



Universidad Autónoma de Querétaro  
Facultad de Ingeniería  
Maestría en Ciencias (Estructuras)

**“Metodología para la calibración de modelos de elemento finito de puentes atirantados”**

Opción de titulación  
**Tesis**

Que como parte de los requisitos para obtener el Grado de  
**Maestro en Ciencias (Estructuras)**

Presenta:  
**Miguel Anaya Díaz**

Dirigido por:  
**Dr. Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández**

Codirigido por:  
**Dr. Juan Antonio Quintana Rodríguez**

Dr. Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández  
Presidente

Firma

Dr. Juan Antonio Quintana Rodríguez  
Secretario

Firma

Dr. Moisés Guadalupe Arroyo Contreras  
Vocal

Firma

Dr. Jaime Horta Rangel  
Suplente

Firma

Dr. Francisco Javier Carrión Viramontes  
Suplente

Firma

Firma

**Dr. Manuel Toledano Ayala**  
Director de la Facultad de Ingeniería

Firma

**Dra. Ma. Guadalupe Flavia Loarca Piña**  
Directora de Investigación y Posgrado

Centro Universitario  
Querétaro, Qro.

Abril, 2018

## Resumen

Hoy en día, es de vital importancia garantizar la seguridad y el desempeño adecuado de las estructuras civiles, especialmente aquellas que su falla o degradación generarían efectos desfavorables para la sociedad como lo son los puentes atirantados. Ante las acciones de eventos naturales más frecuentes, al aumento del flujo vehicular y a las degradaciones propias de los materiales de la estructura es necesario generar esquemas para diagnosticar y mejorar la salud estructural de los puentes, por ello, en esta investigación se desarrolla la generación de una metodología basada en el análisis modal del Puente Mezcala y en la actualización del modelo de elemento finito. Estos modelos de elemento finito actualizados permiten simular la respuesta de la estructura ante cualquier tipo de carga, ante la pérdida de un elemento, evaluar los efectos de modificaciones o reparaciones a la estructura, etc. Este trabajo se divide en dos partes, la primera que consistió en la obtención de las respuestas reales de la estructura, como lo son las frecuencias naturales y formas modales a través del análisis de señales dinámicas en dominio de la frecuencia y la segunda que consistió en la actualización o calibración del modelo de elemento finito, donde se discutieron tres distintos métodos de optimización.

**(Palabras clave:** Puentes atirantados, Análisis de señales, Calibración de modelos de elemento finito, Puente Mezcala)

## Summary

Nowadays, it is vital to guarantee the safety and adequate performance of civil structures, especially those whose failure or degradation would generate unfavorable effects for society, such as cable-stayed bridges. Against the actions of more frequent natural events, the increase of vehicular flow and the degradations inherent to the materials of the structure, it is necessary to generate schemes to diagnose and improve the structural health of the bridges, therefore, this research develops the generation of a methodology based on the modal analysis of the Mezcala Bridge and on the updating of the finite element model. These updated finite element models allow to simulate the response of the structure to any type of load, to the failure of an element, to evaluate the effects of modifications or repairs to the structure, etc. This work is divided into two parts, the first consisting of obtaining the real answers of the structure, such as natural frequencies and mode shapes through the analysis of dynamic signals in the frequency domain and the second consisting of the updating or calibration of the finite element model, where three different optimization methods were discussed.

**(Key words:** Cable-Stayed Bridges, Signal Analysis, Finite Element Model Updating, Mezcala Bridge)

*“Para mi bella Sophia”*

## ***Agradecimientos***

*Al pueblo de México que a través de instituciones como CONACYT financió esta investigación.*

*A la Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural del Instituto Mexicano del Transporte por apoyarme y permitirme realizar esta investigación de tesis, y en especial al Dr. Juan Antonio Quintana Rodríguez, al Dr. Francisco Javier Carrión Viramontes y al M. en C. Luis Álvaro Martínez Trujano por brindarme su valiosa guía y ayuda.*

*A todos mis profesores de la Maestría en Ciencias Estructuras de la Universidad Autónoma de Querétaro por brindarme sus valiosas enseñanzas, en especial, al Dr. Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández, al Dr. Moisés Arroyo Contreras, al Dr. Juan Pablo Sánchez Amezcuita y al Dr. Jaime Horta Rangel.*

# Tabla de Contenidos

<b>1. Introducción</b>	1
1.1 Justificación	2
1.2 Hipótesis	4
1.3 Objetivo General	4
1.4 Objetivos Particulares	4
<b>2. Antecedentes y revisión bibliográfica</b>	5
2.1 Revisión del estado del arte	5
2.2 Puente Mezcala	8
2.2.1 Sistema de monitoreo remoto del Puente Mezcala	8
2.3 Método de elemento finito	14
2.3.1 Programa de elemento finito StaDyn	15
2.4 Análisis modal experimental	16
2.4.1 Pruebas de vibración ambiental	16
2.4.2 Relación deformación-desplazamiento	17
2.5 Análisis de sensibilidad	17
2.6 Métodos de optimización	18
2.6.1 Algoritmo Gauss-Newton	19
2.6.2 Regularización	20
2.6.3 Metodología de superficies de respuesta	21
2.6.4 Algoritmos genéticos	22
2.6.5 Optimización enjambre de partículas	24
2.6.6 Cálculo de las tensiones óptimas en los tirantes	25
<b>3. Metodología</b>	26
3.1 Desarrollo del modelo de elemento finito del Puente Mezcala	27

3.2 Análisis modal experimental del Puente Mezcala	35
3.3 Análisis de sensibilidad	54
3.4 Calibración del modelo de EF utilizando métodos de optimización	58
<b>4. Resultados y discusión</b>	<b>63</b>
<b>5. Conclusiones</b>	<b>70</b>
<b>6. Referencias bibliográficas</b>	<b>72</b>
<b>7. Apéndices</b>	<b>78</b>

# Índice de Figuras

Figura 2.1 Puente Mezcala _____	8
Figura 2.2 Acelerómetro instalado en tirante de sujeción del Puente Mezcala _____	9
Figura 2.3 Inclinómetros instalados en estribo del Puente Mezcala _____	10
Figura 2.4a Extensómetro instalado en viga de acero _____	11
Figura 2.5 Sistema de adquisición de datos del Puente Mezcala (Informe de Investigación IMT, 2016) _____	12
Figura 2.6a Instrumentación de la torre 4 del Puente Mezcala _____	13
Figura 3.1 Esquema de la metodología desarrollada _____	26
Figura 3.2 Ejes y dimensiones del Puente Mezcala _____	27
Figura 3.3 Grados de libertad del elemento barra _____	28
Figura 3.4 Grados de libertad del elemento viga _____	28
Figura 3.5 Grados de libertad del elemento placa _____	29
Figura 3.6 Figura 3.6 Sección transversal del tablero _____	30
Figura 3.7 Modelo de elemento finito del Puente Mezcala _____	30
Figura 3.8 Mallado del tablero (eje sobre la pila 3) _____	31
Figura 3.9 Modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero _____	36
Figura 3.10 Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones vehiculares ____	37
Figura 3.11 Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones ambientales ____	38
Figura 3.12 Señal típica de un acelerómetro en un pilón ante excitaciones ambientales__	39
Figura 3.13 Señal típica de acelerómetro en tirante ante excitaciones ambientales_____	39
Figura 3.14 Metodología para el análisis de señales _____	40
Figura 3.15 Respuesta libre amortiguada obtenida a través de la correlación de la señal _	41
Figura 3.16 Esquema de selección de sensor de referencia _____	42
Figura 3.17 Señal filtrada en un rango de frecuencias 0-1 Hz _____	43
Figura 3.18 Espectro de frecuencias de Fourier _____	44
Figura 3.19 Pseudo espectro de frecuencias MUSIC _____	45
Figura 3.20 Espectro de frecuencias MUSIC para un bloque de datos _____	46
Figura 3.21 Espectro de frecuencias promediado_____	46

Figura 3.22 Espectro de frecuencias (excitaciones vehiculares) _____	46
Figura 3.23 Espectro de frecuencias promediado (excitaciones vehiculares) _____	47
Figura 3.24a Comparación de la forma modal del modo 1 _____	48
Figura 3.25a Modo 1 (flexión del tablero) _____	51
Figura 3.26a Sensibilidad de la primer frecuencia natural _____	55
Figura 3.27 FSR de la primer frecuencia natural _____	62
Figura 4.1 Convergencia del módulo de elasticidad del tablero _____	63
Figura 4.2 Convergencia del módulo de elasticidad de las vigas _____	63
Figura 4.3 Convergencia del módulo de elasticidad de las torres _____	64
Figura 4.4 Convergencia de la densidad efectiva del tablero _____	64
Figura 4.5 Convergencia de la densidad de las torres _____	64
Figura 4.6 Convergencia de la función objetivo utilizando AG _____	65
Figura 4.7 Convergencia de la función objetivo utilizando PSO _____	66
Figura 4.8 Comparación de tensiones aguas arriba _____	68
Figura 4.9 Comparación de tensiones aguas abajo _____	68
Figura 4.10 Comparación de los desplazamientos del tablero por los efectos de la carga muerta del modelo calibrado y las tensiones obtenidas del pesaje _____	69

# Índice de Tablas

Tabla 1.1 Puentes atirantados en México (Carrión, 2006)	3
Tabla 2.1 Factores utilizados para el DDC (Deng y Cai, 2010)	22
Tabla 3.1 Propiedades de los elementos barra y viga	32
Tabla 3.2 Propiedades de los elementos placa	32
Tabla 3.3 Propiedades mecánicas de los materiales	33
Tabla 3.4 Modos de vibración del modelo preliminar	35
Tabla 3.5 Parámetros modales identificados	50
Tabla 3.6 Parámetros estructurales	54
Tabla 3.7 Valores del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales	58
Tabla 3.8 Combinaciones de parámetros estructurales	60
Tabla 4.1 Parámetros estructurales identificados	66
Tabla 4.2 Frecuencias naturales obtenidas	67

# Capítulo 1

## Introducción

“El modelo es la solución” (Doyle, 2004), en esta cita reside el gran potencial para la evaluación y predicción de sistemas del mundo real a través de modelos matemáticos, no obstante, estos modelos cuando son concebidos están incompletos en el sentido de que son incapaces de representar adecuadamente la realidad del fenómeno en estudio. En el caso de estructuras mecánicas y civiles, el modelo matemático predilecto es el Método de Elementos Finitos (MEF), que permite analizar el comportamiento dinámico y/o estático de una estructura ante la acción de cualquier tipo de carga, sin embargo, cualquier modelo de EF de una estructura real también es incompleto, debido al gran número de consideraciones o simplificaciones propias del MEF, como lo son el tipo de elementos, el comportamiento de los materiales, la homogeneidad de propiedades a través de la estructura, condiciones de frontera, etc. Si a esto agregamos, que a un modelo de EF inicialmente se le atribuyen diversas propiedades de materiales como el módulo de elasticidad, densidad y coeficiente de Poisson basados en los valores promedio que aparecen en la literatura y las imperfecciones de la misma construcción de la estructura, al final se obtiene un modelo de EF con una representación muy pobre de los efectos que en realidad ocurren en la estructura o prototipo real. El completar este modelo matemático en orden de que represente adecuadamente la estructura real, es un problema de tipo inverso, es decir, se desconoce el sistema pero conocemos algo de su respuesta, generalmente a través de mediciones experimentales, la solución de este problema inverso brinda los mejores parámetros del modelo con los cuales es posible simular el comportamiento real de la estructura, posteriormente poder simular su respuesta ante fuertes cargas accidentales (sismo y viento), prognosis estructural, contar con un modelo de referencia para monitorear futuros cambios en la respuesta y detectar daño, planificación de acciones de mantenimiento, etc., de nuevo, el modelo es la solución.

## 1.1 Justificación

En orden de alcanzar un desarrollo sostenible para la sociedad, es de gran importancia que sean realizadas grandes inversiones para que la infraestructura pueda ser utilizada durante toda su vida útil (Schulne, 2008). Desde el año de 1990 y a raíz del gran surgimiento de puentes importantes en México, se ha utilizado el sistema de administración de puentes denominado SIPUMEX, con el cual se mantiene una base de datos completa y actualizada de todo el inventario de puentes en la red federal de carreteras del país y con el cual se evalúa la condición de los puentes y se elaboran programas anuales de conservación.

Sin embargo, los actuales métodos implementados de inspección, detección de daño y confiabilidad estructural están basados en inspecciones visuales las cuales son incapaces de detectar daños internos o comportamientos anormales de operación y no es posible obtener una estimación cuantitativa del daño o de la capacidad estructural remanente (Carrión, 2006). Por lo cual, hay una gran necesidad y una motivación esencial en desarrollar metodologías para evaluar la condición y confiabilidad estructural de manera objetiva y precisa (Brownjohn & Xia, 2001).

Resolver el problema inverso de la detección de daño es muy similar a la identificación de parámetros para calibrar un modelo, se podría decir que detectar daño es consecuente a calibrar el modelo (Friswell & Mottershead, 1995), ya que las técnicas basadas en búsquedas globales como el MBG (Método de Búsqueda Global), (Quintana, 2012a), la teoría de perturbaciones de rango mínimo (Carrión, 2001) requieren de un modelo de EF previamente calibrado que sirva como una referencia del estado actual de la estructura.

En México existen alrededor de 8,000 puentes inventariados por el SIPUMEX, de los cuales 9 se pueden considerar de carácter especial por ser del tipo atirantado, en la tabla 1.1 se muestran estos puentes, con su información más relevante (longitud del claro y edad).

Tabla 1.1 Puentes atirantados en México (Carrión, 2006)

<b>Nombre del Puente</b>	<b>Estado</b>	<b>Longitud del claro principal (m)</b>	<b>En servicio desde</b>
Baluarte	Sinaloa	520	2008
Tampico	Tamaulipas	360	1988
Mezcala	Guerrero	311	1993
Dovalí Jaime	Veracruz	288	1984
Quetzapalapa	Guerrero	213	1993
Río Papaloapan	Veracruz	203	1995
Barranca El Zapote	Guerrero	176	1993
Barranca El Cañon	Guerrero	166	1993
Grijalva	Tabasco	116	2001

De los anteriores puentes, Baluarte, Mezcala y Río Papaloapan cuentan con un sistema de monitoreo estructural remoto (SMER) que tiene la función de dar seguimiento en tiempo real a las condiciones normales de operación, a través de diversos tipos de sensores (acelerómetros, extensómetros, inclinómetros, medidores de desplazamiento, sensores de temperatura, estaciones climatológicas, cámaras de video) distribuidos estratégicamente sobre la estructura, en este esquema, es de vital importancia un modelo calibrado de referencia ya que es el enlace entre la información del SMER y cualquier análisis de confiabilidad estructural (Okasha, 2011).

## 1.2 Hipótesis

Es posible desarrollar una metodología para la calibración de modelos de elemento finito de puentes atirantados a través del análisis modal de vibración ambiental de un modelo experimental y la implementación de métodos de optimización.

## 1.3 Objetivo General

Desarrollar una metodología de calibración de modelos de elemento finito de puentes atirantados basada en pruebas de vibración ambiental utilizando las señales provenientes de un sistema de monitoreo remoto y en algoritmos de optimización.

## 1.4 Objetivos Particulares

- ❖ Desarrollar el modelo de elemento finito del Puente Mezcala, utilizando los planos existentes y la información obtenida de mediciones *in-situ* de las secciones de los elementos estructurales del puente.
- ❖ Realizar un análisis modal experimental utilizando las señales de galgas extensiométricas localizadas en las vigas principales del Puente Mezcala.
- ❖ Realizar un análisis de sensibilidad utilizando el modelo de elemento finito del Puente Mezcala con el fin de identificar los parámetros que más influyen en las respuestas estructurales de interés.
- ❖ Calibrar el modelo de elemento finito del Puente Mezcala utilizando las frecuencias naturales identificadas en el análisis modal experimental y las tensiones obtenidas de pesajes en campo mediante algoritmos de optimización.

## Capítulo 2

### Antecedentes y revisión bibliográfica

#### 2.1 Revisión del estado del arte

Hoy en día, los sistemas de monitoreo estructural remoto se han convertido en una herramienta importante en el análisis y la evaluación de estructuras civiles, esta importancia subyace en la capacidad del SMER de proveer las propiedades fundamentales de una estructura como son las frecuencias naturales, formas modales y factores de amortiguamiento y utilizar estas estas propiedades como una referencia para monitorear la estructura y detectar cambios debidos a daño o para calibrar un modelo de elemento finito. Esta tecnología ha sido ampliamente utilizada en el análisis modal de puentes atirantados porque permite evaluar aspectos cruciales como las fuerzas de tensión en los tirantes que de otra manera conllevarían la necesidad de emplear procedimientos más costosos (Carrión, 2007). Brownjohn (1998) describe el análisis modal de un puente atirantado donde la respuesta dinámica fue obtenida utilizando acelerómetros colocados en el tablero, en este estudio se mostró que las pruebas de vibración ambiental fueron más eficientes que las pruebas de vibración forzada debido a que esta última presentaba una baja relación señal-ruido, el procedimiento sin costo de vibración ambiental es descrito por Wilson (1991), en este estudio un total de 25 modos fueron identificados en un rango de frecuencias 0-2 Hz, por otra parte, Chang (2001) utilizó acelerómetros localizados en el tablero y en los pilones de un puente atirantado identificando un total de 38 modos en un rango de 0-4 Hz, este estudio concluye que los puentes atirantados se caracterizan por tener modos muy cercanos en frecuencia y modos acoplados. Ren (2008) utilizó un total de 15 acelerómetros para medir el comportamiento dinámico de un puente atirantado identificando un total de 12 frecuencias naturales en un rango de 0-1 Hz, en este estudio se discute de la importancia de la configuración inicial de equilibrio del puente, la cual es descrita por un análisis estático de carga muerta, Cunha (2001) describe la prueba de vibración ambiental como un

procedimiento certero para estimar las frecuencias naturales y formas modales. No obstante, los trabajos previamente descritos emplearon acelerómetros para medir la respuesta dinámica y el empleo de dispositivos como las galgas extensiométricas para el análisis modal de puentes atirantados no ha sido ampliamente cubierto hasta ahora, las ventajas de emplear extensómetros es que pueden ser usados tanto para análisis dinámicos y estáticos, ahorrando en instrumentación y la posibilidad de ser embebidos en estructuras (Marques, 2014), Calcada (2001) utilizó galgas extensiométricas para medir y comparar las respuestas dinámicas y estáticas en orden de obtener los factores de amplificación dinámicos, Wang (2016) comparó las frecuencias y factores de amortiguamiento utilizando extensómetros y acelerómetros, concluyendo que existen pocas diferencias entre ambas. En la presente investigación se utilizarán galgas extensiométricas para obtener las frecuencias naturales del Puente Mezcala, estas frecuencias serán utilizadas en para calibrar el modelo de elemento finito del puente, los antecedentes de la calibración de modelos de elemento finito se describen a continuación.

La calibración de un modelo de elemento finito puede definirse como un proceso de afinar el modelo matemático de una estructura física para que refleje mejor los datos observados experimentalmente (Friswell & Mottershead, 1995), esta disciplina se remonta a la publicación realizada por Rodden (1967) que utilizó pruebas de vibración para mejorar la correlación entre la teoría y lo experimental, en los últimos años se han desarrollado métodos para resolver este problema inverso de identificación de parámetros, donde se presentan dos grandes ramas, los métodos directos y los métodos iterativos, los primeros se basan en reconstruir los cambios en las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez en un solo paso, a través de la identificación de fuerzas desconocidas (Doyle, 2012a), este método ha sido ampliamente utilizado para la detección de daño, donde se destacan los métodos de perturbación de rango mínimo (Carrión, 2002), (Friswell & Mottershead), (Bernal, 2002) donde el daño puede detectarse mediante mediciones estáticas, vibraciones dinámicas o propagación de ondas.

Los métodos inversos iterativos se basan en identificar los parámetros desconocidos implícitos en el modelo de manera iterativa, a través de algoritmos como Newton-Raphson

de mínimos cuadrados, conocido también como Gauss-Newton, en este método las derivadas del modelo de elemento finito con respecto a los parámetros son conocidas como *sensibilidades*, este método es el más empleado en la actualidad para la calibración de modelos de elemento finito, Schulne (2008) presenta la evaluación de varios puentes carreteros donde la calibración de estos es realizada a través de este método, Quintana (2012b) utilizó pruebas dinámicas experimentales controladas sobre el puente Río Papaloapan, donde la calibración del modelo fue realizada a través del programa inverso Stident (Doyle, 2004) que está basado en un algoritmo Gauss-Newton. Por otra parte, Huynh (2016) utilizó este algoritmo para identificar los cambios en los parámetros estructurales del puente atirantado Hwamyung después de la acción de dos tifones. Se destacan los trabajos de Grip (2016), Brownjohn *et.al.* (2001) y Mottershead (2010) y los trabajos pertinentes al tema de regularización de Friswell & Mottershead (2001) y Doyle (2004).

Sin embargo, a pesar de la gran aceptación de métodos basados en sensibilidad, estos tienen la posibilidad de caer en mínimos locales, son computacionalmente muy costosos (Zong, 2015) y es necesaria la previa implementación de un análisis de sensibilidad para evitar utilizar parámetros que no influyen en la respuesta a calibrar (Mottershead, 2010). Una opción para disminuir el tiempo de calibración de un modelo de elemento finito es utilizar un *meta-model*, es decir, el modelo de un modelo, que represente de manera sencilla (polinomios) la relación que existe entre la respuesta de un modelo de elemento finito y sus principales parámetros (Zong, 2015), (Marwala, 2004). Este *meta-model* tiene la ventaja de ser más rápida su evaluación, y las derivadas de la función respecto a los parámetros se muestra explícitamente. Si bien, el tiempo de ejecución de los métodos basados en sensibilidad se reduciría considerablemente, es recomendable utilizar métodos de optimización inteligentes, como los algoritmos genéticos o enjambre de partículas. Deng & Cai (2010), utilizaron la metodología de la superficie de respuesta y algoritmos genéticos para calibrar un puente carretero, Zong (2015) puntualiza el reto de aplicar la superficie de respuesta a estructuras más complejas.

## 2.2 Puente Mezcala

Es un puente atirantado ubicado en el km 221 de la Autopista del Sol en el estado de Guerrero, México (Figura 2.1). Fue inaugurado en el año de 1993, consiste de 6 claros, siendo el mayor de 312 m y una longitud total de 940 m. Debido a su localización geográfica, flujo vehicular e importancia económica hacen del Puente Mezcala uno de los puentes más importantes en México. El puente está localizado en la zona sísmica denominada como “D”, la cual es la zona con eventos sísmicos más intensos en México, también, está localizado en la zona de influencia de los vientos huracanados del Pacífico.



Figura 2.1 Puente Mezcala

### 2.2.1 Sistema de Monitoreo Estructural Remoto del Puente Mezcala

Debido a la importancia del Puente Mezcala en la actividad económica del País, el costo de la estructura, el tipo de la estructura, la longitud total del puente, la longitud del claro principal y que el puente se ubica en una zona de alta actividad sísmica se seleccionó como uno de los puentes para instrumentar y monitorear en tiempo real en el Centro de Monitoreo de Puentes y Estructuras Inteligentes (CMPEI) del Instituto Mexicano del Transporte. El sistema de monitoreo estructural está compuesto de sensores de fibra óptica tipo FBG, que incluye extensómetros, sensores de temperatura, acelerómetros en tirantes y torres, inclinómetros, cámaras de video y estaciones meteorológica y sismológica, todo el sistema se encuentra energizado a través de celdas fotovoltaicas.

El sistema monitoreo del Puente Mezcala consta de 36 acelerómetros, 16 inclinómetros, 10 extensómetros de concreto, 48 extensómetros de acero, 11 sensores de temperatura, un medidor de desplazamiento, 2 cámaras de video, una estación climatológica, un interrogador un multiplexor y una unidad de control. Cada uno de los sensores y equipos instalados persigue objetivos particulares para el monitoreo de la integridad estructural del Puente Mezcala.

Los acelerómetros fueron seleccionados para medir las respuestas dinámicas de las pilas y de algunos de los tirantes y la información proporcionada por ellos permitirá conocer el desempeño estructural de las torres bajo condiciones de operación, evaluar la integridad estructural de las mismas posterior a sismos, ráfagas de viento o accidentes, por otro lado acelerómetros instalados en algunos de los tirantes serán utilizados para determinar la tensión de los cables, conocer de manera indirecta los pesos asociados a los vehículos que transitan sobre el puente y conocer su comportamiento bajo condiciones de operación normal, en la Figura 2.2 se muestra un acelerómetro instalado sobre un tirante.



Figura 2.2 Acelerómetro instalado en tirante de sujeción del Puente Mezcala

Los inclinómetros tienen la finalidad de dar seguimiento del nivel de inclinación de las pilas en el tiempo y determinar si existe una inclinación permanente posterior a un evento sísmico, en la Figura 2.3 se muestra un inclinómetro instalado en un estribo del Puente Mezcala.



Figura 2.3 Inclinómetros instalados en estribo del Puente Mezcala

La función de los extensómetros de acero y de concreto es conocer la dinámica del puente y asociar las deformaciones con la carga de vehículos y aquellas asociadas con los cambios de temperatura durante el día o estación del año, la información proporcionada por estos sensores es fundamental para la calibración de modelos de elemento finito y para la implementación de técnicas de detección de daño. En las figuras 2.4a y 2.4b se muestra un extensómetro instalado en una viga (acero) y en una torre (concreto) respectivamente.

Los sensores de temperatura persiguen el objetivo de proporcionar información de los cambios de temperatura en diferentes secciones del puente y correlacionar la información con las deformaciones para poder asociar el nivel de deformación por incremento de temperatura.



Figura 2.4a Extensómetro instalado en viga de acero



Figura 2.4b Extensómetro instalado en torre

El medidor de desplazamiento es utilizado para conocer la deformación de la junta de expansión por cambios de temperaturas globales y condiciones normales de operación. Para adquirir la información de cada uno de los sensores es necesario un sistema de adquisición de datos el cual consta de una computadora que controla la frecuencia de

adquisición de datos del sistema, el tamaño de los archivos, la visualización de la información y controla un equipo que adquiere el valor de cada sensor en intervalos iguales de tiempo, este equipo recibe el nombre de interrogador, el interrogador instalado tiene capacidad para interrogar hasta 4 canales de fibra óptica y se puede extender hasta 16 canales cuando se usa un multiplexor. Para el caso del sistema del Puente Mezcala fue instalado un interrogador con un multiplexor (Figura 2.5).

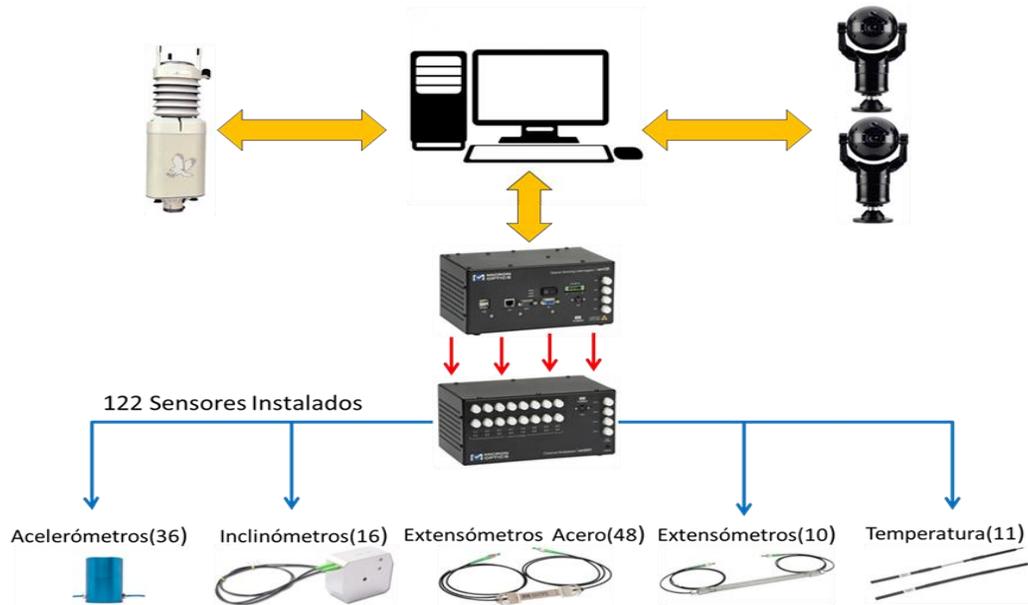


Figura 2.5 Sistema de adquisición de datos del Puente Mezcala (Informe de Investigación IMT, 2016)

En las figuras 2.6a - 2.6d se muestra la instrumentación de las torres del Puente Mezcala, este arreglo se repite tanto en aguas arriba como aguas abajo.

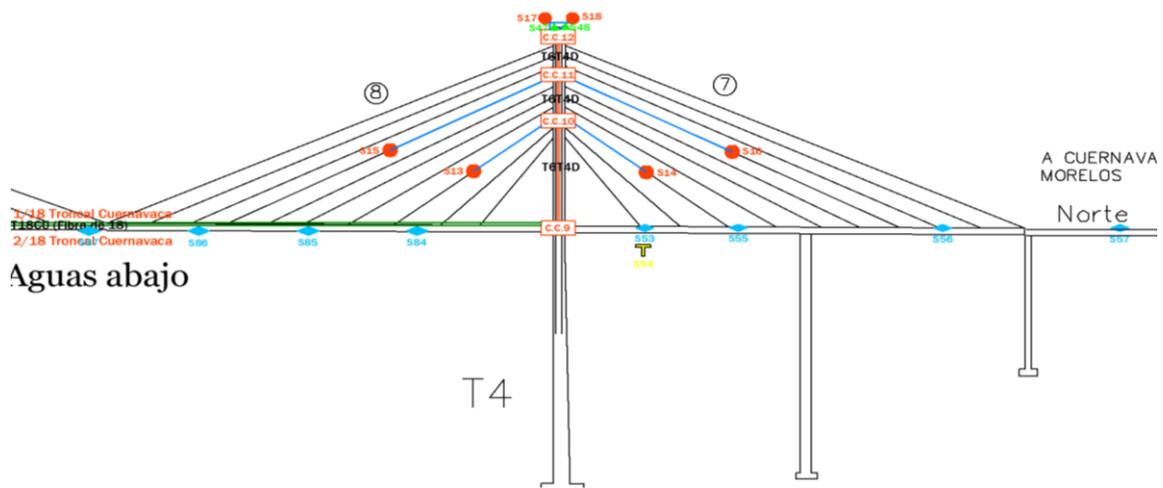


Figura 2.6a Instrumentación de la torre 4 del Puente Mezcala

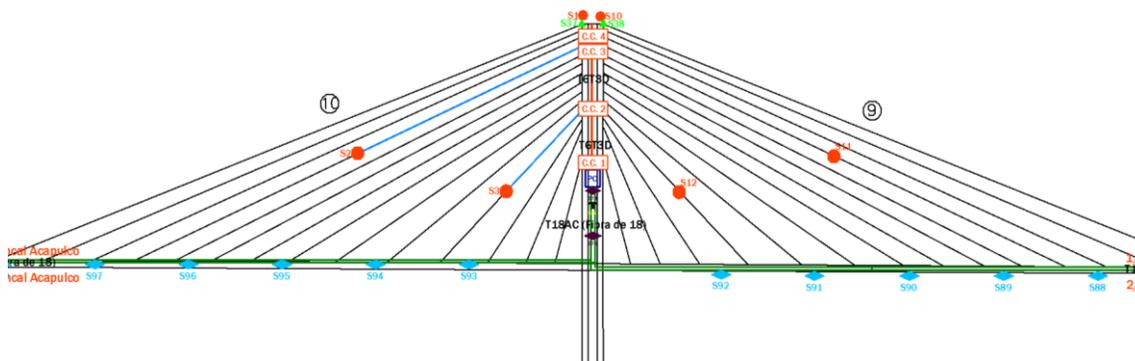


Figura 2.6b Instrumentación de la torre 3 del Puente Mezcala

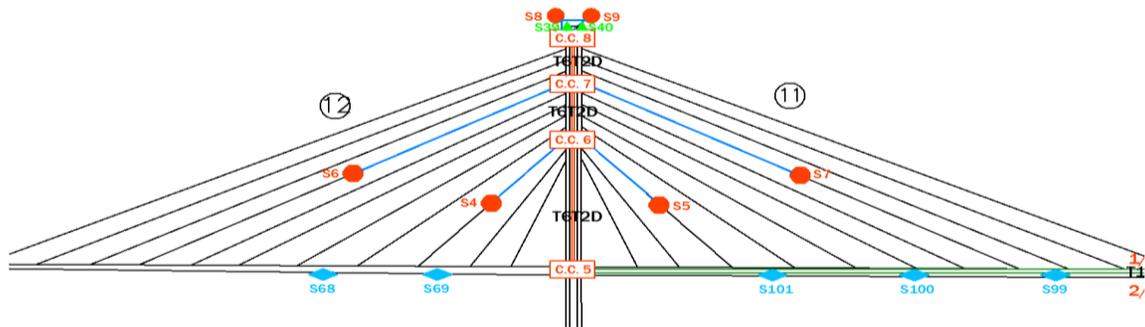


Figura 2.6c Instrumentación de la torre 2 del Puente Mezcala

SIMBOLOGÍA			
	ACELERÓMETRO		CABLE SIMPLEX
	INCLINÓMETRO		CABLE TRONCAL DE 18 FIBRAS
	CAJA DE EMPALME		CABLE TRONCAL DE 6 FIBRAS
	PANEL DE CONTROL		CABLE TRONCAL DE 2 FIBRAS
	EXTENSÓMETRO ACERO		CAJA DE CONEXIÓN
	EXTENSÓMETRO CONCRETO		NÚMERO DE CLARO
	SENSOR DE DESPLAZAMIENTO		NÚMERO DE ARPA
	SPLITTER		SENSOR DE TEMPERATURA
			CONECTOR

Figura 2.6d Simbología de Instrumentación

### 2.3 Método de elemento finito

El Método de Elemento Finitos (MEF), originalmente introducido por Turner en 1956, es una poderosa técnica computacional para aproximar soluciones de una gran variedad de problemas del mundo real con dominios complejos sujetos a condiciones de frontera generales (Madenci, 2006). En el MEF, el continuo o cuerpo en estudio, tal como un sólido, líquido, o gas, es representado como un conjunto de subdivisiones pequeñas llamadas elementos finitos. Estos elementos se consideran interconectados en puntos llamados nodos. Estos nodos usualmente yacen en las fronteras de los elementos donde los elementos adyacentes se consideran conectados. Al usar propiedades esfuerzo/deformación del material del que está compuesta la estructura, se puede determinar el comportamiento (respuesta estructural) de un nodo en función de los términos de las propiedades de los elementos de la estructura.

El conjunto total de ecuaciones que describen el comportamiento de cada nodo deriva en la siguiente forma matricial (Doyle, 1991).

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente. Estas matrices contienen la información de las propiedades del material de la estructura (parámetros estructurales). El vector  $\{u\}$  es el vector de desplazamiento, cuyas derivadas  $\{\dot{u}\}$  y  $\{\ddot{u}\}$  son los vectores de velocidad y aceleración respectivamente, y  $\{P\}$  es el vector de fuerzas. Por otra parte, la ecuación que describe el comportamiento dinámico de un sistema no amortiguado es:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (\text{Ec. 2})$$

Al considerar la Ec.2 como homogénea (vibración libre) y al adoptar una solución para  $u(t) = \{\hat{u}\}e^{i\omega t}$  dado que el movimiento es armónico, se obtiene el siguiente problema de valores y vectores característicos:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{\hat{u}\} = 0 \quad (\text{Ec. 3})$$

Donde los valores propios  $\omega$  son las frecuencias naturales circulares del sistema y  $\{\hat{u}\}$  son los vectores propios asociados a cada frecuencia natural, que son conocidos como *formas modales*.

### 2.3.1 Programa de elemento finito StaDyn

En orden de obtener las matrices  $[K]$  y  $[M]$ , así como las soluciones del problema de valores característicos de la Ec. 3, en esta investigación fue utilizado el programa de elemento finito StaDyn (Doyle, 1991). Este programa tiene la ventaja de ser altamente programable y es posible generar rutinas de análisis y de pos procesamiento de datos, el programa utilizado para generar y compilar estas rutinas es el programa MATLAB.

El programa utilizado para la generación del modelo de EF fue GenMesh (*ikayex* Software Tools, 2008), la principal función de este es generar mallados, reducir anchos de banda y asignar propiedades a los diversos elementos del modelo. Una vez generado el modelo de elemento finito en forma de un archivo de texto con extensión *.sdf* (*structural data file*), este es analizado mediante el programa StaDyn.

## **2.4 Análisis Modal Experimental**

Es un procedimiento utilizado para obtener las propiedades fundamentales de una estructura (frecuencias naturales, formas modales, amortiguamientos) con el fin de compararlas con sus contrapartes de un modelo analítico. Esta aplicación nace de la necesidad de validar estos modelos teóricos para posteriormente utilizarlos para predecir la respuesta de la estructura ante excitaciones complejas (Ewins, 1985).

La respuesta estructural (aceleración, velocidad, desplazamiento o deformación) es obtenida a través de sensores distribuidos en la estructura en el dominio del tiempo, la información obtenida es difícil de interpretar o entender en éste dominio, por lo cual es transformada a al dominio de la frecuencia mediante la Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en ingles), (Cooley y Tukey, 1965).

Adicionalmente al empleo de la FFT para obtener los parámetros modales en esta investigación fue implementada la técnica MUSIC (Multiple Signal Classification) que es una transformada de alta resolución que permite identificar frecuencias muy cercanas unas de otras y exhibe una buena precisión cuando la señal se encuentra con ruido (Amezquita et al., 2013).

### **2.4.1 Pruebas de Vibración Ambiental**

En este tipo de pruebas la excitación sobre la estructura puede ser de carácter vehicular, peatonal, o por eventos ambientales como el viento, sismos, oleaje, etc. Este método de excitación es ampliamente usado para conocer el comportamiento de la estructura bajo condiciones normales de operación y los datos de respuesta pueden ser utilizados para identificar parámetros modales como las frecuencias naturales y formas modales (Nalitolela, 1990).

Debido al tamaño de la estructura como en el caso de los puentes atirantados y a la necesidad de interrumpir el tráfico, hacen de las pruebas de vibración ambiental el único método práctico para estudiar su respuesta dinámica (Farrar, 1997). En esta investigación

este fue el método de excitación utilizado para identificar las propiedades modales del Puente Mezcala.

#### 2.4.2 Relación Desplazamiento-Deformación

La relación que existe entre desplazamientos y deformaciones puede expresarse como (Doyle, 1991):

$$\epsilon = -y \cdot \frac{d^2v}{dx^2} = -y \cdot \frac{d\theta}{dx} \quad (\text{Ec. 4})$$

Esta relación es válida para pequeños desplazamientos, situación que se cumple en el análisis modal, por lo cual podemos expresar las formas modales de deformación como (Marques, 2015):

$$\varphi = -y \cdot \theta' \quad (\text{Ec. 5})$$

Donde  $\varphi$  es el vector propio relacionado a las formas modales de deformación,  $\theta'$  es la derivada del vector propio relacionado a las formas modales de rotación y  $y$  es la distancia del eje neutro del elemento al punto donde se desea conocer la deformación unitaria.

#### 2.5 Análisis de Sensibilidad

De los métodos más populares y efectivos para la calibración de modelos de EF son los basados en sensibilidad (Brownjohn, 2001). Para identificar los mejores parámetros en función de las mediciones experimentales es necesario realizar un análisis de sensibilidad, donde típicamente los parámetros son la rigidez de los elementos y la rigidez de las fronteras (Schlune, 2008). La sensibilidad es la razón de cambio de una respuesta (frecuencias naturales, formas modales, esfuerzos, etc.) con respecto al cambio de algún parámetro (modulo elástico, densidad, momentos de inercia, etc.), esta se calcula aplicando un pequeño incremento a los parámetros (uno a la vez) y resolviendo la Ec.3 utilizando el programa de EF tal que:

$$S_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial a_j} \approx \left[ \frac{u_i(a_j + h) - u_i(a_j)}{h} \right] \quad (\text{Ec. 6})$$

Donde  $u_i$  es la respuesta del modelo de EF utilizando un parámetro estructural  $a_j$  y  $h$  es un incremento de dicho parámetro. El subíndice  $i=1,..N$  es por  $N$  respuestas y  $j=1,..M$  para  $M$  parámetros. Como la Ec. 6 calcula la sensibilidad absoluta, esta tiene las unidades de la respuesta y del valor del parámetro, esta situación conllevaría a problemas de mal condicionamiento numérico (Friswell y Mottershead, 1995), por lo cual es necesario normalizar esta sensibilidad de acuerdo a los valores iniciales de los parámetros estructurales, tal que:

$$\psi_{i,j} = [S_{i,j}][\bar{a}_j] \quad (\text{Ec. 7})$$

Donde  $[\bar{a}_j]$  es una matriz con los valores iniciales de los parámetros estructurales en la diagonal principal. Más allá, la sensibilidad puede ser normalizada de acuerdo a la respuesta de acuerdo:

$$\Psi_{i,j} = [u_i]^{-1}[S_{i,j}][\bar{a}_j] \quad (\text{Ec. 8})$$

Donde  $[u_i]$  es una matriz con las respuestas iniciales en la diagonal principal. Graficar la sensibilidad normalizada de la Ec. 8 puede ser una herramienta útil para decidir que parámetro puede ser estimado en función de las respuestas experimentales disponibles (Schlune, 2008).

## 2.6 Métodos de Optimización

El objetivo de los métodos de optimización en la calibración de modelos de EF es actualizar los parámetros geométricos y/o físicos y/o las condiciones de frontera basado en las frecuencias, formas modales, desplazamientos, esfuerzos, etc., con el fin de reproducir el desempeño dinámico y/o estático de una estructura con una adecuada precisión (Brownjohn, 2001). En esta sección se describen los métodos de optimización utilizados en esta tesis.

### 2.6.1 Algoritmo Gauss-Newton

Estableciendo que las respuestas experimentales  $d$  pueden representarse mediante un modelo de EF con un conjunto de parámetros “reales”  $a_j^k$  de tal manera que:

$$d = u(a_j^k) \quad (\text{Ec. 9})$$

Entonces la diferencia entre la respuesta de  $u(a_j^k)$  y un modelo de EF con parámetros “iniciales”  $a_j^0$ , puede expresarse a través de la siguiente serie de Taylor:

$$u(a_j^k) = u(a_j^0) + \sum_j^M \frac{\partial u(a_j)}{\partial a_j} \Delta a_j + \frac{1}{2} \sum_j^M \frac{\partial^2 u(a_j)}{\partial a_j^2} \Delta a_j^2 + \dots \quad (\text{Ec. 10})$$

Normalizando la matriz de sensibilidades (Ec. 2.10) y reemplazando  $u(a_j^k)$  por las mediciones experimentales  $d$  se obtiene la Ec. 11 al aplicar el método de Newton-Raphson.

$$d_i \approx u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \frac{\Delta a_j}{\bar{a}_j} = u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \Delta \tilde{P}_j \quad (\text{Ec. 11})$$

Utilizando la igualdad  $\Delta \tilde{P}_j = \tilde{P}_j - \tilde{P}_j^0$  se obtiene:

$$d_i \approx u_i^0 + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \quad (\text{Ec. 12})$$

En el caso de que  $M = N$  puede utilizarse el método de Newton-Raphson directamente en la Ec. 12 para obtener las escalas  $\tilde{P}_j$ . En el caso de que  $M \neq N$  se establece la siguiente función de error de mínimos cuadrados:

$$\chi^2 = W_i \left\{ d_i - u_i^0 - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \right\}^2 \quad (\text{Ec. 13})$$

Donde  $W_i$  es un peso asociado a los datos experimentales. Minimizando  $\chi^2$  con respecto a las escalas  $\tilde{P}_j$  se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales que debe ser resuelto iterativamente hasta la convergencia.

$$[[\psi]^T [W][\psi]]\{\tilde{P}_j\} = [[\psi]^T [W]]\{d - u^0 + \psi \tilde{P}_j^0\} \quad (\text{Ec. 14})$$

### 2.6.2 Regularización

Un problema en las ecuaciones de mínimos cuadrados como la Ec. 14 es el mal-condicionamiento del término  $[\psi]^T [W][\psi]$ , es decir, pequeños cambios en los datos de entrada ocasionan grandes cambios en los parámetros de salida (Press, 2007). Esto se debe a que el número de condición de una matriz es la magnitud del cociente del valor propio más grande de dicha matriz entre el valor más pequeño. Una matriz es singular si el número de condición es infinito y es mal-condicionada si cuando el recíproco de este valor es muy pequeño, por ejemplo,  $10^{-6}$  o  $10^{-12}$  (Doyle, 2004), (Press, 2007).

Una forma de solucionar el problema del mal-condicionamiento es a través de agregar información adicional acerca de la solución, esto se logra mediante de la Regularización de Tikhonov considerando el siguiente funcional:

$$E = \chi^2 + \alpha \tau^2 = W_i \left\{ d_i - u_i^0 - \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j + \sum_j^M \psi_j \tilde{P}_j^0 \right\}^2 + \alpha \{D_j \tilde{P}_j\}^2 \quad (\text{Ec. 15})$$

Donde el primer funcional  $\chi^2$  mide el error entre el modelo y los datos experimentales, mientras que el funcional  $\tau^2$  mide la suavidad de la solución, o la lleva hacia una cantidad que refleja el conocimiento *a priori* de ella.

Por tanto, minimizando el funcional  $E$  se obtiene:

$$[[\psi]^T [W][\psi] + \lambda [H]]\{\tilde{P}_j\} = [[\psi]^T [W]]\{d - u^0 + \psi \tilde{P}_j^0\} \quad (\text{Ec. 16})$$

Donde  $[H] = [D]^T [D]$  y  $\lambda \geq 0$ . A diferencia de la Ec.14, la Ec. 16 no es mal-condicionada debido al efecto del funcional de regularización de Tikhonov. El valor de  $\lambda$  es determinado

en función del grado de suavización que produce en los resultados. Doyle (2004) propone el siguiente valor de inicio:

$$\lambda = \frac{\text{tr}[[\psi]^T [W][\psi]]}{\text{tr}[H]} \quad (\text{Ec. 17})$$

### 2.6.3 Metodología de Superficies de Respuesta (MSR)

La idea básica de la MSR es utilizar una función llamada *función de superficie de respuesta* (FSR) para aproximar alguna otra función, la cual es usualmente implícita y difícil de expresar, como el caso de un modelo de EF (Deng y Cai, 2010). Para generar una FSR se utiliza usualmente el método de regresión lineal por mínimos cuadrados, y esta tiene la forma de un polinomio que contiene las variables en consideración, lo que conlleva a que la FSR sea más fácil de evaluar que la función implícita original. Una típica superficie de respuesta de segundo orden con tres variables se muestra a continuación:

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + \dots \quad (\text{Ec. 18})$$

Donde Y es la respuesta de interés, que puede ser una frecuencia natural, un desplazamiento, una deformación, etc.,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las variables, que pueden ser un módulo elástico, densidad, o alguna propiedad geométrica de los miembros estructurales y por último, los coeficientes  $b$  son los estimados por el método de mínimos cuadrados.

Generalmente se utilizan FSR de segundo (Deng y Cai, 2010) o de tercer orden (Zong, 2015), esto con el fin de evitar los problemas computacionales y/o conceptuales de las variables en estudio.

#### **-Diseño Central Compuesto (DCC)**

El DCC es uno de los diseños de MSR más usados (Deng y Cai, 2010). En este diseño se añade un punto central y dos puntos “estrella” adicionalmente a los puntos extremos de cada variable. Un punto estrella es aquel donde todos los factores excepto uno están en sus niveles centrales. La distancia entre un punto central y el punto estrella de una variable es denotada por  $\alpha$ . La función de cada punto en el DCC se describe a continuación:

**1. Puntos extremos.** Este componente provee información acerca de los efectos lineales principales y de las interacciones entre dos variables. Las unidades en para codificar estos puntos se tomó de la forma  $(\pm 1, \pm 1, \dots \pm 1)$ .

**2. Puntos estrella.** Las combinaciones de este nivel permiten estimar todos los efectos cuadráticos. Las unidades en para codificar estos puntos se tomó de la forma  $(\pm \alpha, 0, \dots 0)$ .

En la Tabla 2.1 se muestran los valores de DCC utilizando de dos a ocho factores.

Tabla 2.1 Factores utilizados para el DDC (Deng y Cai, 2010)

	Numero de Factores						
	2	3	4	5	6	7	8
Diseño factorial	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^{5-1}$	$2^{6-1}$	$2^{7-1}$	$2^{8-2}$
Puntos estrella	4	6	8	10	12	14	16
Puntos centrales	4	4	4	4	4	4	4
$\alpha$	1.4142	1.6818	2	2.3784	2.8284	3.3636	4
Numero total de corridas	12	18	28	30	48	82	84

#### 2.6.4 Algoritmos Genéticos

Un algoritmo genético es una técnica probabilista basada en una población de individuos que tiene una mayor probabilidad de converger a una solución óptima de un problema (Marwala, 2010). Es un proceso análogo a la teoría de la evolución de Darwin donde los miembros de una población compiten por sobrevivir y reproducirse mientras que los más débiles van desapareciendo. Los principales operadores del algoritmo genético se muestran a continuación:

##### -Inicialización

Al principio es generado al azar un grupo de posibles soluciones para generar una población que sea una buena representación del espacio de búsqueda.

### **-Combinación**

Este operador realiza una selección aleatoria de los cromosomas de los individuos y los intercambia para permitir alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no estaban cubiertas por los individuos de la población actual.

### **-Mutación**

Este operador toma un dígito binario de cromosomas aleatoriamente y lo invierte. Esta operación tiene el potencial de introducir nueva información a la población y por ende previene que el algoritmo se estanque en un mínimo local.

### **-Selección**

Para cada generación, es seleccionada una porción de la actual población para generar una población nueva. Esta selección se basa en un proceso de desempeño, donde las mejores soluciones tienen mayor probabilidad de ser escogidas. La forma de evaluar las soluciones es a través de una función objetivo que se interesa minimizar, la Ec. (6) es un ejemplo de función objetivo, Deng y Cai (2010) proponen la siguiente función objetivo:

$$E(y_i^s) = \sqrt{\sum_i^N W_i (y_i^m - y_i^s)^2} \quad (\text{Ec. 19})$$

Donde  $y_i^m$  y  $y_i^s$  son las respuestas experimentales y las que predice el modelo respectivamente. Por otra parte, Marwala (2010) propone la siguiente función objetivo:

$$E = W_i \left( \frac{\omega_i^m - \omega_i^s}{\omega_i^m} \right)^2 + \beta \sum_i (1 - \text{diag}(\text{MAC}(\phi_i^m), (\phi_i^s))) \quad (\text{Ec. 20})$$

Donde  $\omega_i^m$  y  $\omega_i^s$  son las frecuencias naturales medidas y simuladas respectivamente,  $\phi_i$  es la forma modal del  $i$ -ésimo modo,  $\beta$  es la función de pesos asociada a las formas modales y MAC es el criterio de aseguramiento modal (Allemang y Brown, 1982).

## -Terminación

El proceso es repetido hasta que la condición de terminación ha sido alcanzada ya sea porque la solución satisface la función objetivo o por que se haya alcanzado un máximo número de generaciones

### 2.6.5 Optimización Enjambre de Partículas

La optimización por enjambre de partículas es un algoritmo estocástico basado en la evolución de una población, esta población se comprende por individuos generados aleatoriamente. Estos individuos son llamados partículas, cada partícula es capaz de recordar la posición donde tuvo un mejor éxito en la función objetivo, esta solución es llamada *local best* y cada hace disponible esta información a sus partículas vecinas y a su vez observa la información de estos. El proceso de movilización en el espacio de búsqueda es guiado por estos sucesos y la población converge al final a una solución óptima (Marwala, 2010). Cada partícula está representada por dos vectores:

- ❖  $p_i(k)$  es la posición de la *i-ésima* partícula en el paso  $k$ .
- ❖  $v_i(k)$  es la velocidad de la *i-ésima* partícula en el paso  $k$ .

Las posiciones y velocidades iniciales de las partículas son generadas aleatoriamente y sus subsecuentes posiciones y velocidades son calculadas utilizando la posición de la mejor solución encontrada por una partícula y es llamada *pbest* y la mejor partícula en el enjambre, la cual es llamada *gbest(k)*. Las subsecuentes velocidades de la *i-ésima* partícula pueden ser identificadas utilizando la siguiente ecuación:

$$v_i(k + 1) = \gamma v_i(k) + c_1 r_1 (pbest_i - p_i(k)) + c_2 r_2 (gbest(k) - p_i(k)) \quad (\text{Ec. 21})$$

Donde  $\gamma$  es la inercia de la partícula,  $c_1$  y  $c_2$  son los parámetros de confianza y  $r_1$  y  $r_2$  son números aleatorios entre 0 y 1. En la Ec. (17) el primer término es el movimiento de la partícula, el segundo término es la influencia de la memoria de la partícula y el tercer término es la influencia del enjambre. La subsecuente posición de la *i-ésima* partícula puede ser calculada utilizando la siguiente ecuación:

$$p_i(k + 1) = p_i(k) + v_i(k + 1) \quad (\text{Ec. 22})$$

La posición de la partícula es actualizada en base al comportamiento social de la población de partículas y se adapta al ambiente al regresar continuamente a la región más prometedora.

### **2.6.6 Cálculo de las tensiones óptimas en los tirantes**

La determinación de las fuerzas de tensión de los tirantes es una tarea crucial debido a que dichas fuerzas tienen la función de brindar un determinado perfil del puente ante la acción del peso propio (Chen, 1998). La configuración de equilibrio del puente, es decir, la acción de la carga gravitacional y las tensiones en los tirantes debe ser considerada para los consecuentes análisis (Karoumi, 1998). La suma de los efectos de la carga gravitacional y la carga de tensado de los tirantes brinda la configuración de equilibrio del puente (Sung, 2006) y los elementos mecánicos asociados a ésta, como lo son las tensiones de los tirantes.

Existen en la literatura diversos métodos para estimar estas fuerzas de tensión, como lo son el método de los desplazamientos cero (Wang, 1993) o el método del equilibrio (Chen, 1998), sin embargo, en esta investigación más que enfocarse en determinar la condición óptima del puente, se ha enfocado en obtener la condición real que es determinada en función de las tensiones experimentales obtenidas mediante pruebas con pistones hidráulicos. Este método de pesaje es descrito por Cho et. al (2013).

# Capítulo 3

## Metodología

El principal objetivo de la metodología descrita en este trabajo es calibrar o actualizar un modelo de elemento finito de un puente atirantado utilizando como datos experimentales las tensiones obtenidas de pesajes en campo, las frecuencias naturales y formas modales obtenidas del análisis de vibraciones. En la Figura 3.1 se muestra un esquema de la metodología desarrollada.

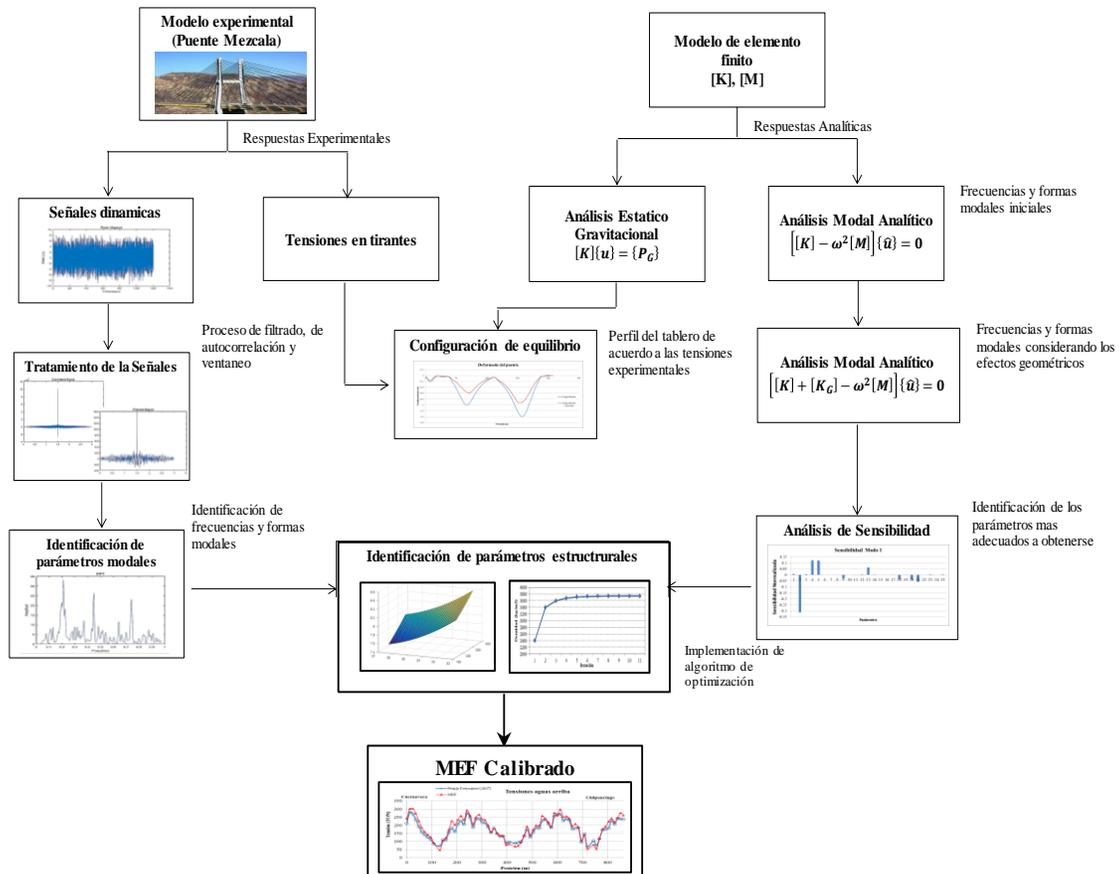


Figura 3.1 Esquema de la metodología desarrollada

### 3.1 Desarrollo del modelo de elemento finito del Puente Mezcala

El modelo geométrico del Puente Mezcala fue desarrollado a partir de los planos estructurales de este y de la información disponible de las referencias *Puente Mezcala-Autopista México-Acapulco* (1994) y *Los Puentes de México* (2014). Adicionalmente, con el fin de reducir el número de parámetros estructurales inciertos fue realizado un levantamiento geométrico de las dimensiones de los miembros estructurales como vigas, pilas, pilones y apoyos. En la Figura 3.2 se muestra una vista frontal del puente.

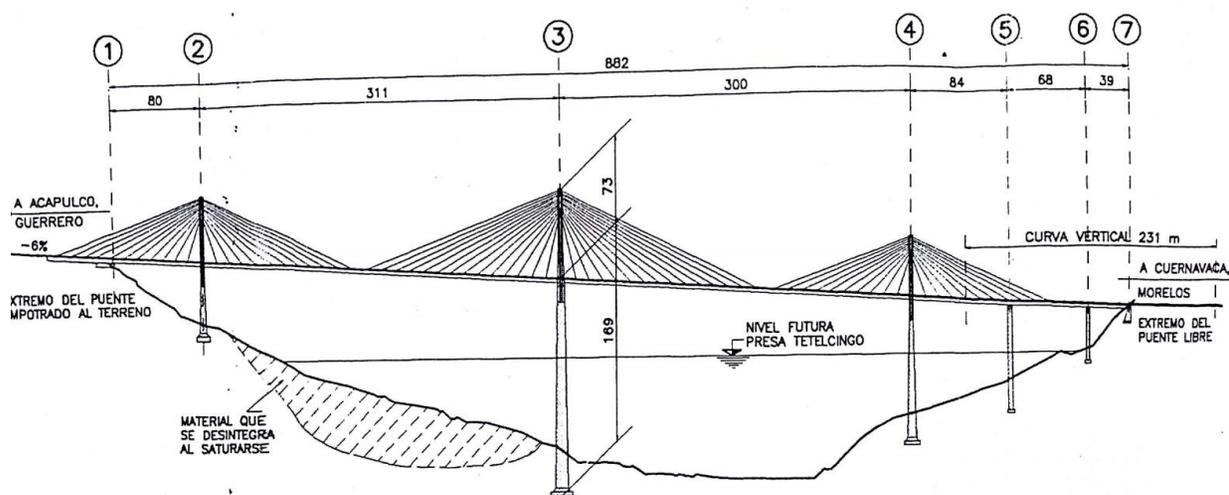


Figura 3.2 Ejes y dimensiones del Puente Mezcala

#### -Tipos de elementos finitos utilizados

Para representar los miembros estructurales del Puente Mezcala fueron utilizados tres diferentes tipos de elementos finitos que se describen a continuación:

a) **Elemento tipo barra:** Estos elementos son miembros esbeltos que solamente soportan cargas axiales, es decir, localmente poseen solo un grado de libertad (Figura 3.3).

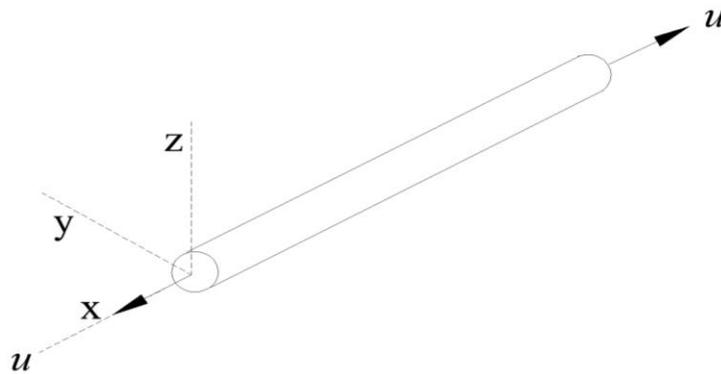


Figura 3.3 Grados de libertad del elemento barra

**b) Elemento tipo viga:** Son elementos basados en la teoría de Bernoulli-Euler, poseen seis grados de libertad en cada nodo (Figura 3.4).

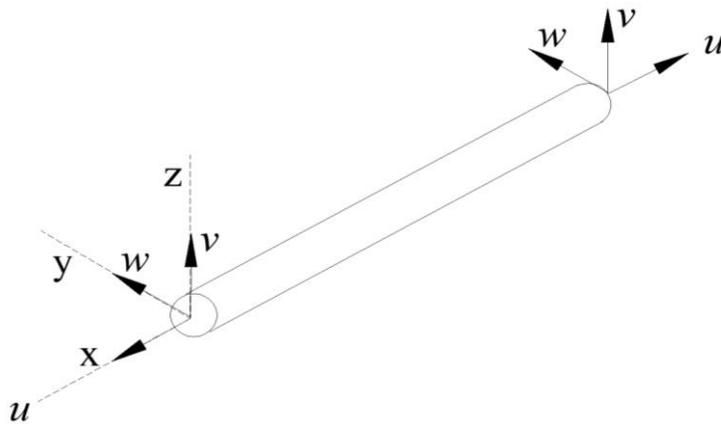


Figura 3.4 Grados de libertad del elemento viga

**c) Elemento tipo placa:** El elemento implementado por el programa StaDyn es un tipo placa con grados de libertad rotacionales (Bergan y Felippa, 1985). Este elemento posee un comportamiento en el plano (membrana) como fuera del plano (flexión) (Figura 3.5).

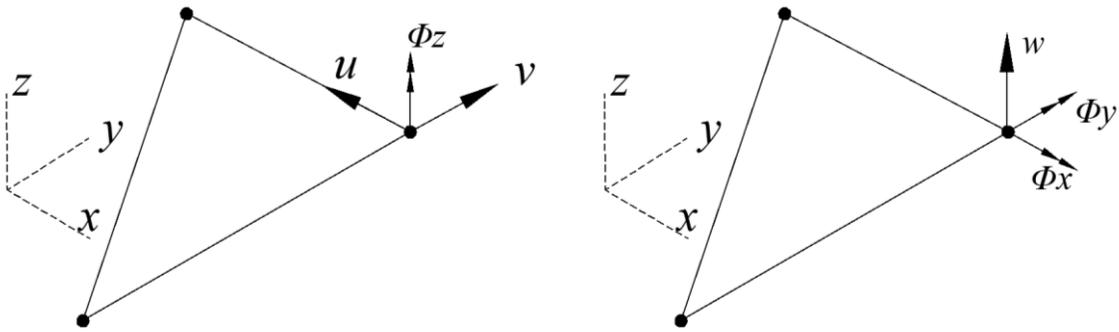


Figura 3.5 Grados de libertad del elemento placa

Para representar los 140 tirantes del Puente Mezcala fueron utilizados elementos tipo barra, donde un único elemento es utilizado para modelar el tirante, esto debido a que al considerar un tirante con múltiples elementos deriva en un comportamiento estático indeseable (deflexiones excesivas) y en cuanto al análisis modal, aparecen los modos asociados a la vibración de los tirantes (Brownjohn y Xia, 2001) que por el momento no son de interés. Por otra parte, para representar las vigas principales, vigas secundarias, pilones, travesaños y las pilas de los ejes 5 y 6 se utilizaron elementos tipo viga. Por último, para representar el tablero y las torres 2, 3 y 4 se utilizaron elementos tipo placa triangulares.

#### **-Mallado del modelo de elemento finito del Puente Mezcala**

La determinación del mallado del modelo de EF del Puente Mezcala obedeció a la configuración requerida para simular fuerzas puntuales de vehículos sobre los carriles del puente, a la necesidad de nodos donde existen sensores, y a la limitación propia del software que es de 10,000 nodos y 10,000 elementos.

En la Figura 3.6 se muestra la sección transversal del tablero considerada para el mallado.

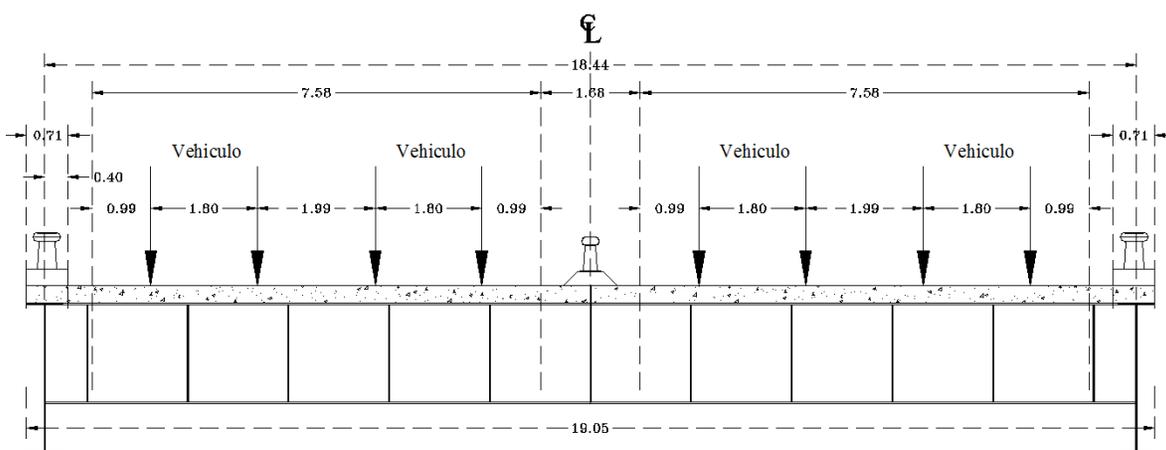


Figura 3.6 Sección transversal del tablero

En total, el modelo de EF del Puente Mezcala consta de 7,646 elementos y 2,940 nodos. En la Figuras 3.7 y 3.8 se muestran las vistas del modelo de EF.

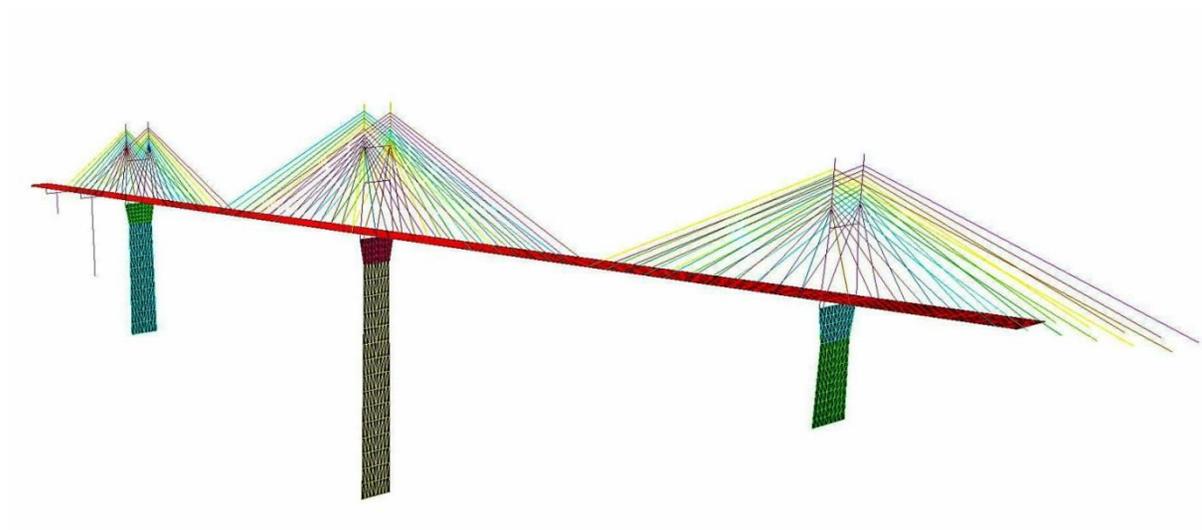


Figura 3.7 Modelo de elemento finito del Puente Mezcala

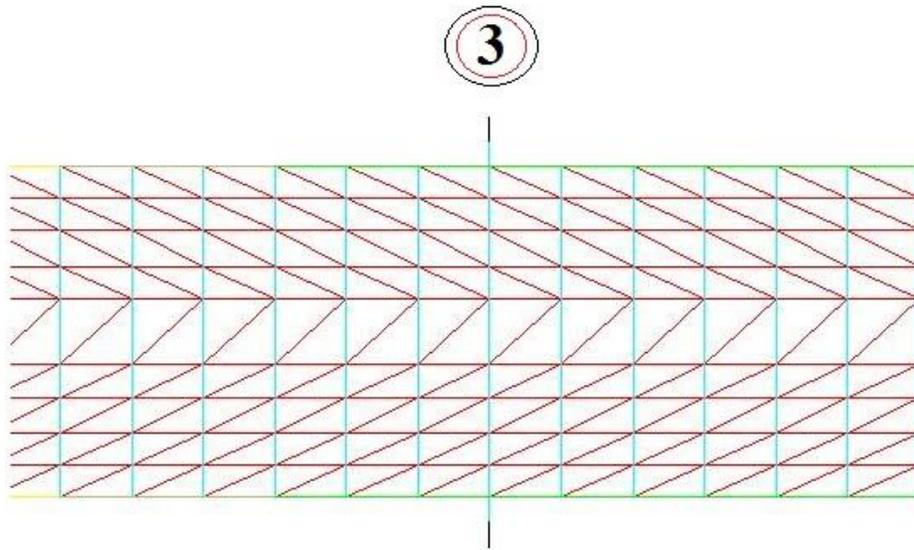


Figura 3.8 Mallado del tablero (eje sobre la pila 3)

Una vez mallado el tablero, fue importante identificar los nodos del tablero que están instrumentados con extensómetros, con el fin de obtener las respuestas estructurales de estos y compararlas con su contraparte experimental, la localización de los nodos instrumentados fue determinada a partir de los planos de instrumentación del Puente Mezcala.

#### **-Propiedades geométricas de los miembros estructurales**

Las propiedades geométricas asignadas a los diversos elementos finitos fueron calculadas a partir de los planos estructurales y de las dimensiones recopiladas en el levantamiento geométrico, cabe destacar que el fin de realizar este levantamiento geométrico es para corroborar las dimensiones indicadas en los planos, detectar visualmente daños y/o modificaciones de la estructura y de esta manera mejorar el modelo y reducir la cantidad de parámetros estructurales desconocidos.

Considerando los ejes mostrados en la Figura 3.4, en las Tablas 3.1 y 3.2 se muestran las propiedades geométricas de las secciones de los miembros estructurales del Puente Mezcala.

Tabla 3.1 Propiedades de los elementos barra y viga

<b>Elemento</b>	<b>Área (m<sup>2</sup>)</b>	<b>J (m<sup>4</sup>)</b>	<b>Iy (m<sup>4</sup>)</b>	<b>Iz (m<sup>4</sup>)</b>
Tirante 19 torones	0.0026885	1.1504E-06	5.7519E-07	5.7519E-07
Tirante 23 torones	0.0032545	1.6857E-06	8.4287E-07	8.4287E-07
Tirante 27 torones	0.0038205	2.3230E-06	1.1615E-06	1.1615E-06
Tirante 31 torones	0.0043865	3.0623E-06	1.5311E-06	1.5311E-06
Vigas Principales	0.0643	7.48E-06	0.1885	7.20E-04
Vigas Secundarias	0.0443	5.10E-06	0.0677	2.19E-04
Pila 6	5.81	18.91	8.1262	25.4652
Pila 5	6.51	32.011	16.13	31.06
Pilón 4 y 2	4.93	4.19	6.20	3.22
Pilón 3 Inferior	7.80	5.47	28	3.54
Pilón 3 Superior	5.27	4.35	7.80	3.26
Travesaños	3.30	1.024	2.475	0.3328
Unión 2, 3, 4 y 6	0.001	1	1	1
Unión 7	0.01	1	1	1
Resorte transversal	0.005	1	1	1

Tabla 3.2 Propiedades de los elementos placa

<b>Elemento</b>	<b>Espesor (m)</b>	<b>Ip (m<sup>4</sup>/m)</b>	<b>Ia</b>	<b>Ib</b>
Losa	0.20	0.001	1.5	0.5
Pila 4	1.10	8.18	1.5	0.5
Pila 3	1.28	18.17	1.5	0.5
Pila 2	1.2	7.60	1.5	0.5

Los detalles y consideraciones utilizadas para la obtención de las propiedades geométricas de los elementos estructurales del Puente Mezcala se muestran en el Apéndice A.

### **-Propiedades de los materiales**

El Puente Mezcala está constituido principalmente por elementos de concreto reforzado, siendo las pilas, pilones y travesaños los elementos constituidos por este material, mientras que la losa del tablero es de concreto presforzado. De acuerdo a los planos estructurales del puente, el concreto posee una resistencia de diseño de 35 MPa, con lo que el módulo de elasticidad se calculó mediante (ACI-318):

$$E_c = w^{1.5} * 0.043 * \sqrt{f'_c} \quad (Ec. 23)$$

Donde  $w$  es la densidad del concreto que se tomó como  $2400 \text{ kg/m}^3$  resultando en un módulo de elasticidad de aproximadamente 30 GPa. En la Tabla 3.3 se muestran las propiedades mecánicas de los materiales:

Tabla 3.3 Propiedades mecánicas de los materiales

<b>Material</b>	<b>Módulo elástico (GPa)</b>	<b>Densidad (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Coefficiente de Poisson</b>
Concreto	30	2400	0.17
Acero	210	7850	0.30
Acero Tirantes	195	7850-11400	0.30

### **- Modificación de las propiedades de los tirantes de sujeción**

Los tirantes o cables inclinados suelen exhibir un comportamiento no lineal producto de la tensión y de la deflexión por peso propio del tirante (Wilson, 1991). Una forma de considerar este comportamiento no lineal de los tirantes es a través de un módulo de elasticidad equivalente (Ernst, 1984) que se describe en la Ec. 3.2.

$$E_{eq} = E \left[ 1 + \frac{(wL)^2 EA}{12T^3} \right]^{-1} \quad (Ec. 24)$$

Donde  $E$  y  $A$  son el módulo de elasticidad del material y el área del tirante,  $w$  es el peso por unidad de longitud del tirante,  $L$  es la longitud del tirante proyectada horizontalmente y  $T$  es la tensión del tirante. Esta situación conllevó a asignar un material único a cada tirante del modelo de EF, las tensiones utilizadas para obtener los módulos elásticos equivalentes

para cada tirante fueron las tensiones obtenidas mediante pesajes empleando gatos hidráulicos.

### **-Condiciones de frontera**

Debido al anclaje del tablero al terreno mediante torones de presfuerzo, el estribo del eje 1 (Figura 3.2) se consideró completamente empotrado, esta situación conlleva a que no fuese necesario modelar la zona del tablero que existe antes del estribo 1 debido a que se encuentra sobre el terreno, por lo tanto, los tirantes 7-11 de las semi-arpas 1 y 12 fueron considerados empotrados en sus anclajes inferiores, adicionalmente todas las torres del puente se consideraron con la misma condición de empotramiento en su base. En cuanto al estribo sobre el eje 7, este se consideró como un apoyo móvil restringido únicamente en el sentido vertical.

Para unir el tablero con el punto de apoyo que proveen las torres fue utilizado un elemento tipo viga con las propiedades mecánicas de un elemento de acero sin masa, el área de estos elementos de “unión” fue determinada en función de las tensiones por carga muerta que se producían en los tirantes más próximos a las torres. Las áreas de los elementos de unión que mejor representaban el comportamiento de tensión de los tirantes es la mostrada en la Tabla 3.1.

### 3.2 Análisis modal experimental del Puente Mezcala

Utilizando el modelo preliminar de EF se estableció un rango de búsqueda de las posibles frecuencias naturales, este rango es importante debido a que es necesario establecer un filtro para eliminar las frecuencias bajas y altas debidas al ruido. Las primeras 15 frecuencias en un rango de 0-1 Hz obtenidas del modelo de EF se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Modos de vibración del modelo preliminar

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Descripción del modo</b>
1	0.2382	Flexión del tablero
2	0.3626	Flexión lateral del tablero
3	0.4150	Torsión del tablero
4	0.5130	Flexión lateral del tablero
5	0.5217	Flexión del tablero
6	0.5901	Flexión del tablero
7	0.6284	Flexión lateral del tablero
8	0.6298	Flexión lateral del tablero
9	0.7374	Flexión del tablero
10	0.7614	Flexión lateral del tablero
11	0.7837	Torsión del tablero
12	0.8101	Flexión del tablero
13	0.8880	Flexión del tablero
14	0.8910	Torsión del tablero
15	0.9127	Torsión del tablero

A partir de estas frecuencias calculadas utilizando el modelo de EF se estableció un rango de búsqueda de frecuencias de 0.15-1.10 Hz. En la Figura 3.9 se muestran los primeros 10 modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero. Estos modos de vibrar son

los que pueden detectarse con la información de los extensómetros, los cuales miden deformación unitaria.

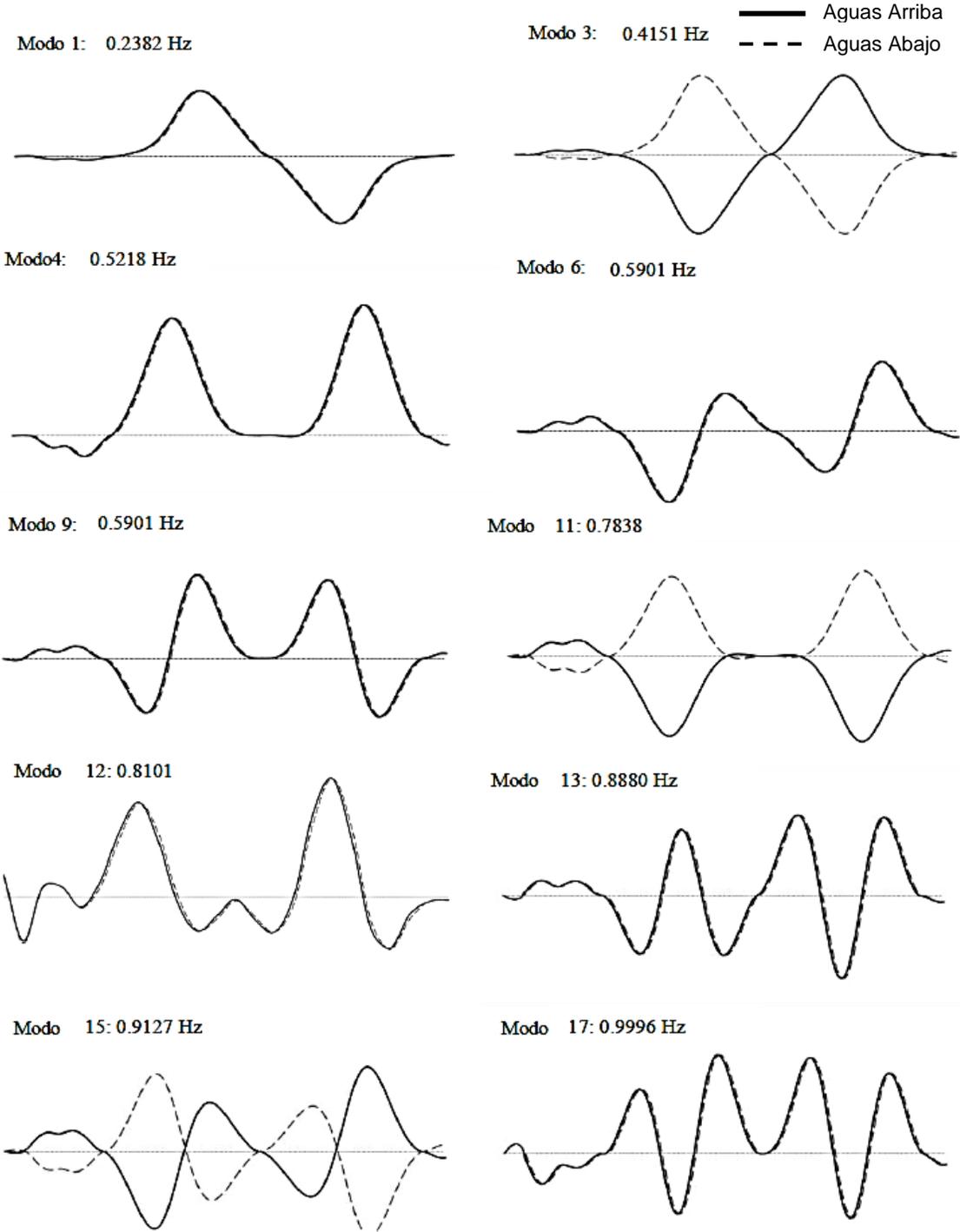


Figura 3.9 Modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero

### -Tipos de señales analizadas

El Puente Mezcala se encuentra instrumentado con 48 extensómetros *MicronOptics os3155* ubicados en las vigas longitudinales (24 aguas arriba y 24 aguas abajo) como se mostró en la Figura 2.6. El sistema de adquisición de datos obtiene las respuestas dinámicas de los extensómetros en tiempo real a una frecuencia de adquisición de 125 Hz.

Las señales analizadas corresponden a bloques de datos de 2 minutos de duración, estos bloques contienen datos de señales que corresponden a excitaciones vehiculares y ambientales o solamente ambientales de un periodo de tiempo que corresponde al mes de Junio del año 2016. La respuesta típica debida a una excitación vehicular se muestra en la Figura 3.10.

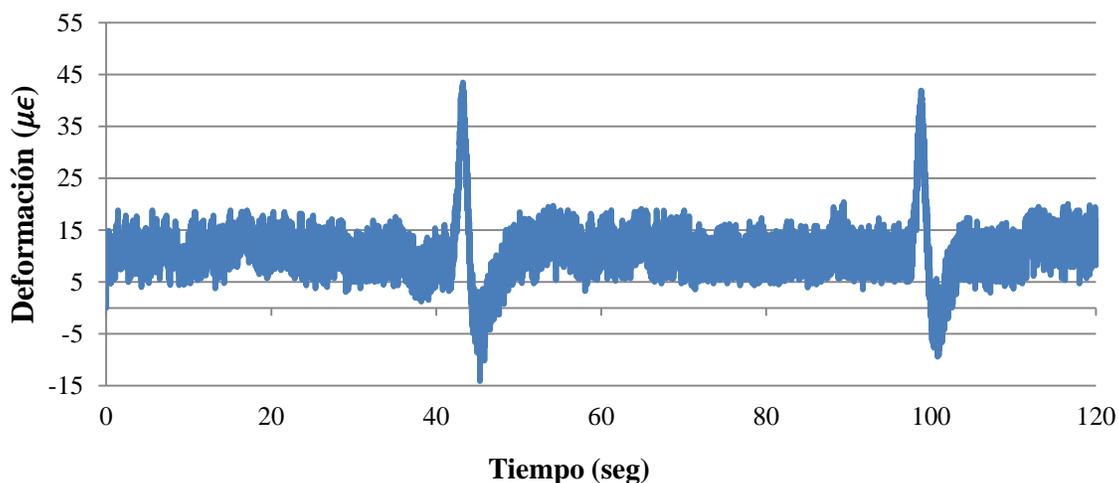


Figura 3.10 Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones vehiculares

A su vez, la señal dinámica típica ante excitaciones solamente ambientales como el viento se muestra en la Figura 3.11.

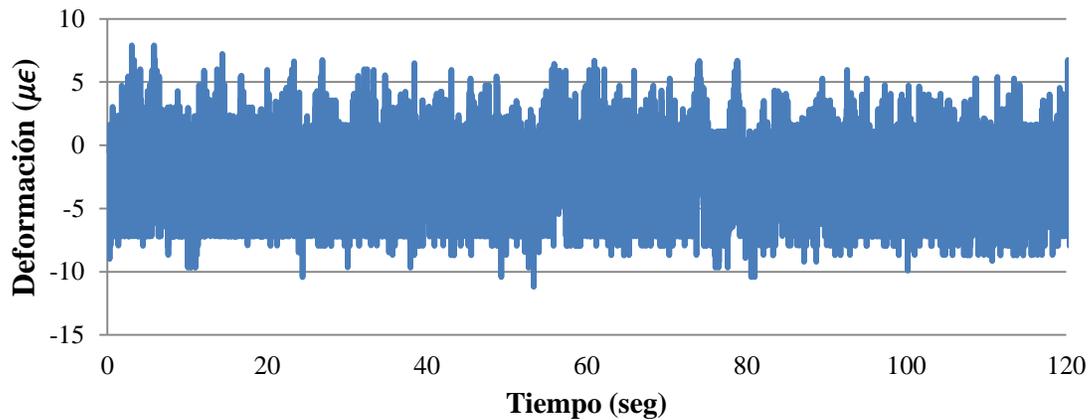


Figura 3.11 Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones ambientales

Si bien, la información de estos sensores (deformaciones) es utilizada para establecer niveles de alarma, generar distribuciones estadísticas de los esfuerzos de la superestructura, etc., en esta investigación se utilizaron las señales de deformación para identificar las frecuencias y formas modales lo que conlleva en un ahorro en instrumentación. Además, como una forma alternativa de medición y para validar los resultados del procedimiento antes descrito fueron analizadas las señales de los acelerómetros instalados en el puente sobre los pilones y los tirantes.

Las señales dinámicas de los tirantes son comúnmente utilizadas para identificar los modos de vibración locales del propio tirante con el fin de estimar la fuerza de tensión a la que están sometidos (Carrión, 2007), sin embargo esta señal suele contener las frecuencias asociadas a los modos del tablero que son de principal interés en esta investigación.

En las Figuras 3.12 y 3.13 se muestran las señales de aceleración típicas de los pilones y los tirantes respectivamente.

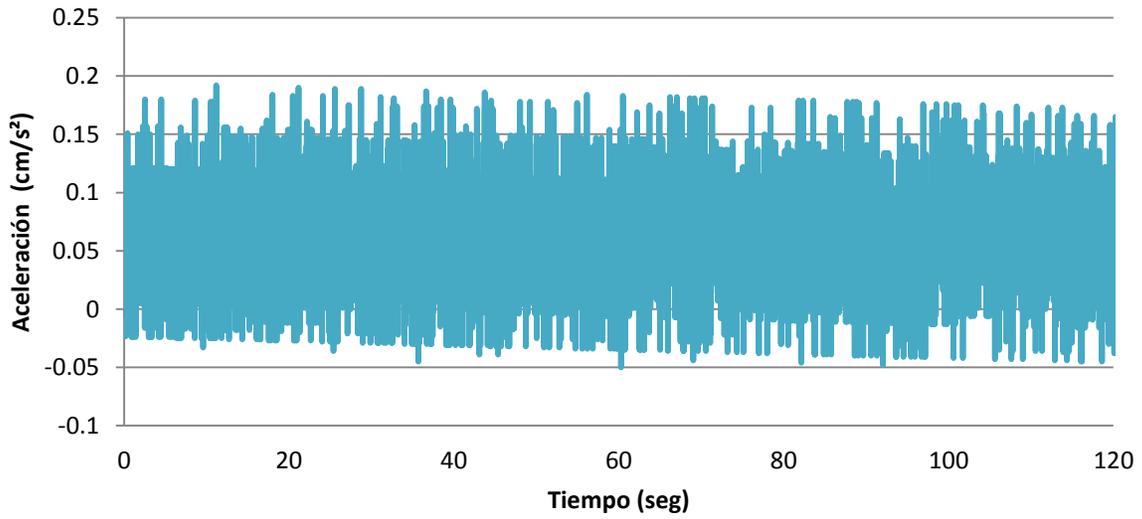


Figura 3.12 Señal típica de un acelerómetro en un pilón ante excitaciones ambientales

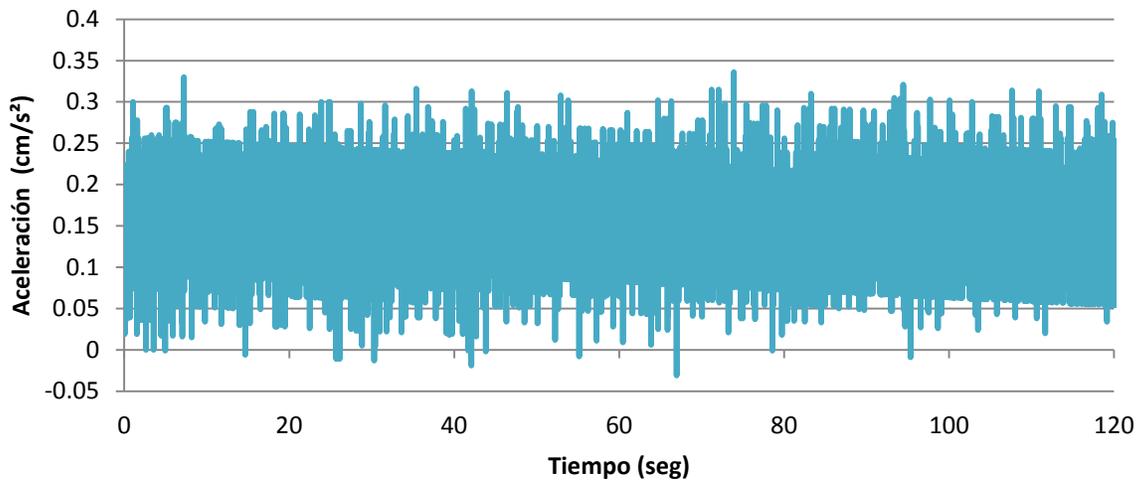


Figura 3.13 Señal típica de acelerómetro en tirante ante excitaciones ambientales

## -Procesamiento de señales

Las pruebas de vibración ambientales sobre una estructura se caracterizan por no utilizar ninguna excitación artificial, al contrario la respuesta dinámica de la estructura es medida por la excitación producida por el ambiente; como el viento, el tráfico o microsismos. Las principales características de las señales analizadas son:

- ❖ Bajas amplitudes, por lo que la estructura se comporta en su rango lineal
- ❖ Respuesta producida por excitaciones de carácter aleatorio

El procesamiento de las señales fue determinado en función de estas características de la señal dinámica, el esquema de la metodología utilizada para el análisis de señales se muestra en la Figura 3.14.

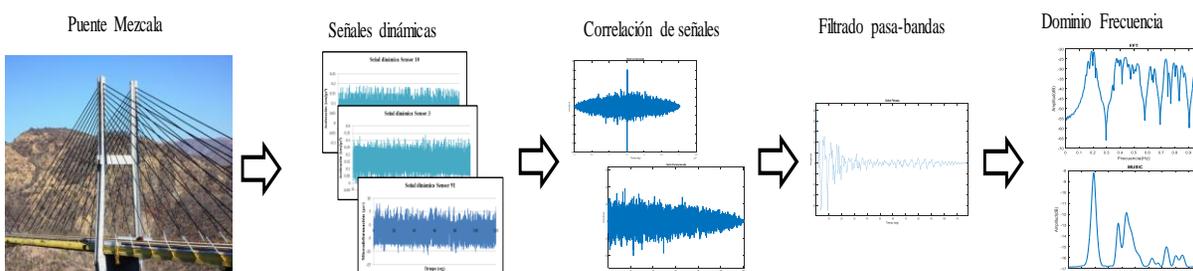


Figura 3.14 Metodología para el análisis de señales

El procedimiento comenzó obteniendo las señales dinámicas de la estructura bajo excitaciones ambientales, de estas señales se identificaron dos tipos:

- ❖ Señales producto de excitaciones ambientales.
- ❖ Señales producto de excitaciones ambientales y de tráfico.

La principal de discernir estas señales fue para identificar los modos que son excitados por excitaciones ambientales y/o por vehículos. Los bloques analizados de 2 minutos de duración corresponden a los periodos de Junio del 2016 y a Mayo del 2017, de

esta manera se pretendió identificar posibles cambios en los parámetros modales de la estructura dentro de un periodo de aproximadamente un año.

Los principales componentes en la metodología de análisis de señales dinámicas utilizada en esta investigación se describen a continuación:

### **-Correlación Cruzada y Auto Correlación**

Se ha demostrado que la correlación cruzada entre dos señales de un sistema lineal sujeto a excitaciones aleatorias es de la misma forma que un decaimiento de vibración libre o de una respuesta a un impulso (James et. al, 1993). De esta manera la señal de vibración ambiental mostrada en la figura 3.10 al ser correlacionada con otra señal o consigo misma (auto correlación) adquiere la forma de un decaimiento de vibración libre como se muestra en la Figura 3.15

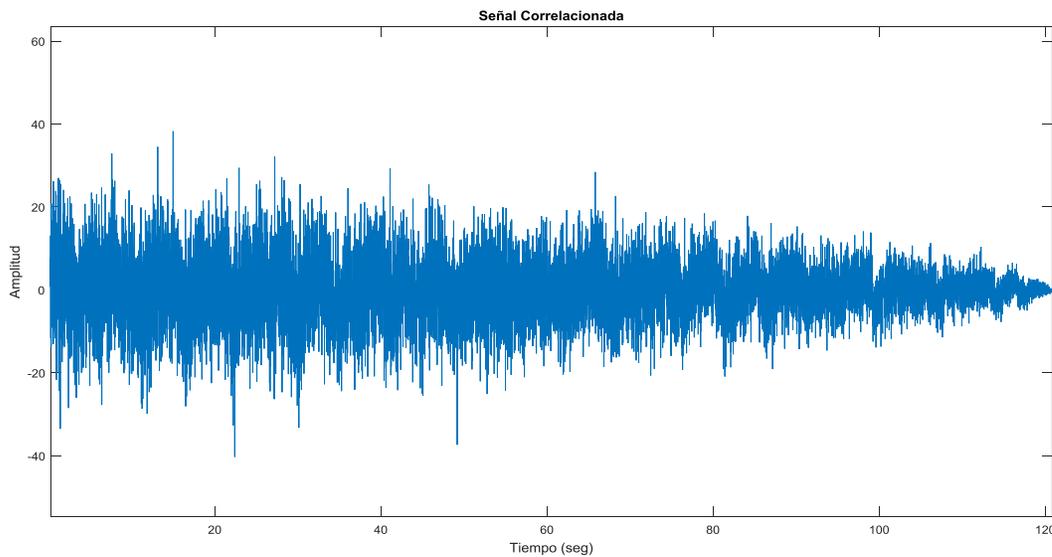


Figura 3.15 Respuesta libre amortiguada obtenida a través de la correlación de la señal

Matemáticamente la forma de correlación  $R_y(\tau)$  entre dos señales estacionarias  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  se puede mostrar como (Chiang, 1999):

$$R_y(\tau) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir} A_{jr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\zeta_r \omega_r \tau) \sin(\omega_{dr} \tau + \theta_r) \quad (Ec. 25)$$

Donde  $\varphi_{ir}$  denota el  $i$ -ésimo componente del  $r$ -ésima forma modal,  $A_{jr}$  es una constante y  $m_r$  es la  $r$ -ésima masa modal. La Ec. 23 muestra que la función  $R_y(\tau)$  es la suma de funciones exponenciales complejas, la cual es de la misma forma que un decaimiento de vibración libre o una respuesta a un impulso (Figura 3.14). Por esta razón, las funciones correlacionadas pueden ser utilizadas para identificar parámetros modales sin la necesidad de tener medición de las excitaciones, esta es la principal característica de las Técnicas de Excitación Natural (NExT) (James *et.al*, 1993). Cabe destacar que el término  $\varphi_{ir}A_{jr}$  representa las formas modales. En orden de eliminar el término  $A_{jr}$  y obtener las verdaderas formas modales, todos los sensores o canales son correlacionados con un canal de referencia  $x_j$ . Entonces los componentes identificados poseen el término común  $A_{jr}$ , el cual puede ser normalizado para obtener las formas modales (Chiang, 1999).

El esquema utilizado para determinar el sensor de referencia para la correlación de las señales se muestra en la Figura 3.16.

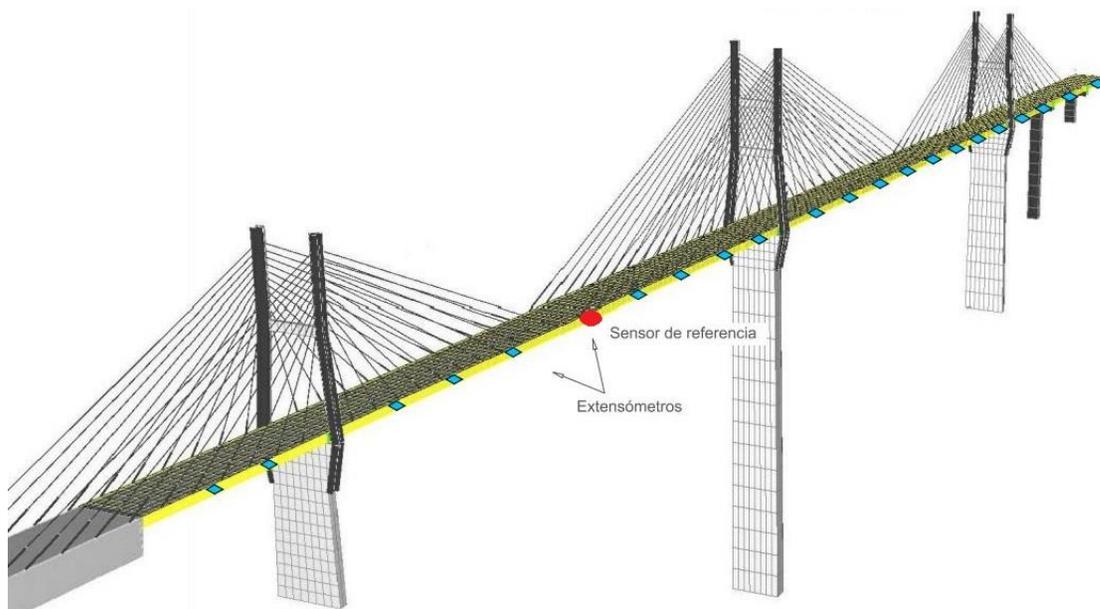


Figura 3.16 Esquema de selección de sensor de referencia

## -Filtrado

Este proceso se llevó a cabo utilizando filtros Butterworth pasa-bandas, donde el rango de frecuencias fue de 0-1 Hz debido a que de acuerdo al modelo de EF en este rango de frecuencias existen 20 modos asociados a la flexión biaxial y torsión del tablero. Aplicando el filtro Butterworth pasa-bandas a la señal correlacionada de la Figura 3.15 se obtiene la señal filtrada de la Figura 3.17

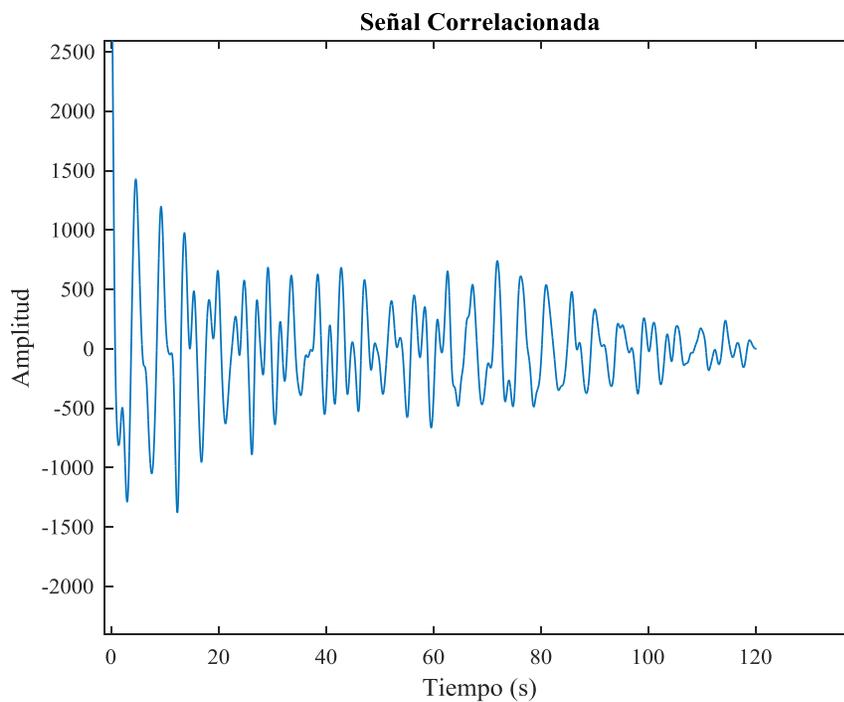


Figura 3.17 Señal filtrada en un rango de frecuencias 0-1 Hz

## -Identificación de frecuencias naturales y formas modales

El método utilizado para estimar las frecuencias naturales fue el *método Peak Picking (PP)*, en este método las frecuencias naturales son aquellas que corresponden a los picos del espectro de frecuencias de la señal. El espectro es obtenido al transformar la señal dinámica en dominio del tiempo al dominio de la frecuencia mediante la FFT o MUSIC.

En las Figuras 3.18 y 3.19 se muestra la señal de la figura 3.17 en el dominio de la frecuencia transformada respectivamente con los anteriores algoritmos. Como se puede apreciar en las anteriores figuras la transformada MUSIC tiene una mejor precisión en la estimación de las frecuencias naturales que la FFT. Sin embargo, los datos obtenidos de la FFT son de suma importancia ya que es la parte imaginaria de la FFT la que contiene la información de las formas modales de la estructura (Richardson, 1997). Para obtener las formas modales asociadas a los modos de vibración fue tomada la amplitud absoluta de la FFT multiplicada por el signo (1,-1) del coseno de su correspondiente ángulo de fase.

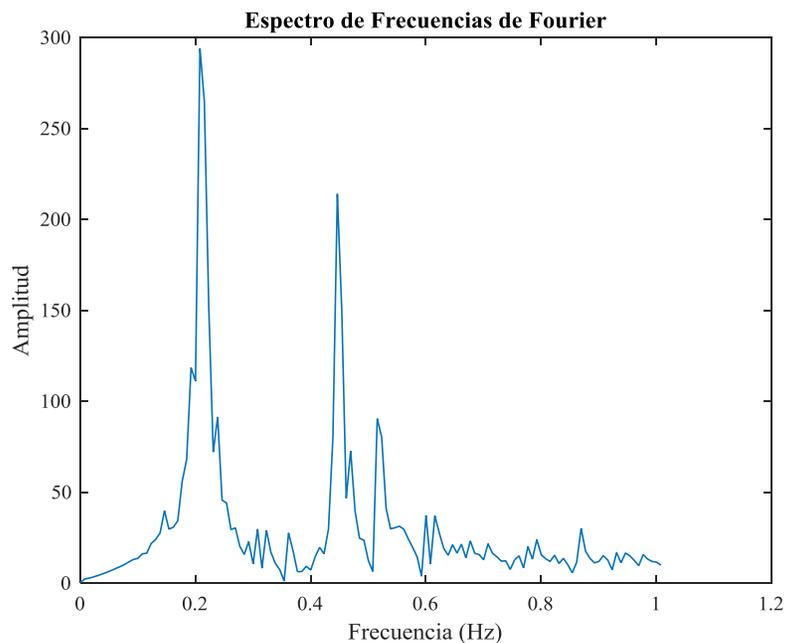


Figura 3.18 Espectro de frecuencias de Fourier

La forma de asociar las frecuencias naturales identificadas experimentalmente con aquellas del modelo de EF es a través de las formas modales, estas formas modales experimentales son directamente comparadas con los vectores propios asociados a cada frecuencia natural a través del Criterio de Aseguramiento Modal (MAC) (Allemang, 1982). Los valores del MAC varían de 0 a 1 donde la unidad representa una perfecta correlación entre los vectores. Cabe destacar que las formas modales obtenidas experimentalmente al haber sido extraídas de señales de deformación de extensómetros están asociadas a las

deformaciones por flexión del puente, por lo tanto, las formas modales de deformación del modelo de EF fueron determinadas a través de la Ec. 5.

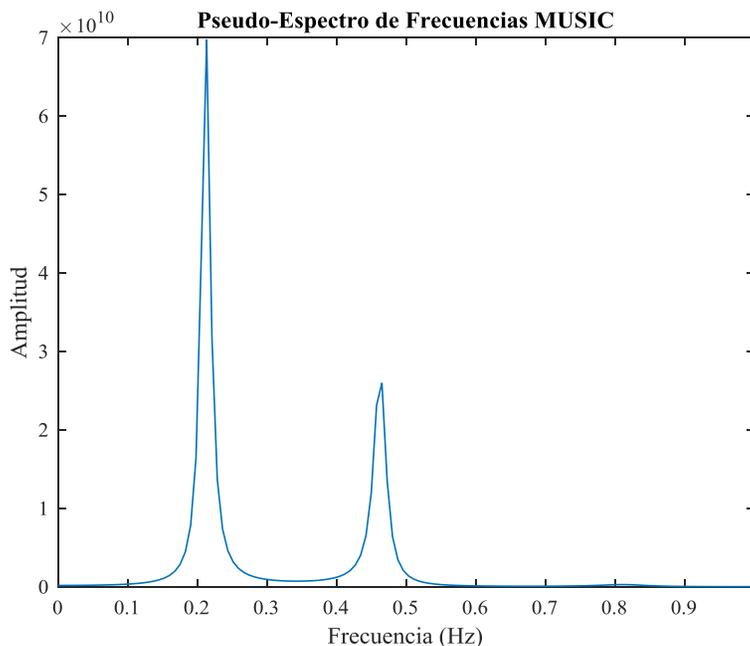


Figura 3.19 Pseudo espectro de frecuencias MUSIC

### - Análisis de bloques de datos con MUSIC

Primero se analizaron los bloques de datos asociados a excitaciones únicamente ambientales de Junio del 2016 a Mayo del 2017, cada señal de deformación y aceleración fue analizada mediante el procedimiento antes descrito, el espectro MUSIC de las señales de deformación de un bloque se muestra en la Figura 3.20.

Al promediar los espectros normalizados de todas las mediciones de un bloque se obtiene el espectro promediado de la Figura 3.21 Por otra parte, el espectro MUSIC de las señales de excitaciones ambientales y vehiculares se muestra en la Figura 3.22. A su vez, el espectro MUSIC promediado se muestra en la Figura 3.23.

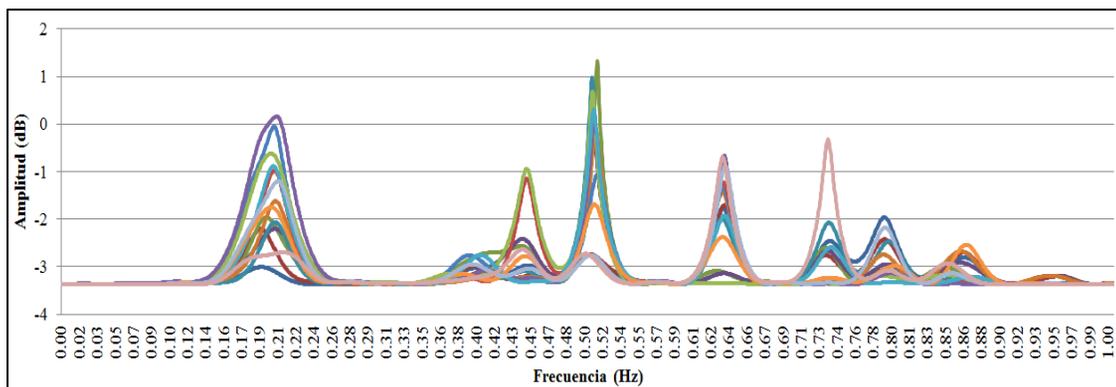


Figura 3.20 Espectro de frecuencias MUSIC para un bloque de datos

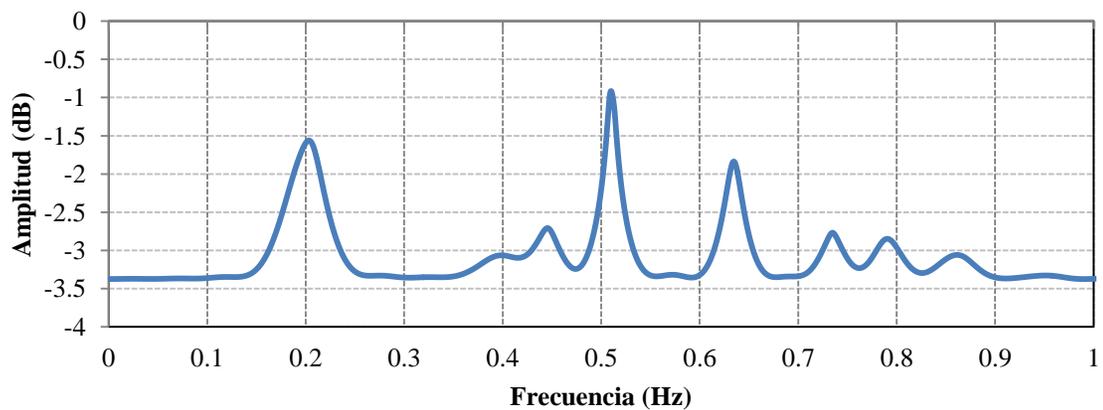


Figura 3.21 Espectro de frecuencias promediado

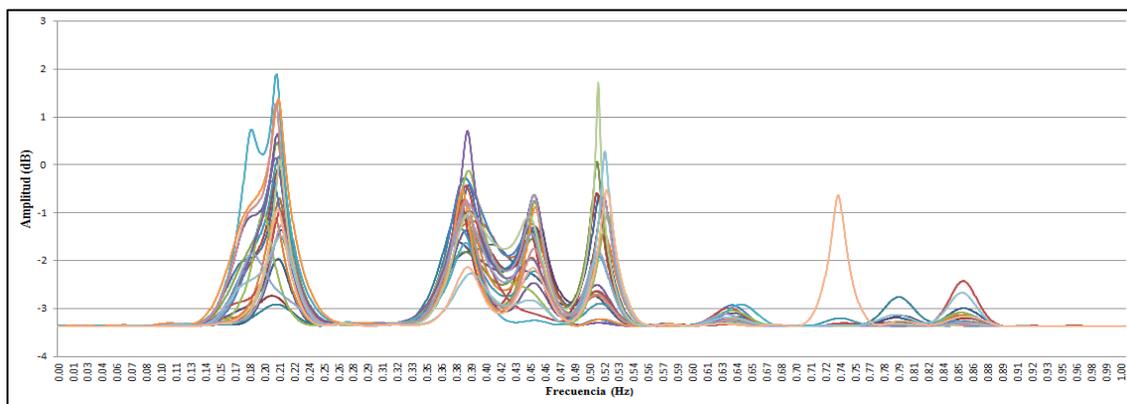


Figura 3.22 Espectro de frecuencias (excitaciones vehiculares)

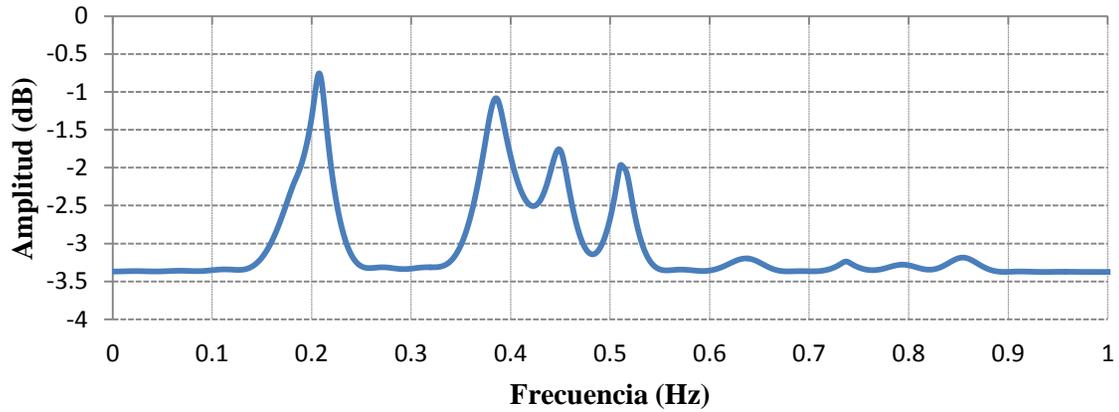


Figura 3.23 Espectro de frecuencias promediado (excitaciones vehiculares)

Los dos espectros promediados muestran las mismas frecuencias naturales, aunque se aprecia que las acciones vehiculares excitan más el segundo modo (segundo pico) así como producen mayores amplitudes que solo las excitaciones ambientales. Se destaca que no existen diferencias significativas entre las frecuencias de Junio del 2016 y Mayo del 2017.

A su vez, para cada bloque de datos se obtuvo la parte imaginaria de la FFT de todas las señales de extensómetros, donde los picos de este vector corresponden a la componente de la forma modal en la frecuencia donde se encuentran. Una vez obtenidas las formas modales, estas fueron normalizadas con respecto al componente de mayor magnitud con el fin de promediarse. Sin embargo, el programa StaDyn normaliza los vectores propios con respecto a la matriz de masas (Doyle, 1991), por lo que la forma modal experimental fue multiplicada por el Factor de Escala Modal (MSF) (Friswell y Mottershead, 1995) que tiene la función de escalar el vector experimental para fines comparativos.

$$MSF = \frac{\{\varphi_s\}^T \{\varphi_m\}}{\{\varphi_m\}^T \{\varphi_m\}} \quad (Ec. 26)$$

Donde los vectores  $\{\varphi_s\}$  y  $\{\varphi_m\}$  son las formas modales del modelo y las obtenidas del análisis de señales respectivamente. Las formas modales identificadas se muestran en las Figuras 3.24a-3.24g.

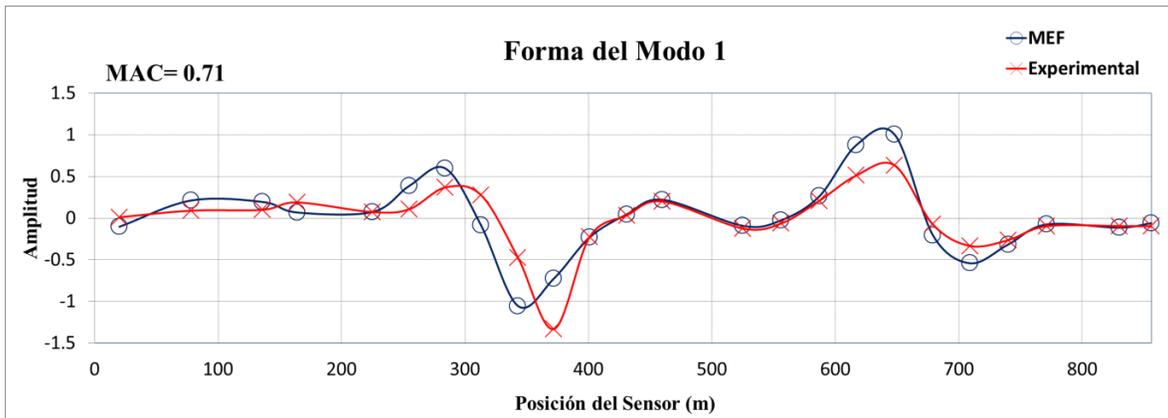


Figura 3.24a Comparación de la forma modal del modo 1

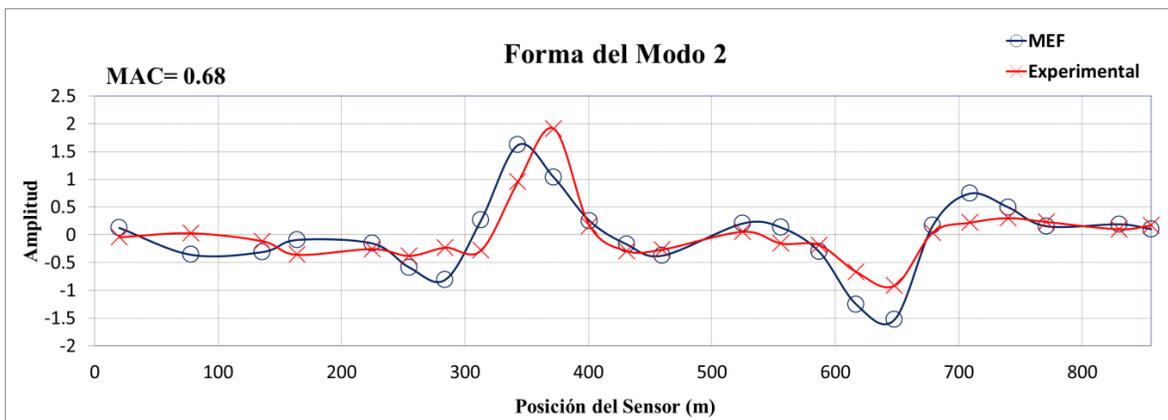


Figura 3.24b Comparación de la forma modal del modo 2

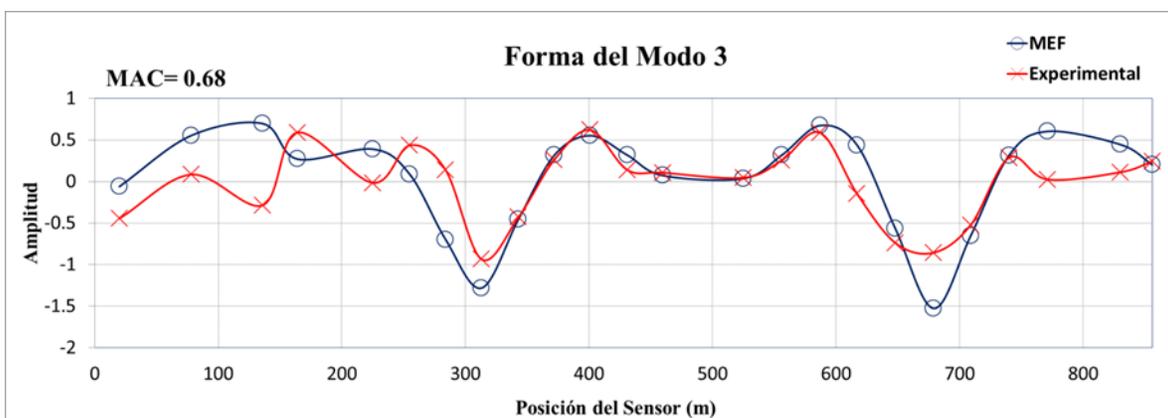


Figura 3.24c Comparación de la forma modal del modo 3

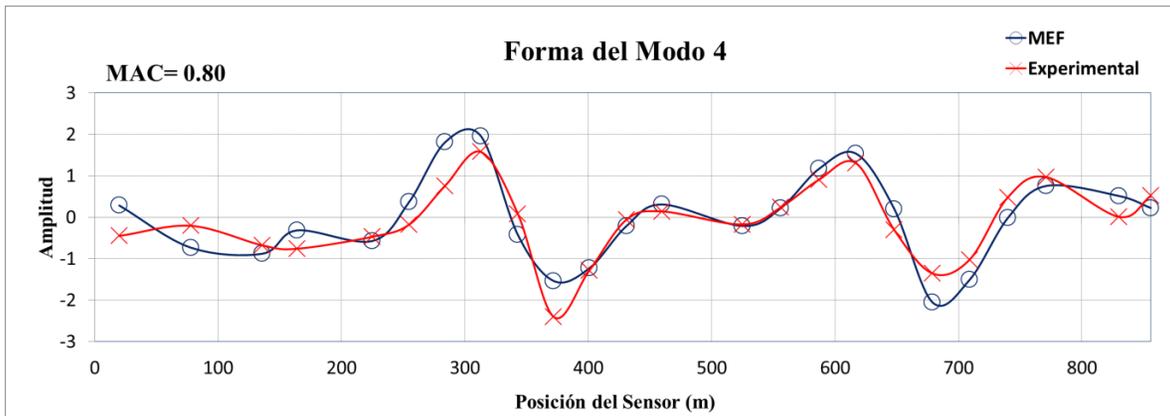


Figura 3.24d Comparación de la forma modal del modo 4

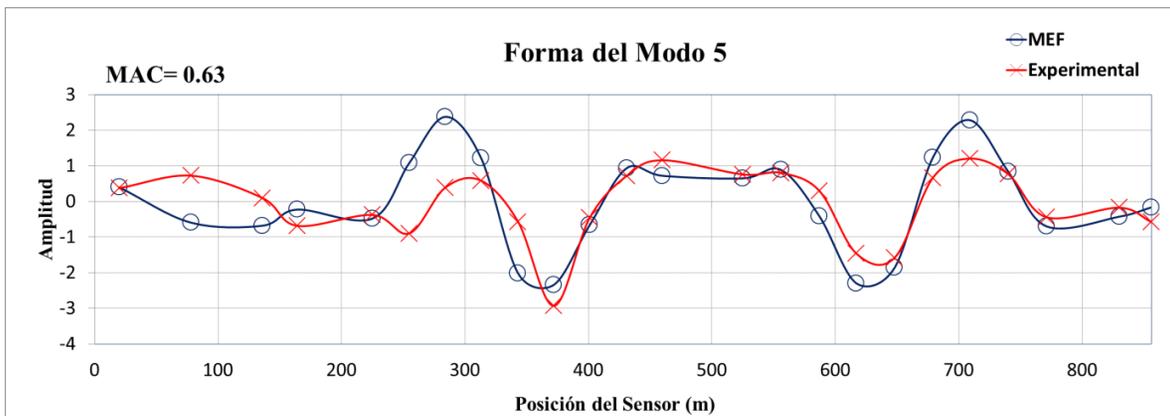


Figura 3.24e Comparación de la forma modal del modo 5

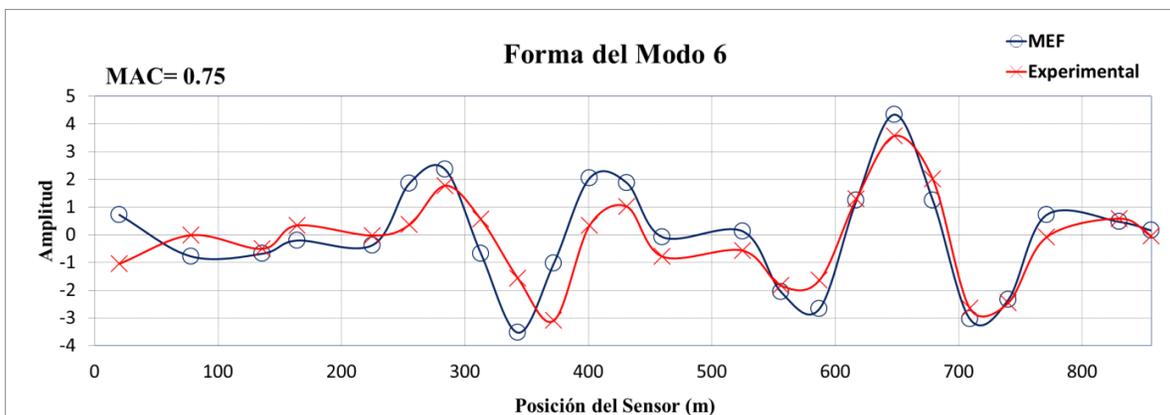


Figura 3.24f Comparación de la forma modal del modo 6

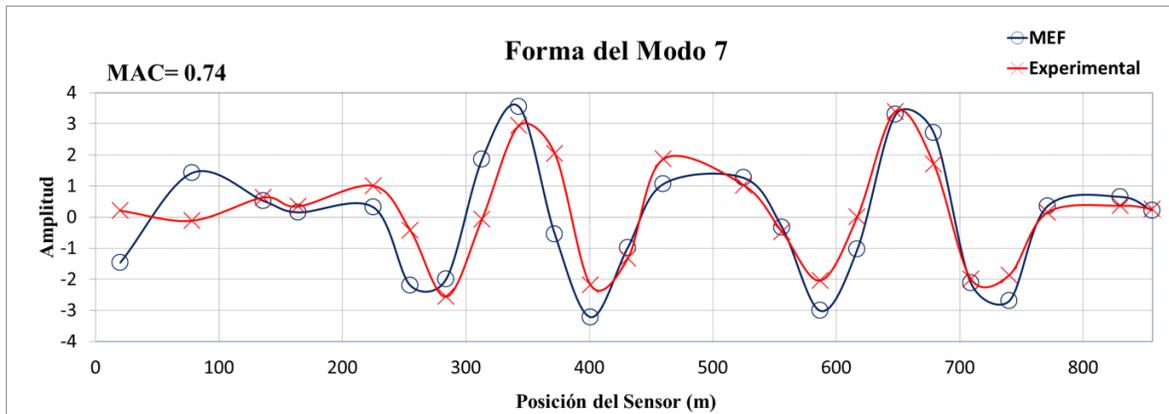


Figura 3.24g Comparación de la forma modal del modo 7

En total se identificaron 7 modos en un rango de 0-1 Hz, en la Tabla 3.5 se muestra el resumen de la fase experimental.

Tabla 3.5 Parámetros modales identificados

Modo	Frec. Exp. (Hz)	Frec. MEF (Hz)	Dif. (%)	MAC (%)
1	0.2080	0.2382	14.53	71
2	0.3805	0.4150	9.08	68
3	0.4425	0.5217	17.91	67
4	0.5080	0.5901	16.16	80
5	0.6313	0.7374	16.81	63
6	0.7831	0.8910	13.78	75
7	0.8510	0.9995	17.46	74

Las frecuencias naturales experimentales son el promedio de las frecuencias obtenidas de los bloques de datos. En general, se muestra que existe una considerable diferencia entre las frecuencias de los modos, por lo que es necesaria la calibración del modelo de EF, que es el principal objetivo de la presente investigación. Se destaca que los valores del MAC son bajos en comparación a los obtenidos de señales de acelerómetros, la razón de esto es que las galgas son más sensibles a los daños o efectos locales, a la

mecánica del propio sensor y/o del procedimiento de instrumentación y a la misma localización del sensor ya que los nodos del modelo fueron determinados a partir de los planos de instrumentación y no se tiene la localización exacta del sensor en la estructura. Para más detalles acerca de la identificación experimental de parámetros modales se puede consultar el Apéndice B.

Por último, en las Figuras 3.25a – 3.25g se muestran las formas globales de los modos de vibración identificados experimentalmente, en el rango de búsqueda 0-1 Hz fueron identificados 7 modos de los cuales 6 corresponden a la flexión del tablero y el modo restante corresponde a un torsional.

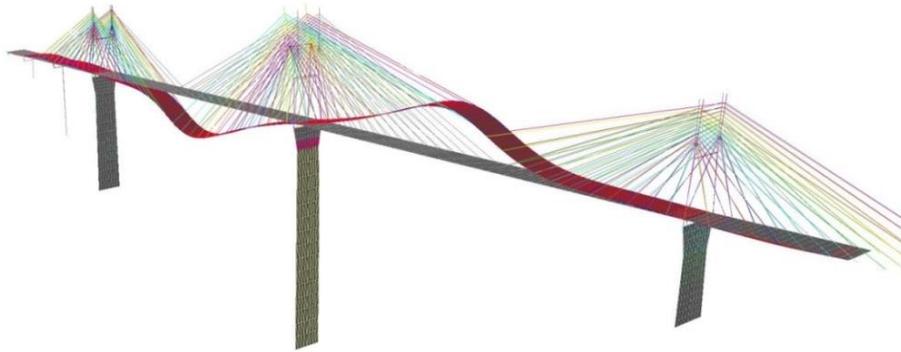


Figura 3.25a Modo 1 (flexión del tablero)

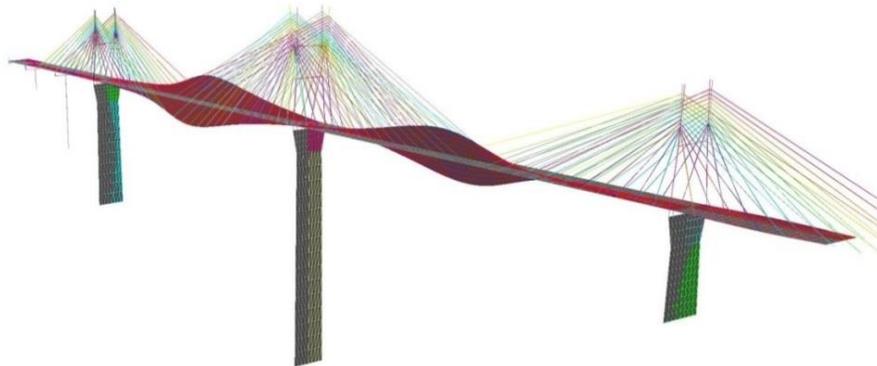


Figura 3.25b Modo 2 (torsión del tablero)

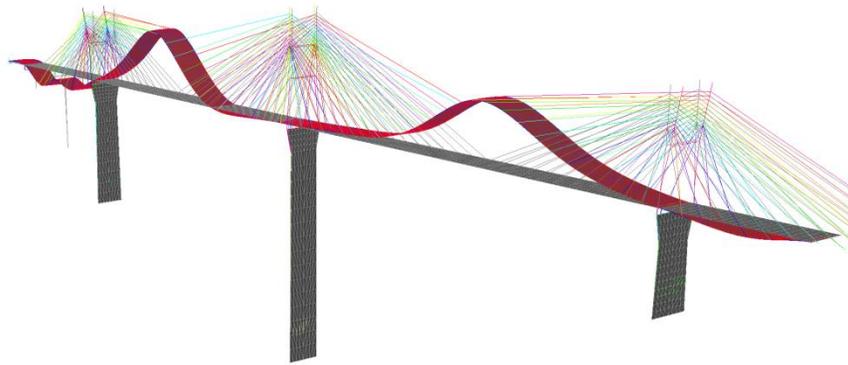


Figura 3.25c Modo 3 (flexión del tablero)

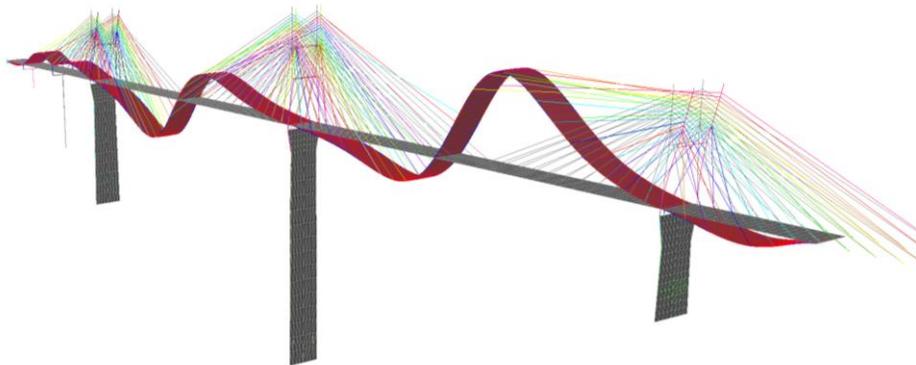


Figura 3.25d Modo 4 (flexión del tablero)

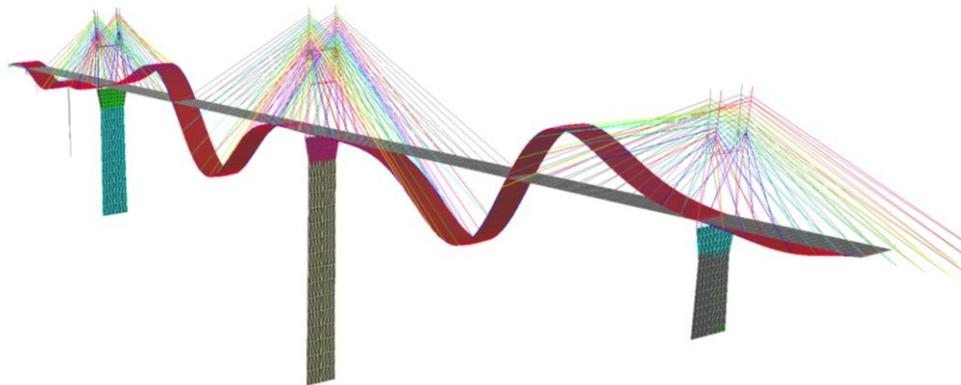


Figura 3.25e Modo 5 (flexión del tablero)

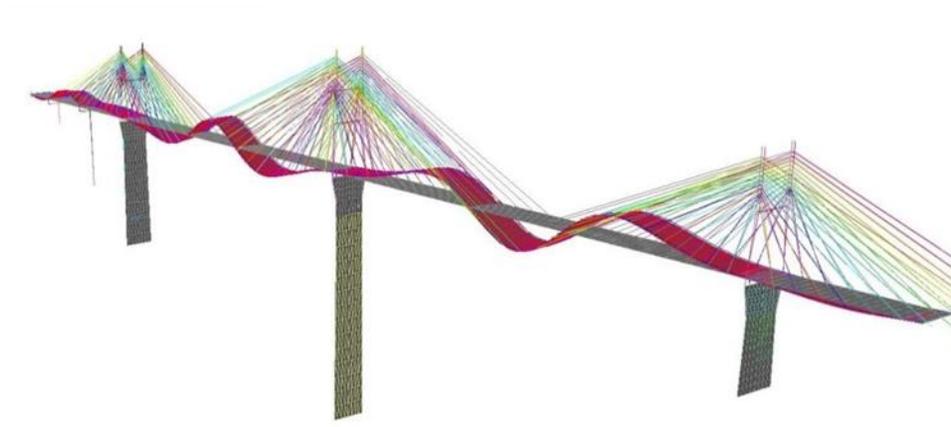


Figura 3.25f Modo 6 (flexión del tablero)

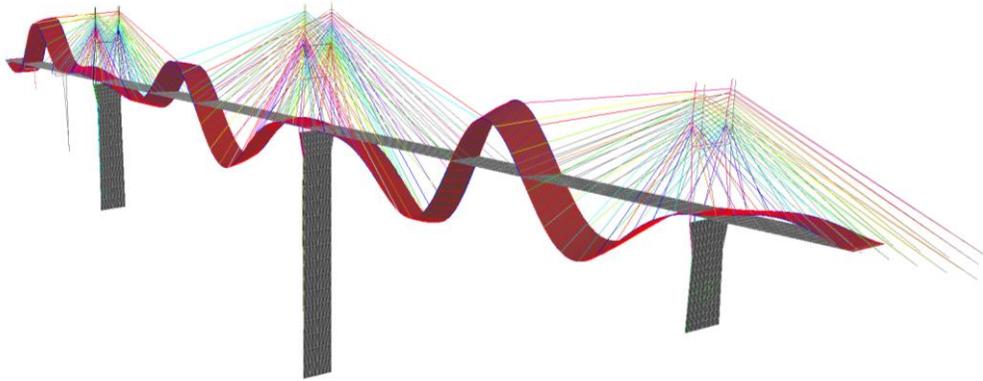


Figura 3.25g Modo 7 (flexión del tablero)

### 3.3 Análisis de Sensibilidad

Para seleccionar los parámetros estructurales más adecuados para ajustar en función de las frecuencias naturales identificadas experimentalmente fue realizado un análisis de sensibilidad considerando solo los parámetros de los cuales se tiene un grado elevado de incertidumbre. En la Tabla 3.6 se muestran los parámetros estructurales de los cuales no se cuenta con una medida exacta de sus propiedades y de algunos parámetros que los que si se tienen medidas pero que podrían variar por daños o defectos.

Tabla 3.6 Parámetros estructurales

Numero	Parámetro	Valor Inicial
1	Módulo Elástico Losa	30 GPa
2	Densidad efectiva Losa	2400 kg/m <sup>3</sup>
3	Inercia Losa	0.001 m <sup>4</sup> /m
4	Módulo Elástico Vigas Principales	210 GPa
5	Inercia Vigas Principales	0.1885 m <sup>4</sup>
6	Módulo Elástico Vigas Secundarias	210 GPa
7	Inercia Vigas Secundarias	0.0677 m <sup>4</sup>
8	Rigidez EA Uniones	0.21 GN/m
9	Densidad Tirantes	7850 kg/m <sup>3</sup>
10	Módulo Elástico Torre 1	30 GPa
11	Módulo Elástico Torre 2	30 GPa
12	Módulo Elástico Torre 3	30 GPa
13	Módulo Elástico Torre 4	30 GPa
14	Módulo Elástico Torre 5	30 GPa
15	Densidad Torre 1	2400 kg/m <sup>3</sup>
16	Densidad Torre 2	2400 kg/m <sup>3</sup>
17	Densidad Torre 3	2400 kg/m <sup>3</sup>
18	Densidad Torre 4	2400 kg/m <sup>3</sup>
19	Densidad Torre 5	2400 kg/m <sup>3</sup>
20	Densidad Vigas Principales	7850 kg/m <sup>3</sup>
21	Densidad Vigas Secundarias	7850 kg/m <sup>3</sup>
22	Momento de Inercia <i>I<sub>yy</sub></i> Pílon 2	6.20 m <sup>4</sup>
23	Momento de Inercia <i>I<sub>yy</sub></i> Pílon 3	28 m <sup>4</sup>
24	Momento de Inercia <i>I<sub>yy</sub></i> Pílon 4	6.20 m <sup>4</sup>
25	Rigidez EI Uniones	210GN-m <sup>2</sup>

Al aplicar un incremento  $h$  a cada uno de los parámetros estructurales (uno a la vez) del 5% del valor inicial de dicho parámetro, fue estimada la sensibilidad de las frecuencias naturales a partir de la Ecuación 8. En las Figs. 3.26a-3.26g se muestran las sensibilidades normalizadas de las frecuencias naturales de vibración.

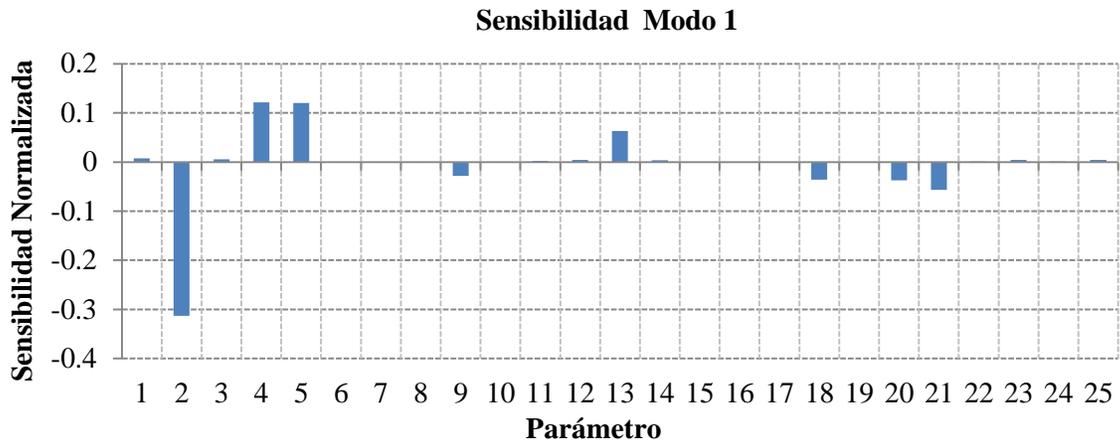


Figura 3.26a Sensibilidad de la primera frecuencia natural

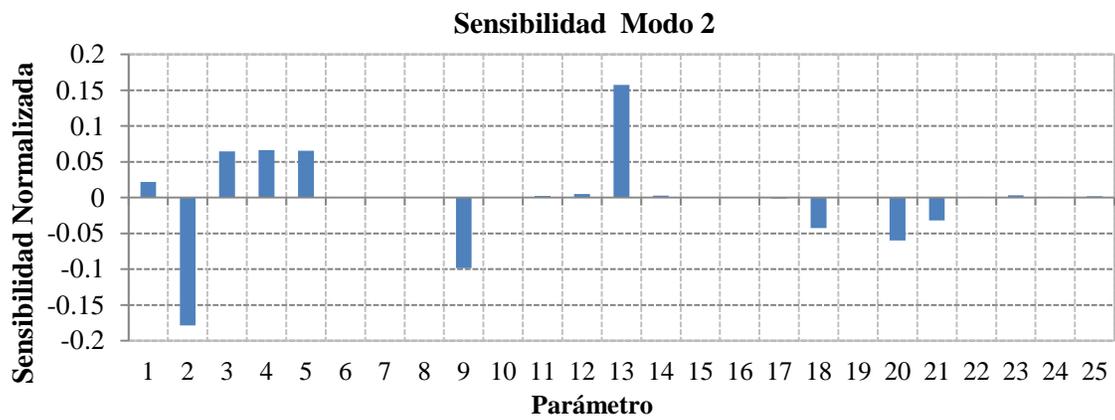


Figura 3.26b Sensibilidad de la segunda frecuencia natural

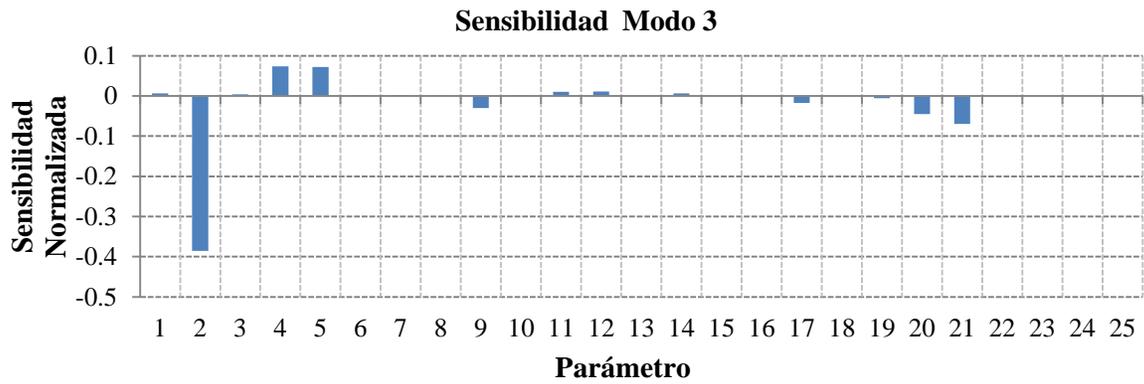


Figura 3.26c Sensibilidad de la tercer frecuencia natural

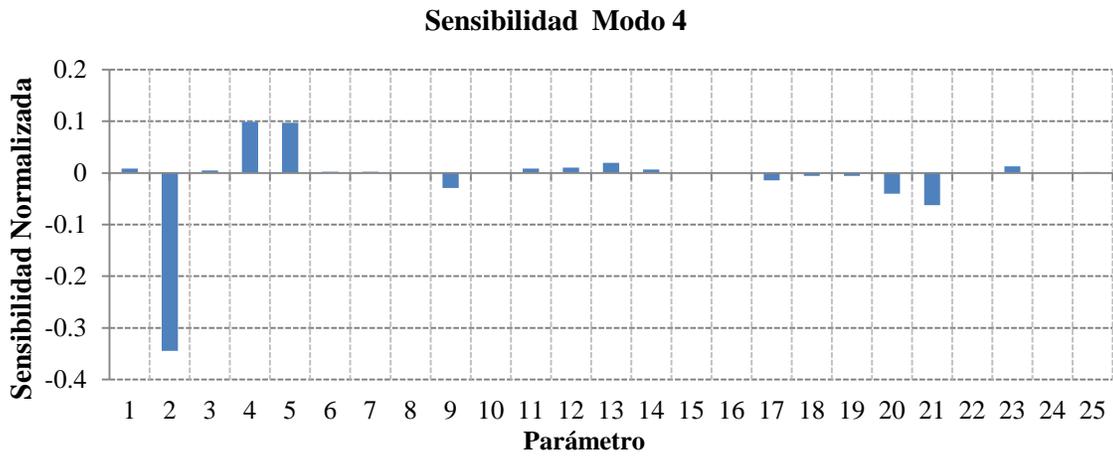


Figura 3.26d Sensibilidad de la cuarta frecuencia natural

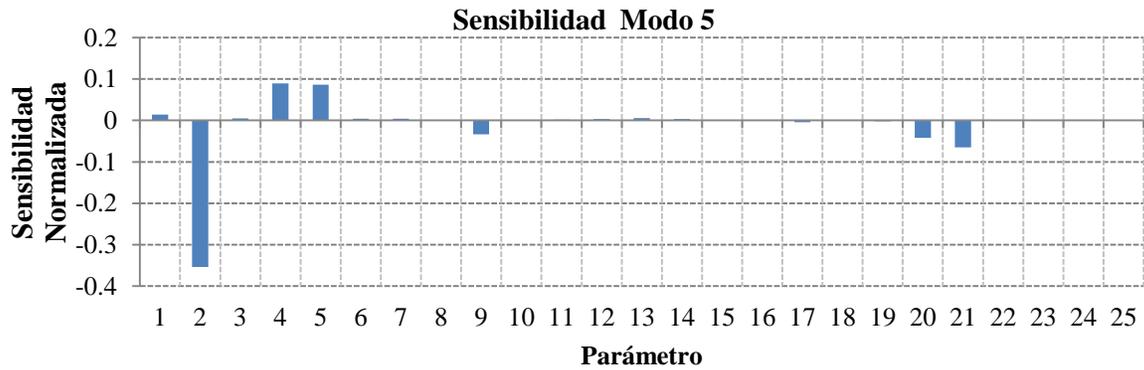


Figura 3.26e Sensibilidad de la quinta frecuencia natural

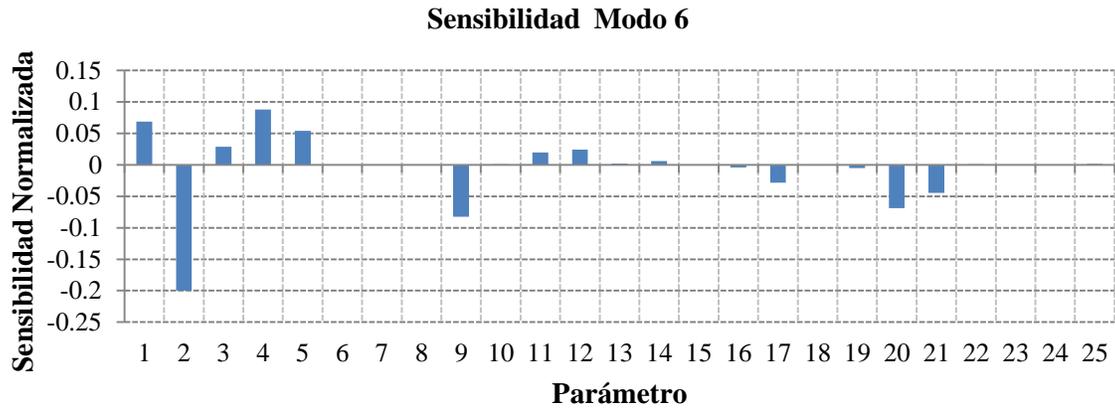


Figura 3.26f Sensibilidad de la sexta frecuencia natural

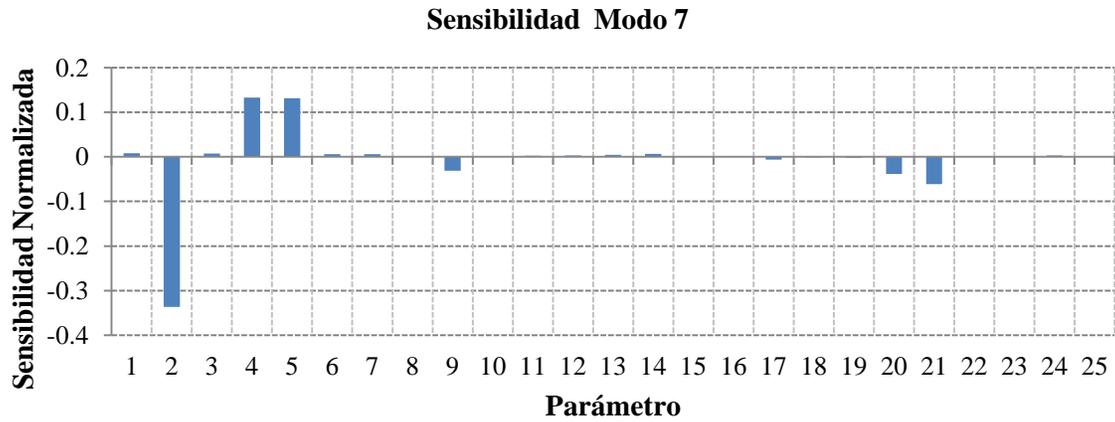


Figura 3.26g Sensibilidad de la séptima frecuencia natural

De acuerdo a los gráficos de sensibilidad mostrados en las Figs. 3.26a-3.26g, las frecuencias naturales son altamente sensibles a los parámetros estructurales del tablero como son la rigidez de las vigas principales, módulo de elasticidad y densidad de la losa y en un menor orden a la rigidez de las pilas y tirantes de sujeción. El valor de estos parámetros tiene un alto nivel de incertidumbre debido a la calidad y degradación de las propiedades del material en el caso de los módulos de elasticidad del acero y el concreto y del espesor efectivo de la carpeta asfáltica en el caso de la densidad de la losa, por ello, estos parámetros serán los considerados para calibrar el modelo de EF.

### 3.4 Calibración del modelo de EF utilizando métodos de optimización

#### -Método Gauss-Newton

El proceso inverso de la identificación de parámetros estructurales fue realizado inicialmente a través del método Gauss-Newton o *Newton-Raphson Mínimos Cuadrados* descrito en la sección 2.6.1. De los términos de la Ec. 16, el vector de respuestas experimentales  $\mathbf{d}$  contiene las 7 frecuencias naturales identificadas experimentalmente en forma de eigenvalores, es decir,  $\omega_{exp}^2 = (2 * \pi * f_{exp})^2$ , el vector de respuestas iniciales  $\mathbf{u}_0$  contiene los eigenvalores obtenidos del modelo de EF con parámetros iniciales  $\mathbf{a}^0$ . El motivo de considerar los eigenvalores en vez de los valores de la frecuencia en Hz es para mejorar el condicionamiento numérico de la matriz de sensibilidades.

#### -Matriz de Sensibilidades y Espacio de Búsqueda

Para estimar la matriz de sensibilidad fue necesario establecer un espacio de búsqueda o rango de los posibles valores de los parámetros estructurales, estos rangos deben establecerse en función de que los parámetros identificados tengan una significancia física. En la Tabla 3.9 se muestran los límites superiores e inferiores del espacio de búsqueda y el incremento  $h$  utilizado para estimar la sensibilidad que se tomó como un 5% del espacio de búsqueda.

Tabla 3.7 Valores del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior	Valor $h$
E Acero Vigas	210 GPa	185 GPa	220 GPa	1.75 GPa
E Tablero	30 GPa	30 GPa	35 GPa	0.25 GPa
E Torres	30 GPa	30 GPa	35 GPa	0.25 GPa
$\rho$ Tablero	2400 kg/m <sup>3</sup>	2400 kg/m <sup>3</sup>	3780 kg/m <sup>3</sup>	69 kg/m <sup>3</sup>
$\rho$ Torres	2400 kg/m <sup>3</sup>	2400 kg/m <sup>3</sup>	2600 kg/m <sup>3</sup>	10 kg/m <sup>3</sup>

### **-Matriz de Pesos W**

Para incluir que algunas mediciones son más acertadas que otras y a su vez, adicionar un escalamiento en las mediciones para igualar las amplitudes del vector residual (Mottershead, 2011). Una opción para proponer una matriz W es la que propone Friswell y Mottershead (1995), que está basada en las varianzas de las mediciones experimentales (Ec. 27).

$$W = diag\left(\frac{1}{V_1\omega_1^2}, \dots, \frac{1}{V_7\omega_7^2}\right) \quad (Ec. 27)$$

Donde V es el coeficiente de variación de la medición. El recíproco de las varianzas es utilizado debido a que los datos certeros tienen poca varianza, pero requieren un peso mayor en el algoritmo. Sin embargo, en esta investigación solo se utilizaron valores de las frecuencias naturales con la misma varianza de tal manera que se utilizó la matriz W de la Ec. 28.

$$W = diag\left(\frac{1}{\omega_1^2}, \dots, \frac{1}{\omega_7^2}\right) \quad (Ec. 28)$$

### **-Matriz de Regularización**

La matriz de regularización utilizada corresponde a la propuesta por Friswell y Mottershead (1995) que tiene la función de reducir el mal condicionamiento de las ecuaciones de mínimos cuadrados a través de agregar las varianzas de los parámetros estructurales, adicionalmente restringe al parámetro a actualizarse dentro del espacio de búsqueda. La matriz de regularización H se muestra en la Ec. 28.

$$[H] = diag\left(\frac{1}{(V_j a_j)^2}, \dots, \frac{1}{(V_M a_M)^2}\right) \quad (Ec. 28)$$

Normalizando la matriz H con respecto al valor inicial de cada parámetro, la Ec. 16 se expresa de la forma mostrada en la Ec. 29.

$$[[\psi]^T[W][\psi] + \lambda[H]]\{\tilde{P}\} = [\psi]^T[W]\{d - u + \psi\tilde{P}^0\} + \lambda[H]\{\tilde{P}^0\} \quad (Ec. 29)$$

### -Generación de superficies de respuesta

Para generar las FSR de las frecuencias naturales del modelo de EF fueron utilizados los parámetros estructurales definidos como los más significativos a través del análisis de sensibilidad realizado previamente. Para optimizar la generación de las FSR fue utilizado el DCC para un diseño de 4 factores. En la Tabla 3.8 se muestran las 30 combinaciones de los parámetros estructurales definidas a través del DCC.

Tabla 3.8 Combinaciones de parámetros estructurales

<b>E Tablero (GPa)</b>	<b>E Vigas (GPa)</b>	<b>E Torres (GPa)</b>	<b>ρ Tablero (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>ρ Torres (kg/m<sup>3</sup>)</b>
35	225	35	4000	2400
35	225	35	2400	2600
35	225	26	4000	2600
35	225	26	2400	2400
35	185	35	4000	2600
35	185	35	2400	2400
35	185	26	4000	2400
35	185	26	2400	2600
26	225	35	4000	2600
26	225	35	2400	2400
26	225	26	4000	2400
26	225	26	2400	2600
26	185	35	4000	2400
26	185	35	2400	2600
26	185	26	4000	2600
26	185	26	2400	2400
41.20	205	30.5	3200	2500
19.79	205	30.5	3200	2500
30.5	252.56	30.5	3200	2500

30.5	157.43	30.5	3200	2500
30.5	205	41.20	3200	2500
30.5	205	19.79	3200	2500
30.5	205	30.5	5102.72	2500
30.5	205	30.5	1297.28	2500
30.5	205	30.5	3200	2737.84
30.5	205	30.5	3200	2262.16
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500
30.5	205	30.5	3200	2500

Para cada una de estas combinaciones de parámetros fue realizado el análisis modal a través de un proceso automático con el programa StaDyn obteniéndose los valores de las 7 frecuencias naturales de interés correspondientes a cada combinación. Una vez obtenidos los valores de las frecuencias naturales fue realizado un análisis de la varianza estadística (ANOVA) a los modelos de regresión lineal para cada frecuencia utilizando el programa RStudio, estos modelos fueron actualizados hasta que se obtuvieron valores de correlación adecuados ( $R^2 > 0.95$ ). Los valores de significancia de cada parámetro y la correlación de las FSR se muestran en el Apéndice C.

Las FSR de la primer frecuencia natural se muestra en las Figura 3.45, las superficies fue graficada en el espacio de búsqueda del módulo de elasticidad de las vigas de acero y de la densidad efectiva del tablero manteniendo los valores de los módulos de elasticidad del tablero y del concreto en 30 GPa.

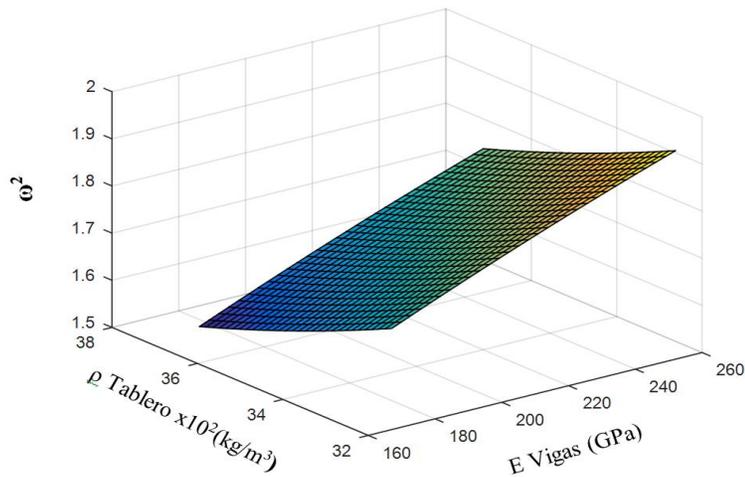


Figura 3.27 FSR de la primer frecuencia natural

### -Algoritmos Genéticos y Enjambre de Partículas

El motivo principal por el cual se generaron las FSR para cada frecuencia natural fue de utilizarlas en una función objetivo la cual pueda ser optimizada mediante algoritmos de optimización como lo son los AG y PSO, las FSR tienen la ventaja de ser polinomios, por lo cual su evaluación es más rápida y menos complicada que un modelo de EF, estas características permiten emplear esquemas como el método de Fuerza Bruta (Doyle, 2004) en el caso de que sean 2 los parámetros estructurales desconocidos.

La función objetivo utilizada en la optimización de las FSR fue la Ec. 19, donde el peso  $W$  asignado a cada uno de los residuales obedeció a la matriz de pesos de la Ec. 3.6. El AG y PSO utilizados para optimizar la función objetivo fueron los implementados en el programa MATLAB, dentro de las características del AG y PSO se implementaron las siguientes consideraciones:

- ❖ Cambio relativo en la función objetivo para detener el algoritmo:  $1e-12$
- ❖ Tamaño de población: 50
- ❖ Los restantes parámetros corresponden a las características DEFAULT implementadas en *MatLab Optimization Toolbox*.

# Capítulo 4

## Resultados

Utilizando el algoritmo Gauss-Newton se alcanzó una convergencia en 11 iteraciones, el valor del parámetro  $\lambda$  fue definido como 0.12 debido a que valores por debajo de este producían valores por fuera del espacio de búsqueda de los parámetros estructurales. En las Figs. 4.1 - 4.5 se muestran los diferentes valores de los parámetros estructurales durante cada iteración.

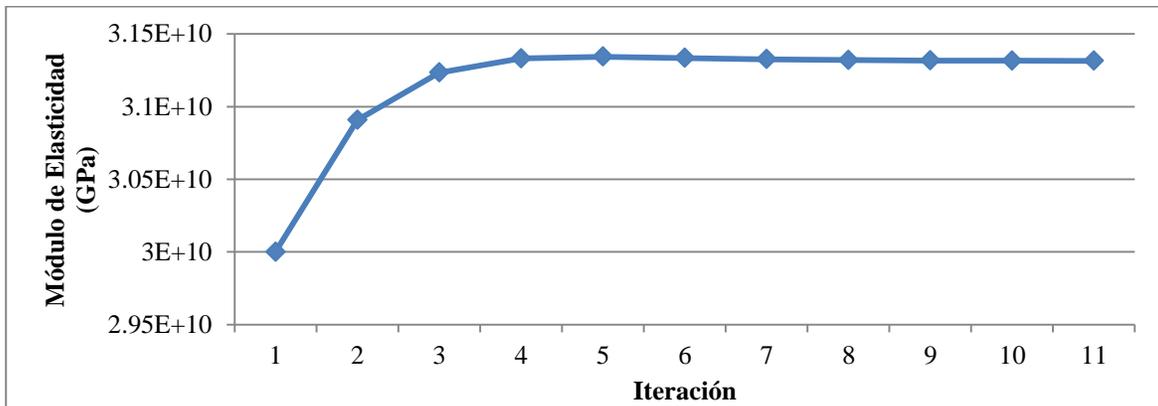


Figura 4.1 Convergencia del módulo de elasticidad del tablero

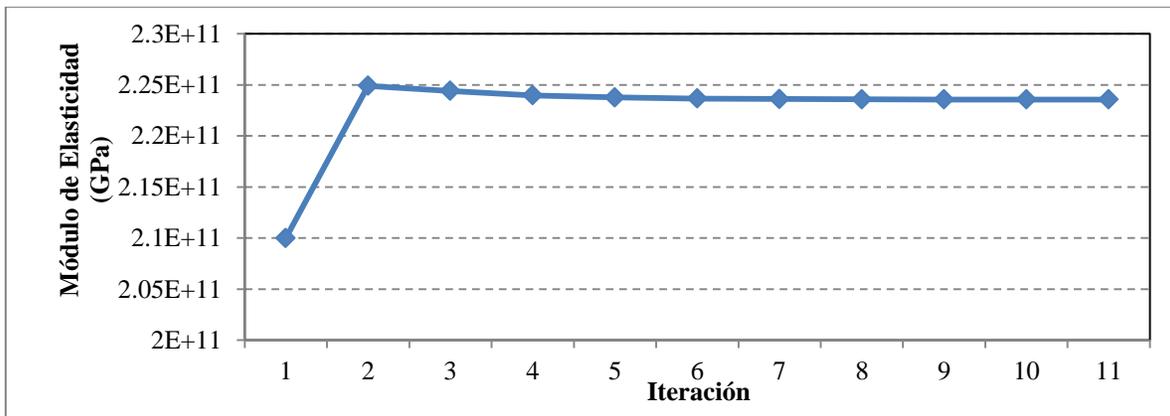


Figura 4.2 Convergencia del módulo de elasticidad de las vigas

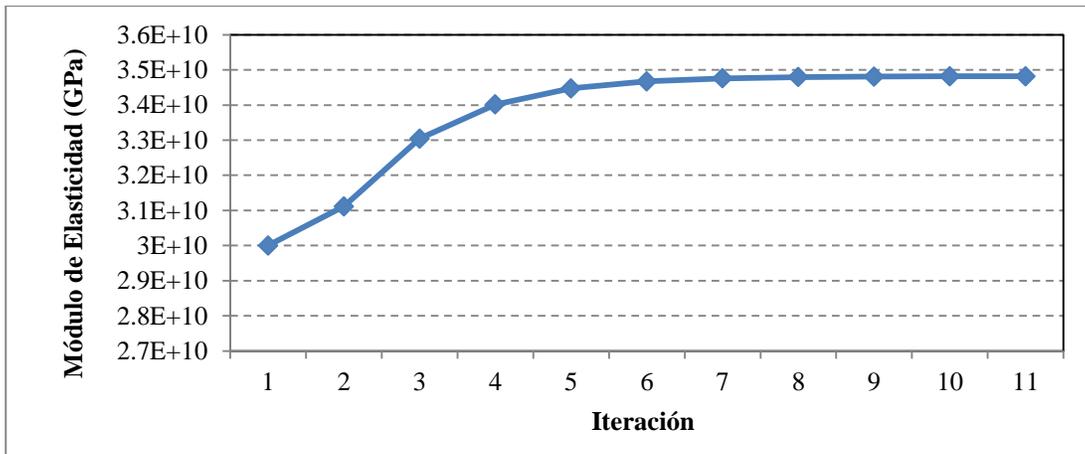


Figura 4.3 Convergencia del módulo de elasticidad de las torres

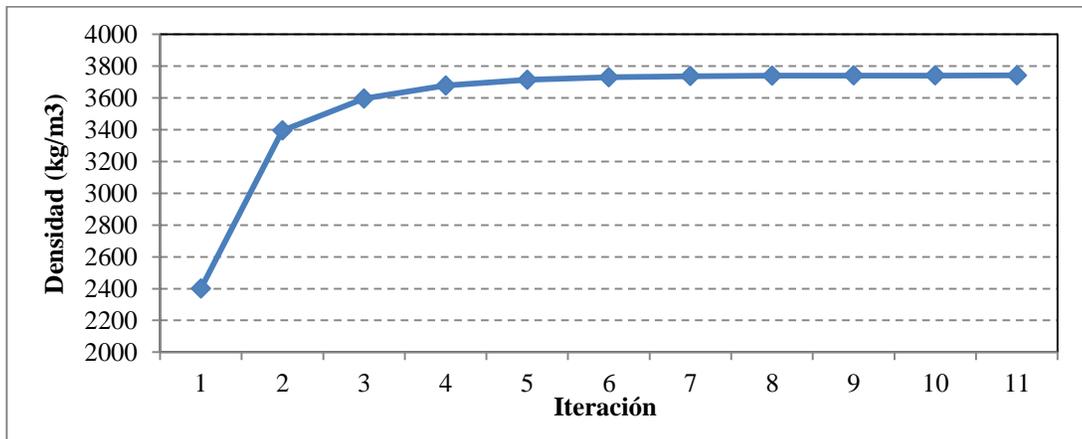


Figura 4.4 Convergencia de la densidad efectiva del tablero

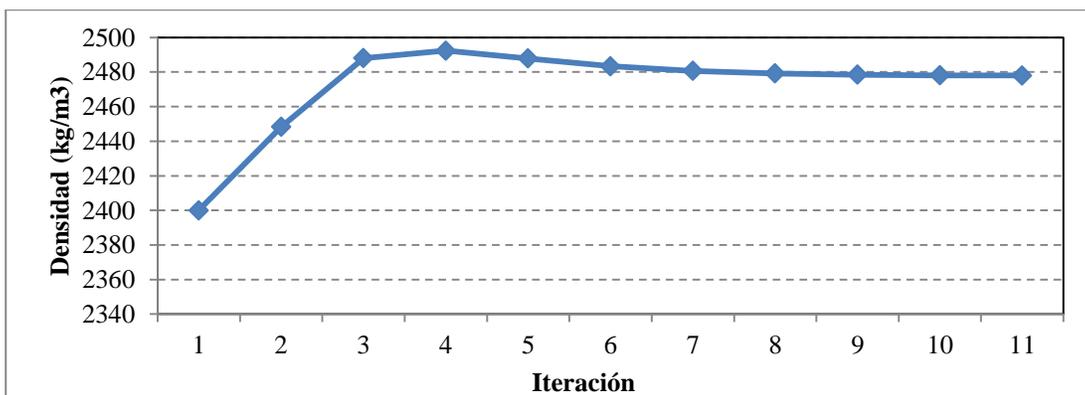


Figura 4.5 Convergencia de la densidad de las torres

Por otra parte, utilizando AG para optimizar la función objetivo se obtuvo una convergencia alrededor de las 50 generaciones y con un error final de 0.0924, mientras que utilizando PSO se obtuvo una convergencia alrededor de las 20 iteraciones y con un error final de 0.0915. En las Figs. 4.6 – 4.7 se muestran los valores de la función objetivo a través del proceso de optimización utilizando AG y PSO respectivamente. En el Apéndice D se muestran la función objetivo y las rutinas empleadas en MATLAB de optimización AG y PSO.

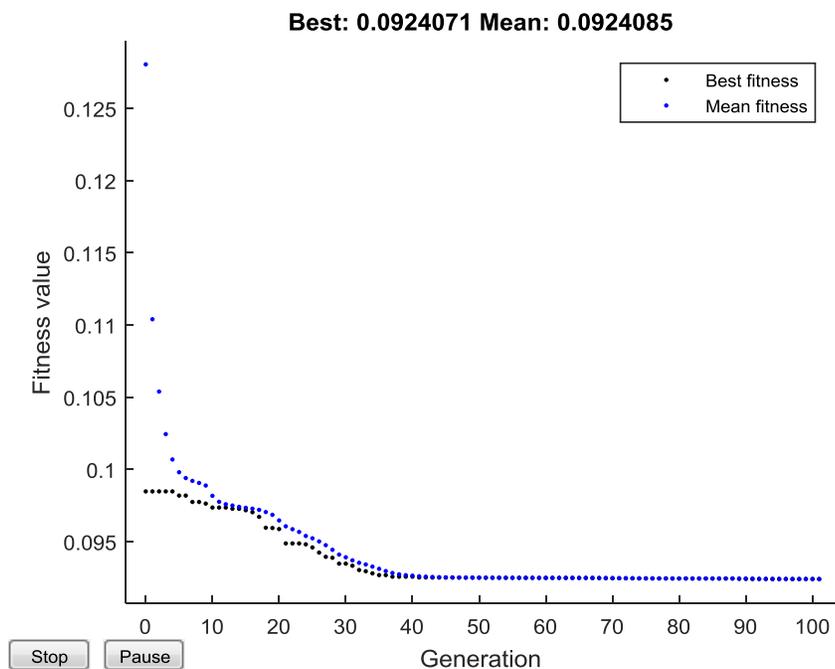


Figura 4.6 Convergencia de la función objetivo utilizando AG

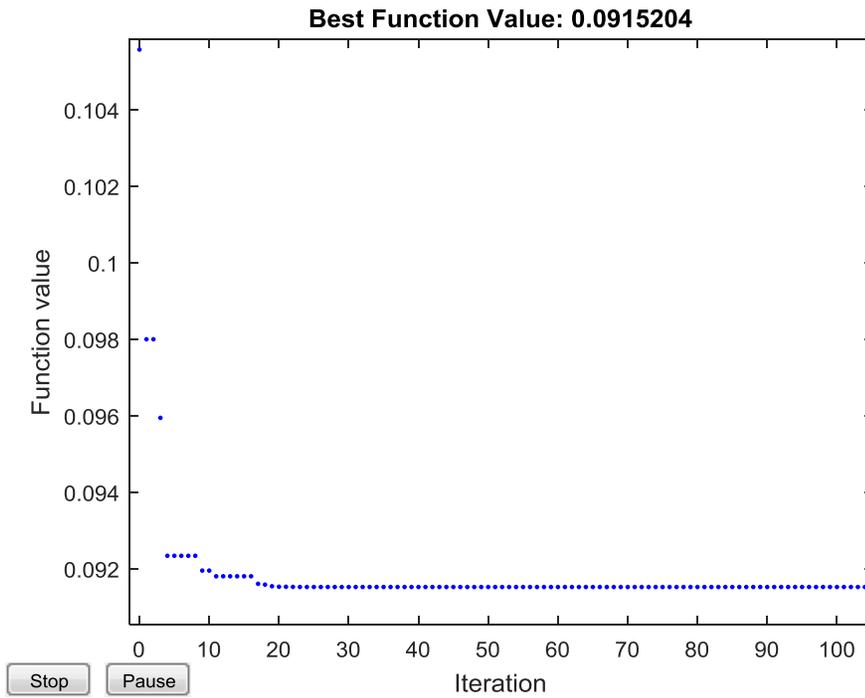


Figura 4.7 Convergencia de la función objetivo utilizando PSO

De los métodos de optimización implementados fueron identificados 3 conjuntos de parámetros estructurales que se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Parámetros estructurales identificados

Parámetro	Gauss-Newton	AG	PSO	Unidad
E Tablero	31.32	30.00	30.00	GPa
E Vigas	223.60	214.00	220.00	GPa
E Torres	34.82	35.00	35.00	GPa
$\rho$ Tablero	3741.39	3413.49	3455.42	kg/m <sup>3</sup>
$\rho$ Torres	2477.95	2599.75	2400	kg/m <sup>3</sup>

Se puede apreciar que los parámetros estructurales obtenidos a través de los métodos de optimización tienen valores similares, las diferencias que existen entre dichos valores se deben principalmente al propio algoritmo de optimización y al empleo de las FSR en los AG y PSO, además que en los parámetros obtenidos a través del método Gauss-Newton se aprecia el efecto de la regularización. Utilizando los valores de los parámetros estructurales obtenidos con los diversos métodos de optimización se generaron 3 modelos de EF de los cuales se obtuvieron las frecuencias naturales que se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Frecuencias naturales obtenidas

<b>Modo</b>	<b>Experimental (Hz)</b>	<b>Gauss-Newton (Hz)</b>	<b>AG (Hz)</b>	<b>PSO (Hz)</b>	<b>Dif. Gauss-Newton (%)</b>	<b>Dif. AG (%)</b>	<b>Dif. PSO (%)</b>
1	0.208	0.2066	0.2122	0.2127	-0.65	2.24	2.00
2	0.3805	0.3819	0.3892	0.3906	0.37	2.66	2.29
3	0.4425	0.4478	0.4615	0.4613	1.20	4.24	4.29
4	0.508	0.5080	0.5228	0.5232	0.00	2.99	2.91
5	0.6313	0.6288	0.6484	0.6477	-0.39	2.60	2.70
6	0.7831	0.7770	0.7975	0.7995	-0.78	2.09	1.83
7	0.851	0.8562	0.8803	0.8811	0.60	3.54	3.44

De la Tabla 4.2 se aprecia que las frecuencias naturales obtenidas muestran valores similares y menores al 5% de error relativo. Por último, fueron calculadas las tensiones en los tirantes de los 3 modelos de EF obteniéndose las diferencias mostradas en el Apéndice 5. En las Figs. 4.8-4.9 se muestra la comparación de las tensiones calculadas con el modelo calibrado mediante Gauss-Newton y las obtenidas mediante pesaje con gatos hidráulicos.

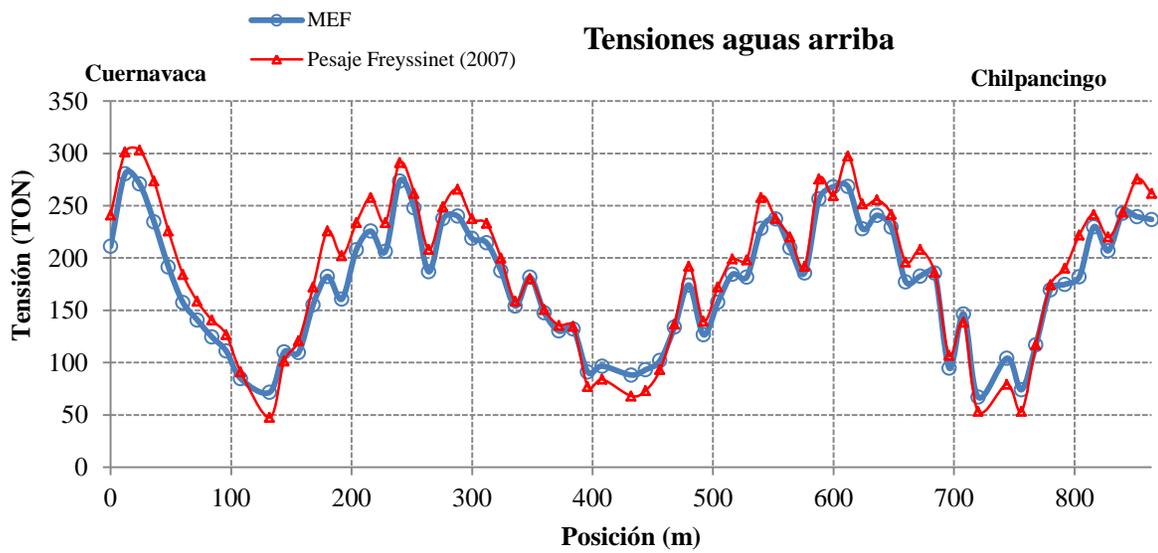


Figura 4.8 Comparación de tensiones aguas arriba

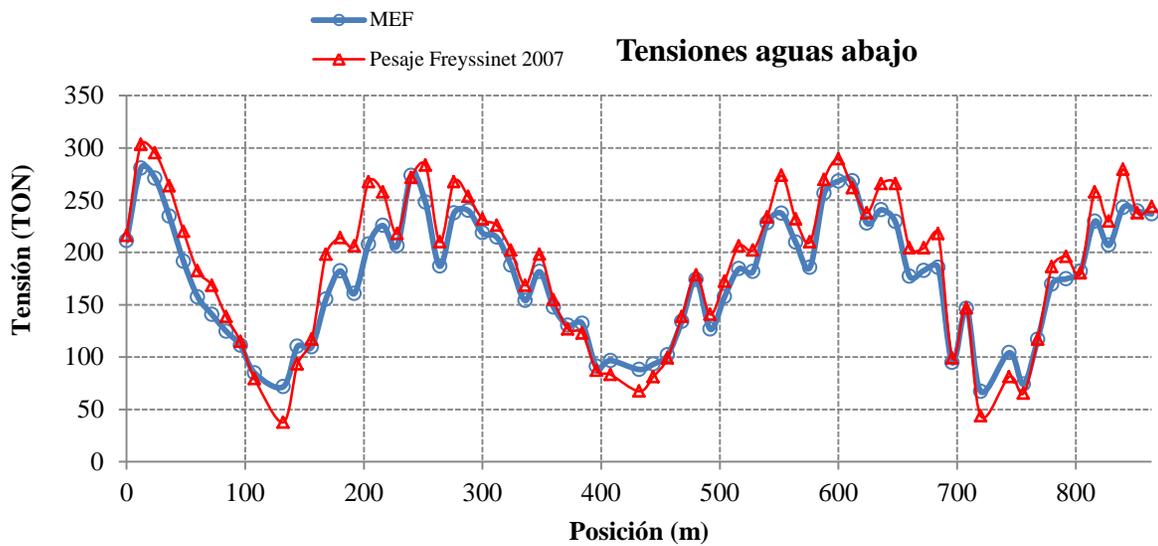


Figura 4.9 Comparación de tensiones aguas abajo

Al comparar los desplazamientos del tablero producidos por la carga muerta del modelo calibrado y las fuerzas de tensión iniciales obtenidas de los pesajes en los tirantes se puede apreciar que los efectos se compensan resultando en deflexiones mínimas del tablero.

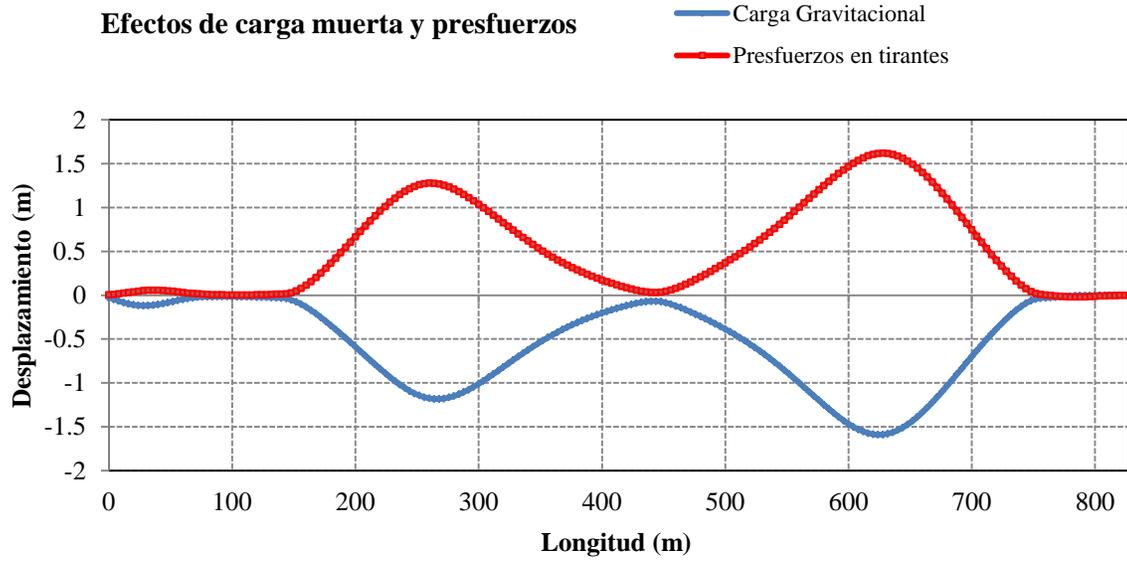


Figura 4.10 Comparación de los desplazamientos del tablero por los efectos de la carga muerta del modelo calibrado y las tensiones obtenidas del pesaje

## Capítulo 5

### Conclusiones

De los datos obtenidos del sistema de monitoreo remoto del Puente Mezcala (aceleraciones y deformaciones) producto de excitaciones ambientales y vehiculares fue posible identificar 7 frecuencias naturales y formas modales de vibración en un rango de 0-1 Hz, estas frecuencias identificadas presentaron errores relativos típicos con respecto a las obtenidas de un modelo inicial de elemento finito.

Del análisis de sensibilidad desarrollado se identificó que solo las propiedades del tablero y en menor orden las de los apoyos (torres) del Puente Mezcala son los parámetros estructurales con mayor sensibilidad para la calibración del modelo de EF en función de las frecuencias obtenidas experimentalmente, los parámetros estructurales considerados para la calibración del modelo de EF fueron el módulo de elasticidad del tablero, el módulo de elasticidad de las vigas principales y transversales, el módulo de elasticidad de las torres y la densidad efectiva del tablero.

A través de la implementación de tres distintos algoritmos de optimización, Gauss-Newton, Algoritmos Genéticos y Enjambre de Partículas, estos dos últimos utilizando las funciones de superficies de respuesta de las frecuencias naturales en lugar de los datos secuenciales generados por el modelo de EF se identificaron los parámetros estructurales más adecuados presentando valores similares entre ellos, aunque las frecuencias obtenidas del modelo calibrado mediante el algoritmo Gauss-Newton presentan valores más cercanos a los obtenidos experimentalmente, por último y a manera de validación, fueron calculadas las tensiones de los tirantes de los modelos actualizados y comparadas con el pesaje realizado en 2007, siendo las tensiones obtenidas del modelo actualizado mediante Gauss-Newton las que presentan menores errores, por lo que se definió este modelo como el más óptimo para representar el comportamiento estructural real del Puente Mezcala.

De los parámetros actualizados con el algoritmo Gauss-Newton se puede interpretar que el aumento en la rigidez del concreto del tablero y las pilas obedece al aumento gradual de la resistencia del concreto en el tiempo y a la rigidez del refuerzo interno, el aumento en la rigidez de las vigas de acero puede deberse al aporte de elementos como los rigidizadores, contraventeos, etc., y el aumento de la densidad del tablero se debe al peso de la carpeta asfáltica que no fue considerada inicialmente.

Se concluye que con los datos provenientes de la instrumentación implementada en el Puente Mezcala bajo excitaciones ambientales y vehiculares es posible obtener las respuestas dinámicas para calibrar un modelo de elemento finito, aunque debido a la configuración de la instrumentación solo fue posible calibrar los parámetros que influyen en la flexión y torsión del tablero, por lo cual, se propone realizar pruebas dinámicas de vibración ambiental utilizando acelerómetros para medir la flexión lateral del tablero, con el fin de obtener los parámetros modales relacionados a este movimiento para validar o refinar la calibración el modelo de elemento finito.

## Referencias Bibliográficas

ACI Committee 318. 1995. Building Code Requirements for Structural Concrete : (ACI 318-95) ; and Commentary (ACI 318R-95). Farmington Hills, MI :American Concrete Institute, 1995.

Aktan, A. E., Catbas, F. N., Grimmelsman, K., Pervizpour, M., Curtis, J., Shen, K., Qin, X., Cinar, O. A. 2002. Health monitoring for effective management of infrastructure, in Balageas, D. L., Ed. Structural Health Monitoring 2002, Destech Publications, Lancaster, 1245-1253.

Allemang, R. J., Brown, D. L., “A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis,” Proceeding International Modal Analysis Conference, pp. 110-116, 1982.

Amezquita-Sanchez, J.P., Garcia-Perez, A., Romero-Troncoso, R., Osornio-Rios, R., Herrera-Ruiz, G., 2013. High-resolution spectral-analysis for identifying the natural modes of a truss-type structure by means of vibrations. J. Vib. Control 19 (16), 2347–2356.

Bernal, D. 2002. Load Vectors for Damage Localization. Journal of Engineering Mechanics.

Bergan, P. G., Felippa, C.A. 1983. “A Triangular Membrane Element With Rotational Degrees of Freedom”. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 50, pp. 25-29.

Brownjohn, J. M. W., Lee, J., Cheong, B. 1998. Dynamic Performance of a Curved Cable-stayed Bridge. Engineering Structures. Vol. 21. p.p. 1015-1027.

Brownjohn, J. M. W., P.-Q. Xia, H. Hao, and Y. Xia. 2001. Civil structure condition assessment by FE model updating: methodology and case studies. Finite Elem. Anal. Des. 37:761–775.

- Calcada, R., Cunha, A., Delgado, R. 2001. Experimental Analysis of Dynamic Effects of Road Traffic in a Cable-stayed Bridge Based on a Strain Measurement System. Proceedings of IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics. Vol.1. p.p. 479-503.
- Carrión, F. J., Lozano, A. 2001. Evaluación y detección de daño en estructuras utilizando un método inverso por sub-dominios. ”, Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica. no. 166, 2001.
- Carrión, F. J., Hernández, J. R., Terán, J. 2005. “Estudio Experimental De Un Puente Atirantado,” Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica no. 265.
- Carrión, F. J., Quintana, J. A., López, J. A., Balankin, A., Samayoa, D. 2006. Metodologías de Inspección No Destructiva Aplicables a Sistemas de Gestión de Puentes,” Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica no. 302.
- Carrión, F. J., López, J. A., Quintana, J. A., Guzmán, A. 2007. Nonlinear Assessment of Cable Vibration in a Stayed Bridge. *Experimental Mechanics*. Vol. 48. p.p. 153-161.
- Chang, C. C., Chang, T. Y. P., Zhang, Q. W. 2001. Ambient Vibration of Long-span Cable-stayed Bridge. *Journal of Bridge Engineering*. Vol. 6. p.p. 46-53.
- Chen, D. W., Au, F. T. K., Tham, L. G., Lee, P. K. K. 1999. Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable-stayed bridges for a given design deck profiles using the force equilibrium method. *Computers and Structures*, Vol. 74, 1 - 9.
- Chiang, D. Y., Cheng, M. S. 1999. Identification of Modal Parameters from Nonstationary Ambient Vibration Data Using Correlation Technique. *AIAA Journal*, Vol. 46, No.11, pp. 2752-2759.
- Cho, S., Yim, J., Shin, S. W., Juang, H., Yun, C., Wang, M. 2013. Comparative Field Study of Cable Tension Measurement for a Cable-Stayed Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, p.p. 748-757.

- Cooley, J. W., Tukey, J. W. 1965. An algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*. Vol. 19, pp. 297-311.
- Cunha, A., Caetano, E., Delgado, R. 2001. Dynamic Tests on a Large Cable-stayed Bridge. An Efficient Approach. *Journal of Bridge Engineering*, ASCE.
- Deng, L., and C. S. Cai. 2010. Bridge model updating using response surface method and genetic algorithm. *J. Bridg. Eng.* 5:553–564.
- Doyle, J. F. 1991. “Static and Dynamic Analysis of Structures”. Kluwer Academic Publishers.
- Doyle, J. F. 2004. “Modern Experimental Stress Analysis”, John Wiley & Sons Ltd, England.
- Ernst, J. H. 1965. “Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges”. *Bauingenieur*, Vol. 40, No.2, p.p. 52-55.
- Ewins, DJ. 1985. *Modal testing: theory and practice*. New York: John Wiley.
- Farrar, C. R., James, G. H. 1997. System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 205(1),1-18.
- Friswell, M. I. Mottershead, J. E. 1995. “Finite Element Model Updating in Structural Dynamics,” Springer Science.
- Friswell, M. I., Mottershead, J. E., Ahmadian, H. 2001. Finite – element model updating using experimental test data : parametrization and regularization Finite-element model updating using experimental test data : parametrization and regularization.
- Grip, N., Sabourova, N., Tu, Y. 2016. Sensitivity-based model updating for structural damage identification using total variation regularization. *Mechanical Systems and Signal Processing*.

Huynh, T., J. Park, and J. Kim. 2016. Structural identification of cable-stayed bridge under back-to-back typhoons by wireless vibration monitoring. *Measurement* 88:385–401.

Ikeyex Software Tools. 2008. QED: Static, Dynamic, Stability and Nonlinear Analysis of Solids and Structures. Lafayette, Indiana 47905.

Informe de Investigación IMT. 2016. Instrumentación y configuración del sistema de monitoreo del Puente Mezcala. Coordinación de Ingeniería Vehicular e Integridad Estructural, Instituto Mexicano del Transporte Proyecto EE 41/15.

James, G. H., Carne, T. G., Lauffer, J. P. 1993. The Natural Excitation Technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines. Sandia National Laboratory.

Madenci, E. 2006. The Finite Element and Applications in Eigeneering using ANSYS.

Marques , F. L., Peeters, B., Van der Auweraer, H., Desmet, W., Sandoval Goes, L. C. 2015. Strain-Based Experimental Modal Analysis: Use of Mode Curvature and Strain-to-Displacement Relations.

Marwala, T. 2004. “Finite element model updating using response surface method.” Collection of technical papers—AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference, Vol. 7, 5165–5173.

Marwala, T. 2010. Finite element model Updating Using Computational Intelligence Techniques, Applications to Structural Dynamics. Springer London New York.

Mottershead, J. E., M. Link, and M. I. Friswell. 2011. The sensitivity method in finite element model updating : A tutorial. *Mech. Syst. Signal Process.* 25:2275–2296.

Nalitolela, N. G., Penny, J. E. T., Friswell, M. I. 1990. Updating structural parameters of a finite element model by adding mass or stiffness to the system, *Proe. 8th Int. Modal Analysis Conf.*, Kissimme, FL, USA, , 836-842.

Okasha, N. M., Frangopol, D. M., Orcesi, A. 2012. Automated finite element updating using strain data for the lifetime reliability assessment of bridges. *Reliability Engineering & System Safety*. Vol. 99, pp139-150.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. 2007. *Numerical Recipes in C The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press.

Programa Editorial del Gobierno de la República. 2015. *Los Puentes de México*.

Quintana, J. A., Doyle, F., Carrión, F. J. 2012. *Detección de Daño en Estructuras Mediante Análisis de Propagación de Ondas*. , Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica. no. 358.

Quintana, J. A., Samayoa, D., Carrión, F. J. 2012. *Análisis del Método de Búsqueda Global para la detección de daño y monitoreo estructural de puentes*, Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica. no. 367.

Ren, W., Peng, X. 2004. Baseline finite element modeling of a large span cable-stayed bridge through field ambient vibration tests. *Computers and Structures*. Vol. 83. . p.p. 536-550.

Ren, W., Liu, H., Chen, G. 2008. Determination of Cable Tensions Based on Frequency Differences. *Engineering Computations*. Vol. 25 Iss 2 pp. 172 – 189.

Rodden, W. P. 1967. A Method for Deriving Structural Influence Coefficients from Ground Vibration Tests. *AIAA Journal*. Vol. 5.

Schlune, H., and M. Plos. 2008. *Bridge Assessment and Maintenance based on Finite Element Structural Models and Field Measurements*.

Secretaria de Comunicaciones y Transportes. 1994. *Puente Mezcala Autopista Mexico Acapulco*. Secretaria de Comunicaciones y Transportes, México.

Sung, Y., Chang, D., Teo, E. 2006. Optimum post-tensioning cable forces of Mau-Lo His cable stayed bridge. *Engineering Structures* Vol. 28, 1407-1417.

- Wang, P. H., Tseng, T. C., Yang, C. G. 1991. Initial Shape of Cable-Stayed Bridges. *Computers and Structures* Vol. 47, No.1, pp. 111-123.
- Wilson, J. C., Liu, T. 1991. Ambient Vibration Measurements on a Cable-stayed Bridge. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 20. p.p. 723-747.
- Wilson, J. C., Gravelle, W. G. 1991. “Modelling of a cable-stayed bridge for dynamic analysis”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, p.p. 707-721,
- Xu, Y. L., Yu, Z. 1998. Vibration of Inclined Sag Cables with Oil Dampers in Cable-stayed Bridges. *Journal of Bridge Engineering*. Vol. 3. p.p. 194-203.
- Zong, Z., X. Lin, and J. Niu. 2015. Finite element model validation of bridge based on structural health monitoring—Part I: response surface-based finite element model updating. *J. Traffic Transp. Eng. (English Ed.* 2:258–278.

## Apéndice A

### Cálculo de las propiedades geométricas de los elementos estructurales

Las propiedades geométricas de los elementos estructurales del Puente Mezcala como los pilones y las pilas secundarias fueron obtenidas con respecto al centroide de la sección de cada elemento, no obstante, no es adecuado asignar las propiedades geométricas a las vigas principales y secundarias de acero de esta manera ya que los elementos finitos que representan a estos miembros estructurales comparten nodos con los elementos que representan la losa y al asignar sus propiedades geométricas con respecto al centroide se simula una condición en la que la losa y las vigas están conectadas a través de sus centroides y no una condición real de una losa sobre vigas, por lo tanto las propiedades geométricas se calcularon con respecto al esquema mostrado en la Fig. A1.

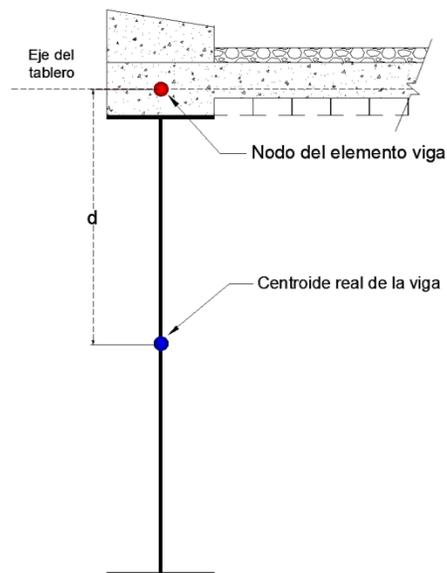


Figura A1. Esquema utilizado para asignar las propiedades geométricas de un elemento que soporta una losa

Por lo tanto, primero es necesario obtener las propiedades geométricas del tablero ( $I_{y_{tab}}$  y  $J_{x_{tab}}$ ) como una sección compuesta de tal manera que al restar la contribución de la losa a esta sección compuesta se obtienen las propiedades geométricas equivalentes de las vigas que representan de manera más adecuada la rigidez del tablero:

$$I_{y_{vigas}} = I_{y_{tab}} - I_{y_{losa}} \quad (\text{A.1})$$

Este procedimiento se utilizó para asignar las propiedades geométricas modificadas a las vigas principales y transversales del Puente Mezcala.

Por otra parte, para modelar las pilas principales fueron utilizados elementos tipo placa debido a la necesidad de nodos en los puntos donde se apoya el tablero sobre las torres, las propiedades geométricas de las placas fueron determinadas a partir de las propiedades de la pila mediante:

$$h_b = \sqrt[3]{\frac{I_{pila}}{21}} \quad (\text{A.2})$$

Donde  $h_b$  es el espesor de la placa utilizado para calcular su momento de inercia  $I_p$ , la razón por la cual se empleó la Ec. A.2 fue debido a que las pilas son huecas y fue necesario establecer un espesor efectivo de placa para simular el momento de inercia de la pila, en cuanto al espesor utilizado para calcular la masa  $h_m$  este fue obtenido mediante:

$$h_m = \frac{A_{pila}}{21} \quad (\text{A.3})$$

## Apéndice B

### Análisis de una señal dinámica en MATLAB

```
clear all;close all;clc;
```

```
%%%%% Definición de la señal a analizar %%%%%
```

```
A=load('Strain_Signal.txt');
```

```
A=A-mean(A);
```

```
B=load('Strain_Signal_Reference.txt');
```

```
B=B-mean(B);
```

```
fs=125; %Frecuencia de muestreo
```

```
N=3; %Orden del filtro
```

```
figure,plot(A);title('Raw Signal');
```

```
%%%%% Correlación de la señal %%%%%
```

```
A=xcov(A,B); %Correlación de la señal analizada con respecto a la de referencia
```

```
figure,plot(A);title('Correlated Signal');
```

```
%%%%% Definición del filtro pasa-bandas %%%%%
```

```
Fc=[0.15 1]; %Rango de frecuencias de interés
```

```
Wn=(2*Fc)/fs;
```

```

[b,a]=butter(N,Wn,'bandpass');

A=filtfilt(b,a,A); % Aplicación de filtro a la señal

figure,plot(A);title('Filtered Signal');

%%%%%% Análisis en dominio de la frecuencia%%%%%%%%

L=length(A);

NFFT=2^nextpow2(L);

Y=fft(A,NFFT); % Transformada de Fourier

f=(fs/ 2)*linspace(0,1,NFFT/2);

YY=2*abs(Y(1:NFFT/2))/NFFT; % Amplitud de Fourier

Fase=YY.*sign(cos(angle((Y(1:NFFT/2))))); % Espectro de Fourier con ángulo de fase

figure,plot(f,YY);title('FFT');

figure,plot(f,phz);title('Fase FFT');

[S,ff]=pmusic(A,10,NFFT,fs,150,149); % Transformada MUSIC

figure,plot(ff, (S));title('MUSIC');

```

## Apéndice C

### Análisis de la varianza estadística y generación de superficies de respuesta en el programa R

#### -1er Frecuencia natural

Response: V6

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.00019	0.00019	0.1220	0.7306918
I(V2^2)	1	0.05774	0.05774	36.3177	8.490e-06 ***
I(V3^2)	1	0.06364	0.06364	40.0309	4.516e-06 ***
I(V4^2)	1	2.88715	2.88715	1816.1064	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.00097	0.00097	0.6112	0.4439702
V1	1	0.01628	0.01628	10.2415	0.0047118 **
V2	1	0.03121	0.03121	19.6296	0.0002871 ***
V3	1	0.05764	0.05764	36.2574	8.581e-06 ***
V4	1	0.61300	0.61300	385.5949	4.444e-14 ***
V5	1	0.00002	0.00002	0.0139	0.9074460
Residuals	19	0.03021	0.00159		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f1)

Call:

```
lm(formula = V6 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +  
  V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.081159	-0.011432	0.005785	0.008295	0.095045

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.498e+00	4.229e+00	0.591	0.562
I(V1^2)	-6.366e-05	2.965e-04	-0.215	0.832
I(V2^2)	-5.731e-06	1.501e-05	-0.382	0.707
I(V3^2)	-1.901e-04	2.965e-04	-0.641	0.529
I(V4^2)	1.091e-03	9.381e-05	11.633	4.37e-10 ***
I(V5^2)	-8.137e-04	6.004e-03	-0.136	0.894

V1	4.856e-03	1.816e-02	0.267	0.792
V2	4.716e-03	6.166e-03	0.765	0.454
V3	2.285e-02	1.816e-02	1.258	0.224
V4	-1.134e-01	6.079e-03	-18.653	1.13e-13 ***
V5	3.538e-02	3.003e-01	0.118	0.907

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.03987 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.992**, Adjusted R-squared: **0.9877**

F-statistic: 234.5 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

## -2da Frecuencia natural

### Analysis of Variance Table

Response: V7

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.0245	0.0245	6.5036	0.019550 *
I(V2^2)	1	0.3528	0.3528	93.6341	8.916e-09 ***
I(V3^2)	1	2.6111	2.6111	692.9729	< 2.2e-16 ***
I(V4^2)	1	16.2165	16.2165	4303.7915	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.0219	0.0219	5.8021	0.026321 *
V1	1	0.0503	0.0503	13.3518	0.001688 **
V2	1	0.1026	0.1026	27.2393	4.885e-05 ***
V3	1	0.3257	0.3257	86.4331	1.680e-08 ***
V4	1	2.1637	2.1637	574.2373	1.163e-15 ***
V5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.999347

Residuals 19 0.0716 0.0038

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f2)

Call:

lm(formula = V7 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +  
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.095059	-0.016445	0.002535	0.010107	0.104187

Coefficients:

Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
----------	------------	---------	----------

```

(Intercept) 6.801e+00 6.510e+00 1.045 0.30928
I(V1^2) -5.234e-05 4.564e-04 -0.115 0.90991
I(V2^2) -1.049e-05 2.311e-05 -0.454 0.65487
I(V3^2) -3.645e-04 4.564e-04 -0.799 0.43443
I(V4^2) 1.748e-03 1.444e-04 12.103 2.24e-10 ***
I(V5^2) -5.520e-04 9.243e-03 -0.060 0.95300
V1 1.045e-02 2.797e-02 0.374 0.71274
V2 1.010e-02 9.492e-03 1.064 0.30068
V3 9.209e-02 2.797e-02 3.293 0.00383 **
V4 -2.134e-01 9.359e-03 -22.807 2.89e-15 ***
V5 3.834e-04 4.623e-01 0.001 0.99935

```

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.06138 on 19 degrees of freedom  
Multiple R-squared: **0.9967**, Adjusted R-squared: **0.995**  
F-statistic: 580.4 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

### -3er Frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V8

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.050	0.050	2.2238	0.1523143
I(V2^2)	1	0.494	0.494	22.0100	0.0001589 ***
I(V3^2)	1	2.368	2.368	105.5661	3.396e-09 ***
I(V4^2)	1	49.901	49.901	2224.7009	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.032	0.032	1.4480	0.2436237
V1	1	0.276	0.276	12.2932	0.0023620 **
V2	1	0.415	0.415	18.5023	0.0003851 ***
V3	1	1.231	1.231	54.8605	5.161e-07 ***
V4	1	9.594	9.594	427.7135	1.731e-14 ***
V5	1	0.000	0.000	0.0075	0.9319800
Residuals	19	0.426	0.022		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> summary(f3)

Call:

```
lm(formula = V8 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.29007	-0.03209	0.01258	0.02683	0.33262

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.025e+01	1.588e+01	0.645	0.5266
I(V1^2)	-4.078e-04	1.114e-03	-0.366	0.7182
I(V2^2)	-1.984e-05	5.638e-05	-0.352	0.7288
I(V3^2)	-1.455e-03	1.114e-03	-1.306	0.2070
I(V4^2)	4.193e-03	3.524e-04	11.901	2.98e-10 ***
I(V5^2)	-2.592e-03	2.255e-02	-0.115	0.9097
V1	3.592e-02	6.823e-02	0.526	0.6047
V2	1.509e-02	2.316e-02	0.652	0.5225
V3	1.568e-01	6.823e-02	2.298	0.0331 *
V4	-4.488e-01	2.283e-02	-19.657	4.36e-14 ***
V5	9.756e-02	1.128e+00	0.086	0.9320

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1498 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9934**, Adjusted R-squared: **0.99**

F-statistic: 286.9 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

#### -4ta Frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V9

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.005	0.005	0.0686	0.7962708
I(V2^2)	1	1.215	1.215	15.9456	0.0007782 ***
I(V3^2)	1	0.645	0.645	8.4702	0.0089721 **
I(V4^2)	1	119.846	119.846	1573.2273	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.011	0.011	0.1495	0.7033359
V1	1	0.800	0.800	10.4976	0.0043095 **
V2	1	1.303	1.303	17.1025	0.0005623 ***
V3	1	2.090	2.090	27.4384	4.683e-05 ***
V4	1	27.407	27.407	359.7754	8.327e-14 ***
V5	1	0.002	0.002	0.0203	0.8883147
Residuals	19	1.447	0.076		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
 > summary(f4)

Call:

lm(formula = V9 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +  
 V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.57734	-0.14979	0.05088	0.09867	0.68272

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.760e+01	2.927e+01	0.601	0.555
I(V1^2)	-4.767e-04	2.052e-03	-0.232	0.819
I(V2^2)	-2.679e-05	1.039e-04	-0.258	0.799
I(V3^2)	-8.102e-04	2.052e-03	-0.395	0.697
I(V4^2)	7.446e-03	6.494e-04	11.466	5.57e-10 ***
I(V5^2)	-6.233e-03	4.156e-02	-0.150	0.882
V1	3.485e-02	1.257e-01	0.277	0.785
V2	2.196e-02	4.268e-02	0.514	0.613
V3	8.664e-02	1.257e-01	0.689	0.499
V4	-7.578e-01	4.208e-02	-18.009	2.12e-13 ***
V5	2.959e-01	2.079e+00	0.142	0.888

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.276 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9906**, Adjusted R-squared: **0.9857**

F-statistic: 201.3 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

## -5ta Frecuencia natural

Analysis of Variance Table

Response: V10

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	1.009	1.009	1.9169	0.182248
I(V2^2)	1	3.223	3.223	6.1238	0.022933 *
I(V3^2)	1	1.204	1.204	2.2866	0.146947
I(V4^2)	1	310.184	310.184	589.3250	9.161e-16 ***
I(V5^2)	1	0.069	0.069	0.1312	0.721142

```

V1      1  3.973  3.973  7.5491  0.012802 *
V2      1  4.238  4.238  8.0519  0.010524 *
V3      1  6.937  6.937 13.1790  0.001781 **
V4      1 84.918 84.918 161.3378 9.862e-11 ***
V5      1  0.027  0.027  0.0513  0.823190
Residuals 19 10.000  0.526

```

```

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary(f5)

```

Call:

```

lm(formula = V10 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +
  V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)

```

Residuals:

```

  Min      1Q  Median      3Q      Max
-1.3723 -0.3776  0.1549  0.2630  1.7888

```

Coefficients:

```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 14.2602136 76.9432058  0.185  0.855
I(V1^2)     -0.0033943  0.0053947 -0.629  0.537
I(V2^2)     -0.0000845  0.0002731 -0.309  0.760
I(V3^2)     -0.0024757  0.0053947 -0.459  0.652
I(V4^2)      0.0136404  0.0017069  7.991 1.70e-07 ***
I(V5^2)     -0.0256011  0.1092419 -0.234  0.817
V1           0.2563311  0.3305171  0.776  0.448
V2           0.0525954  0.1121879  0.469  0.645
V3           0.2033788  0.3305171  0.615  0.546
V4          -1.3294819  0.1106114 -12.019 2.52e-10 ***
V5           1.2378581  5.4638588  0.227  0.823

```

```

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Residual standard error: 0.7255 on 19 degrees of freedom  
Multiple R-squared: **0.9765**, Adjusted R-squared: **0.9642**  
F-statistic: 79 on 10 and 19 DF, p-value: 2.597e-13

## **-6ta Frecuencia natural**

Analysis of Variance Table

Response: V11

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.28	0.28	0.8574	0.3660727
I(V2^2)	1	13.22	13.22	41.0846	3.803e-06 ***
I(V3^2)	1	15.43	15.43	47.9716	1.329e-06 ***
I(V4^2)	1	591.11	591.11	1837.3115	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.12	0.12	0.3674	0.5516161
V1	1	3.97	3.97	12.3510	0.0023184 **
V2	1	4.89	4.89	15.1927	0.0009677 ***
V3	1	12.67	12.67	39.3888	5.022e-06 ***
V4	1	105.00	105.00	326.3721	2.006e-13 ***
V5	1	0.00	0.00	0.0032	0.9558275
Residuals	19	6.11	0.32		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
> summary(f6)

Call:

```
lm(formula = V11 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +  
  V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.02055	-0.13567	0.02197	0.13632	1.15434

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	3.316e+01	6.016e+01	0.551	0.5879
I(V1^2)	-3.839e-03	4.218e-03	-0.910	0.3741
I(V2^2)	-5.371e-05	2.135e-04	-0.252	0.8041
I(V3^2)	-4.847e-03	4.218e-03	-1.149	0.2647
I(V4^2)	1.353e-02	1.334e-03	10.140	4.20e-09 ***
I(V5^2)	-5.956e-03	8.541e-02	-0.070	0.9451
V1	2.183e-01	2.584e-01	0.845	0.4088
V2	5.754e-02	8.771e-02	0.656	0.5197
V3	4.708e-01	2.584e-01	1.822	0.0843 .
V4	-1.485e+00	8.648e-02	-17.177	4.96e-13 ***
V5	2.398e-01	4.272e+00	0.056	0.9558

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5672 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9919**, Adjusted R-squared: **0.9876**

F-statistic: 232.1 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

## -7ma Frecuencia natural

### Analysis of Variance Table

Response: V12

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
I(V1^2)	1	0.11	0.11	0.1916	0.6665246
I(V2^2)	1	18.94	18.94	33.0400	1.539e-05 ***
I(V3^2)	1	7.66	7.66	13.3619	0.0016823 **
I(V4^2)	1	964.60	964.60	1682.5119	< 2.2e-16 ***
I(V5^2)	1	0.04	0.04	0.0774	0.7838692
V1	1	5.67	5.67	9.8844	0.0053444 **
V2	1	11.02	11.02	19.2175	0.0003193 ***
V3	1	18.96	18.96	33.0684	1.531e-05 ***
V4	1	215.77	215.77	376.3550	5.537e-14 ***
V5	1	0.01	0.01	0.0167	0.8984489
Residuals	19	10.89	0.57		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
> summary(f7)

Call:

```
lm(formula = V12 ~ I(V1^2) + I(V2^2) + I(V3^2) + I(V4^2) + I(V5^2) +  
  V1 + V2 + V3 + V4 + V5, data = RS)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.5691	-0.2402	0.1178	0.1635	1.8264

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	45.1259994	80.3033169	0.562	0.581
I(V1^2)	-0.0008876	0.0056302	-0.158	0.876
I(V2^2)	-0.0001040	0.0002850	-0.365	0.719
I(V3^2)	-0.0039237	0.0056302	-0.697	0.494
I(V4^2)	0.0207705	0.0017814	11.659	4.21e-10 ***
I(V5^2)	-0.0153060	0.1140125	-0.134	0.895
V1	0.0752573	0.3449508	0.218	0.830
V2	0.0855351	0.1170871	0.731	0.474
V3	0.3667437	0.3449508	1.063	0.301
V4	-2.1268984	0.1154418	-18.424	1.41e-13 ***
V5	0.7375507	5.7024657	0.129	0.898

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7572 on 19 degrees of freedom

Multiple R-squared: **0.9913**, Adjusted R-squared: **0.9867**

F-statistic: 216.8 on 10 and 19 DF, p-value: < 2.2e-16

## Apéndice D

### Análisis de la varianza estadística y generación de superficies de respuesta en el programa R

*function* z=my\_fun(x)

$z=0.3428*(1.71-(-6.366e-05*(x(1)^2)+-5.731e-06*(x(2)^2)+-1.901e-04*(x(3)^2)+1.091e-03*(x(4)^2)-8.137e-04*(x(5)^2)+4.856e-03*x(1)+4.716e-03*x(2)+2.285e-02*x(3)+-1.134e-01*x(4)+3.538e-02*x(5)+2.498))^2+...$

$0.03*(5.72-(-5.234e-05*(x(1)^2)+-1.049e-05*(x(2)^2)+-3.645e-04*(x(3)^2)+1.748e-03*(x(4)^2)-5.520e-04*(x(5)^2)+1.045e-02*x(1)+1.010e-02*x(2)+9.209e-02*x(3)+-2.134e-01*x(4)+3.834e-04*x(5)+6.801))^2+...$

$0.0167*(7.73-(-4.078e-04*(x(1)^2)+-1.984e-05*(x(2)^2)+-1.455e-03*(x(3)^2)+4.193e-03*(x(4)^2)-2.592e-03*(x(5)^2)+3.592e-02*x(1)+1.509e-02*x(2)+1.568e-01*x(3)+-4.488e-01*x(4)+9.756e-02*x(5)+1.025e+01))^2+...$

$0.0096*(10.19-(-4.767e-04*(x(1)^2)+-2.679e-05*(x(2)^2)+-8.102e-04*(x(3)^2)+7.446e-03*(x(4)^2)-6.233e-03*(x(5)^2)+3.485e-02*x(1)+2.196e-02*x(2)+8.664e-02*x(3)+-7.578e-01*x(4)+2.959e-01*x(5)+1.760e+01))^2+...$

$0.00404*(15.73-(-0.0033943*(x(1)^2)+-0.0000845*(x(2)^2)+-0.0024757*(x(3)^2)+0.0136404*(x(4)^2)-0.0256011*(x(5)^2)+0.2563311*x(1)+0.0525954*x(2)+0.2033788*x(3)+-1.3294819*x(4)+1.2378581*x(5)+14.2602136))^2+...$

$0.0017*(24.21-(-3.839e-03*(x(1)^2)+-5.371e-05*(x(2)^2)+-4.847e-03*(x(3)^2)+1.353e-02*(x(4)^2)-5.956e-03*(x(5)^2)+2.183e-01*x(1)+5.754e-02*x(2)+4.708e-01*x(3)+-1.485e+00*x(4)+2.398e-01*x(5)+3.316e+01))^2+...$

$0.00122*(28.59-(-0.0008876*(x(1)^2)+-0.0001040*(x(2)^2)+-0.0039237*(x(3)^2)+0.0207705*(x(4)^2)-0.0153060*(x(5)^2)+0.0752573*x(1)+0.0855351*x(2)+0.3667437*x(3)+-2.1268984*x(4)+0.7375507*x(5)+45.1259994))^2;$

*end*

### **-Algoritmo Genético**

```
options=gaoptimset('TolFun',1E-6,'FitnessLimit',0.0001);  
[x, fval] = gamultiobj(@my_fun,4,[],[],[],[],[26 180 26 32],[45 210 45 37],options);
```

### **-PSO**

```
options=optimoptions(@particleswarm,'TolFun',1E-12,'StallIterLimit',10000,...  
'MaxIter',10000000);  
[x,fval]=particleswarm(@my_fun,4,[26 180 26 32],[45 210 45 37],options);
```

## Apéndice E

### Comparación de tensiones en tirantes

Tabla A.1. Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 4

Tirante	Pesaje 2007 (Ton)		GN (Ton)		AG (Ton)		PSO (Ton)	
	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo
T10	241.03	216.01	223.08	202.28	218.65	197.52	217.15	196.05
T9	301.23	303.21	277.11	283.42	273.45	279.49	271.79	277.86
T8	303.21	295.28	270.40	266.48	268.04	263.88	266.25	262.11
T7	273.48	263.57	233.78	227.16	232.48	225.67	230.62	223.82
T6	225.92	219.97	189.60	185.77	188.59	184.69	186.97	183.05
T5	184.3	182.32	155.31	154.50	154.13	153.34	152.79	151.97
T4	158.54	168.45	133.21	144.10	132.00	143.00	130.70	141.68
T3	140.7	138.72	122.15	122.02	122.44	122.42	121.41	121.38
T2	126.83	114.94	108.76	100.28	113.26	105.00	112.29	104.07
T1	91.16	79.27	73.81	64.99	86.00	77.90	85.25	77.18
T1	47.56	37.65	60.21	51.65	69.37	61.66	69.22	61.55
T2	101.57	93.14	107.52	99.74	109.56	102.00	109.00	101.48
T3	120.89	116.92	110.30	104.28	109.19	103.23	108.23	102.28
T4	172.41	198.18	143.21	164.00	140.98	161.93	139.51	160.43
T5	225.92	214.03	189.06	171.99	186.86	169.89	185.26	168.26
T6	202.14	206.1	159.08	157.25	156.62	154.94	154.76	153.04
T7	233.85	267.54	189.61	217.98	187.01	215.56	184.97	213.49
T8	257.63	257.63	221.37	218.78	219.13	216.40	217.27	214.55
T9	233.85	217.99	207.37	191.08	205.46	188.78	203.90	187.26
T10	291.32	271.5	274.72	255.16	273.14	253.15	271.95	252.00

Tabla A.2. Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 3

Tirante	Pesaje 2007 (Ton)		GN (Ton)		AG (Ton)		PSO (Ton)	
	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo
T14	261.59	283.39	244.32	263.73	240.55	260.28	238.48	258.20
T13	208.08	210.07	191.40	191.34	187.56	187.69	185.46	185.58
T12	248.91	267.54	231.40	248.40	227.58	244.71	225.41	242.53
T11	265.55	253.66	246.77	234.08	243.18	230.41	240.98	228.23
T10	237.81	231.86	220.92	214.56	217.90	211.42	215.98	209.52
T9	233.05	225.9	216.87	208.86	213.84	205.73	211.95	203.86
T8	199.88	202.14	185.96	186.09	182.76	182.89	180.94	181.06
T7	158.54	168.45	149.24	156.00	146.30	153.19	144.80	151.67
T6	180.34	198.18	173.27	187.34	170.25	184.51	168.79	183.01
T5	150.61	154.58	145.96	147.17	143.16	144.45	141.74	143.01
T4	135.55	126.83	133.87	124.58	132.38	123.00	131.26	121.90
T3	134.64	122.87	135.12	123.84	136.07	124.63	135.07	123.66
T2	77.29	87.2	78.48	88.43	85.02	94.85	84.27	94.11
T1	84.03	83.23	79.83	78.60	95.62	94.26	95.17	93.81
T1	68.17	67.38	66.59	65.33	81.88	80.46	81.58	80.14
T2	73.32	81.25	78.83	85.19	84.48	90.87	83.92	90.28
T3	93.14	99.09	95.31	100.22	95.48	100.44	94.63	99.56
T4	136.74	138.72	131.30	133.59	129.61	131.85	128.54	130.79
T5	192.23	178.36	179.67	167.01	177.11	164.27	175.70	162.90
T6	139.52	140.7	125.69	127.27	122.97	124.41	121.55	123.02
T7	172.41	172.41	157.93	156.95	155.27	154.21	153.82	152.78
T8	198.97	206.1	181.45	185.82	178.45	182.82	176.71	181.08
T9	198.18	202.14	180.70	180.65	177.77	177.77	175.98	175.98
T10	257.63	233.85	240.71	211.91	237.76	209.04	235.94	207.20
T11	237.81	273.48	220.02	249.00	216.44	245.73	214.38	243.61
T12	219.97	231.86	202.79	208.82	199.23	205.45	197.21	203.37
T13	192.23	210.07	173.43	187.33	170.15	184.13	168.16	182.12
T14	275.46	269.52	252.09	244.95	249.53	242.04	247.54	240.05

**Tabla A.3. Tensiones en tirantes de las semiarpas de la torre del eje 2**

Tirante	Pesaje 2007 (Ton)		GN (Ton)		AG (Ton)		PSO (Ton)	
	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo	A. Arriba	A. Abajo
T11	259.61	289.34	261.43	284.35	258.69	281.90	257.35	280.56
T10	297.26	261.59	291.31	250.80	288.39	247.84	286.63	246.13
T9	251.68	237.81	237.91	219.89	234.82	216.61	232.72	214.56
T8	255.65	265.55	237.38	242.74	234.49	239.74	232.44	237.72
T7	241.77	265.55	218.79	236.29	215.67	233.19	213.50	231.01
T6	196.19	204.12	174.46	175.63	171.63	172.88	169.76	170.99
T5	208.08	204.12	186.23	174.30	183.47	171.66	181.65	169.81
T4	186.28	217.99	171.08	195.52	169.33	193.94	167.97	192.54
T3	107.01	99.09	97.88	83.73	98.10	84.03	97.04	82.95
T2	138.72	146.65	135.43	138.90	141.18	144.69	140.54	144.06
T1	53.51	43.6	53.65	41.04	69.28	56.78	69.15	56.69
T1	79.27	81.25	87.28	86.11	99.68	98.78	98.92	98.01
T2	53.51	65.4	64.18	71.64	66.88	74.61	65.92	73.61
T3	116.92	116.92	117.03	113.32	116.05	112.60	114.92	111.43
T4	174.39	186.28	163.47	173.31	162.05	172.09	160.81	170.82
T5	190.25	196.19	170.36	176.16	169.04	174.94	167.53	173.43
T6	221.96	180.34	200.85	160.52	199.82	159.46	198.37	158.03
T7	241.77	257.63	220.14	237.63	218.69	236.17	217.10	234.59
T8	219.97	229.88	200.58	212.26	198.86	210.50	197.33	208.98
T9	243.72	279.43	223.59	261.43	221.35	259.14	219.65	257.46
T10	275.46	237.81	257.04	221.75	254.68	219.19	253.05	217.57
T11	261.59	243.76	244.69	229.29	242.15	226.56	240.56	224.99

## **Apéndice F**

**Artículo presentado en el 11° Coloquio de la Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Autónoma de Querétaro**

# “Identificación de los parámetros modales de un puente atirantado a partir de mediciones de deformación de vibración ambiental”

“Modal parameter identification of a cable-stayed bridge from ambient vibration strain measurements”

M. Anaya Díaz<sup>1\*</sup>, M. A. Pérez Lara y Hernández<sup>1</sup>, J. A. Quintana Rodríguez<sup>2</sup>, F. J. Carrión Viramontes<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería UAQ, Centro Universitario, Querétaro, Qro., 76010, México

\*Autor de correspondencia. Correo electrónico: [anayadiaz.uaq@gmail.com](mailto:anayadiaz.uaq@gmail.com)

<sup>2</sup>Instituto Mexicano del Transporte, Sanfandila, Qro., 76700, México

## Resumen

El objetivo principal del uso de galgas extensiométricas dentro de los sistemas de monitoreo de salud estructural es la de medir los niveles de esfuerzos a los que está sometida la estructura durante condiciones normales de operación y bajo excitaciones accidentales como la acción del viento o de terremotos. No obstante, identificar los parámetros modales de una estructura, como las frecuencias naturales y formas modales de vibración, es una recurrente necesidad en la evaluación estructural, técnicas de control de vibraciones, calibración de modelos de elemento finito, etc. La principal ventaja de las galgas extensiométricas es que pueden ser utilizadas para medir respuestas estáticas y dinámicas. En esta investigación fueron utilizadas las respuestas dinámicas de vibración ambiental obtenidas de extensómetros para identificar las frecuencias naturales y formas modales del Puente Mezcala, un puente atirantado ubicado en Guerrero, México. El procesamiento de las señales fue basado en técnicas de correlación de la señal y el empleo de la transformada MUSIC. Las frecuencias naturales obtenidas de las señales de deformación fueron comparadas con las de un modelo de elemento finito del puente, donde los errores no sobrepasaron el 8%.

**Palabras Clave:** Puente atirantado, vibración ambiental, galgas extensiométricas, procesamiento de señales, identificación de parámetros modales

## Abstract

The main objective in the employment of strain gauges in health monitoring systems is to measure the structure stresses under normal operating conditions or under the action of winds or quakes. However, the identification of modal parameters, such as natural frequencies and mode shapes, has become in a recurring need in structure assessment, vibration control, finite element model updating, etc. The main advantage of strain gauges is that they can be used to measure either static or dynamic responses. In this paper it were used the ambient vibration strain signals to identify the natural frequencies and mode shapes of Mezcala Bridge, a cable-stayed bridge located in Guerrero, Mexico. The signal processing was based in cross correlation techniques and the employment of MUSIC transform. The natural frequencies obtained from the strain signals were compared against those obtained from a finite element model; the relative errors between them didn't surpass 8%.

**Keywords:** Cable-stayed bridge, ambient vibration, strain gauges, signal processing, modal parameter identification

# “Identificación de los parámetros modales de un puente atirantado a partir de mediciones de deformación de vibración ambiental”

“Modal parameter identification of a cable-stayed bridge from ambient vibration strain measurements”

## Resumen

El objetivo principal del uso de galgas extensiométricas dentro de los sistemas de monitoreo de salud estructural es la de medir los niveles de esfuerzos a los que está sometida la estructura durante condiciones normales de operación y bajo excitaciones accidentales como la acción del viento o de terremotos. No obstante, identificar los parámetros modales de una estructura, como las frecuencias naturales y formas modales de vibración, es una recurrente necesidad en la evaluación estructural, técnicas de control de vibraciones, calibración de modelos de elemento finito, etc. La principal ventaja de las galgas extensiométricas es que pueden ser utilizadas para medir respuestas estáticas y dinámicas. En esta investigación fueron utilizadas las respuestas dinámicas de vibración ambiental obtenidas de extensómetros para identificar las frecuencias naturales y formas modales del Puente Mezcala, un puente atirantado ubicado en Guerrero, México. El procesamiento de las señales fue basado en técnicas de correlación de la señal y el empleo de la transformada MUSIC. Las frecuencias naturales obtenidas de las señales de deformación fueron comparadas con las de un modelo de elemento finito del puente, donde los errores no sobrepasaron el 8%.

*Palabras Clave:* Puente atirantado, vibración ambiental, galgas extensiométricas, procesamiento de señales, identificación de parámetros modales

## Abstract

The main objective in the employment of strain gauges in health monitoring systems is to measure the structure stresses under normal operating conditions or under the action of winds or quakes. However, the identification of modal parameters, such as natural frequencies and mode shapes, has become in a recurring need in structure assessment, vibration control, finite element model updating, etc. The main advantage of strain gauges is that they can be used to measure either static or dynamic responses. In this paper it were used the ambient vibration strain signals to identify the natural frequencies and mode shapes of Mezcala Bridge, a cable-stayed bridge located in Guerrero, Mexico. The signal processing was based in cross correlation techniques and the employment of MUSIC transform. The natural frequencies obtained from the strain signals were compared against those obtained from a finite element model; the relative errors between them didn't surpass 8%.

*Keywords:* Cable-stayed bridge, ambient vibration, strain gauges, signal processing, modal parameter identification

## 1. Introducción

Hoy en día, los sistemas de monitoreo de salud estructural (SMSE) se han convertido en una herramienta importante en el análisis y la evaluación de estructuras civiles, esta importancia subyace en la capacidad del SMSE de proveer las propiedades fundamentales de una estructura como son las frecuencias naturales, formas modales y factores de amortiguamiento y utilizar estas estas propiedades como una referencia para monitorear la estructura y detectar cambios debidos a daño o para calibrar un modelo de elemento finito. Esta tecnología ha sido ampliamente utilizada en el análisis modal de puentes atirantados porque permite evaluar aspectos cruciales como las fuerzas de tensión en los tirantes que de otra manera conllevarían la necesidad de emplear procedimientos más costosos (Carrión, 2007). Brownjohn (1998) describe el análisis modal de un puente atirantado donde la respuesta dinámica fue obtenida utilizando acelerómetros colocados en el tablero, en este estudio se demostró que las pruebas de vibración ambiental fueron más eficientes que las pruebas de vibración forzada debido a que esta última presentaba una baja relación señal-ruido, el procedimiento de vibración ambiental es descrito por Wilson (1991), en este estudio un total de 25 modos fueron identificados en un rango de frecuencias 0-2 Hz, por otra parte, Chang (2001)

utilizó acelerómetros localizados en el tablero y en los pilones de un puente atirantado identificando un total de 38 modos en un rango de 0-4 Hz, este estudio concluye que los puentes atirantados se caracterizan por tener modos muy cercanos en frecuencia y modos acoplados. Ren (2008) utilizó un total de 15 acelerómetros para medir el comportamiento dinámico de un puente atirantado identificando un total de 12 frecuencias naturales en un rango de 0-1 Hz, en este estudio se discute de la importancia de la configuración inicial de equilibrio del puente, la cual es descrita por el efecto de las fuerzas gravitacionales y de las tensiones en los tirantes, Cunha (2001) describe la prueba de vibración ambiental como un procedimiento certero para estimar las frecuencias naturales y formas modales. No obstante, los trabajos previamente descritos emplearon acelerómetros para medir la respuesta dinámica y el empleo de dispositivos como las galgas extensiométricas para el análisis modal de puentes atirantados no ha sido ampliamente cubierto hasta ahora, las ventajas de emplear extensómetros es que pueden ser usados tanto para análisis dinámicos y estáticos, ahorrando en instrumentación y la posibilidad de ser embebidos en estructuras (Marques, 2014), Calçada (2001) utilizó galgas extensiométricas para medir y comparar las respuestas dinámicas y estáticas en orden de obtener los factores de amplificación dinámicos, Wang (2016) comparó las frecuencias y factores de amortiguamiento utilizando extensómetros y acelerómetros, concluyendo que existen pocas diferencias entre ambas. En la presente investigación se utilizaron las señales dinámicas de las galgas extensiométricas que forman parte del SMSE del Puente Mezcala para identificar sus parámetros modales.

### 1.1. Puente Mezcala

Es un puente atirantado ubicado en el km 221 de la Autopista del Sol en el estado de Guerrero, México (Fig. 1). Fue inaugurado en el año de 1993, consiste de 6 claros, siendo el mayor de 312 m y una longitud total de 940 m. Debido a su localización geográfica, flujo vehicular e importancia económica hacen del Puente Mezcala uno de los puentes más importantes en México. El puente está localizado en la zona sísmica denominada como “D”, la cual es la zona con eventos sísmicos más intensos en México, también, está localizado en la zona de influencia de los vientos huracanados del Pacífico.



**Figura 1.** Puente Mezcala

El Puente Mezcala está formado por un tablero de 18.50 m de ancho compuesto de una losa de concreto presforzado de 0.20 m de espesor soportada por un sistema de vigas de acero del que se anclan los 140 tirantes del puente, la separación de los puntos de anclaje del tablero es de 12 m. A su vez, estos tirantes son anclados en su otro extremo a una estructura aporticada en forma de H de concreto reforzado que a partir del nivel del tablero hasta la cimentación cuenta con una sección variable hueca. Las dimensiones generales del Puente Mezcala se muestran en la Fig. 2.

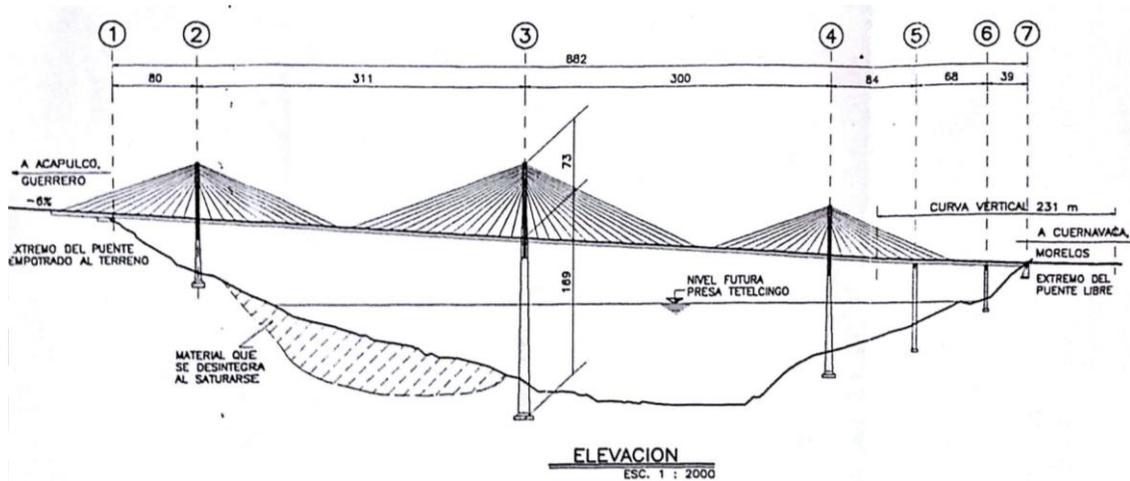


Figura 2. Dimensiones generales del Puente Mezcala

## 1.2. Sistema de monitoreo estructural

Debido a la importancia del Puente Mezcala en la actividad económica del País, el costo de la estructura, el tipo de la estructura, la longitud total del puente, la longitud del claro principal y que el puente se ubica en una zona de alta actividad sísmica se seleccionó como uno de los puentes para instrumentar y monitorear en tiempo real en el Centro de Monitoreo de Puentes y Estructuras Inteligentes (CMPEI) del Instituto Mexicano del Transporte. El sistema de monitoreo estructural está compuesto por sensores de fibra óptica tipo FBG, que incluye extensómetros, sensores de temperatura, acelerómetros en tirantes y torres, inclinómetros, cámaras de video y estaciones meteorológica y sísmológica, todo el sistema se encuentra energizado a través de celdas fotovoltaicas. Un esquema del SMSE del Puente Mezcala se muestra en la Fig. 3.

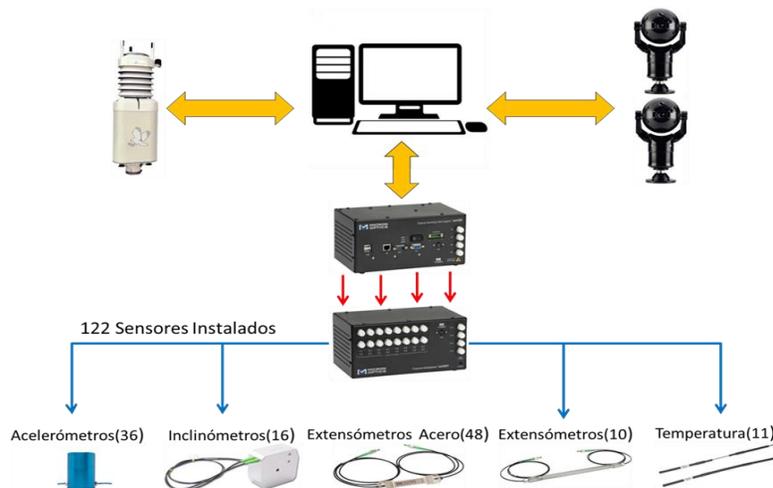


Figura 3. Esquema del SMSE del Puente Mezcala

Si bien los acelerómetros instalados en la estructura brindan información suficiente para estimar los parámetros modales, debido a la cantidad y localización de estos sensores, es imposible estimar las formas modales asociadas a las frecuencias naturales de vibración, motivo por el cual, en la presente investigación se obtuvieron estos parámetros modales de las señales de los extensómetros que se encuentran distribuidos a lo largo de las vigas longitudinales del puente como se muestra en las Figs. 4a-4c:

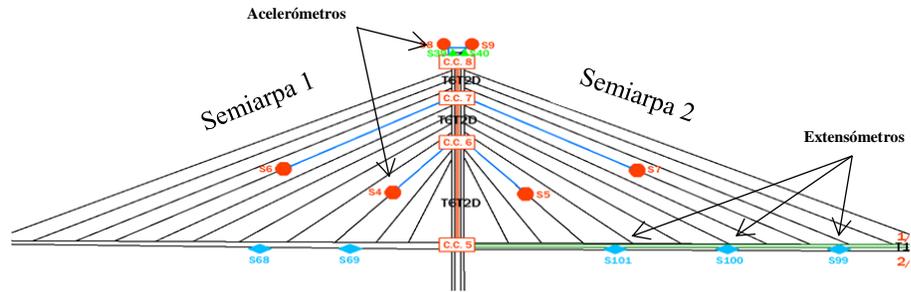


Figura 4ª. Instrumentación de la torre 2 del Puente Mezcala

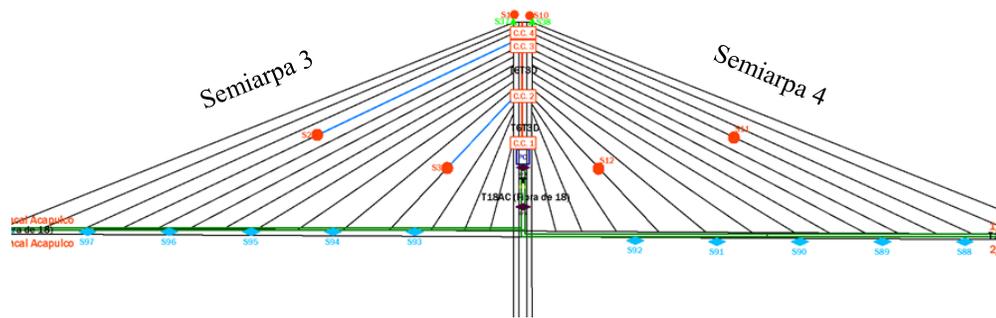


Figura 4b. Instrumentación de la torre 3 del Puente Mezcala

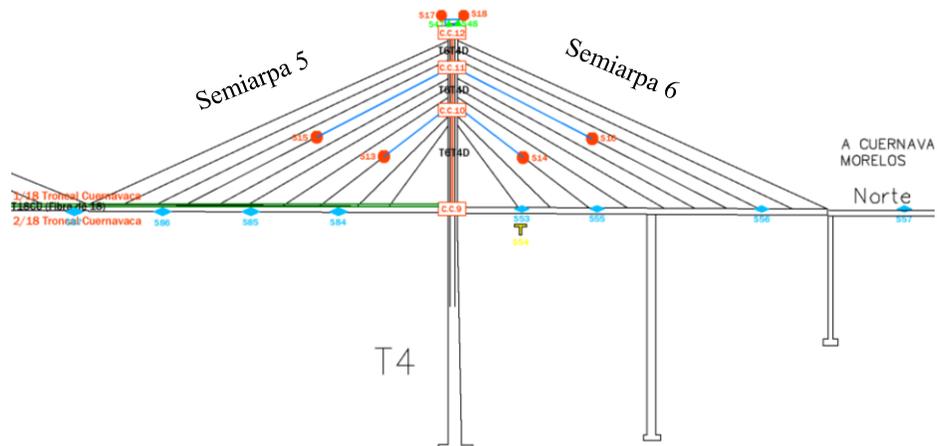


Figura 4c. Instrumentación de la torre 4 del Puente Mezcala

## 2. Metodología

Las pruebas de vibración ambientales sobre una estructura se caracterizan por no utilizar ninguna excitación artificial, al contrario la respuesta dinámica de la estructura es medida por la excitación producida por el ambiente; como el viento, el tráfico o microsismos. El procesamiento de las señales fue determinado en función de estas características de la señal dinámica, el esquema de la metodología utilizada para el análisis de señales se muestra en la Fig. 5.

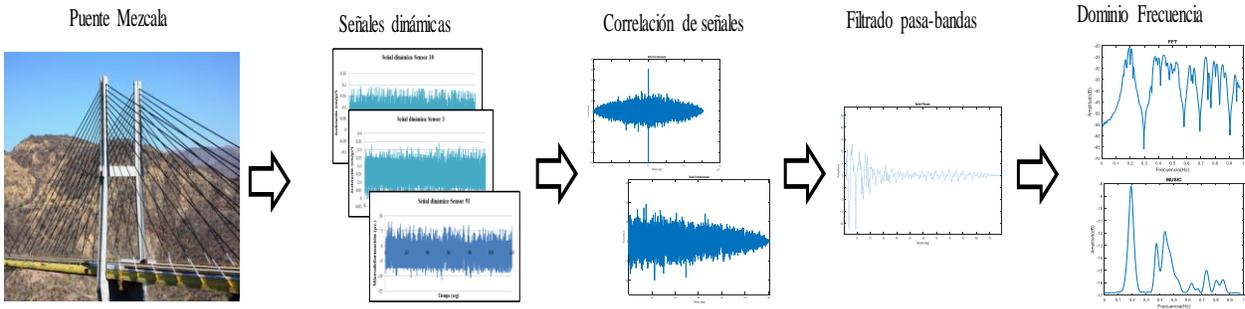


Figura 5. Metodología utilizada para el análisis de señales

## 2.1. Desarrollo del modelo de elemento finito

Para determinar las frecuencias y formas modales de vibración a identificarse experimentalmente fue desarrollado un modelo de elemento finito (EF) del Puente Mezcala en el software StaDyn (Doyle, 1991). Las dimensiones y características del modelo de EF fueron obtenidas de los planos estructurales del puente.

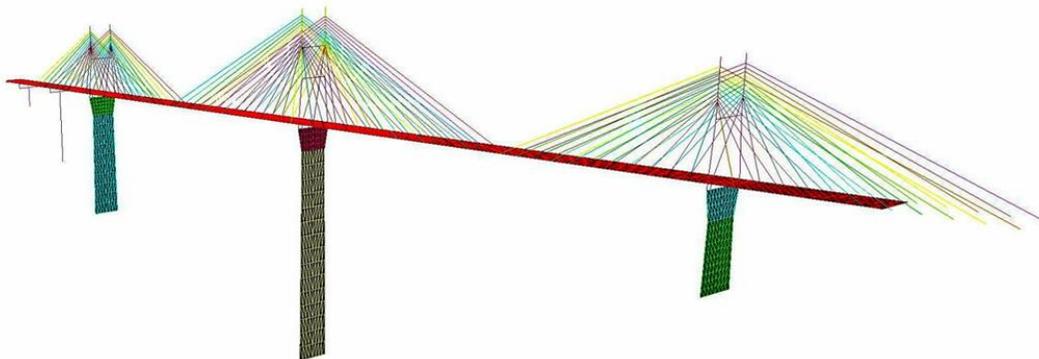
La losa de concreto presforzado fue modelada utilizando elementos tipo placa triangulares (Bergan y Felippa, 1985) así como las pilas de los ejes 2, 3 y 4, las vigas principales y transversales de acero, los pilones y las torres de los ejes 5 y 6 fueron modeladas utilizando elementos tipo viga, por último, para representar los 140 tirantes fueron utilizados elementos tipo barra, donde un único elemento es utilizado para modelar el tirante, esto debido a que al considerar un tirante con múltiples elementos deriva en un comportamiento estático indeseable de los tirantes (deflexiones excesivas) y en cuanto al análisis modal, aparecen los modos asociados a la vibración de los tirantes (Brownjohn y Xia, 2001) que por el momento no son de interés. Las propiedades de los materiales de los que se constituyen los elementos del puente se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales

Material	Módulo elástico (GPa)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Coefficiente de Poisson
Concreto	30	2400	0.17
Acero	210	7850	0.30
Acero Tirantes	195	7850	0.30

En cuanto a las condiciones de frontera, debido al anclaje del tablero mediante torones de presfuerzo, el estribo del eje 1 (Fig. 2) se consideró completamente empotrado, esta situación conlleva a que no fuese necesario modelar la zona del tablero que existe antes del estribo del eje 1 debido a que se encuentra sobre el terreno, por lo tanto, los tirantes 7-11 de las semiarpas 1 y 12 fueron considerados empotrados en sus anclajes inferiores, adicionalmente todas las torres del puente se consideraron con la misma condición de empotramiento en su base. En cuanto al estribo sobre el eje 7, este se consideró como un apoyo móvil restringido únicamente en el sentido vertical. En total, el modelo de EF del Puente Mezcala consta de 7,646 elementos y 2,940 nodos. Una vista del modelo de EF se muestra en la Fig. 6.

Utilizando el modelo preliminar de EF se estableció un rango de búsqueda de las posibles frecuencias naturales, este rango es importante debido a que es necesario establecer un filtro para eliminar las frecuencias bajas y altas debidas al ruido. Las primeras 15 frecuencias en un rango de 0-1 Hz obtenidas del modelo de EF se muestran en la Tabla 2.

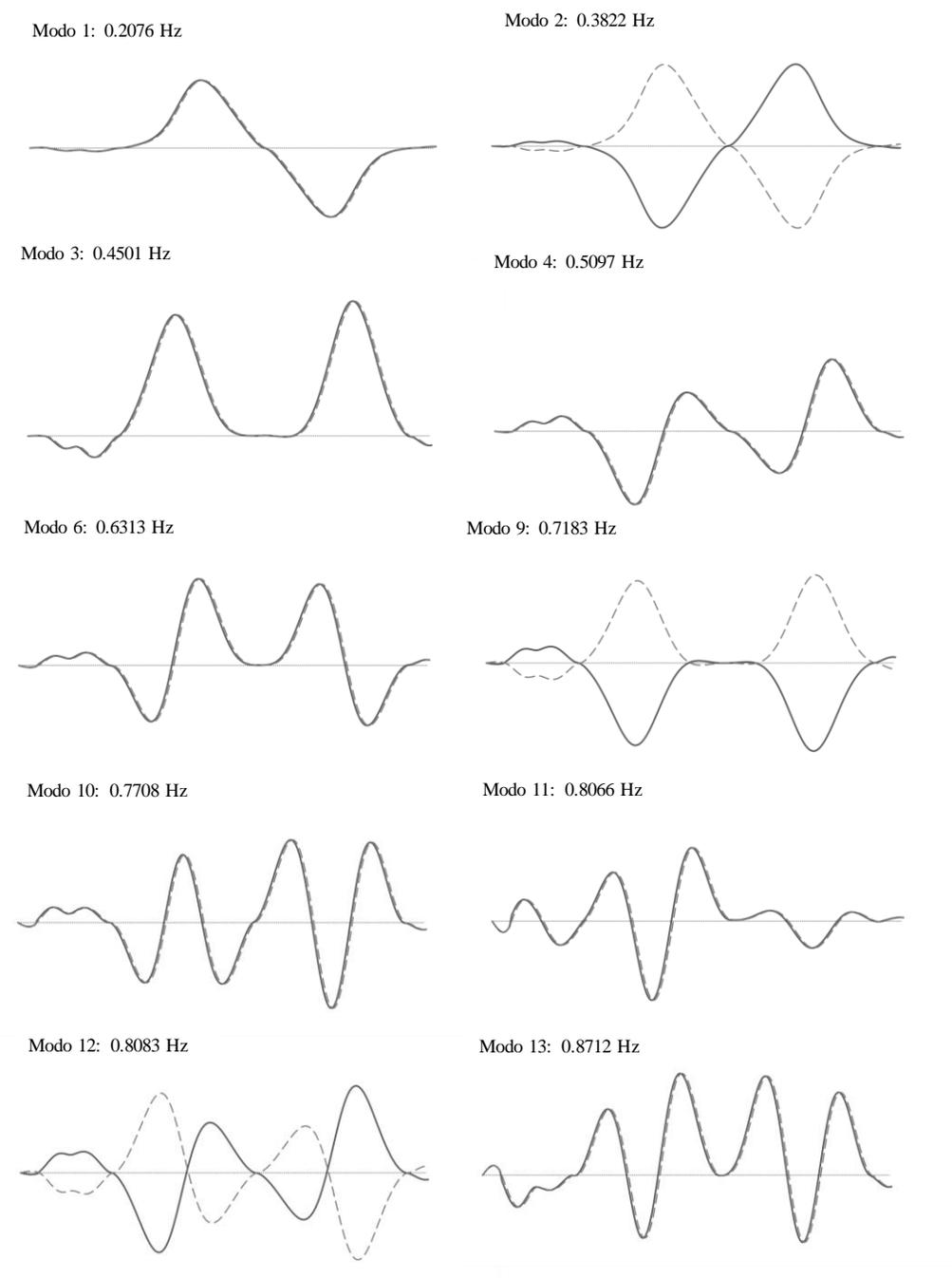


**Figura 6.** Modelo de EF del puente Mezcala

Tabla 2. Modos de vibración del modelo preliminar

<b>Modo</b>	<b>Frecuencia (Hz)</b>	<b>Descripción del modo</b>
1	0.2075	Flexión del tablero
2	0.3821	Torsión del tablero
3	0.4501	Flexión del tablero
4	0.5097	Flexión del tablero
5	0.5157	Flexión lateral del tablero
6	0.6313	Flexión del tablero
7	0.6559	Flexión lateral del tablero
8	0.6803	Flexión lateral del tablero
9	0.7183	Torsión del tablero
10	0.7708	Flexión del tablero
11	0.8066	Flexión del tablero
12	0.8083	Torsión del tablero
13	0.8712	Flexión del tablero
14	0.9442	Torsión del tablero
15	1.0031	Torsión del tablero

A partir de estas frecuencias calculadas utilizando el modelo de EF se estableció un rango de búsqueda de frecuencias de 0.15-1.10 Hz. En la Fig. 7 se muestran los primeros 10 modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero, que debido a los sensores utilizados (extensómetros) son los más posibles a detectarse.

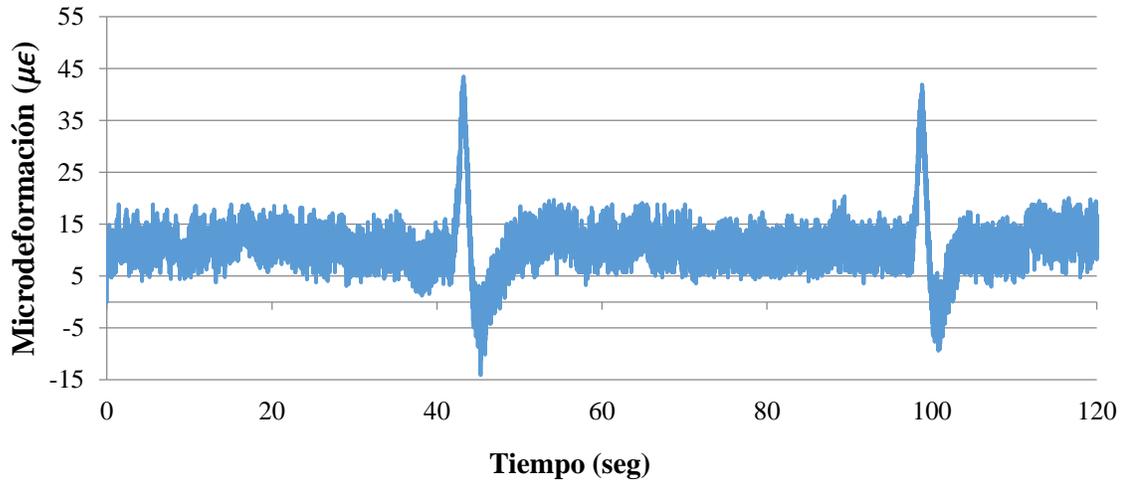


**Figura 7.** Modos de vibración asociados a la flexión y torsión del tablero

## 2.2. Señales dinámicas analizadas

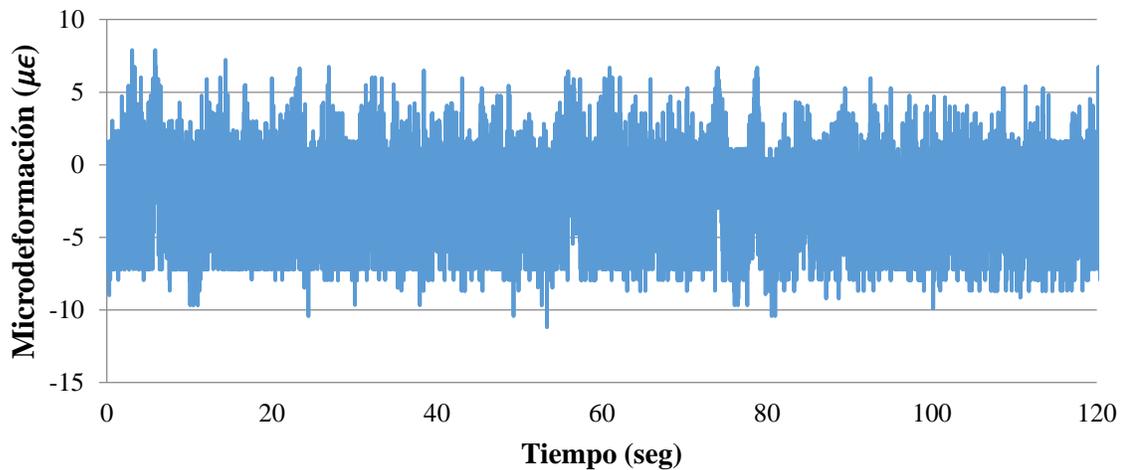
El Puente Mezcala se encuentra instrumentado con 48 extensómetros *MicronOptics os3155* ubicados en las vigas longitudinales (24 aguas arriba y 24 aguas abajo) como se mostró en las figuras 4a-4c. El sistema de adquisición de datos obtiene las respuestas dinámicas de los extensómetros en tiempo real a una frecuencia de adquisición de 125 Hz.

Las señales analizadas corresponden a bloques de datos de 2 minutos de duración, estos bloques contienen datos de señales que corresponden a excitaciones vehiculares y ambientales o solamente ambientales de un periodo de tiempo que corresponde al mes de Junio del año 2016. La respuesta típica de un extensómetro debida a una excitación vehicular se muestra en la Fig. 8.



**Figura 8.** Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones vehiculares

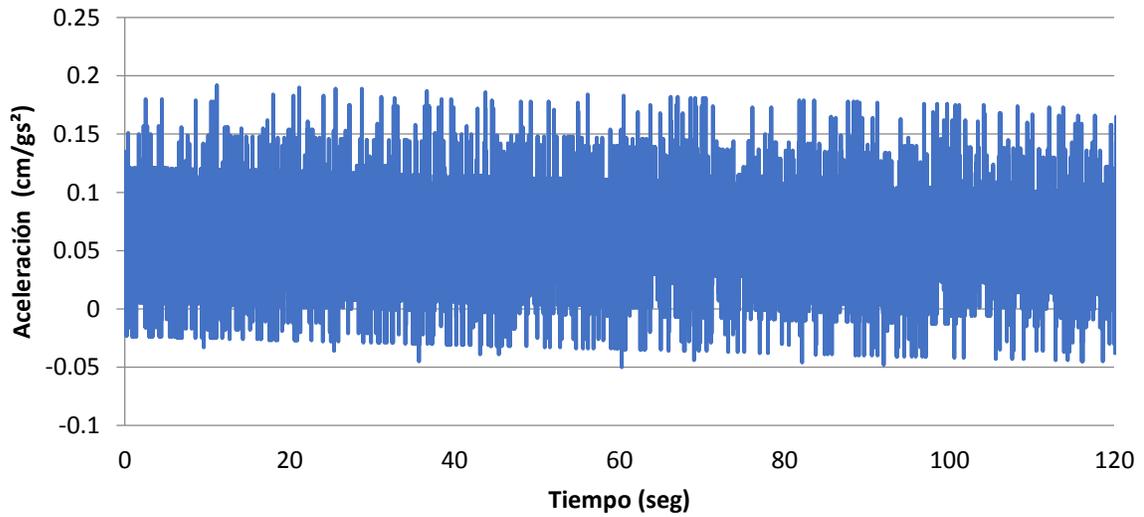
A su vez, la señal dinámica de un extensómetro ante excitaciones solamente ambientales como el viento se muestra en la Fig. 9.



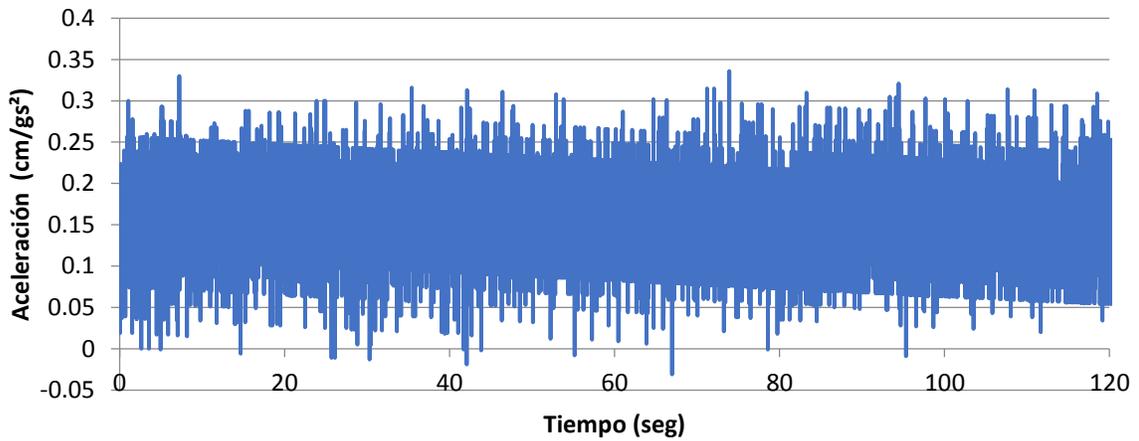
**Figura 9.** Señal dinámica típica de un extensómetro ante excitaciones ambientales

Como una forma alternativa de medición y para validar los resultados obtenidos a partir de señales de deformación fueron analizadas las señales de los acelerómetros instalados en el puente sobre los pilones y los tirantes. Las señales dinámicas de los tirantes son comúnmente utilizadas para identificar los modos de vibración locales del propio tirante con el fin de estimar la fuerza de tensión a la que están sometidos (Carrión, 2007).

En las Figs. 10 y 11 se muestran las señales de aceleración típicas de los pilones y los tirantes respectivamente:



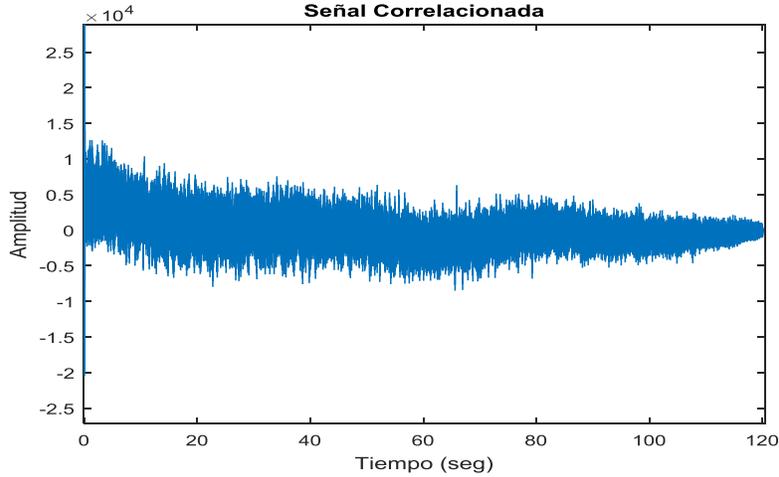
**Figura 10.** Señal típica de un acelerómetro en un pilón ante excitaciones ambientales



**Figura 11.** Señal típica de acelerómetro en tirante ante excitaciones ambientales

### 2.3 Procesamiento de señales

Se ha demostrado que la correlación cruzada entre dos señales de un sistema lineal sujeto a excitaciones aleatorias (que producen respuestas inmersas en ruido blanco) es de la misma forma que un decaimiento de vibración libre o de una respuesta a un impulso (James *et. al*, 1993). De esta manera la señal de vibración ambiental mostrada en la Fig. 9 al ser correlacionada con otra señal o consigo misma (auto correlación) adquiere la forma de un decaimiento de vibración libre como se muestra en la Fig. 12.



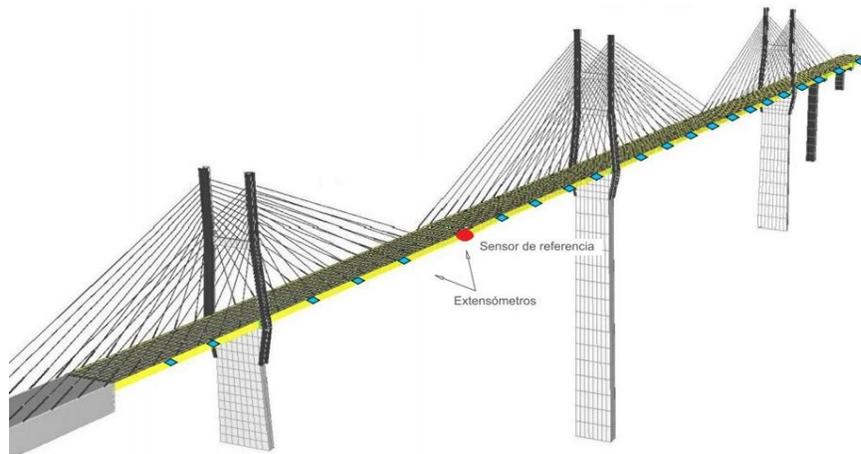
**Figura 12.** Señal dinámica correlacionada.

Matemáticamente la forma de correlación  $R_y(\tau)$  entre dos señales estacionarias  $x_i(t)$  y  $x_j(t)$  se puede mostrar como (Chiang, 1999):

$$R_y(\tau) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir} A_{jr}}{m_r \omega_{dr}} \exp(-\zeta_r \omega_r \tau) \sin(\omega_{dr} \tau + \theta_r) \quad (1)$$

Donde  $\varphi_{ir}$  denota el  $i$ -ésimo componente del  $r$ -ésima forma modal,  $A_{jr}$  es una constante y  $m_r$  es la  $r$ -ésima masa modal. La ec. 23 muestra que la función  $R_y(\tau)$  es la suma de funciones exponenciales complejas, la cual es de la misma forma que un decaimiento de vibración libre o una respuesta a un impulso (Figura 3.14). Por esta razón, las funciones correlacionadas pueden ser utilizadas para identificar parámetros modales sin la necesidad de tener medición de las excitaciones, esta es la principal característica de las Técnicas de Excitación Natural (NExT) (James *et.al*, 1993). Cabe destacar que el término  $\varphi_{ir} A_{jr}$  representa las formas modales. En orden de eliminar el término  $A_{jr}$  y obtener las verdaderas formas modales, todos los sensores o canales son correlacionados con un canal de referencia  $x_j$ . Entonces los componentes identificados poseen el término común  $A_{jr}$ , el cual puede ser normalizado para obtener las formas modales (Chiang, 2010).

El esquema utilizado para determinar el sensor de referencia para la correlación de las señales se muestra en la Fig. 13.



**Figura 13.** Esquema de selección de sensor de referencia

### -Filtrado

Este proceso se llevó a cabo utilizando filtros Butterworth pasa-bandas, donde el rango de frecuencias fue de 0-1 Hz debido a que de acuerdo al modelo de EF en este rango de frecuencias existen 15 modos asociados a la flexión biaxial y torsión del tablero. Aplicando el filtro Butterworth pasa-bandas a la señal correlacionada de la Fig. 12 se obtiene la señal de la Fig. 14.

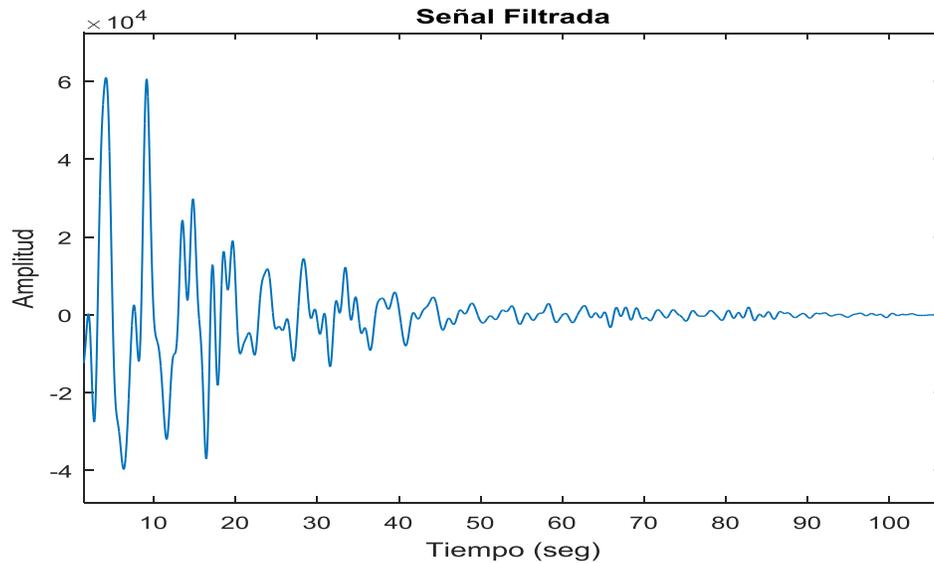
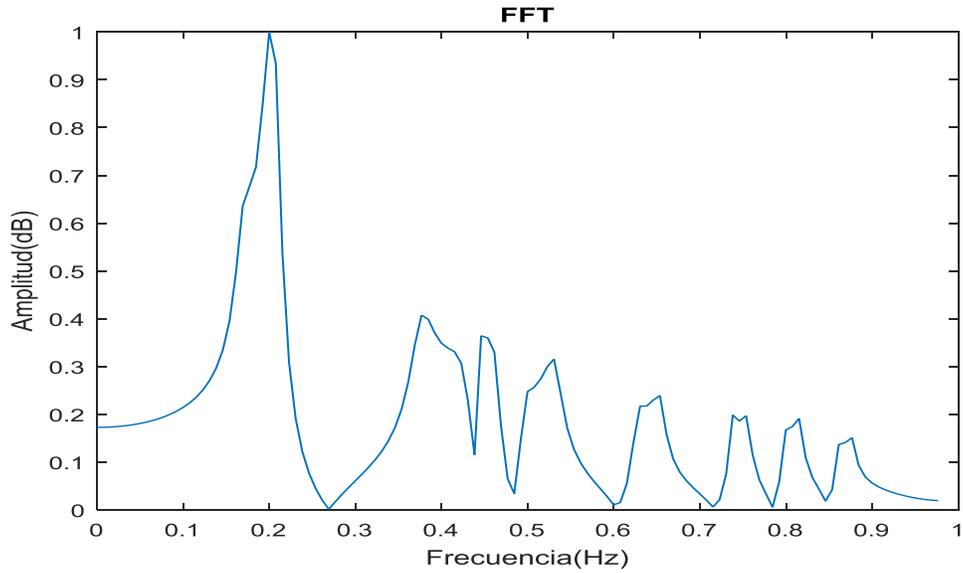


Figura 14. Señal filtrada en un rango de frecuencias 0-1 Hz

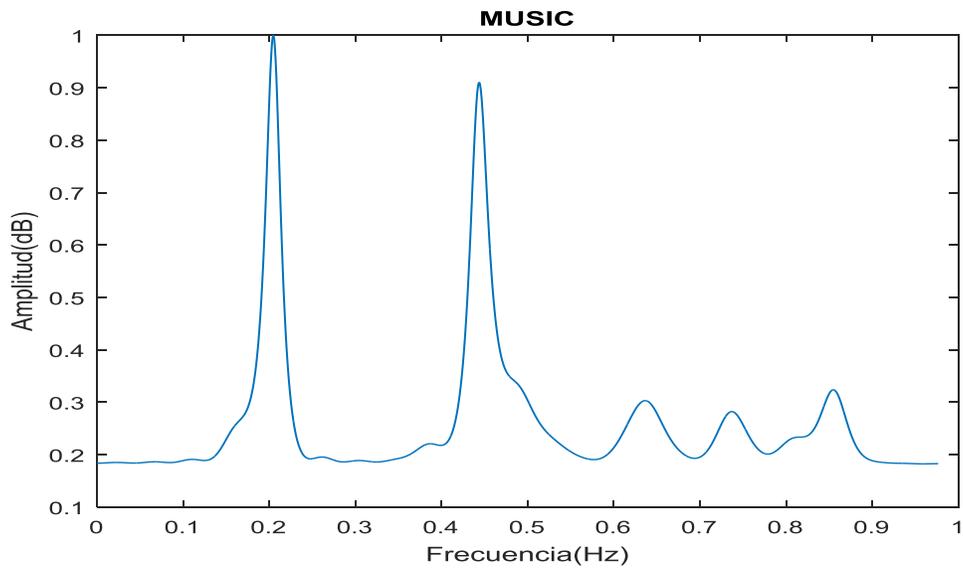
### -Identificación de frecuencias naturales y formas modales

El método utilizado para estimar las frecuencias naturales fue el método *Peak Picking* (PP), en este método las frecuencias naturales son aquellas que corresponden a los picos del espectro de densidad de potencia (Power Spectral Density). Este espectro es obtenido al transformar la señal dinámica en dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Al tener la señal con las características de la mostrada en la figura 3.16 esta fue transformada al dominio de la frecuencia utilizando dos distintos algoritmos, por un lado fue utilizada la transformada rápida de Fourier (FFT) (Cooley y Tukey, 1965) y la transformada Multiple Signal Classification (MUSIC), esta última es una transformada de alta resolución que permite identificar frecuencias muy cercanas unas de otras y exhibe una buena precisión cuando la señal se encuentra con ruido (Amezquita et al., 2013). En las siguientes figuras se muestra la señal de la Fig. 14 en el dominio de la frecuencia transformada respectivamente con los anteriores algoritmos.

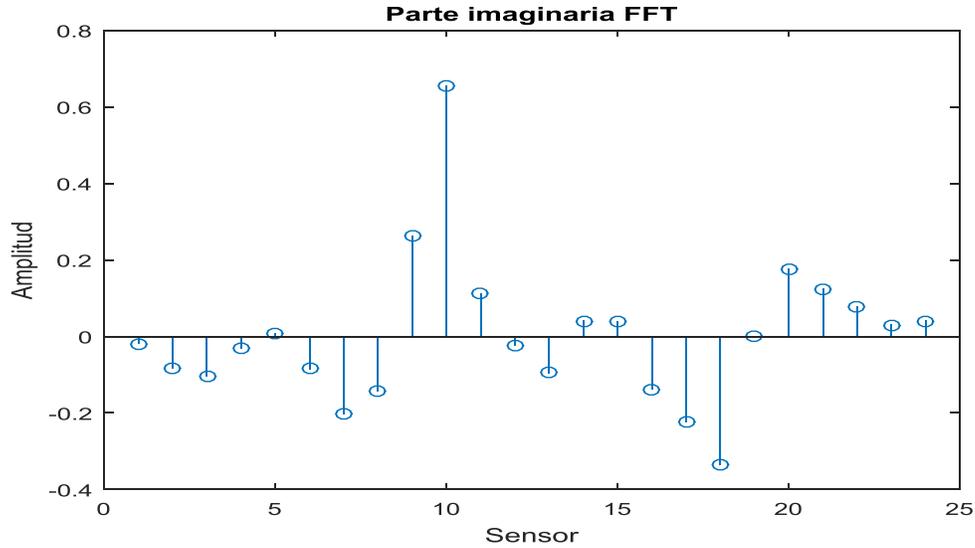


**Figura 15.** Transformada de Fourier de la señal



**Figura 16.** Transformada MUSIC de la señal.

Como se puede apreciar en las Figs. 15 y 16, la transformada MUSIC tiene una mejor precisión en la estimación de las frecuencias naturales que la FFT. Sin embargo, los datos obtenidos de la FFT son de suma importancia ya que es la parte imaginaria de la FFT la que contiene la información de las formas modales de la estructura (Richardson, 1997). En la siguiente figura se muestra la parte imaginaria de la FFT de cada sensor correspondiente a la primer frecuencia natural.



**Figura 17.** Forma modal de la primer frecuencia natural

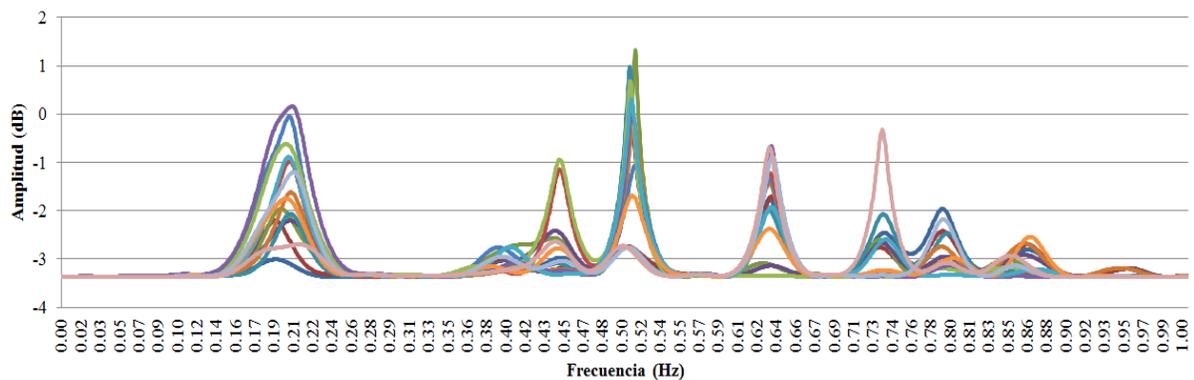
La forma de asociar las frecuencias naturales identificadas experimentalmente con aquellas del modelo de EF es a través de las formas modales, estas formas modales experimentales son directamente comparadas con los vectores propios asociados a cada frecuencia natural a través del Criterio de Aseguramiento Modal (MAC) (Allemang, 1982). Los valores del MAC varían de 0 a 1 donde la unidad representa una perfecta correlación entre los vectores. Cabe destacar que las formas modales obtenidas de las señales de los extensómetros están relacionadas a las deformaciones del tablero, por lo tanto las deformaciones asociadas a las formas modales del modelo de EF son obtenidas mediante la ecuación 2 (Marques, 2015).

$$\varphi = -y \cdot \theta' \quad (2)$$

Donde  $\varphi$  es el vector propio relacionado a las formas modales de deformación,  $\theta'$  es la derivada del vector propio relacionado a las formas modales de rotación y  $y$  es la distancia del eje neutro del elemento al punto donde se desea conocer la deformación unitaria.

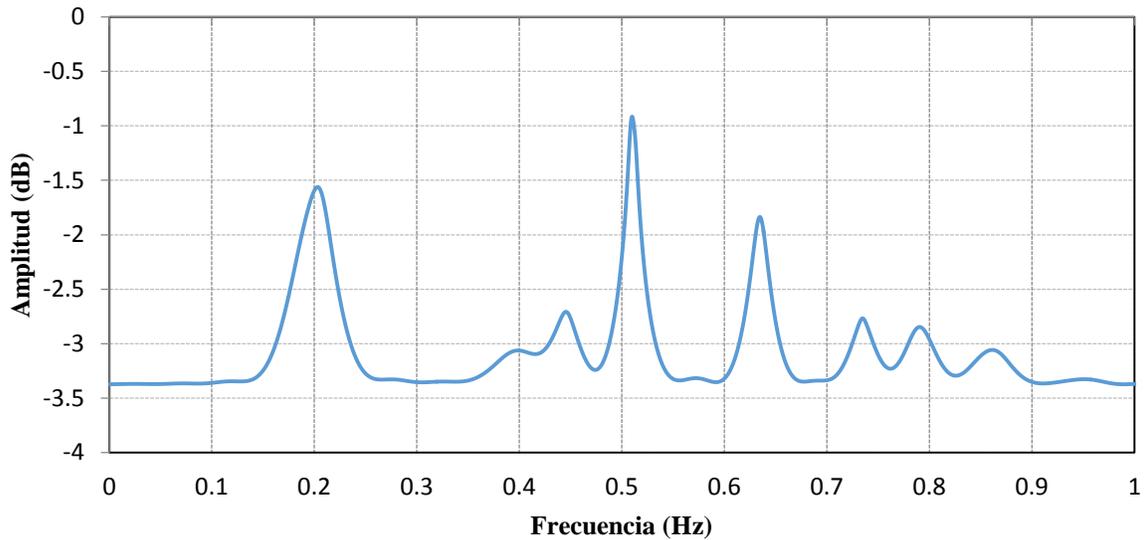
### 3. Resultados

Primeramente se analizaron los bloques de datos asociados a excitaciones únicamente ambientales tanto de Junio del 2016 como de Mayo del 2017, cada señal de deformación y aceleración fue analizada mediante el procedimiento antes descrito, el espectro MUSIC de las señales de deformación de un bloque se muestra en la Fig. 18.



**Figura 18.** Espectro de frecuencias de extensómetros de un bloque de datos

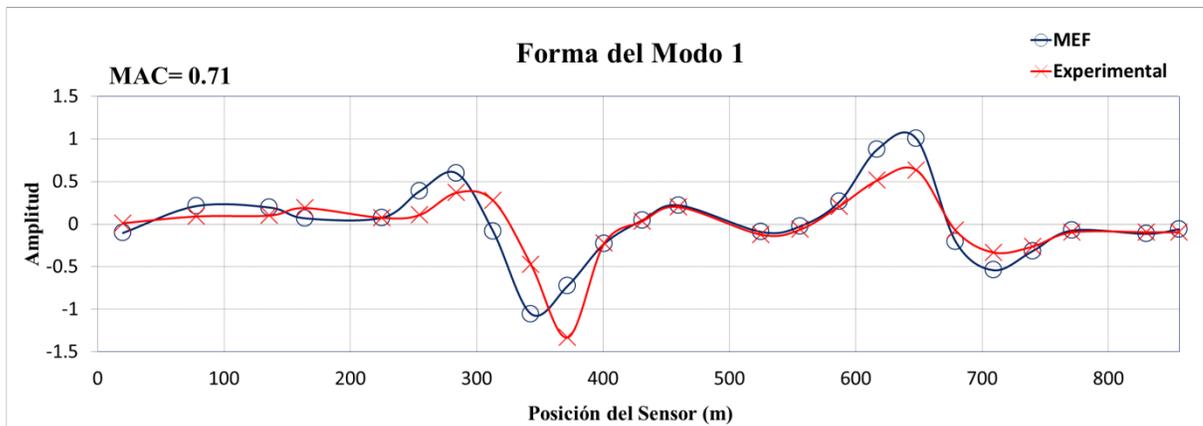
Al promediar los espectros de todas las mediciones de un bloque se obtiene el espectro promediado de la Fig. 19.



**Figura 19.** Espectro de frecuencias promediado

Los espectros promediados muestran las mismas frecuencias naturales, aunque se aprecia que las acciones vehiculares excitan más el segundo modo (segundo pico) así como producen mayores amplitudes que solo las excitaciones ambientales. A su vez, para cada bloque de datos se obtuvo la parte imaginaria de la FFT de todas las señales de extensómetros, donde los picos de este vector corresponden a la componente de la forma modal en la frecuencia donde se encuentran. Una vez obtenidas las formas modales, estas fueron normalizadas con respecto al componente de mayor magnitud con el fin de promediarse. Sin embargo, el programa de EF StaDyn normaliza los vectores propios con respecto a la matriz de masas (Doyle, 1991), por lo que la forma modal experimental fue multiplicada por el Factor de Escala Modal (MSF) (Friswell y Mottershead, 1995) que tiene la función de escalar el vector experimental para fines comparativos.

La comparación de las formas modales se muestra en las Figs. 20a – 20g.



**Figura 20a.** Comparación de la forma del modo 1

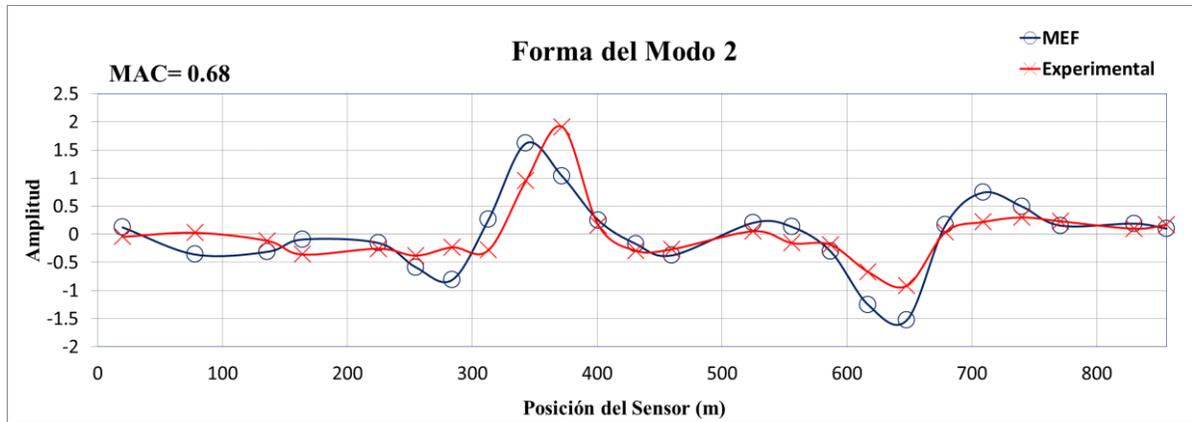


Figura 20b. Comparación de la forma del modo 2

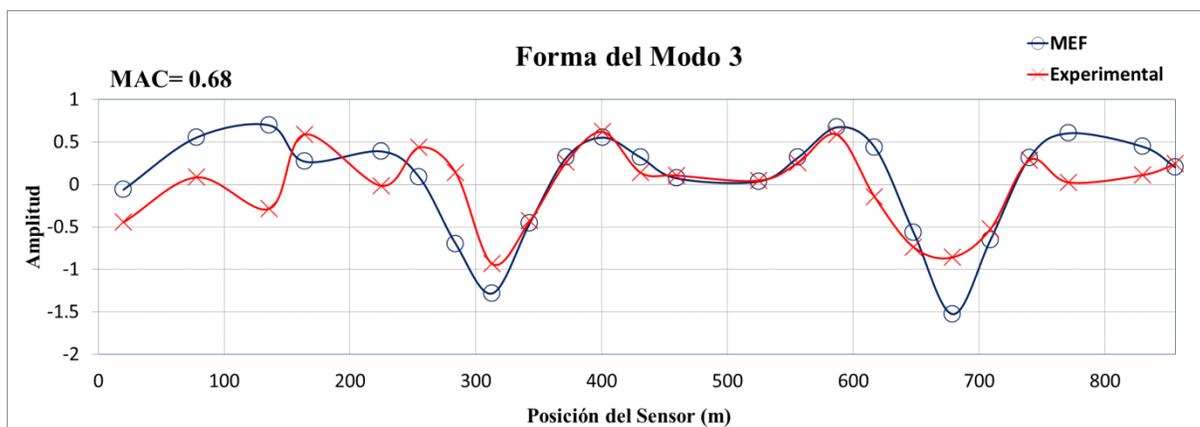


Figura 20c. Comparación de la forma del modo 3

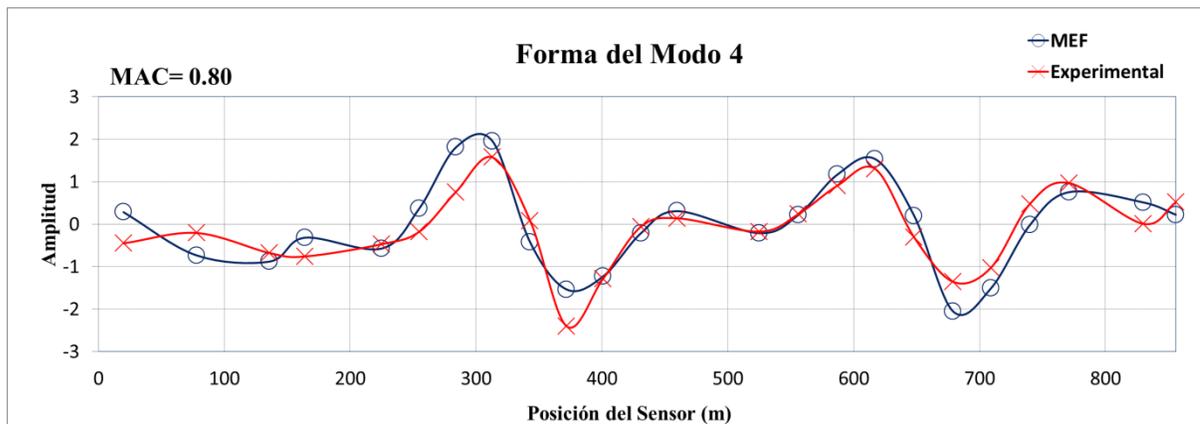


Figura 20d. Comparación de la forma del modo 4

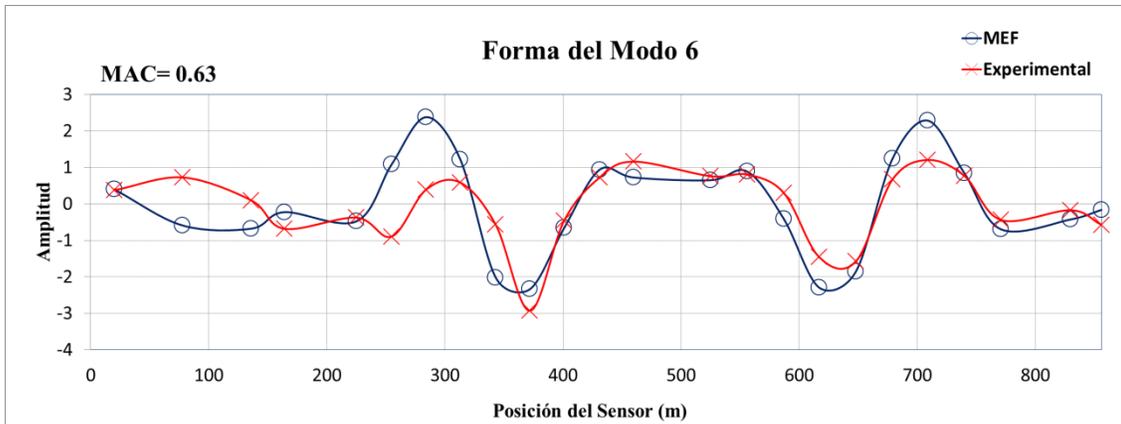


Figura 20e. Comparación de la forma del modo 6

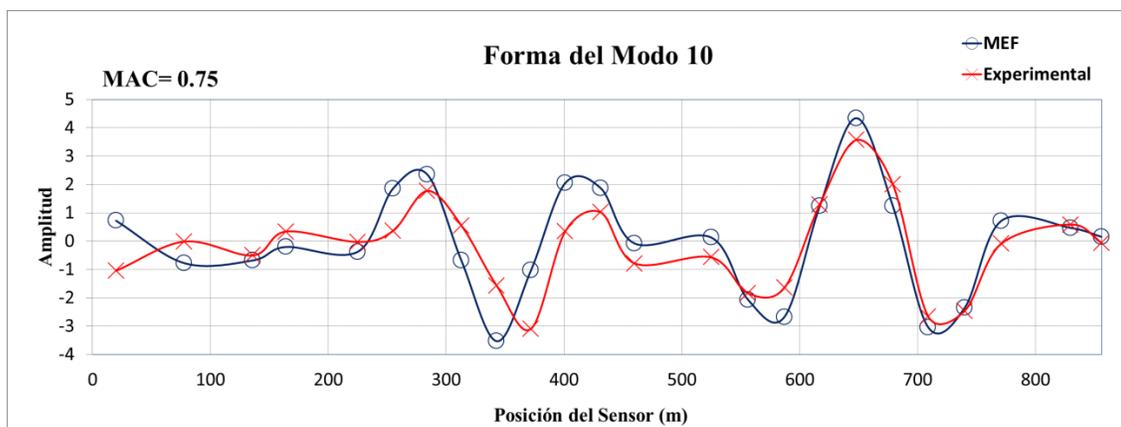


Figura 20f. Comparación de la forma del modo 10

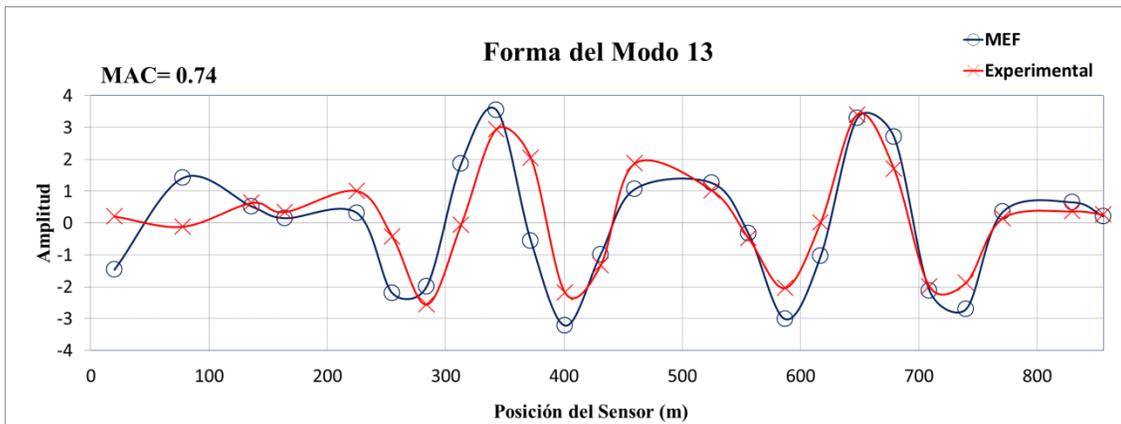


Figura 20g. Comparación de la forma del modo 13

En total se identificaron 7 modos en un rango de 0-1 Hz, en la Tabla 4 se muestran las frecuencias naturales identificadas.

Tabla 4. Parámetros modales identificados.

Modo	Frec. Exp. (Hz)	Frec. MEF (Hz)	Diferencia (%)	$\sigma$ (Hz)	MAC (%)
1	0.2025	0.2056	1.53	0.0069	71
2	0.4048	0.3712	-8.30	0.0176	68
3	0.4463	0.4470	0.14	0.0038	67
4	0.5140	0.5051	-1.73	0.0091	80
6	0.6360	0.6281	-1.24	0.0043	63
10	0.7969	0.7537	-5.42	0.0042	75
13	0.8630	0.8621	-0.10	0.0073	74

Donde las frecuencias naturales experimentales son el promedio de las frecuencias obtenidas de los bloques de datos y  $\sigma$  es la desviación estándar.

#### 4. Conclusiones

En esta investigación se llevó a cabo la identificación de las propiedades modales de un puente atirantado utilizando las señales de deformación producto de excitaciones ambientales. Con este tipo de excitaciones de carácter ambiental y la configuración de sensores utilizada fue posible detectar 7 modos de vibración del Puente Mezcala en un rango de 0-1 Hz. De estos 7 modos, 6 corresponden a la flexión del tablero y el restante corresponde al primer modo torsional de vibración.

En general, se muestra que existe una aceptable correlación de las frecuencias de los modos excepto los modos 2 y 5 (-8.3% y -5.42%), por lo que es necesaria la calibración del modelo de EF. Se destaca que los valores del MAC son bajos en comparación a los obtenidos de señales de acelerómetros, la razón de esto es posiblemente a que las galgas son más sensibles a los daños o efectos locales, a la mecánica del propio sensor y/o del procedimiento de instrumentación y a la misma localización del sensor ya que los nodos del modelo fueron determinados a partir de los planos de instrumentación y no se tiene la localización exacta del sensor en la estructura.

Se concluye que no existen diferencias significativas entre las propiedades modales obtenidas de los bloques de datos correspondientes a Junio del 2016 y Mayo del 2017.

#### Agradecimientos

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo durante toda esta investigación.

#### Referencias

Aktan, A. E., Catbas, F. N., Grimmelman, K., Pervizpour, M., Curtis, J., Shen, K., Qin, X., Cinar, O. A. 2002. Health monitoring for effective management of infrastructure, in Balageas, D. L., Ed. Structural Health Monitoring 2002, Destech Publications, Lancaster, 1245-1253.

Amezquita-Sanchez, J.P., Garcia-Perez, A., Romero-Troncoso, R., Osornio-Rios, R., Herrera-Ruiz, G., 2013. High-resolution spectral-analysis for identifying the natural modes of a truss-type structure by means of vibrations. J. Vib. Control 19 (16), 2347–2356.

Bergan, P. G., Felippa, C. A. 1984. A triangular element with rotational degrees of freedom. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 50, p.p. 25-69.

Brownjohn, J. M. W., Lee, J., Cheong, B. 1998. Dynamic Performance of a Curved Cable-stayed Bridge. Engineering Structures. Vol. 21. p.p. 1015-1027.

Brownjohn, J. M. W., and P. Xia. 2000. Dynamic Assessment of a Cable-Stayed Bridge by Model Updating. 126:252–260.

Calcada, R., Cunha, A., Delgado, R. 2001. Experimental Analysis of Dynamic Effects of Road Traffic in a Cable-stayed Bridge Based on a Strain Measurement System. Proceedings of IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics. Vol.1. p.p. 479-503.

Carrion, F. J., Lopez, J. A., Quintana, J. A., Guzman, A. 2007. Nonlinear Assessment of Cable Vibration in a Stayed Bridge. Experimental Mechanics. Vol. 48. p.p. 153-161.

Chang, C. C., Chang, T. Y. P., Zhang, Q. W. 2001. Ambient Vibration of Long-span Cable-stayed Bridge. Journal of Bridge Engineering. Vol. 6. p.p. 46-53.

Chiang, D. Y., Cheng. M. S. 1999. Model parameter identification from ambient response, AIAA Journal, 37 513-515.

Cooley J W & Tukey J W. 1965. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. Math. Comput. 19:297-301, 1965.

Cunha, A., Caetano, E., Delgado, R. 2001. Dynamic Tests on a Large Cable-stayed Bridge. An Efficient Approach. Journal of Bridge Engineering, ASCE.

Doyle, J. F. 1991. "Static and Dynamic Analysis of Structures". Kluwer Academic Publishers.

Friswell, M.I. , Mottershead, J.E. "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics," Springer Science, 1995.

James, G. H., Carne, T. G, Lauffer, J. P. The natural excitation technique for modal parameter extraction from operating wind turbines, SAND92-1666. UC-261, Sandia National Laboratories, 1993.

Marques dos Santos , F. L., Peeters, B., Van der Vorst, R., Desmet, W., Sandoval, L. 2014. The use of strain and mixed strain/acceleration measurements for modal analysis. Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN 2014.

Marques dos Santos, F. L., Peeters, B., Lau, J., Desmet, W., Sandoval, L. 2015. The use of strain gauges in vibration-based damage detection. 11th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2015). Journal of Physics: Conference Series **628** (2015) 012119

Ren, W., Liu, H.,Chen, G. 2008. Determination of Cable Tensions Based on Frequency Differences. Engineering Computations. Vol. 25 Iss 2 pp. 172 – 189

Ren, W., Peng, X. 2004. Baseline finite element modeling of a large span cable-stayed bridge through field ambient vibration tests. Computers and Structures. Vol. 83. . p.p. 536-550.

Richardson, M. H. 1997. It is a Mode Shape , or an Operating Deflection Shape?. Sound & Vibration Magazine 30th Anniversary Issue

Wang, T., Catbas, T. N., Zhang, L. M. 2016. A frequency and spatial domain decomposition method for operational strain modal analysis and its application. Engineering Structures. Vol. 114. p.p. 104-112.

Wilson, J. C., Liu, T. 1991. Ambient Vibration Measurements on a Cable-stayed Bridge. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol. 20. p.p. 723-747.

Xu, Y. L., Yu, Z. 1998. Vibration of Inclined Sag Cables with Oil Dampers in Cable-stayed Bridges. Journal of Bridge Engineering. Vol. 3. p.p. 194-203.