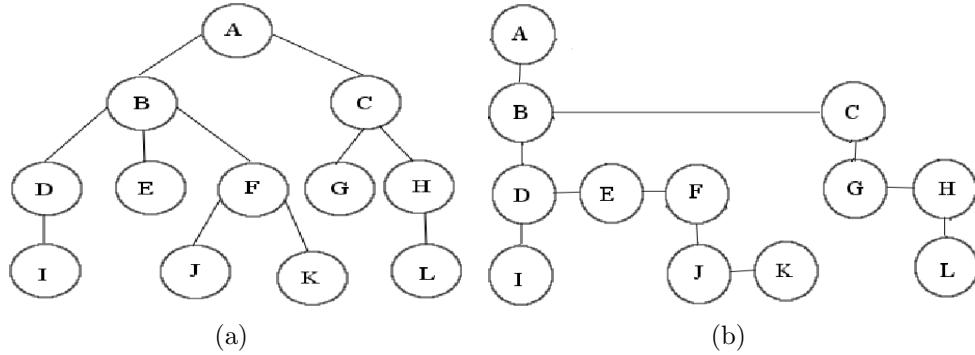


Figura 2.12: (a)Árbol como grafo y (b)su transformación a árbol binario.

Un árbol binario es una estructura sobre la cual se pueden realizar eficientemente operaciones de búsqueda, inserción y eliminación. Comparado con otras estructuras, e. g. arreglos, se pueden observar ciertas ventajas. Por ejemplo, en un arreglo es posible localizar datos eficientemente si estos se encuentran ordenados, pero las opciones de inserción y eliminación resultan costosas. Formalmente un árbol binario de búsqueda se define como (Cairó y Guardati, 2002):

**DEFINICIÓN 16** *Para todo nodo  $T$  del árbol debe cumplirse que todos los valores de los nodos del subárbol izquierdo de  $T$  serán menores o iguales al*

---

*valor del nodo  $T$ . De forma similar, todos los valores de los nodos del subárbol derecho de  $T$  deben ser mayores o iguales al valor del nodo  $T$ .*

# **Capítulo 3**

## **Metodología**

### **3.1. Percepción Visual**

Al hablar de percepción visual se tiende a pensar en el ojo como el órgano encargado de la visión. Sin embargo, el ojo no puede ver. Este solo recibe estímulos que son pasados al cerebro donde la percepción tiene lugar. La percepción no solo ocurre, es el resultado complejo de un conjunto de procesos que trabajan en conjunto para determinar la experiencia y reacción a un estímulo en el ambiente. Goldstein (2001), describe el proceso de percepción como se muestra en la Fig. 3.1. Un estímulo es todo aquello que estimula nuestros receptores. Los estímulos ambientales son todos aquellos que ocurren al rededor y que potencialmente se pueden percibir (sonidos, árboles, viento, etc). Los estímulos atendidos son aquellos a los que particularmente se enfoca la atención, por ejemplo, al observar una flor que sobresale de entre un jardín completo. Al atender un estímulo, los fotoreceptores en el caso de la visión, responden adquiriendo las señales correspondientes. Dichas señales deben ser transformadas a un tipo que pueda ser interpretado. En este caso se convierte a impulsos eléctricos que son enviados al cerebro, a través del nervio óptico, para poder procesarlos. La percepción es el proceso nervioso que recibe, elabora e interpreta la información. La información se une para

identificar objetos completos y reconocerlos, en base a experiencias previas o bien registrarlos como algo nuevo. Finalmente, se realiza una acción motora en base a la información que se tiene, por ejemplo, correr, cambiar de dirección, continuar, etc. El conocimiento es cualquier información que el observador brinda a la situación y se encuentra fuera del círculo de percepción porque puede afectar el número de pasos en el proceso de percepción.

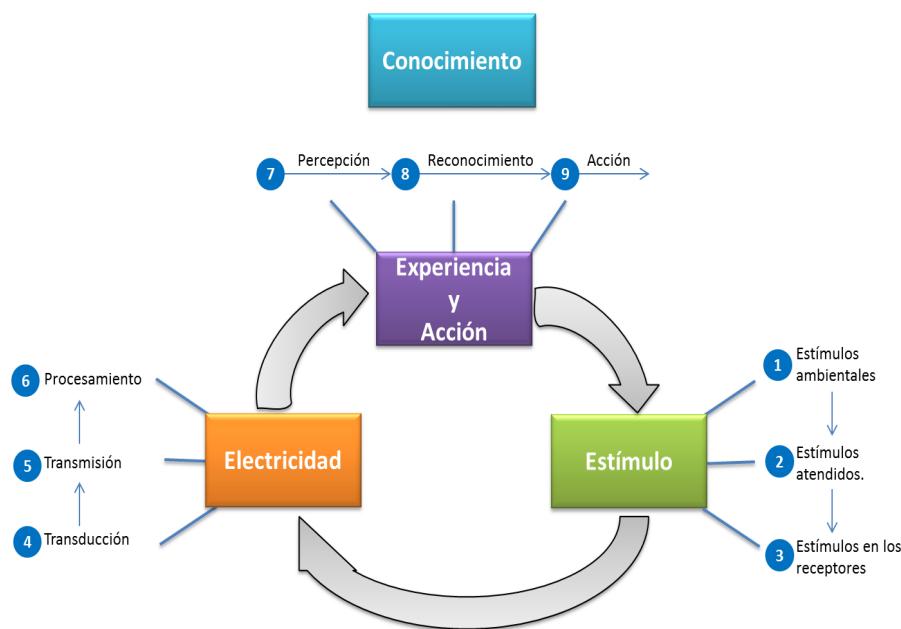


Figura 3.1: Proceso de percepción.

### 3.2. Mejora de contraste

Como se mencionó anteriormente, algunos métodos de mejora de contraste proveen buenos resultados solo en imágenes predominantemente oscuras. Los principales objetivos del operador de contraste propuesto en este trabajo son preservar las estructuras y mejorar el contraste de las regiones que lo requieran. Así mismo, se realiza una comparación con algunos otros métodos

---

y en diferentes modelos de apariencia del color. Por último, el operador propuesto es probado en imágenes con diferentes condiciones de contraste a fin de analizar su funcionalidad.

### 3.2.1. Análisis de luminancia

El contraste de una imagen depende de la iluminación que tenga la escena. Esto se ve reflejado en los valores de luminancia. Cuando la iluminación tiene un buen nivel y es irradiada sobre toda la imagen (Fig. 3.2(a)), los niveles de luminancia muestran una distribución uniforme en su histograma. La Fig. 3.2(b) muestra la distribución de una imagen con buen contraste, como se observa, los píxeles están bien distribuidos en sus niveles de gris y estos niveles abarcan una parte importante de rango de valores [0-255]. Esto indica que hay una diferencia suficiente de niveles de gris para distinguir entre regiones y que los píxeles que componen esas regiones tienen un transición armoniosa de valores. Cuando el nivel de iluminación es pobre los valores de luminancia se ven afectados produciendo una imagen oscura. e. g. Fig. 3.2(c). El histograma muestra entonces una gran cantidad de píxeles distribuidos en un rango de valores estrecho. Si bien la Fig. 3.2(d) muestra que los niveles de gris de la imagen abarcan todo el rango, los píxeles con distribución uniforme son pocos. Cuando una imagen tiene bajo contraste tiende a mostrar en su histograma picos altos y angostos, respecto a la distribución de los demás valores, que abarcan pocos niveles de gris. En este caso, se observa un pico con estas características en un rango de valores bajo. Aún cuando la iluminación sea buena se pueden producir diferentes condiciones iluminación en una imagen. Esto puede ser ocasionado, por ejemplo, por objetos que interfieren o atenúan la cantidad de luz que se irradia sobre una determinada zona. Este es el caso de la Fig. 3.2(e), cuyo histograma muestra los picos correspondientes a dos regiones principales (Fig. 3.2(f)), claras y oscuras, que están bien contrastadas entre si pero no hacia su interior.

Este último caso, resulta de gran interés puesto que la mayoría de métodos

---

de mejora de contraste se enfocan a imágenes predominantemente oscuras, como es el caso de la Fig. 3.2(c). La metodología que se presenta a continuación describe un método de mejora enfocado a imágenes del tipo de la Fig. 3.2(e).

### 3.2.2. Operador morfológico racional para mejora de contraste

Cuando una imagen muestra condiciones de iluminación complejas, la mejora de contraste resulta una tarea difícil de alcanzar. Si la mejora se enfoca en las regiones de bajo contraste, el resultado puede afectar a las regiones de buen contraste, en el caso contrario, la mejora puede ser insuficiente. El objetivo entonces se enfoca en encontrar un equilibrio para producir una mejora que se refleje de manera general en la imagen. A continuación, se propone una combinación de procesos racionales multiescala con transformaciones por reconstrucción para integrar un operador morfológico racional (OMR) para mejora de contraste. Este operador se basa en el hecho de que al usar aperturas por reconstrucción se alcanzan las regiones con niveles de gris bajos (regiones oscuras) y, por su dualidad, con cerraduras por reconstrucción se alcanzan los niveles de gris altos (regiones claras). Espino *et al.* (2007), demostraron que es posible mejorar las regiones oscuras combinando operaciones racionales y aperturas por reconstrucción en un proceso multiescala (Ec. 2.13) . En esta propuesta, se retoman dichas operaciones y se agrega el uso de operaciones racionales y cerraduras por reconstrucción (Ec. 3.1).

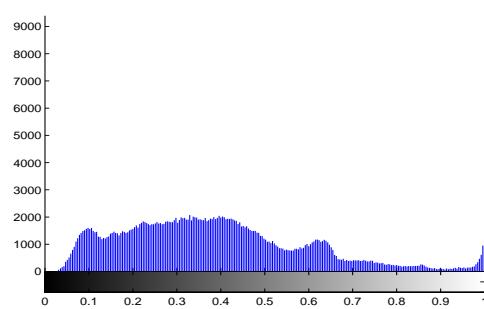
$$R_{M\tilde{\varphi}}(x, \lambda) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\varphi}_{\lambda_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\varphi}_{\lambda_n}(f)(x)} \quad \text{con } \tilde{\varphi}_{\lambda_{n=0}}(f) = f \quad (3.1)$$

#### Determinación de las escalas

Cuando se habla de aplicar una transformación morfológica con determinada escala  $\lambda$ , se hace referencia al tamaño de EE necesario para acceder a



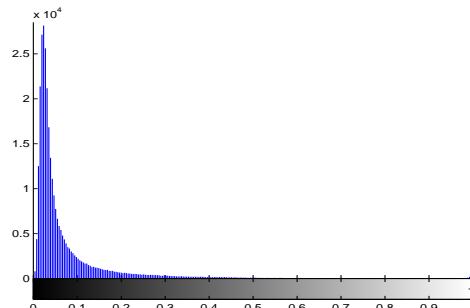
(a)



(b)



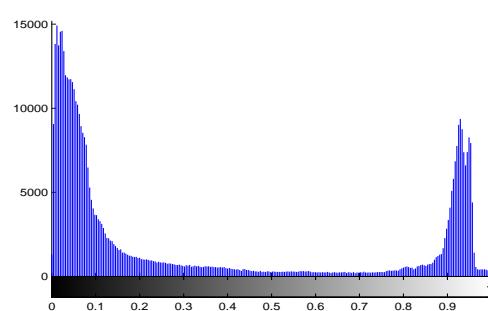
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 3.2: Distribución de luminancia en imágenes con (a, b)buena, (c, d)pobre y (e, f) diferentes condiciones de iluminación.

---

ciertas regiones. En muchos casos las regiones de interés tienen escalas diferentes. En el filtrado lineal, el operador para cambiar la escala es una convolución con un núcleo Gaussiano, frecuentemente utilizado para regularizar imágenes. Sin embargo, esta aproximación lineal tiene algunas desventajas, e. g., después de la convolución regiones de interés como los bordes son difuminados. Además, la localización de las estructuras se vuelve inadecuada principalmente en escalas grandes. Debido a esto, se optó por usar la granulometría para la determinación de escalas se hace en base a la expresión siguiente:

$$PS(f) = \frac{mes(\gamma_\lambda(f)) - mes(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))}{mes(f)}, \quad (3.2)$$

donde  $mes$  esta definido como la suma del valor de todos los píxeles de una imagen. Con la información resultante, se realiza un análisis granulométrico el cual provee información acerca de que tanto el valor de  $\lambda$  afecta a las estructuras de la imagen. Realizar una análisis granulométrico de la imagen  $f$ , equivale al mapeo de cada apertura (o cerradura) de tamaño  $\lambda$  con una medición de la imagen de apertura  $mes(\gamma_\lambda(f))$ . Entonces, el patrón de espectro de  $f$ ,  $PS(f)$  es definido como la diferencia aritmética  $PS(f) = mes(\gamma_\lambda(f)) - mes(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))$  (Urbach *et al.*, 2007). Cuando  $\Delta = 1$ , la función  $PS(f)$  mapea cada tamaño de  $\Delta$  con alguna medición de la luminancia de las estructuras de tamaño  $\lambda$ , mientras que si  $\Delta > 1$  las estructuras con tamaños entre  $\lambda$  y  $\lambda + \Delta$  son mapeados a cada tamaño  $\delta$ . En este caso, el dato de interés son los valores altos de la función de densidad, debido a que estos sugieren los valores más adecuados de  $\lambda$  para procesar a  $f$ . Es importante aclarar que, aunque frecuentemente se necesita un proceso multiescala para alcanzar la mayoría de regiones de la imagen, también es posible que una sola escala provea el resultado mas adecuado. La importancia de conocer estas escalas se debe a que, si se tiene la capacidad de identificar aquellas que son mas representativas de las estructuras de la imagen, el procesamiento sera mas corto y preciso. Ya que las transformaciones por reconstrucción

---

conservan las estructuras originales, en este procesamiento serán utilizadas para obtener la granulometría en lugar de las transformaciones morfológicas.

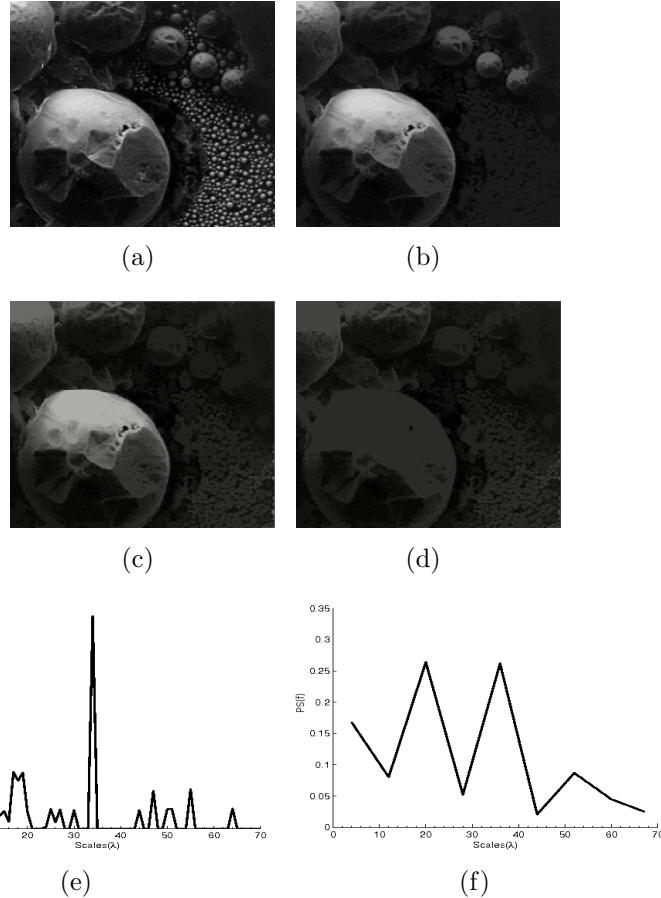


Figura 3.3: (a) Imagen original y las imágenes resultantes de  $\tilde{\gamma}$  con (b) $\lambda = 4$ , (c)  $\lambda = 20$  y (d)  $\lambda = 36$  de acuerdo al resultado de su análisis granulométrico usando (e)  $\Delta = 1$  y (f)  $\Delta = 8$ .

A continuación se muestra se ilustra el análisis granulométrico de la Fig. 3.3(a). El primer análisis fue hecho utilizando un  $\Delta = 1$ , y los picos de la gráfica representan los tamaños de las estructuras con mayor ocurrencia en la imagen (Fig. 3.3(e)). Esto significa que una escala  $\lambda_n$ , con un alto valor en

---

su función de densidad, alcanza más regiones en la imagen. Esta información se mantiene aun si el valor de  $\Delta$  varía. Por ejemplo, en la Fig. 3.3(f), se uso un  $\Delta = 8$  y aun se observan las tres escalas con mayor función de densidad que se identificaban en la gráfica anterior. Las escalas que se identifican en el análisis granulométrico corresponden a las estructuras que se observan en la imagen original: partículas de tamaño grande, mediano y pequeño. Al aplicar una transformación utilizando la información obtenida, es mas evidente el efecto. Para exemplificar esto se utilizó una apertura por reconstrucción con cada  $\lambda$  asociada a los valores altos de la función de densidad. La primera escala aplicada es  $\lambda = 4$  y, como se observa en la Fig. 3.3(b), la transformación solo afectó a las regiones que que contienen estructuras pequeñas de tamaño menor o igual a 4. Cuando se usa una  $\lambda = 20$ , se alcanzan las estructuras de tamaño menor o igual a  $\lambda$ , i. e., estructuras medianas y pequeñas (Fig. 3.3(c)). Finalmente, con  $\lambda = 36$  se afecta a todas las estructuras (Fig. 3.3(d)).

### Proceso racional multiescala

Una representación multiescala es definida si la transformación utilizada va de una escala pequeña a una mayor. En el caso de imágenes con diferente iluminación, se deben identificar las principales escalas tanto en la región clara como en la oscura. Para ello se deben obtener los resultados de una granulometría, asociada a aperturas y estas a regiones claras, y una anti-granulometría, asociada al caso contrario. El análisis granulométrico se realizó usando un  $\Delta = 8$  en un rango de escalas [8 – 296]. Una vez determinadas las escalas más significativas, estas se probaron sobre la imagen en cuestión para determinar cual(es) obtenían el mejor resultado.

El procedimiento para aplicar las operaciones morfológicas racionales multiescala se explica a detalle a continuación y esta simplificado en el Algoritmo 1. La escalas  $\lambda_i$ , ha usarse en un proceso racional multiescala, están representadas dentro del conjunto  $E$ . El proceso racional que ha de realizar-

---

se, basado en las Ecs. 2.13 y 3.1, esta definido por  $t$ . Si  $t$  toma el valor de 1 entonces se realiza una operación racional con aperturas por reconstrucción; en caso contrario se utilizan cerraduras por reconstrucción. Dado que el contraste se relaciona con la iluminación, todos los procesos aplicados son hechos en la banda de luminancia. Con esto se pretende evitar la creación de nuevos colores en la imagen. Las operaciones racionales multiescala inician obteniendo el cociente punto a punto entre la imagen original  $f$  y su respectiva transformación por reconstrucción ( $g$ ) de tamaño  $\lambda_1$ . Por una parte, al aplicar una apertura por reconstrucción, se tiene que  $g \subseteq f$ , por lo que la razón (*ratio*) entre los píxeles alcanzados por la apertura y su valor original debe ser mayor a 1. Por otra parte, si se aplica una cerradura por reconstrucción entonces  $f \subseteq g$ , i. e., la razón entre los píxeles alcanzados por la cerradura y los valores originales es menor o igual a 1. A fin de mejorar el contraste de estos píxeles, su valor se incrementa en *ratio* con cada operación racional que se realiza. El incremento se hace sobre la imagen  $R_M$  que sera la resultante al final del proceso multiescala; esta imagen inicia con todos sus elementos en 0. Los píxeles que no son alcanzados por la transformación conservan su valor original por lo que su razón sera igual a 1; aunque también su valor se incrementa en *ratio* su cambio es mínimo. Al incrementar todos los píxeles, aunque en diferente valor, la mejora es homogénea lo que le debe resultar en una compensación más natural al observador. Continuando con el proceso para la segunda escala,  $f$  debe tomar el valor de  $g$ , i. e. la imagen transformada es ahora la imagen original, y  $g$  toma el valor de la transformación con  $\lambda_2$  y se realizan las operaciones racionales entre  $f$  y  $g$  nuevamente. Esto es hasta que todas las escalas se hayan aplicado. Finalmente, todos los cambios hechos se reflejan en la imagen  $R_M$ . Este proceso debe ser aplicado tanto con aperturas como con cerraduras por lo que se obtendrán dos imágenes,  $R_{M_{\tilde{\gamma}}}(x, \lambda)$  y  $R_{M_{\tilde{\phi}}}(x, \lambda)$ .

En base a las imágenes resultantes, se debe obtener la mejora de contraste. Por una parte,  $R_{M_{\tilde{\gamma}}}(x, \lambda)$  mostrará la mejora de regiones claras, mientras

---

**Algoritmo 1** Proceso racional multiescala.

---

$f: \tilde{\gamma}_{\lambda_0} \circ \tilde{\varphi}_{\lambda_0}$   
 $g: \tilde{\gamma}_{\lambda_i} \circ \tilde{\varphi}_{\lambda_i}$ , donde  $i > 0$   
 $R_M$ : imagen resultante del proceso racional multiescala  
 $t$ : transformación a usar en las operaciones racionales  
 $E$ : conjunto de escalas  $\lambda$  a aplicar

```
para  $\forall \lambda \in E$  hacer
    si  $t = 1$  entonces
         $g(f) \leftarrow \tilde{\gamma}_\lambda(f)$ 
    si no
         $g(f) \leftarrow \tilde{\varphi}_\lambda(f)$ 
    fin si
    para  $\forall p \in f$  hacer
        ratio  $\leftarrow f(p)/g(p)$ 
        si  $t = 1$  y  $ratio > 1.125$  entonces
             $R_M(p) \leftarrow R_M(p) + ratio$ 
        si no, si  $t \neq 1$  y  $ratio < 1.125$  entonces
             $R_M(p) \leftarrow R_M(p) + ratio$ 
        si no
             $R_M(p) \leftarrow R_M(p) + 1$ 
        fin si
    fin para
     $g(x) \leftarrow f(x)$ 
fin para
```

---

$R_{M,\tilde{\varphi}}(x, \lambda)$  mostrará la mejora de regiones oscuras. El objetivo es combinar ambos resultados conservando las mejoras de ambos. Esto se hace a través de una combinación lineal convexa de las dos imágenes en el llamado OMR expresado en la Ec. 3.3. Dado que las imágenes resultantes mejoraron su nivel de contraste en regiones opuestas, al combinarse en cierta proporción, los niveles de luminancia se incrementan en toda la imagen, principalmente en las regiones alcanzadas por las escalas. Los valores de  $a$  y  $b$  dependen de que tan bajo sea el contraste de la imagen, sin embargo, en la mayoría de los casos que se probaron se obtuvo una buena mejora con  $a = 0.6$  y  $b = 0.4$ . Estos valores solo se toman como referencia, pero se debe tomar en cuenta que cada imagen tiene características únicas y que el mejor resultado puede tener otros valores de combinación.

**DEFINICIÓN 17 (*Combinación lineal convexa*)** Sean  $v_1$  y  $v_2$  dos vectores en un espacio vectorial  $V$ . El espacio generado (gen) por  $\{v_1, v_2\}$  es el conjunto de combinaciones lineales de  $v_1$  y  $v_2$ , i. e.,

---

$$gen\{v_1, v_2\} = \{v : v = a_1v_1 + a_2v_2\}$$

donde  $a_1$  y  $a_2$  son escalares arbitrarios positivos cuya suma es la unidad (Grossman 1996).

$$MRCO(x) = R_{M\tilde{\gamma}}(x, \lambda) \cdot a + R_{M\tilde{\varphi}}(x, \lambda) \cdot b \quad (3.3)$$

### 3.3. Segmentación

La segmentación es un proceso que consiste en dividir una imagen en regiones a fin de identificar fácilmente aquellas que son más significativas de acuerdo a un criterio específico (Horowitz y Pavlidis, 1974, 1976). Una región se define como un grupo de componentes conexos (CC) con características similares y que son significantes en la imagen (e. g. una región de vegetación). La segmentación requiere identificar los elementos que pertenecen a una misma región y agruparlos. La agrupación de CC también facilita la detección de bordes. Aun cuando existe una amplia variedad de métodos de segmentación, no existe un método que proporcione un resultado ideal puesto que esto depende de qué es lo que el observador o experto identifique como elementos de interés. Así, mas de un método puede proporcionar resultados adecuados o bien es posible que ningún método proporcione lo que se busca. Debido a la gran cantidad de aplicaciones, el desarrollo de nuevos métodos de segmentación continua siendo un tema de interés.

Los resultados de una segmentación pueden ser complejos de interpretar debido al gran número de CC que puede tener una imagen. Algunos autores han propuesto soluciones para simplificar la imagen y segmentarla. Nagao *et al.*, (1979), propusieron un método que permite agrupar dos píxeles de diferente nivel de gris si existe un camino que los une, tal que las diferencias entre los elementos que componen el camino no excedan un umbral estable-

---

cido. En base a lo anterior, Soille (2000) propone el uso de dos parámetros: un umbral local para las distancias entre los píxeles y un umbral global para la creación de clusters. Estos trabajos resultan de particular interés puesto que sus métodos están basados en morfología matemática y el concepto de conectividad (agrupación de elementos), que a su vez están ligados con la percepción visual humana. Ya que la visión por computadora trata de emular el proceso humano de interpretación de la información visual y además existen teorías bien definidas de cómo se hace este proceso, es importante tomar en cuenta lo que pueden aportar ambas áreas de investigación.

### 3.3.1. Árbol de máximos

Los operadores conexos son herramientas de filtrado que actúan eliminando regiones elementales llamadas zonas planas. Estos operadores no crean nuevos contornos ni modifican su posición, además son capaces tanto de filtrar como de reconocer objetos. Una técnica que ha cobrado popularidad para crear operadores conexos consiste en una representación jerárquica basada en regiones de la imagen de entrada (Salembier y Wilkinson, 2009). Los árboles, permiten estructurar de manera ordenada y jerárquica un conjunto de valores (Cairó y Guardati, 2002). Si este conjunto de valores se asocia al nivel de gris de las zonas planas de una imagen, entonces una imagen puede ser representada en una estructura de árbol.

Considérese la Fig. 3.4(a), donde cada uno de los elementos conexos está compuesto por regiones internas de diferente nivel de gris. Cada una de las regiones se representa con una letra y el nivel de gris asociado y, a su vez, puede contener regiones internas. Las regiones mantienen entre si relaciones de inclusión y adyacencia. Estas regiones pueden tener internamente una o varias zonas planas.

En un árbol de máximos (*max-tree*), cada una de estas zonas se asocia a un nodo y los nodos son organizados de manera ascendente, es decir, la raíz es asociada con el nivel de gris mas bajo de la imagen y, a mayor profundidad,

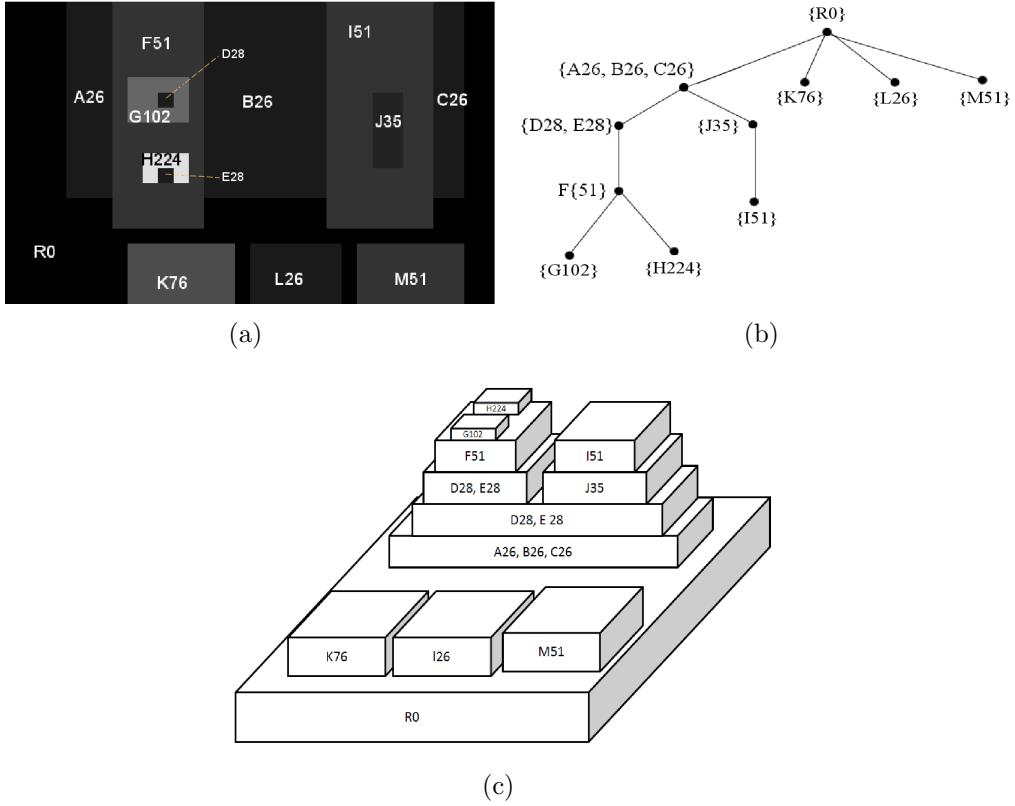


Figura 3.4: (a)Imagen original y la representación de sus zonas planas en (b)un max-tree y (c) un diagrama de Venn.

los nodos se asocian a niveles de gris mas altos. En este caso, la raíz representa al fondo de la imagen y todos las ramas u hojas representan el primer plano. Cuando un elemento conexo está formado por una zona plana este se agrega como una hoja del árbol; en caso contrario, se agrega como el nodo principal de una rama conformada por todas las zonas planas internas del elemento conexo. La profundidad del árbol está dada por la cantidad de zonas planas internas de los elementos conexos que la componen. Todos los elementos del árbol tienen un nodo padre, i. e., el nodo del cual se descienden, y a su vez son el nodo padre de todos los nodos que desciende directamente de ellos.

---

Así, todos los nodos están conectados a través de relaciones padre-hijo.

La Fig. 3.4(b) muestra el árbol de máximos asociado a la Fig. 3.4(a). En la imagen se pueden distinguir cuatro elementos conexos principales, todos contenidos en la región R0 (fondo). Tres de ellos (K76, L26 y M51) están formados por un nivel de gris, mientras el cuarto está formado por varios niveles de gris. El árbol empieza a construirse a partir del fondo, por lo que la región R0 es la raíz. Los cuatro elementos principales están contenidos dentro del nivel 0 por lo que son hijos directos de R0. Dado que K76, L26 y M51 no tienen elementos internos, serán hojas del árbol. El cuarto elemento es más complejo por lo que agregarlo al árbol requiere más análisis. El nivel más bajo de este elemento es la zona plana con nivel de gris 26, y está compuesta por tres regiones: A26, B26 y C26, las cuales parecen estar divididas. Sin embargo, si se visualiza este elemento en un diagrama de Venn (Fig. 3.4(c)), donde la base es la región de menor nivel de (26) y las demás regiones están sobre ella, se observa que A26, B26 y C26 son una misma región conectada. Todos las regiones que pertenecen a un mismo elemento conexo y tienen igual nivel de gris se toman como una misma región siempre y cuando otra región de menor valor no interfiera entre ellas. Como se muestra en el árbol, el cuarto hijo de R0 tiene valor 26 y está formado por A26, B26 y C26. Una vez establecido el nodo, se debe realizar el mismo proceso hacia el interior del elemento conexo para encontrar a sus descendientes directos (hijos). El menor valor siguiente es 28 y, nuevamente, existen dos regiones con este valor (D28 y E28). Obsérvese que los valores que las regiones que las separan tienen un valor mayor, por lo que se cumple con la condición para considerarse una misma región. De las regiones adyacentes al valor 28, las de valor menor son F51 e J35, por lo que se agregan sus nodos respectivo como hijos de la región 28. Iniciando con F51, ésta tiene dos regiones adyacentes, G102 y H224, que se asociarán como sus hijos. Puesto que ni G102 ni H224 tienen regiones interiores, se finaliza la construcción de la rama quedando estas dos últimas como hojas. Ya que J35 también fue adyacente al nivel 28, ahora se

---

analiza esta rama que solo tiene una región interna, I<sub>51</sub>. I<sub>51</sub> no tiene regiones internas por lo que es una hoja. Con ello se finaliza la rama creada a partir de las regiones internas del nivel 26 y el árbol que representa a la imagen.

Un max-tree permite una representación sencilla y clara de las zonas planas, sin embargo, debe tenerse en cuenta que una imagen puede tener  $N$  zonas que no necesariamente están distribuidas sobre todo el árbol. Por ejemplo, se pueden tener un árbol cuyas ramas tienen una profundidad promedio de 4, excepto una con profundidad 50. Esto representa un problema al hacer recorridos para operaciones importantes como la búsqueda o la re-asignación de nodos, pues el procesamiento sera más lento. Por ello se propone implementar un max-tree como árbol binario. En un árbol binario, dado un nodo T, el subárbol izquierdo es menor y el subárbol derecho es mayor. Sin embargo, dado que no se está tratando con un árbol general sino con uno de máximos, todos los descendientes de un nodo T serán mayores que T lo cual no cumple con la definición de árbol binario (Def. 16). De manera que es necesario definir lo que se propone como un árbol binario de máximos para la representación de imágenes.

**DEFINICIÓN 18** *Un árbol binario de máximos que representa la estructura de una imagen es aquel que cumple las siguientes condiciones:*

- *cada nodo esta asociado a un elemento conexo de la imagen y tiene un valor asociado al nivel de gris del elemento.*
- *el nodo raíz es aquel cuyo nivel de gris representa el fondo de la imagen y todos los demás nodos representan al primer plano.*
- *a mayor profundidad, mayor valor de los nodos.*
- *para todo nodo T del árbol, todos los nodos del subárbol izquierdo son hijos de T, tienen un valor mayor a T y representan a los elementos conexos internos del elemento T. De manera similar, todos los nodos*

---

*del subárbol derecho de  $T$  son hermanos de  $T$ , tienen un valor mayor o igual a  $T$  y representan a los elementos conexos adyacentes al elemento  $T$ .*

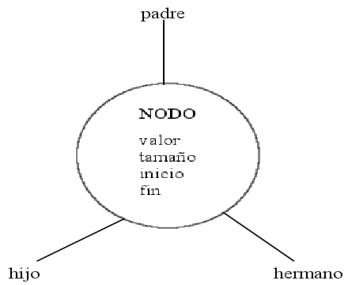


Figura 3.5: Estructura del tipo de dato nodo.

La implementación computacional para detectar los elementos adyacentes y recorrerlos en su interior, se basa en el algoritmo propuesto por Salembeier (1998). Se modificó este algoritmo para agregar las relaciones padre-hijo-hermano necesarias para el árbol binario de máximos. Para ello se creó un tipo de dato llamado nodoT, el cual es una estructura que contiene los siguientes elementos: valor, tamaño, inicio, fin, padre, hijo y hermano (Fig. 3.5). En esta estructura se almacena el nivel de gris (valor) del elemento conexo asociado, el tamaño del elemento (tamaño), la dirección dentro de una lista de datos dinámica donde inicia y termina (inicio y fin) el almacenamiento de la posición de los píxeles que conforman al elemento. También, se almacena la dirección de los nodos padre, hijo y hermano asociados.

El Algoritmo 2 muestra las modificaciones hechas al propuesto por Salembeier. Para la implementación se requiere el uso de una FIFO jerárquica que almacena la posición de los píxeles de la imagen. La prioridad de la FIFO está dada por el nivel de gris y el orden de inserción de los elementos. Así, mismo se utilizan algunas funciones y variables cuya función es:

- h, m: nivel de gris de un píxel
- p, q: píxeles

- 
- i, j: etiqueta i.j asociada a un nodo, e. g., 142.3 indica que el nodo es el tercer elemento en la imagen con nivel 142
  - nodo: estructura donde se almacena toda la información del elemento conexo
  - estado: imagen auxiliar que indica cuales píxeles se asignaron a un nodo, no se han procesado o están en espera dentro de la FIFO
  - número-nodos: vector de etiquetas que contiene los índices ( $k$ ) del número de nodos,  $nodo_h^k$ , de nivel  $h$  en la imagen (tamaño 256). Sus valores son inicializados a 0 al inicio del procesamiento
  - nodo-en-nivel: vector que indica cuales niveles de gris se han encontrado hacia el interior de la imagen (tamaño 256).
  - hijos: vector sobre el que se almacena la dirección de los hijos de un nodo de determinado nivel
  - flood( $h$ ): función recursiva para crear el max-tree binario a partir de un nivel de gris  $h$
  - crea-nodo(): función que crea dinámicamente un nodo
  - FIFO-vacia( $h$ ): evalúa si la FIFO tiene elementos de valor  $h$  y devuelve verdadero o falso
  - FIFO-agrega( $h$ , p): agrega a la FIFO, la posición de un elemento de valor  $h$
  - FIFO-elimina( $h$ ): devuelve la posición del elemento de valor  $h$  con más alta prioridad, i. e. el primero en entrar respecto a los demás elementos de valor  $h$
  - agrega-pixel(nodo, p): agrega dinámicamente la posición de un píxel que pertenece a nodo a su correspondiente lista de elementos

La creación del max-tree binario se describe a continuación. La primera llamada a la función se realiza utilizando uno de los píxeles ( $h$ ) con menor nivel de gris ( $flood(h)$ ). Este mismo píxel debe estar almacenado en la FIFO. Cada nueva ejecución de  $flood()$  corresponde a la creación de un nuevo nodo de nivel  $h$  en árbol. Los píxeles de nivel  $h$  son almacenados en la lista del nodo.

---

Los píxeles  $q$ , que forman la vecindad de  $p$ , con estado “no analizado” que se almacenan temporalmente en la FIFO y  $p$  pasa a un estado analizado con valor  $\geq 1$  de acuerdo al conteo que se tenga en  $numero-nodos(h)$ . El nivel de  $p$  se registra en el vector  $nodo-en-nivel$  para indicar que existe un elemento de nivel  $val(p)$ . Si un vecino  $p$  tiene valor mayor que  $p$ , esto indica que se ha tocado un nuevo elemento conexo interno, por lo que ejecuta la parte recursiva de la función. En caso contrario, se continua sacando de la FIFO todos los elementos de nivel  $h$  y, una vez terminado, se incrementa en uno la etiqueta del nivel correspondiente. En este punto el nodo fue creado y tiene asociados todos los píxeles que componen a su respectivo elemento conexo. La parte siguiente del algoritmo se enfoca en las relaciones del nodo.

Puesto que es un árbol de máximos, se sabe que el padre de un nodo de nivel  $h$  debe ser menor que  $h$ , por lo que su búsqueda se da en el rango  $[0, h-1]$ . El vector  $nodo-en-nivel$  tiene indicados, como verdaderos o falsos, los niveles que se han procesado. Para encontrar al padre del nodo actual, se hace la búsqueda del nivel menor inmediato a  $h$  registrado. Cuando no se registra un nivel menor a  $h$ , esto indica que  $h$  es la raíz; en caso contrario, se inicia la asignación de relaciones padre-hijo. Se debe determinar también, si el nodo padre ya tiene hijos, esto a través del registro que lleva el vector  $hijos(m)$ . Si otro nodo ya había sido asignado como hijo del nodo $_m^i$  (padre) entonces el nodo actual tiene un hermano con el que debe relacionarse; en caso contrario, el nodo actual es el hijo principal de nodo $_m^i$  y debe registrarse en  $hijos(m)$ . Finalmente, el nivel  $h$  se borra del registro en  $nodo-en-nivel(h)$  para poder continuar con el proceso del nodo anterior.

Una vez implementado el Algoritmo 2, el árbol binario de máximos para la Fig. 3.4(a) queda como se muestra en la Fig. 3.6, donde cada nodo es indicado por el nivel de gris, correspondiente a su elemento conexo asociado, y su etiqueta. Así por ejemplo, el nodo 51.2 indica que representa al segundo elemento de nivel 51 que se encontró en la imagen y que esta contenido en un elemento conexo de nivel 31. Como se observa, el árbol permite una represen-

---

## Algoritmo 2 Implementación rápida de max-tree binario.

---

```
flood(h)

nodo←crea-nodo()
nodo.val ← h
mientras FIFO-vacia(h) = falso hacer
    p ← FIFO-elimina(h)
    agrega-pixel (nodo, p)
    estado(p)←numero-nodos(h)
    para cada vecino q de p hacer
        si estado(q) = "no analizado" entonces
            FIFO-agrega(val(q), q)
            estado(q)←"en FIFO "
            nodo-en-nivel(val(p))←verdadero
        si val(q) > val(p) entonces
            m=val(q)
            repetir
                m←flood(m)
            hasta que m=h
            fin si
        fin si
    fin para
    fin mientras
    nodo.fin ← p
    numero-nodos(h)← numero-nodos(h) + 1

m←h-1
mientras m≥0 y nodo-en-nivel(m)=falso hacer
    m←m-1
fin mientras
si m≥0 entonces
    i←numero-nodos(h) - 1
    j←numero-nodos(m)
    padre de nodoih ← nodojm
    si hijos(m) ≠ vacío entonces
        hermano de nodoih ← hijos(m)
        hijos(m) ← nodoih
    si no
        hijos(m) ← nodoih
    fin si
si no
    nodoih es el nodo raíz
fin si
nodo-en-nivel(h)←falso
devolver m
```

---

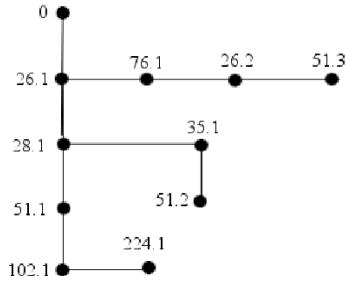


Figura 3.6: Max-tree binario para la Fig. 3.4(a).

tación sencilla de la imagen y, al ser una estructura dinámica, puede ser tan complejo como sea necesario dejando la posibilidad abierta a características adicionales de representación además de los niveles de gris y el tamaño de la región.

### 3.3.2. Principios Gestalt para la segmentación

La teoría Gestalt, desarrollada por Max Wertheimer, es una de las más referenciadas en el área de visión (Grossman 1923; Kanizsa 1997). Esta teoría hace un intento sustancial para establecer leyes de reconstrucción visual. De acuerdo de Gestalt, la visión humana agrupa elementos con características similares (Desolneux *et al.*, 2007). Una imagen digital esta compuesta por elementos básicos (píxeles) con un valor asociado. Los elementos de igual valor están agrupados para formar elementos conexos o CC. Estos CC también pueden ser agrupados para formar elementos más grandes. Este proceso puede ser visto como una reconstrucción recursiva de la imagen. En la presente tesis se toman en cuenta 3 principios de Gestalt: constancia de color, simplicidad y similaridad. Estas se describen a continuación.

El principio de constancia de color, establece que las regiones conectadas donde el color, cromático o acromático, no varia fuertemente están unificadas (Desolneux *et al.*, 2007), es decir, son vistas como un todo sin elementos interiores. Este principio es fácil de simular. Considere la Fig. 3.7(a) donde

---

se muestran barras de diferente nivel de gris (*g*). Para el observador es difícil distinguir entre los niveles 20 y 23, sin embargo, es más fácil distinguir entre los niveles 23 y 30 debido a que la diferencia es mayor.

El principio de simplicidad establece que las formas más simples tienen mayor pregnancia, en el sentido de ser ricas en significancia (Kanizsa 1997; Gunhee *et al.*, 2008). Esto significa que, las formas complejas son organizadas por la percepción de la manera más simple posible. La Fig. 3.7(b) muestra una forma irregular, y aunque esta formada por un único conjunto conexo, la percepción tiende a separarla en tres elementos (circulo, triángulo y cuadrado). El separarla en elementos sencillos y conocidos permite entenderla mejor. De acuerdo a este principio, los elementos simples son perceptualmente más notables y fáciles de memorizar.

El principio de similaridad establece que objetos similares y cercanos entre si, tienden a ser agrupados en un único y más grande objeto. Considere el caso de la fig. 3.7(c), la cual esta formada por muchos elementos pequeños. Debido a la proximidad entre los elementos con forma de estrella, estos son percibidos como un elemento de tamaño mayor en forma de triángulo en lugar de ser considerados individualmente.

Estos tres principios son tomados en cuenta para llevar a cabo la simplificación y segmentación propuesta. Dicha segmentación se hace considerando elementos conexos en lugar de elementos individuales.

### 3.3.3. Simplificación por área

Como se mencionó anteriormente, una imagen esta compuesta por un número determinado de CC. El número de estos varía dependiendo de la complejidad de cada imagen. Por ejemplo, las imágenes que contienen texturas tienden a contener una gran cantidad de CC debido a las variaciones de valores requeridos para su representación. Aunque dichas variaciones abarcan unos cuantos píxeles, estos forman un CC. Considere el caso de la Fig. 3.8(a), una imagen que contiene varias regiones de textura. Originalmente, esta com-

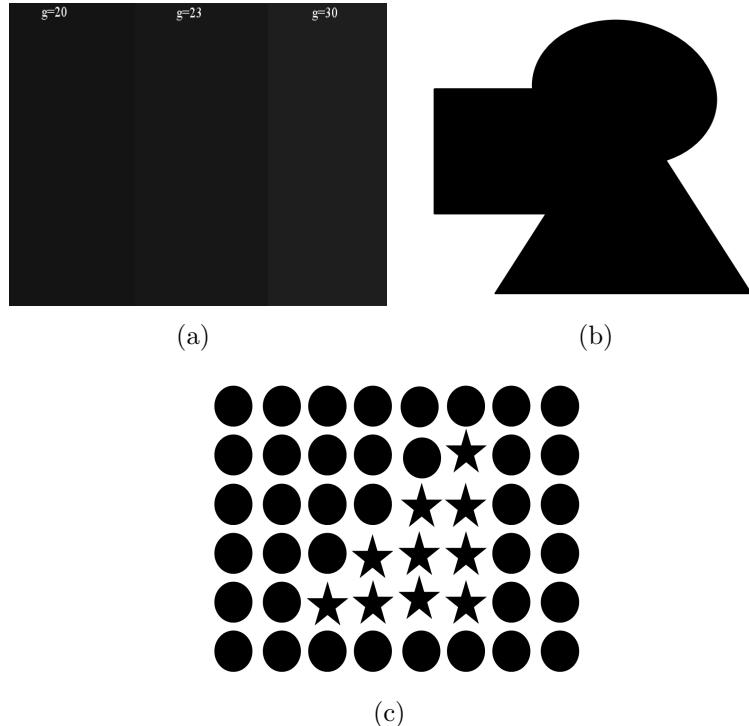


Figura 3.7: Imágenes representativas de los principios de: (a)constancia de color, (b)simplicidad y (c)similaridad.

puesta por 28,226 CC's, muchos de los cuales tienen un área pequeña. Aunque las regiones de pequeñas son importantes para percibir la textura de la imagen, no lo son para entender su morfología general. En la simplificación por área se establece un criterio  $A$  que deben cumplir los CC's y que se aplica sobre el árbol de máximos. Todos aquellos CC's que tienen un valor de área menor que  $A$  son integrados al CC de mayor jerarquía al que pertenecen. Este criterio esta basado en los principios de simplicidad y similaridad. La agrupación de elementos adyacentes con tamaño similar para integrarse en elementos de más grandes permite crear regiones más simples (con menos elementos). El objetivo de la eliminación por área va dirigido, principalmente, a elementos pequeños de los cuales se puede prescindir debido a su poca

---

pregnancia. El valor de  $A$  dependerá de las necesidades de simplificación y no debe afectar significativamente la morfología de la imagen.

La Fig. 3.8(b) es el resultado de una simplificación utilizando una valor  $A = 50$ . Todos los CC de tamaño menor que  $A$  han sido eliminados. A fin de tener una mejor idea del tamaño del área eliminada, un cuadro negro de este tamaño ha sido dibujado en la esquina superior izquierda de la imagen. Aunque el tamaño de área puede parecer pequeño, este brinda una reducción significativa de CC's. El resultado es una imagen construida con el 13 % de los CC's originales, esto es, 3,763 CC's; el 87 % restante corresponde a los CC's eliminados. Se puede observar en la imagen resultante, que la simplificación es poco notable en los elementos grandes y más notables en los pequeños (texturas). Si el valor de  $A$  se incrementa, la eliminación abarca elementos más grandes y los cambios se hacen más notables (Figs. 3.8(c) y 3.8(d)), sin embargo, la información de la imagen se mantiene.

### 3.3.4. Simplificación por nivel/color

Basado en el principio de constancia de color, descrito anteriormente, los elementos con valores cercanos son percibidos como uno solo. Ya que el ojo humano responde con diferente sensibilidad a la información visual que recibe, aquella información a la que es menos sensible se puede descartar sin afectar la percepción de la imagen que se observa. Debido a que los CC's de la imagen están estructurados de manera jerárquica en la representación de árbol, existe una relación de adyacencia entre el componente más grande y sus componentes internos. Esto permite comparar qué tan diferentes son uno del otro, y dependiendo de un criterio de distancia ( $d$ ) establecido, decidir si deben unirse o no. La aplicación de este criterio también permite reducir el número de CC's a través de la eliminación de redundancia visual. La Fig. 3.9(a) muestra la simplificación de la imagen original (Fig. 3.8(a)) usando un criterio de diferencia  $d = 10$ , esto es que los CC's con diferencia menor que  $d$  deben fusionarse. Esto permite a las regiones crecer y reducir el número de

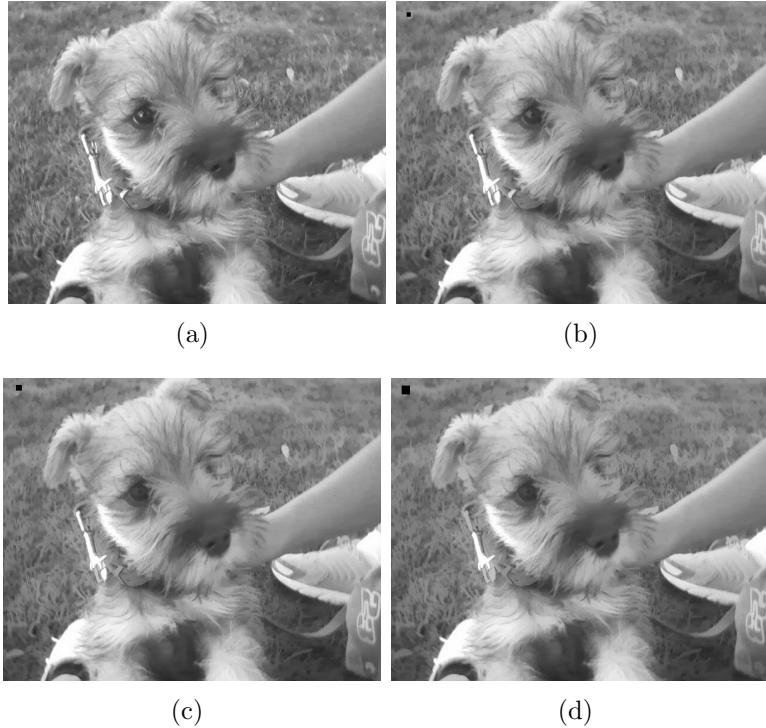


Figura 3.8: (a)Imagen original y su simplificación con un criterio de área (b) $A=50$ , (c) $A=100$  y (d) $A=200$ . Las imágenes contienen el 100 %, 13 %, 9 % y 6 % de CC's originales, respectivamente.

CC's. Para este primer valor de  $d$ , el número de regiones fue reducido en un 86 % a solo 4, 16 CC's. Obsérvese que aunque la imagen se ha simplificado, esta sigue aportando la misma información. A mayor valor de  $d$  se crean regiones más grandes y se pierden más detalles (Figs. 3.9(b) y 3.9(c)).

Como se observa en los ejemplos anteriores, la simplificación por nivel es un proceso sencillo. Sin embargo, al trasladarlo a imágenes color la simplificación es mas compleja. Esto se debe a que las imágenes color manejan tres valores (RGB) en lugar de uno. Si bien puede realizarse el proceso anterior individualmente a cada canal de color y posteriormente recombinarlos, los resultados no son completamente satisfactorios pues no se toma en cuenta la

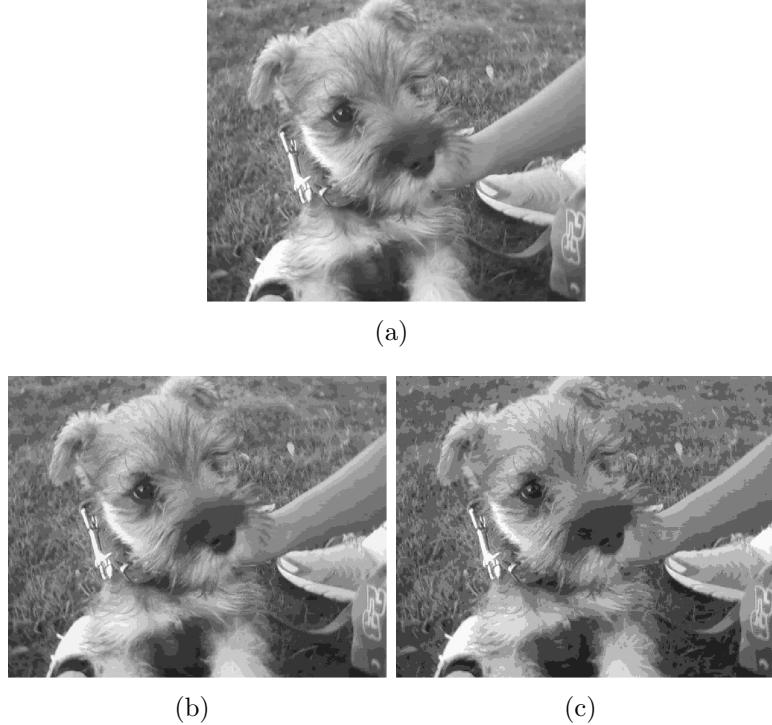


Figura 3.9: Simplificación de la Fig. 3.8(a) con un criterio (a) $d=7$ , (b) $d=10$ , (c) $d=20$  y (d) $d=30$ . Las imágenes contienen el 14 %, 7 %, 5 % de CC's originales, respectivamente.

correlación que existe entre ellos (Soille 2000; Chanussot y Lambert, 1997). Para llevar a cabo la simplificación por color se utilizó el paradigma *bit mixing*, propuesto por Chanussot y Lambert, (1997), que sugiere una mezcla de los canales de color RGB. El paradigma establece que si la imagen  $f(x)$  esta compuesta por  $M$  canales de color, cada uno codificado en  $p$  bits, entonces existen  $Mp$  bits disponibles. Estos  $Mp$  bits son mezclados para formar un único valor escalar para representar el color de  $f(x)$ . Se toma el primer bit del canal  $M$  y se intercalan hasta haber recorrido los  $p$  bits de cada canal (Fig. 3.10). El método sugiere una mezcla que minimiza la inevitable diferencia entre los componentes y se expresa como:

---


$$f(x) = \sum_{j=1}^p \left( 2^{M(p-j)} \sum_{i=1}^M 2^{(M-i)} x_j \right) \quad (3.4)$$

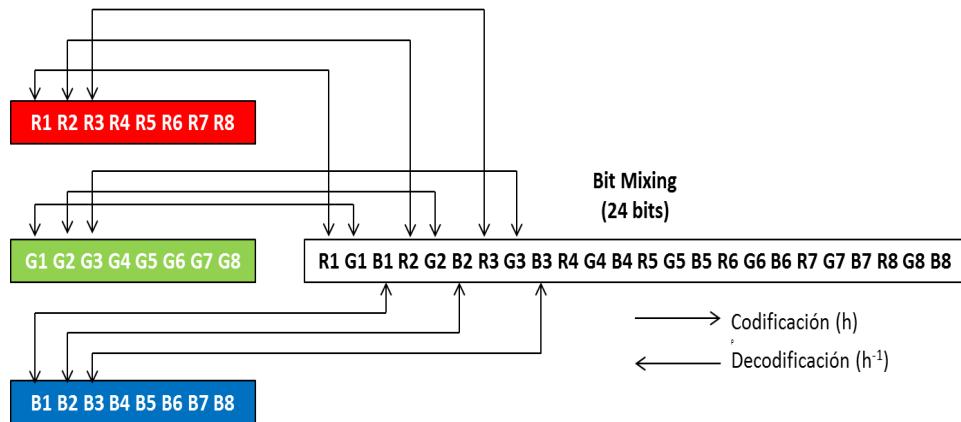


Figura 3.10: Proceso de bit mixing.

# Capítulo 4

## Pruebas y resultados

### 4.1. Mejora de contraste

Considere el caso de la Fig. 4.1(a), donde la imagen muestra condiciones de luminancia diferentes. Por una parte la región clara muestra un buen contraste, y es posible distinguir con claridad sus elementos. Por otra parte, en la región oscura esto no es posible. El histograma de la imagen (Fig. 4.1(b)) ayuda a entender mejor la distribución de los píxeles en estas dos regiones principales. El gran número de píxeles asociados a un rango estrecho de valores ocasiona un bajo contraste en la imagen. En este estado, la imagen no puede proveer suficiente información, por lo cual debe ser procesada a fin de mejorar su calidad.

Para determinar las escalas necesarias que permitan alcanzar las regiones que se deben mejorar se aplicó una granulometría (Fig. 4.2(b)) y una anti-granulometría (Fig. 4.2(d)). Como se muestra en las gráficas respectivas, las escalas más significativas para las regiones claras son  $\lambda = 272$  y  $\lambda = 296$ . Si bien  $\lambda = 272$  tiene un valor asociado más alto, el mejor resultado se obtuvo con  $\lambda = 296$ . Es importante recalcar que, si bien se busca una escala con función de densidad alto no todas las que cumplen este requisito son necesariamente las más adecuadas. El análisis granulométrico permite destacar las

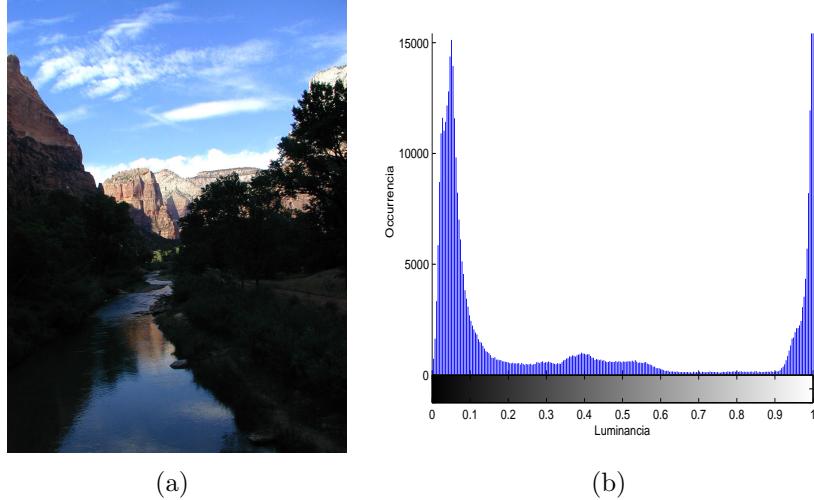


Figura 4.1: (a)Imagen original y (b)su distribución de luminancia.

escalas más importantes, pero determinar la(s) adecuadas depende del experto. La imagen resultante de  $R_{M\tilde{\gamma}}$  con  $\lambda_1 = 296$  se muestra en la Fig. 4.2(b). Como se observa, los valores de la región oscura no han sido modificados y aquellos en la región clara tienen un cambio poco notable. Esto último se debe a que, en algunas imágenes, los píxeles de la región clara tienen valores cercanos (Fig. 4.1(b)) y el cambio resultante del proceso multiescala es pequeño. Sin embargo, este procesamiento no se debe omitir, pues su función consiste en mantener y remarcar los elementos de la región clara para restaurarlos en la imagen final.

El resultado de la anti-granulometría (Fig. 4.2(c)), muestra una variedad mayor de escalas importantes. Dentro de las cuales destacan  $\lambda = 64$ ,  $\lambda = 144$  y  $\lambda = 224$ , sin embargo, los mejores resultados se obtienen aplicando las últimas dos en  $R_{M\tilde{\varphi}}$ . El resultado de este proceso multiescala se muestra en la Fig. 4.2(d), donde el cambio de luminancia es notable en la región oscura. Obsérvese que los elementos de la región clara se desvanecieron en este procesamiento, pero están conservadas en la imagen de aperturas.

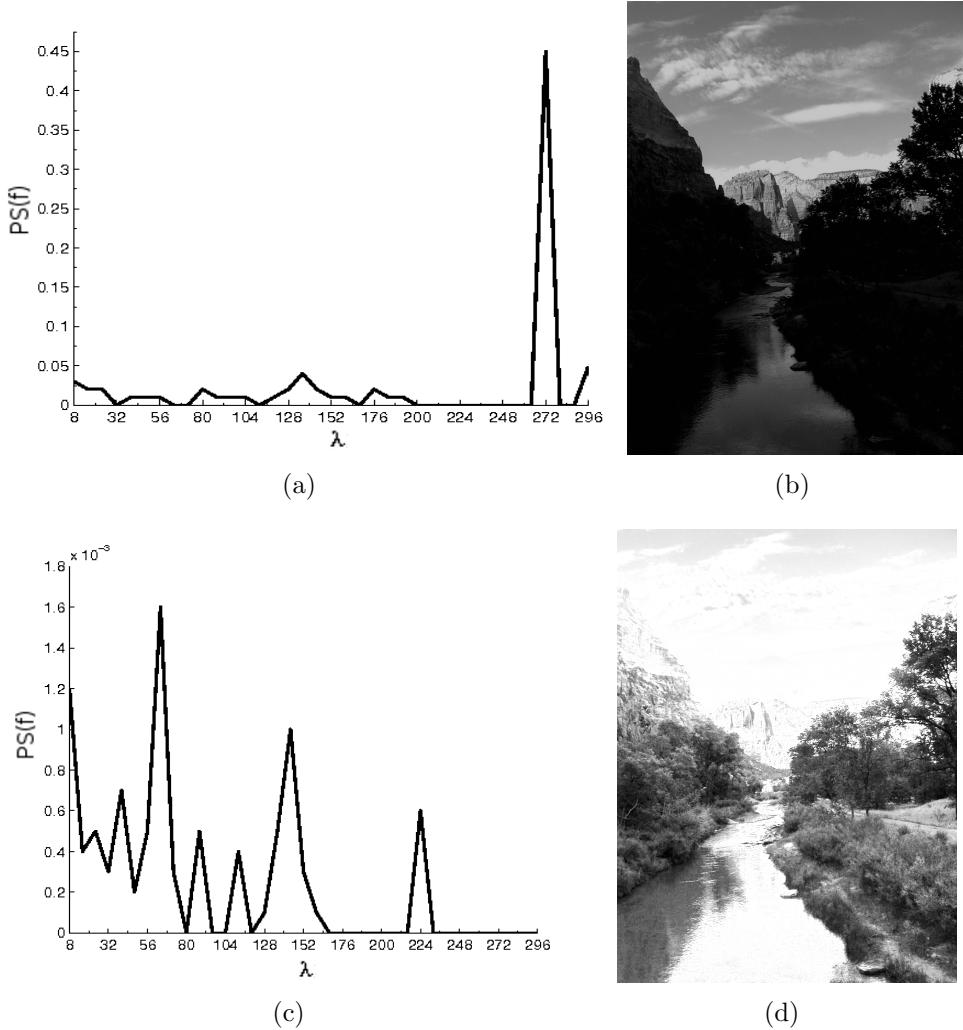
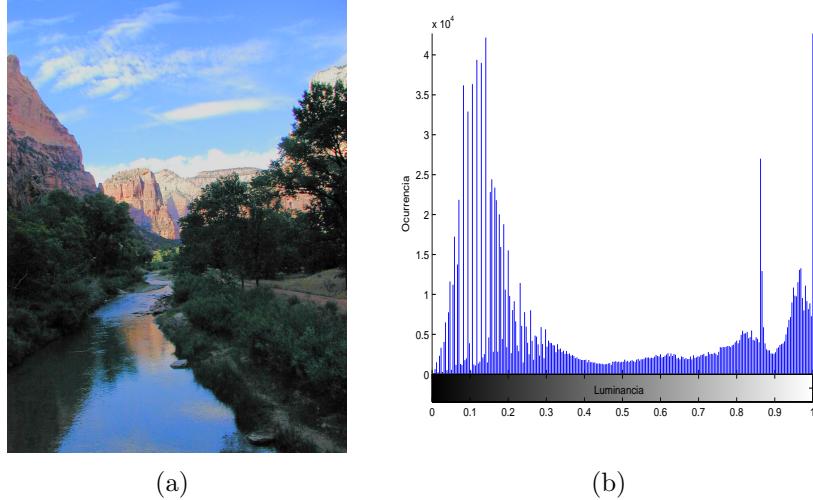


Figura 4.2: (a) Granulometria y (c) anti-granulometría de la Fig. 4.1(a). (b, d) Imágenes de luminancia resultantes al aplicar  $R_{M\tilde{\gamma}}$  con  $\lambda = 296$  y (d)  $R_{M\tilde{\varphi}}$  con  $\lambda = 144$  y  $\lambda_2 = 224$ , respectivamente.

Si las imágenes resultantes son usadas individualmente, el resultado no sería adecuado puesto que en una la mejora de contraste es mínima y en otra se ha perdido información. Sin embargo, la combinación de ambas provee un resultado mejor al individual. Los valores  $a = 0.6$  y  $b = 0.4$  resultaron



(a)

(b)

Figura 4.3: (a)Imagen resultante del OMR utilizando valores de  $a = 0.6$  y  $b = 0.4$  para  $R_{M\tilde{\gamma}}$  y  $R_{M\tilde{\varphi}}$ , respectivamente. (b) Distribución de luminancia.

ser los adecuados para la combinación lineal. La mejora de contraste en la imagen resultante (Fig. 4.3(a)) es notable, y los elementos dentro de la región oscura pueden distinguirse con mayor claridad. Además, los elementos desvanecidos en la Fig. 4.2(d) fueron recuperados a partir de la información de la Fig. 4.2(b), y su buena condición de contraste se mantuvo pues el cambio fue mínimo. Así mismo, las estructuras de la imagen no fueron alteradas por el proceso, dadas las propiedades de las transformaciones utilizadas. Al cambiar los valores de luminancia, cambió el brillo de los colores no obstante se conservó el matiz original. El resultado enfatiza la importancia de considerar la información de las regiones adyacentes pues la mejora de contraste resulta natural al observador ya que las regiones tienen cierta armonía con su contexto. El histograma de la imagen resultante (Fig. 4.3(b)) muestra una mejor distribución de la luminancia principalmente en los valores bajos.

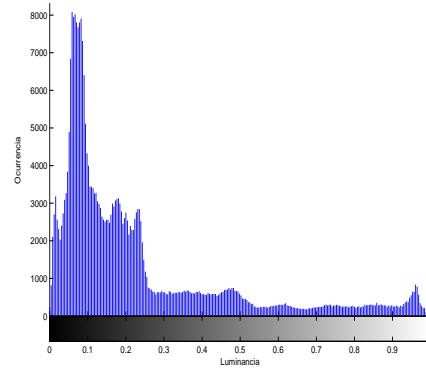
La Fig. 4.4(a) muestra otro ejemplo de las condiciones de luminancia tratadas en este trabajo. Como se observa en su histograma (Fig. 4.4(b))

---

los valores de luminancia medios y altos están bien distribuidos pero no los valores bajos. Existe una cantidad significativa de píxeles dentro de un rango estrecho, asociados a la región oscura de la imagen.

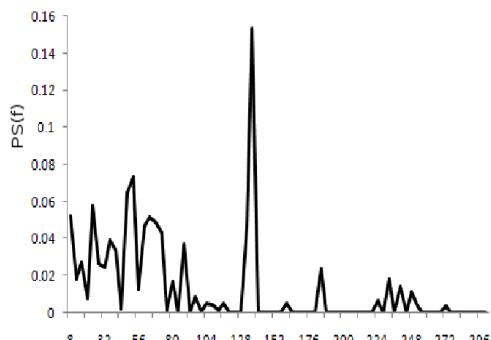


(a)

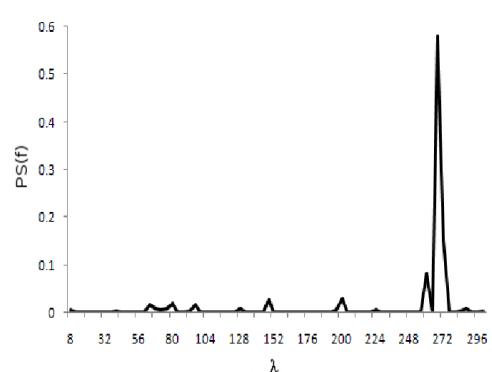


(b)

Figura 4.4: (a)Imagen original y (b)su distribución de luminancia.



(a)



(b)

Figura 4.5: (a)Granulometria y (b)anti-granulometría de la Fig. 4.4(a).



Figura 4.6: Imágenes resultantes de (a) $R_{M\tilde{\gamma}}$  con  $\lambda = 72$  y  $\lambda = 136$  y (b) $R_{M\tilde{\varphi}}$  con  $\lambda = 148$ .

La granulometría y anti-granulometría sugieren varias escalas pero se determinó que para las operaciones racionales con aperturas se deben utilizar dos escalas  $\lambda = 72$  y  $\lambda = 136$ , mientras que para las operaciones con cerraduras se usa solo una  $\lambda = 148$ . Como se mencionó anteriormente, el análisis granulométrico muestra la cantidad de elementos con determinado tamaño, y sugiere que escalas pueden usarse para alcanzar la mayoría de los píxeles. Depende del experto determinar cuales escalas proveen el resultado adecuado. La imagen resultante del proceso racional con aperturas (Fig. 4.6(a)) muestra una mejora significativa en las regiones que, si bien tenían un grado de contraste medio, ahora se distinguen mejor. Al mismo tiempo, se ha conservado el contraste de la región clara. Por otra parte, las regiones tocadas por las operaciones racionales con cerraduras (Fig. 4.6(b)), muestran un cambio significativo en donde se aprecian mejor los elementos que inicialmente no se veían e incluso se pueden apreciar estructuras pequeñas como el grabado de la pared. Para esta imagen en particular, los valores de combinación fueron diferentes a los sugeridos y el mejor resultado se obtuvo con  $a = 0.8$  y  $b = 0.2$ . La imagen final y su distribución de luminancia se muestran en la

---

Fig. 4.7. El contraste entre los elementos, tanto de las regiones claras como de las oscuras, fue mejorado.

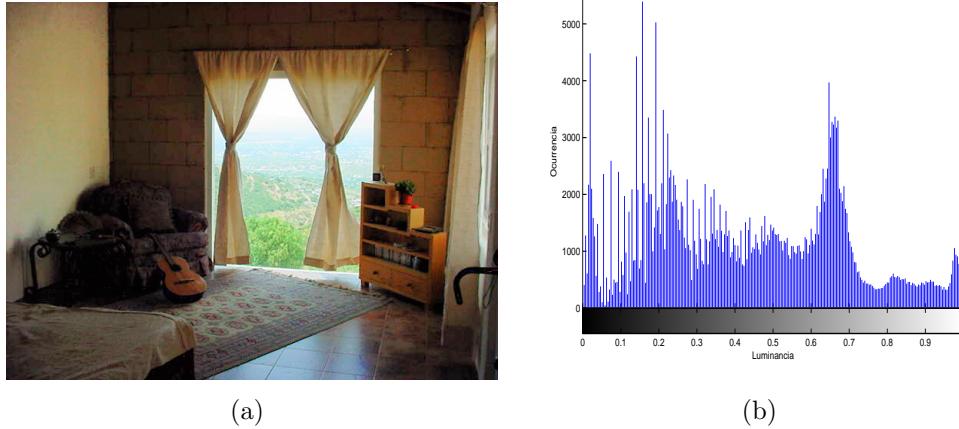


Figura 4.7: (a)Imagen resultante de OMR usando  $a = 0.8$  y  $b = 0.2$ , y (b)su distribución de luminancia.

#### 4.1.1. Comparación de resultados

A fin de tener una mejor apreciación de los resultados, estos fueron comparados con dos de los métodos comúnmente usados para la mejora de contraste, ecualización de histograma y Retinex, y con el método propuesto por Espino (2007), que usa operaciones racionales solo con aperturas. A continuación se muestran y describen los resultados de procesar la Fig. 4.1(a) con los métodos mencionados.

La Fig. 4.8(b) muestra la distribución de luminancia resultante de una mejora utilizando MSR. Los dos picos de la distribución original fueron atenuados y una cantidad significativa de píxeles fue distribuida hacia los valores altos, lo cual causa regiones más claras. Sin embargo, la imagen color resultante (Fig. 4.8(a)) muestra que, si bien se mejoró el contraste también se afectó el color original. Los cambios en la región oscura, de acuerdo a la

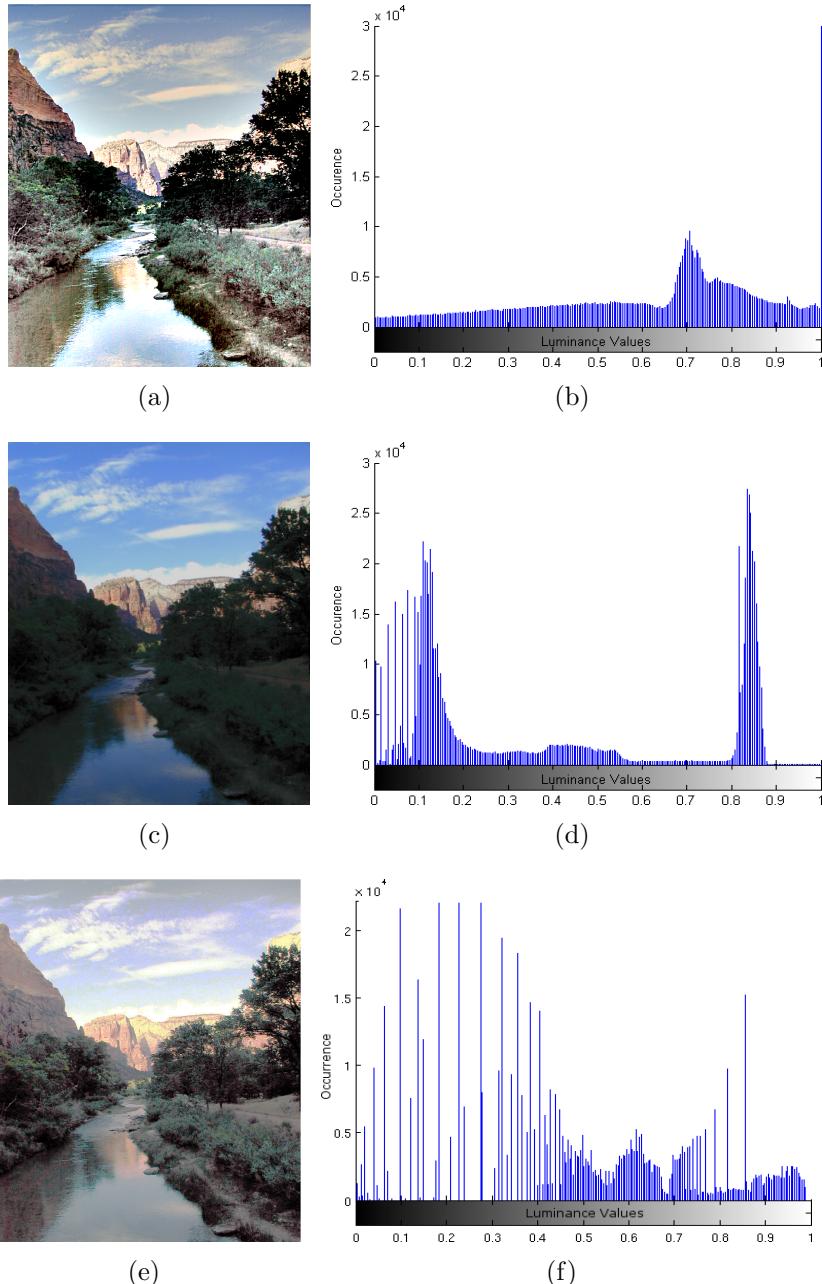


Figura 4.8: Mejora de contraste de la Fig. 4.1(a) usando (a) MSR, (c)  $R_{M\gamma}$  y (e) ecualizado con su respectiva distribución en luminancia.

---

experiencia visual, tienen una apariencia poco natural. El resultado de las operaciones racionales con aperturas (Fig. 4.8(c)), muestra una mejora sutil en la región oscura aunque gran cantidad de píxeles aún están dentro de un rango estrecho. Las escalas usadas para este proceso fueron  $\lambda_1 = 296$ ,  $\lambda_2 = 356$  y  $\lambda_3 = 416$ . Obsérvese que algunos elementos tienen una apariencia difuminada (vegetación), lo cual resalta la importancia de usar una operación complementaria como la propuesta. Finalmente, al ecualizar la imagen (Fig. 4.8(f)) los elementos se distribuyen a lo largo del rango de valores lo cual permite una mejor discriminación de regiones. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que no es adecuado incrementar la luminancia de todos los píxeles de la misma forma, i. e., se debe tener en cuenta la condición particular de cada región. Al no considerar las características de la imagen, se pueden mejorar algunas regiones pero otras serán afectadas. En este caso, el resultado (Fig. 4.8(e)) muestra un contraste mejor y una afectación del color de toda la imagen. Esto se debe al incremento no controlado en luminancia de todos los píxeles, lo cual resulta en una apariencia grisácea.

Al realizar cualquier mejora a una imagen, es importante conservar sus características esenciales, es decir, los elementos que la componen y el concepto cromático asociado a estos. Al modificar los valores de la imagen, inevitablemente se modifica en cierta medida alguna de las características del color. Como consecuencia, los colores resultantes pueden ser mas o menos saturados, mas o menos brillantes pero conservando el concepto de su matiz, esto es, evitando la creación de nuevos colores. El resultado obtenido con el OMR propuesto, cumple con estas condiciones y presenta ventajas importantes respecto a los métodos mostrados anteriormente. Así, OMR puede ser descrito como un método alternativo de mejora de contraste que se enfoca en las regiones donde es necesario elevar el nivel de contraste y capaz de proveer una compensación de luminancia que resulta natural ante la experiencia visual del observador.

Si bien se ha trabajado solo con valores de luminancia, el objetivo final es

---

poder con ello mejorar la imagen color asociada. Es común que la saturación se vea afectada después de un proceso de mejora de contraste debido al cambio de luminancia. Esto puede solucionarse con una mejora de color pero también puede contra restarse si se elige un espacio de color poco susceptible a los cambios de luminancia. Vale la pena entonces realizar una comparación entre diferentes espacios de color y determinar en cual de ellos se puede obtener la mejor representación color del resultado en luminancia. Para ello se hace uso de 2 espacios adicionales al usado hasta ahora ( $u'v'Y'$ ) :  $L^*a^*b^*$  y  $l\alpha\beta$ .

Los histogramas mostrados en las Figs. 4.9(a) y 4.9(b), muestran la distribución color original de la Fig. 4.4(a) y resultante después de haber sido procesada con MRO en el espacio  $u'v'Y'$  (Fig. 4.7(a)). La distribución original muestra dos secciones interesantes. Por una parte el pico en los valores bajos indica que la mayoría de los píxeles son poco luminosos y que sus valores de  $R$ ,  $G$  y  $B$  tienen una diferencia suficiente entre si. Por otra parte, los píxeles restantes tienen valores similares de  $R$ ,  $G$  y  $B$ . Cuando un color tiene valores de  $R$ ,  $G$  y  $B$  cercanos tiende a ser grisáceo, i. e., a mayor diferencia entre valores  $RGB$  mayor colorido. Una vez que la luminancia fue mejorada con MRO, se incrementa la diferencia entre las bandas  $RGB$  de todos los píxeles, excepto la región de valores más altos que por la naturaleza de la imagen es cercana al blanco. En base al resultado obtenido en el espacio  $u'v'Y'$  (Fig. 4.7(a)) se muestra que, mientras el valor de luminancia ( $Y'$ ) cambia y se mantienen los valores cromáticos ( $u'v'$ ), se mantiene el nivel de saturación y el concepto cromático. Debido a que el incremento de luminancia la imagen parece más colorida. Las Figs. 4.9(c) y 4.9(d) muestran el resultado del procesamiento bajo el espacio  $l^*a^*b^*$ . La mejora de contraste sigue siendo evidente, sin embargo, la imagen tiene una apariencia grisácea. Esto se evidencia en el histograma  $RGB$ , donde se observa que en la mayoría de los píxeles las tres bandas tienen valores cercanos e incluso se llegan a traslapar. Este efecto se debe a que en el espacio  $l^*a^*b^*$ , cuando se cambia el

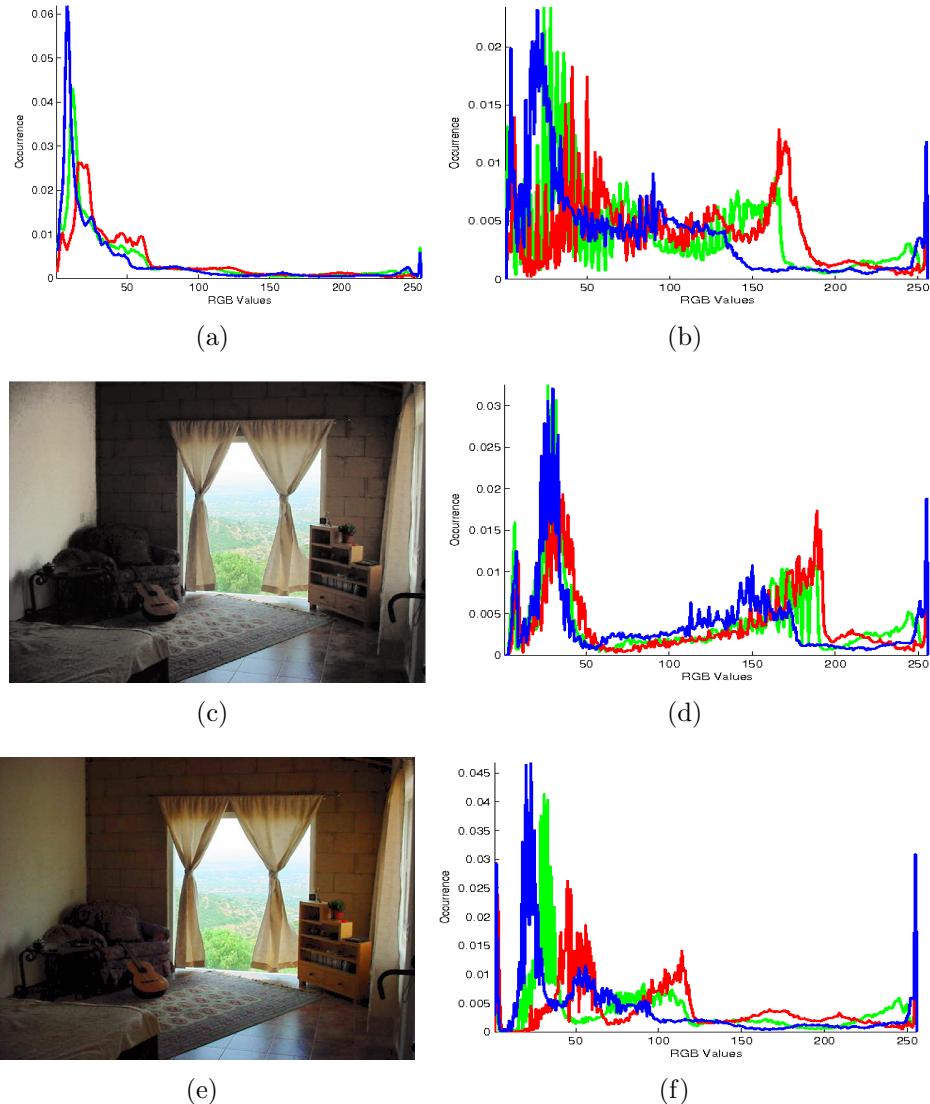


Figura 4.9: Fig. 4.7(a) representada en los espacios (a)  $u'v'Y$ , (c)  $L^*a^*b^*$  y (d)  $la\beta$  con (b, d, e) su respectivo histograma RGB

---

valor de luminancia ( $l^*$ ) y se mantiene el croma ( $a^*b^*$ ) constante, la saturación es atenuada aunque el concepto cromático se mantiene. Finalmente, el resultado del procesamiento en el espacio  $l\alpha\beta$  muestra que aun con cambios de luminancia se mantiene la saturación.

#### 4.1.2. Otros casos de estudio

Aunque el principal caso de estudio es una imagen con iluminación no uniforme, es importante también conocer como trabaja este método con otro tipo de imágenes. Dada la similitud de el método propuesto, los resultados compararon con MSR.

##### *Imágenes predominantemente oscuras*

En los casos anteriores se utilizo una combinación de operaciones racionales con aperturas y cerraduras por reconstrucción y se demostró que las cerraduras mejoran las regiones oscuras. Considérese el caso de la Fig. 4.10(a), la cual muestra un bajo contraste uniforme. Esta condición se refleja en la distribución de su histograma (Fig. 4.10(b)). Ya que toda la imagen presenta una condición similar de luminancia, su mejora se hace utilizando solo  $R_{M_\varphi}$ . En base al análisis granulométrico de la imagen, se determino que  $\lambda = 256$  es la escala que provee el mejor resultado. La Fig. 4.10(c) muestra la mejora obtenida, donde se puede distinguir, entre regiones y objetos, mas claramente y la luminancia esta mejor distribuida. A manera de comparación, también se proceso la imagen con MSR, mostrada en la Fig. 4.10(e), donde se muestra una buena mejora de contraste. De hecho, este resultado presenta una distribución un tanto mejor que la obtenida con el método propio. Sin embargo, la calidad de la imagen resultante se vio afectada en el proceso. Como se observa, alguna estructuras se han alterado generando una especie de ruido. La calidad de la imagen es la principal diferencia entre los resultados.

##### *Imágenes con buen contraste*

Una característica importante en cuanto a la mejora de una imagen, consiste en el efecto que tiene un método sobre una imagen en buenas condicio-

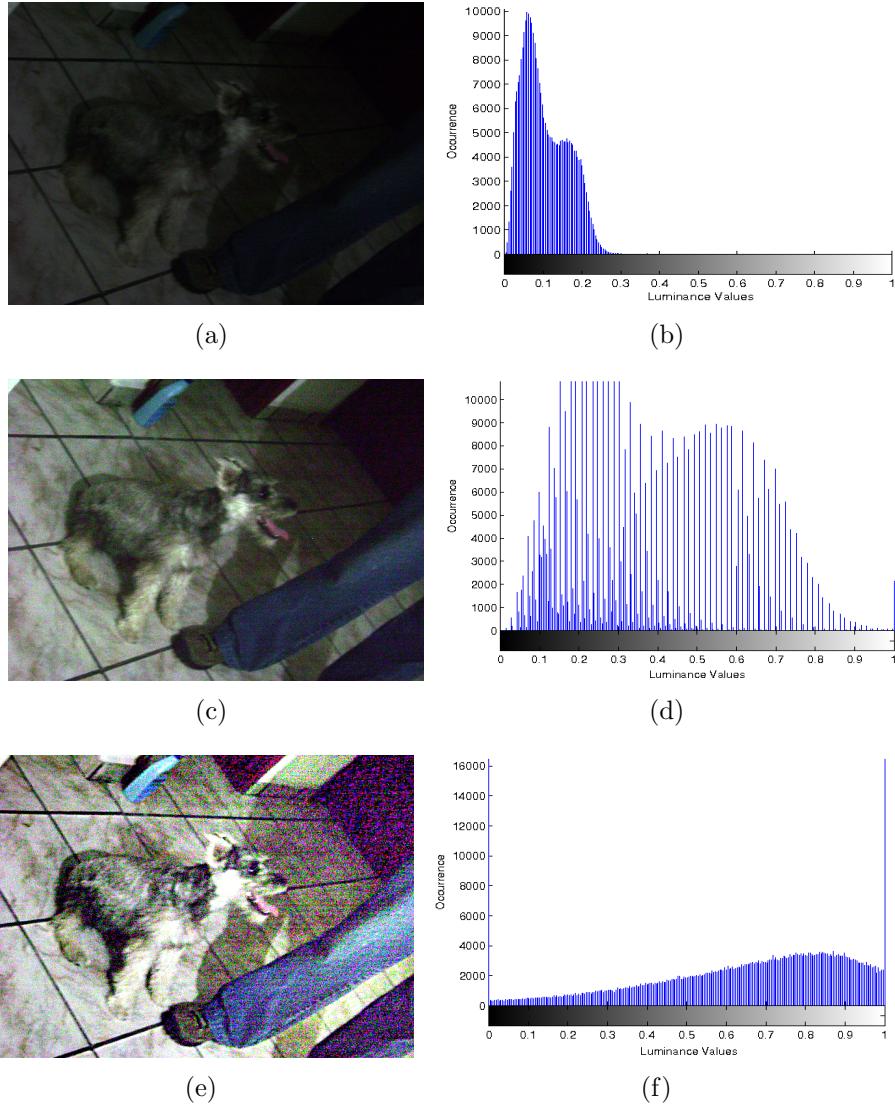


Figura 4.10: (a)Imagen de bajo contraste y su mejora con (c) $R_{M\varphi}$  usando  $\lambda = 256$  y (e)MSR con su respectiva distribución de luminancia (b, d, f).

---

nes. Por ejemplo, si un conjunto de imágenes son procesadas por un mismo método, el resultado ideal es que las imágenes con bajo contraste sean mejoradas y las de buen contraste no sean afectadas. Se proceso una imagen en buenas condiciones de contraste bajo el método propuesto y se comparo con el resultado obtenido de MSR. La Fig. 4.11(a) presenta un buen nivel de contraste. Si se observa su histograma, los niveles de luminancia están bien distribuidos a lo largo del rango de valores. Esto permite discriminar claramente entre los elementos presentes. Al aplicar un procesamiento por MSR (Fig. 4.11(c)), los niveles de luminancia siguen teniendo una buena distribución y el nivel de contraste es alto, sin embargo, el procesamiento genera ruido en la imagen, al igual que en el caso de estudio anterior. Obsérvese que el color también se ve afectado. De acuerdo a la información del análisis granulométrico, se determino utilizar  $\lambda = 100$  y  $\lambda = 60$  para  $R_{M_{\tilde{\gamma}}}$  y  $R_{M_{\tilde{\phi}}}$ , respectivamente. Dado que el resultado de las operaciones racionales era similar, se utilizo  $a = 0.5$  y  $b = 0.5$ . Como se observa, a imagen final (Fig. 4.11(e)) tiene un cambio poco significativo. Su histograma muestra algunos cambios pero es muy similar al original.

## 4.2. Segmentación por simplificación de la imagen

### 4.2.1. Eliminación de estructuras

Como se estudio, el max-tree permite almacenar la información de un elemento conexo y sus atributos. Esto da la posibilidad de realizar operaciones puntuales sobre aquellos elementos que cumplan determinada característica. En la estructura utilizada para el tipo *nodo*, se han tomado en cuenta los atributos de valor y tamaño. Esta información es de utilidad para llevar a cabo la simplificación de la imagen. Considérese nuevamente la Fig. 3.3(a), con tres tamaños de estructuras principales. Una opción para alcanzar cada uno de

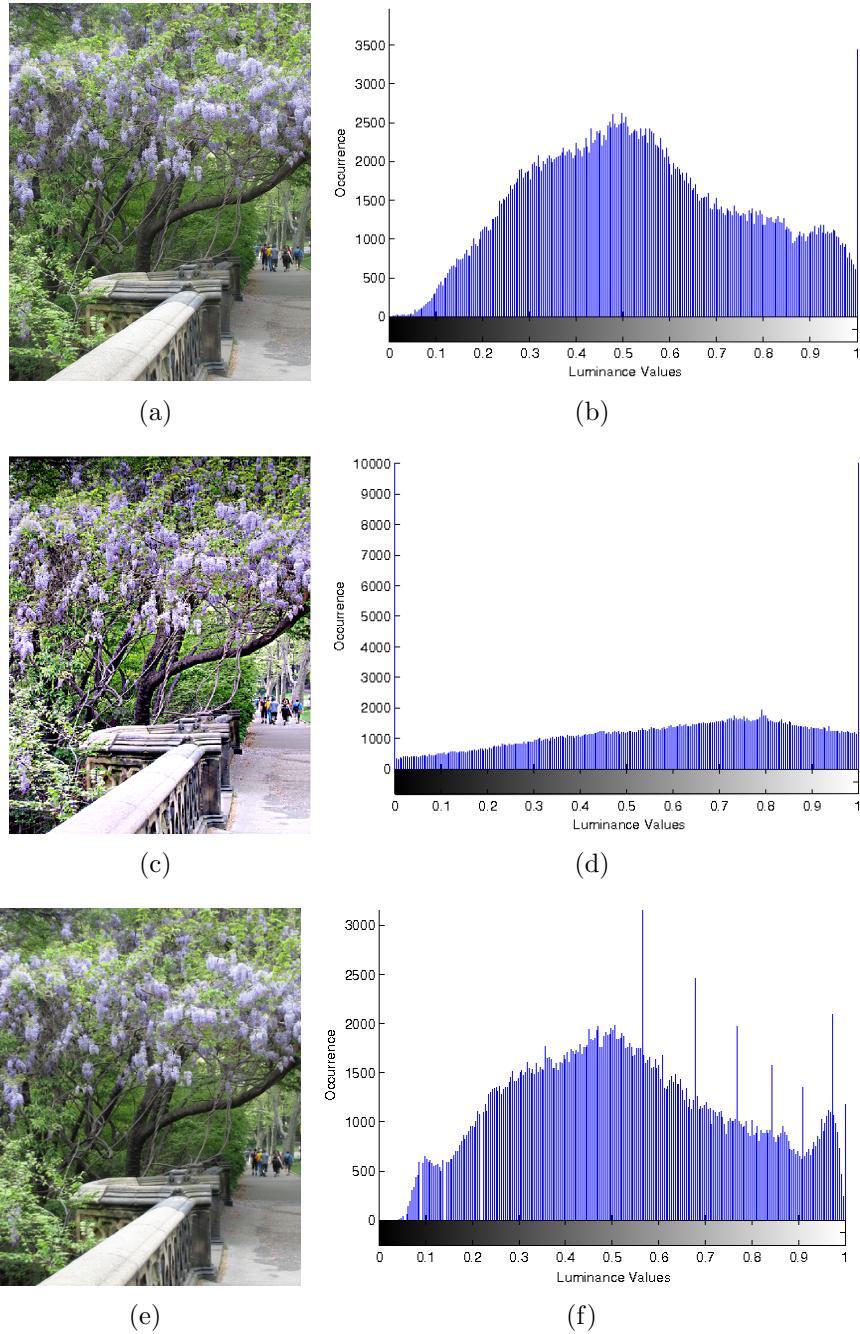


Figura 4.11: (a)Imagen con buen contraste y su procesamiento con (c)MSR y (e)OMR. (b, d, f)Distribuciones de luminancia respectivas.

ellos es haciendo uso de transformaciones por reconstrucción (Fig. 3.3). Otra solución es a través de la eliminación directa de nodos de tamaño  $n$  en el max-tree. En este procesamiento, la eliminación hace referencia a que un nodo que cumple con el criterio de tamaño deja de ser un nodo independiente y pasa a formar parte de su nodo padre, esto es, se elimina su zona plana. Cuando el nodo en cuestión se elimina, también lo hacen todos sus descendientes puesto que la suma de sus tamaños individuales internos conforman el tamaño total de su nodo padre. Para la eliminación de los elementos de la Fig. 3.3(a), se utilizaron tamaños 2, 12 y 20. Estos tamaños no son iguales a los obtenidos por el análisis granulométrico (Figs. 3.3(e) y 3.3(f)) debido a que el tamaño de los nodos se refiere al área mientras el tamaño de la granulometría se refiere al tamaño del EE necesario para alcanzar una región. Como se muestra en la Fig. 4.12, los resultados son similares a los obtenidos con una apertura por reconstrucción. Puesto que el árbol, esta formado por elementos conexos y hace la operación correspondiente sobre todo el elemento, las estructuras se mantienen. Además, la implementación del max-tree binario hace que las operaciones de búsqueda sean eficientes aún en imágenes de gran tamaño.

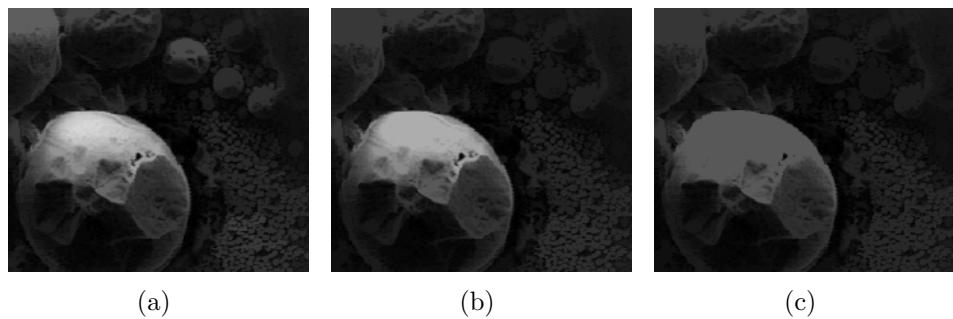
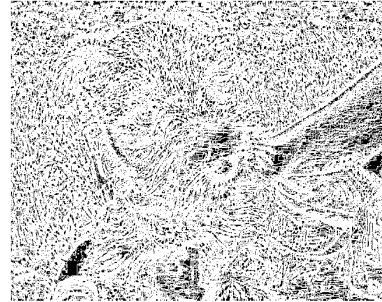


Figura 4.12: Eliminación de regiones con tamaño (a)2, (c)12 y (e)20.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.13: Detección de bordes en la imagen original (Fig. 3.8(a)) y despues de su simplificación con los criterios  $A = 200$  y (b, c) $d = 20$  y (d, e) $d = 30$ .

---

#### 4.2.2. Mejora de detección de bordes

Las operaciones sobre los CC's del árbol van mas allá de la eliminación de elementos específicos. La simplificación de la estructura de una imagen puede brindar la ventaja de simplificar sus bordes. Es bien sabido que las imágenes que contienen texturas son difíciles de segmentar, puesto que su composición característica frecuentemente provoca una sobresegmentación. La simplificación de la imagen puede ayudar a resolver este problema. En base a la metodología previamente descrita, se hace uso de los criterios propuestos ( $A$  y  $d$ ) para brindar una solución a la sobresegmentación de una imagen. Por una parte el criterio de área permite la integración de elementos pequeños en otros mas grandes incrementando la pregnancia de estos últimos. Por otro lado, el criterio de diferencia de valor incrementa el contraste entre los componentes y enfatiza solo aquellos bien diferenciados. Lo anterior ayuda a mejorar los resultados en la detección de bordes de una imagen. Considere los siguientes resultados de simplificación con ambos criterios. La Fig. 4.13(a) muestra la detección de bordes de la Fig. 3.8(a). Se puede observar que existe un gran número de regiones pequeñas puesto que la imagen contiene, en su mayoría, texturas. Los bordes de la imagen muestran una idea general acerca de la complejidad de la estructura original. La simplificación de esta imagen se hizo a través de la combinación de los criterios  $A = 200$  y  $d$  de valor variable. La Fig. 4.13(b) se proceso utilizando  $d = 20$  y se puede observar que hay una mejora significativa en la imagen de bordes (Fig. 4.13(c)). Esto se debe a que los elementos de su nueva estructura son mas pregnantes. Esto permite al observador identificar y asociar de manera rápida y sencilla los elementos presentes, además de facilitar el entendimiento de la información a partir de la imagen de bordes. La imagen simplificada para  $d = 30$  (Fig. 4.13(d)) contiene menor cantidad de detalles pero también muestra que algunos CC's, pertenecientes a diferentes regiones, empiezan a unirse (región pasto-ojo derecho). Estas imágenes han sido procesadas en niveles de gris (un solo canal), lo cual contribuye a que se presente este problema puesto

---

que un mismo valor de gris se puede usar para representar regiones con otras características muy diferentes. Esto puede solucionarse al agregar algún otro valor como criterio o bien al usar un rango de valores mas amplio que permita una buena diferenciación entre regiones.

#### 4.2.3. Segmentación por color

El problema planteado en la sección anterior se retoma en este caso de estudio. En esta sección se realiza una simplificación de la imagen a través del color. Esta se lleva a cabo en el espacio RGB y utilizando la técnica bit mixing. Así, en lugar de manejar un rango de valores  $[0, 255]$  para cada canal de color, se maneja un solo valor con rango de  $[0, 2^{24} - 1]$ . La segmentación por color puede brindar resultados mas acorde a la segmentación que hace el sistema de visión humano. Para obtener mejores resultados se tomo en cuenta la ley de Weber como parámetro para determinar cuales regiones son cromáticamente diferentes. Considere la Fig. 4.14(a) cuyas regiones bien enfocadas están bien contrastadas y resulta relativamente sencillo distinguir sus límites (segmentar). Sin embargo, en las regiones del fondo es mas complicado hacer una buena segmentación debido al desenfoque y a la suave transición entre los tonos. Observe que hay una variedad considerable de tonos verdes, por lo que si se aplica una segmentación en base a la diferencia de color, estas ligeras variaciones generarán sobresegmentación. Este problema puede ser disminuido e incluso evitado al simplificar el color presente en la imagen. Para la simplificación de esta imagen particular se realizo una eliminación de regiones pequeñas usando  $A = 30$  y la unión de regiones en base al color se llevo a cabo de manera automática aplicando la ley de Weber. La Fig. 4.14(b) muestra el resultado de la simplificación. Como se observa, las regiones principales (mariposa y flores) muestran pocos cambios puesto que la diferencia cromática en ellas era suficiente para distinguirlas y por tanto pocas regiones se fusionaron. Lo contrario sucede en las regiones del fondo, donde la simplificación es mas notable pues los tonos han sido reducidos y las

---

regiones se separan solo donde el cambio de tonalidad es fuerte. Observe con cuidado ambas imágenes y note que si bien hay una simplificación, esta no ha alterado la morfología general de la imagen ni de las regiones individuales. Las imágenes de bordes ayudan a tener una mejor idea del proceso. La Fig. 4.14(c) muestra las regiones de la imagen original a través de la detección de sus bordes. Esta imagen esta compuesta por 5 683 regiones. Después de su simplificación, la imagen resultante contiene 477 regiones, esto es, una reducción del 92 % de las regiones. La segunda imagen de bordes (4.14(d)) ilustra las regiones resultantes de este proceso.

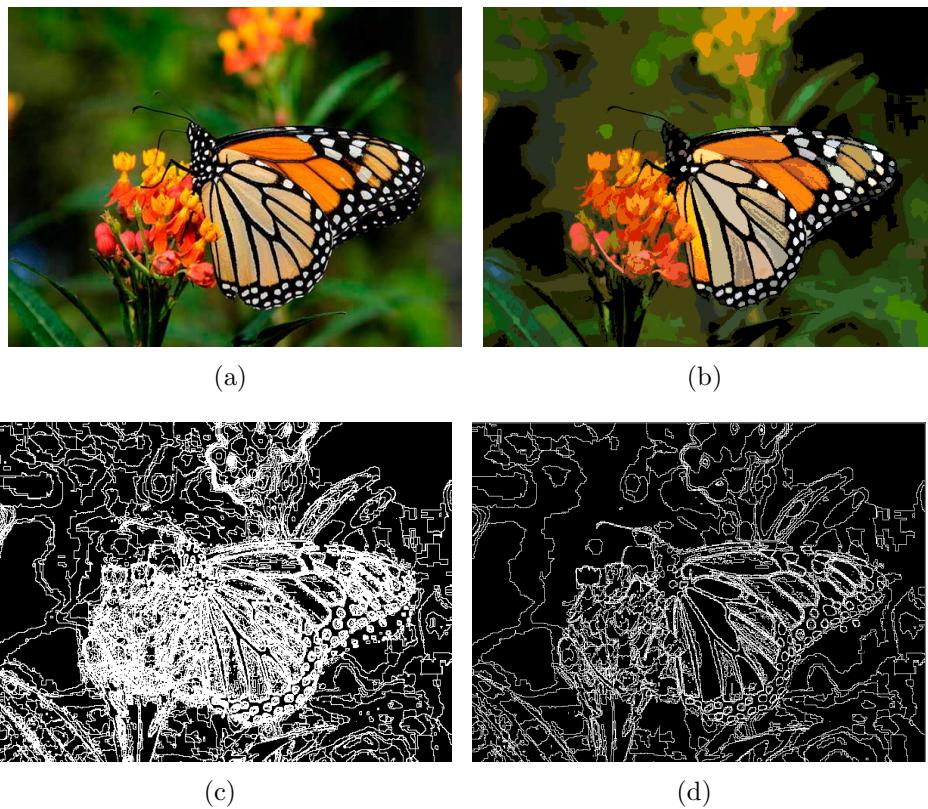


Figura 4.14: (a)Imagen original, (b) su segmentación a través de la simplificación del color y (c, d) sus imágenes de bordes respectivas

---

En el ejemplo anterior se especificó un valor pequeño de  $A$  puesto que se tuvo la intención de conservar detalles finos, como las manchas particulares de la monarca. Sin embargo, se realizaron diferentes pruebas a fin de determinar un valor de  $A$  que pudiera proporcionar un buen resultado de simplificación. Dada la variedad de imágenes que se pueden procesar, se optó por tomar como referencia las dimensiones de la imagen para determinar un tamaño adecuado de  $A$ . Se realizó el procesamiento con 20 imágenes y se determinó que un valor de  $A$  correspondiente al 0.1 % del área total de la imagen provee resultados adecuados. Si bien el mejor valor de  $A$  debe ser evaluado por el experto según el tipo de imagen que se esté procesando y de acuerdo a las regiones de interés, resulta importante en el desarrollo de la metodología el poder sugerir un valor que proporcione resultados satisfactorios. La Fig. 4.15(a) tiene dimensiones  $612 \times 816$  y esta compuesta por 4 548 regiones. En base al criterio para la determinación automática de  $A$ , se deben eliminar aquellas regiones con área menor o igual a 500 píxeles. Como se observa en la Fig. Fig. 4.15(c) existen muchas regiones pequeñas en la estructura original. La imagen simplificada (Fig. 4.15(b)) tiene una estructura compuesta por 383 regiones, es decir, se redujo en 91 % la estructura original. En la Fig. 4.15(d) se aprecia mejor la nueva estructura. Es importante mencionar que en la mayoría de los resultados procesados bajo estos parámetros, se obtuvo una simplificación de por lo menos 90 %.

La simplificación que se propone puede proporcionar una primera segmentación, y en algunas imágenes, una segmentación suficiente. Sin embargo, es importante remarcar que la segmentación propuesta no es un clasificador, por lo que la agrupación de regiones en la imagen resultante no necesariamente corresponde al color original de la región. Debe tomarse en cuenta que la fusión toma como valor, para todas las regiones agrupadas, el color de la región padre. Considere la Figs. 4.16(a) y 4.16(b) donde algunas regiones conservan un color similar en ambas imágenes. Esto se debe a que se encuentran rodeadas e integradas a regiones con tonalidades similares. Sin

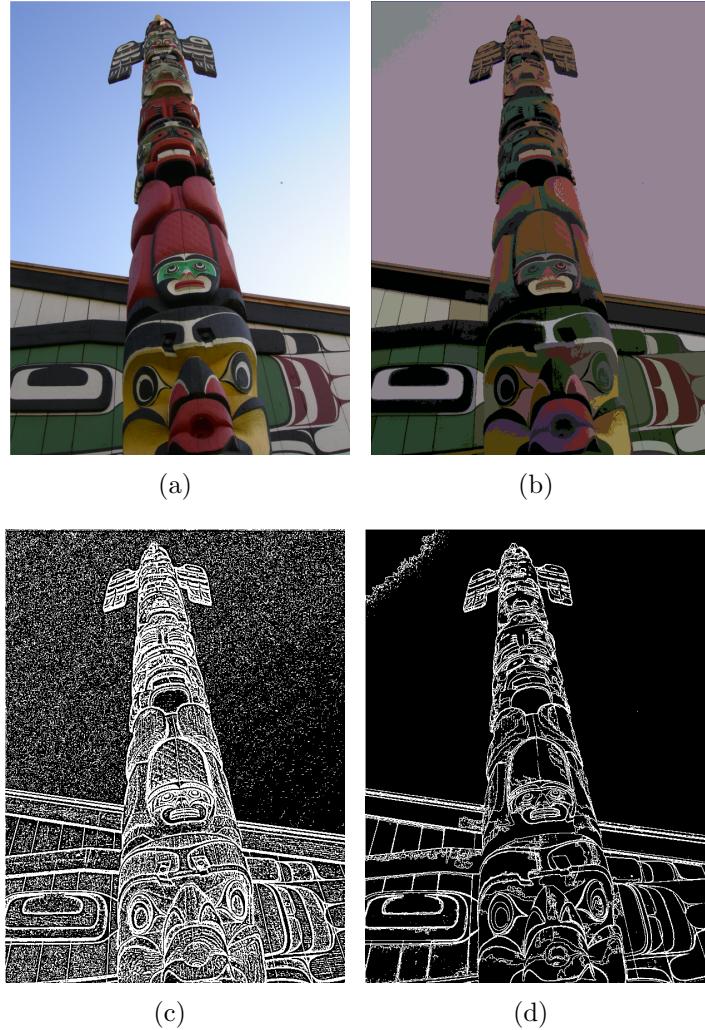


Figura 4.15: (a)Imagen original y (b) su segmentación con determinación automática de  $A$ . (c, d) Imágenes de bordes respectivas.

---

embargo, el color del lago y la vegetación que lo rodea muestran colores diferentes. El procesamiento de simplificación no crea nuevos colores, se basa en los ya existentes en la imagen, pero esto no garantiza que en la imagen resultante las regiones agrupadas tengan el color de mayor pregnancia en esa región. Ya que se esta manejando un árbol de máximos, los CC's de mayor jerarquía siempre contienen los colores mas oscuros. Por tanto, al eliminar un determinado CC, este se adjunta a su CC padre cuyo color es mas oscuro y provoca esta no correspondencia. Las Figs. 4.16(c) y 4.16(d) muestran otro ejemplo del procesamiento propuesto.

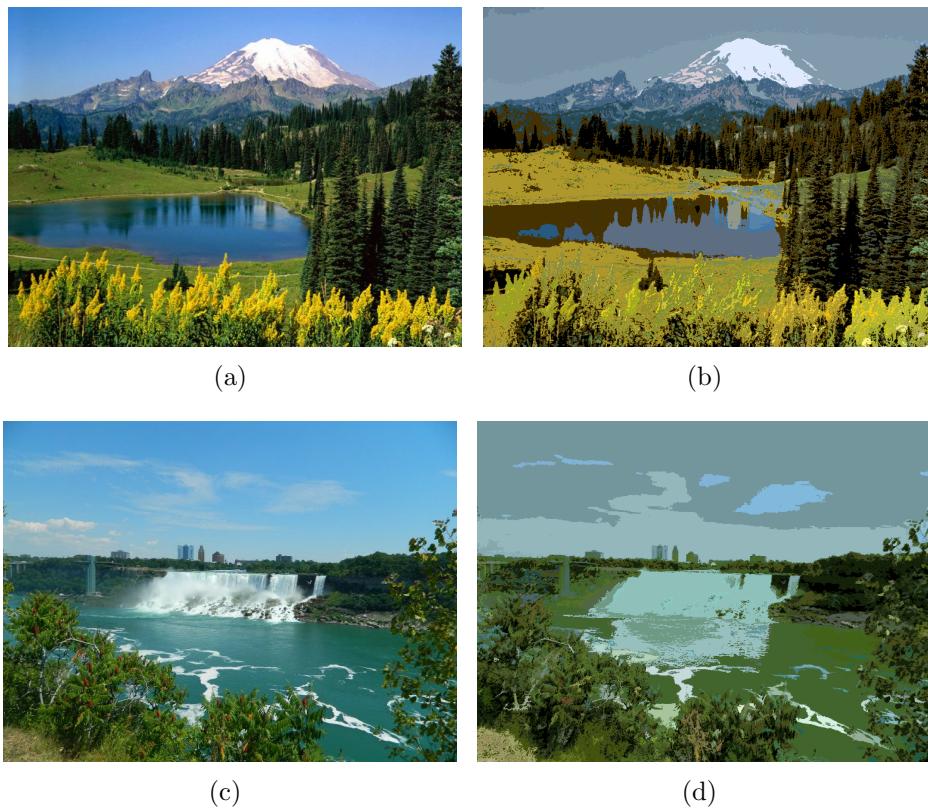


Figura 4.16: (a, c) Imágenes originales y (b, d) su segmentación a través de la simplificación del color.

# Capítulo 5

## Conclusiones

Mejorar el contraste de una imagen es una tarea complicada cuando diferentes condiciones de iluminación están presentes. Existen diferentes métodos para realizar esta tarea. Algunos de ellos aplican un mismo criterio sobre toda la imagen, sin embargo, esto solo es adecuado cuando las condiciones de luminancia presentes son uniformes. Otros métodos, aunque pueden brindar una mejora de contraste adecuada, generan efectos no deseables, e. g. ruido, nuevos colores.

En la presente tesis, se demostró que procesar a todos los elementos de la imagen bajo un mismo criterio es inadecuado cuando la luminancia cambia drásticamente entre las regiones. Se estudió la aplicación de las transformaciones morfológicas y las operaciones racionales dentro de procesos multiescala. Como resultado se propuso un operador morfológico racional para la mejora de contraste basado en una combinación lineal convexa de los resultados de los procesos multiescala anteriores. Se demostró que este operador es capaz de mejorar el contraste de una imagen cuando hay condiciones diversas de luminancia sin alterar las estructuras y el concepto cromático original. Además, también se tienen ventajas significativas sobre métodos importantes en la mejora de contraste. El resultado que se alcanza con este operador, no solo presenta mejor contraste sino que además tiene una transición de valores que

---

resultan naturales al observador basándose en la experiencia visual humana.

Debido a que el operador propuesto es un procesamiento compuesto, resulta eficiente también el utilizar solo una parte del proceso (operaciones racionales con cerraduras) para la mejora de imágenes afectadas uniformemente por un bajo contraste, obteniendo resultados satisfactorios. Así mismo, en el tratamiento de imágenes con buen nivel de contraste, se demostró que, aún cuando se aplica el operador, el resultado no tiene cambios significativos que afecten el buen estado de la imagen.

También, se pudo comprobar que es posible aplicar procesamientos puntuales sobre regiones que cumplan criterios de valor y tamaño, donde es posible obtener resultados similares a las transformaciones por reconstrucción con la ventaja de no afectar completamente a la imagen. Al aplicar estos mismos criterios se siguen principios fundamentales de la percepción visual humana: la teoría Gestalt y la ley de Weber. Dichos principios fueron aplicados a través de la simplificación de la estructura de la imagen. Se pudo comprobar que la simplificación ayuda a eliminar la redundancia visual en la imagen dejando en ella únicamente los elementos de mayor pregnancia. Cabe remarcar la importancia de la metodología propuesta pues la simplificación no solo facilitará procesamientos futuros sino que además no afecta la información que aporta la imagen ni su morfología general.

Se pudo comprobar que a través de la metodología propuesta es posible mejorar la detección de bordes. Esto es posible al integrar elementos pequeños en elementos que resulten más pregnantes y a los cuales el observador puede asociar mejor las regiones principales de la imagen. Es importante remarcar que al trabajar con elementos conexos, el proceso de simplificación no afecta las formas originales de la imagen. La metodología propuesta fue probada en imágenes que contenían regiones importantes de textura y demostró obtener buenos resultados.

La simplificación también fue probada en imágenes color, de lo cual se obtuvieron resultados importantes. Dado que se manejan tres canales de color,

---

se optó por utilizar la mezcla bit mixing para manejarlos simultáneamente. Con esta mezcla y la información de la imagen contenida sobre la estructura de árbol y el criterio de unión de regiones, se evitó la creación de nuevos colores. Los colores resultantes siempre están contenidos en la imagen original. En las imágenes resultantes se pudo observar que tonos similares se agruparon adecuadamente. El proceso de simplificación por color fue realizado de manera automática considerando si dos valores eran suficientemente cercanos o no para ser unidos en base a la ley de Weber.

Este trabajo pretende ser el inicio de una investigación más profunda acerca de los conceptos de percepción visual humana para su aplicación en métodos de procesamiento de imágenes con morfología matemática. Esto resulta una transición natural al tomar en cuenta que la morfología matemática fue basada en el concepto de agrupación de Gestalt. Al llevar a cabo esta combinación de principios y técnicas, será posible obtener resultados adecuados al criterio experto del observador humano.

Finalmente, es importante mencionar que otros procesamientos asociados a la determinación automática de escalas para operaciones racionales están siendo investigadas. Así mismo, se estudia la aplicación de otros criterios que complementen y mejoren los resultados obtenidos de la segmentación color y que puedan ser aplicados sobre el árbol de máximos.

## 5.1. Productos obtenidos

### 5.1.1. Artículos en revista

1. Título: Contrast enhancement based on morphological rational multiscale algorithm.

Revista: Computación y Sistemas.

Año de publicación: 2010.

Volumen 14. Número 3. Páginas 253-267.

2. Título: Morphological rational operator for contrast enhancement.

---

Revista: Journal of the Optical Society of America A.

Año de publicación: 2011.

Volumen 28. Número 3. Páginas 455-464.

**NOTA: este artículo fue seleccionado por los editores del Virtual Journal for Biomedical Optics (VJBO) para ser incluido en el Volumen 6, Número 4 de su publicación en Mayo de 2011.**

3. Título: Size and Spatial Distributions Characterization of Graphite Nodules Base on Connectivity by Dilations

Revista: Lecture Notes in Computer Science, Mathematical Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing.

Año de publicación: 2011.

Vol. 6671, pp. 461-471.

4. Título: Estudio del comportamiento tribológico en una Fundición Modular Mediante Técnicas de Procesamiento Morfológico de Imágenes.

Revista: Superficies y vacío.

Aceptado.

5. Título: Measure of Circularity

Revista: JOSA A

Enviado.

### 5.1.2. Artículos en Congreso

1. Título: Operaciones morfológicas racionales para la mejora de contraste.

Congreso: VII Congreso Internacional de Innovación y Desarrollo Tecnológico.

Publicación: En memorias.

7-9 Octubre, 2009. Cuernavaca, Morelos, México.

2. Título: Morphological rational multi-scale algorithm for color contrast enhancement.

- 
- Congreso: Electronic Imaging.  
Publicación: Proc. SPIE 7532.  
19-21 Enero, 2010. San José, California, USA.
3. Título: Image simplification for segmentation improvement.  
Congreso: Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA), 2011.  
Aceptado para su publicación en memorias.  
Noviembre, 2011. Cuernavaca, Morelos, México.
4. Título: A New Approach for measuring the Distribution of Graphite Nodules based on Singular Value Decomposition  
Congreso: Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA), 2011.  
Aceptado para su publicación en memorias.  
Noviembre, 2011. Cuernavaca, Morelos, México.
5. Título: Mejora de contraste para imágenes de microscopio  
Congreso: IX Congreso Internacional de Innovación y Desarrollo Tecnológico (CIINDET),  
Aceptado para su publicación en memorias.  
Noviembre, 2011. Cuernavaca, Morelos, México.
6. Título: Image simplification for segmentation improvement.  
Congreso: Electronic Imaging, 2012.  
En evaluación.

### **5.1.3. Aplicación de los conceptos propuestos**

La metodología aquí propuesta ha sido puesta en práctica para la solución de un problema real en la industria y la investigación. En base a lo propuesto se ha desarrollado un método que permite obtener el tamaño de grano promedio en muestras de acero. Los resultados de dicho método han sido cotejados con los resultados de laboratorios certificados y se ha podido comprobar la efectividad del método. Ambos resultados siguen estrictamente

---

lo establecido por el estándar ASTM para la medición del tamaño de grano con métodos automáticos. Ver Anexo B.

#### **5.1.4. Tesis Dirigidas**

1. Tesis: Desarrollo de una interfaz gráfica para robot PUMA bajo plataforma Linux. Tesista: Jesús Iván Sánchez Gómez. Titulación: Junio, 2011.
2. Tesis: Mejora de contraste para imágenes de microscopio. Tesista: Marco Antonio Garduño Ramón. Tesis terminada. En trámite de titulación.

### **5.2. Perspectivas**

En base al trabajo desarrollado se pretende continuar desarrollando una investigación sobre la mejora de imagen, específicamente la mejora de contraste. Se estudiará a detalle cómo mejorar la aplicación de operaciones racionales multiescala. Así mismo, se ha resuelto hacer más robusta la estructura del árbol de máximos para utilizarla en otros procesamientos. Características como texturas y sombras se estudiaran desde la perspectiva de esta herramienta. Así mismo, se continuará con el estudio de otros principios de percepción visual para su aplicación al análisis de imágenes.

# Referencias

- Bertalmio, M., V. Caselles, and E. Provenzi (2009). Issues about retinex theory and contrast enhancement. *International Journal of Computer Vision*, 83, 101–119.
- Beucher, S. (1982). Watersheds of functions and picture segmentation. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing*.
- Beucher, S. (1992). *Segmentation d'Images et morphologie Mathematique*. Ph. D. thesis, Centre de Morphologie Mathematique. Fontainbleau, France.
- Beucher, S. and C. Lantuéjoul (1979). Use of watershed in colour detection. In *Proc. Int. Workshop Image Processing, Real-time edge and Motion Detection/Estimation*.
- Boccignone, G. and A. Picariello (1997). Multiscale contrast enhancement of medical images. In *ICASSP*, 4, 2789–2792.
- Cairó, O. and S. Guardati (2002). *Estructuras de datos*. McGraw-Hill.
- Chanussot, J. and P. Lambert (1997). Bit mixing paradigm for multivalued morphological filters. In *Sixth International Conference on Image Processing and Its Applications*.
- Chung, K., W. Yang, and W. Yan (2008). Efficient edge-preserving algorithm for color contrast enhancement with application to color image segmentation. *J. Vis. Commun. Image R.*, 19, 299–310.
- Cowan, W. B. (1989). Colorimetric properties of video displays. In *Notes for course 25 at the annual meeting of the Optical Society of America*.
- Demirel, H., C. Ozcinar, and G. Anbarjafari (2010). Satellite image contrast enhancement using discrete wavelet transform and singular value decomposition. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 7(2), 333–337.

- 
- Derivaux, S., G. Forestier, C. Wemmert, and S. Lefévre (2010). Supervised image segmentation using watershed transform, fuzzy classification ad evolutionary computation. *Pattern Recognition Letters*, 31(15), 2364–2374.
- Desolneux, A., L. Moisan, and J. M. Morel (2007). *From Gestalt theory to image analysis: a probabilistic approach*. Springer.
- Dhawan, A. P., G. Buelloni, and R. Gordon (1986). Enhancement of mamographic features by optimal adaptive neighborhood image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 5, 8–15.
- Digabel, H. and C. Lantuéjoul (1977). Iterative algorithms. In *Proc. 2nd European Symp. Quantitative Analysis of Microstructures in Material Science, Biology and Medicine*.
- Dornaika, F. and H. Zhang (2000). Granulometry using mathematical morphology and motion. In *Proc. of IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, 51–54.
- Espino-Gudiño, M., I. Santillan, and I. R. Terol-Villalobos (2007). Morphological multiscale contrast approach for gray and color images consistent with human visual perception. *Optical Engineering*, 46(6), 067003 1–14.
- Fairchild, M. D. (2005). *Color Appearance Models* (2nd ed.). John Wiley and Sons.
- Funt, B., F. Ciurea, and J. McCann (2004). Retinex in matlab. *J. of Electronic Imaging*, 13, 48–57.
- Gauch, J. M. (1999). Image segmentation and analysis via multiscale gradient watershed hierarchies. *IEEE Trans. on Image Processing*, 8, 69–79.
- Georgiev, T. (2005). Relighting, retinex theory and perceived gradients. In *Proc. of Mirage*.
- Goldstein, E. B. (2001). *Sensation and perception* (6a. ed.). Wadsworth.
- González, R. C. and R. E. Woods (1992). *Digital image processing*. Prentice Hall.
- Grimaldi, R. P. (1997). *Matemáticas discretas y combinatoria* (3rd ed.). Pearson-Prentice Hall.

- 
- Grossman, S. L. (1923). Untersuchungen zur lehre der gestalt ii. *Psychol. Forsch.*
- Grossman, S. L. (1996). *Algebra Lineal*. McGraw-Hill.
- Gunhee, K., D. Huber, and M. Hebert (2008). Segmentation of salient regions in outdoors scenes using imagery and 3-d data. In *IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*, 1–8.
- Hamarneh, G. and X. Li (2009). Watershed segmentation using prior shape and appearance knowledge. *Image and Vision Computing*, 27(1-2), 59–68.
- Harid, K., S. N. Efstratiadis, N. Manglaveras, and A. K. Katsaggelos (1998). Hybrid image segmentation using watersheds and fast region merging. *IEEE Trans. on Image Processing*, 7(12), 1684–1699.
- Hernández, J. and B. Marcotegui (2009). Ultimate attribute opening segmentation with shape information. In *Mathematical morphology and its application to signal and image processing*, 5720 of *Lecture notes in computer science*, 205–214.
- Hill, P. R., C. N. Canagarajah, and D. R. Bull (2003). Image segmentation using texture gradient based watershed transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(12), 1618–1633.
- Horowitz, S. and T. Pavlidis (1974). Picture segmentation by a directed split-and-merge procedure. In *Proc. of Second Int'l Join Contern Recognition*, 424–433.
- Horowitz, S. and T. Pavlidis (1976). Picture segmentation by a tree transversal algorithm. *J. ACM*, 23(2), 368–388.
- Iranmanesh, S. (2009). A combined method to improve image contrast using fuzzy entropy and fuzzy measure. *International Journal of Intelligent Information Technology Application*, 2(6), 298–303.
- Jiménez-Sánchez, A. R., J. D. Mendiola-Santibañez, I. R. Terol-Villalobos, G. Herrera-Ruiz, D. Vargaz-Vazquez, J. J. Garcia-Escalante, and A. Lara-Guevara (2009). Morphological background detections and enhancement of images with poor lighting. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(3), 613–623.
- Jinsung, O. and H. Hwang (2010). Feature enhancement of medical images using morphology-based homomorphic filter and differential evo-

- 
- lution algorithm. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 8(4), 857–861.
- Jobson, D. J., A. Rahman, and G. A. Woodell (1997). A multiscale retinex for bridging the gap between color images and the human observation of scenees. *IEEE Trans. Image Process.*, 6, 965–976.
- Kanizsa, G. (1997). *Grammatica del vedere/La grammaire du voir*. Diderot.
- Kim, T. K., J. K. Paik, and B. S. Kang (1998). Contrast enhancement system using spatially adaptive histogram equalization with temporal filtering. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 44, 82–87.
- Kogan, R. G., S. Agaian, and K. P. Lentz (1998). Visualization using rational morphology and magnitude reduction. In *Proc. SPIE*, 153.
- Kramer, H. P. and J. B. Bruckner (1975). Iteration of non-linear trasnformation for enhancement of digital image. *Pattern Recognition*, 7, 53–58.
- Land, E. H. (1983). Recent advances in retinex theory and some implications for cortical computations: color vision and the natural image. In *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 80, 5163–5169.
- Land, E. H. and J. J. McCann (1971). Lightness and retinex theory. *J. Opt. Soc. Am.*, 61.
- Lantuéjoul, C. and F. Maisonneuve (1984). Geodesic methods in quantitative image analysis. *Pattern Recognition*, 17(2), 177–187.
- Li, Q., X. Ni, and G. Liu (2007). In *Ceramic image processing using the second curvlet transform and watershed algorithm*, 2037–2042.
- MacIntyre, B. and W. B. Cowan (1992). A practical approach to calculating luminance contrast on a crt. *ACM Trans. Graph.*, 11(4), 336–347.
- Maisonneuve, F. (1982). Sur le partage des eaux. Technical report, Centro de Morfológia Matemática-Escuela de Minas.
- Maragos, P. and R. D. Ziff (1990). Threshold superposition in morphological image analysis systems. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 12, 498–504.
- Matheron, G. (1967). *Eléments pour une Théorie des Milieux Poreux*. Masson.
- Matheron, G. (1975). *Random sets and integral geometry*. Wiley.

- 
- Mendiola-Santibañez, J. D. and I. R. Terol-Villalobos (2002). Mapeos de contraste morfológicos sobre particiones basados en la noción de zona plana. *Computación y Sistemas*, 6, 25–37.
- Mendiola-Santibañez, J. D. and I. R. Terol-Villalobos (2005). Quantifying contrast methods through morphological gradient. *Computación y Sistemas*, 8(4), 317–333.
- Meyer, F. and S. Beucher (1990). Morphological segmentation. *J. Visual Communication and Image Representation*, 1, 21–46.
- Meyer, F. and J. Serra (1989). Contrast and activity lattice. *Signal Process.*, 16, 303–317.
- Mukhopadhyay, S. and B. Chanda (2000). A multiscale morphological approach to local contrast enhancement. *Signal Processing*, 80, 685–696.
- Nagao, M., T. Matsuyama, and Y. Ikeda (1979). Regions extraction and shape analysis in aerial photographs. *Computer Graphics and image Processing*, 10(3), 195–223.
- Oakley, J. P. and B. L. Satherley (1998). Improving image quality in poor visibility conditions using a physical model for contrast degradation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7, 167–179.
- Ortíz-Zamora, F. G. (2002). *Procesamiento morfológico de imágenes en color. Aplicación de la reconstrucción geodésica*. Ph. D. thesis, Universidad de Alicante.
- Ouzounis, G. K. (2009). An efficient algorithm for computing multi-scale connectivity measures. In *Proceedings of the International Symposium on mathematical morphology and its applications*, 307–319.
- Ouzounis, G. K. and M. H. F. Wilkinson (2010). Hyperconnected attribute filters based on k-flat zones. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 33(2), 224–239.
- Pajares, G. and J. M. de la Cruz (2002). *Visión por computador*.
- Pizer, S. M., E. P. Amburn, J. D. Austin, R. Cromartie, A. Geselowitz, T. Greer, B. H. Romery, J. B. Zimmerman, and K. Zuiderveld (1987). Adaptive histogram equalization and its variations. *Computer vision, graphics and image processing*, 39(3), 355–368.

- 
- Plajer, I., T. Nguyen-Pham, and D. Richter (2009). Tumor segmentation by active contours in 3d ct wavelet enhanced image data. In *EUSIPCO*, 1567–1571.
- Rahman, A., D. J. Jobson, and G. A. Woodell (2004). Retinex processing for automatic image enhancement. *Electron. Imag.*, 13, 100–110.
- Reinhard, E., M. Ashikhmin, B. Gooch, and P. Shirley (2001). Color transfer between images. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 21(5), 34–41.
- Rivest, J. F., P. Soille, and S. Beucher (1993). Morphological gradients. *J. Electronic Imaging*, 2(3), 326–336.
- Rosbach, K. J., D. Shin, T. J. Muldoon, M. A. Quraishi, L. P. Middleton, K. Hunt, F. Meric-Bernstam, T. Yu, R. R. Richards-Kortum, and W. Yang (2010). High-resolution fiber optic microscopy with fluorescent contrast enhancement for the identification of axillary lymph node metastases in breast cancer: a pilot study. *Biomedical Optics Express*, 1(3), 911–922.
- Ruderman, D., T. W. Croning, and C. C. Chiao (1998). Statistics of cone responses to natural images: implications for visual coding. *JOSA A*, 15(8), 2036–2045.
- Sahba, F. and A. Venetsanopoulos (2011). A fuzzy approach for contrast enhancement of mammography breast images. In *Advances in Computational Biology*, 680 of *Advances in Experimental Computational Biology*, 619–626.
- Salembier, P., A. Oliveras, and L. Garrido (1998). Antiextensive connected operators for image and sequence processing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(4), 555–570.
- Salembier, P. and M. H. F. Wilkinson (2009). Connected operators. a review of region-based morphological image processing techniques. *IEEE Signal Processing Magazine*, 26(6), 136–157.
- Sang, H. P., D. Y. Il, and U. L. Sang (1998). Color image segmentation based on 3d clustering: morphological approach. *Pattern Recognition*, 31(8), 1061–1076.
- Santibañez, J. D. M. (2003). *Operaciones de contraste morfológicos y medida del contraste: una aplicación a la segmentación de imágenes de*

- 
- resonancia magnética del cerebro.* Ph. D. thesis, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Serra, J. (1982). *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press.
- Serra, J. (1988). Toggle mappings. Technical Report N-18/88/MM, Centre de Morphologie Matématique. Fontainebleau, Francia.
- Shuying, J., G. Jianya, and Z. Xiaodong (2002). Removing non-uniform illumination effects from deep-sea floor images. *Geo-spatial Information Science*, 5, 12–17.
- Singhai, J. and P. Rawat (2007). In *Image enhancement method for underwater, ground and satellite images using brightness preserving histogram equalization with maximum entropy*, 507–512.
- Soille, P. (2000). Constrained connectivity for hierarchical image partitioning and simplification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(7), 1132–1145.
- Soille, P. (2003). *Morphological image analysis: principles and applications*. Springer-Verlag.
- Stark, J. A. (2000). Adaptive image contrast enhancement using generalizations of histogram equalization. *IEEE Transactions on image processing*, 9(5), 889–896.
- Sánchez, A. R. J. (2007). *Campensación en cambios en la iluminación en imágenes con deficiente contraste*. Ph. D. thesis, Universidad Autónoma de Querétaro.
- Terai, Y., T. Goto, and M. Sakurai (2009). Color image contrast enhancement by retinex model. In *IEEE 13th International Symposium on Consumer Electronics*, 392–393.
- Terol-Villalobos, I. R. (1995). Morphological slope filters. In *Proc. SPIE*, 2588, 712.
- Terol-Villalobos, I. R. (1996). Non-increasing filters using morphological gradient criteria. *Optical Engineering*, 35(11), 3172–3182.
- Tian, H., W. Cui, T. Wan, and M. Chen (2008). In *A computational approach for recognition oe Electronic Microscope Plant Pollen Images*, 1, 259–263.

- 
- Toet, A. (1992). Multi-scale contrast enhancement with applications to image fusion. *Optical Engineering*, 31(5), 1026–1031.
- Urbach, E. R., B. T. M. Roerdink, and M. H. F. Wilkinson (2007). Connected shape-size pattern spectra for rotation and scale-invariant classification fo gray-scale images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(2), 272–285.
- Vincent, L. (1997). *Current trens in stochastics Geometry and its applications*, Chapter Current topics in applied morphological image analysis. Chapman and Hall.
- Vincent, L. (2000). Granulometries and opening trees. *Fundam. Informatic.*, 41, 57–90.
- Vincent, L. and P. Soille (1991). Watershed in digital spaces: an efficient algorithm based on immersions simulations. *IEEE. Trans. on Pattern Analysis ans Machine Intelligence*, 13(6), 583–589.
- Weber, E. H. (1978). *De pulsu, resorptione, audita et tactu. Annotationes anatomicae et physiologicae*. Academic Press.
- Zhu, H., B. Zhang, A. Song, and W. Zhang (2009). An improved method to reduce over-segmentaion of watershed transformation and its application in the contour extraction of brain image. In *IEEE International Conference on Dependable, Autonomic and Secure Computing*, 407–412.

# Productos Obtenidos

# Contrast Enhancement Based on a Morphological Rational Multiscale Algorithm

## Mejora de Contraste Basada en un Algoritmo Morfológico Racional Multiescala

Hayde Peregrina Barreto<sup>1</sup> and Iván R. Terol Villalobos<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro-Campus San Juan del Río  
Querétaro, México  
hperegrina@ieee.org

<sup>2</sup>Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica (CIDETEQ)  
Querétaro, México  
famter@ciateq.net.mx

*Article received on July 27, 2009; accepted on January 06, 2010*

**Abstract.** Contrast enhancement is an important task in image processing and it is commonly used as a pre-processing step in order to improve the results for other tasks such as segmentation. However, not only do some methods for contrast improvement have good performance working on low contrast regions, but they also affect good contrast regions; owing to the fact that some elements could be vanished, representing a loss of information. A method focused on images with different luminance conditions is introduced in the present work. The proposed method is based on morphological filters by reconstruction and rational operations, which together, allow a uniform contrast enhancement. Furthermore, due to the properties of these morphological transformations, the creation of new elements on image is avoided. The processing was made on luminance values in the  $u'v'Y'$  color space, which permits to keep the chrominance and to avoid the creation of new colors. As a result of the previous considerations, the proposed method keeps the natural color appearance of the image.

**Keywords:** Contrast enhancement, Rational operations, Morphological filters, Mathematical morphology.

**Resumen.** La mejora del contraste es una tarea importante en procesamiento de imágenes y a menudo es usada como paso de pre-procesamiento a fin de mejorar los resultados de procesos como segmentación. Algunos métodos para mejora de contraste tienen un buen desempeño trabajando en regiones con poco contraste pero también afectan las regiones con suficiente contraste; este es un efecto no deseado debido a que algunos elementos de la imagen pueden ser eliminados lo cual representa una pérdida de información. En este trabajo se presenta una mejora de contraste enfocada a imágenes que tienen diferente luminancia sobre la misma escena. El método propuesto está basado en filtros morfológicos por reconstrucción y operaciones racionales, que en conjunto permiten una mejora de contraste uniforme. Además,

debido a las propiedades de estas transformaciones morfológicas se evita la creación de nuevos elementos. El procesamiento trabaja sobre los valores de luminancia en el espacio de color  $u'v'Y'$ , lo cual permite mantener el croma y evitar la creación de nuevos colores. Como resultado de las consideraciones mencionadas, este método provee una mejora de contraste uniforme y mantiene la apariencia natural de la imagen.

**Palabras clave:** Mejora de contraste, Operaciones racionales, Filtros morfológicos, Morfología matemática.

## 1 Introduction

Nowadays, image processing is applied in many areas and on a wide variety of images. Images are taken under diverse conditions and in different environments. Many factors as shadows and illumination affect the image and particularly in an outdoor scene; it is even more affected by its surrounded context. Contrast is the characteristic that permits a better discrimination among regions and elements on a scene, and it is frequently affected by luminance conditions. For example, if an image is taken under a weak light condition the contrast among its elements will be low; an image in this condition cannot provide enough information for the correct interpretation of the scene in a further process. In tasks as segmentation and classification, where a parameter value (such as luminance or color) is used for distinguishing one element from another, a good contrast could be helpful in order to improve the results and make image understanding easier. So, if images with low contrast require a pre-processing step aim to prepare them for further

processes, it is necessary to develop efficient tools for this purpose.

Methods for image enhancement can be classified into spatial and frequency domain methods; the present work is focused on the spatial domain based on mathematical morphology. This type of method works directly with pixels and it could be done in two ways: either by processing each pixel individually (negative, thresholding, equalization) or by taking information of the neighboring regions (Retinex) (Land and McCann, 1971). The latter way is certainly more interesting because it works in a similar mode as human visual system, which takes into account the influence of neighboring regions for defining a new region or object. The improvement of contrast in mathematical morphology is based on a concept proposed by Kramer and Bruckner (1975), which consists on comparing each image pixel with two different patterns (for example, eroded and dilated images) and taking the closer value to the original image. An analysis to this concept was made by Serra (1988), where the author introduces the toggle mappings notion and shows that the use of patterns such as the erosion and the dilation could degrade the image. Later, Meyer and Serra (1989) improve the toggle-mapping idea using idempotent transformations, which avoid image degradation. The contrast theory for mathematical morphology arises based on this new concept and some morphological methods have been developed since then. Toet (1992) proposed a multi-scale image decomposition based on a ratio low-pass pyramid. This scheme is very similar to that of the popular difference of low pass or difference of Gaussian pyramid structures. A first version of this approach is proposed by Toet (1990) using alternating sequential morphological filters. These morphological filters play the role of low pass filters. Terol-Villalobos (1995, 1996) proposed the morphological slope filters as contrast operators, which are non-increasing filters and are based on gradient and idempotent mapping criteria. Slope filters attenuate low contrast regions and keep high contrast regions; thus, high contrast regions are more noticeable owing to the attenuated regions. Mendiola-Santibañez and Terol-Villalobos (2002, 2005) proposed a contrast enhancement based on the measurement of contrast difference into an images set; these values were graphed against two parameters ( $\alpha$  and  $\beta$ ), which varied in the close interval [0, 1]. The global maximum and minimum values with greater altitude are associated with an

image with good visual contrast. Mukhopadhyay and Chanda (2000) proposed a multi-scale contrast enhancement using top-hat operators; its main advantage is the possibility of working with dark and light regions in gray level images. Recently, Espino-Gudiño et al. (2007) studied the opening by reconstruction on rational operations and its use as contrast operator; this method works with color images and achieve good results improving contrast on dark regions.

As we can see there are methods for improving the contrast in mathematical morphology; however, the improvement not only depends on the method but also on the image characteristics. For example, it would be interesting to get to know the result of applying a method which improves the contrast on dark regions over an image with light regions. Some contrast enhancement methods are focused on improving dark regions owing to invisibility of the elements of those regions, and as a consequence, the element on light regions could be vanished or have an unnatural appearance. Nevertheless, images with low contrast are not always predominantly dark or light; they also combine both conditions. Some other methods avoid vanish elements but change the chromatic appearance or make some regions look faded. The proposed method is focused on images with different illumination conditions; it is derived of the multi-scale process proposed by Espino-Gudiño et al. (2007). The novelty of this method consists on the use of multi-scale rational operations but combining the results of openings and closings by reconstruction, which ensures that each region on image will be reached. Furthermore, this method also keeps away from changing the chrominance values because it works only with the luminance intensity. In this way, the final image presents a global enhancement without affecting those regions that already had good contrast and without creating new colors.

## 2 Basic Concepts

### 2.1 Mathematical Morphology

A morphological filter is an increasing and idempotent transformation (Serra, 1982; Soille, 2003); former characteristic means that the order must be preserved and latter characteristic states that a transformation  $\Psi$  is idempotent if and only if  $\Psi[\Psi(f)] = \Psi(f)$  for all image  $f$ . Opening and closing (1)

transformations are basic filters on mathematical morphology and they are denoted as  $\gamma_{\mu B}$  and  $\varphi_{\mu B}$ , respectively; where B is the basic structural element formed by a square of 3x3 pixels containing the central pixel and  $\mu$  is a scalar; thus,  $\mu B$  is a structuring element of size  $(2\mu+1) \times (2\mu+1)$ . These basic filters are composed by the basic transformations in mathematical morphology called erosion ( $\varepsilon$ ) and dilation ( $\delta$ ); these transformations are defined as  $\varepsilon_{\mu B}(f)(x) = \min\{f(y); y \in \mu B\}$  and  $\delta_{\mu B}(f)(x) = \max\{f(y); y \in \mu B\}$ , where *max* and *min* are the maximum and minimum value, respectively. Erosion and dilation are transformations that permit to eliminate or to remark present structures on the image according to the size of transformation. Nevertheless, these modifications in the original structures are an undesirable effect in image processing. Moreover, both transformations are not idempotent, but its combination is the origin of majority filters and transformations in mathematical morphology.

$$\gamma_{\mu B}(f) = \delta_{\mu B}[\varepsilon_{\mu B}(f)] \text{ and } \varphi_{\mu B}(f) = \varepsilon_{\mu B}[\delta_{\mu B}(f)] \quad (1)$$

Other filters based on basic transformations are the filters by reconstruction or geodesic filters (Vincent, 1997; Lantuéjoul and Maisonneuve, 1984). These filters are built by iterating until stability the basic geodesic dilation and erosion defined as  $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta_B(g)$  with  $f \geq g$  and  $\varepsilon_f^1(g) = f \vee \varepsilon_B(g)$  with  $f \leq g$ , respectively. Where  $g$  is the marker frequently computed from the reference image  $f$ . Particularly, when the marker image  $g$  is given by the morphological erosion or dilation of the reference image the opening and closing by reconstruction (2) are obtained. When a filter by reconstruction is applied, the marker grows inside the reference image by preserving the shape of the reconstructed elements.

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{\lambda B}(f) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_f^n[\delta_{\lambda B}(f)] = \varepsilon_f^1 \varepsilon_f^1 \dots \varepsilon_f^1 [\delta_{\lambda B}(f)] \\ &\text{and} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\tilde{\gamma}_{\lambda B}(f) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n[\varepsilon_{\lambda B}(f)] = \delta_f^1 \delta_f^1 \dots \delta_f^1 [\varepsilon_{\lambda B}(f)]$$

**Remark:** B could be omitted because its size is constant, thus the expression  $\varphi_{\lambda B}$  is the same as  $\varphi_{\lambda}$ . In the same way if  $\lambda=1$  then the expressions  $\varphi_{\lambda B}=\varphi_{\lambda}=\varphi$  are equivalents.

Kogan et al. (1998) developed other filters called morphological rational filters, which are a combination of the morphological basic transformations (erosion and dilation) for improving border detection. This study is the basis of the morphological rational contrast method proposed by Espino et al. (2007). Their method consists on applying a rational operation between the image and its opening by reconstruction. Furthermore, they proposed a multi-scale process (3) where the opening at scale  $\mu_{n+1}$  is used as background in order to detect and improve regions at scale  $\mu_n$ . Multi-scale process takes into account the quantitative relation between the magnitude of physical stimuli and its perception, established by Weber's law. This law establishes that the necessary increment, of the stimulus intensity in order to generate a change in the sensation, is proportional to the intensity of the original stimulus. Regarding this fact, the multi-scale process uses openings by reconstruction that permits to generate a noticeably enough change for improving the image. So, by using multi-scale rational filters (MRF) it is possible to enhance the contrast.

$$R_M(x, \mu) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\gamma}_{\mu_{n+1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\mu_n}(f)(x)} \text{ with } \tilde{\gamma}_{\mu_0}(f) = \tilde{\gamma}_0(f) = f \quad (3)$$

## 2.2 Multi-scale Retinex

Retinex was the first attempt to develop a computational model in order to emulate the process of human vision (Land, 1986; Land and McCann, 1971). This method improves the visual representation of images when light conditions are not good (Rizzi et al., 2004; Rahman et al., 2004) and it is based on the biological mechanism of human eye. The algorithm is based on the estimation luminance of a point influenced by N points. Multi-scale Retinex is an adaptation from original Retinex combining the result of  $n$  individual processes (Barnard and Funt, 1999) expressed by equation (4).  $R_i$  is the result of processing  $f$  with  $N$  scales and it is given by the weight ( $w$ ) of each individual process multiplied by the logarithm of the ratio between  $f$  and the convolution (\*) of  $f$  with a Gaussian function  $F(x, y, c) = Ke^{-(x^2+y^2)/c^2}$ , where  $c$  is the scale. Multi-scale Retinex (MSR) is widely

used for contrast improvement on dark images and have some similarities with MRF such as both consider the neighbor information for improvement and both separate luminance from reflectance.

$$R_i(x, y, w, c) = \sum_{n=1}^N w_n \log \frac{f(x, y)}{F(x, y, c) * f(x, y)} \quad (4)$$

### 2.3 Color spaces

Digital images are often represented on RGB color space (red, green and blue); this space has been widely used owing to its facility of representation in electronic devices for exhibition of images (monitors, t. v. screens, projectors, etc.). RGB is an additive color space because it is possible to obtain a wide color gamut by mixing red, green and blue in different quantities (Süsstrunk et al., 2001; Fairchild, 2005). According to the International Commission of Illumination (CIE), *brightness* is the quantity of light produced by a source, and *luminance* is the radiated intensity which impacts to human eye. It means, luminance that we perceive is what permits us to distinguish if a color is brighter or darker than other. In RGB space it is not possible to have direct access to luminance values; in this way, if original values change not only could they be saturated or desaturated, but a different new color could be created. This is the main reason why when luminance needs to be manipulated, it is necessary to translate information at another color space. There are color spaces that take other parameters for color representation, like HSL space (*Hue, Saturation and Luminance*), HSV space (*Hue, Saturation and Value*) and HSI (*Hue, Saturation and Intensity*) (Fairchild, 2005; Smith, 1978; González and Woods, 1992; Levkowitz and Herman, 1993). In recent years, new color spaces, which work more according to the natural way of human vision and have a uniform perception, have been proposed. The uniform perception is an important characteristic in color spaces and it refers to the fact that the intensity of a change in a color must produce the same perceptual difference in any other. For example, on the XYZ color space, the distance between two tones of green must be significant enough for producing a perceptual difference. Nevertheless, if the same increment is applied on two tones of red, the perceptual difference is major because on red region a shorter distance between the tones implies a more significant difference with

respect the green region. It means that the XYZ color space is not perceptually uniform. When the goal is image improvement, this characteristic is imperative because it involves enhancing some regions without affecting others. Color spaces perceptually uniform have a high use in image processing. Yet, CIE recommends two: L\*u\*v\* and L\*a\*b\* (L\*=luminance and chrominance=u\*, v\*, a\*, b\*) (Hanbury and Serra, 2002; Pei et al., 2004). The space u'v'Y, similar to L\*u\*v\*, was proposed by Lucchese and Mitra (2004) and it permits to have chromatic (u'v') and achromatic (Y) information of image. Thus, it is possible to process the chromatic values, in order to saturate or desaturate, using the gravity center law (Hunt, 2001); thus, when the position of a point is located, this can be moved in some proportion to the red, yellow, green, cyan, blue or magenta according to the weight of its gravity center. In this way a color can change the intensity of its chrominance without creating a new color. Transformation matrices permit to change image values from one space to another with its equivalent values. In order to improve luminance but keeping the original chrominance of a color, the u'v'Y color space will be used in the proposed method. Therefore, it is necessary to translate de RGB values to u'v'Y values using its corresponded transformation matrix (5).

$$\begin{bmatrix} Y \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.147 & -0.289 & 0.436 \\ 0.615 & -0.515 & -0.100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 3 Proposed Method

When an image shows a complex illumination condition with dark and light regions, it is more difficult to carry out a good improvement. On the one hand, if the enhancement is focused on dark regions then light regions could be saturated or even vanished; on the other hand, if light regions are improved the change could be little noticeable on dark regions. The objective is to find an equilibrium which permits a general contrast enhancement in this kind of images. In this work a combination of multiscale processes with openings and closings by reconstruction is proposed. Rational operations using openings (3) improve dark regions and using

closings (6) improve those regions untouched by openings.

$$R_{M\varphi}(x, \mu) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\varphi}_{\mu_n}(f)}{\tilde{\varphi}_{\mu_{n-1}}(f)} \text{ con } \tilde{\varphi}_{\mu_0}(f) = \tilde{\varphi}_0(f) = f \quad (6)$$

Thus, a complete improvement of image is carried out when rational operations with both transformations are applied. The process consists on applying the required scales of the image, so the first step is to find the corresponding scales for each filter.

### 3.1 Scales Determination

Size and scale are intrinsically linked. Scale links the size of the regions to a representation of the image. In many circumstances, the regions of interest to be detected in order to contrast them belong to different scales, then a series of coarser and coarser representations of the same image are derived. A multiscale representation will be completely defined if one has defined the transformations from a finer scale to a coarser scale. In linear filtering, the operator for changing scale is a convolution by a Gaussian kernel and its major utility is to regularize images. Besides several advantages, this linear approach has several disadvantages. For example, after convolution with a Gaussian kernel the images are blurred, particularly some regions of interest like the edges. Moreover, the localization of the structures becomes imprecise in particular at large scales. Other nonlinear multiscale approaches consider the evolution as a function of their geometry avoiding these drawbacks, among them the morphological approaches have a great interest in image processing. Between the different morphological multiscale tools the openings and closings by reconstruction are powerful transformations that preserve edges. To carry out a multiscale representation, many scales could be applied in a transformation but depending on the image, just some of them imply important results. The importance of knowing those scales is with the aim of identifying the most significant scales that best represent the structures of the image, which can be translated in a short processing. The traditional tool in mathematical morphology to study the scales or sizes of the structures in the images is called granulometry by openings. Granulometry, a concept formalized by George Matheron in the

binary case (Matheron, 1967) and extended by Serra (1988) to the gray-level case, is used as a tool aiming at classifying structures according to a series of sieves. To classify them according to their size means to define a family of transformations  $\{\Psi_\lambda\}$  depending on a positive parameter  $\lambda \geq 0$ . These transformations must be: (a) Anti-extensive, which means for a given  $\lambda$ , that the structures greater than  $\lambda$  form a subset of the original structures, (b) Increasing expressing that a subset, for example structures greater than  $\lambda$ , are a part of all structures greater than  $\lambda$ , and (c) the stronger property  $\Psi_\lambda \Psi_\mu = \Psi_\mu \Psi_\lambda = \Psi_{\sup(\lambda, \mu)}$ . This last condition is a little more subtle than the preceding ones and it expresses that sieving the structures by using to sieves of sizes  $\lambda$  and  $\mu$  gives the same result than sieving the structures by the greatest sieve. Observe that granulometry makes reference to the characterization of the elements size present on image; its application on mathematical morphology is based on consecutive morphological transformation with incremental size of  $\lambda$  (Matheron, 1975; Serra, 1982; Dornaika and Zhang, 2000; Vincent, 2000). Since the openings with convex structuring elements satisfy these axioms a granulometry can be simply defined as a decreasing family of openings.

**Definition1:** A family of openings  $\{\gamma_\lambda\}$ , where  $\lambda \in \{1, \dots, n\}$ , is a granulometry if for all  $\lambda, \mu \in \{1, \dots, n\}$  and all function  $f$ ,  $\lambda \leq \mu \Rightarrow \gamma_\lambda(f) \geq \gamma_\mu(f)$ .

Moreover, granulometries by closings, also called anti-granulometries, can be defined as families of increasing closings and they are used for analyzing dark structures. The granulometric analysis provides information about how much the size  $\lambda$  affects the image. Performing the granulometric analysis of an image  $f$  is equivalent to mapping each opening size  $\lambda$  with a measure of the opened image  $\text{mes}(\gamma_\lambda(f))$ . This measure is chosen to be the area or the volume. Therefore, granulometric curve or also called pattern spectrum of  $f$  is then defined as the arithmetical difference  $PS_\lambda(f) = \text{mes}(\gamma_\lambda(f)) - \text{mes}(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))$ . When  $\Delta = 1$ , the function  $PS_\lambda(f)$  maps each size  $\lambda$  to some measure of the bright image structures with this size, whereas for  $\Delta > 1$  structures with size between  $\lambda$  and  $\lambda + \Delta$  are mapped at each size  $\lambda$ . In order to know the portion of structures of size  $\lambda$  contained in the image  $PS_\lambda(f)$  is normalized by the measure of the original image ( $\text{mes}(f)$ ).

Then, equation (7) expresses the granulometric process using openings,  $\text{mes}$  is the volume measure of the image and

$$G(\lambda) = \frac{\text{mes}(\gamma_\lambda(f)) - \text{mes}(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))}{\text{mes}(f)} \quad (7)$$

$G(\lambda)$  is the granulometric density function. The volume measurement ( $\text{mes}$ ) is defined as the sum of all the pixel values of an image. In this case the interesting data are the values of density function with the highest values because these suggest the most accurate  $\lambda$  values for  $f$ . It is important to clarify that although most of the images need a multiscale process, it is also possible that one single scale provides the best result and this depends on each image. Granulometry by closings uses a similar expression.

### 3.2 Combined Multi-scale Rational Filters

As aforementioned the main idea is to combine the best of both multiscale processes (Equations (3) and (6)) in a single final image. In this way, one filter works improving a region with luminance A and as a possible consequence could fade away elements of other region with luminance B, but those elements are not lost because they are conserved by the dual transformation; so when both results are combined, in the accurate proportion into one final image, the result is a uniform contrast improvement. The proposed approach to produce a contrast enhancement consists in constructing a joint multiscale rational method of openings and closings. Once both output images  $R_{M\gamma}$  and  $R_{M\varphi}$  are available, it seems obvious that we can combine them to obtain the called *combined multiscale rational filter* (combined MRF). Among the different alternatives for the combination, a barycentric linear combination of both images is carried out. In mathematical terms, we have:

$$F_{\text{final}} = R_{M\gamma}a + R_{M\varphi}b \quad (8)$$

Where  $R_{M\gamma}$  and  $R_{M\varphi}$  are the results of rational operations,  $a$  and  $b$  are the assigned percentages, which add together 1.0, and  $F_{\text{final}}$  is the final result that contains the contrast enhancement. Since both rational filters are based on transformations by

reconstruction they conserve their characteristics without affecting original structures; this makes the combined MRF reliable.

## 4 Experimental Results

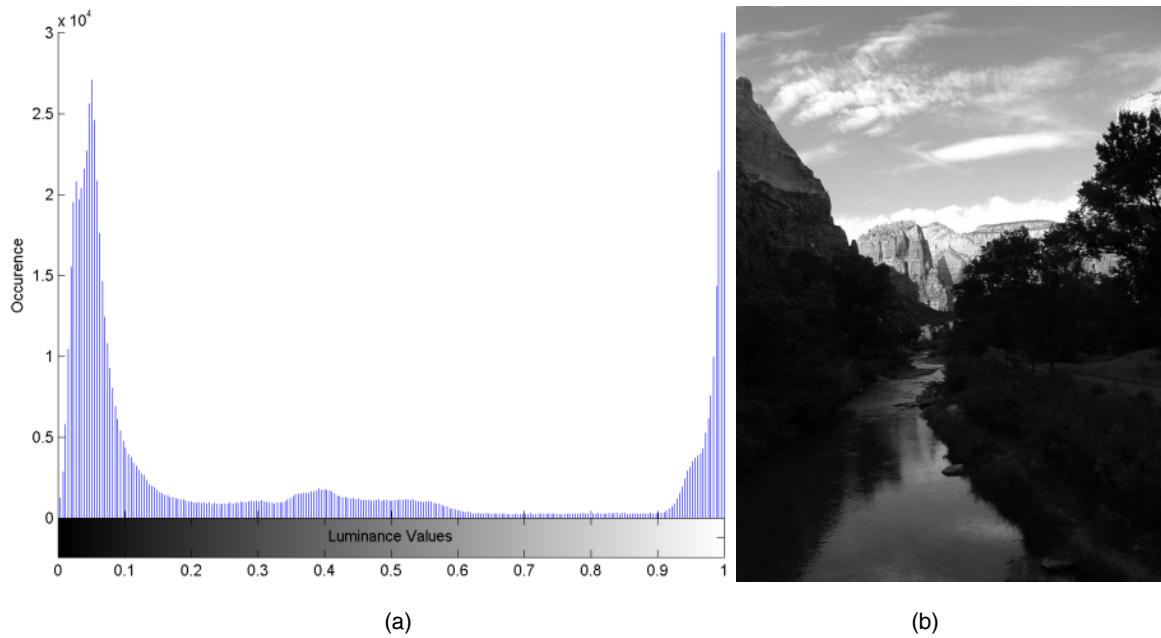
Consider the case of Fig. 1 (a,b), where the image shows two different light conditions. On the one hand bright region has a good illumination and it is possible to observe clearly its elements; on the other hand it is quite difficult to observe the content on the dark region and even more difficult to determine the limits among its elements. The histogram helps to have a better understanding about luminance distribution on this image; notice that there is one peak in the lowest values and another in the highest values, which represent the two predominant regions (dark and light). Image does not have a uniform distribution in its luminance and this causes a poor contrast; so, an image in this condition cannot provide enough information to other processes. In order to uniform the luminance distribution a contrast enhancement is necessary.

**Step 1:** A granulometric analysis is applied to Fig. 1(b) with the aim to find the most accurate scales for it. The analysis was made incrementing the scales in  $\Delta=8$  (see equation (7)) until a maximum of  $\lambda=300$ . The most representative values on resulting graphics indicate the size of those scales that work better with its corresponding filter (Fig. 2 (a, c)). For opening, three scales are the most relevant, but the best result was obtained with  $\lambda=296$ . MRF with opening works improving light regions (Fig. 2 (b)), in this case the image has enough contrast in that region and the change is little noticeable; so, the objective to apply the filter is to conserve and to remark its elements for final image. MRF with closings works in the improvement of dark regions; the granulometric analysis for the closings shows several important scales which were tested, resulting  $\lambda_1=144$  and  $\lambda_2=224$  the most accurate combination. It is important to observe that some elements on light region have disappeared; however, these elements are not lost because they were conserved on the opened image. The change made by MRF with closings is pretty noticeable (Fig. 2 (d)) due to the fact that dark region suffers the most dramatic improvement.

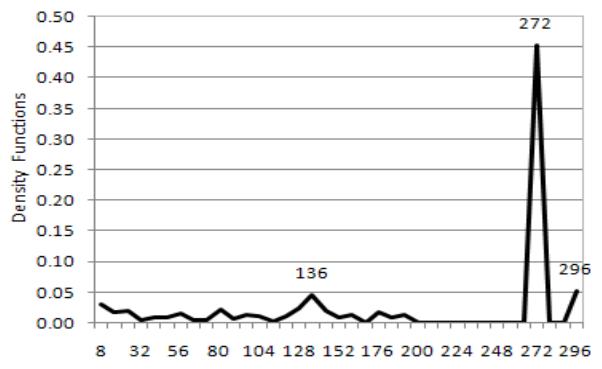
**Step 2:** If resultant images are used individually, although they can show a noticeable contrast enhancement in some regions, this result will not be

uniform. So, they were combined in different proportions resulting  $a= 0.6$  and  $b=0.4$  the more accurate percentages. The new histogram permits to understand how luminance was better distributed along of a valid range (Fig. 3(a)). Change is evident on resulting image (Fig. 3(b)) where now it is possible to distinguish among elements on dark regions; furthermore, regions with enough contrast were not changed drastically but they were slightly improved. The combination of both filters permits a better appreciation of global improvement, where

there can be a better understanding of the importance of considering the neighbor information; changes result natural for the observer because they have a certain harmony with the environment around them.



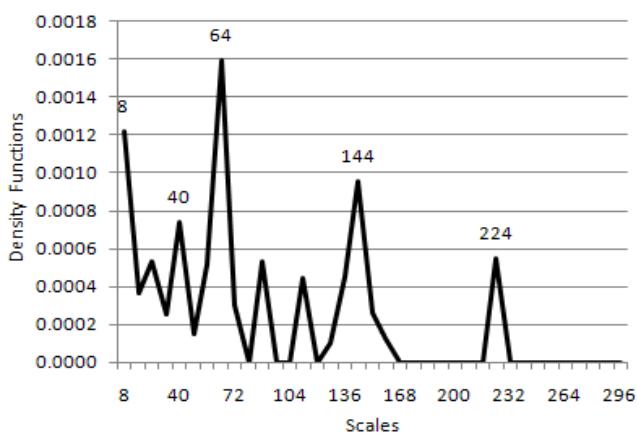
**Fig. 1.** (a) Luminance distribution of (a) an image with different lighting conditions



(a)



(b)

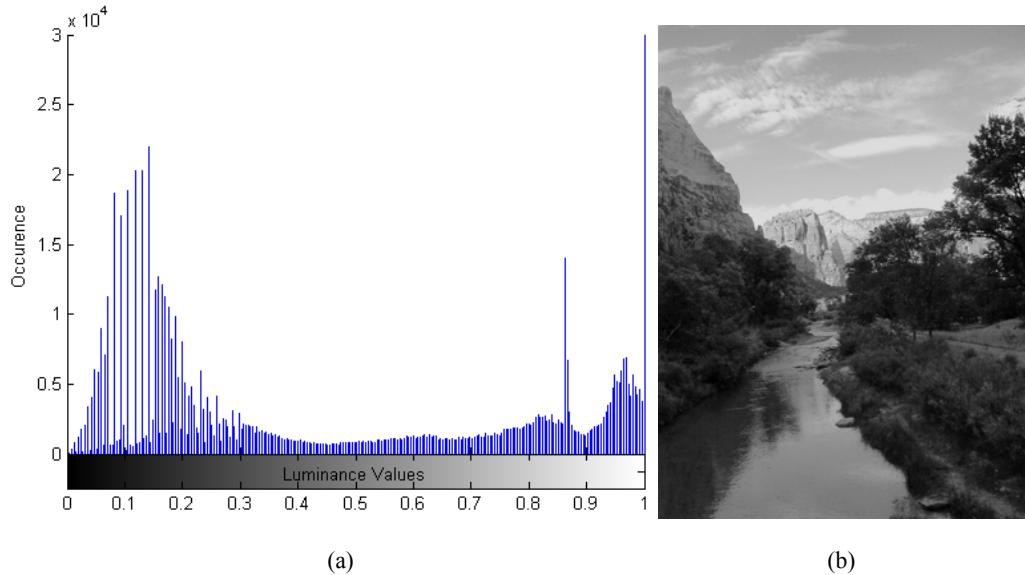


(c)

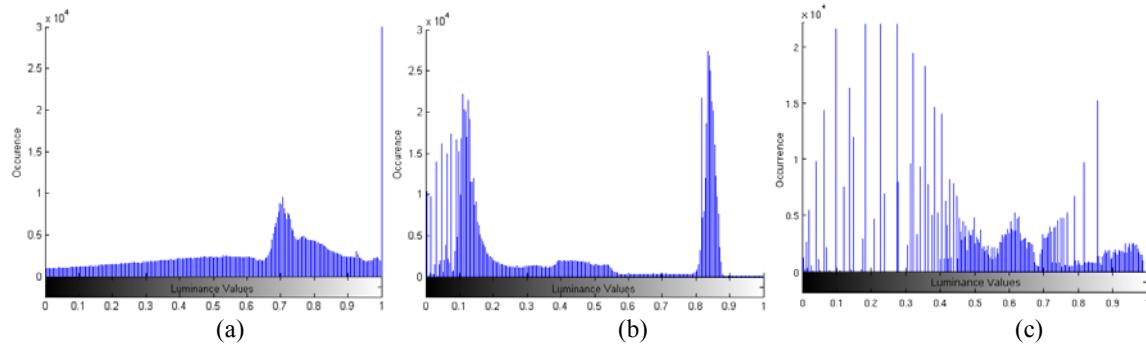


(d)

**Fig. 2.** Granulometric analysis with openings and closings (a, c) and its respective application on MRF (b, d)



**Fig. 3.** Combined MRF (a) luminance distribution and (b) resulting image



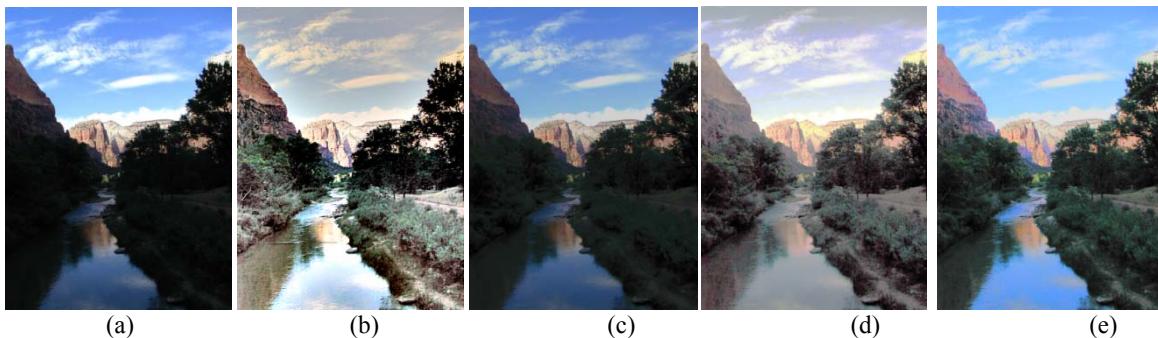
**Fig. 4.** Luminance distribution on contrast improvement results by (a) MSR, (b) MRF with openings and (c) equalization

**Comparative:** With the aim of having a better appreciation of the results, these were compared with three previously mentioned methods: MSR, MRF with openings and equalization. Figure 4(a) shows the luminance distribution resulting from a contrast enhancement by MSR. The two peaks were attenuated and values have better distribution now; it is evident that many values were moved closer at higher values causing more light regions. However, as it can be observed on its color result (Fig. 5(b)), contrast is higher in dark regions but also regions

with good contrast, on original image, were affected making them grayish. Color was also affected, not only on intensity but also in a drastic change of chrominance values; this leads to an unnatural appearance by the creation of false colors. On the other hand, MRF with openings shows a contrast enhancement, mainly on the higher values (Fig. 5(c)), although the majority of pixels are still concentrated on two opposite sides (Fig. 4(b)). Three scales were used for MRF with openings  $\lambda_1=296$ ,  $\lambda_2=356$  and  $\lambda_3=416$ ; however, as only one

transformation is used, some regions look faded. Particularly in this image, it is not possible to reach a better result by MRF with openings; it keeps the chromatic appearance closer to the original colors due to the luminance was worked on the space  $u'v'Y$ . Equalization improvement distributes image values all the valid range along (Fig. 4(c)) which permits a better discrimination among regions. Yet, this result is not accurate because there are two specific regions that must be distributed. There is also a wide region the values of which must be preserved; equalization does not consider the region characteristics but distribute all the values then

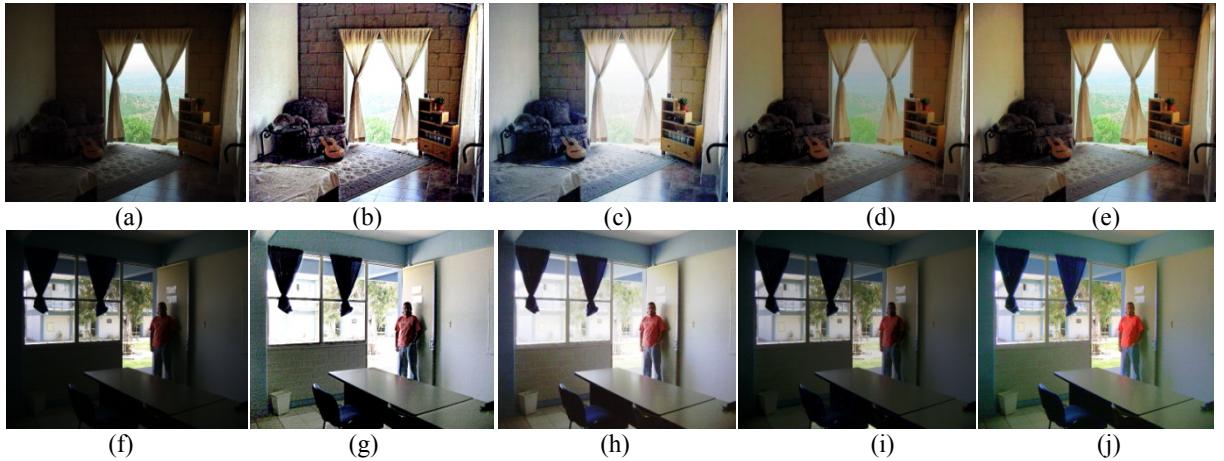
some regions are improved and others are affected (Fig. 5(d)). Finally, Fig. 5(e) shows the image computed by the combined MRF; the process improves the luminance values making darker or lighter the color but without changing the chrominance. Colors present a natural change caused by the new luminance values, but the original chrominance was preserved. Thus, final image gets a global and uniform contrast enhancement and also it keeps a natural appearance. Other results and its comparative are shown on Fig. 6.



**Fig. 5.** (a) Original image and its improvements by (b) MSR, (c) MRF with openings, (d) equalization and (e) combined MRF on color

The importance to compare those methods is because color resulting images permit a visual comprehension about the difference among methods and to demonstrate how the improvement achieved with openings can be improved even more if it is complemented with closings (and viceversa). This combination allows a complete enhancement in terms that its individual work is complemented with the dual transformation work. Some increasing transformations, such as the morphological openings and closings, could modify the original image structures when they are applied. In

mathematical morphology, it is possible to reconstruct these structures through the reconstruction transformations. The main advantage of the reconstruction transformation consists on not adding new elements. Openings and closings by reconstruction are used on combined MRF; in this way, it is viable to ensure that just the original elements and forms are restored on the final image. Also, by using a structural element on mathematics morphology it is possible to reach a better approximation of the human visual compensation under light changes.



**Fig. 6.** (a, f) original images and its contrast enhancement by (b, g) MSR, (c, h) equalization, (d, i) MRF with openings and (e, j) combined MRF on color

## 5 Discussion Cases

Although the main case of study is an image with illumination dynamics as Fig. 5, it is important to know how this method works with other kind of images. By the similitude between MSR and combined MRF only these methods are compared on next cases.

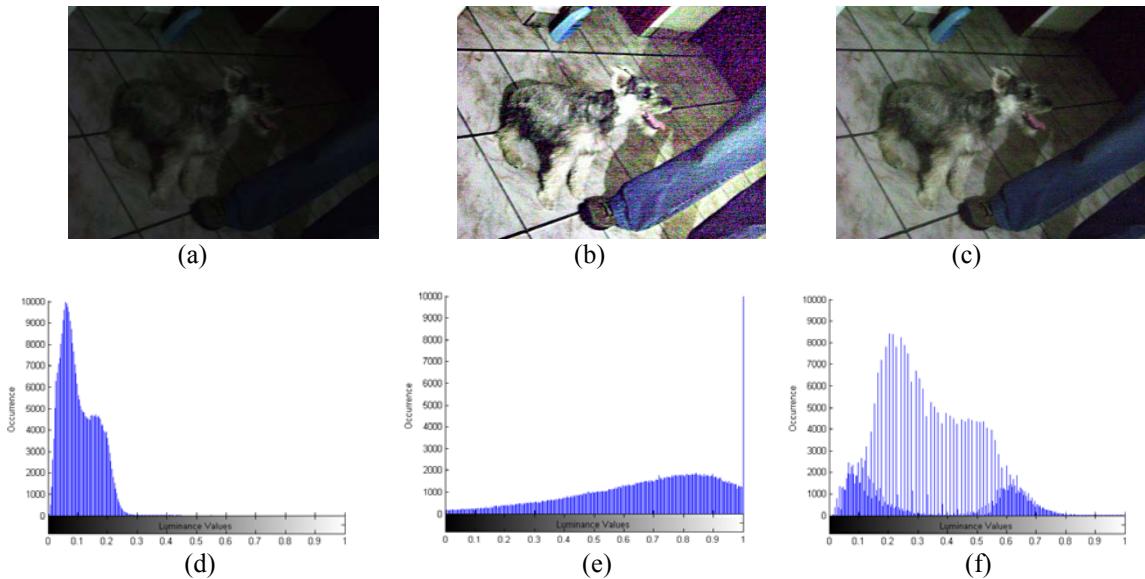
### 5.1 Dark images

Consider Fig. 7(a) which shows a low contrast caused by a poor illumination condition. Its luminance histogram (Fig. 7(d)) has most of the values over the darkest region; so with the purpose of improving the image, the values must be better distributed. MRF with openings alone works light regions. Therefore, in this case it does not result accurate; however, it could provide strong structures for final image if it is used by combined MRF. Image was firstly processed with MSR and the output image presents an important enhancement since its distribution throughout the luminance range (Fig. 7(e)). The new distribution effect is observed on Fig. 7(b) in which an easier discrimination among elements is possible; the change of some colors is also a consequence of the applied processing. The tested results of granulometric analysis suggest the scales  $\lambda_1=104$  and  $\lambda_2=120$  for openings and  $\lambda_1=156$  and  $\lambda_2=172$  for closings. By using combined MRF, not only do luminance values have a good

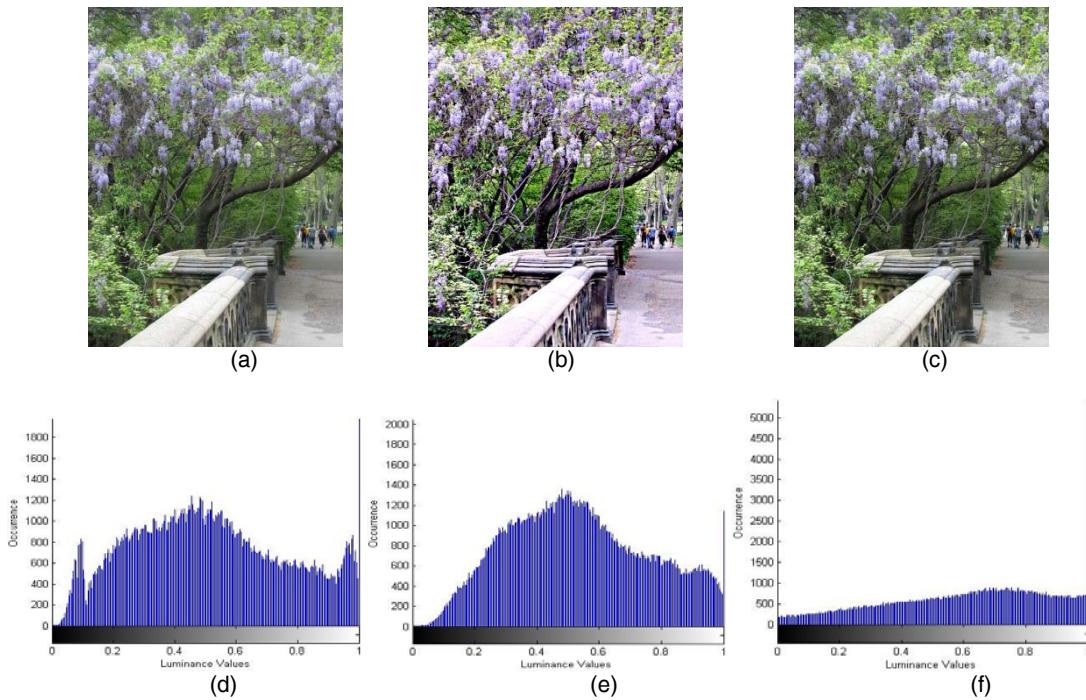
distribution but also colors were conserved in the output image (Fig. 7(c, f)).

### 5.2 Good condition images

An important characteristic about the enhancement methods is how they work over an image in good conditions. For example, if a set of different images is processed, under a contrast enhancement method, the ideal result would be that those images with low contrast are improved but those with good contrast keep this condition. Latter form was tested in order to know how the proposed method works and how its result is respect to other method. Fig. 8(a) shows an image with good contrast, according to its luminance distribution (Fig. 8(d)), in which one element is sufficiently distinguished from the other, so a contrast improvement is not necessary. Distribution is more homogeneous along the luminance range when MSR is applied; yet, its effect in color is little satisfactory because the colors are oversaturated on final result (Fig. 8(b, e)). According to the granulometric analysis the applied scales with the greatest impact are  $\lambda_1=100$  for opening and  $\lambda=60$  for closing. Combined MRF change the luminance distribution although it is closer to original, then color is affected minimally (Fig. 8(c, f)). Hence, by combined MRF it is possible processing an image amid good contrast conditions without affecting it on significant way either resulting on an unnatural appearance.



**Fig. 7.** (a) Original dark image and its improvement by (b) MSR and (c) combined MRF with their respective luminance distribution (d, e, f)



**Fig. 8.** (a) Original image with good contrast and its improvement by (b) MSR and (c) combined MRF with its respective luminance distribution (d, e, f)

## 6 Time Evaluation

Time evaluation, in this study case, depends on many parameters as image size, number of MRF by openings and by closings and their respective sizes. So, it is not possible to determine in a general way a specific range of time for this process. Yet, it is important to have an idea of the processing time for

combined MRF in order to evaluate its performance. Table 1 shows the processing time of the images presented in this work and its processing information according to its processing characteristics. Combined MRF was implemented using C language on a Centrino PC with a clock speed of 1.73GHz, 80GB HD, 1GB RAM under Linux platform.

**Table 1.** Time evaluation of Combined MRF

Image	Size	MRF with Openings	MRF with Closings	Processing Time
Fig. 1(b)	768x1024	296	144, 224	46.8s
Fig. 6(a)	640x480	75, 136	144	10.5s
Fig. 6(f)	640x480	144, 152	52	10.8s
Fig. 7(a)	640x480	104, 120	156, 172	15.2s
Fig. 8(a)	375x500	100	60	3.0s

## 7 Conclusions

Enhance the image contrast is a complicated task when different illumination conditions affect it. There are methods which provide a good improvement but they alter the original colors resulting on an unnatural appearance. In this work the morphological filters and rational operations were studied with the aim to apply them for contrast improvement. The proposed method permits to get a better contrast, without creating new structures or modifying the existing. It is based on rational multi-scale operations with openings and closings by reconstruction; thus, by combining both results in some percentage a uniformly improved image is obtained.

This method works over the luminance, in a color space closer to natural human vision, and its goal is to improve it but taking its neighborhood into consideration; besides, this avoids the creation of false colors. It means that there is a change in intensity not on original hue; this in turn permits to keep a natural appearance. As it was shown, combined MRF improves an image but affecting in a little proportions those regions with good contrast. Predominantly dark images can be processed with the same method and it is possible to achieve good

results; moreover, even when the whole image has good contrast, and it is processed under this method, the result shows a low significant change. The last case is an important characteristic about combined MRF because it does not affect the good state of image in a negative way. Other characteristics about the proposed methods are being investigated.

It is important to clear out two issues: the presented method is focused on contrasting enhancement and keeping the original chrominance. Nevertheless, after some processes, like contrast enhancement, colors could result faded or oversaturated; so, an investigation about color enhancement is now on the make.

## Acknowledgements

We would like to thank the anonymous reviewers for their valuable comments. The author Hayde Peregrina-Barreto thanks the government agency CONACyT for the financial support scholarship 206082. This work was funded by the government agency CONACyT (58367), Mexico.

## Referencias

1. **Barnard, K.&Funt, B. (1999).** Investigations into multi-scale Retinex. *Colour Imaging: Vision and Technology* (9-17). New York: Wiley.
2. **Dornaika, F.&Zhang, H. (2000).** Granulometry using mathematical morphology and motion. *IAPR Workshop on Machine Vision Applications*, Tokio, Japan, 51-54.
3. **Espino-Gudiño, M., Santillan, I.&Terol-Villalobos, I. R. (2007).** Morphological multiscale contrast approach for gray and color images consistent with human visual perception, *Optical Engineering*, 46(6), 1-14.
4. **Fairchild, M. D. (2005).** *Color appearance models* (2nd. Ed.), Hoboken, NJ: Wiley.
5. **González, R. C.&Woods, R. E. (1992).** *Digital image processing*, Reading, Mass: Addison-Wesley
6. **Hunt, R. W. G. (2001).** *Measuring color*(3rd. Ed.),London: Fountain Press.
7. **Kogan, R. G., Agaian, S. & Lentz, K. P. (1998).** Visualization using rational morphology and magnitude reduction. *SPIE Conference Visual Information Processing VII*, Orlando, Florida, USA, 153-163.
8. **Kramer, H. P. & Bruckner, J. B. (1975).** Iteration of non-linear transformation for enhancement of digital image. *Pattern Recognition*, 7(1-2), 53-58.
9. **Land, E. (1986).** Recent advances in retinex theory. *Vision Research*, 26(1), 7-21.
10. **Land, E.&McCann J. J. (1971).** Lightness and retinex theory. *Journal of the Optical Society of America*, 61(1), 1-11.
11. **Lantuéjoul, C.&Maisonneuve, F. (1984).** Geodesic methods in quantitative image analysis. *Pattern Recognition*, 17(2), 177-187.
12. **Levkowitz, H.&Herman, G. T. (1993).** GLHS: A generalized lightness, hue and saturation color models. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 55(4), 271-285.
13. **Lucchese, L.&Mitra, S. K. (2004).** A new class of chromatic filters for color image processing. Theory and applications. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4), 534-548.
14. **Matheron, G. (1967).** *Eléments pour une théorie des Milieux poreux*, Paris: Masson.
15. **Matheron, G. (1975).** *Random sets and integral geometry*, New York: John Wiley and Sons.
16. **Mendiola-Santibañez, J. D. &Terol-Villalobos, I. R.(2002).** Mapeos de contraste morfológicos sobre particiones basados en la noción de zona plana. *Computación y Sistemas*, 6(1), 25-37.
17. **Mendiola-Santibañez, J. D. &Terol-Villalobos, I. R. (2005).** Quantifying contrast methods through morphological gradient. *Computación y Sistemas*, 8(4), 317-333.
18. **Meyer, F. & Serra, J. (1989).** Contrast and activity lattice. *Signal Processing*, 16(4), 303-317.
19. **Mukhopadhyay, S.&Chanda, B. (2000).** A Multiscale morphological approach to local contrast enhancement. *Signal Processing*, 80(4), 685-696.
20. **Pei, S. C., Zeng, Y. C. & Chang, C. H. (2004).** Virtual restoration of ancient Chinese paintings using color contrast enhancement and lacuna texture synthesis. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(3): 416-429.
21. **Rizzi, A.,Gatta C., &Marini D. (2004).** From Retinex to automatic color equalization: issues in developing a new algorithm for unsupervised color equalization. *Journal of Electronic Imaging*, 13(1): 75-84.
22. **Rahman, Z.,Jobson, D. J.&Woodell, G. A. (2004).** Retinex processing for automatic image enhancement", *Journal of Electronic Imaging*, 13(1): 100-110.
23. **Serra, J. (1982).** *Image analysis and mathematical morphology*, New York: Academic Press.
24. **Serra, J. (1988).** Toggle Mappings (*Technical report N-18/88/MM*). Fontainebleau, France: Centre de Morphologie Matematique.
25. **Smith, A. R. (1978).** Color gamut transform pairs. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 12(3), 12-19.
26. **Soille, P. (2003).** *Morphological image analysis: principles and applications*. New York: Springer-Verlag.
27. **Süsstrunk, S., Holm, J.&Finlayson, G. D. (2001).** Chromatic adaptation performance of different rgb sensors. *IS&T/SPIE Electronic Imaging*, California, USA, 4300, 172-183.
28. **Terol-Villalobos, I. R. (1995).** Morphological slope filters. *Intelligent Robots and Computer Vision XIV: Algorithms, Techniques, Active Vision, and Materials Handling*, Philadelphia, USA, 2588, 712-722.
29. **Terol-Villalobos, I. R. (1996).** Non-increasing filters using morphological gradient criteria. *Optical Engineering*, 35(11), 3172-3182.
30. **Toet, A. (1990).** Hierarchical image fusion. *Machine Vision and Applications*, 3(1), 1-11.
31. **Toet, A. (1992).** Multi-scale contrast enhancement with applications to image fusion. *Optical Engineering*, 31(5): 1026-1031.
32. **Vincent, L. (1997).** Current topics in applied morphological image analysis. In W.S. Kendall, O.E. Barndorff-Nielsen, and M.C. van Lieshout (Eds.), *Current Trends in Stochastics Geometry and its Applications* (3-91). London: Chapman&Hall.
33. **Vincent L. (2000).** Granulometries and opening trees. *Fundamenta Informaticae*, 41(1-2): 57-90.



**Hayde Peregrina  
Barreto**

*Received her BSc in computer engineering from Instituto Tecnológico de Cuautla, México and her MS in electrical engineering from Universidad de Guanajuato, México. She is currently a PhD student at Universidad de Querétaro, México. Her research interests include morphological image and computer vision.*



**Iván Terol Villalobos**

*Received his BSc from Instituto Politécnico Nacional (I. P. N.), México, his MSc in electrical engineering from Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N., México, and a DEA in computer science from the University of Paris VI, France. He is currently a researcher at CIDETEQ, México. His current research interests include morphological image processing, morphological probabilistic models and computer vision.*

# Morphological rational operator for contrast enhancement

Hayde Peregrina-Barreto,<sup>1,\*</sup> Ana M. Herrera-Navarro,<sup>1</sup> Luis A. Morales-Hernández,<sup>1</sup> and Iván R. Terol-Villalobos<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Querétaro-Campus San Juan del Rí, Rí Moctezuma No. 249, Col. San Cayetano, San Juan del Rí, Querétaro, C.P. 76800, Mexico

<sup>2</sup>Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico en Electroquímica, Parque Tecnológico Querétaro S/N, San Fandila-Pedro Escobedo, Querétaro, C.P. 76703, Mexico

\*Corresponding author: hperegrina@ieee.org

Received August 4, 2010; revised January 17, 2011; accepted January 18, 2011;  
posted January 19, 2011 (Doc. ID 132817); published February 28, 2011

Contrast enhancement is an important task in image processing that is commonly used as a preprocessing step to improve the images for other tasks such as segmentation. However, some methods for contrast improvement that work well in low-contrast regions affect good contrast regions as well. This occurs due to the fact that some elements may vanish. A method focused on images with different luminance conditions is introduced in the present work. The proposed method is based on morphological transformations by reconstruction and rational operations, which, altogether, allow a more accurate contrast enhancement resulting in regions that are in harmony with their environment. Furthermore, due to the properties of these morphological transformations, the creation of new elements on the image is avoided. The processing is carried out on luminance values in the  $u'v'Y$  color space, which avoids the creation of new colors. As a result of the previous considerations, the proposed method keeps the natural color appearance of the image. © 2011 Optical Society of America

OCIS codes: 100.2980, 330.0330.

## 1. INTRODUCTION

Contrast is the characteristic that allows better discrimination between regions and elements of an image, and it is controlled by the illumination conditions. An image with low contrast does not provide enough information for its correct interpretation. In tasks such as segmentation and classification, in which a parameter is used for distinguishing one element from another, good contrast is fundamental to improve the results and to make image understanding easier. Thus, if images with low contrast require preprocessing to improve their quality and prepare them for further processes, it is necessary to develop efficient tools for this purpose.

Contrast can be improved using techniques from mathematical morphology. One of the first reported methods was proposed by Kramer and Bruckner [1]. This method compares two patterns, eroded and dilated images, and takes the closest pattern to the original values. However, it can degrade the image [2]. Meyer and Serra [3] overcame this drawback by using idempotent transformations, from which the contrast theory in mathematical morphology is derived. Further on, Toet [4] propounded a multiscale contrast enhancement based on a ratio of a low-pass pyramid for representing the original image in which each level of the pyramid is related to the local background. Terol-Villalobos [5,6] proposed morphological slope filters as contrast operators based upon gradient and idempotent mapping criteria; these filters attenuate low-contrast regions and maintain high-contrast regions. Thus, high-contrast regions are more noticeable. Mukhopadhyay and Chanda [7] introduced a multiscale contrast enhancement based on top-hat operators. Mendiola-Santibáñez and Terol-Villalobos [8,9] proposed a method based on contrast differences in a set of

images. Recently, Espino-Gudiño *et al.* [10] studied the openings by reconstruction on multiscale rational operations (RM) as a contrast operator.

It is important to remark that contrast enhancement not only depends on the method but also on the image characteristics. Some methods are focused on improving dark regions owing to the invisibility of the elements, and, as a consequence, the elements in light regions may vanish or have an unnatural appearance. Nevertheless, images with low contrast are not always predominantly dark or light, but they are a combination of both conditions. Some other methods avoid vanishing elements but change color appearance. The proposed method is aimed at images with varying illumination conditions, and it employs the rational operations proposed by Espino-Gudiño *et al.* [10]. The novelty of this method is the combination of RM with openings and closings by reconstruction. This ensures that each region on the image is reached. Moreover, the method does not create new colors as it works only with the luminance intensity.

The proposed method consists in making a granulometric analysis for each type of region in the image, light and dark, in order to determine the scales that best reach each one. The obtained scales will be used by the morphological rational operations to allow the improvement of specific regions. These rational operations will consist in the ratio between the transformation by reconstruction of an image  $f$  and its original values. Subsequently, the result of both rational operations, with openings and closings by reconstruction, will be combined in the necessary proportion to obtain a final contrast improvement. In this way, the method makes a selective contrast improvement. Moreover, the method is not limited to images

with varying illumination conditions but also can be used to improve predominantly dark images, and, in the case of good contrast images, its application does not significantly affect the original conditions.

The present paper is organized as follows. In Section 2 the basic concepts of mathematical morphology, color spaces, and some contrast enhancement methods are described. The proposed method and some experimental results are described in Section 3. A comparison with other methods and some specific cases are also discussed in Section 3. Section 4 discusses future work. Finally, Section 5 addresses the conclusions of this work.

## 2. BASIC CONCEPTS

### A. Basic Morphological Transformations

A morphological filter  $\Psi$  is an increasing and idempotent transformation [11,12] in which the former characteristic implies that, for two images  $f$  and  $g$  such that  $f \leq g$ ,  $\Psi(f) \leq \Psi(g)$ , and the latter characteristic states  $\Psi[\Psi(f)] = \Psi(f)$  for any image  $f$ . Opening ( $\gamma_{\lambda B}$ ) and closing ( $\varphi_{\lambda B}$ ) are the basic morphological filters by a structural element  $\lambda B$ , where  $B$  is the basic structuring element that contains the origin and  $\lambda$  is a homothetic parameter. The structural element can have different forms [13,14]; in this work,  $B$  is a square of  $3 \times 3$  pixels; thus,  $\lambda B$  is a structuring element of size  $(2\lambda + 1)(2\lambda + 1)$ . Both of these filters are expressed in Eq. (1), where  $\epsilon_{\lambda B}$  and  $\delta_{\lambda B}$  are the erosion and the dilation, respectively, defined as  $\epsilon_{\lambda B}(f)(x) = \min\{f(y); y \in \lambda B\}$  and  $\delta_{\lambda B}(f)(c) = \max\{f(y); y \in \lambda B\}$ , and max and min are the maximum and minimum value:

$$\gamma_{\lambda B} = \delta_{\lambda B}[\epsilon_{\lambda B}(f)], \quad \varphi_{\lambda B}(f) = \epsilon_{\lambda B}[\delta_{\lambda B}(f)]. \quad (1)$$

**Remark:** in morphological expressions,  $B$  can be omitted, and, when  $\lambda = 1$ , it can also be omitted; i.e., if  $\lambda = 1$ , the following expressions are equivalent:  $\varphi_{\lambda B} = \varphi_\lambda = \varphi$ .

Other morphological filters are the filters by reconstruction [15,16], which are built by iterating until stability the basic geodesic dilation and erosion defined as  $\delta_f^1(g) = f \wedge \delta_B(g)$  with  $f \geq g$  and  $\epsilon_f^1(g) = f \vee \epsilon_B$  with  $f \leq g$ , respectively, where  $g$  is the marker and  $f$  is the reference image. Particularly, when  $g$  is given by the morphological erosion or dilation of  $f$ , the opening and closing by reconstruction are obtained [see Eq. (2)]. When a filter by reconstruction is applied, the marker grows inside the reference image by preserving the shape of the reconstructed elements:

$$\begin{aligned} \varphi_{\lambda B}(f) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \epsilon_f^n[\delta_{\lambda B}(f)] = \underbrace{\epsilon_f^1 \epsilon_f^1 \dots \epsilon_f^1}_{\text{until stability}} [\delta_{\lambda B}(f)], \\ \tilde{\gamma}_{\lambda B}(f) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_f^n[\epsilon_{\lambda B}(f)] = \underbrace{\delta_f^1 \delta_f^1 \dots \delta_f^1}_{\text{until stability}} [\epsilon_{\lambda B}(f)]. \end{aligned} \quad (2)$$

### B. Retinex

Retinex was the first attempt to develop a computational model in order to emulate the process of human vision [17,18]. This method improves the visual representation of images when light conditions are poor, and it is based on the biological mechanism of the human eye [19,20]. The Retinex algorithm deals with the compensation of image illumination. The single-scale Retinex (SSR) estimates the luminance of a point  $(x, y)$ , influenced by  $K$  randomly selected points, by computing the ratio between the original image  $f$  and its convolution

(\*) with a Gaussian function  $F(x, y, c) = Ke^{-(x^2+y^2)/c^2}$ , where  $c$  is the scale [Eq. (3)]. The result is an image  $\text{SSR}(x, y, c)$  that has been improved in luminance:

$$\text{SSR}(x, y, c) = \log \frac{f(x, y)}{F(x, y, c) * f(x, y)}. \quad (3)$$

Multiscale Retinex (MSR) is an extended version of the SSR that combines the result of  $N$  individual processes with different scales [20–22]. Multiscale Retinex is expressed by Eq. (4), where  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  and  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  are the weight and the scale of each SSR individual process, respectively:

$$\text{MSR}(x, y, w, c) = \sum_{n=1}^N w_n \text{SSR}(x, y, c_n). \quad (4)$$

### C. Color and Color Spaces

Generally, images are represented on the red-green-blue (RGB) color space due to its easy representation on electronic devices. Colors on the RGB space are obtained by mixing quantities of red, green, and blue [23,24]. For some processes it is necessary to manipulate luminance or color individually. For example, contrast enhancement must improve luminance levels without changing the original image colors. This is unlikely to occur on the RGB space because all of its channels have color information. Thus, if the original values change, the result may be a different color. This is the main reason why many processes use other color spaces and only return to the RGB space to display their results. Other color spaces, such as hue, saturation, and lightness; hue, saturation, and value; and hue, saturation, and intensity have separated channels for color and luminance [23,25–27] and are often used for contrast improvement. In recent years, new color spaces, which work more accordingly to the natural way of human vision, have been proposed. The International Commission on Illumination (CIE) recommends two of them:  $L^*u^*v^*$  and  $L^*a^*b^*$  spaces (luminance =  $L^*$  and color =  $u^*v^*$ ,  $a^*b^*$ ) [28,29].

The space  $u'v'Y$ , similar to  $L^*u^*v^*$ , was proposed by Lucchese and Mitra, and it also allows color ( $u'v'$ ) and luminance ( $Y$ ) information [30]. Since this space was built using the notion of just noticeable difference and our proposal for contrasting images takes Weber's law into account, it seems natural to use the  $u'v'Y$  space to develop our approach. Therefore, translating the RGB values to tristimulus values  $XYZ$ , as shown in Eq. (5), and then to  $u'v'Y$  values by using Eq. (6), is necessary; the  $Y$  values on both spaces are the same:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49000 & 0.31000 & 0.20000 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00000 & 0.01000 & 0.99000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$u' = 4X/X + 15Y + 3Z, \quad v' = 9Y/X + 15Y + 3Z. \quad (6)$$

$L^*a^*b^*$  is another space which takes  $XYZ$  values as input and translates them to luminance ( $L^*$ ) and color ( $a^*b^*$ ) [23]. Equation (7) is used for this transformation, where  $X_n$ ,  $Y_n$ , and  $Z_n$  values correspond to the D65 illuminant of CIE, used as the white of reference, and  $\omega$  is the ratio between a value that belongs to the  $XYZ$  space ( $X$ ,  $Y$ , or  $Z$ ) and its associated white reference value ( $X_n$ ,  $Y_n$  or  $Z_n$ ):

$$\begin{aligned} X_n &= 95.02, & Y_n &= 100, & Z_n &= 108.82, \\ L^* &= 116f(Y/Y_n) - 16, \\ a^* &= 500[f(X/X_n) - f(Y/Y_n)], \\ b^* &= 200[f(Y/Y_n) - f(Z/Z_n)], \end{aligned} \quad (7)$$

where  $f(\omega) = \begin{cases} \omega^{1/3}, & \omega > 0.008856 \\ 7.787\omega + 16/116, & \text{otherwise} \end{cases}$

Another interesting color space, referred to as  $la\beta$ , was proposed by Ruderman *et al.* [31]. In this case, Eqs. (8) and (9) are used to transform RGB values to  $la\beta$  values [32]. These three spaces are ideal for processing natural scenes, since they are based on human visual perception:

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3811 & 0.5783 & 0.0402 \\ 0.1967 & 0.7244 & 0.0782 \\ 0.0241 & 0.1288 & 0.8444 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} l \\ a \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5774 & 0.5774 & 0.5774 \\ 0.4082 & 0.4082 & -0.8165 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \end{bmatrix} \log \begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix}. \quad (9)$$

### 3. LUMINANCE CONTRAST ENHANCEMENT

As mentioned above, several methods based on mathematical morphology have been proposed for contrast enhancement. In this section, the proposed methodology for a new contrast operator based on rational operations is described. The main objective of the operator is to preserve the structures on the image and to improve the contrast when necessary. At the same time, results are compared with some other methods commonly used for improving contrast. Since it is interesting to know the results under different color spaces, a comparison among them will be made. Finally, the proposed operator is tested on images with different contrast conditions in order to analyze its functionality.

#### A. Morphological Rational Operator for Contrast Enhancement

Kogan *et al.* [33] developed morphological rational functions that are obtained from the ratio between the basic morphological transformations dilation and erosion to improve border detection. This study was the basis of the RM algorithm for contrast enhancement, later proposed by Espino-Gudiño *et al.* [10], which consists in applying a rational operation between the original image and its opening by reconstruction. Furthermore, Espino-Gudiño *et al.* proposed a multiscale process where the opening by reconstruction at scale  $\lambda_{n+1}$  is used as background to detect and improve those regions at scale  $\lambda_n$  [Eq. (10)]. This multiscale process works with Weber's law because it takes into account the quantitative relation between the magnitude of physical stimuli and their perception [34]. According to this law, the necessary increment on stimulus intensity to generate a change in the sensation is proportional to the intensity of the original stimulus. Regarding this fact, the multiscale process uses openings by reconstruction that enable the generation of a change to improve an image contrast that is noticeable enough:

$$R_{M\bar{\gamma}}(x, \lambda) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\gamma}_{\lambda_{n-1}}(f)(x)}{\tilde{\gamma}_{\lambda_n}(f)(x)}, \quad \text{with } \tilde{\gamma}_{\lambda_0}(f) = f. \quad (10)$$

When an image shows complex illumination conditions with dark and light regions, contrast improvement becomes much harder to achieve. The aim is to target an equilibrium to produce general contrast enhancement in this type of image. In this work, a combination of rational multiscale processes with transformations by reconstruction is proposed, since  $R_{M\bar{\gamma}}$  will be oriented to treat light regions and  $R_{M\bar{\varphi}}$  [Eq. (11)] will deal with dark regions:

$$R_{M\bar{\varphi}}(x, \lambda) = \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\varphi}_{\lambda_n}(f)(x)}{\tilde{\varphi}_{\lambda_{n-1}}(f)(x)}, \quad \text{with } \tilde{\varphi}_{\lambda_0}(f) = f. \quad (11)$$

The present proposal consists in reaching a complete contrast improvement of the image by processing it with both RM ( $R_{M\bar{\gamma}}$  and  $R_{M\bar{\varphi}}$ ) according to their accurate scales. Once both results are available, they must be combined through a convex linear combination of the two images in the so-called morphological rational contrast operator (MRCO). This operator is mathematically expressed in Eq. (12), where  $a$  and  $b$  are constants that together add to 1.0, and MRCO is the resulting contrast-enhanced image. The detailed description of this method is made below:

$$\text{MRCO}(x) = R_{M\bar{\gamma}}(x, \lambda) \cdot a + R_{M\bar{\varphi}}(x, \lambda) \cdot b. \quad (12)$$

#### 1. Implementation of MRCO

Algorithm [1], at the end of the text, shows the process for improving the contrast of an image  $I$  by MRCO, where  $I$  is the luminance image from the space  $u'v'Y$ . If oper = 1 (where "oper" refers to the type of rational operation to be made), then  $R_{M\bar{\gamma}}$  is applied; otherwise  $R_{M\bar{\varphi}}$  takes place. The vector  $u$  contains the scales to be applied, and a transformation by reconstruction ( $J$ ) is obtained for each scale. The ratio between  $I$  and  $J$  must be evaluated. For example, when  $R_{M\bar{\gamma}}$  is applied, the resulting image can have values equal or greater than 1. If ratio > 1.125, then the pixel  $p$  has had a significant change on its value and RM( $p$ ) is incremented by the ratio value. When a set of neighboring pixels has a significant change of value, a full region improves its luminance, and this allows a contrast enhancement among regions. Otherwise, when ratio does not satisfy the condition, RM( $p$ ) is incremented by 1, which represents a very small luminance improvement. The image of the rational process is supplied by the final values of RM. Finally, the image combination by MRCO (shown in Algorithm [1]) allows the control of the level of contrast on the image by mixing high and low levels of luminance.

#### B. Scale Determination

The scale makes reference to the size of the structural element that is necessary in a morphological transformation to access certain regions. Scale links the size of the regions to a representation of the image. In many circumstances, the regions of interest belong to different scales. A multiscale representation will be thoroughly defined if the transformations from a finer scale to a coarser scale have been defined. In linear filtering, the operator for changing scale is a convolution by a Gaussian kernel, and its major utility is to regularize images.

Nevertheless, this linear approach has several disadvantages; e.g., after convolution, the images are blurred, particularly some regions of interest such as the edges. Moreover, the localization of the structures becomes inaccurate mainly at large scales. Other nonlinear multiscale approaches consider the evolution as a function of their geometry, avoiding these drawbacks; morphological approaches particularly have a great interest in image processing. Among the different morphological multiscale tools, the openings and closings by reconstruction are powerful transformations that preserve edges. To carry out a multiscale representation, many scales can be applied on a transformation, but depending on the image, only some of them produce appropriate results. The importance of knowing these scales lies on the capacity of identifying the most significant ones that best represent the structures of the image. With this information, the morphological transformation can be translated into a short processing. The traditional tool available in mathematical morphology to study the scales or sizes of the structures in the images is called granulometry. The concept of granulometries was formalized by Matheron in the binary case [35] and extended by Serra to the gray-level case [11]; it is used as a tool to classify structures according to a series of sieves. To classify structures according to their size means defining a family of transformations  $\Psi_\lambda$  depending on a positive parameter  $\lambda \geq 0$ . These transformations must satisfy the following three properties (see Definition 1): (a) antiextensive, which means that, for a given  $\lambda$ , the structures greater than  $\lambda$  form a subset of the original structures; (b) increasing, expressing on one hand that a subset, for example structures greater than  $\lambda$ , are part of all structures greater than  $\lambda$ , and on the other hand that this property is required for grayscale extensions [36]; and (c) idempotence, expressing that sieving the structures by using two sieves of sizes  $\lambda$  and  $\mu$  provides the same result as when sieving the structures through the greatest sieve. Observe that granulometry makes reference to the characterization of the size of the elements present on the image; its application on mathematical morphology is based on consecutive morphological transformations with  $\lambda$  as the incremental size [11,37–39]. Since the openings with convex structuring elements satisfy these axioms, a granulometry can be simply defined as a family of openings.

**Definition 1.** A size granulometry is a set of operators  $\{\gamma_\lambda\}$  with  $\lambda$  from some totally ordered set  $\Lambda$  (usually  $\Lambda \subseteq \mathbb{R}$  or  $\mathbb{Z}$ ) with the following three properties:

$$\gamma_\lambda(f) \subseteq f, \quad (a)$$

$$f \subseteq g \Rightarrow \gamma_\lambda(f) \subseteq \gamma_\lambda(g), \quad (b)$$

$$\gamma_\lambda(\gamma_\mu(f)) = \gamma_{\max(\lambda, \mu)}(f), \quad (c)$$

for all  $\lambda, \mu \in \Lambda$  [40].

Moreover, granulometries by closings, also called antigranulometries, can be defined as families of closings; they are used for analyzing dark structures. The granulometric analysis provides information about how much the size  $\lambda$  affects the image. Performing the granulometric analysis of an image  $f$  is equivalent to mapping each opening size  $\lambda$  with a measure of the opened image  $\text{mes}(\gamma_\lambda(f))$ . This measure is chosen to be the area or the volume. Therefore, the pattern spectrum of  $f$

[ $\text{PS}(f)$ ] is then defined as the arithmetical difference  $\text{PS}(f) = \text{mes}(\gamma_\lambda(f)) - \text{mes}(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))$  [41]. When  $\Delta = 1$ , the function  $\text{PS}(f)$  maps each size  $\lambda$  to some measure of the bright image structures with this size  $\lambda$ , whereas  $\Delta > 1$  structures with sizes between  $\lambda$  and  $\lambda + \Delta$  are mapped to each size  $\lambda$ . In order to acknowledge the portion of structures of size  $\lambda$  contained in the image,  $\text{PS}(f)$  is normalized by the original image measurement ( $\text{mes}(f)$ ) as

$$\text{PS}(f) = \frac{\text{mes}(\gamma_\lambda(f)) - \text{mes}(\gamma_{\lambda+\Delta}(f))}{\text{mes}(f)}. \quad (13)$$

The volume measurement ( $\text{mes}$ ) is defined as the sum of all the pixel values of an image. In this case the interesting data are the values of the density function with the highest values because these suggest the most accurate  $\lambda$  values for  $f$ . It is important to clarify that, although most of the images need a multiscale process, it is also possible that one single scale provides the best result, but this depends on each image. Granulometry by closings uses a similar expression.

Figure 1 illustrates an example of the granulometric analysis of Fig. 1(a) using Eq. (13). First analysis [Fig. 1(e)] was made by using  $\Delta = 1$ , and the peaks in the graphic represent the structure sizes with more occurrence within the image. It means that a size  $\lambda_n$  with a high value in its PS could reach more regions in the image. This information remains even though the  $\Delta$  value varies. For example, in Fig. 1(f) where  $\Delta = 8$ , the three main scales observed in the previous graphic can still be identified. These scales can also be identified in the original image where one observes that the majority of the regions are formed by small, medium, and large particles. The effect is far more evident when a transformation, using these sizes, is applied; in this case the opening by reconstruction was used. The first scale is  $\lambda = 4$ . As can be observed, only the regions containing the small structures are reached [Fig. 1(b)]. When  $\lambda = 20$  is applied, the regions containing medium structures are reached together with the small elements [Fig. 1(c)]; it means that all the structures with sizes less or equal to  $\lambda$  are touched. Finally, with  $\lambda = 36$ , the largest particles are reached [Fig. 1(d)].

### C. Experimental Results

Consider the case of Fig. 2(a), where the image shows two different light conditions. On one hand, the bright region has a good illumination, and it is possible to observe its elements clearly. On the other hand, it is quite difficult to distinguish the content in the dark region and even more difficult to determine the limits among its elements. The histogram in Fig. 2(b) helps to have a better understanding about luminance distribution on this image; notice that there is one peak in the low values and another in the high values, which represent two predominant regions (dark and light). The image does not have a uniform distribution in luminance, and this causes a poor contrast. An image in this condition cannot provide enough information in further processes. In order to uniform the luminance distribution, a contrast enhancement is necessary.

#### Step 1

A granulometric analysis is applied to Fig. 2(a) with the aim of finding the most accurate scales for its improvement, i.e., those scales that best reach the light or dark regions that we

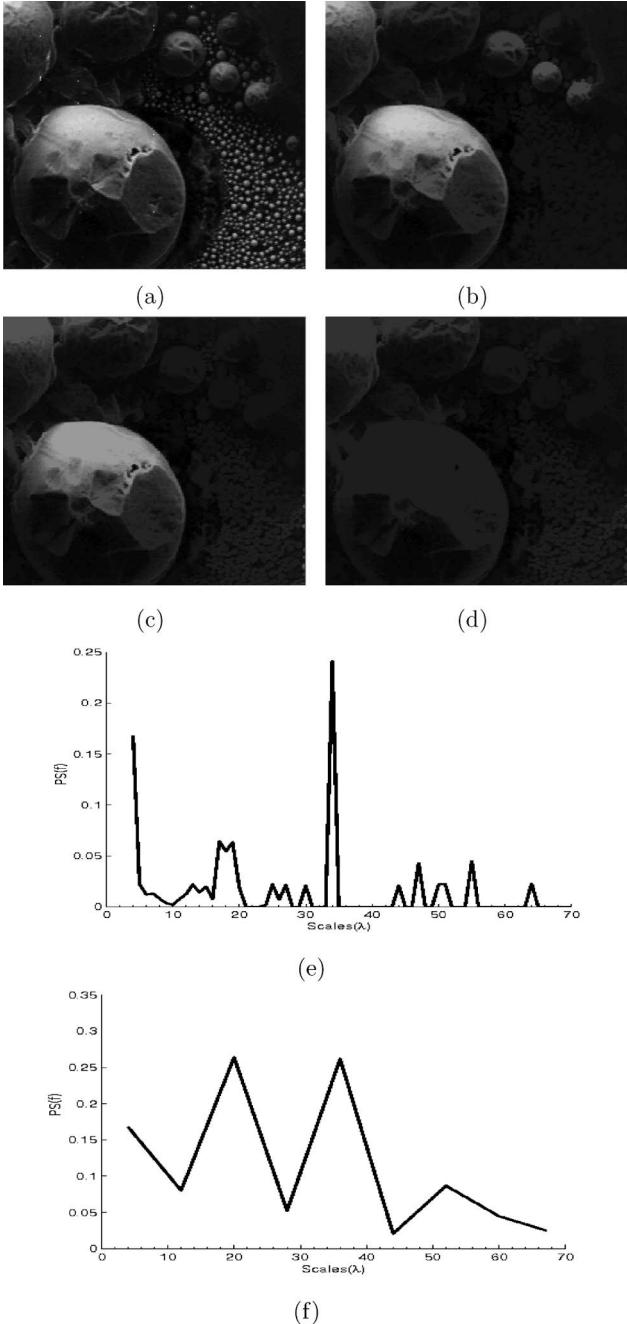


Fig. 1. (a) Original image and its opening by reconstruction using (b)  $\lambda = 4$ , (c)  $\lambda = 20$ , and (d)  $\lambda = 36$  according to the results of its granulometric analysis using (e)  $\Delta = 1$  and (f)  $\Delta = 8$ .

want to improve. Openings and closings by reconstruction are used in the granulometric analysis, since they work on light and dark regions, respectively. An analysis was made by incrementing the scales in  $\Delta = 8$  [see Eq. (13)]. The most representative values on the resulting graphics indicate the size of those scales that work better with its corresponding transformation [Figs. 3(a) and 3(c)]. For the granulometric analysis of light regions, three scales are the most relevant, but the best result was obtained with  $\lambda = 296$  [Fig. 3(b)]. In this case, the image has enough contrast in that region and the change is barely noticeable. The aim of applying  $R_{M\bar{\gamma}}$  is to maintain and remark its elements in the final image. The analysis with an antigranulometry shows several important scales that were

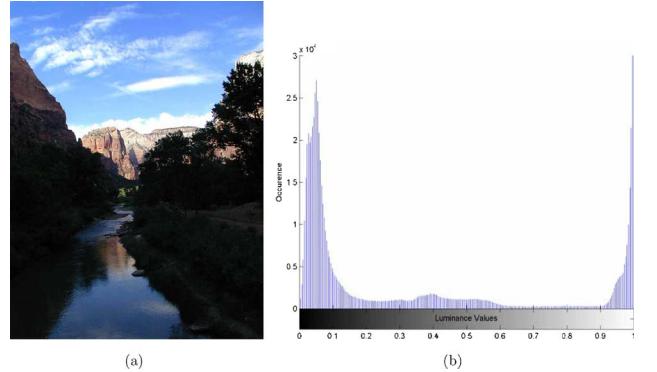


Fig. 2. (Color online) (a) Image with two luminance conditions and (b) its luminance distribution.

tested, resulting in  $\lambda_1 = 144$  and  $\lambda_2 = 224$  the most accurate combination. It is important to observe that some elements on the light region have disappeared; however, these elements are not lost because they are preserved in the opened image. The change is pretty noticeable [Fig. 3(d)] due to the fact that the dark region experiences the most dramatic improvement.

#### Step 2

If the resultant images are used individually, though they can show a noticeable contrast enhancement in some regions, this result will not be uniform. Therefore, they were combined in different proportions, resulting in  $a = 0.6$  and  $b = 0.4$  as the most accurate percentages. Change is evident on the resulting image [Fig. 4(a)], in which it is now possible to distinguish among the elements in the dark regions. Furthermore, regions with enough contrast were not drastically changed but slightly improved. The combination of both rational filters enables a better appreciation of global improvement. This case

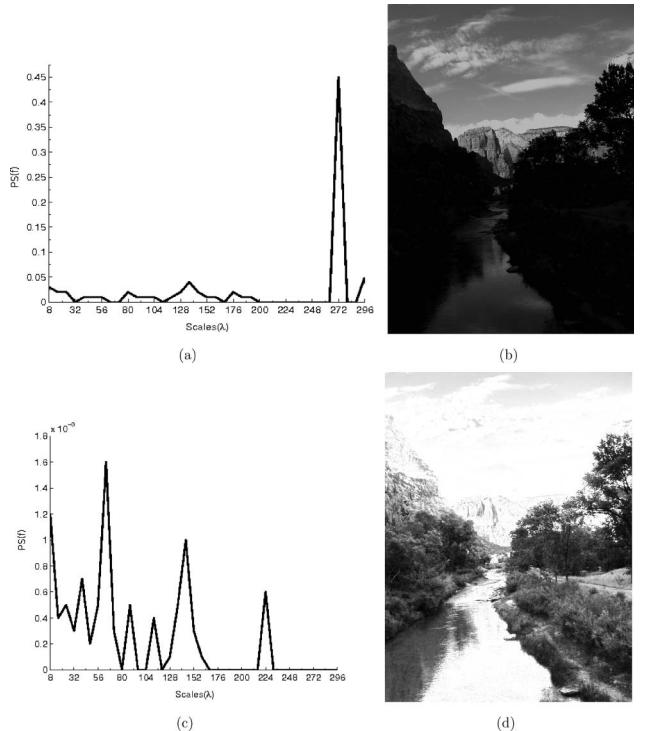


Fig. 3. Pattern spectrum mappings of Fig. 2(a) using (a) granulometry and (c) antigranulometry, and the luminance images as a result of applying (b)  $R_{M\bar{\gamma}}$  with  $\lambda_1 = 296$  and (d)  $R_{M\bar{\phi}}$  with  $\lambda_1 = 144$  and  $\lambda_2 = 224$ .

emphasizes the importance of considering the neighboring information to yield changes that result naturally to the observer because they have a certain harmony with the surrounding environment. The new histogram shows how luminance is better distributed along a valid range [Fig. 4(b)].

#### D. Comparison

With the aim of having a better appreciation of the results, these were compared with three previously mentioned methods: MSR, RM with openings, and equalization. Figure 5(b) shows the luminance distribution resulting from a contrast enhancement by MSR. The two peaks were attenuated, and values have a better distribution now; it is evident that many values were moved closer to higher values, causing more light regions. However, as can be observed on the color result [Fig. 5(a)], the contrast is higher in dark regions, but also regions with good contrast on the original image were affected by making them grayish. Color is also affected, and this leads to an unnatural appearance by the creation of false colors. On the other hand,  $R_{M\bar{\gamma}}$  shows a contrast enhancement, mainly on the higher values [Fig. 5(c)], although the majority of pixels are still concentrated on the opposite sides of the histogram [Fig. 5(d)]. The scales used in this method were  $\lambda_1 = 296$ ,  $\lambda_2 = 356$ , and  $\lambda_3 = 416$ , yet since only one transformation was used, some regions look faded. Particularly in this image, it is not possible to reach a better result by  $R_{M\bar{\gamma}}$ , though the color appearance is closer to the original colors, since luminance was worked on the space  $u'v'Y$ . Equalization improvement distributes image values all along the range [Fig. 5(f)], which enables a better discrimination among regions. Yet this result is not accurate because there are two specific regions that must be distributed. There is also a wide region in which values must be preserved; equalization does not consider the region characteristics but distributes all the values indiscriminately; as a result, some regions are improved and others are affected [Fig. 5(e)]. As shown in Fig. 4(a), MRCO improves luminance values by turning the color darker or lighter but without changing it. Colors present a natural change caused by the new luminance values, but the original color is preserved. Thus, the main advantages of MRCO are to achieve a global and uniform contrast enhancement by keeping a natural appearance.

The importance of the comparison of these methods, particularly when color images are used, is that the resulting color allows a visual comprehension of the difference among

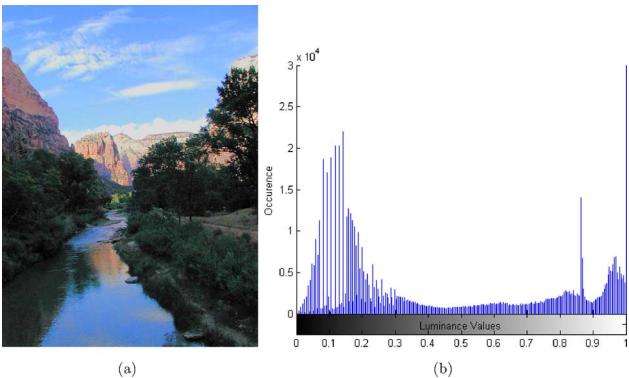


Fig. 4. (Color online) (a) Resulting image of the MRCO process by using  $a = 0.6\%$  of Fig. 3(a) and  $b = 0.4\%$  of Fig. 3(d), and (b) its luminance distribution.

methods. The comparison also demonstrates that the improvement achieved with  $R_{M\bar{\gamma}}$  can be carried further when it is complemented with  $R_{M\bar{\phi}}$  (and vice versa). This combination allows a complete enhancement since the work done with an individual transformation is complemented with the dual transformation. Some increasing transformations, such as morphological openings and closings, can modify the original image structures when they are applied. In mathematical morphology, it is possible to reconstruct these structures through the reconstruction transformations. The main advantage of reconstruction transformation consists in not adding new elements. Openings and closings by reconstruction are used in MRCO to ensure that just the original elements and forms are restored in the final image. Also, by using a structural element in mathematical morphology, it is possible to reach a better approximation of the human visual compensation under light variations.

It is also important to compare the results on other color spaces to make a better analysis of the proposed work.

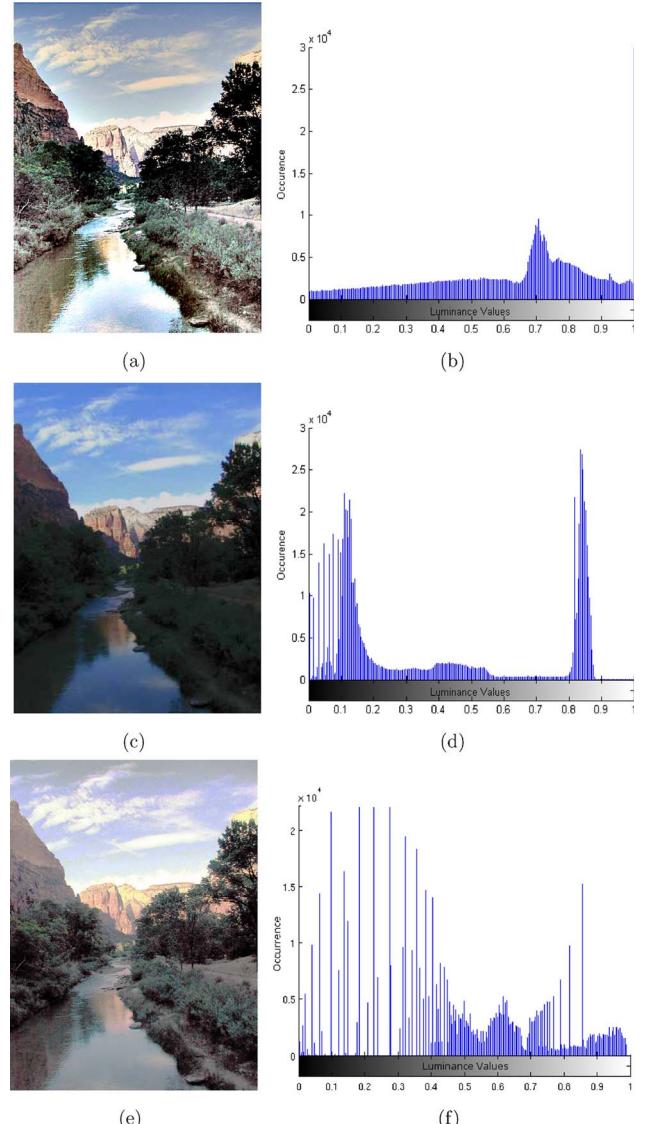


Fig. 5. (Color online) Color images of the improvement of Fig. 2(a) by (a) MSR, (c)  $R_{M\bar{\gamma}}$  and (e) equalization with (b), (d), (f) their respective luminance distributions.

Besides using the  $u'v'Y$  color space in the MRCO method, the  $L^*a^*b^*$  [23] and the perception-based  $la\beta$  [31] color spaces were also tested.

Consider the case of Fig. 6(a), which is improved by the proposed method by applying the scales  $\lambda_1 = 72$  and  $\lambda_2 = 136$  for  $R_{M\bar{\gamma}}$  and  $\lambda_1 = 148$  for  $R_{M\bar{\varphi}}$ . The output image computed by our method and processed on the  $u'v'Y$  color space is illustrated in Fig. 6(c). The new luminance distribution affects the color appearance, as is seen in the resulting image. In fact, since only luminance is modified, the chromatic coordinates  $u'$  and  $v'$  remain without change, and then saturation and hue are not modified. However, the image seems more colorful because of the luminance improvement. Figures 6(e) and 6(g) were processed under the  $L^*a^*b^*$  and  $la\beta$  color spaces, respectively; they present a good general improvement and, in some regions, even a better luminance than in  $u'v'Y$ . However, the paleness on the  $L^*a^*b^*$  result is noticeable. In the color histogram, one can notice that the three channels have similar values and they overlap in some parts of the range. It means that the RGB values are too close to each other, which generates a grayish appearance. This drawback is due to the fact that, on  $L^*a^*b^*$ , when changing  $L^*$  and keeping  $a^*$  and  $b^*$  constant, the saturation is modified and the chroma remains constant; this could be solved with a color enhancement process. The  $la\beta$  result, which has a better color appearance with respect to  $L^*a^*b^*$ , looks similar to

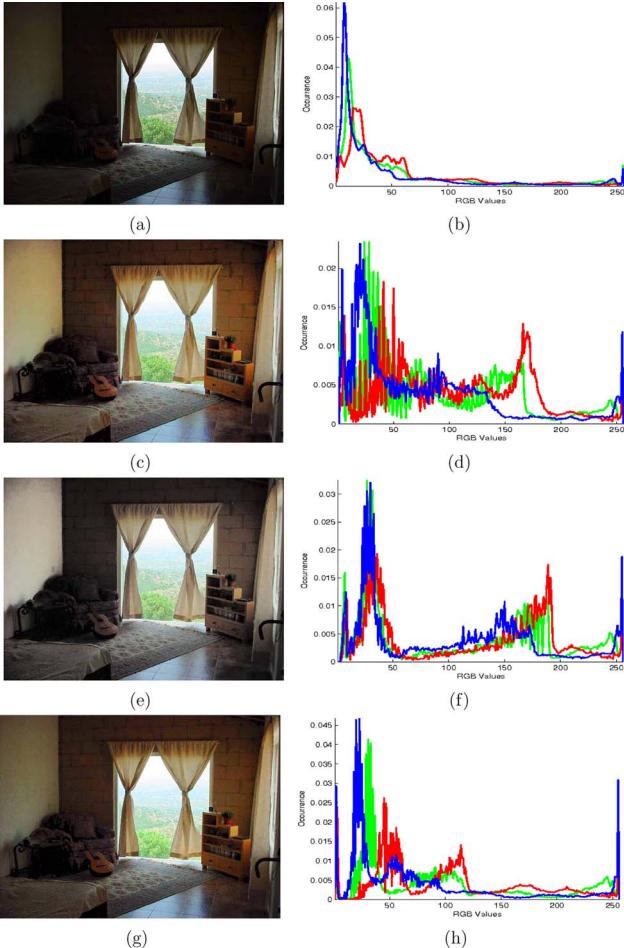


Fig. 6. (Color online) (a) Image with different luminance conditions and its improvement by MRCO in the color spaces (c)  $u'v'Y$ , (e)  $L^*a^*b^*$ , and (g)  $la\beta$  with (b), (d), (f), (h) their respective color histograms.

Fig. 6(c) even on the histogram. Nevertheless, the  $u'v'Y$  result has a better color appearance and quality in some regions. A combination of  $a = 0.8$  and  $b = 0.2$  in  $R_{M\bar{\gamma}}$  and  $R_{M\bar{\varphi}}$ , respectively, was used in all cases.

## E. Discussion Cases

Although the main case of study is an image with illumination dynamics as in Fig. 2(a), it is important to know how this method works with other kinds of images. Given the similarity between MSR and MRCO, only these methods will be compared on the subsequent cases.

### 1. Dark Images

In this work a combination of  $R_{M\bar{\gamma}}$  and  $R_{M\bar{\varphi}}$  has been used for contrast improvement. Yet  $R_{M\bar{\gamma}}$  by itself also provides a good improvement on uniform dark images. Consider the case of Fig. 7(a), which shows a low-contrast image caused by poor illumination conditions reflected on its histogram distribution. Since luminance is uniform, the improvement only requires an operation that works on dark regions, meaning, rational operations with closings. The granulometric analysis gives  $\lambda_1 = 256$  as the most accurate scale for this image. Figure 7(c) shows the improvement made by  $R_{M\bar{\varphi}}$ , where one can distinguish between regions and objects more clearly, the luminance is better distributed [Fig. 7(d)], and the original structures are preserved. As a matter of comparison, the original image was also processed with MSR; the new luminance is better distributed [Fig. 7(f)], and the resulting image displays an outstanding improvement [Fig. 7(e)]. In fact, this result is lighter than Fig. 7(c) but lower in quality. The main

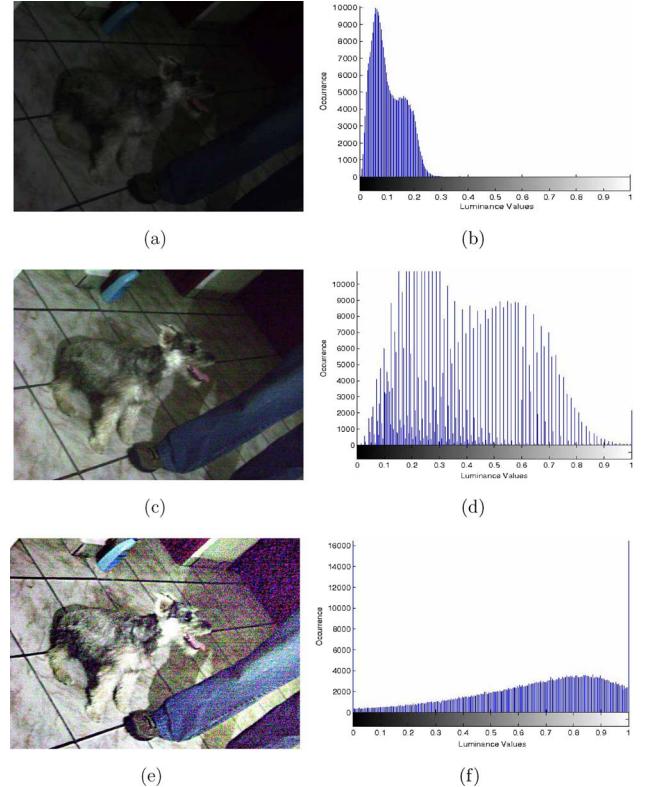


Fig. 7. (Color online) (a) Uniformly dark image and its improvement by (c)  $R_{M\bar{\varphi}}$  using  $\lambda = 256$  and (e) MSR with (b), (d), (f) their respective luminance distributions.

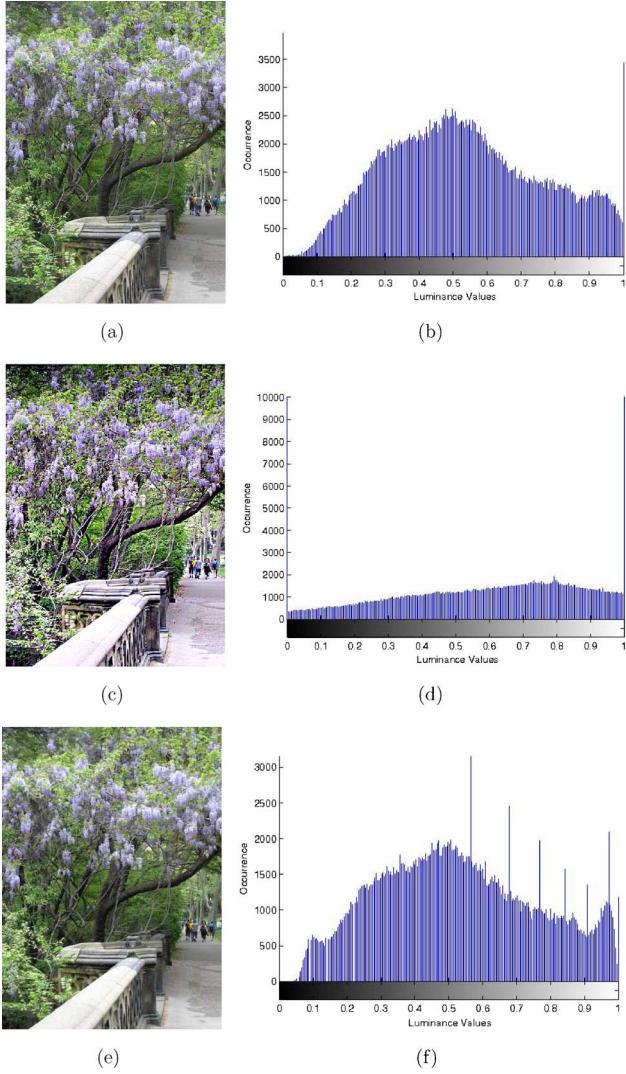


Fig. 8. (Color online) (a) Image with good luminance condition and its process by (c) MSR and (e) MRCO with  $\lambda_1 = 100$  for  $R_{M\bar{\gamma}}$ ,  $\lambda_1 = 60$  for  $R_{M\bar{\varphi}}$ ,  $a = 0.5$ , and  $b = 0.5$  and (b), (d), (f) their respective luminance distributions.

difference between these results is related to the change in structures and colors.

## 2. Good Condition Image

An important characteristic concerning enhancement methods is how they work on an image in good conditions. For example, if a set of different images is processed under a contrast enhancement method, the ideal result would be that images with low contrast are improved and those with good contrast are kept unchanged. An image with good contrast conditions was processed with the MRCO method and the re-

sult compared with the MSR method. Figure 8(a) shows an image with good contrast, according to its luminance distribution [Fig. 8(b)], in which one element is sufficiently distinguished from the other, making contrast improvement unnecessary. Distribution is more homogeneous along the luminance range when MSR is applied [Fig. 8(d)], yet its effect in color is not satisfactory because the colors get oversaturated on the final result [Fig. 8(c)]. According to the granulometric analysis, the applied scales with the greatest impact are  $\lambda_1 = 100$  for  $R_{M\bar{\gamma}}$  and  $\lambda_1 = 60$  for  $R_{M\bar{\varphi}}$ . The MRCO method changes the luminance distribution, although it remains closer to the original [Fig. 8(f)]; thus color is minimally affected [Fig. 8(e)]. Hence, with MRCO it is possible to process an image with good contrast conditions without affecting it significantly, and, as a result, the final appearance is natural.

## F. Time Evaluation

Time evaluation in this case of study depends on many parameters such as image size, number of rational multiscale operations, and their respective sizes. Hence, it is not possible to determine in a general way a specific time range for this process. Yet it is important to have an approximate idea of the processing time for MRCO to evaluate its performance. Table 1 shows the processing times of the images presented in this work and their processing information according to their characteristics. The MRCO method was implemented using C language on a personal computer with a 1.73 GHz processor and 1 GB RAM under the Linux platform.

## 4. FUTURE WORK

Morphological rational operators introduced in the present paper have some limitations, since they are defined using connected filters (openings and closings by reconstruction) with structuring elements (squares in our case). These limitations do not strictly concern the use of a more isotropic structuring element such as a disk, since according to our experience, similar results as those illustrated in the study are obtained using disks as structuring elements. Here, the main drawback lies in the fact that other criteria, such as those proposed by Breen and Jones [42], cannot be used under our approach. In their work, the authors introduced a generalization of filters by reconstruction by means of an attribute-based approach. This family of connected attribute filters has been widely investigated in [43–46], using efficient algorithms based on tree structures [47]. In [45], Wilkinson introduced a new class of connected operator based on attribute-space connectivity that permits the regions to be split into constituent parts, whereas in [43,44] Ouzounis and Wilkinson propose a method based on hyperconnected attribute filters that takes into account contrast and structural information. Particularly, following these works, Ouzounis and Wilkinson [46] have shown the interest of morphological operators to access and process

Table 1. Evaluation Times for MRCO

Image	Size	$R_{M\bar{\gamma}}$	$R_{M\bar{\varphi}}$	Processing Time
Figure 2(a)	768 × 1024	$\lambda_1 = 296$	$\lambda_1 = 144, \lambda_2 = 224$	46.8 s
Figure 7(a)	640 × 480	$\lambda_1 = 104, \lambda_2 = 120$	$\lambda_1 = 156, \lambda_2 = 172$	15.2 s
Figure 6(a)	640 × 480	$\lambda_1 = 72, \lambda_2 = 136$	$\lambda_1 = 148$	10.4 s
Figure 8(a)	375 × 500	$\lambda_1 = 100$	$\lambda_1 = 60$	3.0 s

low/high-contrast elements separately, based on a variety of attributes. Thus, future work will be in the direction of investigating morphological rational operators using filters based on shape. Moreover, motivated by these recent results, we will explore in the future the use of hyperconnected attribute filters by taking into account contrast and structural information.

## 5. CONCLUSION

Enhancing the contrast of an image is a complicated task when different illumination conditions are present. There are many methods available to carry out this task. Some of them apply a single criterion to all pixels, yet it only works when luminance conditions on the image are uniform. Other methods can improve the contrast but also create new colors. In the present work, it was demonstrated that a single criterion method is not the more accurate solution for the contrast enhancement of an image with different luminance conditions. Also, by working only with luminance values, it is possible to keep the original appearance of the image. Transformations by reconstruction and rational operations were studied and applied for contrast enhancement in the present work. The contribution of the proposed morphological rational operator is to enable the improvement of the contrast based on the particular luminance conditions of the image. Besides, since this operator uses transformations by reconstruction, the original structures are preserved. Predominantly dark images can be processed with the same method, and it is possible to achieve good results. Moreover, even when the whole image has good contrast, when it is processed by this method, the result does not show significant changes. This is a relevant outcome because the proposed method does not affect the good state of an image in a negative way. Finally, MRCO could help to improve the result of further tasks if it is used as a preprocessing step. Other characteristics about MRCO are being investigated.

### Algorithm 1. Rational Operation ( $I$ , oper, $u$ )

---

$J \leftarrow$  resulting image of a transformation by reconstruction  
 $RM \leftarrow$  resulting image of rational operation

```

for every scale  $s \in u$  do
    if oper = 1 then
         $J =$  opening by reconstruction of  $I$  with size  $u(s)$ 
    else
         $J =$  closing by reconstruction of  $I$  with size  $u(s)$ 
    end if
    for every pixel  $p \in I$  do
        ratio =  $I(p)/J(p)$ 
        if oper = 1 and ratio > 1.125 then
             $RM(p) +=$  ratio
        else if oper = 2 and ratio < 1.125 then
             $RM(p) +=$  ratio
        else
             $RM(p) += 1.0$ 
        end if
    end for
    Copy image  $J$  in  $I$ 
end for
return RM

```

---

### Algorithm 2. Morphological Rational Operator for Contrast Enhancement

---

$I \leftarrow$  luminance image from the space  $u'v'Y$   
 $u_r, u_\varphi \leftarrow$  vectors with the adequate scales for opening and closing, respectively  
 $RM_r, RM_\varphi \leftarrow$  resulting image of a rational multiscale operation  
 $a, b \leftarrow$  scalar values  
 $RMCO \leftarrow$  resulting image of the morphological rational operator  
 $RM_r = \text{RationalOperation}(I, 1, u_r)$   
 $RM_\varphi = \text{RationalOperation}(I, 2, u_\varphi)$   
 $RMCO = a \cdot RM_r + b \cdot RM_\varphi$   
 Adjustment of RMCO to the range [0, 255]

---

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors Hayde Peregrina-Barreto and Ana M. Herrera-Navarro thank the government agency Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (National Board of Science and Technology) (CONACyT) for the financial support. This work was funded by the government agency CONACyT (58367), Mexico. We thank the reviewers for their comments and suggestions.

## REFERENCES

1. H. P. Kramer and J. B. Bruckner, "Iteration of non-linear transformation for enhancement of digital image," *Pattern Recogn.* **7**, 53–58 (1975).
2. J. Serra, "Toggle mappings," *Tech. Rep. N-18/88/MM* (Centre de Morphologie Matematique, ENSMP, 1988).
3. F. Meyer and J. Serra, "Activity mappings," *Signal Process.* **16**, 303–317 (1989).
4. A. Toet, "Multi-scale contrast enhancement with applications to image fusion," *Opt. Eng.* **31**, 1026–1031 (1992).
5. I. R. Terol-Villalobos, "Morphological slope filters," *Proc. SPIE* **2588**, 712–722 (1995).
6. I. R. Terol-Villalobos, "Non-increasing filters using morphological gradient criteria," *Opt. Eng.* **35**, 3172–3182 (1996).
7. S. Mukhopadhyay and B. Chanda, "A multiscale morphological approach to local contrast enhancement," *Signal Process.* **80**, 685–696 (2000).
8. J. D. Mendiola-Santibañez and I. R. Terol-Vilalobos, "Mapeos de contraste morfológicos sobre particiones basados en la noción de zona plana," *Comput. Sist.* **6**, 25–37 (2002).
9. J. D. Mendiola-Santibañez and I. R. Terol-Vilalobos, "Quantifying contrast methods through morphological gradient," *Comput. Sist.* **8**, 317–333 (2005).
10. M. Espino-Gudiño, I. Santillán, and I. R. Terol-Vilalobos, "Morphological multiscale contrast approach for gray and color images consistent with visual perception," *Opt. Eng.* **46**, 067003 (2007).
11. J. Serra, *Image Analysis and Mathematical Morphology* (Academic, 1982).
12. P. Soille, *Morphological Image Analysis: Principles and Applications* (Springer-Verlag, 2003).
13. P. Soille, E. J. Breen, and R. Jones, "Recursive implementation of erosions and dilations along discrete lines at arbitrary angles," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **18**, 562–567 (1996).
14. E. R. Urbach and M. H. F. Wilkinson, "Efficient 2-D grayscale morphological transformations with arbitrary flat structuring elements," *IEEE Trans. Image Process.* **17**, 1–8 (2008).
15. L. Vincent, "Current topics in applied morphological image analysis" in *Current Trends in Stochastics Geometry and its Applications*, W. S. Kendall, O. E. Barndorff-Nielsen, and M. C. van Lieshout, eds. (Chapman & Hall, 1997).
16. C. Lantuéjoul and F. Maisonneuve, "Geodesic methods in quantitative image analysis," *Pattern Recogn.* **17**, 177–187 (1984).
17. E. Land and J. J. McCann, "Lightness and Retinex theory," *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 1–11 (1971).

18. E. Land, "Recent advances in Retinex theory," *Vis. Res.* **26**, 7–21 (1986).
19. A. Rizzi, C. Gatta, and D. Marini, "From Retinex to automatic color equalization: issues in developing a new algorithm for unsupervised color equalization," *Electron. Imag.* **13**, 75–84 (2004).
20. Z. Rahman, D. J. Jobson, and G. A. Woodell, "Retinex processing for automatic image enhancement," *Electron. Imag.* **13**, 100–110 (2004).
21. D. J. Jobson, Z. Rahman, and G. A. Woodell, "A multiscale Retinex for bridging the gap between color images and the human observation of scenes," *IEEE Trans. Image Process.* **6**, 965–976 (1997).
22. K. Barnard and B. Funt, "Investigations into multi-scale retinex (MSR)," in *Colour Imaging: Vision and Technology*, L. W. Macdonald and M. R. Luo, eds. (Wiley, 1999), pp. 17–36.
23. M. D. Fairchild, *Color Appearance Models* (Wiley, 2005).
24. S. Stürzrunk, J. Holm, and G. D. Finlayson, "Chromatic adaptation performance of different RGB sensors," *Proc. SPIE* **4300**, 172–183 (2001).
25. A. R. Smith, "Color gamut transform pairs," *ACM SIGGRAPH Comput. Graph.* **12** (3), 12–19 (1978).
26. R. C. González and R. E. Woods, *Digital Image Processing* (Prentice-Hall, 1992).
27. H. Levkowitz and G. T. Herman, "GLHS: a generalized lightness, hue and saturation color models," *CVGIP Graph. Models Image Process.* **55**, 271–285 (1993).
28. A. Hanbury and J. Serra, "Mathematical morphology in CIELAB space," *Image Anal. Stereol.* **21**, 201–206 (2002).
29. S. C. Pei, Y. C. Zeng, and C. H. Chang, "Virtual restoration of ancient Chinese paintings using color contrast enhancement and lacuna texture synthesis," *IEEE Trans. Image Process.* **13**, 416–429 (2004).
30. L. Lucchese and S. K. Mitra, "A new class of chromatic filters for color image processing. Theory and applications," *IEEE Trans. Image Process.* **13**, 534–548 (2004).
31. D. Ruderman, T. W. Croning, and C. C. Chiao, "Statistics of cone responses to natural images: implications for visual coding," *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 2036–2045 (1998).
32. E. Reinhard, M. Ashikhmin, B. Gooch, and P. Shirley, "Color transfer between images," *IEEE Comput. Graph. Appl.* **21**, 34–41 (2001).
33. R. G. Kogan, S. Agaian, and K. P. Lentz, "Visualization using rational morphology and magnitude reduction," *Proc. SPIE* **3387**, 301–312 (1998).
34. E. H. Weber, *De Pulsu, Resorptione, Audita et Tactu. Annotationes Anatomicae et Physiologicae*. Koehler, Leipzig, translated by H. E. Ross (Academic, 1978).
35. G. Matheron, *Eléments pour une Théorie des Milieux Poreux* (Masson, 1967).
36. P. Maragos and R. D. Ziff, "Threshold superposition in morphological image analysis systems," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **12**, 498–504 (1990).
37. G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry* (Wiley, 1975).
38. F. Dornaika and H. Zhang, "Granulometry using mathematical morphology and motion," in *Proceedings of IAPR Workshop on Machine Vision Applications* (Springer-Verlag, 2000), pp. 51–54.
39. L. Vincent, "Granulometries and opening trees," *Fundam. Informatic.* **41**, 57–90 (2000).
40. E. R. Urbach, J. B. T. M. Roerdink, and M. H. F. Wilkinson, "Connected shape-size pattern spectra for rotation and scale-invariant classification of gray-scale images," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **29**, 272–285 (2007).
41. P. Maragos, "Pattern spectrum and multiscale shape representation," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **11**, 701–716 (1989).
42. E. J. Breen and R. Jones, "Attribute openings, thinnings and granulometries," *Comput. Vis. Image Underst.* **64**, 377–389 (1996).
43. G. K. Ouzounis, "Generalized connected morphological operators for robust shape extraction," Ph. D. thesis (University of Groningen, 2009).
44. G. K. Ouzounis and M. H. F. Wilkinson, "Mask-based second generation connectivity and attribute filters," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **29**, 990–1004 (2007).
45. M. H. F. Wilkinson, "Attribute-space connectivity and connected filters," *Image Vis. Comput.* **25**, 426–435 (2007).
46. G. K. Ouzounis, and M. H. F. Wilkinson, "Hyperconnected attribute filters based on  $k$ -flat zones," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **33**, 224–239 (2011).
47. P. Salembier, A. Oliveras, and L. Garrido, "Anti-extensive connected operators for image and sequence processing," *IEEE Trans. Image Process.* **7**, 555–570 (1998).

# Análisis Semi-automático de Imágenes para la Determinación del Tamaño de Grano

## Aplicación de la Metodología Propuesta para la Simplificación de Imágenes

Investigación desarrollada en colaboración con CIDETEQ.

### 1. Pre-procesamiento

Debido a la variación de las condiciones que pueden presentar las muestras, es necesario realizar un pre-procesamiento a fin de mejorar la calidad de las imágenes. La Fig. 1(a) muestra la imagen original en niveles de gris y, visualmente, los granos tienen una apariencia uniforme. Sin embargo, al binarizarla se puede comprobar que existen diferencias de valor importantes dentro de un mismo grano. Además, se observa que existe un ruido significativo que puede afectar procesamientos futuros. Se requiere de un pre-procesamiento a fin de separar claramente los granos y sus contornos, así como uniformar el nivel de gris que identifica el área completa del grano. El pre-procesamiento aplicado se describe a continuación.

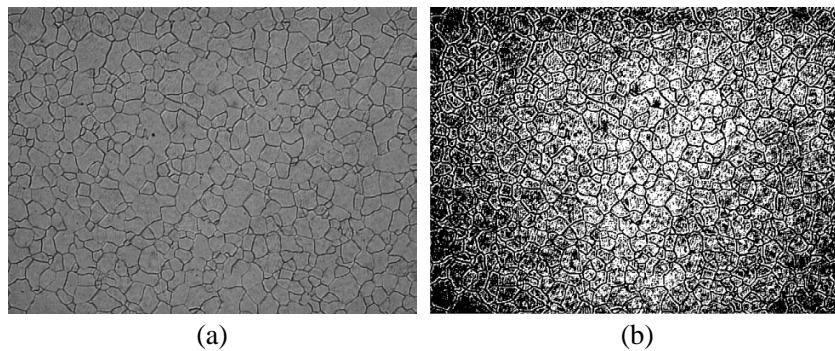


Fig. 1: Imagen original en (a) niveles de gris y (b) binarizada.

- *Uniformar el nivel de gris del grano:* para ello se hace uso de la eliminación de regiones por distancia. Esto es, en base al valor de un criterio  $\alpha$ , las regiones conexas de la imagen que tengan una diferencia menor o igual a  $\alpha$  se unen. Esto permite que los niveles de gris que forman la región de un grano, se agrupen bajo un mismo valor. En base a pruebas hechas con diferentes campos, se determinó que  $\alpha=20$  es un valor adecuado. La Fig. 2 muestra la imagen resultante de este paso. Como se observa las regiones de los granos han sido uniformadas aunque aun necesita mayor claridad la imagen.

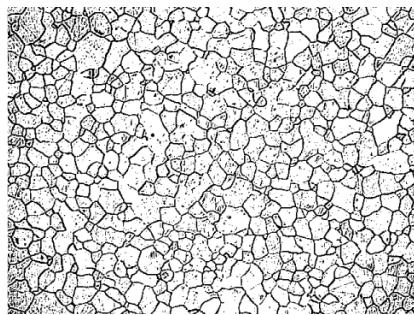


Fig. 2: Eliminación de niveles con  $\alpha=20$ .

- *Eliminación de pequeños elementos:* este procesamiento permite eliminar pequeñas regiones como puede ser ruido o bien granos de tamaño muy pequeño que no influyen significativamente en la medición. Para esto se utiliza un criterio  $\beta$  en base al cual los elementos de tamaño menor o igual a  $\beta$  son pasan a formar parte de la región conexa a la que pertenecen. Para este criterio, se determinó un  $\beta=30$  como valor adecuado. La Fig. 3 muestra el resultado de la eliminación y se observa que la imagen muestra solo las regiones de interés con mayor claridad.

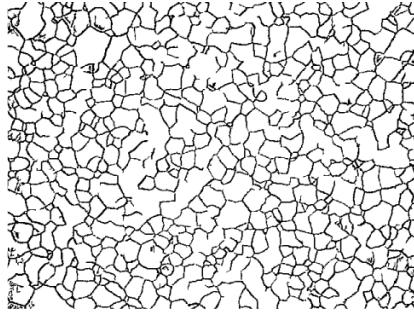


Fig. 3: Eliminación de elementos con  $\beta=30$ .

- *Cerradura morfológica:* como se observa en la Fig. 3 algunos contornos quedan abiertos por distancias pequeñas pero importantes. Si estos contornos no se cierran el proceso de conteo puede considerar varios granos como uno solo de tamaño mayor. A fin de evitar esto, se realiza una dilatación morfológica con  $\lambda=1$  para cerrar los contornos cercanos. Posteriormente, se aplica una erosión para adelgazar los contornos. El resultado es una mejor definición del área y contorno de los granos que facilitará el conteo de los mismos para el cálculo final.

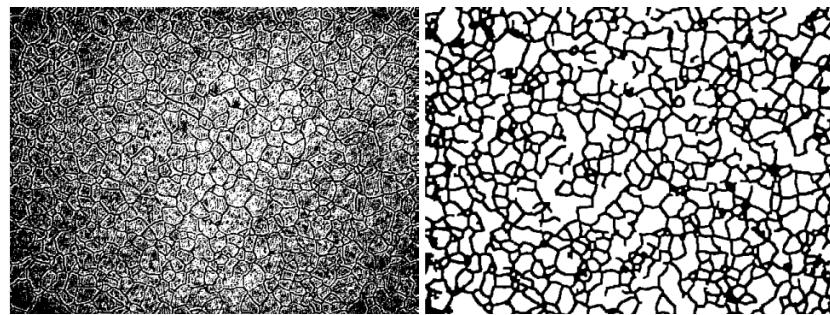


Fig. 4: Cerradura morfológica para definir contornos.

## 2. Conteo de granos

Una vez obtenida la imagen mejorada del pre-procesamiento y siguiendo los lineamientos que establece la norma ASTM E-1382 97, establecida para análisis automático de imágenes, se procedió a obtener el tamaño de grano correspondiente. Se utilizó el método descrito en la sección *13.8 método de conteo de granos*. Este método estima el tamaño de grano en base a la cantidad de granos que hay en un área de prueba de tamaño conocido ( $A_{ti}$ ). La norma establece que se deben eliminar todos aquellos granos que intersectan el borde del área (Fig. 5). Una vez obtenida la imagen final se procede a realizar los cálculos.

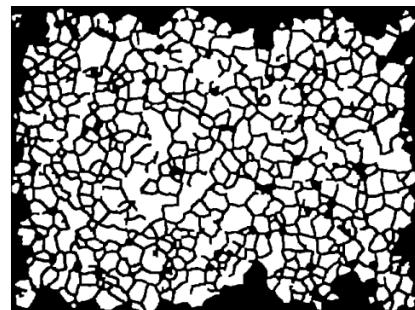


Fig. 5: Eliminación de granos que intersectan el borde del área.

- a.** Los granos completamente dentro del área son contados ( $N_i$ ) y divididos por el área de prueba para obtener el número de granos por unidad de área ( $N_{Ai}$ ) para cada campo.
- b.** Este proceso debe repetirse para al menos 5 campos, preferentemente más. Se obtiene el promedio de granos por unidad de área de todos los campos considerados ( $\bar{N}_A$ ).
- c.** Calcular la desviación estándar ( $s$ ) en base a  $\bar{N}_A$ .
- d.** Dado que las muestras procesadas son de una sola fase, se utilizó la fórmula 1 de la tabla 3 de la norma:

$$G = (3.321928 \log \bar{N}_A) - 2.954$$

e. Calcular el índice de confidencialidad,

$$95\% CI = \pm \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}}$$

donde,  $t$  es una constante asociada al número de campos procesados y  $n$  es el número de campos procesados.

f. Calcular el porcentaje de exactitud relativa,

$$\% RA = \frac{95\% CI}{\bar{N}_A} \cdot 100$$

La norma establece que para una medición confiable este índice de exactitud no debe ser mayor al 10%.

g. Finalmente, es necesario calcular la incertidumbre del procesamiento, para lo cual se utilizan las siguientes formulas:

$$\text{Desviación estándar experimental de la media} = s_3 = \frac{s_2}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Incertidumbre estándar} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot s_3$$

Donde  $s_2$  es la desviación estándar de los valores finales de  $G$  obtenidos en las diferentes muestras.

### 3. Determinación de Tamaño de Grano

a. Consideraciones generales:

Acercamiento: 200X

Tamaño mínimo de la rejilla: 0.01 mm

Pixelles en 0.01 mm: 10

Dimensiones de la imagen: 640x480

Área de la imagen: 0.3072 mm<sup>2</sup>

$A_{ti} = 645.16 \text{ mm}^2 (\text{In}^2)$

$n = 20$

$t = 2.093$

b. Conteo de granos y cálculo de  $G$

Empleando las formulas descritas previamente se obtiene el tamaño de grano de la muestra. El primer valor de  $N_i$  corresponde al número de granos en el área de la imagen.  $N_i$  ( $\text{In}^2$ ) corresponde al número de granos por pulgada cuadrada. Esta aproximación se empleó para poder comparar el resultado final con los valores que

da el estándar (Ver sección de resultados).  $N_{Ai}$  es el número de granos por pulgada cuadrada en base al cual se calcula  $G$  y los porcentajes correspondientes.

Campo	$N_i$	$N_i (in^2)$	$N_{Ai}$	$G$	95% CI ±	%RA
1	272	571235.4167	885.42	6.84	<b>25.20</b>	<b>6.55</b>
2	440	924057.2917	1,432.29	7.53		
3	371	779148.3073	1,207.68	7.28		
4	345	724544.9219	1,123.05	7.18		
5	405	850552.7344	1,318.36	7.41		
6	450	945058.5938	1,464.84	7.56		
7	425	892555.3385	1,383.46	7.48		
8	373	783348.5677	1,214.19	7.29		
9	327	686742.5781	1,064.45	7.10		
10	352	739245.8333	1,145.83	7.21		
11	469	984961.0677	1,526.69	7.62		
12	421	884154.8177	1,370.44	7.47		
13	407	854752.9948	1,324.87	7.42		
14	328	688842.7083	1,067.71	7.11		
15	471	989161.3281	1,533.20	7.63		
16	345	724544.9219	1,123.05	7.18		
17	388	814850.5208	1,263.02	7.35		
18	426	894655.4688	1,386.72	7.48		
19	337	707743.8802	1,097.01	7.15		
20	345	724544.9219	1,123.05	7.18		
$\bar{N}_A$	<b>384.85</b>		<b>1,252.77</b>	<b>7.3231</b>		
$s$	<b>53.85</b>		<b>175.28</b>	<b>0.2069</b>		

Tabla 1: Calculo de  $G$  con  $n=20$ .

#### 4. Resultados Finales

##### a. Influencia del pre-procesamiento

La siguiente tabla muestra con mayor claridad la importancia del pre-procesamiento para el conteo de granos paso a paso hasta llegar a la imagen final.

P0: imagen sin procesamiento.

P1: uniformar niveles de gris.

P2: eliminación de elementos pequeños.

P3: cerradura morfológica.

Campo	Ni (P0)	Ni (P1)	Ni (P1-P2)	Ni(P1-P3)
$\bar{N}_i$	1194	328.25	325.7	384.85
s	200.84	293.56	291.93	53.85

Tabla 2: Conteo de granos durante el pre-procesamiento

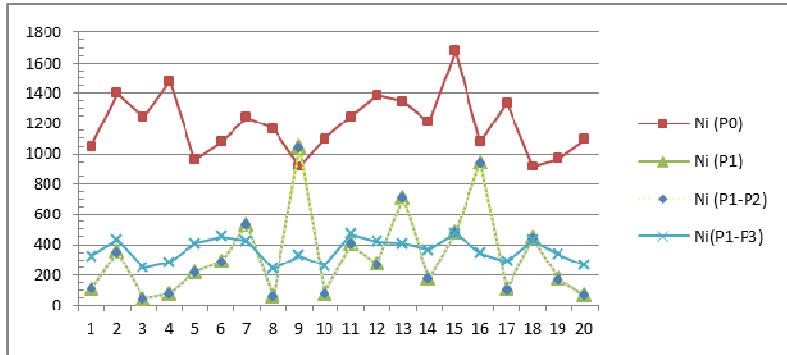


Grafico 1: Comportamiento del conteo durante el pre-procesamiento.

El pre-procesamiento juega un rol fundamental en la determinación del tamaño de grano. Sin este el conteo no es adecuado y por tanto el resultado final es erróneo. Como se observa en los valores del Grafico 1, el conteo de granos es elevado cuando la imagen no ha sido preparada. En promedio el conteo es de 1194 granos por campo (ver Tabla 2). Esta cantidad elevada se debe al hecho de que existen muchas regiones dentro del mismo grano y todas son contadas como un grano independiente. Cuando las regiones se uniforman, el número baja a 328 pero la desviación estándar es muy alta lo cual no produce buenos resultados. Lo mismo sucede con la eliminación de elementos pequeños. Esto se debe a que si bien ambos procesamientos sirven para dar claridad a la imagen, su efecto real se hace evidente hasta aplicar la cerradura morfológica. Esto es debido a que la cerradura permite separar los granos de manera más adecuada, dando en promedio un conteo de 384 granos por campo con una desviación de 53.

### b. Muestra 1

Se procesaron 8 carpetas correspondientes a tomas de la misma muestra en diferentes días. Cada una de las carpetas contiene 20 campos. Para una mayor exactitud se analizaron los valores obtenidos con diferente número de campos obteniendo los siguientes resultados.

### *Calculo de G con diferente n*

Campos	G	95% CI ±	%RA
5	7.25	79.24	21.62
10	7.29	39.61	10.54
15	7.34	32.24	8.26
20	7.32	25.20	6.55

Tabla 3: Análisis de valores con diferente  $n$ .

Se realizaron los cálculos correspondientes empleando diferente número de campos para el análisis. El  $G$  promedio fue 7.3 con una  $s=0.04$ . Si bien el valor de  $G$  no varía significativamente el porcentaje de exactitud sí. Como se observa en la Tabla 3, con 5 y 10 campos el valor de %RA esta fuera del rango que marca el estándar (10%). A fin de disminuir el valor, se procesó un número de campos mayor, 15 y 20, con lo cual los índices de confiabilidad y exactitud tienen valores satisfactorios. En base a este comportamiento, se sugiere que mediciones posteriores consideren  $n=20$ .

### *Tamaño de grano final*

Se procesaron los campos correspondientes a cada una de las carpetas para obtener el tamaño de grano final de la muestra1. El Grafico 2 muestra los valores de  $G$  obtenidos a partir de las diferentes tomas que se procesaron. En promedio el valor de  $G$  fue 7.1 con una incertidumbre de 0.01 en el procesamiento.

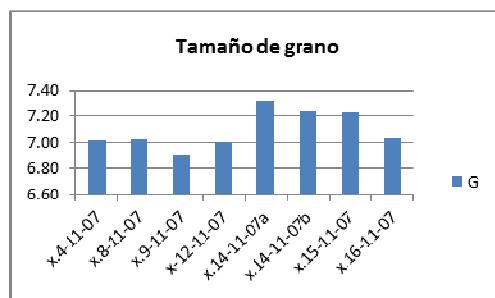


Grafico 2: Tamaño de grano de la muestra 1 por carpetas.

### **c. Muestra 2**

Se tomaron imágenes a 200X de la muestra 2 procesando 20 campos. De acuerdo al reporte de esta muestra el valor de  $G$  esta entre 7 y 8. En nuestra medición se obtuvo un valor de  $G=7.57$  con una  $\%CI=7.13$  y  $\%RA=6.84$ .